

## Undervisningskompetanse i brøk

En kvalitativ undersøkelse av fire læreres undervisningskompetanse knyttet til å fremme brøkforståelse hos elever på femte trinn

KRISTIAN MOI FARDAL

### VEILEDERE

Anders Wiik og Henrik Aadland Kjelsrud

**Universitetet i Agder, 2024**

Fakultet for teknologi og realfag

Institutt for matematiske fag

Master

## Forord

Denne oppgaven markerer slutten på fem lærerike år på grunnskolelærerutdanningen ved Universitetet i Agder. Arbeidet med denne masteroppgaven har vært interessant og gitt meg mye ny kunnskap, samtidig som det også har vært krevende.

Jeg vil rette en takk til mine to veiledere, Anders og Henrik, som har bidratt med god veiledning. Jeg ønsker også å takke de fire informantene som tok seg tid til å være med på intervju.

Videre vil jeg takke den fantastiske samboeren min og svigerforeldre, og min kjære mor og mormor som alle har hjulpet meg gjennom en periode med både masterskriving, jobb og flytting. Jeg er veldig glad i dere alle sammen.

Jeg ser frem til å ta med meg kunnskapen fra arbeidet med masteroppgaven inn i arbeidslivet som matematikklærer.

Kristian Moi Fardal

Kristiansand, mai 2024

## Sammendrag

Å utvikle god brøkforståelse er essensielt for å danne et godt grunnlag for videre algebraisk tenkning (Van de Walle, 2020). Brøk er samtidig bevist å være et utfordrende tema i matematikkopplæringen for mange elever (OECD 2014, referert i Van De Walle et. al. 2020). For å sikre god brøkundervisning for elever er det viktig at lærere har god undervisningskompetanse (Ball et. al., 2008). I denne masteroppgaven har jeg hatt som mål å se på læreres undervisningskompetanse knyttet til å undervise i brøk. Problemstillingen min lyder slik: *“Hva kjennetegner læreres undervisningskompetanse knyttet til å fremme brøkforståelse hos elever på femte trinn?”*.

I oppgaven har jeg hatt Ball et. al. (2008) sin teori om “Domains of mathematical knowledge for teaching” som et overordnet teoretisk rammeverk. Denne teorien presenterer seks domener som bør inngå i læreres undervisningskompetanse. I korte trekk handler disse om at lærere bør ha faglig kompetanse i emnet det undervises i, og didaktisk kompetanse på hvordan de bør undervise i emnet. For å undersøke problemstillingen min har jeg utført fire kvalitative, semi-strukturerte intervju av lærere som har erfaring med å undervise i brøk på femte trinn.

Ved å se lærernes utsagn i lys av teori og tidligere forskning fremstår det som at lærerne har god, men noe varierende, undervisningskompetanse knyttet til å fremme brøkforståelse hos elever på femte trinn. Basert på lærernes utsagn kan det virke som at de har relativt god faglig innsikt i emnet brøk. Videre viser lærerne også stort sett god kompetanse rundt elevenes forutsetninger og behov i møte med brøk, og hvordan de bør legge opp undervisningen for å fremme brøkforståelse hos elevene. Nesten alle lærerne skildrer blant annet at de bruker ulike representasjoner, oppgavetyper og arbeidsmetoder som er bevist å være gunstige for å fremme brøkforståelse. Flere av lærerne viser derimot lite kjennskap til fordelene ved å bruke flere ulike modeller for å vise brøk til elevene. Til slutt ser vi at lærerne generelt har god kompetanse knyttet til bruk av læreplanen og tilgjengelig læremateriell.

## Summary

Developing a good understanding of fractions is crucial for algebraic thinking (Van de Walle, 2020). At the same time, fractions are a challenging topic in mathematics education for many pupils (OECD 2014, referenced in Van De Walle et. al. 2020). To strengthen fraction teaching for pupils, it is key that teachers have relevant teaching skills (Ball et. al., 2008). In this master's thesis, I have aimed to look at teachers' teaching competence related to fractions teaching. My problem statement is: "*What characterizes teachers' teaching competence related to develop good fraction understanding in fifth grade elementary school pupils?*". In my study, I have used Ball et. al.'s (2008) theory of "Domains of mathematical knowledge for teaching" as an overall theoretical framework. This theory presents six domains that should be part of teachers' teaching competence. In short, these are about teachers having solid competence on the mathematical subject, as well as didactic competence in how to teach this specific subject. To explore my problem, I have conducted four qualitative, semi-structured interviews with teachers who have relevant experience.

By looking at the teachers' statements in the light of theory and previous research, it appears that the teachers have good, but somewhat varying, teaching skills related to promoting fraction understanding among pupils in the fifth grade. Based on the interview outcomes, it may seem that they have relatively good professional insight into the subject of fractions. The teachers also generally document good competence regarding the pupils' needs and assumptions when dealing with fractions, and how they should plan and organise the teaching to promote good understanding of fractions among the pupils. Almost all the teachers describe that they use different representations, types of tasks and working methods proven to be beneficial for promoting understanding of fractions. Several of them, on the other hand, show little knowledge of the advantages of using different types of models to teach fractions to their pupils. Finally, we see that the teachers generally have solid competence related to the use of the school curriculum and available learning materials.

# Innholdsfortegnelse

<b>Forord</b> .....	<b>2</b>
<b>Sammendrag</b> .....	<b>3</b>
<b>Summary</b> .....	<b>4</b>
<b>Innholdsfortegnelse</b> .....	<b>5</b>
<b>1. Innledning</b> .....	<b>7</b>
1.1 Bakgrunn for valg av tema.....	7
1.2 Problemstilling .....	9
1.3 Oppgavens struktur.....	9
<b>2. Teori og tidligere forskning</b> .....	<b>10</b>
2.1 Undervisningskompetanse i matematikk .....	10
2.1.1 Allmenn fagkunnskap .....	11
2.1.2 Spesialisert fagkunnskap.....	11
2.1.3 Kunnskap om faglig innhold og elever .....	12
2.1.4 Kunnskap om faglig innhold og undervisning .....	12
2.1.5 Matematisk horisontkunnskap .....	13
2.1.6 Læreplankunnskap .....	13
2.2 Fem aspekter ved brøk.....	13
2.3 Instrumentell og relasjonell forståelse .....	14
2.4 Bruk av konkreter i brøkundervisning.....	15
2.5 Bruk av ulike modeller i brøkundervisning .....	16
2.6 Å fremme begrepsforståelse i brøk.....	17
2.7 Hvorfor er brøk vanskelig for elever? .....	18
2.8 Viktigheten av lærerens faglige kunnskap.....	18
2.9 Valg av undervisningsmetoder og elevers brøkforståelse .....	19
<b>3. Metode</b> .....	<b>22</b>
3.1 Kvalitativ metode.....	22
3.2 Semistrukturert intervju.....	22
3.3 Utvalg.....	23
3.4 Intervjuguide .....	23
3.5 Gjennomføring av intervjuene.....	23
3.6 Pilotintervju.....	24
3.7 Lydopptak og Transkribering.....	24
3.8 Analysemetode .....	25
3.9 Etiske prinsipper .....	25
3.9.1 Informert samtykke.....	26
3.9.2 Krav til privatliv .....	27

3.10 Pålitelighet og gyldighet.....	28
<b>4.0 Presentasjon av funn og analyse.....</b>	<b>30</b>
4.1 Mona.....	30
4.2 Ole.....	35
4.3 Arne.....	39
4.4 Per.....	43
<b>5.0 Diskusjon .....</b>	<b>48</b>
5.1 Allmenn fagkunnskap.....	48
5.2 Spesialisert fagkunnskap .....	49
5.3 Kunnskap om faglig innhold og elever.....	50
5.4 Kunnskap om faglig innhold og undervisning.....	51
5.5 Matematisk horisontkunnskap.....	53
5.6 Læreplankunnskap .....	53
<b>6. Avslutning .....</b>	<b>55</b>
6.1 Oppsummering og konklusjon.....	55
6.2 Veien videre.....	56
<b>Litteraturliste .....</b>	<b>57</b>
<b>Vedlegg.....</b>	<b>60</b>
Vedlegg 1 – Intervjuguide .....	60
Vedlegg 2 – Informasjonsskriv.....	63
Vedlegg 3 – Godkjenning fra Sikt .....	66

# 1. Innledning

## 1.1 Bakgrunn for valg av tema

Valget mitt av tema for masteroppgaven min har i stor grad blitt motivert av personlige erfaringer. I løpet av min egen skolegang har matematikk vært et fag jeg stort sett har opplevd mye mestring i. Til tross for dette husker jeg tydelig utfordringene og frustrasjonen som brøkundervisningen medførte. Tallene var plutselig stilt opp på en helt ny måte, og representerte ikke lengre bare sin egen verdi. Brøkene ble vanligvis visualisert i form av oppdeling av pizzaer og kaker, og jeg hadde lite innsikt i brøkens nytteverdi utover dette. I løpet av fem år på grunnskolelærerutdanningen har jeg derimot fått mye ny faglig og didaktisk kunnskap om brøk. Dette har gitt meg en mye dypere forståelse for emnet enn jeg hadde tidligere. I lys av ny kunnskap ser jeg tilbake på hvordan brøkundervisningen jeg fikk på barneskolen ikke nødvendigvis fremmet en god forståelse av brøk. I løpet av mine år i praksis og som vikar, har jeg møtt mange lærere som uttrykker at de synes det er utfordrende å undervise i brøk. Dette blant annet på grunn av mangel på egen brøkforståelse, eller mangel på didaktisk kunnskap. Jeg har med andre ord sett hvor viktig det er med både faglig og didaktisk kunnskap for å kunne fremme en god brøkforståelse hos elever. Dette har vært med på å vekke en personlig interesse for tema.

Brøk blir ikke introdusert i kompetansemålene i læreplanen før på 5. trinn, der brått seks tideler av kompetansemålene handler om brøk (Kunnskapsdepartementet, 2019). Det kan sies at dette er med på å markere en brå og stor overgang fra småskoletrinnet til mellomtrinnet i matematikkfaget. I de 6 kompetansemålene som omhandler brøk på 5. trinn, kommer det frem at elevene skal tilegne seg en omfattende mengde kunnskap innen emnet brøk. De skal blant annet kunne forklare hva brøk er og ulike ting det kan representere, bruke og oversette mellom ulike representasjonsformer, forklare sammenhenger mellom brøk, prosent og desimaltall, regne med brøk og løse hverdagslige problemer med brøk (Kunnskapsdepartementet, 2019). Å utvikle en god forståelse for brøk er helt essensielt for å danne et godt grunnlag for videre suksess i matematikkfaget, blant annet innen algebraisk tenkning. Det er samtidig et emne som elever i mange land sliter med (OECD 2014, referert i Van De Walle et. al. 2020). Ifølge Matematikksenteret sliter også mange norske elever med å få en god forståelse av brøk, som går ut over det å bare beherske regler og prosedyrer (Matematikksenteret, u.å.). PISA undersøkelsen i 2022 viser at norske elever aldri før har prestert dårligere i gjennomsnitt i matematikk, der andelen lavtpresterende elever har økt fra

19% til 31% (Jensen et. al., 2023). Med bakgrunn i dette kan det argumenteres for at det er aktuelt å rette et søkelys på læreres arbeid med å fremme brøkforståelse på femte trinn.

For å se på læreres arbeid med å fremme brøkforståelse hos elever på 5. trinn i dag, er det relevant å se på hvilke formelle rammer som legger føringer for dette. Alle lærere er pliktige til å gjennomføre undervisningen i henhold til læreplanverket. Ifølge Utdanningsdirektoratet (2023) er læreplanens hovedformål å beskrive hvilken kompetanse elevene skal tilegne seg i de ulike fagene. Læreplanen er dermed organisert med kompetansemål innenfor de ulike fagene, som lærerne så godt som mulig skal påse at elevene når. Det læreplanverket ikke gir spesifikke føringer for er hvilke arbeidsmetoder, ressurser og vurderingsformer lærerne skal bruke for at elevene skal nå kompetansemålene. Utdanningsdirektoratet kaller dette for lærernes “handlingsrom”, også kjent som lærernes “metodefrihet”. Dette begrunnes ved at lærere skal kunne tilpasse opplæringen til hver enkelt elev, med deres ulike forutsetninger. Her må lærere blant annet finne arbeidsmåter, ressurser, verktøy og vurderingsformer som bidrar til læring i elevgruppa (Utdanningsdirektoratet, 2023). Metodefriheten innebærer en tillit til, og et ansvar for, at lærerne bygger sin profesjonsutøvelse på forsknings- og erfaringsbasert kunnskap, og kunnskap om den enkelte elevgruppen (NOU 2015: 8). Dette gjør det interessant å se på læreres kompetanse knyttet til å fremme brøkforståelse hos elever.

Ball et. al., (2008) har utviklet teorien “Domains of mathematical knowledge for teaching”, som beskriver hva slags kunnskap og kompetanse som er nødvendig for å sikre god undervisning i matematikk. I teorien deres snakkes det om allmenn fagkunnskap, spesialisert fagkunnskap, kunnskap om faglig innhold og elever, kunnskap om faglig innhold og undervisning, læreplankunnskap og matematisk horisontkunnskap. I oppgaven min tar jeg utgangspunkt i denne teorien for å kunne få et helhetlig bilde av læreres undervisningskompetanse. Jeg har gjennomført kvalitative intervju av fire lærere på 5. trinn. Basert på intervjuene ønsker jeg å undersøke lærernes undervisningskompetanse, blant annet ved å se på hva lærerne vektlegger i planlegging og gjennomføring av brøkundervisning for å fremme brøkforståelse hos elever på 5. trinn.



## 1.2 Problemstilling

Med bakgrunn i det innledningen beskriver, er formålet mitt med denne oppgaven å få en forståelse for læreres undervisningskompetanse knyttet til å fremme brøkforståelse hos elever på femte trinn. Problemstillingen jeg har valgt for oppgaven lyder slik:

*“Hva kjennetegner læreres undervisningskompetanse knyttet til å fremme brøkforståelse hos elever på femte trinn?”*

## 1.3 Oppgavens struktur

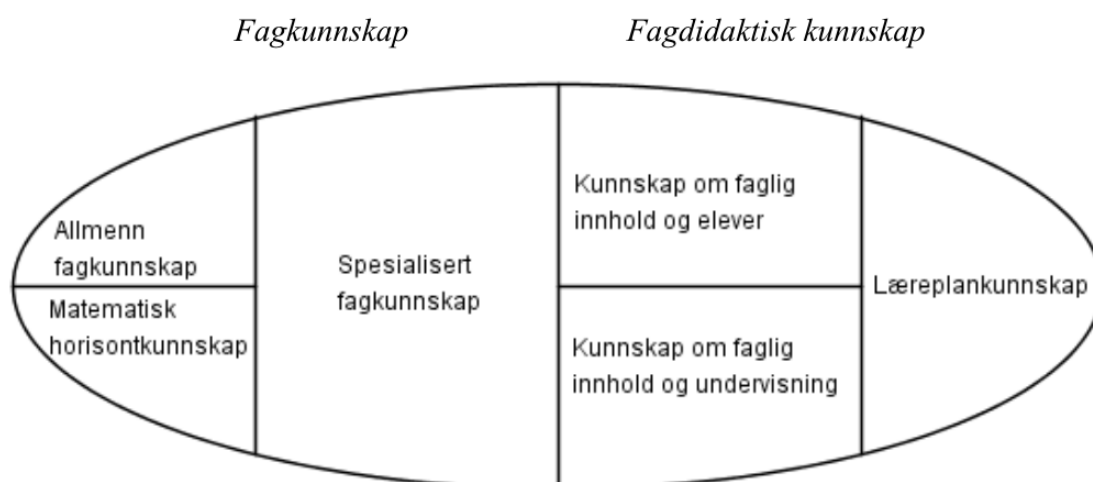
Denne oppgaven består av seks kapitler. I innledningen har jeg presentert bakgrunnen for valg av tema og oppgavens problemstilling. I neste kapittel gjør jeg rede for relevant teori og tidligere forskning knyttet til undervisningskompetanse, brøk som emne, brøkforståelse og pedagogiske implikasjoner for å fremme god brøkforståelse hos elever. I kapittel tre gir jeg en oversikt, og vurdering av, hvilke metoder jeg har brukt for å samle inn og analysere datamaterialet mitt. Her fremstiller jeg også hvilke etiske vurderinger jeg har gjort gjennom datainnsamlingen og behandlingen. I kapittel fire presenterer og analyserer jeg funnene fra datamaterialet mitt. I neste kapittel diskuterer jeg funnene opp mot teori og tidligere forskning, for å gi svar på problemstillingen min. I det siste kapittelet kommer det en oppsummering og konklusjon, og noen tanker rundt veien videre.

## 2. Teori og tidligere forskning

I dette kapittelet gjør jeg rede for det teoretiske rammeverket som ligger til grunn for oppgaven. Først presenterer jeg Ball et. al. (2008) sin teori om hva som bør inngå i læreres undervisningskompetanse. Denne teorien fungerer som et strukturert rammeverk i oppgaven min for å analysere og diskutere lærernes undervisningskompetanse knyttet til å fremme brøkførståelse på femte trinn. For å kunne se på hva som inngår i å forstå brøk gjør jeg så rede for ulike aspekter ved brøk. Deretter går jeg inn på hva det vil si å ha instrumentell eller relasjonell forståelse i matematikk, og pedagogiske implikasjoner knyttet til bruk av konkrete, brøkm modeller og begreper for å fremme god forståelse i brøk. Til slutt ser jeg på tidligere forskning som belyser hvorfor brøk er vanskelig for elever, og hvordan læreres faglige og didaktiske kunnskap kan påvirke elevers brøkførståelse.

