UiA Universitetet i Agder

Master

Utforskende og etterforskende eksamensoppgaver

En studie om hvordan utforsking og etterforsking kommer til utrykk i eksamensoppgaver i 1P.

HALLVARD HAGELAND
BJØRG ASLAUG INNTJORE

VEILEDERE
Håkon Malvin Raustøl
Stig Eriksen

Universitetet i Agder, 2024
Fakultet for teknologi og realfag
Institutt for matematiske fag

UiA Universitetet i Agder

Master

Forord

For fem år siden satt vi skrekkslagne i et auditorium etter at foreleseren hadde sagt at 40 % kom til å stryke på eksamen i kalkulus. Likevel var det håp siden statistikken viste også at bare et fåtall av de som møtte opp på gruppetimene, var en del av denne prosenten. Dermed møtte vi (som regel) opp på gruppetimene. Gruppetimene gjorde ikke bare at vi stod på eksamen, det skapte også et samhold blant lektorstudentene på studiet. Etter hvert som årene gikk, fortsatte vi med å jobbe med oppgaver i fellesskap. Vi ønsker å rette en stor takk til medstudentene våre. Uten dere hadde vi aldri kommet oss igjennom studieløpet. Videre vil vi også takke MatRIC for all gratis kaffe og matematikkhjelp. Det er med stor glede og lettelse at vi nå kan feire levert masteroppgave og et fullført studieløp.

Vi vil også rette en stor takk til våre veiledere, Håkon Malvin Raustøl og Stig Eriksen. Takk for at dere tok dere tid til veiledning så ofte som annenhver uke. Takk for konstruktive og konkrete kommentarer. Takk for at dere alltid hadde troen på oss og på oppgaven. En ekstra takk til Stig for sjokolade på kontoret og prat om livet ellers. Det har vært fint å ha dere som veiledere og som forelesere.

Sist, men ikke minst, har vi lyst å takke hver vår familie og venner. Vi er begge veldig takknemlige for å ha gode folk rundt oss som minner oss på at det finnes viktigere ting i livet enn skole og utdanning. En ekstra takk til Bjørgs mor for å lese igjennom oppgaven.

Kristiansand, mai 2024

Sammendrag

Endringer skjer stadig i samfunnet vårt. For å dekke behovene til fremtidens samfunn, ble kjerneelementene innført i matematikkfagene på skolen ved den nye læreplanen (LK20). Et av kjerneelementene er utforsking og problem-løsning. Denne studien tar for seg hvordan utforsking kommer til utrykk i eksamens-oppgaver i 1P. Vi har valgt å skille mellom utforsking og etterforsking (Ponte, 2015). Både utforskende og etterforskende oppgaver er åpne oppgaver, men etterforskende oppgaver er mer komplekse enn utforskende oppgaver. Forskningsspørsmålet er som følger.

> *Hvordan kommer utforsking og etterforsking til utrykk i eksamensoppgaver i 1P etter LK20?*

For å få svar på dette forskningsspørsmålet gjennomførte vi en innholdsanalyse. Vi utarbeidet et analyseverktøy som tok utgangspunkt i åpenhet og kompleksitet. Slik analyserte vi 130 deloppgavene fordelt på 5 eksamenssett. Videre valgte vi å analysere nærmere de fire oppgavene som skilte seg ut som de mest utforskende, og de to oppgavene som skilte seg ut som de mest etterforskende.

Vi har laget et koordinatsystem for å kategorisere oppgavene og plottet dem inn i dette koordinatsystemet. Resultatene viser at de fire utforskende oppgavene og de to etterforskende er ganske forskjellige. Alle omhandler forskjellige matematiske kunnskap-områder. Det som kjennetegner de etterforskende oppgavene, er at alle har høy kompleksitet og høy åpenhet. Utforskende oppgaver har også høy åpenhet, men lav kompleksitet. Dette er visualisert i koordinatsystemet.

Abstract

Our society is evolving rapidly, demanding new competencies. To meet the needs of future society, core elements were introduced into mathematics education under the new curriculum (LK20). One of these core elements is exploration and problem-solving. This study examines how exploration is expressed in exam tasks in the 1P level. We differentiate between exploration and investigation (Ponte, 2015). Both exploratory and investigative tasks are open-ended, but investigation is more complex than exploration. The research question is as follows:

How do exploration and investigation manifest in exam tasks at the 1P level according to LK20?

To answer this question, we conducted a content analysis. We developed an analytical tool based on openness and complexity. Using this tool, we analyzed all 130 subtasks across 5 exam sets. Additionally, we delved deeper into the four tasks that stood out as the most exploratory and the two tasks that stood out as the most investigative.

We created a coordinate system to categorize the tasks and plotted them accordingly. The results show that all six tasks are quite distinct, covering different mathematical areas of knowledge. What characterizes the investigative tasks is their high complexity and high openness. Exploratory tasks also exhibit high openness but low complexity, as visualized in the coordinate system

Innholdsfortegnelse

Innholdsfortegnelse

1. Innledning

1.1 Formål med oppgaven og presentasjon av problemstillingen

Samfunnet vårt utvikler seg i et raskt tempo og vi får stadig behov for nye kompetanser. Regjeringen bestilte derfor en utredning og utnevnte det såkalte «Ludvigsen–utvalget» for å beskrive hva slags behov og kompetanser som er viktige i fremtidens skole. Det kom frem at kommende behov er å kunne bidra til nytenkning, innovasjon og omstilling i arbeidslivet. For å håndtere fremtidige samfunnsutfordringer, mener utvalget at skolen må legge til rette for at elevene utvikler evne til å utforske, se nye muligheter og utvikle nye løsninger (NOU 2015: 8). Dette er utgangspunktet til den nye læreplanen hvor utforsking og problemløsing er et av de fem kjerneelementene i matematikk. Elevenes kompetanse i å utforske og skape, er av stor verdi både samfunnsmessig, kulturelt og økonomisk. Samfunnet har et stort behov for innovasjon, forskning og nyskaping og kompetanse til å håndtere sammensatte oppgaver og utfordringer. Da er det viktig at elevene lærer kreativitet, innovasjon, kritisk tenkning og problemløsning (NOU 2015:8). Dette er kompetanser som blir sett på som viktige i fremtidens samfunn, og det er derfor viktig at elever tidlig lærer seg å tenke på denne måten.

Vi kan se at resultatene fra «Ludvigsen–utvalget» har påvirket Kunnskapsløftet 2020 i stor grad. Utdanningsdirektoratet skriver i LK20 om kjerneelementet utforsking og problemløsing at elevene blant annet skal «lete etter mønster, finne sammenhenger og diskutere seg fram til en felles forståelse … legge mer vekt på strategiene og fremgangsmåtene enn på løsningene … analysere og omforme kjente og ukjente problem, løse de og vurdere om løsningene er gyldige» (Utdanningsdirektoratet, 2020). Det kommer tydelig frem at fremgangsmåten er viktigere enn på selve svaret. Elevene skal kunne tenke kritisk og vurdere løsningene sine. I dag kan man bruke kalkulator, kunstig intelligens eller søke seg frem til de aller fleste svar. Derfor vil blir det viktigere å tenke kritisk, vurdere om svarene er gyldige, vite hvilken informasjon som er nyttig og bruke det på en god måte (OECD, 2005). Denne tenkemåten må derfor innføres i klasserommet, ikke bare i matematikken, men i alle fag.

Flere av kompetansemålene i læreplanen til 1P innebærer utforsking. Kompetansemålene er grunnlaget for både underveis- og sluttvurdering. Kompetansemålene skal gi elevene og lærlingene mulighet til å vise kompetanse på flere og ulike måter. Målene utformes slik at alle elevene/lærlingene skal kunne nå dem, men med ulik grad av måloppnåelse (Utdanningsdirektoratet, 2020).

Utforsking i kompetansemål i 1P (Utdanningsdirektoratet, 2020):

- ***Utforske*** *hvordan ulike premisser vil kunne påvirke hvordan matematiske problemer fra samfunnsliv og arbeidsliv løses.*
- ***Utforske****, beskrive og bruke begrepene proporsjonalitet og omvendt proporsjonalitet.*
- *Identifisere variable størrelser i ulike situasjoner og bruke dem til* ***utforsking*** *og generalisering.*
- *Bruke digitale verktøy i* ***utforsking*** *og problemløsing knyttet til egenskaper ved funksjoner, og diskutere løsningene.*

Utdanningsdirektoratet forklarer verbet utforske slik: «Å utforske handler om å oppleve og eksperimentere og kan ivareta nyfikne og undring. Å utforske kan bety å sanse, søke, oppdage, observere og granske. I noen tilfeller betyr det å undersøke ulike sider av en sak gjennom åpen og kritisk drøfting. Å utforske kan òg bety å teste eller prøve ut og evaluere arbeidsmetoder, produkt eller utstyr» (Utdanningsdirektoratet, 2020). Elevene skal ha kompetanse i hvordan matematiske problemer fra samfunns- og arbeidsliv løses. Dette skal gjøres gjennom å undre, sanse oppdage og vurdere. Elevene skal også kunne utforske konkrete begreper som proporsjonalitet og omvendt proporsjonalitet, de skal kunne bruke digitale verktøy når de utforsker og de skal utforske variable størrelser.

Denne masteroppgaven handler om hvordan evnen til å utforske testes på eksamen. Først har vi sett på hva læreplanen sier om utforsking. Videre vil vi se på hva faglitteraturen sier om utforsking. Faglitteraturen skiller mellom utforsking og etterforsking. Noen oppgaver er mer etterforskende enn andre utforskende oppgaver. En kan stille seg spørsmålet om hva som forventes at elevene skal kunne om utforsking når de går opp til eksamen. Derfor har vi valgt oss problemstillingen*:*

> *Hvordan kommer utforsking og etterforsking til utrykk i eksamensoppgaver i 1P etter LK20?*

Etter innføringen av den nye læreplanen opplevde flere matematikklærere at det var utfordrende å få tak på hva utforsking i matematikk egentlig ville si (UiO, 2024). Dette var motivasjon for denne masteroppgaven. Vår erfaring er at flere i elevgruppen 1P har liten motivasjon for matematikk. Forskning viser at utforskende undervisning passer godt for lavtpresterende elever (Kogan & Laursen, 2014). På bakgrunn av dette ønsket vi å se på eksamensoppgaver i 1P, fremfor eksamen i andre matematikkfag.

