Argumentasjon og resonnering i matematikk

Hva karakteriserer lærerens rolle i argumentasjons- og resonneringsprosesser knyttet til geometri i 9. klasse?

BENDIK KORSMO

VEILEDER
Martin Carlsen

Universitetet i Agder, 2024
Fakultet for teknologi og realfag
Institutt for matematiske fag
Emnekode: MA-506

Forord

Denne masteroppgaven i matematikkdidaktikk markerer fullførelsen av min 5-årige lærerutdannelse ved Universitetet i Agder. Arbeidet med masteroppgaven har vært krevende, men det har også vært en lærerik prosess. Det er med stolthet jeg ser tilbake på hva jeg har fått til gjennom dette arbeidet, men samtidig blir jeg ydmyk når jeg tenker på hvor privilegert jeg er som har fått følge drømmen min om å bli lærer. Nå ser jeg med glede frem til å begynne en forhåpentligvis lang og givende yrkeskarriere som lærer.

Det er mange som fortjener en takk i forbindelse med denne studien. Først vil jeg rette en stor takk til min veileder Martin Carlsen. Du har vært en uvurderlig støttespiller gjennom hele prosessen gjennom tips, råd og veiledning. Din kontinuerlige oppfølging av arbeidet har bidratt til å gjøre prosessen mer overkommelig, spennende og lærerik.

I tillegg vil jeg rette en stor takk til læreren jeg fulgte gjennom denne studien, og elevene som lot meg være til stede og filme undervisningen. Jeg setter stor pris på deres positivitet og samarbeidsvillighet.

Jeg vil også si takk til alle medstudentene underveis i utdanningen. Dere har bidratt til at jeg kan se tilbake på studietiden som en hyggelig tid. Til slutt vil jeg si takk til min kone som har holdt ut og støttet meg i en tidkrevende, og til tider frustrerende prosess. Du har vært et lyspunkt og en støttespiller gjennom hele studien.

Kristiansand, 2024

Bendik Korsmo

Sammendrag

Denne studien handler om argumentasjon og resonnering i matematikk. Studien belyser en ungdomsskolelærers rolle i argumentasjons- og resonneringsprosesser knyttet til geometri. Målet med studien er å si noe om hvordan matematikklærere kan fremme og utvikle elevenes argumentasjons- og resonneringsprosesser i klasserommet, og på den måten bidra til å gjøre matematikkfaget mer meningsfylt.

Denne studien baserer seg på en kvalitativ forskningsmetode hvor jeg har fulgt en matematikklærer i hans undervisning på niende trinn. Emnet i undervisningen var geometri, og elevene arbeidet med areal og omkrets av trekanter og andre mangekanter. Datamaterialet er samlet inn gjennom observasjon ved bruk av videoopptak, og videre analysert gjennom en tematisk analyse.

Resultatene viser at lærerens rolle kan karakteriseres ut fra tre kategorier: lærerens spørsmål, lærerens direkte bidrag og lærerens andre støttende handlinger. En sentral del av lærerens rolle var å stille elevene spørsmål som tok utgangspunkt i elevenes eget arbeid. Gjennom ulike typer spørsmål kunne læreren fremme og utvikle ulike typer argumentasjons- og resonneringsprosesser. Lærerens direkte bidrag var også viktig for å utvikle elevenes argumentasjon og resonnering. Ved selv å bidra med ulike deler av et argument eller resonnement, medierte læreren en dypere matematisk mening rundt de idéene og begrepene elevene arbeidet med å appropriere. I tillegg bidro læreren gjennom andre støttende handlinger, i form av presiseringer, repetisjon og hint for å fremme og videreutvikle elevenes matematiske resonnering.

Summary

This study focuses on argumentation and reasoning in mathematics, specifically examining the role of a middle school teacher in the processes of argumentation and reasoning related to geometry. The aim of the study is to explore how mathematics teachers can promote and develop students' argumentation and reasoning processes in the classroom, thereby making the subject more meaningful.

The study employs a qualitative research method, following a mathematics teacher during instruction at the ninth grade level. The topic of instruction was geometry, with students working on the area and perimeter of triangles and other polygons. Data was collected through observation using video recordings and analyzed through thematic analysis.

The results indicate that the teacher's role can be characterized by three categories: the teacher's questions, the teacher's direct contributions, and the teacher's other supportive actions. A key aspect of the teacher's role was asking questions based on the students' own work. Through various types of questions, the teacher could promote and develop different types of argumentation and reasoning processes. The teacher's direct contributions were also important in developing students' argumentation and reasoning. By contributing various parts of an argument or reasoning, the teacher mediated a deeper mathematical understanding around the ideas and concepts the students were working to appropriate. Additionally, the teacher contributed through other supportive actions such as clarification, repetition, and hints to promote and further develop students' mathematical reasoning.

Innholdsfortegnelse

1 Innledning

I denne studien skal jeg presentere mine undersøkelser om hva som karakteriserer lærerens rolle i argumentasjons- og resonneringsprosesser og de funnene jeg har gjort. I dette kapitlet vil jeg først si litt om bakgrunnen for studien (1.1), og hva som er formålet med den (1.2). Videre vil jeg presentere forskningsspørsmålet (1.3), og si litt om hvorfor jeg har valgt denne vinklingen på studien. Avslutningsvis i dette kapitlet vil jeg gi en kort oversikt over oppgavens oppbygning (1.4).

1.1 Bakgrunn for studien

Da jeg valgte å begynne på lærerutdanningen for snart fem år siden hadde jeg ikke på forhånd bestemt nøyaktig hvilken fagkrets jeg ønsket. Likevel var det én ting jeg var fast bestemt på helt fra begynnelsen av utdanningsløpet, nemlig å skrive masteroppgaven i matematikkdidaktikk. Jeg har vært interessert i matematikk så lenge jeg kan huske. Det betyr ikke at jeg alltid har opplevd matematikkundervisningen som gøy, men det har vært et fag jeg har mestret. Matematikk kan for mange være et krevende fag, og gjennom egen skolegang har jeg ved flere anledninger fått oppgaver i matematikk som har vært utfordrende å løse. En av de tingene jeg liker best med faget er de gangene man opplever å «knekke koden», når man endelig ser løsningen på en oppgave, eller oppdager en matematisk sammenheng.

Et av matematikkfagets kjennetegn er at det er bygd opp med en logisk struktur. Matematiske teorier og utledninger bygger på hverandre, helt fra de grunnleggende aksiomene og teoremene. Av natur er matematikk et sentralt fag for å kunne forstå mønstre og sammenhenger (Utdanningsdirektoratet, 2019).

Både av egen erfaring som elev, og av min erfaring som lærerstudent, oppfatter jeg at mange elever opplever matematikk kun som et «regelfag», altså et fag der man må følge bestemte regler for så å komme frem til et svar på et regnestykke. Som fremtidig lærer ønsker jeg at elevene mine skal oppleve matematikk som et meningsfylt fag. Min oppfatning er at faget er så mye mer enn bare å regne med tall og formler.

I Opplæringens formålsparagraf står det blant annet at elevene skal «utvikle kunnskap, dyktighet og holdninger for å kunne mestre livene sine og for å kunne delta i arbeid og felleskap i samfunnet. De skal få utfolde skaperglede, engasjement og utforskertrang» (Opplæringsloven, 1998, §1-1). I læreplanen i matematikk står det at «Kritisk vurdering av resonnementer og argumenter kan ruste elevene til å gjøre egne valg og ta stilling til viktige spørsmål i sitt eget liv og i samfunnet», og videre «Når elevene får tid til å tenke, reflektere, resonnere matematisk, stille spørsmål og oppleve at faget er relevant, legger faget til rette for kreativitet og skapertrang» (Utdanningsdirektoratet, 2019).

I matematikkfaget skal elevene få tid og mulighet til å tenke, resonnere og argumentere for egne løsninger, men også kritisk vurdere andres resonnementer og argumenter. Det er lærerens ansvar å tilrettelegge for kreativitet og skapertrang i undervisningen, slik at elevene kan se det store bildet, og bruke matematikken utenfor klasserommets vegger (Imsen, 2014; Rogoff, 1990). Arbeid med argumentasjon og bevis støtter elevers meningsskaping i matematikk og danner et grunnlag for utvikling av dyp innsikt i begreper og sammenhenger (Valenta & Enge, 2020).

1.2 Formålet med studien

I 2019 definerte Utdanningsdirektoratet resonnering og argumentasjon som et kjerneelement i matematikkfaget. De skriver følgende:

> «Resonnering i matematikk handler om å kunne følge, vurdere og forstå matematiske tankerekker. Det innebærer at elevene skal forstå at matematiske regler og resultater ikke er tilfeldige, men har klare begrunnelser. Elevene skal utforme egne resonnementer både for å forstå og for å løse problemer. Argumentasjon i matematikk handler om at elevene begrunner fremgangsmåter, resonnementer og løsninger og beviser at disse er gyldige.» (Utdanningsdirektoratet, 2019).

Tidligere forskning, blant annet (Kosko et al. 2014), viser at matematisk argumentasjon og resonnering bidrar til at elevene opplever matematikkfaget mer meningsfullt. Til tross for dette, samt at det er et fokusområde i matematikkfaget i mange land, er det mange lærere som sliter med å støtte elevenes resonnering. Dette ønsker jeg å undersøke nærmere. Formålet med denne studien er derfor å redegjøre for hvordan lærere kan fremme og utvikle elevenes matematiske resonnering, i denne studien knyttet til undervisning i geometri.

1.3 Forskningsspørsmål

I starten av studien var jeg litt usikker på hvilken vinkling jeg ville ha på studien, om jeg ville ta utgangspunkt i elevene eller læreren. Da jeg leste tidligere forskning ble jeg oppmerksom på at lærerens rolle i resonnering og argumentasjon er et relativt lite utforsket område. Jeg valgte derfor å ta utgangspunkt i lærerperspektivet i denne studien.

Videre definerte jeg følgende forskningsspørsmål:

> Hva karakteriserer lærerens rolle i argumentasjons- og resonneringsprosesser knyttet til geometri i 9. klasse?

Med lærerens rolle mener jeg lærerens verbale utsagn, kroppsspråk og handlinger da han ledet argumentasjons- og resonneringsprosesser i klasserommet. I denne studien viser jeg med konkrete eksempler hvordan læreren kan fremme og utvikle elevenes resonnering i klasserommet. De gjeldende og aktuelle kompetansemålene undervisningen tok utgangspunkt i var:

- beskrive, forklare og presentere strukturer og utviklinger i geometriske mønstre og i tallmønstre
- utforske egenskapene ved ulike polygoner og forklare begrepene formlikhet og kongruens
- utforske, beskrive og argumentere for sammenhenger mellom sidelengdene i trekanter
- utforske og argumentere for hvordan det å endre forutsetninger i geometriske problemstillinger påvirker løsninger (Utdanningsdirektoratet, 2019).

I tillegg til at argumentasjon og resonnering er et kjerneelement, brukes ordet *å argumentere* flere steder i kompetansemålene, spesielt under emnet geometri. Emnet er derfor et godt utgangspunkt for å studere lærerens rolle i argumentasjons- og resonneringsprosesser.

1.4 Oversikt over masteroppgaven

Denne studien består av syv kapitler. I dette kapitlet, kapittel 1, har jeg beskrevet bakgrunnen og formålet med studien, og jeg har presentert forskningsspørsmålet. Dette legger grunnlaget for de videre valgene jeg har tatt. I kapittel 2 presenterer jeg det teoretiske rammeverket jeg har valgt for studien, det sosiokulturelle læringsperspektivet, som analysen vil skje gjennom. Jeg begrunner hvorfor jeg har valgt dette perspektivet, og jeg utdyper sentrale idéer og begreper i læringsperspektivet. I tillegg presenterer jeg også relevant teori og forskningslitteratur om argumentasjons- og resonneringsprosesser, som vil være til hjelp i analysen og for å svare på forskningsspørsmålet. I kapittel 3 redegjør jeg for mine metodiske valg. Det innebærer blant annet hvordan datainnsamlingen foregikk og hvordan jeg analyserte materialet. I kapittel 4 presenterer jeg de funnene jeg gjorde, gjennom den nevnte analysen. I dette kapitlet belyser jeg lærerens rolle gjennom tre ulike kategorier. I kapittel 5 diskuterer jeg resultatene mine, i lys av den utvalgte teorien og forskningslitteraturen. I kapittel 6 presenterer jeg noen forskningsmessige og undervisningsmessige implikasjoner fra studien. Til slutt, i kapittel 7, gjør jeg noen egne refleksjoner rundt studien.

2 Matematikklæring i klasserommet

I dette kapitlet vil jeg redegjøre for det teoretiske perspektivet som studien bygger på. I kapittel 2.1 redegjør og begrunner jeg valget av teoretisk rammeverk. Kapittel 2.2 handler om det sosiokulturelle læringsperspektivet. Jeg utdyper hvordan læring skjer i dette perspektivet, og gjør rede for sentrale begreper. I kapittel 2.3 definerer jeg hva som ligger i begrepet matematisk resonnering. Kapittel 2.4 handler om lærerens støtte til elevenes argumentasjonsprosesser. Til slutt i dette kapitlet viser jeg til tidligere forskning på området (2.5)

2.1 Teoretisk perspektiv

Å argumentere og resonnere er ifølge et sosiokulturelt perspektiv på læring og utvikling sosiale prosesser. I klasserommet kan dette både være mellom elevene selv, og mellom læreren og elevene. Når elevene samarbeider om oppgaver, må de forklare hvordan de tenker overfor de andre på gruppa. Det gjelder også dersom læreren spør elevene hvordan de tenker når de løser en matematikkoppgave. Felles i begge disse eksemplene er at prosessen i stor grad er preget av kommunikasjon mellom mennesker. På bakgrunn av at argumentasjons- og resonneringsprosessen er kommunikasjonsbasert, har jeg valgt å ta utgangspunkt i det sosiokulturelle læringsperspektivet for å svare på forskningsspørsmålet.

2.2 Sosiokulturell læringsteori

Opp gjennom historien har mange mennesker studert hvordan barn lærer og tilegner seg kunnskap, og det er utviklet flere teorier om hvordan læring skjer. En av de mest kjente teoriene kalles for sosiokulturell teori. Teorien har sin bakgrunn fra den russiske psykologen Lev S. Vygotsky, som levde på begynnelsen av 1900-tallet, og hans idéer. Teorien handler både om barns kognitive utvikling, og hvordan kultur og samfunn former og blir en del av individet (Imsen, 2014).

Vygotsky mente det var et fundamentalt skille mellom elementære psykologiske funksjoner og høyere mentale funksjoner. Med elementære psykologiske funksjoner menes for eksempel sansing og enkle former for hukommelse og oppmerksomhet. Slike funksjoner forklarte Vygotsky som naturlige, indre biologiske prosesser, som skiller seg klart fra de høyere formene for mental aktivitet, slik som logisk hukommelse, selektiv oppmerksomhet og begrepsdanning. Sentralt i Vygotskys teori er at nøkkelen til å forstå utviklingen av de høyere mentale funksjonene ligger i det historiske, sosiale og kulturelle felleskapet som det enkelte mennesket lever og deltar i (Moen, 2013).

2.2.1 Læring i et sosiokulturelt perspektiv

I et sosiokulturelt perspektiv blir læring sett på som en situert, mediert og distribuert prosess (Säljö, 2001). Læringens situerte natur kommer av at all læring avhenger av konteksten den foregår i. Ordet mediering kommer av det tyske ordet *Vermittlung*, som betyr å formidle. En grunnleggende tanke i det sosiokulturelle perspektivet er at vi bruker fysiske og intellektuelle redskaper til å mediere virkeligheten, og er kanskje det som skiller det sosiokulturelle perspektivet mest fra andre etablerte teoretisk perspektiver (Säljö, 2001). Mediering refererer altså til prosessen med å bruke redskaper som broer mellom individet og det kulturelle og sosiale miljøet. Eksempler på fysiske redskaper, eller *artefakter*, vi bruker til å mediere virkeligheten er penn og papir, linjal og tavle, og digitale enheter, slik som kalkulator, Smarttavle og Chromebook. I tillegg til disse artefaktene bruker vi intellektuelle redskap. Med intellektuelle redskap menes våre mentale redskap, for eksempel språk og symboler. Menneskenes kollektive innsikt, som er utviklet over lang tid, er på sett og vis nedfelt og iboende i redskapene, både de fysiske og intellektuelle, som vi bruker for å kommunisere og løse problemer. Derfor kaller Säljö (2001) dem kulturelle redskap, og med det visker han ut forskjellen på fysiske og intellektuelle redskap. At læring også er en distribuert prosess betyr at læringen distribueres gjennom menneskene og redskapene som vi benytter.

Et hovedpoeng hos Vygotsky er at all intellektuell utvikling har utgangspunkt i sosial aktivitet. Han mente at den individuelle, selvstendige tenkingen er sosialt betinget, i motsetning til at individuell utvikling skaper sosial aktivitet. Han setter altså det sosiale først, og så følger det individuelle deretter (Imsen, 2014; Säljö, 2001). I praksis betyr dette at barns kulturelle utvikling[1] opptrer eller kommer til syne to ganger. Først opptrer den på det sosiale planet, i møte med andre mennesker, som en interpsykologisk kategori. Deretter opptrer den på det individuelle planet som en intrapsykologisk kategori. Det som barnet erfarer på det sosiale plan, blir en del av barnets indre mentale funksjoner gjennom en aktiv approprieringsprosess (Säljö, 2001). Med det menes at barnets erfaringer blir rekonstruert og transformert før det kommer til syne på det individuelle planet. Gjennom en aktiv approprieringsprosess kan høyere mentale funksjoner dannes (Moen, 2013).

Når vi studerer læring gjennom det sosiokulturelle perspektivet må vi se dette i sammenheng, der den individuelle personen, den sosiokulturelle konteksten og de andre samtalepartnerne er udelelige elementer. Vi kan ikke studere læring «i seg selv», men kun som en del av situerte

[1] Vygotsky brukte begrepet kulturell utvikling synonymt med kognitiv utvikling (Moen, 2013).

praksiser (Säljö, 2001). Det sosiokulturelle perspektivet kjennetegnes ved at det retter fokus på det som skjer i selve samspillet mellom person og miljø, i stedet for å studere enten personens eller miljøets karakteristikk. I klasserommet innebærer det å legge vekt på kommunikasjonen, fremfor elevene selv eller kvaliteten på klassemiljøet (Imsen, 2014).

2.2.2 Kulturelle redskap

For å forklare hvordan mennesker tilegner seg kunnskap, brukte Vygotsky idéen om redskaper (Imsen, 2014). Det viktigste redskapet vi mennesker har er språket, og Vygotsky omtalte det blant annet som redskapenes redskap (Säljö, 2005). Han mente at den intellektuelle utviklingen har sitt utspring i språket, som et sosialt fenomen. Han så på språket som et kulturelt redskap som er nødvendig for å kunne utvikle evnen til å tenke, resonnere og løse problemer (Moen, 2013).

At språket er et kulturelt redskap som er nødvendig for å utvikle evnen til å tenke, kommer av den uadskillelige foreningen det er mellom tenking og tale. Om dette brukte Vygotsky begrepene *indre* og *ytre tale*. Den ytre talen representerer kommunikasjonen med andre mennesker. Den indre talen refererer til en slags samtale som skjer inni mennesket, altså menneskets egen tenking. Språket er det viktigste bindeleddet mellom den ytre og den indre talen, for gjennom språket medierer vi vår oppfatning av omverdenen (Säljö, 2001). Den indre talen er et grunnlag for tanken, og på den måten blir språket en nødvendig forutsetning for den intellektuelle utviklingen.

Når det her er snakk om språket, menes først og fremst talespråket (Imsen, 2014), men i sosiokulturell læringsteori brukes også språkbruk i videre betydning (Wathne & Carlsen, 2022). Med språkbruk menes alt man gjør for å kommunisere. Det gjelder ikke bare hvilke ord vi bruker, men også hvordan vi bruker ordene, vektlegginger, mimikk og kroppsspråk.

2.2.3 Vygotskys syn på undervisning

Det er viktig å skille mellom undervisning og læring. En generell oppfatning er at læring er noe som skjer på skolen, gjennom undervisning. Säljö (2005) problematiserer denne tanken. Læring er en prosess som skjer inni menneskene, og kan derfor ikke observeres direkte. Vi kan heller ikke fastsette nøyaktig når eller hvordan læringen skjedde. Tanken om at kunnskap kan overføres fra en person til en annen bryter med det sosiokulturelle perspektivet. Vi kan likevel observere det i den grad at det har skjedd en endring i hva et menneske sier eller gjør. Säljö (2005) poengterer at skolen er en viktig arena for å lære, men vi kan ikke forbeholde all læring til skolen.

Vygotsky pekte også på utfordringen at vi aldri kan vite på forhånd når det vil gå opp et lys for eleven, og dermed planlegge elevens læring. Det innebærer at det er en grense for hvor mye en lærer kan styre og planlegge undervisningen gjennom læreplaner og velstrukturert undervisningen. Likevel er det læreren som har hovedansvaret for elevens læring, det ansvaret hviler ikke på elevene (Imsen, 2014).

En av skolens oppgaver er å gi elevene øvelse i bruk av verktøy og teknologi for å løse bestemte problemer. Det kan være alt fra memoreringsteknikker til lesestrategier og regneferdigheter. Kompetansen og kunnskapen elevene tilegner seg skal føre dem nærmere noen gitte mål, som blant annet blir definert av læreplanen. Rogoff (1990) mener barn lærer og deltar i de ferdighetsbaserte aktivitetene som samfunnet verdsetter, gjennom veiledet deltakelse med andre. Veiledet deltakelse innebærer blant annet samarbeid og delt oppfatning i problemløsningsaktiviteter. Interaksjon med andre vil bidra til å utvikle elevenes evne til å delta i relevante aktiviteter, hjelpe dem med å tilpasse seg nye situasjoner, strukturere problemløsningsforsøk og hjelpe dem med å ta ansvar for håndteringen av problemløsning.

Selv om vi ikke kan fastslå nøyaktig hvordan læring skjer i enkelttilfeller hos individer, sier læringsteorien noe generelt om hvordan læring skjer. Som lærere i skolen kan vi bruke læringsteorien når vi planlegger og gjennomfører undervisningen, slik at den legger til rette for at læring kan skje. Sett fra det sosiokulturelle perspektivet er læring først og fremst et resultat av sosialt samspill. Gjennom dette samspillet kan elevene tilegne seg de redskapene som ligger i språket. På bakgrunn av dette kan læreren legge til rette for læring og utvikling hos elevene ved å strukturere samspillet på best mulig måte (Imsen, 2014).

Vygotsky var opptatt av at elevene på skolen skulle få utfordringer, og hans vitenskapelige arbeid knyttet til kognisjon var et sentreringspunkt (Imsen, 2014; Moen, 2013). Han hadde en hovedinteresse for menneskers evne til blant annet å tenke, resonnere og løse problemer. Vygotsky mente nemlig at undervisningen bare er god når den løper foran utviklingen (Imsen, 2014). Det betyr ikke at undervisningen skal overskride den naturlige utviklingen til elevene, men at undervisningen skal legges på et litt høyere nivå enn det elevene allerede mestrer, slik at de må strekke seg. Da befinner undervisningen seg i den nærmeste utviklingssonen, som strekker seg helt til grensen for hva eleven kan klare med hjelp fra andre, mer kompetente mennesker (Imsen, 2014).

Den nærmeste utviklingssonen er modell for hva elevene kan få til alene, og hva de kan få til med hjelp. Fordi utviklingen går fra det sosiale til det individuelle, vil barnet kunne klare mer i samspill med andre enn det de kan få til av seg selv. På skolen blir læreren eller andre elever med høyere kompetanse en slags medierende hjelper ovenfor barnet, ved å vise og forklare hvordan en oppgave kan løses (Imsen, 2014). Breive (2020) argumenterer på sin side for at den nærmeste utviklingssonen er gjensidig. Det vil si at det ikke alltid er eleven som strekker seg etter læreren, men at det ofte er læreren som strekker seg etter eleven. Det skjer for eksempel når læreren ber en elev forklare sin innsikt og mening rundt en oppgave. Da blir eleven på sett og vis det mer kompetente mennesket, siden det er snakk om nettopp elevens mening rundt oppgaven.

Vygotsky hadde et grunnleggende positivt syn på undervisning. Han mente at kjennetegnene på en god undervisning er at den vekker og setter i gang flere prosesser innenfor den nærmeste utviklingssonen (Moen, 2013). I forbindelse med teorien om den nærmeste utviklingssonen, fremheves den verbale interaksjonen mellom lærer og elev. Undervisning i denne sonen innebærer at læreren definerer en oppgave på én måte, mens eleven har en ulik mening eller definisjon. De har altså en ulik intrapsykologisk mening av oppgaven (Moen, 2013).

Målet med undervisningen er at læreren og eleven skal skape en felles oppfatning av oppgaven. Det skjer gjennom språklig interaksjon mellom partene. Moen (2013) mener en felles oppfatning, en intersubjektiv situasjonsdefinisjon, kan oppnås gjennom språklig mediering. Det er lærerens ansvar å få eleven med i interaksjonen som kan lede frem til denne kollektive meningen, som innebærer at eleven skaper en kvalitativt ny mening rundt oppgaven. I dette arbeidet er anerkjennelse et viktig begrep. Det innebærer blant annet at læreren lytter, anerkjenner og bekrefter elevens ytringer gjennom verbal respons, og samtidig fremmer den mentale aktiviteten hos elevene.

2.3 Resonnering og argumentasjon i matematikk

Resonnering og argumentasjon er to begreper som ofte forekommer sammen i litteraturen. Utdanningsdirektoratet har også slått sammen resonnering og argumentasjon til ett kjerneelement i læreplanen (Utdanningsdirektoratet, 2019). I denne studien ser jeg på argumentasjon som et element av matematisk resonnering, slik det fremkommer i artikkelen fra Jeannotte og Kieran (2017).

Jeannotte og Kieran (2017) har gjennom en omfattende litteraturgjennomgang definert to ulike perspektiver av matematisk resonnering (MR), et strukturorientert perspektiv og et prosessorientert perspektiv. Disse to perspektivene på MR er ikke motstridende tanker, men to ulike aspekter som utfyller hverandre og som må ses i sammenheng, og som begge er del av begrepet MR. Jeannotte og Kieran definerer *mathematical reasoning* eller matematisk resonnering slik: «MR er en kommunikasjonsprosess med andre eller seg selv som gjør det mulig å utlede matematiske ytringer fra andre matematiske ytringer» (Jeannotte & Kieran, 2017, s. 279, egen oversettelse*)*. Denne definisjonen omfatter begge aspektene ved MR.

2.3.1 MR i et strukturorientert perspektiv

Det strukturorienterte perspektivet betegnes som en argumentasjonsmodell. Det handler om formen eller oppbyggingen til argumentasjon, som er en del av MR. Modellen viser hvordan argumentasjon utfolder seg strukturmessig. Den tar utgangspunkt i fire grunnleggende begreper: påstand, data, begrunnelse og støtte. Carlsen (2018, s. 279) forklarer sammenhengen mellom begrepene slik: «The claim is the initial statement, data are statements supporting the claim, warrant is the justification for why the data supports the claim, and backing is a statement supporting the warrant».

Argumentasjon vil som hovedregel inneholde disse fire elementene. For å bevise en påstand bruker vi en form for data som støtter den. Et godt argument vil også ha en klar begrunnelse for hvorfor data støtter påstanden. I tillegg kan begrunnelsen støttes videre opp ved å forklare hvordan data støtter påstanden og en forklaring eller utdyping av begrunnelsen.

Det strukturelle aspektet bidrar til å dele et argument ned i mindre deler (påstand, data, begrunnelse og støtte). Dette gjør det for eksempel enklere å analysere argumentasjonen i klasserommet. Ved å identifisere de ulike delene av et argument kan man studere og analysere fenomenet med større dybde, og skape et mer detaljert bilde av argumentasjonen.

2.3.2 MR i et prosessorientert perspektiv

Ved å studere ulike verb som har blitt brukt om MR i forskningslitteraturen har Jeannotte og Kieran definert matematisk resonnering fra et prosessorientert perspektiv på følgende måte: «Matematiske resonneringsprosesser er meta-diskursive kommognitive prosesser, det vil si at de utleder narrativer om objekter eller relasjoner ved å utforske relasjonene mellom objektene.» (Jeannotte & Kieran, 2017, s. 9, egen oversettelse)

Denne definisjonen bygger på Sfrads *Commognition* (Sfard, 2008, i Jeannotte & Kieran, 2017). Det kommognitiv perspektivet på MR fokuserer på hvordan matematisk kunnskap blir individualisert og delt gjennom språklig kommunikasjon. Sagt med andre ord innebærer matematiske resonneringsprosesser bruk av både kognisjon og kommunikasjon til å tenke på og forklare hvordan vi tenker, enten til andre eller kun overfor en selv. I denne prosessen utformer man forklaringer om ulike objekter, for eksempel forklaringer for areal av ulike geometriske figurer, og om relasjoner mellom dem. Ettersom jeg i denne studien studerer en ungdomsskolelærer i hans undervisning, vil jeg se noe mer pragmatisk på dette prosessorienterte perspektivet. Det innebærer en litt mer praktisk tilnærming, hvor jeg fokuserer på observerbare handlinger og utsagn, og hvordan læreren bidrar til å fremme elevenes tenking.

Ut ifra denne definisjonen har Jeannotte og Kieran (2017) definert ni ulike prosesser innenfor MR. Disse prosessene er plassert i to ulike kategorier. Den ene kategorien er de prosessene som er relatert til å finne likheter og forskjeller. Den andre kategorien er de prosessene som er relatert til validering.

Det er fem prosesser som er knyttet til å søke etter likheter og forskjeller: generalisering, hypotesesetting, identifisering av mønstre, sammenligning og klassifisering. Felles for alle disse prosessene er at de fører til utledning av påstander om matematiske objekter, som kan være enten sanne eller usanne (Valenta & Enge, 2020).

Generalisering er en prosess som handler om å utvide meningen rundt matematiske objekter, eller relasjonen mellom objekter, fra en enkeltsituasjon til andre situasjoner. *Hypotesesetting* er en prosess som handler om å formulere hypoteser eller antagelser basert på likhetene eller forskjellene som identifiseres. Hypotesene har potensial for å lede til teorier. *Å identifisere mønstre* er en prosess som handler om å gjenkjenne regelmessigheter i matematiske data. *Å sammenligne* er en prosess som handler om å analysere likheter og forskjeller mellom ulike matematiske objekter, relasjoner eller situasjoner på en systematisk måte. *Klassifisering* er å kategorisere (klassifisere) objekter, for eksempel areal av ulike trekanter og sirkler, ut fra matematiske egenskaper og definisjoner (Jeannotte & Kieran, 2017).

Videre er det tre prosesser som er relatert til validering. Validering omfatter prosesser som har til formål å endre den epistemiske verdien til en matematisk påstand, det vil si å verifisere gyldigheten, for å finne ut om påstanden stemmer eller ikke. Det kan for eksempel være enten å bekrefte eller å avkrefte påstander som er utledet ved søken etter likheter og forskjeller. De tre prosessene som er knyttet til validering er å argumentere, å bevise, og å bevise formelt (Valenta & Enge, 2020).

Å argumentere er en prosess som kan modifisere den epistemiske verdien ved å finne begrunnelser og støtte for matematisk data. Slik argumentasjon er definert innenfor MR, innebærer ikke nødvendigvis matematisk gyldighet. *Å bevise*, derimot, er en prosess som handler om å endre den epistemiske verdien om et utsagn, argument eller en påstand fra sannsynlig til sann, gjennom begrunnelser og støtte for matematisk data. Det innebærer å bruke logiske, matematiske begrunnelser som klassen forstår og anerkjenner som matematisk riktige, uten at de trenger videre bevis for det. *Formell bevisføring* en prosess, som i likhet med generelle bevis, handler om å endre den epistemiske verdien fra sannsynlig til sann. Jeannotte og Kieran (2017) skiller et bevis fra et formelt bevis ved at det ikke trenger å oppfylle like strenge krav. Et formelt bevis har strengere krav til bevisførsel, og må bygge på grunnleggende teoremer og aksiomer. Samtidig er det også noen krav knyttet til grad av deduktiv struktur og stringens i det å bevise (Valenta & Enge, 2020). Det er nemlig grad av deduktiv natur som skiller et bevis fra det å argumentere. På den andre siden er det sjeldent høy grad av deduktiv natur i argumentene på ungdomsskolen, og kompetansemålene til 9. trinn stiller ikke krav til bevisførsel.

I tillegg til de åtte nevnte prosessene definerer Jeannotte og Kieran eksemplifisering som en del av MR. De plasserer ikke dette i en av de to ulike kategoriene, men ser på eksemplifisering som en prosess som støtter opp om de andre åtte matematiske resonneringsprosessene. Eksemplifisering kan blant annet brukes som et hjelpemiddel for å bevise noe, eller for å få frem en sammenligning.

Det prosessorienterte aspektet av MR skiller seg også fra det strukturelle aspektet ved at hver av de ulike prosessene i seg selv er en form for matematisk resonnering. Det er ikke slik at alle prosessene må være til stede, eller skje i en bestemt rekkefølge, for at det skal kategoriseres som MR. De ulike MR-prosessene er tett knyttet sammen, og opptrer gjerne sammen med hverandre, men de er ikke bundet til det.

2.4 Hvordan en lærer kan støtte elevenes argumentasjon

Mye av den tidligere matematikkdidaktiske forskningen om matematisk resonnering fokuserer først og fremst på hvordan resonneringen er strukturert og hvordan den utarter seg hos eleven. Forskningslitteraturen sier mindre om hva som er lærerens rolle i resonneringsprosessene. Jeg har tidligere pekt på at ansvaret for elevenes læring ligger på læreren, ikke på eleven selv. Derfor er det viktig for matematikklærere å vite noe om hvordan en kan legge til rette for og støtte resonneringsprosessene hos elevene.

For å kunne studere og analysere hvordan lærere kan støtte opp om elevenes resonneringsprosess er det nødvendig å kjenne til strukturen og prosessen i matematisk resonnering. Det gjør det mulig å studere i detalj hvordan lærere kan hjelpe elevene på de ulike stadiene i resonneringen. Conner et al. (2014) lanserer et rammeverk for å studere hvordan lærere kan støtte elevenes engasjement i matematiske aktiviteter, med fokus på argumentasjon. De skriver: «Vi foreslår at rammeverket er nyttig for å undersøke og eventuelt styrke hvordan lærere støtter elevenes resonnering og argumentasjon som grunnleggende matematiske aktiviteter.» (Conner et al., 2014, s. 401, egen oversettelse).

For å analysere hvordan lærere kan støtte elevenes resonnering har Conner et al. (2014) kategorisert lærerens bidrag i tre ulike kategorier. Til hver av de tre kategoriene er det fem til seks underkategorier. Rammeverket inneholder flere av de samme begrepene som Jeannotte og Kieran (2017) bruker om MR.

2.4.1 Lærerens direkte bidrag

Den første kategorien er lærerens direkte bidrag i argumentasjonen. Med direkte bidrag mener Conner et al. (2014) at læreren bidrar med deler av et argument. Conner et al. (2014) sin definisjon av argumentasjon bygger på den samme argumentasjonsmodellen som Jeannotte og Kierans (2017) strukturorienterte perspektiv på MR. Læreren kan for eksempel bidra direkte i argumentasjonen ved å komme med en påstand, en form for matematisk data, en begrunnelse for gyldigheten til data eller et utsagn som støtter en begrunnelse. I tillegg til dette sier Conner et al. (2014) at læreren kan bidra direkte ved å komme med motargumenter eller en form for kvalifiserende ytring (*qualifier*). Med motargumenter menes at læreren beskriver en situasjon der begrunnelsen ikke er gyldig. En kvalifiserende ytring, eller en kvalifikator, er utsagn som sier noe om validiteten til en påstand.

Læreren kan mediere disse direkte bidragene på ulike måter. Læreren kan bidra gjennom verbale ytringer, men det kan også skje gjennom kroppsspråk, ved at læreren skriver eller tegner noe, eller ved å presentere en skriftlig oppgave. Noen ganger kan lærerens bidrag fungere som to deler av et argument samtidig. For eksempel kan en tegning fungere som både data og påstand på samme tid. Derfor kan vi ikke alltid skille de ulike bidragene helt fra hverandre.

2.4.2 Lærerens spørsmål til elevene

Den andre kategorien er lærerens spørsmål til elevene. Denne kategorien omfatter også lærerens anmodninger om handlinger eller informasjon. Lærerens utsagn behøver dermed ikke nødvendigvis være formet som et spørsmål, men det kan også være utsagn der læreren ber elevene utføre bestemte handlinger.

Conner et al. (2014) skiller mellom fem ulike typer spørsmål: spørsmål hvor læreren ber om et svar, en fremgangsmåte, en idé, utdyping eller en evaluering. Et *svar* kan være så enkelt som hva eleven har svart på en oppgave. *Fremgangsmåte* dreier som om hvordan eleven har kommet frem til svaret. En *idé* kan for eksempel være at læreren ber elevene sammenligne noe og komme med idéer til svar eller fremgangsmåter. Når læreren ber om *utdypning* kan det for eksempel være å be eleven forklare noe på en annen måte, eller å forklare en løsning grundigere. *Evaluering* er at læreren ber elevene si noe om korrektheten eller gyldigheten til en påstand eller et svar. Det kan for eksempel være at læreren spør en elev forklare hvorfor eller hvorfor ikke noe fungerer, eller at læreren spør klassen om de er enige i en elevs påstand.

2.4.3 Andre støttende handlinger

Den tredje og siste kategorien er andre støttende handlinger læreren gjør, som verken er spørsmål eller direkte bidrag. Disse skiller seg fra de fem spørsmålstypene over ved at handlingene er noe læreren gjør selv. Det er heller ikke direkte bidrag, fordi de ikke tjener som en del av et argument eller resonnement. Disse handlingene er i rammeverket delt inn i fem ulike koder: å lede, å fremme, å evaluere, å informere og å repetere.

Å lede innebærer handlinger som leder eller dirigerer elevenes oppmerksomhet mot deler av oppgaven. Det kan for eksempel være å hinte om noe, eller vise elevene hvor de bør begynne. *Å fremme* betyr i denne sammenhengen handlinger som støtter den matematiske utforskingen. Det innebærer blant annet å skryte av elevene, og helst av konkrete trinn i argumentasjonsprosessen som elevene mestrer. Det kan også være å fortelle elevene at de kanskje burde gjøre noe annerledes dersom de står fast. *Å evaluere* dreier seg om det samme som når læreren spør elevene om å evaluere noe. Forskjellen er at det i dette tilfellet er læreren selv som evaluerer. Det kan for eksempel være å validere en begrunnelse, en antagelse eller en utregning.

Å informere handler i stor grad om å forklare eller oppklare en ytring eller en påstand. Dersom en elev kommer med et utsagn som er vanskelig å forstå, kan læreren forklare det på en litt annen måte, slik at alle elevene får større innsikt. Det kan også være å utvide elevens ytring, ved å beskrive eller forklare noe mer utover det eleven sa. *Å repetere* er lærerens utsagn hvor han/hun gjenforteller en påstand eller en ytring, eller at læreren oppsummerer det en elev har sagt.

Dette rammeverket vil være til hjelp når jeg senere skal analysere lærerens rolle i argumentasjons- og resonneringsprosesser. Jeannotte og Kierans (2017) utdypning av MR vil gjøre det mulig for meg å identifisere de ulike delene av argumenter og de ulike MR-prosessene i undervisningen. Ved å se dette i lys av Conner et al. (2014) sitt rammeverk, vil jeg også kunne studere lærerens rolle i disse prosessene ved å undersøke hvilke spørsmål læreren stiller, hvilke bidrag læreren gjør, hvordan de medieres, og eventuelle andre handlinger læreren foretar seg som støtter prosessene.

2.5 Tidligere forskning

Mye av den tidligere forskningen på MR handler først og fremst om hvordan denne prosessen kommer til syne blant elevene. Det er færre studier som sier noe om lærerens rolle i undervisning som vektlegger MR. Jeg skal i dette delkapitlet trekke frem noen studier som sammenfaller med lærerens rolle i argumentasjons- og resonneringsprosesser.

Stein et al. (2008) mener læreren kan orkestrere produktive matematiske diskusjoner gjennom fem praksiser. De har brukt eksempler fra fjerde klasse, men argumenterer for at de fem praksisene kan brukes av lærere på alle trinn. Praksisene inkluderer både handlinger læreren kan gjøre i forkant av-, og underveis i undervisningen. Praksisene består av å observere og lytte til elevenes arbeid underveis i timene, å sekvensere elevsvarene, og deretter knytte sammenhenger mellom dem. Gjennom å gjøre dette, kan læreren legge til rette for gode resonneringsprosesser i timene.

Francisco (2022) utdyper i sin artikkel hva som er viktig for at lærere kan støtte argumentasjon i klasserommet. Gjennom en studie av en 6. klasses gruppearbeid med utfordrende oppgaver, peker han på flere sider ved lærerens matematiske kunnskap som er avgjørende for å støtte elevene i argumentasjonsprosesser. Han mener blant annet, i likhet med Jeannotte og Kieran (2017), at det er viktig å se på argumentasjon som en diskursiv prosess, og at det er viktig at læreren har grundig innsikt i elevenes matematiske resonnering. Francisco (2022) mener erfaring er viktig for å utvikle denne innsikten. En lærer med mye erfaring vil ha en dypere innsikt i elevenes typiske argumentasjonsstrategier, enn det en nyutdannet lærer har. Ved å kjenne til slike argumentasjonsstrategier, vil læreren kunne støtte argumentasjonen, blant annet ved å komme med mot-eksempler og å utfordre elevenes resonnering.

Kosko et al. (2014) peker på betydningen av lærerens spørsmål for å støtte argumentasjon i klasserommet. De argumenterer for at effektive spørsmål er de som ber elevene forklare og begrunne arbeidet sitt, og på den måten utforsker elevenes innsikt og mening rundt en oppgave. Ved å studere en lærerskapt praksis, antyder Kosko et al. (2014) at læreres oppfatninger om hvordan de kan legge til rette for matematisk argumentasjon, er vesentlig forskjellig fra hva forskningslitteraturen sier. De peker blant annet på at lærere ofte stiller generelle, ledende og hukommelsesorienterte spørsmål. Slike spørsmål gir lite rom for argumentasjon og resonnering. I stedet bør lærerne, ifølge Kosko et al. (2014), stille spørsmål som tar utgangspunkt i elevenes arbeid. De peker også på læreres manglende erfaring som en mulig årsak til at mange sliter med å skape og støtte god matematisk argumentasjon i klasserommet.

Mueller et al. (2014) forklarer hva lærere kan gjøre for å skape klassemiljøer som preges av matematisk argumentasjon og resonnering. De studerte fem undervisningsøkter, og karakteriserte ulike *teacher moves*, eller handlinger, læreren kan gjøre for å oppmuntre til og fremme matematisk resonnering. Med handlinger menes først og fremst verbale interaksjoner. De ulike handlingene er fordelt i tre kategorier: de som offentliggjør elevenes idéer, de som utvikler elevenes idéer, og de som fremmer forklaringer og begrunnelser. Disse tre kategoriene er, ifølge Mueller et al. (2014), avgjørende for å etablere klasserom som preges av matematisk resonnering. Å *offentliggjøre elevenes idéer* er når læreren løfter frem en elevs eller en gruppes idé for resten av klassen som et positivt bidrag i problemløsningsprosessen. Å *utvikle elevenes idéer* er i hovedsak ulike typer spørsmål læreren stiller, hvor han/hun ber elevene om å formulere tanker og strategier. Handlinger som *fremmer forklaringer og begrunnelser* er utsagn hvor læreren ber elevene vurdere rimeligheten av løsningene, i stedet for bare å fortelle elevene om svaret er rett eller galt. Gjennom disse handlingene kan læreren bidra til at elevene blir trygge på å utforske, begrunne, og stå for sine idéer og løsninger.

3 Metode

I dette kapitlet skal jeg gjøre rede for og begrunne for de metodiske valgene jeg har tatt i denne studien. Innledningsvis i dette kapitlet vil jeg si litt om mitt ontologiske og epistemologiske ståsted. Videre skal jeg skissere forskningsdesignet av studien i kapittel 3.1. I kapittel 3.2 og 3.3 beskriver jeg hvordan datamaterialet som ligger til grunn i studien ble samlet inn og konteksten det foregikk i. Kapittel 3.4 handler om forberedelsene og den praktiske gjennomføringen av studien. Deretter skal jeg beskrive hvordan jeg har behandlet og analysert datamaterialet i kapittel 3.5. Kapittel 3.6 belyser de forskningsetiske vurderingene jeg har gjort, og i kapittel 3.7 diskuterer jeg studiens reliabilitet og validitet.

Metode handler både om hvordan prosessen med innhenting av datamaterialet har foregått, og hvordan det videre har blitt behandlet og analysert. Forskning med samme teori og resultat kan ha ulik verdi ut ifra hvordan innhentingen av dataen har foregått, og hvordan det har blitt analysert.

Jeg plasserer forskningen i denne studien innenfor det interpretivistiske paradigmet (Bryman, 2016), også kalt det konstruksjonistiske paradigmet (Mertens, 2019; Postholm & Jacobsen, 2018). Argumentasjon og resonnering er prosesser som formes og konstrueres av aktørene som inngår, og den matematiske kunnskapen vil utvikles gjennom disse prosessene. Studien legger seg dermed under en konstruksjonistisk ontologi (Bryman, 2016; Postholm & Jacobsen, 2018). Det motsatte vil være at argumentasjonen og resonneringen har en virkelighet i seg selv utenfor mennesket, at den er objektiv og statisk, og dermed bare venter på å bli oppdaget (Mertens, 2019). Det er ikke forenlig med det prosessorienterte perspektivet på resonnering som denne studien bygger på.