### 2.1 Undervisningskompetanse i matematikk

For å kunne undersøke læreres undervisningskompetanse knyttet til å fremme brøkførståelse på femte trinn, er det relevant å se på hva som inngår i undervisningskompetanse. Ball et. al. (2008) har utviklet en teori som tar for seg hva slags kompetanse lærere bør ha for å sikre god og effektiv matematikkundervisning. Teorien deres skiller mellom seks domener for nødvendig kompetanse, som totalt sett tar for seg lærernes faglige- og didaktiske kompetanse. Jeg har benyttet meg av Valenta (2015) sine oversettelser av navnene på domenene (se figur 1).



Figur 1: Undervisningskompetanse i matematikk (Ball et. al., 2008, referert i Valenta, 2015)

### 2.1.1 Allmenn fagkunnskap

Det første domenet til Ball et. al. (Ball et. al., 2008) kalles «allmenn fagkunnskap». Dette domenet tar utgangspunkt i hvilke matematiske kunnskaper og prosesser lærere behersker utenfor det å undervise. Det vil si hva slags faglig kompetanse lærere har i matematikk.

Allmenn fagkunnskap handler om å ha kunnskap om hva man underviser i, oppdage misoppfatninger eller feil elever gjør i et tema, og se eventuelle dårlige definisjoner i oppgavene elevene får (Ball et. al., 2008). Dette domenet skiller seg ut med tanke på at det ikke er forbeholdt at det kun omhandler lærere. Siden det er allmenn fagkunnskap, kan andre personer som ikke er lærere også besitte denne kunnskapen, med forbehold om at man kan utføre matematiske prosesser og identifisere feil. Ball et. al. (2008) analyserte videoer av lærere som underviste i forskningen sin og så at allmenn fagkunnskap var en nødvendighet for lærere å ha for å sikre god undervisning. Grunnen for dette var at hvis læreren underviste på tavlen og regnet feil, brukte feil terminologi eller ikke fikk til å løse et problem, fikk det et negativt resultat i undervisningen. I korte trekk handler domenet allmenn fagkunnskap om å ha nok faglig kunnskap til å kunne utføre oppgavene som er beregnet at elevene skal kunne (Ball et. al., 2008).

### 2.1.2 Spesialisert fagkunnskap

Det andre domenet til Ball et. al. (2008) kalles «spesialisert fagkunnskap». Dette domenet skiller seg fra vanlig matematisk forståelse som folk flest besitter. Den eneste funksjonen spesialisert fagkunnskap har handler om det å kunne lære bort matematikk. Å lære bort er noe lærere ofte gjør i arbeid med matematikk. Dette krever at de har en større forståelse enn å utføre enkelte regneoperasjoner. De må ha en dypere forståelse av det som læres bort enn det man trenger for å lære det (Ball et. al., 2008). Grunnen for dette er at lærere må kunne omformulere den matematiske kunnskapen de besitter for at elever uansett nivå skal ha muligheten til å tilegne seg denne kunnskapen. Dette gjøres gjennom valget av representasjoner man bruker, hvordan man bruker matematisk språk og forklarer og begrunner valg av metoder (Ball et. al., 2008).

### 2.1.3 Kunnskap om faglig innhold og elever

Det tredje domenet til Ball et. al. (2008) kalles «kunnskap om faglig innhold og elever». Dette domenet går ut på å ha kunnskap om matematikken i sammenheng med elever. Her må læreren besitte så god kunnskap over emnene i matematikken, at man kan forutsi sannsynlige misoppfatninger elevene kommer til å ha om et gitt emne. Dette er ikke det samme som i domenet hvor man må kunne finne feil svar eller misoppfatninger elever har gjort. Her skal læreren i møtet med et nytt emne i matematikk forutse hva elever kommer til å tenke og synes er forvirrende (Ball et. al., 2008). Læreren må også tenke over og velge hvilke oppgaver de skal gi til elevene. Oppgavene bør være aktuelle og engasjerende for å opprettholde motivasjon og interesse hos elevene. Læreren bør også vite på forhånd om eleven kommer til å synes oppgavene er lette eller vanskelige (Ball et. al., 2008). Et annet kjennetegn innenfor dette domenet er at lærere også bør klare å høre og tolke elevsvar i klasserommet for å finne ut hvordan de ligger an i forståelse (Ball et. al., 2008). I korte trekk kan en si at det som skiller dette domenet fra allmenn fagkunnskap og spesialisert fagkunnskap, er balansen mellom lærerens matematiske kunnskap og relasjon til elevene. For det er kunnskapen læreren har om forskjellige misoppfatninger i matematikk samt kjennskap til elevene sine nivåer som ligger til grunn for dette domenet.

### 2.1.4 Kunnskap om faglig innhold og undervisning

Det fjerde domenet til Ball et. al. (2008) kalles «kunnskap om faglig innhold og undervisning». Dette domenet kombinerer lærernes kunnskap om faglig innhold og kunnskap om hvordan de bør undervise. Noe som inngår i dette er at lærere bør besitte en matematisk kunnskap om hvordan forskjellige representasjoner kan ha ulike fordeler og ulemper. Det handler også om hvordan man på best mulig måte kan overføre informasjon og kunnskap til elevene i undervisningen (Ball et. al., 2008). Et eksempel på dette kan være hva slags representasjoner man velger å benytte seg av i starten av et nytt emne og hvilke man velger å holde tilbake til en senere anledning. Disse valgene gjøres for å legge opp undervisningen slik at flest mulig elever skal få muligheten til å få en forståelse for emnet i starten. Deretter kan man ved senere anledninger benytte seg av andre representasjoner for å få en dypere forståelse (Ball et. al., 2008). Ball et. al. påpeker også at klasseromsdiskusjon går inn under dette domenet, ved at læreren blant annet må velge hvilke elevsvar man skal presentere i plenum for at elevene skal få utbytte av det. Læreren bør sørge for å gi elevene tid til å tenke i en klasseromsdiskusjon slik at flest mulig kan ha mulighet for å komme til forståelse.

### 2.1.5 Matematisk horisontkunnskap

Det femte domenet kaller Ball et. al. (2008) «matematisk horisontkunnskap». Dette handler om at lærere må besitte kunnskap om strukturen av matematikk og hvordan forskjellige emner er relaterte til hverandre. Læreren bør også kunne se hvordan det de lærer bort på for eksempel femte trinn, henger sammen med hva de kommer til å lære senere i skoleløpet. På denne måten kan de skape gode matematiske fundamenter som gjør elevene klare for den matematikken de skal lære senere (Ball et. al., 2008). Læreren bør også vite hva eleven har lært på forhånd og hva eleven trenger av kunnskap for å lære nye emner i matematikk.

### 2.1.6 Læreplankunnskap

Det siste domenet kaller Ball et. al. «læreplankunnskap». Dette domenet handler om at læreren bør ha kunnskap om læreplanen de bruker i skolen, og hvordan de kan bruke den. Kunnskap og erfaringer med hvordan man bruker annet læremateriell, som for eksempel lærebøker, konkreter og ulike nettsider, inngår også i dette domenet (Ball et. al., 2008; Jankvist et. al., 2015).

## 2.2 Fem aspekter ved brøk

Å utvikle god brøkforståelse innebærer blant annet å forstå alle aspektene som en brøk kan være. For at elever skal få god brøkforståelse er det dermed viktig at læreren viser elevene flere betydninger brøker kan ha, fremfor å kun fokusere på noen få av dem (Van de Walle et. al., 2020). Det er vanlig å skille mellom fem ulike aspekter ved brøk. Disse aspektene er; brøk som del av helhet, divisjon, måling, operator, og forholdstall (Van de Walle et. al., 2020).

Brøk som del av helhet er ofte det første aspektet elever får erfaring med. Grunnen til dette er at det finnes mange måter å konkretisere brøk som del av en helhet på, noe som hjelper elevene til å få en forståelse av hva brøk er for noe (Solem et. al., 2020; Van de Walle et. al., 2020). Det som kjennetegner dette aspektet, er at man ser på brøk som antall biter av en helhet. Noen eksempler på konkretiseringer innenfor dette aspektet er deling av pizzaer, kaker og drops. Fordelen med dette er at elever danner seg mentale bilder, noe som er bra for å forstå brøk når det blir mer abstrakt senere. Ulempen ved at arbeidet er basert på de samme

visuelle figurene eller konkretene, kan være at uvanlige former kan villedde elevene (Solem et. al., 2020).

Aspektet som handler om brøk som divisjon kan være et fint sted å begynne med arbeidet av brøk, grunnet elevers tidligere erfaringer med divisjon på skolen og i dagliglivet (Solem et. al., 2020; Van de Walle et. al., 2020). Dette aspektet handler om det å dele en størrelse inn i like store grupper hvor nevneren forteller elevene hvor mange like deler helheten består av (Bondø & Tokle, 2018; Van de Walle et. al., 2020).

Et annet aspekt ved brøk er brøk som måling. Dette aspektet handler om å etablere en lengde, for så å benytte den lengden som en målenhet og fastslå lengden av et mål (Solem et. al., 2020; Van de Walle et. al., 2020). Tallinjemodeller kan ofte bli brukt for å uttrykke brøk som måling. Grunnen til dette er at tallinjen er delt opp i like deler. En fordel med tallinjemodellen er at elever som regel har kjennskap til den fra før, og man kan finne den mange steder i dagliglivet, som for eksempel på et termometer, målebånd og litermål (Solem et. al., 2020).

Aspekter brøk som operator bygger på konseptet om en sammenligning mellom to størrelser hvor den ene størrelsen er en brøkdel i forhold til det andre. (Bondø & Tokle, 2018; Van de Walle et. al., 2020). Når en brøk multipliseres med et annet tall vil det enten bli større hvis brøken er over en, eller mindre hvis brøken er under en (Solem et. al., 2020).

Brøk som forholdstall handler om at brøken refererer til forholdet mellom to størrelser. Dette kan skje gjennom sammenligningen av to størrelser, hvor man enten kan se på størrelsen sammenlignet med en annen del, eller sammenlignet med helheten (Bondø & Tokle, 2018; Van de Walle et. al., 2020). Et vanlig eksempel på brøk som forholdstall er å se på blandingsforhold, for eksempel i saftblanding.

## 2.3 Instrumentell og relasjonell forståelse

Når vi snakker om elevers brøkforståelse, er det nødvendig å påpeke at vi kan skille mellom en overfladisk forståelse, og en mer dyptgående forståelse. Richard R. Skemp (1978) introduserte i denne forbindelse begrepene “instrumentell forståelse” og “relasjonell forståelse”.

Ifølge Richard R. Skemp (1978) er det grunnleggende å være bevisst over forskjellen mellom relasjonell og instrumentell forståelse når man underviser i matematikk. Med bakgrunn i Skemp definerer Van de Walle et. al. (2020) forskjellen mellom instrumentell og relasjonell forståelse. De forklarer at ved en «instrumentell forståelse gjør du noe uten å forstå det» og ved en «relasjonell forståelse vil man vite hva man skal gjøre og hvorfor» (Van de Walle et. al., 2020, s. 43). Skemp illustrerer begrepene gjennom å vise til metaforiske eksempler. Et eksempel Skemp bruker for å forklare forskjellen mellom forståelsene, er å se for seg at man beveger seg i en ny by. Dersom du i dette tilfellet har en instrumentell forståelse, har du fått instruksjoner for hvordan du skal bevege deg fra ulike startpunkt til ulike mål. Disse instruksjonene forteller hvilken retning personen skal gå i hvert veikryss for å nå målet, men om personen gjør en feil langs veien og ikke følger instruksjonene som har blitt gitt, vil personen gå seg bort. Den eneste måten å komme seg tilbake på riktig vei er å gå tilbake i fotsporene sine til der feilen oppstod (Skemp, 1978). Dersom en har en relasjonell forståelse, forklarer Skemp at personen har tilegnet seg et mentalt kart av byen gjennom å ha utforsket byen på forhånd. Med denne forståelsen kan personen ta seg fra hvilket som helst startpunkt til hvilket som helst mål. Hvis denne personen tar en feil sving på vei til mål vil han fortsatt kjenne seg igjen og dermed fikse det uten å gå seg vill (Skemp, 1978).

Oversatt til brøkforståelse kan vi si at elever med en instrumentell forståelse for eksempel kun kan gjennomføre prosedyren for å forenkle en brøk, mens elever med relasjonell forståelse kan gjennomføre prosedyren, forklare hvorfor de gjør det de gjør og vise hvordan ved hjelp av ulike representasjoner. At elevene tilegner seg en relasjonell forståelse av brøk er et ideal (Van De Walle et. al., 2020).

## 2.4 Bruk av konkrete i brøkundervisning

Konkreter kan være med på hjelpe elever å få god brøkforståelse. De kan bidra til bedre forståelse av matematiske ideer som ofte kan være forvirrende å forstå når de er representert på symbolsk form (Van de Walle et. al., 2020). Gjennom å la elevene få ta på, se på og bruke konkrete, kan elevene få hjelp til å danne dypere og vedvarende forståelse av matematiske konsepter som brøk (Fraser, 2013, referert i Moscardini, 2009). Lio Moscardini (2009) forklarer at konkrete både kan være støttende for elever, men også i noen tilfeller begrensende. Konkretene kan hjelpe elevene med å gjøre abstrakte konsepter mer forståelig og håndgripelig, men elevene kan også bli avhengig av konkretene. Hun forklarer at de kan bli

som krykker for elevene, og kan medføre at elevene vil slite med å utvikle abstrakt tenkning og selvstendig problemløsning uten å bruke konkretene (Moscardini, 2009).

## 2.5 Bruk av ulike modeller i brøkundervisning

Når man skal utvikle elevers brøkforståelse, er det flere ulike modeller læreren kan bruke for å representere brøkene. Det er vist at å bruke ulike modeller i brøk på en effektiv måte er positivt for å gi elevene god brøkforståelse (Empson & Levi, 2011, referert i Van de Walle et. al., 2020). Å bruke modeller kan være med på å hjelpe elevene til å skape mentale forestillinger av hva en brøk er. Tre kjente modelltyper i brøk er areal-, lengde- og mengdemodell.

Arealmodellen er en fin modell å bruke når man skal starte å utforske brøk. Dette begrunnes med at man kan vise del-av-helhet-konseptet og utvidelser av brøker på en god måte (Solem et. al., 2020; Van de Walle et. al., 2020). Delene i arealmodeller har likt areal, og noen eksempler på slike modeller er pizza, kake, rutenett og papir (Bondø & Tokle, 2018)

I en lengdemodell blir avstander eller lengder sammenlignet istedenfor areal. Her blir brøk omtalt som et måltall eller en størrelse (Bondø & Tokle, 2018). Lengdemodeller er svært viktig for elevers utvikling av brøkforståelse. Van de Walle et. al. (2020) henviser til forskning som viser at tallinjer hjelper elever med å forstå brøk som et tall, istedenfor et tall over et annet tall. Tallinjen kan også hjelpe til med å forstå andre aspekter i brøk (Van de Walle et. al., 2020). Noen eksempler på lengdemodeller er linjaler, papirstrimler, cuisenairstaver og som nevnt, tallinjer (Bondø & Tokle, 2018)

I mengdemodeller er det hvor mange elementer det er i en mengde som er i fokus, i motsetning til form eller areal. Man kan se delene i forhold til hverandre og helheten kan deles i flere delmengder (Bondø & Tokle, 2018). En vanlig misoppfatning med mengdemodeller er å fokusere på størrelsen til den ene mengden istedenfor den totale mengden i modellen (Van de Walle et. al., 2020). Mengdemodeller kan hjelpe elever til å forstå brøkkonseptet og se sammenhenger mellom brøk og hverdagslige problemer (Van de Walle et. al., 2020).



## 2.6 Å fremme begrepsforståelse i brøk

Noe som inngår i elevenes brøkforståelse, er elevenes begrepsforståelse i brøk. Et mål for matematikkundervisningen er ifølge Stengrundet & Valbekmo (2019) at elever skal få en god begrepsforståelse. Innen temaet brøk er sentrale begreper blant annet «del av helhet» og «operator». At elever kan si disse ordene i brøk, er ikke nok til å ha en god begrepsforståelse i brøk, da de også må vite hvorfor og hvordan de skal bruke et begrep i en gitt situasjon (Stengrundet & Valbekmo, 2019). Det at elever lærer å beskrive begreper ved hjelp av ulike representasjoner som tegninger, matematiske symboler og egne ord, kan styrke elevens forståelse av begreper (Stengrundet & Valbekmo, 2019).

Det finnes forskjellige måter å danne god begrepsforståelse på. Den ene måten kan illustreres som å sette sammen forskjellige kunnskapsbiter nærmest som om man legger et puslespill, og når puslespillet er ferdig ser man helheten. Kunnskapsbitene kan som nevnt over være ulike representasjonsformer man bruker for å utforske begrepet (Stengrundet & Valbekmo, 2019, s. 6). Et annet eksempel kan illustreres gjennom å bygge en trapp hvor man putter kunnskapsbitene på hverandre. Her ser elevene tilbake på hva de har lært fra før og knytter det nye de lærer på dette. Det disse to måtene har til felles er at man kan si at et begrep er forstått når begrepsforståelsen kan generaliseres og utvides (Stengrundet & Valbekmo, 2019, s. 6)

Det er mye en lærer bør tenke over før han introduserer et nytt begrep til elevene. For det første er det viktig å tenke over hvordan man kan definere begrepet for å møte elevene. Deretter hvilke egenskaper ved begrepet som er viktigst. Videre er det viktig å se på hvilken relasjon begrepet har til andre begrep, og hvilke representasjoner og modeller man bør bruke for å vise begrepet til elevene (Stengrundet & Valbekmo, 2019). Representasjonene man velger å benytte seg av i undervisningen er spesielt viktig for å utvikle begrepsforståelse hos elevene. Grunnen for dette ligger i muligheten for å utvide forståelsen til elevene ved at ulike representasjoner kan representere det samme (Stengrundet & Valbekmo, 2019).