1.2 Eksamens betydning

I forskriften til opplæringsloven § 3-14 står det at sluttvurdering skal «gi kompetanse om eleven ... ved avslutninga av opplæring i faget» (Forskrift til opplæringsloven § 3-14). Videre står det at sluttvurderinga består av standpunktskarakter og eksamenskarakter og eventuelle karakterer knyttet til yrkesfaglige linjer på videregående skole. Om eksamen står det:

> *Ein eksamenskarakter skal vere uttrykk for den kompetansen kvar enkelt elev eller privatist viser på eksamen. Eksamen skal vere i samsvar med kompetansemåla i læreplanen, jf. § 3-3. Eksamen skal gi eleven eller privatisten høve til å vise sin kompetanse i så stor del av faget som mogleg ut frå eksamensforma.*
>
> *(Forskrift til opplæringsloven § 3-22).*

Kompetansemåla skal forstås i lys av teksten om faget, jf. § 3-3, derfor må også eksamen samsvare med kjerneelementene i faget (Forskrift til opplæringsloven § 3-3). Med andre ord så må eksamen inneholde utforsking.

Washback effect er et begrep som handler om at vurderinger påvirker hvordan undervisningen blir lagt opp (Bukh et al., 2022). Særlig vurderinger av høy betydning har denne effekten. Denne effekten kan være både positiv og negativ alt etter om det ender med god undervisningspraksis eller ikke. I Norge kan eksamen påvirke hvordan lærere legger opp matematikkundervisningen (Hundeland, 2014, s. 213). Flere lærere er opptatt av at elevene skal være godt forberedt til hva som kan møte dem på en eventuell eksamen. Dermed opplever de det vesentlig å dekke alle elementer en eksamen kan inneholde i undervisningen, fremfor å bruke tid på alternativ undervisning. Hvordan eksamens-oppgavene er påvirker hvordan undervisningen i klasserommet blir. Hvis utforsking skal finne sted i klasserommet, bør det slik sett også finne sted på eksamen.

1.3 Oppbygning av oppgaven

Denne masteroppgaven består av 7 kapitler og hvert kapittel har ulike delkapitler. Kapittel 1 er en presentasjon av hva masteroppgaven handler om. Kapittel 2 er en presentasjon av tidligere forskning som er relevant for vår problemstilling. Kapittel 3 er en presentasjon av rammeverket for vår forståelse av utforsking og etterforsking basert på forskningslitteratur. Kapittel 4 er en redegjørelse av metodene brukt i denne studien og valg vi har tatt underveis. Kapittel 5 er en fremleggelse av resultatene vi fikk etter å ha analysert alle eksamensoppgavene. Kapittelet inneholder også en analyse av oppgavene som hadde sterkest grad av utforsking og etterforsking. Kapittel 6 er en drøfting resultatene i lys av teorien, vi ønsker her å drøfte hvordan utforsking og etterforsking kommer til syne i eksamensoppgavene. Kapittel 7 inneholder en konklusjon av masteroppgaven og pedagogiske implikasjoner vi sitter igjen med etter arbeidet med oppgaven. Kapitel 8 er en oversikt over all litteraturen vi har brukt i denne masteroppgaven. Til slutt har vi i kapittel 9 lagt ved analysen av alle oppgavene.

2. Tidligere forskning

Vi har ikke funnet forskning på utforskende eksamensoppgaver i Norge. Det finnes en forskningsartikkel om eksempelsett og kjerneelementene. I dette kapittelet vil vi først se på artikkelen om eksempelsettene. I mangel på mer forskning om utforsking i eksamens-oppgaver, vil vi se på tidligere forskning på utforskende oppgaver. Vi vil presentere en rapport fra UiO som viser at selv om lærerne kan oppleve det vanskelig å legge til rette for utforsking, så er det i stor grad innført i timene. Til slutt vil vi også vise til internasjonal forskning på utforskende og etterforskende undervisning. Vi har valgt å ta med tidligere forskning om undervisning siden eksamen skal være et resultat av undervisningen i klasserommet.

Vos og Eriksen (2022) analyserte to eksempelsett knyttet til LK20. De vurderte om oppgave-settene samsvarte med kjerneelementene. I analysen benyttet de Utdanningsdirektoratet sin beskrivelse av kjerneelementene som definisjon av kjerneelementene. Resultatene viste at eksempeloppgavene til 1P og 1T, publisert i september 2020, gav elevene mulighet til å vise utforsking og problemløsning. Det samme gjorde også eksempelsettet til 1T, publisert i januar 2021. Eksempelsettene som ble publisert i januar 2021 til PY og 1P gav i mindre grad elevene mulighet til å vise utforsking og problemløsning.

Mohr–Skogan (2023) gjorde en oppgaveanalyse basert på 3 læreverk på 8.trinn i hennes masteroppgave. Masteroppgaven hennes beskriver hvordan lærebøkene har tolket begrepet utforsking. Hun vurderte oppgavene etter kognitive krav, kreativitet og åpenhet. På bakgrunn av analysen intervjuet hun to av forfatterne til lærebøkene. Samarbeid var en sentral del av utforskende oppgaver mente begge forfatterne. Å se etter sammenhenger, argumentere og åpenhet i oppgavene ble også trukket frem av forfatterne som stikkord for utforskende oppgaver.

2.1 Rapport fra UiO om utforsking i videregående skole i Norge

Universitetet i Oslo gjordet nylig en stor undersøkelse for å kartlegge undervisning i norsk videregående skole (UiO, 2024). Målet med rapporten var å svare på Utdannings-direktoratets oppdrag om å bidra til økt kunnskap om hva utforsking er. De har sett på utforsking i seks ulike fag på første og andre trinn på videregående skole. Det gjorde de for å se på hvilken måte utforsking i klasserommet fører til ønsket endring i praksis. Rapporten viser at lærerne utrykker at de er opptatt av å jobbe utforskende i fagene. Samtidig gir de også uttrykk for at det kan være en krevende arbeidsform. De sier at det er et tydelig samarbeid mellom lærerne som bidrar til å styrke profesjonsfellesskapet.

Gjennom videoovervåkning og intervjuer med lærere fant UiO kjennetegn ved utforskende undervisning i matematikk på vg1 (1P og 1T). Det kommer frem at mye av utforskingen som blir gjort likner problemløsing (UiO, 2024). Utover problemløsning er det lite utforsking i matematikktimene. Rammene og målet ble ofte satt av læreren, elevene fikk ikke stille egne spørsmål eller mulighet til å vise undring og utforskertrang. Lærerne som ble intervjuet i rapporten understreker at utforsking kan gjøres på ulike måter. Det kan være prøving og feiling, en praktisk situasjon eller med hjelp av digitale hjelpemidler. Felles for disse er at man etter hvert begynner å trekke tråder fra det konkrete til det abstrakte og se sammenhenger. For eksempel kan arbeid med figurtall og tallrekker for å lage formler for å beskrive et mønster føre til generaliseringer (UiO, 2024).

Selv om lærere synes det er vanskelig å legge til rette for utforsking, er det i stor grad innført i matematikkundervisningen. 72% av den filmede matematikkundervisninger er utforskende ifølge rapporten, men utforskingen er preget av at læreren er veileder og all utforsking skjer i klasserommet (UiO, 2024). Elevene opplever relativt ofte at lærerne styrker undervisningen og gjør den forståelig og engasjerende.

2.2 Internasjonal forskning

Boaler (1998) gjorde forskning på to ulike skoler hvor den ene skolen hadde utforskende undervisning og den andre tradisjonell undervisning. Elevene på skolen med utforskende undervisning var flinkere til å møte nye oppgaver, og de gjorde det også bedre på tradisjonelle matematikkoppgaver. I tillegg opplevdes matematikktimen mer relevante og engasjerende, og noe de kunne få bruk for senere.

En annen større studie på fire universitet og førti emner viste tilsvarende resultater (Kogan & Laursen, 2014). Resultatene viste at lavtpresterende elever i matematikk presterte bedre i senere kurs hvis undervisningen var elevsentrert og utforskende. Høytpresterende studenter presterte heller ikke dårligere enn ellers.

Ponte (2007) skriver at etterforsking skjer i matematikktimer i Portugal. Med etterforskende undervisning mener han undervisning hvor elevene jobber som matematikere. Samtidig påpeker han at i klasser flest så er etterforsking gitt en marginal plass. Særlig gjelder dette i forkant av eksterne vurderingssituasjoner, slik som PISA undersøkelser og andre nasjonale prøver.

3. Teoretisk rammeverk

For å gi et best mulig svar på hva som menes med utforskende oppgaver innenfor forsknings-litteraturen vil vi starte bredt med hva litteraturen sier om utforsking. Slik plasserer vi oppgavene inn i sin opprinnelige kontekst og med sin opprinnelige intensjon. Først vil vi beskrive hva som menes med *inquiry* som er en overordnet retning. Etter at vi har beskrevet den bredere konteksten for utforskende oppgaver vil vi videre snevre inn konkret hva som menes med utforsking. Derav vil vi gå dypere inn i begrepene åpenhet og kompleksitet som er relevant i vår definisjon av utforskende oppgaver. Til slutt tar vi for oss etterforskende oppgaver.

