Matematisk modellering i eksamensoppgaver

En kvalitativ studie av eksamensoppgaver i matematikk for 10. trinn
med hensyn til kjerneelementet modellering og anvendelser

Marianne Kjær Hjelmseth og Tone Lund

VEILEDER
Linda Gurvin Opheim

Universitetet i Agder, 2024
Fakultet for teknologi og realfag
Institutt for matematiske fag
Emnekode: MA-506

Master

Forord

Denne masteroppgaven markerer fullføringen av vår grunnskolelærerutdanning for 5.-10. trinn ved Universitetet i Agder. Det har vært en lærerik og utfordrende prosess å arbeide med denne oppgaven. Vi har blitt utfordret til å sette oss inn i teori, tidligere forskning og styringsdokumenter som også er relevant for oss som matematikklærere.

Skriveprosessen har krevd mye av oss, men også av de som har støttet oss og som står oss nære. Først og fremst ønsker vi å takke vår veileder Linda Gurvin Opheim ved Universitetet i Agder for alt hun har gjort for oss i arbeidet med masteroppgaven. Takk for fine samtaler, konstruktive tilbakemeldinger, gode råd, ros og latter. Takk for at du hele veien har vært positiv og oppmuntret oss til å nå våre mål. Videre ønsker vi å takke hverandre for tålmodigheten, de gode samtalene og diskusjonene vi har hatt gjennom alle arbeidstimene vi har lagt ned sammen for å komme i mål. Vi ønsker også å takke medstudenter for interessen dere har vist for vår masteroppgave, de gode samtalene, humoren og lunsjpausene som har hatt stor betydning for oss gjennom hele perioden.

Til slutt ønsker vi å takke familie og venner for å ha vist oss tålmodighet, støtte og oppmuntring gjennom hele studieperioden og skriveprosessen.

Kristiansand, mai 2024

Marianne Kjær Hjelmseth og Tone Lund

Sammendrag

Denne masteroppgaven fokuserer på matematisk modellering i eksamensoppgaver på 10. trinn med hensyn til kjerneelementet modellering og anvendelser. Modellering og anvendelser er ett av seks kjerneelementer i matematikk som ble innført med Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020 (LK20). Kjerneelementene er det viktigste faglige innholdet elevene skal arbeide med i opplæringen. Med bakgrunn i dette har vi utarbeidet følgende problemstilling: *Hvilke muligheter har elever til å vise kompetanse i kjerneelementet modellering og anvendelser på skriftlig eksamen i matematikk etter innføringen av LK20?*

Teorien i denne studien er knyttet til ulike perspektiver på matematisk modellering i matematikkundervisningen, matematiske kompetanser og ulike tilnærminger til matematisk modellering. Vi har redegjort for styringsdokumentene som ligger til grunn for eksamen i matematikk. Studien er en kvalitativ teoridrevet innholdsanalyse med en deduktiv tilnærming der hensikten er å få mer kunnskap om matematisk modellering i eksamensoppgaver. Analysen er gjennomført ved hjelp av et rammeverk som er basert på de syv stegene i modelleringssyklusen til Blum og Leiß (2007). I tillegg har vi brukt diagrammet for modelleringsprosessen til Zbiek og Conner (2006) for å synliggjøre stegene ytterligere.

Våre resultater viser at elevene har mulighet til å vise inntil seks av syv steg i modelleringssyklusen i de eksamenssettene vi har analysert. Utvidelsen vi har gjort av steget *arbeide matematisk* viser at dette steget er komplekst fordi det krever forskjellige tilnærminger til et matematisk problem. I 44 av 74 analyserte eksamensoppgaver er det nødvendig å gjøre to eller flere steg i modelleringssyklusen for å kunne svare på oppgaven. I fem av eksamensoppgavene er det nødvendig å gjøre fem eller seks steg, som er en tilnærmet helhetlig modelleringsprosess. Vi har i denne studien konkludert med at elevene har mulighet til å vise kompetanse i kjerneelementet modellering og anvendelser på skriftlig eksamen i matematikk.

Nøkkelord: Matematisk modellering, kvalitativ teoridrevet innholdsanalyse, deduktiv tilnærming, kjerneelementeter, modellering og anvendelser, skriftlig eksamen i matematikk.

Summary

This master's thesis focuses on mathematical modelling in written exam tasks in 10th grade regarding the core element modelling and applications. Modelling and applications are one out of six core elements in mathematics introduced in The National Curriculum 2020 (LK20). The core elements represent the fundamental subject matter that students should engage with in their education. Building upon this foundation, we have developed the following research problem regarding one of these core elements: *What opportunities do students have to demonstrate competence regarding the core element modelling and applications in written exams in mathematics after the introduction of LK20?* To answer this, we formulated two research questions to operationalize the concept of opportunities from the research problem.

The theory in this study is associated with various perspectives on mathematical modelling in mathematics education, mathematical competencies and different approaches to mathematical modelling. Additionally, there is a description of the regulatory documents that underlies the mathematics examinations. This study is a qualitative directed content analysis with a deductive approach, aimed at enhancing the understanding of mathematical modelling within examination tasks. The analysis in this study was conducted using a framework systematically developed and based on the seven steps of the modelling cycle by Blum and Leiß (2007). We also implemented the modelling process diagram by Zbiek and Conner (2006) to make the steps even more visible.

The result of our study shows that students have the opportunity to demonstrate up to six out of seven steps in the modelling cycle based on the analysis of the examination papers. The expansion we made regarding the step *working mathematically* demonstrates that this step is complex as it requires various approaches to a mathematical problem. In 44 of 74 analyzed exam tasks, it is necessary to perform two or more steps in the modelling cycle to answer the task. In five of the exam tasks, it's necessary to perform five or six steps, which is close to a holistic approach to mathematical modelling. In this study, we have concluded that students have the opportunity to demonstrate competence in the core element modelling and applications in the written exam in mathematics.

Keywords: Mathematical modelling, qualitative directed content analysis, deductive approach, core elements, modelling and applications, written exam in mathematics.

Innhold

Illustrasjoner knyttet til:

Teori

Analyse

Resultat

Eksempel 1

Eksempel 2

Eksempel 3

1 Innledning

Forskning på og undervisning for å lære matematisk modellering er blitt fremtredende de siste tiårene. Modellering og anvendelser er essensielle komponenter i matematikken. Å kunne anvende matematisk kunnskap i den virkelige verden blir av mange sett på som en kjernekompetanse innen matematisk kompetanse (Cevikbas et al., 2021, s. 206). Matematiske modeller og modellering finnes over alt i samfunnet. Dermed er det viktig for elever å utvikle modelleringskompetanse slik at de kan forstå verden bedre, samt gi innsikt i og mening til matematikk (Blum & Borromeo Ferri, 2009, s. 47). I Norge ble Ludvigsen-utvalget oppnevnt av regjeringen i 2013 for å vurdere innholdet i grunnopplæringens fag opp mot krav til kompetanse i et fremtidig samfunns- og arbeidsliv. I 2015 ble utredningen av fornyelse av fag og kompetanser publisert i rapporten *Fremtidens skole* (NOU 2015: 8). Arbeidet som ble gjort i Ludvigsen- utvalget lå til grunn for utformingen av Læreplanverket for Kunnskapsløftet. Høsten 2020 trådte LK20 i kraft og brakte med seg seks nye kjerneelementer i matematikk som innebærer det viktigste elevene skal lære i faget, der modellering og anvendelser er et av dem (Utdanningsdirektoratet, 2019b). Kjerneelementet modellering og anvendelser lyder som følger:

> En modell i matematikk er en beskrivelse av virkeligheten i matematisk språk. Elevene skal ha innsikt i hvordan modeller i matematikk brukes for å beskrive dagliglivet, arbeidslivet og samfunnet ellers. Modellering i matematikk handler om å lage slike modeller. Det handler også om å kritisk vurdere om modellene er gyldige, og hvilke begrensninger de har, vurdere modellene i lys av de opprinnelige situasjonene og vurdere om de kan brukes i andre situasjoner. Anvendelser i matematikk handler om at elevene skal få innsikt i hvordan de skal bruke matematikk i ulike situasjoner, både i og utenfor faget. (Kunnskapsdepartementet, 2019)

Forskning viser at LK20 har et økt fokus på matematisk modellering fra tidligere læreplan, men at det ikke er like tydelig hvordan det skal forstås og arbeides med i undervisningen som kan skape utfordringer (Berget & Bolstad, 2019, s. 95-96). På bakgrunn av det økte fokuset på matematisk modellering i læreplanen og vår egen interesse for temaet, ønsker vi å undersøke matematisk modellering i eksamensoppgaver. Vi har valgt å avgrense studien til å handle om eksamensoppgaver fordi vi ønsker å få mer kunnskap om hvordan matematisk modellering kan forstås i sammenheng med skriftlig eksamen i matematikk og kjerneelementet modellering og anvendelser. Studien er knyttet til eksamenssett og eksempeloppgaver utgitt i perioden 2021-2023. Vi har utarbeidet følgende problemstilling:

Hvilke muligheter har elever til å vise kompetanse i kjerneelementet modellering og anvendelser på skriftlig eksamen i matematikk etter innføringen av LK 20?

Mulighetsassosierebegrepet i problemstillingen er knyttet til opplæringslova der det står at "Eksamen skal gi eleven eller privatisten høve til å vise sin kompetanse i så stor del av faget som mogleg ut frå eksamensforma" (Opplæringslova, 1998, § 3-22). Høve betyr mulighet.

1.1 Forskningsspørsmål

Vi utarbeidet to forskningsspørsmål som har som hensikt å operasjonalisere mulighetsbegrepet slik at vi kan svare på problemstillingen. Forskningsspørsmålene er teoretisk forankret i modelleringssyklusen til Blum og Leiß (2007) i tillegg til Zbiek og Conner's (2006) modell av matematisk modellering og lyder som følger:

1. *Hvilke steg i modelleringssyklusen er nødvendig for elevene å gjøre på eksamensoppgaver for å kunne løse dem?*

2. *Hvor mange oppgaver krever at det er nødvendig å gjøre flere steg i modellering syklusen?*

1.2 Forskningsdesign og metode

Denne studien er en teoridrevet innholdsanalyse med en deduktiv tilnærming. Metoden gir oss mulighet til å analysere data for å kunne beskrive karakteristikker, mønstre og prosesser (Blaikie, 2007, s. 5). Vi har utarbeidet et rammeverk for analysen som er basert på modelleringssyklusen til Blum og Leiß (2007), og Zbiek og Conner (2006). Dette rammeverket har vi brukt for å analysere hver enkelt oppgave i alle eksamenssettene.

1.3 Strukturen i oppgaven

Denne oppgaven er delt inn i åtte hovedkapitler inkludert innledningen. I kapittel 2 *Teori*, redegjør vi for teori knyttet til matematisk modellering og tidligere forskning. I kapittel 3 *Læreplan*, presenterer vi styringsdokumenter med hensyn til læreplanen, opplæringslova og rammeverk for eksamen. I kapittel 4 *Metode*, redegjør vi for metodologiske valg med hensyn til vitenskapsteoretisk tilnærming, forskningsdesign, analyse, kvalitetskriterier og etiske betraktninger. I kapittel 5 *Resultater*, presenterer vi resultatene fra vår analyse med hensyn til de to forskningsspørsmålene vi har utarbeidet. I kapittel 6 *Diskusjon*, diskuterer vi hovedfunnene fra forskningsspørsmålene i lys av problemstillingen, teori og tidligere forskning. I kapittel 7 *Avslutning*, konkluderer vi i henhold til problemstillingen og trekker frem pedagogiske implikasjoner, begrensninger i studien og forslag til videre forskning. Kapittel 8 er litteraturliste.

2 Teori

I dette kapittelet redegjør vi kort for den historiske utviklingen til modelleringskompetanse. Videre redegjør vi for perspektiver på matematisk modellering både i matematikkutdanningen og i den norske læreplanen. Vi presenterer deretter hva matematisk modellering er, samt to modelleringssykluser vi skal bruke i vår analyse. Videre tar vi for oss matematisk modellering i lys av to ulike tilnærminger. Deretter redegjør vi for ulike oppgavetyper i matematikk og sammenligner modelleringsoppgaver med problemløsningsoppgaver og tekstoppgaver. Avslutningsvis presenterer vi en studie som tar for seg modellering i norske eksamensoppgaver. Kapittelet er delt opp i følgende seks delkapitler: Historisk utvikling av modelleringskompetanse, perspektiver på matematisk modellering i matematikkutdanningen, matematisk modellering, oppgavetyper i matematikk, matematisk modellering i norske eksamensoppgaver og oppsummering av teorikapittel.

2.1 Historisk utvikling av matematisk modellering

Konferansen ved navn *The International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Application* ble holdt for første gang ved Universitetet i Exeter i 1983. Konferanseserien som senere har fått navnet ICTMA, har siden blitt holdt hvert andre år. Konferansen i Exeter i 1983 var en av de første som rettet oppmerksomheten mot undervisning knyttet til matematisk modellering. Dette markerer starten på en forskningskultur for å fremme undervisning, forskning og læring av matematisk modellering (Huston et al., 2019).

Kaiser og Brand (2015) gjennomførte en omfattende litteraturgjennomgang av modelleringskompetanser med utgangspunkt i ICTMA konferansene. Målet med studien var å beskrive hvordan forståelsen av modelleringskompetanse har utviklet seg siden den første ICTMA konferansen i 1983 og fremover (Kaiser & Brand, 2015, s. 129- 130). I dette arbeidet ble det identifisert fire distinkte retninger eller fokusområder som er med på å forme diskursen til modelleringskompetanse. Den første retningen knytter seg til det danske KOM-prosjektet, der det ble identifisert åtte forskjellige kompetanser innen matematikk, hvor modelleringskompetanse var en av dem. Den andre retningen handler om vurdering av matematisk modellering, gjort av en britisk- australsk forskningsgruppe. Gruppen hadde som mål å utvikle rangeringsskalaer, vurderingsskjemaer og modelleringstester for å vurdere effektiviteten av undervisning knyttet til matematisk modellering. Den tredje retningen knytter seg til utviklingen av en analytisk forståelse av kompetanse, der modelleringskompetanser er basert på delkompetanser knyttet til ulike prosesser i modelleringssyklusen. Dette blir kalt for prosessorienterte delkompetanser som omfatter kompetanse til å forstå og konstruere virkelighetsnære oppgaver og modeller, kompetanse til å lage en matematisk modell ut fra en modell fra virkeligheten, kompetanse til å løse matematiske problemer som kan forekomme i en matematisk modell og kompetanse til å tolke matematiske resultater i en modell fra virkeligheten eller i en virkelighetsnær situasjon. Den fjerde retningen handler om integreringen av metakognisjon i konseptet om modelleringskompetanser, gjort av en australsk modelleringsgruppe. Dette perspektivet vektlegger reflekterende metakognisjon, spesielt i skiftet mellom de ulike stadiene i modelleringsprosessen (Kaiser & Brand, 2015, s. 135-137). De fire retningene som former diskursen og diskusjonen rundt modelleringskompetanse har karakteristikker og likheter knyttet til kompetansebegrepet.

Den første retningen har en holistisk tilnærming til modelleringskompetanse. En slik tilnærming anser kompetanse som en helhet i seg selv. De tre andre retningene faller under det som er betegnet som en analytisk tilnærming til modelleringskompetanse. En analytisk tilnærming tar hensyn til ulike delkompetanser av kompetanse (Kaiser & Brand, 2015, s. 138). De to tilnærmingene til kompetanse komplimenterer hverandre og kan brukes til å identifisere, fremme og utvikle den enkeltes modelleringskompetanse (Kaiser & Brand, 2015, s. 139).

2.2 Perspektiver på matematisk modellering i matematikkundervisningen

Det finnes ingen felles definisjon av hva modellering er, hva det skal inneholde og hvordan det skal gjøres. Derfor redegjør vi i dette kapittelet for ulike perspektiver på matematisk modellering i matematikkutdanningen og i sammenheng med norsk læreplan.
Kaiser & Sriraman (2006) presenterer en oversikt over fem perspektiver på matematisk modellering i matematikkutdanningen. Disse er delt inn i følgende perspektiver: realistisk-, kontekstuell-, utdannings-, sosiokritisk- og epistemologisk modellering, i tillegg er kognitiv modellering et metaperspektiv. I senere tid har Abassian et al. (2020) sortert og strukturert de fem perspektivene for å vise den mangfoldige bakgrunnen matematisk modellering har og for å avklare den teoretiske bakgrunnen i forskningen knyttet til matematisk modellering.

Tabell 1 viser målet med matematisk modellering i perspektivene, definisjonen av en matematisk modell, en beskrivelse av den matematiske modelleringssyklusen, design av oppgaver, eksempler på sentrale forskere og forskningsfokuset i de fem perspektivene. Tabellen oppsummerer de viktigste egenskapene til de fem perspektivene på matematisk modellering i matematikkundervisningen.

Perspektiv	Realistisk	Utdanning	Kontekstuell	Sosiokritisk	Epistemologisk
Mål	Utvikle ferdigheter for å kunne modellere og forstå autentiske situasjoner fra den virkelige verden.	Utvikle ferdigheter for å kunne modellere situasjonen fra den virkelige verden og forstå matematikk.	Utvikle en dyp forståelse av matematikk gjennom en modellerings kontekst.	Utvikle matematisk modellerings ferdigheter for å kunne ta avgjørelser i samfunnet.	Utvikle formell matematisk resonnering.
Definisjon av matematisk modell	Matematiske objekter (grafer, ligninger, osv.) som forklarer situasjoner fra den virkelige verden.	Matematiske objekter som har en sammenheng med situasjonen fra den virkelige verden.	Et konseptuelt system som kartlegger de strukturelle karakteristikkene til et relevant system.	Matematisk representasjon av en relevant situasjon.	Resultatet av at en aktivitet er basert på situasjoner og matematiske konsepter.
Beskrivelse av den matematiske modellerings syklusen	En syklisk, flertrinns prosess. Den begynner i den virkelige verden, videre er den er matematisert inn i den matematiske verden og ender opp i den virkelige verden.	En syklisk flertrinns prosess som begynner i den virkelige verden, videre er den matematisert, for så å ende opp i den virkelige verden.	En syklus som begynner i den virkelige verden. Når modellen er utviklet, går den tilbake til den virkelige verden. Syklusen blir repetert så mange ganger som nødvendig.	Alle aspekter av involveringen til den som modellerer i utforskingen av problemer fra den virkelige verden ved bruk av matematikk.	Fire stadier av aktiviteter. Modeller *av* og modeller *for* blir skapt for å kunne utvikle formell matematisk resonnering.
Design av oppgaver	Autentiske og kaotiske oppgaver fra den virkelige verden som krever bruken av modelleringssyklus en.	Autentiske oppgaver som kan bli forenklet for å avdekke spesifikke matematiske mål.	MEAs som er designet for å utvikle spesifikke matematiske konsepter. Disse må være i konteksten av et problem fra den virkelige verden. De må møte 6 veiledende prinsippene.	Oppgaver som er i en sosial kontekst, men som også skal fokusere på utviklingen av spesifikke matematiske konsepter.	Ingen fastsatte krav.
Eksempel på sentrale forskere	Pollak, Ferri	Niss, Blum, Zbiek, Conner	Lesh, Doerr	D'Ambrosio, Barbosa, Skovsmose	Freudenthal, Gravemeijer
Forskningsfokus	Kompetanser i matematisk modellering.	Matematikk i matematisk modellering og matematisk modellering i pensum.	Bruk av MEAs for å undervise matematikk.	Elevers bruk av matematikk for å kritisk kunne forstå samfunnet.	Undervisning og læring av spesifikke matematiske konsepter.

Tabell 1: Fem perspektiver på matematisk modellering. Vår oversettelse til norsk av Abassian et al. (2020) sin oppsummering av hovedtrekkene ved de fem matematiske perspektivene på matematisk modellering.

De fem perspektivene tydeliggjør en omfattende og mangfoldig bakgrunn innen matematisk modellering. Perspektivene skiller seg fra hverandre på flere punkter, men de deler også noen grunnleggende fellestrekk. De fem perspektivene ligger til grunn for forskning innen matematisk modellering og matematikkutdanning generelt (Abassian et al., 2020, s. 62).

2.2.1 Perspektiv på matematisk modellering i norsk læreplan

Berget og Bolstad (2019) har tatt for seg perspektiver på matematisk modellering i Kunnskapsløftet (LK06) og Fagfornyelsen (LK20) ved å gjennomføre en innholdsanalyse av de to læreplanene. Formålet med analysen var å kunne si noe om hvor stor plass matematisk modellering hadde i de ulike læreplanene. I denne studien ser de på perspektivene modellering som innhold, modellering som fartøy og modellering som kritikk. Disse perspektivene kommer hovedsakelig fra Julie (2002, sitert i Hana, 2013, s. 181) som presenterer modellering som innhold og modellering som fartøy. Modellering som kritikk er en utvidelse av Julie (2002, sitert i Hana, 2013, s. 181) sine to perspektiver gjort av Barbosa (2006). Modellering som innhold handler om å utvikle ferdigheter for å kunne modellere situasjoner fra den virkelige verden. I dette perspektivet anses modelleringen som en del av det som skal undervises og læres i matematikkfaget (Hana, 2013, s. 181). Modellering som fartøy handler om at modelleringen er et verktøy for å lære seg noe om matematiske konsepter. I dette perspektivet er målet å utvikle kompetanser knyttet til matematiske prosedyrer, begreper og sammenhenger (Hana, 2013, s. 181). Modellering som kritikk knytter matematikkfaget sammen med samfunnet. Dette handler om å kunne kritisk vurdere og analysere matematiske modeller og matematikk som man møter i samfunnet (Barbosa, 2006, s. 293-294). Modellering som kritikk knyttes sammen med et sosiokritisk perspektiv på matematisk modellering der målet er å utvikle matematiske modelleringsferdigheter for å kunne ta avgjørelser i samfunnet (Abassian et al., 2020, s. 56).

Resultatene fra forskningen til Berget & Bolstad (2019) viser at ordene modell, modellere eller modellering brukes 76 ganger i LK20. Ordet modell blir nevnt 21 ganger uten forklarende tekst. Dette er tilfeller der ordet for eksempel er nevnt som en arbeidsmetode. Dermed er disse tilfellene kategorisert som ord nevnt uten spesifisering. Modellering for å lære noe annet kommer frem 10 ganger i læreplanen. Dette knytter seg til perspektivet modellering som fartøy. I disse tilfellene er ordet knyttet til å utvikle matematisk forståelse og begreper. Et tilfelle ble plassert i denne kategorien dersom minst en av prosessene å tolke eller å omforme ble nevnt i sammenheng med ordet, i tillegg til en formulering av et matematisk område som modellering kan skje innenfor. Resultatene viser 13 tilfeller der modellering er forklart som viktig for å forstå samfunnet. Dette knytter seg til perspektivet modellering som kritikk. For at et tilfelle skulle havne i denne kategorien måtte formuleringen være knyttet opp mot kritisk vurdering i læreplanen. Det er 13 tilfeller der modellering ble nevnt som målet med undervisningsaktiviteten i seg selv i læreplanen. Dette kan knyttes til perspektivet modellering som kritikk. I disse tilfellene er ordet satt i sammenheng med utvikling av modelleringskompetanse og koblinger mellom hverdagsliv og matematikk. Et tilfelle av ordet modell ble plassert i denne kategorien dersom minst en av prosessene å tolke eller omforme ble nevnt i sammenheng med ordet (Berget & Bolstad, 2019, s. 89-91).

Resultatene viser at modellering er nevnt mange ganger i læreplanen og har dermed fått stor plass. Berget og Bolstad (2019) forklarer at lærere må ha kjennskap til hva modellering er for at de skal kunne implementere det i undervisningen, men at læreplanen ikke forklarer hvordan modellering skal arbeides med. Dette gjør det utfordrende for lærere å arbeide med kjerneelementet modellering og anvendelser slik at det er i tråd med læreplanen (Berget & Bolstad, 2019, s. 95- 96).

2.3 Matematisk modellering

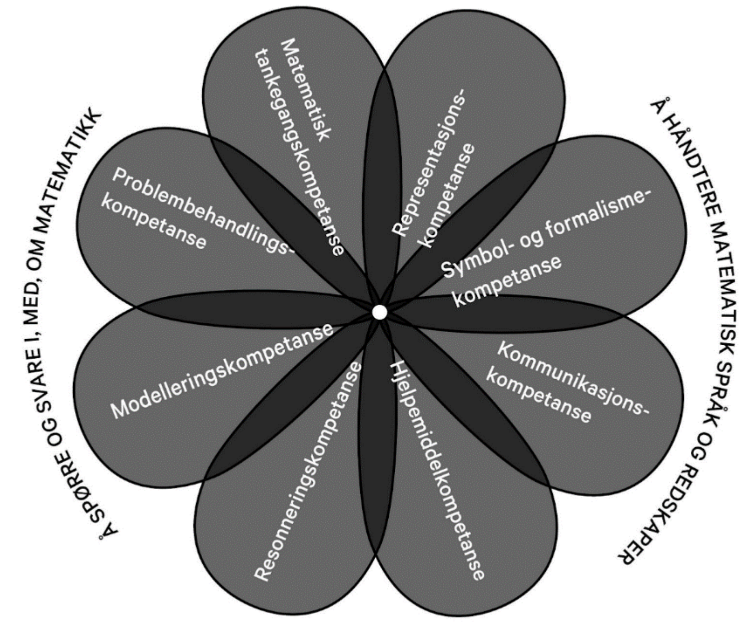
I dette delkapittelet tar vi for oss delkompetanser i matematisk modellering i lys av det danske KOM-prosjektet. Videre tar vi for oss anvendt problemløsning som en prosess for å videre kunne forklare matematisk modellering med hensyn til modelleringssyklusen til Blum og Leiß (2007) og et diagram for modelleringsprosessen av Zbiek og Conner (2006). Til slutt presenterer vi to tilnærminger til matematisk modellering.

2.3.1. Matematiske kompetanser

Det danske KOM-prosjektet (Niss & Jensen, 2002) har vært med å forme diskursen til modelleringskompetanse siden 2000-tallet. KOM står for *Kompetencer Og Matematiklæring* og var et prosjekt som ble satt i gang på initiativ fra Naturvidenskapeligt Uddannelsesråd, med ønske om å medvirke til en utvikling av matematikkundervisningen, men også andre fag.

Naturvidenskapeligt Uddannelsesråd og Undervisningsministeret i Danmark satt sammen en arbeidsgruppe som arbeidet med prosjektet og leverte resultatet av samarbeidet i en rapport (Niss & Jensen, 2002, s. 13-15). Prosjektet tok blant annet for seg matematisk kompetanse. Deres definisjon av én matematisk kompetanse er at «(...) *en matematisk kompetence er indsigtsfuld parathed til at handle hensigtsmæssigt i situationer, som rummer en bestemt slags matematiske udfordringer»* (Niss & Jensen, 2002, s. 43). Av denne definisjonen kan vi forstå det slik at matematiske kompetanse består av flere enkeltstående kompetanser. Dette betyr ikke at de enkeltstående kompetansene er uten forbindelse med hverandre eller at de er tydelig avgrenset uten overlapp. Det er mulig å forestille seg en kompetanse som et «knutepunkt» i en «klynge» av ting som er samlet opp nær midten og som spres ut mot ytterkanten. Samtidig som de er delvis sammenvevde med andre «klynger». Dette betyr at man generelt sett ikke kan tilegne seg eller inneha en kompetanse isolert fra andre kompetanser (Niss & Jensen, 2002, s. 43).

KOM-prosjektet har identifisert åtte matematiske kompetanser. Selv om hver av kompetansene har sin særegne identitet, er de gjensidig sammenvevd. De kan heller ikke erstattes av hverandre. De åtte kompetansene utgjør til sammen en helhetlig matematisk kompetanse (Niss & Jensen, 2002, s. 44). For å vise dette ble det utarbeidet en visuell representasjon (Figur 1).



Figur 1: Åtte matematiske kompetanser. Vår oversettelse til norsk av visuell representasjon tilpasset fra Niss og Jensen's (2002, s. 45) modell (Niss & Blum, 2020, s. 85). Grafisk design: Amalie Bjørnhom (2024).

Den visuelle representasjonen er delt inn i to grupper. Den første gruppen knytter seg til å kunne spørre og svare i, med og om matematikk. Dette innebærer tankegangskompetanse, problembehandlingskompetanse, modelleringskompetanse og resonneringskompetanse. Den andre gruppen knytter seg til å kunne håndtere matematikkens språk og redskaper. Dette innebærer representasjonskompetanse, symbol- og formalismekompetanse, kommunikasjonskompetanse og hjelpemiddelkompetanse. Til sammen utgjør disse to overordnede gruppene de åtte spesifikke matematiske kompetansene. Det er viktig å presisere at modellen må tolkes slik at alle kompetansene er like mye i kontakt med hverandre selv om de er delt inn i to grupper. Med andre ord vil det si at to kompetanser fra den samme gruppen er like sammenvevde som to kompetanser fra forskjellige grupper. Alle de åtte kompetansene bidrar både direkte og indirekte til de to overordnede gruppene (Niss & Jensen, 2002, s. 44-46).

Modelleringskompetanse er identifisert og definert som en delkompetanse innen matematisk kompetanse (Niss & Jensen, 2002, s. 52). Modelleringskompetanse består av to sider. På den ene siden handler det om å kunne analysere grunnlaget for og egenskapene til gitte modeller og å vurdere deres holdbarhet og rekkevidde. Dette inkluderer evnen til å avkode og tolke deler av modellen og modellens resultater i forhold til situasjonen som er modellert. På den andre siden handler det om å kunne utføre aktiv modellbygging i en gitt sammenheng. Det vil si å anvende matematikk til behandling av saker utenfor matematikken selv. Aktiv modellbygging inneholder flere elementer. Først skal den aktuelle situasjonen eller problemet struktureres, slik at den deretter kan matematiseres. Matematisering innebærer å kunne oversette blant annet problemstillinger, relasjoner eller objekter fra situasjonen til et område av matematikken slik at den fremstilles som en matematisk modell. Videre skal man kunne behandle den matematiske modellen gjennom å finne matematiske løsninger og validere den ferdige modellen. Valideringen skjer både internt og eksternt. Intern validering skjer i forhold til modellens matematiske egenskaper og ekstern validering skjer i forhold til den opprinnelige situasjonen. Aktiv modellbygging går videre ut på å kritisk vurdere om modellen er egnet til formålet i forhold til andre mulige modeller, men også evnen til å formidle innholdet og resultatene til modellen til andre. Den som modellerer må dermed ha oversikt over og kunne styre hele modelleringsprosessen (Niss & Jensen, 2002, s. 52).

