

## Resonnering i DragonBox Skole

En undersøkelse av forekomsten og type resonnering i tre kapitler i læreverket DragonBox Skole på 4.trinn.

Ida Kristine Hagen Jensen og Sigrid Kverneland

VEILEDER

Kjetil Damsgaard

**Universitetet i Agder, 2024**

Fakultet for teknologi og realfag

Institutt for matematiske fag

Master

## Forord

Etter fem år med grunnskolelærerutdanning ved Universitetet i Agder kan vi snart kalle oss lektorer. Dette har vært fem fine år med mye ny kunnskap og læring, et par år med corona, og mange gode minner med mange gode mennesker. Denne masteren markerer slutten på denne fine perioden av livet, og vi trer snart inn i en mer voksen tilværelse. Arbeidet med masteren har vært krevende og frustrerende, men givende. Vi har fått føle på det å virkelig sette oss inn i og jobbe med et tema vi har stor interesse for.

Fra vår skolegang ble ofte spørsmålet “hvorfors det” møtt med svaret “bare fordi”. Vi opplever at det er viktig å forstå hvorfor ting er slik det er for å bygge en dypere forståelse i matematikk. Derfor har vi et hjerte for resonnering i småskolen, og har valgt å skrive om dette i vår masteroppgave.

Vi ønsker å takke DragonBox for å gi oss tillatelse til å skrive om deres læreverks, samt å ta i bruk bilder og illustrasjoner. Dette har vært med på å gi oppgaven det lille ekstra. Også en takk til Gjermund Torkildsen, en av våre tidligere forelesere, som lånte oss lærebøkene til DragonBox Skole, samt tilgang til nettressursene.

Vi var så heldige og fikk utdelt to flinke veiledere. Vi har jobbet tett sammen og har hatt et godt samarbeid. Vi vil takke dere begge for deling av deres kunnskap og erfaringer, samt den gode støtten dere ga oss i arbeidet. Dessverre gikk Simon Goodchild bort i påsken, og vi vil takke for god hjelp, spesielt med vårt analytiske rammeverk. Ekstra takk til Kjetil Damsgaard for all støtte og hjelp gjennom vår masteroppgave.

Vi vil også takke venner, familie og andre som har støttet oss i dette krevende semesteret. I tillegg vil vi også takke hverandre for samarbeidet. Vi møttes for første gang i fadderuka i 2019, og har siden da vært gode venner og gode samarbeidspartnere. Vi er veldig takknemlige for hverandre og at vi har hatt muligheten til å samarbeide og skrive sammen i arbeidet med masteren.

Kristiansand, mai 2024

Ida Kristine Hagen Jensen og Sigrud Kverneland

## Sammendrag

I studien vår gjennomfører vi en læreverksanalyse med fokus på forekomsten av resonnering i læreverket DragonBox Skole. Målet er å se på hvordan resonnering kommer frem i læreverket, både i lærerveiledningen og i oppgaver. Forskningsspørsmålet vi har satt for oppgaven er: Hvordan legger DragonBox Skole til rette for elevers resonnering på 4.trinn?

Målet vårt for det valgte temaet er å se nærmere på Dragonbox Skole som en lærerressurs med et mer kritisk blikk. Ressursen er nokså ny, har mange gode omtaler og er lagt opp på en måte som legger til rette for at læreren kan følge en allerede planlagt 'undervisning rute'. Dette kan gjøre at man glemmer å stille seg kritisk til det som blir gjort og de mulighetene som byr seg i arbeidet med ressursen. Vi ønsker å se på hvordan DragonBox Skole legger opp til resonnering gjennom læreverket i seg selv, vi vektlegger ikke kontekst i vår oppgave.

Dette er en kvalitativ dokumentanalyse hvor vi har analysert et utvalg av læreverket opp mot et egendefinert analytisk rammeverk. Rammeverket er basert på tidligere forskning rundt resonnering av Stylianides. Vi skiller mellom eksplisitt og implisitt resonnering og ser etter forekomsten av disse i vårt utvalg. Oppgaven legger seg tett opp mot teoriene til Rezat og Stässer om lærebokforskning hvor vi har kun valgt å fokusere på boken i seg selv.

Våre resultater er at DragonBox Skole legger til rette for resonnering gjennom sitt læreverk hvor det både kommer frem aspekter av resonnering i muntlig samtale og i skriftlige oppgaver. Vi har sett at læreverket legger mest opp til eksplisitt resonnering hvor oppgaver eller spørsmål trigger direkte opp mot resonnering. Læreverket legger opp til en utforskende læring hvor elementer av samarbeid, samtale og ulike oppgaver blir vektlagt. DragonBox Skole lykkes med å skape et undrende klasserom ved at de legger opp til samtale hvor de spør "hvorfor" og videre fokuserer på løsningen til elevene.

Til tross for at vi mener at læreverket legger opp til resonnering, ligger det et ansvar hos læreren. For å få mest mulig ut av lærerressursen må læreren være forberedt og satt godt inn i DragonBox-metoden for at resonnering skal skje.

## Abstract

In our study we are performing a teaching aid analysis, with the focus being the teaching aid DragonBox Skole. Our goal is to see how the aid encourages the act of reasoning, both in relation to teaching guidance and with the tasks themselves. The research question we have chosen for this task is: How does DragonBox Skole facilitate the act of reasoning in the 4th grade?

Our goal for the chosen topic is to have a closer and more critical look at DragonBox Skole as a teaching aid. The aid itself is fairly new, but has multiple good reviews, and is presented in a way where the teacher can follow an already planned out ‘teaching schedule’. This feature is something we think may lead to a lack of critical thinking in relation to what is being done, as well as lack of attention to the opportunities that come with the use of this resource. We want to see how DragonBox Skole encourages reasoning throughout the teaching aid itself, we are not focusing on context in our paper.

This is a qualitative document analysis where we have analyzed a part of the teaching aid with the use of a custom analytics framework. The framework is based on previous research around reasoning by Stylianides. We differentiate between explicit and implicit reasoning, and look for instances of these in our selection. Our paper takes great inspiration from Rezat and Strässer’s theories on textbook research, though we have chosen to specifically focus on the book itself.

Our results indicate that DragonBox Skole facilitates reasoning through their teaching aid, showing aspects of reasoning in both conversations, as well as written tasks. We have observed that the teaching aid mainly facilitates explicit reasoning, as tasks and questions cause immediate reasoning. The teaching aid facilitates explorative learning, where elements of cooperation, conversation, and more are emphasized. DragonBox Skole are succeeding in creating a curious classroom, where questions of “why” and further focus on solutions among pupils is encouraged and facilitated.

Despite our determination that the teaching aid does facilitate reasoning, the real responsibility stays with the teacher. To make the most of a teaching aid, the teacher must be prepared and have a strong understanding of the DragonBox-method for reasoning to happen.



# Innholdsfortegnelse

<b>Forord</b> .....	<b>ii</b>
<b>Sammendrag</b> .....	<b>iii</b>
<b>Abstract</b> .....	<b>iv</b>
<b>Innholdsfortegnelse</b> .....	<b>1</b>
<i>1.0 Innledning</i> .....	3
1.1 Resonnering .....	3
1.2 Bakgrunn for valgt tema .....	4
1.3 Problemstilling .....	5
1.4 Oppgavens struktur .....	5
<i>2.0 En introduksjon av læreverket: DragonBox Skole</i> .....	7
2.1 DragonBox .....	7
2.2 DragonBox Skole .....	7
2.3 Kapitler i DragonBox Skole .....	9
2.4 DragonBox-metoden .....	10
2.5 Noomene .....	11
2.6 DragonBox-Superlærer .....	11
2.7 DragonBox Skole i oppgaven .....	12
<i>3.0 Teori</i> .....	13
3.1 Hva er læring? .....	13
3.2 Kompetansebegrepet .....	15
3.3 Matematisk resonnering .....	18
3.4 Den matematiske samtalen .....	21
3.5 Læreverket .....	22
<i>4.0 Tidligere forskning</i> .....	23
4.1 Lærebokforskning .....	23
4.2 Presentasjon av relevant tidligere forskning .....	23
<i>5.0 Metode</i> .....	27
5.1 Lærebokforskning .....	27
5.2 Dokumentanalyse .....	29
5.3 Design .....	30
5.4 Pålitelighet og gyldighet .....	38
5.5 Etske betraktninger .....	39
<i>6.0 Analyse og funn</i> .....	41

6.1 Analysen .....	41
7.0 Diskusjon .....	64
7.1 Hvordan legger DragonBox Skole til rette for elevers resonnering på 4.trinn? .....	64
7.2 Hva slags resonnering legger DragonBox Skole opp til? .....	65
8.0 Konklusjon .....	67
8.1 Hvordan legger DragonBox Skole til rette for elevers resonnering på 4.trinn? .....	67
8.2 Pedagogiske implikasjoner .....	67
8.3 Implikasjoner for videre forskning .....	68
8.4 Tilbakeblikk .....	68
8.5 Prosjektets betydning for oss selv .....	68
<b>Litteraturliste .....</b>	<b>69</b>
<b>Vedlegg .....</b>	<b>75</b>
<i>Vedlegg 1 – Tillatelse til å bruke DragonBox Skole bilder og illustrasjoner.....</i>	<i>75</i>

## 1.0 Innledning

I høsten 2020 begynte innføringen av den nye læreplanen, LK20, og for grunnskolen var det denne som gjaldt fra og med da (Utdanningsdirektoratet, 2023). Noe nytt ved denne nye læreplanen var blant annet kjerneelementene. Disse blir av Utdanningsdirektoratet beskrevet som å være «(...) det viktigste faglige innholdet elevene skal arbeide med i opplæringen.» (Utdanningsdirektoratet, 2019). Hvert fag har sitt eget sett med kjerneelementer som skal virke som et overordnet fokus i det gjeldende faget for det gjeldende skoleåret. I takt med den nye læreplanen har det også blitt gitt ut nye lærebøker som skal legge seg tettere på de nye kompetansemålene og de nye innførte kjerneelementene. Ifølge Lepik et al. (2017) har læreverk vist seg å ha en styrende rolle når det kommer til undervisningen og prosessene før, under og etter denne. I en studie de har utført av 67 norske lærere om bruken av matematikklærebøker på ungdomsskolen kommer det frem at 69% bruker lærebøker som eneste kilde i alle eller halvparten av undervisningstimene sine. I sammenheng med dette ser vi det nødvendig for lærere å stille seg kritiske til valg av læreverk. Samtidig anerkjenner vi at lærere bringer med seg ulike pedagogiske tilnærminger og erfaringer, samt personlighet og andre nødvendige verktøy man tar i bruk i lærerrollen. Dette mener vi kan komme til å påvirke tolkninger og bruk av de ulike læreverkene. Vi ser det derfor betydningsfullt å analysere hvordan læreverk i seg selv fremmer ulike elementer ved den nye læreplanen, og om eventuelle hensikter ved læreverkene kommer frem i møte med forskjellige lærere.

### 1.1 Resonnering

Gjennom innføringen av den nye læreplanen har resonnering fått en tydeligere plass innenfor matematikkfaget, da resonnering i dag står som en del av de faglige kjerneelementene. Ifølge Doris Jeannotte og Carolyn Kieran (2017) er utviklingen av matematisk resonnering et mål man finner igjen i flere læreplaner rundt om i verden. I tillegg til at resonnering har fått en vesentlig rolle i forskning innenfor matematikdidaktikken generelt (Jeannotte & Kieran, 2017). Det finnes også forskning som viser til en positiv effekt av å jobbe med resonnering tidligere i skoleløpet, og at resonnering kan anses som en forenklet og tilpasset måte å jobbe med bevis for elever i småskolen (Knox, 2017). I en rapport utarbeidet av NCTM (2000) vektlegges det at resonnering ikke kan bli lært bort i likhet med andre matematiske elementer, men at det fungerer mer som en vane man bygger på ettersom man tilegner seg erfaringer, og at dette må tilrettelegges ifra tidlig skolegang.

## 1.2 Bakgrunn for valgt tema

I vår master har vi et ønske om å se nærmere på hvordan DragonBox Skole (heretter DS), et læreverk i matematikkfaget, legger til rette for resonnering i småskolen. Med småskolen mener vi spesifikt 1-4.trinn, da dette er trinnene DS retter seg mot. Læreverket er nokså nytt og startet utviklingen sin i slutten av 2015 og ble introdusert for skolen i 2018 (DragonBox, u.å.(a)). Siden da fortsatte DS å utvikle seg og viser ifølge NIFU sin rapport (Norges institutt for studier av innovasjon, forskning og utdanning) å være et populært læreverk blant både lærere og elever. De har forsket på effekten av DS i matematikkfaget siden 2018, og resultatene viser til at læreverket gir økt læringsutbytte og motivasjon (Vennerød-Diesen et al., 2021). DS skriver følgende om læreverket sitt:

DragonBox Skole legger til rette for at elevene skal jobbe med matematikk med en utforskende tilnærming. Vi ønsker at elevene skal delta i samtaler, beskrive og argumentere for hva de ser og oppdager. DragonBox Skole legger opp til at man følger DragonBox-metoden. (DragonBox, u.å.(b1))

Med grunnlag i dette, og i vårt møte med læreverket gjennom lærerutdanningen og praksis, har vi et ønske om å se nærmere på læreverket med et kritisk forskerblikk der vi vil analysere det og se på innholdet opp mot den nye læreplanen, LK20. Spesielt vil vi rette oss mot kjerneelementene i læreplanen, da resonnering kommer frem som et eget avsnitt i sammen med argumentasjon.

Bakgrunnen vår for vårt ønske om å fokusere på resonnering i vår master kommer i stor grad frem i vår egen skolegang. Da vi selv befant oss i småskolen var det den forrige læreplanen, LK06, som var operativ. Blant andre ting var det spesielt mangelen på relasjonell forståelse i undervisningen som har gjort inntrykk, og vi oppfatter det som en tid der det var relativt lite fokus på *hvorfor*. Derimot, nå når den nye læreplanen har tredd i kraft, og med dens økte fokus og synlighet av resonnering generelt i skolegangen ser vi det som både viktig og relevant å forske på. Vi mener at det å kunne resonnerere er en viktig egenskap innenfor matematikken, samt andre aspekter av livet.

### 1.3 Problemstilling

Vi har satt oss følgende problemstilling:

*Hvordan legger DragonBox Skole til rette for elevers resonnering på 4.trinn?*

Problemstillingen inneholder elementer vi mener er viktig å avklare. På grunnlag av at vi bevisst setter fokuset på *hvordan* DS legger til rette for resonnering, vil analysen se på til hvilken grad læreverket har direkte henvisninger til resonnering i økt-planene. Altså vil ikke analysen ta hensyn til hvordan ulike lærere kan ta i bruk læreverket og derfor legge til rette for resonnering. Vi ønsker å se på det konkrete som står skrevet. Noe vi ser nærmere på i metode kapittelet. Videre vil det være viktig at vi tar for oss noen begrepsavgrensninger. Hva legger vi i begrepet resonnering, hva legger DS i det samme begrepet, og er det noen forskjeller mellom de to. Det vil også være viktig å vite hva som regnes som tilrettelegging. Dette vil bli besvart i løpet av kapitlene *Læreverket: DragonBox Skole, Relevant forskningslitteratur og Teori*.

### 1.4 Oppgavens struktur

Oppgaven vår består av åtte hovedkapitler, inkludert flere underkapitler for å opprettholde en viss struktur på innholdet. Disse hovedkapitlene er; innledning, læreverket: DragonBox Skole, teori, relevant forskningslitteratur, metode, presentasjon av funnene, diskusjon, og konklusjon.

Først er det innledningen, som er kapittelet vi befinner oss i nå. Her har vi gjennomgått en forenklet beskrivelse av det resten av oppgaven skal handle om. Vi har blant annet snakket bakgrunnen for oppgavevalget samt hvorfor det er viktig å forske på læreverket, i dette tilfellet DS. Vi har også sett på hvordan resonnering som tema har kommet frem i de siste to læreplanene (LK06 og LK20), da disse er læreplanene vi selv har vært involvert med i vår egen skolegang.

Videre har vi kapittel to, læreverket: DragonBox Skole. Her ser vi nærmere på og legger til grunn for det læreverket som vi jobber med. Dette gjør vi i henhold til at ikke alle som leser denne oppgaven er kjent med DS. Spesielt med tanke på at DS opererer med sin egen metode, og det er mye som ligger bak oppsettet til læreverket som er avgjørende for å forstå det fullstendige bildet som er i DS.

I kapittel tre, teori, tar vi for oss den relevante teorien som legger grunnlaget for oppgaven vår, og studien og analysen som vi har gjennomført. Dette inkluderer blant annet temaer som læringsteorier, resonnering, læreverk, og den matematiske samtalen. Målet vårt med dette kapitlet er å gjøre begrepsavgrensninger og å forberede leseren på disse begrepene og teoriene som de vil møte i oppgaven vår.

Kapittel fire, relevant forskningslitteratur, gjennomgår tidligere relevant forskning for oppgaven vår. Her ser vi nærmere på hva som har blitt sagt og skrevet tidligere, samt at vi bruker denne forskningslitteraturen til å sette lys på og etablere konteksten i oppgaven vår.

Videre har vi metode kapitlet, kapittel fem, hvor vi presenterer de ulike metodiske valgene vi har gjort oss i løpet av gjennomføringsprosessen av oppgaven, i tillegg til valg av læreverk og avgrensninger. I metode kapitlet beskriver vi også hvordan rammeverket til analysen ser ut og hvordan vi forholder oss til dette.

I kapittel seks presenterer vi analysen og funnene som vi har utført. Dette gjør vi gjennom en oversiktlig fremføring av dataene og slik vi tolker de. For analyse delen har vi utarbeidet et eget rammeverk inspirert av Gabriel J. Stylianides (2008) som vi tidligere har beskrevet i kapittel fem, og som vi bruker for å kategorisere de ulike funnene av resonnering i læreverket.

Videre i kapittel sju, diskusjon, går vi inn for å drøfte ulike elementer av oppgaven, og vi ser nærmere på de ulike aspektene som ikke nødvendigvis passer inn under de teoretiske kapitlene. Dette gjelder blant annet diskusjoner omkring ulike implikasjoner og refleksjoner av funnene våre. Samtidig som vi også ser etter sammenhenger mellom funnene og den relevante teorien.

Til slutt i kapittel åtte konklusjon, oppsummerer vi funnene og tankene som vi har gjort oss i løpet av oppgaven, og gir et svar til problemstillingen vår. Vi ser på sammenhengen mellom de ulike aspektene av oppgaven og funnene våre, implikasjoner/pedagogiske implikasjoner, og vi gjør for oss de konkluderende refleksjonene våre.

## 2.0 En introduksjon av læreverket: DragonBox Skole

I dette kapittelet ønsker vi å gi et innblikk i konseptet DragonBox og læreverket DragonBox Skole. Vi gjør dette for å sikre en viss forståelse av læreverket for lesere som kanskje ikke kjenner det fra før av. Dette vil kunne bidra til en bedre forståelse av ulike metodiske valg vi har gjort oss i oppgaven. Først skal vi se på DragonBox sin oppstart og utviklingen av DS. Deretter gjennomgår vi DragonBox-metoden og hva det vil si å være en «superlærer». For så og til slutt fortelle kort om utvalget vi har gjort oss fra læreverket.

### 2.1 DragonBox

I 2011 begynner utviklingen av konseptet DragonBox, og allerede i 2012 gir de ut sitt første spill om algebra, og starter arbeidet mot å bli et godt fungerende verktøy for lærere (DragonBox, u.å.(a)). Bakgrunnen for DragonBox er ifølge grunnlegger Jean B. Huynh, i en video om *Reisen til DragonBox*, et ønske om å endre eller påvirke hvordan barn får tilgang til matematikkfaget. Samt å utvikle et verktøy som skaper bedre opplevelser og læringsmuligheter hos barn (DragonBox, 2021(a), 1:19). DragonBox begynte som et digitalt spill om algebra, og skulle fungere som et hjelpemiddel for å lære dette og besto av fem spill med varierende vanskelighetsgrad. De fortsatte å utvikle seg og innen 2016 var de kommet ut med to nye spill om tallforståelse og addisjon og subtraksjon (DragonBox, u.å.(c)). Senere i løpet oppdaget de derimot at verktøyene i seg selv ikke nødvendigvis strekker til hvis man ikke behersker de grunnleggende matematiske ferdighetene eller konseptene. Noe som førte til at de ønsket å satse på å skape et fullstendig læreverket, i troen om at dette bedre passet med lærernes behov (DragonBox, 2021(a), 4:00).

### 2.2 DragonBox Skole

DragonBox Skole er DragonBox sitt eget læreverket utviklet ut ifra fagfornyelsen og tilpasset småskolen (DragonBox, u.å.(d)). I desember 2015 ble konseptet DS først lansert, og innen august 2018 var læreverket i bruk i grunnskolen (DragonBox, u.å.(a)). DS har en generell interesse av å bringe utforskning og matematikkglede inn i klasserommet, samt *magi*. Med magi menes det når elev, lærer og klasserommet oppnår god kommunikasjon og relasjon, og der elev (og lærer) har god selvtillit (DragonBox, 2021(a), 8:52). Huynh viser også til DS sitt mål om å kunne se hver enkelt elev i matematikkfaget, og sammen med magi, danner dette grunnlaget for deres syn på læring (DragonBox, 2021(a), 6:04).

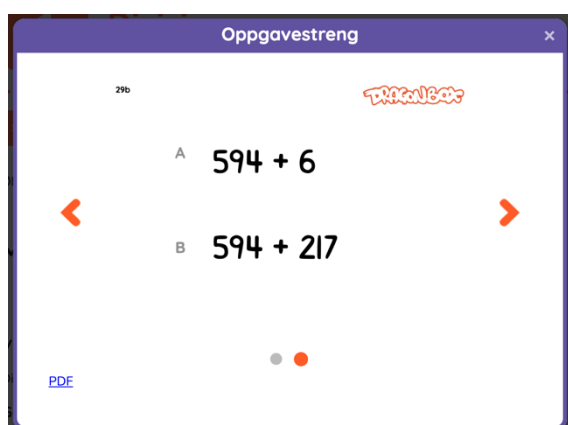
DS består av ulike elementer som kommer sammen for å lage læreverket. Disse er **samtaler**, **læringslabber**, **quizer**, **praktiske oppgaver** og **lærebøker og kopiark**, og illustreres med fargekategoriseringer (Figur 2.1).



Figur 2.1 Illustrasjon av hvordan de ulike elementene i DragonBox Skole kan se ut, hentet fra økt 4.1 (Kahoot! DragonBox AS).

Læring handler ifølge DS om å kunne ta flere perspektiver, og derfor ønsker de å utvikle verktøy som kan hjelpe elever med akkurat dette (DragonBox, 2021(a), 5:27). De ulike elementene har derfor ulike hensikter i læreverket.

Samtalene består som oftest av ulike elementer som kan sette i gang matematiske samtaler i klasserommet. Det kan eksempelvis være spørsmål, oppsummerende samtaler eller oppgavestrenger slik som på bildet (figur 2.2). Læringslabbene i DS skal blant annet være en direkte refleksjon av ønsket om å gi elevene muligheten til å utforske ulike matematiske konsepter (DragonBox, 2021(a), 4:48).



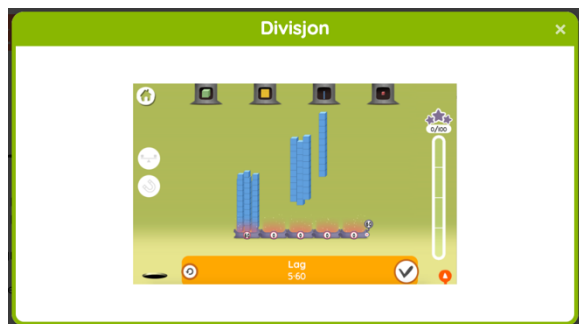
Figur 2.2 Illustrasjon av hvordan en samtale modul kan se ut i lærerveiledningen, hentet fra økt 4.1 (Kahoot! DragonBox AS).



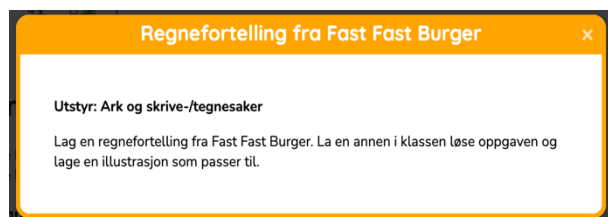
Figur 2.3 Illustrasjon av hvordan en læringslabb modul kan se ut i lærerveiledningen, hentet fra økt 4.1 (Kahoot! DragonBox AS).