3. 1 Inquiry som overordna retning

Utforskende oppgaver må sees i lys av konteksten de er en del av, nemlig «Inquiry based teaching». Det er et begrep som har fått stort fokus innenfor matematikkdidaktikken de siste årene (Dorier & García, 2013). På norsk betyr begrepet undersøkende undervisning, i og med at det er et så etablert begrep og for å ikke forveksle med utforsking har vi valgt å bruke det engelske ordet «inquiry» i denne masteroppgaven. Fremveksten av *inquiry based teaching* er vanligvis tilskrevet den amerikanske filosofen og pedagogen John Dewey (1859-1952) (Artigue & Blomhøj, 2013). Han mente at *inquiry* var grunnlaget for læring. Dewey definerte *inquiry* som at man tar for seg en uklar situasjon og gjør en transformasjon slik at man får oversikt og kontroll over situasjonen.

Publiseringen av National Science Education Standards i 1996 i USA var viktig for legitimeringen av *inquiry* innenfor naturvitenskapen (Artigue & Blomhøj, 2013). Der blir *inquiry* beskrevet som en prosess som innebærer å observere og stille spørsmål. Dette skal være spørsmål som elevene skal oppleve som engasjerende, og ideelt har en indre motivasjon for å finne ut. Deretter skal de undersøke hva som allerede er kjent, for å så planlegge undersøkelser og foreslå svar. Deretter må de gjennomføre undersøkelser, komme fram til et svar og tolke resultatene. Til slutt må elevene argumentere for resultatene sine og kommunisere dette på en god måte. Svaret man kommer med skal være mulig å utvide, slik at det kan fortelle oss mer.

Dorier og García (2013) oppsummerer *inquiry* innenfor matematikk som en elevsentrert læringsform hvor elevene selv jobber som matematikere. Hvilket betyr at elevene selv må stille seg matematiske spørsmål. Ved å bruke matematiske prosesser får de svar på spørsmålet som er av interesse. Deretter må de vurdere svarene de får. I denne masteroppgaven vil vi ta utgangspunkt i denne definisjonen av *inquiry*.

Skovsmose (2011) skriver lignende om undersøkelseslandskap og oppgaveparadigme. Læringsmiljøet innenfor et oppgaveparadigme er preget av å finne riktig svar på oppgavene så fort som mulig. Timene er bygd opp slik at læreren gjennomgår nytt stoff, så viser læreren noen eksempler før elevene får jobbe med lignende oppgaver selv eller i grupper. Som en kontrast til oppgaveparadime bruker Skovsmose begrepet undersøkelseslandskap. Med undersøkelseslandskap menes det situasjoner hvor elevene blir nysgjerrige og slik tvinges til å stille undrende spørsmål for å så søke å finne svar på spørsmålene sine. Et særlig viktig spørsmål, er «Hva hvis?». I et undersøkelseslandskap er det rom for å bruke ulike metoder og å gå i ulike retninger. Noen ganger må man gå grundig til verks, mens andre ganger kan man gå fortere frem. Essensen med begrepet er at eleven inviteres inn i et landskap som skal oppleves fasinerende og meningsfylt. Artigue og Blomhøj (2013) vektlegger også at eleven skal oppleve oppgavene som ekte og relevante. Riktignok er det slik at noe som oppleves meningsfylt og spennende for noen elever ikke nødvendigvis er det for alle. Ved å benytte undersøkelseslandskap i undervisningen går man vekk fra den tradisjonelle måten å undervise matematikk på, og legger i større grad opp til en elevsentrert undervisning.

Artigue og Blomhøj (2013) hevder at problemløsning kan forbindes med *inquiry*. Innenfor problemløsningstradisjonen vektlegges det at elevene får oppgaver hvor de ikke kjenner framgangsmåten. De må utforske, prøve seg fram og vurdere løsninger for å få svar på problemet. Slik ser vi at problemløsning og utforsking kan være en del av *inquiry,* men at *inquiry* favner mer enn bare problemløsning. Innenfor tradisjonen med *inquiry* ser en dessuten ikke på eleven isolert, men også på lærerens rolle, klasseromskultur, oppgavene og ønsket resultat.

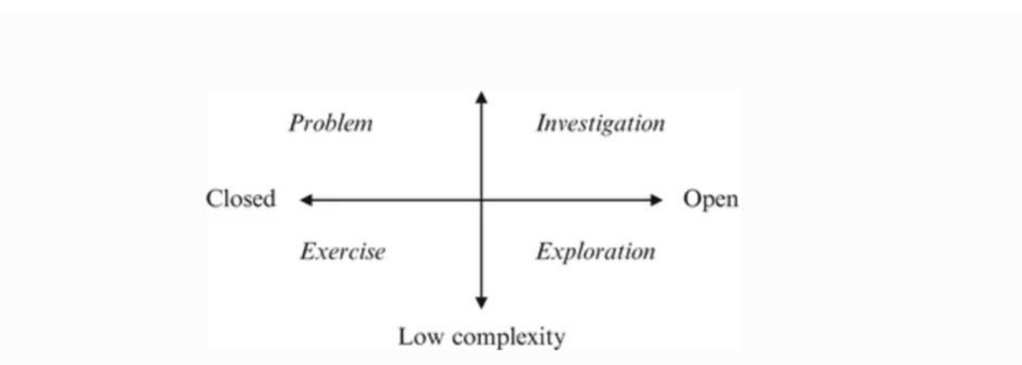
3.2 Utforsking

I dette kapittelet vil se på hvordan utforsking er presentert i litteraturen. På bakgrunn av dette vil vi kan lage et rammeverk for hvordan utforskende oppgaver kan se ut. Utforsking står ofte sammen med problemløsing (Utdanningsdirektoratet, 2020; Artigue & Blomhøj, 2013). Selv om det er mye likt mellom disse, skal vi bruke teori til å beskrive forskjellene og likhetene for å forstå hva utforsking er.

Felles for utforsking og problemløsing er at de krever kompleks tenkning og kreativitet av studenten. Forskjellen er at problemløsing har ofte definerte mål (Ponte, 2007). Ponte skriver at problemløsing er en spesiell form for utforskingsoppgaver. En problemløsingsoppgave har ofte et svar som kan vurderes som riktig eller galt, men fremgangsmåten er ukjent. Hvis en elev vet hvordan han skal gå frem for å løse en oppgave er det ikke problemløsing. Med andre ord, er problemløsing avhengig av hvem som løser oppgaven og om han har løst en lignende oppgave tidligere.

Det er ikke et klart skille mellom problemløsing og utforsking, men en overgang hvor noen problemløsingsoppgaver kan være mer utforskende enn andre. Jonassen (1997) deler problemløsingsoppgaver inn i godt strukturerte og ustrukturerte problemer. Ustrukturerte problemer kan ligne på utforskende oppgaver. Dette er oppgaver som er åpne, subjektive og ikke har en bestemt løsningsmetode. Det vil si at løsningen og metoden avhenger av hvem som løser den og hvilke assosiasjoner han har til oppgaven. Godt strukturerte problemløsingsoppgaver ligner klassiske problemløsingsoppgaver. Slike oppgaver har ofte presentert hele problemet og det finnes en mulig løsning. Oppgaven har begrensede og veldefinerte parametere og godt strukturerte konsepter og regler. Oppgaven har også korrekte konvergente svar, forståelig løsning og en foretrukken fremgangsmåte (Jonassen, 1997). Ustrukturerte problemer kan ofte mangle deler eller ha ukjente elementer av problemet. De har uklare mål og nesten ikke begrensninger. De har ikke noe veldefinert løsning, eller kanskje ikke løsning i det hele tatt. Han skriver også at ustrukturerte problemer krever at elevene uttrykker en egen mening om problemet og det vil derfor være unikt fra elev til elev hvordan de tenker. Elevene må også kunne begrunne og vurdere sine valg og meninger. Selv om Jonassen her kun skriver om problemløsing, kan vi begynne å trekke tråder til utforsking. Vi ser et tydelig skille på hva som forventes av elevene. Ustrukturerte problemløsningsoppgaver krever mere av eleven med tanke på at de får mye mindre informasjon ut av oppgaven og problemet. De må på egenhånd finne ut av hvilken informasjon som er viktig, hvilken metode de skal bruke og ikke minst hva som er målet.

Utforsking kan også forstås ut ifra begrepet «investigation» (etterforsking/undersøking). Ponte skriver at etterforsking er en spesiell type problemløsing, og at i praksis blir ofte etterforsking og utforsking sett på som det samme (Ponte, 2007). Etterforsking i mattematikk handler om at eleven skal være matematiker og jobbe på samme måte. Vi ser slik at etterforsking i matematikk minner om *inquiry*. Det vil si at når eleven møter en ny situasjon må han tenke selv, ta egne valg og beslutninger, og evaluere dem. Han skriver også at etterforsking handler om å se mønstre, likheter og forskjeller for å generalisere. Etterforskende oppgaver kan være alt fra komplekse oppgaver som tar lang tid å etterforske til enklere oppgaver som kan løses i en mattetime. Forskjellen på disse er at utforskende oppgaver ikke trenger å være like sofistikerte og komplekse som etterforskende oppgaver.



Figur 3.2 Pontes forståelse av utforskende oppgaver, «exploration»

Det finnes ingen tydelig grense mellom utforskende og etterforskende oppgaver. Man kan se på det som et slags spekter med en gradvis overgang. Ponte (2015) har illustrert dette med å lage et todimensjonalt koordinatsystem med åpenhet på førsteaksen og kompleksitet på andreaksen. Koordinatsystemet tar utgangspunkt i forskjellen mellom begrepene oppgave og problem, der problemer er mer komplekse enn oppgaver. Når man beveger seg langs førsteaksen og øker åpenheten, går vi gradvis over til etterforsking og utforsking. Der etterforskende oppgaver er mer komplekse enn utforskende, men begge har stor grad av åpenhet. Med utgangspunkt i dette koordinatsystemet kan vi definere utforskende oppgaver som åpne, men ikke nødvendigvis komplekse. Vi skal derfor undersøke begrepene åpenhet og kompleksitet i oppgaver, og se hva litteraturen sier om dette.