3.1 Forskningsdesign – en kvalitativ «case studie»

Det interpretivistiske paradigmet legger til rette for en kvalitativ forskningsmetode (Mertens, 2019). Denne studien er basert på en kvalitativ datainnsamling og en kvalitativ analyse av det innhentede materialet. Beskrivelse, innsikt og mening er sentrale begreper i en kvalitativ studie, og passer derfor godt til mitt forskningsspørsmål og teori. Hovedformålet med kvalitativ forskning er nemlig å beskrive og utvikle innsikt i «den andre»[2] (Postholm & Jacobsen, 2018).

[2] Historisk ble kvalitativ forskning ofte brukt for å beskrive mennesker i en annen kultur enn det forskeren selv befant seg i. «Den andre» kunne for eksempel være en indianerstamme eller migranter som utgjorde en minoritet (Postholm & Jacobsen, 2018).

Casestudie er en samlebetegnelse for flere ulike forskningsdesign, der alle har som fellesnevner at de studerer en «case» som er avgrenset til tid og sted (Postholm & Jacobsen, 2018). En casestudie kan rette oppmerksomheten mot ett eller flere individ, en gruppe, en organisasjon, en aktivitet, eller som i dette tilfellet en lærer. Uansett hva som studeres, finner alt sted innenfor en gitt kontekst. En casestudie innebærer derfor en grundig og detaljert analyse av casen og konteksten den befinner seg i.

Mer konkret kan studien min defineres som en enkelcasestudie. Enkelcasestudier skiller seg fra komparative casestudier ved at det kun er én enkelt case en studerer, uten å sammenligne den med andre caser. Målet med enkelcasestudier er ofte å skaffe eller utvide grundig innsikt i noe som finner sted innfor en helt spesiell kontekst. En enkelcasestudie kan også ha en forklarende hensikt. I slike tilfeller er målet å forklare hvorfor noe skjer, ved å avdekke ulike prosesser som fører til et resultat (Postholm & Jacobsen, 2018). I denne studien er hensikten mer generelt å utvide innsikten i lærerens rolle i resonnering- og argumentasjonsprosesser. Av den grunn har jeg valgt en lærer som case. Å velge en case ut fra hva man ønsker å studere kaller Postholm og Jacobsen (2018) for en instrumentell casestudie.

3. 2 Datainnsamling ved observasjon

Det finnes en rekke ulike måter å utføre datainnsamling på i kvalitative casestudier. En hyppig brukt metode er observasjon. Observasjon har dype røtter som metode for datainnsamling innen den kvalitative forskningen, og blir betegnet som en sentral måte å samle inn data på (Postholm & Jacobsen, 2018). Observasjon kan dokumenteres på ulike måter, for eksempel gjennom feltnotater, lydopptak eller videoopptak. I denne studien er datamaterialet samlet inn gjennom observasjon som er dokumentert ved hjelp av videoopptak. Ved å bruke videoopptak fikk jeg med langt flere detaljer enn ved bruk av for eksempel feltnotater. Videomaterialet ga meg også tilgang til autentisk elevarbeid. Å bruke videopptak er i tillegg en måte å sikre at observasjonene ikke bare er subjektive analyser og tolkninger av det jeg så, eller at jeg kun observerte det jeg «ønsket» å se. En begrensning med videoopptak er at kameraet ikke fikk med seg alt. Det kan for eksempel skje mange ting utenfor kameraets synsvinkel som ikke kommer med i opptaket. Kameraet fanget heller ikke opp deltakernes tanker, følelser eller meninger, som også er en del av konteksten til datamaterialet.

Ved innhenting av datamaterialet kan en observatør innta ulike roller. Disse rollene skiller seg fra hverandre ut fra observatørens grad av deltakelse og grad av avstand (Postholm & Jacobsen, 2018). Observatøren befinner seg altså på et kontinuum mellom fullstendig observatør i den ene enden, til fullstendig deltaker i den andre enden. I mange tilfeller ønsker forskeren å befinne seg så langt som mulig mot fullstendig observatør, for å påvirke resultatene i så liten grad som mulig. En fullstendig observatør vil ha stor avstand til situasjonen som blir observert, og liten eller ingen deltakelse. Bildet om å være «en flue på veggen» har vært brukt for å beskrive en fullstendig observatør. I kvalitativ forskning vil det være tilnærmet umulig å oppnå en rolle som fullstendig observatør, fordi forskningsobjektene vil bli påvirket bare av at det er en observatør til stede, og også om det bare skulle ha vært et kamera til stede. Denne adferdsendringen kalles 'Hawthorne effekten' (Pripp, 2020).

Ved datainnsamlingen i denne studien valgte jeg å være til stede selv og filme undervisningen. Jeg plasserer meg selv i kategorien som Postholm og Jacobsen (2018) kaller «observatør-som-deltaker». Det vil si at jeg inntok en tydelig observatørrolle, uten å delta aktivt i undervisningen. Det innebar at jeg kunne svare vennlig på spørsmål fra elevene om hvem jeg var, men jeg ba elevene henvende seg til læreren ved spørsmål som hadde med undervisningen å gjøre.

Det er både fordeler og ulemper ved selv å være til stede under observasjonen. En av fordelene var at jeg ble mer kjent med læreren og elevene som jeg observerte. Ved å være til stede fysisk kunne jeg sanse mer av det som foregikk i klasserommet, utover det som kunne observeres. For eksempel kunne jeg kjenne på stemningen som var i klasserommet i de ulike timene, noe som kunne bidra til enda tykkere beskrivelser, som jo er et mål i en kvalitativ casestudie. Ulempen med å være personlig til stede var at jeg umiddelbart tolket det jeg observerte og sanset, og at resultatet kan ha bli farget av min subjektive tolkning.

Da jeg kom til timen den første dagen jeg skulle observere, og hadde med kamerautstyr, var det noen elever som reagerte litt. Jeg opplevde likevel at denne reaksjonen raskt gikk over, og fra mitt synspunkt endret ikke elevene sin oppførsel i nevneverdig grad, ut ifra slik jeg kjente dem fra før av. Jeg oppfattet at de raskt ble vant med kameraet, og de var dessuten godt informert om at det var læreren deres som var fokus for filmingen, og ikke dem selv. Jeg kan samtidig bemerke at én elev, som generelt hadde et lavt læringsutbytte av undervisningen, hadde en tendens til å trekke seg vekk fra kameraets synsfelt. Jeg opplevde læreren som komfortabel i situasjonen. Han hadde blitt filmet i undervisningen ved flere anledninger tidligere. Likevel tenker jeg det er viktig å ha disse momentene med meg når jeg i de neste kapitlene skal analysere og diskutere resultatene.

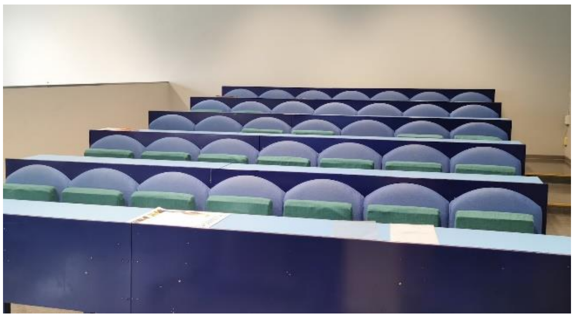
3.3 Konteksten

I denne studien fulgte jeg en lærers matematikkundervisning i 9. klasse gjennom seks skoletimer i januar måned. Jeg observerte undervisningen to dager hvor klassen hadde dobbelttimer med matematikk. De to andre timene jeg observerte var enkelttimer, hvor klassen var delt i to. Temaet i alle timene var geometri, og hovedfokuset var areal av ulike mangekanter. Klassen bestod av til sammen 17 elever. I dobbelttimene var det med en ekstra lærer som ressurs for en elev med lavt læringsutbytte av den ordinære undervisningen.

Klasserommet hvor undervisningen foregikk var på mange måter et moderne klasserom. Skolen var med i et prosjekt hvor de tester ut fremtidens læringsareal, i samarbeid med FCL (Future Classroom Lab). Et av hovedtrekkene i dette prosjektet var å ha ulike soner i klasserommene (se figur 1). Det innebar blant annet at alle elevene hadde egne arbeidsplasser, og at hvert klasserom hadde sofagrupper og et amfi. Oppstarten av timene skjedde som regel i amfiet. Amfiet ble i hovedsak brukt til å gi elevene felles informasjon og beskjeder, og her skulle de ikke sitte lenge. Amfiet ble også brukt ved oppsummering og presentasjon av elevarbeid. Ved arbeidsplassene satt elevene to og to, og de ble gjerne brukt når elevene jobbet individuelt eller i par med oppgaver. Sofagruppene ble først og fremst brukt ved gruppesamarbeid, der elevene skulle snakke og diskutere sammen. Klasserommet til den aktuelle klassen kan ellers karakteriseres som romslig, og læreren hadde tilgang på både Smarttavle og tradisjonell krittavle. Smarttavlen kunne brukes isolert, eller ved å koble til ekstern PC eller Chromebook.

I tre av de timene jeg observerte (én dobbeltime og én enkelttime) var undervisningen inspirert av Liljedahls 14 praksiser for å bygge *tenkende klasserom* (2023). Den canadiske professoren i matematikkundervisningen har skrevet ei bok som handler om å bygge tenkende klasserom. Et hovedpoeng bak boka er at matematikkundervisningen skal være slik at elevene må tenke og resonnere, fremfor bare å memorere eller pugge matematiske formler. Gjennom boka foreskriver Liljedahl 14 ulike praksiser som vil legge til rette for læringssentrert, studentaktiv undervisning, og gi elevene dypere og grundigere innsikt i matematikken. De 14 praksisene omhandler alt fra hvilke typer oppgaver elevene får, hvordan læreren hjelper elevene, og hvordan vurdering og karaktersetting burde foregå. Noen av praksisene handler også om orkestreringen av klasserommet, og hvordan læreren svarer på spørsmål fra elevene.

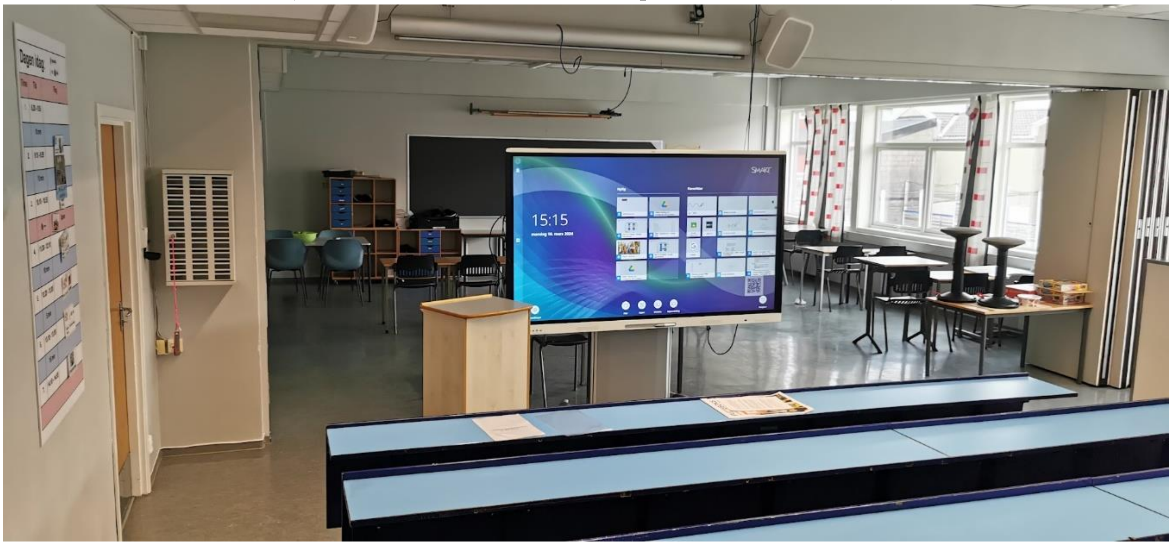
Amfi



Sofagruppe

Oversiktsbilde

(Smarttavle foran amfi & arbeidsplasser bak smarttavlen)



Figur 1: Soneinndeling av klasserommet

I de tre nevnte timene jobbet elevene i grupper. For å dele klassen inn i grupper brukte læreren et regneark som genererte tilfeldige grupper på 2-3 personer. Gruppeinndelingen ble gjennomført slik at eleven så at det skjedde tilfeldig, og på regnearket stod det også hvor hver gruppe skulle være. Gruppene jobbet på vertikale, viskbare tavler[3], og de fikk da utdelt 1-2 tusjer og papir til å viske med.

Oppgavene ble gitt på litt ulike måter i de ulike timene. I alle timene hadde læreren en muntlig gjennomgang av oppgaven ved begynnelsen av timen, men han varierte mellom å tegne oppgaven mens han forklarte, og å vise et ferdig dokument med bilder og oppgavetekst. Etter felles gjennomgang av oppgavene samlet elevene seg i grupper fordelt rundt i klasserommet. Ettersom de jobbet med tavler på veggen, skulle elevene i utgangspunktet stå oppe mens de jobbet. Likevel var det noen som satte seg ned ved bord eller på stoler i

[3] Vertikale tavler – selvklebende plastfilmer som blir hengt opp på veggen

nærheten mens de arbeidet. På et tidspunkt i hver time fikk elevene i oppgave å gå bort til andre grupper, for å se hvordan andre hadde gått frem for å løse oppgaven. Læreren bestemte i disse tilfellene hvilke elever på hver gruppe som skulle gå rundt å se på andre løsninger, og hvem som skulle stå igjen for å forklare hvordan de selv hadde løst oppgaven.

I de tre andre timene jeg observerte hadde undervisningsformen et mer tradisjonelt preg, ved at elevene jobbet individuelt eller i par ved sine faste plasser, etter en fellesøkt i oppstarten av timen.

Alle elevene hadde egen Chromebook. Skolen brukte Gyldendals læreverk etter Fagfornyelsen i 2020, og de hadde tilgang på lærerboka, Maximum, digitalt. Jeg velger ikke å gå dypere inn på læreboka og hvordan den tar for seg kapitlet om geometri da den ikke ble eksplisitt brukt i de aktuelle timene. Selv om ikke læreboken ble brukt, tok undervisningen utgangspunkt i de gjeldende og aktuelle kompetansemålene i LK20 (se kapittel 1.3).

Det er også verdt å merke seg at læreren jeg fulgte hadde fått beskjed om at studien jeg gjennomførte tok utgangspunkt i kjerneelementet om resonnering og argumentasjon. Utover dette ga jeg ikke læreren noen føringer, og ga beskjed om at han ikke trengte å ta hensyn til det som hadde med prosjektet mitt å gjøre. Jeg ønsket at undervisningen skulle ligge så tett opp mot 'normalen' som mulig, slik at resultatene som fremkom ikke skulle være for mye preget av at læreren visste hva jeg var ute etter å undersøke. Det at læreren visste hva jeg var nysgjerrig på, er uansett et viktig moment å være klar over i analysen.

3.4 Forberedelser og praktisk gjennomføring

Arbeidet med masterprosjektet startet i september 2023. I oktober tok jeg kontakt med en matematikklærer jeg kjente gjennom eget nettverk. Læreren hadde lang erfaring (>40 år) og underviste i matematikk i 9. og 10. klasse. Han ønsket gjerne å være med i studien, og vi avtalte at jeg kunne følge undervisningen i den 9. klassen han underviste i. Jeg kjente også klassen litt fra før av, da jeg hadde hatt noen vikartimer med dem tidligere. Da dette var avklart begynte jeg arbeidet med å skrive meldeskjema til SIKT[4], og informasjonsskriv og samtykkeskriv til foreldre og elever i den aktuelle klassen (se Vedlegg 2 og 3). Meldeskjemaet ble sendt inn i november 2023, og godkjent i midten av desember (se Vedlegg 1). Så snart dette var godkjent, besøkte jeg klassen og delte ut informasjonsskrivet til elevene personlig. Da kunne jeg også svare på spørsmål fra elevene.

[4] SIKT – Kunnskapssektorens tjenesteleverandør

Datainnsamlingen foregikk som nevnt i januar måned. Da jeg var ferdig med datainnsamlingen begynte den tidkrevende jobben med å transkribere videopptakene. Jeg opplevde deler av alle timene som relevante i forhold til studien, og jeg valgte derfor å transkribere alle opptakene jeg tok. Kun noen enkelte utdrag fra videoopptakene har jeg latt være å transkribere. Det gjelder blant annet et par tilfeller der læreren hadde en passiv rolle mens elevene arbeidet med oppgavene, og ved noen tilfeller hvor det som ble sagt var vanskelig å høre på opptakene. De to første timene jeg filmet brukte jeg mikrofonen på kameraet. Da jeg kjapt hørte gjennom dette opptaket, oppdaget jeg at det noen ganger var vanskelig å isolere stemmene fra hverandre, og å høre det som ble sagt. Jeg bestemte meg derfor for å få tak i en mikrofon til å feste på læreren, så de fire neste timene ble gjennomført med en myggmikrofon på læreren. Da var det bedre lydkvalitet, og jeg fikk med meg alt læreren sa, selv når han befant seg et stykke unna kameraet.

Transkripsjonene har jeg anonymisert ved å bruke fiktive navn. Ettersom jeg kjente elevene litt fra før av, kunne jeg høre hvem som snakket, også når den som snakket befant seg utenfor kameraets synsvinkel. Derfor har jeg kunnet identifisere elevene som snakket selv når fokuset var for eksempel på Smarttavlen og elevene satt i amfiet.

3.5 Analyse av datamaterialet

Jeg har i denne studien valgt en abduktiv tilnærming til datamaterialet. Abduksjon er en kombinasjon av både induksjon og deduksjon, og innebærer en kontinuerlig problemløsende prosess hvor forskeren pendler mellom teorier og forskerens egne perspektiv av datamaterialet (Postholm & Jacobsen, 2018). Analysen av datamaterialet startet helt fra da jeg begynte å observere. Ut fra det foreløpige forskningsspørsmålet jeg hadde laget, og ut fra teorien jeg hadde arbeidet med tidligere, gjorde jeg fortløpende vurderinger om datamaterialet var relevant for studien. Jeg studerte først datamaterialet i seg selv, og deretter studerte jeg det i lys av tidligere forskning og rammeverket jeg presenterte i kapittel 2.4.

Selv om jeg på noen måter startet analysen allerede mens jeg observerte, var det ikke før jeg var ferdig med transkripsjonen at jeg begynte systematisk å analysere materialet. Jeg gjorde da en tematisk analyse av all data jeg hadde samlet inn. Det første jeg gjorde var å gå gjennom alt materialet for å bli kjent med data. Under dette arbeidet forsøkte jeg å legge vekk alle teorier og rammeverk jeg tidligere hadde sett på, slik at jeg kunne studere materialet i seg selv. Underveis da jeg gikk gjennom materialet markerte jeg kontinuerlig deler av transkripsjonene og kommenterte kort hva de handlet om.

Etter å ha gått gjennom hele transkripsjonen samlet jeg alle kommentarene jeg hadde skrevet i ett dokument. Det var til sammen 210 ulike kommentarer. Videre sammenlignet jeg alle disse kommentarene, og kodet dem i grove trekk. Jeg endte da opp med 29 ulike, selvlagde koder. Av de 210 kommentarene var det 13 som jeg lot være å kode. Det var i hovedsak kommentarer som ikke omhandlet lærerens rolle, eller kommentarer som kun var til egen støtte mens jeg arbeidet med materialet.

Deretter gikk jeg gjennom alle kodene på nytt, og sammenlignet dem med hverandre. I dette arbeidet samlet jeg de 29 kodene til 13 nye, mer generelle koder. Også disse kodene var selvlagde. De 13 kodene sammenlignet jeg med rammeverket av Conner et al. (2014), og på bakgrunn av denne sammenligningen fordelte jeg de 13 kodene inn i tre hovedkategorier (se Tabell 1). Det var 3-5 koder til hver kategori.

Den ene koden valgte jeg ikke å sette inn under noen av kategoriene. Koden omhandlet lærerens orkestrering av klasserommet, og jeg ser på det som et overordnet aspekt, som la grunnlaget for lærerens videre rolle. Det handlet i større grad om ulike handlinger læreren gjorde *før* elevene begynte å arbeide, før argumentasjons- og resonneringsprosessene startet. Det blir for omfattende å gå inn på dette området også, og det er litt på siden av forskningsspørsmålet i denne studien.

Den første hovedkategorien er lærerens spørsmål til elevene. Dette er også den største kategorien. Den har flest koder, og flere av kodene forekom hyppig. I likhet med Conner et al. (2014), inkluderer jeg lærerens anmodninger under denne overskriften. Med anmodninger mener jeg lærerens utsagn eller spørsmål hvor han ba elevene utføre en handling, for eksempel å utføre en matematisk utregning. Under denne kategorien er det fem koder for ulike typer spørsmål: matematiske opplysninger, forslag til idéer, fremgangsmåte, sammenligne og begrunne.

Matematiske opplysninger er utsagn fra læreren hvor han ba elevene hente ut matematiske opplysninger fra en oppgave. Koden omfatter også lærerens anmodninger om å anvende opplysningene. *Forslag til idéer* kan på noen måter likne det å anvende matematiske opplysninger. Det skiller seg likevel fra det å anvende matematiske opplysninger ved at idéene ikke kan hentes direkte ut fra oppgavens opplysninger.

Tabell 1 Mitt analyseverktøy. Tallene i parentes viser antall forekomster av de ulike kodene i transkriberingen.

Orkestrering av klasserommet og undervisningen Lærerens strukturering av undervisningen gjennom oppgaver, arbeidsmåter, arbeidsplasser o.l. (20)					
Spørsmål/anmodninger		**Direkte bidrag**		**Andre støttende handlinger**	
Matematiske opplysninger (12)	Ber elevene fortelle hva de vet, og hva de kan bruke informasjonen til.	*Forenkle* (20)	Lærer forenkler eller bryter oppgaven ned i mindre deler, f. eks ved å tegne hjelpelinjer til geometriske figurer.	*Presiseringer* (11)	Læreren presiser noe om f. eks oppgaven eller oppgaveteksten.
Forslag til idéer (20)	Ber om forslag til hypoteser eller idéer og oppfordrer elevene til å teste dem ut.	*Bevis/motbevis* (14)	Læreren (be)viser at noe stemmer, eller kommer med et motbevis til elevenes påstand.	*Repeterer* (10)	Læreren repeterer noe som har skjedd eller som har blitt sagt, enten av elever eller noe han har sagt selv.
Fremgangsmåte (36)	Ber om fremgangsmåte og begrunnelse for hvorfor de har valgt den metoden de har brukt.	*Generaliserer* (3)	Læreren generaliserer oppgaven, eller generaliserer elevenes svar.	*Hint* (9)	Læreren hinter eller leder oppmerksomheten til elevene mot en mulig løsning.
Sammenligne (14)	Ber elevene sammenligne. Det kan være å sammenligne figurer, fremgangsmåter eller svar.	*Eksemplifiserer/ Konkretiserer* (4)	Læreren forklarer elevene hva de faktisk har funnet ut ved eksempler og konkretisering av funn		
Begrunne (22)	Ber elevene begrunne eller forklare et svar eller en påstand.				

Fremgangsmåte innebærer de spørsmålene læreren stilte hvor han ba elevene komme med forslag til fremgangsmåter, eller ba dem forklare hvordan de hadde løst en oppgave. Koden omfatter også begrunnelse av fremgangsmåten. *Sammenligne* er spørsmål eller anmodninger hvor læreren ba elevene sammenligne noe. Det innebar både å sammenligne ulike fremgangsmåter og ulike matematiske figurer. *Begrunne* handler om lærerens anmodninger hvor han ba elevene begrunne en påstand, eller å forklare hva svaret deres betydde. Jeannotte og Kieran (2017) skiller mellom et argument og et bevis ved at et bevis må innebære matematisk gyldighet. I kodingen har jeg ikke valgt å skille mellom disse, men samlet lærerens anmodninger om både argumenter og bevis under samme kode, som jeg har kalt *begrunne*. På ungdomsskolen er det sjeldent at argumentene har høy grad av matematisk gyldighet. I de tilfellene læreren ba elevene om å bevise eller argumentere for en påstand, tjente både argumentene og bevisene samme formål. Slik jeg oppfattet det, brukte læreren begrepene om hverandre, og de representerte derfor ikke to ulike roller fra lærerens side. Selv om jeg ikke har to ulike koder for argumentasjon og bevis, har jeg likevel identifisert utsagnene som enten et argument eller et bevis i analysen.

Den andre hovedkategorien er lærerens direkte bidrag i argumentasjons- og resonneringsprosessene. Det var at læreren bidro med deler av et argument, eller et resonnement. Dette er den nest største kategorien, og den inneholder fire koder: forenkle, bevise/motbevise, generalisere og eksemplifisere/konkretisere. Å bevise, generalisere og eksemplifisere er alle eksempler på resonneringsprosesser i modellen til Jeannotte og Kieran (2017). Å forenkle oppgaven er ikke en av prosessene Jeannotte og Kieran eksplisitt omtaler som en MR-prosess. Likevel mener jeg at lærerens forenklinger av oppgaven var direkte bidrag til resonneringsprosessen, da jeg ser på lærerens forenklinger som en kombinasjon av blant annet indentifisering av mønstre, sammenligning, klassifisering og generalisering. I tillegg førte lærerens forenklinger gjentatte ganger til utledning av en påstand. Utledning av en påstand kan være et kjennetegn på MR-prosesser hvor formålet er å søke etter likheter og ulikheter (Jeannotte & Kieran, 2017).

Forenkle var at læreren brøt oppgaven ned i mindre deloppgaver, eller at han tegnet hjelpestreker og hjelpefigurer. Da elevene hadde arbeidet med deloppgavene, hjalp læreren dem med å sette svarene inn i konteksten til den opprinnelige oppgaven. *Bevis/motbevis* omhandler utsagn hvor læreren beviste eller motbeviste en påstand. Under denne koden har jeg også tatt med eksempler hvor læreren viste elevene hvorfor noe stemte, selv om det ikke kan klassifiseres som et bevis etter definisjonen til Jeannotte og Kieran (2017). *Generalisere* omhandler utsagn hvor læreren generaliserte en oppgave, eller elevenes svar. *Eksemplifisere/konkretisere* er lærerens utsagn hvor han forklarte elevene hva de faktisk hadde funnet ut, ved å bruke konkrete eksempler.

Den siste kategorien har jeg kalt andre støttende handlinger. Det er en fellesbetegnelse for ulike handlinger læreren foretok, som ikke faller inn under de to første kategoriene, men som tjener til å støtte opp under resonneringsprosessene. Dette er den minste kategorien, og den inneholder tre koder: presiseringer, repetisjon og hint.

Presiseringer var utsagn hvor læreren presiserte oppgaven eller oppgaveteksten. *Repetisjon* var utsagn og handlinger hvor læreren enten repeterte noe han selv hadde sagt eller gjort, eller hvor han repeterte noe som en elev hadde sagt. *Hint* var utsagn og handlinger læreren gjorde som ledet elevenes oppmerksomhet mot et svar eller en fremgangsmåte.

3.6 Forskningsetiske vurderinger

I alle forskningsprosjekt må forskere foreta etiske vurderinger, og spesielt i studier hvor man studerer forskningsdeltakere. Postholm og Jacobsen (2018) peker på tre sider ved forskerens etiske ansvarlighet: først og fremst ansvarlighet ovenfor forskningsdeltakerne, dernest ovenfor undersøkelsen, og til slutt ovenfor forskeren selv. Ansvarligheten ovenfor forskningsdeltakerne går altså foran studiens målsettinger.

I et forskningsprosjekt skal deltakerne ha full frivillighet til å delta eller ikke. For å kunne gjøre et overveid valg er det viktig at deltakerne får tilstrekkelig informasjon om prosjektet, slik at de forstår hva de svarer på. For å sikre at deltakerne fikk god nok informasjon, skrev jeg både et informasjonsskriv (Vedlegg 2) og et samtykkeskriv (Vedlegg 3), som ble godkjent av SIKT, og som jeg delte ut til elevene i den aktuelle klassen. Jeg var personlig til stede, og hadde en muntlig gjennomgang av hovedinnholdet i skrivene. Da forklarte jeg hvorfor de fikk dette skjemaet, hvorfor jeg ønsket å filme dem, og hvordan datamaterialet ville bli behandlet videre. Ettersom forskningsdeltakerne var under 15 år, hentet jeg inn skriftlig samtykke fra foreldrene.

Blant andre forskningsetiske valg jeg foretok ovenfor forskningsdeltakerne kan nevnes at transkripsjonene av datamaterialet er helt anonymisert, og at videoopptakene blir destruert når prosjektet er over. I tillegg var det en etisk beslutning å hente datamaterialet fra undervisning i 9. trinn, i stedet for 10. trinn, for å unngå å gjøre unødige forstyrrelser i eksamensforberedelsene deres. Jeg ønsket i utgangspunktet å følge en klasse på et så høyt klassetrinn som mulig, da de gjerne kan resonnere og argumentere bedre enn yngre elever.

Ansvarligheten ovenfor undersøkelsen handler blant annet om å presentere data riktig. For å sikre at data ikke tas ut av sammenheng har jeg transkribert tilnærmet hele det innsamlede videomaterialet, og lagt det som et vedlegg i oppgaven (Se Vedlegg 5). Transkripsjonen er forsøkt gjengitt så ordrett som mulig. I enkelte tilfeller har jeg gjort små endringer. Det gjaldt noen få ganger hvor det var helt åpenbart at eleven mente noe annet enn det som ble sagt. Det var for eksempel dersom en elev sa «multiplisere» i stedet for «dividere», og det fremgikk tydelig i datamaterialet at eleven faktisk dividerte i utregningen. I de tilfellene har jeg skrevet «dividere», i stedet for «multiplisere». Disse endringene vil ikke ha noen betydning for resultatet i studien, men er ment å gjøre det lettere for leseren å forstå. Når det gjelder utdragene i analysen har jeg etter beste evne forsøkt å presentere dem i den konteksten de ble sagt og gjort. Det kan leseren også gjøre en vurdering på, ut fra den fullstendige transkripsjonen.

Ansvarligheten ovenfor meg selv handler blant annet om selvomsorg og balanse, selvevaluering og om å søke støtte. Det vil jeg ikke gå dypere inn på her. Hovedpoenget til Postholm og Jacobsen (2018) er at disse overveielsene ikke må gå foran ansvarligheten ovenfor deltakerne.

3.7 Reliabilitet og validitet

Som nevnt i kapittel 3.1 er casestudier avgrenset til tid og sted, og innenfor en gitt kontekst. Det er både en styrke og en svakhet i forskningsdesignet. Styrken med å velge en casestudie ligger i at den kan gi dyp innsikt i samspillet mellom individet og konteksten, gjennom tykke, detaljerte beskrivelser. Den innsikten eller kunnskapen som bringes frem vil være til stor interesse for aktørene som inngår i casen, for eksempel læreren i den aktuelle klassen. Forskningsdesignet vil produsere 'lokal kunnskap', som innebærer høy grad av indre validitet, det vil si den interne gyldigheten. Det innebærer at kunnskapen med stor sannsynlighet vil oppfattes som relevant og riktig for dem som befinner seg i den aktuelle konteksten (Postholm & Jacobsen, 2018).

Casestudiens svake sider ligger i at resultatet eller kunnskapen som studien frembringer er knyttet helt og fullt til nettopp den konteksten som studien er gjort i. Det vil si at kunnskapen ikke uten videre kan overføres direkte til andre caser. En casestudie er vanskelig å generalisere, og vil derfor ofte ha en svakhet knyttet til den eksterne gyldigheten (Postholm & Jacobsen, 2018). For at kunnskapen som frembringes av studien likevel kan være interessant for andre aktører, er det viktig at beskrivelsen av konteksten som studien foregår i er tykke og detaljerte. Dersom karakteristikken og kjennetegnene for den konkrete konteksten kommer tydelig frem, kan det være mulig å benytte noe av kunnskapen inn i andre caser. I slike tilfeller er det viktig at forskeren som anvender kunnskapen i en ny case, tydelig gjør rede for og argumenterer for hvorfor kunnskapen er anvendbar. Da kan andre igjen vurdere om kunnskapen er overførbar eller ikke (Huberman & Crandall, 1982).

Når det gjelder studiens reliabilitet, handler det i den kvalitative forskningen ikke om studien er replikerbar eller ikke. En kvalitativ studie frembringer kontekstuell kunnskap, og resultatet av undersøkelsen er derfor bundet helt til konteksten den foregår i (Postholm & Jacobsen, 2018). I stedet knytter begrepet reliabilitet, eller pålitelighet, seg til forskerens refleksjon over hvordan en selv kan ha påvirket resultatet. Det innebærer et metablikk på egen påvirkning, og at forskeren gjør forskningsprosessen så synlig som mulig.

Datamaterialet jeg har analysert i denne studien er i hovedsak sosiale interaksjoner mellom mennesker. Et slikt datamateriale kan kategoriseres og systematiseres, men det er likevel vanskelig å kvantifisere objektivt. For å kunne foreta en analyse av materialet var jeg nødt til å gjøre noen tolkninger av det jeg observerte, og dermed vil analysen innebære en viss grad av subjektivitet (Bryman, 2016).

I dette kapitlet har jeg forsøkt å gi en grundig gjennomgang av hele forskningsprosessen. I kapittel 3.2 har jeg reflektert over hvordan jeg kan ha påvirket innsamlingen av datamaterialet, i kapittel 3.3 har jeg beskrevet konteksten til datainnsamlingen, og i kapittel 3.5 har jeg beskrevet hvordan datamaterialet ble behandlet og analysert. Jeg valgte en åpen datainnsamlingsmetode for å unngå å legge føringer for resultatet, slik man fort kan komme til å gjøre ved for eksempel et intervju. I tillegg valgte jeg en abduktiv tilnærming få å unngå å se resultatet kun gjennom ett par briller, for eksempel ved å analysere data kun gjennom rammeverket som er beskrevet i kapittel 2,4. Selv om jeg har gjort flere grep for å minimere egen påvirkning, vil studien være et resultat av min subjektive tolkning i møte med data. Det kan ikke unngås i en kvalitativ studie. Jeg håper likevel at jeg i dette kapitlet har gjort forskningsprosessen, og mine valg og metoder så transparente at også leseren selv kan foreta en vurdering av studiens gyldighet og pålitelighet.

4 Resultater

I dette kapitlet vil jeg presentere resultatene som har fremkommet gjennom analysen av datamaterialet. På bakgrunn av kodingen og den tematiske analysen, har jeg valgt å dele dette kapitlet i tre. De tre delkapitlene vil ta for seg de tre hovedkategoriene jeg lagde ut fra kodingen, og til hvert kapittel vil jeg gi eksempler fra datamaterialet som omhandler de ulike kodene til hver kategori. Gjennom disse tre delkapitlene vil jeg forsøke å belyse lærerens rolle i argumentasjons- resonneringsprosessene som foregikk i timene.

I kapittel 4.1 vil jeg vise hvordan læreren støttet prosessene gjennom spørsmål og anmodninger til elevene mens de arbeidet med matematikkoppgavene. I kapittel 4.2 viser jeg hvordan læreren støttet elevene gjennom direkte bidrag i resonneringsprosessene. I det siste delkapitlet (4.3) viser jeg til noen andre handlinger læreren foretok for å støtte elevene underveis i prosessene.

Kodene er lagd ut fra lærerens perspektiv. Det vil si at kodene er utledet med bakgrunn i lærerens intensjon med spørsmålene, slik jeg tolker dem, fremfor elevenes respons på dem. Videre er kodene kategorisert ut fra tema, og må ikke sees på som en hierarkisk inndeling, hvor noen koder har større betydning enn andre.

4.1 Lærerens spørsmål og anmodninger

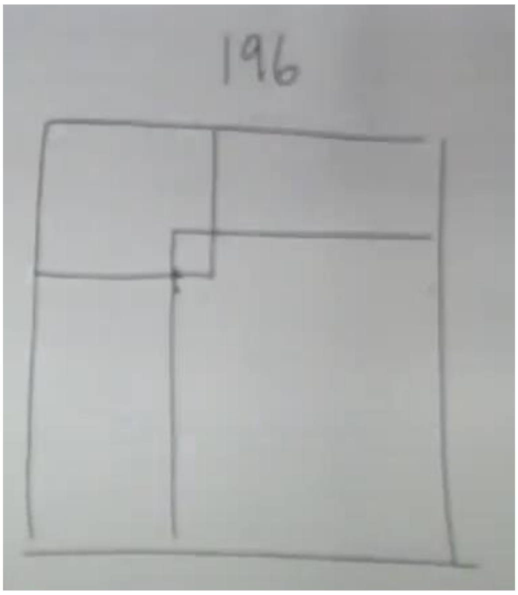
Analysen av datamaterialet resulterte i fem koder som omhandlet ulike typer spørsmål læreren stilte elevene. Det var denne kategorien som inneholdt flest antall koder fra den tematiske analysen. I likhet med Conner et al. (2014) inkluderer jeg lærerens anmodninger under denne kategorien. Med anmodninger mener jeg lærerens utsagn eller spørsmål hvor han ba elevene utføre en handling, for eksempel å utføre en matematisk utregning.

4.1.1 Matematiske opplysninger

Ved flere anledninger ba læreren elevene om å fortelle hva de visste, eller hva slags informasjon de kunne hente ut av oppgaven. Det var ofte noe av det første læreren spurte elvene om da han gikk rundt til de ulike elevgruppene mens de arbeidet. Matematiske opplysninger omfatter også lærerens spørsmål om hva elevene kunne bruke informasjonen til.

Eksempel 1: Læreren ber en elevgruppe hente ut matematiske opplysninger fra en oppgave

Under skal vi se et eksempel på hvordan læreren hentet ut matematiske opplysninger fra en gruppe som nettopp hadde begynt på en oppgave. I eksemplet holdt elevene på å jobbe med en oppgave om areal (se figur 2 under, og Vedlegg 4, oppgave 1). De hadde fått oppgaven forklart muntlig, og læreren hadde tegnet oppgaven på Smarttavlen underveis da han forklarte. Deretter ble elevene delt i grupper på tre, og fordelt ut i klasserommet. De jobbet på vertikale, viskbare tavler. Før utdraget under hadde gruppen nettopp tegnet opp figuren fra oppgaven.



Figur 2: Lærerens illustrering av oppgaven

Figuren viser lærerens illustrering av oppgaven. Læreren forklarte for elevene at den store firkanten var et kvadrat og at arealet av det var 196. Videre tegnet læreren to kvadrater inni det store kvadratet. Han forklarte at kvadratet nede til høyre var fire ganger så stort som kvadratet oppe til venstre. I tillegg fikk elevene beskjed om at arealet til den lille overlappen mellom kvadratene tilsvarte 1. Elevenes oppgave var å finne det samlede arealet av de to kvadratene inni det største kvadratet.

Følgende utdrag er hentet fra observasjonsdag 1, første time:

4	Lærer	Hva vet dere?
5	Hans	At det er 1 (peker på den lille overlappen av kvadratene).
6	Lærer	Ja, kanskje det er lurt å skrive det opp?
		(Hanne skriver det opp.)
7	Lærer	Vet dere hva slags figur det er (peker på omrisset av hele figuren)?
8	Hans	Et kvadrat.
9	Lærer	Mm. Vet dere hva slags figur det er (peker på det ene kvadratet inni det store)?

10	Hans	Et kvadrat.
11	Lærer	Og det (peker på overlappen)?
12	Hans	Et kvadrat.
13	Lærer	Og hva slags figur er det (peker på det andre kvadratet inni det store)?
14	Hans	Det skulle være et kvadrat, men…
15	Hanne	Det ble ikke et nøyaktig kvadrat på tegninga (det var litt avlangt).

Utdraget over viser hvordan læreren hentet ut matematiske opplysninger av elevene. Først stilte læreren et åpent spørsmål (utsagn 4), og en elev svarte relativt kort. Videre stilte læreren mer konkrete spørsmål (utsagn 7, 9, 11 og 13). På den måten fikk han elevene til å gjenfortelle alle opplysningene de hadde fått i oppgaven. Læreren ba også elevene skrive opp opplysningene på tavlen, slik at de fikk en bedre oversikt over hva de faktisk visste. På den måten ble det lettere for læreren å hjelpe dem videre. Ved å be gruppa om å gjenfortelle opplysningene bidro læreren til at alle på gruppa fikk en felles definisjon av oppgaven.

Eksempel 2: Læreren ber elvene anvende de matematiske opplysningene

Eksemplet under er direkte fortsettelse av utdraget over. Etter at elevene hadde gjengitt og skrevet opp alle opplysningene de hadde om oppgaven, ba læreren dem om å anvende opplysningene:

16	Lærer	Aha, vet dere hva dere kan gjøre da?
17	Mathias	Den er 14 og den er 14 (peker på sidene i det store kvadratet).
18	Lærer	Aha, skriv det ned.
19	Hanne	Hvordan... Hæ?
20	Mathias	Kvadratrota av 196 er 14.
21	Hanne	Så det er 14 og 14?
		(Mathias nikker).
22	Lærer	Men du sa noe, hva var det du sa?
23	Mathias	Kvadratrota av 196 er 14.

Etter at alle elevene på gruppa hadde fått en felles definisjon av oppgaven, kunne læreren gå videre og spørre dem om hva de kunne bruke opplysningene til. Mathias kom raskt med en påstand om at det store kvadratet i oppgaven hadde sidelengder på 14. Eleven kom ikke med noen forklaring eller utregning, og utsagn 19 viser at ikke alle elevene på gruppa skjønte hvor tallet 14 kom fra. Uten at læreren behøvde å si noe mer, forklarte Mathias at kvadratroten av 196 er 14.

Utsagn 21 viser at Hanne skjønte at Mathias mente at sidelengdene til det store kvadratet var 14, men hun stilte det som et spørsmål, noe som indikerer at hun ikke skjønte hvorfor det var slik. Derfor ba læreren Mathias om å gjenta det han sa en gang til. Læreren viste med dette at han ønsket å få med alle elevene på gruppa, slik at alle elevene fikk innsikt i hva som skjedde, og hvorfor det skjedde.

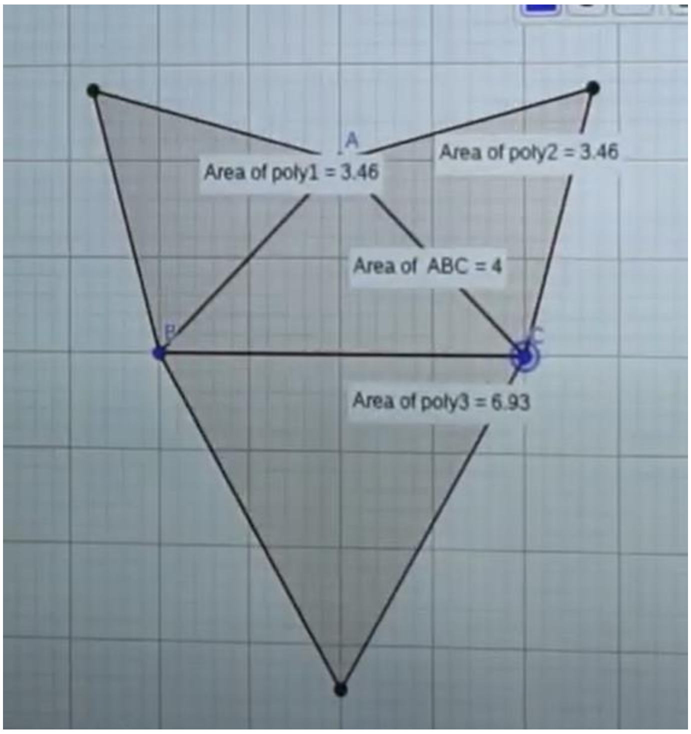
4.1.2 Forslag til idéer

Ved analysen av datamaterialet kom det frem at læreren ofte ba elevene komme med forslag til idéer. Denne koden kan på noen måter likne det som er beskrevet i eksempel 2, hvor læreren ba elevene anvende de matematiske opplysningene i en oppgave. Forslag til idéer skiller seg likevel fra det å anvende matematiske opplysninger ved at idéene ikke kunne hentes direkte ut fra oppgavens opplysninger. De gangene læreren ba om forslag til idéer var gjerne etter at han hadde bedt elevene om å sammenligne figurer eller fremgangsmåter, eller etter at han hadde forenklet en oppgave og delt den opp i mindre deloppgaver.

Eksempel 3: Læreren ber om forslag til idéer

Under skal vi se et eksempel hvor læreren ba elevene komme med forslag til idéer, etter at de hadde studert og sammenlignet tre ulike trekanter.

I utdraget under satt klassen i amfiet og oppsummerte det de hadde jobbet med denne timen. Elevene hadde arbeidet med en oppgave i Geogebra som handlet om Pythagoras (se figur 3 og Vedlegg 4, oppgave 4). De fikk i oppgave å lage en tilfeldig trekant i Geogebra. Deretter skulle de lage regulære trekanter ut fra hver side. Så skulle de dra litt i den opprinnelige tilfeldige trekanten de lagde, og forsøke å lage den slik at arealet til to av de regulære trekantene ble likt som arealet til den siste regulære trekanten (se figur 3). Målet med oppgaven var at elevene skulle oppdage at den tilfeldige trekanten måtte ha en 90^{o} vinkel. Da ville alltid arealet til de to minste trekantene være lik arealet til den største trekanten.



Figur 3: Løsningen til en av elevene

Under oppsummeringen viste tre elever sine løsninger for klassen. Elevene fikk i oppgave å studere og sammenligne trekantene i de forskjellige løsningene. Deretter ba læreren elevene om å komme med forslag til en idé om hva som var spesielt med trekantene i midten.

Følgende utdrag er hentet fra observasjonsdag 4, første time.