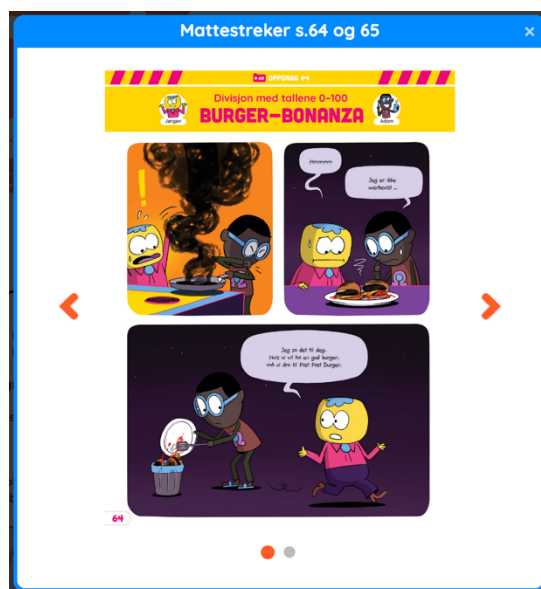
Quizene brukes hovedsakelig til øving, og lar elevene jobbe med repetisjon av liknende oppgaver som er relevant med øktens tema. De praktiske oppgavene kan variere i innhold og kan være blant annet spill og tenkeoppgaver, og gir muligheten til å jobbe mer praktisk med ulike matematiske konsept i kjente eller ukjente sammenhenger. Mens oppgavene i lærebøkene har som fokus å overføre det elevene har jobbet med digitalt til noe skriftlig (DragonBox, u.å.(b2), 4:10).



Figur 2.4 Illustrasjon av hvordan en quiz modul kan se ut i lærerveiledningen, hentet fra økt 4.1 (Kahoot! DragonBox AS).



Figur 2.5 Illustrasjon av hvordan en praktisk oppgave modul kan se ut i lærerveiledningen, hentet fra økt 4.1 (Kahoot! DragonBox AS).



Figur 2.6 Illustrasjon av hvordan en side fra læreboka, Mattestreker, kan se ut, hentet fra økt 4.1 (Kahoot! DragonBox AS).

## 2.3 Kapitler i DragonBox Skole

Kapitelene i DS er satt opp slik at hvert kapittel har indikatorer til hvor lenge hver økt skal vare, i antall uker. I figur 2.7 ser man hvordan for eksempel kapittel 2 er beregnet å vare over tre uker, mens kapittel 3 er beregnet for fire uker. Dette kan variere mellom klasserom, da DS er veldig åpne for læreres autonomi, og blant annet skriver at lærere skal kunne bringe inn egne ideer i arbeidet med læreverket (DragonBox, u.å.(b1)).

Uker		
0		Oppstart
1		Divisjon
2		Plassverdi opp til 10 000
3		Måling
4		Divisjon med tallene 0-100
5		Addisjon og subtraksjon
6		Algoritmer og mønstre
7		Divisjon med tallene 0 – 100
8		De fire regneartene
9		Divisjon med tallene 0-1000
10		Geometri

Figur 2.7 Illustrasjon av hvordan kapitteloversikten fra DS 4.trinn ser ut (DragonBox, u.å.(f)). (Kahoot! DragonBox AS).

## 2.4 DragonBox-metoden

DragonBox-metoden er DS sin egen metode for gjennomgang av temaer og undervisning, og består av fire deler: Utforskning, samtale, øving og oppsummering. Til sammen utgjør disse en hel økt-plan hvor de har ulike formål.

I **utforskning** er målet at elevene skal få utforske alene, med en medelev, eller felles i klasserommet. Dette kan variere ut ifra hva en som lærer ser som hensiktsmessig, og kan variere fra økt til økt. Utforskningsseksjonen tar utgangspunkt i en valgt læringslabb eller praktisk oppgave, samt et avsnitt med forslag til gjennomgang og åpne spørsmål til elevene. Likevel, viser DS til at det kan være like bra å utforske sammen med elevene, og tørre å la dem stå i spissen for utforskningen (DragonBox, u.å.(e), 1:23).

**Samtale** går ut på å aktivisere elevene i samtaler som får dem til å tenke lengre. DS legger frem tre sentrale elementer ved denne delen av økta; elevene må få nok tid til å tenke over spørsmål og svar, man må la dem snakke og diskutere i par, og man må legge til rette for resonnering og argumentasjon (DragonBox, u.å.(e), 2:35). I økt-planen består samtaleseksjonen vanligvis av 2 til 5 spørsmål og/eller oppgaver, som fungerer veiledende for læreren, og som skal få i gang dialoger i klasserommet. Spesielt viktig, er det at det er elevenes tanker og kommunikasjon som skal stå i fokus (DragonBox, u.å.(e), 3:13).

I seksjon tre, **øving**, er det flere ting man kan ta for seg. Hovedsakelig innebærer seksjonen arbeid med quizer, praktiske oppgaver og arbeid i matteboka (Mattestreker). Målet er mengdetrening, og elevene skal få sjansen til å ta i bruk det de har utforsket og snakket om. DS anbefaler her å starte med quizene, evt. jobbe med de praktiske oppgavene, og ikke før på slutten å ta i bruk boka. Dette begrunnes med at boka fungerer mer som en mild form for vurdering der lærere kan se hvordan elevene ligger an i de ulike temaene (DragonBox, u.å.(e), 4:07).

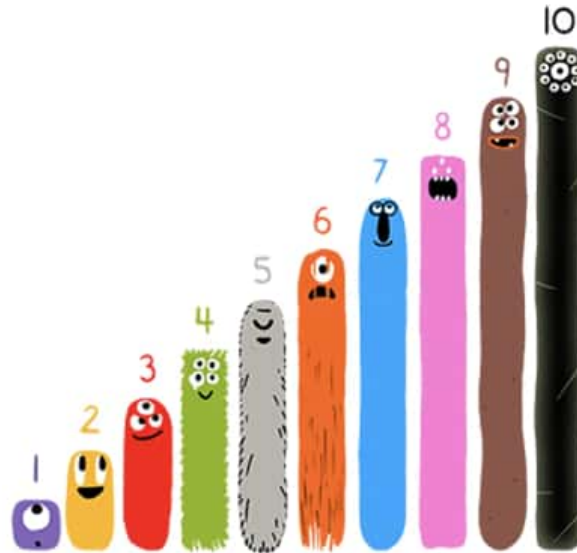
Den siste seksjonen av DragonBox-metoden er **oppsummering**. Det skal vises til sammenhengen mellom det som har blitt gjort i timen, og det er viktig at elevene ser hvordan målene henger sammen med dette. DS forklarer formålet til seksjonen som å sette «lokk på timen» (DragonBox, u.å.(e), 4:29). I økt-planen kommer oppsummeringen frem gjennom gjentakelse av øktens mål og samtale med veiledende tekst for læreren.

Ifølge DS, legger man grunnlaget for å oppnå mest utbytte av læreverket gjennom å bruke DragonBox-metoden. Likevel, peker de til viktigheten av lærerens autonomi, og mener at man fint kan inkludere egne erfaringer og undervisningsmetoder.

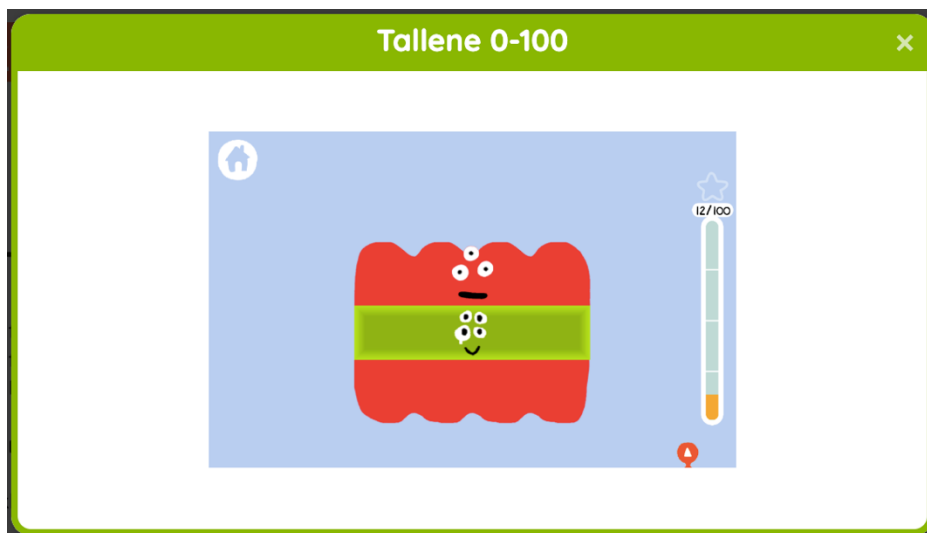
## 2.5 Noomene

I universet til DS finnes det noe som heter *Noomer*. Noomene er DS sine representanter for tallene 1-10 (figur 2.8).

Elevene vil i arbeidet med DS møte på og ta i bruk noomene i ulik grad ut ifra trinnet de befinner seg på. Et eksempel hvor noomene blir brukt i en quiz på 4.trinn kan man se på bildet under (figur 2.9). Noomene er tilgjengelige som både digitale og fysiske konkreter (DragonBox, u.å.(g)).



Figur 2.8 Illustrasjon av DragonBox Skole sine noomer (DragonBox, u.å.(g)). (Kahoot! DragonBox AS).



Figur 2.9 Illustrasjon av hvordan en quiz som tar i bruk noomene kan se ut, hentet fra økt 6.3 (Kahoot! DragonBox AS).

## 2.6 DragonBox-Superlærer

I tillegg til sin egen metode har DS fire steg for å bli en *DragonBox-superlærer*. Med DragonBox-superlærer menes det å inneha følelsen av at man har god kontroll på DragonBox-metoden, samt at man klarer å ta metoden i bruk på sin egen måte (DragonBox,

2021(b2), 34:30). Hver av de fire stegene utgjør sin egen del i hver av de fire delene i DragonBox-metoden, og man er ikke nødvendigvis på samme steg i hver av delene (tabell 2.1). Man kan for eksempel være på steg 4 i samtale delen, men på steg 2 i avslutnings delen. Under ser man hvordan de ulike stegene går opp mot de ulike delene av DragonBox-metoden og hvilke egenskaper som faller inn under hver steg.

	Utforskning	Samtale	Øving	Avslutning
<b>Steg 1</b>	«Prøver deler av utforskningen i lærerveiledningen.»	«Stiller spørsmålene i lærerveiledningen.»	«Eleven bruker boka og quizene.»	«Lærerne avslutter timen på en eller annen måte.»
<b>Steg 2</b>	«Utforsker slik det står i lærerveiledningen.»	«Stiller spørsmålene i lærerveiledningen.»  «Tar tak i innspillene som kommer.»	«Øvingen dominerer ikke timene.»  «Bruker quizer til samtale.»	«Lærerne bruker mål.»  «Stiller spørsmål linket til målene.»
<b>Steg 3</b>	«Blander mellom fri utforskning og utforskning i samling.»	«Stiller åpne spørsmål.»	«Kjenner til og bruker både kopier, quizene, bøkene og praktiske oppgaver etter behov.»	«Stiller gode, reflekterende spørsmål.»
<b>Steg 4</b>	«Utforsker i mange ulike situasjoner.»  «Ser potensielle utforskningsfaser på ulike arenaer.»	«Tar tak i elevenes erfaringer.»  «Skaper undring og argumentasjon hos elevene.»	«Kjenner til og bruker både kopier, quizene, bøkene og praktiske oppgaver.»  «Varierer undervisningen.»	«Stiller gode, reflekterende spørsmål.»  «Elevene gir uttrykk for mestring og læring gjennom øktene.»

Tabell 2.1 Egen tabell som illustrerer DragonBox Skole sine fire steg for å bli en superlærer (Dragonbox, 2021(b), 34:30). (Kahoot! DragonBox AS).

## 2.7 DragonBox Skole i oppgaven

DS består av ulike læreverker og materialer som strekker seg over første til fjerde trinn. I oppgaven vår, i sammenheng med de metodiske valgene, har vi kun sett på en håndfull av tilgjengelig materiale. Vi har valgt å se spesifikt på fjerde trinn, noe som har ført oss til å ta utgangspunkt i fjerde klasse sin lærerveiledning, som inkluderer nettressursene og bøkene beregnet for fjerde klasse.

## 3.0 Teori

Målet for oppgaven vår er å se på forekomsten av resonnering i læreverket DS på 4.trinn. I teori kapitlet skal vi legge frem litteraturen som vi har tatt i bruk gjennom oppgaven. Dette gjør vi for å gi leserne en forståelse av ulike begrep og teorier som vi støtter oss til, noe som er med på å legge det teoretiske rammeverket for masteren. Vi skal først se på oppgavens læringssyn, for så å presentere kompetansebegrepet, hvor vi blant annet skal se på KOM-rapporten og Kilpatrick's trådmodell. Videre skal vi se nærmere på resonneringskompetanse og ulike teori innenfor resonnering og resonnering i skolen. Deretter skal vi innom elementer ved den matematiske samtalen, med fokus på den *gode* matematiske samtalen. Til slutt skal vi se nærmere på læreverket og rollen de utgjør i klasserommet.

### 3.1 Hva er læring?

«Læring kan defineres som en aktivitet der en person tilegner seg ny eller endrer og forsterker eksisterende kunnskap, atferd, ferdigheter, verdier eller preferanser og kan involvere og kombinere ulike typer informasjon.» (Schacter et al. 2009, 2011, sitert i NOU 2014: 7, s.32).

#### 3.1.1 Sosiokulturell læringsteori

Oppgaven vår bygger på et sosiokulturelt læringssyn. På grunnlag av at vi oppfatter at resonnering best kan observeres og læres gjennom sosiale sammenhenger som samtaler og samarbeid. Da DS vektlegger betydningen av matematiske samtaler i klasserommet, med medelever og lærere, ser vi det relevant for vår master. I tillegg ser vi på en tidlig introduksjon av resonnering hos barn, som en mulighet for å ta i bruk Vygotsky sin proksimale utviklingszone, og bedre elevers evne til å tenke resonnerende. Ifølge Vygotsky (1978) må læring tilrettelegges barns utviklingsnivå, samtidig som man ikke kan se på læring og utvikling som noe parallelt. Barns utvikling handler om det barnet klarer med støtte fra andre som innehar mer kunnskaper enn dem selv. Skal et barn kunne lære eller imitere nye egenskaper, må den gitte egenskapen befinne seg innenfor barnets utviklingszone (Vygotsky, 1978).

Ifølge Howe et al. (2019) er samtaler et svært viktig element innenfor utviklingen av matematisk resonnering hos elever. I tillegg til at lærerens egenskap til å kunne gjenkjenne og oppfordre til resonnering også er en essensiell faktor (Bragg, Herbert, Loong, Vale, & Widjaja, 2016). Dette legger seg tett opp mot Vygotsky's sosiokulturelle læringsteori hvor

han blant annet påpeker viktigheten av at læring skjer gjennom dialog med andre og sosiale fellesskap (Vygotsky, 1978).

Vygotsky utarbeidet den proksimale utviklingssonen, som man finner igjen i den sosiokulturelle læringsteorien. Denne teorien handler om barns potensielle utvikling og hvordan nye kunnskaper må kunne knyttes til allerede eksisterende kunnskaper som barnet innehar. Den deles av tre soner: det eleven klarer på egenhånd, det eleven klarer med veiledning, og det eleven ikke klarer selv med veiledning. Sone to, det eleven klarer med veiledning, er den proksimale utviklingssonen og eleven vil her ha muligheten til å tilegne seg mer kunnskap (Vygotsky, 1978). Dette kan for eksempel skje ved at lærer stiller spørsmål som støtter eleven mot tankeganger og løsninger.

Ifølge Vygotsky (1989) eksisterer det en prosess der barns ytre språk blir til en indre tale. Omkring 3 års alderen er barnets personlige- og sosiale språk det samme, og man tar lite hensyn til om de rundt en forstår bakgrunnen og sammenhengen med det man sier. Derimot i barnets utvikling opp til omtrent 7 års alderen, viser Vygotsky til et skifte der ens personlige språk ikke lenger strekker til sosialt, og det går over til å bli en indre tale. Denne indre talen fungerer nå heller som et verktøy for språket og er en del av prosessen fra tanke til ord. Noe som videre fungerer som støtte for blant annet refleksjoner og problemløsning (Vygotsky, 1989).

### *3.1.2 Instrumentell og Relasjonell forståelse*

Instrumentell og relasjonell forståelse er to begrep som brukes til å definere forståelse for læring. Ifølge Skemp (2006) handler instrumentell forståelse om det man ofte ser på som tradisjonell undervisning og går ut på det å lære regler og matematiske operasjoner. Altså vet man hvordan en oppgave kan løses, men ikke nødvendigvis hvorfor den kan løses slik. Skemp viser blant annet til regneregler (2006) som man ofte lærer i skolen som et eksempel på instrumentell forståelse. 'Låneregelen' fra subtraksjon er et av eksemplene han peker til, hvor en elev vet det å bruke 'låneregelen' men ikke hvorfor dette er noe de kan ta i bruk. Videre, definerer han relasjonell forståelse som det å vite hvordan en oppgave kan løses, i tillegg til å vite hvorfor den kan løses slik.

## 3.2 Kompetansebegrepet

Kompetanse kan være et nokså bredt begrep, og det er ingen garanti for at alle definerer det likt. Regjeringa viser til Europakommisjonen som blant annet definerer kompetanse som «(...) summen av kunnskap, ferdigheter og holdninger anvendt i en gitt kontekst.» (Regjeringa, 2018). I skolesammenheng har vi i tillegg Kunnskapsdepartementet som definerer kompetansebegrepet i den nye læreplanen som: «(...) å kunne tilegne seg og anvende kunnskaper og ferdigheter til å mestre utfordringer og løse oppgaver i kjente og ukjente sammenhenger og situasjoner. Kompetanse innebærer forståelse og evne til refleksjon og kritisk tenkning.» (Kunnskapsdepartementet, 2017). Dette er en overordnet definisjon som strekker seg over de ulike skolefagene, og de påpeker blant annet at begrepet skal være grunnleggende for skolens arbeid både i det administrative og med elevene (Kunnskapsdepartementet, 2017).

### 3.2.1 Matematisk kompetanse og resonneringskompetanse

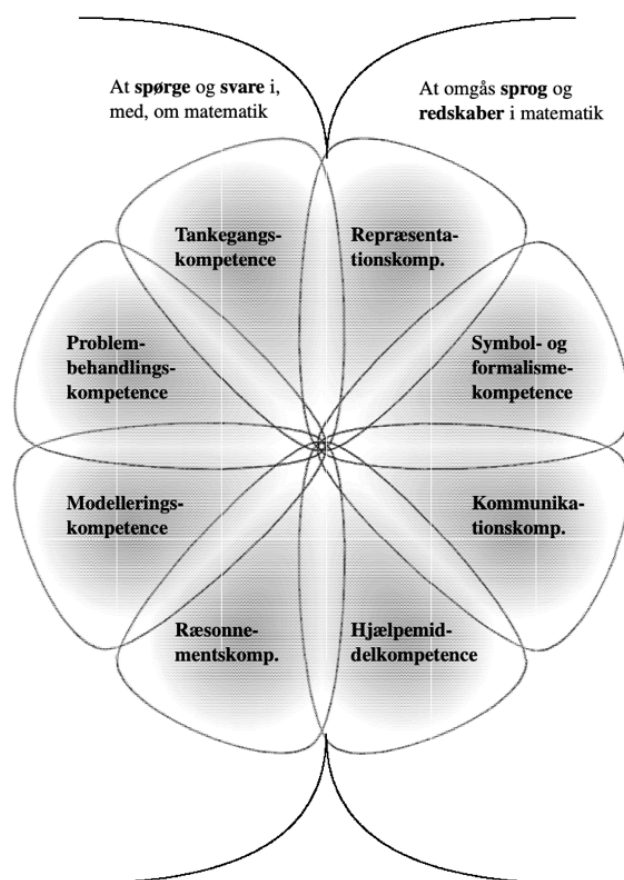
Matematisk kompetanse, i likhet med det generelle kompetansebegrepet til læreplanen, kan defineres som følge:

(...) matematisk kompetence består i at have viden om, at forstå, udøve, anvende, og kunne tage stilling til matematik og matematikvirksomhed i en mangfoldighed af sammenhænge, hvori matematik indgår eller kan komme til at indgå. Dette implicerer naturligvis en mangfoldighed af konkret viden og konkrete færdigheder inden for diverse matematiske områder, men matematisk kompetence kan ikke, jf. det foregående, reduceres til disse forudsætninger. (Niss & Jensen, 2002, s.43)

I begynnelsen av 2000-tallet ledet Mogens Niss og Tomas Højgaard Jensen et prosjekt i Danmark med navn KOM-prosjektet (Kompetencer og matematiklæring). Prosjektet ledet ut i en rapport der de definerer åtte matematiske kompetanser (Niss & Jensen, 2002). Det generelle formålet med rapporten var å få en bedre forståelse av matematikkfaget, og gjennom dette komme med forslag til endringer i undervisningen. På bakgrunn av dette så de det nødvendig å definere den matematiske kompetansen, og Niss og Jensen kom da frem til definisjonen som står skrevet over.

Gjennom arbeid med denne definisjonen kom de frem til åtte matematiske kompetanser: «Modelleringskompetanse, problembehandlingskompetanse, tankegangskompetanse, representasjonskompetanse, symbol- og formalisme kompetanse, kommunikasjonskompetanse, hjelpemiddelkompetanse, og resonnementskompetanse» (egen oversettelse, Niss & Jensen, 2002, s.44-45). Hver av disse kompetansene opererer med sin egen identitet og karakteristikk. Likevel, peker Niss og Jensen til at selv om de er selvstendige og noe avgrenset, legger det ikke hinder for at det eksisterer flere overlappinger imellom de ulike kompetansene (2002). De illustrerer de åtte matematiske kompetansene i en ‘blomst’ hvor man lettere kan se de ulike overlappingene (se figur 3.1).

Siden KOM-rapporten kom ut i 2002 har matematisk kompetanse fått mye oppmerksomhet innenfor matematikdidaktikken, hvorav det har påvirket forskning, utvikling og praksis på ulike arenaer rundt om i verden (Niss & Højgaard, 2019). Rapporten har også vært med på å inspirere innholdet i Norges nasjonale prøver for matematikk (Røsseland, 2005).



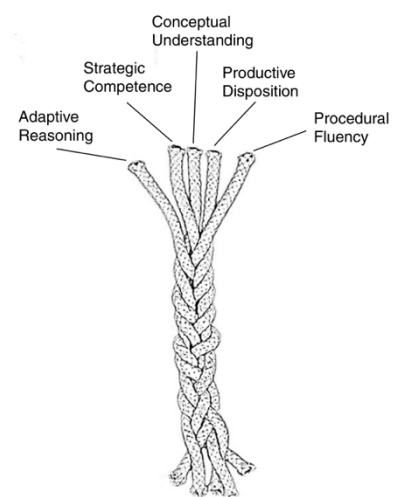
Figur 3.1 Illustrasjon av de åtte matematiske kompetansene i Niss og Jensen (2002, s.45).



I illustrasjonen kan man se hvordan de ulike kompetansene beveger seg over i hverandre på flere nivåer, og at alle i en eller annen grad inngår i hverandre. Det er også to øvrige kategorier som hver inngår i fire ulike matematiske kompetanser, «at spørge og svare i, med, om matematik» og «at omgås sprog og redskaber i matematikk» (Niss & Jensen, 2002, s.45). På samme måte som at alle kompetansene beveger seg over i hverandre, beveger de seg i ulik grad mellom de to overordnede kategoriene. 'Resonnementkompetanse' er direkte knyttet opp mot resonnering og vi finner den derfor aktuell for vår master.

Resonnementkompetanse blir ifølge Niss og Jensen (2002) sagt å bestå av to sider. Den ene siden handler om hvorvidt man klarer å følge andres resonnement, samt å skille mellom resonnement og bevis. Mens den andre siden går ut på å inneha egenskapen til å foreta formelle og uformelle resonnement. De påpeker at selv om mange ofte kobler både bevis og resonnering mot det å rettferdiggjøre matematikk, så utgjør resonnementkompetanse i tillegg det å kunne begrunne svar og løsninger (Niss & Jensen, 2002). Man må også kunne se på ulike påstander og overbevise seg selv og andre om disse er eller ikke er troverdige. Niss og Jensen viser også til hvordan det å utføre rene regneoperasjoner i noen tilfeller kan falle inn under resonnementkompetanse, men at dette kommer an på den som utfører arbeidet og om oppgaven i seg selv trigger utforskning og resonnering.

I 2001 utarbeidet Kilpatrick et al. (2001) en modell som viser til de ulike komponentene av matematiske ferdigheter – «mathematical proficiency». Denne modellen er utformet som flere tråder som utgjør en flette, og viser til hvordan de ulike trådene (ferdighetene) henger sammen i matematikken. (Figur 3.2). Disse fem komponentene blir oversatt av Tom Rune Kongelf (2019, s.37-38) til: «tilpasset resonnering», «strategisk kompetanse», «begrepsforståelse», «engasjement» og «prosedyreevne». Kilpatrick et al. (2001) viser spesielt til viktigheten om at hver av disse 'trådene' er gjensidig avhengige av hverandre, noe som viser til å ha en virkning på både elevs og lærers utdanning. I henhold til vår master er det «tilpasset resonnering» som vi ser som å være mest relevant, og handler om å kunne «føre logiske tankerekker, reflektere, forklare og begrunne.» (egen



Intertwined Strands of Proficiency  
 Figur 3.2 Illustrasjon av Kilpatrick et al. sin trådmodell av 'Mathematical proficiency' (2001, s.5).

oversettelse, Kilpatrick et al., 2001, s.5). På grunnlag av trådmodellen kan vi allikevel anta at de andre komponentene i noe grad er involvert i resonnering.