## 2.7 Hvorfor er brøk vanskelig for elever?

I 2008 publiserte Wu en studie som illustrerer to ulike grunner til at elever møter utfordringer når de skal utvikle brøkforståelse. Selv om dette omhandler amerikanske elever på femte trinn, er det også relevant når vi snakker om norske elever på femte trinn. Bakgrunnen for dette er at i både Norge og USA er det først på femte trinn de lærer om konseptet brøk og de utallige ferdighetene dette innebærer (Kunnskapsdepartementet, 2019; Wu, 2008).

Den første grunnen til at elevene møter utfordringer er ifølge Wu at elevene mister det naturlige referansepunktet som de har brukt siden første klasse, nemlig fingrene. Når elever har jobbet med addisjons- eller subtraksjonsoppgaver med hele tall gjennom skoleløpet, er det en del som har brukt fingrene som lett tilgjengelig konkretiseringsmaterie. Det nye referansepunktet elevene får tildelt i møtet med brøk er som regel pizza eller kake (Wu, 2008). Den andre grunnen er at brøk er det første møtet elever har med abstrakt matematikk (Wu, 2008). Dette kan også begrunnes gjennom at elevene som nevnt mister referansepunktet, men også at tallene blir uttrykt på andre måter enn det de er vant til, både på papiret og muntlig.

Wu nevner at arealmodellene pizza og kake er det de fleste lærere og elever forbinder med brøk, og at disse eksemplene blir brukt mye i arbeidet med brøk. Dette mener Wu er lite hjelpsomt med mindre man kan finne ut hvordan man kan multiplisere og dividere med pizzaer og kaker (Wu, 2008). Istedenfor mener Wu at man heller burde benytte seg av flere ulike modeller i brøkundervisning. Blant annet argumenterer han for bruk av tallinje som referansepunkt til brøk. Negative og positive brøker kan lett plasseres på en tallinje og det er en likhet når det kommer til effektivitet og enkelthet som det å telle på fingrene som elever har kjennskap til fra før (Wu, 2008).

## 2.8 Viktigheten av lærerens faglige kunnskap

Det er flere forskjellige faktorer som spiller inn på at brøk er vanskelig for elever og lære. Som nevnt tidligere har Wu (2008) to grunner, men Putra (2019) belyser en annen faktor. Denne faktoren handler ikke om elevens forståelse, men hvordan lærerens manglende kunnskap om brøk kan ha en innvirkning på elevenes brøklæring. (Siegler & Lortie-Forgues, 2017, referert i Putra, 2019) Med bakgrunn i denne påstanden og dårlige resultater blant danske elever i brøkoppgaver, utførte Putra en studie som skulle sjekke danske lærerstudenter sine

generelle kunnskaper rundt regneoperasjoner med brøk (Putra, 2019). Studentene fikk hypotetiske læreroppgaver som skulle utforske dem på to punkter. Det første punktet som ble utforsket var hva slags matematisk og didaktisk kunnskap studenten hadde for å løse to hypotetiske læreroppgaver. Den første oppgaven handlet om addisjon og subtraksjon av brøk, mens den andre oppgaven handlet om multiplikasjon og divisjon av brøk. Det siste punktet som ble utforsket var hvordan forholdet mellom den matematiske kunnskapen og den didaktiske kunnskap kom frem i samarbeidet mellom studentene (Putra, 2019).

Resultatene fra det første punktet var at studentene foretrakk å bygge sine didaktiske valg basert på hverdagslige situasjoner. Pizza som representasjonsmodell ble mest benyttet, og ga feil svar når det ikke var snakk om små rasjonale tall (Putra, 2019). Denne metoden dekker også bare én av de fem aspektene av brøk som er del av en hel. Det å lære elevene denne metoden å løse oppgaver på vil ikke være nok for å bygge en fullstendig forståelse av rasjonelle tall (Putra, 2019). Resultatet fra det andre punktet viste at studentene slet med å forklare for eksempel divisjon av brøk på en god måte. De fleste av studentene ville benytte seg av hverdagslige representasjoner eller scenarioer for å vise hva som skjer når man dividerer brøker, men klarte ikke å produsere noen fungerende didaktiske metoder som omhandlet hverdagslige problemer (Putra, 2019).

Konklusjonen til studien er at det finnes et sprik mellom danske lærerstudenter sin matematiske forståelse og den didaktiske kunnskapen for å lære bort operasjoner med rasjonale tall (Putra, 2019). Studentene sine valg om å benytte seg av hverdagslige situasjoner eller problemer for å representere hva som skjer under operasjoner av brøk, resulterte i at det noen ganger ble benyttet ugunstige didaktiske teknikker for å lære bort operasjoner med rasjonale tall. For eksempel bruk av pizza- eller kakemodeller for å vise multiplikasjon av to brøker (Putra, 2019).

## 2.9 Valg av undervisningsmetoder og elevers brøkforståelse

For å se på læreres undervisningskompetanse knyttet til å fremme brøkforståelse hos elever på femte trinn, er det sentralt å gå inn på hvorvidt valg av undervisningsmetoder kan ha betydning for elevenes brøkforståelse. I 2021 publiserte Ubah en studie som så på sammenhengen mellom ulike metoder å undervise på, og elevenes resultater.

Tre erfarne lærere ble observert på hvordan de underviste i addering av brøk til femte klasse. Det ble gjort tester av elevene før og etter for å måle virkningen av forskjellige måter og undervise på (Ubah, 2021).

Den første læreren brukte det tilgjengelige lærermaterialet han hadde fått, men syntes at det trengtes mer materiale i arbeidet med brøk. Læreren fant dermed eget materiell som kunne supplere arbeidet. Timene var elevsentrerte, hvor elevene jobbet aktivt i grupper eller med læringsvenner. Visuelle representasjoner ble brukt, og læreren gikk fra konkrete til semi-konkrete og til slutt tallsymboler (Ubah, 2021). Læreren sine klasseromsdiskusjoner gjorde at elevene fulgte aktivt med fra starten til slutten av timene. Læreren beveget seg rundt i klasserommet for å se at alle fulgte med, og hjalp elevene hvis de trengte det. Timene var godt planlagt for ikke å sløse noe tid. Læreren benyttet seg av ulike representasjoner og forklarte sammenhengen mellom de forskjellige representasjonene. Når det kom til de symbolske representasjonene av brøk, fokuserte læreren veldig på å bruke riktig terminologi som «to fjerdedeler» istedenfor «to over fire» (Ubah, 2021).

Den andre læreren benyttet seg av en lærerstyrt undervisningsform hvor alt av visuelle og fysiske konkrete ble demonstrert foran i klasserommet med elevene som observatører. Elevene var kun aktive når de ble oppropt for å skrive på tavlen. Læreren benyttet seg av ulike representasjonsformer i arbeidet med brøk, men forklarte ikke sammenhengene mellom dem. Når det kom til å addere to brøker forklarte læreren at man kun skal addere telleren uten å forklare hvorfor nevneren blir den samme (Ubah, 2021). Dette resulterte i at elevene brukte mye av tiden på å kopiere det som ble skrevet på tavlen. Når det kom til å trekke linjer mellom verbale og symbolske representasjoner, brydde læreren seg ikke om at riktig terminologi ble brukt. Læreren refererte til brøken  $\frac{2}{4}$  som «to over fire» isteden for «to fjerdedeler». Læreren benyttet seg av et hverdagslig problem, men istedenfor å la elevene få tid til å prøve å løse oppgaven gjorde læreren oppgaven enklere helt til det punktet at det ble vanlig addisjon istedenfor addisjon av brøk.

Den siste læreren benyttet seg også av en lærerstyrt undervisningsform hvor alt av instruksjoner skjedde på tavlen, men elevene fikk muligheten til å melde seg frivillige til å løse forskjellige oppgaver ved tavlen. Læreren benyttet seg av forskjellige representasjonsformer for å vise addisjon av brøk, og brukte også en lek. Læreren brukte lite tid på å forklare sammenhengene mellom dem, og gikk fort videre til nye aktiviteter (Ubah,

2021). Læringen var dominert av læreren sine egne forklaringer og demonstrasjoner, og elevene fikk ikke muligheten til å arbeide sammen for å finne deres egne svar. Når det kom til symbolsk representasjon forklarte læreren sammenhengen til andre representasjoner som f.eks. pizza (Ubah, 2021).

Ingen av lærerne benyttet seg av tallinje som en modell for å representere brøk. En forståelse av at brøk kan være en lengde, slik som på en tallinje, kan som nevnt være med på å forme elevers forståelse av brøk (Ubah, 2021; Wu, 2008).

Resultatene av studien viste at elevene til den første læreren fikk dobbelt så bra resultat som de to andre lærerne sine elever. Bakgrunnen for dette påpeker Ubah at skyldes bruken av forskjellige representasjoner og aktiviteter gjorde at elevene fikk en mer aktiv rolle i undervisningen enn de to andre klassene. Bruk av riktig terminologi, tydelige forklaring og forklaring av sammenhengene mellom det verbale og symbolske var også en faktor som bidro mye til resultatet (Ubah, 2021).

## 3. Metode

I dette kapitlet skal jeg gjøre rede for den metodiske tilnærmingen jeg har brukt for å undersøke problemstillingen min. Jeg skal gå inn på hvilken datainnsamlingsmetode jeg har valgt, gjennomføringen av datainnsamlingen og bearbeiding av datamaterialet. Til slutt skal jeg gå inn på etiske prinsipper og vurdere metodens pålitelighet og gyldighet.

### 3.1 Kvalitativ metode

For å utforske problemstillingen min «*hva kjennetegner læreres undervisningskompetanse knyttet til å fremme brøkforståelse hos elever på femte trinn?*», har jeg valgt å benytte meg av en kvalitativ metode. I følge Postholm & Jacobsen (2018) bruker en den kvalitative metoden når intensjonen er å beskrive og forstå hva bestemte mennesker gjør i hverdagslivet, og hvilke meninger handlingene har for dem. Kvantitative metoder derimot baserer seg på at informasjon om virkeligheten blir uttrykt ved hjelp av tall (Postholm & Jacobsen, 2018). Siden intensjonen med min studie er å beskrive og forstå et utvalg læreres undervisningskompetanse, så jeg det som naturlig å benytte meg av en kvalitativ tilnærming.

### 3.2 Semistrukturert intervju

Jeg benyttet meg av individuelle, semistrukturerte intervjuer for å samle inn dataen jeg trengte for å forske på problemstillingen min. Jeg opplevde at intervju som metode var mest hensiktsmessig da jeg ønsket å plukke opp læreres erfaringer og refleksjoner. Gjennom denne metoden fikk jeg høre informantene sine oppfatninger, meninger, holdninger og følelser innenfor det å lære bort emnet brøk til elever (Kvale & Brinkmann, 2012). Før intervjuene hadde jeg laget en intervjuguide med temaer og spørsmål for å få informasjon om hva jeg ville finne ut av, men jeg var fortsatt åpen for at informanten kunne komme med innspill som jeg ikke hadde tenkt over på forhånd. Dette gjaldt også meg som intervjuer, ved at jeg kunne stille oppfølgingsspørsmål på steder der jeg tenkte det var hensiktsmessig for å forstå informantens perspektiv (Postholm & Jacobsen, 2018). Med denne metoden opplevde jeg at intervjuene representerte et mer realistisk bilde av informantenes tanker og refleksjoner. Det ga meg også en følelse av hva informantene hadde erfaringer og kunnskap med, og hva de mener er viktig når det kommer til arbeidet med å fremme brøkforståelse hos elever.

### 3.3 Utvalg

For å kunne undersøke problemstillingen min, måtte jeg skaffe et utvalg informanter som ønsket å stille til intervju. For å sikre at utvalget har relevant erfaring og kompetanse innenfor tematikken, er det nødvendig å sette noen kriterier for utvalget (Neteland, 2020)

Problemstillingen min søker etter å se på læreres undervisningskompetanse knyttet til det å fremme brøkforståelse hos elever på femte trinn. Dermed så jeg det som nødvendig å sette kriteriene «lærere som har erfaring med å undervise i matematikk på femte trinn». Videre ga jeg disse kriteriene til UiA, som hjalp meg å få tak i informanter. Ifølge Neteland (2020) er det lurt å ikke ha for mange informanter når man ønsker å gå i dybden på informantenes beskrivelser. Derfor valgte jeg å ha fire informanter totalt.

Basert på kriteriene mine, ble utvalget mitt bestående av fire lærere som alle har erfaring med å undervise i matematikk på femte trinn. Utvalget bestod av lærere på ulike skoler, av begge kjønn, og lærere med både lang og kort erfaring. Jeg ga lærerne de fiktive navnene Mona, Per, Ole og Arne.

### 3.4 Intervjuguide

I forkant av intervjuene utarbeidet jeg en intervjuguide for å ha en organisert plan for intervjuforløpene. For å sikre at intervjuene skulle gi meg et materiale som var relevant for problemstillingen min, lagde jeg spørsmålene i henhold til Ball et. al. (2008) sin teori om undervisningskompetanse. Spørsmålene hadde som hensikt å gjøre at informantenes svar kunne havne under ett eller flere av domene til Ball et. al. I tillegg ønsket jeg å starte med noen bli-kjent spørsmål til lærerne, slik at vi kunne få en rolig start på intervjusituasjonen og koble på. Intervjuene bestod dermed av fire ulike kategorier som jeg valgte å kalle; «bli kjent med deltaker», «undervisning», «støttematerialer» og «vurdering». Jeg opplevde at intervjuguiden var til god hjelp for å sikre at jeg fikk med meg alt, samtidig som intervjuet var semi-strukturert og jeg noen ganger omformulerte spørsmål eller stilte oppfølgingsspørsmål.

### 3.5 Gjennomføring av intervjuene

Alle intervjuene ble gjort fysisk til stede med hver informant på deres arbeidsplass. Prosessen var lik for hver enkelt informant. Intervjuene ble holdt på et møterom eller tilgjengelig rom hvor vi ikke kunne bli forstyrret. Etter å ha snakket litt og blitt bedre kjent, ga jeg informanten et samtykkeskjema (vedlegg 2) som de skulle signere før intervjuet. Hver informant fikk den

tiden de trengte til å lese gjennom og spør spørsmål før de signerte. Deretter forklarte jeg at jeg kom til å benytte meg av lydopptak under intervjuet for å kunne følge med i samtalen og ikke notere hva de svarer. Jeg forklarte også at opptaket ville bli lagret bak Feide innlogging og slettet når masteren er ferdig. Informantene hadde også blitt tilsendt intervjuguiden en uke i forkant av intervjuet. Dette gjorde jeg fordi jeg ønsket at informantene skulle ha mulighet til å sette seg inn i hva oppgaven min handlet om og at de hadde lest spørsmålene på forhånd. Alle intervjuene ble holdt på tidspunkt som passet best for informantene for å imøtekomme deres hverdag, og for å slippe at de som ble intervjuet måtte haste for å rekke noe etterpå. Tiden på intervjuene ble forskjellig fra informant til informant, men ingen av intervjuene varte lengre enn den tiden som var angitt på forhånd.

### 3.6 Pilotintervju

Før jeg gjennomførte intervjuene benyttet jeg meg av pilotintervju av en medstudent. Dette anså jeg som en viktig test eller øvingsmulighet, med tanke på at jeg aldri før hadde stått i rollen som intervjuer. Dette ga meg sjansen til å teste ut det tekniske utstyret og intervjuguiden. Denne forbedreselen var med på å kvalitetssikre intervjuene, noe som er avgjørende for å samle inn et godt datamateriale (Neteland, 2020). Selv om medstudenten i pilotintervjuet ikke hadde kvalifikasjonene som var spesifisert at informantene måtte ha, var intervjuet lærerikt, og jeg fikk mulighet til å teste ut intervjuguiden i praksis og omformulere noen spørsmål.

### 3.7 Lydopptak og Transkribering

For å kunne gjengi hva informantene sa i intervjuet, tok jeg opp samtalen med en diktafon. Fordelene med dette er muligheten til å høre over intervjuet flere ganger, slippe å stresse med å notere under intervjuet og for å øke etterprøvbareheten (Neteland, 2020). Det ga meg også muligheten til å konsentrere meg om intervjuet og være mer delaktig i samtalen gjennom for eksempel å komme med oppfølgingsspørsmål og aktivt anerkjenne svarene til informantene (Postholm & Jacobsen, 2018).

Etter intervjuene var ferdige gjensto det å transkribere dem fra muntlig til skriftlig form, slik at de ble bedre egnet til analyse (Kvale & Brinkmann, 2009). Jeg satte ned farten på intervjuene til 0,5 hastighet for å høre nøyaktig hva som ble sagt. Dette hjalp også på at transkripsjonene ble grundig gjort og at materialet ble mest mulig reellt. Pauser før lærernes svar, følelsesuttrykk og lyder som «ehhm» valgte jeg å ikke ta med i transkripsjonen, da jeg ikke så det som relevant.



### 3.8 Analysemetode

Analysemetoden jeg valgte å benytte meg av er tematisk analyse. Denne metoden tar utgangspunkt i å analysere, identifisere og tolke meningsmønstre i kvalitativ data for så og sortere det i temaer (Braun & Clarke, 2006). Siden jeg har valgt å benytte meg av Ball et. al. (2008) sin teori om undervisningskunnskap i matematikk, hadde jeg allerede funnet temaene jeg skulle sortere dataen inn i. Jeg startet analysen min med å lese over transkripsjonene fra intervjuene og markerte hvilket utsagn som gikk under ett eller flere av domene/temaene til Ball et. al. Dette gjorde jeg gjennom å gi koder til de forskjellige temaene. Jeg benyttet meg av kodene: CCK, SCK, KCS, KCT, HCK og KCC (Common content knowledge, Specialized content knowledge, Knowledge of content and students, Knowledge of content and teaching, Horizon content knowledge og Knowledge of content and curriculum) (Ball et. al., 2008).