3.3 Åpne oppgaver

Utforskende og etterforskende oppgaver kjennetegnes ved at de er åpne (Artigue & Blomhøj, 2013, Ponte, 2015). Yeo (2015) har skrevet en artikkel hvor han kategoriserer åpenhet i oppgaver. Åpenhet er et kontinuum, en oppgave kan være mer eller mindre åpen alt etter hvor mange av de følgende kriteriene oppgaven gir rom for (Yeo, 2015). Det første kriteriet er åpent mål. Det andre kriteriet er om oppgaven har flere mulige løsninger, derav åpent svar. Det tredje kriteriet er åpen metode hvilket er tilfelle hvis det er flere mulige løsningsmetoder. Det fjerde kriteriet er hvis oppgaven gir mulighet til å gjøre utvidelser. Det femte punktet er hvis oppgaven har åpen kompleksitet. Det betyr at oppgaven kan besvares på flere forskjellige vanskelighetsnivåer fordi all informasjon ikke er gitt i oppgaven.

I en eksamenssituasjon er det vanskelig å innhente informasjon utover det som står i oppgavene, siden man ikke har mulighet til å søke opp informasjon på internett eller kommunisere med andre. Av den grunn valgte vi å ikke inkludere åpen kompleksitet videre i vårt teoretiske rammeverk. Dessuten vil vi omtale oppgavers kompleksitet senere i oppgaven, men da med en annen beskrivelse av kompleksitet.

En oppgave kan ha et åpent mål hvis det ikke er presisert hva man ønsker å finne ut (Yeo, 2015). Et eksempel kan være at det bare står at man skal utforske noe i oppgaveteksten. Yeo (2015) har selv utført forskning som viser at det kan være vanskelig for elever å løse slike oppgaver hvis de ikke har jobbet mye med det tidligere. Et alternativ kan derfor være at man i tillegg til å oppgi at eleven skal utforske så presiserer man litt hva eleven skal se etter. Slik kan oppgaven ha et åpent mål, samtidig som svaret ikke blir helt subjektivt. Et eksempel kan være at man blir bedt om å utforske 3-erpotenser, og om å finne så mange mønster som er mulig.

Mange oppgaver kan løses på ulike måter. Becker (2005) beskriver dette ved at det finnes ulike veier fra problemet til løsningen. Et eksempel kan være ved at man blir spurt om hva syv pluss åtte er. Da kan man begynne å telle på syv eller åtte, man kan doble syv og legge til en eller løse oppgaven på andre måter. Yeo (2015) trekker fram at prosedurale oppgaver ofte kan løses ved hjelp av flere ulike algoritmer. Dermed er det bedre å snakke om oppgaver som har ulike løsningsmetoder hvor alle metodene inneholder elementer av problemløsning heller enn prosedyre baserte metoder (Yeo, 2015). Han beskriver også at man kan åpne opp oppgaver ved å be om flere ulike løsningsmetoder.

Oppgaver kan også være åpne ved at de har ulike løsninger (Yeo, 2015). Becker (2005) bruker begrepet «Open ended» om slike oppgaver hvor det er flere måter å løse problemet på, og de ulike måtene gir ulike løsninger. Yeo (2015) kommenterer at Becker sin beskrivelse av oppgaver som er «open ended» har samme ordlyd som utforskende oppgaver. Becker (2005) bruker et eksempel hvor man skal dele inn et ark inn i fire like deler, og at man spør etter hvor mange ulike måter man gjøre det på. Yeo (2015) viser et eksempel på en oppgave med åpent svar, hvor man blir bedt om å utforske 3-erpotenser. Tilsvarende kan man bli bedt om å se etter mønstre, klassifisere eller måle et fenomen (Shimada, 1997). En annen måte et svar kan være åpent på er ved at man får helt fritt spillerom (Yeo, 2015). Dette kan være oppgaver som baserer seg på virkeligheten. Et eksempel på en slik oppgave kan være at man skal designe en lekeplass. Her vil svaret være helt subjektivt.

En oppgave kan også være åpen ved at det er mulig å gjøre utvidelser (Yeo, 2015). En slik utvidelse vil gjøre at man avdekker mer av bakenforliggende mønstre og sammenhenger. Ved utforskingsoppgaver vil elevene selv være motivert for å gjøre utvidelser ved å søke etter flere svar etter å ha funnet et resultat. På den andre siden er problemløsningsoppgaver løst når problemet er løst. Derfor er man ved problemløsningsoppgaver mer avhengig av at utvidelser blir bedt om eksplisitt, siden det vil ikke naturlig komme av seg selv. Becker (2005) beskriver tilsvarende om oppgaver som han kaller «Problem to problem». Ved å finne løsninger på det første problemet vil nye spørsmål komme til syne, og man ønsker i den andre fasen å finne løsninger på disse nye problemene. Eksempler på slike oppgaver kan være at man jobber med figurtall, og at man etter å ha sett på kvadrater ønsker å se på trekanter eller andre figurer. Eventuelt at man ønsker å generalisere antall sidekanter i en gitt mengde kvadrater til et utrykk som gjelder for alle kvadrater (Becker, 2005).

3.4 Komplekse oppgaver

Kompleksitet i matematikk kan bety flere ting. Det er vanlig å snakke om kompleksitet når man programmerer, som er blitt en del av matematikkfaget. Kompleksitet i programmering handler om hvor effektivt programmet er. Jo mer komplekst det er, jo lengre tid tar det å kjøre gjennom. I artikkelen til Ponte (2007) skriver han at komplekse problemer kan ta lang tid å løse, mens enklere problemer kan løses i en mattetime. De fleste eksamensoppgaver i 1P skal løses på under en mattetime. Vi må skille mer og mindre komplekse oppgaver fra hverandre. Vi må derfor bruke en annen definisjon av kompleksitet.

Det er mange variabler som påvirker hvor kompleks en matematisk oppgave er. Man kan se på hvor mange steg som kreves for å løse problemet, ulike regnemåter, komplekse ideer, eller matematiske relasjoner. Dolan og Grady (2009) har laget et rammeverk for å kategorisere elevers komplekse tenking i fire nivåer. De ser på 11 ulike matematiske oppgaver og graderer dem etter minst, noe, mer og mest kompleks tenking. Denne graderingen er et spekter som sier noe om hvor mye elever resonnerer når de får oppgaver og bruker informasjonen som er gitt. Å kategorisere kompleksitet på denne måten går hovedsakelig ut på elevers kognitive prosess.

Pisa har også utviklet en kjent metode for å kategorisere matematisk kompleksitet (OECD, 2017). De skriver at vanskelighetsgraden av en oppgave avhenger av antall ferdigheter, og kompleksiteten på ferdighetene som kreves. Denne vanskelighetsgraden deles inn i 3 deler: Gjengi matematiske situasjoner, bruke matematiske konsepter, fakta, prosedyrer og resonnering, og til slutt tolke, bruke og evaluere matematiske utfall (OECD, 2017). Valenta (2016) har en lignende inndeling, men skiller mellom oppgaver med lave og høye kognitive krav. Oppgaver som går ut på å memorere og gjøre prosedyrer uten sammenhenger stiller lave kognitive krav. Dette kan være reproduksjon av fakta, eller reproduksjon av en algoritme. Eksempler på dette er typiske tradisjonelle oppgaver hvor man skal gjøre et regnestykke eller omgjøre en måleenhet. Oppgaver som går på prosedyrer med sammenhenger eller matematisk tenking stiller høye kognitive krav. Dette er oppgaver som krever strategier og prosedyrer som øker forståelsen av et begrep. Elevene må se sammenhenger mellom prosedyrer og ulike representasjoner. Disse oppgavene krever mer kompleks tenking, resonnering og argumentasjon.

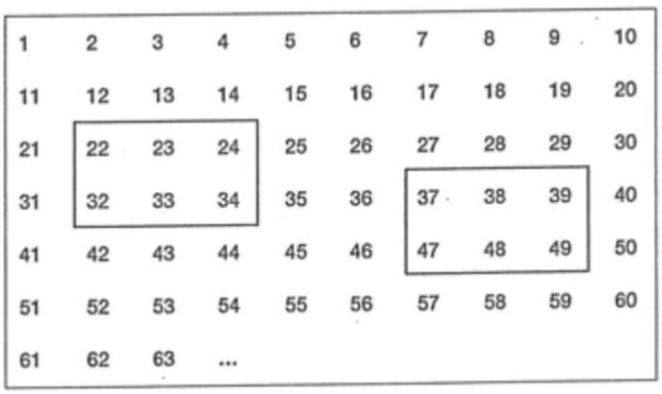
Espinoza et al. (2022) har kommet fram til å definere kompleksitet ut ifra to ulike typer kompleksitet, syntaks og matematisk. Syntaks kompleksitet handler om lengde på spørsmål, antall proporsjoner, vanskelighetsgrad på tallene som er brukt og spørsmålstype. En proporsjon er et element eller en påstand som inngår i oppgaven. Det kan være en figur, en likning en skriftlig påstand eller andre matematisk tegn. Espinoza et al. (2022) skriver om både proporsjoner og ulike proporsjoner. Ulike proporsjoner vil si at påstander av samme karakter regnes som én proporsjon. Hvis det for eksempel er oppgitt flere tidspunkt i en oppgave, teller alle tidspunktene som én proporsjon med denne tolkningen. Espinoza et al. (2022) bruker denne oppfatningen av kompleksitet til å vurdere spørsmål som elever har laget. Han viser til at høyt presterende elever lager mer komplekse oppgaver enn andre elever (Espinoza et al., 2022). Matematisk kompleksitet handler om hva som er komplekst ut ifra et matematisk synspunkt. Da valgte Espinoza et al. (2022) å se på antall trinn som trengs for å løse oppgaven, kompleksitet i oppgaven, Pisas 3 kompleksitets nivåer og kognitive krav. Med antall steg så mener de antall ulike steg man må ta for å løse oppgaven. Det vil si at like matematiske regnemetoder regnes som et steg.