Det kan være utfordrende å skille modelleringskompetanse fra for eksempel problembehandlingskompetanse. Videre i oppgaven bruker vi begrepet problemløsningskompetanse for problembehandlingskompetanse. Det som skiller dem, er at problemløsningskompetanse ikke nødvendigvis krever bearbeiding av elementer fra virkeligheten i den aktuelle situasjonen. Kjennetegnene til modelleringskompetanse med tanke på behandlingen av modellen er nært knyttet til problemløsningskompetansen, bortsett fra de delene som ikke er av matematisk art. De delene som ikke er av matematisk art kan være kunnskap til og betraktninger av fakta utenom matematikken, i tillegg til avgjørelser om formålet med modelleringen, anvendeligheten og relevansen til de spørsmålene som er knyttet til modelleringen (Niss & Jensen, 2002, s. 53).

2.3.2 Anvendt problemløsningsprosess

Blum og Niss (1991) deler matematiske problemer inn i kategoriene anvendt matematikk og ren matematikk. Hvor anvendte matematiske problemer handler om bruken av matematiske begreper, metoder og resultater som knytter seg til situasjoner i eller spørsmål fra den virkelige verden. Rene matematiske problemer handler om problemer som er definert innenfor matematikkens univers (Blum & Niss, 1991, s. 37-38).

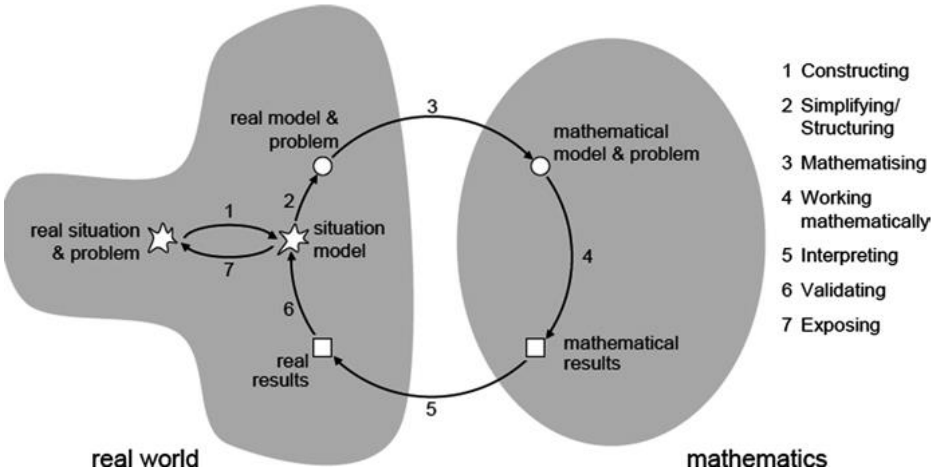
En anvendt *problemløsningsprosess*, også kalt applied problem solving process, starter med en situasjon fra den virkelige verden (Blum & Niss, 1991, s. 38). Situasjonen må behandles slik at den passer til forholdene og forutsetningene til den som skal løse problemet. Dette gjøres først ved å simplifisere situasjonen. Simplifisering vil si å forenkle situasjonen slik at det reflekterer virkeligheten. Deretter idealiseres og struktureres situasjonen ved å gjøre problemet mer presist og i tråd med det problemløseren ønsker å undersøke. Dette leder videre til en virkelig modell som inneholder essensen av den opprinnelige situasjonen, men som samtidig muliggjør en matematisk tilnærming. Den virkelige modellen matematiseres slik at betingelser, konsepter, data, relasjoner og forutsetninger oversettes til matematikk. Det opprinnelige problemet blir nå fremstilt som en matematisk modell hvor problemløseren arbeider matematisk ved å trekke konklusjoner, bruke regneoperasjoner og sjekke konkrete eksempler ved å bruke hensiktsmessige matematiske metoder og tilgjengelige hjelpemidler (Blum & Niss, 1991, s. 38). De matematiske resultatene som kommer frem etter å ha arbeidet matematisk må settes tilbake til den opprinnelige situasjonen og deretter tolkes. Problemløseren må deretter validere modellen, som vil si å bestemme om modellen tilfredsstiller formålet fra den opprinnelige situasjonen. Dersom modellen ikke kan valideres, kan problemløseren gjøre modifiseringer eller endringer i tidligere steg av prosessen. Dermed kan det være nødvendig at problemløseren går gjennom prosessen flere ganger. Det er mulig at det opprinnelige problemet ikke lar seg behandle matematisk på en tilfredsstillende måte, selv etter flere runder gjennom prosessen (Blum & Niss, 1991, s. 38-39).

Blum og Niss (1991) bruker begrepene *modellering* eller *modellbygging* til å beskrive hele prosessen fra en reell problemsituasjon oppstår til det foreligger en matematisk modell av den originale situasjonen. Modelleringsprosessen gir både et sant og forenklet bilde av en allerede eksisterende virkelighet. Samtidig som modellering skaper og strukturerer deler av virkeligheten ut i fra kunnskapen, intensjonene og interessene til problemløseren. Det er hensiktsmessig å dele modeller opp i to kategorier: normative- og deskriptive modeller. I normative modeller brukes matematikk til å etablere rammer for hva som ligger innenfor normen i det som undersøkes. En deskriptiv modell bruker matematikk til å beskrive og forklare en situasjon, uten å forklare hvorfor situasjonen er slik den er (Blum & Niss, 1991, s. 39).

2.3.3 Modelleringssyklusen til Blum og Leiß

DISUM-prosjektet, *Didactical intervention modes for mathematics teaching oriented towards self-regulation and directed by tasks* er et forskningsprosjekt, hvor det ble gjort undersøkelser på hvordan elever i ungdomsskolealder og lærere håndterer modelleringsoppgaver (Blum & Leiß, 2007, s. 223). I dette prosjektet presenteres en modelleringssyklus inspirert av flere, blant annet de kognitive teoriene til Reusser (1998, sitert i Blum og Leiß, 2007, s. 226) og Verschaffel et al. (2000). De ulike stegene som Blum og Leiß (2007) har satt sammen og beskriver i sin modell av modelleringssyklusen (Figur 2) er kjent og anerkjent innen matematisk modellering (Hankeln et al., 2019. s. 144).

Modelleringssyklusen til Blum & Leiß (2007) er delt inn i syv steg som tar for seg hele modelleringsprosessen og har røtter til det realistiske perspektivet på matematisk modellering (Abassian et al., 2020, s. 55). Siden modellen er basert på kognitive prosesser hos den som modellerer, vil den kunne gi innsikt i og forståelse for hvor i prosessen den som modellerer befinner seg til enhver tid. Modellen kan både brukes som et verktøy av elever for å vite hvor i modelleringsprosessen de er og hva neste steg vil være, og som et verktøy for lærere som skal identifisere hvor elevene møter utfordringer. Modelleringsprosessen er ikke like lineær som modellen fremstiller det. Ofte går prosessen frem og tilbake opptil flere ganger mellom den virkelige verden og matematikken (Blum & Leiß, 2007, s. 227).



Figur 2: Modelleringssyklusen til Blum og Leiß (2007).

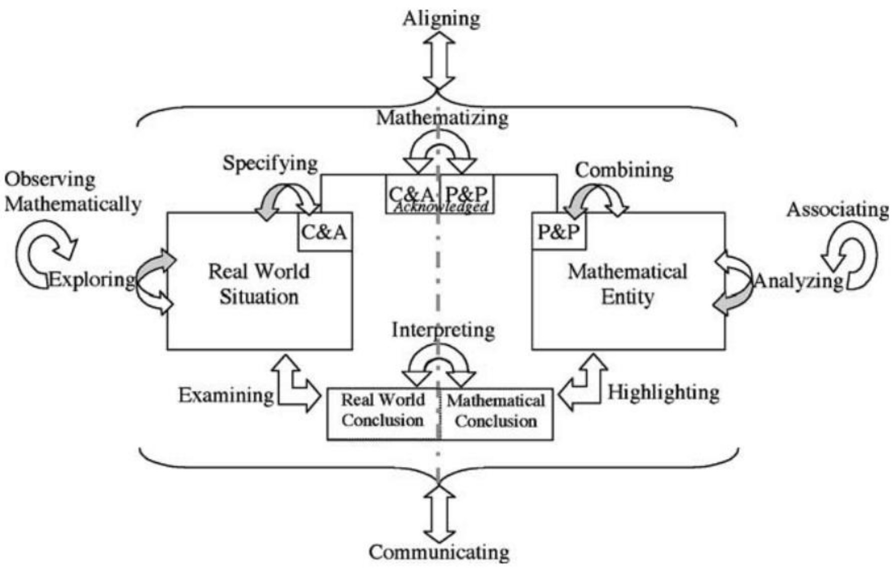
Steg 1, *konstruere* (constructing), handler om å finne ut hva problemet dreier seg om og hva oppgaven spør etter ved å lese oppgaveteksten og forstå situasjonen eller problemet for så å konstruere en modell av situasjonen (situation model). Steg 2, *simplifisere/strukturere* (simplifying/structuring), er knyttet til det første steget i prosessen. I steg 2 må situasjonen i problemet forenkles, struktureres og konkretiseres for å lage en realistisk modell (real model) av situasjonen. Informasjon må identifiseres ut fra oppgaveteksten som relevant eller irrelevant. Steg 3, *matematisere* (mathematising), transformerer den realistiske modellen til en matematisk modell hvor problemet fremstilles matematisk. Videre brukes matematiske verktøy i steg 4, *arbeide matematisk* (working mathematically) som for eksempel teoremer som gir et matematisk resultat på problemet. Det matematiske resultatet *tolkes* i steg 5, (interpreting) inn i den virkelige verden som et gyldig resultat. Steg 6, *validering* (validating) skjer når eleven skal vurdere gyldigheten til svaret. Det handler om hvorvidt det matematiske resultatet er valid i forhold til det opprinnelige problemet eller ikke. Eleven må reflektere rundt egne avrundinger, antakelser og forenklinger som er gjort i steg 2, for å kunne gi svar på om resultatet gir et tilfredsstillende bilde av virkeligheten. Dersom resultatet ikke kan valideres, vil det være nødvendig å gå gjennom enkelte eller alle stegene i sirkelen flere ganger, før hele modelleringsprosessen avsluttes når de endelige resultatene presenteres i steg 7 *eksponering* (exposing) (Blum & Leiß, 2007, s. 225-226).

Det er spesielt tre steg i modelleringssyklusen som kan være utfordrende for elever å gjennomføre, dette er steg 1, 2 og 6 (Blum, 2015, s. 79). Steg 1 handler om å forstå situasjonen og å konstruere en situasjonsmodell, men det er flere elever som har problemer med dette og dermed ikke kommer seg videre i modelleringen. Mange elever har lært seg at de kan løse matematikkoppgaver uten å lese og forstå konteksten til oppgaven nøye. Istedenfor følger de ofte strategier som er i tråd med tekstoppgaver for å løse oppgavene. Det som ofte skjer er at elevene ignorerer konteksten delvis eller helt og istedenfor forsøker de å finne verdier som kan brukes for å regne ut noe (Blum, 2015, s. 79). Steg 2 simplifisere/strukturere kan være krevende fordi elever ofte vegrer seg fra å gjøre antakelser alene. Steg 6 validering er sjeldent noe som elevene gjør med sitt eget arbeid i matematikkundervisningen. Dette har sammenheng med forholdet mellom læreren og elevene. Det er vanligvis læreren som validerer elevenes løsninger, ikke elevene som validerer sine egne løsninger (Blum, 2015, s. 79).

2.3.4 Diagram for modelleringsprosessen av Zbiek og Conner

Det didaktiske perspektivet på modellering har som mål å utvikle modelleringskompetanser, men også å lære matematikk. Elevene skal utvikle ferdigheter for å kunne modellere virkelige situasjoner (real-world scenarios). Det handler altså ikke bare om å utvikle matematisk modellerings kompetanse, men også om matematikken i seg selv. Modelleringsdidaktikk fremhever at forholdet mellom verden og matematikk er et sentralt element i matematikkopplæringen (Abassian et al., 2020, s. 57-58).

Zbiek & Conner (2006) utviklet en modell av matematisk modellering fremstilt som en prosess der den som lærer engasjerer seg i modelleringsoppgaver. Modellen kan brukes til å vise hvordan den som modellerer beveger seg mellom den matematiske verden og den virkelige verden. Modellen formidler aspekter ved den matematiske modelleringsprosessen og forholdet mellom komponentene. Hver delprosess er markert som en pil som går to veier i diagrammet for å synliggjøre at den enkeltes bevegelse i diagrammet ikke er en lineær prosess. Enkelte delprosesser har i tillegg underprosesser som er representert ved sirkulære piler. Modelleringsrutene kan være ulike fra person til person basert på meningen bak modelleringen, bakgrunnskunnskaper, intuisjoner og personlige oppfatninger. I modelleringsprosessen kan den som modellerer utelate noen delprosesser av diagrammet. Dersom oppgavene er strukturerte eller går over til å bli anvendte problemer, kan ruten i diagrammet bli lineær (Zbiek & Conner, 2006, s. 97-98). Modellen (Figur 3) kan sees i fem overordnede deler: arbeid innenfor virkelighetsnære situasjoner, kobling av virkelighetsnære situasjoner med matematiske entiteter, arbeid med den matematiske entiteten, kobling til den virkelige situasjonen og delprosesser som er gjennomgående i hele modelleringsprosessen.



Figur 3: Diagram for modelleringsprosessen av Zbiek og Conner (2006, s. 98).

Arbeid innenfor virkelighetsnære situasjoner knytter seg til *utforskning* (exploring), å *observere matematisk* (observing mathematically) og *spesifisering* (specifying). Utforskning handler om å skaffe seg mer informasjon om situasjonen. Den som modellerer kan stille spørsmål, avklare eller tilnærme seg problemet med kjent eller ukjent informasjon. Å observere matematisk skjer i utforskningsprosessen når den som modellerer bruker en matematisk ide til å forklare situasjonsbestemt informasjon. Å utforske og å observere matematisk tillater den som modellerer å overgå sine forutinntatte oppfatninger av situasjonen, spesielt i diskusjon med andre. Spesifisering handler om å identifisere *betingelsene og antakelsene* (conditions and assumptions, C&A) til konteksten av virkeligheten. Den som modellerer vil ta hensyn til dette når situasjonen skal matematiseres. Når den som modellerer spesifiserer, identifiseres variabler i situasjonen og begrensninger av situasjonen (Zbiek & Conner, 2006, s. 98-99).

Kobling av virkelighetsnære situasjoner med matematiske entiteter handler om *matematisering* (mathematizing). Matematisering innebærer å introdusere matematiske ideer som til slutt har sammenheng med den matematiske entiteten. Når matematiseringen skjer, vil den som modellerer lage eller anerkjenne matematiske *egenskaper og parametere* (properties and parameters, P&P) som henger sammen med de situasjonsbestemte betingelsene og antakelsene som tidligere har blitt spesifisert. Matematisering er broen mellom den virkelige verden i situasjonen og den matematiske verdenen av modellen (Zbiek & Conner, 2006, s. 99-102).

Arbeid med den matematiske entiteten knytter seg til *kombinering* (combining), *analysering* (analyzing), *assosiering* (associating) og *utheving* (highlighting). Kombinering handler om å identifisere en matematisk entitet som har egenskaper og parametere som allerede har blitt introdusert eller identifisert. I tillegg handler det om å bekrefte at den matematiske entiteten tilsvarer de identifiserte egenskapene og parameterne. Ordet kombinering refererer til å kombinere matematiske objekter, egenskaper og parametere til en matematisk entitet. Analysering inkluderer matematisk manipulering eller tolkning av den matematiske entiteten for å utlede en eller flere nye egenskaper eller parametere. Analyseringen blir påvirket av den som modellerer sine forforståelser av den matematiske entiteten og det arbeidet som blir delt med andre. Assosiering handler om å knytte sammen kunnskap fra den virkelige verden for å kunne tenke på matematiske ideer. Denne prosessen avhenger enten av en metafor eller en annen forbindelse mellom en matematisk entitet og et virkelig objekt. For eksempel kan man si at grafen til en funksjon ser ut som en slange og at man er interessert i å finne ut hvor slangen bøyer seg, selv om det matematiske problemet ikke har noe med slanger å gjøre. Utheving handler om å gjøre å tydeliggjøre eventuelle tidligere ubemerkede egenskaper eller parametere av den matematiske entiteten som vil fungere som en matematisk konklusjon som kan bli tolket som en konklusjon for den virkelige verden (Zbiek & Conner, 2006, s. 102-103).

Kobling til den virkelige situasjonen innebærer *å tolke* (interpreting) og å *undersøke* (examining). Å tolke handler om å sette matematiske konklusjoner i en kontekst. Tolkning kan sees på som broen mellom den virkelige verden og den matematiske verdenen, slik som matematisering. Både tolkning og matematisering innebærer å sette sammen problemer fra den virkelige verden med matematiske ideer. Det som skiller tolkning fra matematisering er at tolkning relaterer seg til konklusjoner istedenfor forhold, antakelser, egenskaper og parametere. Å undersøke handler om å sammenligne konklusjoner fra den virkelige verden med situasjonen. Samtidig må konklusjonene fra virkeligheten stemme overens med den realistiske situasjonen i lys av målet med modelleringen. Å undersøke innebærer å erkjenne tilstedeværelsen eller fraværet av visse egenskaper ved situasjonen i den matematiske entiteten (Zbiek & Conner, 2006, s. 103-104).

Delprosesser som er gjennomgående i hele modelleringsprosessen knytter seg til *tilpasning/justering* (aligning) og *kommunikasjon* (communicating). Tilpasning/justering og kommunikasjon overskrider alle posisjonene i diagrammet. Refleksjon over egnetheten av alle delene ved modelleringsarbeidet, inkonsekvente resultater fra forskjellige delproblemer eller fra forskjellige personer som modellerer, eller å verifisere om et modelleringsarbeid passer til formålet er tilpasning. Tilpasning kan skje på hvilket som helst tidspunkt i modelleringsprosessen og er en del av det som gjør modelleringsruten ikke-lineær. Kommunikasjon er å trekke frem ideer, informasjon, detaljer om den matematiske entiteten, løsningen eller prosessen. Kommunikasjon kan være tiltenkt andre eller for egen fordel. Det kan være uttrykk for ideer verbalt, gjennom bevegelser, skriving eller bilder med hensikt om å dele kjente tanker i stedet for å introdusere ny kunnskap (Zbiek & Conner, 2006, s. 104-105).

2.3.5 Tilnærming til matematisk modellering

Top-down og bottom-up tilnærming er to motstående tilnærminger til matematisk modellering beskrevet av Niss og Blum (2020). Videre velger vi å bruke ordene ovenfra og ned- og nedenfra og opp tilnærming for disse begrepene.

Ovenfra og ned tilnærmingen omhandler modelleringskompetansen som en overordnet enhet. I denne tilnærmingen eksisterer modelleringskompetansen som en definert enhet som er konkret og gjenkjennelig. Modelleringskompetansen er hovedkomponenten og delkompetanser er avledende sekundære objekter. Nedenfra og opp tilnærming handler om at flere separate, men konkrete delkompetanser sees på som hendelser, aspekter eller komponenter av en mer overordnet og omfattende modelleringskompetanse. Disse delkompetansene er nært knyttet opp mot modelleringssyklusen (Niss & Blum, 2020, s. 80). Både ovenfra og ned- og nedenfra og opp tilnærmingen følger den dynamiske naturen til modelleringsprosessen, som innebærer mulighet for forandring og bevegelse mellom steg i prosessen.

Cevikbas et al. (2021) knytter ovenfra og ned- og nedenfra og opp tilnærmingen sammen med en henholdsvis holistisk- og atomistisk tilnærming til matematisk kompetanse. Dette er basert på Blomhøj og Jensen (2003) sine refleksjoner rundt holistisk og atomistisk tilnærming til elevers modelleringskompetanse. Ovenfra og ned tilnærmingen kan sees på som en holistisk tilnærming hvor de ulike matematiske kompetansene påvirker hverandre og bidrar til en helhetlig tilnærming på alle fasene i en modelleringsprosess. En utfordring med den holistiske tilnærmingen er at det er en tidkrevende prosess. På grunn av elevenes begrensede erfaring med fenomener fra det virkelige liv kan det gå utover deres engasjement i modelleringsaktiviteter i matematikk (Blomhøj & Jensen, 2003, s. 128-129). Nedenfra og opp tilnærmingen er på sin side en atomistisk tilnærming til de ulike modelleringskompetansene. En atomistisk tilnærming fokuserer på enkelte deler av hele modelleringsprosessen, slik som for eksempel stegene matematisering og tolkning. Hensikten blir dermed å utvikle kompetanse på enkeltdeler istedenfor utviklingen av en helhetlig kompetanse (Blomhøj & Jensen 2003, s. 128-129). Nedenfra og opp tilnærmingen kan likevel involvere hele modelleringssyklusen, men fokuset på de individuelle delkompetansene gjør tilnærmingen atomistisk av natur (Niss & Blum, 2020, s. 81). Det er inngangen til og gangen i oppgaven som avgjør hvilken tilnærming som er hensiktsmessig. Samtidig er det nødvendig med en balanse mellom en atomistisk- og holistisk tilnærming til matematisk kompetanse, da ingen av dem alene anses som dekkende for å vise en helhetlig modelleringskompetanse (Blomhøj og Jensen, 2003, s. 137). Det er gjort forskning på hvilken av tilnærmingene holistisk eller atomistisk som egner seg best i vurderingssituasjoner. Dersom målet er å vurdere om en elev evner å fullføre en modelleringsprosess, er det hensiktsmessig med holistiske oppgaver. Dersom målet er å vurdere flere delkompetanser i matematisk modellering er det hensiktsmessig å bruke atomistiske oppgaver i vurderingssituasjoner (Hankeln et al., 2019, s. 146).

2.4 Oppgavetyper i matematikk

I matematikk brukes det forskjellige oppgavetyper til ulike situasjoner alt etter hva hensikten med oppgaven er. I dette delkapittelet redegjør vi for forskjellene på åpne og lukkede oppgaver. Vi sammenligner modelleringsoppgaver med problemløsningsoppgaver og tekstoppgaver, da det er flere likheter mellom dem som kan gjøre det utfordrende å skille dem fra hverandre.

2.4.1 Åpne og lukkede oppgaver

En åpen oppgave er en dynamisk oppgave hvor det ikke er gitt hva den matematiske tilnærmingsmåten eller løsningen er. I litteraturen blir constructed-response brukt som begrep på denne oppgavetypen (Kim & Cho, 2015, s. 300). Det vil si at det må konstrueres en respons av eleven eller elevgruppen basert på det aktuelle problemet. En åpen oppgave gir større handlingsrom for tilnærming og kreativitet, og tilpasser seg nivået til den som arbeider med oppgaven. Åpne oppgaver krever mer av eleven siden eleven må ta valg ut fra de alternativene som finnes i oppgaven og hvordan disse skal løses matematisk, samt å kunne resonnere og argumentere for løsningen (Hana, 2013, s. 238-240). I matematikkundervisningen blir åpne oppgaver ofte brukt til å evaluere elevers forståelse, problemløsningsprosess og kommunikasjonskompetanse (Kim & Cho, 2015, s. 300). Motsetningen til åpne oppgaver er lukkede oppgaver. En lukket oppgave er statisk i den forstand at det er lagt føringer på innhold og ønsket løsningsmåte, samt at de har en entydig løsning. I litteraturen blir denne oppgavetypen ofte referert til som selected-response (Schauber et al., 2021, s. 1340). En typisk lukket oppgavetype vil være flersvars- eller flervalgspørsmål.

2.4.2 Modelleringsoppgaver versus problemløsningsoppgaver og tekstoppgaver

Modelleringsoppgaver har flere likhetstrekk med problemløsningsoppgaver og tekstoppgaver. De tre oppgavetypene kan være vanskelig å skille fra hverandre fordi de har flere likhetstrekk. Det norske ordet tekstoppgaver er oversatt fra det engelske begrepet word problems. I denne oppgaven velger vi å bruke ordet tekstoppgaver fordi det er dette ordet vi ser er gjentagende i annen norsk litteratur og dokumenter innen matematikkdidaktikk. Tekstoppgaver defineres av Verschaffel et al. (2000) slik: "Word problems can be defined as verbal descriptions of problem situations wherein one or more questions are raised the answer to which can be obtained by the application of mathematical operations to numerical data available in the problem statement" (Verschaffel et al., 2000, s. ix). Av denne definisjonen kan vi forstå tekstoppgaver som problemer eller situasjoner som blir beskrevet skriftlig eller verbalt, der løsningen kan oppnås ved å anvende matematikk. Typiske kjennetegn på en tekstoppgave er at problemet som skal løses, kort blir beskrevet i en tekst som inneholder en gitt kontekst med eksplisitte mengder, der noen av mengdene mangler. Det er forventet at problemløseren løser oppgaven ved å svare numerisk på oppgavens spesifikke spørsmål ved å bruke de oppgitte mengdene og sammenhengen mellom disse i lys av konteksten i teksten (Verschaffel et al., 2000, s. ix). Fra et modelleringsperspektiv, der matematikk brukes til å gjengi deler av virkeligheten, kan tekstoppgaver sees på som enkle øvelser innen modellering (Verschaffel et al., 2000, s. 134).

Det kan være vanskelig å skille problemløsningsoppgaver fra modelleringsoppgaver, da det ikke finnes en entydig definisjon av hva en problemløsningsoppgave er (Zawojewski, 2010, s. 237). Det er identifisert to synspunkter på problemløsningsoppgaver. Det første synspunktet er at problemløsningsoppgaver defineres av problemløseren, fordi en oppgave kan være en problemløsningsoppgave for noen elever, mens den ikke oppleves slik for andre. Samtidig som det antas at problemløseren har et "ønske" om å engasjere seg i og løse et problem, men ikke ser en umiddelbar løsning på problemet. Det andre synspunktet er at problemløsning handler om å søke etter hensiktsmessige metoder for å løse oppgaven med informasjonen som er gitt. Målet med problemløsningsoppgaver er å komme fram til et korrekt svar. En oppgave eller en læringsaktivitet blir en problemløsningsoppgave dersom problemløseren må utvikle en mer hensiktsmessig matematisk måte å tenke på for å kunne løse situasjonen. For å oppnå dette må problemløseren gjennom en prosess for å kunne tolke situasjonen, som i matematikk betyr modellering. Situasjonen løses matematisk ved at noen deler i oppgaven vil bli forenklet, andre deler blir slettet, noe blir videreført og noe blir endret. Dette gjør at fokuset i problemløsningsoppgaver er på oppgavens innhold og ikke på problemløseren (Zawojewski, 2010, s. 237- 238).

Modelleringsoppgaver tar utgangspunkt i en situasjon og/eller en kontekst i den virkelige verden, der det vil være hensiktsmessig å bruke matematikk for å håndtere situasjonen(e) som oppstår. Det vil si at situasjonen fra den virkelige verden blir beskrevet gjennom å lage en matematisk modell (Niss & Blum, 2020, s. 6). Et kjennetegn på modelleringsoppgaver er at de kun fanger bruddstykker av den opprinnelige situasjonen i den virkelige verden. Den som modellerer må gjøre valg og ta beslutninger knyttet til situasjonen og konteksten, som også må tas hensyn til videre i arbeidet (Niss & Blum, 2020, s. 7). Svaret i en modelleringsoppgave er sjeldent entydig, slik som de ofte er i tekstoppgaver eller problemløsningsoppgaver (Zawojewski, 2010, s. 239). Dette er fordi svaret på modelleringsoppgaver avhenger av valgene, begrensningene og kriteriene som er satt av den som modellerer. De mest åpenbare forskjellene mellom problemløsningsoppgaver og modelleringsoppgaver er at problemløsningsoppgavens mål og gitt informasjon er statisk og uforanderlig. I motsetning er modelleringsoppgavens mål og gitt informasjon dynamisk. Dette er fordi målet og informasjonen i oppgaven kan endres, omformuleres og modifiseres avhengig av nivået og formålet med modellen. I tillegg avhenger det av antakelsene, betingelsene og begrensningene som problemløseren gjør i prosessen (Zawojewski, 2010, s. 240).

2.5 Matematisk modellering i norske eksamensoppgaver

Berget (2022) har gjennomført en studie knyttet til matematisk modellering i oppgaver fra lærebøker og sentralt gitt eksamen i norsk videregående skole. I dette delkapittelet presenterer vi konteksten til og resultatene knyttet til eksamensoppgavene fra studien. Dette er sterkt knyttet til vår problemstilling. I metodekapittelet redegjør vi for hvordan studien til Berget (2022) er aktuell i vår forskning.

Berget (2022) tar for seg følgende forskningsspørsmål: Hvilke steg i modelleringssyklusen er nødvendig for å løse modelleringsoppgaver fra lærebøker og sentral gitt eksamen? Oppgavene som ble analysert er hentet fra tre forskjellige lærebøker gyldig i perioden 2006-2021 og eksamen i matematikk for elever i VG2 i praktisk matematikk (P2) fra 2014 til 2018. Dette omhandlet 514 oppgaver fra lærebøker og 152 eksamensoppgaver (Berget, 2022, s. 58). For å gjøre analysen ble det brukt en modifisert versjon av modelleringssyklusen til Blum & Leiß (2007). Syklusen er modifisert ved å plassere matematikk som en del av livet for å synliggjøre at matematikk er en menneskelig aktivitet (Berget, 2022, s. 53).