### 3.3 Matematisk resonnering

Ifølge Jeannotte og Kieran (2017) blir det ofte antatt at det eksisterer en utbredt forståelse av hva som blir lagt i begrepet matematisk resonnering. I tillegg til at forskningen som eksisterer innenfor temaet har en tendens til å motsi hverandre. I 2017 publiserte Jeannotte og Kieran en forskningsartikkel der de hadde som mål å sette sammen ulike aspekter rundt matematisk resonnering i en modell for skole matematikken. Gjennom litterære analyser kommer de frem til å beskrive resonneringen for to aspekter: struktur og prosess.

Det strukturelle aspektet viser til strukturen og innholdet til de ulike typene resonnering: deduktiv, induktiv og abduktiv. Deduktiv resonnering beskrives som å kunne være synonymt for matematisk resonnering for mange, og handler om å trekke konklusjoner ut ifra generelle ideer eller teori. Hvis utgangspunktet er pålitelig, vil også konklusjonen man kommer frem til være pålitelig. Induktiv resonnering går ut på at man tar utgangspunkt i egne observasjoner, for så å trekke generelle konklusjoner ut ifra dette. Denne typen resonnering blir ofte koblet opp mot generalisering. Sist er det abduktiv resonnering som i stor grad handler om å se etter likheter og mønstre. Man prøver her å trekke logiske konklusjoner ut ifra innsamlet data, for så å lage en hypotese rundt dette (Jeannotte og Kieran, 2017).

Prosessaspektet viser til to kategorier for resonnering. «Prosesser relatert til å se etter likheter og ulikheter» innebærer generalisering, påstander, identifisere mønstre, sammenlikning og klassifisering (egen oversettelse, Jeannotte og Kieran, 2017, s.9-11). Mens «prosesser relatert til validering» innebærer begrunnelser, bevis og formelle bevis (egen oversettelse, Jeannotte og Kieran, 2017, s.11-13). I tillegg er det en tredje kategori som fungerer som støtte til disse, «eksemplifisere» (egen oversettelse, Jeannotte og Kieran, 2017, s.13). Ellers tar forskningsartikkelen deres utgangspunkt i et sosiokulturelt perspektiv, og de viser til matematisk resonnering i sammenheng med dette som en aktivitet som innebærer samtaler og sosiale aspekter.

I en rapport fra NCTM (2000) omtales matematisk resonnering som en grunnleggende egenskap innenfor matematisk forståelse. Å resonnerere matematisk innebærer å se mønstre og

forhold, og å gjøre seg antakelser og å bevise. De beskriver resonnering som et mindre formelt bevis.

Johan Lithner (2007) publiserte i 2007 en forskningsartikkel der han kritiserer den større tilstedeværelsen av imitativ resonnering fremfor kreativ resonnering i skolen. Imitativ resonnering deler han inn i to underkategorier: memorerings- og algoritmisk resonnering. Begge disse har ifølge Lithner en allerede lagt løsning og krever mer av husken enn av personlig resonnering. I forskningsartikkelen defineres matematisk resonnering som:

(...) tankegang tilpasset for å produsere påstander og for å nå konklusjoner i oppgaveløsning. Det trenger ikke nødvendigvis å være basert på formell logikk, heller ikke begrenset til bevis, og kan til og med være feil så lenge det kan støttes av fornuftige årsaker. (Egen oversettelse, Lithner, 2007, s.257)

Gabriel J. Stylianides (2008) definerer resonnering i henhold til bevis, og bruker begrepet «reasoning-and-proving» som et overordnet begrep som innebærer fire deler: å identifisere mønstre, lage påstander, argumentasjon og bevis. De to første delene kategoriserer han som «generalisering», mens de to siste som «å støtte påstander» (egen oversettelse, Stylianides, 2008, s.9).

### *3.3.1 Resonnering i læreplanene*

Den første moderne læreplanen i Norge regnes å være Normalplanen (N39), som kom ut i 1939 (Ryssevick, 2018). Dette er nå 85 år siden, og læreplanen er stadig under utvikling for å best samsvare med samfunnet og den nåværende skolen. I vår egen skolegang rakk vi så vidt å være innom L97, og har ellers forholdt oss til LK06 og LK20, både i grunnskolen og i høyere utdanning. I oppgaven vår vil det være mest relevant å se på og ta hensyn til den nye læreplanen (LK20), men vi ønsker allikevel her å peke på forskjellen av resonnering i LK06 og LK20, da dette har vært med på å forme oppgaven vår.

I 2020 begynner innføringen av den nye læreplanen, LK20 (Utdanningsdirektoratet, 2023). Resonnering får sin egen plass som en del av de nye innførte kjerneelementene i ‘resonnering og argumentasjon’, og man ser en generell større synlighet av resonnering som tema. Noe som er forskjellig ifra LK06, den gamle læreplanen for matematikk, der «resonnere» og

«resonnementer» blir nevnt to ganger til sammen i de to kapitlene ‘formål’ og ‘grunnleggende ferdigheter’:

1. «Dette har også språklige aspekter, som det å formidle, samtale om og **resonnere** omkring ideer.» (Utdanningsdirektoratet, 2004(a)).
2. «Matematikkfaget er preget av sammensatte tekster som inneholder matematiske uttrykk, grafer, diagrammer, tabeller, symboler, formler og logiske **resonnementer**.» (Utdanningsdirektoratet, 2004(b)).

Ellers, møter vi ikke resonnement som en del av kompetansemålene før på 10.trinn.

Ved å gi resonnering en større plass i læreplanen (LK20) kan dette vise til en større anerkjennelse av resonnering i matematikkfaget og i skolen, og hvordan dette er en egenskap en må vektlegge tidligere i skoleløpet. I LK20 er resonnering en del av kjerneelementet ‘resonnering og argumentasjon’, og derfor noe en skal forholde seg til i matematikkfaget under hele skolegangen. Utdanningsdirektoratet beskriver kjerneelementene slik: «Kjerneelementer er det viktigste faglige innholdet elevene skal arbeide med i opplæringen.» (Utdanningsdirektoratet, 2019). Videre lyder kjerneelementet som angår resonnering slik:

**Resonnering** i matematikk handler om å kunne følge, vurdere og forstå matematiske tankerekker. Det innebærer at elevene skal forstå at matematiske regler og resultater ikke er tilfeldige, men har klare begrunnelser. Elevene skal utforme egne **resonnementer** både for å forstå og for å løse problemer. (Kunnskapsdepartementet, 2019(a))

En finner også allerede i 5.trinn kompetansemål som spesifikt nevner resonnering.

### *3.3.2 Resonnering i skolen*

Ifølge Doris Jeannotte og Carolyn Kieran (2017) er utviklingen av matematisk resonnering et mål man finner igjen i flere læreplaner rundt om i verden. Resonnering har også kommet til å få en vesentlig rolle i forskning innenfor matematikdidaktikken (Jeannotte & Kieran, 2017).

Jo Knox (2017) poengterer at bevis burde være en matematisk prosess som blir brukt på alle trinn, og peker til resonnering som en forenklet og tilpasset måte å jobbe med bevis i småskolen. Ellers retter Knox seg i stor grad mot bevis, men viser i teksten til en sammenheng

mellom bevis og resonnering. I likhet med Jeannotte og Kieran (2017) snakker de om deduktiv resonnering, men påpeker at en deduktiv tilnærming til bevis/resonnering trolig vil være for avansert for grunnskoleelever.

NCTM skriver i en rapport ifra 2000 at resonnering burde tilrettelegges ifra tidlig skolegang, og at alle elever burde ha muligheten til å se mening i matematikkfaget. De viser blant annet til en mulig sammenheng mellom studenters problemer i møte med bevis på universitetsnivå, opp mot en for sen introduksjon til resonnering og bevis i tidligere skolegang (NCTM, 2000).

Andreas J. Stylianides (2007) påpeker hvordan bevis har hatt et større fokus og ofte ikke blitt en del av undervisningen før på ungdomstrinnet. Han mener blant annet at bevis burde oppfordres tidligere i opplæringen, da forskning har vist til bevis som en grunnleggende faktor i utviklingen av en dypere forståelse i matematikkfaget. I tillegg, viser han til viktigheten av lærerens tilretteleggelse av bevis i matematikken, og hvordan det er en sosial prosess som krever at læreren er aktiv. Dette ser vi som relevant for vår master da resonnering kan være en forenklet og tilpasset måte for elevene å møte bevis i en tidligere alder.

### 3.4 Den matematiske samtalen

Vi har tatt i bruk Kjersti Wæge sin artikkel 'Samtaletrekk - redskap i matematiske diskusjoner' i utarbeidelsen av vårt analytiske rammeverk. Artikkelen vektlegger hvordan den matematiske samtalen, hvis brukt målrettet, kan ta del i elevenes utvikling av matematisk refleksjon og forståelse. Wæge viser til syv samtaletrekk som kan brukes for å støtte diskusjoner i klasserommet: «gjenta, repetere, resonnere, tilføye, vente, snu og snakk, og endre». Målet med samtaletrekkene er å øke frekvensen av matematiske produktive samtaler, og ikke det totale antallet generelt (Wæge, 2015). Kjersti Wæge og Svein H. Torkildsen viser til Thomas P. Carpenter, Megan Loef Franke og Linda Levi sin bok der de sier at «Ved å delta i matematiske samtaler, kan elevene lære å formulere og begrunne strategiene sine og de kan lære å resonnere ved hjelp av egne og andre elevers forklaringer og se sammenhenger mellom ulike strategier.» (Carpenter, Franke, & Levi, 2003, sitert i Wæge & Torkildsen, 2019, s.11). I tillegg, som tidligere nevnt, påpeker Howe et al. (2019) samtalens essensielle rolle når det kommer til utviklingen av matematisk resonnering blant elever.

### 3.5 Læreverk

I oppgaven tar vi i bruk de ulike begrepene læreverk, lærerveiledning og lærebok. I forskriften for opplæringa §17-1 defineres læreverk som «(...) alle trykte, ikkje-trykte og digitale element som er utvikla til bruk i opplæringa. Dei kan vere enkeltståande eller gå inn i ein heilskap, og dekkjer aleine eller til saman kompetanssmål i Læreplanverket for Kunnskapsløftet.»

(Forskrift til opplæringslova, 2006, §17-1). På bakgrunn av denne definisjonen vil det da være hele DS vi henviser til når vi bruker ordet *læreverk*. Ellers vil det være DS sin digitale lærerveiledning som vi peker til når vi snakker om lærerveiledning, og det er også denne vi forholder oss til i analysen vår. Lærebok er i oppgaven DS sine lærebøker Mattestrekke 4a og 4b.

## 4.0 Tidligere forskning

I denne delen av oppgaven skal vi gå gjennom relevant litteratur og tidligere forskning rundt analyse av læreverk med hensyn til resonnering. Formålet med kapittelet er å oppsummere eksisterende kunnskap og identifisere kunnskapshull som gir grunnlag for vår videre forskning. Det har i lengre tid vært diskutert omkring hvorvidt læreverk fungerer eller ikke. Lærebøker er et hjelpemiddel som skal hjelpe lærere å oppnå ønsket opplæring og nå målene i læreplanen (Rezat & Strässer, 2017). Vi skal nå se nærmere på tidligere forskning innenfor analyse av læreverk med hensyn til resonnering.

### 4.1 Lærebokforskning

Rezat og Strässer (2017) mener at læreverket spiller en sentral rolle da mange lærere bruker dette som primærkilde når de skal planlegge undervisning. De hevder videre at læreverket på mange måter er bindeleddet mellom læreplanen og skolen hvor begge har som mål å utdanne elevene til å bli lærte mennesker.

Læreverk i matematikk er derfor et viktig verktøy som blir brukt av både lærere og elever. Lærere bruker verket til å planlegge undervisning, mens elever bruker verket til å utvikle matematiske ferdigheter. På grunnlag av dette er læreverket vesentlig for læring og utvikling i matematikken i skolen. Læreverket motiverer til ulike oppgaver og aktiviteter som læreren må plukke ut og bruke på en hensiktsmessig måte (Rezat & Strässer, 2017).

### 4.2 Presentasjon av relevant tidligere forskning

Tom Rune Kongelf (2019) har skrevet en doktorgrad hvor han har gjort innholdsanalyse av norske lærebøker innen matematikk på ungdomstrinnet. Han forsker på hvordan lærebøkene i matematikk behandler problemløsning og algebra på ungdomstrinnet. Formålet med studien er å finne ut hvordan lærebøker i matematikk behandler problemløsning og algebra med avgrensning til heuristiske tilnæringsmåter og introduksjon av algebra.

Kongelf har gjennomført tre delstudier hvor han gjort en kvalitativ og kvantitativ innholdsanalyse av læreverk. Han har hatt en deduktiv tilnærming da han har hatt forhåndsdefinerte kategorier og et kodeskjema. Kongelf har en ryddig analyse hvor han bruker en kodeoversikt slik at det er enkelt å følge forskningen hans (Kongelf, 2019).

Funnene viser at det finnes selv i de enkle og tradisjonelle oppgavene deler fra de ni problemløsningsmetodene som ble undersøkt. Kongelf understreker at dette er et overraskende funn da internasjonale forskere mener at de fleste rutinemessige oppgaver kan løses uten bruk av disse problemløsningsmetodene. Flere av metodene var fraværende i lærebøkene, i dette tilfellet gjaldt det «gjett og sjekk» og «se mønster». Det er funnet 1170 tilfeller av de heuristiske tilnæringsmåtene i de 740 eksemplene som ble analysert. Den kategorien som ble funnet flest tilfeller av var «del opp problemet» og «bruke en visualisering» (Kongelf, 2019).

Kongelf (2019) belyser en betydelig mangel på slike studier i Norden. Til tross for at lærebøkene har en så viktig rolle i utdanningen er det ikke blitt forsket så mye på hvordan verket fungerer.

I studien til Bieda et.al. (2014) utforskes mulighetene for resonnering og bevis i matematikk lærebøker på barneskolenivå i USA. Bieda har valgt å gjøre en innholdsanalyse for å forske på innholdet i læreverker som blir brukt for elever i alderen 9-11 år. Studien fokuserer spesifikt på oppgaver som løfter resonnering og bevis i skriftlige oppgaver. Studien tar for seg problemstillingen om lærebøker legger til rette for utviklingen av resonnering og bevis. Studien fokuserer også på hvilke aspekter av resonnering og bevis som blir fremmet av oppgaver i læreplanen, og hvor ofte disse mulighetene oppstår i lærebøkene. For å kunne svare på spørsmålet velger studien å fokusere på og bestemme frekvensen av slike oppgaver. Dette blir videre sammenlignet med det totale antallet oppgaver i lærebøkene.

Studien har brukt teorien til Stylianides i arbeidet med det teoretiske rammeverket for å forstå betydningen av resonnering og bevis i matematikkundervisning på barneskolenivå. De definerer oppgaver som fremmer resonnering som oppgaver som krever at elevene kommer opp med påstander og begrunner disse. Oppgavene skal også være med å utvikle elevenes evne til å generalisere i matematikken, komme til konklusjoner og evaluere egne og andres tankerekker eller bevis. Det legges vekt på at slike oppgaver er viktige for å styrke elevers evne til å forstå og danne gode matematiske argumenter på en meningsfull måte (Bieda et al., 2014).

Funnene fra studien viser at 3.7% av oppgavene faller under oppgaver som fremmer resonnering. De analyserte oppgavene varierer i type, formål og plassering i bøkene, og alt



dette avhenger av hvordan lærebøkene er utformet for å tilpasse seg læreplanen. Studien påpeker at læreplanen ikke gir tilstrekkelige muligheter for elevene til å lære, generere og vurdere matematiske påstander på en meningsfull måte (Bieda et al., 2014).

Jon Davis (2012) har gjennomført en studie hvor han utforsker på frekvensen av resonnering i ulike matematikkbøker. Studien har valgt ut tre forskjellige læreverk som forfatteren definerte som konvensjonelle, hybride og reformorienterte lærebøker. De konvensjonelle lærebøkene refererer til tradisjonelle matematikkbøker med fokus på mer konvensjonelle tilnærminger i matematikk. Hybride lærebøker kombinerer tradisjonelle og mer moderne tilnærminger til matematikkundervisning. Reformorienterte lærebøker er knyttet til moderne tilnærminger og legger vekt på dypere forståelse, problemløsning, resonnering og argumentasjon (Davis, 2012).

I analysen ble lærerbøkene kodet og kategoriserte i forhold til ulike elementer knyttet til resonnering og bevisbygging. Analysen inkluderer også tilstedeværelsen av resonneringselementer i oppgavene elevene møter og læreboktekstene (Davis, 2012).

Davis definerer resonnering som en prosess hvor elevene bruker logikk og argumentasjon for å forstå, analysere og løse matematiske problemer. Studien mener at resonnering innebærer å trekke logiske slutninger, utvikle argumenter og begrunnelser, samt identifisere mønstre og sammenhenger i matematikk. Videre fokuserer Davis på hvordan resonnering bidrar til å styrke elevenes evne til å argumentere for sine løsninger, trekke konklusjoner og utforske alternative tilnærminger til matematiske problemer. Gjennom resonnering oppfordres elevene til å tenke kritisk, reflektere over sine løsningsmetoder og sette ord på sine løsninger på en klar og strukturert måte (Davis, 2012).

Forskeren ønsker å finne ut om det er elementer av resonnering og argumentasjon i de valgte læreverkene. Videre ønsker Davis og se nærmere på hvordan undervisningen kan påvirke elevenes forståelse av resonnering og bevis i matematikk. Studien analyserer hvordan oppgavene i bøkene legger til rette for utvikling av bevis og testing av bevis. I tillegg ser forskeren på hvordan de forskjellige bøkene fletter sammen ulike elementer innenfor resonnering som identifisering av mønstre og utviklingen av argument og bevis (Davis, 2012).

Funnene fra studiene viser til store forskjeller i frekvensen av resonnering og bevis relaterte oppgaver mellom de konvensjonelle, hybride og reformorienterte lærebøkene. Resultatet i studien viser at resonnerings- og bevis oppgaver hadde en frekvens på 4, 9 og 22% av oppgavene i de tre ulike lærebøkene som ble analysert. Reformorienterte lærebøker hadde en høyere prosentandel av oppgaver som fremmet resonnering og bevisbygging sammenlignet med de konvensjonelle og hybridlærebøkene. Funnene viser til at de moderne lærebøkene hadde en mer systematisk tilnærming til å fremme utviklingen av resonnering og bevissthet sammenlignet med de andre lærebøkene. Det som kan trekkes ut fra funnene er at valget av lærebok påvirker elevene sin mulighet til å utvikle resonnering innenfor matematikk (Davis, 2012).

Studien peker på behovet for videre forskning på analysen av læreverk innenfor matematikk i USA, spesielt med tanke på resonnering og bevis. Selv om læreverket spiller en viktig rolle i læreres valg i undervisningen av matematikk, har det vært begrenset forskning på dette området. Studien understreker viktigheten av å utforske hvordan matematikkundervisningen kan forbedres gjennom tilrettelegging av oppgaver som trigger resonnering og bevis, og hvordan ulike organiseringer av læreverk kan påvirke elevenes forståelse av resonnering og bevis i matematikk. Dette peker mot behovet for ytterligere forskning for å bedre forstå og forbedre undervisningen av resonnering og bevis i matematikken gjennom analyse av lærebøker (Davis, 2012).

Felles for disse studiene er at alle har gjennomført en dokumentanalyse av et læreverk med et kjerneelement i fokus. De identifiserer alle en betydelig mangel på forskning innenfor dette området, spesielt når det gjelder analyse av oppgaver. På bakgrunn av disse funnene har vi formulert vår masteroppgave. Vi vurderer analyse av læreverk som verdifullt å utforske videre på, spesielt med tanke på kjerneelementet resonnering. Basert på tidligere forskning har vi derfor utformet følgende problemstilling: «Hvordan DragonBox Skole legger til rette for elevers resonnering på 4.trinn»

## 5.0 Metode

I vår masteroppgave skal vi se nærmere på hvordan DS legger til rette for resonnering gjennom sitt læreverkt. I denne delen av oppgaven vil vi presentere den metodologien vi har valgt for å utforske problemstillingen vår. Vi har valgt å gjøre en kvalitativ dokumentanalyse av et læreverkt. For å oppnå en dypere forståelse har vi valgt å gjøre et mindre utvalg.

I dette kapitlet vil vi begrunne vårt metodiske valg og utvalg. Vi organiserer innholdet ved å se nærmere på ulike metoder for lærerbokforskning. Grunnen for at vi velger å plassere lærerbokforskning i metodedelen er fordi analysen er en stor del av vår oppgave og vi ser på det som passende og presentere de ulike teoriene rundt dette temaet i metodedelen. Metoddelen vil være en stor del av vår oppgave, siden vi gjør en dokumentanalyse. Derfor vil denne delen ta stor plass. Videre i kapitlet vil vi presentere hvordan vi bruker dokumentanalyse i vår studie. I tillegg ønsker vi å presentere vårt analytiske rammeverk og eksempel på hvordan vi bruker dette i analysen vår. Til slutt går vi gjennom validitet og etiske betraktninger.

### 5.1 Lærerbokforskning

Det å gjøre en lærerbokforskning er komplekst. I denne oppgaven velger vi å følge Rezat & Stässer (2017) sine teorier om lærerbokforskning. De mener det er flere metodiske måter å forske på matematikklærerverk, og at lærebøkene i seg selv spiller en stor rolle for hvordan læring oppstår hos elevene. Lærebøkene betraktes som potensialet for implementert kunnskap fra læreplanen og står mellom «tiltenkt læring» og «implementert læring» (egne oversettelser, Rezat & Strässer, 2017, s 496). Ifølge teorien til Rezat og Stässer er det tre metoder for å forske på et læreverkt:

1. «Forskning på innflytelsen av læreverket»
2. «Forskning på læreverket som det er»
3. «Forskning på bruken og virkningen av læreverket»

(Egne oversettelser, Rezat & Strässer, 2017, s. 508)

Dersom man velger å fokusere på innflytelsen av læreverket, retter man gjerne oppmerksomheten mot det som ofte blir kalt "tiltenkt læring". Dette begrepet refererer til de læremålene, ferdigheter og kunnskaper som læreverket er designet for å fremme eller formidle til elevene. Med andre ord, tiltenkt læring er den læringen som forfatterne av

læreboken har som mål å oppnå hos elevene gjennom presentasjonen av fagstoff, oppgaver og andre læringsressurser. Ved å fokusere på tiltenkt læring, kan man analysere hvordan læreverket er strukturert og hvordan det er ment å påvirke elevenes kunnskap og ferdighetsutvikling (Rezat & Strässer, 2017).

Forskning på læreverket slik det er, vil fokusere direkte på innholdet i læreverket og vil ikke nødvendigvis ta hensyn til konteksten eller hvordan en lærer velger å bruke verktøyet i undervisningen. Denne typen forskning legger vekt på det som står skrevet i læreboken og hvordan dette kan bidra til å fremme utviklingen av faglig kompetanse hos elevene. Forskere som utfører denne typen studier, analyserer detaljene i læreverket. Det vil si tekst, oppgaver og eksempler for å vurdere hvordan verket støtter elevenes læring og forståelse av faget. Fokuset ligger på å vurdere hvordan læreboken kan være mest effektiv som et pedagogisk verktøy for å fremme faglig vekst og utvikling hos elevene (Rezat & Strässer, 2017).

Forskning på bruken av lærebøker kan være avgjørende for å avdekke den komplekse dynamikken i didaktiske situasjoner og hvordan læreverk påvirker undervisningen og læringsprosessen innenfor matematikk. Ved å dykke ned i bruken av lærebøker kan vi få innsikt i hvordan lærere og elever jobber sammen med dette undervisningsverktøyet, hvilke pedagogiske tilnærminger som tas i bruk, og hvordan disse påvirker forståelsen og mestringen av faget. Gjennom en slik forskning kan vi få et dypere innblikk i hvordan lærebøker fungerer som et verktøy mellom lærer, elev og fagstoff, og hvordan de bidrar til å fremme matematisk forståelse (Rezat & Stässer, 2012).

Forskning på bruken og virkningen av et læreverk representerer en mer kompleks tilnærming som tar hensyn til både selve læreverket og den konteksten det brukes i. Denne tilnærmingen vektlegger ikke bare innholdet i læreboken, men også hvordan læreren tolker og gjennomfører det i undervisningen på en effektiv måte. Forskeren vil da se på hvordan lærere tilpasser og legger til rette for å møte behovene til elevene. Det kan inkludere studier av lærerens undervisningsmetoder, tilpasning av lærebokens materiale, og hvordan disse faktorene påvirker elevenes forståelse og prestasjoner i faget. Denne tilnærmingen gir et mer helhetlig bilde av hvordan læreverket fungerer i praksis og hvordan det kan optimaliseres for å fremme effektiv læring (Rezat & Strässer, 2012).