Kompleksitet kan innebære mange ting, og kan være vanskelig å gi en klar definisjon. Oppsummert, handler kompleksitet både om oppgaven i seg selv og hvilken informasjon den gir og om elevers komplekse tenking og kognitive krav. Når vi skal se på oppgaver må vi se på hvilken informasjon den gir og hva den krever av elevenes tenking. For å kategorisere kompleksitet kan vi se på antall steg det kreves for å løse oppgaven, og antall proporsjoner. Det vil si antall ulike påstander som oppgaven viser. I tillegg kan man se på hvilke kognitive krav som kreves for å løse oppgaven. En oppgave som kun krever reproduksjon av fakta, har lavt kognitivt krav. Krever oppgaven at man ser sammenhenger mellom prosedyrer og representasjoner så krever den mer kognitiv tenking. I tillegg kan elevene bli bedt om å reflektere og tolke oppgaven og løsningene. Dette krever at elevene er reflekterte og har en mening om hva som er fornuftig i tillegg til høy kognitiv tenking.

3.5 Etterforskende oppgaver kjennetegnes ved høy grad av kompleksitet

Ponte (2007) skiller mellom utforskende og etterforskende oppgaver, men at dette er et flytende spekter. Etterforskende oppgaver er oppgaver med stor grad av åpenhet og kompleksitet. Etterforskende oppgaver er også utforskende, bare mer komplekse. Etterforskende oppgaver handler om at elevene er matematikere hvor de møter nye situasjoner hvor de må se etter mønstre, stille spørsmål, ta egne valg og evaluerer svarene. Noen ganger vet man ikke hva man skal finne ut eller at det forandrer seg underveis. En vesentlig del i etterforskende oppgaver er å bruke variasjon og generaliseringer. Eksempler på etterforskende oppgaver vil være prosjektarbeid som går over lengre tid, som innebærer at elever jobber som matematikere (Ponte, 2015). Man kan slik se at etterforskende oppgaver har mye til felles med oppgaver innenfor *inquiry* (Artigue & Blomhøj, 2013, Boaler 1998).

Skovsmose (2003, s. 145) beskriver en oppgave hvor elevene må se etter mønstre, ta egne valg og evaluere svarene. Denne oppgaven kaller han for talltavlen. Oppgaven består av en tavle med naturlige tall systematisert i stigende rekkefølge hvor hver rad består av 10 tall. Det er tegnet inn rektangler inn på tavlen, se figur 3.5.1. Videre kaller han hjørnene i henholdsvis for a, b, c, og d. Videre multipliserer han a med c og b med d. Deretter tar han differansen mellom produktene. Videre så undrer han seg hva som skjer om han flytter rektanglene og om han da får samme differanse. Etter å ha sett på dette ser han på andre figurer om de kan forskyves på samme måte. Deretter ser han på en tavle hvor hver rad består av 7 tall. Hele tiden poengterer han at essensen til oppgaven er “Hva nå hvis?”. En slik oppgave har en lav inngangsterskel, men blir mer kompleks etter hvert hvor man stadig ser på nye figurer og gjør nye generaliseringer. Med utgangspunkt i vår definisjon av utforsking og etterforsking, vil den slik være utforskende i starten, men bli mer etterforskende når flere elementer blir involvert. Ponte (2007) skriver at utforsking og etterforsking slik han bruker begrepene minner om Skovsmoses (2015) undersøkelseslandskap.



Figur 3.5.1 Skovsmoses talltavle

4. Metode

I dette kapittelet vil vi gjøre rede for valgene vi har tatt i arbeidet med denne masteroppgaven, metodene vi har brukt og utfordringer vi har møtt (Gleiss & Sæther, 2021, s.198). Delkapittel 4.1 tar for seg paradigme for oppgaven. Delkapittel 4.2 beskriver utvalg av data. Delkapittel 4.3 handler om valg av metode. Delkapittel 4.4 er en redegjørelse av analyseverktøyet. Vi ønsket å gå grundig igjennom analyseverktøyet for å holde studien mest mulig transparent. Videre beskriver vi i kapittel 4.5 hvordan vi gjorde et utvalg av noen få oppgaver etter at vi hadde analysert alle oppgavene. I kapittel 4.6 skriver vi om endringer vi gjorde underveis. I kapittel 4.7 tar vi for oss etiske aspekter ved oppgaven. I kapittel 4.8.1 vil vi diskutere om resultatene våre er reproduserbart av andre. I kapittel 4.8.2 vurderer vi validiteten til analyseverktøyet, om den faktisk måler utforsking.

4.1 Kvalitativ tilnærming

Vår intensjon er først og fremst å se på egenskaper til ulike oppgaver, dermed var det naturlig å velge kvalitativ tilnærming. Utforsking er ikke et entydig begrep, og resultatene er preget av våre tolkninger noe som kjennetegner den sosialkonstruktivistiske tradisjonen (Gleiss & Sæther 2021, s. 203).

Vi ønsket å gå i dybden på hvordan eksamensoppgaver var utforskende. For å gjøre det ønsket vi først å få en oversikt over i hvilken grad eksamensoppgavene var utforskende. Dermed gjorde vi en kvantifisering av oppgavene, slik gjorde vi en operasjonalisering av utforsking. En slik operasjonalisering og kvantifisering med ferdig etablerte kategorier blir ofte brukt i kvantitative metoder (Gleiss & Sæther 2021, s. 30). I en positivistisk tradisjon vil man vektlegge denne objektive forståelsen av utforsking. På tross av denne kvantifiseringen bruker vi likevel en kvalitativ tilnærming siden kvantifiseringsverktøyet bygger på våre subjektive tolkninger av utforsking (Gleiss & Sæther 2021, s. 30). Målet vårt er ikke å få inn tallmateriale om eksamensoppgaver, men å se på egenskaper til enkeltoppgaver. Kvantifiseringen er en hjelp for oss til å komme fram til de oppgavene vi vil se nærmere på. Bryman (2016) trekker også frem hvordan flere forskere i nyere tid har sett litt bort i fra det tradisjonelle skille mellom kvalitative og kvantitative metoder. Han poengterer at man kan ha ulike metoder på tross av ulike tilnærminger. Slik kan man bruke kvantifisering innenfor en kvalitativ tilnærming.

4. 2 Valg av oppgaver

Utvalget av oppgaver som er analysert i denne studien er hentet fra eksamensoppgavene til 1P eksamen fra høsten 2021 og frem til høsten 2023. Der er totalt 48 oppgaver fordelt på 5 eksamener. I tillegg består mange av oppgavene av deloppgaver (a, b, c …) som også er analysert hver for seg. Totalt er det 130 deloppgaver. Dette er alle eksamener som utgår av den nye læreplanen LK20.

Ifølge Udir og sensorveiledningen er alle oppgavene delt inn i tre kategorier. I kategori 1 skal elevene vise forståelse av begreper og ferdigheter. I kategori 2 skal de se sammenhenger og bruke ferdighetene på ulike måter, mens i kategori 3 skal elevene utforske. Vi har valgt å analysere alle oppgavene uavhengig av hvilken kategori Udir har plasserer dem i.

4.3 Narrativ litteraturstudie og innholdsanalyse

Noe av det første vi gjorde i arbeid med denne masteroppgaven var å gjennomføre en narrativ litteraturstudie (Bryman, 2016, s. 401). Vi fikk tilsendt enkelte artikler om utforsking fra veilederne. Derfra så vi på referansene som var brukt i disse artiklene og fant på den måten nye artikler om samme tema. Vi benyttet oss også av Oria og EBSCO hvor vi fant relevante artikler ved å søke på ord som *utforsking*, *inquiry*, *openness* og *complexity*.

I og med at vi skulle analysere etter utforsking i datamaterialet vårt var det naturlig å velge innholdsanalyse. Dette fordi innholdsanalyse gir oss stor frihet i valg av metoder og passer fint til når man skal studere et tema (Gleiss & Sæther, 2021, s.139). For å gjennomføre innholdsanalysen laget vi et analyseverktøy som skulle hjelpe oss å avgjøre i hvilken grad oppgavene var utforskende. Deretter analyserte vi nærmere de som var mest utforskende. Tilsvarende fant vi også de mest etterforskende oppgavene.

4.4 Analyseverktøyet

Analyseverktøyet, figur 4.4.1, bygger som nevnt på Ponte (2015) sin beskrivelse av utforsking. Den øvre halvdelen av tabellen omhandler åpenhet av oppgaver. Tabellen gir mulighet til å inkludere flere deloppgaver. Hvis en deloppgave har åpent mål, åpent svar, åpen metode eller mulighet for utvidelse så satte vi et kryss i de respektive cellene i tabellen. Den nedre halvdelen omhandler kompleksiteten av oppgaver. Her skrev vi inn antall proporsjoner, antall steg og hvilket kognitivt krav inn i respektive celler.

Når analyseverktøyet var på plass, begynte vi å analysere oppgavene. Strategien for analysen var å først analysere hver for oss, deretter å diskutere resultatene. Stort sett var vi enige om hvor åpne og komplekse oppgavene var. De gangene vi var uenige, så kikket vi på hvordan vi hadde analysert tilsvarende oppgaver tidligere, sensorveiledningene og leste nøyere hva som var beskrevet i teorien. På denne måten fikk vi en felles forståelse på hvordan analyseverktøyet skulle brukes i praksis.

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
a	*x = sant*	*x = sant*	*x = sant*	*x = sant*
b	*x = sant*	*x = sant*	*x = sant*	*x = sant*
c	*x = sant*	*x = sant*	*x = sant*	*x = sant*
d	*x = sant*	*x = sant*	*x = sant*	*x = sant*
e	*x = sant*	*x = sant*	*x = sant*	*x = sant*
Kompleksitet:	Antall proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå	
a	*antall*	*x = sant*	*x = sant*	
b	*x = sant*	*x = sant*	*x = sant*	
c	*x = sant*	*x = sant*	*x = sant*	
d	*x = sant*	*x = sant*	*x = sant*	
e	*x = sant*	*x = sant*	*x = sant*	

Figur 4.4.1 Analyseverktøyet

Underveis fikk vi behov for å diskutere og bli enige om hvordan vi skulle avgjøre og telle de ulike kategoriene. Nedenfor vil vi redegjøre for hva vi kom frem til ved å se på et eksempel fra eksamen høsten 2021.