Resultatene som er knyttet til eksamensoppgavene viser at de stegene i modelleringssyklusen som er nødvendig for å løse oppgavene, ofte er steg 4 arbeide matematisk og steg 5 å tolke. I 93% av oppgavene er det nødvendig å arbeide matematisk, mens det er nødvendig å tolke i 55% av oppgavene. Det er ikke behov for å konstruere eller strukturere/simplifisere i noen av oppgavene. Matematisering, validering og eksponering er hver for seg nødvendig i 1% av oppgavene. Videre er det i resultatene presentert hvilke steg i modelleringssyklusen som forekommer i samme oppgave. Det er ikke nødvendig å gjennomføre alle de syv stegene i noen av oppgavene. Ingen av oppgavene inkluderer steg 3,4,5, mens 6, 3% av oppgavene inkluderer steg 4,5 og 6, 39% av oppgavene inkluderer steg 4 og 5, 53% av oppgavene inkluderer kun steg 4 og 5% av oppgavene inneholdt en, to eller tre av stegene 3-6 (Berget, 2022, s. 62-63). Studien viser at det er avstand mellom den tiltenkte læreplanen og oppgavene fra lærebøker og eksamen.

2.6 Oppsummering av teorikapittel

I dette kapittelet har vi kort redegjort for den historiske utviklingen til modelleringskompetanse. Videre har vi redegjort for fem perspektiver på matematisk modellering i matematikkutdanningen og perspektiver i den norske læreplanen. Vi har tatt for oss matematiske kompetanser knyttet til det danske KOM-prosjektet. Vi har presentert to modelleringssykluser som vi i kapittel 4 Metode skal forklare hvordan vi har brukt i vår analyse. Vi har videre presentert to ulike tilnærminger til matematisk modellering. Vi har redegjort for og sammenlignet modelleringsoppgaver med problemløsningsoppgaver og tekstoppgaver. Avslutningsvis presenterte vi en studie knyttet til matematisk modellering i norske eksamensoppgaver. I neste kapittel skal vi presentere utviklingen av kjerneelementene i LK20, samt redegjøre kompetansebegrepet i læreplanen for matematikk. Videre skal vi presentere rammeverk for eksamen, opplæringslova og kvalitetskriterier for utvikling av eksamen. Til slutt skal vi avklare hva skriftlig eksamen i matematikk skal måle.

3 Læreplan

I dette kapittelet presenterer vi kort utviklingen av LK20 med kjerneelementer. Deretter redegjør vi for kompetansebegrepet fra læreplanen og kompetansemålene som er knyttet til læreplanen i matematikk. Videre presenterer vi relevante paragrafer fra opplæringslova og rammeverket for eksamen. Deretter avklarer vi hva en skriftlig eksamen i matematikk skal måle, samt hvilke oppgavetyper som gis på eksamen. Til slutt oppsummerer vi kapittelet. Kapittelet er delt inn i følgende syv delkapitler: Utviklingen av LK20 med kjerneelementer, kompetansebegrepet og kompetansemål i læreplanen for matematikk, rammeverk for eksamen, opplæringslova, kvalitetskriterier for utvikling av eksamen, hva skal en skriftlig eksamen i matematikk måle?, oppgavekategorier på eksamen i matematikk og oppsummering av kapittel.

3.1 Utviklingen av LK20 med kjerneelementer

Utviklingen av kjerneelementene startet høsten 2017 og varte til våren 2018. Dette arbeidet var et forarbeid til utviklingen av de nye læreplanene. I denne prosessen ble det definert at kjerneelementene skulle være det viktigste elevene skulle lære i hvert fag. Utviklingen av kjerneelementer ble gjort av lærere, pedagoger og fagfolk som jobbet sammen med Utdanningsdirektoratet. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020 (LK20) ble tatt i bruk høsten 2020 (Utdanningsdirektoratet, 2021a). Innføringen av LK20 førte med seg en ny overordnet del av læreplanverket, ny struktur for læreplaner i fag, en fornying av kompetansebegrepet, tilrettelegging for dybdelæring, presisering av grunnleggende ferdigheter og en fagspesifikk omtale av vurdering i fag (Utdanningsdirektoratet, 2019a). "Kjerneelementene er det viktigste faglige innholdet elevene skal arbeide med i opplæringen (Utdanningsdirektoratet, 2019b). De er det elevene må lære for å kunne mestre og anvende faget og består av sentrale begreper, metoder, tenkemåter, kunnskapsområder og uttrykksformer som er beskrevet for hvert fag. Kjerneelementene skal bidra til at elevene utvikler en forståelse av innholdet og sammenhenger i faget over tid (Utdanningsdirektoratet, 2019b). I matematikkfaget er det innført seks kjerneelementer: utforskning og problemløsning, modellering og anvendelser, resonnering og argumentasjon, representasjon og kommunikasjon, abstraksjon og generalisering og matematiske kunnskapsområder (Kunnskapsdepartementet, 2019). I denne studien har vi fokus på kjerneelementet modellering og anvendelser.

Kjerneelementet modellering og anvendelser i læreplanen for matematikk lyder som følger:

> En modell i matematikk er en beskrivelse av virkeligheten i matematisk språk. Elevene skal ha innsikt i hvordan modeller i matematikk brukes for å beskrive dagliglivet, arbeidslivet og samfunnet ellers. Modellering i matematikk handler om å lage slike modeller. Det handler også om å kritisk vurdere om modellene er gyldige, og hvilke begrensninger de har, vurdere modellene i lys av de opprinnelige situasjonene og vurdere om de kan brukes i andre situasjoner. Anvendelser i matematikk handler om at elevene skal få innsikt i hvordan de skal bruke matematikk i ulike situasjoner, både i og utenfor faget. (Kunnskapsdepartementet, 2019)

Selv om kjerneelementet beskriver hva en matematisk modell er og hvordan elevene skal arbeide henholdsvis med å ha innsikt i, beskrive, lage, vurdere og kritisk vurdere, er det i læreplanen ikke fremstilt som en syklisk prosess.

3. 2 Kompetansebegrepet og kompetansemål i læreplanen for matematikk

I læreplanen beskriver kompetansemålene hva elevene skal kunne etter ulike årstrinn. Læreplanene i matematikk og alle andre fag bygger på en ny definisjon av kompetanse fra LK20: “Kompetanse er å kunne tilegne seg og anvende kunnskaper og ferdigheter til å mestre utfordringer og løse oppgaver i kjente og ukjente sammenhenger og situasjoner. Kompetanse innebærer forståelse og evne til refleksjon og kritisk tenkning” (Kunnskapsdepartementet, 2017, s. 11). I kompetansemålene i matematikk for 10. trinn er det to kompetansemål som spesifikt knytter seg til kjerneelementet modellering og anvendelser. Elevene skal kunne “bruke funksjoner i modellering og argumentere for framgangsmåter og resultater” og “modellere situasjoner knyttet til reelle datasett, presentere resultatene og argumentere for at modellene er gyldige” (Kunnskapsdepartementet, 2019).

3. 3 Rammeverk for eksamen

Utdanningsdirektoratet har utgitt et rammeverk for eksamen som er i tråd med de nye læreplanene for fagene, som trådte i kraft høsten 2020 (Utdanningsdirektoratet, 2021b).

Rammeverket skal brukes av oppgaveutviklere som lager eksamener for å styrke den metodiske kvaliteten og utviklingen av oppgaver av god kvalitet på sentralt gitt eksamen og sensur. Det skal brukes for eksamen i grunnskolen og videregående skole. For hver eksamen utvikles et konstrukt med utgangspunkt i den aktuelle læreplanen som inneholder en beskrivelse av kompetansen og det faglige innholdet som skal prøves på eksamen. Konstruktet er smalere enn den kompetansen som opplæringen legger opp til (Utdanningsdirektoratet, 2021b).

3. 4 Opplæringslova

For å kunne forklare hva som ligger til grunn for eksamen som vurderingsform vil det være hensiktsmessig å kikke nærmere på paragrafer fra forskriften til opplæringslova som beskriver vurderingene i faget, sluttvurdering og hva eksamen skal være et uttrykk for.

I opplæringslova står det at "Formålet med vurdering i fag er å fremje læring og bidra til lærelyst undervegs, og å gi informasjon om kompetanse undervegs og ved avslutninga av opplæringa i faget" (Opplæringslova, 1998, § 3-3). Av dette kan vi forstå at eksamen er en vurderingsform som har som formål å gi informasjon om kompetanse ved avslutningen av opplæringen i faget. Det står også i samme paragraf at "Grunnlaget for vurdering i fag er kompetansemåla i læreplanen i faget. Kompetansemåla skal forståast i lys av teksten om faget i læreplanen. Elevar, lærlingar, lærekandidatar og praksisbrevkandidatar skal vere kjende med læreplanen i faget" (Opplæringslova, 1998, § 3-3). Kompetansemålene i fag er dermed grunnlaget for hva elevene skal vurderes i, men de skal også forstås i lys av teksten om faget, som inkluderer kjerneelementene. Sluttvurderinger i grunnskolen er standpunktkarakterer og eksamenskarakterer. I opplæringslova står det at "Sluttvurderinga skal gi informasjon om kompetansen til eleven, lærlingen, lærekandidaten eller praksisbrevkandidaten ved avslutninga av opplæringa i fag. Alle elevar, også elevar med individuell opplæringsplan, skal vurderast etter kompetansemåla i læreplanen, jf § 3-3." (Opplæringslova, 1998, § 3-14). Eksamenskarakterer er dermed en del av sluttvurderinga og skal "(...) vere uttrykk for den kompetansen kvar enkelt elev eller privatist viser på eksamen. Eksamen skal vere i samsvar med kompetansemåla i læreplanen, jf. § 3-3. Eksamen skal gi eleven eller privatisten høve til å vise sin kompetanse i så stor del av faget som mogleg ut frå eksamensforma" (Opplæringslova, 1998, § 3-22).

3. 5 Kvalitetskriterier for utvikling av eksamen

Utviklingen av eksamen skal være i tråd med fire kvalitetskriterier slik det er beskrevet i rammeverket for eksamen (Utdanningsdirektoratet, 2021b). Disse er reliabilitet, validitet, rettferdighet og håndterbarhet. Dette er ikke absolutte kriterier, men heller kriterier som skal sees i forhold til hverandre. I rammeverket for eksamen utgitt av Utdanningsdirektoratet beskrives hva som ligger i de fire kvalitetskriteriene.

Reliabilitet dreier seg i dette tilfellet om hvorvidt vi kan stole på om eksamensresultatet gir et riktig bilde av kompetansen kandidater viser på eksamen. Det handler om å være sikker på at andre faktorer slik som for eksempel sensors individuelle vurdering ikke har gitt et uriktig bilde av virkeligheten. Reliabiliteten bør være så høy som mulig fordi eksamen har flere konsekvenser for kandidatene som tar den (Utdanningsdirektoratet, 2021b). Reliabiliteten øker "(...) ved å øke antallet oppgaver, utvikle tydelige vurderingskriterier og la sensorer vurdere oppgavene uavhengig av hverandre. Når reliabiliteten er lav, kan vi ikke si sikkert hva det er vi måler til eksamen." (Utdanningsdirektoratet, 2021b). Validitet dreier seg i denne sammenhengen om resultatet på eksamen gjenspeiler den faglige kompetansen til kandidatene på en troverdig måte eller ikke. Oppgavene må derfor være utarbeidet i tråd med konstruktet som beskriver hvilken kompetanse eksamen er ment til å måle. Oppgavene skal også være utformet på en slik måte at de er innenfor fagets innhold slik det kommer av læreplanen. For å vurdere validitet i eksamen er det en forutsetning at reliabiliteten er høy (Utdanningsdirektoratet, 2021b). Kvalitetskriteriet rettferdighet knytter seg til at eksamen i sin helhet med oppgaver, vedlegg og lignende ikke skal støte eller favorisere enkelte grupper og kandidater. Tematikk, formulering og vurderingskriterier i eksamen må derfor være utarbeidet slik at eksamen møter dette kvalitetskriteriet. Det siste kvalitetskriteriet knytter seg til håndterbarhet. Det skal være håndterbart for kandidater å gjennomføre eksamen i forhold til tidsrammer, ressurser og hjelpemidler. Valg av oppgaver må derfor være tilpasset slik at det er mulig for kandidatene å gjennomføre eksamen i tråd med dette kriteriet (Utdanningsdirektoratet, 2021b).

3. 6 Hva skal skriftlig eksamen i matematikk måle?

Skriftlig eksamen i matematikk for 10. trinn er en del av den samlede sluttvurderinga i faget for de elevene som blir trukket ut til å ta den. Som nevnt i delkapittel 3.4, kommer det av opplæringslova § 3-22 at sentralgitt skriftlig eksamen skal gi elevene mulighet til å vise kompetanse i så stor del av faget som mulig i forhold til eksamensformen. Det er fra denne formuleringen at vår problemstilling kommer fra.

Sentralgitt skriftlig eksamen skal ta utgangspunkt i kompetansemålene etter 10. trinn, men det er også slik at noen oppgaver kan ta utgangspunkt i kompetansemål etter 9. trinn. Dette knytter seg til at elevene skal få vist så mye kompetanse som mulig i faget. Forskjellen mellom sentralgitt skriftlig eksamen og standpunktkarakter er at standpunktkarakteren skal gi uttrykk for den samlede kompetansen eleven har i faget ved avslutningen av opplæringen, mens sentralgitt skriftlig eksamen skal gi uttrykk for den samlede kompetansen eleven har vist på eksamen. Med utgangspunkt i rammeverket for eksamen, opplæringslova og kvalitetskriteriene for eksamen betyr dette at eksamen kun har mulighet til å måle deler av kompetansen en standpunktkarakter måler. Dette vil si at de to vurderingsformene ikke måler og ikke er ment til å måle den samme kompetansen (Utdanningsdirektoratet, 2022).

3.6.1 Oppgavekategorier på eksamen i matematikk

Skriftlig eksamen i matematikk for 10. trinn har en tidsbegrensning på fem timer og er delt inn i to deler. Del 1 av eksamen skal leveres inn etter en time og del 2 av eksamen skal leveres inn etter fem timer. På del 1 er ingen hjelpemidler tillatt, bortsett fra vanlige skrivesaker og linjal. Etter at del 1 er levert inn kan eleven starte på del 2 der alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av åpent internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon (Utdanningsdirektoratet, 2024). Skriftlig eksamen i matematikk består av tre ulike typer oppgaver som elevene skal løse. I oppgavekategori 1 står det at "Elevene får enten flervalgsoppgaver eller oppgaver hvor de skal skrive løsningsforslaget i en egen løsningsrute" (Utdanningsdirektoratet, 2024). Oppgavekategori 2 krever at "Elevene skal anvende matematikk ved å kommunisere resonnement, strategier, beregninger, argumentasjoner og vurderinger. I disse oppgavene kan elevene vise kompetanse i hjelpemiddelbruk." (Utdanningsdirektoratet, 2024). I oppgavekategori 3 kommer det fram at "Elevene skal vise kompetanse i nye situasjoner knyttet til problemløsning, utforsking og modellering. De skal vise at de forstår og kan gjøre seg forstått i matematikk (...)" (Utdanningsdirektoratet, 2024). I denne oppgavekategorien står det også at "(...) Elevene kan ta i bruk skriveverktøy og andre digitale hjelpemidler som de er kjent med fra opplæringen. I delen med hjelpemidler skal elevene levere en fil med besvarelsen sin." (Utdanningsdirektoratet, 2024).

Oppgavekategoriene på eksamen i matematikk skal på ulike måter gi variasjon i tema og kompleksitet, samt sikre at elevene får vist sin kompetanse i så stor del av faget som mulig utfra eksamensformen (Utdanningsdirektoratet, 2024). Det kommer også av rammeverket for eksamen at oppgavene må være tydelige slik at kandidaten ikke misforstår dem. Oppgavene skal ikke inneholde unødvendig vanskelig språk, de skal ikke gi fordeler til enkelte grupper basert på tema i de eksamenene som ikke krever det, bruk av sensitive temaer skal ikke støte kandidater unødvendig og oppgavene skal ha en universell utforming (Utdanningsdirektoratet, 2021b).

3.7 Oppsummering av læreplankapittel

I dette kapittelet har vi kort presentert utviklingen av LK20 med kjerneelementene. Vi har redegjort for kompetansebegrepet i den overordnede delen av læreplanen og hvordan kompetanse knyttet til modellering er beskrevet i kompetansemålene for matematikk. Vi har presentert relevante paragrafer fra opplæringslova, samt tatt for oss deler av rammeverket for eksamen. Vi har avklart hva skriftlig eksamen i matematikk skal måle og hvilke oppgavetyper elever kan få på eksamen. I neste kapittel skal vi redegjøre for de metodologiske valgene vi har gjort i vår forskning. Vi skal presentere forskningsdesign og redegjøre for analysen vi har gjort og rammeverket vi har brukt. Vi skal også redegjøre for kvalitetskriterier og etiske betraktninger knyttet til egen forskning.

4 Metode

I dette kapittelet redegjør vi for den vitenskapsteoretiske tilnærmingen til forskningen med tanke på paradigme, epistemologi og tilhørende ontologi. Vi presenterer forskningsdesignet, det empiriske materialet og de metodologiske valgene vi har gjort, samt redegjør for analysemetoden, rammeverket for analysen og kategorisering av empirisk materiale. Vi redegjør også for kvalitetskriterier og etiske betraktninger i forskningen. Kapittelet er delt inn i følgende syv underkapitler: Vitenskapsteoretisk tilnærming, forskningsdesign, litteratursøk og empirisk materiale, analyse, kvalitetskriterier, etiske betraktninger og oppsummering av metodekapittel.

4.1 Vitenskapsteoretisk tilnærming

All forskning kan plasseres i en vitenskapsteoretisk tilnærming ved hjelp av metodologiske og teoretiske perspektiver som setter forskningen i et paradigme (Blaikie, 2007, s. 109). Vi ønsker å avklare forskningens mål gjennom metoder og grunnleggende prinsipper ved å plassere oss i et forskningsparadigme som gir innsikt i vår virkelighetsforståelse og vår rettferdiggjøring av kunnskap. Hensikten med å plassere vår forskning innenfor en vitenskapsteoretisk tilnærming med et paradigme og tilhørende ontologi og epistemologi er å tydeliggjøre vår tilnærming til problemstillingen og vår strategi for å kunne svare på forskningsspørsmålene.

Det interpretivistiske paradigmet trekker linjer til hermeneutikk og fenomenologi og har tidligere hatt flere ulike terminologier (Blaikie, 2007, s. 124). Ifølge interpretivismen krever studien av sosiale fenomener en forståelse av den sosiale verden som er konstruert av menneskene som lever i den. Mennesker inngår i en konstant tolkning og omtolkning av sin verden fordi verden er sosialt oppkonstruert. Alle mennesker i den sosiale verden har sin egen forståelse og metode for å gi mening til det som oppstår. Dette gjør at sosiale verdener allerede er tolket før forskeren trer inn med sitt arbeid (Blaikie, 2007, s. 124). Ontologi i sosiale studier knytter seg til naturen av det som eksisterer i en sosial virkelighet og består av to motstående teorier: idealisme og realisme. Realismen antar at både naturlige fenomener og sosiale fenomener eksisterer individuelt fra menneskelige observasjoner og aktiviteter. Idealismen antar at det vi betrakter som en ekstern verden kun eksisterer i våre tanker (Blaikie, 2007, s. 13). Vi plasserer denne studien i en idealistisk ontologi som er nært knyttet til interpretivismen, der virkeligheten er laget og konstruert av mennesker (Blaikie, 2007, s. 16). Epistemologi handler om hvordan kunnskap oppnås. Den valgte epistemologien gir grunnlag for å kunne etablere hvilken type kunnskap som er mulig å vite og kriterier for å kunne vurdere om kunnskapen er tilstrekkelig og gyldig (Blaikie, 2007, s. 18). For denne studien er epistemologien konstruksjonistisk som er assosiert med idealistisk ontologi. Konstruksjonisme hevder at kunnskap verken oppdages i en ekstern virkelighet eller produseres av grunner uavhengig av en slik virkelighet. Kunnskap er resultatet av at mennesket må forstå sine møter med den fysiske verden og andre mennesker (Blaikie, 2007, s. 22).

Selv om det kan se ut som at det er et tydelig skille mellom ontologi og epistemologi, er de i realiteten svært sammenvevd. Det vil da være naturlig for oss å presisere at vår forståelse av kunnskap uunngåelig er formet av våre oppfatninger av virkeligheten og at våre oppfatninger av virkeligheten uunngåelig er formet av vår forståelse av kunnskap. Dette tydeliggjør at ontologi og epistemologi i denne studien er så sammenvevd at den ene ikke eksisterer uten den andre. For å oppsummere delkapittelet er denne studien plassert innenfor et interpretivistisk paradigme med en idealistisk ontologi og en konstruksjonistisk epistemologi.

4.2 Forskningsdesign

Forskningen i denne studien knytter seg til en kvalitativ forskningsmetode. En slik metode har teknikker og tilnærminger med formål om å generere og analysere data for å beskrive eller forklare karakteristikker, mønstre og prosesser i den sosiale verden (Blaikie, 2007, s. 5). I denne oppgaven har vi som formål å beskrive tendenser og karakteristikker som kommer frem av forskningsspørsmålene slik at vi kan svare på problemstillingen. Dette gjør at en kvalitativ forskningsmetode egner seg godt til formålet med denne studien. Problemstillingen vi har utarbeidet er: *Hvilke muligheter har elever til å vise kompetanse i kjerneelementet modellering og anvendelser på skriftlig eksamen i matematikk etter innføringen av LK20?* Problemstillingen knytter seg til interpretivismen og våre antakelser om at det ikke finnes en objektiv mening eller teori om hva en mulighet er. Mulighetsbegrepet må derfor operasjonaliseres gjennom en analyse med utgangspunkt i forskningsspørsmålene der vår tolkning av det empiriske materialet er nødvendig.

4.2.1 Deduktiv tilnærming til en kvalitativ innholdsanalyse

Vi har valgt å gjøre en innholdsanalyse for å kunne svare på problemstillingen vår. En innholdsanalyse er en metode for å analysere skriftlig, verbal og visuell kommunikasjon, men også en metode for å analysere dokumenter. Innholdsanalysen er en metode som systematisk og objektivt beskriver og kvantifiserer fenomener. Målet med innholdsanalysen er å gi kunnskap, ny innsikt, en representasjon av fakta og praktisk veiledning. Innholdsanalysen forsøker dermed å gi etterprøvbare og gyldige slutninger fra dataene til konteksten av dataene (Elo & Kyngäs, 2008, s. 107- 108). I vår forskning handler dette om at vi gjennom metoden forsøker å produsere resultater som kan testes av andre ved å bruke lignende eller samme datasett. Vi ønsker å gi gyldige slutninger som er korrekte og nøyaktige slik at konklusjonene kan reflektere den faktiske konteksten som eksamensoppgavene er en del av. Vi ønsker også å forstå dataene i sammenhengen som den er en del av. Dette inkluderer en grundig vurdering av bakgrunnsinformasjon og faktorer som har påvirkning på våre datasett som skal drøftes senere i diskusjonen.

Det finnes to tilnærminger til kvalitativ innholdsanalyse: induktiv og deduktiv tilnærming. Dersom det ikke er tilstrekkelig med tidligere kunnskap om det som skal undersøkes eller at kunnskapen på området er mangelfull, vil den induktive tilnærmingen være passende å bruke. En deduktiv tilnærming blir ofte brukt dersom forskeren ønsker å teste eksisterende data i en ny kontekst. Dette kan inkludere testing av kategorier, konsepter, modeller eller hypoteser (Elo & Kyngäs, 2008, s. 108- 109). I vår oppgave ser vi det som hensiktsmessig å ha en deduktiv tilnærming fordi vi anser tidligere forskning og kunnskap om matematisk modellering som tilstrekkelig. I tillegg ønsker vi å teste eksisterende modeller i en ny kontekst for å gi innsikt og kunnskap. Dette gjør at en deduktiv tilnærming egner seg godt til formålet med vår forskning.

4.2.2 Utarbeidelse av forskningsspørsmål

Vi utarbeidet to forskningsspørsmål vi skal bruke til å svare på problemstillingen og som inngår i analysen: *Hvilke steg i modelleringssyklusen er nødvendig for elevene å gjøre på eksamensoppgaver for å kunne løse dem?* og *Hvor mange oppgaver krever at det er nødvendig å gjøre flere steg i modelleringssyklusen?* Det første forskningsspørsmålet knytter seg til Berget (2022) sin analyse av matematisk modellering i eksamensoppgaver og lærebøker. Vi har tatt utgangspunkt i formuleringen: hvilke steg i modelleringssyklusen er nødvendig, fra Berget (2022), men vi ser på dette i forhold til kjerneelementet modellering og anvendelser i eksamensoppgaver etter innføringen av LK20. De to forskningsspørsmålene krever et klart teoretisk rammeverk for hvordan det empiriske materialet skal tolkes som understreker grunnlaget for den deduktive tilnærmingen til analysen. Tilnærmingen er med på å redusere det empiriske materialet ved å på forhånd etablere et rammeverk for hva analysen skal inneholde. Videre gir det oss mulighet til å være systematiske ved at kategoriseringen av datamaterialet gjør det tydelig for andre hvordan analysen ble gjort og hvordan resultatene ble oppnådd (Clark et al., 2021, s. 516). For å oppsummere delkapittelet er vårt forskningsdesign knyttet til en kvalitativ innholdsanalyse med en deduktiv tilnærming.

4.3 Litteratursøk og empirisk materiale

I dette delkapittelet redegjør vi for hvordan prosessen med å søke etter og finne teoretisk litteratur om matematisk modellering foregikk. Videre presenterer vi avgrensningene vi har gjort med hensyn til vårt empiriske materiale.

4.3.1 Litteratursøk

Vi startet prosessen med å finne egnet litteratur om fagfeltet etter at vi hadde formulert en problemstilling. Formålet med å gjøre et litteratursøk var å finne en god review artikkel, publisert i nyere tid som oppsummerte fagfeltet. Vi hadde også behov for å få en oversikt over forskningsfeltet og hva som allerede er kjent. Vi valgte å bruke Toerner og Arzarello (2012) sin liste med graderte journaler som utgangspunkt for å sikre kvaliteten på litteraturen. Listen over graderte journaler er delt inn i en A-C gradering, i tillegg til en A* gradering. Journaler som er merket med A* anses for å være av høy kvalitet innen forskning av matematikkdidaktikk og er anerkjent av forskere verden over. A- journalene er i likhet med A* anerkjent for sin kvalitet. Journaler merket med B anses som respekterte av forskere innenfor feltet. Journaler merket med C er ikke like kjent i feltet av forskere, men de er fagellevurderte tidsskrift med en viss grad av anerkjennelse (Toerner & Arzarello, 2012, s. 53). I tillegg til å søke i journaler, valgte vi å søke gjennom publikasjoner fra konferansene *CERME*, *PME* og *NORMA*. Vi gjorde et avansert søk i de ulike journalene og konferansene med avgrensninger på årstall og søkeord. Vi valgte å bruke ordene modelling, modelling competencies og modelling and application. Søket ble avgrenset til å inneholde publiseringer fra 2020 til 2024. I noen av journalene fikk vi få treff og valgte derfor å gå lengre tilbake i tid, men ikke lengre enn 2016.

Vi brukte referanseprogrammet EndNote for lagring av kilder. Dette programmet gav oss mulighet til å sortere og markere hvilke kilder vi hadde gått igjennom, samt se hvilke kilder som var eventuelle duplikater. Da alle kildene var lagt inn i programmet, endte vi opp med ca. 270 artikler. For å begrense antall artikler utarbeidet vi fire kriterier for å finne ut om kildene var relevante for oss eller ikke. Disse var som følger: tematikk i artikkelen, metodologi, teori og litteraturliste. I denne prosessen leste vi sammendragene til artiklene og kikket på de aktuelle kriteriene for å vurdere om kilden var passende eller ikke. Dette arbeidet kortet listen over artikler ned til ca. 160 interessante artikler med hensyn til ett eller flere av våre kriterier. I dette utvalget fant vi artikkelen: *A systematic literature review of the current discussion on mathematical modelling competencies: state-of-the-art developments in conceptualizing, measuring, and fostering* utgitt i journalen *Educational Studies in Mathematics* (Cevikbas et al., 2021). Dette er en review artikkel med en grundig gjennomgang av diskursen innen modellering og modelleringskompetanse. Vi har brukt denne artikkelen som et utgangspunkt for å strukturere den teoretiske delen av oppgaven vår.

4.3 Empirisk materiale

Vi valgte å avgrense det empiriske materialet til å gjelde sentralt gitt skriftlig eksamen i matematikk for 10. trinn etter innføring av den nye læreplanen i 2020. Dette gjorde vi fordi kjerneelementet modellering og anvendelser ble innført i læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. Læreplanen ble innført ved oppstart av nytt skoleår høsten 2020, men ikke for alle trinn i grunnskolen. I skoleåret 2020-21 ble den gjeldende for 1.- 9. trinn. I skoleåret 2021-22 ble den også gjeldende for 10. trinn (Utdanningsdirektoratet, 2023).
Sentralt gitt skriftlig eksamen i matematikk på 10. trinn blir vanligvis gjennomført mot slutten av vårsemesteret. På grunn av koronapandemien ble alle eksamener på ungdomsskolen avlyst våren 2021 og våren 2022 (Honningsøy & Øfsti, 2022). Selv om gjennomføringen av eksamenene ble avlyst i disse årene ble det likevel utviklet eksempeloppgaver og eksamenssett i tråd med LK20. Et eksamenssett består av to deler. En del uten hjelpemidler og en del med hjelpemidler. Det er disse oppgavesettene vi har samlet inn. Ett av settene består kun av én del da denne ble laget med tanke på at den skulle gjennomføres digitalt, og med tilgang til alle hjelpemidler på hele eksamen (Ekeland, 2020). Ved sammenligning av

eksamenssettene registrerte vi at noen oppgaver var like eller tilnærmet like kun med små variasjoner i ordlyden. Dette er trolig fordi noen av eksempelsettene ikke ble gjennomført som en eksamen. Disse oppgavene har vi analysert uten å ta hensyn til at de er like, fordi vi har analysert eksamenssettene separat. Eksamenssettet som ble gjennomført våren 2023 og eksamenssettet for vår 2022 har ingen identiske oppgaver fra tidligere sett. Vi valgte derfor å gå videre uten å gjøre endringer i antall oppgaver i det empiriske materialet.