Etter at jeg hadde kodet alle intervjuene lagde jeg et nytt dokument til hvert av intervjuene hvor jeg benyttet meg av en tabell som inneholdt linjenummer, hvem som snakket, utsagn og kode. Dette gjorde jeg for å systematisere materialet, noe som gjorde det lettere for meg selv å senere finne det jeg trengte i dataen min (Neteland, 2020). Her er et eksempel på hvordan jeg kodet et utsagn:

M37: «Elevene får jo bevege på seg da, og hvis det er litt lek- og konkurransepreg over det så får de, holdt jeg på å si, de blir på en måte litt lurt til å lære.»

Dette utsagnet handlet om hennes forståelse av elevene, og fikk derfor koden «KCS».

### 3.9 Etiske prinsipper

I all forskning er det viktig å kontinuerlig være bevisst over å overholde etiske prinsipper (Posthom & Jacobsen, 2018). Ifølge Postholm og Jacobsen (2018) er to sentrale etiske prinsipper å sikre informert samtykke fra informantene som deltar i studien, og å overholde deres rett til privatliv.

### 3.9.1 Informert samtykke

Postholm og Jacobsen (2018) påpeker fire ulike punkter som er viktig knyttet til å gi informantene informert samtykke. Det første punktet kaller de kompetanse. Her krever de at den som skal bli undersøkt er i stand til å kunne bestemme selv om de vil være med i undersøkelsen. Her er det nødvendig at deltakerne er kompetente nok til å vurdere fordeler og ulemper ved og være med på undersøkelsen og ta valget ut ifra det. Utvalget mitt består av kompetente voksne mennesker, så dette var dermed ikke noe problem.

Det andre punktet kaller Postholm & Jacobsen (2018) frivillighet. Dette kan være vanskelig å tilfredsstillende siden man ikke kan gå inn i hodet på informantene å vite hva slags press de måtte føle når det kommer til å delta i undersøkelsen (Postholm & Jacobsen, 2018). I forkant av intervjuene sendte jeg ut intervjuguiden (vedlegg 1) slik at informantene kunne finne ro ved å vite hva de skulle være med på. På intervjudagen fikk informantene som nevnt den tiden de trengte til å lese gjennom og skrive under på informasjonsskrivet (vedlegg 2). De fikk også en kopi og en forklaring på at hvis de vil trekke seg når som helst så var det helt greit. En beskrivelse av hvordan de kunne gjøre dette stod på arket.

Postholm og Jacobsen kaller det tredje punktet for full informasjon. I teorien er dette at deltakerne blant annet skal ha full informasjon om undersøkelsens hensikt, hvordan dataen skal brukes og hvilke mulige fordeler og ulemper det er for dem. I praksis er dette umulig siden det vil være alt for mye informasjon som mest sannsynlig vil føre til at de ikke husker noen ting (Postholm & Jacobsen, 2018). Som nevnt over sendte jeg intervjuguiden (vedlegg 1) i forkant av interjuvet. Dette for å fjerne presset av uvitenhet og for at lærerne i sine stressfulle dager skulle ha mulighet til å hente frem forkunnskapene sine før intervjuet. Her opplevde jeg at informantene fikk mer enn tilstrekkelig med informasjon om prosjektet.

Det fjerde punktet Postholm og Jacobsen (2018) snakker om handler om forståelse. Dette tar for seg om informantene har forstått all informasjonen de har fått. Det er ikke lett å vite om informantene har forstått alt som ble sagt til dem. Informantene hadde ingen spørsmål, og jeg oppfattet at de hadde forstått alt. Hvis det er en fare for at resultatene kan være skadefulle for informantene er det enda viktigere å legge mer vekt på de fire kravene i informert samtykke (Postholm & Jacobsen, 2018). I mitt prosjekt er det lav risiko for at resultatene kan være skadefulle for informantene. Jeg var likevel opptatt av å overholde dem.

### 3.9.2 Krav til privatliv

Når det gjelder å overholde informantenes rett til privatliv, snakker Postholm & Jacobsen (2018) om viktigheten av å se på hvor følsom og privat informasjonen som skal samles inn er, og hvor stor mulighet det er for å identifisere informantene.

I Norge har vi en lov om behandling av personopplysninger. Denne loven definerer hva som er følsomme opplysninger, slik at det ikke er opp til den enkelte å bestemme dette. I § 2, punkt 8, nevnes det at informasjon om religion, rase, politisk overbevisning, helseforhold, seksuelle forhold og medlemskap i fagforeninger er følsomme opplysninger (Personopplysningsloven, §2, 2018, referert i Postholm & Jacobsen, 2018). Min studie samler ikke inn noe informasjon av det som blir definert av loven som følsomme opplysninger.

Når vi snakker om hvor privat informasjonen man samler inn er, deler man det gjerne inn private sammenhenger og offentlige sammenhenger. Private sammenhenger er det som skjer i familien, hjemmet eller blant venner i private lag. Offentlige sammenhenger er for eksempel hva folk gjør på jobben eller i et demonstrasjonstog. Dersom en undersøkelse beveger seg mot private sammenhenger, må sterkere tiltak benyttes for å sikre privatlivets fred (Postholm & Jacobsen, 2018). Min studie undersøker kun hva enkelt lærere tenker og gjør i arbeidet med emnet brøk på skolen. Derfor beveger vi oss ikke inn på det private, men forholder oss på det offentlige.

I min undersøkelse har det hele tiden vært et mål at ingen av informantene skal kunne identifiseres, da dette bryter med informantenes rett til privatliv. Dette kunne f.eks. oppstått i forbindelse med hva informanten har svart på et spørsmål, om de for eksempel deler hva vedkommende har gjort i en spesiell situasjon, alder og kjønn eller deltakerens kombinasjon av utdanning (Postholm & Jacobsen, 2018). Blant tiltakene som er blitt gjort for å anonymisere informantene er at jeg har byttet ut navnene deres med fiktive navn, ikke oppgitt hvilke skoler de jobber på og ikke sagt noe om alderen deres. I tillegg har deltakerne blitt informert om at alt av lydopptak og personopplysninger blir slettet når masteren er ferdig.

### 3.10 Pålitelighet og gyldighet

I et forskningsprosjekt er det nødvendig å reflektere over studiens reliabilitet og validitet, også kalt studiens pålitelighet og gyldighet. Dette handler om hvilke begrensninger som er knyttet til forskningen og hvordan forskerens valg av metode og gjennomføring kan ha påvirket studiens resultater (Postholm & Jacobsen, 2018).

For å vurdere en studies pålitelighet er det vanlig å se på om resultatene er reproduserbare dersom man gjør en lik studie ved et senere tidspunkt. I min oppgave vil dette ikke være et mål, da funnene mine representerer kontekstuell kunnskap som er knyttet til lærernes og mine subjektive oppfatninger. Ifølge Postholm og Jacobsen (2018) blir det dermed heller relevant å se på hvordan jeg som forsker kan ha påvirket studien. Et sentralt punkt her er å gjøre rede for hvorvidt spørsmålene som ble stilt i intervjuene var ledende eller uklare. I utarbeidelsen av intervjuguiden og under gjennomføringen av intervjuene forsøkte jeg å stille åpne, ikke-ledende spørsmål for å ikke legge føringer for hva lærerne skulle svare. For eksempel brukte jeg formuleringen «bruker du noen digitale hjelpemidler?» fremfor «hvilke digitale hjelpemidler bruker du?» slik at det ikke skulle fremstå som om jeg hadde en forventning til at lærerne kjente til noen hjelpemidler. Samtidig ser jeg i ettertid at jeg ikke alltid var like konsekvent på dette, da jeg også stilte noen spørsmål som «hvordan aktiverer du elevenes forkunnskaper i møte med brøk?». Dette ville jeg i ettertid heller byttet ut med «aktiverer du elevenes forkunnskaper i møte med brøk?».

Videre påvirkes også studien pålitelighet av hvorvidt informantene har relevant kompetanse på det som undersøkes, og om det er noen som burde vært en del av utvalget som ikke er det (Postholm & Jacobsen, 2018). Som nevnt satte jeg kriterier for utvalget mitt før rekrutteringen begynte. Dette gjorde at jeg fikk informanter som hadde relevant kompetanse og erfaring for å kunne svare på spørsmålene. Utvalget mitt bestod av begge kjønn, både nyutdannede lærere og lærere med lang erfaring, samt lærere fra ulike skoler. Derfor representerer ikke studien bare én gruppe lærere. Det er derimot viktig å påpeke at den ene læreren hadde mer erfaring med å undervise i brøk for spes. ped. elever, enn med hele, ordinære klasser. Hun hadde dermed andre forutsetninger for å kunne svare på noen av spørsmålene enn de andre lærerne. Et eksempel på dette er at hun sjeldent tilrettela for elever med høy måloppnåelse, noe jeg spurte om. Jeg opplevde likevel ikke at dette hadde noen betydelige konsekvenser for funnene. Oppgavens pålitelighet kan videre påvirkes av om man har fått registrert alt som blir

sagt i intervjuene (Postholm & Jacobsen, 2018). For å sikre dette tok jeg som nevnt opp lyd på diktafon og transkriberte ordrett fra opptaket.

Oppgavens gyldighet handler om hvor godt oppgaven fanger opp det den skal undersøke (Postholm & Jacobsen, 2018). Min oppgave er ute etter å se på hva som kjennetegner læreres undervisningskompetanse knyttet til å fremme brøkkforståelse hos elever på femte trinn. Ved å se lærernes utsagn i lys av teori på undervisningskompetanse, opplevde jeg at jeg fikk god innsikt i det jeg var ute etter. Noe av undervisningskompetansen handler ifølge Ball et. al. (2008) om hva slags faglig kunnskap lærere har i emnet de underviser i. Basert på lærernes utsagn fikk jeg et innblikk i dette, men siden jeg ikke gjennomførte en prøve for å teste lærernes brøkkompetanse, har jeg mindre grunnlag for å gå grundig inn på deres faglige brøkkunnskaper. Jeg ønsket derimot ikke å gjennomføre en slik prøve, for at det ikke skulle oppleves som en testing og bedømming av lærerne.

I intervjuene gir lærerne beskrivelser av sin egen praksis. Det er viktig å merke seg at man ikke kan være sikker på at de fremstiller et bilde som representerer virkeligheten. Eksempelvis om de forsøker å fremstille et bedre bilde av praksis (Neteland, 2020). Det kan tenkes at det kan være en ekstra mulighet for dette siden jeg sendte lærerne intervjuguiden i forkant intervjuene, og lærerne kan ha lest seg opp på tematikken i forkant. For å gjøre dette mindre sannsynlig, kunne jeg supplert med observasjon. Samtidig var jeg i større grad ute etter lærernes kompetanse og refleksjoner knyttet til valgene de tar for å fremme brøkkforståelse, fremfor hvordan de gjør det i praksis, noe som gjorde at intervju likevel fungerte greit.

## 4.0 Presentasjon av funn og analyse

I dette kapittelet skal jeg presentere funn og analyse av datamaterialet jeg fikk fra de fire intervjuene. Som nevnt bruker jeg Ball et. al. (2008) sin teori om undervisningskompetanse som analyseverktøy, for å gjøre rede for hvordan lærernes utsagn plasserer dem innenfor de ulike domenene. Jeg har valgt å presentere funnene fra én og én lærer av gangen, for å gjøre det så oversiktlig og organisert som mulig. Her gir jeg først et kort sammendrag av lærernes refleksjoner og beskrivelser av praksis knyttet til å fremme brøkførståelse hos elever på femte trinn. Etter sammendragene analyserer jeg hvordan deres utsagn plasserer dem innenfor de ulike domenene til Ball et. al. (2008).

### 4.1 Mona

Mona har jobbet som lærer siden august 2022, og er dermed relativt ny i læreryrket. Hun har undervist i matematikk på femte trinn siden august 2023. Intervjuet ble gjennomført på starten av 2024, noe som vil si at Mona på dette tidspunktet hadde undervist i matematikk på femte trinn i ca. et halvt år. I tillegg til femte trinn, underviser Mona også i matematikk på sjette trinn. Mona har gått grunnskolelærerutdanning 5.-10. trinn. Her har hun opparbeidet seg 60 studiepoeng i matematikk.

Mona har ikke lang erfaring med å undervise i brøk, men påpeker at hun likevel kan det godt fra sin egen skolegang og fra universitetet. Hun mener at brøk er en mye større del av hverdagen en det man tror, noe som gjør at hun liker emnet veldig godt, og prøver og benytte seg av det til elevene så mye som hun kan. Det å benytte seg av riktig terminologi og forklare de ulike begrepene godt fra første stund, mener Mona kan være med på å hjelpe elevene å forstå brøk. Hun forklarer at hun forsøker å være konsekvent i bruken av terminologi og matematiske begreper, slik at ikke elevene skal bli forvirret om man bruker andre begreper. Dersom noen sliter med å forstå et matematisk begrep, forklarer hun det på en enklere måte, for så å gå tilbake til riktig bruk av begrepet. Hun mener at det er viktig at elevene har kontroll på begreper i matematikken, særlig desto eldre de blir. Når jeg spør Mona om hvordan hun anvender lærerplanen i matematikk i undervisningsplanleggingen, forklarer hun:

M27: «Akkurat nå så har jeg ikke fått kikket særlig mye på læreplanen. For jeg har en del elever i spes.ped., så vi har fokusert veldig på det grunnleggende. Men jeg prøver å koble alt jeg kan fra læreplanen til hverdagslivet for å knytte litt tråder der da.»

Når det kommer til aktivering av forkunnskaper, forklarer Mona at hun benytter seg av praktiske ting fra hverdagen som elevene kan kjenne seg igjen i. For eksempel snakker hun om hvordan elevene pleier å dele pizzaer hjemme. Undervisningsmetoder som Mona har gode erfaringer med er praktiske oppgaver hvor de benytter seg av konkrete som elevene kan ta på, og lekbasert læring. Hun har ikke benyttet seg av problemløsningsoppgaver enda. Hun begrunner dette med at det er for mye tekst for elevgruppen hun har. Når jeg spør om det er noen aspekter med brøkbegrepet som hun er spesielt opptatt av å vektlegge i undervisningen, forklarer hun:

M41: «Ja jeg prøver å vektlegge at teller delt på nevner er det samme som et delestykke, og at ting er en del av en hel»

Når det kommer til de andre aspektene, forklarer hun at hun ikke har kommet så langt som til det å presentere brøk som måling eller forholdstall. Brøk som del av en hel og divisjon mener hun er viktig at elevene har en forståelse for, ellers vil brøk bli mer utfordrerne etter hvert. Når jeg spør om hun opplever noen av aspektene som mer krevende for elevene å forstå, påpekte Mona at divisjon var litt vanskelig for dem. Ifølge Mona kan dette være fordi elevene ikke er vant til at delestykke kan bli presentert på en annen måte en det de er vant til.

Videre spør jeg Mona om hvordan hun legger opp progresjonen i undervisningen av brøk. Her forklarer hun:

M49: «Det går jo fra det veldig, veldig enkle. For hvis man på en måte begynner med eksempelet to åttendedeler med en gang og sier at dette er det samme som en fjerdedel så henger de ikke helt med. Så begynner helt på det grunnleggende sånn at de skal på en måte ha noen knagger å henge den nye informasjonen på.»

Når det kommer til hvordan Mona tilpasser undervisningen i brøk for de med høy og lav oppnåelse, forklarer hun at med tanke på elevgruppen hun har, tilpasser hun den på et veldig lavt og enkelt nivå og benytter seg av jevnlig pauser for å få med alle elevene. Mona tar med i betraktning hva elevene skal lære om senere i skoleløpet når hun underviser i brøk. Hun påpeker at hun opplever at man fokuserer veldig mye på brøk på femte trinn, også kommer

det ikke som et hovedtema i sjette og syvende i læreplanen. Derfor prøver hun å gjøre det så forståelig som mulig for at de skal huske det senere.

Mona benytter seg av både fysiske konkreter, visuelle konkreter og digitale hjelpemidler i undervisningen av brøk. Dette gjør hun i form av klosser, lar elevene tegne på tavla hvor de deler opp sjokolade/ pizzabiter, og ulike nettsider som har brøkoppgaver. Ifølge Mona er fordelene med støttematerialet hun bruker at det blir mer konkret for elevene, og de får utforske og undre seg. Derimot er ulempen ifølge Mona at dersom elevene kun blir vant til å regne med konkreter, vil de kunne møte utfordringer dersom de ikke har støttematerialet tilgjengelig. De digitale hjelpemidlene føler hun hjelper elevene til å oppleve mestring og motivasjon, men hun understreker at det er viktig å også bruke andre metoder enn bare de digitale.

For å vurdere hvordan elevene ligger an i brøkforståelse, observerer Mona hva elevene svarer på oppgaver, og stiller oppfølgingsspørsmål fra tidligere timer for å sjekke hvordan de ligger an, og for at de skal huske hva de har lært. Fordelen og ulempen med denne metoden er ifølge Mona at elevene blir vant til at det kommer oppfølgingsspørsmål hver time, men om noen har memorert svaret så kan hun ikke få vurdert dem på en god måte. Jeg spør videre hvordan hun identifiserer eventuelle feiloppfattelser av brøkbegrepet hos elevene. Da hadde hun et konkret eksempel:

M104: «Jeg har et eksempel. Hvis det er oppgaver som er syv sjokoladebiter, fire drops og fem tyggiser. Så er det hvor mange av godtebitene er tyggiser. Så skriver de fem, men så glemmer de på en måte å ta med alle bitene i nevneren. Da får noen elever en sånn «hæ, men de er jo ikke en del av den hele?» så er det sånn jo det er det faktisk. Så når det kommer tekstopp-gaver som er litt utfyllende så skjønner jeg at da har de ikke fått helt med seg betydningen av for eksempel teller og nevner.»

Når hun oppdager eventuelle feiloppfattelser hos elever, bruker hun denne informasjonen til å starte på nytt med oppgaven og hjelper elevene med å finne ut hva oppgaven spør om.