## 5.2 Dokumentanalyse

Vi har valgt å gjøre en dokumentanalyse av et læreverktøy fordi vi mener på grunnlag av Rezat & Stässer at læreboken er et vesentlig verktøy i matematikkundervisningen. DS er et læreverktøy vi har hørt mye bra om og vi ønsker derfor å gå mer i dybden i hva som faktisk står i læreverket. Vi har valgt å se på hvordan boken i seg selv legger til rette for resonnering og ser på dokumentanalyse som en passende metode for vår oppgave. Dette metodiske valget støttes av Bowen sin teori. Bowen belyser at denne tilnærmingen kan være en verdifull metode for å utforske komplekse temaer og utvikle teoretisk innsikt gjennom en grundig analyse av skriftlig materiale (Bowen, 2009).

Dokumentanalyse er en kvalitativ tilnærming som kombinerer elementer fra både innholdsanalyse og semiotisk analyse. Bowen definerer dette som "en systematisk prosedyre for gjennomgang eller evaluering av dokumenter – både trykt og elektronisk materiale" (Bowen, 2009, s. 27). Han understreker at dokumentanalyse krever grundig undersøkelse og tolkning av data for å avdekke mening, oppnå forståelse og utvikle kunnskap om empirien (Bowen, 2009).

Bowen understreker flere fordeler med dokumentanalyse som en kvalitativ forskningsmetode. Blant annet peker han på at dokumentanalyse er mindre tidkrevende og mer effektiv enn andre forskningsmetoder, da den fokuserer på dataanalyse heller enn datainnsamling. Han understreker også tilgjengeligheten av dokumenter for allmennheten som ikke er påvirket av forskningsprosessen. Dokumentene er stabile og nøyaktige, noe som gjør det enkelt å henvise til dem (Bowen, 2009). Imidlertid er det også noen begrensninger ved metoden, for eksempel at dokumentene ikke blir sett i en kontekst (Bowen, 2009).

Dokumentanalysen vår vil ikke bli sett i noen sammenheng og vi har valgt å gå for en hermeneutisk undersøkelse. Hermeneutisk undersøkelse er en tilnærming til forskning som fokuserer blant annet på forståelse og tolkning av tekst. Tilnærmingen kan kreve omfattende analyse av dokumenter og litteratur for å utvikle innsikt og forståelse av et bestemt emne eller fenomen. Tilnærmingen omhandler en prosess om å fortolke en tekst og skape en mening av denne tolkningen, noe vi gjør i denne studien. Dokumentanalyse kan utvikle teoretisk innsikt gjennom grundig analyse av skriftlige materialer (Bowen, 2009). En svakhet ved dokumentanalyse er at vi som forskere går inn med vår egne subjektive teorier og holdninger,

noe som kan påvirke både analysen og resultatene i vår forskning (Postholm & Jacobsen 2018).

Vi ønsker å undersøke hvordan læreverket tilrettelegger for resonnering og ser på denne tilnærmingen som relevant for vår studie. Siden vi skal analysere et utvalg av materialet med fokus på resonnering, betrakter vi dokumentanalyse som en egnet metode for vår studie.

### 5.3 Design

Vi har valgt å undersøke hvordan DS legger til rette for resonnering. Vårt mål er å utforske hvordan læreverket i seg selv fungerer som et verktøy for å oppnå dette målet i læreplanen. Vår forskning er basert på Rezat & Strässer sin tilnærming til analyse av et læreverk. Som nevnt tidligere hevder Rezat & Strässer (2017) at det finnes tre metodiske tilnærminger når man analyserer et læreverk: innflytelse av læreverket, selve læreverket, og forskning på bruken og effekten av læreverket. Siden vi ønsker å se hvordan DS legger til rette for resonnering gjennom sitt verk, har vi valgt å se på selve læreverket uten en kontekst. Læreverket skal være en støtte, men også et hjelpemiddel for å nå kompetansemålene i faget (Rezat & Stässer, 2017). Vår analyse er meningsfull for lærere og skolen når det kommer til å velge ut læreverk som skal tas i bruk. Lærebøker har som formål å hjelpe både lærere og elever i skolearbeidet. Læreverket skal være et hjelpemiddel for læreren og være med på å nå målene i læreplanen. Kongelf mener at lærebøkene er et bindeledd mellom læreplanen og skolen (Kongelf, 2019).

#### 5.3.1 Presentasjon av rammeverket

I vår studie har vi valgt å fokusere på tre kapitler fra 4. trinn, da vi tenker at disse kapitlene kan inneholde flere tegn til resonnering sammenlignet med lavere trinn. Vi anser resonnering som et viktig kjerneelement. Det å kunne resonnerer er til stor hjelp når elevene senere skal mestre aspekter i matematikken som argumentasjon og evnen til å følge matematiske tankerekker (Kunnskapsdepartementet, 2019(a)). På grunnlag av læreplanen og våre interesseområder ønsker vi å se på hvordan DS legger til rette for dette kjerneelementet.

DS består av flere kapitler, hver med flere læringslabber, hvor alle er bygd opp på nokså lik måte. Vi har valgt å ta et mindre utvalg av helheten når det gjelder datainnsamlingen vår, dette skyldes tidsbegrensninger. Vi har derfor besluttet å analysere totalt 27 ulike delkapittel

hvor vi skal se om vi finner elementer av resonnering. Vi analyserer hele lærerveiledningen og ikke bare oppgavene. Vi ser på både oppgaver, mål og undervisningstips som er rettet mot arbeidet med elevene. I utvalget ønsket vi å analysere et stort tema innenfor matematikk, derfor ble 19 av de valgte delkapitlene innenfor divisjon. De 8 resterende var fra kapittelet som heter algoritmer og mønster på grunnlag av at vi hadde en forventning om å se mer eksplisitt resonnering i dette temaet.

Gabriel J. Stylianides skisserer et rammeverk for resonnering og bevis som består av tre hovedpunkter; matematisk, psykologisk og pedagogisk. Disse punktene gir en strukturert tilnærming for å vurdere hvordan ulike matematiske oppgaver og aktiviteter kan støtte elevenes evne til å resonnerere og bevise i matematikkundervisningen (Stylianides, 2008). Det er viktig å få en forståelse av den komplekse naturen til resonnement og bevis i matematikkundervisningen. Spesifikt er det viktig å forstå at utviklingen av bevisføring ikke bare handler om å produsere formelle bevis, men også om å identifisere mønstre, formulere hypoteser, og gi støtte til matematiske påstander. Det er derfor viktig å anerkjenne at elevene og lærere kan møte utfordringer i å engasjere seg i alle aspekter av resonnement og bevis (Stylianides, 2008).

Når vi analyserer dataene våre, bruker vi en samlet forståelse av ulike definisjoner av resonnering. Dette gjør vi på grunnlag av de teoriene vi presenterer i teoridelen. Vår definisjon av resonnering handler da om å se sammenhenger og mønstre, og å følge egen og andres tankerekker. Vi har med denne definisjonen utviklet et eget rammeverk basert på teoriene til Stylianides, Bowen og Kongelf. Vi har formet en analysetabell som et verktøy og har kategorisert resonnering i implisitt og eksplisitt. Vi kunne ikke direkte bruke rammeverket til Stylianides da hans analyse omfattet et helt verk, mens vi fokuserer kun på en mindre del. Derfor tilpasset vi rammeverket til vår forskning, og baserte det på Stylianides studier.

Vi ser på vårt analytiske rammeverk som en forlengelse av rammeverket til Tom Rune Kongelf. I arbeidet til Kongelf (2019) ser han på hvordan lærebøker i matematikk behandler problemløsning og algebra. Han har gjennomført tre delstudier hvor han har gjort både kvalitativ og kvantitativ innholdsanalyse av læreverk. I delstudie 1 har han gjennomført en innholdsanalyse av 740 eksempler. Metoden han brukte var deduktiv og kvantitativ hvor han hadde forhåndsdefinert kategoriene i kodeskjemaet. Den kvantitative forskningen kommer i delstudie 2 og 3 da han gjennomførte dokumentanalyse hvor han samlet inn stor masse med

data. Kongelf beskriver et kodeskjema hvor det er en kodeoversikt og en kodemanual. Kodeoversikten inneholder fire formater med ulike kategorier innen hvert format (Kongelf, 2019).

De fire formatene er tekstbok, eksempel, «main subject area» og «heuristic approach». Innenfor *tekstbok* er koden kun navnet på boken. *Eksempel* er delt inn i to hvor den ene fokuserer på antall eksempel og den andre på totale antallet av heuristiske tilnæringsmåter. «Main subject area» er delt inn i fem og fokuserer på de fem matematiske emnene som finnes i læreplanen. Siste format er «heuristic approach» som er delt inn i ni deler hvor hver består av en heuristisk tilnæringsmåte (Kongelf, 2019).

Gjennom kodemanualen gir Kongelf klar beskrivelse av de forskjellige kategoriene. Den som koder har liten frihet og har klare koder å følge (Kongelf, 2019). Vi ser på arbeidet med vårt rammeverk som en forlengelse av dette arbeidet hvor vi har valgt å skreddersy det til vår oppgave. Vi har definert hva vi ser på som resonnering og tolker dette opp mot vårt rammeverk.

### 5.3.2 Analytisk rammeverk

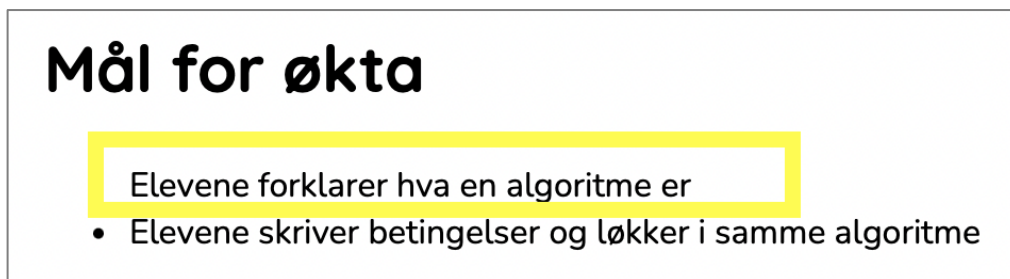
	Resonnering		
	Hva elevene forventes å gjøre (verb) <sup>1</sup>	Element av resonnering – hvordan deltar de i resonnering <sup>2</sup>	Det matematiske objektet de utfører det på/med (f.eks. divisjon) <sup>3</sup>
<b>Eksplisitt</b> - Det som står skrevet i enten læreverket eller lærerveiledninga A	Verb som står skrevet som forklarer hva som skal bli gjort. (f.eks. forklar, bruk, osv.)	Situasjonen eller elementet som setter i gang prosessen rundt resonnering. (f.eks. identifisere mønster, se sammenhenger)	Det matematiske objektet krever resonnering skriftlig.
<b>Implisitt</b> - Det som ikke står skrevet, men som kan tolkes eller som trengs for å utføre arbeidet B	Man tilføyer til arbeidet som står skrevet, og verbet får en implisitt tilknytning til resonnering.	Den gode matematiske samtalen.	Resonnering skjer i sammenheng med det matematiske objektet, selv om det ikke står skrevet. (f.eks. v/internt, samarbeid og samtale)

Tabell 5.1 Det analytiske rammeverket som vi har utarbeidet og bruker i oppgaven.



### 5.3.2.1 Eksempel på de ulike kategoriene

Nå skal vi vise hvordan de ulike kategoriene fungerer og hvordan vi bruker vårt rammeverk. Nedenfor ser vi et eksempel på et mål for en økt i DS. Vi har gullet ut det som er innenfor kategorien 1a. Det er på grunnlag av at oppgaven ber ordrett om at elevene skal forklare noe. Dette er et eksempel på hva vi kategoriserer som 1a, noe vil si at det er oppgaver eller mål som direkte inviterer til resonnering. Grunnen til at vi har plassert «Elevene forklarer hva en algoritme er» som en 1a er fordi målet er at elevene skal forklare noe. Kriteriene for at en oppgave skal falle under 1a er at oppgaven eller teksten spør elevene om å enten bruke eller forklare noe. Det å forklare hva en algoritme er ser vi på som å følge egen eller andres tankerekker.

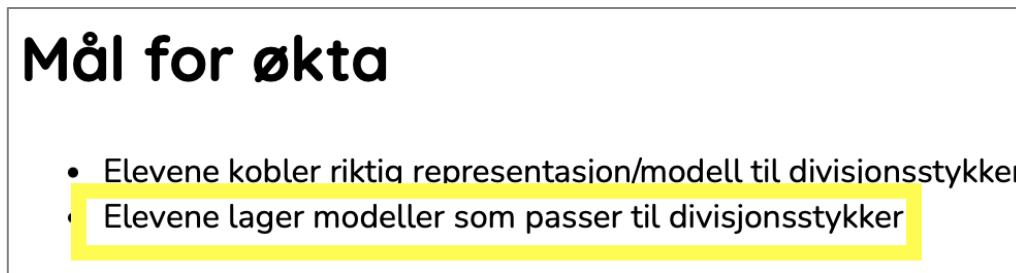


*Figur 5.1 Mål fra økt 6.6 (Kahoot! DragonBox AS).*

Eksplisitt resonnering definerer vi som oppgaver eller situasjoner som setter i gang prosessen rundt resonnering. Det kan være at elevene skal kunne se mønster og sammenhenger. 1a har vi valgt å definere som: «Verb som står skrevet som forklarer hva som skal bli gjort», og er eksplisitt. Denne kategorien skal ha ord skrevet i oppgaven som trigger eksplisitt resonnering. Det kan være oppgaver, samtaler eller mål som direkte oppfordrer elevene til å forklare noe eller bruke noe som gjør at de må tenke eller følge en tankerekke. Når vi analyserer kapitlene ser vi etter ord som trigger elevene til å forklare noe eller bruke en gitt tankerekke. Oppgaver som har ordene «forklar» og «hvordan» havner innenfor denne kategorien.

1b kategoriserer vi oppgaver som ikke i utgangspunktet har ord i oppgaven som trigger resonnering. Det er typisk oppgaver som ber elevene om og regne ut noe eller lage noe med noomene. Disse oppgavene kan ha spor av implisitt resonnering dersom man tilføyer verb til arbeidet som ber dem forklare hvordan de løser oppgavene. Det kan også være usynlig resonnering som skjer i tankene til elevene i møte med oppgaven. Mange av oppgavene i DS har illustrative bilder som elevene møter når de skal løse oppgavene. Disse kan være med å legge til rette for resonnering. Det er ingen garanti at elevene alene ser disse sammenhengene

og mønstrene, men vi kan ikke utelukke at det skjer da disse bildene er med på å fange elevene inn i resonnering.




*Figur 5.2 Mål fra økt 4.7 (Kahoot! DragonBox AS).*

I eksemplet i figur 5.2 ser vi et tilfelle av kategori 1b. Målet ber elevene om å lage modeller som passer til divisjon. Målet i seg selv ber ikke om noen forklaring eller om å følge en tankerekke. Ordet «lager» er avgjørende for at dette målet faller under 1b, da det å lage en modell som passer til divisjonsstykker krever å kunne se en sammenheng. Siden målet trigger det å se en sammenheng definerer vi målet som en 1b.

Implisitt resonnering kan oppstå i prosesser hvor oppgaven krever resonnering, men det ikke står spesifikt. For å spesifisere enda tydeligere er implisitt resonnering en form for resonnering eller tenkning som skjer uten bevissthet om prosessen. Det vil si at elever kan trekke konklusjoner, løse problemer eller ta beslutninger uten å være fullstendig klar over hvordan de kom frem til resultatet. Denne typen resonnering er mer underbevisst og automatisert enn eksplisitt resonnering, som er mer bevisst og logisk begrunnet. Det kan skje ved samarbeid eller i møte med oppgaver som har hint av resonnering i illustrasjonene sine.

Eksemplet nedenfor viser hvordan vi kategoriserer oppgaver innenfor 2a. I figur 5.3 ser vi teksten som er gulett ut. Oppgaven ber elevene om å forutse hva som kommer til å skje, samt forklare hva som vil skje dersom de endrer noe på algoritmen. Dette ser vi på som eksplisitt resonnering da elevene må følge en tankerekke og tenke seg frem til hva skjer dersom noe endrer seg. Situasjonen trigger elevene til å måtte se for seg hva som skjer samt hva som skjer dersom vi endrer på algoritmen.

**Dagens video** ×



I denne økta vil elevene undersøke hvordan en "løkke" brukes for å gjenta flere instruksjoner flere ganger. Du kan se et eksempel i dansen til denne økta. Før dere danser, ber du elevene om å forutse og beskrive bevegelsene de skal gjøre. Etter dansen, spør elevene om dansen ble slik de hadde trodd. Hva ville skje hvis instruksjonen sa Gjenta 4 i stedet?

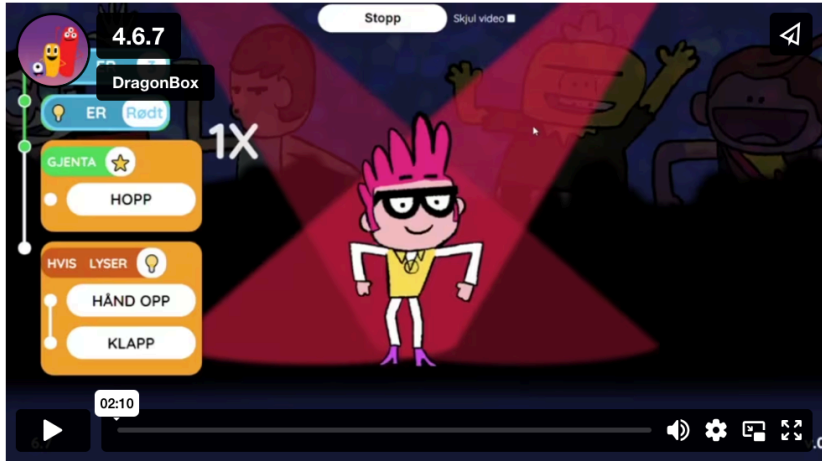
[Trykk her for Algodansen på Bokmål](#) / [Trykk her for Algodansen på Nynorsk](#)

Figur 5.3 Utforskning: Dagens video fra økt 6.2 (Kahoot! DragonBox AS).

Oppgaver som spør «er det alltid slik?» eller «hva tror du skjer dersom» er oppgaver som faller under kategori 2a. Det er fordi slike oppgaver tvinger elevene inn i resonnering, og det står klart og tydelig i oppgaven. Det er ingen rom for tolking i slike oppgaver, det står klart og tydelig at elevene skal undre seg, se mønster og sette ord på en tankerekke.

I figur 5.4 ser vi et eksempel på hva vi kategoriserer som 2b. Oppgaven ber elevene om å følge en tankerekke, men oppgaveteksten ber ikke eksplisitt om å forklare hvorfor elevene sier det de sier, derfor har vi plassert oppgaver som denne under kategori 2b. Oppgaven inviterer til den matematiske samtale, men de planlagte spørsmålene i veiledningen trigger ikke direkte resonnering hos elevene.

**Dagens video** ×



I denne økta utforsker elevene algoritmer med variabler. En variabel kan sees på som en blokk der du legger inn en verdi for å bruke den senere. Hvis du bruker en variabel uten å gi den en verdi, er den ikke gyldig. Før dere danser, spør elevene om å forutse og beskrive bevegelsene de skal gjøre.

Etter dansen, spør elevene om dansen ble slik de hadde forestilt seg på forhånd.

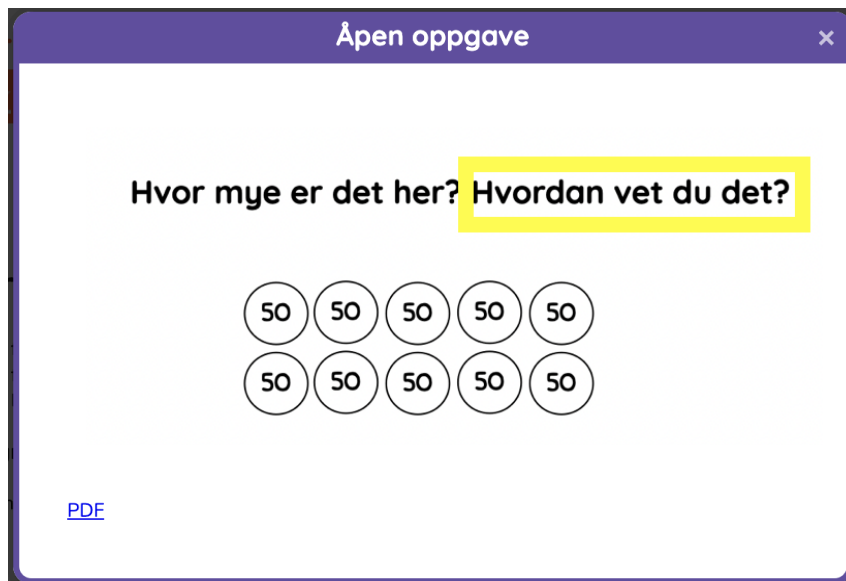
[Trykk her for Algodansen på Bokmål](#) / [Trykk her for Algodansen på Nynorsk](#)

*Figur 5.4 Utforskning: Dagens video fra økt 6.7 (Kahoot! DragonBox AS).*

Den gode matematiske samtalen basert på utforskning er noe av grunnlaget til DS. Samtale spiller en sentral rolle i verket (DragonBox, u.å). Vi har valgt å plassere den gode matematiske samtale som en egen kategori i vårt kodeskjema. Grunnen til at vi har plassert denne innenfor implisitt 2b er fordi det kan være en fin samtale hvor samtalen kan legge til rette for resonnering, men læreverket ikke spør om det. Kjersti Wæge peker på flere viktige aspekter i den gode matematiske samtalen som kan være med på at elevene blir utfordret. Wæge mener at den matematiske samtalen kan være et verktøy som gjør at læreren får i større grad får oversikt over elevenes læring. En god matematisk samtale bidrar til refleksjon og dybdelæring (Wæge, 2015). På grunnlag av Wæge mener vi at en god samtale er en samtale som krever at elevene enten må følge egen eller andres tenkemåter, og være kritisk til egen eller andres løsninger.

Videre ser vi et eksempel på en oppgave som vi kategoriserer som en 3a. Oppgaven ber elevene finne ut hvor mye det er og hvordan de vet det. Det er forventet av elevene at skal regne ut summen og forklare hvordan de vet dette. Oppgaven ber elevene om å både regne og

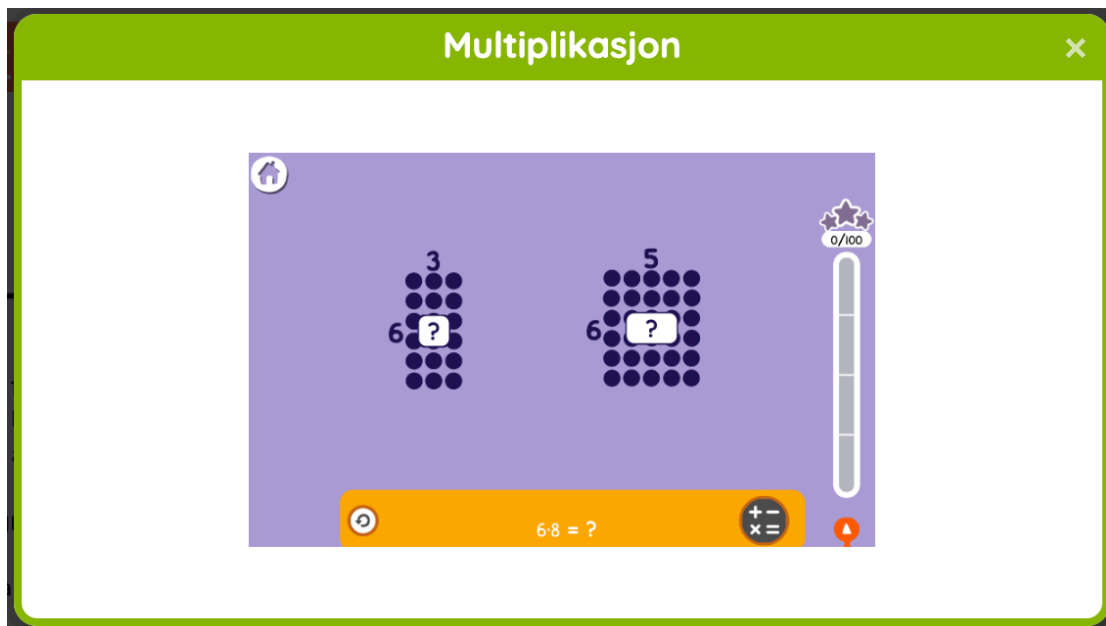
kunne forklare hvorfor. Siden oppgaven ber skriftlig om å forklare noe, plasserer vi denne under 3a.