De ulike eksamenssettene og tilhørende dokumenter slik som sensorveiledning og vurderingskriterier har vi hentet fra ulike nettsteder. Det er kun eksamenssettet for våren 2023 som har en tilhørende offentlig tilgjengelig sensorveiledning. I denne sensorveiledningen står det at formålet er å sikre så lik vurdering og så rettferdig sensur som mulig for alle kandidater som gjennomfører eksamen. Eksamenssettet for våren 2022 har tilhørende vurderingskriterier for skriftlig eksamen i matematikk. De resterende oppgavesettene har veiledninger i starten av oppgavesettet eller i forbindelse med oppgaven, eller begge. Eksamenssett fra 2022 og 2023, samt vurderingskriterier vår 2022 og sensorveiledning 2023 er tilgjengelig på Utdanningsdirektoratets nettsider under “søk i eksamensoppgaver”. Eksempelsettene er hentet fra Matematikk.net og er tilgjengelige under eksamensoppgaver. Vi har sortert vårt empiriske materialet kronologisk etter utgivelsestidspunkt, og er som følger:

Eksamen for ungdomsskole hentet fra (Matematikk.net, 2023):

Eksempeloppgaver eksamen ungdomstrinnet, (Vår 2021)
Eksempelsett, MAT0010, del uten hjelpemidler, (18.08.2021)
Eksempeloppgave MAT0010, del med hjelpemidler, (18.08.2021)
Eksempelsett MAT01-05, del 1 (14.01.2022)
Eksempeloppgave MAT01-05, del 2 (14.01.2022)

Eksamen for 10. trinn fra Utdanningsdirektoratets nettside:

Eksamen MAT0015: Matematikk 10. årstrinn, del 1, bokmål (24.05.2022)
Eksamen MAT0015: Matematikk, 10. årstrinn, del 2, bokmål (24.05.2022)
Vurderingskriterier i matematikk 10. trinn, MAT0015 (Vår 2022)
Eksamen MAT0015: Matematikk 10.årstrinn, del 1, bokmål (22.05.2023)
Eksamen MAT0015: Matematikk 10. årstrinn, del 2, bokmål (22.05.2023)
Sensorveiledning MAT0015 Matematikk 10. årstrinn (22.05.2023)

4.4 Analyse

I dette delkapittelet skal vi presentere vår forberedelse til analyse, bakgrunn for rammeverk til analyse og rammeverk for analyse.

4.4.1 Forberedelse til analyse

I delkapittel 4.2 Forskningsdesign snakket vi om hvordan forskningsspørsmålene skal bidra til å operasjonalisere mulighetsbegrepet fra problemstillingen. For å muliggjøre dette har vi utarbeidet et rammeverk for analysen med utgangspunkt i to modeller for matematisk modellering. Dette er gjort ved hjelp av en deduktiv innholdsanalyse som også er teoridrevet. En teoridrevet innholdsanalyse tar utgangspunkt i tidligere forskning for å kunne utvikle kategorier til kodingen av tekstdataene (Fauskanger & Mosvold, 2014, s. 135). Denne oppgaven er teoridrevet fordi den er basert på en deduktiv kategorisering der formålet er å teste eksisterende modeller i en ny kontekst for å gi kunnskap og innsikt (Hsieh & Shannon, 2005, s. 1281).

Etter at en deduktiv tilnærming til innholdsanalysen er valgt, er det flere aspekter som finner sted. Det første som må gjøres er å utarbeide kategorier for analysen. Disse kategoriene kan utarbeides i en strukturert eller ustrukturert tabell eller matrise, alt etter hva som er målet med analysen. Deretter må datamaterialet kodes i henhold til kategoriene i tabellen. Dersom tabellen er ustrukturert følges aspektene for en induktiv analyse. Dersom tabellen er strukturert er det kun aspekter som passer inn i kategoriene som brukes fra datasettet (Elo & Kyngäs, 2008, s. 111- 112). Kategoriene vi har utarbeidet er samlet i en strukturert tabell (Tabell 3). Aspekter som ikke oppstår i tabellen er kommentert, men ikke vektlagt for analysen. Vårt rammeverk for analyse tar utgangspunkt i når de ulike stegene i modelleringssyklusen er nødvendig (Tabell 2). Vi har ikke gjort en åpen koding der man på forhånd leser det empiriske materialet for så å lage notasjoner som kan puttes i kategorier (Elo & Kyngäs, 2008, s. 109). Vi utarbeidet kategoriene for analysen før vi leste vårt empiriske materiale.

4.4.2 Bakgrunn for rammeverk til analyse

Våre kategorier for analysen er basert på to modelleringssykluser fra henholdsvis Blum og Leiß (2007), og Zbiek og Conner (2006). Hensikten med å bruke deler av Zbiek og Conner's (2006) modell av matematisk modellering er at den gir oss et dypere grunnlag for å begrunne når og hvorfor et steg i modelleringssyklusen er nødvendig for å løse en oppgave. Dersom man sammenligner modelleringssyklusene til Blum og Leiß (2007), og Zbiek og Conner (2006) har de likhetstrekk på flere områder. Begge modellene starter i den virkelige verden, matematisering skjer for å kunne lage en matematisk modell, en matematisk løsning blir deretter funnet og oversatt tilbake til den virkelige verden for å bli validert (Abassian et al., 2020, s. 59). Utvidelsen fra én modelleringssyklus til to har gitt oss tydeligere rammer for hva som ligger i de ulike stegene, i tillegg til en utvidelse av kategorien *arbeide matematisk*.

I vår forskning er kategoriene for analysen direkte hentet ut fra modelleringssyklusen til Blum og Leiß (2007) og navngivningen er den samme. Disse kategoriene er: konstruere, simplifisere/strukturere, matematisere, arbeide matematisk, å tolke, validere og eksponere. Fra Zbiek og Conner (2006) har vi en utvidelse av kategorien: arbeide matematisk. I vår strukturerte tabell er disse omtalt som delkategoriene: kombinering, analysering, assosiering og utheving. Ved å dele modelleringssykusen opp i syv deler for å deretter se på hvert enkelt steg, gir det oss muligheten til å se helheten av hver enkelt eksamensoppgave. Ved å gjøre det på denne måten kan vi lettere få tak i tendensene som gjør at et steg i modelleringssyklusen er nødvendig eller ikke. Dersom vi skulle vurdert om hver oppgave er en matematisk modelleringsoppgave før vi begynte analysen, kunne vi gått glipp av viktig informasjon. Selv om en oppdeling av modelleringssyklusen i utgangspunktet går imot poenget med å omtale matematisk modellering som en syklus, ser vi det som hensiktsmessig i forhold til målet med vår analyse.

Det er en sammenheng mellom vår strukturerte tabell og en ustrukturert tabell for analyse med tanke på hvordan navnene på kategoriene beskriver innholdet i hver enkelt kategori. Når kategoriene formuleres gjennom en induktiv analyse er det forskeren som bestemmer gjennom tolkning hva som skal inn i en bestemt kategori (Elo & Kyngäs, 2008, s. 111). At forskeren tolker hva som beskriver innholdet i hver enkelt kategori, samsvarer med hvordan vi utarbeidet vårt rammeverk for analysen. Vi bestemte oss for å lage egne definisjoner for når de enkelte stegene i modelleringssyklusen er nødvendige ved å sammenligne og sette sammen definisjonene til Blum og Leiß (2007), og Zbiek og Conner (2006).

Vi ønsket ikke å bruke Berget (2022) sine begrunnelser for når stegene i modelleringssyklusen er relevante fordi det hadde betydd at vi tolket noe som allerede var blitt tolket. Ved å lage egne kriterier for når stegene i modelleringssyklusen er nødvendig, sikrer vi at rammeverket for analysen er forankret i teori samtidig som det gjør det tydelig hvordan vi tolker det empiriske materialet. Det vil likevel være nødvendig å påpeke at våre kriterier for analyse vil ha aspekter og likhetstrekk med Berget (2022) på grunn av at vi også baserer oss på modelleringssyklusen til Blum og Leiß (2007).

4.4.3 Rammeverk for analyse

I dette delkapittelet presenterer vi vår tolkning av når de ulike stegene i modelleringssyklusen er nødvendig. Dette er presentert i et rammeverk for analyse (Tabell 2). Som nevnt tidligere er dette basert på Blum og Leiß (2007), og Zbiek og Conner (2006). Steg 4 arbeide matematisk har i tillegg fire delkategorier som blir beskrevet.

Steg 1. Konstruere Dette steget er nødvendig dersom eleven trenger å lese oppgaven for å finne ut hva oppgaven spør etter. Hvis oppgaven er formulert på en slik måte at eleven selv må avklare eller forklare deler av oppgaven og/eller at eleven selv må legge til informasjon i oppgaven for å konstruere en modell av situasjonen, er dette steget nødvendig. Dette kan gjøres ved at eleven lager en situasjonsmodell skriftlig eller danner seg et mentalt bilde av situasjonen.
Steg 2. Simplifisere/strukturere Dette steget er nødvendig dersom eleven må forenkle, strukturere og/eller konkretisere problemet slik at det kan lages en realistisk modell. Eleven må identifisere hvilken informasjon som er relevant og ikke, altså betingelser og antakelser, med hensyn til konteksten av virkeligheten. Dette steget er nødvendig dersom eleven må identifisere variabler og begrensninger i situasjonen. Er variablene identifisert og begrensingene satt, er simplifiseringen gjort av den som har laget oppgaven.
Steg 3. Matematisere Dette steget er nødvendig dersom eleven trenger å knytte den opprinnelige konteksten sammen med den matematiske verden. I dette steget må eleven omforme den realistiske modellen til en matematisk modell som fremstiller problemet. Dersom eleven behøver å lage eller anerkjenne parametere og egenskaper for å lage en matematisk modell av den opprinnelige situasjonen, er dette steget nødvendig. Er parameterne i oppgaven allerede identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort, er det ikke behov for at eleven skal matematisere problemet.

Steg 4. Arbeide matematisk Dette steget er nødvendig dersom eleven må gjøre matematikk for å finne løsninger på problemet. Å jobbe matematisk handler om å løse ligninger, regnestykker, grafer, bruke setninger, algoritmer, formler, teoremer eller lignende for å løse problemet matematisk. 1. Dersom eleven behøver å **kombinere** matematiske objekter, egenskaper og parametere ved å identifisere dem eller bekrefte sammenhengen mellom dem, er dette steget relevant. 2. Dersom eleven **analyserer** ved matematisk manipulasjon eller tolkning, for så å kunne utlede nye parametere eller egenskaper, er dette steget relevant. Dette kan gjøres ved å for eksempel snu om på en formel. 3. Dersom eleven har behov for å **assosiere** ved å bruke metaforer eller en annen forbindelse mellom matematiske ideer og den virkelige verden, er dette steget relevant. 4. Dersom det er behov for å **utheve** for å tydeliggjøre tidligere ubemerkede egenskaper eller parametere, er dette steget relevant. Det handler om å tydeliggjøre hvilke deler av det matematiske arbeidet som kan fungere som en konklusjon i den matematiske verden og i den virkelige verden.
Steg 5. Å tolke Dette steget er nødvendig dersom det matematiske resultatet må tolkes inn i den opprinnelige konteksten som et gyldig resultat. Det handler om å sette matematiske konklusjoner i en virkelighetsnær kontekst. Dersom eleven må sette sammen det matematiske resultatet med den opprinnelige konteksten for å gi en konklusjon, er dette steget nødvendig.
Steg 6. Validere Dette steget er nødvendig dersom eleven må vurdere gyldigheten til svaret. Hvis eleven må vurdere rimeligheten og nøyaktigheten i resultatet er dette steget nødvendig. Dersom eleven må stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger og egenskaper for å vurdere om resultatet gir et tilfredsstillende bilde av virkeligheten, er dette steget nødvendig. Dersom det er gitt en løsning til oppgaven er det ikke nødvendig for eleven å validere.
Steg 7. Eksponere Dette steget er nødvendig dersom oppgaven er åpen og elevene må lage sine egne antakelser og ta valg om hvordan de skal løse oppgaven. Dersom det er nok å finne et riktig svar til oppgaven, er det ikke behov for å eksponere.

Tabell 2: Rammeverk for analyse. Vår tolkning av når de ulike stegene i modelleringssykusen er nødvendige basert på Blum og Leiß (2007), og Zbiek og Conner (2006).

Vi har utarbeidet en strukturert tabell (Tabell 3) for å fylle inn informasjon om hver enkelt oppgave som analyseres. Den strukturerte tabellen viser oppgavenummer, steg i modelleringssyklusen, nei/ ja kolonner og kommentar. Nei/ja, kolonnene er direkte knyttet til vår tolkning av når de ulike stegene er nødvendige. Dersom et steg er nødvendig, krysses det av for ja og det skrives en tilhørende kommentar for hvorfor steget er nødvendig. Dersom et steg ikke er nødvendig, krysses det av for nei med tilhørende kommentar for hvorfor steget ikke er nødvendig. Dersom det krysses av for ja i steg 4, er det kun delkategoriene som er til stede som blir kommentert.

Oppgavenummer	Steg i modelleringssyklusen	NEI	JA	Kommentar
	Steg 1 Konstruere			
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere			
	Steg 3 Matematisere			
	Steg 4 Arbeide matematisk			**Kombinere:** **Analysere:** **Assosiere:** **Utheve:**
	Steg 5 Å tolke			
	Steg 6 Validere			
	Steg 7 Eksponere			

Tabell 3: Strukturert tabell for analyse

Vi har analysert alle oppgavene fra alle eksamenssettene hver for seg ved hjelp av den strukturerte tabellen. Vedlagt (Vedlegg 1) finnes alle de analyserte eksamensoppgavene delt inn i de ulike eksamenssettene. Sensorveiledningen har vi brukt i tilfeller der det har vært nødvendig å komme til enighet om hvordan en oppgave skal analyseres. Vi startet med å analysere settene hver for oss, deretter sammenlignet vi resultatene våre og utarbeidet en samlet analyse for hvert enkelt sett. Fordi vi analyserte oppgavene individuelt og deretter sammenlignet resultatene av analysen, sikrer vi at analyseverktøyet måler det som det er ment å måle. Vi har totalt analysert 74 oppgaver fra eksamenssett utgitt i årene 2021-2023.

4.5 Kvalitetskriterier

I kvalitativ forskning er det fire kriterier som utgjør en samlet troverdighet. De kvalitative kvalitetskriteriene bygger på reliabilitet og validitet som ofte er assosiert med kvantitativ forskning. Den samlede troverdigheten i kvalitativ forskning innebærer kriterier for troverdighet, overførbarhet, pålitelighet og bekreftbarhet (Clark et al., 2021, s. 363-364). I dette delkapittelet skal vi reflektere over hvordan den samlede troverdigheten ser ut i vår oppgave, ved å gå inn på de fire kvalitetskriteriene. Vår forskning er plassert innenfor det interpretivistiske paradigmet med en idealistisk ontologi og en konstruksjonistisk epistemologi. Fordi forskningen er plassert i et paradigme påvirker det hvordan den oppfattes av andre. Vi ønsker å understreke viktigheten av å kommunisere vår vitenskapsteoretiske tilnærming og hvordan forskningsprosessen i sin helhet har foregått, slik at vår troverdighet og grundighet kommer frem.

4.5.1 Troverdighet

Troverdighet knytter seg til indre gyldighet som avhenger av to forhold. Det ene forholdet er i hvilken grad det er samsvar mellom den virkeligheten vi hevder at vi studerer og analyserer, og de begrepene og teoriene vi har benyttet oss av for å beskrive denne virkeligheten. Det andre forholdet dreier seg om årsak og virkning, også kalt kausalitet. Dette handler om hvorvidt vi har grunnlag til å uttale oss om kausalitet ut fra forskningen vi har gjort (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 229).

Vår idealistiske ontologi tilsier at det vi betrakter som en ekstern verden eksisterer kun i individets tanker (Blaikie, 2007, s. 13). Den verdenen vi hevder at vi studerer er dermed preget av individets tanker og opplevelser. I modelleringssyklusen til Blum og Leiß (2007) er "resten av verden" knyttet til ytre faktorer som påvirker modelleringsprosessen. En modelleringsprosess er preget av individets tanker og opplevelser i tillegg til de ytre faktorene. Ved å operasjonalisere mulighetsbegrepet gjennom analysen forsøker vi å gi et riktig bilde av virkeligheten. Dette henger sammen med vår vitenskapsteoretiske tilnærming der vår oppfatning av virkeligheten uunngåelig er formet av vår forståelse av kunnskap og motsatt. Ved å stille oss i et paradigme med tilhørende ontologi og epistemologi, samt at vi har et tydelig teoretisk rammeverk og metodologi, sikrer vi at leseren har mulighet til å skaffe seg innsikt i og en felles forståelse av forskningen vår. Det kommer av problemstillingen at vi ikke direkte ser på årsak og virkning i denne forskningen. Dette er fordi vi har som formål å beskrive tendenser og karakteristikker som blir synlige i analysen. Dermed konsentrerer vi oss om å se etter sammenhenger til fordel for kausalitet.

4.5.2 Overførbarhet

Overførbarhet henger sammen med den ytre gyldigheten i forskningen. Overførbarhet handler om at forskningsprosessen er så grundig og detaljert beskrevet at det vil være mulig å overføre prosessen og funnene til andre kontekster. Dette innebærer at alle fasene i forskningsprosessen, inkludert formulering av problemstillingen og avgjørelser i forhold til data og analyse, er synlige for andre. I kvalitative studier har forskere større fokus på en mindre mengde empiriske observasjoner, der det er dybden i studien som blir fremhevet. Det blir også lagt vekt på betydningen av konteksten med tanke på hvor og når forskningen ble gjennomført (Clark et al., 2021, s. 364-366).

Ved å gå i dybden på hver enkelt eksamensoppgave gir det oss mulighet til å se helheten i oppgavene og eksamenssettene. Dermed kan vi få tak i tendensene og sammenhengene som gjør at et steg i modelleringssyklusen er nødvendig eller ikke. Vi ønsker at studien har en grad av gjenkjennbarhet slik at det vil være mulig for andre å kjenne seg igjen i tendensene som kommer frem av analysen. Vårt rammeverk og analyseverktøy vil på grunn av en detaljert og grundig beskrivelse være mulig å overføre til nye eller lignende situasjoner. Det vil imidlertid være nødvendig å påpeke at å bruke vår analysemetode og vårt rammeverk i nye eller lignende situasjoner krever tilpasninger som er forenlige med oppgavens formål.

4.5.3 Pålitelighet

Påliteligheten til oppgaven handler om innsikten leseren får i alle deler av studien. En detaljert og gjennomsiktig beskrivelse av alle fasene i forskningen gir leseren mulighet til å vurdere om innholdet er til å stole på og om forskerne har brukt hensiktsmessige prosedyrer gjennom hele prosessen (Clark et al., 2021, s. 366). Vi har gjennom et omfattende litteratursøk gitt innsikt i hvor teori og tidligere forskning kommer fra som danner grunnlaget for teorikapittelet i oppgaven. Vår vitenskapsteoretiske tilnærming gjør det tydelig for leseren hvilken virkelighetsforståelse og syn på kunnskap vi har. Forskningsdesignet og forskningsspørsmålene våre er beskrevet og begrunnet slik at våre beslutninger kommer klart frem. Rammeverket for analysen og analysen av oppgavene er detaljert beskrevet i metodekapittelet og i vedlegg. Dette gjør at leseren kan danne seg et helhetlig bilde av hvordan prosessen har foregått. Resultatene er fremstilt med vedlegg som gir leseren innsikt i alle detaljer av analysen.

For å styrke påliteligheten har vi (begge forskere) analysert eksamensoppgavene individuelt før vi kom sammen og sammenlignet og samlet resultatene. Denne arbeidsmåten er også omtalt som inter-rater reliabilitet (Clark et al., 2021, s. 155). Inter-rater reliabilitet er en måte å arbeide på ved at mer enn én person deltar i analysen eller kategoriseringen. Dette gjøres for å sikre at innholdet i analyseverktøyet måler det som er ment for å måle og for å unngå påvirkning fra hverandre i analyseprosessen. Graden av samsvar mellom våre analyser før sammenslåing tilsvarte et gjennomsnitt av likhet på 86,3 %. Dette anså vi som tilfredsstillende fordi et gjennomsnitt av samsvar i observasjoner på over 80 % blir ansett som akseptabelt (McHugh, 2012, s. 279). I de tilfellene det var avvik, handlet dette om at vi hadde satt et kryss mer eller et kryss mindre enn den andre på noen oppgaver. For eksempel at den ene hadde satt kryss på både steg 4 og 5 og at den andre satt et kryss kun ved ett av stegene. Derfor valgte vi å gå videre uten å gjøre endringer i rammeverket.

4.5.4 Bekreftbarhet

Bekreftbarhet i forskning handler om objektivitet. Det er umulig å være helt objektiv i forskning, derfor kreves det at forskerne beviser at de har handlet i beste mening uten at personlige verdier eller teoretiske preferanser har påvirket gjennomføringen og funnene i forskningen (Clark et al., 2021, s. 366). Vår forskning er basert på eksisterende teori om matematisk modellering. Vi erkjenner at vår bakgrunnskunnskap og forståelse kan ha påvirket vår tolkning av eksisterende teori og analyse. Vi har gjort vårt beste for å gi leseren innblikk i alle deler av forskningsprosessen slik at det kommer klart frem hvordan vi har arbeidet.

4.6 Etiske betraktninger

I all kvalitativ forskning er det nødvendig å gjøre etiske betraktninger for å hindre at de involverte partene i forskningen blir skadelidende på noen som helst måte. I prioritert rekkefølge må det først vises hensyn til og ansvar ovenfor forskningsdeltakerne, deretter selve studien og til slutt forskerne selv (Fontana & Frey, 2000, s. 662-663). Vi har i vår studie ikke direkte kontakt med forskningsdeltakere, som gjør at vi ikke har hatt behov for å fremlegge dokumentasjon på deres ivaretakelse. Fordi vi bygger vår studie på teori og forskning gjort av andre, har vi et indirekte etisk ansvar overfor dem. Vårt ansvar ligger i å bruke deres arbeid på en korrekt og respektfull måte. Vi har et moralsk ansvar i å videreformidle meningsinnholdet i andres publikasjoner slik at innholdet ikke fraviker konteksten det ble skrevet i. Litteraturen vi har benyttet oss av er kildehenvist fortløpende i teksten og forfatterne er kreditert i litteraturlisten etter kildestilen APA 7. Dette sikrer at forfatternes egne ord er tilgjengelige for leseren til enhver tid. Slik er det dermed tydelig hva som er andres tanker, ord eller teorier. Dette har vi gjort for å hindre at det oppstår tilfeller av misforståelser (Clark et al., 2021, s. 103). Dersom det blir aktuelt å diskutere forhold knyttet til Utdanningsdirektoratet eller lignende organisasjoner, må eventuelle kritiske bemerkninger være solid begrunnet i teori og kvalitetsanalyse. Kritikken må av denne grunn være saklig, konstruktiv og balansert i forhold til konteksten.

Før vi startet forskningen, reflekterte vi over vår egen rolle som forskere og hensikten med den forskningen vi skulle gjennomføre. Dette gjorde vi for å tydeliggjøre for oss selv hvordan vi skulle forholde oss til de etiske prinsippene for forskningen og oppgaven generelt. Utgangspunktet for vår forskning er problemstillingen: *Hvilke muligheter har elever til å vise kompetanse i kjerneelementet modellering og anvendelser på skriftlig eksamen i matematikk etter innføringen av LK20?* Problemstillingen vår bestemmer rammene for vår forskning. Eksamensoppgavene har en særegen kontekst som gjør at vi har brukt tid på å sette oss inn i rammeverket for eksamen i matematikk. Dette har vi gjort for å unngå misforståelser og uriktige tolkninger knyttet til konteksten av eksamen. Vi har selv hatt en sentral rolle i å utarbeide rammeverket for analysen, som har gitt oss en direkte påvirkning på innholdet i kategoriene for analysen. Vi har ulik personlig bakgrunn og erfaring gjennom grunnskolelærerutdanningen (GLU 5-10), som kan ha en direkte påvirkning på vår individuelle forståelse av rammeverket for analysen. Rammeverket for analysen er teoretisk begrunnet, men det er vår individuelle tolkning av innholdet i rammeverket som har en mulig svakhet. I forkant av at vi gjennomførte den individuelle delen av analysen, diskuterte vi potensielle dilemmaer vi kunne møte på. Vi diskuterte blant annet hvordan vi skulle løse det dersom en oppgave var mulig å tolke på flere måter i forhold til analysekategoriene. Vi ble enige om at vi i slike tilfeller skulle bruke sensorveiledninger som veiledende dokumenter. For å hindre at informasjon blir holdt tilbake eller holdes skjult har vi gjort vårt beste for å beskrive hele forskningsprosessen, slik at studien er så transparent som mulig.

4.7 Oppsummering av metodekapittel

I dette kapittelet har vi redegjort for vår vitenskapsteoretiske tilnærming og presentert forskningsdesign og strategi som vi har brukt for å svare på forskningsspørsmålene våre. Etter dette presenterte vi bakgrunn for analysen, samt en redegjørelse for rammeverket til analysen. Avslutningsvis redegjorde vi for kvalitetskriterier og etiske betraktninger knyttet til vår forskning. I det neste kapittelet skal vi presentere resultatene fra vår analyse, samt ytterpunkter i resultatene.

5 Resultater

I dette kapittelet presenterer vi resultatene fra vår analyse. Vi har analysert 74 eksamensoppgaver fordelt på fem eksamenssett utgitt i tidsrommet 2021-2023. For å svare på problemstillingen utarbeidet vi to forskningsspørsmål som var grunnlaget for vår analyse. Kapittelet er delt inn i følgende underkapitler: Resultater forskningsspørsmål 1 og resultater forskningsspørsmål 2. Begge kapitlene er i tillegg delt inn underkapitler som viser eksempler på resultater fra analyserte oppgaver. For fullstendig resultater av analysen se vedlegg 2.

5.1 Resultater forskningsspørsmål 1

I dette delkapittelet presenterer vi resultater knyttet til forskningsspørsmål 1: *Hvilke steg i modelleringssyklusen er nødvendig for elevene å gjøre på eksamensoppgaver for å kunne løse dem?* Vi analyserte 74 eksamensoppgaver fra fem eksamenssett i matematikk i henhold til vårt rammeverk for analyse. I analysen markerte vi når de individuelle stegene i modelleringssyklusen var nødvendig for å løse en eksamensoppgave ved å markere et kryss og skrive en tilhørende kommentar (Vedlegg 1). Diagram 1 viser forekomsten av våre kryss fordelt på 74 oppgaver fremstilt som et stolpediagram der fremtredelsen av hvert steg i modelleringssyklusen er oppgitt i prosent.

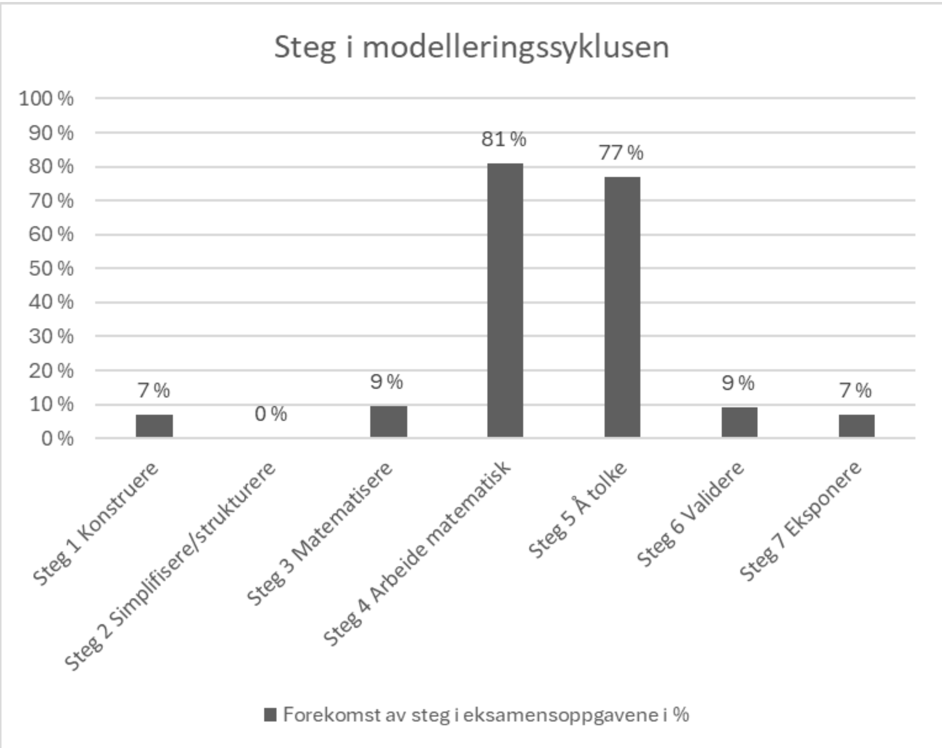


Diagram 1: Resultat analyse av enkeltsteg. Stolpediagram med prosentvis fremtredelse av steg.

Ut ifra resultatene i diagram 1 forekommer steg 4 arbeide matematisk i 81% av oppgavene og steg 5 å tolke i 77% av oppgavene. Dette tilsvarer at det i 60 av totalt 74 oppgaver er nødvendig å gjøre steg 4 for løse oppgaven og i 57 av 74 oppgaver er det nødvendig å gjøre steg 5. Stegene 1, 3, 6 og 7 som henholdsvis er konstruere, matematisere, validere og eksponere, forekommer i underkant av 10% av alle oppgavene. Dette tilsvarer at det er nødvendig å gjøre steg 1 i fem av oppgavene, steg 3 i syv av oppgavene, steg 6 i syv av oppgavene og steg 7 i fem av oppgavene. Steg 2 strukturere/simplifisere er ikke nødvendig å gjøre i noen av oppgavene.