H21 del 2

Oppgave 8 (12 poeng)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

I tabellen ovenfor har vi fargelagt to kvadrater.

a) Bestem differansen mellom tallet nederst til venstre og tallet øverst til høyre, og differansen mellom tallet nederst til høyre og tallet øverst til venstre. Bestem så produktet av de to differansene.

Du skal altså regne ut $(11-2)\cdot(12-1)$ for det blå kvadratet og $(37-28)\cdot(38-27)$ for det grønne kvadratet.

b) Gjør tilsvarende beregninger som i oppgave a) for flere kvadrater med samme størrelse som i oppgave a). Forklar hva du oppdager, og argumenter for at dette er riktig.

c) Gjør tilsvarende beregninger som i oppgave a) for kvadrater med ulike størrelser. Lag en oversikt der du presenterer resultatene på en systematisk måte. Forklar hva du oppdager, og argumenter for at dette er riktig.

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
a				

b			x	x
c	x	x	x	x
Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå	
a	2	1	1	
b	2	3	2	
c	3	4	3	

Figur 4.4.2 Eksempel på analysert eksamensoppgave 8 fra høsten 2021, del 2.

I oppgave 8 på del 2 blir kandidaten presentert for et brett bestående av de første hundre naturlige tallene, se figur 4.4.2. I oppgave a blir kandidaten bedt om å regne ut differansen i to valgte hjørner i to mindre kvadrater på brettet. Deretter skal kandidaten multiplisere differansen. I oppgave b blir kandidaten bedt om å gjøre tilsvarende beregninger, men på andre kvadrater av samme størrelsen og så forklare hva de oppdager og argumentere for det de finner ut av. I c-oppgaven blir man bedt om å gjøre tilsvarende, men denne gangen på kvadrater av ulik størrelse. I tillegg blir man også bedt om å lage en oversikt hvor man presenterer funnene på en systematisk måte.

4.4.1 Åpent mål

Vi var som regel alltid enige om en oppgave hadde åpent mål eller ikke. Hvis en oppgave har åpent mål, er det ikke gitt hva man skal komme fram til. C-oppgaven ovenfor har et åpent mål siden det ikke er klart for kandidaten hva man skal finne ut (Figur 4.4.2). Det kan være verdt å merke seg at ordlyden på oppgaven er nesten tilsvarende ordlyden på b-oppgaven. Derav kan man også argumentere for at b-oppgaven har et åpent mål. Samtidig er det litt mer opplagt når man har gjort a-oppgaven først. På c-oppgaven er det mindre opplagt hva man skal finne ut. Her er det åpent hvordan elevene velger å presentere informasjonen og hvilken informasjon de tar med.

4.4. 2 Åpent svar

Vi var som regel enige om en oppgave hadde åpent svar. C-oppgaven ovenfor har et åpent svar. Oversikten kandidatene blir bedt om å lage vil variere alt etter hvilke kvadrater de velger og hvordan de velger å presentere funnene. Her vil dermed flere løsninger være mulig.

4.4. 3 Åpen metode

De fleste oppgavene vi analyserte har åpen metode. Det vil si at det er flere måter å løse oppgaven på. B-oppgaven i oppgaven ovenfor vurderte vi til å ha åpen metode siden der kan man velge kvadrater selv og man kan også velge hvordan man vil argumentere. Samtidig var det også eksamensoppgaver som hadde lukket metode, a oppgaven ovenfor er et eksempel på dette. Der er regnestykket elevene skal regne ut oppgitt, så er metodene for å løse oppgaven begrenset.

4.4. 4 Mulighet for utvidelse

Noen oppgaver kunne løses på flere kreative måter og det var mulig å generalisere. På den ene siden kan man argumentere for at det i slike tilfeller er åpen metode. For å skille slike oppgaver fra mer prosedyrebaserte oppgaver, var kategorien om utvidelse mer passende på slike kreative oppgaver. B- og c-oppgaven ovenfor gir mulighet til å generalisere formler. I disse oppgavene er det mulig å vise mer eller mindre argumentasjon alt etter om kandidaten greier å generalisere og argumentere, eller om de bare kommer med ulike eksempler uten begrunnelse for hvorfor det er slik. Tilsvarende tenkte vi om oppgaver hvor elvene ble bedt om å foreslå endringer i programmer.

4. 4. 5 Antall proporsjoner

Vi valgte å se på antall ulike proporsjoner fremfor antall proporsjoner (Espinoza et al., 2022). Noen ganger var vi samstemte om antall proporsjoner, andre ganger måtte vi diskutere oss frem til en felles forståelse. Noe som vi var usikre på i starten av analysen var hvor mange proporsjoner en deloppgave inneholdt når deloppgaven bygger på mange proporsjoner fra tidligere oppgaver. Vi ble enige om at da telte vi alle de proporsjonene fra tidligere oppgaver som én når vi telte proporsjoner i den oppgaven. Dette gjorde vi slik at tallet for proporsjoner på oppgaven totalt sett ikke skulle bli misvisende ved å telle dobbelt. B-oppgaven er et eksempel på dette hvor den første proporsjonen er tabellen og den andre er utregningene fra oppgave a.

I starten var vi usikre på hvor mange proporsjoner en tabell inneholdt. På den ene siden kan en tabell være en proporsjon, på den andre siden kan en tabell inneholde mange proporsjoner. Hvis en regner alle tallene i en tabell som ulike proporsjoner vil antall proporsjoner bli mye høyere enn ved andre oppgaver uten tabeller. Dermed kom vi fram til at ved tabeller så vi på antall variabler i tabellen.

Videre ble vi også enige om andre proporsjoner. En figur er en proporsjon hvis figuren er avgjørende for å løse oppgaven. Snakkebobler regnet vi også for egne proporsjoner hvis informasjonen i snakkeboblene var sentralt for oppgaven.

4. 4. 6 Antall steg

I starten kunne det være vanskelig å vite hvor mange steg som trengtes for å løse oppgaven. Antall steg vil variere ut ifra hvilken metode man velger. Vi ble dermed fort enige om at vi måtte se hvordan man kunne løse det med færrest mulig steg. Teorien sier også at like steg regnes for samme steg (Espinoza et al., 2022). Slik at i a-oppgaven ovenfor regnes utregningene som én utregning siden det er like regnemåter for begge kvadratene. Ifølge vår analyse har b-oppgaven tre steg. Det første steget er å gjøre beregninger, det andre steget å forklare og det siste steget og argumentere. C-oppgaven har fire steg. Det første steget er å gjøre beregninger, det andre å lage oversikt, det tredje å forklare og det fjerde å argumentere.

4. 4. 7 Kognitivt nivå

Når vi skulle avgjøre oppgavenes kognitive nivå prøvde vi å vurdere det ut etter hva vi regnet med at elevene hadde lært av prosedyrer fra før. Oppgavene vi valgte til nivå én var oppgaver som vi regnet med at elevene hadde lært prosedyrer for å løse. A-oppgaven krever reproduksjon av regneregler og blir dermed på det laveste nivået på kognitivt nivå. Andre eksempler på nivå en kan er utregning av prosent eller hvor man innhenter informasjon gjennom en graf, tabell eller funksjon.

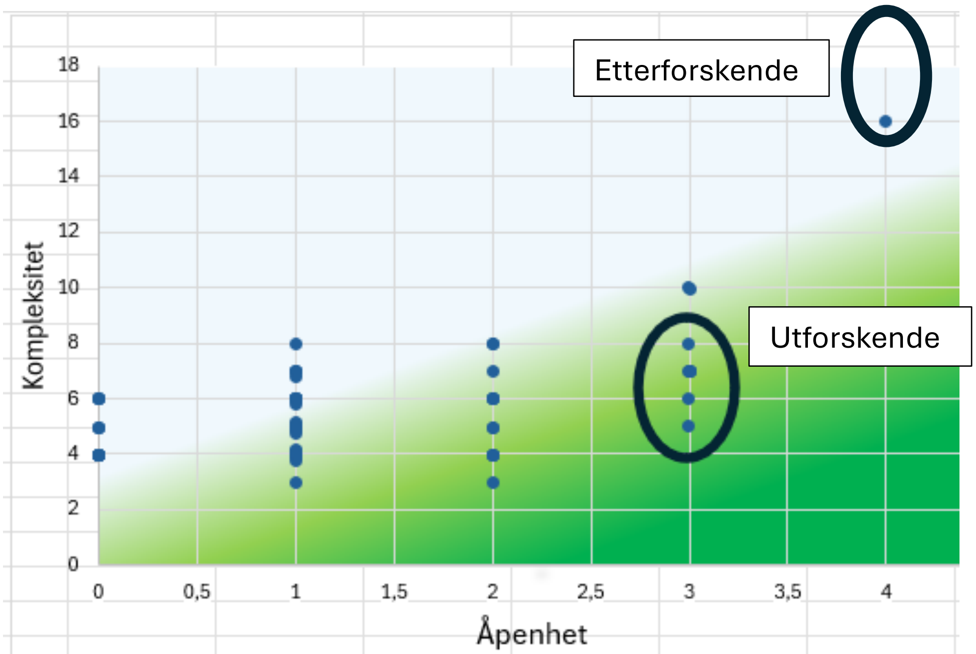
Oppgaver på nivå to tenkte vi var med å se sammenhenger mellom ulike matematiske emner, eller sammenhenger mellom virkeligheten og variabler. Vi satte b-oppgaven på nivå to siden eleven må se sammenheng mellom svaret man får og argumentere for at dette alltid vil være riktig.