1313	Lærer	Ok. Kun to stykker som ser ... Ja, se det, tre stykker som ser noe. Det er bare å *se* noe. Den er veldig lik de to andre trekantene som ble vist. Og så er det noe som går igjen på alle tre. Ja, kan du se det?
1314	Lisa	Jeg vet ikke om det var det du mente, men det er halvparten av et kvadrat.
1315	Lærer	Det er halvparten av et kvadrat? Aha. Så spennende. Ja?
1316	Sofie	Den har en sånn rett vinkel på det ene hjørnet.
1317	Lærer	Føler du at det var det samme med alle tre?
1318	Sofie	Ja.

Dette utdraget viser tydelig at læreren ønsket at elevene skulle komme med forlag til *idéer*, for det var ikke eksplisitt for elevene hva læreren ønsket at de skulle se. Det illustrerer hvordan denne koden skiller seg fra koden som omhandler anvendelse av opplysninger fra en oppgave.

Eksemplet viser hvordan det å sammenligne matematiske objekter kan utlede en matematisk påstand. Eksemplet illustrerer også sammenhengen mellom de to ulike aspektene ved matematiske resonneringsprosesser, slik Jeannotte og Kieran (2017) skriver i deres artikkel. I utdraget begynte elevene med å sammenligne geometriske figurer. Å sammenligne matematiske objekter er en av prosessene knyttet til søken etter likheter og ulikheter. Videre førte denne sammenligningen til en idé eller en påstand. Da denne påstanden ble bevist eller motbevist (se kapittel 4.1.5), så var det en prosess relatert til validering.

4.1.3 Fremgangsmåte

Fremgangsmåte var den koden som forekom hyppigst ved analysen. Denne koden dreier seg om at læreren ba elevene om å forklare hvilken fremgangsmåte de hadde brukt, og å begrunne hvorfor de hadde valgt nettopp denne fremgangsmåten.

Eksempel 4: Læreren ber om en fremgangsmåte og begrunnelse av den

I eksemplet under skal vi se på hvordan læreren ba elevene forklare hvordan de hadde løst en oppgave. I forkant av utdraget hadde elevene arbeidet med oppgaven som er beskrevet i eksempel 1 (se Vedlegg 4, oppgave 1). En elevgruppe hadde kommet frem til at sidelengdene av et kvadrat med areal lik 196 var 14.

Følgende utdrag er hentet fra observasjonsdag 1, første time:

186	Lærer	Kan jeg spørre hvordan dere fant ut at det var 14?
187	Anne	Eeh, det var det eneste vi tok på kalkulatoren.
188	Lærer	Ja, vet du hva dere tok på kalkulatoren?
189	Maria	14 gange 14.

Her ser vi at læreren ba elevene forklare fremgangsmåten, altså hvordan de hadde kommet frem til svaret. Av svaret til elevene var det ikke helt åpenbart hvorfor de hadde valgt den fremgangsmåten som de beskrev. Derfor ba læreren dem om å begrunne hvorfor de hadde gjort det slik:

190	Lærer	Dere tok 14 gange 14 så fikk dere 196? Var det bare helt tilfeldig at dere valgte 14?
191	Anne	Nei.
192	Maria	Vi prøvde å finne kvadratroten av 196.

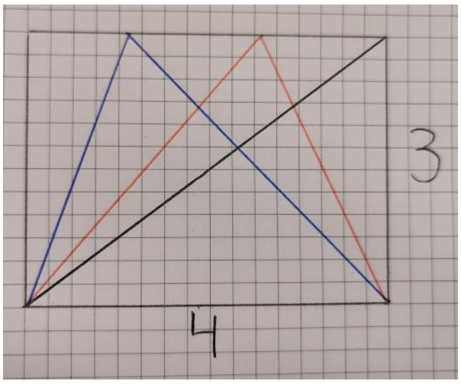
Læreren ba altså elevene om å grunngi fremgangsmåten sin. Vi ser at elevene egentlig hadde løst oppgaven ved å finne kvadratroten av 196, men siden de ikke kjente til kvadratrottegnet, hadde de i stedet bare prøvd seg frem. De ganget to tall med hverandre og sjekket om svaret ble 196.

4.1.4 Sammenligne

Gjentatte ganger ba læreren elevene om å sammenligne noe. Det gjaldt både å sammenligne ulike figurer og se etter likheter, og å sammenligne fremgangsmåter og svar.

Eksempel 5: Læreren ber elevene om å sammenligne fremgangsmåter

I eksemplet under ba læreren klassen om å sammenligne to ulike fremgangsmåter for å regne ut arealet av trekanter. Utdraget er hentet fra oppsummeringen etter et gruppearbeid. Elevene hadde arbeidet med en oppgave om areal (se Vedlegg 4, oppgave 3), og flere grupper hadde arbeidet spesifikt med å finne arealet av ulike trekanter. Elevene var litt usikre på hvordan de skulle regne ut arealet til trekanter, spesielt dersom trekanten ikke inneholdt en 90° vinkel. For å hjelpe elevene videre tegnet læreren opp et rektangel med sidelengder på 3 og 4 (se figur 4). Deretter ba han elevene komme med idéer til hva arealet ble av trekantene han hadde tegnet inni rektanglet.



Figur 4: Gjengivelse av lærerens hjelpefigur

Følgende utdrag er hentet fra observasjonsdag 3.

1129	Lærer	Kan jeg spørre noen av dere som sitter her? Jeg vil at alle skal se på tavlen. Kan dere se en enklere metode for å finne ut arealet i det rektanglet? For det så jeg i alle fall May sin gruppe hadde. Jeg så May forklarte det veldig greit på sin gruppe.

		Hvis du visste at den var… Var det 4 vi sa den var, May (den ene sidelengden i rektanglet)?
1130	May	Ja.
1131	Lærer	Og den var 3 (den andre sidelengden). Og så sa du med en gang at det var 12 kvadratmeter. Hvordan fant du ut det?
1132	May	Ganget.
1133	Lærer	Ja du ganget, men det gjorde de også. Men de tok den ene biten og den andre biten. Men det gjorde ikke du. Du tok alt i ett, du. Skal vi se. Du svarte i alle fall veldig greit for meg. Se. Du hadde et slikt rektangel der. Så var den ene 3, den er 4 og den andre var 3. Så sa du det er 12. Og så hvis det var en trekant, hva var det du sa at du måtte da?
1134	May	Du deler det bare på to.
1135	Lærer	Ja.
1136	Lærer	Tenker hun likt med dere? Dere bare tok en bit av gangen.
1137	Lisa	Ja, det var bare at vi delte den i to, så gjorde det…
1138	Lærer	Dere delte den i to - er det nødvendig å dele den i to?
1139	Lisa	Nei, tydeligvis ikke.

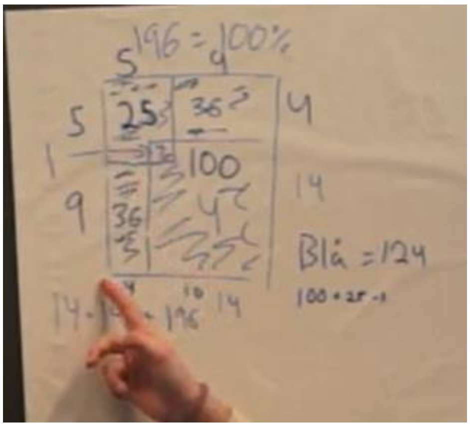
I forkant av utdraget over hadde en elevgruppe nettopp presentert en måte å regne ut arealet av trekanter på. De hadde tatt utgangspunkt i samme figur som den læreren brukte i dette eksemplet (se figur 4 over). Ved presentasjonen mente gruppa at de måtte trekke høyden i hver trekant, og så regne ut arealet av de to mindre trekantene hver for seg. Utdraget illustrerer hvordan læreren fikk elevene til å sammenligne to fremgangsmåter, som begge var riktige, men hvor den ene måten var mer effektiv. Elevene som mente at de måtte trekke høyden i hver trekant hadde funnet riktig svar, men sammenligningen viste at det var en tungvint løsning.

4.1.5 Begrunne

Å begrunne handler om at læreren ba elevene begrunne eller forklare et svar eller en påstand.

Eksempel 6: Læreren ber en elev bevise en løsning

Eksemplet under er hentet fra oppsummeringen av et gruppearbeid. Elevene hadde arbeidet med oppgaven som er beskrevet i eksempel 1 (se figur 5 under, og Vedlegg 4, oppgave 1). En gruppe hadde fargelagt de to kvadratene som var plassert inni det store kvadratet. Da gjenstod det to rektangler som ikke var fargelagt. Gruppa hadde kommet frem til at de to rektanglene hadde likt areal. Læreren ba dem bevise dette.



Figur 5: Løsningen til gruppa som presenterte

Følgende utdrag er hentet fra observasjonsdag 1, første time:

223	Lisa	Ja. Og siden vi fant ut at det er 4 her (den korteste sidelengden til rektanglene), og siden den var 5 (sidelengdene til det minste kvadratet), så var det 9 som manglet (den lengste sidelengden til rektanglene). Så da tok vi bare 9 gange 4 som blir 36, som var den lille der (det ene rektanglet) og den lille der (det andre rektanglet).
224	Lærer	Ja. Er de helt like de to?
225	Lisa	Ja.
226	Lærer	Og det er dere sikre på?
227	Lisa	Ja.
228	Lærer	Javel. Hvordan vil dere bevise det, at de er helt like?
229	Lisa	Fordi det er 10 gange 10 der (det største innskrevne kvadratet), og 5 gange 5 der (det minste innskrevne kvadratet), og så er det bare de som mangler.
230	Lærer	Det skjønte jeg ikke. Vil du gjenta det en gang?
231	Lisa	(Ler). Det er 10 gange 10 der, og så er det 5 gange 5 her. Da blir det 9 der og 9 der. Og 4 der og 4 der, og da blir de like.
232	Lærer	Så det et sånn dere argumenterer for å si hvor mye de hvite er?
233	Lisa	Ja.

Vi ser av eksemplet at læreren ba elevene direkte om å bevise en påstand. Lisa responderte med et kort, gyldig matematisk bevis. Det er et bevis fordi det oppfyller kravet om å være matematisk gyldig. Et eksempel på et argument som ikke hadde vært et bevis kunne vært: «Vi prøvde med sidelengder på 4 og 9 i begge rektanglene. Da vi plusset sammen arealet av dem og arealet av de to kvadratene, og så trakk fra 1 (overlappen), ble det til sammen 196.» Da læreren ba gruppa bevise påstanden sin, kunne både læreren og de andre elevene se hvordan gruppa hadde tenkt og resonnert.

Eksempel 7: Læreren ber klassen validere en påstand

Eksemplet vi skal se på under viser hvordan læreren ba klassen validere påstanden som kom frem i eksempel 3, nemlig at Pythagoras' læresetning gjelder dersom trekanten er halvparten av et kvadrat, altså en rettvinklet, likebeint trekant.

Det første utsagnet i utdraget under er hentet fra lærerens introduksjon til oppgaven elevene skulle arbeide med videre denne timen (se Vedlegg 4, oppgave 4). Elevene skulle lage en tilfeldig trekant i Geogebra, og så lage regulære halvsirkler ut fra hver sidekant. Så skulle de dra i den tilfeldige trekanten, slik at summen av arealet til to av halvsirklene ble likt arealet av den siste halvsirkelen. Deretter følger en samtalesekvens mellom læreren og en elev som hadde undersøkt Sofies påstand fra eksempel 3. Begge samtalesekvensene foregikk mens klassen satt i amfiet.

Utdragene er hentet fra observasjonsdag 4, andre time.

1348	Lærer	(…) Og det jeg ønsker at dere skal finne ut nå, er om Sofie har rett i at det er slik at disse to sidene må være like lange for at det skal blir riktig, eller om det også fungerer selv om sidene er litt ulike. Vi har funnet ut at den (trekanten) er 90°, og derfor lager vi den 90°. Men jeg vet ikke ennå om den siden der og den siden der må være like lange for at Katrine og Martha skal få like mye kake. (…)

Læreren ba hele klassen forsøke å finne ut om påstanden til Sofie stemte, om Pythagoras-trekanten måtte være halvparten av et kvadrat, eller om det fungerte dersom de to katetene i trekanten var av ulik lengde.

1349	Mathias	På den andre så fant jeg ut at man ikke trenger to like sider for å få en som er 90°.

1350	Lærer	Er du sikker?
1351	Mathias	Ja, altså jeg fikk dem like, og da var det veldig stor forskjell på sidene.
1352	Lærer	Og du er sikker på det? Men tenk om noen klarer å motbevise det. Og faktisk finne ut at hvis de er like store, så funker det. Det er jo egentlig det som hypotesen.

Utdraget viser at en elev kom med et motbevis til påstanden om at trekanten *måtte* være halvdelen av et kvadrat, altså at katetene måtte være like lange. Et motbevis trenger ikke oppfylle de samme kravene til deduktiv struktur som et bevis. For at det skal være et motbevis, er det nok med et eksempel som viser at en påstand ikke stemmer.

Videre viser læreren at den egentlige hypotesen var at trekanten *kunne* være halvdelen av et kvadrat, og implisitt oppfordret han noen av elevene til å teste ut om denne påstanden gjaldt. Han ba altså noen av elevene sjekke om det også fungerte dersom trekantene hadde kateter med samme lengde.

4.1.6 Oppsummering

En sentral del av lærerens rolle var å stille elevene spørsmål. Ved å stille spørsmål fikk læreren innsikt i elevenes tanker og resonnement, slik at han kunne hjelpe dem videre. Læreren hjalp ofte ved å stille ledende oppfølgingsspørsmål eller gi elevene anmodninger om å utføre ulike handlinger. Felles for alle spørsmålene var at de tok utgangspunkt i elevenes arbeid og utsagn.

4.2 Lærerens direkte bidrag

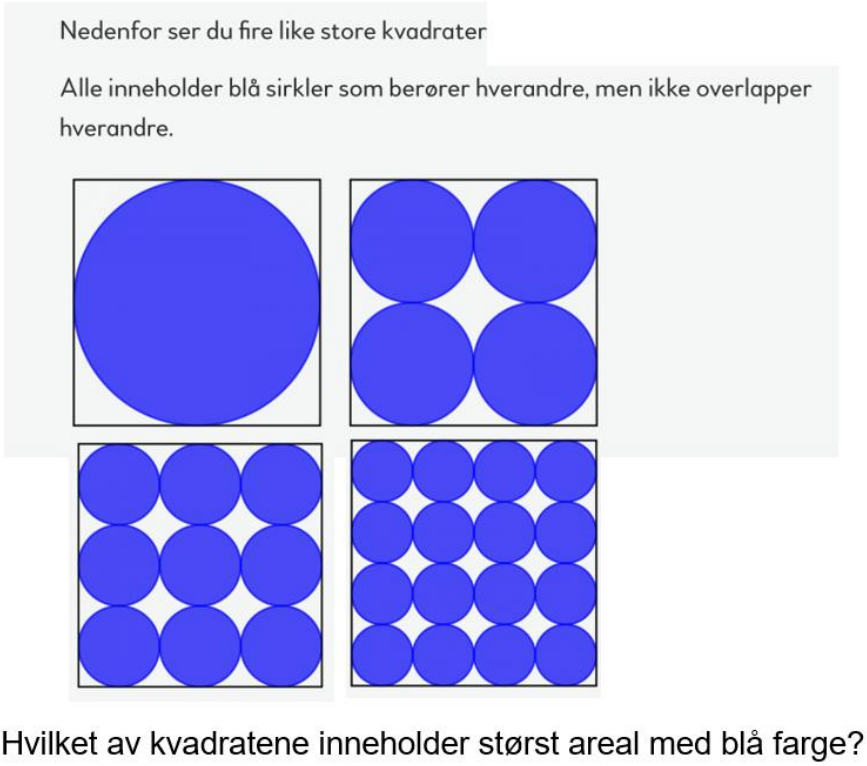
Med lærerens direkte bidrag menes handlinger som læreren gjorde underveis i undervisningen, som direkte støttet resonneringsprosessene. I delkapittel 4.2.2, 4.2.3 og 4.2.4 omtaler jeg henholdsvis lærerens bevis, generaliseringer og eksemplifiseringer, som vi kjenner igjen fra Jeannotte og Kierans (2017) prosessorienterte aspekt av MR. Jeg har også, i delkapittel 4.2.1, valgt å plassere lærerens forenklinger av oppgaven under denne kategorien, da jeg ser på det som en kombinasjon av flere MR-prosesser (se kapittel 3.5).

4.2.1 Forenkle

Da elevene stod fast i en oppgave, hjalp læreren dem ofte ved å forenkle eller bryte ned oppgaven i mindre deler. Det var for eksempel ved å tegne hjelpelinjer til de geometriske figurene, eller ved å dele de geometriske figurene ned til kjente figurer.

Eksempel 8: Læreren forenkler en oppgave for en elevgruppe

I eksemplet under kom læreren bort til en gruppe som holdt på å diskutere en oppgave (se figur 6 under, og Vedlegg 4, oppgave 2). Gruppa strevde med å finne en fremgangsmåte, og derfor hadde de først og fremst bare gjettet for å komme frem til en løsning.



Figur 6: Oppgavebeskrivelse

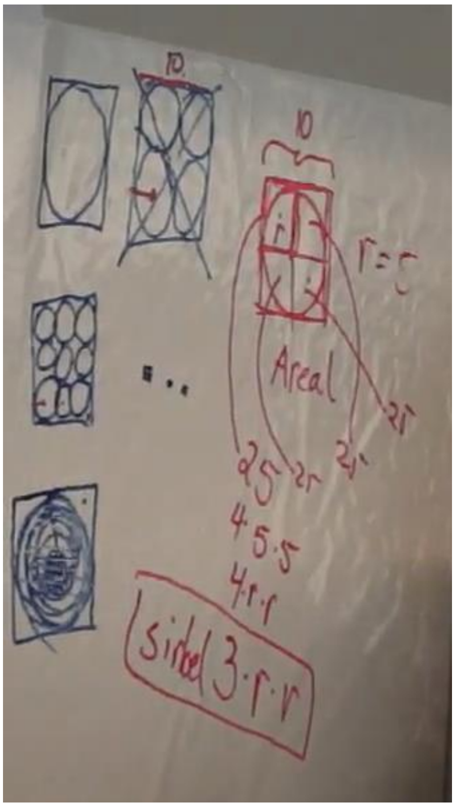
Utdraget under er hentet fra observasjonsdag 1, andre time.

372 Lærer		Hvor langt har dere kommet?
373 Lasse		Vi tror det er den store, fordi at… Vi har kommet frem til at vi er veldig sikre på at det ikke er den (kvadratet med 4 sirkler), fordi at den har så mye i midten, ikke sant? Pluss at de her er litt store (områdene som sirklene ikke dekker).
374 Preben		Det er både litt store hjørner som er hvite, og tillegg flere andre steder.
375 Lasse		Den med de minste sirklene på er vi litt usikre, og så tror vi heller ikke det er den (kvadratet med 9 sirkler inni). Så vi har kommet frem til at vi tror det er den store.
376 Lærer		Kan jeg låne en tusj? (Tegner et kvadrat). Husker dere hvordan vi regner ut arealet av et kvadrat?

		[Uklart hva som blir sagt]
		(Lærer tegner en sirkel inni kvadratet som tangerer alle sidene).
377	Lærer	Men i denne her, så er det er én ting vi vet, og det er… (tegner radiusen til sirkelen).
378	Kristine	Radius.
379	Lærer	Ja. Og det er jo fra den siden og inn til midten. Kan jeg sette en bokstav?
380	Lasse	r.
		(Lærer skriver r over radiusen).
		[Uklart hva som blir sagt]
381	Kristine	Kan vi ikke velge et tall selv?
382	Lærer	Jo, det kan du.
383	Kristine	Hvis vi sier at sidene i kvadratet er 10.
384	Lærer	Den er 10, fint. Supert. Hva er r, da?
385	Kristine	5.
386	Lærer	Okei. Så skal jeg spør dere: hvis jeg tar og lager en liten firkant der, hvor lang er den da? (Lærer deler kvadratet opp i 4, slik at det blir fire mindre kvadrater med sidelengder lik r).
387	Kristine	5.
388	Lærer	Og 5 gange 5 er?
389	Kristine	25.
390	Lærer	Ja. Og den (et av de små kvadratene)?
391	Kristine	25.
392	Lærer	Mm. Og den (et annet av de små kvadratene)?
393	Kristine	25.
394	Lærer	Og den (det siste lille kvadratet)?
395	Kristine	25. Det blir 100.
396	Lærer	Det blir 100. Men i stedet for å skrive 5 gange 5, så kunne vi skrive bokstaven. Du valgte jo bokstaven r. Så da kan vi skrive r gange r. Så er mitt spørsmål: hvis vi tar 5 gange 5, så får vi den (det ene av de små kvadratene), og hvor mange slike har vi?
397	Kristine	4.
398	Lærer	4, ja. Så vi har 4 gange 5 gange 5. Eller 4 gange r^2. Men dere, jeg ser at sirkelen er litt mindre enn 4 kvadrater. 4 er litt mye.

399 Kristine 3.

400 Lærer 3! Aha. Så sirkelen er det?



Figur 7: Lærerens hjelpefigur. Læreren har tegnet det som har rød skrift.

Som utdraget viser, begynte læreren med å kartlegge hvor elevene befant seg i den matematiske argumentasjonen (utsagn 372). Da han skjønte at elevene slet med å begrunne idéene sine matematisk, valgte han å bryte oppgaven ned i mindre deler, og hjalp dem med å tegne figurer. Gjennom denne forenklingen av oppgaven tok læreren elevene med inn i et matematisk resonnement.

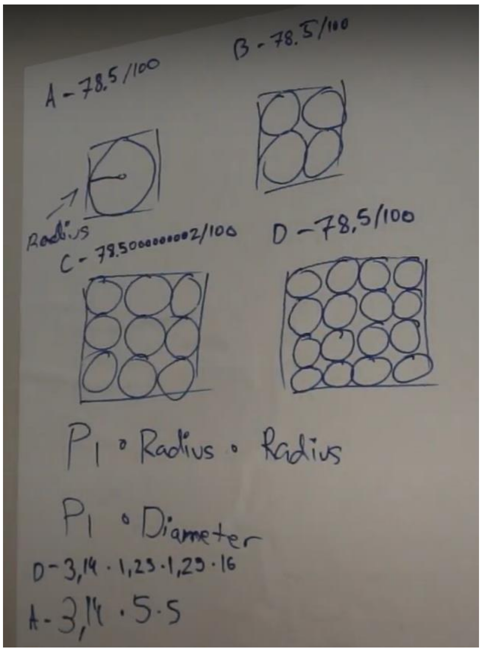
Læreren kom først med et forslag til hvordan de kunne angripe oppgaven, da han tegnet inn radiusen i sirkelen. Deretter hjalp han elevene til å komme med logiske resonnement, blant annet ved å vise at radiusen var halvparten av sidelengdene i kvadratet. Videre viste læreren at det store kvadratet kunne deles inn i fire mindre kvadrater, og hvert av disse kvadratene hadde areal lik r·r. Gjennom illustrasjonen kunne elevene trekke den logiske slutningen at arealet av sirkelen måtte være litt mindre enn fire kvadrater med areal lik r·r. Gruppa kom da med påstanden om at arealet av sirkelen var lik 3·r·r. Det var ikke helt riktig, men elevene fikk likevel en praktisk tilnærming til areal av sirkler, og et godt utgangspunkt for en klassediskusjon senere i timen.

4.2.2 Bevise og motbevise

Noen ganger bidro læreren direkte i resonneringsprosessen ved å vise eller bevise at en påstand eller en løsning stemte, eller ved å gi et motbevis til elevenes påstand.

Eksempel 9: Læreren begrunner en formel

I eksemplet under var klassen samlet i amfiet for oppsummering av timen. De hadde arbeidet med oppgaven som er beskrevet i eksempel 8 (se figur 6 over, og Vedlegg 4, oppgave 2). En elevgruppe hadde nettopp forklart at de fant arealet av en sirkel ved å ta radius gange radius gange pi. De hadde tatt utgangspunkt i at kvadratet hadde sidelengder lik 10, og radiusen til den innskrevne sirkelen var 5 (se figur 8 under).



Figur 8: Løsningen til gruppa som presenterte

Følgende utdrag er hentet fra observasjonsdag 1, andre time.

491	Lærer	Ja, 3,14. Hvorfor ganger ikke du 5 gange 5… Se. Og Kristine, nå får dere ikke lov til å si noe. Hvis du tar 5 gange 5, hvilken firkant får du da?
492	Maria	En firedel.
493	Lærer	Vis den. Ta tusjen. Vis den dere 5 gange 5. Kristine, nå må du følge med, for nå er de inne på akkurat det dere fant ut av. (Anne tegner et 5·5 kvadrat inni det store 10·10 kvadratet, lik lærerens tegning i utdraget fra eksempel 8).

494	Anne	Sånn. Nå er den 5 gange 5.
495	Lærer	Da får dere den (kvadratet), ta å merk den med rød. Maria, hvor mange er det av de dere små firkantene inni?
496	Maria	4.
497	Lærer	Jaha. 5 gange 5 gange 4?
498	Maria	Ja.
499	Sofie	Det blir feil, for da får du hele firkanten.
500	Lærer	Da får du hele firkanten. Kristine, hva var det dere tippa på?
501	Kristine	3.
502	Lærer	Hvorfor tipper du 3?
503	Kristine	Fordi… Fordi vi gjetta det.
504	Lasse	Én mindre enn 4.
505	Lærer	Det er én mindre enn 4, ja. Men hvorfor valgte dere 3 i stedet for 4?
506	Lasse	Fordi det mangler jo litt.
507	Lærer	Lasse, det er knall! Det mangler litt! Og hva er det som mangler?
508	Lasse	Litt av firkanten.
509	Lærer	Ja! Skal jeg vise det du sier nå?
510	Lasse	Ja.
511	Lærer	Se på Lasse. Han sier det mangler litt der og litt der og litt der og litt der (hjørnene av kvadratet som sirkelen ikke dekker). Så det er ikke 4 gange 25, men det er 3 gange 25. Men, det var ikke 3. Kristine og de tippa på 3, og det syns jeg var knallgodt tippa. Og skal jeg si dere en ting? I gammel tid, før de visste så mye om matematikk, så brukte de pi som 3. Og i Bibelen, når de skulle bygge Salomos tempel, så står tallet 3, for de var ikke kommet lenger i utvikling. De visste at det var et magisk tall, men de trodde at det var 3. Og så har vi senere, med mye matematikk funnet ut at det er 3,14 osv.

I dette utdraget ser vi at læreren viste hvorfor formelen for arealet av en sirkel er $r \cdot r \cdot \pi$. Flere av elevene hadde funnet ut hva formelen var i løpet av gruppearbeidet, blant annet ved å søke på Google, men det var uklart for dem hvorfor formelen var slik.

I eksemplet over argumenterte læreren for at formelen faktisk stemmer. Gjennom illustrasjonene som læreren ba Anne om å tegne (utsagn 493), så elevene at arealet av sirkelen tilsvarte omtrent 3 kvadrater med areal lik $r \cdot r$. Mange av elevene oppfattet nok dette som et gyldig bevis for formelen, men det kan likevel ikke kategoriseres som et matematisk bevis, etter definisjonen til Jeannotte og Kieran (2017). Selv om læreren ikke kom med et gyldig bevis for formelen, ser det ut til å være et overbevisende argument ovenfor elevene, og derfor et bidrag som støttet opp under klassens argumentasjonsprosess.

4.2.3 Generalisere

Elevene løste de fleste oppgavene de arbeidet med ved å bruke konkrete tallverdier. I noen av disse tilfellene viste læreren hvordan elevene kunne generalisere oppgavene, ved å bruke bokstaver i stedet for tallverdier.

At læreren generaliserte en oppgave, skjedde ikke veldig mange ganger. Jeg velger likevel å ta det med og beskrive det her. Selv om det ikke foregikk hyppig, tok prosessen med å generalisere ganske mye tid. På grunn av tidsbruk, mener jeg derfor at generaliseringsprosessen også er med på å karakterisere lærerens rolle.

Eksempel 10: Læreren generaliserer en løsning

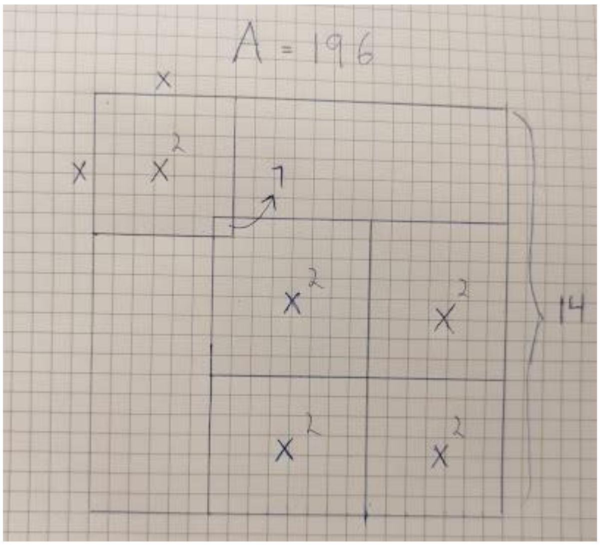
I eksemplet under satt klassen i amfiet, og de fleste elevgruppene hadde presentert sine løsninger av en oppgave. Oppgaven de arbeidet med var den samme som er presentert i eksempel 1 (se Vedlegg 4, oppgave 1).

Følgende utdrag er hentet fra observasjonsdag 1, første time.

261	Lærer	Nå skal vi se om vi kan gjøre denne oppgaven litt annerledes. Og nå spør jeg dere, og så spør jeg dere alle sammen. Så det kan være jeg peker på en som skal svare. Hvis vi ikke vet hva den er (sidelengden til det lille kvadratet), så kan vi i matematikken gjerne bruke en bokstav, og du (May) skal få lov til å velge bokstaven.
262	May	x.
263	Lærer	Du vil velge bokstaven x. Hvis jeg spør deg (Sofie), hvor lang er den da (en av de andre sidene i kvadratet), når hun har bestemt at den er x?
264	Sofie	Den blir også x.
265	Lærer	Og da spør jeg deg (Susanne), hva er arealet av et kvadrat som er x, x?

Videre kom klassen frem til at arealet av det lille kvadratet var x^2. Så viste læreren hvordan de kunne dele det store, innskrevne kvadratet inn i mindre kvadrater, med areal lik x^2 (se figur 9 under).

276	Lærer	Så den er jo x^2, den er x^2, den er x^2, og den er x^2. Hvor mye blir det?



Figur 9: Gjengivelse av lærerens illustrering

Deretter spurte læreren dem om hva sidelengdene og arealet av det store innskrevne, kvadratet var. Elevene kom med flere ulike idéer, men kom til slutt frem til at sidelengdene var 2x, og arealet var $4x^2$. Så ba læreren dem om å utrykke sidelengdene til hele det store kvadratet (det med areal lik 196), ut ifra det de hadde funnet ut:

310	Lærer	Du, nydelig Lasse. Fantastisk! Okei. Men du vet at denne er 2x, og så vet du at denne er x. Hvor lang er den siden (hele sidelengden til det største kvadratet)? Kristine? Vet du det? Dere fant ut hvor lang den siden var.
311	Kristne	14.
312	Lærer	Den er 14! Det vet vi i alle fall. Og så vet vi at 2x pluss x, hvor mange x har vi da?
313	Hans	3.
314	Lærer	3 x-er. Men det var litt for langt. For se, 1x går dertil, og 2x går dertil, og vi må trekke fra bittegranne. Hvor mye må vi trekke fra?
315	Lasse	En halv.
316	Lærer	Eh, eh, eh, er den bare en halv (overlappen)?

317	Lasse	Vi må ta vekk 1 da.
318	Lærer	Vi må trekke vekk 1 ja! (Skriver 3x – 1). Og så er det 14. Aha. Du har et tall, minus 1 er 14. Hvilke tall har du? Et tall, minus 1 er 14.
319	Maria	13.
320	Lærer	13 minus 1 er 12.
321	Lasse	15.
322	Lærer	15, ja! Nydelig! Aha. 15 – 1 er 14. Da spør jeg, når 3 x-er er 15, hva er x da?
323	Sofie	5.
324	Lærer	Ja! Og når vi vet at den er 5 gange 5, så er det 25, og når vi vet at den er 10 gange 10 så er det 100. Aha. Kan dere ikke gi et klapp for meg? Da er det spising.

Eksemplet viser hvordan læreren bidro direkte inn i resonneringsprosessen ved å generalisere en oppgave. Han viste hvordan oppgaven kunne løses ved å bruke bokstaver i stedet for konkrete tall. For å få elevene med i prosessen, stilte han mange spørsmål underveis, slik at elevene også fikk bidra i generaliseringen.

Videre tegnet læreren opp hjelpefigurer som tydelig viste hvor de ulike bokstavene kom fra, og sammenhengen mellom dem. Det hjalp elevene til å observere de litt abstrakte utregningene. Generaliseringen endte opp i en likning, 3x -1 = 14. Denne likningen ga et konkret svar, og en kan argumentere for at den dermed ikke var generell. Læreren viste likevel med utsagn 318 at *sidelengdene* til det store kvadratet var 3x – 1. Vi kan derfor skrive likningen slik:

$$3x - 1 = sidelengdene\ til\ \text{det}\ store\ kvadratet$$

Helt matematisk kan det for eksempel skrives slik:

$$3x - 1 = \sqrt{A}$$

der A er arealet av kvadratet. Dette er en generell likning som elevene kunne brukt uansett hva arealet hadde vært. I utdraget over har jeg ikke med hele transkripsjonen, da det ble for omfattende. Transkripsjonen i sin sammenheng viser at noen elever slet med å følge lærerens generalisering. Da læreren stilte spørsmål underveis, ble det mye gjetting fra noen elever. Det var blant annet fordi læreren ba noen av elevene med lavt læringsutbytte av undervisningen om å svare. Jeg oppfattet at flere av de andre elevene fulgte generaliseringen, og jeg mener derfor at eksemplet bidrar til å belyse lærerens rolle i undervisningen.

4.2.4 Eksemplifisere/konkretisere

Ved flere anledninger bidro læreren med å forklare elevene hva de faktisk hadde funnet ut, ved hjelp av eksempler.

Eksempel 11: Læreren støtter resonneringsprosessen med et eksempel

Eksemplet under viser hvordan læreren forklarte noe ved hjelp av et eksempel. I forkant av utdraget under hadde flere elevgrupper presentert sine løsninger av en oppgave for klassen. Oppgaven var den samme som jeg har presentert i eksempel 8 (se også Vedlegg 4, oppgave 2). Gruppene hadde kommet frem til at arealet av sirkelen var lik 78,5 - dersom arealet av hele kvadratet var 100. Videre forklarte læreren hva det betydde, gjennom et praktisk eksempel.

Følgende utdrag er hentet fra observasjonsdag 1, andre time.

558	Lærer	Men du, kan jeg spørre deg om en ting? Og så skal dere få igjen friminuttet ved en annen anledning. Du, hvis det (kvadratet i figur 1) er 100%, Mathias. Hva er sirkelen da?
559	Mathias	Eeeh, jeg vet ikke.
560	Lærer	Du vet ikke, nei. Hvis du fulgte godt med på de som nettopp var oppe…
561	Hanne	78,5.
562	Lærer	78,5! Hvorfor det? Det er helt riktig.
563	Hanne	5 gange 5 gange pi.
564	Lærer	Ja, 5 gange 5 gange pi, så fikk de 78,5. Det er riktig, men den var 10 gange 10 rundt.
565	Hanne	Ja, men vi måtte finne radiusen, og det er jo inni…
566	Lærer	Ja, ja, men flott. Hvis du tar 10 gange 10, hva får du da?
567	Hanne	100.
568	Lærer	Og hvis du tar sirkelen så fikk de?
569	Hanne	De fikk 78,5.
570	Lærer	Ja! Dere, jeg har hatt noen elever tidligere som har gjort sånn at de har tatt diameter gange diameter, og så tatt 78,5%. Og da fikk de sirkelen. Og vet du hva de gjør for noe? Når de gjør det så sier læreren i videregående skole: «Dere gjør det feil, men dere får alltid riktig svar.» Og så elsker noen elever å erte lærerne i videregående skole, for de vet ikke hvorfor det er 78,5%. Og Lasse, hvis du hadde tatt for eksempel ei hagle, og i hagla er det 100 skudd. Og så hadde du skutt rett inn i det dere kvadratet

		med 100 skudd, alle traff inni kvadratet, noen inni sirkelen og noen utenfor sirkelen. Hvor mange skudd, sånn i gjennomsnitt, tror du traff inni sirkelen da?
571	Lasse	78,5.
572	Lærer	78,5 ja! Nydelig!

Eksemplet over viser hvordan læreren brukte et praktisk eksempel for å konkretisere en løsning av oppgaven. Jeannotte og Kieran (2017) definerer eksemplifisering som en egen MR-prosess, som har til funksjon å støtte de andre MR-prosessene. Eksemplene kan altså være til hjelp både når det gjelder søken etter likheter og ulikheter, og når det gjelder validering.

Før læreren kom med eksemplet i utdraget over, foretok læreren en form for generalisering av oppgaven. Læreren spurte i utsagn 558 hvor mange *prosent* sirkelen dekket av kvadratet. Da gruppene løste oppgaven valgte de fleste å bruke konkrete tall, selv om det ikke var oppgitt noen tallverdier i oppgaven. For enkelthets skyld valgte de fleste gruppene at sidelengdene i kvadratet skulle være 10, og at arealet dermed ble 100. Da læreren her spurte hvor mange prosent av kvadratet som sirkelen dekket, spurte han implisitt etter en generalisering av oppgaven. Arealet av sirkelen ville ikke alltid være 78,5 – slik som elevene hadde regnet ut, men arealet ville alltid være 78,5% av kvadratet. Sett i lys av Jeannotte og Kierans (2017) artikkel, brukte læreren et eksempel for å støtte generaliseringen.

4.2.5 Oppsummering

Læreren bidro ofte direkte i resonneringsprosessen ved å komme med deler av et resonnement, eller ved å lede elevene inn i et matematisk resonnement. Læreren bidro blant annet med bevis, generaliseringer og eksemplifiseringer. Lærerens direkte bidrag var også en sentral del av lærerens rolle i undervisningen.

4.3 Andre støttende handlinger

Gjennom den tematiske analysen fremkom det noen koder som omhandlet lærerens rolle, men som verken var spørsmål eller direkte bidrag i resonneringsprosessen. Læreren gjorde ulike handlinger for å støtte elevene i prosessene, blant annet gjennom presiseringer, repetisjon og hint.

4.3.1 Presisere

Presiseringene handlet i de fleste tilfellene om presisering av oppgaven eller oppgaveteksten. Dersom elevene hadde misforstått oppgaven måtte læreren presisere hva elevene skulle finne ut av, eller forklare hvilke opplysninger de hadde fått. Det var også noen eksempler på at elevene gjorde noen antakelser ut fra oppgaveformuleringen, som de egentlig ikke kunne gjøre. Da måtte læreren presisere at de ikke kunne gjøre slike antagelser, og at det heller ikke var nødvendig for å løse oppgaven.

Eksempel 12: Læreren presiserer en oppgave

I dette eksemplet skal vi se at læreren måtte presisere en oppgave for en elev. Utdraget er hentet fra en time hvor elevene jobbet individuelt på arbeidsplassene sine. Elevene hadde fått utdelt et oppgaveark. På arket hadde læreren tegnet en trekant. Elevene fikk i oppgave å tegne en mindre trekant inni denne trekanten. De tre hjørnene på trekanten de skulle tegne måtte ligge på en av sidene til den større trekanten, ett hjørne på hver side. Målet var å tegne en trekant med minst mulig omkrets.

I utdraget under kom læreren bort til en elev som holdt på å tegne litt forskjellige trekanter. Læreren så at elevens trekant ikke oppfylte kravene som var gitt i oppgaven.

Følgende utdrag er hentet fra observasjonsdag 2.

622	Lærer	Men du, den siste prikken. Du velger?
623	Preben	En der, en der og en der.
624	Lærer	Ja, men det er litt misforstått. Du må velge, oisann, jeg skal finne en ny blyant. Du må velge én på den siden, én på den siden og én på den siden. Se, slik som hun har gjort. Se, hun har valgt én på den siden, én på den siden, og én på den siden.
625	May	Du skal ha ett punkt på hver vegg.
626	Lærer	Ett på hver vegg.
627	Preben	Den er på den siden, den er på den siden.
628	Lærer	Ja, og da må du velge et punkt der nede.
629	Preben	Årh, søren.
630	Lærer	Jeg skal gå og finne en ny blyant til deg.

Eksemplet viser hvordan læreren noen ganger måtte veilede elevene med presiseringer av oppgaven. Det var nødvendig for at elevene skulle kunne ha en progresjon videre i oppgaven. Dersom læreren ikke hadde kommet med presiseringen i utsagn 624, ville oppgaven mistet et sentralt matematisk aspekt. I teorien hadde det ikke vært en grense for hvor små trekanter elevene kunne ha tegnet. Lærerens presisering var altså helt nødvendig for at oppgaven skulle føre til en eller flere matematiske resonneringsprosesser.

4.3.2 Repetere

I noen tilfeller støttet læreren elevene ved å repetere noe som hadde skjedd eller blitt sagt tidligere. Det kunne både være ting som læreren selv hadde sagt eller gjort, eller noe som andre elever hadde sagt tidligere.

Eksempel 13: Læreren gjentar noe elevene hadde lært tidligere

I dette eksemplet skal vi se hvordan læreren gjentok en matematisk oppdagelse elevene hadde gjort tidligere. Utdraget er fortsettelsen av utdraget fra eksempel 5 i kapittel 4.1.4. Klassen var samlet i amfiet for oppsummering, og hadde diskutert hvordan de kunne regne ut arealet av en trekant.

Følgende utdrag er hentet fra observasjonsdag 3.

1140	Lærer	Er det nødvendig å dele den i to, Mathias? Du var jo litt usikker på om det ble den samme trekanten uansett hvordan den så ut inni der (se figur 4 i kapittel 4.1.4). Så sa May noe til deg, og så gikk jeg. Så sa hun: «Du lærer, du hadde to parallelle linjer…», var det ikke det du sa?
1141	May	Jo.
1142	Lærer	Kan du si det høyt, det du sa, for det synes jeg var veldig bra.
1143	May	Du hadde to parallelle linjer, og så hadde du en trekant midt i, og uansett hvor mye du dro den så var den like svær.
1144	Lærer	Jeg hadde to parallelle linjer, sa May, og så uansett hvordan den så ut, var det du sa May, så?
1145	May	Så var den like svær.
1146	Lærer	Så var den like svær. Er det flere som husker det igjen?
1147	Lisa	Ja.
1148	Lærer	Uansett hvordan den var, så var den like svær. Ja bra.

Under gruppearbeidet de hadde hatt i forkant av oppsummeringen, husket en elev noe de hadde lært tidligere. Ved en tidligere anledning hadde læreren vist elevene at dersom toppunktet i en trekant ligger på en linje som er parallell med grunnlinjen i trekanten, vil arealet av trekanten alltid være det samme. Arealet til en trekant er gitt ved formelen:

$$A = \frac{g \cdot h}{2}$$

der *g* er grunnlinjen, og *h* er høyden. Dersom toppunktet til trekanten ligger på en linje som er parallell med grunnlinjen, vil høyden være den samme, og arealet vil dermed også være det samme.

Ved å repetere noe som elevene hadde lært tidligere, fikk elevene nå se hvordan de kunne bruke denne kunnskapen i nye situasjoner. Det ga elevene en dypere innsikt i arealet av trekanter, og det ga elevene et innblikk i matematikkens logiske struktur og oppbygging.

4.3.3 Hint

I tillegg til å presisere og repetere, støttet læreren argumentasjons- og resonneringsprosessene ved lede elevenes oppmerksomhet mot noe, for eksempel gjennom ulike typer hint.

Eksempel 14: Læreren hinter om en løsning

I eksemplet under satt elevene på arbeidsplassene sine og jobbet individuelt med en oppgave. Oppgaven var den samme som er presentert i eksempel 12. I forkant av sekvensen hadde alle elevene bare prøvd seg frem, i et forsøk på å tegne trekanter med minst mulig omkrets. I begynnelsen av den aktuelle timen hadde læreren en leksjon i Geogebra, hvor han blant annet viste elevene hvordan de kunne lage normale linjer, og hvordan de kunne halvere vinkler.

Følgende utdrag er hentet fra observasjonsdag 2.

812	Lærere	Hva var det annet dere lærte av meg, enn å halvere vinkler? Så lærte dere noe om sirkler, men hva var det annet dere lærte av meg. (Liten pause). Har dere glemt det?
813	Klassen	Mm.
814	Lærer	Ja. Hvordan var det jeg stod Stine? (Stiller seg rett opp og ned på gulvet, men hendene inntil kroppen).
815	Lisa	Åja. Normal.

816	Stine	90^o.
817	Lærere	90^o. Har det noe med det å gjøre?
818	Lisa	Er den dere rett opp…
819	Lærer	Nå legger jeg den her. De som er interesserte får se på den. Da tar vi friminutt.

Eksemplet over viser hvordan læreren hintet klassen om at det ikke var tilfeldig at han hadde vist dem noe i Geogebra i begynnelsen av timen (utsagn 812). Videre hintet han mer direkte om hvordan elevene kunne gå frem for å tegne en trekant med så lite areal som mulig (utsagn 814). Læreren brukte både ord og kroppsspråk til å lede oppmerksomheten deres tilbake til det de hadde lært. Læreren gjorde dette helt mot slutten av timen. Elevene fikk ikke mulighet til å teste hintene videre, dersom de ikke ønsket å bruke friminuttet til dette. Gjennom hintene la læreren likevel til rette for at elevene kunne tenke videre på hvordan og hvorfor normale linjer kunne bidra til at trekanten fikk minst mulig omkrets. Elevene kunne da fortsette resonneringen, selv utenfor klasserommet.