5.1.1 Resultater delkategorier i steg 4, arbeide matematisk

I rammeverket for analysen gjorde vi en utvidelse av kategorien arbeide matematisk til å inneholde de fire delkategoriene: kombinering, analysering, assosiering og utheving. I resultatene knyttet til diagram 1 forekommer steg 4 arbeide matematisk i 81% av alle de analyserte oppgavene som tilsvarer 60 av 74 oppgaver. I tabell 4 presenterer vi resultatene av hvilke delkategorier som opptrer og antall ganger disse forekommer i de analyserte oppgavene. Dette er gjort ved å dele antall ganger en av delkategoriene forekommer på antall ganger steg 4 er nødvendig.

	Antall ganger en av delkategoriene forekommer	Antall ganger en av delkategoriene forekommer i %
Kombinering	60	100%
Analysering	27	45%
Assosiering	0	0%
Utheving	3	5%

Tabell 4: Resultat analyse av delkategorier. Forekomst av delkategoriene i steg 4 arbeide matematisk.

Resultatene fra tabell 4 viser at alle delkategoriene bortsett fra assosiering forekommer i oppgavene der steg 4 er nødvendig. Delkategorien utheving forekommer kun i 3 av oppgavene der steg 4 er nødvendig og tilsvarer dermed 5 %. Det er delkategoriene kombinering og analysering som forekommer flest ganger i de analyserte oppgavene der steg 4 er nødvendig. Kombinering skjer hver gang steg 4 er nødvendig for å løse en oppgave og tilsvarer derfor 100%. Analysering forekommer i 27 av oppgavene der steg 4 er nødvendig og tilsvarer 45%.

5.2 Resultater forskningsspørsmål 2

I dette delkapittelet presenterer vi resultater som knytter seg til det andre forskningsspørsmålet: *Hvor mange oppgaver krever at det er nødvendig å gjøre flere steg i modelleringssyklusen?* For å kunne svare på forskningsspørsmålet har vi summert antall steg i modelleringssyklusen som opptrer samtidig i hver oppgave. Tabell 5 viser fordelingen av hvor mange steg som opptrer samtidig i en oppgave. Dette er oppgitt i antall og prosent. Vi har også vist de spesifiserte stegene som opptrer i kombinasjon og antall ganger de forekommer.

Antall steg som opptrer samtidig i en oppgave				
Antall steg	**Antall oppgaver**	**Antall oppgaver i %**	**Spesifiserte steg**	
7 steg	0	0 %	Ingen	
6 steg	3	4,1 %	Steg 1, 3, 4, 5, 6 og 7	
5 steg	2	2,7 %	Steg 1, 4, 5, 6 og 7	
4 steg	0	0 %	Ingen	
3 steg	5	6,8 %	Steg 3, 4 og 5	4 stk
			Steg 4, 5 og 6	1 stk
2 steg	34	45,9 %	Steg 4 og 5	33 stk
			Steg 5 og 6	1 stk
1 steg	30	40, 5 %	Steg 4	17 stk
			Steg 5	13 stk
0 steg	0	0 %	Ingen	
Totalt antall oppgaver	**74**			

Tabell 5: Resultat analyse av antall steg. Tabell over antall steg som opptrer samtidig i en oppgave.

Oppgave 4

Tabellen nedenfor viser hastigheter målt i en fartskontroll.

Alle hastighetene er målt i km/h.

62	20	62	18	55	62	65	54	62	60

a. Avgjør gjennomsnitt, median og typetall.

b. Begrunn hvilket av sentralmålene du ville valgt for å beskrive bilenes hastighet.

Løs oppgave a) og b) her:

Figur 4: Gjengivelse av eksamensoppgave 4. Del 1, 22.05.2023. Vår gjengivelse.

På oppgave 4 fra eksamenssettet kommer det av sensorveiledningen at det er mulig å oppnå to poeng til sammen. Null poeng på oppgave 4a er beskrevet som ikke korrekte svar. Ett poeng på oppgave 4a er beskrevet som korrekte sentralmål. I kommentaren knyttet til oppgave 4a står det at sensor skal ta hensyn til eventuelle følgefeil. Null poeng på oppgave 4b er beskrevet som ufullstendig begrunnelse, mens ett poeng på oppgave 4b er beskrevet som fullstendig begrunnelse. Kommentaren til oppgave 4b vektlegger at for å få poeng må elevene begrunne sitt valg av sentralmål og at de bør kommentere de to kjøretøyene med uvanlig lav fart. I tabell 6 har vi presentert resultatene fra vår analyse knyttet til oppgave 4. I denne tabellen vises oppgavenummer, steg i modelleringssyklusen, nei/ja kolonner og kommentar.

Oppgave 4			
Steg i modelleringssyklusen	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
Steg 1 Konstruere	**X**		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
Steg 2 Simplifisere/ strukturere	**X**		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
Steg 3 Matematisering	**X**		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort. Brøk km/t er oppgitt.
Steg 4 Arbeide matematisk		**X**	Nødvendig **Kombinere**: Elevene må bruke formel eller kunnskap om egenskaper for sentralmål for å kunne svare på oppgaven. **Analysere**: Elevene må sortere de oppgitte tallene i stigende/synkende rekkefølge **Utheve:** Elevene bør markere og/eller kommentere de to bilene med uvanlig lav fart, og hva det har og si for valg av sentralmål
Steg 5 Å tolke		**X**	Nødvendig. Elevene må tolke og argumentere for hvilket sentralmål som er best egnet for å beskrive den opprinnelige situasjonen
Steg 6 Validere	**X**		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
Steg 7 Eksponere	**X**		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.

Tabell 6: Resultat analyse av eksamensoppgave 4. Del 1, 22.05.2023.

Resultatene fra analysen (Tabell 6) viser at steg 4 arbeide matematisk er nødvendig å gjøre ved å kombinere, analysere og utheve. Elevene må kombinere ved å bruke formel eller kunnskap om egenskaper for sentralmål. Elevene må analysere ved å sortere de oppgitte tallene i stigende eller synkende rekkefølge. Utheving er nødvendig fordi det i sensorveiledningen står at elevene bør kommentere de to kjøretøyene med uvanlig lav fart for å oppnå poeng. Steg 5 å tolke er nødvendig for at argumentene for hvilket sentralmål som er best egnet i deloppgave b). Det er ikke nødvendig å gjøre steg 1, 2, 3, 6, og 7 i denne oppgaven fordi situasjonen er gitt og da er det ikke behov for å legge til informasjon. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren av oppgaven og parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen til den virkelige verden er gjort. Det er ikke behov for å vurdere gyldigheten i svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper. Dette er ikke en åpen oppgave, noe som gjør at eksponering ikke er nødvendig.

5.2.2 Eksempel 2: Seks steg opptrer samtidig

I de tre oppgavene der seks steg opptrer samtidig er dette de samme seks stegene. I tabell 5 kommer det fram at det er stegene 1, 3, 4, 5, 6, og 7 som henholdsvis er konstruere, matematisere, arbeide matematisk, å tolke, validere og eksponere. Dette er oppgave 8 på del 2 i eksamenssettet fra Vår 2021, oppgave 10 på del 2 i eksamenssettet fra 18.08.2021 og oppgave 10 på del 2 i eksamenssettet fra 14.01.2022. Disse oppgavene er den samme oppgaven, bortsett fra at det er blitt gjort noen endringer i ordlyd og informasjon. I figur 5 presenterer vi vår gjengivelse av eksamensoppgave 10, 14.01.2022, samt tekstutdrag av eksamensinformasjon knyttet til eksamenssettet og oppgaven (Tabell 7). Det foreligger ingen sensorveiledning til dette eksamenssettet.

Oppgave 10

Anne er 15 år, og ønsker å ta førerkort for moped. Hun skal kjøpe moped når hun blir 16 år. Hun planlegger å selge den når hun blir 18 år.

Følgende er obligatorisk opplæring når du skal ta førerkort for moped:

Grunnkurs moped - 3 timer	1000,-
Trinnvurdering trinn 2	700,-
Sikkerhetskurs trafikk - 4 timer	2040,-
Trinnvurdering trinn 3	700,-
Sikkerhetskurs vei - 4 timer	2040,-

Samlet pris: All obligatorisk opplæring + 3 kjøretimer: kr. 8800,-

Gebyr førerkort moped:

Gebyr teoriprøve	660,-
Gebyr utstedelse av førerkort	310,-
Fakturagebyr	65,-

Bilde av moped med bildeteksten:

Peugeot Speedfight 4 Pure, pris 16 000 kr

Samtale mellom 4 personer med snakkebobler fra venstre til høyre:

Person 1: Mopeden bruker ca. ⅓ L bensin per mil.

Person 1: En liter bensin koster ca. 15 kr.

Person 2: Anne bor to km fra skolen og fra fotballbanen.

Person 3: Anne har liten erfaring med moped, så hun trenger trolig flere kjøretimer.

Person 4: Verditapet til en ny moped er 25-30 % det første året, 20 % det andre året og så 10 % per år.

Person 4: Forsikring for mopeden koster 125 kr per måned.

Bruk informasjonen ovenfor til å vise din kompetanse innen modellering og anvendelse.

Figur 5: Gjengivelse av eksamensoppgave 10. Del 2, 14.01.2022. Vår gjengivelse.

Deler av eksamensinformasjon gitt i innledningen til del 2 på eksamenssett datert 14.01. 2022

Framgangsmåte og forklaring: Del 2 (med hjelpemidler) har ti oppgaver.

Du må i alle oppgaver vise hvordan du både resonnerer og argumenterer for dine svar. Hvis oppgaveteksten ikke sier hvilken framgangsmåte du skal bruke, kan du fritt velge framgangsmåte selv. Skriv med penn eller digitalt.

I de siste to oppgavene vil du få presentert en situasjon eller en problemstilling som du selv må undersøke og utforske. Du skal vise din matematiske kompetanse ved å stille og besvare relevante matematiske spørsmål. Du skal besvare spørsmålene dine ved å argumentere, resonnere, modellere og generalisere. I tillegg skal du vurdere gyldigheten av dine svar. Vi anbefaler å bruke cirka 45 minutter på hver av disse oppgavene.

Informasjon fra teksten i oppgaveheftet til del 2 før de to siste oppgavene på eksamenssett datert 14.01. 2022

I de to siste oppgavene vil du få presentert en situasjon eller en problemstilling som du selv må undersøke og utforske.

I disse oppgavene er det forventet at du:

- Stiller relevante matematiske spørsmål som gjør at du får vist kompetansen din
- Viser utregning og besvarer spørsmålene dine
- Gjør kritiske vurderinger ut fra spørsmålene og beregningene dine

Vi anbefaler å bruke cirka 45 minutter på hver av disse oppgavene.

Tabell 7: Tekstutdrag, informasjon i eksamenssett 14.01.2022. Del 2. Vår gjengivelse.

I tabell 8 er resultatene fra vår analyse knyttet til oppgave 10 (14.01.2022) presentert. I denne tabellen vises oppgavenummer, steg i modelleringssyklusen, nei/ja kolonner og kommentar.

Oppgave 10			
Steg i modelleringssyklusen	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
Steg 1 Konstruere		X	Nødvendig. Elevene må avklare og forklare deler av oppgaven for å lage en realistisk modell av situasjonen. Elevene skal stille relevante spørsmål som de må besvare.
Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Elevene må forenkle og strukturere informasjonen i oppgaven, ikke problemet. Variablene er identifisert og begrensningene er satt som gjør at det ikke er nødvendig for elevene å simplifisere problemet.
Steg 3 Matematisering		X	Nødvendig. Elevene må matematisere situasjonen/det som skal undersøkes som ble valgt i steg 1.
Steg 4 Arbeide matematisk		X	Nødvendig **Kombinering:** Bruke opplysninger og regne ut matematiske svar på situasjonen(e). **Analysering**: Matematisk informasjon må bli utledet og manipulert for å kunne brukes videre i oppgaven.
Steg 5 Å tolke		X	Nødvendig. Elevene må tolke de matematiske svarene inn i den opprinnelige konteksten.
Steg 6 Validere		X	Nødvendig. Elevene må validere om de avgrensningene, variablene og valg som ble gjort tidligere i oppgaven gir et riktig eller godt nok bilde av virkeligheten.
Steg 7 Eksponere		X	Nødvendig. Oppgaven er åpen og det er behov for å eksponere svarene som er konstruert i spørsmålene i steg 1.

Tabell 8: Resultat analyse av eksamensoppgave 10. Del 2, 14.01.2022.

Resultatene fra vår analyse knyttet til denne oppgaven viser at steg 1, 3, 4, 5, 6 og 7 er nødvendig for elevene å gjøre for å løse oppgaven. Steg 1 konstruere er nødvendig fordi elevene må forklare deler av oppgaven for å kunne lage en realistisk modell av situasjonen. Det kommer av informasjonen i teksten fra oppgaveheftet knyttet til oppgave 10 at elevene skal stille og svare på relevante matematiske spørsmål for å vise sin matematiske kompetanse. Steg 2 simplifisere/strukturere er ikke nødvendig for å kunne løse denne oppgaven. Elevene må forenkle og strukturere informasjonen i oppgaven, men det er ikke nødvendig å simplifisere fordi variablene i problemet allerede er identifisert og begrensningene er satt. Det er nødvendig for elevene å matematisere situasjonen basert på det de har konstruert i steg 1. Det er nødvendig å gjøre steg 4 arbeide matematisk ved å bruke kombinering og analysering. Elevene må kombinere ved å bruke opplysningene for å kunne regne ut matematiske svar knyttet til situasjonen. Elevene må analysere ved å manipulere og utlede den matematiske informasjonen slik at de kan bruke dette videre i oppgaven. Det er nødvendig for elevene å gjøre steg 5 for å tolke de matematiske svarene inn i den opprinnelige konteksten. Det er nødvendig for elevene å gjøre steg 6 for å validere de avgrensningene, variablene og valgene som ble gjort tidligere i prosessen for å gi et riktig eller godt nok bilde av virkeligheten. Det er nødvendig for elevene å gjøre steg 7 eksponere fordi dette er en åpen oppgave som gjør at det er behov for å eksponere svarene til spørsmålene som ble konstruert i steg 1.

5.2.3 Eksempel 3: Fem steg opptrer samtidig

I de to oppgavene der fem steg opptrer samtidig er dette de samme fem stegene. Av tabell 5 kommer det fram at det er stegene 1, 4, 5, 6, og 7 som henholdsvis er konstruere, arbeide matematisk, å tolke, validere og eksponere. Dette er oppgave 10 på del 2 i eksamenssettet fra vår 2022 datert 24.05.2022, og oppgave 8 på del 2 i eksamenssettet vår 2023 datert 22.05.2023. Dette er to forskjellige oppgaver, men det er fremdeles de samme stegene som er nødvendige. Til eksamenssett, 22.05.2023, foreligger det en sensorveiledning. Sensorveiledningen inneholder kommentarer knyttet til oppgaver i del 2 av eksamen. Her står det at elevene skal vise fremgangsmåte og gi korrekte svar for å få full uttelling på en oppgave. Hvis elevene viser god forståelse når fremgangsmåten blir vist, men gjør mindre kalkuleringsfeil, og ikke får korrekt svar, kan det likevel gis full uttelling med mindre svaret blir urimelig uten at det kommenteres. Programmet CAS likestilles i del 2 med regning og bruk av hjelpemidler skal bli tatt med i helhetsvurderingen.

I figur 6 presenterer vi vår gjengivelse av oppgave 10. Deretter et tekstutdrag knyttet til eksamenssettet og oppgaven (Tabell 9).

Oppgave 8

Se eksamensinformasjon s. 2 for tips om hvordan du kan vise kompetanse i oppgave 8. **Bruk tabellen og utsagnene nedenfor til å vise din kompetanse innen modellering og anvendelse.**

Therese er 16 år, og skal kjøpe en brukt mopedbil. Hun planlegger å eie bilen i to år.

Informasjon	Pris
Mopedbilen	83 600 kr
Omregistrering	600 kr
Ansvarsforsikring	4 000 kr/år
Førerkort, minimumspakke	11 990 kr
Ekstra kjøretime, pris per time	850 kr
Veiavgift	470 kr
Sparepenger	41 827 kr
Forbruk	0,3 L per mil

Bilde av to personer og en bil. Utsagn fra de to personene i snakkebobler:

Person 1: Sparepengene har stått på en konto i 3 år med 1,5 % årlig rente

Person 1: På en vanlig uke kjører jeg omtrent 6,5 mil. Dieselprisen er omtrent 21 kr/L

Person 2: Bilen har et årlig verditap på 10 %

Person 2: Therese har en deltidsjobb der hun tjener 3 000 kr hver måned

Figur 6: Gjengivelse av eksamensoppgave 8. Del 2, 24.05.2023. Vår gjengivelse.

Eksamensinformasjon gitt på s. 2: Spesielt for oppgave 7 og 8 på eksamenssett datert 24.05.2023
I oppgave 7 og 8 presenterer vi en situasjon eller en problemstilling der du selv skal undersøke og utforske. I disse oppgavene vil vi se etter din kompetanse i å: • vurdere hva du vil utforske og formulere matematiske spørsmål knyttet til innhold i oppgaven • vise fremgangsmåte/resonnement og besvare de matematiske spørsmålene du formulerer • bruke hensiktsmessige hjelpemiddel • argumentere for løsningene dine og gjøre kritiske vurderinger Vi anbefaler å bruke omtrent 60 minutter på oppgave 7 og 8 til sammen.

Tabell 9: Tekstutdrag, informasjon i eksamenssett 24.05.2023. Del 2. Vår gjengivelse

På oppgave 8 fra eksamenssettet kommer det av sensorveiledningen (finnes i liste i kap. 4.3) at det er mulig å oppnå tre poeng. Null poeng er beskrevet som ikke korrekt. Ett poeng er beskrevet som: lager deler av modeller som beskriver virkeligheten i et dagligdags språk. To poeng er beskrevet som: lager modeller som beskriver virkeligheten med et matematisk språk. Tre poeng er beskrevet som: lager og vurderer egne modeller som beskriver virkeligheten med et matematisk språk. I tabell 10 er resultatene fra vår analyse knyttet til oppgave 8 presentert. I denne tabellen vises oppgavenummer, steg i modelleringssyklusen, nei/ja kolonner og kommentar.

Oppgave 8			
Steg i modelleringssyklusen	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
Steg 1 Konstruere		X	Nødvendig. Eleven må selv velge hva som bør undersøkes, bestemme begrensninger og hvordan disse skal brukes/tas hensyn til videre i oppgaven
Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Elevene må forenkle og strukturere informasjonen i oppgaven, ikke problemet. Variablene er identifisert og begrensningene er satt som gjør at det ikke er nødvendig for elevene å simplifisere problemet.
Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort.
Steg 4 Arbeide matematisk		X	Nødvendig. **Kombinering:** Bruke opplysninger og regne ut matematiske svar på situasjonen(e). **Analysering:** Manipulere formel på drivstofforbruk - kjørelengde - kostnad.
Steg 5 Å tolke		X	Nødvendig. Elevene må tolke arbeidet sitt opp mot den opprinnelige konteksten i oppgaven for å kunne avgjøre om det er et gyldig resultat.
Steg 6 Validere		X	Nødvendig. Elevene må stille seg kritisk til avgjørelser, utregninger og gyldigheten i tolkningen opp mot konteksten i oppgaven.
Steg 7 Eksponere		X	Nødvendig. Oppgaven er åpen og det er behov for å eksponere svarene som er konstruert i spørsmålene i steg 1.

Tabell 10: Resultat analyse av eksamensoppgave 8. Del 2, 24.05.2023.

Resultatene fra vår analyse (Tabell 10) knyttet til denne oppgaven viser at steg 1, 4, 5, 6 og 7 er nødvendig for elevene å gjøre for å løse oppgaven. Det er nødvendig for elevene å gjøre steg 1 konstruere fordi elevene selv skal velge hva som bør undersøkes og de skal gjøre begrensninger og ta hensyn til hvordan de skal bruke dette videre i oppgaven. Det kommer av eksamensinformasjonen knyttet til oppgave 8 at elevene skal vurdere hva som skal utforskes og dermed formulere matematiske spørsmål knyttet til oppgaven. Steg 2 simplifisere/ strukturere er ikke nødvendig for elevene å gjøre for å løse denne oppgaven. Elevene må forenkle og strukturere informasjonen i oppgaven, men det er ikke nødvendig å simplifisere fordi variablene i problemet allerede er identifisert og begrensningene er satt. Det er ikke nødvendig å gjøre steg 3 matematisering fordi parameterne i oppgaven allerede er identifisert som gjør at overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort. Elevene behøver ikke å legge til ekstra informasjon i form av variabler for å kunne løse oppgaven. Steg 4 arbeide matematisk ved bruk av kombinering og analysering er nødvendig for å kunne løse denne oppgaven. Dette avhenger av hvilke variabler elevene velger, men de kan for eksempel kombinere ved å regne ut lån og avdrag og analysere ved å manipulere formelen for forbruk av drivstoff. Steg 5 å tolke er nødvendig fordi elevene må tolke sitt arbeid opp mot den opprinnelige konteksten i oppgaven for å kunne avgjøre om det er et gyldig resultat. Steg 6 validere er dermed også nødvendig fordi elevene må stille seg kritiske til egne avgjørelser og utregninger for å kunne vurdere gyldigheten i sin egen tolkning opp mot konteksten av oppgaven. Steg 7 eksponere er nødvendig fordi det er en åpen oppgave der elevene må presentere svar på valgene som ble gjort i steg 1.

5.3 Oppsummering av hovedfunn

Funnene fra våre resultater som knytter seg til forskningsspørsmål 1 viser at alle stegene bortsett fra steg 2 strukturere/simplifisere kommer til syne i våre resultater. I utvidelsen av steg 4 arbeide matematisk er det nødvendig for elevene å kombinere hver gang steget opptrer, mens det er nødvendig å analysere i underkant av halvparten av gangene. Assosiering er ikke nødvendig noen av oppgavene, mens utheving er kun nødvendig tre ganger i alle eksamenssettene. Hovedfunnene som knytter seg til forskningsspørsmål 2 viser at 44 av 74 eksamensoppgaver krever at det er nødvendig å gjøre mer enn ett steg i modelleringssyklusen. To steg opptrer samtidig i 34 oppgaver, mens 3 steg opptrer samtidig i fem oppgaver. Det er nødvendig å gjøre fem eller seks steg i fem oppgaver. Det er ikke nødvendig i noen av oppgavene å gjøre alle de syv stegene. I 30 oppgaver er det kun nødvendig med et steg, dette er henholdsvis steg 4 eller 5.

5.4 Oppsummering av resultatkapittel

I dette kapittelet har vi presentert resultatene fra vår analyse i henhold til de to forskningsspørsmålene våre. Vi har presentert resultater for hvilke steg i modelleringssyklusen som er nødvendige å gjøre for å kunne svare på eksamensoppgavene, samt resultater for hvor mange oppgaver som krever å gjøre flere steg. Vi har presentert resultater ved å presentere tre eksempler på analyse av oppgaver der det er nødvendig med flere steg. Til slutt oppsummerte vi hovedfunn. I neste kapittel skal vi diskutere resultatene våre opp mot problemstillingen. Vi skal ved hjelp av analysen, resultatene og teorien operasjonalisere mulighetsbegrepet fra problemstillingen og diskutere resultatene i lys av oppgavens teoretiske innsikt.

6 Diskusjon

I dette kapittelet diskuterer vi våre resultater fra analysen med hensyn til sammenhenger opp mot teori, tidligere forskning og styringsdokumenter. Vi diskuterer begge forskningsspørsmålene, modelleringsoppgaver på eksamen og hva det vil si å ha mulighet til å vise kompetanse. Forskningsspørsmålene som til sammen er med på å svare på problemstillingen er:

1. *Hvilke steg i modelleringssyklusen er nødvendig for elevene å gjøre på eksamensoppgaver for å kunne løse dem?*

2. *Hvor mange oppgaver krever at det er nødvendig å gjøre flere steg i modellering syklusen?*

6.1 Diskusjon forskningsspørsmål 1

I dette delkapittelet diskuterer vi resultater knyttet til forskningsspørsmål 1. Våre resultater fra analysen viser at alle steg i modelleringssyklusen med unntak av steg 2 strukturere/simplifisere, er nødvendig for elevene å gjøre for kunne svare på eksamensoppgavene. Videre i diskusjonen går vi inn på hvert enkelt steg og drøfter resultatene med hensyn til sammenhenger knyttet til teori, tidligere forskning og styringsdokumenter.

6.1.1 Konstruere og eksponere

Våre resultater viser at steg 1 konstruere er nødvendig i 7% av alle oppgaver som tilsvarer 5 av 74 eksamensoppgaver. Fra rammeverket for analysen er dette steget nødvendig dersom elevene må avklare eller forklare deler av oppgaven, samt legge til informasjon for å konstruere en modell av situasjonen. I våre resultater er steg 7 eksponere nødvendig i de samme fem oppgavene som steg 1. Fra rammeverket for analysen er steg 7 nødvendig dersom oppgaven er åpen og eleven må lage egne antakelser og ta valg om hvordan oppgaven skal løses. Disse to stegene er nært knyttet sammen og opptrer alltid samtidig i våre resultater. Dersom det er en åpen oppgave som krever at elevene må avklare og gjøre seg antakelser i steg 1 vil det være behov for å eksponere dette i steg 7. Grunnen til at vi ser få av de to stegene i våre resultater kan ha en sammenheng med at begge stegene har tilknytning til åpne oppgavetyper. Åpne oppgaver gir rom for kreativitet og krever mer av elevene fordi de er nødt til å ta egne valg (Hana, 2013, s. 238-240). Kreativiteten kan gjøre de to stegene utfordrende med tanke på vurdering av eksamen. At elevene må ta egne valg kan gjøre de to stegene utfordrende på grunn av tidsbegrensningen som eksamen har. I tillegg må elevene lage sin egen struktur i disse to stegene som kan være en utfordring fordi elevene ikke har tilgang på veiledning under eksamen. Blum (2015) har gjennom tidligere forskning også identifisert at steg 1 konstruere kan være utfordrende for elever å gjennomføre fordi mange elever står fast ved antakelsene og valgene som må gjøres. I tillegg til dette har mange elever erfaring med at matematikkoppgaver kan løses uten å forstå og lese konteksten nøye (Blum, 2015, s. 79). Utfordringene knyttet til steg 1 kan dermed være grunnen til at det er få oppgaver der det er nødvendig å gjøre begge stegene.

6.1.2 Simplifisere/strukturere

Det kommer frem av våre resultater at steg 2 simplifisere/strukturere ikke er nødvendig å gjøre i noen av eksamensoppgavene. Rammeverket for vår analyse viser at dette steget er nødvendig dersom elevene behøver å forenkle, strukturere eller konkretisere problemet slik at det kan lage en realistisk modell av situasjonen. Elevene må identifisere hvilken informasjon som er relevant og ikke, samt identifisere betingelser, antakelser, variabler og begrensinger i situasjonen. At ingen av oppgavene som vi har analysert krever dette steget, samsvarer også med resultatene fra Berget (2022) sin studie. Årsaken til at våre resultater viser dette kan ha en sammenheng med at eksamen er lukket i den forstand at elevene ikke kan hente ut ny informasjon ved hjelp av kommunikasjon. Dette gjør at elevene ikke får mulighet til å vurdere relevansen til informasjon som blir presentert i en oppgave opp mot informasjon de selv finner. I rammeverket for eksamen står det i tillegg at oppgavene må være tydelige slik at kandidaten ikke misforstår dem (Utdanningsdirektoratet, 2021b). Av dette kan vi forstå at simplifisere/strukturere går imot rammeverket for eksamen fordi dette steget krever at elevene må vurdere relevansen til informasjonen som er gitt, som kan føre til misforståelser. I tillegg er det i tidligere forskning blitt identifisert at dette steget kan være krevende fordi elever ofte vegrer seg fra å gjøre antakelser alene (Blum, 2015, s. 79). Skriftlig eksamen i matematikk er individuell, og elevene har ikke mulighet for å samarbeide. Dermed kan se ut til at dette steget egner seg bedre i undervisningssammenheng der elevene har mulighet til å vurdere relevansen av informasjon ved å kommunisere og samarbeide med andre.

6.1.3 Matematisere

Resultatene våre viser at steg 3 matematisere er nødvendig i 9% av oppgavene som tilsvarer 7 av alle eksamensoppgavene. I rammeverket for analysen er dette steget nødvendig dersom eleven behøver å knytte den opprinnelige konteksten til problemet sammen med den matematiske verden. Det vi si at eleven behøver å anerkjenne parametere og egenskaper for å kunne lage en matematisk modell av den opprinnelige situasjonen. En årsak til at våre resultater viser lav fremtredelse av steg 3, kan ses i sammenheng med at eksamensoppgavene ofte angir parametere og de tilhørende egenskapene. Dette betyr at eksamensoppgavene stort sett er matematisert av de som har laget oppgaven. Matematisering kan bli sett på som broen mellom den virkelige verden og den matematiske modellen (Zbiek & Conner, 2006, s. 99-102). Våre resultater viser at få oppgaver krever at elevene selv gjør koblingen mellom virkeligheten og matematikken gjennom matematisering. Dette anser vi som naturlig ettersom eksamensoppgavene inneholder variasjon, kompleksitet og vurderes i henhold til ulike kompetanser (Utdanningsdirektoratet, 2024).