### **Allmenn fagkunnskap (CCK)**

Når det kommer til hvordan Mona utfyller domenet «allmenn fagkunnskap», kan det trekkes frem at hun viser god forståelse over hva det er hun skal undervise elevene sine i. Dette



kommer blant annet frem gjennom hennes brøkforståelse som hun har fått gjennom skolegangen sin og som hun gir uttrykk for i intervjuet. Fokuset hennes på riktig bruk av terminologi for at elevene ikke skal bli forvirret, og hennes kunnskap i å oppdage feil elevsvar viser at hun har tilstrekkelig faglig kunnskap til å gjøre oppgavene som er beregnet for elevene.

### **Spesialisert fagkunnskap (SCK)**

Flere av Monas forklaringer i intervjuet kan ses i sammenheng med domenet «spesialisert fagkunnskap». Blant annet snakker hun om hvordan hun legger opp undervisningen sin for at det skal bli forståelig for elevene, og at hun benytter seg av flere forskjellige metoder og representasjoner for at de skal forstå brøk. Et eksempel på dette er når hun snakker om hvilke undervisningsmetoder i brøk hun har gode erfaringer med:

M31: «Det er jo dette her med praktisk, å dele opp ting, ikke bare nødvendigvis kake og pizza, men brikker, og dele ut til elevene som hvert fall jeg har hatt i spesped undervisning. Så merker jeg at de har skjønt mye mer av det hvis vi har hatt konkreter å ta på.»

Dette viser hvordan hun bryter ned kunnskapen hun har om brøk på en måte slik at elevene hennes skal forstå det. Hun virker også bevisst over valgene hun gjør, da hun kommer med utfyllende forklaringer på hvorfor hun har tatt sine valg av metoder.

### **Kunnskap om faglig innhold og elever (KCS)**

Innenfor domenet «kunnskap om faglig innhold og elever», viser Mona at hun har forståelse om hva elevene synes er utfordrerne med brøk. Dette til tross for at hun har jobbet som lærer i kort tid. Eksempler på misoppfatninger som Mona merker at elevene sliter med er brøk som divisjon. Noen annet Mona gjør som utfyller dette domenet er valgene av hvordan hun tilpasser undervisningen i forhold til elevene for å opprettholde motivasjon og interesse. Et eksempel på dette som Mona forklarer i intervjuet er:

M53: «Nå har det seg sånn at jeg har denne spes.ped. gruppa med elever med lav måloppnåelse, så jeg tilpasser jo undervisninga på et veldig lavt og enkelt nivå. Ti minutter arbeid, fem minutter pause (...)»

Hun nevner også at hun benytter seg mye av oppgaver som er relatert til hverdagen for å treffe elevene sine. Hun benytter seg også av oppfølgingsspørsmål, hvor hun hører og tolker elevsvarene for å finne ut hvordan de ligger an i forståelse.

### **Kunnskap om faglig innhold og undervisning (KCT)**

Når det kommer til hvordan Monas utsagn kan ses i sammenheng med domenet «kunnskap om faglig innhold og undervisning», viser hun en forståelse for hvordan ulike representasjoner kan ha fordeler og ulemper. Dette forklarer hun med at for å få med elevgruppen sin, benytter hun seg av hverdagslige representasjoner som pizza og kake. Hun benytter seg også av en del konkreter. Her ser hun fordelene med at de får tatt på og visualisert brøken, og at de blir mer delaktige. Hun påpeker at ulempen er at de kan bli avhengige av å ha konkreter tilgjengelig for å løse en oppgave. Et annet poeng som passer inn i dette domenet er hvordan Mona velger å bruke forskjellige representasjoner fra starten av emnet til slutten. Mona forklarer at hun begynner med det veldig enkle, for så å øke vanskeligheten etter hvert som elevene har flere knagger og henge kunnskapen på.

### **Matematisk horisontkunnskap (HCK)**

Innenfor domenet «matematisk horisontkunnskap» kan det påpekes at Mona ikke nevner noe om hvordan brøk er relatert til andre emner i matematikk. Det Mona gjør som kan ses i lys av dette domenet, er hvordan hun prøver å legge et godt grunnlag for hva elevene kommer til å trenge senere i skoleløpet. Mona forklarer blant annet:

M63: «Ja. For nå er det jo sånn at man fokuserer veldig på brøk på femte trinn, så skal man jo ikke ha så mye egentlig, altså det kommer jo inn alltid, men man skal ikke ha det som hovedtema i sjette og syvende. Så jeg prøver jo å gjøre det så forståelig som mulig sånn at de skal huske det senere.»

Et annet eksempel på dette er at Mona snakker om viktigheten av å lære elevene riktig terminologi, siden de kommer til å få bruk dette for når de blir eldre.

### **Læreplankunnskap (KCC)**

Innenfor domenet «læreplankunnskap», kan vi trekke inn Monas utsagn om at hun ikke har brukt læreplanen så mye da hun har spes. ped. elever, men at hun gjerne ser på den for å koble

temaene der til hverdagslivet. Innenfor domenet læreplankunnskap inngår også hvordan man bruker lærermaterialer. Her Forteller Mona:

M71: «Ja jeg bruker sånne klosser, de ligner jo på legoklosser. Og lar elevene selv tegne på tavla, med å dele opp sjokoladebiter og pizzabiter»

Hun forteller også at hun benytter seg av nettsider som «skolen min» og «brøkgregning.net».

## 4.2 Ole

Ole har jobbet som lærer i 12 år, og har femte trinn for tredje gang da jeg intervjuer han. Dette er første gangen Ole har femte trinn i matematikk etter at den nye læreplan har blitt iverksatt. Han har en bachelor som faglærer i kroppsøving og har 30 studiepoeng i matematikk.

Ole understreker at han synes brøk er et veldig morsomt og spennende, men komplekst tema. Ole er opptatt av at det er viktig at lærere vet hva som ligger bak brøkbegrepene for at elevene skal forstå dem. Han nevner også at det å bruke riktig terminologi i undervisningen er viktig for at elevene skal kunne vende seg til det. Ole forteller at selv om han er opptatt av å bruke riktig terminologi, kan det likevel hende at han av og til bruker for eksempel «tre av fire» istedenfor «tre fjerdedeler». Han sier at han gjør dette for å treffe de svakere elevene, men målet er at språket skal bli mer og mer presist jo lengre ut i brøkundervisning de kommer. Ole bruker aktivt lærerplanen til å planlegge hvordan og hva han skal undervise i brøk igjennom skoleåret. Når det kommer til hvordan Ole aktiverer forkunnskapene til elevene sine forteller han at han bruker mye eksempler fra elevenes hverdag, som pizza eller kake, men han varierer eksemplene han bruker og benytter seg av ulike representasjonsmetoder for å demonstrere dem. Jeg spør også Ole hvilke undervisningsmetoder i brøk han har gode erfaringer med, da forteller han:

O30: «Pleier å ha en god blanding jeg. Jeg liker veldig godt tavleundervisning med oppgaver som de skal løse etterpå enten alene eller i par/grupper. Så bruker jeg instruksjonsvideoer som ligger i skolen min, men ofte med en utdypning etterpå. Så jeg kan finne på å gi i lekse at de skal se den videoen, gjøre tekstoppgaver også har jeg muligheten til å se hvordan de har gjort det der også kan jeg utdype der jeg ser at det

trengs i timene etterpå. Det synes jeg er en ganske effektiv måte å løse det på. Så jobber vi med oppgaver fra læreverket, ja, det er aktiviteter som jeg bruker i de fleste temaer egentlig. Har veldig gode erfaringer med det fra tidligere, ja.»

Bakgrunnen for at han har gode erfaringer med denne undervisningsmetoden er ifølge Ole at det har fungert veldig godt tidligere, men han påpeker at det er ikke denne metoden alene som fungerer. Han sier at hvis man bare forklarer på tavlen og sier «jobb», er det ikke nødvendigvis slik at alle skjønner det, men han er tilhenger av at elevene skal prøve og feile i tillegg. Hvis elevene sitter fast, poengterer han at det finnes løsningsforslag der elevene jobber som de kan benytte seg av for å se hva de gjør feil. Ved at elevene får mengdetrening gjennom å sitte og arbeide med oppgaver, opplever han at han blir mer løsrevet og kan gå til flere elever og hjelpe. Problemløsningsoppgaver benytter han seg av enten når nivået kommer på et visst plan, men også noe i starten. Dette begrunner han med at det er en fin inngang til gode diskusjoner, og at elevene skal få undre seg og komme frem til løsninger selv. Når det kommer til hvilke aspekter med brøk han vektlegger mest, eller hvordan han jobber med de ulike aspektene, forteller han at han ikke tenker så mye over aspektene. Han vektlegger heller at elevene skal forstå hva brøk kan representere. Dette gjør han gjennom å tone det ned så forståelig som mulig slik at elevene kan se og koble at brøk kan være noe fysisk. Dette mener han er med på å gi dem en grunnleggende forståelse av brøk slik at de kan gå videre til mer abstrakt brøkgregning.

Når det kommer til hvordan Ole legger opp til progresjon i brøkundervisning, forteller han:

O46: «Ja, jeg kan si starter konkret med modeller, enkle brøker, ganske enkle oppgaver, også jobbe seg sakte, men sikkert opp mot mer avansert.»

Denne måten å legge opp progresjonen i undervisningen mener han gir elevene mange forskjellige metoder som kan være til hjelp når elevene møter mer abstrakte oppgaver. Han forklarer at elevene kan lene seg på de forskjellige metodene som for eksempel tegning eller tallinje for å løse oppgavene. Tilpasning av undervisningen for de med høy og lav måloppnåelse løser Ole med at læreverket han bruker har nivåinndeling, noe han synes er veldig bra og effektivt. Han påpeker at elevene er vant til å jobbe med denne nivåinndelingen, så de vet hvilket nivå de skal jobbe på ut ifra hvordan de ligger an. For de som sliter litt ekstra følger han opp gjennom å hjelpe de med samtaler og demonstrere ved hjelp av konkrete og

semi-konkreter. Når jeg spør hva slags støttemateriale han bruker i undervisningen, svarer Ole:

O70: «Jeg bruker egentlig læreverket, for der er det gode læringsvideoer, eller relativt gode læringsvideoer da, som er korte og enkle som noen vil ta fort og noen vil slite med å ta og da vil støttematerialet jeg bruker være mye semi-konkreter, tegning og sånne ting. Og eventuelt ta frem noen faktiske konkreter da, kanskje man skulle laget en kake en dag og fordelt det på forskjellige måter. Men i utgangspunktet så forholder jeg meg til læreverket og de har mye gode tegninger og videoer og forklaringer der.»

Når Ole forklarer fordelene og ulempene med støttematerialene han bruker, er fordelene at elevene stiller opp til timene forberedte etter å ha sett videoene, han bruker mindre tid på gjennomgang, og at elevene kan bruke konkretene hvis de blir usikre på hvordan de skal løse oppgaver. Han opplever også at konkretene gjør at elevene kan forbinde tallene med noe fysisk gjennom å se og ta på konkretene. Ulempene poengterer han er at videoene kan bli litt kjappe og enkle. Dette medfører at det ikke blir brekt ned nok for de som trenger det. Elevene har også muligheten til å bare se på løsningsforslagene og skrive ned dette.

Når det kommer til hvordan Ole vurderer elevenes brøkførståelse forteller han om flere metoder han benytter seg av. Den viktigste metoden ifølge Ole er observasjon, som gir han en underveivurdering. Han benytter seg også av klasseromsdiskusjon, hvor han får høre elevene bruke muntlige ferdigheter i matematikk. Han forklarer også at han benytter seg av kapittelprøver der han samler inn svarene elevene gir for å se hvordan de ligger an. Han understreker at han ikke presenterer dette som en prøve for elevene, slik at de ikke skal bli stresset av ordet «prøve». Ved hjelp av disse metodene identifiserer han eventuelle feiloppfattelser elevene har, som gir han muligheten til å hjelpe de.

### **Allmenn fagkunnskap (CCK)**

Når det kommer til hvordan intervjuet med Ole kan ses i lys av domenet «Allmenn fagkunnskap» er det flere av utsagnene i intervjuet som plasserer han her. For det første viser han en forståelse over hva det er elevene skal jobbe med og han har muligheten til å observere elevsvar som er feil gjennom læreverket han benytter. Dette gir et inntrykk av at han kan matematikken som elevene skal gjennom. Videre snakker han om viktigheten av å bruke

riktig terminologi i undervisningen selv om han innrømmer at han av og til ikke benytter seg av det.

### **Spesialisert fagkunnskap (SCK)**

Innenfor domenet «Spesialisert fagkunnskap» kan vi trekke frem at for å undervise i brøk forklarer Ole at han benytter seg mye av tavleundervisning og oppgaveløsning med bakgrunn i læreverket han benytter, som er «skolenmin» av cappelen damm». Når det kommer til hvordan han tilpasser undervisningen for elevene med ulike måloppnåelser, benytter han seg av nivåinndelingen som er laget i læreverket han benytter. Representasjoner som han bruker i arbeidet med brøk er ulike modeller som han enten tegner selv på tavlen, eller som han viser fra læreverket. Han benytter seg også av fysiske konkreter. Når det kommer til hvordan Ole begrunner sine valg av metoder i arbeidet med brøk er svaret ofte at han har gode erfaringer med disse fra før og han synes at de funker.

### **Kunnskap om faglig innhold og elever (KCS)**

Innenfor domenet «Kunnskap om faglig innhold» kommer det ikke frem i intervjuet med Ole at han kan forutse sannsynlige misoppfatninger elever kommer til å ha i arbeidet med brøk. Når det kommer til hvilke oppgaver han velger som kan være engasjerende for å opprettholde motivasjon og interesse hos elevene, kommer det frem i intervjuet at han stort sett benytter seg av vanlige oppgaver. Han nevner også at han bruker noen problemløsningsoppgaver fra læreverket skolen min. Det å høre og tolke elevsvar for å finne ut hvordan de ligger an i forståelsen hører også til i dette domenet, noe Ole påpeker at han gjør.

### **Kunnskap om faglig innhold og undervisning (KCT)**

Når det kommer til domenet «Kunnskap om faglig innhold og undervisning» forteller Ole hvordan han bruker forskjellige representasjoner fra starten til slutten av emnet ved at han starter med konkreter og modeller, for så å gå videre til enkle brøker og derifra videre i vanskelighetsgrad. Han forteller også at han benytter seg av tallinje og pizza og kake modeller. Selv om han begrunner fordelene og ulempene for de forskjellige representasjonene han bruker, er det ikke veldig utfyllende og noen av argumentene er at det har funket tidligere.

### **Matematisk horisontkunnskap (HCK)**

Når det kommer til domenet «Matematisk horisontkunnskap» viser Ole forståelse over hvordan forskjellige emner i matematikk er relatert til hverandre. Dette kommer frem når han

snakker om overførbarheten fra brøk til desimaler, prosent og formelarbeid. Han forteller også at han prøver å gi elevene en god grunnleggende forståelse av brøk slik at de er forberedt på det de kommer til å møte senere i skoleløpet.

### **Læreplankunnskap (KCC)**

Innenfor domenet «Læreplankunnskap» viser Ole at han har en god forståelse for lærerplanen og hva det er elevene skal lære. Det fremstår også som at han har god kontroll på annet lærermateriell.

## **4.3 Arne**

Arne har jobbet som lærer i 26 år og pleier å ha femte, sjette og syvende klasse. Når jeg intervjuer Arne, jobber han i femte klasse. Av utdanning har Arne det han kaller «allmennlærerutdanning», hvor han har en «halvårsenhet» i matematikk, som tilsvarer 30 studiepoeng.

Han forteller at han synes at brøk er interessant når man først har knekt koden, men før koden er knekt opplever han at det er det «gresk» for mange elever. Når det kommer til bruken av terminologi i undervisningen, forklarer Arne at han bruker en blanding av matematiske begreper og folkelig språk. Dette gjør han for at elevene skal ha muligheten til å forstå hva de matematiske begrepene betyr. Når det kommer til bruk av læreplanen, sier han at han ser på hva de skal kunne, for så å jobbe ut ifra det. Arne forklarer videre at han aktiverer forkunnskapene til elever med brøk ved hjelp av bilder som viser hverdagslige ting som pizza, sjokolade og kake. Deretter benytter han seg av klasseromsdiskusjoner knyttet til bildene. Undervisningsmetoder som Arne har gode erfaringer med, er å bruke konkrete i form av brøksett eller tegninger, og bruke dette til å se sammenhenger med brøker. Dette begrunner han med at elevene får sett det visuelt, som kan hjelpe med å gi dem en forståelse av hva en brøk er for noe. Når jeg spør om det er noen aktiviteter som fungerer bedre enn andre, svarer Arne:

A34: «Samarbeidsoppgaver fungerer bra, diskusjonsoppgaver fungerer bra, også det at de bruker ark, gode gammeldagse ark fungerer veldig bra, og en del sånn elektroniske dupperingser som fraction math for eksempel eller campus eller ett eller annet. (...)»

Disse aktivitetene forklarer han at fungerer bra siden elevene får diskutert og snakket sammen. Det gir også en mulighet til å høre flere forskjellige elevsvar i plenum, som igjen kan gi flere elever en forståelse av hva de har arbeidet med. Når det kommer til problemløsningsoppgaver, sier Arne at de ikke bruker så mye av det på femte trinn. Dersom de bruker det, er det veldig enkle problemløsningsoppgaver. Videre spør jeg hvilke aspekter ved brøkbegrepet han vektlegger mest og hvordan han jobber med de andre aspektene. Her forteller Arne at del-av-hel er det aspektet han fokuserer mest på. Han nevner også at i femte klasse ser de helst på brøk som del-av-hel og divisjon. Dette gjør han for å ikke ta inn for mye på en gang. Han nevner at han kan dra inn aspektet måling her og der, men at det ikke er et fokus. Restene av aspektene sier han at de ser på i sjette og syvende trinn. Når jeg spør om hvilke av aspektene elevene synes er mest krevende, forteller han at det er brøk som operator og forholdstall han har fått inntrykk av at de sliter mest med.