Oppgaver på nivå tre var de oppgavene vi tenkte krevde mest argumentasjon og refleksjon. Vi satte ikke så mange oppgaver på nivå tre, men på de oppgavene som krevde selvstendig refleksjon. På c-oppgaven ovenfor var vi litt i tvil om det kognitive nivået. På den ene siden er ordlyden ganske lik som i b-oppgaven. Dermed kunne det være naturlig å velge nivå to. Likevel satte vi denne oppgaven på nivå tre. Det av den grunn av at her må flere beregninger tas med, og det krever mer refleksjon når man har ulike størrelser på kvadratene og man ønsker en generalisering.

Oppgavenes kognitive nivå er påvirket av våre oppfatninger av oppgavene. Vi har ikke sett på elevbesvarelse, intervjuet dem om svarene eller fått en klarhet i hva som er selvstendige tanker og hva som er reproduksjon av hva de har lært. Likevel mener vi at denne tredelingen av oppgavene sier noe om vanskelighetsgraden på oppgavene. Særlig i den forstand at det kognitive nivået bare er en variabel av flere for å måle kompleksiteten i oppgaver.

4.5 Valg av de mest utforskende og etterforskende oppgavene

Etter at vi hadde blitt enige om analysen av alle oppgavene gikk vi videre til å sortere oppgavene. Vi skrev alle oppgavene inn i Excel-dokument hvor vi skrev ned tilhørende verdier på hvor åpne oppgavene var på en skala fra null til fire og hvor komplekse på en skala fra null til seksten. Dette gjorde vi med alle fem eksamenssettene, og fikk slik fem tabeller. Med disse verdiene fra tabellene presenterte vi alle oppgavene i et punktplott hvor x-verdien bestod av åpenhet og y-verdien av kompleksitet. Se figur 4.5. Ut ifra dette diagrammet var det lettere å se hvilke oppgaver vi var interessert i. De utforskende ligger nærmest nedre høyre hjørnet, og de etterforskende ligger øverst til høyre. Dermed valgte vi å markere alle oppgaver som var åpne på tre ulike måter og hadde en kompleksitet på lavere enn syv. Da stod vi igjen med fire oppgaver. Dette er de oppgavene som ifølge vår teori er mest utforskende. Dette gjøres for å gi et bedre svar på problemstillingen vår om hvordan oppgavene er utforskende. Videre tok vi også for oss de oppgavene som var mest etterforskende. Det var de to oppgavene som spesielt utmerket seg med 4 i åpenhet, og høy grad av kompleksitet.



Figur 4.5 Eksempel på koordinatsystem over oppgavene

Vi gav de fire utforskende oppgavene og de to etterforskende oppgavene navn, slik at analysen skulle bli mer leservennlig.

4.6 Endringer underveis

I arbeidet med diskusjonen oppdaget vi at vi ville tilføye noe mer. Vi savnet en oversikt over hvor mange oppgaver som var åpne på ulike måter, og en oversikt over hvor mange oppgaver som var på de ulike nivåene i kompleksitet. Derav gikk vi tilbake til datamaterialet vårt og lagde en frekvenstabell etter hva vi hadde krysset av i analyseverktøyet. Deretter systematiserte vi dette i Excel, og fikk slik en god oversikt over hvor stor andel av oppgavene som hadde åpent svar osv.

En annen endring vi gjorde var å også se på de oppgavene som var mest komplekse, de etterforskende oppgavene. Dette gjorde vi fordi de etterforskende oppgavene også er utforskende, bare mer komplekse. Koordinatsystemet er derav først og fremst tilpasset de utforskende oppgavene med det grønne området. Likevel er lett å merke seg de etterforskende oppgavene som ligger øverst til høyre.

4.7 Forskningsetikk og posisjonalitet

Våre tolkninger av teorien og vårt forhold til 1P-faget påvirker forskningen vår. En av oss er lærer i 1P dette semesteret, den andre har hatt 1P i praksis. Dette gjør at vi i analysen av oppgavene tenkte på hvordan elevene våre ville møte slike oppgaver. Vi tenkte også på hva vi hadde gjort i timene, hvor fokuset har vært, hva de har lært og hva de typisk anser som lett eller krevende. Ved beregning av antall steg en oppgave krevde tenkte vi ut ifra hvilke metoder de hadde lært. Ved beregning av kognitivt nivå tenkte vi også på hva elevene hadde gjort og hva som stod i lærebøkene for å få en forståelse av hva som var reproduksjon.

På den ene siden kan man tenke at våre erfaringer ikke nødvendigvis samsvarer med andre 1P-klasser. Det vil være forskjellig hva ulike klasser har vektlagt og hvilke læreverk de bruker osv. For noen vil enkelte eksamensoppgaver være reproduksjon, mens for andre kan samme oppgaven være å se etter sammenhenger. Dermed er det viktig å få frem at kompleksitet er et spekter og det er flere variabler som kunne vært tatt med. Samtidig så mener vi at har klart å sortere ut oppgaver som er mer komplekse enn andre oppgaver. Personlig mener vi at å ha kjennskap til faget har vært en styrke i møte med analysen av eksamensoppgavene. Da har vi et bedre grunnlag for å vite hva som forventes at elevene skal kunne.

4.8 Forskningskvalitet

4.8.1 Reliabilitet

Et vanlig spørsmål er om forskningsresultatene kan reproduseres av andre forskere (Gleiss & Sæther, 2021, s. 203). Vi kodet hver for oss for å så sammenligne resultatene. Stort sett hadde vi tenkt likt, men det var også oppgaver hvor vi hadde tenkt forskjellig. Da særlig om hva som teltes som ulike proporsjoner og ulike steg. Vi valgte da å bli enige om en felles forståelse, og justerte slik resultatene i fellesskap. En reproduksjon av andre forskere vil dermed bli annerledes en vår hvis de bare får oppgitt analyseverktøyet. Av den grunn har vi grundig redegjort for hvordan vi brukte verktøyet i kapittel 4.3.2 slik at forskningen skal være mest mulig transparent (Gleiss & Sæther, 2021, s. 204).

4.8.2 Validitet

Et naturlig spørsmål å stille seg er om analyseverktøyet, med utgangspunkt i åpenhet og lav kompleksitet, faktisk måler utforsking i oppgaver (Gleiss & Sæther, 2021, s.204). Det er tydelig i teorien at åpenhet er et element i utforskende oppgaver. At oppgaver med lav grad av kompleksitet er utforskende oppgaver, mens de med høyere grad av kompleksitet er mer etterforskende bygger alene på Ponte (2015) sin forståelse av utforsking. Ponte (2015) skriver også oppgaver med høy kompleksitet inneholder utforsking, men disse kaller han etterforskende oppgaver. Vi valgte til slutt å inkludere de oppgavene som var mest etterforskende i resultatene, slik at flere perspektiver på utforsking ble representert.

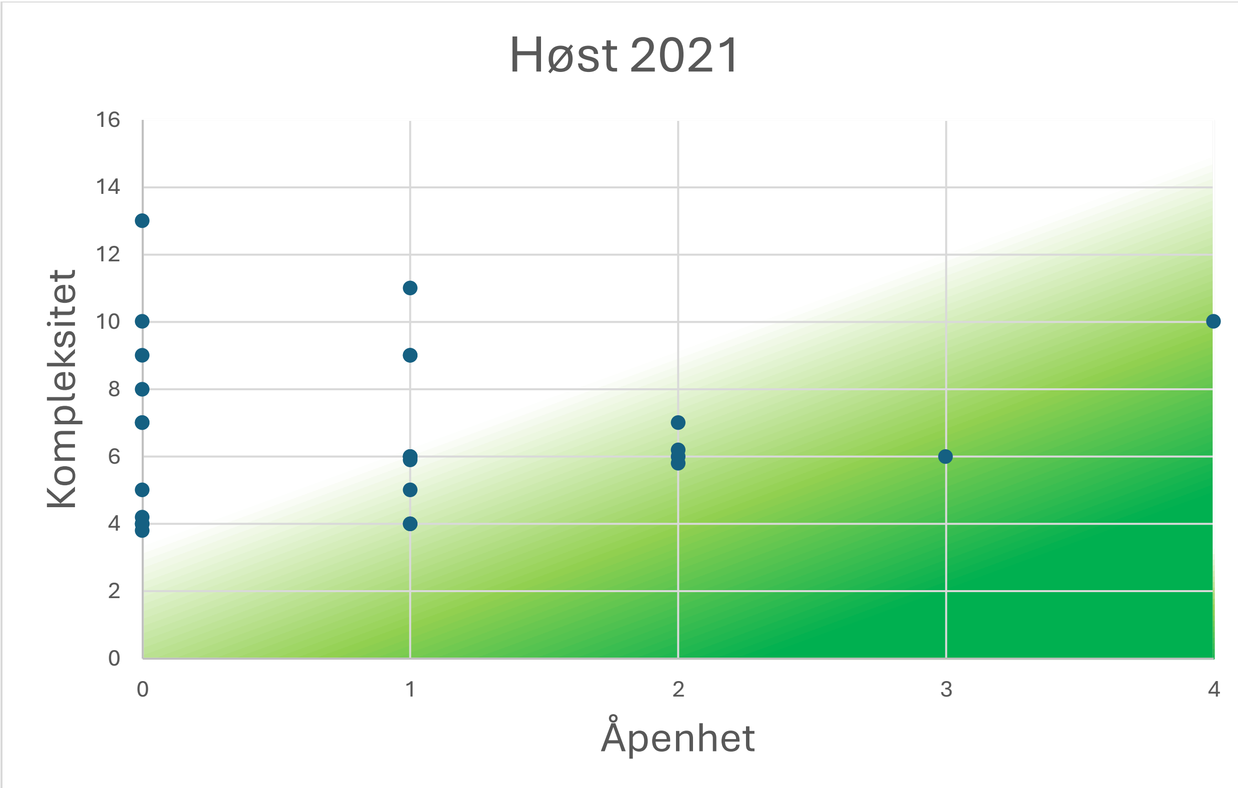
Et annet aspekt ved analyseverktøyet er at vi bygger vår oppfatning av utforsking på vitenskapelig teori om utforsking innenfor matematikkdidaktikken fremfor kunnskapsdepartementet sin definisjon i LK20. Hvis man tok utgangspunkt i kunnskapsdepartementet sin definisjon burde man i større grad sett etter «lete etter mønstre, finne sammenhenger og diskutere seg fram til en felles forståelse» og at «eleven skal legge mer vekt på strategiene og framgangsmåtene enn på løsningene» (Kunnskapsdepartementet, 2019). Samtidig vil flere av disse elementene også være dekket i vår litteratur om åpenhet og kompleksitet, og derav også i analyseverktøyet og resultatene.