6.1.4 Arbeide matematisk

Steg 4 arbeide matematisk er nødvendig i 81% av oppgavene som tilsvarer 60 av 74 eksamensoppgaver. I rammeverket for analysen kommer det frem at dette steget er nødvendig dersom elevene må gjøre matematikk for å finne løsninger på problemet. Å arbeide matematisk er også det steget som oftest fremtrer som et steg alene, henholdsvis 17 ganger. I de andre tilfellene er arbeide matematisk stort sett i forbindelse med steg 5. Våre resultater viser at de fleste oppgavene starter i steg 4, med noen få unntak. Fremtredelsen av steg 4 i våre resultater er i tråd med det Berget (2022) fant i sin studie. At steg 4 er så fremtredende i våre resultater er ikke overraskende fordi det er rimelig å anta at oppgaver på eksamen i matematikk inneholder matematisk arbeid. Dette steget har også en sammenheng med de tre oppgavekategoriene som gis på eksamen i matematikk, hvor ord som anvende, resonnere, begrene, argumentere og vurdere kommer frem (Utdanningsdirektoratet, 2024). Å arbeide matematisk er derimot mer komplekst enn det kan se ut som ved første øyekast, slik det kommer av vår utvidelse av dette steget. Våre resultater viser at å kombinere ved å identifisere sammenhenger mellom matematiske objekter er nødvendig i alle tilfellene der steg 4 er nødvendig. Å analysere ved å matematisk manipulere og utlede nye parametere er nødvendig i 27 av oppgavene der steg 4 er nødvendig og opptrer dermed alltid sammen med kombinering. Grunnen til at disse to delkategoriene av steg 4 er fremtredende kan ha en sammenheng med at de peker på typiske metoder for å anvende matematikk. Å tydeliggjøre tidligere ubemerkede egenskaper eller parametere ved å utheve er nødvendig i tre oppgaver fra alle eksamenssettene. Dette steget kommer kun frem i de tilfellene der det er behov for å bemerke seg noe i utledningen av matematikken. For eksempel er det i en oppgave nødvendig å bemerke seg et krysningspunkt mellom to grafer for å videre kunne løse oppgaven. Å assosiere ved å bruke metaforer eller andre forbindelser mellom matematikk og den virkelige verden er ikke nødvendig i noen av eksamensoppgavene. At denne delkategorien ikke fremtrer, kan være knyttet opp mot elevens eget behov for å se sammenhenger. Det vil være rimelig å anta at noen elever har behov for å gjøre assosieringer underveis i eksamen, men det er ingen av oppgavene som krever det. Det kan se ut til at utheving og assosiering egner seg bedre i undervisningssituasjoner der elevene har mulighet til å diskutere, forklare til hverandre og bruke lengre tid på oppgavene.

6.1.5 Å tolke

Våre resultater viser at steg 5 å tolke er nødvendig i 77% av oppgavene som tilsvarer 57 av alle eksamensoppgavene. Det kommer av rammeverket for vår analyse at dette steget er nødvendig dersom det matematiske resultatet må tolkes inn i den opprinnelige konteksten som et gyldig resultat. Dette steget opptrer 13 ganger alene, men oftest i kombinasjon med steg 4. Fremtredelsen av steg 5 i våre resultater er også i samsvar med tidligere forskning gjort av Berget (2022) knyttet til samme steg. Tolkning kan i likhet med matematisering sees på som broen mellom den virkelige verden og den matematiske verden (Zbiek & Conner, 2006, s. 103-104). At dette steget er så fremtredende i våre resultater kan ha en sammenheng med oppgavekategoriene som elevene kan få på eksamen i matematikk. Oppgavekategori 1 tar sikte på å teste elevene i flervalgsoppgaver eller oppgaver der svaret skal skrives i en egen løsningsrute (Utdanningsdirektoratet, 2024). I de eksamenssettene som vi har analysert er flervalgsoppgaver fremstilt på to måter. Elevene kan enten få flervalgsoppgaver der det er opplyst at det er ett riktig svar som de skal krysse av for, eller så kan de få oppgaver der de blir bedt om å vurdere å sette av flere kryss. Av dette kan vi forstå at flervalgsoppgavene fra settene vi har analysert krever at elevene må tolke teksten som er gitt i oppgaven for å kunne gi et svar. I oppgavekategori 3 skal elevene vise kompetanse i nye situasjoner som er knyttet til problemløsning, utforskning og modellering. Her står det at elevene skal vise at de forstår og gjør seg forstått i matematikk (Utdanningsdirektoratet, 2024). I denne oppgavekategorien er det spesielt formuleringen “vise at de forstår matematikk” som kan knyttes til steg 5 å tolke. Denne formuleringen gjør at elevene gjennom tolkning av egne resultater eller tolkning av konteksten i oppgaver kan vise at de forstår matematikk.

6.1.6 Validere

Resultatene våre viser at steg 6 validere er nødvendig i 9% av oppgavene som tilsvarer 7 av alle eksamensoppgavene. Det kommer av rammeverket for analysen at dette steget er nødvendig dersom elevene må vurdere rimeligheten og nøyaktigheten i egne resultater I tillegg til å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger og egenskaper for å kunne vurdere om resultatet gir et tilfredsstillende bilde av virkeligheten. Grunnen til at dette steget ikke er veldig fremtredende i våre resultater kan ses i sammenheng med forventningene til hva eksamen i matematikk skal måle. På den ene siden skal eksamen i matematikk være i tråd med teksten om faget og kompetansemålene slik det står i opplæringslova (1998, § 3-3). Et av kompetansemålene for 10. trinn peker på at elevene skal argumentere for gyldigheten til modeller (Kunnskapsdepartementet, 2019), som kan ses i sammenheng med dette steget. På den andre siden kan det forstås i sammenheng med elevenes egne forventninger til eksamen. Tidligere forskning har identifisert at dette steget er utfordrende fordi elever sjeldent validerer sitt eget arbeid i matematikkundervisningen siden det ligger skjulte forventninger om at det er noe læreren gjør (Blum, 2015, s. 79). Dermed vil det være rimelig å anta at elever sjeldent vil validere sine egne løsninger dersom de ikke spesifikt blir bedt om det.

6.2 Diskusjon forskningsspørsmål 2

Resultatene fra vår analyse viser at det i 44 av 74 oppgaver er nødvendig å gjøre mer enn ett steg i modelleringssyklusen for å løse oppgaven. I 34 av oppgavene er det nødvendig å gjøre to steg. I de resterende 10 oppgavene er det nødvendig å gjøre tre, fem eller seks steg. Våre resultater viser at det ikke nødvendig å gjøre alle de syv stegene i modelleringssyklusen i noen av eksamensoppgavene. Videre skal vi ut fra våre resultater diskutere hvordan de ulike stegene opptrer i eksamensoppgavene.

6.2.1 Når opptrer to steg?

I våre resultater krever 34 oppgaver at det er nødvendig å gjøre to steg i modelleringssyklusen for å svare på oppgaven. Dette tilsvarer 45,9% av alle de analyserte eksamensoppgavene. Det er i hovedsak steg 4 arbeide matematisk og steg 5 å tolke som er fremtredende, mens det i én oppgavene kun er nødvendig å gjøre steg 5 og steg 6. Som nevnt tidligere er steg 4 og 5 også de eneste stegene som opptrer alene. At steg 4 og 5 opptrer samtidig kan ha sammenheng med den første og den andre oppgavekategorien som elever kan få på eksamen og lukkede oppgaver. Lukkede oppgaver er i hovedsak avkrysningsoppgaver eller oppgaver som har entydige løsninger (Schauber et al., 2021, s. 1340). I oppgavekategori 1 får elevene enten flervalgsoppgaver eller oppgaver der de skal skrive løsningen sin i en egen løsningsrute (Utdanningsdirektoratet, 2024). Av dette kan vi forstå at oppgavetype 1 i hovedsak er lukkede oppgaver. I de eksamensoppgavene vi har analysert ser vi tilfeller hvor det er nødvendig at elevene gjør hoderegning for å kunne tolke problemet opp mot konteksten, slik at de kan krysse av i riktig rute. Lukkede oppgaver er også statiske i den forstand at det er lagt føringer på innhold og ønsket løsningsmetode, samtidig som de har en entydig løsning (Schauber et al., 2021, s. 1340). Dette kan knyttes til oppgavekategori 2, hvor elevene skal "(...) anvende matematikk ved å kommunisere resonnement, strategier, beregninger, argumentasjoner og vurdering" (Utdanningsdirektoratet, 2024). På grunn av dette kan oppgaver som tilhører denne kategorien være lukkede dersom det er bestemt hvilken løsningsmetode elevene skal bruke og at det er bestemt hvilke variabler de skal benytte, samtidig som oppgaven har en entydig løsning. Et eksempel på en oppgave der løsningsmetoden og variablene er gitt, har vi vist i resultatkapittelet (Figur 4 og Tabell 6). I denne oppgaven er både variablene og løsningsmetoden gitt som gjør at den første delen av oppgaven har et entydig svar. Elevene må i denne oppgaven gjøre steg 4 arbeide matematisk og steg 5 å tolke for å kunne svare på det oppgaven ber om. Dette må elevene gjøre ved å bruke matematisk kunnskap og de egenskapene variablene har, for å kunne tolke den matematiske konteksten. Av dette kan vi forstå at steg 4 og 5 ofte vil være nødvendig i tilfeller der elevene får oppgaver fra den første eller den andre oppgavekategorien. Vi anser det dermed ikke som overraskende at våre resultater viser et høyt antall oppgaver der steg 4 og 5 opptrer samtidig. Vi ser det som en forventning at eksamen i matematikk måler elevenes matematiske kunnskaper, samtidig som de skal vise matematisk forståelse gjennom tolkning. Dette samsvarer også med funnene til Berget (2022) som har flest treff på disse to stegene.

6.2.2 Når opptrer tre steg?

Våre resultater viser at det i fem oppgaver er nødvendig å gjøre tre steg for å løse oppgaven. I disse tilfellene er det stegene 3, 4 og 5 eller stegene 4, 5 og 6 som opptrer samtidig. Steg 4 arbeide matematisk og steg 5 å tolke går altså igjen i disse oppgavene, sammen med matematisering eller validering. Det kommer av vårt rammeverk for analyse at dersom det er nødvendig å matematisere i tillegg til å arbeide matematisk og tolke, handler dette om at eleven må lage eller anerkjenne parametere og egenskaper for videre kunne arbeide matematisk og deretter tolke. I de tilfellene steg 6 kommer som en forlengelse av å arbeide matematisk og tolke, ser vi at det handler om at elevene må vurdere rimeligheten og nøyaktigheten i resultatene som har kommet frem i de foregående stegene. Steget matematisering opptrer ikke alene i våre resultater. Dette kan ha en sammenheng med at de fleste oppgavene allerede er matematisert av forfatterne. I tillegg kan matematisering ses på som en del av en prosess, dermed vil det ha liten hensikt å lage eller anerkjenne parametere og egenskaper dersom de ikke skal brukes videre. Validering opptrer heller ikke alene i våre resultater. Årsaken til dette kan være at steget krever at elevene vurderer rimeligheten og nøyaktigheten i egne resultater. Dersom eleven ikke har gjort noen form for matematikk og ikke har egne resultater, vil det ikke være behov for å vurdere om resultatene gir et riktig bilde av virkeligheten, med mindre de skal vurdere noen andres fremstilling. Ut fra dette ser vi en tendens til at steg 3 og 6 kun opptrer i kombinasjon med steg 4 og 5 i de eksamensoppgavene vi har analysert.

6.2.3 Oppgaver hvor ett, to eller tre steg er nødvendig

Ifølge våre funn er det nødvendig i 69 av 74 oppgaver å gjøre ett, to eller tre steg i modelleringssyklusen for å løse oppgaven, som utgjør rett over 93% av alle oppgavene. Hvorav steg 4 og/eller steg 5 opptrer i alle oppgavene. Vi anser ikke disse oppgavene til å være modelleringsoppgaver nettopp fordi kun ett, to eller tre steg opptrer samtidig. Det kan derimot se ut til at disse oppgavene i større grad tester delkompetanser i matematikk. Oppgaver som tester delkompetanser, blir av Blomhøj og Jensen (2003) sett på som atomistiske. På grunn av dette ser vi det slik at de 69 oppgavene som krever at det er nødvendig med ett, to eller tre steg er atomistiske oppgaver.

Delkompetanser i matematikk slik det kommer av Niss og Jensen (2002) er særegne og kan skilles, samtidig som de har en forbindelse med hverandre. Dette betyr at det ikke er mulig å vise én matematisk kompetanse isolert uten at andre delkompetanser kan komme til syne (Niss & Jensen, 2002, s. 43-44). I vurderingssituasjoner vil atomistiske oppgaver som tester delkompetanser i faget egne seg godt, da det er mulig å teste enkeltdeler av kompetansen (Hankeln et al., 2019, s. 146). Det er dermed å forvente at deler av modelleringskompetansen vi har synliggjort i rammeverket for analyse, også kommer frem i oppgaver som er ment for å måle andre delkompetanser i matematikk. Med andre ord er det ikke meningen at alle oppgaver skal være modelleringsoppgaver. Samtidig vil det være naturlig at enkelte steg fra modelleringssyklusen er til stede i oppgaver som tester andre delkompetanser.

6.2.4 Oppgaver hvor fem eller seks steg er nødvendig

Det er fem oppgaver som skiller seg ut i våre resultater. I disse oppgavene er det nødvendig å gjøre fem eller seks steg i modelleringssyklusen for å kunne svare på oppgaven. Med bakgrunn i teorien anser vi matematisk modellering som en syklisk prosess bestående av syv steg. Vi har ikke funnet noen oppgaver der det er nødvendig å gjøre alle syv stegene. Dette gjør at det ikke er noen holistiske modelleringsoppgaver med en ovenfra og ned tilnærming slik det er beskrevet av Blomhøj og Jensen (2003), og Niss og Blum (2020). Dermed ser vi det slik at de oppgavene hvor det er nødvendig å gjøre fem eller seks steg er nærmest å gi elevene mulighet til å vise en helhetlig modelleringsprosess. Disse oppgavene er også atomistiske fordi de fokuserer på enkelte deler av hele modelleringsprosessen (Blomhøj & Jensen 2003, s. 128-129). I de fem oppgavene hvor det er nødvendig med fem eller seks steg er dette stegene konstruere, matematisere, arbeide matematisk, tolke, validere og eksponere. I de oppgavene hvor det er fem steg, er det matematisering som ikke er nødvendig. Disse oppgavene er dermed atomistiske, men de er likevel nærme en helhetlig modelleringsprosess fordi kun ett eller to steg i prosessen mangler. Våre funn tilsier at det er én slik oppgave per eksamenssett. I oppgaveteksten knyttet til disse oppgavene står det at elevene skal vise sin "kompetanse innen modellering og anvendelse". Dermed vil det være å forvente at flere steg fra modelleringssyklusen vil opptre i disse oppgavene. Det kommer av opplæringslova (1998, § 3-3) at vurdering skal ha grunnlag i kompetansemålene i læreplanen og skal forstås i lys av teksten om faget. Teksten om faget inkluderer også kjerneelementene.

Selv om kjerneelementet modellering og anvendelser beskriver hvordan elevene skal arbeide henholdsvis med å ha innsikt i, beskrive, lage, vurdere og kritisk vurdere matematiske modeller, er det i læreplanen ikke fremstilt som en syklisk prosess. På grunn av dette kan vi anta at det er formuleringen av selve kjerneelementet som blant annet er lagt til grunn for vurderingen av de oppgavene som er tiltenkt modellering og anvendelser. Dermed viser våre funn at elevene har mulighet til å vise kompetanse i kjerneelementet modellering og anvendelser på skriftlig eksamen i matematikk på 10. trinn.

6.3 Modelleringsoppgaver på eksamen

Resultatene våre viser at eksamenssettene ikke inneholder noen holistiske modelleringsoppgaver som krever at elevene gjør alle de syv stegene i modelleringssyklusen. I dette delkapittelet diskuterer vi først utfordringer knyttet til åpne oppgaver og kvalitetskriteriene i skriftlig eksamen i matematikk. Deretter diskuterer vi våre funn opp mot vurdering.

6.3.1 Hva kan være utfordrende med modelleringsoppgaver?

Åpne oppgaver har ingen gitt løsningsmetode eller en entydig løsning på problemet slik det er beskrevet av Kim og Cho (2015). Modelleringsoppgaver har heller ikke entydige løsninger og er i tillegg avhengig av valgene og tilnærmingen til den som løser oppgaven (Zawojewski, 2010, s. 239-240). Med bakgrunn i dette kan vi si at modelleringsoppgaver er åpne oppgaver fordi de ikke har entydige løsninger eller en bestemt løsningsmetode. Med tanke på at vi ikke har funnet noen holistiske modelleringsoppgaver i våre resultater, kan dette ha en sammenheng med kvalitetskriteriene reliabilitet og validitet i eksamen. På den ene siden dreier reliabilitet i eksamen seg om å sikre at eksamensresultatene ikke gir et uriktig bilde av virkeligheten. På den andre siden handler validitet om hvorvidt eksamen gjenspeiler den faglige kompetansen elevene viser på en troverdig måte (Utdanningsdirektoratet, 2021b). Utfordringen med åpne oppgaver på eksamen, slik som modelleringsoppgaver er, kan dermed knyttes til hvordan de skal sensureres og vurderes. For det første kan det være vanskelig å objektivt vurdere slike oppgaver på grunn av de ulike tilnærmingene og løsningene elevene kan ha til problemet. Fordi åpne oppgaver er knyttet sammen med valgene som elevene gjør, kan dette føre til at besvarelsene inneholder vidt forskjellige kompetanser. Dette kan gjøre at åpne oppgaver utfordrer validiteten i eksamen fordi de ikke nødvendigvis gjenspeiler den faglige kompetansen elevene innehar.

For det andre kan åpne oppgaver være utfordrende fordi slike oppgaver kan gi elevene mulighet til å vise kreative løsninger på problemet. Dette kan gjøre at de som vurderer besvarelsene kan mistolke hva eleven forsøker å formidle. Sett opp mot reliabilitet kan dette føre til utfordringen knyttet til om eksamen gir et riktig bilde av virkeligheten.

6.3.2 Tilnærmet helhetlige modelleringsoppgaver på eksamen

I våre resultater har vi funnet fem oppgaver som gir en tilnærmet helhetlig tilnærming til modellering fordi de inneholder fem eller seks av syv steg i modelleringssyklusen. Det er rimelig å anta at disse oppgavene også kan være utfordrende i forhold til vurdering. Vi har imidlertid observert at disse oppgavene har egne forklaringer på hva som forventes at elevene gjør mens de løser oppgaven. Dette kan være med på å gjøre det lettere å vurdere besvarelsene av slike oppgaver. Tidligere forskning har identifisert når det er hensiktsmessig å ha holistiske oppgaver i en vurderingssituasjon. Hankeln et al. (2019) beskriver at dersom målet er å vurdere om en elev evner å fullføre en modelleringsprosess, er det hensiktsmessig med holistiske oppgaver. Hvis målet er å vurdere flere delkompetanser i matematisk modellering er det hensiktsmessig å bruke atomistiske oppgaver i vurderingssituasjoner (Hankeln et al., 2019, s. 146). Med hensyn til våre resultater kan det se ut til at ingen av oppgavene i de eksamenssettene vi har analysert har som formål å vurdere elevenes evne til å fullføre en modelleringsprosess. Våre resultater viser på grunn av dette at fokuset i eksamensoppgavene er nærmere knyttet til å vurdere delkompetanser i matematisk modellering.

6.4 Elevers mulighet til å vise kompetanse

Våre funn viser at elevene har mulighet til å vise en tilnærmet helhetlig tilnærming til matematisk modellering på skriftlig eksamen i matematikk. Det er to aspekter som er naturlig å diskutere i forhold til dette funnet. Det første er kompetansebegrepet slik det er definert i LK20, og det andre er hva eksamen i matematikk skal måle.

Læreplanen og kompetansemålene i matematikk bygger på en felles definisjon av kompetanse fra LK20 og er beskrevet slik: "Kompetanse er å kunne tilegne seg og anvende kunnskaper og ferdigheter til å mestre utfordringer og løse oppgaver i kjente og ukjente sammenhenger og situasjoner. Kompetanse innebærer forståelse og evne til refleksjon og kritisk tenkning" (Kunnskapsdepartementet, 2017, s. 11). Grunnlaget for vurderingen på eksamen i matematikk skal forstås i lys av teksten om faget og kompetansemålene slik det kommer av opplæringslova (1998, § 3-3). Med bakgrunn i dette kan vi forstå at kompetansebegrepet også blir tatt med i betraktningen når elevene vurderes på eksamen i matematikk. Samtidig er det slik at eksamen i matematikk ikke måler eller er ment til å måle det samme som standpunktkarakteren i faget (Utdanningsdirektoratet, 2022). Dermed vil det være rimelig å anta at evnen til å kunne tilegne seg kompetanse er forbeholdt underveisvurderingen i matematikk og ikke noe elevene i stor grad skal vise på eksamen. Med hensyn til våre funn, kan vi forstå at å teste elevenes helhetlige tilnærming til matematisk modellering kan være mer hensiktsmessig å gjøre i undervisningen enn på eksamen.

Våre funn viser at eksamensoppgavene i stor grad tester elevene i ulike delkompetanser i matematikk. Med bakgrunn i dette vil det være rimelig å anta at flere av de oppgavene som vi ikke anser som modelleringsoppgaver er tekstoppgaver eller problemløsningsoppgaver. Tekstoppgaver blir omtalt som enkle øvelser innen matematisk modellering av Verschaffel et al (2000, s. 134). I tillegg kan tekstoppgaver være problemløsningsoppgaver dersom eleven ikke ser en umiddelbar løsning på oppgaven (Zawojewski, 2010, s. 237- 238). Dermed vil det ikke være overraskende at steg fra modelleringssyklusen blir synlig i tekst- og problemløsningsoppgaver som måler andre delkompetanser. Elevene vil kunne vise sin kompetanse ved å resonnere, beregne, argumentere og vurdere, i tillegg til kompetanse i nye situasjoner knyttet til problemløsning, utforsking og modellering slik det blir beskrevet i oppgavekategoriene for eksamen i matematikk (Utdanningsdirektoratet, 2024). Våre funn viser at det på eksamen er en variasjon i hvilke steg som er nødvendig, samt en variasjon i oppgavetyper elevene skal løse. Dette viser dermed at elevene både testes i evnen til å løse rene matematikkoppgaver og om de kan anvende matematisk kompetanse i oppgaver som knytter seg til situasjoner fra den virkelige verden slik det er definert av Blum og Niss (1991, s. 37-38).

7 Avslutning

Målet med denne studien har vært å undersøke matematisk modellering i eksamensoppgaver gjennom følgende problemstilling: *Hvilke muligheter har elever til å vise kompetanse i kjerneelementet modellering og anvendelser på skriftlig eksamen i matematikk etter innføringen av LK20?* Ved hjelp av et rammeverk for analyse basert på modelleringssyklusen til Blum og Leiß (2007), og Zbiek og Conner (2006), har vi sett nærmere på hvordan matematisk modellering opptrer i eksamensoppgaver etter innføringen av LK20, med hensyn til kjerneelementet modellering og anvendelser. I forrige kapittel diskuterte vi hovedfunn fra analysen opp mot teori, tidligere forskning og styringsdokumenter. Vi har tatt utgangspunkt i to forskningsspørsmål som til sammen er med på å svare på problemstillingen.

7.1 Konklusjon

Med bakgrunn i funnene gjort i denne studien konkluderer vi med at elever har mulighet til å vise kompetanse i kjerneelementet modellering og anvendelser på skriftlig eksamen i matematikk på 10. trinn. Vi har tatt utgangspunkt i matematisk modellering som en syklisk prosess selv om kjerneelementet modellering og anvendelser ikke fremstår som dette i læreplanen. Våre resultater viser at elevene har mulighet til å vise en tilnærmet helhetlig tilnærming til matematisk modellering ved at det i én oppgave fra hvert eksamenssett er nødvendig å gjøre fem eller seks steg i modelleringssyklusen.

For å kunne svare på problemstillingen operasjonaliserte vi mulighetsbegrepet gjennom forskningsspørsmålene. Med hensyn til det første forskningsspørsmålet: *Hvilke steg i modelleringssyklusen er nødvendig for elevene å gjøre på eksamensoppgaver for å kunne løse dem?* fant vi at alle steg bortsett fra simplifisere/strukturere er nødvendig. Med utgangspunkt i dette har vi diskutert fremtredelsen av hvert enkelt steg. Med hensyn til det andre forskningsspørsmålet: *Hvor mange oppgaver krever at det er nødvendig å gjøre flere steg i modelleringssyklusen?* fant vi at 44 av 74 oppgaver krever at det er nødvendig å gjøre mer enn et steg. Av disse er det i fem oppgaver nødvendig å gjøre fem eller seks av syv steg i modelleringssyklusen. Det er disse oppgavene vi mener gir en tilnærmet helhetlig tilnærming til matematisk modellering.

Fokuset vi har hatt på hvilke eksamensoppgaver som krever flere steg har gjort det mulig å synliggjøre de oppgavene som er ment til å måle en tilnærmet helhetlig tilnærming til modellering og de oppgavene som måler delkompetanser i matematikk. Vi anser eksamensformen som en av årsakene til at vi ikke finner muligheten for en helhetlig tilnærming til matematisk modellering i eksamensoppgavene.

7.2 Pedagogiske implikasjoner

Gjennom denne studien har vi identifisert at elever har mulighet til å vise kompetanse i kjerneelementet modellering og anvendelser på skriftlig eksamen i matematikk. I forlengelsen av dette ser vi at det kan være behov for mer veiledning og kunnskap knyttet til hvordan man kan arbeide med matematisk modellering i undervisningen.

Oppgavene elevene får på eksamen utfordrer dem i ulike kompetanser, blant annet kompetanse i kjerneelementet modellering og anvendelser. På grunn av dette bør elevene ha kjennskap til hva kompetanse i dette kjerneelementet krever av dem på eksamen. I de eksamensoppgavene vi har analysert, finnes det kun atomistiske oppgaver, noe som også er å forvente ut fra vurderingsformen. Det er i undervisningen at elevene har mulighet til å trene på oppgaver de møter på eksamen med veiledning fra lærere, og de har tilgang på ressurser som ikke er tilgjengelige på eksamen i matematikk. Dermed blir undervisningen en arena der det er mulighet for å gjennomføre helhetlige modelleringsoppgaver som inkluderer alle de syv stegene i modelleringssyklusen. På grunn av dette anser vi holistiske modelleringsoppgaver for å være oppgaver som egner seg godt for å utvikle elevers kompetanse i hele modelleringsprosessen.

Det er tidligere blitt identifisert av Berget og Bolstad (2019) at det er behov for tydeligere retningslinjer for hvordan det skal arbeides med matematisk modellering i undervisningen. Det er tydelig for oss at dette fortsatt er et behov fordi nåværende fremstilling av matematisk modellering i læreplanen gjør at det er opp til den enkelte pedagog å avgjøre hvordan dette skal arbeides med i undervisningen. I forlengelsen av dette vil det også være behov for kompetanseheving blant lærere. Det er ikke gitt at alle lærere har dekkende kunnskap om matematisk modellering fra sin utdannelse, dermed vil det være et behov for at lærere får muligheten til å tilegne seg mer kompetanse på dette området. Kunnskapsheving vil være hensiktsmessig fordi lærerens egne perspektiver, prioriteringer og tolkninger kan påvirke hvordan matematisk modellering ser ut i undervisningen. Dette kan medføre at elevene har ulikt kunnskapsgrunnlag når de går opp til eksamen i matematikk. Vi mener dermed at et fokus på hva matematisk modellering innebærer og hvordan det skal undervises, vil være verdifullt med hensyn til lærere, elever og videre forskning.

7.3 Forslag til videre forskning

Med utgangspunkt i resultatene fra denne studien og de pedagogiske implikasjonene vi ser etter fullført forskning, vil det være hensiktsmessig å foreslå områder som det kan forskes videre på. Vi ser et behov for mer veiledning og kunnskap knyttet til hvordan man kan arbeide med modellering i undervisningen. Dermed kan det være av interesse å utarbeide en lærerveiledning knyttet hva matematisk modellering er, og hvordan dette kan arbeides med i undervisningen. I diskusjonen drøftet vi hvorfor åpne oppgaver slik som modelleringsoppgaver er, kan være utfordrende å vurdere. Dermed hadde det vært interessant å gjøre en studie knyttet til vurdering av modelleringsoppgaver med vekt på hvilke aspekter ved matematisk modellering som krediteres i sensureringen. Det hadde også vært innsiktsfullt å studere elevers modelleringsruter i eksamensoppgaver for å avdekke hvilke steg i modelleringssyklusen elevene selv vektlegger, ettersom fokuset i denne studien har vært knyttet til oppgaver. I tillegg hadde det vært innsiktsfullt og gjennomført en studie knyttet til formativ vurdering i klasserommet med hensyn til hvilke modelleringskompetanser læreren verdsetter i elevenes arbeid. Det vil også være relevant å følge med på utviklingen av eksamensoppgaver i matematikk med hensyn til hvilke tilnærminger til matematisk modellering oppgavene vektlegger. Dette mener vi er nyttig fordi en eventuell endring i eksamensformen kan påvirke mulighetsrommet elevene har til å vise kompetanse.

7.4 Styrker og begrensninger i studien

Denne studien er en kvalitativ teoridrevet innholdsanalyse med en deduktiv tilnærming. Med bakgrunn i arbeidet som er gjort knyttet til denne forskningen ser vi det som hensiktsmessig å diskutere styrker og begrensninger i denne studien.

Vi anser det som en styrke i denne studien at vi har vært to forskere gjennom hele forskningsprosessen. På grunn av dette har vi hatt mulighet til å kvalitetssikre hverandres arbeid og forskningspraksis. Vi ser det også som en styrke at vi har vært grundige og strukturerte i vår tilnærming til metode for å gi innsikt i alle fasene av forskningen. Ved å gå i dybden i analysen har vi hatt muligheten til å se på helheten av hver enkelt eksamensoppgave, som vi også ser på som en styrke. Alle studier vil også ha begrensninger, noe som vi også finner i denne studien. En begrensing i denne forskningen er knyttet til at ikke alle eksamenssettene som vi har analysert ble gjennomført som en eksamen. Dette henger sammen med at koronapandemien gjorde at alle eksamener på ungdomsskolen ble avlyst våren 2021 og våren 2022 (Honningsøy & Øfsti, 2022). I tillegg har vi analysert eksempelsett som gjør at det finnes flere oppgaver som har store likheter eller er like i sin helhet. En annen begrensing i denne studien er at LK20 fortsatt er relativt ny knyttet til eksamen fordi læreplanen ble innført stegvis på trinnene. På grunn av dette hadde det ikke vært før våren 2022 at elever på 10. trinn skulle ha gjennomført eksamen i matematikk i henhold til LK20, dersom vi ser bort i fra pandemien.