Figur 5.5 Oppvarming: Åpen oppgave fra økt 6.4 (Kahoot! DragonBox AS).

For at det skal være 3a, eksplisitt resonnering, må det matematiske objektet krever resonnering skriftlig. Det vil si at det står skriftlig i oppgaven at elevene skal forklare noe matematisk. En slik oppgave er skriftlig og det forventes at elevene forklarer seg skriftlig eller muntlig. Slike oppgaver gjenkjennes ved at det står i oppgaveteksten at eleven må vise og forklare sine løsninger skriftlig eller muntlig, og at dette skal stå i oppgaveteksten.

I siste eksempel ser vi en oppgave som vi har kategorisert i 3b. Oppgaven ber elevene om å regne ut  $6 \cdot 8$  ved hjelp av rutenett. Grunnen for at vi har plassert denne oppgaven innenfor 3b er fordi at her kan det skje resonnering i tankene til elevene når de møter oppgaven. De kan se at dersom de setter begge rutenettene sammen vil de få totalen. Bildet til oppgaven er med på å legge til rette for resonnering og det er ikke tilfeldig at denne sammenhengen er tatt i bruk til denne oppgaven.



Figur 5.6 Øving: Rutenett fra økt 6.7 (Kahoot! DragonBox AS).

3b handler om resonnering som kan skje i sammenheng med det matematiske objektet selv om det ikke står skrevet. Oppgaver som faller under denne kategorien, er oppgaver som krever at elevene resonnerer seg frem til en løsning og som vi mener ikke er løselige uten en form for resonnering. Det kan være gjennom intern samtale og samarbeid. Oppgaver som tilhører denne kategorien er oppgaver som ber elevene om å sortere, lage en algoritme eller velge ut hvilke som ikke passer inn. Det er på grunnlag av at elevene må diskutere med seg selv eller læringspartner for å komme til riktig løsning.

#### 5.4 Pålitelighet og gyldighet

Pålitelighet og gyldighet handler om hvor presis og pålitelig vår forskning er, og hvor pålitelige og gjentakbare våre resultater er. Vi bygger vår pålitelighet og gyldighet ved å forklare grundig hvordan vi gjennomfører vår analyse i arbeidet vårt. Vi har gjort rede for våre avgrensinger og våre utvalg i dette kapittelet. Vi gjør dette for å sikre en transparent fremgangsmåte for leseren, som vil forstå hvordan empirien er behandlet og analysert. Vår klarhet bidrar til å bygge validitet og styrker våre resultater. Dette er avgjørende for at våre resultater skal ha noe å bety for samfunnet (Postholm & Jacobsen, 2018).

Vi har valgt å gjennomføre en kvalitativ studie hvor vi tolker tekst ut ifra teori, men som forskere er det viktig å huske på at vi tar med oss våre subjektive teorier inn i forskningen. Vi er veldig tydelige på at vi ikke er helt objektive i vår studie. Vi ønsker å bygge pålitelighet ved å reflektere over vår subjektive mening og hvordan denne kan påvirke våre undersøkelser

og resultater. For å bygge opp en pålitelighet må vi vise evnen til å reflektere over vår subjektive påvirkning av vår analyse og gjennom vår metodedel. Metodedelen er med på å bygge opp en pålitelighet i form av at vi gjør forskningsprosessen synlig slik at leseren kan reflektere over våre funn (Postholm & Jacobsen 2018, s. 224). Vi ønsker at metodedelen skal bidra til at leseren kan følge og forstå hvordan vi tolker empirien. Ved å være bevisst på våre subjektive holdninger samt klarhet i arbeidet bygger vi en pålitelighet.

Vi bygger vår pålitelighet ved at vi viser grundig hvordan vi analyserer empirien vår og ved å bruke pålitelige kilder. Gjennom metodekapittelet og valgt teori ønsker vi å bygge en bedre troverdighet i form av at vi går grundig gjennom vår analyse og hvordan vi bruker vårt rammeverk slik at det er overførbart til leseren (Postholm & Jacobsen, 2018).

Vi har valgt å gjøre en dokumentanalyse som er åpen for alle. Det vil si at hvem som helst kan gå inn å følge våre koder og gjennomføre lik studie. Dette bygger på vår pålitelighet i form av at våre resultater kan være transparent. Det vil si at vi har en gjennomsiktighet i studien og at leseren kan se vår tankegang (Postholm & Jacobsen, 2018).

På grunnlag av våre utvalg og vår hermeneutiske undersøkelse er det viktig å understreke at våre funn og konklusjoner er basert på vårt utvalg og ikke representerer hele læreverket. Vi fokuserer også kun på hvordan læreverket i seg selv legger til rette for kjerneelementet resonnering. Vi er bevisste på at våre holdninger og meninger kan være med på å påvirke både hvordan vi velger å undersøke læreverket, men også hvordan vi velger å analysere og kategorisere det vi ser.

## 5.5 Etske betraktninger

Når vi skriver master, har vi et ansvar om å gjøre det på en etisk riktig måte. Vi har valgt å gjøre en dokumentanalyse av offentlig dokument, men likevel har vi flere hensyn som vi må ta i betraktning. Den nasjonale forskningsetiske komite for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH) er et norsk organ som setter klare retningslinjer for nettopp dette. Forskning har som formål å generere ny og utviklet forståelse, og dette kan være verdifullt i ulike sammenhenger i samfunnet. Formålet med forskning er å fremme fri, god og ansvarlig forskning (NESH, 2016).

Til tross for at vi gjør en dokumentanalyse og ikke en studie basert på mennesker har vi fortsatt flere retningslinjer innenfor vår forskning som vi må følge. Søken etter sannhet er en overordnet forpliktelse og ved å følge NESH sine retningslinjer, forplikter vi oss til å være ærlige, objektive og grundige i vår tilnærming til forskningen (NESH, 2016). Det vil si at vi har et ansvar for å ikke overtolke det som står i lærerveiledningen, men se på det som faktisk står i verket. NESH (2016) påpeker med hensyn til personvern at vi må ha respekt for forfatterens arbeid.

I vårt arbeid med analysen har nettopp dette vært en utfordring. Det å ikke fange opp eller det å tolke for mye det som står er en fin balanse og handler om personvern. Det har vært et evig dilemma om vi har overtolket eller oversett viktige aspekter av vårt utvalg. Vårt rammeverk er med på å danne en balanse mellom overtolking og undertolkning i form av vurdering av ulike aspekt i analysen. Vår bevissthet rundt dilemmaet er også med på å danne en bedre balanse og viser til vår kritiske refleksjon. Det understreker at vi er bevisste i våre tolkninger. Denne delen av kapittelet understreker bare vår bevissthet rundt tolkningen vår. Ved å være oppmerksom på dette dilemmaet og jobbe bevisst mot en balanse mellom å tolke og ikke tolke for mye oppnår vi en mer etisk forsvarlig dokumentanalyse.

I arbeidet med analysen gjorde vi et utvalg om å se på kun materialet i seg selv, og ikke hvordan det blir brukt. På grunnlag av dette er det vanskelig for oss å vite hva som skjer implisitt og mye av ansvaret for å legge til rette til resonnering ligger på læreren. Vi mener selv at det ligger mye mellom linjene, men det kommer helt an på hvordan læreren velger å bruke læreverket og hvor trygge læreren er i faget. En ser ofte at usikre lærere følger læreverket uten å tørre å utfordre elevene til å tenke videre på hvordan og hvorfor, eller 'er det alltid slik?'. Trygge lærere har større sjans for å stille de rette spørsmålene som trigger resonnering for elevene (Boaler & Brodie, 2004).

Vi er tydelige på hvordan vi gjennomfører analysen og vårt utvalg, og vi er bevisst på vår rolle som forskere ved at vi er klar over at vi ikke er rent objektive. Det er viktig å påpeke at våre resultater ikke er en vurdering av hele læreverket. Våre konklusjoner er på grunnlag av vårt utvalg og ikke hele læreverket i seg selv.



## 6.0 Analyse og funn

I dette kapitlet presenterer vi resultatene fra analysen vår. Formålet med analysen er å undersøke om DS legger til rette for resonnering gjennom de tre utvalgte kapitlene vi har analysert. Vi ønsker å vise våre funn og hvordan vi plasserer oppgaver og mål i henhold til vårt analytiske rammeverk og begrunne hvorfor oppgaver og mål faller under de ulike kategoriene. Til slutt vil vi presentere våre funn i en tabell som gir en samlet oversikt over forekomsten av resonnering i vårt utvalg.

### 6.1 Analysen

DS sine kapitler er strukturert slik at de begynner med å presentere målene for kapitlet, etterfulgt av en oppvarmingsdel som ofte legger til rette for diskusjon og samtale rundt oppgaven. Deretter følger utforskning og samtale, i tillegg til oppgaver som elevene skal arbeide med. Noen ganger inkluderes også praktiske oppgaver. Kapitlet avsluttes alltid med en oppsummering. I vår analyse har vi inkludert alle disse elementene og har analysert dem med fokus på å identifisere spor av resonnering. Vi har valgt å vise analysen av hele delkapitler for å vise strukturen til DS og hvordan vi tenker når vi analyserer de ulike aspektene i veiledningen. Vi har valgt å vise frem kapittel 4.8, 6.3 og 7.7 da vi så disse kapitlene som interessante.

#### 6.1.1 Kapittel 4: Divisjon med tallene 0-100

I kapittel 4 har vi valgt å ta utgangspunkt i delkapittel 4.8, der fant vi 13 tilfeller av resonnering. Vi finner tilfeller av resonnering i alle modulene i det gjeldende delkapitlet utenom oppsummeringen.

Målene

- Elevene kobler riktig representasjon/modell til divisjonsstykker
- Elevene lager modeller som passer til divisjonsstykker

*Figur 6.1 Målene fra økt 4.8 (Kahoot! DragonBox AS).*

Over ser vi to mål. Elevene møter ikke disse målene skriftlig, men de står i lærerveiledningen. Det første målet kategoriserer vi som 2a. Det er på grunnlag av at elevene blir satt i en situasjon som inviterer til resonnering. Elevene skal koble riktig representasjon eller modell til divisjonsstykker. Her inviterer målet til eksplisitt resonnering da elevene er nødt til å se en

sammenheng mellom divisjon og representasjon. Elevene må resonnerer seg frem til hvilket divisjonsstykket som hører til hvilken representasjon. Mål 2 har vi kategorisert som en 1b. Målet i seg selv har ikke noe eksplisitt resonnering, men inviterer likevel til resonnering implisitt. Det vil si at målet ber elevene om å lage modeller som passer til divisjonsstykker, da det må skje noe i tankene hos elevene. Elevene må resonnerer seg frem for å kunne lage modeller som kan passe til de ulike divisjonsstykkene. Siden oppgaven har en invitasjon til resonnering kategoriseres dette målet som en 1b.

### Oppvarming



Figur 6.2 Oppvarming: Oppgavestreg fra økt 4.8 (Kahoot! DragonBox AS).

I figurene over ser vi oppvarmingsoppgaven i delkapittel 4.8, som vi har satt som en 2b. Som nevnt i metodekapittelet handler denne delen av rammeverket om hvorvidt en oppgave eller situasjon vil legge opp til en matematisk samtale der resonnering vil være et naturlig element. Vi kategoriserer denne som en 2b på grunnlag av oppgavens oppbygning og det vi forstår som den implisitte hensikten. For en elev kan dette oppfattes som to forskjellige mattestykker, som ikke nødvendigvis har noe med hverandre å gjøre. Derimot, siden man først viser ett av stykkene for så å vise dem ved siden av hverandre, legger dette en implisitt hensikt der det vil være naturlig for læreren å spørre elevene om eventuelle likheter og ulikheter ved stykkene og begrunnelse for tankene deres. Samtidig er det en mulighet for at elevene selv ser en sammenheng eller mønster i møtet med oppgaven.

## Utforskning



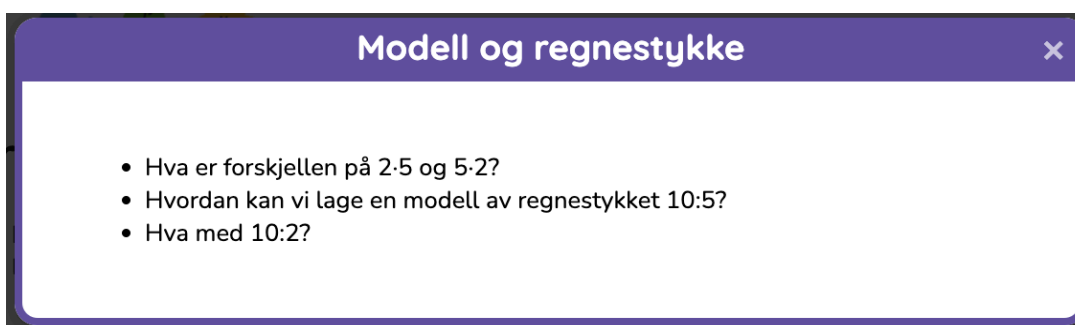
**Dagens utforskningstips:** Tenk at du har 50 blyanter som skal legges i noen bokser. Hvor mange bokser legger du dem i? Hvor mange blir det i hver boks?

Lag en historie der dere starter med 40 som deles inn i grupper av åtte. For eksempel: Agentene skal sortere oppdragsfiler. De har 40 filer som skal fordeles med 8 filer i hver perm. Hvor mange permer trenger de? La elevene forklare hvordan dere kan vise det i denne labben, og hvordan modellen dere lager stemmer overens med oppgaven. For å utfordre dem videre, spør dem om hvilke regnestykker som kan passe til, og hør hvor mange forskjellige løsninger de kommer med. Her kan du inkludere multiplikasjon, gjentatt addisjon og gjentatt subtraksjon. Hvis de ikke foreslår gjentatt addisjon ( $8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 = 40$ ) eller gjentatt subtraksjon ( $40 - 8 - 8 - 8 - 8 - 8 = 0$ ), skriv det på tavla og spør hvordan det kan passe med modellen.

Figur 6.3 Utforskning: Dagens video fra økt 4.8 (Kahoot! DragonBox AS).

Utforskningsdelen av delkapittelet ser vi i figuren over (figur 6.3). Vi har tatt utgangspunkt i at “dagens utforskningstips” og teksten under står som to individuelle deler. Og har derfor valgt å analysere de hver for seg. I “Dagens utforskningstips” er det ikke noen direkte kobling mot resonnering, da vi ser dette som en mer instrumentell prosess. Resonnering kan skje, men da vil det være tilfeldig. I resten av teksten har vi funnet elementer som er med på å kategorisere denne som en 1a. Dette kommer frem ved at elevene må ‘forklare’ tankegangen sin, samt grunnlaget for valgene de har gjort seg. Dette ser vi som resonnering, da Davis (2012) sier at resonnering handler om å følge egne og andres tankerekker og vurdere gyldigheten til disse.

## Samtale

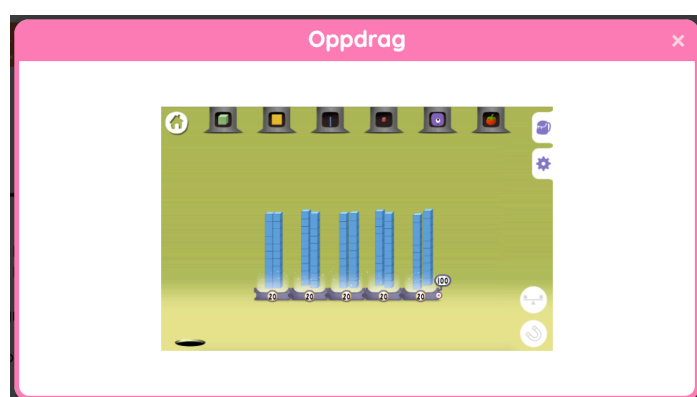


Figur 6.4 Samtale: Modell og regnestykke fra økt 4.8 (Kahoot! DragonBox AS).

Videre i delkapittelet kommer 'samtale' hvor vi har observert resonnering i alle de tre punktene ovenfor. Punkt nummer en har vi definert som 2a. Det er fordi elevene får et spørsmål om hva som er forskjellen på to regnestykker. Et slikt spørsmål inviterer elevene til å resonnerer i form av at de må identifisere likheter og ulikheter ved et regnestykke. Elevene blir også oppfordret til å se en sammenheng her. I likhet med første punktet, definerer vi også punkt 2 som en 2a. Elevene blir her bedt om å fortelle hvordan de kan lage en modell, noe som vil legge opp til en naturlig forekomst av resonnering i samtalen. Da må elevene kunne forklare ulike valg de har gjort for seg. Siste punktet har vi satt under 1a, da elevene må ta i bruk den modellen de lagde i punkt 2. Dette handler om å se en sammenheng og kunne forklare seg.

## Øving

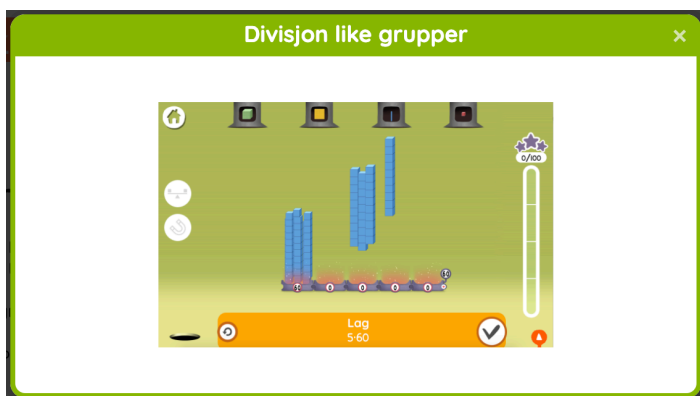
Som nevnt tidligere består 'øving' av flere deler, som krever individuell analyse av hver enkelt del. Totalt i delkapittel 4.8 er det ni deler i øvingen.



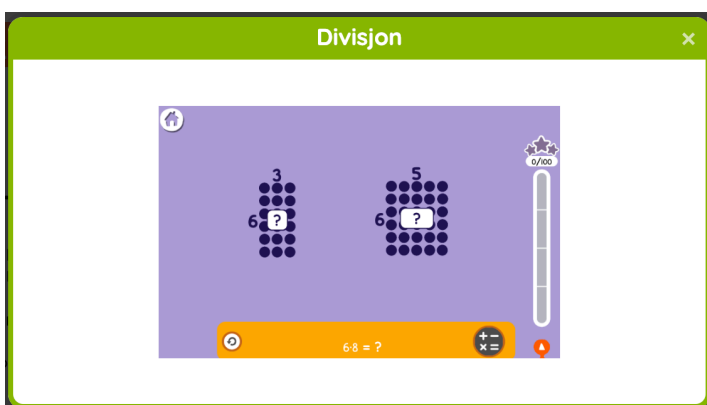
Figur 6.5 Øving: Oppdrag fra økt 4.8 (Kahoot! DragonBox AS).

Den første delen er en læringslabb. Denne har vi kategorisert som en 3b. Dette gjør vi fordi det må skje en eller annen form for resonnering for å kunne gruppere blokkene. Dette kan skje i samarbeid med medelever, samarbeid med lærer eller individuelt.

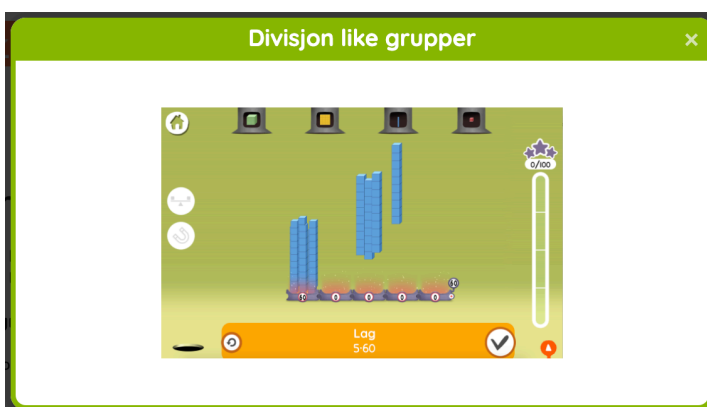
Oppgaven vil kreve å enten overbevise seg selv eller andre for hvorfor man har satt de ulike blokkene der de står.



Figur 6.6 Øving: Divisjon like gr. fra økt 4.8 (Kahoot! DragonBox AS).

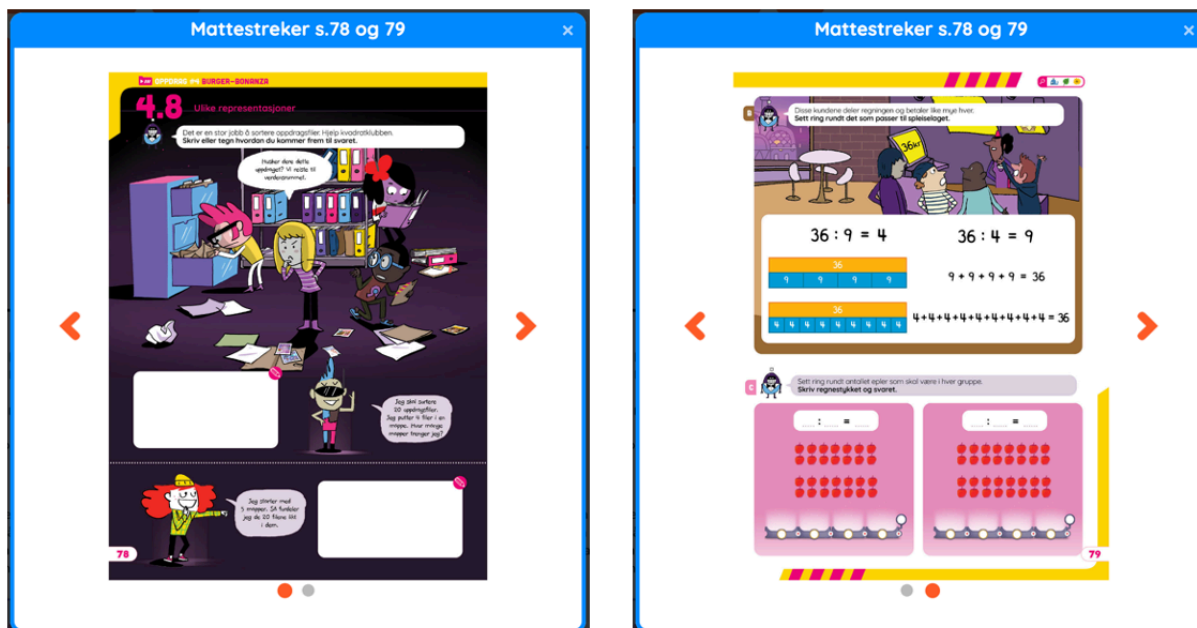


Figur 6.7 Øving: Divisjon fra økt 4.8 (Kahoot! DragonBox AS).



Figur 6.8 Øving: Divisjon like gr. Fra økt 4.8 (Kahoot! DragonBox AS).

Etter læringslabben kommer det tre quizer, som alle innehar en form for resonnering. Den første (figur 6.6) og den siste (figur 6.8) har vi satt som 1b, da oppgavene legger til rette for resonnering implisitt ved bruk av illustrasjon. Elevene kan se en sammenheng mellom tall og figur og derfor har vi valgt å plassere denne oppgaven under 1b. Den midterste av de tre (figur 6.7) har vi kategorisert som en 3b, fordi det er naturlig å måtte ta i bruk en eller annen form for resonnering for å utføre oppgaven. I tillegg til at det ligger en implisitt hensikt i figurenes oppstilling, da vi ser det nødvendig å stille disse opp mot hverandre i arbeidet med oppgaven. Rutenettet er ikke tilfeldig i oppgaven og inviterer til at elevene kan se en sammenheng mellom regnestykke og rutenettet i arbeidet med oppgaven.



Figur 6.9 Mattestreker 4a: Mattestreker s.78 og 79 fra økt 4.8 (Kahoot! DragonBox AS).

Videre har vi læreboken, hvor vi har satt en 3a for den første delen øverst på side 78 (se figur 6.9). Dette gjør vi på grunn av at teksten ber direkte om en skriftlig forklaring på tankegangen til eleven. Oppgaven passer rett inn i det analytiske rammeverket vårt. Her må elevene sette ord på og illustrere fremgangsmåten sin.

Ulike modeller med elever ✕

**Utstyr: Ingenting**

I denne oppgaven skal elevene lage ulike representasjoner av multiplikasjon- og divisjonsstykker, og det er elevene selv som er representasjonene. Dette er en oppgave som krever at hele elevgruppen samarbeider. Si ulike regnestykker, for eksempel 24:6. Elevene skal nå danne grupper på en slik måte at de blir en modell som passer til dette regnestykket. Ta gjerne mange tall som gjør at de fleste får være med, men varier også med mindre tall og grupper. Hvis klassen er glad i konkurranser, kan du ta tiden på hvor raskt de klarer det slik at de kan forsøke å gjøre det fortere og fortere for hver gang.

Figur 6.10 Øving: Praktisk oppgave fra økt 4.8 (Kahoot! DragonBox AS).