Arne forklarer at han legger opp progresjon i undervisningen av brøk gjennom å begynne med det enkle og konkrete, før man jobber seg opp mot det mer abstrakte. Han presiserer at selv når man er på det mer abstrakte nivået, liker han å benytte seg av konkrete der og. Han forklarer tilpasningene han gjør for de med høy og lav måloppnåelse gjennom at de med høy måloppnåelse får vanskeligere oppgaver, eller andre typer oppgaver som de andre ikke gjør. De med lav måloppnåelse arbeider med lettere oppgaver hvor de bruker mer konkretiseringer. Når jeg spør om hvordan han knytter brøkbegrepet opp mot hverdagslige og praktiske situasjoner forteller han:

A68: «Vi har jo brukt det på skolekjøkkenet en del. Når vi skal måle opp og de skal ha en halv teskje eller en tredjedels teskje eller spiseskje. Hvis du skal tenke sånn å bruke det i praksis. Eller at de skal gå så langt, de skal gå bare en tredjedel eller fjerdedel av lengden. At de skal dele opp imellom seg, det er stort sett det.»

Støttematerialer som Arne bruker i undervisningen av brøk er ifølge han brøksett som de lager selv og klipper opp, visuelle modeller og nettsted. Han sier han har lagt merke til at de med høy måloppnåelse velger å ikke benytte seg så mye av støttematerialene i form av fysiske konkrete siden de ser det for seg inni hodet, og dermed ikke trenger det fysisk foran seg. Når det kommer til de digitale hjelpemidlene, sier han at de både er positive og negative. Det positive er at de får mengdetrening og at elevene synes at det er morsomt. Ulempen kan være at de fort kan klikke seg inn på noe annet.



Når det kommer til hvordan Arne vurderer elevenes brøkforståelse, forklarer han at han bruker mest diskusjon for å se hvordan elevene ligger an. Da hører han etter i klasserommet for å høre hvordan forståelse elevene har gjennom det de sier. Han sjekker også hva elevene har svart på oppgaver når han går rundt i klasserommet mens de jobber. Dersom han oppdager eventuelle feiloppfattelser, bruker han denne informasjon til å se på hva han må forklare bedre neste gang.

### **Allmenn fagkunnskap (CCK)**

Innenfor domenet «Allmenn fagkunnskap» kommer det frem i løpet av intervjuet at Arne kan matematikken som elevene skal tilegne seg. Det kommer derimot ikke frem i intervjuet om at han samler inn elevsvar for å identifisere feil, men han benytter seg av klasseromsdiskusjoner og går rundt i klasserommet hvor han kan identifisere om elevene har gitt feil svar. Når det kommer til bruken av terminologi forklarer Arne at han bruker en blanding av faglige begreper og et «folkelig språk» for at elevene skal forstå begrepene.

### **Spesialisert fagkunnskap (SCK)**

Innenfor domenet «Spesialisert fagkunnskap» kommer det frem i intervjuet at Arne benytter seg av varierte tilnærminger som å gjøre brøkene mer visuelle og konkrete for at elevene skal forstå dem. Når det kommer til hvordan han tilrettelegger for elevene med ulike måloppnåelser forteller han at de som er på et høyt nivå får vanskeligere oppgaver, mens de på et lavt nivå får enklere oppgaver med mer konkretisering.

### **Kunnskap om faglig innhold og elever (KCS)**

Når det kommer til domenet «Kunnskap om faglig innhold og elever» forteller Arne at han opplever at brøk som operator og forholdstall er det elevene sliter mest med å forstå. Aktiviteter som Arne synes funker bra for elevene i arbeidet med brøk er samarbeidsoppgaver, diskusjonsoppgaver og vanlige oppgaver. Han nevner også at de har hatt et prosjekt hvor de skal bruke brøk til og dele opp et stykke land. Disse måtene og arbeide på kan være med på å skape motivasjon og interesse for elevene. Arne sier han bruker klasseromsdiskusjon som hovedmetode for å finne ut av hvordan elevene ligger an i forståelsen. Her hører og tolker han elevsvar for å finne ut hvordan de ligger an i forståelsen, noe som hører til dette domenet.

### **Kunnskap om faglig innhold og undervisning (KCT)**

Innenfor domenet «Kunnskap om faglig innhold og undervisning» forteller Arne hvordan han legger opp progresjon i arbeidet med brøk gjennom at han begynner med det enkle og konkrete for å så jobbe seg mer og mer mot det abstrakte. Han forteller at han benytter seg av kake og pizza modeller for å vekke bakgrunnskunnskapene hos elvene. Når jeg spurte om fordeler og ulemper med de forskjellige støttematerialene han brukte svarte han:

A93: «Det er jo ikke noen ulemper. Den eneste ulempen der er hvis de blir for opphengt i støttematerialene at de ikke klarer seg uten, det er det jo veldig få som gjør etter hvert. Men fordelene er jo at de har noe konkret å se på, hvordan er dette i forhold til det andre? Det er den største fordel.»

Som nevnt tidligere benytter Arne seg av klasseromsdiskusjon, som også hører til i dette domenet.

### **Matematisk horisontkunnskap (HCK)**

Når det kommer til domenet «Matematisk horisontkunnskap» kommer det ikke frem i intervjuet med Arne at han er klar over hvordan forskjellige emner i matematikk henger sammen med brøk. Da jeg spurt om han tok med i betraktning hva elevene skal lære senere i skoleløpet når han underviser i brøk. Svarte han:

A72: «Ikke annet enn at du prøver å lære de en grunnleggende forståelse for at brøk er det, det er en teller og det er en nevner, hvorfor er det teller og hvorfor er det nevner, altså gi de basicen. Tenker ikke noe langt ut forbi det her.»

### **Læreplankunnskap (KCC)**

Innenfor domenet «Læreplankunnskap», forteller Arne at han ser på læreplanen for å finne ut hva det er elvene skal lære når de er ferdig i syvende klasse, også jobber han med utgangspunkt i det. Når det kommer til annet lærermateriale Arne benytter seg av, nevner han at han bruker konkreter og ulike nettsider i arbeidet med brøk.

## 4.4 Per

Per har jobbet som lærer i 23 år og pleier å følge klasser fra femte til syvende trinn. Han har undervist matematikk på femte trinn fem ganger. Per har allmennlærerutdanning. Her har han opparbeidet seg 30 studiepoeng i matematikk.

Per forklarer at han synes at brøk er spennende og kan gjøres veldig relevant, men understreker at det er et emne som noen elever kan synes er utfordrende på grunn av hvor abstrakt det er. Derfor synes han det er viktig og gjøre det så virkelighetsnært som mulig, og koble det opp mot elevenes hverdag for at de skal kjenne en form for interesse til emnet. Per er opptatt av å utfordre elevene med å bruke riktig terminologi i matematikk undervisningen og prøver å få frem at matematikk har et eget språk. For at han skal få alle til å forstå hva de forskjellige begrepene betyr, benytter han seg av varierte metoder for å forklare dem. Dette sier han at han gjør for å nå inn til alle som ikke forstår terminologien. På starten av året bruker han læreplanen til å lage en plan på hva elevene skal kunne når de er ferdige på trinnet. Denne planen bruker han som en sjekkliste for å se hvordan de ligger an og hva de må se mer på.

Når det kommer til hvilke undervisningsmetoder Per har gode erfaringer med i arbeidet med brøk, forteller han at han prøver å gjøre det så praktisk som mulig i starten for at elevene skal trekke linjer fra det konkrete til det abstrakte. Når jeg spør hvilke aktiviteter han føler fungerer bedre enn andre, svarer han:

P31: «Ja. Det gjør jeg jo for så vidt da. I dag har vi jobbet med små brøkkort, sånn type grubliser eller bare bilde av fire brøker, som de skal sette i stigende rekkefølge. Også hang jeg de opp rundt forbi i fellesarealer, så fikk de et svarark og gikk sammen to og to, og kunne velge litt. Så definerte jeg og litt sånn hvor i nivå de ulike oppgavene er, går du her er det problemløsning og sammensatte ting, går du her er det enkle brøker som du skal sammenligne. Sånn jobber jeg en del, så tenker jeg at det ofte fungerer best. I brøk synes jeg ofte det er fint å bruke læringsvenn eller læringspartner, de trenger ikke nødvendigvis å ha samme matematiske nivå eller ferdigheter, det kan gjerne være litt forskjell, at det kanskje kan være en styrke av og til. Så det å bruke læringsvenner, litt sånn utforskende oppgaver synes jeg og- kanskje i større grad enn å sitte å jobbe fra a til å i den og den boka, selv om jeg selvfølgelig gjør det og da»

Jeg spør videre om hvordan han forholder seg til de fem ulike aspektene i brøk, og hva han vektlegger mest. Da forklarer han at han benytter seg av alle de fem ulike aspektene, men at han ser på de i et helhetlig bilde fra femte til syvende trinn, siden det kan bli for mye å få kontroll på alle disse i løpet av femte trinn. På femte trinn fokuserer han mest på brøk som del-av-hel og prøver å trekke linjer til andre aspekter. Han sier også at han opplever at elever sliter mest med å se brøk som måling og divisjon, da dette er vanskeligere for dem å relatere til i motsetning til brøk som del-av-hel.

Per forteller at måten han legger opp til progresjon i undervisningen av brøk, er i form av et spiralprinsipp hvor han starter med det helt enkle og konkrete, før han kommer tilbake og hekker på mer og mer helt til de kommer til det abstrakte. Når det kommer til hvordan Per tilpasser undervisningen for de med høy og lav måloppnåelse, forteller han at han lager oppgaver på forskjellige nivåer slik at alle elevene kan velge oppgaver som utfordrer dem, men at de kan klare å gjennomføre dem. Videre spør jeg Per hvilke støttematerialer han benytter seg av i undervisningen av brøk. Da forklarer han at han bruker en rekke forskjellige fysiske konkrete, som for eksempel brøkkort og brøksirkler som de kan manipulere. Han benytter seg av ulike modeller på tavlen som illustrer brøkene og har også magnetbrøker som han bruker på tavlen. Han påpeker også at han lager egne ting selv dersom det han har tilgjengelig ikke er tilstrekkelig.

Per forklarer at i starten av brøkemnet benytter elevene seg masse av de praktiske og fysiske tingene, for så å bruke de mindre og mindre jo mer brøkførståelse de får. Han har de likevel alltid tilgjengelig for de elevene som kan trenge å benytte seg av dem. Fordelene og ulempene med disse støttematerialene påpeker han er at det gir en kortere vei til forståelse, men at ulempen kan være at de blir for knyttet til materialet, som kan være negativt den gangen de ikke har de tilgjengelig eller muligheten til å bruke dem. Derfor sier han at det er et mål at de skal bruke de i mindre og mindre grad jo lengre ut i året de kommer. Når det kommer til hvilke digitale hjelpemidler han bruker, forteller han om ulike digitale ressurser de bruker for å få mengdetrening. Disse er ofte nivåinndelte, som gjør at alle elevene får tilpasset til det nivået de er på. Han påpeker også en utfordring for de med lav måloppnåelse når det kommer til de digitale nettsidene. Dette er at det ofte kan bli for abstrakt for elevene, men da påpeker han at de har noen fysiske ting tilgjengelig for de som trenger å lene seg på det. Per nevner videre at han er med i en gruppe hvor de lager oppgaver og deler tips og triks.

Når det kommer til hvordan Per vurderer elevenes brøkførståelse forteller han om flere forskjellige metoder han benytter seg av for å finne ut av dette. Per sier at han går rundt og observerer hvilke nivåer elevene legger seg på når de arbeider med oppgaver alene eller med læringsvenn. Han samler også inn elevsvar i form av oppgaver eller prøver de har gjort for å se elevarbeidet. Disse metodene sier han at hjelper ham med å få et stort og bredt bilde av hvordan elevene ligger an i forhold til forståelsen og kompetansemålene. Hvis han identifiserer eventuelle feiloppfattelser hos elevene, forklarer han at han bruker denne informasjonen til å finne ut hva de må jobbe mer med og hva han må forklare bedre de neste øktene.

### **Allmenn fagkunnskap (CCK)**

Innenfor domenet «Allmenn fagkunnskap» kommer det tydelig frem i løpet av intervjuet med Per at han har god kontroll på matematikken som elevene skal lære. Dette kommer til syne gjennom en lang erfaring i yrket, gode beskrivelser av valgene han velger, og de ulike metodene han benytter for å identifisere feil elevsvar. Han har også et fokus på å bruke riktig terminologi for at elevene skal lære det matematiske språket, som er en del av dette domenet.

### **Spesialisert fagkunnskap (SCK)**

Når det kommer til domenet «Spesialisert fagkunnskap», som tar utgangspunkt i at man må ha større forståelse av det som skal læres vekk enn det som treng for å lære det, får jeg i intervjuet et inntrykk av at Per har en god forståelse av brøk og hva som må til for at elevene skal forstå det. Dette kommer fram i valgene han gjør for å omformulere kunnskapen han besitter slik at elevene skal få en god forståelse og lære brøk. Dette gjør Per ved å prøve å gjøre det så praktisk og virkelighetsnært som mulig. Et annet aspekt innenfor dette domenet er hvordan man omformulerer matematisk kunnskap til de med ulike måloppnåelser. Her lager Per egne oppgaver som har til hensikt at alle elevene skal bli utfordret og kjenne mestring uansett hvilket nivå de ligger på. Når det gjelder hvilke representasjoner Per benytter seg av forteller han om flere ulike metoder. Per forklarer og begrunner metodene han velger i arbeidet med brøk på en detaljert og god måte. Det kommer frem i intervjuet at valgene han tar er for å sikre at så mange som mulig skal få en god brøkførståelse uansett nivå.

### **Kunnskap om faglig innhold og elever (KCS)**

Innenfor domenet «Kunnskap om faglig innhold og elever», treffer Per på flere forskjellige aspekter som hører til her. For det første viser Per en god forståelse over hva det er elevene

synes er vanskelig i arbeidet av brøk og hvilke misoppfatninger de fleste har. Dette kommer frem når han snakker om at brøk er abstrakt for mange elever, noe som gjør at enkelte faller av. Han forteller og at elevene sliter mest med aspektene divisjon og måling. For det andre både lager og velger Per oppgaver som har til hensikt å engasjere elevene og å opprettholde motivasjon og interesse. Dette prøver han å oppnå ved å lage praktiske, utforskende, samarbeids- og virkelighetsnære oppgaver. Til slutt kommer det frem at Per både lytter og tolker elevsvar. Dette benytter han seg videre av for å finne ut hvordan elevene ligger an i forståelsen.

### **Kunnskap om faglig innhold og undervisning (KCT)**

Når det kommer til domenet «Kunnskap om faglig innhold og undervisning» viser Per en forståelse av hvordan forskjellige representasjoner kan ha ulike fordeler og ulemper. Han forklarer fordelene som at elevene har en kortere vei til forståelse og at elevene blir mer engasjerte, mens ulempene er at elevene kan bli avhengig av for eksempel støttematerialene som er negativt hvis de ikke har de tilgjengelige under en oppgave. Per forteller også om hvordan han bruker forskjellige representasjoner fra starten til slutten av emnet brøk. Her forteller Per at han benytter seg av mye fysiske konkrete og praktiske representasjoner i starten av emnet for å sikre at flest mulig elever får en forståelse. Deretter bygger han dette opp i vanskelighetsgrad i form av et spiralprinsipp hvor han henger på ny kunnskap i form av ulike representasjoner til de kommer på et mer abstrakt nivå. Per benytter seg også av klasseromsdiskusjoner som er et aspekt innenfor dette domenet.

### **Matematisk horisontkunnskap (HCK)**

Innenfor domenet «Matematisk horisontkunnskap» viser Per en forståelse for hvordan ulike emner er relaterte til brøk som for eksempel desimaltall og prosent. Han viser også en god forståelse over hva elevene kommer til å trenge av forståelse senere i løpet, ved at han har et helhetlig syn på hva de skal lære i løpet av femte, sjette og syvende trinn når han planlegger og legger opp undervisningen i matematikk. Med dette synet fokuserer han på hva elevene må ha av forståelse for å mestre det de skal lære senere i løpet.

### **Læreplankunnskap (KCC)**

Når det kommer til domenet «Læreplankunnskap» viser Per en god forståelse av læreplanen. Han lager en plan for hvordan de skal nå de ulike kompetansemålene som kommer. Per forklarer også hvordan han bruker forskjellig læremateriell som han har tilgjengelig, men han

lager også sitt eget læremateriell når han mener at det som er tilgjengelig ikke er tilstrekkelig. Han deltar også aktivt i grupper hvor de deler og lager tips til undervisningopplegg og materiale.

## 5.0 Diskusjon

I dette kapittelet skal jeg diskutere funnene mine for å belyse problemstillingen «*hva kjennetegner læreres undervisningskompetanse knyttet til å fremme brøkforståelse på femte trinn?*». Diskusjonen vil være strukturert rundt teorien til Ball et. al. (2008) om «Domains og mathematical knowledge for teaching», slik som forrige kapittel. Jeg vil gjennomgående og diskutere funnene mine i lys av teori og tidligere forskning.

### 5.1 Allmenn fagkunnskap

Som nevnt tidligere handler domenet «Allmenn fagkunnskap» av Ball et. al., (2008) om at læreren må ha nok faglig kunnskap til å kunne gjøre de oppgavene som er beregnet at elvene skal kunne. I forskningen deres analyserte de videoer av lærere som underviste, og så at allmenn fagkunnskap var en nødvendighet for lærere å ha for å sikre god undervisning. Hvis lærere underviste feil, regnet feil, ikke fikk til å løse et problem eller brukte feil terminologi, fikk dette et negativt resultat i undervisningen (Ball et. al., 2008).