Avslutningsvis ønsker vi å trekke frem hvilken betydning denne studien vil ha for oss som fremtidige matematikklærere i grunnskolen. Vi har fått en dypere forståelse av hva det vil si å engasjere seg i, undersøke og gjennomføre forskning. Dette har gjort at vi har opparbeidet oss kunnskap som vi videre kan bruke inn mot skolens forsknings- og utviklingsarbeid. Erfaringene vi har gjort oss med å finne litteratur og teori gjør at vi i enda større grad kan være kritiske til hvordan forskning blir presentert i pedagogisk sammenheng. Vi sitter igjen med en dypere kompetanse om eksamen i matematikk og kjerneelementet modellering og anvendelser som vi kan ta med oss inn i matematikkundervisningen i skolen.

8 Litteraturliste

Abassian, A., Safi, F., Bush, S., & Bostic, J. (2020). Five different perspectives on mathematical modeling in mathematics education. *Investigations in Mathematics Learning, 12*(1), 53–65. https://doi.org/10.1080/19477503.2019.1595360

Barbosa, J. C. (2006). Mathematical modelling in classroom: a socio-critical and discursive perspective. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik 38*, 293–301. https://doi.org/10.1007/BF02652812

Berget, I. K. L. & Bolstad, O. H. (2019). Perspektiv på matematisk modellering i Kunnskapsløftet og Fagfornyinga. *Nordisk tidsskrift for utdanning og praksis, 13*(1), 83-97. DOI: https://doi.org/10.23865/up.v13.1882

Berget, I. K. L. (2022). Mathematical modelling in textbook tasks and national examination in Norwegian upper secondary School. *Nordic Studies in Mathematics Education, 27*(1), 51-70. https://ncm.gu.se/media/nomad/enomad/nomad-subscribers/27_1_051070_berget.pdf

Blaikie, N. (2007). *Approaches to social enquiry* (2. utg). Polity Press.

Blomhøj, M. & Jensen, T. H. (2003). Developing mathematical modelling competence: conceptual clarification and educational planning. *Teaching Mathematics and its Applications, 22*(3), 123-139.https://doi.org/10.1093/teamat/22.3.123

Blum, W. & Borromeo Ferri, R. (2009). Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application, 1*(1), 45-58. https://www.researchgate.net/publication/279478754_Mathematical_Modelling_Can_It_Be_Taught_And_Learnt

Blum, W. & Leiß, D. (2007). How do students and teachers deal with modelling problems?. I C. Haines, P. Galbraith, W. Blum & S. Khan (Red.), *Mathematical modelling (ICTMA 12): Education, Engineering and Economics* (s. 222- 231). Horwood Publishing Limited. https://doi.org/10.1533/9780857099419.5.221

Blum, W. & Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects — State, trends and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics, 22*, 37–68. https://doi.org/10.1007/BF00302716

Blum, W. (2015). Quality Teaching of Mathematical Modelling: What Do We Know, What Can We Do? I S. J. Cho (Red.), *The Proceedings of ICME 12* (73-96). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3_9

Cevikbas, M., Kaiser, G. & Schukajlow, S. (2021). A systematic literature review of the current discussion on mathematical modelling competencies: state-of-the-art developments in conceptualizing, measuring, and fostering. *Educational Studies in Mathematics, 109*, 205–236. https://doi.org/10.1007/s10649-021-10104-6

Clark, T., Foster, L., Sloan, L. & Bryman, A. (2021). *Bryman's social research methods* (6. utg). Oxford University Press.

Ekeland, P. R. (2020, 14. desember). *Heldigital eksamen er en ulykke for mattefaget.* Lektorlaget. https://www.norsklektorlag.no/nyheter/heldigital-eksamen-er-en-ulykke-for-mattefaget/

Elo, S. & Kyngäs, H. (2008). The qualitative content analysis process. *Journal of Advanced Nursing*, *62*(1), 107-115. https://doi.org/10.1111/j.1365-2648.2007.04569.x

Fauskanger, J. & Mosvold, R. (2014). Innholdsanalysens muligheter i utdanningsforskning. *Norsk Pedagogisk Tidsskrift*, *98*(2), 127-139. https://doi.org/10.18261/ISSN1504-2987-2014-02-07

Fontana, A. & Frey, J. H. (2000). The interview: From structured questions to negotiated text. I N. K. Denzin & Y. S. Lincoln (Red.), *Handbook of qualitative research* (2 utg. s. 645-672). Sage Publications, Inc. https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/6402643/mod_resource/content/1/Fontana%20_%20Frey%20%282000%29%20The%20Interview%20struct%20questions%20negotiated%20text.pdf

Hana, G. M. (2013). *Matematiske byggesteiner*. Caspar forlag AS.

Hankeln, C., Adamek, C. & Greefrath, G. (2019). Assessing sub-competencies of mathematical modelling—development of a new test instrument. I G. A. Stillman & J. P. Brown (Red.), *Lines of inquiry in mathematical modelling research in education* (s. 143–160). Springer. https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-030-14931-4_8

Honningsøy, K. H. & Øfsti, A. W. (2022, 11. februar). Kunnskapsministeren: Eksamener avlyst. *NRK*. https://www.nrk.no/norge/kunnskapsministeren_-eksamener-avlyst-1.15850981

Hsieh, H.-F. & Shannon, S. E. (2005). Three approaches to qualitative content analysis. *Qualitative Health Research, 15* (9), 1277–1288. https://journals.sagepub.com/doi/epdf/10.1177/1049732305276687

Huston, K., Galbraith, P. & Kaiser, G. (2019, 06. juni). *ICTMA - The International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications - The First Twenty-five Years:* ICTMA. https://www.icmihistory.unito.it/ictma.php

Kaiser, G. & Brand, S. (2015). Modelling Competencies: Past Development and Further Perspectives.I Stillman, G., Blum, W. & Salett Biembengut, M. (Red.), *Mathematical Modelling in Education Research and Practice: Cultural, Social and Cognitive Influences*. (s. 129-149). Springer.

Kaiser, G. & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 38*, 302–310. https://doi.org/10.1007/BF02652813

Kim, M. K. & Cho, M. K. (2015). The Study of Constructed-Response Assessment of Elementary Mathematics Education in Korea. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *11*(2), 299-311. https://doi.org/10.12973/eurasia.2015.1331a

Kunnskapsdepartementet. (2017). *Overordnet del- verdier og prinsipper for grunnopplæringen*. Fastsatt som forskrift ved kongelig resolusjon. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/verdier-og-prinsipper-for-grunnopplaringen/id2570003/

Kunnskapsdepartementet. (2019). Læreplan i matematikk (MAT01-05). Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://www.udir.no/lk20/mat01-05?lang=nob

Matematikk.net (2023, 1. november). *Eksamensoppgaver*. Hentet 8. mars 2024 fra https://www.matematikk.net/side/Eksamensoppgaver

McHugh, M. L. (2012). Interrater reliability: The kappa statistic. *Biochemia Medica, 22*(3), 276–282. https://doi.org/10.11613/bm.2012.031

Niss, M. & Blum, W. (2020). *The Learning and Teaching of Mathematical Modelling*. Routledge.

Niss, M. & Jensen, T. H. (Red.). (2002). *Kompetencer og matematiklæring: Ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark.* Undervisningsministeriet. https://www.matematikksenteret.no/sites/default/files/attachments/page/Kompetencer%20og%20matematikl%C3%A6ring.pdf

NOU 2015: 8. (2015). *Fremtidens skole-Fornyelse av fag og kompetanser*. Kunnskapsdepartementet. https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/nou-2015-8/id2417001/

Opplæringslova. (1998). *Lov om grunnskolen og den vidaregåande opplæringa* (LOV-1998-07-17-61). Lovdata. https://lovdata.no/dokument/NL/lov/1998-07-17-61

Postholm, M. B. & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode: for masterstudenter i lærerutdanningen*. Cappelen Damm Akademisk.

Schauber, S. K., Hautz, S. C., Kämmer, J. E., Stroben, F. & Hautz, W. E. (2021) Do different response formats affect how test takers approach a clinical reasoning task? An experimental study on antecedents of diagnostic accuracy using a constructed response and a selected response format. *Advances in Health Sciences Education, 26*, 1339–1354. https://doi.org/10.1007/s10459-021-10052-z

Toerner, G. & Arzarello, F. (2012). Grading Mathematics Education Research Journals. *European Mathematical Society Newsletter*, *86*, 52-54. https://www.ems-ph.org/journals/newsletter/pdf/2012-12-86.pdf

Utdanningsdirektoratet. (2019a, 18. november). *Hva er nytt i læreplanverket?* https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/stotte/hva-er-nytt-i-lareplanverket/

Utdanningsdirektoratet. (2019b, 18. november). *Hva er kjerneelementer?* https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/stotte/hva-er-kjerneelementer/

Utdanningsdirektoratet. (2021a, 22. september). *Slik ble læreplanene utviklet*. https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/fagfornyelsen/slik-ble-lareplanene-utviklet/

Utdanningsdirektoratet. (2021b, 15. februar). *Rammeverk for eksamen*. https://www.udir.no/eksamen-og-prover/eksamen/rammeverk-skriftlig-eksamen-i-lk20-og-lk20s/

Utdanningsdirektoratet. (2022, 17. januar). *Sluttvurdering i matematikk etter 10. trinn*. https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/fagspesifikk-stotte/standpunktvurdering-i-matematikk/

Utdanningsdirektoratet. (2023, 27.juni). *Innføring og overgangsordninger for nye læreplaner.* https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/innforing-og-overgangsordninger-for-nye-lareplaner/#a166494

Utdanningsdirektoratet. (2024, 1. mars). *Endringer i eksamen*. https://www.udir.no/eksamen-og-prover/eksamen/slik-endrer-vi-eksamen/#a210172

Verschaffel, L., Greer, B. & de Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. Swets & Zeitlinger.

Zawojewski, J. (2010). Problem Solving Versus Modeling. I R. Lesh, P. L. Galbraith, C. R. Haines & A. Hurford (Red.), *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies.* ICTMA 13 (s. 237- 244). Springer. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0561-1_20

Zbiek, R. M. & Conner, A. (2006). Beyond Motivation: Exploring Mathematical Modeling as a Context for Deepening Students' Understandings of Curricular Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *63*(1), 89–112. http://www.jstor.org/stable/25472112

Vedlegg 1: Alle analyserte eksamensoppgaver

Eksempeloppgaver eksamen ungdomstrinnet, (Vår 2021)				
Oppgave type 1				
Oppgave 1	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort.
	Steg 4 Arbeide matematisk		X	**Kombinering**: bruke kunnskap om kombinatorikk **Analysering**: bruke kunnskap og informasjon fra de ulike trekkene til å finne svar på de andre ballene
	Steg 5 Å tolke		X	Nødvendig. Sette matematisk resultat tilbake i den opprinnelige konteksten og tolke den som et gyldig resultat
	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 2	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort.
	Steg 4 Arbeide matematisk		X	**Kombinering**: kombinere kunnskap om de tre første figurene og lage et generelt uttrykk for Fn.
	Steg 5 Å tolke	X		Ikke nødvendig. Det er ikke nødvendig å sette en matematisk konklusjon inn i en virkelighetsnær kontekst. Svaret er gitt i steg 4, elevene behøver ikke å tolke dette svaret inn i virkeligheten.
	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 3	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.

	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort.
	Steg 4 Arbeide matematisk	X		Ikke nødvendig. Det er ikke nødvendig å gjøre matematikk for å kunne svare på spørsmålet.
	Steg 5 Å tolke		X	Nødvendig. Eleven må tolke det matematiske uttrykket inn i en virkelig situasjon
	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 4	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort.
	Steg 4 Arbeide matematisk	X		Ikke nødvendig. Det er ikke nødvendig å gjøre matematikk for å kunne svare på spørsmålet.
	Steg 5 Å tolke		X	Nødvendig. Eleven må tolke programmeringsblokken i samsvar med de fire bildene for å kunne svare på oppgaven
	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgavetype 2				
Oppgave 5	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort.
	Steg 4 Arbeide matematisk		X	**Kombinering**: Eleven må kombinere kunnskap om geometri for å kunne løse oppgaven **Analysering**: Eleven må bruke informasjon fra figuren og teksten til å regne ut andre sider i figuren.
	Steg 5 Å tolke		X	Nødvendig å tolke det matematiske resultatet inn i den opprinnelige konteksten som et gyldig resultat.
	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.

Oppgave 6	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	**X**		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	**X**		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	**X**		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort.
	Steg 4 Arbeide matematisk		**X**	Nødvendig. **Kombinering:** Siden svaret er matematisk, må eleven argumentere med matematikk for å kunne svare på oppgaven
	Steg 5 Å tolke		**X**	Nødvendig å tolke Olavs løsning for å forklare hvorfor det ikke er gyldig, dette kan for eksempel gjøres ved å forklare hvordan faktorer i divisjonsalgoritmen fungerer.
	Steg 6 Validere	**X**		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	**X**		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 7	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	**X**		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	**X**		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	**X**		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort.
	Steg 4 Arbeide matematisk		**X**	**Kombinering**: Eleven må bruke egenskapene i Pytagoras setning til å finne eksempler på tallverdier som gir output 1.
	Steg 5 Å tolke		**X**	Det er nødvendig å tolke dataprogrammet for å kunne kommunisere hva algoritmen undersøker og kunne gi eksempler på variablene.
	Steg 6 Validere	**X**		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	**X**		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgavetype 3				
Oppgave 8	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere		**X**	Nødvendig. Elevene må avklare og forklare deler av oppgaven for å lage en realistisk modell av situasjonen. Elevene skal stille relevante spørsmål som de må besvare.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	**X**		Ikke nødvendig. Elevene må forenkle og strukturere informasjonen i oppgaven, ikke problemet. Variablene er identifisert og begrensningene er satt som gjør at det ikke er nødvendig å simplifisere problemet.
	Steg 3 Matematisering		**X**	Nødvendig. Elevene må matematisere situasjonen/det som skal undersøkes som ble valgt i steg 1.
	Steg 4 Arbeide matematisk		**X**	Nødvendig. **Kombinering**: Bruke opplysninger og regne ut matematiske svar på situasjonen(e).

				Analysering: Matematisk informasjon må bli utledet og manipulert for å kunne brukes videre i oppgaven.
	Steg 5 Å tolke		**X**	Nødvendig. Elevene må tolke de matematiske svarene inn i den opprinnelige konteksten.
	Steg 6 Validere		**X**	Nødvendig. Elevene må validere om de avgrensningene, variablene og valg som ble gjort tidligere i oppgaven gir et riktig eller godt nok bilde av virkeligheten.
	Steg 7 Eksponere		**X**	Nødvendig. Oppgaven er åpen og det er behov for å eksponere svarene som er konstruert i spørsmålene i steg 1.
Eksempelsett, MAT0010, del uten hjelpemidler, (18.08.2021)				
Oppgave 1	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	**X**		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	**X**		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	**X**		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort.
	Steg 4 Arbeide matematisk		**X**	Nødvendig. **Kombinering:** Kombinere informasjonen i oppgaven for å regne matematisk **Analysering:** Må manipulere formelen: F=S/T => T=S/F.
	Steg 5 Å tolke	**X**		Ikke nødvendig. Det er ikke nødvendig å sette en matematisk konklusjon inn i en virkelighetsnær kontekst. Det er gitt svaralternativer.
	Steg 6 Validere	**X**		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	**X**		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 2	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	**X**		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	**X**		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	**X**		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort.
	Steg 4 Arbeide matematisk		**X**	Nødvendig. **Kombinering**: Eleven kan telle eller generalisere og regne seg frem til riktig svar
	Steg 5 Å tolke		**X**	Nødvendig. Elevene må tolke om resultatet passer inn med figurene som et gyldig resultat.
	Steg 6 Validere	**X**		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	**X**		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 3	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	**X**		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.

	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort.
	Steg 4 Arbeide matematisk		X	Nødvendig. **Kombinering:** Elevene må bruke regler for ligninger, og regne ut verdi for x.
	Steg 5 Å tolke	X		Ikke nødvendig. Det er ikke nødvendig å sette en matematisk konklusjon inn i en virkelighetsnær kontekst. Svaret er gitt i steg 4, elevene behøver ikke å tolke dette svaret inn i virkeligheten.
	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 4	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort.
	Steg 4 Arbeide matematisk		X	Nødvendig. **Kombinering:** Det eneste nødvendige er å regne ved å se på uttrykket og sette inn de ulike verdiene på a og b.
	Steg 5 Å tolke	X		Ikke nødvendig. De matematiske svarene kommer frem i steg 4, og sirkel “rute” indikerer at det kun er ett riktig svar som er gitt i starten av eksamenssettet.
	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 5	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort.
	Steg 4 Arbeide matematisk	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke regne matematikk for å komme frem til en løsning på denne oppgaven.
	Steg 5 Å tolke		X	Nødvendig. Elevene må tolke svaralternativene inn i konteksten i oppgaven. Elevene skal bare krysse på et alternativ siden sirkel ”rute” betyr at det kun er ett riktig svar. Svaret et gitt elevene må tolke Trines forklaring opp mot svaralternativene.
	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.

Oppgave 6	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	**X**		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	**X**		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	**X**		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort.
	Steg 4 Arbeide matematisk		**X**	Nødvendig. **Kombinering:** bruke opplysninger i oppgaveteksten og regne ut hvor mye Arne må gi til hver av søsknene.
	Steg 5 Å tolke		**X**	Nødvendig. Resultatet må tolkes opp mot konteksten der det står at alle skal få like mye. Oppgaven tar ikke hensyn til konteksten, det må elevene gjøre selv gjennom å tolke resultatet.
	Steg 6 Validere	**X**		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	**X**		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Eksempeloppgave MAT0010, del med hjelpemidler, (18.08.2021)				
Oppgave 1	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	**X**		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	**X**		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	**X**		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort.
	Steg 4 Arbeide matematisk		**X**	Nødvendig. **Kombinering**: Siden svaret er matematisk, må eleven argumentere med matematikk for å kunne svare på oppgaven.
	Steg 5 Å tolke		**X**	Nødvendig å tolke Olavs løsning for å forklare hvorfor det ikke er gyldig, dette kan for eksempel gjøres ved å forklare hvordan faktorer i divisjonsalgoritmen fungerer.
	Steg 6 Validere	**X**		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	**X**		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 2	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	**X**		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	**X**		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	**X**		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert. Oppgaven er matematisert av forfatteren.
	Steg 4 Arbeide matematisk		**X**	Nødvendig. **Kombinering:** Det er nødvendig å arbeide matematisk ved å finne de tre første figurene. Elevene må sette inn tallene 1, 2 og 3 for *n* i uttrykket for å kunne tegne opp de tre første figurene i mønsteret.

	Steg 5 Å tolke		X	Nødvendig. Det er nødvendig å tolke de ferdige figurene opp mot det originale uttrykket for å sjekke at de stemmer med egenskapene til uttrykket.
	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 3	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Parameterne er identifisert og oppgaven er matematisert av forfatteren.
	Steg 4 Arbeide matematisk		X	Nødvendig. **Kombinering:** elevene skal sammenligne ved å bruke felles teller. Metoden for løsning er valgt, og denne metoden er matematisk.
	Steg 5 Å tolke	X		Ikke nødvendig. Det er ikke nødvendig å sette en matematisk konklusjon inn i en virkelighetsnær kontekst. Svaret er gitt i steg 4, elevene behøver ikke å tolke dette svaret inn i virkeligheten.
	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 4	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Parameterne er identifisert og oppgaven er matematisert av forfatteren.
	Steg 4 Arbeide matematisk		X	Nødvendig. **Kombinering:** Elevene må finne flere ulike tallverdier som gir tre gyldige løsninger til ligningen.
	Steg 5 Å tolke	X		Ikke nødvendig. Det er ikke nødvendig å sette en matematisk konklusjon inn i en virkelighetsnær kontekst. Svaret er gitt i steg 4, elevene behøver ikke å tolke dette svaret inn i virkeligheten.
	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 5	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.

	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Parameterne er identifisert og oppgaven er matematisert av forfatteren.
	Steg 4 Arbeide matematisk		X	Nødvendig. **Kombinering**: Elevene må bruke egenskapene i Pytagoras setning til å finne eksempler på tallverdier som gir output når det er forskjellige verdier.
	Steg 5 Å tolke		X	Nødvendig. Det er nødvendig å tolke dataprogrammet for å kunne kommunisere hva algoritmen undersøker og kunne gi eksempler på variablene.
	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 6	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Parameterne er identifisert og oppgaven er matematisert av forfatteren.
	Steg 4 Arbeide matematisk	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke regne matematikk for å komme frem til en løsning på denne oppgaven.
	Steg 5 Å tolke		X	Nødvendig for å kunne forklare hva x, y og 10,27 betyr i uttrykket og tolke dette opp mot grafen.
	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 7	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Parameterne er identifisert og oppgaven er matematisert av forfatteren.
	Steg 4 Arbeide matematisk		X	Nødvendig. **Kombinering:** bruke informasjonen og sette opp et likningssett og løse det. **Analysering:** bruke informasjon og snu om på uttrykk for å løse likningssettet.
	Steg 5 Å tolke		X	Nødvendig. Elevene må forklare at svar funnet i likningssettet vil gi svar på hvor mange små og store flasker som ble pantet.
	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 8	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.

	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Parameterne er identifisert og oppgaven er matematisert av forfatteren.
	Steg 4 Arbeide matematisk	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke regne matematikk for å komme frem til en løsning på denne oppgaven. Det vil være hensiktsmessig å bruke tallene som er gitt, men det er ikke nødvendig for å kunne svare på oppgaven.
	Steg 5 Å tolke		X	Nødvendig. Elevene må tolke de grafiske fremstillingene og kritisk vurdere dem.
	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 9	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Faktaboksen gjør at oppgaven er matematisert, det er ikke behov for videre matematisering av elevene.
	Steg 4 Arbeide matematisk		X	Nødvendig. **Kombinering:** Elevene må se sammenhenger mellom påstandene, regne ut og/eller generalisere de tre påstandene.
	Steg 5 Å tolke		X	Nødvendig. Elevene må tolke påstandene tilbake i den opprinnelige konteksten i oppgaven.
	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper. Det finnes et svar til oppgaven.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 10	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere		X	Nødvendig. Elevene må avklare og forklare deler av oppgaven for å lage en realistisk modell av situasjonen. Elevene skal stille relevante spørsmål som de må besvare.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Elevene må forenkle og strukturere informasjonen i oppgaven, ikke problemet. Variablene er identifisert og begrensningene er satt som gjør at det ikke er nødvendig å simplifisere problemet.
	Steg 3 Matematisering		X	Nødvendig. Elevene må matematisere situasjonen/det som skal undersøkes som ble valgt i steg 1.
	Steg 4 Arbeide matematisk		X	Nødvendig **Kombinering:** Bruke opplysninger og regne ut matematiske svar på situasjonen(e). **Analysering**: Matematisk informasjon må bli utledet og manipulert for å kunne brukes videre i oppgaven.
	Steg 5 Å tolke		X	Nødvendig. Elevene må tolke de matematiske svarene inn i den opprinnelige konteksten.
	Steg 6 Validere		X	Nødvendig. Elevene må validere om de avgrensningene, variablene og valg som ble gjort tidligere i oppgaven gir et riktig eller godt nok bilde av virkeligheten.

	Steg 7 Eksponere		X	Nødvendig. Oppgaven er åpen og det er behov for å eksponere svarene som er gitt i spørsmålene i steg 1.
Eksempelsett MAT01-05, del 1 (14.01.2022)				
Oppgave 1	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort.
	Steg 4 Arbeide matematisk		X	Nødvendig **Kombinering**: Eleven kan telle eller generalisere og regne seg frem til riktig svar
	Steg 5 Å tolke		X	Nødvendig. Elevene må tolke om resultatet passer inn med figurene som et gyldig resultat.
	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 2	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort.
	Steg 4 Arbeide matematisk		X	Nødvendig **Kombinering:** Elevene trenger å følge det opprinnelige uttrykket for å sjekke om alternativene passer inn eller ikke ved hjelp av matematikk.
	Steg 5 Å tolke		X	Nødvendig. Elevene må tolke hvilken av verdiene på a og b som gjør at uttrykket stemmer siden de firkantede "boksene" betyr mulighet for flere riktige svar.
	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 3	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort.
	Steg 4 Arbeide matematisk		X	Nødvendig. **Kombinering:** Eleven må bruke regler for ligninger, og regne ut verdi for x

	Steg 5 Å tolke	X		Ikke nødvendig. Det er ikke nødvendig å sette en matematisk konklusjon inn i en virkelighetsnær kontekst. Svaret er gitt i steg 4, elevene behøver ikke å tolke dette svaret inn i virkeligheten.
	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 4	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort.
	Steg 4 Arbeide matematisk	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke regne matematikk for å komme frem til en løsning på denne oppgaven.
	Steg 5 Å tolke		X	Nødvendig. Elevene må tolke svaralternativene inn i konteksten i oppgaven. Elevene skal bare krysse på et alternativ siden sirkel ”rute” betyr at det kun er ett riktig svar. Svaret et gitt elevene må tolke Trines forklaring opp mot svaralternativene.
	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 5	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort.
	Steg 4 Arbeide matematisk		X	Nødvendig **Kombinering**: Elevene må regne ut totalsum for alternativ 2, sammenligne alt.1 og alt.2.
	Steg 5 Å tolke		X	Nødvendig. Elevene må tolke slik at de svarer på riktig spørsmål. Her er de ute etter forholdet mellom dem, så det matematiske resultatet må tolkes inn i konteksten for å sjekke at det blir svart på det oppgaven spør etter.
	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 6	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.

	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort.
	Steg 4 Arbeide matematisk		X	Nødvendig **Kombinering**: Eleven må bruke formelen og gjøre beregninger på grunnlag av informasjon i oppgaven
	Steg 5 Å tolke	X		Ikke nødvendig. Det er ikke nødvendig å sette en matematisk konklusjon inn i en virkelighetsnær kontekst. Svaret er gitt i steg 4, elevene behøver ikke å tolke dette svaret inn i virkeligheten.
	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 7	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort.
	Steg 4 Arbeide matematisk		X	Nødvendig. **Kombinering:** bruke opplysninger i oppgaveteksten og regne ut hvor mye Arne må gi til hver av søsknene
	Steg 5 Å tolke		X	Nødvendig. Resultatet må tolkes opp mot konteksten der det står at alle skal få like mye. Oppgaven tar ikke hensyn til konteksten, det må elevene gjøre selv gjennom å tolke resultatet.
	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Eksempeloppgave MAT01-05, del 2 (14.01.2022)				
Oppgave 1	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort.
	Steg 4 Arbeide matematisk		X	Nødvendig. **Kombinering:** Siden svaret er matematisk, må eleven argumentere med matematikk for å kunne svare på oppgaven
	Steg 5 Å tolke		X	Nødvendig å tolke Olavs løsning for å forklare hvorfor det ikke er gyldig, dette kan for eksempel gjøres ved å forklare hvordan faktorer i divisjonsalgoritmen fungerer.
	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.

	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 2	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering		X	Nødvendig. Elevene skal sammenligne prisene på de to ulike firmaene fra 0-30 minutter. De må knytte den opprinnelige konteksten sammen med den matematiske verden
	Steg 4 Arbeide matematisk		X	Nødvendig. **Kombinering**: Finne funksjonsutrykk/tegne grafer til hvert uttrykk inn i samme koordinatsystem **Analysering**: bruke informasjon fra de andre funksjonsuttrykkene/grafene til å argumentere for anbefaling i b)
	Steg 5 Å tolke		X	Nødvendig. Elevene må tolke de matematiske svarene tilbake til den opprinnelige konteksten
	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 3	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort.
	Steg 4 Arbeide matematisk		X	Nødvendig. **Kombinering:** bruke opplysninger og kunnskap om egenskapene til sirkler og rektangel til å finne avstand mellom G og H
	Steg 5 Å tolke		X	Nødvendig. Elevene må tolke de matematiske svarene tilbake til den opprinnelige konteksten
	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 4	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Parameterne er identifisert og oppgaven er matematisert av forfatteren.
	Steg 4 Arbeide matematisk		X	Nødvendig.

				Kombinering: Eleven må finne flere ulike tallverdier som gir tre gyldige løsninger til ligningen,
	Steg 5 Å tolke	**X**		Ikke nødvendig. Det er ikke nødvendig å sette en matematisk konklusjon inn i en virkelighetsnær kontekst. Svaret er gitt i steg 4, elevene behøver ikke å tolke dette svaret inn i virkeligheten.
	Steg 6 Validere	**X**		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	**X**		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 5	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	**X**		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	**X**		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	**X**		Ikke nødvendig. Parameterne er identifisert og oppgaven er matematisert av forfatteren.
	Steg 4 Arbeide matematisk		**X**	Nødvendig. **Kombinering**: Elevene må bruke egenskapene i Pytagoras setning til å finne eksempler på tallverdier som gir output når det er forskjellige verdier.
	Steg 5 Å tolke		**X**	Det er nødvendig å tolke dataprogrammet for å kunne kommunisere hva algoritmen undersøker og kunne gi eksempler på verdier som gir Output_1.
	Steg 6 Validere	**X**		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	**X**		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 6	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	**X**		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	**X**		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	**X**		Ikke nødvendig. Parameterne er identifisert og oppgaven er matematisert av forfatteren.
	Steg 4 Arbeide matematisk	**X**		Ikke nødvendig. Elevene må ikke regne matematikk for å komme frem til en løsning på denne oppgaven.
	Steg 5 Å tolke		**X**	Nødvendig for å kunne forklare hva x, y og 10,27 betyr i uttrykket og tolke dette opp mot grafen.
	Steg 6 Validere	**X**		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	**X**		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 7	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	**X**		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	**X**		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.