4.3.4 Oppsummering

I tillegg til å stille spørsmål og gi direkte bidrag i elevenes argumentasjons- og resonneringsprosesser, gjorde læreren også noen andre handlinger som støttet prosessene. Det var ofte da elevene stod fast i en oppgave at læreren måtte hjelpe elevene, for eksempel ved presiseringer eller ved å lede oppmerksomheten deres mot noe.

5 Diskusjon

I dette kapitlet skal jeg forsøke å svare på forskningsspørsmålet mitt, ut fra de funnene jeg presenterte i forrige kapittel, samt å se disse funnene i lys av teorien som ble presentert i kapittel 2. Forskningsspørsmålet i denne studien er:

Hva karakteriserer lærerens rolle i argumentasjons- og resonneringsprosesser knyttet til geometri i 9. klasse?

Jeg har pekt på tre ulike kategorier som definerer lærerens rolle i argumentasjons- og resonneringsprosesser: lærerens spørsmål, lærerens direkte bidrag og lærerens andre støttende handlinger. Alle de tre kategoriene handler om lærerens rolle underveis i argumentasjons- og resonneringsprosessene. Selv om læreren hadde lang fartstid som matematikklærer, er det en grense for hvor mye han kunne planlegge elevenes resonnering, til tross for dyp innsikt i typiske resonneringsstrategier (Francisco, 2022; Imsen, 2014). I forkant av undervisningen kunne læreren *legge til rette* for argumentasjon og resonnering ved å strukturere det sosiale samspillet (Imsen, 2014), men minst like viktig var det at han støttet prosessene underveis i timene. Lærerens rolle underveis i undervisningen dreiet seg i stor grad om å være en medierende hjelper ovenfor elevene, hvor han brukte flere ulike kulturelle redskap, slik at elevene oppnådde en dyp mening rundt oppgavene. Eksempler på intellektuelle redskap læreren brukte for å støtte argumentasjon og resonnering var *talespråket*, i form av spørsmål, anmodninger og andre verbale ytringer, *kroppsråket*, i form av hint og presiseringer, og *skriftlige symboler*, slik som geometriske figurer og matematiske formler. Læreren brukte også artefakter, slik som tusj, tavler (Smarttavle og vertikale, viskbare tavler) og linjal til å mediere matematisk mening rundt oppgavene. Læreren brukte blant annet programmet Geogebra på Smartavlen til å illustrere Pythagoras' læresetning, og han brukte tusj og tavler til å gi eleven en praktisk tilnærming til oppgavene. Læreren brukte også tusj til å tegne hjelpelinjer i sammensatte geometriske figurer, slik at elevene kunne se at figuren var satt sammen av ulike geometriske figurer de kjente til fra før av.

Den største delen av lærerens rolle var å stille spørsmål til elevene. Felles for alle disse spørsmålene var at de tok utgangspunkt i elevenes ytringer og elevenes arbeid, noe som ifølge Kosko et al. (2014) er helt sentralt. De mener spørsmålene må være av en slik art for at de skal kunne tjene formålet om å legge til rette for-, og støtte elevenes argumentasjon og resonnering. Både Francisco (2022) og Kosko et al. (2014) mener lærerens erfaring er avgjørende for å kunne stille de riktige spørsmålene. I denne studien fulgte jeg en lærer med lang erfaring, som indikerer at han hadde dyp innsikt i elevers typiske argumentasjonsstrategier. Dermed var han også i stand til å stille de riktige spørsmålene.

Jeannotte og Kieran (2017) definerte ni ulike resonneringsprosesser, som til sammen utgjør det prosessorienterte aspektet ved MR. Flere av disse prosessene sammenfaller i stor grad med de ulike spørsmålene læreren stilte. Da læreren ba elevene komme med forslag til idéer, var det et eksempel på prosessen som Jeannotte og Kieran (2017) kaller hypotesesetting. Hypotesesetting er definert som nettopp det å formulere hypoteser, eller idéer, og andre former for antagelser. Da elevene kom med ulike idéer førte det flere ganger til utledning av en påstand, slik som i eksempel 3. Da foreslo en elev at Pythagoras' læresetning gjelder for rettvinklede, likebeinte trekanter. Det er et kjennetegn på MR-prosessene som er knyttet til søken etter likheter og forskjeller at de fører til utledning av en påstand. Videre kan påstanden vurderes, enten bekreftes eller avkreftes, ved en av MR-prosessene knyttet til verifisering.

Jeannotte og Kieran (2017) skilte mellom tre ulike prosesser som alle handler om verifisering av en påstand. I min analyse er en av spørsmålskategoriene de utsagnene hvor læreren ba elevene begrunne eller forklare noe. Denne kategorien omfatter både MR-prosessen som Jeannotte og Kieran (2017) definerer som *å argumentere*, og MR-prosessen *å bevise*. Den siste kategorien, *formell bevisføring*, ble ikke observert i min studie. Det er heller ingen krav til formell bevisføring, slik Jeannotte og Kieran (2017) definerer begrepet, i læreplanen (Utdanningsdirektoratet, 2019). Både eksempel 6 og 7 viser hvordan læreren, gjennom sine spørsmål, drev elevene til henholdsvis å bevise en løsning, og til å argumentere for en påstand. I eksempel 6 ba læreren en elevgruppe om å bevise en påstand mens gruppa presenterte løsningen sin. I eksempel 7 ba læreren klassen om å validere påstanden fra eksempel 3, om Pythagoras' læresetning. Eksempel 3 og 7 illustrerer at lærerens spørsmål førte til at elevene utledet en matematisk påstand, og at de videre validerte påstanden. Både eksempel 3, 6 og 7 støtter også argumentet om at når lærerens spørsmål tar utgangspunkt i elevenes arbeid, fører det til at resonneringsprosessen blir beriket (Kosko et al., 2014).

I tillegg til idéer og begrunnelser, er lærerens anmodninger om å sammenligne helt i tråd med Jeannotte og Kierans (2017) *sammenligningsprosess*. Etter deres definisjon handler sammenligning om å analysere likheter og forskjeller mellom matematiske objekter, relasjoner, eller situasjoner. Eksempel 5 viser at lærerens anmodninger om å sammenligne ulike trekanter (objekter) hjalp elevene med å appropriere formelen for arealet av trekanter. Eksemplet viser også at elevene utledet påstander nettopp etter å ha sammenlignet trekanter.

Den andre og nest største kategorien jeg har pekt på, er lærerens direkte bidrag. I Conner et al. (2014) sitt rammeverk er lærerens direkte bidrag hentet fra argumentasjonsmodellen de tok utgangspunkt i. I denne studien er lærerens direkte bidrag de handlingene og utsagnene som læreren gjør, som sammenfaller med Jeannotte og Kierans (2017) prosessorienterte aspekt av MR. Koden som jeg har kalt bevis/motbevis tilsvarer Jeannotte og Kierans (2017) *bevis*, og generalisering og eksemplifisering kjenner vi også igjen fra MR-prosessene. Gjennom lærerens generalisering i eksempel 10 ble elevene oppmerksomme på den geometriske sammenhengen mellom arealet av kvadrater med ulike størrelser, og gjennom lærerens argumentasjon i eksempel 9 ble elevene bevisste på hvorfor arealet til en sirkel kan skrives som $\pi \cdot r^2$. Dette var også matematiske idéer elevene jobbet med å appropriere.

Den tredje og siste kategorien, lærerens andre handlinger, er den minste kategorien. Denne kategorien skiller seg litt fra de to andre kategoriene, da den ikke direkte handler om argumentasjon og resonnering. Jeg mener likevel at det er en del av lærerens rolle i disse prosessene, fordi handlingene fremmet elevenes utforskning av oppgavene. Dersom elevene sto fast i en oppgave, trengte de noen ganger presisering eller hint for å komme i gang, slik som i eksempel 12 og 14. Da kunne elevene også begynne, og komme videre i sin matematiske resonnering. Repetisjonen fra læreren hjalp også flere av elevene til å se sammenhengen mellom arealet av ulike geometriske figurer, spesielt mellom ulike typer trekanter. Da læreren repeterte noe elevene hadde lært tidligere, bidro han også til å gi elevene større innsikt i matematikkens logiske oppbygging, ved at de trakk paralleller fra det de hadde lært tidligere om areal av trekanter og brukte det i nye situasjoner.

Som nevnt tidligere har jeg i min analyse tatt utgangspunkt i lærerens intensjoner med utsagnene og handlingene, slik jeg tolker dem, fremfor elevenes respons. Mueller et al. (2014) så i større grad saken fra et elevperspektiv da de presenterte tre ulike typer *teacher moves*. I deres studie var lærerens utsagn og handlinger kategorisert ut ifra det formålet de tjente, nemlig om de offentliggjorde elevens idéer, om de utviklet elevenes idéer, eller om de fremmet forklaringer og begrunnelser.

På den ene siden kan det være en svakhet å velge å se saken fra lærerperspektivet, slik jeg har gjort. Dersom lærerens intensjoner med utsagnene ikke tjente det ønskede formålet, ville ikke spørsmålene eller handlingene støttet elevenes argumentasjon eller resonnering, og dermed heller ikke karakterisert lærerens rolle i argumentasjons- og resonneringsprosesser.

På den andre siden har jeg både i min analyse, og i diskusjonen over, redegjort for lærerens utsagn og handlinger, *og* deres funksjon. I eksemplene jeg har trukket frem har elevene respondert på en måte som indikerer at lærerens intensjoner i stor grad ble oppfylt. Når lærerens intensjoner samsvarer med elevens respons, blir elevperspektivet og lærerperspektivet to sider av samme sak. I tillegg fant jeg det hensiktsmessig å kategorisere lærerens utsagn og handlinger fra et lærerperspektiv, ettersom det nettopp er lærerens rolle jeg har forsøkt å belyse.

Denne studien kan derfor oppsummeres med følgende konklusjon: lærerens rolle i argumentasjons- og resonneringsprosesser er i min studie karakterisert ved å stille elevene spørsmål som tar utgangspunkt i elevenes arbeid, bidra direkte i prosessene med ulike deler av et resonnement, og fremme elevenes utforskning gjennom presiseringer, repetisjon og hint. Lærerens spørsmål, direkte bidrag og andre støttende handlinger hadde som funksjon å fremme og utvikle elevenes argumentasjons- og resonneringsprosesser.

6 Implikasjoner

I denne studien har jeg undersøkt hva som karakteriserer lærerens rolle i argumentasjons- og resonneringsprosesser. Både mine funn i denne studien, og tidligere forskning jeg har vist til, viser at læreren bør ta utgangspunkt i elevenes arbeid når han/hun stiller spørsmål eller bidrar i de matematiske prosessene. Da medierer læreren matematisk mening rundt oppgavene på en måte som har stort læringspotensial. Resultatene gir derfor opphavet til implikasjoner for videre forskning (6.1) og implikasjoner for undervisningen (6.2).

6.1 Implikasjoner for videre forskning

Resultatene som har fremkommet i denne studien kommer fra en kvalitativ case-studie. Det vil blant annet si at resultatene er kontekstuelle funn. Jeg har belyst en matematikklærers rolle i en 9. klasse da de arbeidet med geometri. De funnene jeg har gjort beskriver nettopp denne lærerens undervisning i den aktuelle klassen i det aktuelle temaet. Funnene jeg har gjort kan ikke uten videre generaliseres og brukes av alle lærere, uansett trinn og tema. Dersom funnene jeg har gjort i denne studien skal anvendes av andre, må de sees i sammenheng med konteksten de har foregått i.

Som nevnt tidligere er lærerens rolle i matematiske resonneringsprosesser et område som er relativt lite belyst i forskningslitteraturen. Jeg mener det ligger et stort potensial for videre forskning på dette feltet. Det hadde vært interessant å se nærmere på den koden jeg valgte ikke å analysere i min studie, nemlig lærerens orkestrering av klasserommet. Det hadde blant annet vært interessant å studere hvordan læreren kan legge til rette for argumentasjon og resonnering gjennom arbeidsmåter, oppgaver og gruppesammensetninger.

6.2 Implikasjoner for undervisning

Ved å studere både konteksten av studien og datainnsamlingen, kan funnene implisere hvordan lærere kan fremme og utvikle argumentasjons- og resonneringsprosesser i lignende caser. Studien må da også sees i sammenheng med tidligere-, og eventuelt videre forskning på feltet.

Studien viser at det er viktig å stille gode spørsmål for å sette i gang læringsfremmende, meningsfylte argumentasjons- og resonneringsprosesser i klasserommet. Mer konkret kan lærere lære hvordan de kan formulere spørsmål som tar utgangspunkt i elevenes arbeid, og som dermed fremmer og utvikler matematisk argumentasjon og resonnering. I tillegg kan lærere se hvordan de kan fremme og utvikle elevenes matematiske resonnering gjennom direkte bidrag og andre støttende handlinger i undervisningen.

7 Egenrefleksjon

Det er med stolthet jeg ser tilbake på hva jeg har fått til gjennom dette prosjektet. Det har vært en tidkrevende jobb, helt fra da jeg valgte tema for studien for omkring ett år siden, og frem til nå. I dette kapitlet vil jeg si litt om egne tanker og refleksjoner i forhold til hva jeg har lært gjennom arbeidet med denne masteroppgaven.

Arbeidet med denne studien har satt min egen selvdisiplin på prøve, og jeg har blitt tvunget til å sette meg mange mål og frister underveis. Selv vil jeg karakterisere meg som en strukturert person, men jeg er ikke vant med å arbeide så fritt med et prosjekt over så lang tid, hvor ingen andre setter klare frister jeg må overholde. Heldigvis har jeg, sammen med min veileder, utarbeidet egne mål og frister. Den selvdisiplinen jeg har utviklet det siste året tar jeg med meg videre, og jeg ser på det som en nyttig erfaring for min videre jobb som lærer.

Prosjektet har også vekket en nysgjerrighet til min egen undervisning. Underveis da jeg har lest tidligere forskningslitteratur, og også observert en erfaren lærers undervisning, har jeg blitt mer bevisst på betydningen av en reflektert og forskende lærer, som hele tiden har elevenes læring i fokus. En lærer som er kritisk til egen undervisning, og som har endringskompetanse til å tilpasse undervisningen til elevene, tror jeg er helt sentralt for at undervisningen skal lykkes, og for at elevene skal oppleve undervisningen som meningsfull.

Gjennom denne studien har jeg utviklet en dypere innsikt i det sosiokulturelle perspektivet, og skapt en kvalitativt ny mening rundt perspektivets sentrale idéer og begreper. Samtidig erkjenner jeg at jeg på langt nær har full innsikt i læringsperspektivets bredde og dybde. Jeg opplever likevel det jeg har lært om perspektivet som interessant, og som noe jeg vil kunne dra nytte av videre i min karriere som matematikklærer. Perspektivet gir meg en god veiledning for hvordan jeg best mulig kan planlegge god undervisning, og hvordan jeg kan legge til rette for at læring skal skje. I tillegg kan jeg bruke det sosiokulturelle læringsperspektivet til å analysere egen undervisning, ved å studere og analysere medieringen av matematisk mening, uten å måtte ta stilling til elevenes intrapsykologiske prosesser.

Arbeidet med masteroppgaven har også gitt meg en dypere innsikt i kjerneelementet knyttet til argumentasjon og resonnering i matematikk. Ved å se på resonnering ut fra et prosessorientert perspektiv, vil jeg i større grad kunne legge til rette for lærerike matematisk prosesser i klasserommet. Dersom jeg lykkes i dette arbeidet, kan det tilføre matematikkfaget en ny, meningsfylt dimensjon for elevene.

8 Referanser

Breive, S. (2020). Student-teacher dialectic in the co-creation of a zone of proximal development: an example from kindergarten mathematics. *European Early Childhood Education Research Journal, 28*(3), 413-423. https://doi.org/10.1080/1350293X.2020.1755498

Bryman, A. (2016). *Social research methods.* Oxford Univeristy Press.

Carlsen, M. (2018). Upper secondary students' mathematical reasoning on a sinusoidal function. *Educational Studies in Mathematics, 99*(3), 277-291. https://doi.org/10.1007/s10649-018-9844-1

Conner, A., Singletary, L. M., Smith, R. C., Wagner, P. A. & Francisco, R. T. (2014). Teacher support for collective argumentation: A framwork for examining how teachers support students' engagement in mathematical activities. *Educational Studies in Mathematics, 86*(3), 401-429. https://doi.org/10.1007/s10649-014-9532-8

Francisco, J. M. (2022). Supporting argumentation in mathematics classrooms: The role of teachers' mathematical knowledge. *LUMAT, 10*(2), 147-170. https://doi.org/10.31129/LUMAT.10.2.1701

Huberman, A. M. & Crandall, D. P. (1982). Fitting words to numbers: Multisite/multimethod reasearch in educational dissemination. *American Behavioral Scientist, 26*(1), 62-83.

Imsen, G. (2014). *Elevens verden: Innføring i pedagogisk psykologi* (5. utg.). Universitetsforlaget.

Jeannotte, D. & Kieran, C. (2017). A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 96*(1), 1-16. https://doi.org/10.1007/s10649-017-9761-8

Kosko, K. W., Rougee, A. & Herbst, P. (2014). What actions do teachers envision when asked to facilitate mathematical argumentation in the classroom? *Mathematics Education Research Journal, 26*(3), 459-476. https://doi.org/10.1007/s13394-013-0116-1

Liljedahl, P. (2023). *Å bygge tenkende klasserom i matematikk: 14 praksiser for bedre læring.* Cappelen Damm Akademisk.

Mertens, D. M. (2019). *Research and evaluation in education and psychology: Integrating diversity with quantitative, qualitative, and mixed methods* (5. utg.). Sage.

Moen, T. (2013). Sosiokulturell teori: Vygotsky i teori og praksis. I R. Kalsdottir, & I. D. Hybertsen (Red.), *Læring, utivkling, læringsmiljø: en innføring i pedagogisk psykologi* (s. 251-268). Fagbokforlaget.

Mueller, M., Yankelewitz, D. & Maher, C. (2014). Teachers promoting student mathematical reasoning. *Investigations in Mathematics Learning, 7*(2), 1-20. https://doi.org/10.1080/24727466.2014.11790339

Opplæringsloven. (1998). Lov om grunnskolen og den videregående opplæringen (LOV-1998-07-17-61). Lovdata. https://lovdata.no/dokument/NL/lov/1998-07-17-61

Postholm, M. B. & Jacobsen, D. I. (2018). *Forksningsmetode for masterstudenter i lærerutdanningen.* Cappelen Damm Akademisk.

Pripp, A. H. (2020). Hawthorne-effekten. *Tidsskrift for Den norske legeforening, 140*(14). https://doi.org/10.4045/tidsskr.20.0395

Rogoff, B. (1990). *Apprenticeship in thinking: cognitive development in social context.* Oxford University Press.

Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S. & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning, 10*(4), 313-340. https://doi.org/10.1080/10986060802229675

Säljö, R. (2001). *Læring i praksis: Et sosiokulturelt perspektiv.* Cappelens forlag.

Säljö, R. (2005). *Lärande og kulturella redskap: om läreprocesser och det kollektiva minnet.* Norstedts Akademiska Förlag.

Utdanningsdirektoratet. (2019). *Læreplan i matematikk (MAT01-05).* Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://www.udir.no/lk20/mat01-05

Valenta, A. & Enge, O. (2020). Bevisrelaterte kompetanser i læreplanen LK20 for matematikk i grunnskolen. *Acta Didactica Norden, 14*(3), 1-18. https://doi.org/10.5617/adno.8195

Wathne, U. & Carlsen, M. (2022). Third grade students' multimodal mathematical reasoning when collaboratively solving combinatorial problems in small groups. *Mathematical Thinking and Learning*, 1-20. https://doi.org/10.1080/10986065.2022.2099611

9 Vedlegg

Vedlegg 1: Godkjenningsbrev fra SIKT

Vedlegg 2: Informasjonsskriv til foreldre og elever

Vedlegg 3: Samtykkeskriv til foreldre og elever

Vedlegg 4: Oppgaver elevene fikk da jeg foretok datainnsamlingen

Vedlegg 5: Transkripsjon av videomaterialet

Vedlegg 1

Vurdering av behandling av personopplysninger

Referansenummer	Vurderingstype	Dato
579162	Standard	12.12.2023

Tittel
Masteroppgave matematikk

Behandlingsansvarlig institusjon
Universitetet i Agder / Fakultet for teknologi og realfag / Institutt for matematiske fag

Prosjektansvarlig
Martin Carlsen

Student
Bendik Korsmo

Prosjektperiode
01.01.2024 - 31.12.2024

Kategorier personopplysninger

- Alminnelige

Lovlig grunnlag

- Allmennhetens interesse (Personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav e)

Behandlingen av personopplysningene er lovlig så fremt den gjennomføres som oppgitt i meldeskjemaet. Det lovlige grunnlaget gjelder til 31.12.2024.

Kommentar

OM VURDERINGEN

Sikt har en avtale med institusjonen du forsker eller studerer ved. Denne avtalen innebærer at vi skal gi deg råd slik at behandlingen av personopplysninger i prosjektet ditt er lovlig etter personvernregelverket. Vi har nå vurdert at du har lovlig grunnlag til å behandle personopplysningene.

LOVLIG GRUNNLAG

Den planlagte behandlingen av personopplysninger er nødvendig for å utføre en oppgave i allmennhetens interesse, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 e).

Ifølge art. 6 nr. 3 b) skal grunnlaget for slik behandling fastsettes nærmere i nasjonal rett. Personopplysningsloven § 8 stadfester at behandling av personopplysninger for arkiv-, forsknings- eller statistikkformål er i allmennhetens interesse og kan gjøres på grunnlag av art. 6 nr. 1 e).

Prosjektet gjør nødvendige tiltak for å ivareta de registrertes rettigheter og friheter, jf. art. 89 nr. 1. I vår vurdering har vi lagt vekt på at formålet er å undersøke lærerens rolle i en resonnering- og argumentasjonsprosess i matematikk på ungdomsskolen, og prosjektet har dermed høy samfunnsnytte.
Opplysningene kun brukes til prosjektet, ikke andre formål og det kun registreres alminnelige personopplysninger.
De registrerte og deres foreldre får god informasjon om behandlingen og sine rettigheter, de registrerte og foreldre/foresatte kan protestere mot behandlingen (reservasjon).
Foreldre og ungdommer samtykker til deltakelse. Kun prosjektmedarbeidere har tilgang til opplysningene, og personopplysninger skal fjernes i transkripsjon. Varigheten for behandling av personopplysninger er relativt kort. Data slettes ved prosjektslutt.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER

Det er institusjonen du er ansatt/student ved som avgjør hvordan du må lagre og sikre data i ditt prosjekt og hvilke databehandlere du kan bruke. Husk å bruke leverandører som din institusjon har avtale med (f.eks. ved skylagring, nettspørreskjema, videosamtale el.) .

Personverntjenester legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

MELD VESENTLIGE ENDRINGER

Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til oss ved å oppdatere meldeskjemaet. Se våre nettsider om hvilke endringer du må melde: https://sikt.no/melde-endringar-i-meldeskjema

OPPFØLGING AV PROSJEKTET

Vi vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Lykke til med prosjektet!

Vedlegg 2

Resonnering og argumentasjon i matematikk

Formål

Masterprosjektet har som mål å frambringe ny innsikt i lærerens rolle knyttet til resonnerings- og argumentasjonsprosesser i matematikkundervisningen. Resonnering og argumentasjon er et av kjerneelementene i LK20. I dette prosjektet ønsker jeg å undersøke hvordan læreren kan støtte denne prosessen.

I prosjektet vil jeg gjøre videoobservasjoner av matematikkundervisningen på ungdomsskolen, i 9. klasse. Jeg vil se hvilke grep læreren tar i bruk for å støtte elevene i deres argumentasjon og resonnering, og hvordan elevene responderer på disse.

Datainnsamling

Ved å ta videoopptak av matematikkundervisningen kan jeg få med langt flere detaljer enn det som er mulig kun gjennom observasjon og feltnotater. Da kan jeg få med blant annet kroppsspråk, ansiktsuttrykk eller andre gester som blir gjort. Jeg kan også få med visuelle representasjoner som kan bli vist i forbindelse med lærerens utsagn eller elevenes arbeid. Jeg ønsker å fange opp og kartlegge alle faktorer som kan ha en effekt for elevens læring. Jeg ønsker å filme noen matematikktimer i januar/februar 2024. Ved videoopptaket vil søkelyset i hovedsak være på læreren, som blir utstyrt med en mikrofon, men det vil også bli tatt opptak av elevenes diskusjon og evt. deres arbeid.

Det er frivillig å delta

Der er frivillig å være med i prosjektet. Det betyr at foresatte og eleven selv kan velge om eleven skal være med eller ikke. Hvis eleven deltar, så kan han/hun eller dere som foresatte når som helst trekke samtykke uten grunn. Dersom foresatte eller eleven ikke ønsker å gi samtykke til å delta, vil eleven likevel få det samme tilbudet om undervisning på lik linje med medelevene og det vil kunne delta i de samme læringsaktivitetene. I tilfeller hvor elever som ikke har samtykket til å delta oppholder seg i samme rom som filming foregår, vil kameraet være plassert slik at eleven ikke blir med på opptaket.

Personvern

Data som samles inn i prosjektet vil bli brukt til forskning i forbindelse med min masteroppgave. Det er kun min veileder, Martin Carlsen (professor i matematikkdidaktikk ved UiA), og meg selv som vil ha tilgang til data som samles inn.

- Vi vil ikke dele sensitive opplysninger, eksempelvis navn, bilde eller videopptak med andre. Det er kun jeg og min veileder i prosjektet som har tilgang til data.
- Vi lagrer all data på passordbeskyttet datamaskin.
- Vi passer på at ingen kan kjenne igjen elevene i masteroppgaven. Vi vil for eksempel finne opp et annet navn når vi skriver om eleven(e).
- Vi følger loven om personvern.
- Alle data vil umiddelbart overføres fra videokameraene og lagres på passordbeskyttet datamaskin. Deretter slettes data fra videokameraet. Data vil kun brukes til forskning i regi av UiA

Jeg planlegger å ferdigstille masteroppgaven innen 21.05.2024. I etterkant av prosjektet vil alle personidentifiserende data (navn og videoopptak) bli slettet.

Med vennlig hilsen

Bendik Korsmo

bendik.korsmo@samfundet.org

97 13 22 67

Martin Carlsen

martin.carlsen@uia.no

98 08 32 07

Vedlegg 3

Vil du delta i forskningsprosjektet

"Resonnering og argumentasjon i matematikk"?

Hei! Har du lyst til å delta i mitt masterprosjekt? Jeg ønsker å undersøke lærerens rolle i resonnerings- og argumentasjonsprosesser i matematikk.

Formålet med prosjektet

Dette er et spørsmål til deg om du vil delta i et masterprosjekt med formål å frambringe ny innsikt i lærerens rolle knyttet til resonnerings- og argumentasjonsprosesser i matematikkundervisningen. Resonnering og argumentasjon er et av kjerneelementene i LK20. I dette prosjektet ønsker jeg å undersøke hvordan læreren kan støtte denne prosessen.

I prosjektet vil jeg gjøre videoobservasjoner av matematikkundervisningen på ungdomsskolen, i 9. klasse. Jeg vil se hvilke grep læreren tar i bruk for å støtte elevene i deres argumentasjon og resonnering, og hvordan elevene responderer på disse.

Datainnsamling

Ved å ta videoopptak av matematikkundervisningen kan jeg få med langt flere detaljer enn det som er mulig kun gjennom observasjon og feltnotater. Da kan jeg få med blant annet kroppsspråk, ansiktsuttrykk eller andre gester som blir gjort. Jeg kan også få med visuelle representasjoner som kan bli vist i forbindelse med lærerens utsagn eller elevenes arbeid. Jeg ønsker å fange opp og kartlegge alle faktorer som kan ha en effekt for elevens læring.

Hvorfor får ditt barn spørsmål om å delta?

Jeg spør deres barn om å være med fordi han/hun er elev på det aktuelle trinnet, og fordi læreren dens i matematikk deltar i prosjektet.

Hvis dere gir tillatelse til at deres barn deltar i forskningsprosjektet, så må dere skrive under på siste ark i dette brevet. Da gir dere tillatelse til at vi inkluderer det eleven gjør og bidrar med i undervisningen når vi samler inn data i klasserommet. Hvis dere ikke har lyst til at deres barn skal være med, så utelater vi hans/hennes bidrag i klasserommet.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

Universitetet i Agder er ansvarlig for personvernopplysningene som behandles i prosjektet.

Hva betyr det at eleven deltar i forskningsprosjektet?

Hvis barnet, med foresattes tillatelse, deltar i forskningsprosjektet, så følger eleven matematikkundervisningen på skolen som vanlig. Jeg ønsker å filme noen timer i matematikkundervisningen i januar 2024. Ved videoopptaket vil søkelyset i hovedsak være på læreren, som blir utstyrt med en mikrofon, men det vil også bli tatt opptak av elevenes diskusjon og evt. deres arbeid.

Dersom alle foresatte og elever samtykker til at jeg kan hente inn data, så vil kameraet sli at jeg kan fange opp så mye som mulig av undervisningen. Grupper av elever vil også bli filmet idet de deltar i for eksempel gruppediskusjoner. Dersom enkelte eller et utvalg foresatte og/eller elever ikke gir samtykke til å delta, så vil kamera være plassert på en slik måte at elevene ikke er en del av opptaket. Målet er at forskningen skal foregå i så normale og lite inngripende omstendigheter som mulig for elevene.

Hvis dere som foresatt synes det er greit, så ønsker jeg også å ha mulighet til å samle inn eller ta bilde av skrevne løsninger som elevene har arbeidet med i klasserommet. Med dette mener jeg «kladd» av utregninger, tegning/illustrasjon eller korte tekster, som er brukt som en del av løsningsprosessene elevene går gjennom.

Det er frivillig å delta

Der er frivillig å være med i prosjektet. Det betyr at foresatte og eleven selv kan velge om eleven skal være med eller ikke. Hvis eleven deltar, så kan han/hun eller dere som foresatte når som helst trekke samtykke uten grunn. Dere har altså lov til å ombestemme dere, noe som vil være helt i orden. All informasjon om eleven vil da bli slettet eller anonymisert. I videopptak vil for eksempel seanser hvor eleven er synlig klippes ut og slettes. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for eleven hvis den ikke deltar, eller om dere først gir samtykke og deretter trekker dette tilbake.

Dersom foresatte eller eleven ikke ønsker å gi samtykke til å delta, vil eleven få et parallelt tilbud om undervisningen i samme matematisk tema. På grunn av personvern vil det ikke være tilstrekkelig at de som ikke ønsker å delta bare sitter utenfor kameraets synsvinkel, fordi stemmen deres kan bli fanget opp. Dersom noen elever ikke ønsker å delta, vil enten opptakene bli gjort i grupperom med de elevene som samtykker, eller så vil de elevene som ikke samtykker jobbe i grupperom mens videopptakene skjer i klasserommet.

Jeg håper at dere alle vil være med i masterprosjektet, slik at det kan være aktuelt også å filme helklassesamtaler.

Kort om personvern

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler personopplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. Du kan lese mer om personvern på neste side.

Med vennlig hilsen

Bendik Korsmo *Martin Carlsen*

Veileder

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *Resonnering og argumentasjon i matematikk,* og har fått anledning til å stille spørsmål. Vi samtykker til:

- ☐ at barnet vårt kan observeres og tas videoopptak av i klasserommet
- ☐ at vårt barns skriftlige arbeider kan samles inn/kopieres

Vi samtykker til at vårt barn, ____,
får delta i prosjektet og at innsamlede data kan behandles frem til prosjektet er avsluttet.

(Signert av foresatte til prosjektdeltaker, dato)

Utdypende om personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Data som samles inn i prosjektet vil bli brukt til forskning i forbindelse med min masteroppgave. Det er kun min veileder, Martin Carlsen (professor i matematikkdidaktikk ved UiA), og meg selv som vil ha tilgang til data som samles inn.

- Vi vil ikke dele sensitive opplysninger, eksempelvis navn, bilde eller videopptak med andre. Det er kun jeg og min veileder i prosjektet som har tilgang til data.
- Vi lagrer all data på passordbeskyttet datamaskin.
- Vi passer på at ingen kan kjenne igjen elevene i masteroppgaven. Vi vil for eksempel finne opp et annet navn når vi skriver om eleven(e).
- Vi følger loven om personvern.
- Alle data vil umiddelbart overføres fra videokameraene og lagres på passordbeskyttet datamaskin. Deretter slettes data fra videokameraet. Data vil kun brukes til forskning i regi av UiA.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

Vi behandler opplysningene om deg fordi forskningsprosjektet er vurdert å være i allmennhetens interesse.

På oppdrag fra UiA har personverntjenestene ved Sikt – Kunnskapssektorens tjenesteleverandør, vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Dine rettigheter

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til å protestere, be om innsyn, og til retting og sletting av opplysninger vi behandler om deg. Du vil da høre fra oss innen en måned. Vi vil gi deg en god begrunnelse hvis vi mener at du ikke kan identifiseres, eller at rettighetene ikke kan utøves. Du har også rett til å klage til Datatilsynet om hvordan vi behandler dine opplysninger.

Hva skjer med personopplysningene dine når forskningsprosjektet avsluttes?

Jeg planlegger å ferdigstille masteroppgaven innen 21.05.2024. I etterkant av prosjektet vil alle personidentifiserende data (navn og videoopptak) bli slettet. Ved uforutsette hendelser er ny frist for levering av oppgaven i desember 2024. Jeg ønsker derfor samtykke til å oppbevare datamaterialet fram til 31. desember 2024.

Spørsmål

Hvis du har spørsmål eller vil utøve dine rettigheter, ta kontakt med:

- Bendik Korsmo på epost: bendik.korsmo@hotmail.com, eller på telefon: 97 13 22 67
- Martin Carlsen på epost: martin.carlsen@uia.no, eller på telefon: 98 08 32 07
- Vårt personvernombud: Trond Hauso (epost: personvernombud@uia.no)

Hvis du har spørsmål knyttet til Sikts vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt på epost: personverntjenester@sikt.no, eller på telefon: 73 98 40 40.

Vedlegg 4

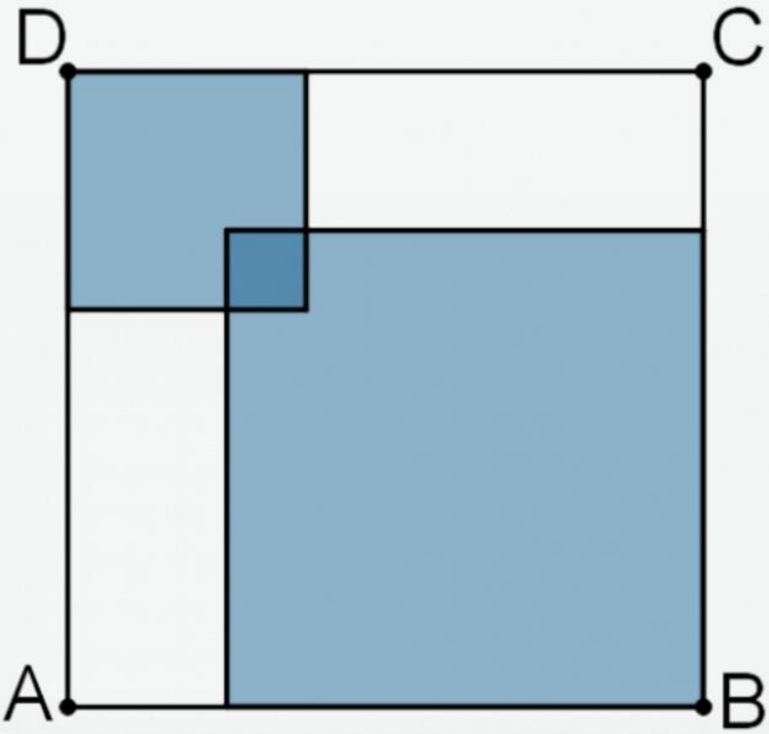
Oppgave 1

Fire kvadrater

Stikkord: Areal Lengder

Kvadratet *ABCD* har areal 196. Det inneholder to overlappende kvadrater. Det største av dem har et areal som er fire ganger så stort som arealet av det minste. Arealet av området der de overlapper hverandre, er 1.

Hvor stort er det fargede arealet på figuren?



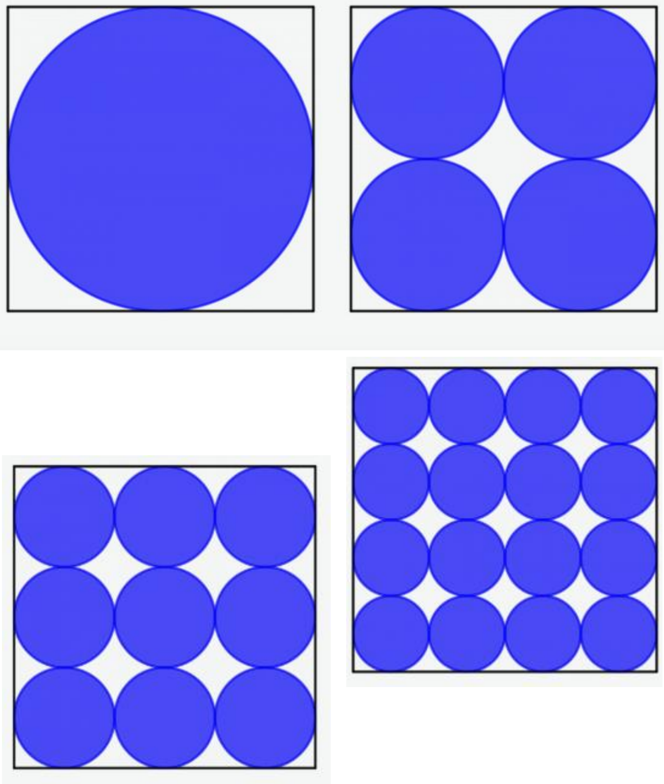
Oppgave 2

Blå og hvit

Stikkord: Areal

Nedenfor ser du fire like store kvadrater

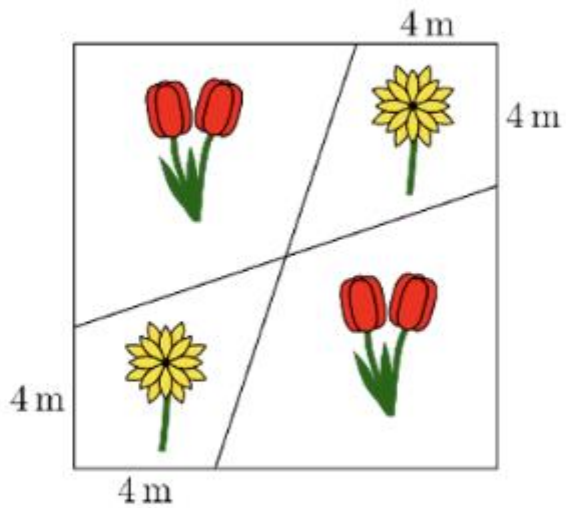
Alle inneholder blå sirkler som berører hverandre, men ikke overlapper hverandre.



Hvilket av kvadratene inneholder størst areal med blå farge?

Oppgave 3

Læreren brukte denne oppgaven, men i stedet for tulipaner og tusenfryd, brukte han gulrot og blomkål som eksempler.



En gartner planter et kvadratisk areal med tulipaner og tusenfryd. Sidelengden i kvadratet er 12 m. Hvor stort areal planter han med tusenfryd?

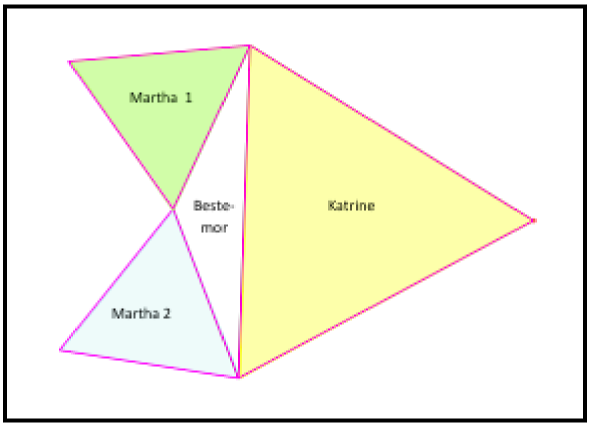
Oppgave 4

Bestemors merksnodige kaker

På besøk hos bestemor

Bestemor til Martha er veldig glad i to ting: *bake kake* og *matematikk.* Hver gang Martha og venninnene hennes besøker bestemor, har hun alltid laget en liten kake. For bestemor er det viktig at alle som besøker henne, *skal få like mye kake.* Men det er ikke så nøye med henne selv, bare hun får stykket i midten. Hun sier alltid: ”Spar midten til bestemor!”

Neste gang Martha kommer på besøk, har hun med seg Katrine. De er spent på hvordan bestemor har laget kaken i dag. Bestemor sier lurt: *Jeg har laget en rakett-kake av fire trekanter, men i dag må Martha spise to stykker og Katrine ett.* Da får dere like mye kake. Det er ikke så nøye med meg, bare jeg får stykket i midten.



Oppgave:

1. **Lag ei slik rakett-kake i GeoGebra. Bruk kommandoen “Regulær mangekant (Regular Polygon)” på barnas kakestykker. La GeoGebra regne ut arealene.**

2. **Ved å endre på bestemors kakestykke, endres barnas kakestykker. Du må sørge for at Marthas to stykker er til sammen lik det ene kakestykke til Katrine!**

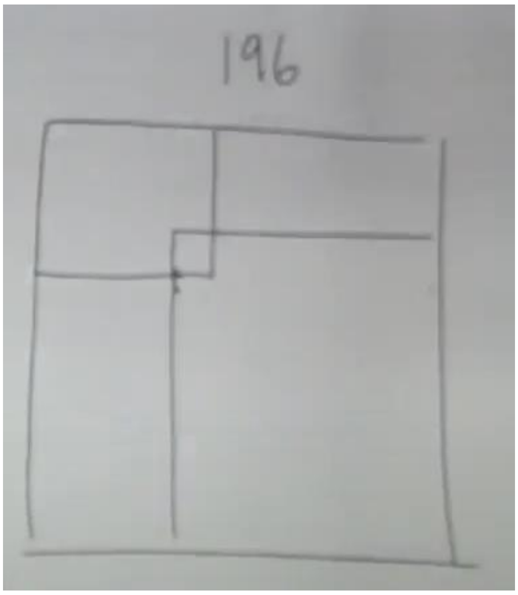
3. **Skriv ned med tekst i GeoGebra hva slags trekant bestemors stykke er når kravet er oppfylt at begge barna får like mye. Lim skjermbilde inn her i dokumentet.**

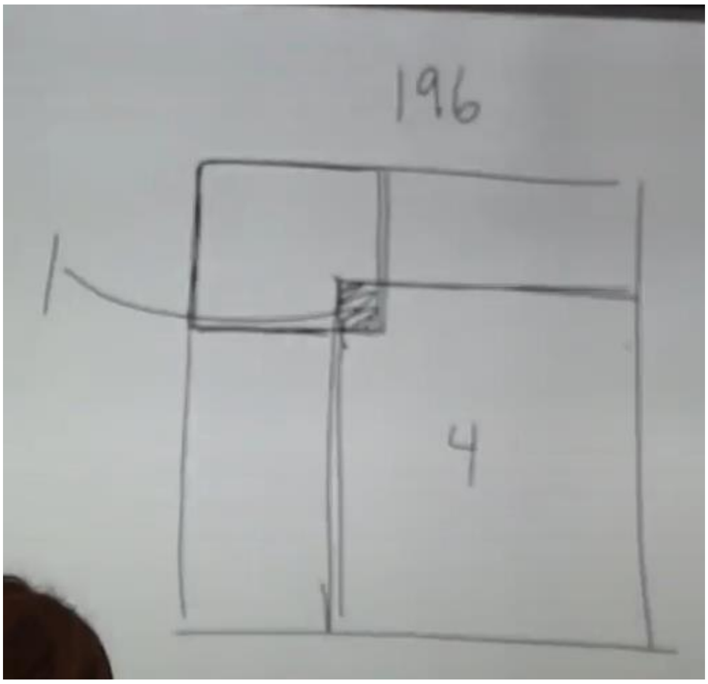
Vedlegg 5

<table>
<tr><th>Nr. på ytring</th><th>Deltaker</th><th>Konversasjon</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>Observasjon dag 1, time 1.
Oppstart av timen. Læreren ønsker velkommen.</td></tr>
<tr><td>1</td><td>Lærer</td><td>Det vi skal lære i dag er arealet av trekanter, firkanter og sirkler. Så får vi se om dere husker noe fra 8. klasse eller fra mellomtrinnet. Jeg har hengt opp noen hvite plakater. Jeg skal dele dere inn i tilfeldige grupper, og så skal dere gå arbeide på disse hvite plakatene. Jeg har lagt ut tre tusjer til to og to plakater. Jeg har også lagt ut en spray, og noe til å viske med.
(Lærer peker hvor han har lagt det)
Jeg har i utgangspunktet beregnet én tusj per gruppe. Hvis dere skal viske vekk noe av det dere har gjort, kan dere bruke sprayen og viske vekk. Dere kan bare spraye på et stykke papir og bruke det til å viske med. De hvite tavlene skal kun brukes i disse to timene. Jeg håper det kan bli litt artig.
Nå skal jeg fortelle hvordan vi skal organisere det, så da må dere følge godt med. Underveis vil dere få beskjed om at dere skal fuske. Dere skal se gå bort til en annen gruppe og se hvordan de har tenkt. Da skal jeg først velge grupper. Det er i utgangspunktet 3er grupper, men det kan være jeg må endre litt siden én er syk.
(Lærer bruker Google Regneark til å dele klassen inn i tilfeldige grupper, som også viser hvor elevene skal være. Han forteller også muntlig hvor alle elevene skal være).
Da vil jeg dere skal komme ned til skjermen, så skal dere få oppgaven.

(Elevene samles rundt smarttavlen).
(Lærer tegner opp en firkant på tavlen).