I min studie observerte jeg ikke lærere i en undervisningssammenheng, eller utførte prøver som testet læreres brøkkunnskap. Derfor er det utfordrende å trekke slutninger om lærernes faglige kunnskaper i brøk. Ifølge Putra (2019) sin studie om danske lærerstudenters matematiske og didaktiske forståelse i brøk, eksisterte det et sprik mellom danske lærerstudenter sin matematiske forståelse og den didaktiske kunnskapen deres for å lære bort operasjoner med rasjonale tall. Dette medførte at det ble brukt ugunstige didaktiske teknikker for å lære bort operasjoner med rasjonale tall (Putra, 2019). Studien til Putra (2019) tar utgangspunkt i 11 lærerstudenter istedenfor ferdig utdannede lærere, slik min studie gjør. Den er likevel interessant og relevant for min studie, da den belyser hvordan den matematiske forståelsen påvirker didaktiske valg. Basert på lærerne i min studie sine beskrivelser av praksis og hvordan de identifiserer elevsvar, kan det fremstå som at lærerne har god allmenn fagkunnskap i emnet brøk, noe som vil kunne være positivt for elevenes brøkforståelse.

Et annet funn jeg vil diskutere fra interjuvene, er hvordan de fire lærerne forklarer deres bruk av terminologi i undervisningen sin. Mona forklarer at hun forsøker å være konsekvent i bruken av terminologi og matematiske begreper for at elever ikke skal bli forvirret om man bruker andre begreper. Hun forteller også at det å benytte seg av riktig terminologi og forklare de ulike begrepene godt fra første stund er viktig. Ole forklarer at bruken av riktig terminologi



er viktig for elevene, men han forteller også at det hender han bruker feil terminologi og begrunner dette med at han ønsker å treffe de svakere elevene. Arne forklarer at han bruker en blanding av matematiske begreper og folkelig språk. Dette begrunner han med at han vil at elevene skal ha muligheten til å forstå hva de matematiske begrepene betyr. Per forklarer at han er opptatt av å utfordre elevene med å bruke riktig terminologi i matematikk undervisningen. Dette gjør han for å prøve å få frem at matematikk har et eget språk. Han forteller at for å få alle til å forstå hva de forskjellige ordene betyr, benytter han seg av varierte metoder for å forklare begrepene. Et interessant funn fra studien av Ubah (2021) som studerte virkningen av tre forskjellige undervisningsmetoder i brøk av tre erfarne lærere, var at bruken av riktig terminologi var en faktor for at resultatet var dobbelt så bra hos den læreren som var konsekvent med bruken av riktig terminologi i motsetning til de to andre. Selv om alle fire lærerne jeg intervjuet sier at de bruker fagterminologi i undervisningen sin, er det bare to av dem som gir uttrykk for at de er konsekvente i bruken. Med bakgrunn i resultatet fra studien til Ubah (2021) kan dette ha påvirkning for brøkforståelsen hos elever.

## 5.2 Spesialisert fagkunnskap

Domenet «Spesialisert fagkunnskap» av Ball et. al. (2008) handler i korte trekk om at læreren må ha større forståelse av det som læres bort enn det som trengs for å lære det. Grunnen for dette er at læreren må kunne omformulere sin egen matematiske kunnskap slik at elever med lav og høy måloppnåelse skal ha muligheten til å tilegne seg kunnskapen. Hvilke representasjoner læreren velger å bruke, hvilket matematisk språk læreren har, og læreren sine forklaringer og begrunnelser av valgte metoder hører til innenfor dette domenet (Ball et. al., 2008).

Det fremstår i løpet av intervjuene at alle lærerne har nok faglig kunnskap om brøk til at de kan bruke varierte representasjoner og metoder for å gjøre brøk mer forståelig for elevene. Dette kan med bakgrunn i teorien til Stengrundet & Valbekmo (2019) være med på å styrke elvers forståelse av brøkbegrepet. Alle lærerne viser og at de har nok kunnskap om brøk til å være bevisste på tilrettelegging for elever med høy og lav måloppnåelse, og vet hvordan de kan løse dette. Disse funnene er i henhold til Ball et. al. (2008) med på å styrke grunnlaget for å si at lærerne har spesialisert fagkunnskap, som legger et godt grunnlag for å fremme brøkforståelse hos elever på femte trinn.

### 5.3 Kunnskap om faglig innhold og elever

Domenet «kunnskap om faglig innhold og elever» av Ball et. al., (2008) tar for seg en blanding mellom å ha god faglig kunnskap og en god forståelse av elevene sine. Her handler det ikke om å identifisere feil elevsvar, men heller vite på forhånd hva det er elevene kommer til å slite med å forstå. Dette kommer til syne gjennom god forståelse av faget og en god forståelse av elevers prestasjonsevner. Domenet handler også om hvilke oppgaver man som lærer velger. Målet er at oppgavene skal treffe elevene slik at de blir engasjerte for å opprettholde motivasjon og interesse. Det å høre og tolke elevsvar for å finne ut hvordan de ligger an i forståelse hører også til i dette domenet (Ball et. al., 2008).

Når det kommer til lærernes kunnskap om hva elevene kommer til å slite med i emnet brøk, er det flere som nevner at de jobber mot det mer abstrakte, men det er kun en av lærerne som påpeker at elever kan falle av på grunn av hvor abstrakt brøk er. Dette funnet kan vi se i lys av at Wu (2008) påpeker at det abstrakte ved brøk er én av to grunner for at elever synes brøk er vanskelig. Brøk er det første møte elever har med abstrakt matematikk (Wu, 2008). I intervjuene kommer det også frem hvilke aspekter i brøk lærerne føler at elever sliter mest med. Mona forteller at hun opplever at elever sliter mest med å forstå aspektet brøk som divisjon. Tatt i betraktning at dette er første gang hun underviser i brøk på femte trinn, kan det tenkes at hun derimot ikke har erfaring med hva elevene sliter med i løpet av hele året. Per forteller at han opplever at elevene sliter mest med å forstå aspektene brøk som divisjon og måling. Ole forklarer at han ikke tenker over disse aspektene i arbeidet med brøk. Det kommer heller ikke frem i intervjuet hva Ole opplever at elever sliter med i brøk. Arne forteller at han opplever at elever sliter mest med å forstå aspektene brøk som operator og forholdstall. Det fremstår altså som at det er variasjon i hva lærerne opplever er vanskelig for elevene å forstå. Samtidig ser vi en likhet mellom Mona og Per sin oppfatning av hva elevene sliter mest med. Det kan dermed også diskuteres en sannsynlighet for at aspektet brøk som divisjon er noe flere femte klassinger synes er vanskelig.

Når det kommer til hvilke oppgaver lærerne har gode erfaringer med i brøkundervisningen er det en variasjon i hva lærerne mener fungerer best. Mona forteller at hun synes praktiske oppgaver med konkrete og lekbasert læring fungerer best. Ole forklarer at han mener tavleundervisning og arbeid med de vanlige oppgavene fra læreverket fungerer best. Arne forteller at han har størst tro på en blanding av samarbeidsoppgaver, diskusjonsoppgaver, vanlige oppgaver og praktiske oppgaver. Per forklarer at det er praktiske oppgaver,

utforskende oppgaver, samarbeidsoppgaver og virkelighetsnæreoppgaver er oppgavene han har best erfaringer med. Flere av arbeidsmetodene og oppgavene flere av lærerne trekker frem, aktiverer elevene i form av samarbeid, utforskning og diskusjon. Det kan tenkes at disse lærerne har gode erfaringer med dette da de engasjerer elevene og er med på å opprettholde elevenes motivasjon og interesse, slik Ball et. al. (2008) vektlegger. Ubah (2021) viser gjennom studien sin at en faktor som var med på at resultatet til den ene læreren sin klasse var dobbelt så bra som de to andre klassene, var bruken av forskjellige representasjoner og aktiviteter som gjorde at elevene fikk en aktiv rolle i undervisningen (Ubah, 2021). I lys av utsagnene til lærerne i intervjuene er det flere av dem som benytter seg av aktiviteter som aktiviserer elevene, noe som kan bidra til å styrke elevenes brøkførståelse. Samtlige av lærerne i min studie gir også uttrykk for at de kan høre og tolke elevsvar for å finne ut hvordan de ligger an i forståelsen, noe Ball et. al. (2008) vektlegger i dette domenet.

#### 5.4 Kunnskap om faglig innhold og undervisning

Domenet «Kunnskap om faglig innhold og undervisning» av Ball et. al., (2008) handler om hvordan lærere bruker kunnskapen sin om det faglige innholdet til å legge opp undervisningen for å overføre informasjonen læreren besitter til elevene på best mulig måte. Da ligger det til grunne at læreren kan se fordeler og ulemper de ulike representasjoner kan ha for elevene. Dette vises gjennom hvilke representasjoner man velger og benytte seg av i starten av undervisningen av et nytt tema og hvilke representasjoner man holder tilbake til en senere anledning. Dette gjøres for at flest mulig elever skal ha muligheten til å «hekte seg på» emnet i starten, for så å gi dem en dypere forståelse etter hvert som de har fått en forståelse. Klasseromsdiskusjon går også inn under dette domenet. Her ligger det til rette at læreren velger hvilke elevsvar som skal presenteres i plenum for at flest mulig skal få utbytte av det (Ball et. al., 2008).

Basert på intervjuene fremstår det som at lærerne stort sett har god, men noe varierende, kompetanse på hvordan de kan legge opp undervisningen på en måte som gjør at elevene får god brøkførståelse. Som nevnt tidligere bruker de fleste lærerne flere ulike oppgavetyper, arbeidsmetoder og representasjoner med elevene. Dette er med på å gi elevene flere ulike erfaringer med brøk, noe som bidrar positivt til deres brøkførståelse på flere måter. Som nevnt vil bruk av ulike arbeidsmetoder kunne gi elevene en mer aktiv rolle i undervisningen (Ubah, 2021). Videre illustrerer Skemp (1978) at for å gi elevene god, relasjonell forståelse i

matematikk, er det nødvendig å utforske emnet på forskjellige måter som gjør at man kan kjenne det igjen i ulike representasjonsformer. Dette vil medføre at elevene senere kan vite hva de skal gjøre når de møter matematiske problemer i brøk, og hvorfor de skal gjøre det på denne måten. Ifølge Ifølge Stengrundet & Valbekmo (2019) vil det å gi elevene ulike oppgavetyper og representasjoner av brøk også bidra til å styrke deres begrepsforståelse, da de lærer å beskrive begrepene på ulike måter.

Et annet poeng som er med på å illustrere lærernes kompetanse på faglig innhold og undervisning, er at de stort sett kan forklare fordelene og ulempene de ulike representasjonsformene kan ha for elevenes utvikling av brøkforståelse. Blant annet illustrerer flere at de ser fordelene med å bruke fysiske konkreter er at elevene får brøken visuelt foran seg slik at det blir mindre abstrakt og mer forståelig. Noen av dem påpeker videre at en ulempe med å bruke for mye fysiske konkreter kan være at elevene blir «avhengige» av å støtte seg på dem for å løse brøkoppgaver. Dette underbygges også av Moscardini (2009).

Som vist i teorikapittelet kan man bruke ulike modeller for å representere brøk. I intervjuene kommer det frem at tre av fire av lærerne i stor grad benytter seg av arealmodeller i form av pizza og kake når de underviser i brøk for elevene. Flere av lærerne forteller at de bruker disse for å gjøre brøk mer forståelig for elevene, da pizza og kake er noe alle elevene har et forhold til. Arealmodellen er en fin modell å bruke når man skal introdusere brøk for elevene, da det kan vise brøk som del av helhet og utvidelser av brøker på en god måte (Solem et. al., 2020; Van de Walle et. al., 2020). Selv om arealmodellen er effektiv for å introdusere brøk for elevene, er det også en fordel å bruke ulike modeller i undervisningen (Empson & Levi, 2011, referert i Van de Walle et. al., 2020). Ifølge Wu (2008) er det utfordrende å bruke arealmodeller, som pizza- og kakemodeller, når elevene skal lære andre aspekter av brøk enn del av helhet. Wu argumenterer derfor for å også gi elevene erfaringer med å bruke lengdemodeller som tallinje, da dette gir rom for flere brøkoperasjoner. Kun én av lærerne i studien min forklarer at han bruker tallinjemodell når han underviser i brøk. Dette kan ses i sammenheng med studien til Ubah (2021) der ingen av lærerne benyttet seg at tallinjemodellen for å representere brøk. Med bakgrunn i dette kan det tolkes som at lærerne ikke er kjent med fordelene som ligger i å bruke andre modeller, som tallinjemodellen, for å fremme utvikling av brøkforståelse.

Til slutt kan det også trekkes frem at lærernes beskrivelser av hvordan de legger opp til progresjon hos elevene er med på å vise at de har god kunnskap om faglig innhold og undervisning. Alle lærerne gir uttrykk for at de starter med det enkle og mer konkrete slik at elevene skal forstå det grunnleggende, før de går videre til det som er mer vanskelig og abstrakt. Dette kan også ses i sammenheng med studien til Ubah (2021) som viser at læreren til elevene som fikk best resultat, pleide å legge opp til progresjon ved å gå fra konkrete til semi-konkrete og til slutt tallsymboler.

## 5.5 Matematisk horisontkunnskap

Domenet «Matematisk horisontkunnskap» av Ball et. al., (2008) handler om at lærere må kunne se hvordan forskjellige emner i matematikk er relaterte til hverandre, og hvordan det man for eksempel lærer bort i femte trinn henger sammen med det som kommer senere i skoleløpet. Da er det viktig at læreren gir dem et godt fundament slik at de er klare for det som kommer senere. Læreren bør også vite hva elevene har lært tidligere på skolen slik at de kan bygge videre på dette (Ball et. al., 2008).

Når det kommer til funnet om at bare to av fire lærere i studien min forteller om sammenhengen mellom brøk og andre emner som desimaler, prosent og algebra, vil jeg poengtere at disse utsagnene kom fra spørsmålet: «Hva tenker du om emnet brøk?», og ikke et spørsmål som direkte gikk på sammenhengen mellom brøk og andre emner. Derfor har jeg ikke grunnlag til å si noe om de andre lærernes kunnskap om dette. Derimot nevner alle lærerne i forskjellig grad at de fokuserer på at elevene skal få et godt fundament i forståelsen av brøk slik at elevene er klare for det som kommer senere i skoleløpet, noe som er med på å styrke lærernes undervisningskompetanse knyttet til å fremme god brøkforståelse.

## 5.6 Læreplankunnskap

Domenet «Læreplankunnskap» av Ball et. al., (2008) med utfylling av Jankvist et. al., (2015) handler om at læreren skal ha kunnskap om læreplanen de bruker i skolen. Dette vil si at de har kontroll på hva det er elevene skal lære om og hva læreplanen vektlegger. Dette domenet handler også om kunnskap og erfaringer med hvordan man bruker annet læremateriale, som for eksempel støttemateriale, nettsider, bøker og andre lærerressurser. Funnene i studien min viser at samtlige av lærerne har en god forståelse over hva det er læreplanen sier at elevene skal kunne. De gir uttrykk for at de bruker læreplanen aktivt i planleggingen av

undervisningen i emnet brøk. Den eneste som skiller seg litt ut er Mona, men hun poengterer at dette er fordi hun underviser for spes.ped. elever, og fokuserer dermed mer på det grunnleggende.

I intervjuene kommer det også frem at samtlige lærere vet hvordan de skal bruke det tilgjengelige lærematerialet som de har i klasserommet. Her er det også en lærer som skiller seg ut ifra resten av lærerne. Per forteller at han lager eget materiell til brøkundervisningen hvis han føler at det han har tilgjengelig ikke er tilstrekkelig. Dette er en likhet til læreren fra studien til Ubah (2021) hvor elevene i hans klasse presterte bedre enn de andre. Denne læreren fant også eget materiell som kunne supplere arbeidet hvis det han hadde ikke var tilstrekkelig.

## 6. Avslutning

I dette kapittelet skal jeg gjøre en oppsummering og konklusjon av de viktigste funnene fra oppgaven min. Deretter kommer noen avsluttende refleksjoner rundt veien videre.

### 6.1 Oppsummering og konklusjon

Ved å se lærernes utsagn i lys av Ball et. al. (2008) sin teori om hva som er viktig i undervisningskompetanse, og teori og forskning som er relevant i forhold til å fremme brøkforståelse, har jeg fått et innblikk i problemstillingen min; *«hva kjennetegner læreres undervisningskompetanse knyttet til å fremme brøkforståelse hos elever på femte trinn?»*.

Basert på intervjuene fremstår det som at lærerne har relativt god faglig kunnskap og spesialisert fagkunnskap innen emnet brøk. Som nevnt er grunnlaget for å kunne konstatere lærernes faglige kunnskap noe vagt, da jeg ikke har foretatt en prøve som spesifikt tester lærernes brøkforståelse. Ifølge Ball. et. al. er det likevel flere faktorer som kan gi en indikasjon på læreres allmenne fagkunnskap og spesialiserte fagkunnskap. Det fremstår blant annet som at lærerne har nok fagkunnskap til å identifisere elevsvar og til å kunne tilrettelegge for elever med både høy og lav måloppnåelse. Videre virker det som at lærerne har nok faglig kunnskap til å kjenne til og legge til rette for bruk av representasjoner og arbeidsmetoder for å fremme god brøkforståelse.

Det kan tolkes som at lærerne stort sett også har undervisningskompetanse innenfor domenene «faglig innhold og elever» og «faglig innhold og undervisning», men at det er noe varierende. Dette underbygges av at lærerne, i noe ulik grad, på forhånd av undervisningen er kjent med hva elevene vil slite med. Lærerne viser også god innsikt i at de kan tolke elevsvar for å se hvordan elevene ligger an. Videre underbygges dette av at nesten alle lærerne viser innsikt i hvilke arbeidsmetoder som fungerer best for elevene, og fremmer aktiviteter som er bevist å være gode for å engasjere, motivere og aktivere elever. Lærerne viser generelt god kompetanse knyttet til hvordan legge opp undervisning i brøk, blant annet ved å bruke ulike oppgavetyper, representasjoner og arbeidsmetoder, som er med på å fremme relasjonell brøkforståelse hos elevene. De viser også god innsikt i hvordan de kan tilrettelegge undervisningen for progresjon i elevenes brøkforståelse. I tillegg er lærerne kjent med fordeler og ulemper ved noen representasjonsformer. Noe som kan være med på å «svekke» lærernes undervisningskompetanse knyttet til å fremme brøkforståelse, er at nesten alle kun bruker arealmodellen når de skal vise brøk for elevene, fremfor å variere blant flere.