Den praktiske oppgaven i delkapittel 4.8 har vi satt som at ikke inneholder resonnering. Siden det handler mer om opplegget rundt en lek, og det vil bli en mer ‘prøv og feil’ framgangsmåte. Resonnering kan skje, men da vil det være tilfeldig og ikke oppgaven som inviterer til det direkte.



Figur 6.11 Øving: Kategorisering fra økt 4.8 (Kahoot! DragonBox AS).

Som siste del i øvingsdelen har vi ‘oppgaver i kjelleren’, som er oppgaver elevene får tilgang til når de har fullført alle quizene. Ut av disse tre, fant vi resonnering i én. Oppgaven med navn ‘Hvem passer ikke inn?’ (figur 6.11) har vi kategorisert som en 3b, da det må skje en intern

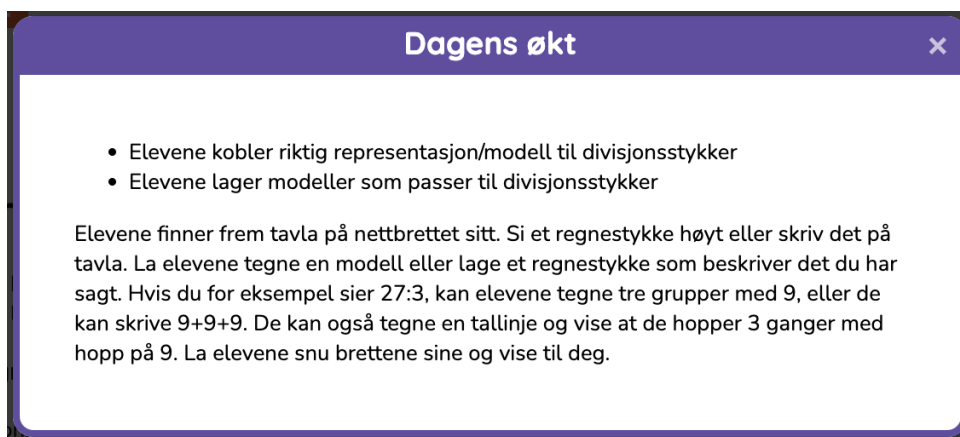
resonnering hos eleven i arbeidet med oppgaven. Selv om den ikke direkte ber om resonnering, finner vi det naturlig at det vil forekomme implisitt da elevene må begrunne for hvilken figur som ikke passer inn i sine tanker.



Figur 6.12 Øving: Plassverdig og Svele fra økt 4.8 (Kahoot! DragonBox AS).

Derimot finner vi ingen resonnering i de to siste oppgavene. Det er fordi oppgavene legger mer opp til en instrumentell fremgangsmåte hvor det er mer fokus på mengdetrening fremfor å resonnerer over hva elevene holder på med. Resonnering vil ikke forekomme i sammenheng med oppgavens oppbygning. Dersom det skjer, skyldes det tilfeldigheter.

## Oppsummering



Figur 6.13 Oppsummering: Dagens økt fra økt 4.8 (Kahoot! DragonBox AS).

I siste del av delkapittel 4.8 er det oppsummeringen. Her har vi ikke identifisert noe resonnering. Første delen er en gjentakelse av øktens mål, som vi tidligere har satt som at inneholder resonnering. Videre har vi teksten som står nederst (figur 6.13). Denne inneholder ikke resonnering, da det ikke blir spurt noen direkte spørsmål som legger opp til resonnering.

### 6.1.2 Kapittel 6: Algoritmer og mønstre

I kapittel 6, algoritmer og mønstre, har vi valgt å vise frem funnene våre fra delkapittel 6.3. Vi fant totalt 9 tilfeller av resonnering i dette delkapittelet.

#### Målene

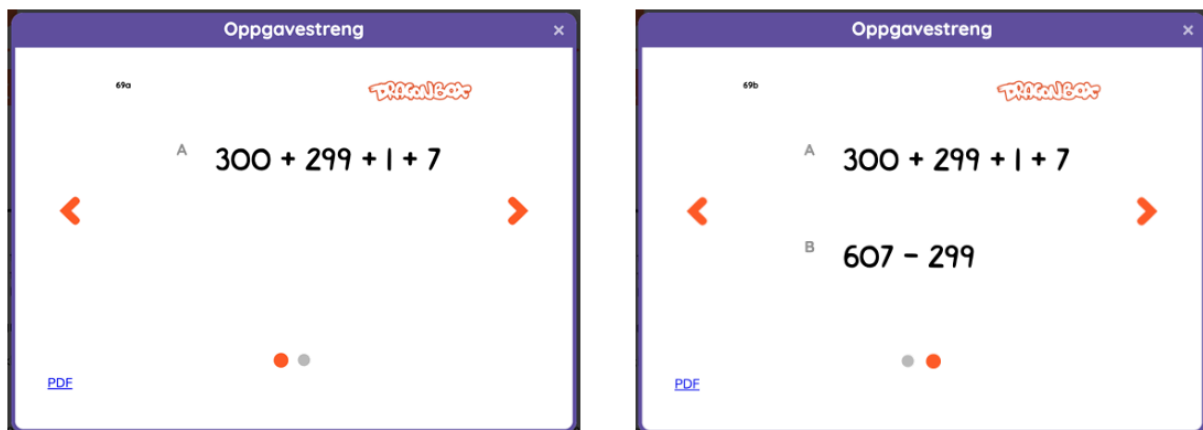
- Elevene forklarer hva en algoritme er
- Elevene forklarer hva en løkke er
- Elevene lager enkle algoritmer med løkker

Figur 6.14 Målene fra økt 6.3 (Kahoot! DragonBox AS).

I målene ovenfor har vi funnet tre tilfeller av resonnering. I det første målet bes det om at elevene skal kunne forklare hva en algoritme er. Dette er resonnering kategori 1a, da elevene skal forklare hva en algoritme er. Det neste målet er nokså likt som det ovenfor, og er derfor også en 1a. Målet ber elevene om å forklare hva en løkke er. Vi har også satt denne under resonnering, da det igjen blir bedt om å forklare noe. Det siste målet har vi plassert under 1b fordi målet slik det står, ber ikke om forklaring eller om å følge en tankerekke. Likevel vil målet invitere elevene implisitt til resonnering da de skal lage enkle algoritmer og løkker. Det å lage en løkke krever å kunne se mønstre og forstå en tankerekke. På grunnlag av dette har vi valgt å definere dette målet som en 1b.



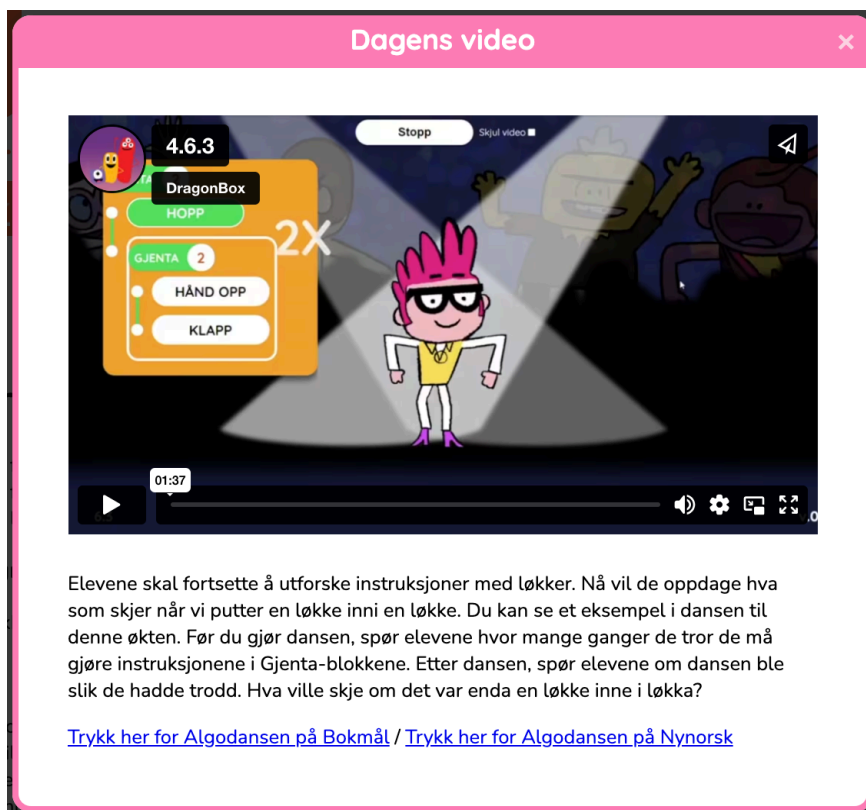
## Oppvarming



Figur 6.15 Oppvarming: Oppgavestreg fra økt 6.3 (Kahoot! DragonBox AS).

Videre analyserte vi oppvarmingen i delkapittelet. Denne type oppgavestreg kategorisere vi som 2b. Oppgaven inviterer til en samtale og derfor har vi valgt å plassere denne oppgaven under kategorien vi kaller *den gode matematiske samtale*. Oppgaven i seg selv inviterer ikke til resonnering direkte og det er ikke gitt at elevene ser en sammenheng mellom regnestykket slik oppgaven står nå. Grunnen til at vi likevel plasserer denne oppgaven som implisitt resonnering er fordi regnestykkene DS legger opp her er ikke tilfeldige. Oppgaven legger til rette for resonnering med bruken av de forskjellige regnestykkene. Det ligger også en implisitt hensikt i oppgaven og det vil være naturlig for elevene å se sammenhengen eller for læreren og spør om elevene kan se noe sammenheng.

## Utforskning



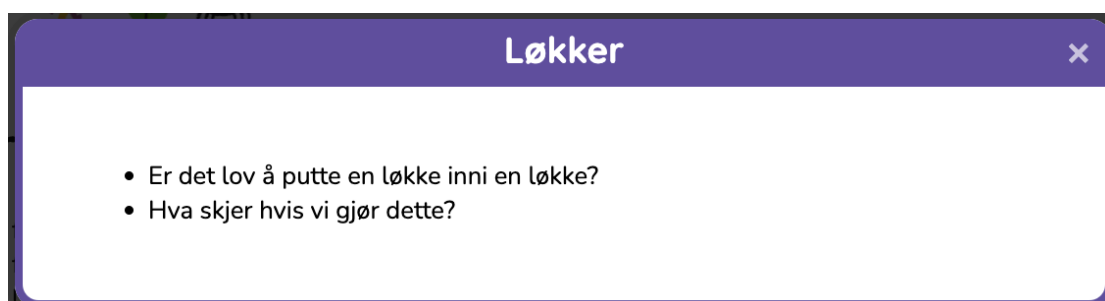
Elevene skal fortsette å utforske instruksjoner med løkker. Nå vil de oppdage hva som skjer når vi putter en løkke inni en løkke. Du kan se et eksempel i dansen til denne økten. Før du gjør dansen, spør elevene hvor mange ganger de tror de må gjøre instruksjonene i Gjenta-blokkene. Etter dansen, spør elevene om dansen ble slik de hadde trodd. Hva ville skje om det var enda en løkke inne i løkka?

[Trykk her for Algodansen på Bokmål](#) / [Trykk her for Algodansen på Nynorsk](#)

Figur 6.16 Utforskning: Dagens video fra økt 6.3 (Kahoot! DragonBox AS).

I utforskningen skal elevene finne ut hvor mange ganger de tror de må gjøre instruksjonene som er presentert i form av en algoritme. Etter læreren har vist elevene dansen skal elevene fortelle om dansen ble slik de så for seg. Til slutt spør læreren om hva som vil skje dersom de putter en løkke inne i en løkke. Vi har valgt å plassere denne oppgaven under kategori 2a på grunnlag av at elevene må se et mønster og se sammenhengen. Oppgaven legger til rette for en situasjon hvor elevene blir satt inn i en prosess rundt resonnering. På grunnlag av at oppgaven ber elevene se, identifisere og følge en tankerekke vil oppgaven invitere til eksplisitt resonnering. Derfor har vi valgt å plassere utforskningen under 2a.

## Samtale



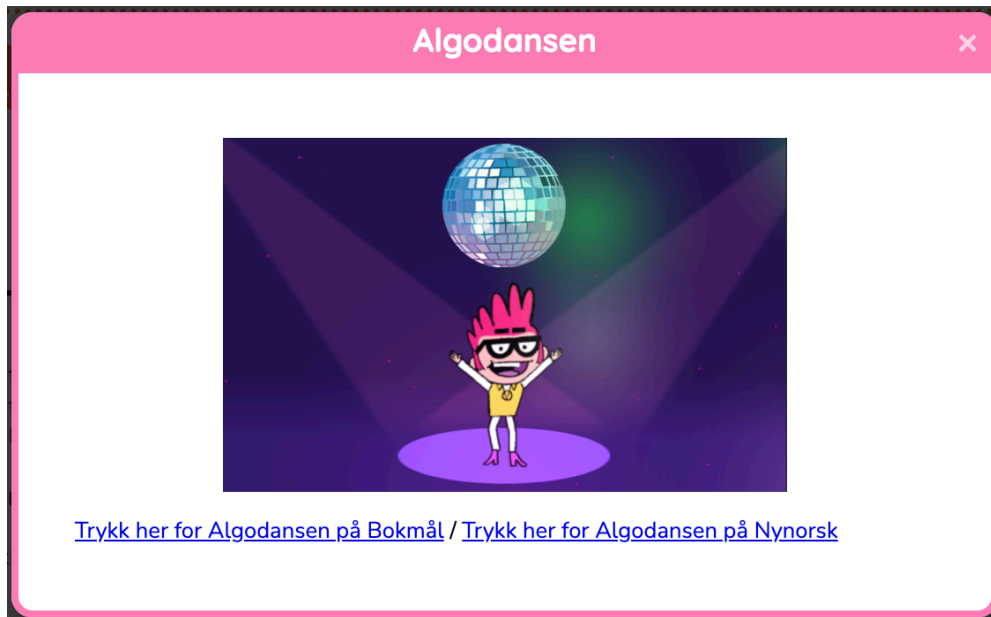
- Er det lov å putte en løkke inni en løkke?
- Hva skjer hvis vi gjør dette?

Figur 6.17 Samtale: Løkker fra økt 6.3 (Kahoot! DragonBox AS).

Videre analyserte vi samtalen som læreverket legger opp til. Det første spørsmålet har vi definert som ingen direkte koblinger mot resonnering, verken eksplisitt eller implisitt. Vi ser på spørsmålet som et ledende spørsmål, hvor svaret vil være å gjenfortelle kunnskap.

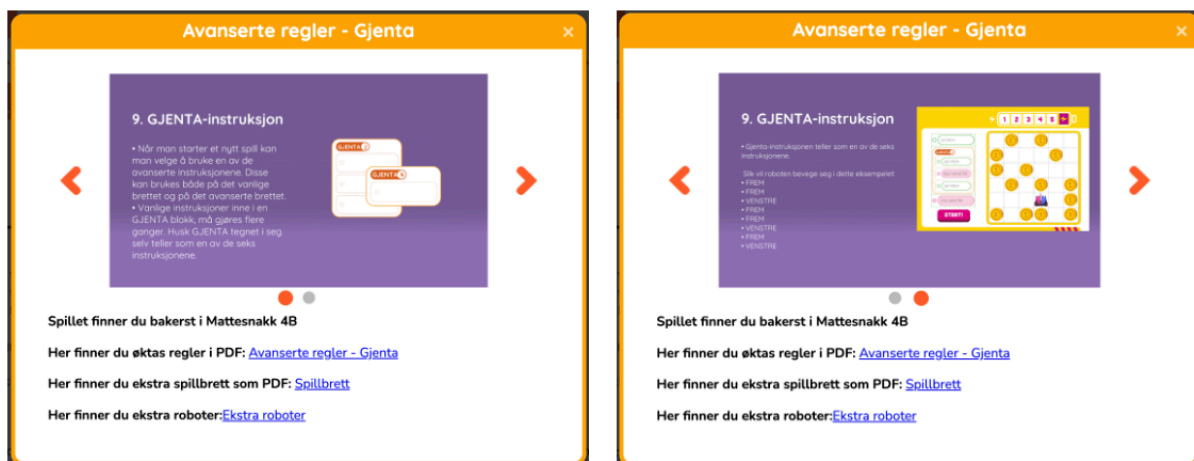
Spørsmål to har vi kategorisert som 1a da spørsmålet ber elevene om å forklare noe. Elevene må her følge og forklare en gitt tankerekke.

## Øving



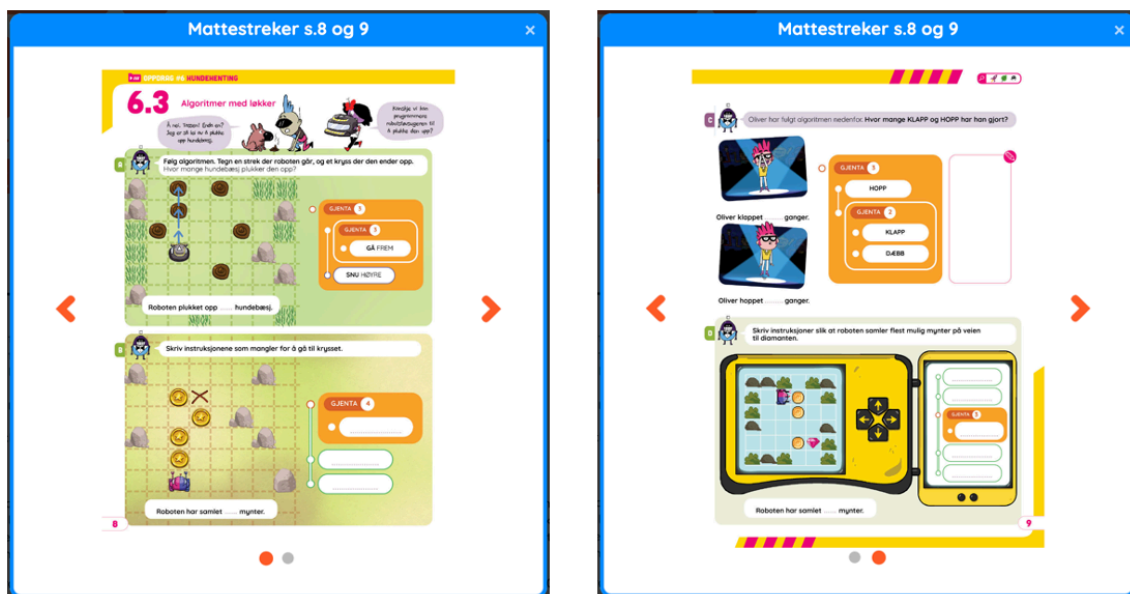
Figur 6.18 Øving: Algodansen fra økt 6.3 (Kahoot! DragonBox AS).

Den første øvingen i kapittel 6.3 er Algodansen. Her skal elevene følge dansen som blir vist på en storskjerm. Denne oppgaven har ingen direkte kobling til resonnering da elevene bare skal følge en gitt algoritme.



Figur 6.19 Øving: Praktisk oppgave fra økt 6.3 (Kahoot! DragonBox AS).

Kapittel 6.3 har lagt opp til et mattespill som kalles "gjenta-instruksjon". Spillet går ut på at elevene skal finne ut hvorfor løkker kan være nyttige når de lager koder. Målet med spillet er å fange mest gullmynter med bare 6 blokker. Det er forventet av elevene at de skal lage en algoritme som roboten skal følge for å samle inn mest mulig gull. Vi har valgt å plassere denne oppgaven under 3b. Resonnering skjer i sammenheng med det matematiske objektet selv om det ikke står skrevet eksplisitt i oppgaven. Elevene skal lage en tankerekke og da vil det være naturlig at elevene vil resonnerer inni tankene sine i møte med denne oppgaven. Oppgaven er åpen og det finnes mange løsninger, elevene får i oppgave å samle størst verdi med bare 6 trekk. Grunnet disse begrensningene og at det ikke er lagt opp til en åpenbar løsning er det rom for resonnering.



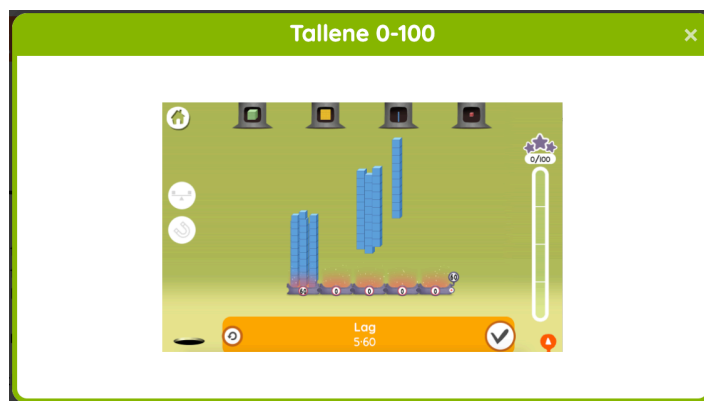
Figur 6.20 Mattestrekker 4b: Mattestrekker s.8 og 9 fra økt 6.3 (Kahoot! DragonBox AS).

I Mattestrekker skal elevene følge en algoritme og tegne streker på hvor roboten skal gå. Oppgaven er veldig førende, og det er åpenbart hva elevene skal gjøre. På grunnlag av det åpenbare inviterer oppgaven ikke til noe direkte resonnering. Videre skal elevene lage en algoritme for å komme frem til et kryss. Siden oppgaven er så åpenbar, vil ikke resonnering skje i møte med oppgaven.



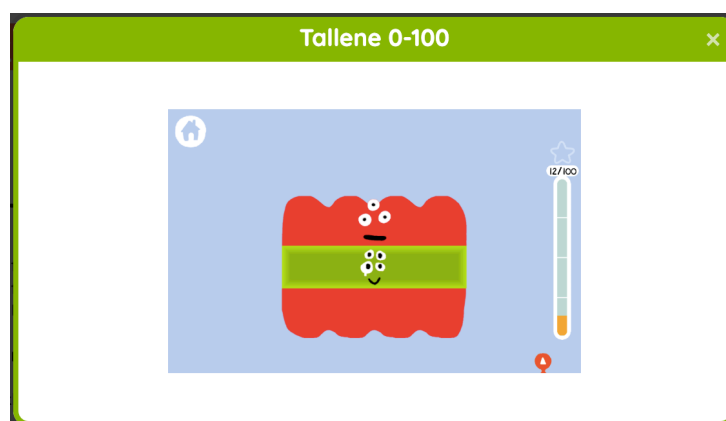
Figur 6.21 Øving: Kategorisering fra økt 6.3 (Kahoot! DragonBox AS).

“Hva er ulikt” er en typisk 3b oppgave. Resonnering skjer i sammenheng med det matematiske objektet, selv om det ikke står skriftlig. For å kunne løse oppgaven må elevene velge ut hvilken figur som “ikke passer inn”. Da vil det være naturlig at elevene resonnerer internt for å komme til rett løsning.



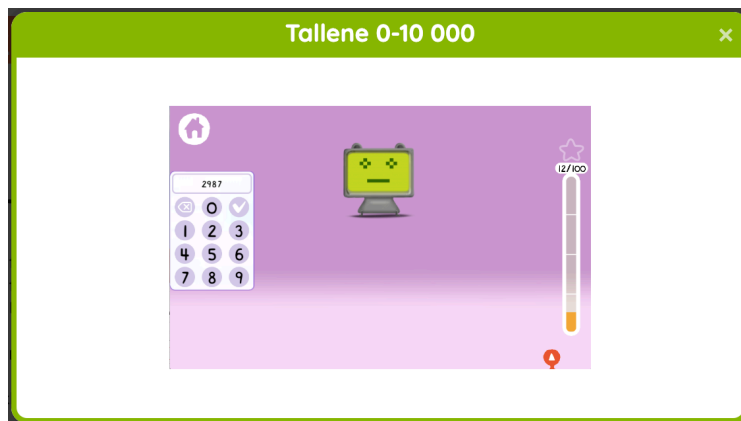
Figur 6.22 Øving: Gruppering fra økt 6.3 (Kahoot! DragonBox AS).

Oppgaven over (figur 6.22) har vi valgt å kategorisere som en 1b oppgave. Grunnen til at vi plasserer oppgaven som implisitt resonnering er fordi illustrasjonen i oppgaven inviterer til resonnering. Det er ikke tilfeldig at DS velger å bruke 5 plattformer når elevene skal regne  $5 \cdot 60$ . Illustrasjonen er med på å danne en fin sammenheng og det er mulig at elevene ser denne sammenhengene, derfor plasseres denne oppgaven under 1b.



Figur 6.23 Øving: Areal fra økt 6.3 (Kahoot! DragonBox AS).

Oppgaven i figur 6.23 heter ‘tallene fra 0-100’. Her skal elevene finne ut hva som er arealet av noomene. Elevene er kjent med verdien av de ulike noomene og skal finne ut hvor stort areal figurene viser til. I denne oppgaven finner vi ingen kobling til resonnering, fordi det er en instrumentell oppgave hvor det ikke er lagt til rette for resonnering. Vi har på grunnlag av dette valgt å plassere oppgaven som ingen tegn til resonnering.



Figur 6.24 Øving: Store tall med lyd fra økt 6.3 (Kahoot! DragonBox AS).