Da har jeg tegnet opp et kvadrat, og det består av 196 ruter (Skriver opp 196). Eller 196 kvadratmeter eller kvadratcentimeter. Og så er det to kvadrater inni. Det ene kvadrater er cirka sånn, og det andre kvadrater er cirka sånn.


</td></tr>
</table>

		Så ser dere at de overlapper hverandre med ett lite kvadrat, og det kvadrater er akkurat 1x1. Så hele det store kvadrater er 196 ruter, og så er det lille der 1 rute. Så skal dere få en opplysning til: det største kvadratet av de to som inni, er fire ganger så stort som det minste.  Det vil si at dersom det minste kvadrater for eksempel er 10 ruter, så er det største kvadratet 40 ruter. Hvis der er 7 ruter, så er det 28 ruter. Skjønte dere det? Så det er altså fire ganger så mange ruter i det som i det (peker på kvadratene). Oppgaven er finne arealet av de to kvadratene til sammen. Dere vet at det er 196 ruter til sammen, så skal dere finne ut hvor mange ruter det er til sammen i de to mindre kvadratene inni. Har dere noen spørsmål om oppgaven? (Ingen spørsmål). Da skal dere gå til gruppene. Jeg lar oppgaven stå litt på tavlen, slik at dere kan se på den. Begynn med å tegne den opp, og så diskuterer dere sammen og ser om dere kommer fram til et svar. Jeg kommer til å gå rundt og snakke med dere. Og så kommer jeg på et eller annet tidspunkt til å si til ei gruppe at de kan gå bort til en annen gruppe for å få noen idéer og se hvordan de har løst oppgaven. Dere får beskjed når dette er, så bare hold dere på deres gruppe fram til jeg sier ifra. Skjønte dere oppgaven?
2	Klassen	Ja.
3	Lærer	Dere skal presentere det for meg etterpå. (Lærer går bort til en gruppe som skal begynne å diskutere).
4	Lærer	Hva vet dere?
5	Hans	At det er 1 (peker på den lille overlappen av kvadratene).
6	Lærer	Ja, kanskje det er lurt å skrive det opp? (Hanne skriver det opp.)
7	Lærer	Vet dere hva slags figur det er (peker omrisset av hele figuren)?

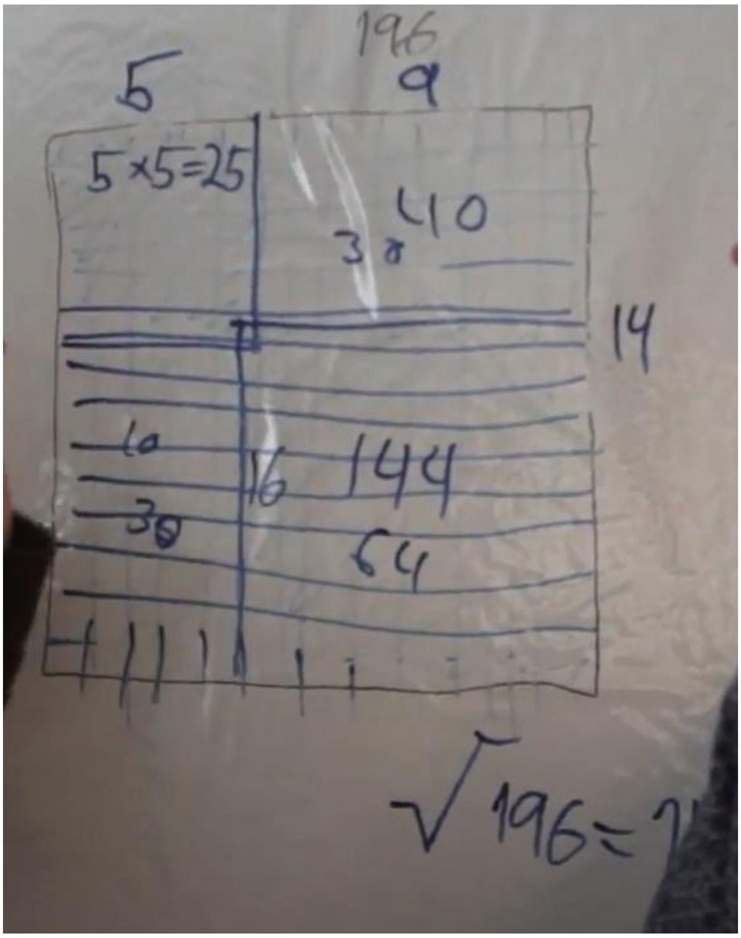
8	Hans	Et kvadrat.
9	Lærer	Mm. Vet dere hva slags figur det er (peker på det ene kvadratet inni det store)?
10	Hans	Et kvadrat.
11	Lærer	Og det (peker på overlappen)?
12	Hans	Et kvadrat.
13	Lærer	Og hva slags figur er det (peker på det andre kvadratet inne det store)?
14	Hans	Det skulle være et kvadrat, men…
15	Hanne	Det ble ikke et nøyaktig kvadrat på tegninga (det var litt avlangt).
16	Lærer	Aha, vet dere hva dere kan gjøre da?
17	Mathias	Den er 14 og den er 14 (peker på sidene i det store kvadratet).
18	Lærer	Aha, skriv det ned.
19	Hanne	Hvordan... Hæ?
20	Mathias	Kvadratrota av 196 er 14.
21	Hanne	Så det er 14 og 14?
		(Mathias nikker).
22	Lærer	Men du sa noe, hva var det du sa?
23	Mathias	Kvadratrota av 196 er 14.
24	Lærer	Hvordan skriver vi det?
25	Hanne	14 gange 14?
26	Mathias	Ja, men jeg tror bare det er 196, og så… det der merkelige tegnet.
27	Lærer	Ja, hva slags tegn da?
28	Hanne	Sånn her? (Tegner noe som vi ikke ser)
29	Mathias	Ja, noe sånn. (Finner frem Chromebooken)
30	Lærer	Ja, skriv det ned. Det er litt lurt å notere ned alt.
31	Mathias	Det. (Peker på Chromebooken)
32	Lærer	Ja.
33	Hanne	Skal jeg skrive 14 og så et kvadrat? Nei, 196?
34	Mathias	Nei, det er også 196, det var det jeg skrev.
35	Lærer	Ta du tusjen og så skriver du det.
		(Mathias tegner et kvadratrot-tegn.)
36	Mathias	Er det sånn det er?
37	Hanne	Det er vel ikke så nøye.
38	Mathias	Jeg vet ikke, men i alle fall så er det 196 (skriver 196). Og så da fikk jeg 14.
39	Lærer	Så sa du noe, hva sa du?
40	Mathias	Da er alle sidene 14, og det kan vi finne ut med at 14 gange 14 er 196.
		(Lærer går videre til ny gruppe.)
41	Mathias	Så… Da vet vi noe hvertfall.
		(Lærer går bort til en gruppe som diskuterer.)
42	Lærer	Nei, det er oppgitt at det er et kvadrat, så hvis det ser sånn ut…
43	Sofie	Ja, men er det her også kvadrat (peker på en av firkantene på tegninga)?
44	Lærer	Ho spør om dette også er et kvadrat (henvender seg til de andre på gruppa).
45	Susanne	Stod det det?
46	Lærer	Og hva er det for noe?

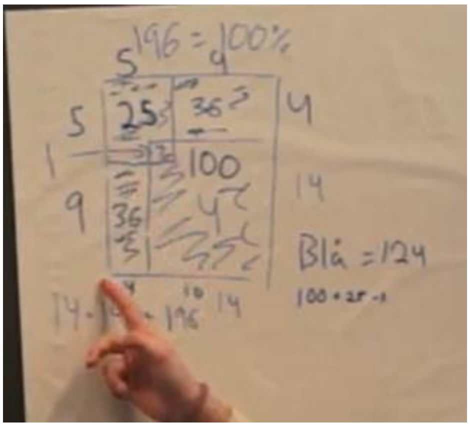
47	Sofie	Et kvadrat.
48	Lærer	Og hva er den dere der (peker på ovelappen)?
49	Sofie	Et kvadrat.
50	Lærer	Mhm. Så her er det snakk om 4 kvadrater?
51	Sofie	Ja.
52	Lærer	Og så har dere valgt… Hvorfor har dere valgt å dele opp? 
53	Sofie	Det var ikke smart, allikevel.
54	Lærer	Er det ikke smart?
55	Susanne	Nei.
56	Lærer	Hvorfor er det ikke smart å dele opp?
57	Sofie	Fordi vi vet ikke hvor stor den er. (En på gruppa sier noe utydelig).
58	Sofie	Kan vi ikke bare finne ut hvor lang en side er?
59	Lærer	Ja! Hvordan kan dere finne ut det?
60	Sofie	Det vet ikke jeg.
61	Lærer	Er det noen av dere som vet hvordan dere kan finne ut hvor lang en side er?
62	Sofie	196 er arealet.
63	May	Eeh, dele det på 4.
64	Lærer	Dele det på 4 foreslo ho.
65	Sofie	Det var det jeg også gjorde, men så sa Kaia (en annen lærer som var med timen) sånn: «Er det riktig?», så da trodde jeg ikke det var riktig.
66	Lærer	Dere har lov å bruke lommeregner.
67	Sofie	Jeg henter Chromebooken.
68	Lærer	Hva er 196 for noe?
69	May	196 kvadrat…
70	Susanne	Det er hele.
71	Lærer	Du holder på å si noe, May.
72	May	Kvadrater.
73	Lærer	96 kvadrater, ja. Supert. Og det er sånn minikvadrater.
74	May	Ja.
75	Lærer	På størrelse med den (peker på overlappen)? Ja. (Susanne og May diskuterer noe som kamera ikke fanger opp. Sofie kommer tilbake med Chromebook.)

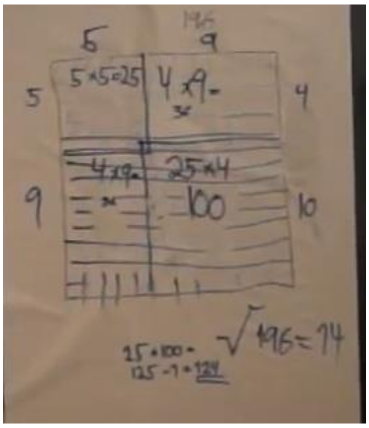
76	Sofie	Delt på fire. 784.
77	Lærer	Så den siden er 784?
78	May	Nei, vi skulle dele 196 på fire.
79	Lærer	Tenkte du at 700 var feil?
80	May	Nei… Det bare hørtes ikke riktig ut.
81	Lærer	Hvorfor høres det ikke riktig ut?
82	May	For når hele er 196 og sidene 700 så… Jeg vet ikke!
83	Sofie	49.
84	Lærer	49. Skriv det.
85	Sofie	Men er det riktig, hvis du ganger 49 med 49?
86	Lærer	Prøv det. Ho spør om 49 gange 49 er 196.
87	May	Nei, der er det ikke.
88	Sofie	Nei, der er to tusen og noe.
89	May	49 gange 4 er 196.
90	Susanne	Du må gange noe med seg selv, for å finne kvadratroten. (Diskuteres litt som er vanskelig å høre.)
91	Sofie	Det er mindre enn 49 i alle fall
92	Lærer	Det er mindre enn 49, ja. (.). Prøv med noe. Hva vil dere prøve med?
93	Susanne	Kanskje 13.
94	Lærer	Prøv med 13. Skriv det opp.
95	Sofie	13 gange 13 = 169. 15 da. 15 gange 15. Det er for mye, så da er det 14, hvis ikke det er komma eller noe sånt. 14 gange 14 = 196!
96	Lærer	Aha.
97	Sofie	Da er én side 14!
98	Susanne	14?
99	May	Hvorfor er en side 14?
100	Lærer	Hvorfor er en side 14?
102	May	Men Lærer, jeg skjønner ikke helt. Hva er 196? Er det hvor mange ruter det er inni liksom?
103	Sofie	Fordi når du ganger en side med en side så får du jo arealet.
104	Lærer	Ho (May) stiller et spørsmål. Si deg en gang til.
105	May	Hva er 196?
106	Sofie	Det er 196 ruter. Arealet er 196.
107	May	Men hvorfor kan vi ikke bare tegne 196 ruter da?
108	Lærer	Ja, hvorfor kan vi ikke det?
109	Sofie	Det tenkte jeg, men det er litt stress.
110	Lærer	Det er litt stress.
111	Susanne	Det er veldig mange ruter.
112	Sofie	Og så vet vi jo ikke akkurat hvor store de er eller hvor mange ruter som er inne de ulike kvadratene.
113	Lærer	Nei, det vet vi ikke. Men dere kan skrive ned det dere har funnet ut, at den siden er 14. Har dere funnet ut hvor lang den siden er?
114	Sofie	14.
115	Lærer	Den er også 14.
116	Sofie	Det er jo et kvadrat.
117	Lærer	Ja, det er det. Og da er begge sidene like. Bra, bare fortsett.

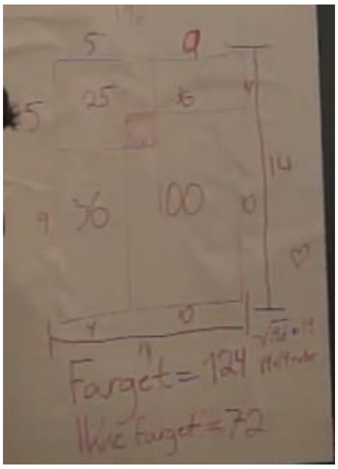
		(Lærer gå bort til ny gruppe).
118	Lærer	Omkretsen ja. Ho har funnet ut at omkretsen er 49. Og kva var 196 for noe?
119	Preben	Det er hvor mange firkanter det er inni.
120	Lærer	Hvor mange firkanter det er inni, ja. Og 49, hva er det dere har funnet ut da?
121	Preben	Det er hver vegg sånn rundt.
122	Lærer	Ja, hver vegg rundt.
123	Kristine	Hvis vi bare visker vekk hele og tegner på nytt, så tar vi bare 49 henover sånn.
124	Lærer	Det er mye.
125	Preben	Det blir mye, ja. Men firkanten er jo delt opp. Vi prøvde først med 9 ruter i den lille firkanten. Og så er det jo 9 firkanter av den lille firkanten inne der, ser det ut som. Men så ble det for lite fant vi ut av.
126	Lærer	Kan du gjenta det han sa, for jeg skjønte det faktisk ikke.
127	Lasse	Det er 9 klosser inni den…
128	Lærer	Gå hen og pek.
129	Preben	Vi tenke først at det var 9 klosser inni den. Og så er det 9 av den i hele tingen, ser det ut som. Så prøvde vi det med 9, men det var for lite. Så nå skal vi prøve med 4 gange 4 da, og se om vi da får 196.
130	Lærer	Åja, sånn ja. Så du sier at du nå har 16 stykker inni den?
131	Preben	Ja, så nå skal vi prøve å se hvis vi ganger det med 9 igjen, 16 gange 9.
131	Lærer	Kan du huske forskjellen mellom den og den (de to kvadratene inne det store)?
133	Preben	Den var fire ganger den.
134	Lærer	Ja.
135	Lasse	Da må vi gange med 4, da.
136	Lærer	Ja! 16 gange 4?
137	Lasse	Ehm jaaa…
138	Lærer	Dere har lov å bruke kalkulator. Det er sikkert ikke så lett å ta i hodet.
139	Lærer	Men er du enig med Kristine at 49 er lengden på den siden?
140	Kristine	Men det var det… For jeg måtte tenke… Vi har jo lært at hvis den siden for eksempel var 2, så er det 2 gange 2, men det står, eller…
141	Lærer	Vet du hvordan du regner ut arealet av et kvadrat?
142	Preben	Nei, jeg kan ikke areal, men jeg kan omkretsen.
143	Lærer	Du vet omkretsen, ja. Vet du hvordan du finner ut arealet, hvor mange ruter det, inni et kvadrat? (ingen svar)
144	Lærer	Hvis jeg låner tusjen litt, så skal jeg tegne et veldig enkelt kvadrat. (Tegner et kvadrat og deler det inn i 9 ruter). Hvor langt er det den veien?
145	Preben	3.
146	Lærer	Mhm. Hvor langt er det den veien.
147	Preben	3.
148	Lærer	Hvor langt er det den veien.
149	Preben	3
150	Lærer	Og hvor langt er det den veien?
151	Preben	3.
152	Lærer	Fint, og hvor mange ruter er det?

153	Lasse	12!
154	Lærer	Skal vi telle?
155	Kristine	9.
156	Lasse	Plis, si at jeg har gjort riktig! Nei, det er 9, det er 9. For det er 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
157	Preben	Så vi må gange de to med hverandre, så vi må dele det på to egentlig?
158	Kristine	Må vi ikke gange 49 og 49?
159	Lærer	Aha. Ho sier vi må gange 49 ganger 49, så vil du få 196. Hm, det må du prøve! Det var en spennende måte å prøve. Du får gjenta det så han får tastet det på kalkulatoren.
160	Lasse	Skal jeg ta 49 ganger 49?
161	Lærer	Ja.
162	Lasse	Lasse: Ja, det er 2401 ruter.
163	Kristine	Da er det halv… Da er det ikke 196 delt på 4, da er det delt på 2.
164	Lærer	Da er det delt på 2? Hva blir 196 delt på 2? Jeg går litt videre, så kommer jeg tilbake igjen. (Lærer går bort til ny gruppe).
165	Lærer	Har dere funnet ut noe mer?
166	Lisa	Vi holder på.
167	Lærer	Så har dere skrevet at det er 1 (overlappen).
168	Lisa	Ja.
169	Lærer	Mm. Så det er 14 ruter den veien og 14 ruter den veien?
170	Truls	Ja.
171	Lærer	Mm.
172	Truls	Så prøver vi å finne ut arealet av de to der (de to kvadratene inni).
173	Lærer	Ja.
174	Truls	Så vet vi jo at den er fire ganger større enn den.
175	Lærer	Ja. Vet dere noe mer? Lærer gir beskjed om at én på hver gruppe skal og bort til en annen gruppe og se hvordan de har løst oppgaven.
176	Lærer	Dere sier dere er ferdige?
177	Mathias	Ja.
178	Lærer	Ja, da skal dere ta og forklare for hverandre slik jeg kan spørre hvem som helst av dere tre om å forklare det til klassen etterpå. Så nå må dere hjelpe å forklare for hverandre.
179	Stine	Dere må forklare det for meg!
180	Lærer	Så nå kan jeg spørre hvem som helst av dere. Det blir ikke Mathias. Det blir en av dere to.
181	Lærer	Anne, kan du forklare for meg hva dere har funnet ut?
182	Anne	Hvorfor meg?
183	Lærer	Jo, jeg vil gjerne høre deg.
184	Anne	Hver side er 14.
185	Lærer	Flott, kan du skrive det på arket? (Maria skriver det på arket).

186	Lærer	Kan jeg spørre hvordan dere fant ut at det var 14?
187	Anne	Eeh, det var det eneste vi tok på kalkulatoren.
188	Lærer	Ja, vet du hva dere tok på kalkulatoren?
189	Maria	14 gange 14.
190	Lærer	Dere tok 14 gange 14 så fikk dere 196? Var det bare helt tilfeldig at dere valgte 14?
191	Anne	Nei.
192	Maria	Vi prøvde å finne kvadratroten av 196.
193	Lærer	Vet du hvordan du skriver kvadratroten?
		(Anne tegner kvadratrottegnet).
194	Lærer	Flott, og så skriver du?
195	Anne	196
196	Lærer	196, ja. Så skriver du er lik 14. Bra, Anne!
197	Maria	Var det riktig?
198	Lærer	Ja, ja, ja. 14 og 14. Men hva har dere funnet ut ellers da?
		
199	Maria	Vi prøvde å finne ut hvor lange sidene til de ulike firkantene inni det store kvadratet er. Så da prøvde vi først med 6 og 8. Så prøvde vi med 4 og 10, og så med 5 og 9.
200	Lærer	Har dere kommet fram til en løsning?
201	Anne	Vi så på den andre gruppa.
202	Lærer	Ja, men det var bra at dere så på den gruppa.
203	Anne	De fikk 5 og 9.
204	Maria	Ja.
205	Lærer	Flott.

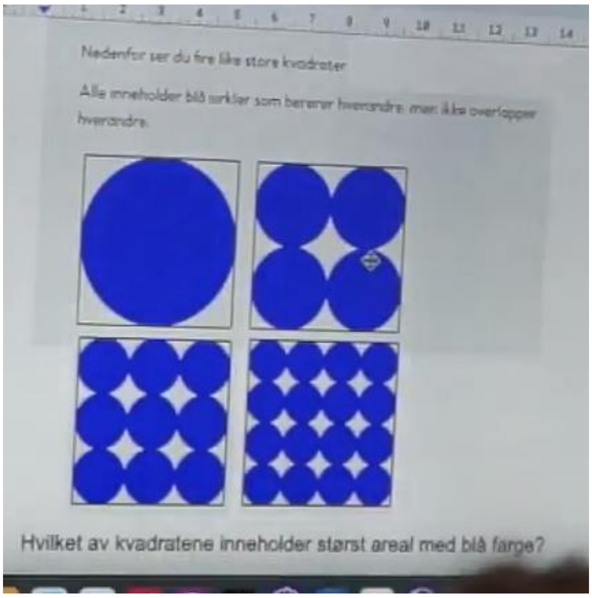
206	Lærer	(Til hele klassen): Okei, da har dere to minutter til å forklare gruppa, slik at jeg kan spørre hvem som helst om å forklare det dere har gjort. (Videre presentere gruppene sine løsninger).
207	Lærer	Da tenker jeg at jeg spør Susanne om ho kan forklare.
208	Susanne	Vi prøvde å finne ut hva man må gange med seg selv for å få 196. Da fant vi ut at der er 14. Så en side er 14. Og så tenkte vi at siden den er fire ganger større enn det kvadratet, så er jo det en firedel. Så da prøvde vi og også frem med tall og kom fram til at dersom den er 5 gange 5, blir det andre 10 gange 10. Og da blir det lille kvadratet 25 ruter og det store blir 100 ruter. Og så er det minus en rute der de overlapper, som betyr at det fargede området er 124 ruter.
209	Lærer	Ja. Oppfatter jeg det riktig at dere prøvde dere fram med noen tall?
210	Susanne	Ja.
211	Sofie	Vi har prøvd oss fram nesten hele tiden, men vi vet ikke om det er riktig.
212	Lærer	Men dere tenker at 124 er riktig, men dere prøvde dere fram med noen tall?
213	Sofie	Ja, vi skjønte ikke hvordan vi kunne sjekke om det stemte. Vi skjønte ikke om vi skulle fine ut hvor mange ruter det var her (områdene som ikke var farget). Lærer: Okei, veldig greit. Vi gir et klapp for dem. (Ny gruppe.) 
214	Lærer	Da gir vi ordet til Lisa, værsågod.
215	Lisa	Ja, vi fant egentlig ut av det samme som Sofie og de, at det var 100 og 25. Men vi fant også ut av hva de to små var (ufargede firkantene). Fordi når hele den var 14, og vi visste at den og den var 10, så var det bare 4 igjen.
216	Lærer	Kan jeg spørre hvordan dere visste at det var 10?
217	Lisa	Vi prøvde oss litt fram.
218	Lærer	Dere prøvde dere fram, veldig likt som den forrige gruppa?
219	Lisa	Ja.
220	Lærer	Kan dere si noen andre tall dere prøvde med?
221	Lisa	Vi prøvde litt forskjellige, så her oppe prøvde vi med sånn 2, 3, og 4 og sånn.
222	Lærer	Jaha, og så endte dere på at 10 var riktig?
223	Lisa	Ja. Og siden vi fant ut at det er 4 her, og siden den var 5, så var det 9 som manglet. Så da tok vi bare 9 gange 4 som blir 36, som var den lille der og den lille der.
224	Lærer	Ja. Er de helt like de to?
225	Lisa	Ja.
226	Lærer	Og det er dere sikre på?

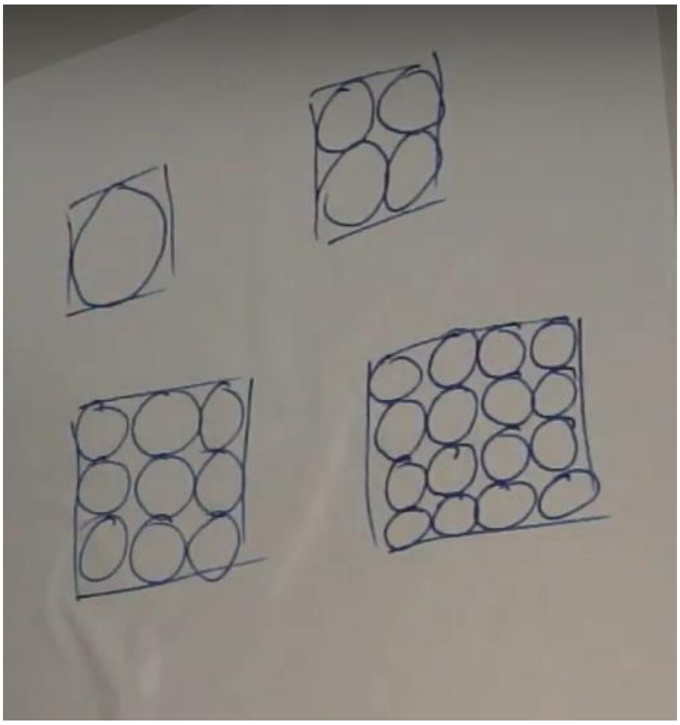
227	Lisa	Ja.
228	Lærer	Javel. Hvordan vil dere bevise det, at de er helt like?
229	Lisa	Fordi det er 10 gange 10 der, og 5 gange 5 der, og så er det bare de som mangler.
230	Lærer	Det skjønte jeg ikke. Vil du gjenta det en gang?
231	Lisa	(Ler). Det er 10 gange 10 der, og så er det 5 gange 5 her. Da blir det 9 der og 9 der. Og 4 der og 4 der, og da blir de like.
232	Lærer	Så der et sånn dere argumenterer for å si hvor mye de hvite er?
233	Lisa	Ja.
234	Lærer	Men dere har skrevet at blå er 124, og så har dere også valgt å finne ut de hvite, det var veldig artig. Selv om det ikke var det som var spørsmålet, er det veldig flott at dere utvidet oppgaven. Det er et veldig fint eksempel hvordan dere kan utvide oppgaver. Supert, vi gir en klapp for dere! (Ny gruppe). 
235	Lærer	Nå har jeg valgt Lukas. Værsågod.
235	Lukas	Javel. Først gjetta vi hvilke tall disse skulle være. Da prøvde vi først 6, men det funket ikke.
236	Anne	Først tok vi kvadratroten.
237	Lukas	Det er sant. Først måtte vi finne ut hva hver side var, og det var 14.
238	Lærer	Hvordan kom dere fram til 14?
239	Lukas	Vi prøvde å gange to tall sammen helt til det ble 196.
240	Lærer	Men jeg ser dere har brukt et symbol der nede. Vet du hva det symbolet betyr?
241	Lukas	Det er sånn du må… Kvadratrot! Det er sånn du må gange det samme… Du må gange to like, for å få det.
242	Lærer	Ja, og da har du funnet ut at 14 gange 14 er 196?
243	Lukas	Ja.
244	Lærer	Så kvadratroten av 196 er 14? Er det riktig oppfattet?
245	Lukas	Ja. Så prøvde vi da 5 gange 5, og der er 25 her. Eller det er arealet her. Og så, den skulle være fire ganger større enn den. Da blir det 100, 25 gange 4 altså. Og så skulle vi finne ut disse to (hvite rektanglene). Da måtte vi ta den dere som var 9, gange 4, fordi det er den dere lille greien der (overlappen). Så da er det 9 gange 4 som blir 36. Så er det 36 + 36, plusse alt sammen, 196.
246	Lærer	Men vet du hvor mange blå ruter det er?
247	Lukas	125.
248	Lærer	125 ja. Mm. Dere har skrevet…

249	Lukas	124!
250	Lærer	Hvorfor 124?
251	Lukas	På grunn av den lille greien der (peker på overlappen).
252	Lærer	Okei. Vi gir en klapp for dere også! (Ny gruppe.) 
253	Lærer	Værsågod. Jeg tror jeg velger ut Hans.
254	Hans	Først fant vi ut hva én side var, som er 14, fordi 14 gange 14 er 196.
255	Lærer	Men dere har skrevet noe der ser jeg, på arket. Dere har skrevet et sånn rart tegn.
256	Hans	Ja, vi tok kvadratroten av 196.
257	Lærer	Hva er kvadratrot for noe?
258	Hanne	Det er når man ganger to like tall for å få et tall.
259	Lærer	Ja.
260	Hans	Og da vikk vi 14, så da må hele den der være 14. Så først tok vi bare en halv av hele greia, som var 98, for å prøve, men det funket ikke. Da fikk vi et desimaltall der (det lille kvadratet). Så tok vi 99, men da fikk vi også et desimaltall. Så tok vi 100, og da fikk vi 25 der (det lille kvadratet). Så da måtte den (det store kvadratet) være 10 gange 10, og det lille 5 gange 5. Og da var det 4 igjen der (den ene sidelengden minus 9), og 9 (den ene sidelengden minus 5) der, så da måtte den være 36, og det samme var det på den andre siden. Så da ble de to der 36, og alt det der blir 124 til sammen. (Lærer tar en tusj).
261	Lærer	Nå skal vi se om vi kan gjøre denne oppgaven litt annerledes. Og nå spør jeg dere, og så spør jeg dere alle sammen. Så det kan være jeg peker på en som skal svare. Hvis vi ikke vet hva den (sidelengden til det lille kvadratet) er, så kan vi i matematikken gjerne bruke en bokstav, og du skal få lov til å velge bokstaven.
262	May	x.
263	Lærer	Du vil velge bokstaven x. Hvis jeg spør deg, hvor lang er den (en av de andre sidene i kvadratet) da, når ho har bestemt at den er x?
264	Sofie	Den blir også x.
265	Lærer	Og da spør jeg deg, hva er arealet av et kvadrat som er x, x?
266	Susanne	Eeh, hæ?
267	Lærer	Hvis du tar…
268	Susanne	Skal jeg si svaret liksom?
269	Lærer	Ja, du vet ikke hvor langt det er, men du vet at den siden er x og at den siden er x. Hva er arealet da? Nå ser jeg at noen ikke følger med, og det er veldig dumt.

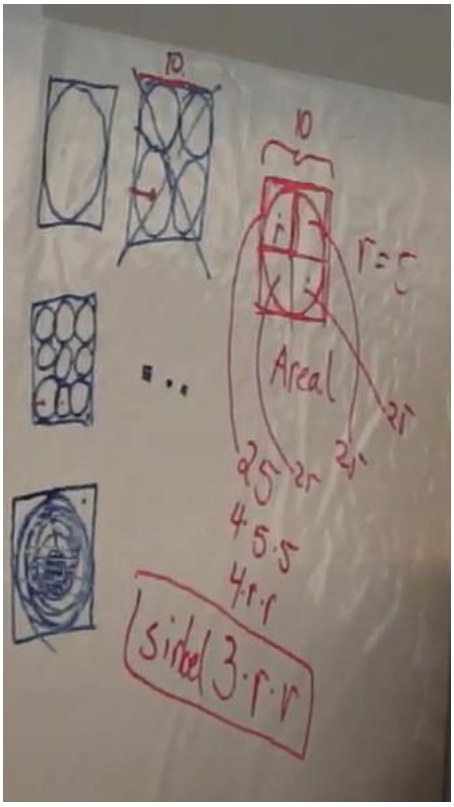
270	Susanne	Skal jeg si noe svar?
271	Lærer	Ho har valgt x.
272	Susanne	9?
273	Lærer	Nei, x. Du må velge x, men x gange x, hva er det?
274	Susanne	x^2?
275	Lærer	Ja! Du vet at den er x^2, okei. Denne (det store kvadratet) var 4 ganger så stor. Er det noen som vet hvor lang denne siden er (den ene sidelengden i det store kvadratet) når May valgte at den skulle være x. Denne er jo 4 ganger så stor. (Lærer deler det store kvadratet i fire like store kvadrater. Se bildet under). 
276	Lærer	Så den er jo x^2, den er x^2, den er x^2, og den er x^2. Hvor mye blir det?
277	Mathias	Eeeh, mye,
278	Lærer	x^8?
279	Mathias	Vet ikke.
280	Lærer	Et eller annet er det i alle fall. Men dere, hvor lang er den siden da (den andre sidelengden i kvadratet). May får ikke lov til å svare, for ho har bestemt at den ene siden skulle være x. Men den dere som er 4 ganger så stor, hvor lang er den? Lukas!
281	Lukas	Den er… x^2?
282	Lærer	Du tipper den er x^2?
283	Lukas	Ja.
284	Lærer	Godt forslag.
285	Lukas	Skal jeg si hvorfor?
286	Lærer	Ja!
287	Lukas	Fordi den oppe, den er 5.
288	Lærer	Nei, glem tallene.
289	Lukas	Åja.
290	Lærer	Ingen tall her nå.
291	Lukas	Da var det ikke noe.
292	Lærer	Trekker du det tilbake igjen?
293	Lukas	Ja.
294	Lærer	Okei. Vet du Lisa?
295	Lisa	x gange 2?

296	Lærer	x gange 2, akkurat. Eller 2x. Og da spør jeg deg Mathias, hvor lang er den da (den ene siden i kvadratet), når ho har bestemt at den (en annen side i kvadratet) er x gange 2?
297	Mathias	x gange 2.
298	Lærer	Ja, 2x. Okei. Og 2x gange 2x, hvor mye er det? (.). Ja! Jeg hørte du sa det!
299	Lasse	Hva da? Eh 4…
300	Lærer	Ja, nydelig! 4 og så kommer det dere, nå skal ikke du si det neste, men han har bestemt at det er 4, og det er bra! 4 (veiver med armene at de må si hva som kommer etterpå). Har du lyst til å tippe? 4…
301	Lasse	x…
302	Lærer	4x… Du ser det er fire ruter her, og det står noe i rutene. 4…
303	Lasse	4 ehh andre.
304	Lærer	4…
305	Lasse	Bokstaven…
306	Lærer	Ja, bokstaven…
307	Lasse	4x ehh…
308	Lærer	I andre?
309	Lasse	I andre, ja.
310	Lærer	Du, nydelig Lasse. Fantastisk! Okei. Men du vet at denne er 2x, og så vet du at denne er x. Hvor lang er den sida (hele siden i det store kvadratet)? Kristine? Vet du det? Dere fant ut hvor lang den siden var?
311	Kristne	14.
312	Lærer	Den er 14! Det vet vi i alle fall. Og så vet vi at 2x pluss x, hvor mange x har vi da?
313	Hans	3.
314	Lærer	3 x-er. Men det var litt for langt. For se, 1x går dertil, og 2x går dertil, og vi må trekke fra bittegranne. Hvor mye må vi trekke fra?
315	Lasse	En halv.
316	Lærer	Eh, eh , eh, er den bare en halv (overlappen)?
317	Lasse	Vi må ta vekk 1 da.
318	Lærer	Vi må trekke vekk 1 ja! (Skriver 3x – 1). Og så er det 14. Aha. Du har et tall, minus 1 er 14. Hvilke tall har du? Et tall, minus 1 er 14.
319	Maria	13.
320	Lærer	13 minus 1 er 12.
321	Lasse	15.
322	Lærer	15, ja! Nydelig! Aha. 15 – 1 er 14. Da spør jeg, når 3 x-er er 15, hva er x da?
323	Sofie	5.
324	Lærer	Ja! Og når vi vet at den er 5 gange 5, så er det 25, og når vi vet at den er 10 gange 10 så er det 100. Aha. Kan dere ikke gi et klapp for meg? Da er det spising.
		Observasjon dag en, time to. (*Filmingen begynner noen sekunder etter at læreren har begynt å snakke. Brede er fiktivnavnet til hjelpelæreren).*
325	Lærer	Hvis noen grupper kommer fram til ei løsning, så har jeg veldig lyst til at de skal prøve å tenke litt videre, hvordan det vil bli, det som vi kaller for *generelt*. Her er det snakk om noen sirkler. Så kommer jeg til å oppgi 1, og 4, og 9 og 16 sirkler. Men hvis det var et ukjent tall med sirkler, da kan vi gjøre sånn som May gjorde når ho valgte

		bokstaven x i stad, for et ukjent tall. Hvis vi velger et ukjent tall, hvor mange sirkler… ja, hvordan blir det da? Så det kan dere gjøre hvis dere blir fort ferdig nå. Det kan være noen blir fryktelig fort ferdig. Eller det kan være dere ikke finner ut av det i det hele tatt. Begge deler er spennende. Vi skal gjøre det helt likt denne timen, at alle gruppene skal fram og fremføre. Og nå var jeg kanskje veldig grei med dere forrige time, for jeg så det var noen av dere som var fryktelig nervøse. Men i utgangspunktet skal det være sånn at alle tre på gruppa kan klare å forklare det. Så vær litt nøye nå at ikke bare én på gruppa gjør en hel haug, og så skjønner ikke de to andre på gruppa det. Da kommer oppgaven.
326	Anne	Så gøy!
327	Lærer	Det var gøy å høre, Anne! Nå ble jeg veldig lykkelig.
328	Lasse	Er det de samme gruppene?
329	Lærer	Det er de samme gruppene, ja. 
330	Lærer	Da skal jeg forklare oppgaven. Vi skal tenke oss at vi har et kvadrat igjen, men denne gangen vet vi ikke hvor stort kvadratet er. I oppgaven har vi skrevet at kvadratet er 1. En hel. Men om det er 1, eller 196 eller 225 eller 100, det er det samme for meg. Dere kan bare bestemme noen tall, hvis dere har brukt for det, da. Så er det sånn at i det første kvadratet så har de laget en sirkel, og dere ser at sirkelen toucher borti sidene. Vi sier at det tangerer. Sirkelen er blå, og resten av kvadratet er hvitt. Det kvadratet der er like stort, men der har de rett og slett laget 4 små sirkler. Det er ikke noe overlapping mellom disse sirklene, de bare går inntil hverandre, eller tangerer. Så har vi et nytt kvadrat der. Der har de valgt 9 sirkler, og i det siste har de valgt 16 sirkler. Og dere skjønner at vi bare kunne ha fortsatt i evighet med forskjellige slags sirkler. Og så kommer dette intelligente spørsmålet: hvilket av disse 4 kvadratene inneholder mest blå farge? Og dere skjønner sikkert at jeg ikke er interessert i å ha noe tipping. Det gjør ingenting om dere sier feil, men jeg er mest interessert i å høre hvordan dere har tenkt. Så dere skal faktisk begrunne og resonnere for hvorfor den ene har mer blå farge enn den andre. Skjønte dere oppgaven? Skjønte alle oppgaven? Det er lov å spørre. Da går vi til stasjonene. Lykke til!

		(På grunn av at jeg ikke hadde myggmikrofon disse timene, valgte jeg denne timen å stå kun på én plass og filme. Jeg filmet hovedsakelig bare én gruppe, men fikk også med noe fra ei av de andre gruppene. Personen som blir omtalt som Brede i følgende transkripsjon er den ekstra læreren som er med i dobbelttimene.) (Gruppa begynner med å tegne opp). 
331	Brede	Men hva var det dere skulle finne ut med disse fire?
332	Pål	Hvilken som har mest sånn blå fargegreie inne seg.
333	Brede	Ja, og hva er det som er blått inni?
334	Pål	Sirklene.
334	Brede	Sirklene, ja. Men husker dere, hva kaller vi det blå inne?
335	Truls	Areal.
336	Brede	Arealet. Og i stad, da begynte dere å fortelle hverandre hvordan dere fant arealet av et kvadrat. Er det noen av dere som vet hvordan vi finner arealet av en sirkel?
337	Lisa	Ja, det er noe sånn… Jeg husker ikke.
338	Truls	Er det ikke radius gange radius gange pi?
339	Lisa	Jeg husker ikke om det er arealet, eller om det er omkretsen. For det er noe som er pi gange radius eller noe.
340	Lærer	Jeg vil anbefale å skrive opp de ulike forslagene dere har. Pål, har du noen forslag?
341	Pål	Nei, ikke ennå.
342	Truls	Er det pi ganger radius ganger radius?
343	Lærer	Du foreslo det. Skriv det opp som ditt forslag.
344	Truls	Skal jeg skrive pi, eller skal jeg skrive 3,14?
345	Lærer	Spør du meg, eller spør du de på gruppa?
346	Lisa	Bare skriv pi. (Truls skriver opp: «Pi * radius * radius»).
347	Lærer	Det var ditt forslag. Hva var ditt forslag, Lisa?

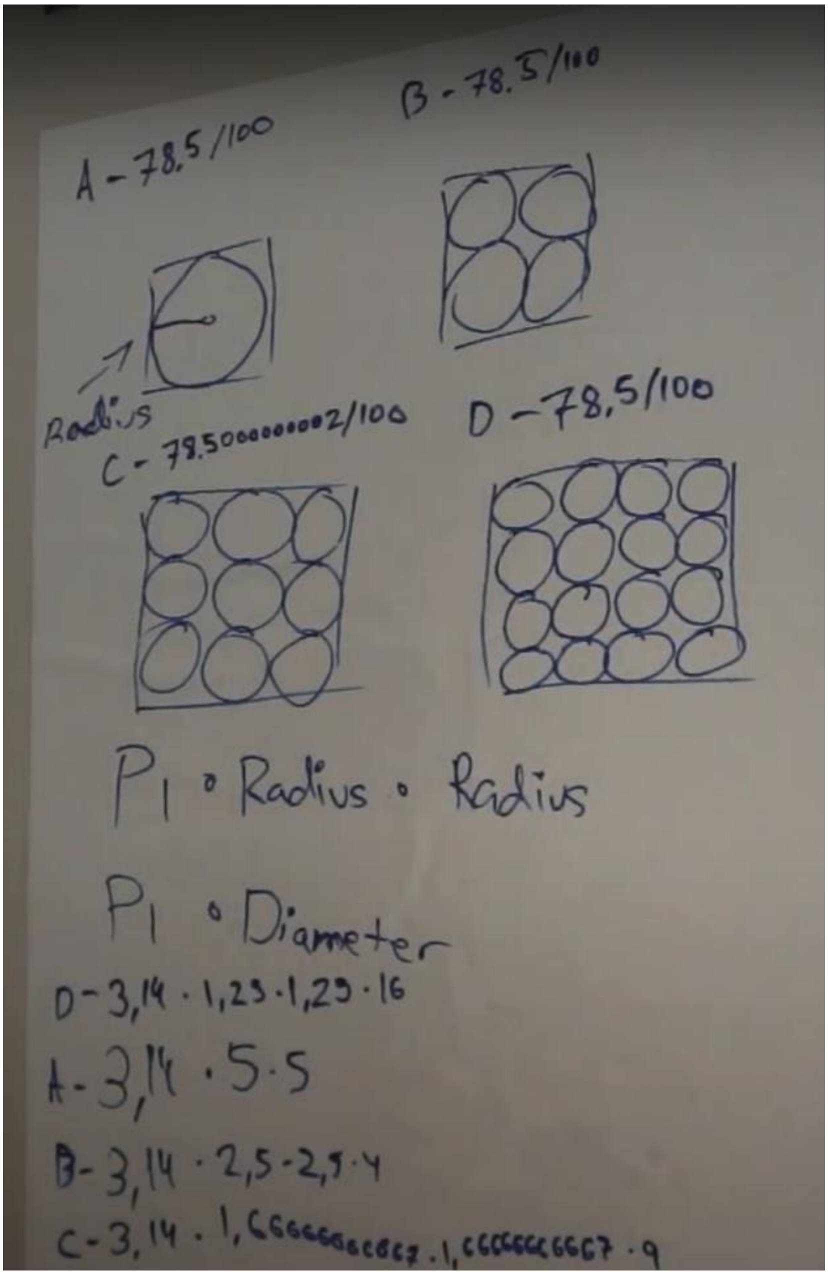
348	Lisa	Jeg vet ikke, for jeg husker ikke om det var omkrets eller areal. Det var noe sånn pi gange radius eller pi gange diameter eller noe.
349	Lærer	Pi gange diameter?
350	Lisa	Ja.
350	Truls	Diameter er over hele, er det ikke det?
352	Lisa	Jo.
353	Brede	Men når dere skriver radius, hva er det?
354	Truls	Det er det det er inn til midten.
355	Lisa	Det er, liksom, kanten og inn til midten.
356	Brede	Kan dere tegne det?
357	Truls	Er ikke pi gange radius gange radius, det samme som pi gange diameter?
358	Lisa	Jo, det er det jo. Nei, der er det ikke. Radius gange radius er ikke det samme som…
359	Truls	Radius er jo det det er inn til midten, og så gange det med to.
360	Lisa	Men det er radius pluss radius. Ikke radius gange radius.
361	Truls	Ja.
362	Lærer	Men du har en tanke om at det kan være diameter gange pi?
363	Lisa	Ja.
364	Lærer	Og så sa du at det er forskjellig fra det som han har skrevet opp?
365	Lisa	Ja. Kan vi søke på det, på Google?
366	Lære	Da må Pål søke på det, i tilfelle.
367	Lisa	Okei, Pål du søker.
368	Lærer	Men ta å skriv opp hennes forslag, og så setter dere strek over det som er feil.
369	Pål	Hva skal jeg skrive?
370	Lærer	Hvem av de to er riktig?
371	Lisa	Skriv: «Hvordan regne ut arealet av en sirkel». Hva står det? (Gruppa diskuterer litt hva formelen de får på Google betyr. Filmopptaket fanger ikke opp helt hva de sier. De kommer fram til at det er pi ganger radius ganger radius). (*Lærer går bort til gruppa ved siden av. Følgende transkribering er noe mangelfull, da kameraet plukker opp lyd fra to grupper som arbeider ved siden av hverandre.)*
372	Lærer	Hvor langt har dere kommet?
373	Lasse	Vi tror det er den store, fordi at… Vi har kommet fram til at vi er veldig sikker på at det ikke er den (kvadratet med 4 sirkler), fordi at den har så mye i midten, ikke sant? Pluss at de her er litt store (områdene som sirklene ikke dekker).
374	Preben	Det er både litt store hjørner som er hvite, og tillegg flere andre steder.
375	Lasse	Den med de minste sirklene på er vi litt usikre, og så tror vi heller ikke det er den (kvadratet med 9 sirkler inni). Så vi har kommet fram til at vi tror det er den store.
376	Lærer	Kan jeg låne en tusj? (Tegner et kvadrat). Husker dere hvordan vi regner ut arealet av et kvadrat? [Uklart hva som blir sagt] (Lærer tegner en sirkel inni kvadratet som tangerer alle sidene).
377	Lærer	Men i denne her, så er det er én ting vi vet, og det er… (tegner radiusen til sirkelen).
378	Kristine	Radius.
379	Lærer	Ja. Og det er jo fra den siden og inn til midten. Kan jeg sette en bokstav?
380	Lasse	r.