I korte trekk fremstår det videre som at lærerne har god kompetanse innenfor domene «horisontkunnskap» og «læreplankunnskap». Dette kommer frem ved at lærerne stort sett gir uttrykk for at de tenker over hva elevene skal lære senere når de planlegger undervisningen. De viser god forståelse for hvordan de kan bruke læreplanen, forteller at de bruker den aktivt, og viser god kjennskap til hvordan de kan bruke ulikt læremateriell.

Basert på det overnevnte vil jeg konkludere med at lærerne har varierende, men stort sett god, undervisningskompetanse knyttet til å fremme brøkførståelse hos elever på femte trinn. Jeg vil også poengtere at det virker som at lærerne har ulike tilnærminger til brøkundervisning i praksis. Innledningsvis så vi at lærere har metodefrihet, noe som kan begrunne dette. Det kan tenkes at denne metodefriheten kunne ført til at lærere velger ugunstige tilnærminger for å fremme brøkførståelse hos elever, dersom de hadde hatt begrenset undervisningskompetanse. Da lærerne i min studie viser varierende god undervisningskompetanse, vil jeg argumentere for at metodefriheten likevel fungerer.

## 6.2 Veien videre

I min oppgave foretok jeg kun intervju av lærere. For å kunne få et grundigere innblikk i læreres undervisningskompetanse vil det videre være interessant å forske på hvordan lærere faktisk anvender det de beskriver i praksis. For å få en grundigere forståelse for læreres faglige kunnskap i brøk ser jeg det også som interessant med forskning som spesifikt tester læreres brøkførståelse.

I arbeidet med denne masteroppgaven har jeg fått mye ny kunnskap og innsikt i hva som kjennetegner god undervisningskompetanse og hvordan man kan arbeide for å fremme god brøkførståelse hos elever på femte trinn. Dette er kunnskap jeg tar med meg videre inn i arbeidslivet som kommende matematikklærer på barneskolen.



# Litteraturliste

- Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special?. *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.  
<https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Bondø, A. & Tokle, O. D. (2018). *Problemområder knyttet til brøk*. Realfagsløyper.  
[https://realfagsloyper.no/sites/default/files/2018-04/Bond%C3%B8,%20Tokle%20-%20Problemomra%C3%A4der%20knyttet%20til%20br%C3%B8k\\_0.pdf](https://realfagsloyper.no/sites/default/files/2018-04/Bond%C3%B8,%20Tokle%20-%20Problemomra%C3%A4der%20knyttet%20til%20br%C3%B8k_0.pdf)
- Braun, V. & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Quality research in Psychology*, 3(2), 77-101. <https://doi.org/10.1191/1478088706qp063oa>
- Jankvist, U. T., Mosvold, R., Fauskanger, J. & Jakobsen, A. (2015). Analysing the use of history og mathematics through MKT. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 46(4). 495-507.  
<http://dx.doi.org/10.1080/0020739X.2014.990528>
- Jensen, F., Pettersen, A., Frønes, T. S., Eriksen, A., Løvgren, M. & Narvhus, E. K. (2023). PISA 2022: *Norske elever kompetanse i matematikk, naturfag og lesing*. Cappelen Damm Akademisk. <https://doi.org/10.23865/noasp.205>
- Kunnskapsdepartementet. (2019). *Læreplan i matematikk (MAT01-05)*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. <https://www.udir.no/lk20/mat01-05/kompetansemaal-og-vurdering/kv19?lang=nob>
- Kvale, S., & Brinkmann, S. (2012). *Det kvalitative forskningsintervju* (2. utg.). Gyldendal Akademisk.
- Matematikksenteret. (u.å.). *Andre problemer knyttet til brøk*.  
<https://www.matematikksenteret.no/kartlegging-i-matematikk/misoppfatninger-i-matematikk/andre-problemer-knyttet-til-br%C3%B8k>

- Moscardini, L. (2009). Tools or crutches? Apparatus as a sense-making aid in mathematics teaching with children with moderate learning difficulties. *Support for Learning*, 24(1). 35-41. <https://doi.org/10.1111/j.1467-9604.2009.01395.x>
- Neteland, R. (2020). Kvalitative intervju i norskfaglige oppgaver. I R. Neteland & L. I. Aa (Red.), *Master i norsk. Bind 2: Metodeboka 2*. Universitetsforlaget.
- NOU 2015: 8. (2015). *Fremtidens skole – Fornyelse av fag og kompetanser*. Kunnskapsdepartementet. <https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/nou-2015-8/id2417001/?ch=6>
- Postholm, M. B., & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanningen*. Cappelen Damm akademisk.
- Putra, Z. H. (2019). Danish Pre-service Teachers' Mathematical and Didactical Knowledge of Operations with Rational Numbers. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 14(3). 619-632. <https://doi.org/10.29333/iejme/5775>
- Skemp, R. R. (1978). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *The Arithmetic Teacher*, 26(3). 9-15. <https://www.jstor.org/stable/41187667?origin=JSTOR-pdf>
- Solem, I. H., Alseth, B., Eriksen, E. & Smestad, B. (2020). *Tall og tanke 2: Matematikkundervisning på 5. til 7. trinn*. Gyldendal Norsk Forlag.
- Stengrundet, S. & Valbekmo, I. (2019). *Begrepslæring og begrepsforståelse i matematikk*. Realfagsløyper. <https://realfagsloyper.no/sites/default/files/2019-03/T3.P1.M2A%20Begrepsl%C3%A6ring%20og%20begrepsforst%C3%A5else%20i%20matematikk.pdf>
- Ubah, I. J. A. (2021). The impact of different approaches to the teaching of Grade 5 fraction by three experienced teachers. *South African Journal of Childhood Education*, 11(1). <https://doi.org/10.4102/sajce.v11i1.854>

Utdanningsdirektoratet. (2023). *Hvordan bruke læreplanene?* <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/stotte/hvordan-ta-i-bruk-lareplanen/>

Valenta, A. (2015). *Matematikklærerkompetanse*. Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen. <https://www.matematikkenteret.no/sites/default/files/2023-03/Matematikk1%C3%A6rerkompetanse.pdf>

Van de Walle, J. A., Karp, K. S. & Bay-Williams, J. M. (2020) *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching developmentally* (10. utg). Pearson.

Wu, H. (2008). *Fractions, Decimals, and Rational Numbers*. Berkeley Mathematics Department. <https://math.berkeley.edu/~wu/NMPfractions.pdf>

# Vedlegg

## Vedlegg 1 – Intervjuguide

### Intervjueguide

Takk for at du vil være med på denne studien! Det jeg er interessert i er å finne ut av hvordan norske lærere underviser brøk på 5. trinn, og du er en av deltakerne i studien min. Derfor kommer jeg til å spørre deg litt om bakgrunnen din, og deretter vil jeg spørre deg om ulike aspekter ved brøkundervisningen din. Du vil være helt anonym i gjengivelsen av svarene dine, og det er viktig for forskningen min at du svarer mest mulig ærlig. Er det noe du lurer på før vi starter?

### Bli kjent med deltager

1. Hvor lenge har du jobbet som lærer?
2. Hvor mange år har du undervist i matematikk på 5.trinn?
3. Har du hatt 5 trinn i matematikk nylig?
4. Hvilken utdanning/faglig kompetanse har du?
5. Hvilke tanker har du om emnet brøk?
6. Hvordan vil du beskrive grunnlaget for din tilnærming til brøkundervisning?
  - I hvilken grad stiller teori og erfaring inn?

### Undervisning

1. Hva tenker du på når du hører «begrepsforståelse i brøk»?
2. Hva legger du i det å bruke et matematisk språk?
3. Hvordan vil du beskrive det matematiske språket du bruker når du underviser om brøk?
4. Hvordan bruker du læreplanen i matematikk i arbeidet med brøk?
5. Hvordan aktiverer du elevenes forkunnskap i møte med brøk?
6. Hvilke undervisningsmetoder i brøk har du gode erfaringer med?
  - Hvorfor tenker du at det fungerer bra?

7. Er det noen aktiviteter du føler fungerer bedre enn andre?
  - Hva tenker du er grunnen til det?
  - (hvis ikke nevnt. Bruker du problemløsnings oppgaver?)
8. Er det noen aspekter ved brøkbegrepet som du er spesielt opptatt av å vektlegge i undervisningen?
9. Man kan tenke på brøk både som: del av helhet, operator, divisjon, måling og som forholdstall. Hvordan forholder du deg til disse aspektene når du underviser?
10. Er det en forskjell eller utvikling i hvordan du bruker de forskjellige aspektene gjennom skoleåret?
  - Kan du gi noen eksempler på hvordan du gjør det?
11. Er noen av disse fem aspektene mer krevende for elevene å forstå enn andre?
12. Hvordan legger du opp progresjonen i undervisningen av brøk?
  - Hvorfor gjør du det på den måten?
13. Hvordan tilpasser du undervisningen i brøk både for elever med høy og lav måloppnåelse?
  - Hvorfor gjør du det på den måten?
14. Synes du at brøkundervisning skiller seg fra andre emner i matematikk?
  - Hva tenker du er grunnen til det?
15. Er det noen spesielle utfordringer knyttet til å undervise i begrepsforståelse i brøk?
16. På hvilken måte knytter du brøkbegrepet opp mot hverdagslige/ praktiske situasjoner?
17. Tar du med i betraktning hva elevene skal lære om senere i skoleløpet når du underviser brøk?
18. Tar du med i betraktningen hva slags oppgaver som kan komme på eksamen i 10.trinn eller senere når du underviser brøk?
19. Tar du med i betraktning hva elevene kan få bruk for utenfor skolen i brøkundervisningen?
20. Er det noe du vil legge til, spørsmål eller kommentarer til det vi har snakket om frem til nå?

## Støttematerialer

1. Er det noen støttematerialer du bruker i brøkundervisning?
  - Kan du si noen om hvordan du bruker (materialet som nettopp ble nevnt)?
  - Hvorfor gjør du det på den måten?

- Hvordan bruker du det gjennom skoleåret?
2. Bruker alle støttemateriale?
    - Hvis ikke: Hvordan er nivået på de som velger og bruke/ ikke bruke de?
  3. Hva tenker du er fordeler og ulemper med (støttematerialene som bruke).
  4. Bruker du noen digitale hjelpemidler?
    - Bruker du for eksempel nettbrett eller datamaskin?
    - Bruker du for eksempel noen spesielle nettsider?
    - Hvilke erfaringer har du med det?
    - Opplever du noen spesielle fordeler eller ulemper med det?
  5. Er det noe du vil legge til, spørsmål eller kommentarer i forhold til støttematerialer?

## **Vurdering**

1. Bruker du noen metoder for å vurdere elevenes brøkforståelse?
  - Hva fikk deg til å bruke denne metoden?
  - Er det noen spesielle fordeler eller ulemper med den metoden?
2. Hvordan identifiserer du eventuelle feiloppfattelser av brøkbegrepet hos elever?
  - Hvordan bruker du denne informasjonen?

## **Vil du delta i forskningsprosjektet «Begrepsforståelse i brøk»**

### **Formål**

Formålet med dette prosjektet er å få et innblikk i hvordan det arbeides med begrepsforståelse i brøk på 5.trinn.

Forskningsprosjektet er i lys av min masteroppgave i grunnskolelærerutdanningen.

### **Hvorfor får du spørsmål om å delta?**

I dette prosjektet ønsker jeg å møte lærere som enten underviser i matematikk på 5.trinn, eller som nylig har gjort det. Du som lærer kan ha ulik bakgrunn når det gjelder både utdanning og erfaring. Prosjektet omfatter intervjuer av forskjellige lærere.

### **Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?**

Universitetet i Agder

### **Det er frivillig å delta**

Hvis du velger å delta i prosjektet kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi grunn. Alt av personopplysninger som har blitt gjort av deg vil bli slettet. Det kommer ikke til å oppstå noen negative konsekvenser hvis du velger å ikke delta, eller senere velger å trekke deg fra prosjektet.

## **Hva innebærer det for deg å delta?**

Hvis du blir med på prosjektet, innebærer det et intervju på 30 - 60 minutter som inneholder spørsmål om hvordan du arbeider for å fremme begrepsforståelse av brøk i løpet av 5.trinn. Det vil bli gjort lydopptak av intervjuet som vil bli lagret (elektronisk bak Feide-innlogging og slettet etter bearbeidelse.) Intervjuet vil kun omhandle lærere sitt arbeid og vil ikke vise noe form av informasjon om elever.

## **Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger**

Opplysningene som blir samlet inn vil bli brukt i arbeidet med oppgaven som er forklart tidligere. Opplysningene kommer til å bli behandlet konfidensielt og i regi med personvernregelverket.

De som vil ha tilgang til opplysningene

Student: Kristian Moi Fardal

Veiledere: Henrik Aadland Kjelsrud og Anders Wiik

## **Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?**

Alt av opplysninger som har blitt innhentet om deg vil bli slettet når forskningsprosjektet er avsluttet og godkjent.

## **Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?**

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra UiA, har Sikt – Kunnskapssektorens tjenesteleverandør vurdert at behandling av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.



## Dine rettigheter

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til å protestere, be om innsyn, og til retting og sletting av opplysninger vi behandler om deg. Du vil da høre fra oss innen en måned. Vi vil gi deg en god begrunnelse hvis vi mener at du ikke kan identifiseres, eller at rettighetene ikke kan utøves. Du har også rett til å klage til Datatilsynet om hvordan vi behandler dine opplysninger.

## Spørsmål

Hvis du har spørsmål eller vil utøve dine rettigheter, ta kontakt med:

Veiledere: Henrik Aadland Kjelsrud og Anders Wiik

- [Henrik.a.kjelsrud@uia.no](mailto:Henrik.a.kjelsrud@uia.no)
- [Anders.wiik@uia.no](mailto:Anders.wiik@uia.no)

Eller student Kristian Moi Fardal

- [Kristianmf@uia.no](mailto:Kristianmf@uia.no)

Personvernombud ved UiA: Trond Hauso

[Personvernombud@uia.no](mailto:Personvernombud@uia.no)


Hvis du har spørsmål knyttet til Sikts vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt på epost:

[personverntjenester@sikt.no](mailto:personverntjenester@sikt.no), eller på telefon: 73 98 40 40.

# Vedlegg 3 – Godkjenning fra Sikt

[Meldeskjema](#) / [Begrepsforståelse i brøk](#) / Vurdering

## Vurdering av behandling av personopplysninger

 Skriv ut

 03.01.2024 ▾

**Referansenummer**

258350

**Vurderingstype**

Automatisk 

**Dato**

03.01.2024

**Tittel**

Begrepsforståelse i brøk

**Behandlingsansvarlig institusjon**

Universitetet i Agder / Avdeling for lærerutdanning

**Prosjektansvarlig**

Anders Wiik

**Student**

Kristian Moi Fardal

**Prosjektperiode**

09.01.2024 - 22.05.2024

**Kategorier personopplysninger**

Alminnelige

**Lovlig grunnlag**

Samtykke (Personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a)

Behandlingen av personopplysningene er lovlig så fremt den gjennomføres som oppgitt i meldeskjemaet. Det lovlige grunnlaget gjelder til 22.05.2024.

[Meldeskjema](#) 

### **Grunnlag for automatisk vurdering**

Meldeskjemaet har fått en automatisk vurdering. Det vil si at vurderingen er foretatt maskinelt, basert på informasjonen som er fylt inn i meldeskjemaet. Kun behandling av personopplysninger med lav personvernulempe og risiko får automatisk vurdering. Sentrale kriterier er:

- De registrerte er over 15 år
- Behandlingen omfatter ikke særlige kategorier personopplysninger;
  - Rasemessig eller etnisk opprinnelse
  - Politisk, religiøs eller filosofisk overbevisning
  - Fagforeningsmedlemskap
  - Genetiske data
  - Biometriske data for å entydig identifisere et individ
  - Helseopplysninger
  - Seksuelle forhold eller seksuell orientering
- Behandlingen omfatter ikke opplysninger om straffedommer og lovovertridelser
- Personopplysningene skal ikke behandles utenfor EU/EØS-området, og ingen som befinner seg utenfor EU/EØS skal ha tilgang til personopplysningene
- De registrerte mottar informasjon på forhånd om behandlingen av personopplysningene.

### **Informasjon til de registrerte (utvalgene) om behandlingen må inneholde**

- Den behandlingsansvarliges identitet og kontaktopplysninger
- Kontaktopplysninger til personvernombudet (hvis relevant)
- Formålet med behandlingen av personopplysningene
- Det vitenskapelige formålet (formålet med studien)
- Det lovlige grunnlaget for behandlingen av personopplysningene
- Hvilke personopplysninger som vil bli behandlet, og hvordan de samles inn, eller hvor de hentes fra
- Hvem som vil få tilgang til personopplysningene (kategorier mottakere)
- Hvor lenge personopplysningene vil bli behandlet
- Retten til å trekke samtykket tilbake og øvrige rettigheter

Vi anbefaler å bruke vår [mal til informasjonsskriv](#).

### **Informasjonssikkerhet**

Du må behandle personopplysningene i tråd med retningslinjene for informasjonssikkerhet og lagringsguider ved behandlingsansvarlig institusjon. Institusjonen er ansvarlig for at vilkårene for personvernforordningen artikkel 5.1. d) riktighet, 5. 1. f) integritet og konfidensialitet, og 32 sikkerhet er oppfylt.