I oppgaven ‘tallene 0-10 000’ finner vi ingen kobling til resonnering. Det er fordi oppgaven er bygd opp slik at roboten sier et tall, og elevene blir bedt om å skrive tallet med siffer. Illustrasjonen har heller ingen kobling mot resonnering, derfor har vi plassert denne oppgaven

utenfor vårt rammeverk og kategorisert oppgaven som ingen tegn til resonnering.

## Oppsummering

- Elevene forklarer hva en algoritme er
- Elevene forklarer hva en løkke er
- Elevene lager enkle algoritmer med løkker

Avslutt timen med Algodansen. Sett inn en «Gjenta 3», og deretter en «Gjenta 2» i den. Til slutt sett inn en instruksjon, f.eks. «klapp» inni «Gjenta 2». Spør elevene hvor mange ganger de må klappe når de skal gjennomføre denne dansen?

Figur 6.25 Oppsummering: Dagens økt fra økt 6.3 (Kahoot! DragonBox AS).

I oppsummeringen tar vi ikke hensyn til de tre punktene øverst, da dette er en repetisjon av målene til økten. Avslutningsvis legger læreverket til rette for algodansen hvor elevene skal følge en algoritme. Dette definerer vi ikke som resonnering.

### 6.1.3 Kapittel 7: Divisjon med tallene 0-100

I kapittel 7 har vi valgt å vise frem delkapittel 7.7: 'Divisjon med plassverdiklosser' som kom ut av analysen med åtte tilfeller av resonnering.

#### Mål

- Elevene omgrupperer tall for å løse divisjonsoppgaver (f.eks.  $84 : 7 = 70 : 7$  og  $14 : 7$ )
- Elevene kan gruppere flersifrede tall i hundrer, tiere og enere for å løse divisjonsoppgaver
- Elevene lager tegninger/modeller for å løse tekstoppgaver med divisjon

Figur 6.26 Målene fra økt 7.7 (Kahoot! DragonBox AS).

I målene fant vi ingen direkte koblinger mot resonnering. Oppgavene som står skrevet handler mer om å få elevene til å utføre operasjoner, og ikke nødvendigvis å få dem til å tenke over hvordan eller hvorfor det gjøres.

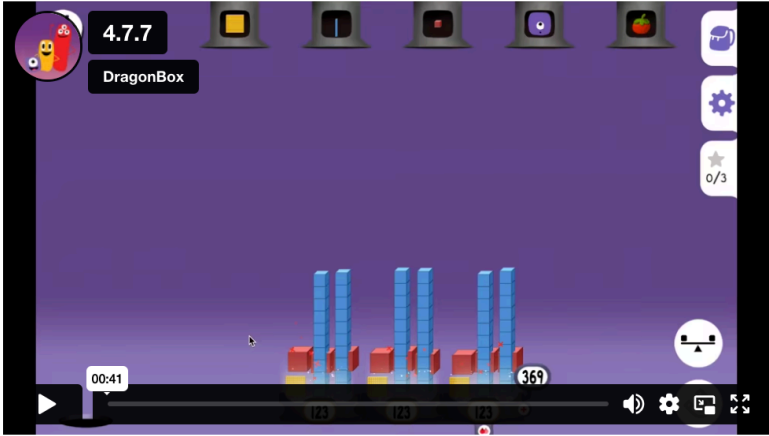
#### Oppvarming



Figur 6.27 Oppvarming: Oppgavestreg fra økt 7.7 (Kahoot! DragonBox AS).

Videre i oppvarmingsdelen av lærerveiledningen fant vi resonnering i form av kategori 3b. Ovenfor ser vi bilde av den gjeldende oppgaven (figur 6.27). Denne går innenfor 3b på grunn av oppgavens oppbygning, da den er todelt og det er ment å vise første del alene for så og vise begge delene sammen. Dette legger opp til implisitt resonnering, da det vil være naturlig å se etter likheter og ulikheter mellom de to figurene. Samtidig er det ikke noen direkte henvisning til kjente matematiske operasjoner, noe som vil trigge en individuell resonnering hos elevene, som læreren ikke nødvendigvis trenger å sette i gang.

**Dagens video** ✕



**Dagens utforskningstips:** Fire biler har kjørt mellom 400 og 800 kilometer (du bestemmer selv hvor mange, men ikke hel tier) til sammen i et bil-løp. Bilene kjørte like langt. Hvor langt har hver bil kjørt?

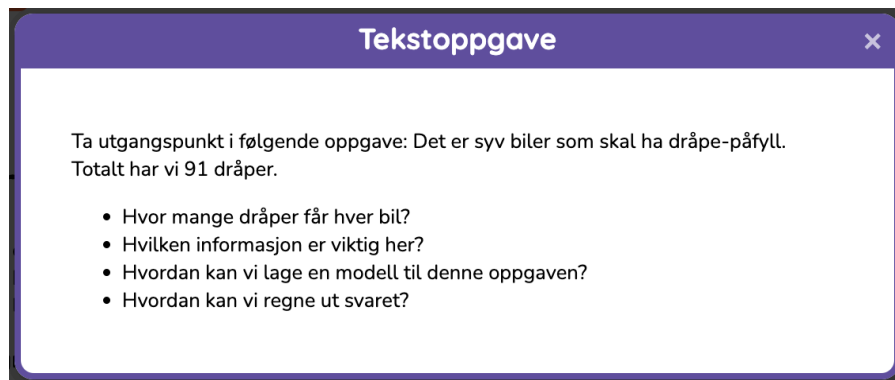
Start økten med å gi elevene en oppgave. For eksempel: Den siste måneden har tre smelteovner laget 369 tonn søppel om til drivstoff. Like mye søppel er smeltet i hver ovn. Hvor mange tonn har blitt smeltet i hver ovn? Spør: Hvordan kan vi løse denne oppgaven? La elevene diskutere og la dem forklare hvordan du kan vise denne inndelingen i labben. Etter hvert som elevene beskriver trinnene i tankegangen sin, skriver du regnestykker som passer. Så kan du spørre: Hvordan passer det jeg har skrevet her med det du gjorde?

*Figur 6.28 Utforskning: Dagens video fra økt 7.7 (Kahoot! DragonBox AS).*

Utforskningsdelen ser vi som nevnt tidligere som at består av to deler. Disse er ‘dagens utforskningstips’ og den resterende teksten som kommer under. Vi har ikke merket oss noen form for resonnering i den første delen, men finner utslag for kategori 1a i den resterende delen. Da teksten eksplisitt ber elevene om å ‘forklare hvordan’ de kommer frem til svaret sitt, for så og forklare hvordan tankegangen deres passer opp mot det som læreren skriver på tavla.



## Samtale



Figur 6.29 Samtale: Tekstoppgave fra økt 7.7 (Kahoot! DragonBox AS).

Vi fant til sammen to tilfeller av resonnering innenfor samtaledelen av lærerveiledningen. Disse to kommer frem i de to nederste punktene i bildet over (figur 6.29). Begge disse legger seg under 1a, på grunn av at oppgavene spør om å forklare hvordan noe kan bli gjort og man derfor må kunne forstå og forklare egen tankegang. Derimot viser de to øverste punktene ikke til noen resonnering, da de fokuserer mer på instrumentell kunnskap.

## Øving

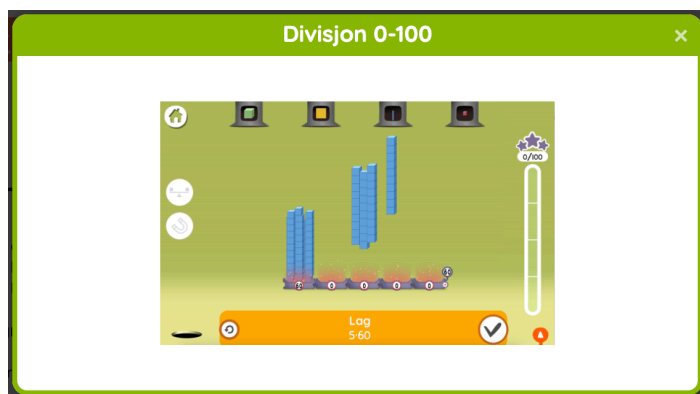
Den delen av lærerveiledningen som inneholder flest deler er 'øving' som ofte består av læringslabber, quizer, praktiske oppgaver og lærebøker og kopiark. Delkapittel 7.7 består av ni ulike moduler, og vi fant tre tilfeller av resonnering.



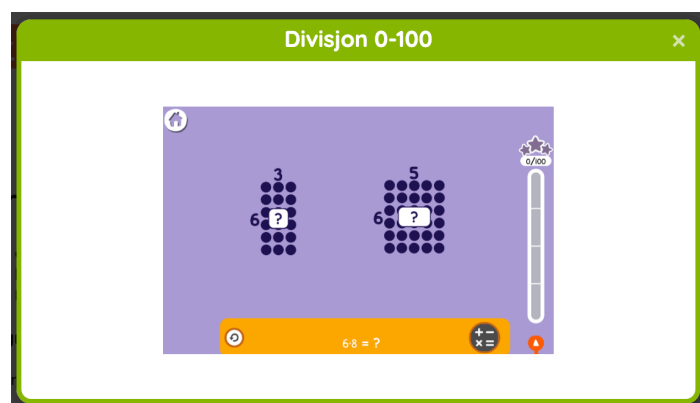
Figur 6.30 Øving: Oppdrag fra økt 7.7 (Kahoot! DragonBox AS).

Den første delen er en læringslab (figur 6.30) som vi har kategorisert som en 3b, en oppgave som krever resonnering, men som ikke eksplisitt ber om det. Denne kategorien forbinder vi spesifikt med oppgaver hvor elevene vil måtte utføre en eller annen form for resonnering for å kunne fullføre

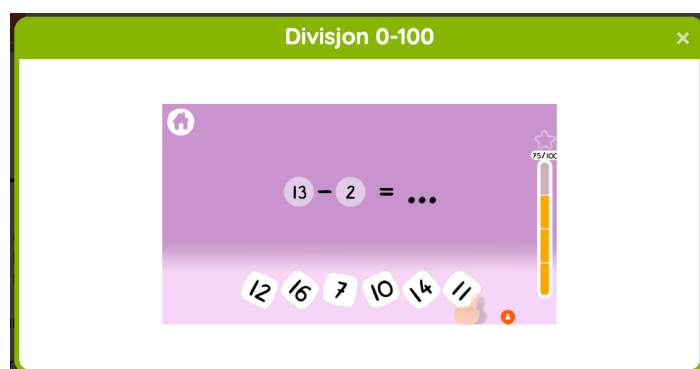
oppgaven. Denne kategoriserer vi som en 3b på grunnlag av at det må forekomme en eller annen form for resonnering for å kunne vite hvordan man ønsker å gruppere blokkene. I dette tilfellet vil elevene måtte overbevise seg selv eller andre om hvorfor de gjør som de gjør og hvordan tankegangen deres leder frem til løsningen.



Figur 6.31 Øving: Gruppering fra økt 7.7 (Kahoot! DragonBox AS).



Figur 6.32 Øving: Rutenett fra økt 7.7 (Kahoot! DragonBox AS).



Figur 6.33 Øving: Likninger fra økt 7.7 (Kahoot! DragonBox AS).

Videre har vi tre quizer, hvorav vi fant resonnering i de to første av de tre (figur 6.31 og 6.32). Den første av disse to har vi satt som 1b, da det er tenkelig at man tilføyer til arbeidet som står skrevet og det blir naturlig å implisitt knytte det til resonnering.

I utgangspunktet vil ikke oppgaven invitere til resonnering, men det kan tenkes at læreren kan dra frem elevenes interne resonnering gjennom spørsmål. Den andre av disse tre har vi kategorisert som en 3b. På grunn av at vi ser det nødvendig å måtte ta i bruk en eller annen form for resonnering for å utføre oppgaven. I tillegg til at det ligger en implisitt hensikt i figurenes oppstilling, da vi ser det nødvendig å stille disse opp mot hverandre i arbeidet med oppgaven. Det vil være naturlig å se etter sammenhengen mellom regnestykket og illustrasjonen. I den siste quizen ser vi ingen direkte koblinger til

resonnering, fordi oppgaven går ut på å velge ut riktig svar for et regnestykke, noe som er en instrumentell operasjon.

Mattestreker s.34 og 35

**7.7** Divisjon med plassverdiklasser

1. I det første løpet deler det ut 78 dråper med drivstoff til sjåferene. Hvor mange dråper får de hver?

2. Hvor mange dråper blir det til hver sjåfer?

I slag er det 96 dråper og 6 sjåfer.

$$96 : 6 = \dots \text{ dråper til hver sjåfer.}$$

$$60 : 6 = \dots \quad 36 : 6 = \dots$$

I slag er det 54 dråper og 3 sjåfer.

$$54 : 3 = \dots \text{ dråper til hver sjåfer.}$$

$$30 : 3 = \dots \quad 24 : 3 = \dots$$

Mattestreker s.34 og 35

3. Les oppgavene sånn som du vil.

1. Gigibilly skal kjøre 84 km. Hver etappe er 7 km. Hvor mange etapper er det?

Det er ..... etapper.

2. Jungelen skal kjøre 78 km. Det er 6 like lange etapper. Hvor mange km er hver etappe?

Hver etappe er ..... km.

4. Les divisjonstakkene.

$50 : 5 = \dots$	$40 : 4 = \dots$	$60 : 6 = \dots$
$25 : 5 = \dots$	$20 : 4 = \dots$	$24 : 6 = \dots$
$75 : 5 = \dots$	$60 : 4 = \dots$	$84 : 6 = \dots$

Figur 6.34 Mattestreker 4b: Mattestreker s.34 og 35 fra økt 7.7 (Kahoot! DragonBox AS).

Videre har vi læreboka, Mattestreker. De aktuelle sidene har vi satt som at ikke inneholder resonnering, da elevene ikke blir bedt om å forklare tankegangen sin og oppgavene i stor grad er rene regneoppgaver.

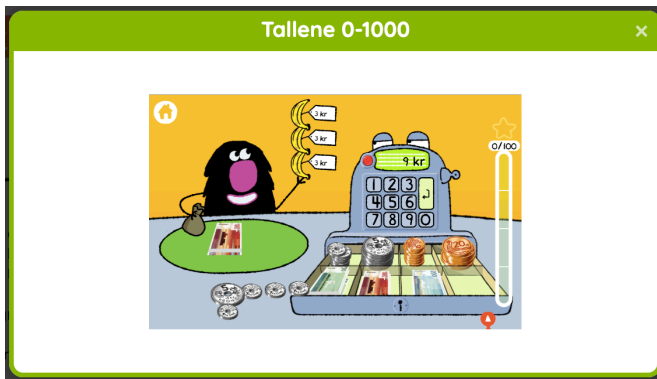
**Lag egne tekstoppgaver**

**Utstyr: Ark og skrivesaker**

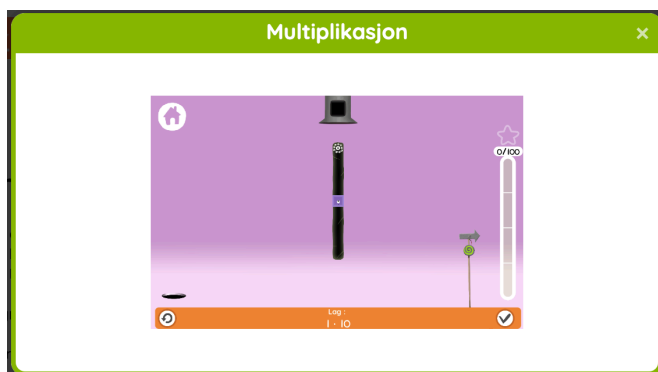
Med utgangspunkt i oppgavene i Mattestreker skal elevene lage tekstoppgaver til hverandre. De kan bruke fordeling av dråper eller etappelengder som utgangspunkt, eller de kan finne på noe helt annet.

Figur 6.35 Øving: Praktisk oppgave fra økt 7.7 (Kahoot! DragonBox AS).

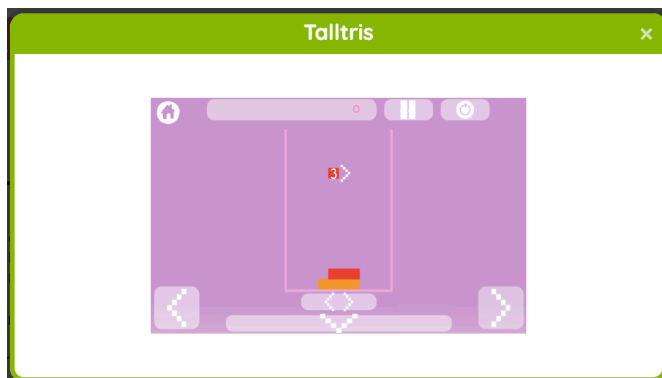
I øvingsdelen av økta har vi også praktiske oppgaver. I delkapittel 7.7 har vi satt den praktiske oppgaven som å ikke inneholde resonnering. Noe vi gjør på grunn av at det i oppgavene i læreboka, som de skulle ta utgangspunkt i, ikke er resonnering. Det er en teoretisk mulighet for at resonnering kan forekomme, men vi ser dette som uavhengig av oppgaven.



Figur 6.36 Øving: Butikk fra økt 7.7 (Kahoot! DragonBox AS).



Figur 6.37 Øving: Multiplikanoom fra økt 7.7 (Kahoot! DragonBox AS).



Figur 6.38 Øving: Talltris fra økt 7.7 (Kahoot! DragonBox AS).

Til slutt i øvingsdelen av delkapittel 7.7 er det tre “oppgaver i kjelleren” som er oppgaver elevene får tilgang til når de er ferdig med quizene (se figur 6.36-6.38). I disse har vi påvist null resonnering, da det er oppgaver som fokuserer veldig på mengdetrening gjennom spill, og som ikke nødvendigvis krever resonnering i hverken utførelsen eller svarene. Igjen, i likhet med andre oppgaver som ikke inneholder resonnering, er det en mulighet for at resonnering kan oppstå, men det vil da være tilfeldig.

## Oppsummering

**Dagens økt**

- Elevene omgrupperer tall for å løse divisjonsoppgaver (f.eks.  $84 : 7 = 70 : 7$  og  $14 : 7$ )
- Elevene kan gruppere flersifrede tall i hundrer, tiere og enere for å løse divisjonsoppgaver
- Elevene lager tegninger/modeller for å løse tekstoppgaver med divisjon

Elevene finner fem nettbrettet sitt. Gi en divisjonsoppgave, f.eks.  $65:5$ , og la de løse den på valgfri måte. Ta en felles gjennomgang av ulike strategier.

Figur 6.39 Oppsummering: Dagens økt fra økt 7.7 (Kahoot! DragonBox AS).

I oppsummeringen finner vi ingen resonnering i de tre øverste punktene, da dette er en gjentakelse av målene for økta. Derimot har vi kategorisert teksten under punktene for en 2b. (figur 6.39). På grunn av at elevene først skal velge en måte og løse en gitt oppgave, for så å snakke felles om deres ulike strategier. Noe vi mener legger opp til en lærerstyrt matematisk samtale hvor det å forklare tankegangen sin blir en naturlig del.

### 6.1.4 Funn av resonnering

I tabellen under viser vi en oversikt over den totale analysen som vi har gjennomført. Vi har kategorisert funnene av resonnering som vi har gjort oss fordelt på de ulike kapitlene i utvalget vårt. Merk at disse tallene ikke kan stå alene for å besvare oppgaven vår, men fungerer mer som en oversikt av hvor vi finner resonnering, hvor mye og hvordan fordelingen ser ut. Gjennom tabellen kan vi se hvordan det er tilfeller av resonnering i alle kapitlene. Dette gjelder også for alle metodedelene og typene av resonnering, med unntak av oppsummering og kategori 3a i kapittel 6.

	Frekvens av Resonnering pr. kapittel			Frekvens av resonnering pr. metodedel		Frekvens av type resonnering (if. rammeverk)	
	Økt 4.1	Økt 4.2	Økt 4.3	Mål		1A	
Kapittel 4: Divisjon med tallene 0-100	6	9	10	Oppvarming	11	1B	22
	Økt 4.4	Økt 4.5	Økt 4.6	Utforskning	9	2A	11
	5	9	9	Samtale	10	2B	12
	Økt 4.7	Økt 4.8	Økt 4.9	Øving	43	3A	8
	9	13	3	Oppsummering	1	3B	14
	Økt 4.10	Økt 4.11					
	7	8					
Kapittel 6: Algebra og mønstre	Økt 6.1	Økt 6.2		Mål	14	1A	18
	2	5		Oppvarming	8	1B	4
	Økt 6.3	Økt 6.4		Utforskning	4	2A	10
	9	5		Samtale	6	2B	3
	Økt 6.5	Økt 6.6		Øving	7	3A	0
	7	5		Oppsummering	0	3B	3
	Økt 6.7	Økt 6.8					
	3	3					
Kapittel 7: Divisjon med tallene 0-100	Økt 7.1	Økt 7.2		Mål	1	1A	16
	6	6		Oppvarming	8	1B	9
	Økt 7.3	Økt 7.4		Utforskning	6	2A	8
	5	6		Samtale	7	2B	4
	Økt 7.5	Økt 7.6		Øving	16	3A	1
	5	5		Oppsummering	7	3B	7
	Økt 7.7	Økt 7.8					
	8	4					

Tabell 6.1 Egen tabell for frekvensen av resonnering i analysen av delkapittel 4.8, 6.3 og 7.7.

Vi har sett det nødvendig å se på frekvensen av og typen resonnering i DS for å kunne besvare forskningsspørsmålet vårt. Våre funn viser at DS har en generell tilstedeværelse av resonnering i det utvalget vi har analysert. Som vi ser i tabell 6.1, har vi funnet tilfeller av resonnering i alle kapitler og delkapitler. I diagram 6.1, ser vi innholdet av resonnering i de tre delkapitlene fra analysen som vi har presentert, og hvordan resonneringen fordeler seg over de ulike delene i lærerveiledningen og i forhold til hvert av delkapitlene.

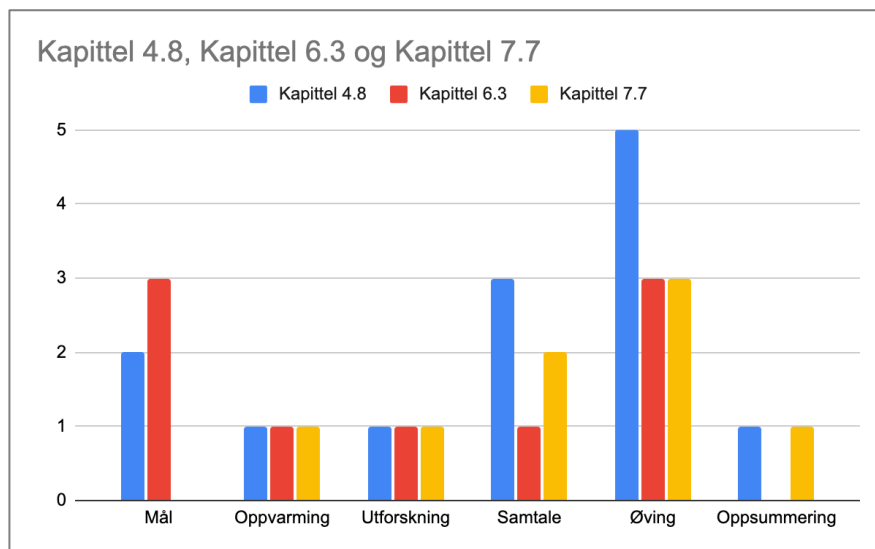


Diagram 6.1 Frekvens av resonnering pr. del for analysen pr. delkapittel.

Videre i diagram 6.2 viser vi til en oversikt over forekomsten av eksplisitt og implisitt resonnering i de utvalgte kapitlene. Det er funnet størst forekomst av resonnering i kapittel 4 både implisitt og eksplisitt. Kapittel 4 er også eneste av de tre som har mer implisitt resonnering enn eksplisitt resonnering. Den totale forekomsten av eksplisitt og implisitt resonnering er  $A = 94$  og  $B = 78$ .

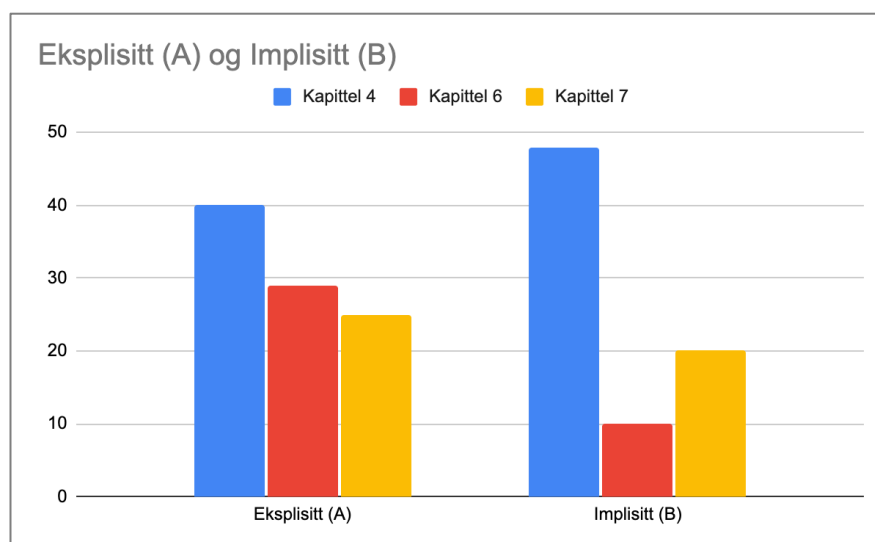


Diagram 6.2 Fordelingen av eksplisitt og implisitt resonnering pr. kapittel.