		(Lærer skriver r over radiusen). […]
381	Kristine	Kan vi ikke velge et tall selv?
382	Lærer	Jo, det kan du.
383	Kristine	Hvis vi sier at sidene i kvadratet er 10.
384	Lærer	Den er 10, fint. Supert. Hva er r, da?
385	Kristine	5.
386	Lærer	Okei. Så skal jeg spør dere: hvis jeg tar og lager en liten firkant der, hvor lang er den da? (Lærer deler kvadratet opp i 4, slik at det blir fire mindre kvadrater med sidelengde lik r).
387	Kristine	5.
388	Lærer	Og 5 gange 5 er?
389	Kristine	25.
390	Lærer	Ja. Og den?
391	Kristine	25.
392	Lærer	Mm. Og den?
393	Kristine	25.
394	Lærer	Og den?
395	Kristine	25. Det blir 100.
396	Lærer	Det blir 100. Men i stedet for å skrive 5 gange 5, så kunne vi skrive bokstaven. Du valgte jo bokstaven r. Så da kan vi skrive r gange r. Så er mitt spørsmål: Hvis vi tar 5 gange 5, så får vi den (det ene av de små kvadratene, og hvor mange slike har vi?
397	Kristine	4.
398	Lærer	4, ja. Så vi har 4 ganger 5 gange 5. Eller 4 gange r^2. Men dere, jeg ser at sirkelen er litt mindre enn 4 kvadrater. 4 er litt mye.
399	Kristina	3.
400	Lærer	3! Aha. Så sirkelen er det? 

		[Sier noe utydelig]. (Videre er transkripsjonen henta fra den første gruppa).
401	Lisa	Okei, nå tar vi den da (kvadratet med 9 sirkler inni). Hvis lengden er 10… Vi kan ikke dele det på 3.
402	Brede	Dere har lov til å bruke kalkulator hvis dere synes det er vanskelig med noen desimaltall. Men da må dere finne ut hva dere skal dele med.
403	Lisa	Bare ta 10 delt på 3. Pål, 10 delt på 3.
404	Pål	3,3333.
405	Lisa	Og så det delt på 2.
406	Truls	1,6666667.
407	Lisa	Så tar du det gange det, gange det to ganger liksom. Bare gang… gange 2.
408	Truls	Gange 2.
409	Pål	Gange 2?
410	Lisa	Ja. Og så ganger du det med 3,14. (.) Og så ganger du det med 9.
411	Truls	94,2.
412	Brede	Men kan jeg spørre dere, er dere helt sikre på at dere tok der riktige regnestykket nå?
413	Gruppa	Nei (ler litt).
414	Brede	Hvis dere ser der, so tok dere det kjempelange desimaltallet og så ganget dere det med 2. Men stemmer det med formelen dere har skrevet? Har dere radius gange 2 i formelen?
415	Lisa	Nei, gjør det bare på nytt da.
416	Truls	Pi gange radius gange radius.
417	Pål	Jeg tok 1,6…
418	Truls	Så da må du ta radiusen av den sirkelen…
419	Lisa	Men siden det er jo 10 her, så da må vi dele på tre.
420	Brede	Dere hadde kommet fram til helt riktig radius. Men hva var det dere da gjorde når dere skulle finne arealet til én av de 9 sirklene? Hvilket stykke ga dere til Pål da?
421	Truls	Gange 2.
422	Brede	Dere tok gange 2! Men stemmer det med formelen dere har sagt? Hvis dere ser på formelen dere har skrevet…
423	Lisa	Nei, det skal gange seg med hele seg selv.
424	Brede	Det skal ganges med det samme tallet!
425	Lisa	Ja.
426	Brede	Så det lange tallet skal ganges med det lange tallet, ikke med 2! Er dere med?
427	Lisa	Okei, greit. Skriv… Men hva var det det lange tallet var?
428	Brede	1,66667.
429	Truls	Skal vi bare skrive det opp? (Lærer avbryter og gir beskjed om at noen fra hver gruppe skal gå bort til en annen gruppe og se hvordan de har gått fram.) (*Mye stemmer gjør det vanskelig å transkribere det som blir sagt ved de ulike gruppene når de besøker hverandre. Læreren har også en anonym rolle i disse diskusjonene, det er kun elvene som er aktive og snakker*.)

		(Gruppa fortsetter der de slapp).
430	Lisa	Og så gange 3,14. Og så ganger du det med 9.
431	Truls	Oi.
432	Pål	Det blir jo heilt det samme!
433	Lisa	Det er bittelitt mer.
434	Pål	0,000000005. Men det kan være jeg én for mye 6er da.
435	Truls	Du gjorde ikke det.
436	Lisa	Hvor mange…?
437	Truls	Det er 5… 78,5000000005.
438	Lisa	Hvor mange nuller er det?
439	Truls	8.
440	Lisa	Sånn. (Skriver svaret opp over figuren).
441	Brede	Men Lisa, kan du også få fram hvordan dere kom fram til det, for det har du vist på de to første.
442	Lisa	Ja, de to?
443	Brede	Ja. Kan du vise under hvordan dere kom fram til det på den tredje?
444	Lisa	Ja, men det var veldig langt tall da.
445	Brede	Ja. Men kan du skrive det, så har dere det med?
		(Lisa skriver det opp).
446	Lisa	Okei…
447	Brede	Ja, og så sa du noe vi måtte gjøre til slutt.
448	Lisa	Ja, og så må du gange det med 9.
449	Brede	Skal du bare skrive på det også?
450	Truls	Men du må gange det med pi først.
451	Lisa	Det har jeg gjort.
452	Truls	Ja, okei, greit.
453	Lisa	Gange 9.
454	Brede	Og så ta gjerne å skriv på hva dere ganget de over med.
455	Lisa	4. Og den var jo bare 1.
456	Brede	Og så har dere én igjen.
457	Lisa	Okei, den siste. Da må vi dele 10 på 4.
458	Truls	10 på 4, hvorfor det?
459	Lisa	Fordi det er 4 sirkler. Hvis vi deler 10 på 4 så finner vi ut hva én er. Og så deler vi det på to igjen, så får vi radiusen.
460	Truls	10, delt på 4, delt på 2?
461	Lisa	Ja.
462	Truls	Hvorfor skal vi dele på 2 igjen?
463	Lisa	Fordi da får du jo radiusen av en. Nå har vi funnet ut av hva diameteren er, nå skal vi finne radiusen.
464	Lærer	(Til hele klassen): Dere, nå må dere sørge for at alle tre på gruppa klarer å legge fram det gruppa har. Ingen må ikke si til meg at ikke dere klarer det.
465	Lisa	[…] Og så må du gange 1,25 gange 1,25 gange pi.
466	Truls	Skjønner du Pål?
467	Pål	Det går litt fort i svingene her syns jeg.
468	Truls	Ja, det syns jeg også. Men du skjønner det?
469	Pål	Nei, egentlig ikke. Jeg får bare improvisere.

470	Truls	Nei, nå trykket jeg feil.
471	Lisa	Det går bra, jeg har skrevet det opp. 3,14 gange 1,25 gange 1,25 gange 16.
472	Truls	Okei. (Taster inn på kalkulatoren). 78,5. Alle er helt like! Det er bare den ene som er litt større, er det ikke det?
473	Lisa	Jo.
474	Pål	Hva vil det si da?
475	Truls	Det var nesten det jeg tippa.
476	Lisa	Ja, det var veldig like.
477	På	Ja, hva vil det si da?
478	Lisa	At den er størst.
479	Pål	Så den har mest blå?
480	Lisa	Den har størst blå areal.
481	Pål	Åja, jeg skjønte svaret.
482	Truls	Med sånn hundre milliondel desimal.



		(Gruppene skal fremføre sine løsninger for klassen).
484	Lærer	Dere! Nå er det veldig viktig at dere følger godt med på de andre gruppene, for Brede sa til meg noe som er litt spennende, og det er at dere har løst det så veldig ulikt. Nå kan dere få noen idéer av de andre, og så skal jeg stille dere et spørsmål om det etterpå, men jeg sier ikke hvilket spørsmål jeg skal stille. Lytt godt, og prøv å forstå det de forklarer. Værsågod.
485	Maria	Vi startet med å tenke at firkanten var 10 gange 10, sånn at det på en måte er delt inn i 100 ruter. Så fant vi ut at siden halvparten av 10 er 5, og sirkelen gikk helt ut til kanten, så er radiusen av sirkelen 5. Så da tok vi radius ganga radius gange pi, som er 78,539…
486	Lærer	Kan du stoppe der? Hvorfor tok du fem gange fem gange pi?
487	Maria	Fordi da er det radius gange radius gange pi, som er arealet av en sirkel.
488	Anne	Fordi pi er en magisk tall.
489	Lærer	Kan du forklare for klassen hva pi er? Du sa det er et magisk tall, og hvilket tall er det?
490	Anne	3,14.
491	Lærer	Ja, 3,14. Hvorfor ganger ikke du 5 gange 5… Se. Og Kristine, nå får dere ikke lov til å si noe. Hvis du tar 5 gange 5, hvilken firkant får du da?
492	Maria	En firedel.
493	Lærer	Vis den. Ta tusjen. Vis den dere 5 gange 5. Kristine, nå må du følge med, for nå er de inne på akkurat det dere fant ut av. (Anne tegner et 5 gange 5 kvadrat inne det store 10 gange 10 kvadratet).
494	Anne	Sånn. Nå er den 5 ganger 5.
495	Lærer	Da får dere den, ta å merk den med rød. Maria, hvor mange er det av de dere små firkantene inni?
496	Maria	4.
497	Lærer	Jaha. 5 gange 5 gange 4?
498	Maria	Ja.
499	Sofie	Det blir feil, for da får du hele firkanten.
500	Lærer	Da får du hele firkanten. Kristine, hva var det dere tippa på?
501	Kristine	3.
502	Lærer	Hvorfor tipper du 3?
503	Kristine	Fordi… Fordi vi gjetta det.
504	Lasse	Én mindre enn 4.
505	Lærer	Det er en mindre enn 4, ja. Men hvorfor valgte dere 3 i stedet for 4?
506	Lasse	Fordi det mangler jo litt.
507	Lærer	Lasse, det er knall! Det mangler litt! Og hva er det som mangler?
508	Lasse	Litt av firkanten.
509	Lærer	Ja! Skal jeg vise det du sier nå?
510	Lasse	Ja.
511	Lærer	Se på Lasse. Han sier det mangler litt der og litt der og litt der og litt der. Så det er ikke 4 gange 25, men det er 3 gange 25. Men, det var ikke 3. Kristine og de tippa på 3, og det syns jeg var knallgodt tippa. Og skal jeg si dere en ting? I gammel tid, før de

		visste så mye om matematikk, så brukte de pi som 3. Og i Bibelen, når de skulle bygge Salomos tempel, så står tallet 3, for de var ikke kommet lenger i utvikling. De visste at det var et magisk tall, men de trodde at det var 3. Og så har vi senere, med mye matematikk funnet ut at det er 3,14 osv... Og jeg har hatt elever som har kunnet huske de neste 100 sifrene, men da må de synge dem for meg. Så noen har pugget alle sifrene etterpå, for det er uendelig mange siffer.
512	Lasse	Vi satt litt fast i Salomos tempel.
513	Lærer	Dere satt litt fast i Salomos tempel, det er helt riktig (ler). Men det var så bra det dere fant ut, at dere tippa det var 3. Og sånn du forklarte det Lasse, det er fantastisk, at det mangler litt i hjørnene! Fint! Da skal vi gå videre. Beklager forstyrrelsen. Dere valgte 5 gange 5 gange pi, fortsett!
514	Maria	Mm. Da ble det 78,539, og det var da arealet eller overflaten av den første sirkelen. Og så for å finne radiusen av sirklene i den andre firkanten, tok vi bare halvparten av radiusen til den første. Så da tok vi 2,5 gange 2,5 gange pi, som ble 19,634. Da måtte vi ta det gange 4, fordi det er 4 rundinger i firkanten. Og det ble det samme som på den første. Og så gjorde vi på en måte det samme, vi tok 5, som var radiusen i den første, delt på 3, for å finne radiusen på en av disse. Det ble 1,667.
515	Lærer	Okei, vi stopper der. Hva ble konklusjonen deres?
516	Maria	Alle er like.
517	Lærer	Okei. Tusen takk, da må vi gi en klapp! Nydelig. Da er jeg veldig spent på om noen har tenkt noe annet. Hva har dere tenkt? Kom ned! (Ny gruppe skal presentere).
518	Lærer	Da er jeg spent på om dere har tenkt annerledes.
519	Lisa	Vi har egentlig tenkt likt, men vi har fått forskjellig svar fordi vi brukte ikke pi, vi tok bare 3,14, og det er jo ikke hele pi.
520	Lærer	Aha!
521	Lisa	Så på vår ble den ene større.
522	Lærer	Okei, vær så god. Pål, har du lyst? Du forklarer det du klarer.
523	Pål	Det gikk litt sånn fort i svingene…
524	Lærer	Ja, ja, men det er veldig bra hvis du prøver. Imponert hvis du prøver. (Pål klør seg litt i hodet).
525	Lærer	Hva har du gjort på den første? Hvis du ser på den første figuren. Kan du fortelle meg hvor stor den er? De har skrevet 10 ser jeg der.
526	Pål	Ja.
527	Lærer	Forklar, hvorfor har dere skrevet 10?
528	Pål	Det var noe nytt som kom opp i stad, skjønner du, nå vi satt der henne.
529	Truls	Det var et tall vi bare tok.
530	Lærere	Ja, men det er fint det. Og hva er det som er 10? Det er derfor jeg spør.
531	Pål	Jeg tror det er så mye som… lengde og bredde.
532	Lærer	Ja, flott! Fantastisk! Lengden og bredden. Og så ser jeg dere har skrevet ordet radius der. Hva er det som er radius? (Pål peker på radiusen de har tegnet inn i sirkelen i den første figuren).
533	Lærer	Det ja. Vet du hvor lang radiusen er der, når den lange siden er 10? (Pål peker nølende på arealet).

534	Lærer	Det er i alle fall arealet. Men hva er radiusen? Det jeg spør deg om Pål, når den er 10, vet du hvor lang den er?
535	Pål	5.
536	Lærer	5 ja, flott. Okei. Og der står det et tall, 78,5 delt på 100, og så står det en A foran. Hva er det?
537	Pål	Ja, nå gir jeg opp altså.
538	Lærer	Nei, men vet du hva A står for?
539	Pål	Ja, areal.
540	Lærer	Og så står det en B der, 78,5 (over figur 2). Og så står det 78,5 og 78,5 (over figur 3 og 4). Hva har dere funnet ut?
541	Pål	At den er litt større enn de andre (peker på figur 3, hvor de har skrevet 78,5000000002).
542	Lærer	At den er litt større enn de andre? Ja, dere får et 2-tall der. Men det var en her på gruppa som sa hvorfor dere fikk littegranne feil.
543	Lisa	Det er fordi vi brukte ikke pi-tegnet, vi brukte bare 3,14.
544	Lærere	Og derfor så ble det littegranne…
545	Lisa	Det ble litt feil.
546	Lærere	Men hva tror dere det er for noe med de blåfargene? De (den forrige gruppa) valgte å si at alle var like store. Hva har dere valgt å si?
547	Lisa	Vi fant jo egentlig ut at den ene var litt større, men…
548	Lærer	Men så tror du?
549	Lisa	De er kanskje like store.
550	Lærer	Du tror de er like store? De er i alle fall veldig like svar da, 78,5 på alle sammen. Det var litt spennende. Jeg tror vi sier klapp til dere. Og så skal vi se, da har vi hatt to grupper framme. Ehhh Susanne og…
551	Sofie	Vi har gjort helt likt som Maria og de.
552	Lærer	Har dere helt likt? Da bruker vi ikke tiden på det. Og dere har?
553	Mathias	Helt annerledes.
554	Lærer	Heilt annerledes? Da må dere få lov til å slippe til.
		(Ny gruppe presenterer).
556	Lærer	Vær så god, da gir vi dem ett minutt.
557	Mathias	Ja, greit. Vi tenke at alle er like store. Fordi her (figur 1) er jo det greia, og så er den her greia (figur 2) akkurat like stor, den er bare delt inn i flere deler. Du ser, du kan på en måte sette streker sånn (delt kvadratet inn i 4), en firkant med en runding inne, som er akkurat lik som den (figur 1), og så er det bare flere av de samme. Og siden det er like stor firkant totalt, så får vi det samme svaret. Og sånn er det med alle.
558	Lærer	Men du, kan jeg spørre deg om en ting? Og så skal dere få igjen friminuttet ved en annen anledning. Du, hvis det (kvadratet i figur 1) er 100%, Mathias. Hva er sirkelen da?
559	Mathias	Eeeh, jeg vet ikke.
560	Lærer	Du vet ikke, nei. Hvis du fulgte godt med på de som nettopp var oppe…
561	Hanne	78,5.
562	Lærer	78,5! Hvorfor det? Det er helt riktig.
563	Hanne	5 gange 5 gange pi.
564	Lærer	Ja, 5 gange 5 gange pi, så fikk de 78,5. Det er riktig, men den var 10 gange 10 rundt.

565	Hanne	Ja, men vi måtte finne radiusen, og det er jo inni…
566	Lærer	Ja, ja, men flott. Hvis du tar 10 gange 10, hva får du da?
567	Hanne	100.
568	Lærer	Og hvis du tar sirkelen så fikk de?
569	Hanne	De fikk 78,5.
570	Lærer	Ja! Dere, jeg har hatt noen elever tidligere som har gjort sånn at de har tatt diameter gange diameter, og så tatt 78,5%. Og da fikk de sirkelen. Og vet du hva de gjør for noe? Når de gjør det så sier læreren i videregående skole: «Dere gjør det feil, men dere får alltid riktig svar.» Og så elsker noen elever å erte lærene i videregående skole, for de vet ikke hvorfor det er 78,5%. Og Lasse, hvis du hadde tatt for eksempel ei hagle, og i hagla er det 100 skudd. Og så hadde du skutt rett inn i det dere kvadratet med 100 skudd, alle traff inne kvadratet, noen inni sirkelen og noen utenfor sirkelen. Hvor mange skudd, sånn i gjennomsnitt, tror du traff inni sirkelen da?
571	Lasse	78,5.
572	Lærer	78,5 ja! Nydelig! Og det har jeg fått noen elever av og til, ikke med hagle, men de har laget en simulering på regneark eller i Geogebra. Så har de skutt inn 100 skudd, og så teller de opp, så er det cirka 78,5 i snitt. Tusen takk for timen, jeg håper dere lærte veldig mye. Vi må gi en klapp for siste gruppe.
		Observasjon dag 2 (halv klasse) (Lærer hilser på elevene og ønsker velkommen).
573	Lærer	Jeg har planlagt 2 ting i denne timen. Vi har startet på et nytt emne om dette med geometri, altså med sånne arealer og volumer og sånne ting som det. Da har jeg veldig lyst til at vi skal bli littegrann oppjustert på Geogebra. Så hvis jeg får lov til å bruke 5 10 minutter nå i begynnelsen av timen og vise noe på Geogebra, så gjør det det samme som meg. Så er det ikke sikkert at vi får bruk for det i dag, men jeg har en oppgave på papir som i dag eventuelt også kan løse på det Geogebra, så vi ser langt vi rekker i denne timen kommer an på. (Lærer viser elevene på Geogebra hvordan de kan lage vilkårlige mangekanter, og deretter hvordan vi kan lage regulære mangekanter. Videre viser han hvordan elevene kan få frem navn på figurene. Han viser også hvordan elevene kan få Geogebra til å finne vinklene i en figur. Deretter viser han hvordan vi kan halvere vinkler i Geogebra. Så forklarer han hva en normal linje er, og hvordan vi kan få Geogebra til å lage normaler. Læreren viser så hvordan elevene kan lage sirkler i Geogebra. Både vilkårlige sirkler, og sirkler med definert radius. Så viser han hvordan vi kan måle lengde i Geogebra.)
574	Lærer	I dag skal dere få en kjempespennende oppgave av meg. Det var mann som hette Giovanni Francesco Fagnano. Han levde i Italia for trehundre år siden. Han var født i

		1715 og døde i 1797. Han var prest, men han var også matematiker. Han lurte på noe som jeg også lurer på. Han tenkte jeg, hvis det har en trekant, en hvilken som helst trekant, og så har jeg lyst til å lage en trekant inni denne trekanten. Hjørnene på trekanten et eller annet sted på sidene i den store trekanten. Og så lurte han på: hvordan kan jeg plassere den lille trekanten inni i den store trekanten. Sånn at den lille trekanten har minst mulig omkrets. Så hvis jeg nå er tar dette her så har jeg laget en trekant til dere. Så hvis du setter en prikk der og en prikk der og en prikk der så trekker du en trekant. Og så må du måle opp og så må du plusse sammen de 3 sidene for å få omkretsen. Nå får alle dere den samme trekanten, og så lurer jeg på hvem av dere som kan vinne denne konkurransen mot Giovanni, om å lage en trekant med minst mulig omkrets. Jeg kommer til å kontrollmåle, så det er ikke vits å jukse. Hvis noen lager én trekant og så vil prøve seg på én til, så har jeg kopiert opp et par til, så dere trenger ikke bruke viskelær. Den av dere som har minst mulig omkrets, den vinner. Skjønte dere oppgaven? Så da kan jeg ta først hver deres ark. Og hvis dere trenger flere, ligger det flere ark dere kan ta her, Her kan dere ta blyanter, så gidder vi ikke bruke viskelær. Det blir å kladde litt. Så bruker vi linjal. Hvem av dere klarer å lage en trekant med minst mulig omkrets inne i denne trekanten her. Bruk desimaler når dere måler, og dere kan bruker kalkulatoren på Chromebooken deres. (Her jobber elevene individuelt med oppgaven).
575	Lasse	Hva skjer hvis jeg setter en strek her, får jeg ikke da en ganske liten trekant?
576	Lærer	Ja, og så bare måler du opp. Men du må jo hen i den siden også (peker på andre siden i trekanten).
577	Mathias	Må du hen i alle sidene?
578	Lærer	Ja, en i hver.
579	Lasse	Åja, så jeg må han en i hver?
580	Lærer	Ja. Her ser du et eksempel på hvordan jeg har laget en. Men den er jo ikke størst da. Nei, minst mener jeg.
581	Lasse	Men han må være nær alle?
582	Lærer	Han må være nær alle. En prikk i hver. Men det var lurt slik du foreslo, å ha en der, en der og en der (peker på arket).
583	Lasse	Okei, en der, en der og en der.
584	Lærer	Ja, prøv det.
585	Lasse	Den ble litt lang
586	Lærer	Ja, den ble litt lang da ja.
587	Lærer	Se det. Hvorfor begynner dere sånn?
588	Lisa	Hæ?
589	Lærer	Hvorfor begynner dere sånn? Hvorfor velger du det? Blir ikke de lange?
590	Lisa	Jo, men de blir jo veldig, veldig fine.
591	Susanne	De bli jo lange uansett.
592	Lærer	Hvorfor valgte du den (peker på ark)?
593	Susanne	Fordi jeg tenkte at det var korteste veien, kanskje.

594	Lærer	Det var korteste vei, okei. Du får ta og måle dem.
595	Susanne	Jeg vet ikke om jeg heller burde gjøre det slik (viser en annen løsning).
596	Lærer	Vet du ikke om det blir større? Husk at du skulle ha minst.
597	Susanne	Nei, men jeg vet ikke, Lærer.
598	Lærer	Nei, men ta og mål dem. Spennende. Nå er Lisa på vei, klarer du det i hode du? 3, 6, 9, og så får du 12,9?
599	Lisa	Ja.
600	Lærer	(Til klassen): Javel, da har jeg første resultat: 12,9. Er det noen som har lavere enn det? Foreløpig leder du.
601	Lasse	Kan du ikke skrive det opp på tavle.
602	Lærer	Jo det kan jeg. (Skriver opp på tavlen).
603	Lasse	Lærer, kom hen litt. Hvis jeg setter en der, en der og setter den opp der sånn – er jeg nær alle kantene da?
604	Lærer	Ja, ja, ja. Det er nesten likt som Lisa har.
605	Lærer	(Til Susanne): Og du fikk 13,1?
606	Susanne	Ja.
607	Lærer	Okei, jeg skriver det ikke opp.
608	Susanne	Neida.
609	Lærer	Lisa leder.
610	Lærer	Hvor mye fikk du? 15,4?
611	Stine	Ja.
612	May	Lærer! Jeg fikk 14,3.
613	Lærer	Ja, men der er mer enn henne. Så, ja. Men hvorfor velger du sånn?
614	May	Hæ?
615	Lærer	Du har laget en trekant, helt supert. Men hvorfor velger du å lage den sånn?
616	May	Den er liten.
617	Lærere	Du tenker at det er minst omkrets?
618	May	Det er jo tydeligvis ikke minst omkrets.
619	Lærer	Nei, det er i alle fall mer enn Lisa. Men ho har faktisk laget nesten den samme som deg.
620	Lisa	Nå fikk jeg 12,5.
621	Lærer	Oi, jeg skal gå og rette det.
622	Lærer	Men du, den siste prikken. Du velger?
623	Preben	En der, en der og en der.
624	Lærer	Ja, men det er litt misforstått. Du må velge, oisann, jeg skal finne en ny blyant. Du må velge en på den siden, en på den siden og en på den siden. Se, slik som hun har gjort. Se, ho har valgt en på den siden, en på den siden, og en på den siden.
625	May	Du skal ha ett punkt på hver vegg.
626	Lærer	Ett på hver vegg.
627	Preben	Den er på den siden, den er på den siden.

628	Lærer	Ja, og da må du velge et punkt der nede.
629	Preben	Årh, søren.
630	Lærer	Jeg skal gå og finne en ny blyant til deg.
631	Lærer	Du hadde 12,5?
632	Lisa	Ja.
633	Lærer	Ja, ja, ja, ja. Jeg har mindre.
634	Lisa	Hæ, har du?
635	Lærer	Ja, jeg tror det. Det kan være jeg har glemt det. Jeg skal gå og rette det (svaret på tavlen).
636	Lasse	Nå er jeg nær alle veggene, ikke sant? Jeg har vært nær den, den og så den.
637	Lærer	Det er helt korrekt, ja.
638	Lasse	Og når jeg ganget 0,3 som er den korte, og 7,3 som er den lange.
639	Lærer	Ja? Men du må jo også ha fra den og opp til den.
640	Lasse	Den bittelille der?
641	Lærer	Ja, for du skal jo ha en trekant. Altså den skal jo være sånn: så det blir den ned til den, opp til den, og opp til den igjen.
642	Lasse	Årh, men den blir jo dritlang.
643	Lærer	Ja, den blir dritlang. Den blir over 14, gjør den ikke det?
644	Lasse	Jeg må ned på 12.
645	Lærer	Ja, 12,5 er det laveste.
646	Mathias	Jeg har også fått 12,5.
647	Lærer	Kan jeg se, hvilken fikk du 12,5 på?
648	Lisa	Den.
649	Lærer	Aha. Se dere. Ho har prøvt seg først med en sånn veldig spesiell en (holder opp ark). Ho har prøvd slik som mange av dere har gjort, med to kjempelange sider, og en veldig kort side. Men så prøvde ho den, og så fikk ho omkretsen mindre. Da var ho nede i 12,5. Hvorfor har hun det?
650	Lasse	Fordi alle sidene er like lange.
651	Lærer	Alle sidene er like lange! Prøv det. Kjempetips. Alle sidene er like lange.
652	Lærer	Hvor mye er du nede i?
653	Maria	12 komma noa. Jeg gadd ikke regne det sammen fordi det…
654	Lærer	Er litt mer enn 12,5, ja?
655	Maria	Mm.
656	Lærer	Se nå holder ho (peker på Stine) på med sånn som Lisa gjorde fra begynnelsen, med sånn to lange og en veldig kort en. Men Lisa fikk faktisk litt mindre omkrets hvis hun hadde de litt mer like Lasse har et veldig godt forslag. Hvis alle tre er like lange (viser «wow» med kroppsspråket). Men det er litt vanskelig å få til det. Er det ikke det?
657	Lasse	Jo, det er derfor det er det korteste, fordi det er vanskelig.
658	Lærer	Ja, men prøv det. Klarer du å få det veldig nærme så slår du i alle fall Lisa, hvis du prøver cirka like lange.

659	Lærer	Åssen går det med deg?
660	May	Jeg bare tenker.
661	Lærer	Ja flott, men du, det er farlig å tenke. Og vet du hvorfor? For du kan bli klok.
662	May	Da skal jeg stoppe med det.
663	Lærer	Ja. Stopp med å tenke.
664	Lærer	Har du noe forslag?
665	Preben	Jeg holder på her.
666	Lærer	Ja, fint.
667	Lærer	Se nå, nå skal Maria til på noe spennende.
668	Maria	Mhm.
669	Lærer	Så du den som Lisa fikk litt mindre Stine?
670	Stine	Hæ?
671	Lærer	Så du når ho fikk den litt mindre? Da hadde ho den litt mer… Lasse, kan prøve å lage en med litt mer… Nei, ikke, ikke, ja du må. Må bare se at ikke du bruker Geogebra.
672	Lasse	Nei jeg gjør ikke det.
673	Lærer	Nei, helt fint. For det er juks. Det er juks med Geogebra.
674	Lærer	Nå, hvor mye er du oppe i nå?
675	Mathias	Hvor mye jeg er?
676	Lærer	Ja, skal vi se. Er det denne, eller er det den?
677	Mathias	Eh, den der, den lille der, den…
678	Lærer	Skal vi se, nå må jeg måle. Ta og summer. Skal vi se. Da er den lille der 4,2, og 4,6 og 4,3. Hvor mye blir det?
679	Mathias	Det blir mer enn 12,5.
680	Lærer	Det blir mer enn 12,5. Tror du ho har jukset der henne med 12,5? Skal jeg hen å sjekke?
681	Maria	Jeg fikk 12,5.
682	Lærer	Lærer: Du har fått 12,5? Jeg må sjekke din, bare sånn at ikke du lurer meg. Det kan jo Lisa… Den er 4.
683	Maria	Ja, for jeg prøvde å se om det gikk an å få alle 4 centimeter.
684	Lærer	Ja..
685	Maria	Men det er kanskje litt mer?
686	Lærer	Jaa… Jeg vil si 4,6. Jeg skal bare se på denne da. Ja det går, 4. Det er 12,6.
687	Maria	Ja.
688	Lærer	Okei. Så har ho 12,5. Skal jeg ta og sjekkmåle ho. Det kan jo være ho… Jeg må sjekkmåle din. Den. Kan jeg låne linjalen.
689	Lisa	Mm.
690	Lærer	Ja, 3.
691	Lisa	Ja, det er det jeg har skrevet.
692	Lærer	Ja, søren heller. 4,7.
693	Lisa	Nei, 4,5.
694	Lærer	Neei.
695	Lisa	Jo.
696	Lærer	Nei, se den er jo over.

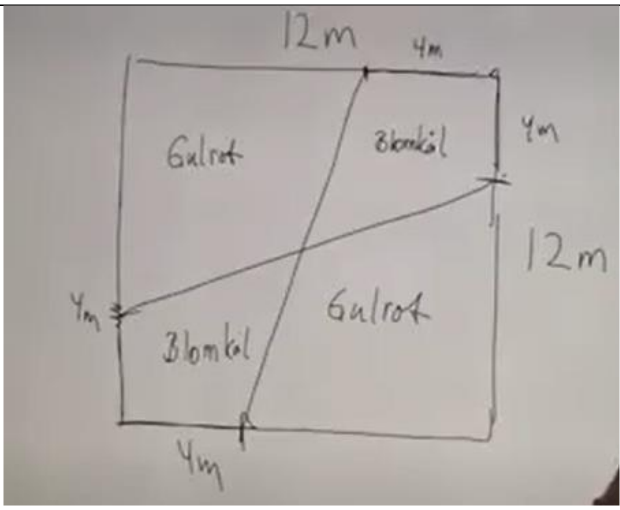
697	Lisa	Den er jo over streken (ler).
698	Lærer	Naaah, jeg godtar ikke den, i alle fall.
699	Lisa	Neivel.
700	Lærer	Og den er?
701	Lisa	Den er 5.
702	Lærer	Naah, den er vel 5,1.
703	Lisa	Nei, det er den ikke.
704	Lærer	Åâh.
705	Lisa	Den er nøyaktig.
706	Lærer	Jeg får skrive «tja». Jeg er ikke helt sikker på at den… Jeg ville sagt 12,7 jeg, men okei. Men du (Vicotria) hadde jo 12,6. Så det er nesten sånn at du slår henne. Jeg er litt i tvil jeg Maria. Og nå kom du til?
707	Maria	Eeh, 12,7.
708	Lærer	Og du (Stine), nå tenker du så det knaker. Jeg hører jo det.
709	Stine	Hæ?
710	Lærer	Nå tenker du så det knaker. Krr. Og nå syns jeg du skal jobbe videre med den er Maria, for du er veldig nærme ho… Jeg lurer faktisk på den ene der, at den er faktisk en millimeter kortere enn Lisa.
711	Lærer	Hvor langt er du (May), du tenker fortsatt?
712	May	Ja.
713	Lærer	Men du vet hva jeg sa til deg, at der er farlig å tenke, ja? Og du (Preben)! Hvor mye er du på?
714	Preben	Jeg holder på å plusse de sammen.
715	Lærer	Ja, skal vi se, jeg kan klare de. Ja. 9, 10, 11, 12, 13, 14, så det er komma 4 og så blir det 1 i minne. Det er 5, og 10 og 13 komma… Nei, det er mer.
716	Preben	Ja, hva ble svaret?
717	Lærer	Nei, det ble over 13.
718	Preben	Over 13?
719	Lærer	Mm.
720	Mathias	Jeg, bare tenker jeg.
721	Lærer	Det er farlig. Vet du hvorfor? Vet du hvorfor det er farlig å tenke?
722	Mathias	Du kan bli smart.
723	Lærer	Du kan bli smart, ja.
724	Lasse	Årh, jeg tenkte jeg hadde DEN ideen, og så fikk jeg 13,9.
725	Lisa	Lærer, nå kom jeg fram til 12, 3, men du kan få lov til å sjekke.
726	Lærer	12,3?
728	Lisa	Ja.
729	Lærer	Ai, ai, nå begynner det å nærme seg. Du nærmer deg meg. Skal vi se.
730	Lisa	Jeg er ganske sikker på at jeg er kommet nøyaktig nå.
731	Lærer	Er du enig i at det er 3,5?
732	Lisa	Ja.
733	Lærer	Er du enig i at der er 4,6?
734	Lisa	Jeg har skrevet 4,7, men da blir den jo bare kortere.
735	Lærer	Nei, jeg godtar 4,6.

736	Lisa	Okei. Men jeg har skrevet 4,7.
737	Lærer	Ja, ta 4,6.
738	Lisa	Okei, da tar jeg den ned til 6. Greit.
739	Lærer	Skal vi se, var det… 4,6. Og den er 4,6.
740	Lisa	Hva har jeg skrevet?
741	Lærer	Du har skrevet 4,1 du!
742	Lisa	Hæ, hva i alle… åja, woops.
743	Lærer	Sier jeg ikke feil? 4,6 og 4,6, det er jo 9,2, pluss 3,5.
744	Lisa	Da har jeg skrevet feil.
745	Lærer	Hvor mye blir det?
746	Lisa	Jeg vet ikke.
747	Preben	Siden ho var nærme, si svaret var 13,2 der, er det ikke bare å dele 13,2 på 3? Og så lage en trekant.
748	Lærer	Prøv. Det er bra at du kommer med noen forslag til idéer. Men prøv det ut.
749	Preben	Men så er det jo egentlig 2 delt på 3.
750	Lærer	Ja, hvor mye er det?
751	Preben	Men jeg kan bare plusse på… en kan bare være mindre enn den andre.
752	Lærer	Okei, okei.
753	Lærer	Er det irriterende Maria? (Maria nikker).
754	Lærer	Irriterende. Hvor mye kom du (Stine) til på den?
755	Stine	Mye mer enn 12.
756	Lærer	Mye mer enn 12?
757	Stine	Ja.
758	Lærer	Jaha.
759	Lærer	Kanskje du (meg selv) også skulle ha tatt en og prøvd. Har du noen idéer? Du må ikke si det til de altså. Ikke sant, de la ikke merke for eksempel at jeg viste de halvering av vinkler. De la ikke merke til det (sier det så hele klassen hører).
760	Lærer	Jeg kan gi dere et lite tips. Løsningen ligger i noe av det jeg viste dere i Geogebra.
761	Lasse	Radius.
762	Lærer	Det er mitt tips til dere. Løsningen ligger i noe av det jeg viste dere.
763	Lasse	Jeg fikk ikke med meg alt.
764	Lærer	Nei, jeg vet det, så du er… Men du er så glup at du knuser alle og klarer det likevel. Du var med helt på slutten, men det var med sirkler.
765	Lasse	Det var med radius.
766	Lærer	Det var med radius, ja. Jeg sa ikke at det ikke var med radius. Men løsningen ligger i noe av det jeg viste dere.
767	Lasse	Kan du ikke bare si at 12,5 var riktig og så…
768	Lærer	12,5? Det vet jeg faktisk ikke. Jeg husker ikke igjen hva som er minst. Kanskje jeg må finne det ut.
769	May	Jeg fikk en på 21. Jeg vet ikke helt.

770	Lærer	På 21?
771	May	Ja.
772	Lærer	Ja, den er ikke minst.
773	May	Nei, jeg tror ikke det.
774	Lærer	Men du, du som lurte på dette med deling. 2 delt på 3 og sånn.
775	Preben	Nå har jeg glemt det.
776	Lærer	Dere er så stille. Er det ingen som har under 12,5?
777	Lærer	Aha, se den smartingen (Lisa). Du, det er lurt det du gjør.
778	Lisa	Takk.
779	Lærer	Jeg tror jeg må lage en jeg også (lager en løsning selv).
780	Lisa	Lærer, kan jeg få et nytt ark?
781	Lærer	Ja, bare gå å hent.
782	Lisa	Du kan jo bare vise meg sånn på veien (smiler).
783	Lærer	Nei.
784	Lisa	Neivel.
785	Lærer	Kan jeg ta og sjekkemåle den dere 12,5, som du hadde? Hvor hadde du den?
786	Lisa	Jeg vet ikke?
787	Lærer	Var det ikke den?
788	Lisa	Det var den jeg hadde 12,5… Nei, det var den jeg hadde ja. Men det kan være der er feil altså.
789	Lærer	Ja… Så godtok jeg 3. Og så godtok jeg 5,1. Og så godtok jeg 4,6.
790	Lisa	Det blir 12,7.
791	Lærer	Mm. Jeg klarte 12,5.
792	Lærer	Du, er ikke timen slutt?
793	Preben	Jo.
794	Lærer	Ja, jeg har laget en, som er 12,5. Den ser sånn ut. Er det noen som kan se noe spesielt med den trekanten (holder opp arket sitt)? Han er veldig lik din (peker på Lisa). Kan du se noe Mathias?
795	Mathias	Jeg sa feil.
796	Lærer	Du sa feil. Er det noe spesielt med den trekanten?
797	Lisa	Hæ? Hvilken av dem er det?
798	Lærer	Begge to.
799	Lasse	Den har tre kanter.
800	Lærere	Den har tre kanter ja, fint.
801	Lasse	Han er smal.
802	Lærere	Han er smal. Er det ikke noen andre enn Lasse som har forslag, på noe dere kan se på trekanten?
803	Lasse	Han er spiss.
804	Lærer	Spiss? Ja. Kjempeflott forslag. Har det noe med halvering av vinkler å gjøre? Mathias.

805	Mathias:	Den på den siden der, er den halvparten av vinkelen til den oppe i det andre hjørnet (sitter utenfor kameraets synsvinkel, så ser ikke hvor han peker).
806	Lærer	Skal vi se? (Tegner noe på arket han holder oppe). Nå tegnet jeg en strek Mathias. Er den det (halvparten av den andre vinkelen)?
807	Mathias	Eh, ser ikke sånn ut.
808	Lærer	Ser ikke sånn ut, nei.
809	Lisa	Den andre da, motsatt.
810	Lærer	Hæ?
811	Lisa	At den som er på siden av…
812	Lærere	Hva var det annet dere lærte av meg, enn å halvere vinkler? Så lærte dere noe om sirkler, men hva var det annet dere lærte av meg. (Liten pause). Har dere glemt det?
813	Klassen	Mm
814	Lærer	Ja. Hvordan var det Lærer stod Stine? (Stiller rett opp og ned på gulvet, men hendene inntil kroppen).
815	Lisa	Åja. Normal.
816	Stine	90 grader.
817	Lærere	90 grader. Har det noe med det å gjøre.
818	Lisa	Er den der rett opp…
819	Lærer	Nå legger jeg den her. De som er interessert i nysgjerrigper får se på den. Da tar vi friminutt.
		Observasjon dag 3 (halv klasse)
		(Oppstart og velkommen til timen.)
820	Lærer	Vi skal i dag ha en tilsvarende time, som vi hadde for 14 dager siden. Dere ser jeg jeg har hengt opp tre plastikktavler. Så skal jeg velge dere ut i grupper etterpå. Så må dere følge veldig godt med. Dere skal få en oppgave. Og så må dere høre godt etter nå. Der får dere en oppgave som jeg viser på tavla her. Så lar jeg den stå på tavla, så dere kan se på den hvis det blir i tvil. Og så vil dere da bli delt inn på to og to. Og når Preben og de kommer, så tar jeg og putter de inn i to av gruppene. Så en gruppe på tre, en på tre og en på to. Og det blir litt tilfeldig hvordan jeg gjør det. Og så er det, dette er viktig. Dere kjente litt på for 14 dager siden det dere, at det kanskje ble trukket ut til å fortelle hva klassen eller gruppe hadde tenkt. Så dere to eller tre som er på gruppa, dere må hjelpe hverandre sånn at alle tre på gruppa, så jeg kan si, i dag er det Stine som skal fortelle, i dag er det Isabelle som skal fortelle. Så jeg velger ut en som skal forklare hva det har kommet frem til. Var det greit det? Så det er veldig viktig at alle på gruppa forstår det som blir sagt. At ikke det er bare sånn at, Mathias du må forklare det, for vi andre skjønner ingenting. Det var det ene. Og så tenkte jeg at jeg skulle bli litt flinkere, for det var min feil. Det var jo sånn at jeg skulle fuske litt, og så se på hverandre, og så ble det litt kaotisk. Så det jeg tenkte å gjøre i dag, er at jeg sier ett navn, som skal stå igjen på hver gruppe, og så skal dere

		andre ta og rullere. To eller tre, nei en eller to, skal gå til en annen gruppe for å fuske og se hvordan de har tenkt. Yes! Da skal jeg presentere oppgaven. Jeg presenterer en oppgave som noen har begynt å jobbe med. Jeg lurer på det de var Mathias si i gruppe? Stod du der (peker), Mathias? Så dere har begynt å jobbe med den. Men jeg har to oppgaver til i dag. Så vi begynner på den oppgaven. (Lærer tegner på tavlen)
821	Lærer	Hvis vi tenker oss at vi har et kvadrat, så lurer jeg på, husker du (Lisa), hva er et kvadrat for noe?
822	Lisa	Hva er et kvadrat?
823	Lærer	Hva er et kvadrat?
824	Lisa	Det er en firkant…
825	Lærer	Det er en firkant, og så litt til?
826	Lisa	At alle sider er like.
827	Lærer	Alle sider er like, ja. Og så er det en ting til? Det er en ting til som vi har med for at det er et kvadrat. Firkant, alle sider er like lange, og?
828	Lisa	Alle sider er 90 grader.
829	Lærer	Den 90 grader i hjørnene, ja. Det er helt rett. Og så er det sånn at den siden er 12 meter, og den siden er 12 meter. Og da kan kanskje noen av dere allerede i hodet finne ut at det arealet er 12x12, 144 kvm. Det har dere sikkert vært borte i. Dette er gartneren. Gartneren, som skal ha et firkantet stykke hjemme i haven sin, 12 meter den ene veien og 12 meter den andre veien. Og så måler han opp fra det hjørnet her fire meter. Og fra det hjørnet fire meter. Og fra det hjørnet opp der fire meter. Og fra det hjørnet hen der fire meter. Og så tar han og trekker et tau sånn. Nå var jeg ikke flink nok. Trekker et tau over sånn. Og så et tau sånn. Og så er det det at jeg liker å ha system i min hage. Så her har jeg tenkt å plante blomkål. Og så skal jeg ha gulrot her. Men den matematikeren som Lærer er, han er jo selvfølgelig kjempeinteressert i å vite hvor mange kvadratmeter med blomkål jeg har. Hele jordstykket mitt er 12x12 meter, 144 kvadratmeter. Men jeg kan ikke komme til ro før jeg får rede på hvor mange kvadratmeter med blomkål jeg har planta. Da går dere til gruppene og finner ut hvor mange kvadratmeter gartneren jeg har med blomkål. Men jeg har jo ikke funnet gruppene! Men du skal være samme Maria, visste du det? Nei. Og du skal være samme Stine. Og du skal være samme Mathias. Og dere skal gå hen der. Mathias, du skal være sammen med Susanne. Og du skal gå der. Og dere to skal gå hen der. Vær så god.