	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Parameterne er identifisert og oppgaven er matematisert av forfatteren.
	Steg 4 Arbeide matematisk		X	Nødvendig. **Kombinering:** bruke informasjonen og sette opp et likningssett og løse det **Analysering:** bruke informasjon og snu om på uttrykk for å løse likningssettet
	Steg 5 Å tolke		X	Nødvendig. Eleven må forklare at svar funnet i likningssettet vil gi svar på hvor mange små og store flasker som ble pantet
	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 8	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Parameterne er identifisert ved hjelp av de grafiske fremstillingene og oppgaven er matematisert av forfatteren.
	Steg 4 Arbeide matematisk		X	Nødvendig. **Kombinering:** Elevene må arbeide matematisk for å kunne matematisk argumentere og kritisk vurdere.
	Steg 5 Å tolke		X	Nødvendig. Elevene må tolke de grafiske fremstillingene og kritisk vurdere dem.
	Steg 6 Validere		X	Nødvendig. Elevene må vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 9	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Faktaboksen gjør at oppgaven er matematisert
	Steg 4 Arbeide matematisk		X	Nødvendig. **Kombinering:** Elevene må se sammenhenger mellom påstandene, regne ut og/eller generalisere de tre påstandene.
	Steg 5 Å tolke		X	Nødvendig. Elevene må tolke påstandene tilbake i den opprinnelige konteksten i oppgaven.
	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper. Det finnes et svar til oppgaven.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 10	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**

	Steg 1 Konstruere		X	Nødvendig. Elevene må avklare og forklare deler av oppgaven for å lage en realistisk modell av situasjonen. Elevene skal stille relevante spørsmål som de må besvare.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Elevene må forenkle og strukturere informasjonen i oppgaven, ikke problemet. Variablene er identifisert og begrensningene er satt som gjør at det ikke er nødvendig å simplifisere problemet.
	Steg 3 Matematisering		X	Nødvendig. Elevene må matematisere situasjonen/det som skal undersøkes som ble valgt i steg 1.
	Steg 4 Arbeide matematisk		X	Nødvendig **Kombinering:** Bruke opplysninger og regne ut matematiske svar på situasjonen(e). **Analysering**: Matematisk informasjon må bli utledet og manipulert for å kunne brukes videre i oppgaven.
	Steg 5 Å tolke		X	Nødvendig. Elevene må tolke de matematiske svarene inn i den opprinnelige konteksten.
	Steg 6 Validere		X	Nødvendig. Elevene må validere om de avgrensningene, variablene og valg som ble gjort tidligere i oppgaven gir et riktig eller godt nok bilde av virkeligheten.
	Steg 7 Eksponere		X	Nødvendig. Oppgaven er åpen og det er behov for å eksponere svarene som er konstruert i spørsmålene i steg 1.
Eksamen MAT0015: Matematikk 10. årstrinn, del 1, bokmål (24.05.2022)				
Oppgave 1	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort.
	Steg 4 Arbeide matematisk		X	Nødvendig. **Kombinering**: Bruke egenskapene i likningssett eller gjett-og-sjekk til å finne en løsning. **Analysering**: Nødvendig når man bytter og snur på likningene.
	Steg 5 Å tolke		X	Nødvendig. Sette matematisk resultat tilbake i den opprinnelige konteksten og tolke den som et gyldig resultat.
	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 2	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort.
	Steg 4 Arbeide matematisk	X		Ikke nødvendig. Det er ikke nødvendig å gjøre matematikk for å kunne svare på påstandene.

	Steg 5 Å tolke		X	Nødvendig. For å kunne tolke påstandene opp mot den matematiske modellen (grafen).
	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 3	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort.
	Steg 4 Arbeide matematisk		X	Nødvendig. **Kombinering:** Elevene må bruke parameterne som er gitt for å løse oppgaven ved å sette inn hvilken som helst verdi som passer med parameternes egenskaper.
	Steg 5 Å tolke	X		Ikke nødvendig. Det er ikke nødvendig å sette en matematisk konklusjon inn i en virkelighetsnær kontekst. Svaret er gitt i steg 4, elevene behøver ikke å tolke dette svaret inn i virkeligheten.
	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 4	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort.
	Steg 4 Arbeide matematisk		X	Nødvendig. **Kombinering:** Elevene må gjøre et overslag eller regne ut matematisk for å kunne svare riktig på oppgaven. Elevene krysser ut riktig svar.
	Steg 5 Å tolke	X		Ikke nødvendig. Det er ikke nødvendig å sette en matematisk konklusjon inn i en virkelighetsnær kontekst. Svaret er gitt i steg 4, elevene behøver ikke å tolke dette svaret inn i virkeligheten.
	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 5	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.

	Steg 3 Matematisering		X	Nødvendig. Det er nødvendig for elevene å anerkjenne parametere og deres egenskaper for å kunne løse oppgaven. Elever kan i denne oppgaven lage ulike verdier på parameterne, men samtidig komme frem til riktig svar.
	Steg 4 Arbeide matematisk		X	Nødvendig. **Kombinering:** Kombinere de selvlagde parameterne som passer til firedelingen av figuren **Analysering**: Regne ut for å vise at påstanden stemmer
	Steg 5 Å tolke		X	Nødvendig fordi elevene er nødt til å tolke det matematiske resultatet inn i figuren. Figuren skal brukes i sammenheng med uttrykket.
	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 6	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort.
	Steg 4 Arbeide matematisk	X		Ikke nødvendig. Det er ikke nødvendig å gjøre matematikk for å kunne svare på påstandene.
	Steg 5 Å tolke		X	Nødvendig. Her må elevene tolke det matematiske resultatet: som er de fire ulike svaralternativene inn i den originale konteksten som er teksten over og tabellen.
	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 7	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort.
	Steg 4 Arbeide matematisk		X	Nødvendig. **Kombinering:** Her kan elevene enten bruke vekstfaktor eller regne ut for dag 1 med prosent for å så regne ut for dag 2 med prosent basert på svar fra dag 1.
	Steg 5 Å tolke		X	Nødvendig. Elevene må tolke sitt matematiske resultat inn i konteksten for å sjekke at svaret deres er mer enn 15 000.
	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 8	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**

	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort.
	Steg 4 Arbeide matematisk	X		Ikke nødvendig. Det er ikke nødvendig å gjøre matematikk for å kunne svare på påstandene, men noen elever kan velge å arbeide matematisk dersom de er usikre eller vil teste svaret sitt.
	Steg 5 Å tolke		X	Nødvendig. Svarene er gitt og elevene må tolke funksjonsuttrykkene inn i de fire ulike bildene av grafene for å kunne avgjøre hvilket bilde og uttrykk som passer sammen.
	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Eksamen MAT0015: Matematikk, 10. årstrinn, del 2, bokmål (24.05.2022)				
Oppgave 1	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort.
	Steg 4 Arbeide matematisk	X		Ikke nødvendig. Elevene trenger ikke å bruke matematikk for å kunne si noe om utgiftene ved leie av lokalet.
	Steg 5 Å tolke		X	Nødvendig. Elevene må tolke funksjonsuttrykket inn i en tenkt kontekst for å kunne si noe om hva de ulike parameterne beskriver i den konteksten som er valgt.
	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 2	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort.
	Steg 4 Arbeide matematisk		X	Nødvendig **Kombinering:** Vise matematisk utregning ut fra opplysningene i oppgaven. **Analysering**: Elevene bruker opplysningene om omkretsen til rektanglene inn i det store kvadratet.
	Steg 5 Å tolke	X		Ikke nødvendig. Det er ikke nødvendig å sette en matematisk konklusjon inn i en virkelighetsnær kontekst. Svaret er gitt i steg 4, elevene behøver ikke å tolke dette svaret inn i virkeligheten.

	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 3	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort.
	Steg 4 Arbeide matematisk		X	Nødvendig **Kombinering:** Kunnskap om egenskapene til partall og bruke regnearter. Vise og bruke kunnskap om kombinatorikk.
	Steg 5 Å tolke		X	Nødvendig. Elevene må tolke det matematiske resultatet inn i den originale konteksten for å se at det stemmer med situasjonen.
	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 4	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort.
	Steg 4 Arbeide matematisk		X	Nødvendig. **Kombinering:** Anerkjenne egenskapene til kvadrattall. **Analysering:** Visuell fremstilling av den generelle formelen ved å tegne de tre første figurene.
	Steg 5 Å tolke	X		Ikke nødvendig. Det er ikke nødvendig å sette en matematisk konklusjon inn i en virkelighetsnær kontekst. Svaret er gitt i steg 4, elevene behøver ikke å tolke dette svaret inn i virkeligheten.
	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 5	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort.

	Steg 4 Arbeide matematisk	**X**		Ikke nødvendig. Det er ikke nødvendig å gjøre matematikk for å kunne svare på oppgaven.
	Steg 5 Å tolke		**X**	Nødvendig. Elevene må tolke det matematiske resultatet inn i den originale konteksten for å kunne argumentere for at stigningstallet er 3.
	Steg 6 Validere	**X**		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	**X**		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 6	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	**X**		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	**X**		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	**X**		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort.
	Steg 4 Arbeide matematisk		**X**	Nødvendig. **Kombinering:** Her må elevene argumentere for at det som er i den blå firkanten er gyldig. Elevene må vise at det er likevekt i uttrykket som er markert. Dette er en "regel" som elevene må argumentere for enten ved å skrive matematikken med ord eller ved å skrive det ut matematisk.
	Steg 5 Å tolke	**X**		Ikke nødvendig. Det er ikke nødvendig å sette en matematisk konklusjon inn i en virkelighetsnær kontekst. Svaret er gitt i steg 4 og i oppgaven, elevene behøver ikke å tolke dette svaret inn i virkeligheten.
	Steg 6 Validere	**X**		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	**X**		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 7	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	**X**		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	**X**		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	**X**		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort.
	Steg 4 Arbeide matematisk	**X**		Ikke nødvendig. Det er ikke nødvendig å gjøre matematikk for å kunne svare på oppgaven.
	Steg 5 Å tolke		**X**	Nødvendig. Elevene må tolke den matematiske fremstillingen inn i konteksten i oppgaven. Elevene må tolke sine egne antakelser opp mot konteksten.
	Steg 6 Validere		**X**	Nødvendig. Elevene må kritisk vurdere om grafen gir et riktig bilde av utviklingen. Elevene må argumentere for egen tolkning av modellen og teksten.
	Steg 7 Eksponere	**X**		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å eksponere sine egne antakelser og valg for å svare på oppgaven.
Oppgave 8	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	**X**		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.

	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort.
	Steg 4 Arbeide matematisk		X	Nødvendig **Kombinering:** Elevene må måle, beregne grader og tegne den geometriske figuren som programmerings blokken gir.
	Steg 5 Å tolke		X	Nødvendig. Elevene må tolke resultatet i a) og b) inn i den originale konteksten av dataprogrammet.
	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 9	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Oppgaven er matematisert ved snakkeboblene og faktaboksen. Det er ikke behov for videre matematisering av elevene.
	Steg 4 Arbeide matematisk		X	Nødvendig. **Kombinering:** Elevene må ha kjennskap til egenskapene til kvadrattall og bruke denne informasjonen ved å arbeide matematisk. **Analysering**: Elevene må vise utregninger og sammenhenger.
	Steg 5 Å tolke		X	Nødvendig. Elevene må tolke matematisk utregninger tilbake til påstandene i oppgaven (original kontekst).
	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å eksponere sine egne antakelser og valg for å svare på oppgaven.
Oppgave 10	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere		X	Nødvendig. Elevene må selv velge hva som bør undersøkes, bestemme begrensninger og hvordan disse skal brukes/tas hensyn til videre i oppgaven.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Tabellen over de ulike abonnementene er gitt og forbruket til Lotte er gitt. Oppgaven er delvis matematisert, det er ikke behov for å videre matematisere av elevene for å kunne løse oppgaven.
	Steg 4 Arbeide matematisk		X	Nødvendig. **Kombinering:** Elevene må regne ut og se sammenhenger mellom ulike abonnement og behovet til Lotte.
	Steg 5 Å tolke		X	Nødvendig. Elevene må tolke arbeidet sitt opp mot den opprinnelige konteksten i oppgaven for å kunne avgjøre om det er et gyldig resultat.
	Steg 6 Validere		X	Nødvendig. Elevene må stille seg kritisk til avgjørelser, utregninger og gyldigheten i tolkningen opp mot konteksten i oppgaven.

	Steg 7 Eksponere		X	Nødvendig. Elevene må presentere svar på valg som er tatt i steg 1. Det finnes ingen entydig løsning til oppgaven, elevene må eksponere svar på sine valg.
Eksamen MAT0015: Matematikk 10.årstrinn, del 1, bokmål (22.05.2023)				
Oppgave 1	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort.
	Steg 4 Arbeide matematisk		X	Nødvendig. **Kombinering**: Bruke egenskapene i likningssett eller gjett-og-sjekk til å finne en løsning. **Analysering**: Nødvendig når man bytter og snur på likningene (manipulering av ligningene).
	Steg 5 Å tolke		X	Nødvendig. Sette matematisk resultat tilbake i den opprinnelige konteksten og tolke den som et gyldig resultat
	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 2	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering		X	Nødvendig. Det er nødvendig for elevene å anerkjenne parametere og deres egenskaper for å kunne løse oppgaven.
	Steg 4 Arbeide matematisk		X	Nødvendig **Kombinering:** Sette sammen informasjon fra figurene **Analysering:** Bruke egenskapene til kvadrattall i utarbeidelsen av generell formel
	Steg 5 Å tolke		X	Nødvendig. Sette matematisk resultat tilbake i den opprinnelige konteksten og tolke den som et gyldig resultat
	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 3	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort.

	Steg 4 Arbeide matematisk		X	Nødvendig **Kombinering:** identifisere første kvadratsetning **Analysering:** Manipulere den oppgitte figuren til å vise at de fire delene til sammen blir likt uttrykket.
	Steg 5 Å tolke	X		Ikke nødvendig. Det er ikke nødvendig å sette en matematisk konklusjon inn i en virkelighetsnær kontekst. Svaret er gitt i steg 4, elevene behøver ikke å tolke dette svaret inn i virkeligheten.
	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 4	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort. Brøk km/t er oppgitt.
	Steg 4 Arbeide matematisk		X	Nødvendig **Kombinering**: Elevene må bruke formel eller kunnskap om egenskaper for sentralmål for å kunne svare på oppgaven. **Analysering**: Elevene må sortere de oppgitte tallene i stigende/synkende rekkefølge **Utheve:** Elevene bør markere og/eller kommentere de to bilene med uvanlig lav fart, og hva det har å si for valg av sentralmål
	Steg 5 Å tolke		X	Nødvendig. Elevene må tolke og argumentere for hvilket sentralmål som er best egnet for å beskrive den opprinnelige situasjonen
	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 5	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort.
	Steg 4 Arbeide matematisk		X	Nødvendig. **Kombinering:** I en av påstandene er det nødvendig for eleven å telle for å kunne vurdere om påstanden er sann/usann. Det er ikke nødvendig å arbeide matematisk for å kunne svare på de andre tre påstandene.
	Steg 5 Å tolke	X		Ikke nødvendig. Det er ikke nødvendig å sette en matematisk konklusjon inn i en virkelighetsnær kontekst. Svaret er gitt i steg 4, elevene behøver ikke å tolke dette svaret inn i virkeligheten.
	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.

Oppgave 6	Steg i modelleringssyklusen	NEI	JA	Kommentar
	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort.
	Steg 4 Arbeide matematisk		X	Nødvendig. **Kombinering:** Eleven må identifisere funksjonsuttrykket ut fra informasjonen i oppgaven → finne stigningstallet **Analysering**: Eleven må bruke x og y verdi til å finne gj.sn. fart **Utheve**: Nødvendig å merke av viktige punkt. eks 30/0.5 eller 60/1
	Steg 5 Å tolke		X	Nødvendig. Elevene må forklare sammenhengen mellom stingstall og Jennys gjennomsnittsfart.
	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 7	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort. Brøk km/t er oppgitt.
	Steg 4 Arbeide matematisk		X	Nødvendig. **Kombinering:** Kombinere ordinærpris og tilbudspris, og se sammenhengen mellom de og rabatten **Analysering:** Regne ut prosent
	Steg 5 Å tolke	X		Ikke nødvendig. Det er ikke nødvendig å sette en matematisk konklusjon inn i en virkelighetsnær kontekst. Svaret er gitt i steg 4, elevene behøver ikke å tolke dette svaret inn i virkeligheten.
	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Eksamen MAT0015: Matematikk 10. årstrinn, del 2, bokmål (22.05.2023)				
Oppgave 1	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort.

	Steg 4 Arbeide matematisk		X	Nødvendig **Kombinering:** identifisere to funksjonsuttrykk ut fra informasjon i den matematiske modellen, og bekrefte/forklare sammenhengen mellom dem **Assosiere:** "bratt/brattere linje" eller "slak/slakere linje" **Utheve:** Kommentere hva som skjer før og/eller etter krysningspunktet til linjene til de to funksjonene.
	Steg 5 Å tolke		X	Nødvendig. Elevene må sette uttrykket inn i konteksten for å kunne si noe om hva det koster å leie en sparkesykkel fra de to firmaene.
	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 2	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering		X	Nødvendig. Elevene må lage en felles parameter til flaskene (for eksempel en flaske koster 10 kr) for å kunne regne ut de ulike tilbudene senere (prisen kan være fiktiv, og dermed ikke nødvendigvis koblet til den virkelige verden).
	Steg 4 Arbeide matematisk		X	Nødvendig **Kombinering:** Bruke informasjonen i oppgaven sammen med valgt parameter for èn flaske, og regne ut pris på hvert av tilbudene **Analysering:** Finne pris pr. flaske ut fra totalpris pr. tilbud
	Steg 5 Å tolke		X	Nødvendig. Elevene skal vurdere hvilket tilbud som er best og må da tolke det matematiske resultatet opp mot konteksten.
	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 3	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort.
	Steg 4 Arbeide matematisk		X	Nødvendig. **Kombinering:** Bruke kommandoer i regneark for å finne gjennomsnitt **Analysering:** Teste ut i b) hvilke verdier som må tilføres for å kunne svare på spørsmålet
	Steg 5 Å tolke		X	Nødvendig. Elevene må tolke det matematiske resultatet inn i den originale konteksten, slik at det stemmer med situasjonen.
	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.

Oppgave 4	Steg i modelleringssyklusen	NEI	JA	Kommentar
	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort.
	Steg 4 Arbeide matematisk		X	Nødvendig. **Kombinering:** Eleven kan selv regne ut for å sjekke om de kommer frem til samme svar som Halvor **Analysering:** Bearbeide formelen
	Steg 5 Å tolke		X	Nødvendig. Elevene må sette sitt svar inn i den opprinnelige konteksten på å svare på om det Halvor har gjort er korrekt eller ikke.
	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 5	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort.
	Steg 4 Arbeide matematisk	X		Ikke nødvendig. Det er ikke nødvendig å gjøre matematikk for å kunne svare på påstandene.
	Steg 5 Å tolke		X	Nødvendig. Det er nødvendig for elevene å tolke koden fra dataprogrammet for å kunne svare på hva som skjer når programmet blir kjørt.
	Steg 6 Validere	X		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 6	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	X		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	X		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	X		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort.
	Steg 4 Arbeide matematisk		X	Nødvendig. **Kombinering**: Eleven må lage formel (funksjonsuttrykk) til alternativ 2 med informasjonen i oppgaven, eller addere **Analysering:** Bruke formelen til å regne ut beløp etter 14 dager
	Steg 5 Å tolke		X	Nødvendig. Elevene må avgjøre hvilken løsning som er mest lønnsom. Dermed må de sette det matematiske resultatet inn i en virkelighetsnær kontekst for å kunne gi en konklusjon.

	Steg 6 Validere	**X**		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	**X**		Ikke nødvendig. Det er ikke en åpen oppgave, elevene trenger ikke å ta valg og gjøre egne antakelser om hvordan oppgaven skal løses.
Oppgave 7	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere	**X**		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å legge til informasjon, da situasjonen er gitt.
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	**X**		Ikke nødvendig. Simplifiseringen og struktureringen er gjort av forfatteren.
	Steg 3 Matematisering	**X**		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort.
	Steg 4 Arbeide matematisk		**X**	Nødvendig. **Kombinering:** Eleven må bruke kunnskap om konjugatsetningen og bekrefte sammenhengen mellom den og figuren/påstandene **Analysering:** Eleven må tolke påstandene matematisk
	Steg 5 Å tolke		**X**	Nødvendig. Elevene må bruke sitt matematiske resultat og sette dette inn i konteksten av figuren og eventuelle tekstbobler for å kunne gi et resultat og/eller en generalisering.
	Steg 6 Validere	**X**		Ikke nødvendig. Elevene må ikke vurdere gyldigheten til svaret ved å stille seg kritisk til egne avrundinger, antakelser, tolkninger eller egenskaper.
	Steg 7 Eksponere	**X**		Ikke nødvendig. Det er ikke behov for å eksponere sine egne antakelser og valg for å svare på oppgaven.
Oppgave 8	**Steg i modelleringssyklusen**	**NEI**	**JA**	**Kommentar**
	Steg 1 Konstruere		**X**	Nødvendig. Eleven må selv velge hva som bør undersøkes, bestemme begrensninger og hvordan disse skal brukes/tas hensyn til videre i oppgaven
	Steg 2 Simplifisere/ strukturere	**X**		Ikke nødvendig. Elevene må forenkle og strukturere informasjonen i oppgaven, ikke problemet. Variablene er identifisert og begrensningene er satt som gjør at det ikke er nødvendig for elevene å simplifisere problemet.
	Steg 3 Matematisering	**X**		Ikke nødvendig. Parameterne i oppgaven er identifisert og overgangen fra den virkelige verden til matematikken er gjort.
	Steg 4 Arbeide matematisk		**X**	Nødvendig. **Kombinering:** Bruke opplysninger og regne ut matematiske svar på situasjonen(e). **Analysering:** Manipulere formel på drivstofforbruk - kjørelengde - kostnad.
	Steg 5 Å tolke		**X**	Nødvendig. Elevene må tolke arbeidet sitt opp mot den opprinnelige konteksten i oppgaven for å kunne avgjøre om det er et gyldig resultat.
	Steg 6 Validere		**X**	Nødvendig. Elevene må stille seg kritisk til avgjørelser, utregninger og gyldigheten i tolkningen opp mot konteksten i oppgaven.
	Steg 7 Eksponere		**X**	Nødvendig. Oppgaven er åpen og det er behov for å eksponere svarene som er konstruert i spørsmålene i steg 1.

Vedlegg 2: Fullstendig resultat av analyse

Resultater av analyse

Årstall	Vår 2021								
Dato	Uten dato								
Tittel	Eksempeloppgaver eksamen ungdomstrinnet. Vår 2021								
u/ eller m/hjelpemidler	Med hjelpemidler: 8 oppgaver								
	Steg i modelleringssyklusen								
Oppgavenummer	Steg 1	Steg 2	Steg 3	Steg 4	Steg 5	Steg 6	Steg 7	Sum antall steg pr. oppgave	Steg som opptrer samtidig
1	0	0	0	1	1	0	0	2	4 og 5
2	0	0	0	1	0	0	0	1	Bare 4
3	0	0	0	0	1	0	0	1	Bare 5
4	0	0	0	0	1	0	0	1	Bare 5
5	0	0	0	1	1	0	0	2	4 og 5
6	0	0	0	1	1	0	0	2	4 og 5
7	0	0	0	1	1	0	0	2	4 og 5
8	1	0	1	1	1	1	1	6	1, 3, 4, 5, 6 og 7
Sum isolerte steg	1	0	1	6	7	1	1		

Årstall	2021								
Dato	18.08.								
Tittel	Ekempelsett MAT0010 Matematikk Del uten hjelpemidler og Eksempeloppgave MAT0010								
u/ eller m/hjelpemidler	Uten Hjelpemidler 6 oppgaver. Med hjelpemidler 10 oppgaver								
	Steg i modelleringssyklusen								
Oppgavenummer	Steg 1	Steg 2	Steg 3	Steg 4	Steg 5	Steg 6	Steg 7	Sum antall steg pr. oppgave	Steg som opptrer samtidig
1	0	0	0	1	0	0	0	1	Bare 4
2	0	0	0	1	1	0	0	2	4 og 5
3	0	0	0	1	0	0	0	1	Bare 4
4	0	0	0	1	0	0	0	1	Bare 4
5	0	0	0	0	1	0	0	1	Bare 5
6	0	0	0	1	1	0	0	2	4 og 5
1	0	0	0	1	1	0	0	2	4 og 5
2	0	0	0	1	1	0	0	2	4 og 5
3	0	0	0	1	0	0	0	1	Bare 4
4	0	0	0	1	0	0	0	1	Bare 4
5	0	0	0	1	1	0	0	2	4 og 5
6	0	0	0	0	1	0	0	1	Bare 5
7	0	0	0	1	1	0	0	2	4 og 5
8	0	0	0	0	1	0	0	1	Bare 5
9	0	0	0	1	1	0	0	2	4 og 5
10	1	0	1	1	1	1	1	6	1, 3, 4, 5, 6 og 7
Sum isolerte steg	1	0	1	13	11	1	1		

Årstall	2022								
Dato	14.01.								
Tittel	Eksempelsett MAT01-05 Matematikk Del 1 og Eksempeloppgave MAT01-05 Matematikk Del 2								
u/ eller m/hjelpemidler	Med hjelpemidler: 7 oppgaver. Uten hjelpemidler: 10 oppgaver								
	Steg i modelleringssyklusen								
Oppgavenummer	Steg 1	Steg 2	Steg 3	Steg 4	Steg 5	Steg 6	Steg 7	Sum antall steg pr. oppgave	Steg som opptrer samtidig
1	0	0	0	1	1	0	0	2	4 og 5
2	0	0	0	1	1	0	0	2	4 og 5
3	0	0	0	1	0	0	0	1	Bare 4
4	0	0	0	0	1	0	0	1	Bare 5
5	0	0	0	1	1	0	0	2	4 og 5
6	0	0	0	1	0	0	0	1	Bare 4
7	0	0	0	1	1	0	0	2	4 og 5
1	0	0	0	1	1	0	0	2	4 og 5
2	0	0	1	1	1	0	0	3	3, 4 og 5
3	0	0	0	1	1	0	0	2	4 og 5
4	0	0	0	1	0	0	0	1	Bare 4
5	0	0	0	1	1	0	0	2	4 og 5
6	0	0	0	0	1	0	0	1	Bare 5
7	0	0	0	1	1	0	0	2	4 og 5
8	0	0	0	1	1	1	0	3	4, 5 og 6
9	0	0	0	1	1	0	0	2	4 og 5
10	1	0	1	1	1	1	1	6	1, 3, 4, 5, 6 og 7
Sum isolerte steg	1	0	2	15	14	2	1		

Årstall	2022								
Dato	24.05.								
Tittel	men MAT0015 Matematikk 10.årstrinn. Del 1 og Eksamen MAT0015 Matematikk 10.årstrinn.								
u/ eller m/hjelpemidler	Uten hjelpemidler: 8 oppgaver. Med hjelpemidler: 10 oppgaver								
	Steg i modelleringssyklusen								
Oppgavenummer	Steg 1	Steg 2	Steg 3	Steg 4	Steg 5	Steg 6	Steg 7	Sum antall steg pr. oppgave	Steg som opptrer samtidig
1	0	0	0	1	1	0	0	2	4 og 5
2	0	0	0	0	1	0	0	1	Bare 5
3	0	0	0	1	0	0	0	1	Bare 4
4	0	0	0	1	0	0	0	1	Bare 4
5	0	0	1	1	1	0	0	3	3, 4 og 5
6	0	0	0	0	1	0	0	1	Bare 5
7	0	0	0	1	1	0	0	2	4 og 5
8	0	0	0	0	1	0	0	1	Bare 5
1	0	0	0	0	1	0	0	1	Bare 5
2	0	0	0	1	0	0	0	1	Bare 4
3	0	0	0	1	1	0	0	2	4 og 5
4	0	0	0	1	0	0	0	1	Bare 4
5	0	0	0	0	1	0	0	1	Bare 5
6	0	0	0	1	0	0	0	1	Bare 4
7	0	0	0	0	1	1	0	2	5 og 6
8	0	0	0	1	1	0	0	2	4 og 5
9	0	0	0	1	1	0	0	2	4 og 5
10	1	0	0	1	1	1	1	5	1,4,5,6 og 7
Sum isolerte steg	1	0	1	12	13	2	1		

Årstall	2023								
Dato	22.05.								
Tittel	men MAT0015 Matematikk 10.årstrinn. Del 1 og Eksamen MAT0015 Matematikk 10.årstrinn.								
u/ eller m/hjelpemidler	Uten hjelpemidler: 7 oppgaver. Med hjelpemidler: 8 oppgaver								
	Steg i modelleringssyklusen								
Oppgavenummer	Steg 1	Steg 2	Steg 3	Steg 4	Steg 5	Steg 6	Steg 7	Sum antall steg pr. oppgave	Steg som opptrer samtidig
1	0	0	0	1	1	0	0	2	4 og 5
2	0	0	1	1	1	0	0	3	3, 4 og 5
3	0	0	0	1	0	0	0	1	Bare 4
4	0	0	0	1	1	0	0	2	4 og 5
5	0	0	0	1	0	0	0	1	Bare 4
6	0	0	0	1	1	0	0	2	4 og 5
7	0	0	0	1	0	0	0	1	Bare 4
1	0	0	0	1	1	0	0	2	4 og 5
2	0	0	1	1	1	0	0	3	3, 4 og 5
3	0	0	0	1	1	0	0	2	4 og 5
4	0	0	0	1	1	0	0	2	4 og 5
5	0	0	0	0	1	0	0	1	Bare 5
6	0	0	0	1	1	0	0	2	4 og 5
7	0	0	0	1	1	0	0	2	4 og 5
8	1	0	0	1	1	1	1	5	1, 4, 5, 6 og 7
Sum isolerte steg	1	0	2	14	12	1	1		