I tillegg til å se på forekomsten av eksplisitt og implisitt resonnering, har vi også sett på hvordan tilfellene av resonnering forholder seg til Jeannotte og Kieran (2017) sine to prosessaspekter for resonnering. I diagram 6.3 ser vi hvordan funnene av eksplisitt og implisitt resonnering stiller seg i forhold til disse aspektene. Vi finner 5 tilfeller av prosesser relatert til likheter og ulikheter i forekomsten av eksplisitt resonnering, og 17 tilfeller av samme i forekomsten av implisitt resonnering. Totalt finner vi 8 tilfeller av prosesser relatert til validering, og finner disse kun i forekomstene av eksplisitt resonnering. Det er større tilstedeværelse av prosesser som relaterer til likheter og ulikheter.

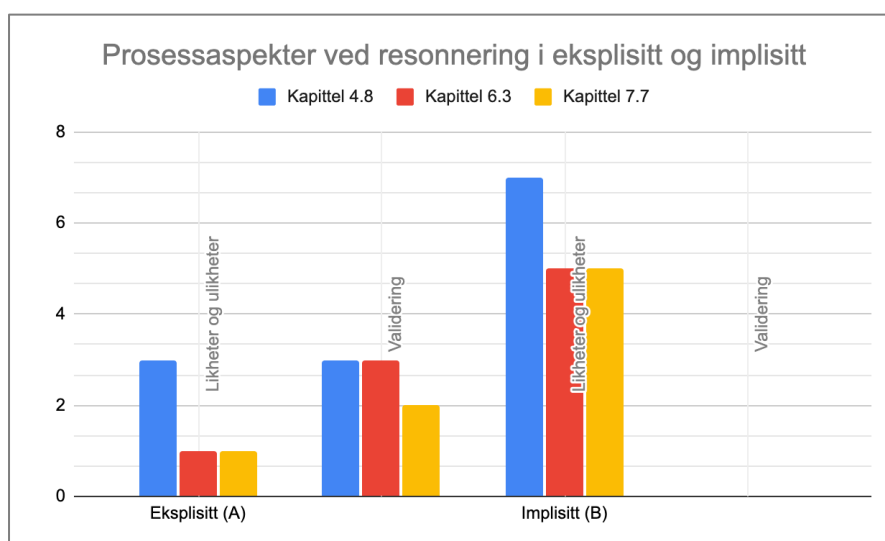


Diagram 6.3 Fordelingen av prosessaspekter ved resonnering for eksplisitt og implisitt resonnering pr. delkapittel.

## 7.0 Diskusjon

Målet for oppgaven vår er å se på hvordan DS legger til rette for elevers resonnering på 4.trinn. I analysekapittelet har vi sett nærmere på tre av delkapitlene vi har analysert. Vi har sett på frekvensen av resonnering i delkapitlene for så og se på hvordan resonnering kommer frem i disse tilfellene. I diskusjonskapittelet skal vi derfor legge frem funnene fra analysen vår og diskutere disse opp mot teori og tidligere forskning.

### 7.1 Hvordan legger DragonBox Skole til rette for elevers resonnering på 4.trinn?

Våre funn viser at DS legger til rette for resonnering i sitt læreverk ved å eksplisitt og implisitt tilføye resonnering til lærerveiledningen og oppgavene sine. Vi ser at DS legger opp til resonnering gjennom individuelt arbeid, samtaler, praktiske oppgaver og gjennom lærerveiledningen. Vi har tatt i bruk vårt eget rammeverk for analysen av DS, og har blant annet sett på skillet mellom hvordan læreverket legger opp til resonnering. For dette har vi to kategorier som vi har sett på: eksplisitt og implisitt.

#### 7.1.1 Hvordan kommer eksplisitt resonnering til syne?

I vår masteroppgave har vi definert eksplisitt resonnering som elementer ved lærerveiledningen eller oppgaver som direkte ber om resonnering. Dette inkluderer både deler av lærerveiledningen som oppfordrer læreren til å legge til rette for resonnering i klasserommet samt oppgaver og tekst som skriftlig krever resonnering fra elevene.

Den eksplisitte resonneringen har en tendens til å komme til uttrykk i DS sine muntlige elementer. Det vil si de delene av lærerveiledningen og DragonBox-metoden som er tiltenkt å være muntlige; mål, oppvarming, utforskning, samtale og oppsummering. Dette funnet understreker viktigheten av den gode matematiske samtalen som Wæge (2015) beskriver i sin teori. Likevel, er ikke det ikke gitt at alt som er kategorisert som eksplisitt kun vil komme frem i de muntlige elementene, da tilfeller av eksplisitt resonnering har kommet frem i øvingsoppgaver.

#### 7.1.2 Hvordan kommer implisitt resonnering til syne?

Implisitt resonnering handler om den resonneringen som vi kan forvente at skjer, men som ikke står skrevet. Denne typen resonnering er vanskeligere å kategorisere, da vi må skille mellom resonnering som vil komme til å skje i arbeidet med en oppgave og resonnering som



skjer av ren tilfeldighet. Vi har funnet implisitt resonnering i ulik grad gjennom alle elementene i læreverket: Mål, oppvarming, utforskning, samtale, øving og oppsummering. Likevel, ser vi at den implisitte resonneringen oftest kommer til syne i øvingsdelen. Dette kan ha en sammenheng med at oppgavene i øvingsdelen ofte inkluderer illustrasjoner, som gjør det mulig for elevene å se en sammenheng mellom utregning og modell. Ved å gjøre dette, legges det opp til at det kan skje resonnering som ikke er tilfeldig, men som kommer som et produkt av denne sammenhengen. NCTM (2000) viser til det å se sammenhenger som vesentlig innenfor resonnering. I tillegg legger dette seg tett opp mot Niss og Jensen (2002) sin definisjon av resonnementkompetanse, der de understreker våre antakelser om at rene regneoperasjoner kan trigge resonnering.

### *7.1.3 Ikke forutsette funn*

I metodekapittelet begrunner vi utvalget av delkapitlene vi har inkludert i analysen vår. Kapittel 6 ble valgt på bakgrunn av at vi antok at dette kapittelet skulle inneholde mer resonnering enn andre kapitler. Dette antok vi på grunn av navnet - algoritmer og mønstre. I motsetning, fant vi mindre tilfeller av resonnering i dette kapittelet. Grunnen for denne antakelsen ligger i det Lithner (2007) skriver om en generell større tilstedeværelse av imitativ resonnering i skolen. En underkategori av denne resonneringen er «algoritmisk resonnering» og vi antok derfor at det ville være en større forekomst av resonnering i dette kapittelet. Ved senere anledning har vi sett en sammenheng mellom kapittelets mindre mengde av resonnering og at dette er DS sin intro til algoritmer. Med bakgrunn i at dette trolig er elevenes første møte med bevisst algoritmisk tenkning, kan det tenkes at dette ligger utenfor elevenes proksimale utviklingszone. Dette gjør at det blir et for stort sprang mellom deres nåværende kunnskap og hva de kan få til med hjelp fra lærer eller andre (Vygotsky, 1978).

## 7.2 Hva slags resonnering legger DragonBox Skole opp til?

Vi har sett tilfeller av begge kategoriene til Jeannotte og Kieran (2017) innenfor prosessaspektet for resonnering. Generelt i analysen har vi sett en større andel med resonnering som faller inn under «prosesser relatert til å se etter likheter og ulikheter».

### *7.2.1 Prosesser relatert til å se etter likheter og ulikheter*

Det kan være en sammenheng mellom den større tilstedeværelsen av «prosesser relatert til å se etter likheter og ulikheter» da den andre kategorien blant annet tar for seg *bevis* og *formelle*

*bevis*, noe som ikke vektlegges i stor grad i småskolen. (Stylianides, 2007). «Prosesser relatert til å se etter likheter og ulikheter» innebærer *generalisering, påstander, identifisere mønstre, sammenlikning og klassifisering*. Dette er i tillegg prosesser som enkelt kan tilpasses ulike nivåer og klassetrinn, og som mange elever kan møte på sitt eget nivå. I likhet med Vygotskys proksimale utviklingszone kan læreren her støtte elevene med hjelp for å muliggjøre videre utviklingen av disse ulike prosessene for resonnering. (Vygotsky, 1978).

### 7.2.2 Prosesser relatert til validering

I den presenterte analysen vår av tre delkapitler (4.8, 6.3 og 7.7) fant vi totalt 30 tilfeller av resonnering. Vi finner at til sammen 22 av disse tilfellene av resonnering legger seg under prosesser relatert til likheter og ulikheter. De resterende tilfellene av resonnering legger seg under prosessen *begrunnelse* innenfor “prosesser relatert til validering”, noe som da gjaldt 8 tilfeller av resonnering. Dette ser vi opp mot, som tidligere nevnt, Stylianides (2007) som beskriver bevis som noe ukjent og abstrakt for elever i småskolen. Men som likevel, påpeker sentrale verdier ved en tidligere tilnærming til bevis. Vi ser derfor ‘begrunnelse’ som en form for en forenklet tilnærming av bevis i matematikkfaget i småskolen, og det derfor i en grad utelukker de to andre prosessene innenfor denne kategorien. Det å legge til rette for tidlig resonnering i skolen vil gi elevene muligheten til å bli vant med å følge egne og andres tankeganger. DS legger til rette for resonneringsprosesser relatert til validering ved å ha oppgaver der elevene må begrunne egne tankeganger. I likhet med Lithner (2007) sin definisjon av resonnering legges fokuset på å forklare seg, og ikke nødvendigvis på å ha det riktige svaret.

## 8.0 Konklusjon

I konklusjonskapittelet skal vi legge frem det vi sitter igjen med etter analysen og diskusjonen. Det overordnede spørsmålet som vi ønsker å besvare, er hvordan DS legger til rette for elevers resonnering på 4.trinn.

### 8.1 Hvordan legger DragonBox Skole til rette for elevers resonnering på 4.trinn?

Gjennom oppgaven kommer det frem at DS legger til rette for flere forekomster av resonnering i læreverket sitt. Helt spesifikt ser vi at læreverket legger til rette for elevers resonnering gjennom lærerveiledninger og oppgaver hvor det kreves eller oppfordres til resonnering. Vi har i studien vår differensiert mellom eksplisitt og implisitt resonnering og finner på grunnlag av dette at DS legger til rette for flere tilfeller av resonnering der resonnering er sannsynlig, uavhengig av utenforstående faktorer. Samtidig ved tilfellene der det er implisitt resonnering som er tilfellet vil faktorer som elev, lærer og klasse ha en virkning på om resonnering forekommer eller ikke. DS er også et læreverk som forholder seg til sin egen metode, og flere av valgene de har lagt opp til i lærerveiledningen vil ha innvirkning på utbyttet man får av læreverket og hvordan dette kan føre til resonnering, dersom man velger å ikke ta det i bruk. DS viser til at de ønsker at «(...) elevene skal delta i samtaler, beskrive og argumentere for hva de ser og oppdager.» (DragonBox, u.å.(b1)), samt at man må legge til rette for resonnering og argumentasjon (Dragonbox, u.å.(e), 2:35). Gjennom oppgaven vår mener vi at DS lykkes med dette.

### 8.2 Pedagogiske implikasjoner

DS legger til rette for resonnering, men legger mye ansvar på læreren. Den implisitte resonneringen som vi har funnet krever i mange tilfeller at læreren er forberedt og kan stille de rette oppfølgingsspørsmålene for å trigge resonnering. Våre funn viser til at det er mest eksplisitt resonnering i DS, noe som gjør det enklere for både lærere og elever å se mulighetene for resonnering. Samtidig, krever det at læreren er aktiv for å fange opp DS sine implisitte tilfeller av resonnering i læreverket. Læreren spiller en viktig rolle, og det er på ingen måte godt nok å bare følge boka uten å være forberedt.

### 8.3 Implikasjoner for videre forskning

Lepik et al. (2017) påpeker hvor mange som bruker et læreverk og konsekvensene av et godt utarbeidet verktøy for både lærere og elever i skolen. Lærebøkene er et viktig verktøy for å utvikle matematisk kunnskap. Enhver forskning eller forbedring vil være med å gjøre store endringer i arbeidet med å skape de beste lærebøkene. Vår forskning er med på å bidra til å være mer kritisk og opplyst i valget av læreverk. Som nevnt baserer oppgaven vår seg på et nokså lite utvalg av helheten som er hele læreverket til DS. Vi kan derfor ikke konkludere om DS legger til rette for resonnering i sin helhet, da vi har tatt et mindre utvalg. Vi kan likevel konkludere at DS legger til rette for resonnering i de utvalgte kapitlene. På grunn av dette ser vi det relevant for videre forskning å gjennomføre en større og mer helhetlig analyse av forekomsten av resonnering i læreverket. En annen studie kunne vært å forske på bruken og virkningen av læreverket, noe som Rezat og Strässer (2017) foreslår.

### 8.4 Tilbakeblikk

Arbeidet vi har lagt ned for å skrive denne oppgaven føles på dette stadiet som noe som har gått veldig fort, og som i etterkant har gitt oss mye mer enn vi trodde det skulle. Likevel når vi ser tilbake på valg vi har gjort, finnes det alltid ting som vi kunne ha endret for å gjøre prosessen enklere for oss selv. Vi kunne for eksempel valgt å bruke et ferdig analytisk rammeverk. Da hadde vi blant annet unngått prosessen rundt å definere de ulike kategoriene i vårt eget rammeverk, og analysen og funnene ville trolig vært noe annerledes. Derimot har arbeidet rundt det analytiske rammeverket vært med på å gi oss helt nye egenskaper vi ikke hadde før vi begynte å skrive oppgaven, og vi tror arbeidet som har ledet oss hit har vært med på å gi oss nye perspektiver innenfor DS, lærebøker og elevers resonnering.

### 8.5 Prosjektets betydning for oss selv

Vi har gjennom flere tilfeller i masteren henvist til ulike kilder som viser til positive sider ved en tidlig tilnærming til bevis i grunnskolen. I tillegg til at vi har tilegnet oss en overordnet og bredere forståelse for betydningen av resonnering i klasserommet, tror vi at dette kommer til å positivt påvirke oss som fremtidige lærere.

## Litteraturliste

- Bieda, K. N., Ji, X., Drwencke, J. & Picard, A. (2014). Reasoning-and-proving opportunities in elementary mathematics textbooks. *International Journal of Educational Research*, 64, 71-80. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2013.06.005>
- Boaler, J. & Brodie, K. (2004). The importance, nature, and impact of teacher questions. I D. E. McDougall & J. A. Ross (Red.), *Proceedings of the twenty-sixth annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Bind 2, s. 774-790). Toronto, Canada: OISE/UT.
- Bowen, G. A. (2009). Document analysis as a qualitative research method. *Qualitative Research Journal*, 9(2), 27-40. <https://doi.org/10.3316/QRJ0902027>
- Bragg, L. A., Herbert, S., Loong, E. Y.-K., Vale, C. & Widjaja, W. (2016). Primary teachers notice the impact of language on children's mathematical reasoning. *Mathematics Education Research Journal*, 28(4), 523–544. <https://doi.org/10.1007/s13394-016-0178-y>
- Davis, J. D. (2012). An examination of reasoning and proof opportunities in three differently organized secondary mathematics textbook units. *Mathematics Education Research Journal*, 24(4), 467-491. <https://doi.org/10.1007/s13394-012-0047-2>
- DragonBox. (2021(a), 27. januar). *Reisen til DragonBox* [Video]. Vimeo. <https://vimeo.com/505166338>
- DragonBox. (2021(b)). *Oppstart 2021 DragonBox-metoden* [Video]. DragonBox. <https://trinn4.dragonbox.no/installation/steps/4/12.html>
- DragonBox. (u.å.(a)). About us. Hentet 26. februar 2024 fra <https://dragonbox.com/about>

DragonBox. (u.å.(b1)). *Bli kjent med DragonBox-metoden*. Hentet 3. mars 2024 fra <https://trinn4.dragonbox.no/installation/steps/1/1.html>

DragonBox. (u.å.(b2)). *Bli kjent med DragonBox-metoden* [Video]. DragonBox. Hentet 3. mars 2024 fra <https://trinn4.dragonbox.no/installation/steps/1/1.html>

DragonBox. (u.å.(c)). *Our story*. Hentet 18. april fra <https://dragonbox.com/about/story-story>

DragonBox. (u.å.(d)). *DragonBox Skole*. Hentet 7. mars 2024 fra <https://www.dragonbox.no/skole>

DragonBox. (u.å.(e)). *DragonBox-metoden* [Video]. DragonBox. Hentet 4. mars 2024 fra <https://trinn4.dragonbox.no/installation/steps/1/1.html>

DragonBox. (u.å.(f)). *Kapitteloversikt*. Hentet 6. mai 2024 fra <https://trinn4.dragonbox.no/>

DragonBox. (u.å.(g)). *Bli kjent med Noomene*. Hentet 8. mai 2024 fra <https://www.dragonbox.no/skole/1trinn>

Forskrift til opplæringslova. (2006). Forskrift til opplæringslova. (FOR-2006-06-23-724). Lovdata. <https://lovdata.no/dokument/SF/forskrift/2006-06-23-724/>

Howe, C., Hennessy, S., Mercer, N., Vrikki, M., & Wheatley, L. (2019). Teacher–Student Dialogue During Classroom Teaching: Does It Really Impact on Student Outcomes? *Journal of the Learning Sciences*, 28(4–5), 462–512. <https://doi.org/10.1080/10508406.2019.1573730>

Jeannotte, D. & Kieran, C. (2017). A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 96(1), 1–16. <https://doi.org/10.1007/s10649-017-9761-8>

Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (2001). *Executive summary: Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics*. National Academies of Sciences.

<https://doi.org/10.17226/9822>

Knox, J. (2017). Proving that proof has a place in the primary classroom. *Set: Research Information for Teachers*. 9-14. <https://doi.org/10.18296/set.0086>

Kongelf, T. R. (2019). *Matematisk innhold og matematiske metoder i lærebøker brukt på ungdomstrinnet i Norge: Gullgruve eller fallgruve for utvikling av matematisk kompetanse i problemløsning og algebra?* [Doktorgradsavhandling]. Universitetet i Agder.

Kunnskapsdepartementet. (2017). Overordnet del – verdier og prinsipper for grunnopplæringen. Fastsatt som forskrift ved kongelig resolusjon. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. <https://www.udir.no/lk20/overordnet-del/prinsipper-for-laring-utvikling-og-danning/kompetanse-i-fagene/?kode=mat01-05&lang=nob>

Kunnskapsdepartementet. (2019). Læreplan i matematikk (MAT01-05). Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. <https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/kjerneelementer?lang=nob>

Lepik, M., Grevholm, B. & Viholainen, A. (2017). Using textbooks in the mathematics classroom – the teachers' view. I B. Grevholm (Red.), *Mathematics textbooks, their content, use and influences: Research in Nordic and Baltic countries* (s.287-315). Cappelen Damm Akademisk.

Lithner, J. (2007). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 67, 255–276. <https://doi.org/10.1007/s10649-007-9104-2>

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and standards for school mathematics*.

NESH. (2016). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi*. Hentet fra <https://www.forskningsetikk.no/retningslinjer/hum-sam/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-og-humaniora/>

Niss, M. & Højgaard, T. (2019). Mathematical competencies revisited. *Educational Studies in Mathematics*, 102, 9–28. <https://doi.org/10.1007/s10649-019-09903-9>

Niss, M. & Jensen, T. H. (2002). *Kompetencer og matematiklæring: Ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark*. (Uddannelsesstyrelsens temahæfteserie nr. 18 – 2002). Undervisningsministeriets forlag. <https://www.matematiksenteret.no/sites/default/files/attachments/page/Kompetencer%20og%20matematikl%C3%A6ring.pdf>

NOU 2014:7. (2014). *Elevenes læring i fremtidens skole: Et kunnskapsgrunnlag*. Kunnskapsdepartementet. <https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/NOU-2014-7/id766593/?ch=4>

Postholm, M. B. & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanning* (utg.1). Cappelen Damm Akademisk.

Regjeringen. (2018). *NOU 2018: 2 – Fremtidige kompetansebehov I – Kunnskapsgrunnlaget*. <https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/nou-2018-2/id2588070/?ch=3>

Rezat, S. & Sträßer, R. (2012). From triangle to tetrahedron: artifacts as fundamental constituents of the didactical situation. *ZDM – The international Journal on Mathematics Education*, 45(5), 659-670. <https://doi.org/10.1007/s11858-012-0448-4>

Rezat, S. & Sträßer, R. (2017). Methodological issues and challenges in research on mathematics textbooks. I B. Grevholm (red.), *Mathematics textbooks, their content, use and influences: Research in Nordic and Baltic countries* (s.495-514). Cappelen Damm Akademisk.



Ryssevik, T. (2018, 10 oktober). *Læreplanar – mellom teori, trendar og tradisjon*. Utdanningsforbundet. <https://www.utdanningsforbundet.no/var-politikk/publikasjoner/2018/lareplanar--mellom-teori-trendar-og-tradisjon/>

Røsseland, M. (2005). Hva er matematisk kompetanse. *Tangenten*, 12-18. [https://beta.matematikkenteret.no/sites/default/files/attachments/page/rosseland\\_1\\_2005.pdf](https://beta.matematikkenteret.no/sites/default/files/attachments/page/rosseland_1_2005.pdf)

Skemp, R. R. (2006). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 12(2), 88–95. <http://www.jstor.org/stable/41182357>

Stylianides, A. J. (2007). Proof and proving in school mathematics. *Journal for research in mathematics education*, 38(3), 289-321. <https://www.jstor.org/stable/30034869>

Stylianides, G. J. (2008). An Analytic Framework of Reasoning-and-Proving. *For the Learning of Mathematics*, 28, 9-16. <https://www.jstor.org/stable/40248592>

Utdanningsdirektoratet. (2004(a)). Læreplan i matematikk fellesfag (MAT1-04). Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2006. <https://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Formaal?lplang=http://data.udir.no/kl06/nob>

Utdanningsdirektoratet. (2004(b)). Læreplan i matematikk fellesfag (MAT1-04). Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2006. [https://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Grunnleggende\\_ferdigheter?lplang=http://data.udir.no/kl06/nob](https://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Grunnleggende_ferdigheter?lplang=http://data.udir.no/kl06/nob)

Utdanningsdirektoratet. (2019, 18. november). *Hva er kjerneelementer?* <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/stotte/hva-er-kjerneelementer/>

Utdanningsdirektoratet. (2023, 27. juni). *Innføring og overgangsordninger for nye læreplaner*. <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/innforing-og-overgangsordninger-for-nye-lareplaner/>

Vennerød-Diesen, F. F., Siddiq, F., Smedsrud, J., Bugge, M. & Daus, S. (2021). *Innovativ matematikkundervisning på barnetrinnet førte til positive resultater*. (NIFU Innsikt nr.11 - 2021). Norges institutt for studier av innovasjon, forskning og utdanning. <https://nifu.brage.unit.no/nifu-xmlui/bitstream/handle/11250/2757457/NIFU-innsikt2021-11%20InnovativMat.pdf?sequence=10&isAllowed=y>

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes*. Harvard University Press.

Vygotsky, L. S. (1989). *Thought and Language*. The MIT Press.

Wæge, K. (2015). Samtaletrekk - redskap i matematiske diskusjoner. *Tangenten*, 22-27. <https://tangenten.no/wp-content/uploads/2021/12/tangenten-2-2015-nettet.pdf>

Wæge, K. & Torkildsen, S. H. (2019). Å planlegge og lede en målrettet matematisk samtale. *Realfagsløyper*, 1-12. <https://www.matematikkenteret.no/sites/default/files/2022-09/%C3%85%20planlegge%20og%20lede%20en%20m%C3%A5lrettet%20matematisk%20samtale.pdf>

## Vedlegg

### Vedlegg 1 – Tillatelse til å bruke DragonBox Skole bilder og illustrasjoner

Hei!

Dere kan bruke illustrasjoner fra læreverket i oppgaven deres.  
Send gjerne oppgaven når dere er ferdige. Det er alltid gøy å lese.  
Vi ønsker dere masse lykke til med oppgaven!

God påskeferie 🐣

Hilsen Gunnhild

Gunnhild B. Nergård

Account Manager

Kahoot **DragonBox**

Tlf: 930 15 477

[gunnhildn@kahoot.com](mailto:gunnhildn@kahoot.com)