		
830	Lærer	Å, Mathias!
831	Mathias	Ja?
832	Lærer	Nå begynte jo dere litt på den, ja?
833	Mathias	Ja.
834	Lærer	Men nå er det sånn at du … Nå skal hun, like godt som du, forstå hvordan dere løser oppgaven.
835	Mathias	Men vi klarte ingenting.
836	Lærer	Nei, jeg vet dere ikke klarte noen ting. Men det kan godt være at jeg spør at May skal forklare for klassen. Så nytter ikke at du ...
837	May	Nå er det helt sikkert at du kommer til å spørre meg.
838	Lærer	Ja, jeg bare sier det sånn at ... Det nytter ikke at Mathias kan det, men ... Vær så god.
		(Lærer kommer bort til en gruppe som holder på å jobbe.)
840	Lisa	Det er jo 32. Ja, men altså, dette var en tanke. Jeg vet ikke om det er riktig.
841	Maria	Men det er hvertfall ...
842	Lisa	Der er uansett mer enn 32.
843	Maria	Ja, det er hvertfall liksom 13...
844	Lisa	Men se hvis du tar den. Så har du den, er ikke det cirka en halv sirkel? Og så er det liksom, hvis du ser der… Kjempefint.
845	Maria	Kjempefint
846	Lisa	Er ikke det cirka en halv sirkel. 16 + 16 + 16, ikke sant…
847	Lærer	Men er den… Er den lik den? Altså det er jo en som går opp her.
848	Lisa	Ja
849	Lærer	En slags normal. Han går jo opp 90 grader, ikke sant?
850	Lisa	Ja.
851	Lærer	Men er den normal (peker på en annen linje)?
852	(Lisa og Maria i kor)	Nei.
853	Lisa	Det er jo cirka.
854	Lærer	Ja, jeg skal det helt nøyaktig.
855	Maria	Helt nøyaktig, ja?
856	Lærer	Ja. Eventuelt med komma, hvis det er nødvendig.

857	Maria	Men hvordan kan vi ...
858	Lisa	Jeg skjønner ikke hvordan vi kan regne det ut.
859	Lærer	Nei…
860	Maria	Det er sikkert noe med vinklene.
861	Lærer	Er det noe dere vet om areal?
862	Maria	Det er side gange side.
863	Lærer	Så har dere funnet ut arealet den store?
864	Maria	Ja, det har vi.
865	Lærer	Hvordan fant dere det det ut?
866	Maria	12 gange 12.
867	Lisa	Du sa det.
868	Lærer	Ja, jeg sa 12 gange 12. Men hvorfor sa jeg 12x12?
869	Lisa	Det er det der.
870	Maria	Fordi det er side gange side.
871	Lærer	Men skal du gjøre det alltid?
872	Lisa	Hæ? Ja, hvis det er et kvadrat.
873	Lærer	Hvis det er et kvadrat, ja. Hvis ikke det er kvadrat, hva må du gjøre da?
874	Lisa	Da må du gjøre noe annet. Det kommer an på åssen form det er.
875	Lærer	Ja, vet dere noe mer? Vet dere om noen andre ting enn kvadrat?
876	Maria	Trekant.
877	Lærer	Ja, trekant. Hva gjør du da?
878	Lisa	Det er... Eh, area… Nei, side gange side… Det er delt på to.
879	Lærer	Side… Kan du vise det? Hvis jeg tegner en trekant. For eksempel en trekant som er sånn. Hvordan regner du det arealet den?
880	Lisa	Du ganger denne siden… Men det er bare hvis det er like sider da.
881	Lærer	Nei, det er ikke like sider. Det kan du ikke vite her.
882	Lisa	Hvis det er den siden…
883	Lærer	Men Maria må jo være med deg nå.
884	Maria	Jeg er med.
885	Lærer	Hvordan regner du det arealet den trekanten?
886	Maria	Jeg vet ikke. Jeg vet bare med runding.
887	Lisa	Det er den siden. Fordi her er det 90 grader, ikke sant?
888	Lærer	Ok, nei det er tilfeldig. Det kan være 91,7. Sa du (Maria) at du visste med runding?
889	Maria	Ja.
890	Lærer	Da streker vi opp det (tegner en sirkel).
891	Maria	Men jeg må ha kalkulator da.
892	Lærer	Nei, du får ikke lov til å ha kalkulator. Hvordan finner du det arealet en sirkel?
893	Maria	Det er, da tar du radiusen
894	Lærer	Mhm.
895	Maria	Og hva er radiusen?
896	Lærer	Det vet vi ikke. Men du kan kalle det for «r». (Maria skriver «x»).
897	Lærer	x, ja.
898	Maria	x gange pi… er lik R,
899	Lisa	Nei, det er x gange x, gange pi.

900	Maria	Det er sant. Jeg glemte det.
901	Lærer	Og «R», hva betyr det?
902	Maria	Radius.
903	Lisa	Nei, ikke sånn. Det er med radius gange radius er lik areal.
904	Maria	Ja, årh, jeg klarer ikke å snakke.
905	Lærer	Er lik areal?
906	Maria	Ja.
907	Lærer	Okay:
908	Maria	Det var det jeg mente.
909	Lærer	Ja, det skjønner jeg.
910	Lærer	Men hva er areal av den (peker på trekanten)?
911	Maria	Det vet jeg ikke. Jeg har aldri…
912	Lisa	Du sa det sist gang.
913	Lærer	Men hvis det gjør den litt enklere? Hvis det gjør den litt enklere.
914	Lisa	Ja, da er det..
915	Maria	Da kan Lisa gjøre det.
916	Lisa	Da er det den siden.
917	Lærer	Bare kall den for noe?
918	Lisa	Javel, «x». x gange x delt 2.
919	Lærer	Er den like lang som den (peker på motsatt katet)?
920	Maria	Nei…
921	Lærer	Da kan ikke du kalle den «x» og den «x». De må jo være forskjellige ...
922	Lisa	Det er «r» da.
923	Lærer	«r», ja.
924	Lisa	x gange r delt 2.
925	Lærer	Skriv det opp. (Lisa skriver x * r / 2).
926	Lærer	Det er den (peker på trekanten)?
927	Lisa	Ja.
928	Lærer	Mhm. Du må sette pil opp, så jeg vet det. Og så er det den som er der (setter pil fra formel for sirkel til sirkelen). Og så er det den som er der (setter pil fra formelen for kvadrat tik kvadratet). Men hva er den (peker på den første «vanskelige» trekanten)? Dere må diskutere litt. Hvordan kan jeg finne ut den?
929	Maria	Men hvordan kan vi finne ut en som ... Hvordan kan vi finne ut arealet av en sånnen her (tegner en drage)?
930	Lærer	Ja…
931	Lisa	En drage.
932	Lærer	Jeg skal prøve å sette noen hjelpestreker. Hvis dette hadde vært et rektangel ...
933	Maria	Det er en halv frikant.
934	Lærer	Hvis det hadde vært et rektangel…
935	Lisa	Ja, det var det vi gjorde. Den gange den delt på to.
936	Lærer	Ja, kan dere tenke noe sånn der (peker på vanskelig trekant)?
937	Lisa	Ja, hvis en av siden hadde vært 90 grader.
938	Lærer	Kan dere lage en av sidene 90 grader?
939	Lisa	Ja, men vi vet ikke hvor lange de er.

940	Lærer	Nei?
941	Lisa	Skal vi liksom bare sette en strek der (tegner en strek fra grunnlinjen opp til toppunktet i trekanten).
942	Maria	Vi vet hvor lang den er?
943	Lærer	Aha. Skriv 90 grader og sett et sånn tegn.
944	Maria	Det var ganske smart.
945	Lærer	Hva gjør du nå for noe?
946	Maria	Da tar du…
947	Lisa	Delt på to. Ja, se den. Se hvis du har den gange og den gange den, delt på to. Og den gange og den gange delt på to. Og så plusse de to sammen.
948	Lærer	Jeg tror du må sette på noen bokstaver eller noen merker.
949	Lisa	Denne linje her…
950	Lærer	Så kommer jeg tilbake til dere.
951	Lisa	Ja, men kan jeg kalle den der for…
952	Mathias	Lærer, hvordan finner du arealet av en trekant.
953	Lærer	Jeg kommer bort til deg.
954	Lærer	Ja, du, hvordan har dere kommet frem til det (at arealet av hele kvadratet er 144kvm), kan jeg spørre om det først?
955	Mathias	12 ganger 12. Er 144.
956	Lærer	Hvis jeg låner din tusj. Hvis Jeg har altså et kvadrat, som er 12 der og 12 der. Hva gjør du for noe da?
957	May	Hæ?
958	Lærer	Ja, hvordan finner du arealet av det kvadratet der?
959	May	12 ganger 12.
960	Lærere	Ja, flott. Men hvis du hadde hatt for eksempel en trekant (deler rektangelet i to, fra hjørnet til hjørnet). Jeg skal ta å tegne den her også (tegner trekanten ved siden av). Som er 12 der og 12 der.
961	May	Så må du dele det på to.
962	Lærer	Aha. Du ta altså den gange den…
963	Mathias	Det er en trekant, men den har ikke 90 grader, den er litt annerledes (peker på en trekant fra hovedfiguren).
964	Lærer	Men, okei. Hvis vi har en sånn trekant, som er litt tilfeldig. Kan du gjøre det samme der?
965	May	Du lager en firkant ut fra den.
966	Lærer	Du, gjør det. Hun er kjempegod. Ta den med blå farge. Gjør det du sa nå. Så må Mathias følge med på henne. (May lager en firkant ut fra trekanten.) 

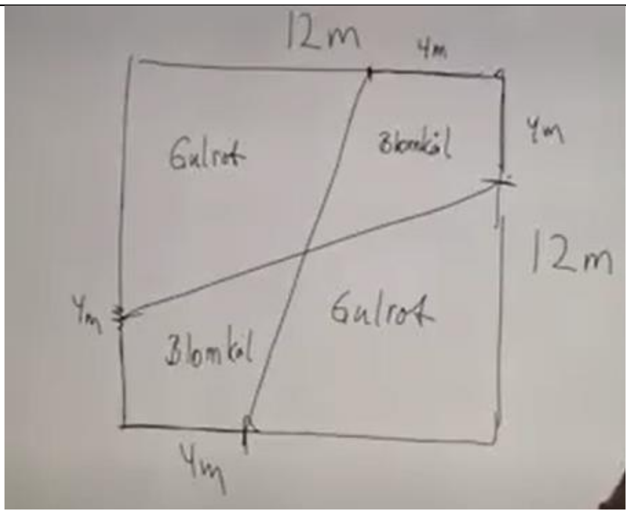
967	Lærer	Aha.
968	May	Og så den (peker på blå linje) gange den (peker på rød linje), og så del 2.
969	Lærer	Ja. Kan jeg få lov til å tegne en vanskeligere trekant? For det var jo en god idé du hadde der. For dette er jo også en trekant. Da er det litt vanskeligere å gjøre det du sa. [Blir sagt noe utydelig] (Mathias tegner) 
970	Lærer	Men er de 90 grader (peker på hjørnene)?
971	Mathias	Nei, hun sa at da må du bare ta...
972	May	Men du kan bare lagde den til en firkant hvis du…
973	Mathias	Ta den delen der (peker på rød del) og setter den over der (peker på blå del). Det sa ho.
974	Lærer	Sånn ja…
975	May	Nei, det er ikke høyde. På muntlig så gjorde du sånn lærer. Og så gjorde du sånn. Og så tok du den, og så satte du den over her. Og så tok du den sånn.
976	Lærer	Mhm.
977	May	Men på den der (peker på vanskelig trekant). Sånn, og sånn, og sånn. Så kan du bare... Sånn, sånn, sånn, sånn, og sånn. Og så har du... En firkant (tegner en utydelig liten tegning).
978	Lærer	Ja… Okei…
979	Mathias	Kan jeg bruke kalkulator?
980	Lærer	Nei. I utgangspunktet ikke, for det er så lett, disse tallene. 12x12, 144, og det er det vanskeligste gangestykket. Hvis jeg hjelper dere litt. Hvis jeg satte en sånn strek her.
981	Mathias	Ja.
982	Lærer	Og tok vekk det. Jeg skal ta vekk det ho har tegnet der (fjerner blå noen streker May tegnet på trekanten for å gjøre den om til et kvadrat).
983	Lærer	Okei. Her har jeg jo en rett vinkel nå, har jeg ikke det (høyden i trekanten, hjelpelinje fra grunnlinje til høydepunkt)? En som er 90 grader. Vet du hvordan jeg skal regne ut arealet der?
984	Mathias	Ja, bare gange den med to (peker på den ene halvdelen av trekanten). Og bare sette den, liksom, gjøre den ferdig (flytte den ene halvparten over til andre siden slik at det blir et rektangel).
985	Lærer	Gjør den ferdig.
986	Mathias	Ja.
987	Lærer	Hvordan finner du arealet av den?
988	May	Hæ?

989	Lærer	Hvordan finner du arealet av den?
990	Mathias	Halve den (peker på trekant).
991	Lærer	Ja, bare si litt sånn. Skal vi kalle den siden for A, og den for B (sidene i rektangelet)? Den siden oppe der er B.
992	Mathias	Ja, men da må du kalle hele den siden der for A, da (Hele grunnlinjen). Skal du ikke det?
993	Lærer	Nei vi kan kalle den for C (andre halvdel av grunnlinjen), og den for D (høyde motsatt side).
994	Mathias	Men den kan være, ja. Den kan jo bare være B på samme (D-linjen).
995	Lærer	Den kan være B, ja. Det var rett det.
996	Mathias	Ja. Så, da kan vi ta A ganger B.
997	Lære	Mm.
998	Matias	Og der er arealet av hele.
999	Lærer	Da finner du hele den (rektangelet Mathias tenkte på)?
1000	Mathias	Ja.
1001	Lærer	Ja? Hvordan finner du halve den?
1002	Mathias	Det er jo delt på to.
1003	Lærer	Aha. Så kan du finne ut den som er der (andre halvdel av trekant), May?
1004	May	Det er jo bare den samme.
1005	Lærer	Er det det ja?
1006	Mathias	Ja.
1007	May	Hæ?
1008	Lærer	Ja, hvis A og C er like lange?
1009	Mathias	Ja, det er jo det hvis den er 90 (høyden fra grunnlinje til toppunkt).
1010	May	Jeg skjønner ikke, det er jo det samme på begge sider. Det er jo en firkant.
1011	Lærer	Men hvis vi gjorde sånn som han sa, at vi kaller hele den for A (hele grunnlinjen)? Hvordan kan vi klare det da?
1012	Mathias	A delt på to.
1013	Lærer	A delt på to?
1014	Mathias	(Nikker). Gange…
1015	Lærer	Hvis jeg setter inn noen tall her. Hvis den var 4 (grunnlinje) og den var 3 (høyde). Hvordan finner vi arealet av trekanten da?
1016	Mathias	To ganger tre.
1017	Lærer	To ganger tre? Du må si litt, hvorfor sier du to?
1018	Mathias	Fordi hvis den siden der er lik som den (katetene i trekanten), av den trekanten. Det er jo en trekant der, en trekant der, og en trekant der. Hvis de er like, så er det egentlig bare å sette den på den.
1019	Lærer	Men hvis ikke de er like?
1020	Mathias	Da kan vi ikke gjøre det på den måten.
1021	Lærer	Men hvis du vet at den er 4 centimeter.
1022	Mathias	Ja?
1023	Lærer	Skal vi koble inn May litt nå? May, her har jeg tegnet et rektangel. Så den er 4 og den er 3. Ved du også når arealet er et rektangel som er... Altså jeg skal ta og tegne det her for så blir det litt tydeligere (tegner et rektangel med lengde 3 og 4). Den siden er 4 og den er 3.
1024	May	12.

1025	Lærer	Hva gjorde du nå?
1026	May	4 delt på 2 er 2, 2 over 3 er 6 (peker på den første tegningen).
1027	Lærer	Men se på det (nye rektangelet).
1028	May	Ja?
1029	Lærer	Hva gjorde du med det?
1030	May	Delte den på midten, 2 på hver side, 2 ganger 3 er 6. 6 ganger 2 er 12.
1031	Lærer	Ikke tenk på den dere (opprinnelig rektangel rundt trekanten), bare se på den.
1032	May	Ja, men det er jo det jeg har gjort?
1033	Mathias	Hva er arealet av selve i rektangelet?
1034	Lærer	Hva er arealet?
1035	May	4 ganger 3.
1036	Lærer	Ja, flott. Og hvis jeg for eksempel la en trekant inni her (tegner en diagonal).
1037	May	Da er det halvparten.
1038	Lærer	Så er det halvparten. Men hvis dere la en trekant inni der (tegner en trekant med toppunkt en tilfeldig sted på rektangelet). Eller inni der. 
1039	Lærer	Er den delt på 2 hele veien der også? Er det 4 ganger 3 delt på 2?
1040	May	Hæ? Hvilken trekant er det du…
1041	Lærer	Ja, nå har jeg tegnet masse forslag på trekanter.
1042	May	Ja, men er det mange, så hva er det jeg skal regne ut da?
1043	Lærer	Regne ut arealet av trekantene?
1044	May	Da er jo den også 6 da.
1045	Lærer	Er alle 6? Eller er de forskjellige? Er den trekanten forskjellig fra den trekanten, forskjellig fra den trekanten? Hva tenker du? Nå ser du alle disse rare trekantene. Er de 6 alle sammen?
1046	Mathias	Nei.
1047	Lærer	Nei…
1048	Mathias	Tipper ikke det? Men jeg vet ikke.
1049	May	Men du viste oss sånne parallelle linjer…
1050	Lærer	Du, hør på henne nå! Hør på henne nå. Og så stikker jeg. Nå sier du det, May! (Lærer går bort til ny gruppe).
1051	Lærer	Hvordan kom dere fram til det?
1052	Stine	Spør ho.
1053	Lærer	Nei, sånn skal vi ikke ha det. Du skal forklare hvordan dere kom fram til det.
1054	Stine	Det var sånn at vi tok den gange den, ikke sant.
1055	Lærer	Mm.
1056	Stine	Og så fant vi ut at det var 16. Og så tenkte vi bare at det var en til sånn.
1057	Susanne	Nei, det gjorde vi ikke.
1058	Lærer	Er dere uenige?
1059	Stine	Nei, vi fant ut at siden det er halvparten av 12 så er det 16. Nei, 6 mente jeg.
1060	Lærer	Hvor er 6?

1061	Stine	Halvparten av 12 er 6.
1062	Lærer	Ja, det er det jeg er enig i. Hvor er…
1063	Stine	Da fant vi ut at… Da må det være to, siden det er fire. For å liksom komme til halvparten.
1064	Lærer	Ja…
1065	Susanne	Der som de krysser er halvparten.
1066	Lærer	Da må jeg låne din tusj. Det jeg lurte på. Den er fire der. Og så er han fire der (tegner et kvadrat). Og så sier dere at den er 16. Og så kikker dere på den som går litt på skrå nedover, sånn. Og så sier dere at den må være 6?
1067	Stine	Ja.
1068	Lærer	Ja… Kan jeg spørre dere om det punktet som er der? Hvis dere tenker ned der. Og der. Hvor langt er det ned til det punktet der (tegner noe som ikke kameraet ser)?
1069	Stine	6.
1070	Lærer	Ok. Så det dere sier er at den er 6. Og så går dere ut fire her. Og så sier dere at det er en skrå ned der. Og så er det 6. Ok, nei det er kanskje ikke 6.
1071	Stine	Nei.
1072	Susanne	Det er 7.
1073	Stine	Du tror det er 7?
1074	Lærer	Jeg vet det (ler).
1075	Stine	Hva er navnet på denne formen?
1076	Susanne	Ja, det kalles et trapes.
1077	Lærer	Ok, men er ikke det ... Jeg vet ikke hvordan jeg skal forklare...
1078	Susanne	Vet dere hvordan du finner arealet til et trapes?
1079	Lærer	Nei.
1080	Susanne	Altså, vet du hvor lang den er?
1081	Lærer	Ja.
1082	Susanne	Hvor lang er den?
1083	Lærer	Nei, jeg vet ikke.
1084	Susanne	Er det ikke ...
1085	Lærer	Eeh, 6?
1086	Susanne	Jaha. Så den er ikke 6. Men du vet dette?
1087	Lærer	Mm.
1088	Susanne	Aha.
1089	Lærer	
		(Lærer forteller noen elever at de skal gå bort å se hvordan andre grupper har gjort. Elevene går rundt og snakker med hverandre, og ser hvordan de ulike har tenkt.)
1090	Lisa	Lærer, kan du komme litt? Jeg har egentlig bare et spørsmål.
1091	Lærer	Ja.
1092	Lisa	For hvis det er riktig, så tror jeg vi er kommet fram til svaret. Men hvis det er feil, så har vi funnet feil svar.
1093	Lærer	Ja…
1094	Lisa	Hvis vi setter en strek over et kvadrat, sånn, hvor lang er den (hypotenusen i en rettvinklet likebeint trekant hvor to av sidene er 4)?
1095	Lærer	Ja… Så spennende.

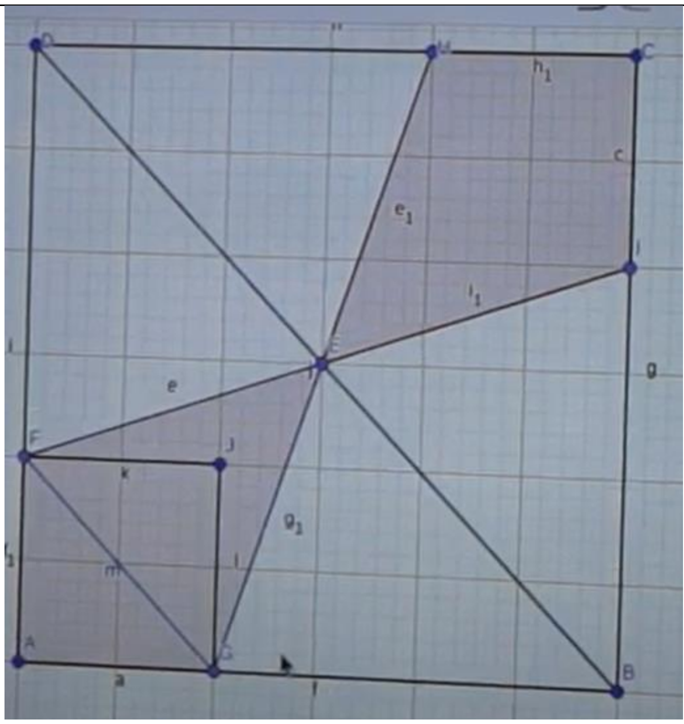
1096	Lisa	Hvis vi finner ut av det, så har vi svaret. Hvis vi ikke finner ut av det, så har vi ikke svaret.
1097	Lærer	Men du er litt usikker på det?
1098	Lisa	Vi regnet med at det var det samme som de var. (Sier noe utydelig). Men hvis det er feil, så har vi gjort feil. Hva er det?
1099	Lærer	Vil du vite hvor mye det er?
1100	Lisa	Ja.
1101	Lærer	Mm.
1102	Lisa	Man kan regne det ut, da, bare ved å gjøre sånn.
1103	Lærer	Åja, sånn ja. Du skal faktisk kunne regne det ut uten å vite det. Men det var jo veldig artig. Du mener at hvis du kunne få rede på hvor mye den var…
1104	Lisa	Ja. Hvis vi finner ut av det så kan vi finne svaret.
1105	Lærer	Eeh, ja. Kanskje... Jeg må ta det... Jeg klarer ikke det i hodet. Jeg klarer det ikke i hodet, men det kan være jeg kan klare det med avansert kalkulator. Skal vi se. (Taster inn noe på kalkulatoren). Den er 5,7.
1106	Lisa	Seriøst?
1107	Lærer	Har dere ikke gjort riktig?
1108	Lisa	Jo, vi har gjort riktig, men det er bare litt kjedelig med komma.
		(En annen lærer komme inn i klasserommet noen minutter. Har ikke med transkribering fra samtalen mellom disse lærerne.)
		(Ny gruppe)
1109	Mathias	[…] parallell linje, skal jeg vise hvordan jeg gjorde det?
1110	Lærer	Nei, du skal vise det for klassen.
		(Klassen samles i amfiet.)
1111	Lærer	Da går Maria sin gruppe først fram. Og nå må dere ikke prate. Nå skal vi bare se på dem. Vil dere prøve å forklare?
1112	Maria	Ja, det kan vi.
1113	Lærer	Jeg vet ikke hva som er lettest. Skal jeg ta og tegne opp dette?
1114	Lisa	Så denne bare henger under da (elevens plastfilm/vertikale tavle)?
1115	Lærer	Ja. Kanskje vi skulle la den stå sånn. Så kan dere henge den der. Nå vil jeg at dere skal følge med på tavla. Gå litt til siden så forklarer dere for klassen. Hva har dere funnet ut?
1116	Maria	Vi tenkte på å regne ut arealet på en av disse (drageformen). Så først fant vi ut hvordan vi regner ut en arealet på en trekant.

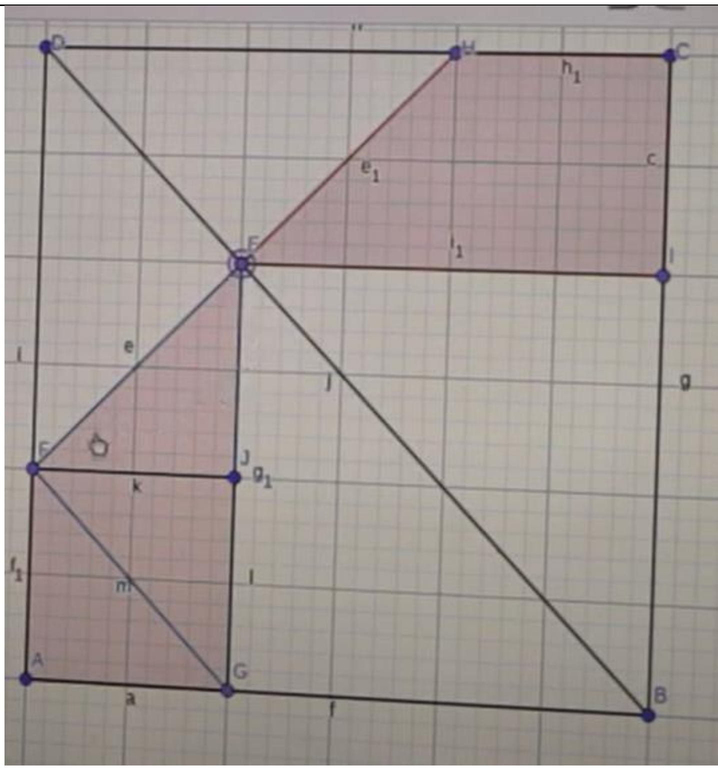
		
1117	Lærer	Vet dere det?
1118	Lisa	Vi vet det nå, ja.
1119	Maria	Side gange side delt på to. Er det ikke det?
1120	Lærer	Side gang side delt på to?
1121	Lisa	Hvis det er 90 grader. Hvis det ikke er 90 grader så kan vi dele trekanten i to, slik at det blir 90 grader.
1122	Lærer	Okei… Men når det sier side gang side delt på to. Hvilke sider snakker dere om da?
1123	Lisa	De to sidene som er i den vinkelen med 90 grader.
1124	Lærer	Ja, mente du at det er en side?
1125	Maria	Nei.
1126	Lisa	Nei, halve den. Det er en side og det er en side, og det er en side.
1127	Lærer	Okei.
1128	Lisa	Så når vi bare prøvde på denne, så tok vi liksom at denne er B og det er A. Og så er det C og P bare. Og da er det C gange B. Så da får vi hele den (rektangel med sider C og B). Og så deler vi på to så får vi det. Og for å finne den så tok vi denne siden gange den siden. Og så deler vi det på to. Og så plusser vi de to sammen.
1129	Lærer	Kan jeg spørre noen av dere som sitter her? Jeg vil at alle skal se på tavlen. Kan dere se en enklere metode for å finne ut arealet i det rektanglet? For det så jeg i alle fall May si gruppe hadde. Jeg så May forklarte det veldig greit på si gruppe. Hvis du visste at den var… Var det 4 vi sa den var, May?
1130	May	Ja.
1131	Lærer	Og den var 3. Og så sa du med en gang at det var tolv kvadratmeter. Hvordan fant du ut det?
1132	May	Ganget.
1133	Lærer	Ja du ganga, men det gjorde de også. Men de tok den ene biten og den andre biten. Men det gjorde ikke du. Du tok alt i ett, du. Skal vi se. Du svarte i alle fall veldig greit for meg. Se. Du hadde et slikt rektangel der. Så var den ene 3, den er 4 og den andre var 3. Så sa du det er 12. Og så hvis det var en trekant, hva var det du sa at du måtte da?
1134	May	Du deler det bare på to.
1135	Lærer	Ja.
1136	Lærer	Tenker hun likt med dere? Dere bare tok en bit av gangen.
1137	Lisa	Ja, det var bare at vi delte den i to, så gjorde det…

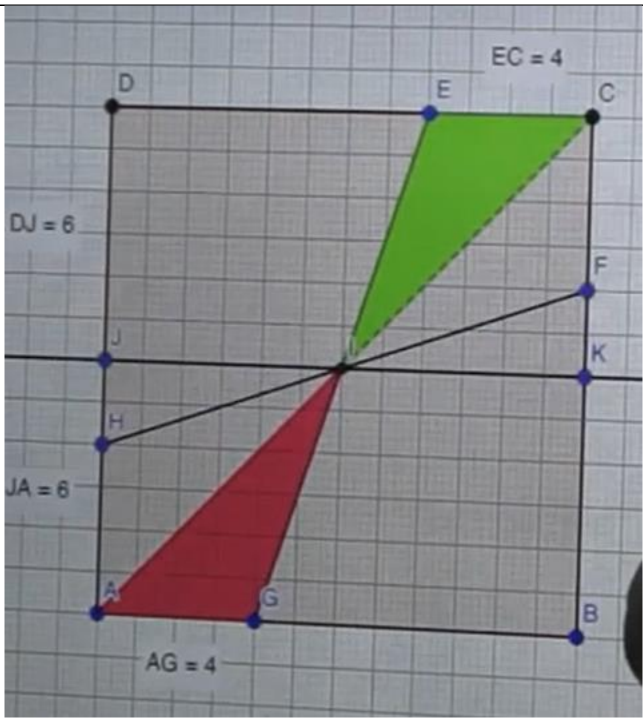
1138	Lærer	Dere delte den i to - er det nødvendig å dele den i to?
1139	Lisa	Nei, tydeligvis ikke.
1140	Lærer	Er det nødvendig å dele den i to, Mathias? Du var jo litt usikker på om det ble den samme trekanten uansett hvordan den så ut inne i der (rektangelet). Så sa May noe til deg, og så gikk jeg. Så sa hun: «Du Lærer, du hadde to parallelle linjer…», var det ikke det du sa?
1141	May	Jo.
1142	Lærer	Kan du si det høyt, det du sa, for det synes jeg var veldig bra.
1143	May	Du hadde to parallelle linjer, og så hadde du en trekant midt i, og uansett hvor mye du dro den så var den like svær.
1144	Lærer	Jeg hadde to parallelle linjer, sa May, og så uansett hvordan den så ut, og var det du sa May, så?
1145	May	Så var den like svær.
1146	Lærer	Så var den like svær. Er det flere som husker det igjen?
1147	Lisa	Ja.
1148	Lærer	Uansett hvordan den var, så var den like svær. Ja bra. Da får ikke dere lov å forklare mer. Der vil jeg gjerne ha ned dere, Stine. Og så vil jeg gjerne at alle følger med. Jeg ser det av og til noen som sitter med blikket ned og sånn, og det er ikke noe lurt. Men det vi lærte nå av deres gruppe pluss May, det var at hvis vi har to parallelle linjer, så er det uansett hvordan vi legger trekanten, så er det like stor trekant. Skal vi se hva dere har funnet ut? Vær så god.
1149	Susanne	Vi fant ut at det var fire og det var fire. Så det er der da. Så tok vi det der for å finne ut av trekanten. Så da tar vi fire ganger fire delt på to, og da blir det åtte. Fordi man får jo hele firkanten hvis vi tar fire ganger fire.
1150	Lærer	Oppfatter jeg dere riktig at det er dette dere prøver å finne ut av (dele dragen i to)?
1151	Stine	Ja.
1152	Lærer	Det er dette dere har?
1153	Susanne	Ja.
1154	Lærer	Ja, fint.
1155	Susanne	Så har vi ikke funnet ut av det inne i der (den andre halvdelen av dragen). Men... (ler). Men den siden er i alle fall seks. Det som er inni der.
1156	Lærer	Den er jo seks, ja.
1157	Susanne	Ja.
1158	Lærer	Hvor mye er den?
1159	Susanne	Den er også seks.
1160	Lærer	Den er seks, og den er seks. Og så er den to? Har dere funnet ut hvor lang den er?
1161	Susanne	Ehm, nei.

		
1162	Lærer	Jeg tror jeg sier takk til dere. Dette var en veldig god idé. For dere har tatt den lille der, og sa den var 16. Fire ganger fire er 16. Og så har dere sett at den er seks og seks, og den er to. Og så er problemet at dere vet ikke hvor lang den er.
1163	Susanne	Ja.
1164	Lærer	Tusen takk, ta ned arket. Da skal vi ha Mathias' gruppe opp. Har dere ikke noe mer å tilføye?
1165	Mathias	Jo.
1166	Lærer	Kom igjen. Gå dere ned.
1167	Mathias	Jeg har ikke rukket å forklare May hvordan jeg gjorde det. Kan jeg bare vise det?
1168	Lærer	Ja, værsågod. Da følger vi med på Mathias de siste minuttene.
1169	Mathias	May sa parallell linje. Så da prøvde jeg å ta den tingen der. Det er jo egentlig en stor trekant hvis du bare tar en linje fra det punktet til det punktet. Så det er egentlig en svær trekant. Og så er det bare å finne størrelsen på den.
1170	Lærer	Mhm.
1170	Mathias	Så da fant jeg ut at den var 45 grader. Så jeg tar en parallell linje til den. En som er 45 grader og treffer på den toppen der (toppunktet i den store trekanten han snakker om).
1172	Lærer	Jaha.
1173	Mathias	Hvis jeg bare drar linjen fra det ene hjørnet til det andre, så blir den 45 grader. Så det er den parallelle linjen. Så hvis jeg bare drar på en måte, det punktet opp der. Så får du den som er rett.
1174	Lærer	Jaha.
1175	Mathias	Mathias: Og så kan du se her at det er fire. Det er her. Og så er det fire nede her.
1176	Lærer	Ja.
1177	Mathias	Så da kan du se at det er der.
1178	Lærer	Ja.
1179	Mathias	Så den fire. Så vet vi at den er fire, den linje der. Fordi den er fire.
1180	Lærer	Ja.
1181	Mathias	Så kan du se at de er like store. Og da kan vi bare ta fire ganger fire delt på to.
1182	Lærer	Det er åtte.
1183	Mathias	Eeh, ja. Og så er det akkurat samme på den siden her. Så da blir det også åtte. Og da får du 16 hvis du tar de to trekantene sammen. Så du kan bare gjøre akkurat samme på den siden.
1184	Lærer	Det er 16, ja.
1185	Mathias	Ja, og så pluss de to der, som også er 16.
1186	Lærer	Jaha.
1187	Mathias	Så blir det 48, eller noe sånt.

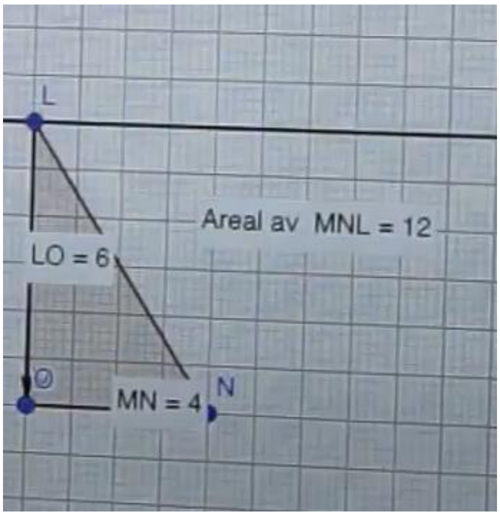
1188	Lærer	48? Mhm. Det var utrolig... Du, kan jeg gi deg en utfordring, Mathias?
1189	Mathias	Eeh, nei. Joda, joda, det er greit (ler).
1190	Lærer	Kan du ha en spesiell lekse til i morgen?
1191	Mathias	Kanskje. Det kommer an på hva det er.
1192	Lærer	Kan du ta og skrive dette ned? For det var utrolig spennende, dette. Kan du klare å skrive ned med ord sånn som du tenkte? Så skal jeg heller sørge for at du slipper lekse en annen gang.
1193	Mathias	Ja, greit.
1194	Lærer	Ta med deg det arket hjem.
1195	Lasse	Kan jeg slippe innlevering?
1196	Lærer	Nei, jeg tror heller du må ha dobbel innlevering. Tusen takk for timen. Vil jeg ta og rydde opp? De plastarkene kan legges i plastsøppel. Takk.
		Observasjon dag 4, time 1
1197	Lærer	Hallo alle sammen. I dag skal vi ha litt om bestemors kake. Vi skal ikke spise kake, vi skal bare finne ut noe om den. Men før vi begynner å høre om gamle bestemora, så skal vi se litt på den oppgave vi hadde i går. For Mathias' gruppe hadde en løsning, som vi ikke rakk å presentere. Og for at alle skal være med på hva som var oppgaven, så har jeg tegnet den på tavla nå. Den stod vi og strevet med, og det var flere som hadde noen gode tanker om det, men det var litt vanskelig å komme frem helt til svaret. Det var slik at jeg Lærer hadde et jordstykke hjemme i hagen, som er 12x12 meter, altså 144 kvm, et kvadrat. Så målte han opp 4 meter hen der og 4 meter hen der, og så satt jeg en spiker eller noe sånn, og så trakk jeg et tau mellom den spikeren der og den, og et tau mellom den og den, og så hadde jeg det og det med blomkål, og så hadde jeg de andre med gulrøtter. Og så var spørsmålet om hvor stort areal jeg har med blomkål. Og Mathias si gruppe påstår at det er 48 kvm. Og så har jeg gått hjem og laget en løsning, og dere merket kanskje at jeg ba Mathias om å gå hjem og lage en løsning som han kunne presentere i dag. Vær så god, Mathias. Vil du ha med deg hele gruppa di, eller bare du?
1198	Mathias	May kan komme ned, hvis ho har lyst.
1199	Lærer	Hun kan velge. Fint.

		
1200	Mathias	Jeg har jo laget den greia vi skulle finne ut størrelsen på. Og så har jo kanskje de fleste funnet ut at hvis du tar de fire her, eller den siden her, og den siden her, så blir det fire ganger fire. Da finner du det kvadratet her (AGJF), og da får du 16. Og så er det sånn i begge endene da. Men så har vi resten av dette, hvordan kan vi finne størrelsen på det (Trekant GEF)? Da sa May noe med parallell linje, og da så jeg at vi kunne lage en trekant. Sånn, og ned her, og opp. Og så vet vi at...
1201	Lærer	Skal du gjenta det May sa? For hun sa noe veldig fornuftig i forrige time. Kan ikke du gjenta det? Du sa bare det hadde noe med parallell linje å gjøre, men kan du ikke si litt om det?
1202	Mathias	Jeg husker ikke akkurat hva hun sa.
1203	Lærer	Husker du det selv May? Hva sa du om parallelle linjer?
1204	May	Du hadde to linjer, og så hadde du en trekant midt i, og så dro du den frem og tilbake, og så var den like svær.
1205	Lærer	Så var den like svær, ja. Ja, så kan du si, uansett hvordan du drar den, så er den like svær, var det sånn?
1206	Mathias	Mm.
1207	Lærer	Ja, ok.
1208	Mathias	Da fant jeg den parallelle linjen til denne linjen her. Og det er bare, hvis du tar en linje fra det ene hjørnet ned i det andre, så får du en parallell linje til denne. Og så vet du at det halve kvadratet som er igjen her, det er jo halvparten av 16, som er 8. Så kan vi dra den (punkt E) opp her da, for det er fortsatt, siden det er parallell linje, så kan vi alltid ha det samme området på denne formen.

		
1209	Mathias	Så nå er det en litt annerledes trekant, nå går den ned sånn, og så opp her. Og så kan vi bare tenke og fokusere på det som er her (trekant JEF). Og da ser jeg at det er 4 (FJ) ganger 4 (JE) delt på 2. Hvis du tar 4 ganger 4, så får du hele denne her firkanten. Hvis du tar 4 ganger 4 delt på 2, så får du den trekanten oppe her, og så har du den firkanten her, som vi visste at det er 16. Og da er det 8 pluss 16 på denne figuren som er nede i hjørnet (hele den røde), og det er 24. Og så har vi akkurat samme greier på den siden her, og da får vi 48.
1210	Lærer	Jeg tror vi må gi et klapp for May og Mathias. Mathias fikk i oppgave i går at han skulle gå hjem og prøve å lage dette, slik at han kunne forklare det. Jeg hadde litt problemer med å forstå det helt når dere la det fram i går, så dette var gøy. Jeg la merke til at du sa at det var 48, det var ikke det du sa?
1211	Mathias	Ja.
1212	Lærer	Og det visste jeg var riktig. Og så klarte jeg ikke helt å følge forklaringen din. Men nå var det kjempelett. Han bare flytta den hen, som vi kan gjøre, akkurat som May sa, at dersom du har to parallell linjer, og en trekant inne i dem, så kan du flytte det øverste punktet akkurat sånn som du vil. Så hun hadde egentlig løsninger på problemet, så det synes jeg var veldig bra. Jeg synes vi skal gi en klapp til May for det også. Kjempeflott. Så har jeg lyst til å vise min løsning, og det er ikke noe bedre enn det Mathias hadde, det er bare en annen måte å se det på. Dette har jeg gjort hjemmefra i går, skal vi som om jeg kan få det fram. Her ser dere hvordan jeg tenkte, jeg tenkte litt annerledes enn May og Mathias.



Dere ser sikkert at jeg trekker tråden ned der, og trekker tråden opp her. Men så satte jeg faktisk en prikket strek midt imellom (AC). Og da fikk jeg ut en trekant to trekanter (rød og grønn).
Og så tenkte jeg helt sånn som May forklarte det for klassen. At hvis vi har en linje her (JK), og en parallell linje her (AG)… og så har jeg vist det der.



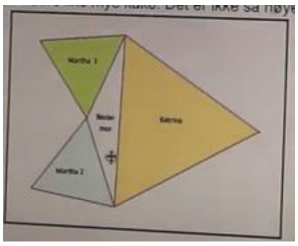
Det skal jeg vise akkurat som May sa. Nå har jeg en trekant her, og her står arealet av den. Så hvis jeg tar tak i den toppen der (punkt L), så ser dere at arealet er helt likt på denne trekanten. Og så har jeg lavet en sånn pil ned som viser høyden.
Så grunnlinja er 4, høyden er 6, og denne trekanten er 6 ganger 4, som er 24, og så delt på 2, som blir 12. Fordi det er en trekant. Så uansett hvordan vi har denne trekanten… og dette er veldig bra at jeg har, for jeg har noe på lurt her. Noe gøy noe som jeg skal ha i en senere time. Og da må dere vite akkurat dette.

Så ser dere at jeg tar bare grunnlinja, den er 4, og høyden er 6. For disse krysser jo midt på, og da blir det 4 ganger 6, er 24 delt på 2, er 12. Og så 12 og 12 og 12 og 12, samme svar som Mathias og May kom til, nemlig 48. Det var en annen måte å se det på. Tusen takk til dere.

I dag skal vi gå til ... Vil dere klappe for meg? Tusen takk. Ja, jeg har lagt ut en oppgave, og nå må jeg holde tungen rett i munnen, for nå kommer det litt sånn fortløpende oppgaver utover klokkeslettet nå (publiseres i Google Classroom på gitte tidspunkt utover timen).
Jeg måtte sitte å tenke hvor lang tid skulle jeg beregne før dere er ferdig med oppgave A, før vi begynner på B, men det vet jeg ikke.

Dere må begynne på A, det er det nødt til, for hvis ikke så skjønner dere ingenting. Jeg skal ta og lese litt nå. Hvis jeg kan gjøre den litt større… Ja, bestemor. Bestemors merksnodige kaker. På besøk hos bestemor.
Bestemor til Martha er veldig glad i to ting: å bake kaker og matematikk. Og det er jo slik at hun har jo vært en mattelærer når hun var yngre, så derfor så elsker hun matematikk. Og hver gang Martha og venninnene hennes besøker bestemor, har hun alltid laget en liten kake. For bestemor er det viktig at alle som besøker henne skal få like mye kake. Hun er veldig rettferdig. Ikke snakk om at noen får et stort stykke og noen får et lite stykke. Ok, de kan godt få flere stykker, men de skal spise nøyaktig like mye kake, alle de som er på besøk. Det er jo veldig rettferdig. Men hun selv er det ikke så nøye med, hvor mye hun får. Men hun vil alltid ha kakestykket i midten. Derfor sier de alltid: «spar midten til bestemor». Uansett hvor hun er, så skal hun alltid ha midten. Ikke sant? Hun er jo litt rar den der bestemora.

Neste gang Martha kommer på besøk, så har hun med seg Katrine. Så de er to venninner. De er spente på hvordan bestemors kake er. Det er jo det de er spente på. Hver gang de kommer på besøk, så har ho alltid en kake til dem, og så er de sånn «Hva slags matematisk kake har hun laget?», for hun har alltid funnet på noen sprø ting. Så sier hun «det er så koselig å få besøk av dere, jeg har laget i rakettkake». Den er laget av fire trekanter. Men dere skjønner der at i dag må Martha spise to stykker og Katrine ett stykke. Det blir sånn for at de skal få like mye. Men bestemor skal ha stykke i midten. Så jeg har lavet i tegning, der Katrine får dette stykket, men siden Martha skal spise akkurat like mye, så må hun spise to stykker. Det grønne og det lyseblå der. Og så tar bestemor den i midten.

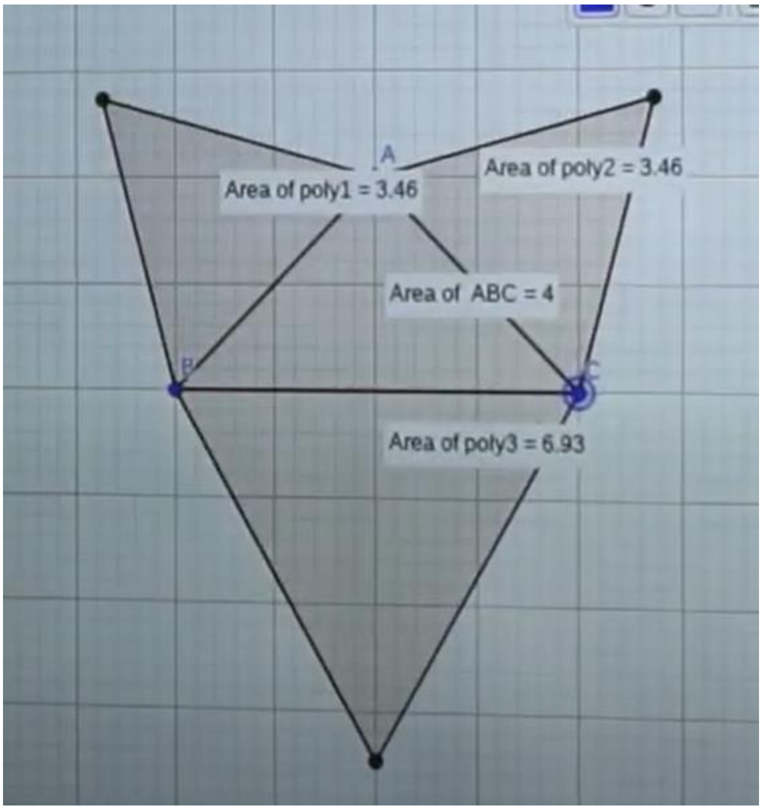


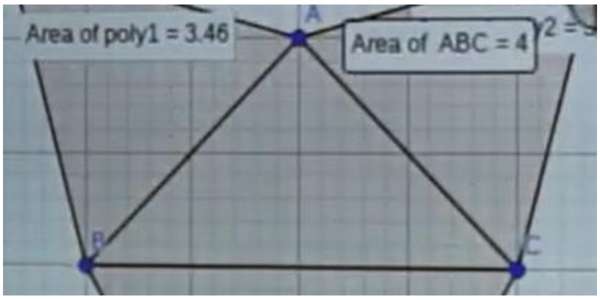
Og nå kommer oppgaven til dere. De skal lage en slik rakettkake i Geogebra. Og da må de bruke det som heter regulær polygon, altså regulær mangekant. Det kommer an på om det er på engelsk eller norsk. Først må dere lage en trekant. Og den er helt fri, bare en helt vanlig trekant. Og så må dere lage en regulær trekant.

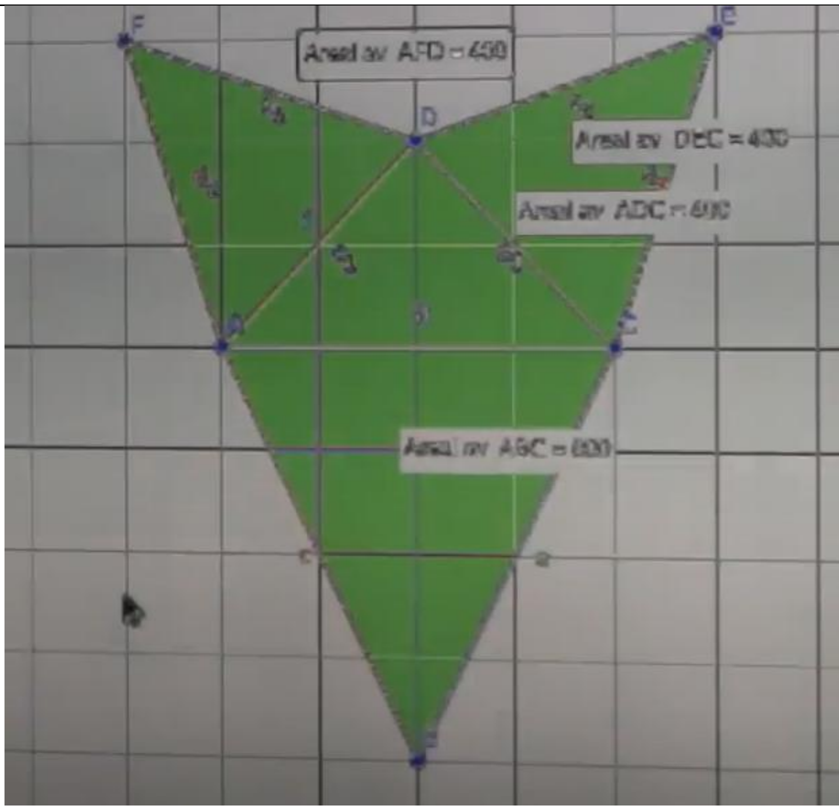
		Og regulær betyr jo egentlig at det er like store sider. Det var det noen som pratet om i en annen mattetime. Alle sider er like lange. Og så skal du endre dette stykket til bestemor. Sånn at... Og så må du be om areal av disse. Areal av den, areal av den. Og dette har dere lært, og dere må bare spørre oss igjen hvis dere er usikre. Og så skal dere dra og hale litt i bestemors trekant og sånn til plutselig Martha og Katrine spiser like mye kake. Og så skal dere stille for dere selv og tenke over: Er det noe spesielt med denne trekantkaken? For det er vet bestemor. Hun vet akkurat hvordan hun skal lage denne trekantkaken for at Martha og Katrine får like mye. For når jeg lager den, så tror jeg nok mange av dere ser at Katrine får jo alt for mye kake i forhold til Martha. Så bestemor har laget den litt annerledes. Men den ser sånn ut. Hun har gjort det ene stykket til Katrine litt mindre, mens hun har gjort Martha sitt stykke litt større. Og på et eller annet tidspunkt, så er det sånn at de får like mye kake. Og jeg lurte på om jeg skulle gi dere noen få tips før jeg begynner. Da kan jeg ødelegge det jeg har laget. Dere kan gjerne ta vekk alle disse aksene og rutenettet etter, sånn som jeg har vist dere. Så hvis vi lager for eksempel en helt vanlig trekant, sånn som dette, en helt tilfeldig trekant, så kan vi da trykke på areal. Og så klikker vi her. Aha, arealer er 6,5. Og hvis jeg da vil lage mangekant, regulær mangekant, så skal dere se på meg nå. Hvis jeg klikker der og der, så spør han, skal du lage en firkant? Nei, jeg skal lage en trekant. Og der fikk jeg Katrines stykke. Og så kan jeg lage Martha sine stykker. Og hvis dere gjør dette, så skal dere se noe rart nå. Sånn, da får jeg trekant. Så ble det fint. Men hvis jeg gjør sånn og sånn, så ble det ikke fint. Da ble trekanten galt vei. Så det har litt å si hvilket hjørne jeg starter på her.
1213	Klassen	Hæ, hva… starte på?
1214	Evert	Ja, er dere med på at den var fin? Men den var jo ikke fin. Og forskjellen er om jeg starter på den og går hen til den eller fra den og går hen til den. Og det kan dere leke dere litt med selv. Og så kan jeg da be om areal av denne. Og så kan jeg lage… skal jeg bare ta vekk, skal vi se… skal jeg bare ta vekk denne så ikke jeg forstyrrer dere. Denne skal jeg ta vekk. Og så lager jeg da en sånn regulær på den siste. Skal jeg lage den, skal vi se, kanskje jeg må flytte litt på det. De sto så i veien her. Sånn, og det var bestemors areal. Og så har jeg jo ikke spurt om arealet på den, har jeg det? Nei, der har vi arealet av den. Og så skal vi se, den, den til den. Skal vi se om det ble riktig? Nei, søren det ble galt. Kan dere huske hvordan jeg gjorde det?

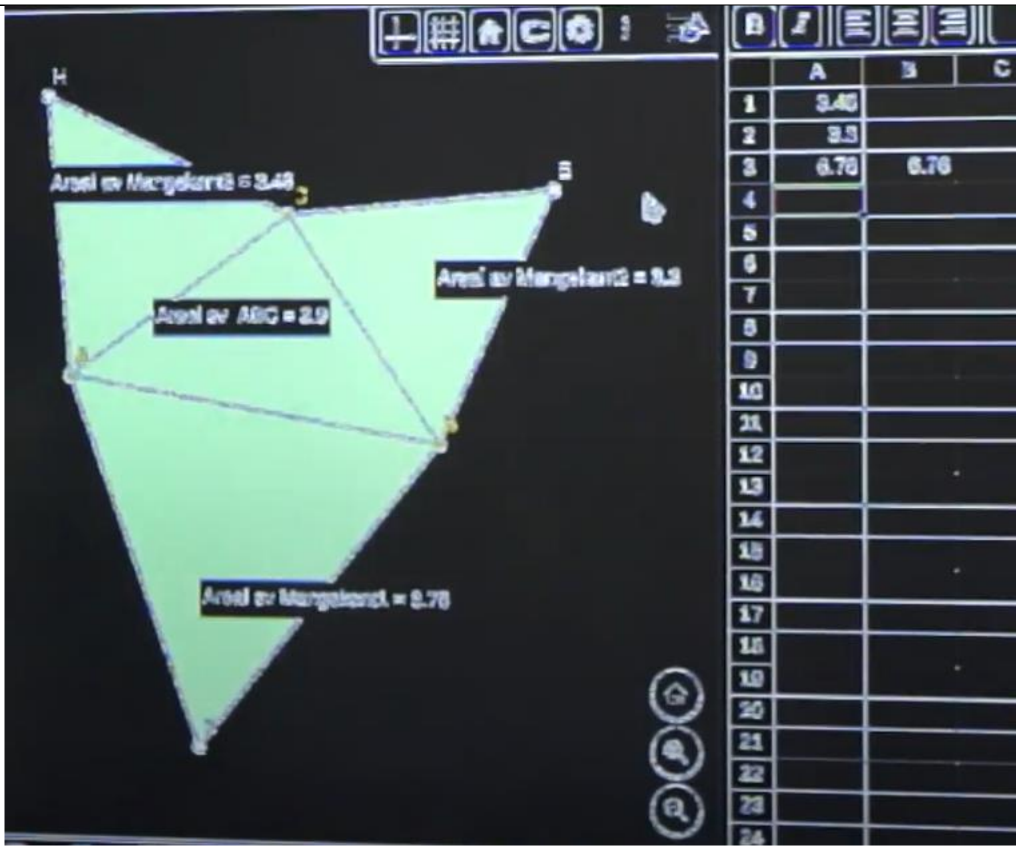
1215	Klassen	Starte på A
1216	Lærer	Begynne på A? Begynte jeg ikke på C? Og så gjorde jeg det samme en gang til? Søren. Da må jeg jo begynne på C. Ja, ja, ja. Dere skjønner kanskje hvorfor det blir forskjellig. Sånn, da ble det riktig. Og så kan jeg be om arealet av den. Og så kan det jo være at dere er veldig flinke til å regne i hodet, men det er jo ikke jeg da. Så det jeg gjør, jeg går jo hen her og så, skal vi se. Jeg går hen her og så tar jeg tar jeg et regneark og så skriver jeg inn. Er lik mangekant tre. Oi, da får jeg jo det der svaret som er der. Og hvis det tar, er lik mangekant to. Yes. Og så kan jeg ta og plusse de. Den pluss den. Unnskyld, beklager nå tok jeg litt feil. Er lik… Er lik... Den pluss den. Eeeeh, 14,61. Den skal bare være det der. Nei. Jeg må jo endre noe. Dere må hjelpe meg. Oppgaven ligger på classroom. Vi setter i gang alene på arbeidsplassene. (Elevene finner plassene sine og begynner å arbeide. De første to minuttene hjelper Lærer elevene med å lage figuren i Geogebra.)
1217	Lærer	Er det poly 2 og poly 1 som skal bli poly 3? Ja, si poly 1, da.
1218	Stine	Poly 1?
1219	Lærer	Ja, ikke sant, da fikk du det tallet. Og så er det poly 2. Og så tar du og plusser de to.
1220	Stine	Er lik…
1221	Lærer	Altså, den pluss den. Og det skal bli lik 6,93. Og det er det. Så rart. Så gøy. Du har løst det. Skal vi se, hvis vi drar… Ja, men det var jo det de to skal bli det samme som den.
1222	Stine	Ja…
1223	Lærer	Hvis vi da endrer på den. Skal vi se. Nå er de ikke like.
1224	Stine	Nei.
1225	Lærer	Men du hadde de like.
1226	Stine	Ja.
1227	Lærer	Så bra. Kan du klare å få de tilbake igjen slik at de er til like. Ja. Hvordan ser bestemors stykke ut nå? Tenk på det.
1228	Mathias	Hva skal jeg skrive for å få de to sammen?
1229	Lærer	Da kan du skrive… er lik, og så mangekant med stor M. Mangekant 1.
1230	Lærer	Har du fått det til?
1231	Anne	Jeg tror det, jeg vet ikke.
1232	Lærer	Ja, jeg må se.
1233	Truls	Alle de er jo like store på min (sukker).
1234	Anne	Se.
1235	Lærer	Ja!
1236	Anne	Den og den, det er de to. Og så er den, den. Og det blir de to.
1237	Lærer	Så bra.
1238	Anne	Var det riktig?

1239	Lærer	Det var jo sikkert det hvis du hadde fått det til. Ja.
1240	Anne	Hva skal jeg gjøre nå da?
1241	Lærer	Du hjelper Truls, slik at ha får det til.
1242	Mathias	Jeg er ferdig.
1243	Lærer	Kan du hjelpe noen?
1244	Lærer	Jeg kan hjelpe dere.
1245	Sofie	Jeg skjønner ikke. Hvordan skal jeg få til å…
1246	Lærer	Ja, skal vi se. Vi må først finne ut… Kan jeg få lov til å skjule den?
1247	Sofie	Ja.
1248	Lærer	Den er litt sånn i veien. Da lukker jeg den. Så vil jeg legge inn arealene. Det gjør du med den. Da legger du inn areal på den, og den og den. Du trenger ikke vite arealet på bestemors stykke. Og så tar jeg og legger inn et regneark, så slipper jeg å regne så mye. Og i den første kan jeg skrive… skal vi si at hun spiser de to, hvilke to skal hun spise?
1249	Sofie	Jeg tenkte jo egentlig de to.
1250	Lærer	Ja, da skriver jeg det. Da skriver jeg mangekant fire, det heter jo den.
1251	Sofie	Ja.
1252	Lærer	Og den andre heter mangekant tre. Og så tar jeg plusser de. Den, pluss den, blir 12,6. Men den skal jo bli… Da må du endre litt sånn at den…
1253	Sofie	Fordi når jeg flytter på de, så flytter jeg hele liksom.
1254	Lærer	Ja. Hvilke to la vi inn, var det den og den?
1255	Sofie	Ja.
1256	Lærer	Mm, sa kan du bare ta tak i det hjørnet der, og så kan du dra litt. Kan du klare å…
1257	Sofie	Er det bare sånn vi skal gjøre det?
1258	Lærer	Ja. Men du, skal jeg si deg en ting? Du har laget en regulær mangekant der. Det har du (Hanne) også gjort.
1259	Sofie	Er det derfor ikke det går?
1260	Lærer	Ja, det er derfor ikke det går. Mathias, kan du hjelpe disse? De har laget regulær mangekant i midten. Da kan du ikke dra den sånn som du gjorde med din. Du må lage en vanlig trekant. Hjelp dem.
1261	Lærer	Hallo.
1262	Stine	Hva skal jeg gjøre nå?
1263	Lærer	Har du fått det til? Da er du lærer, så går du rundt og hjelper dem som ikke har fått det til.
1264	Lærer	Har du fått det til?
1265	Susanne	Nei
1266	Lærer	Det hjelper du henne å få det til. Vis henne hvordan hun skal dra for å få det til.
		(Lærer dirigerer dem som er ferdige og har fått det til rundt til dem som ikke er ferdige enda.)

1267	Lærer	Kan du (Stine) gå og koble maskinen din til skjermen, sånn at du er klar til å vise? Og så viser du (Maria) etterpå.
1268	Stine	Men hva skal jeg vise? Jeg bare prøvde meg frem.
1269	Lærer	Ja. Du skal bare vise det, for du har fått det til.
1270	Stine	Men vi har det samme.
1271	Lærer	Ja, men det gjør ikke noe.
1272	Lærer	Nå ta du kobler på først.
1273	Stine	Men hva er det jeg skal si?
1274	Lærer	Nei, du skal bare vise at du har fått det samme.
1275	Maria	Jeg har fått dette. Jeg har 400 og 400 og 800.
1276	Lærer	Ja, men hun har fått andre tall, ikke sant?
1277	Stine	Ja, fordi jeg tror mine er zoomet inn.
1278	Lærer	Ja, ja, det har ikke noe å si! Vi prøver å få det opp på skjermen her.
1279	Lærer	(Til hele klassen): Ta med dere Chromebooken til amfiet!
		(Klassen samles i amfiet)
1280	Lærer	Jeg må ha alle online for å prate. Da kan jeg ikke ha noen som holder på med noe annet. Jeg vil at dere skal ha oppe deres Chromebook, deres løsning. Når jeg gikk rundt og kikket nå, så er det noen som har fått det til, og noen som ikke har fått det til. Nå gjelder det å følge med på idéene som kommer nå, for å løse neste oppgave. Kan du vise din, Stine? Du fikk det til. Hvilke to stykker er like de tredje stykket? Kan du peke?
1280	Stine	De to (poly1 og poly2 = poly3). 
1281	Lærer	Den og den? 3,46 og 3,46 er det samme som 6,93. Og du har brukt regneark og plusset de to sammen?

1282	Stine	Ja.
1283	Lærer	Og så er spørsmålet … Nå må dere rekke opp, og ikke bare brøle ut. Jeg ser fortsatt at det er noen som sitter på maskinen sin. Nå skulle dere se her på tavla. Hvis dere ser på den trekanten som er det stykket som bestemor spiser, er det noe spesielt med den trekanten? Ikke svar. Ikke svar. Dere får ett minutt til å kikke på trekanten. Kan du flytte vekk det der litt (noe av teksten på figuren)? Hvis du tar tak i det. Ja, bare ta tak i det med den, så flytter du den litt vekk. Kan du flytte vekk det også litt? Det er helt fint det. Flytte vekk den også litt. Og så lurer jeg på, kan dere se litt på den trekanten der (ABC)? Ikke rekke opp. Ikke svar.  Okei. Da gir vi et klapp til Stine. Da skal vi få se Maria sin. Den er veldig lik. Anne, hadde du lyst til å svare?
1284	Anne	Nei, ja.
1285	Lærer	Ja, for det var ikke noe annet du rakk opp for?
1286	Anne	Nei
1287	Lærer	Nei, fint. Da vil jeg gjerne at alle følger med på Maria sin, og så er det Lukas sin etterpå. (Litt trøbbel med tilkobling)

		 (Dårlig tilkobling mellom Chromebook og smartskjerm, derfor et uskarpt bilde.)
1288	Lærer	Kan jeg spørre deg - er det slik at de to er det samme som den?
1289	Maria	Ja, de to øverste der, eller, alle de tre øverste trekantene er 400, og så er den nederste 800.
1290	Lærer	Akkurat, så den er det samme som den?
1291	Maria	Ja.
1292	Lærer	Kan du ta og flytte vekk det litt og det litt (tekst)?
1293	Maria	Det?
1294	Lærer	Ja.
1295	Maria	Sånn bare?
1296	Lærer	Ja, og det litt. Og igjen, nå ber jeg dere, dere for cirka ett minutt, ta og kikk på den trekanten som bestemor spiser. Han er veldig lik din (Stine sin). Men hva er det som gjør at den er veldig lik din? Ikke rekk opp. Det er noe spesielt med den trekanten. Det er helt andre tall, men han ligner veldig. Klarer du å se det Stine? Ikke svar.
1297	Stine	Hæ?
1298	Lærer	Ikke svar.
1299	Stine	Nei.
1300	Lærer	Klarer du å se det, at den er veldig lik din?
1301	Stine	Ja.
1302	Lærer	Kan du se hva som er spesielt med den? Fint. Da går vi til Lukas sin. Da kan dere bare sette dere. Vi må gi dere et klapp først. Vær så god, Lukas.

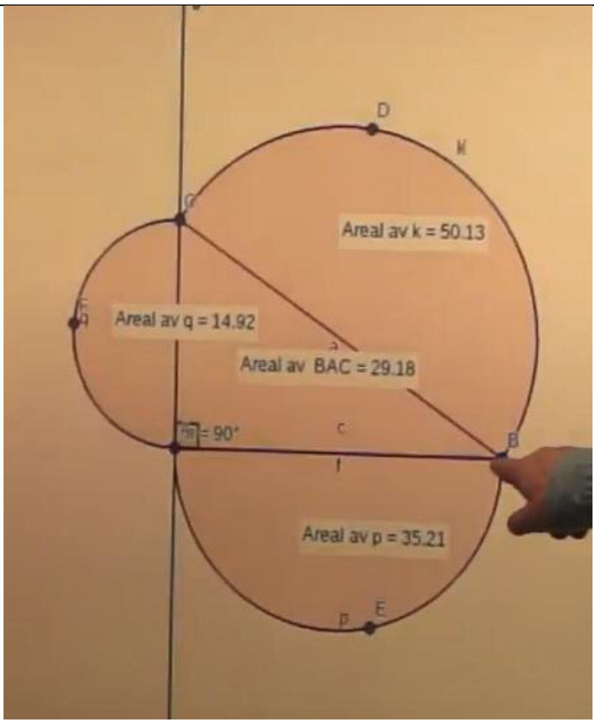
		 (*Dårlig tilkobling her også.*)
1303	Lærer	Jaha. Kan du gå hen på skjermen og vise hvilke to som er like med den tredje, eller sånn? Den pluss den er lik den.
1304	Lukas	Det var den og den.
1305	Lærer	Den og den er lik…
1306	Lukas	Den.
1307	Lærer	Ja. Og det har du vist der (i regnearket).
1308	Lukas	Ja.
1309	Lærer	Lukas, den trekanten der ligner veldig på Maria sin, som ble vist i stad. Og på Stine sin som ble vist i stad. Kan du klare å se hva som er likheten? Nå skal du få lov til å svare. (…) Du kan ikke se det?
1311	Lukas	Nei.
1312	Lærer	Da spør jeg klassen, er det noen her som kan se likheten? Hva er spesielt med denne trekanten? (En elev blør litt neseblod, hopper derfor videre til der hvor samtalen begynner igjen).
1313	Lærer	Ok. Kun to stykker som ser ... Ja, se det, tre stykker som ser noe. Det er bare å *se* noe. Den er veldig like de to andre trekantene som ble vist. Og så er det noe som går igjen på alle tre. Ja, kan du se det?
1314	Lisa	Jeg vet ikke om det var det du mente, men det er et halvparten av et kvadrat.
1315	Lærer	Det er halvparten av et kvadrat? Aha. Så spennende. Ja?
1316	Sofie	Den har en sånn rett vinkel på det ene hjørnet.
1317	Lærer	Føler du at det var det samme med alle tre?
1318	Sofie	Ja.

1319	Lærer	En spennende opplevelse. Er det noen av dere som har noen andre ting de ser? Hun brukte ordet kvadrat, la jeg merke til. Og det er noe spesielt med kvadratene. Skal vi prøve å memorere inn i hodet vårt? Hvis dere blunder øynene nå. Hva er det dere ser inni dere når dere ser et kvadrat? Det var jo den oppgaven dere fikk av meg i går. Da skulle vi ha det jordstykket som var et kvadrat i hagen til Lærer. Hvordan er et kvadrat? Husker du, Hanne, hva er et kvadrat?
1320	Hanne	Alle sider er like lange.
1321	Lærer	Nydelig. Alle sider er like lange, og i mitt var det jo 12 meter. Men det er én ting til. Ja?
1322	Lisa	Alle vinklene er 90 grader.
1323	Lærer	Vil du si det tre ganger, veldig høyt?
1324	Lisa	Alle vinklene er 90 grader.
1325	Lærer	En gang til.
1326	Lisa	Alle vinklene er 90 grader. (Lærer gjør tegn med hånda at hun skal si det en gang til).
1327	Lisa	Alle vinklene er 90 grader! (Ler).
1328	Lærer	Og så spør jeg - hun sier at det ligner på et kvadrat. Det er ikke sikkert hun har rett, for vi har ikke målt dette. Hun sa at dette ligner på et halvdelen av et kvadrat. Men så har vi ikke målt denne siden, eller målt denne siden. Så det kan være hun har rett, det kan være hun har feil. Det bryr meg ikke noe om. Men hvorfor sier hun at hun ser et kvadrat her?
1329	Lukas	Den gjorde jeg bare tilfeldig, du vet det (han som har oppgaven som vises på tavlen).
1330	Lærer	Den gjorde du bare tilfeldig, ja. Men du fikk jo dette til stemme, men hvorfor tror hun at det er et kvadrat? Det var to ting som måtte være til stede, og Lisa sa det fryktelig høyt tre ganger.
1331	Lukas	90 grader.
1332	Lærer	Ja! Kan du se 90 graderen her?!
1333	Lukas	Med C-punktet.
1334	Lærer	Med C-punktet? Aha, nå skal vi gjøre noe, og så håper jeg det går bra. Jeg skal spørre om jeg kan få den til å si hvor mange grader den er. Skal vi se. Jeg går opp her og så trykker jeg på «vinkel», og så måler jeg denne vinkelen. Klikk, klikk, klikk. Og hva kom det opp til svar der, som ikke dere kan klare å lese (utydelig på skjermen)? Du kan lese det, Lukas. Hva står det der at den vinkelen?
1335	Lukas	90,97.
1336	Lærer	Og han har gjort en liten, liten, liten, bitteliten feil. Han har bare to desimaler, hvis han hadde hatt syv desimaler her, så hadde han flytta den bittelitt til. Du har helt rett, nesten i hvert fall rett, du sa det var et kvadrat, et halvt kvadrat.
1337	Sofie	Men da blir han jo feil da, at den ikke er det.
1338	Lærer	Ja, men han gjorde en liten, bitte liten feil. Og det er egentlig ikke feil, Lukas. Det er veldig bra det du har gjort! Maria?
1339	Maria	Er det sånn at den ene vinkelen er 90 grader…
1340	Lærer	JA!
1341	Maria	Og den andre er 45?
1342	Lærer	Nei. Si det en gang til, er det sånn at det…?
1343	Maria	Den ene vinkelen er 90 grader?

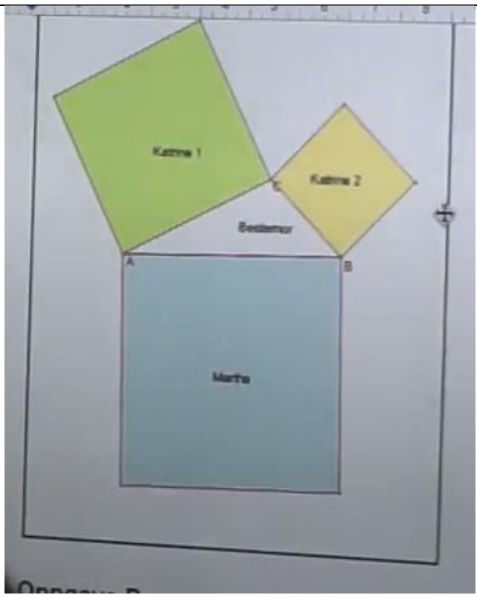
1344	Lærer	Vi gjentar. En, to, tre. Er det sånn at den ene vinkelen er 90 grader? Og skal vi svare ja eller nei, Mathias? (Mathias nikker.)
1345	Lærer	Dere, denne smarte bestemor har funnet ut at hvis den ene vinkelen i kakestykket hennes er 90 grader, da får Katrine og Martha like mye! Så bestemor sitter med en sånn gradeskive når ho lager kaken. Og med gang en den er 90 grader, yess! Og så kommer jentene der: «Du bestemor, hvordan klarer du å vite at vi får like med kake?»
1346	Lukas	Ja, nå er den 90 grader. Jeg fikk den til (justert litt på figuren slik at vinkelen blir nøyaktig 90 grader).
1347	Lærer	Ja, du kan nesten ikke se det, for det er litt dårlig (dårlig kobling på smartskjermen). Dere, vi skal på besøk til bestemor i neste time også, og da har hun laget en boblekake.
		Observasjon dag 4, time 2
1348	Lærer	Jeg er veldig glad for den oppdagelsen dere gjorde i forrige time. Dere så at det var en vinkel som var 90 grader i den trekanten til bestemor. Og det visste jo bestemor. Og så er det en ting som ikke fikk avklart, for du sa at du trodde det var et kvadrat. Og da vil det si at de to sidene der er like lange. For da vil det bli et kvadrat. Ellers er det rektangel hvis det er litt avlangt. Så jeg har lyst til å vise dere noe nå. For nå skal dere snart begynne å se på boblekaken til bestemor. Men da må dere se noen ting, og det er viktig. Jeg skal vise dere noen teknikker på hvordan jeg gjør det. Følg med. Dere har ikke sjanse til å klare det hvis dere ikke følger med. Hvis vi skal lage en linje, et linjestykke for eksempel, så lager jeg det sånn. Det kan dere. Nå må dere følge godt med. Jeg ser at det er noen som ikke følger med og de kommer til å spørre etter på hvordan de skal gjøre det. Og så skal vi lage en normal til den, altså en 90-grader. Akkurat sånn som dere fant ut i stad. Og da bruker jeg den som heter normal. Og da klikker jeg på linja. Og så klikker jeg på det sted den skal stå. Nå har jeg en 90 grader der. Og hvis jeg vil være sikker på at den er 90 grader, ikke 90,07, då kan jeg faktisk ta og måle den. Når vi måler vinkler så tenker vi at vi står i midten her. Så begynner vi på beinet, det høyre beinet, og klikker inn til den. Og så klikker opp til den. Og dere ser at når vi har en vinkel som er 90 grader, så blir de litt spesielt skrevet opp. Da bruker de ikke den buen, men da får du et kvadrat, sånn 90 graders kvadrat som viser at vinkelen er nøyaktig 90 grader. Men hvis jeg nå lager en kake av bestemor, skal dere se her. Og nå er det med vilje at den ene siden skal være litt liten, sånn. For hvis dette er riktig, at dette skjer, så er det ikke nødvendigvis et kvadrat. Er dere med? For hvis dere nå ser her, så ser dere at vi får et rektangel hvis vi tar og gjør sånn som du tenkte. Men jeg synes det var knallbra at du foreslo et kvadrat, for jeg tror faktisk det så nesten ut som et kvadrat, det de hadde, eller et halvt kvadrat. Men så skal dere se noe som jeg skal gjøre nå. Og dette er litt krevende. Vi skal ta å lage en halv sirkel. Og da velger vi først «halvsirkel gjennom to punkter».

		Så hvis jeg trekker på der og der, så får jeg en halvsirkel. Problemet med den halvsirkelen er at jeg ikke kan måle hvor mye kake Karine spiser der. Men jeg kan gjøre det på en annen måte i tillegg. Se hva jeg gjør nå. Da velger jeg den som heter «sirkelsektor gjennom tre punkter». Da klikker jeg her. Og så klikker jeg bare et eller annet sted her, men vær nøyaktig, der. Og så klikker jeg der. Ser dere at jeg nå får en sånn farget halvsirkel? Og nå kan jeg gå inn og be om å få arealet av den, 18,48. Og det jeg ønsker at dere skal finne ut nå, er om Sofie har rett i at det er slik at disse to sidene må være like lange for at de skal blir riktig, eller om det også fungerer selv om sidene er litt ulike. Vi har funnet ut at den er 90 grader, og derfor lager vi den 90 grader. Men jeg vet ikke enda om den siden der og den siden der må være like lang, for at Katrine og Martha skal få like mye kake. Og nå skal dere se denne oppgaven her. Dere må velge den oppgaven på classroom som heter «Bestemors kake B», ikke gå inn på den som heter «Bestemors kake C». Jeg leser oppgaven. Denne dagen fikk bestemor besøk av Katrine og Martha igjen. De var utrolig spent på hva bestemor hadde funnet på. Denne gangen ble det ei boblekake med halvsirkler på de tre sidene. Kan du lage den i Geogebra etter oppskriften du nå fikk? Og da ser dere at Katrine får den store halvsirkelen, og Martha får to mindre halvsirkler. Og husk trekanten i midten på være rettvinklet. Men tenk på sidene i trekanten, hvordan er de? Er de like lange for at det skal skje, eller? Jeg tror ikke det tar lang tid før dere finner ut av det. Oppskriften er følgende. Nå bruker de kakeboblen-oppskriften til lage denne kaken. Lag et linjestykke. Det gjorde jeg. Sett på en normal, 90 grader, i det ene punktet. Det gjorde jeg for dere nå. Lag en rettvinklet trekant. Lag en halvsirkel gjennom to punkter, eller hvis det er på engelsk så heter det semi-cirkel, på alle tre sidene i trekanten. Sett et punkt på buen på halvsirkelen, og så lager dere denne sirkelsektoren, den som jeg viste dere. Og så ber dere om arealet. Jeg håper dere skjønte det. Og dere som får det til, dere vil bruke tre minutter på å lage denne. Og da er dere medlærere og går rundt til de som ikke får det til. Jeg håper ikke vi bruker mer enn et godt kvarter på dette, maks. Når de fleste av dere har klart å få det til, så samles vi igjen. Og så skal vi finne svar på Sofies hypotese, at de to må være like, altså at det må være et kvadrat, eller et sånn halvt kvadrat. For det synes jeg var spennende. Skal jeg si deg en ting? Det er ingen elever før som har stilt det spørsmålet. Så det var et spennende spørsmål du stilte. Tusen takk for spørsmålet. Mathias?
1349	Mathias	På den andre så fant jeg ut at man ikke trenger to like sider, for å få en som er 90 grader.
1350	Lærer	Er du sikker?
1351	Mathias	Ja, altså jeg fikk dem like, og da var det veldig stor forskjell på sidene.

1352	Lærer	Og du er sikker på det? Men tenk om noen klarer å motbevise det. Og faktisk finne ut at hvis de er like store, så funker det. Det er jo egentlig det som hypotesen. Da sier jeg lykke til. Vi jobber i utgangspunktet alene.
		(Lærer hjelper noen elever med å lage boblekaken i Geogebra.)
1353	Mathias	Jeg er ferdig.
1354	Lærer	Da kan du gå rundt og hjelpe.
1355	Mathias	Ja. Nå er disse to ikke like lange (sidene i trekanten hans),
1356	Lærer	Nei. Du kunne egentlig testet ut hvis de er like lenge, går det da også?
1357	Lærer	Hallo!
1358	Hans	Jeg er ferdig.
1359	Lærer	Kan du gå rundt og hjelpe? Fant du ut om det stemte?
1360	Hans	Om hva da stemte?
1361	Lærer	At de to er det samme som den?
1362	Hans	Ja.
1363	Lærer	Ja, går det rundt og hjelp de som ikke har det?
		(Lærer fortsetter å hjelpe elevene med å få til å lage figuren i Geogebra, og dirigere dem som er ferdig bort til dem som ikke er ferdige.)
1364	Lærer	Må de være like lange?
1365	Mathias	Nei, de er ikke like lange.
1366	Lærer	Nei…
1367	Lærer	(Til hele klassen) Vil dere ta å gå i amfiet?
		(Klassen samles i amfiet).
1368	Lærer	Lasse skal vise sin løsning på smarttavlen.
1369	Lasse	Jeg skjønner ikke helt hva jeg gjør.
1370	Lærer	Jo, det gjør du. Du har vært...
1371	Lasse	Jeg har vært mattelærer.
		(Kobler til chromebooken til smarttavlen.)

		
1372	Lærer	Se her, nå skal jeg forklare det litt. Han har først laget en midtnormal. Det så jeg at flere av dere ikke gjorde. Det glemte dere. Og denne gangen så visste vi, ut fra det som var sagt, at det måtte være 90 grader. Da er det lurt å lage det som heter normal. Klikker på linja, og klikker på punktet, og så får vi en 90-grader rett opp. Og så laget han et punkt der. Så laget vi bestemors trekant. Og hun spiser jo 29,18 kvadratcentimeter og pluss tykkelsen på kaken. Så laget han sånne halvsirkler. Og da han la sammen p og q, så fant han ut at det til sammen er 50,13. Og det er det samme som Katrine spiste, 50,13. Vi gir en klapp for Lasse. Dere, da har han klart å motbevise det du sa, at hvis vi gjør sånn (peker ut rektangel av trekanten), så blir ikke det et kvadrat. Vi kan faktisk også bruke et rektangel.
1373	Lærer	Så jeg lurte på om det var noen som prøvde å lage de to sidene like lange. Hvem var det? Var det du? Fikk du det til å stemme
1374	Stine	Ja
1375	Lærer	Ja, da fikk du det også til å stemme. Så faktisk, du har rett, Sofie, men ikke i alle tilfeller. Så du kan altså lage et kvadrat, eller et halvt kvadrat og få det til. Og da skal jeg fortelle dere noe. Det gøyeste kvadratet med dette, det er når bestemor lager en side som er en meter, og en annen side som også er en meter. Da er det tallet som kommer der (hypotenusen, Lærer viser med hendene), det tallet der, det er det gøyeste tallet i hele verden. Og jeg skal fortelle dere noe. Det er noen som er forskere som prøver å grave i jorda for å finne ut hva de gamle fant ut. Og på den tiden som Abraham levde, tenk på det, Abraham, det er ganske lenge siden, nede i Babylon, da var det mange matematikere. Og vi har funnet noen utgravinger der de hadde laget noen sånn trekanter som var én der, og én der, og så visste de hvor langt det var imellom. Og det er en

1376 1377	Mathias Lærer	kjempekomplisert utregning når ikke de har lommeregner. Det er så vanskelig at ikke de kan klare det. Og så hadde de et veldig rart tallsystem. Et kjemperart tallsystem. For vi teller sånn: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9… Hva gjør vi da? Jo, vi begynner på 1 en gang til, og så teller vi 11, 12, 13, 14, 15, 16 osv. De telte til 60, de. Og det er utrolig likt klokka vår. For hvor mange sekunder er det i et minutt? 60. Og hvor mange minutter i en time? 60. Så de som har laget klokka, de har kikket litt på det babyloniske tallsystemet for mange tusen av år siden. Abraham levde jo ca. 2.000 år før Kristus, så 4.000 år siden. Men så døde det ut og ingen visste noe om det. Og så kom det noen senere, en som hette Pythagoras. Og han levde, jeg tror det var sånn 500 år før Kristus. Så fant han det opp på nytt, og så har de klart å få skrevet det ned, akkurat det som dere holder på med. Og så trodde mange at det var Pythagoras som fant ut av det, for han var en raring. Han levde et sted hvor det var krig. Og så gikk han sånn inne i rommet sitt, på kontoret sitt. Han var nesten galere enn meg. Og så laget han noen sånne rare… Når han var på stranden og badet så laget han masse sirkler rundt sånn. Og så var det krig der nede, så det kom soldater ned på stranden og skulle til å skyte ham. Så sier han: «Hold dere vekke, ikke tråkk på sirklene mine! Ikke tråkk på sirklene mine! Jeg holder på å finne ut av noe matematikk!» Så gal var han, nesten så gal som meg. Dere vet hvor gal jeg er, husker dere at jeg fortalte dere det? Hva var det jeg hadde på kontoret mitt? Tall på veggen. Jeg har tegnet formler på veggen. Med tusj. På veggen. Jeg har skrevet masse sånne spennende formler. Og spesielt det dere ene tallet, når den ene siden er 1 og den andre siden også er 1. Det er roten av 2. Og det visste babylonerne for 4 000 år siden. Dere! Vi skal bruke resten av timen, det er et kvarter igjen. Nå skal vi til denne bestemora på nytt. Dette er det siste jeg skal lage, og jeg hadde ikke tenkt at vi skulle oppsummere. Men tusen takk for dere som var hjelpelærerne mine. Kjempefint når du som er ferdig, at du går i gang og hjelper noen andre. Nå skal den siste oppgaven, «Bestemors C», ligge på Classroom. Skal vi se. Jeg må kanskje klikke for å få det frem. Bestemor C. Tenk å ha en sånn bestemor. Ja, ja, det hadde vært knallgøy. Kanskje jeg skal bli sånn bestefar når jeg slutter og ikke kan jobbe lenger. Bestemor C. En kveld før jul. En kveld like før jul skal Martha og Katrine besøke bestemor og hjelpe henne med å pynte juletreet. Denne kvelden vil hun igjen overraske barna med en ny idé, ny kake hver gang. Hun baker en kake. Surprise. Som alltid vil hun selv ha midten og det stykket skal være en trekant. Bestemor liker og best like kakestykker. Kakestykket til barna skal være en regulær mangekant. Katrine skal få to stykker og Martha ett, og denne gangen skal de lage en slik kake (viser eksempel).

		
		Og nå vet dere ganske mye. Dere vet litt om en veldig spesiell vinkel inne i denne trekanten. Er det noen som har fått det med seg? Hva er det som er spesielt med den ene vinkelen inni denne trekanten? Nå må dere våkne! Hva er spesielt med den ene vinkelen inne i denne trekanten?
1378	Lasse	90 grader.
1379	Lærer	Høyt!
1380	Lisa	90 grader!
1381	Lærer	Høyt!
1382	Anne	90 grader!
1383	Lærer	Enda høyere!
1384	Anne	90 grader!!
1385	Lærer	Flott! Den skal være 90 grader, ikke noe annet! Bestemor vet dette. Dere må lage en på 90 grader. Og så kan dere gjøre sånn som noen har laget de her, lage sidene like store (viser med armene), for eksempel 10 og 10, eller 1 og 1. Eller så kan dere lage en som er litt der og lang der (viser med armene). Og i dag har dere lært noe gøy som heter… Pythagoras! Pythagoras. Og det er en av de gøyeste tingene i matematikken, Pythagoras. Og dere skal få mange gøye oppgaver av meg siden. Jeg viste en til Hans. Hans, syntes du ikke jeg var nerdete? (Hans nikker.)
1386	Lærer	Ja, ganske nerdete. Dere, det er det vi skal gjøre resten av timen. Vi skal lage en slik kake. Oppskriften står i oppgaven. Og med en gang du er ferdig med din, så går du og hjelper noen andre slik at alle klarer å få laget det i løpet av disse ti minuttene som er igjen. Løp på plass og lag det. (Elevene går til arbeidsplassene sine. Lærer går rundt og hjelper elevene med å lage figuren i Geogebra.)
1387	Lærer	Oi, oi, oi. Så flink du er! Og det stemmer?
1388	Hans	Det stemte med en gang.
1389	Lærer	Du, kan du dra den så den ene blir tre, og den andre blir fire, og den andre blir fem?
1390	Hans	Det der?

1391	Lærer	Du må bare forstørre den litt, for nå ble det jo veldig lite. Eller du, kan du dra den slik at den bare er 1, og den er 1?
1392	Hans	Ja, da… (mumler noe utydelig) (Pål har fått til oppgaven.)
1393	Brede	Men hvorfor sier du, Lærer, at nå kan han pythagoras?
1394	Lærer	Ja, kan du skjønne det? Dette er pythagoras. Det er bare at vi har ikke funnet sidene enda.
1395	Brede	Ja, skulle han ha skrevet på…?
1396	Lærer	Nei, nei, nei. Han har funnet ut at når han har en rettvinklet trekant, så kan han lage kvadrater på sidene. Og vi skal bare ta kvadratroten av 35,63, så vet vi hvor lang den hypotenusen er. Det skal bli gøy, det skal vi gjøre i neste time. Jeg skal si en ting. Jeg var voksen lærer da jeg oppdaget at man kunne lage regulære trekanter, eller regulære halvsirkler, du kan lage femkant og sekskant og alt mulig. Jeg har bare lært pythagoras slik (peker på oppgaven med kvadrater). Men du kan lage pythagoras med… Altså det er jo den sammenhengen mellom de tre siderne her, det er det vi er på jakt etter. Dette visste babylonerne og det er ganske spesielt.
1396	Lærer	Dere, da oppfatter jeg de fleste ferdig. Da skal jeg vise dere det rareste, gøyeste tallet i verden. Se på den trekanten som jeg har laget her (tegnet en likesidet rettvinklet trekant på tavlen med sidelengder lik 1). Den fant vi ut at hvis den er 1 meter, og den er 1 meter, så stod det hos babylonerne at den andre (hypotenusen) er 1,24,51,10. Og det er det babyloniske tallsystemet. Men vi bruker det tallsystemet, da står det 1,41421296, der er altså hvor lang den (peker på hypotenusen) er. Når dere skal til Unge Abel, hvis det er vinner nå i Agder, så sist jeg var der, så fikk de spørsmålet om den. Så i en senere mattetime skal jeg fortelle om dette tallet, det er det gøyeste tallet som finnes. Jeg har sagt noen ganger at jeg aldri skal tatovere meg, men hvis jeg skulle skrevet et eller annet tall i panna her, og det er det som står på kontoret mitt, 1,24,51,10, og det er faktisk fra Abrahams tid. Det fant de ut. Så de var veldig flinke. Det er dessverre friminutt.