5. Resultater og analyse

I dette kapittelet vil vi presentere resultatene av innholdsanalysen. Vi har analysert totalt 130 deloppgaver fordelt på fem eksamener. Vi vil presentere resultatene i to deler. Først presenterer vi alle oppgavene fra hver eksamen i hvert sitt koordinatsystem. Deretter presenterer vi analysen av de fire oppgavene som er mest utforskende ifølge rammeverket vårt og de to som fremstod mest etterforskende. Dette er bakgrunnen for plasseringen i koordinatsystemet, og disse oppgavene vil bli diskutert i diskusjonskapittelet. Analysen av de 130 oppgavene kan finnes i kapittel *9.1 Analyse av eksamensoppgaver*.

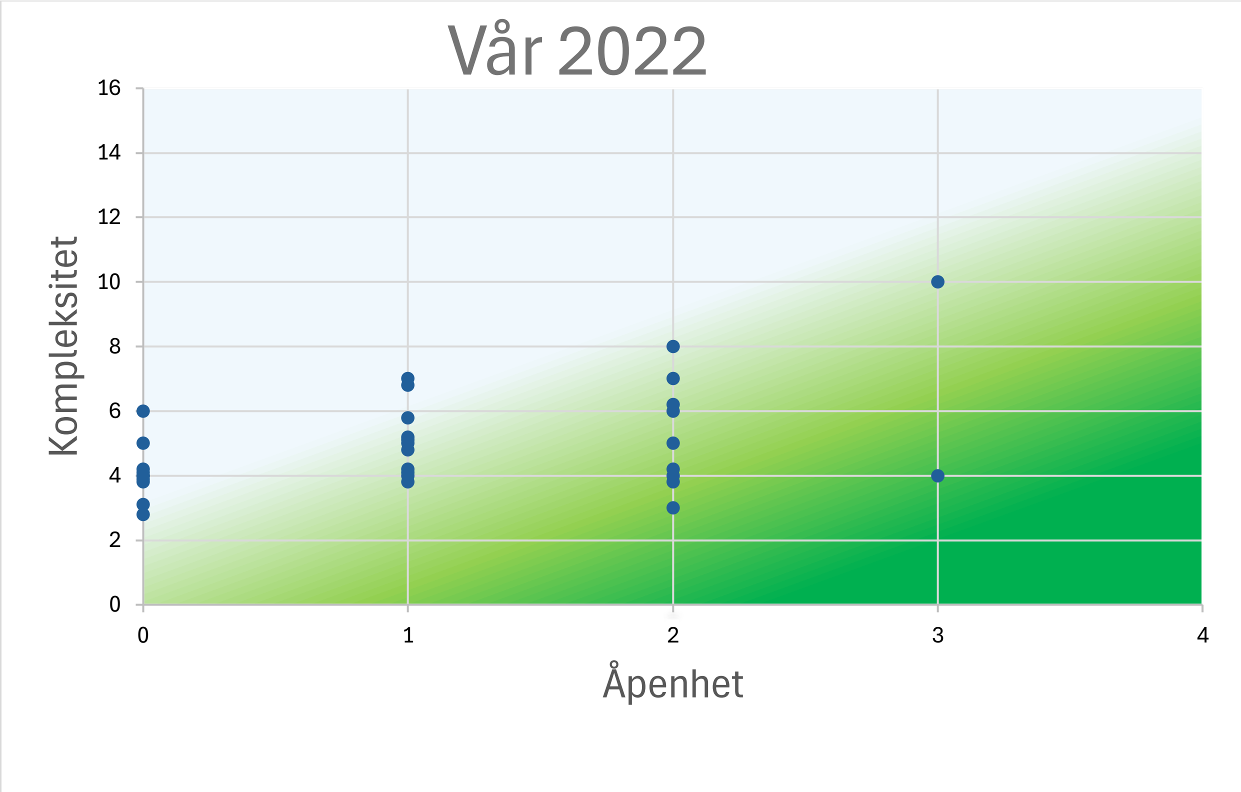
5.1 Eksamenssett

Koordinatsystemet har to akser der førsteaksen beskriver åpenhet og har en maksscore på 4. Andreaksen representerer kompleksitet og har ikke noe øvre grense, men vi fikk ingen høyere enn 16. Ingen oppgaver vil kunne ha en kompleksitet lavere enn 3 i motsetning til åpenhet som kan få 0. Dette er fordi alle oppgavene vil ha minst en proporsjon, ett steg og det laveste kognitive nivået som er en. Vi har laget ett koordinatsystem for hver eksamen. Dette gjorde vi for å unngå for mange overlappende punkter. Det vil uansett være noen overlappende punkter, men dette er synliggjort ved å lage et lite mellomrom så punktene ser ut som et slags kluster. Alle punktene i klusteret tilhører samme koordinat. Koordinatsystemet er basert på rammeverket til (Ponte, 2015) og fremgangsmåten er beskrevet i metodekapittelet.



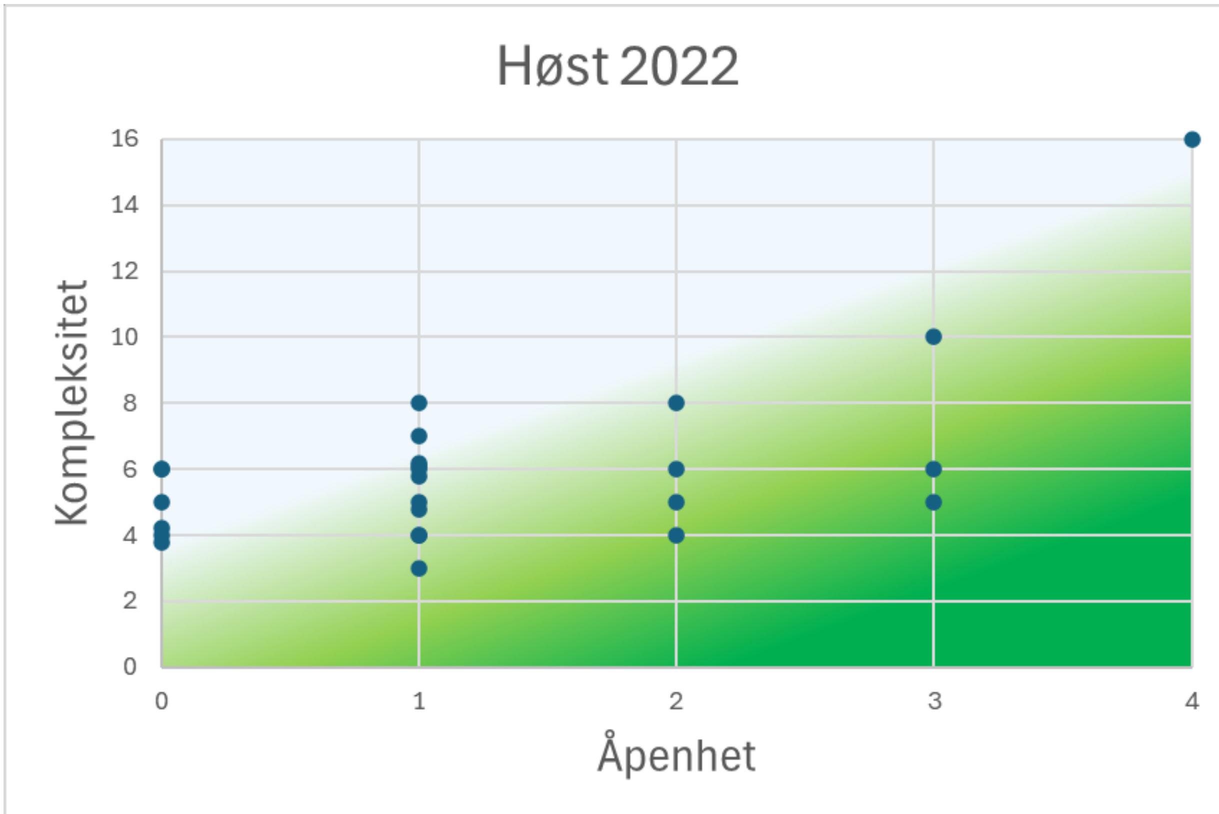
Figur 5.1.1 Oversikt over eksamensoppgavene høsten 2021

Figur 5.1.1 viser resultatene fra eksamen høsten 2021 og består av 27 punkter. Her har 11 av 27 oppgaver 0 i åpenhet. Det vil si at ca. 40% av oppgavene er svært lukket. Samtidig er det kun en oppgave som får 4 og en får 3. Kompleksiteten varierer mellom 4 og 13. Den ene oppgaven som har 4 i åpenhet har 10 i kompleksitet, noe som er ganske høyt og derfor definert som etterforskende. Oppgaven med 3 i åpenhet har 6 i kompleksitet og er den oppgaven som befinner seg nærmest det mørkegrønne området. Denne oppgaven er beskrevet mer detaljert under. Vi kan også se ut ifra koordinatsystemet at dette er den eksamenen der flest oppgaver befinner seg lengst unna det grønne området. Med andre ord er dette den oppgaven med flest øvingsoppgaver, ifølge modellen til (Ponte, 2015).



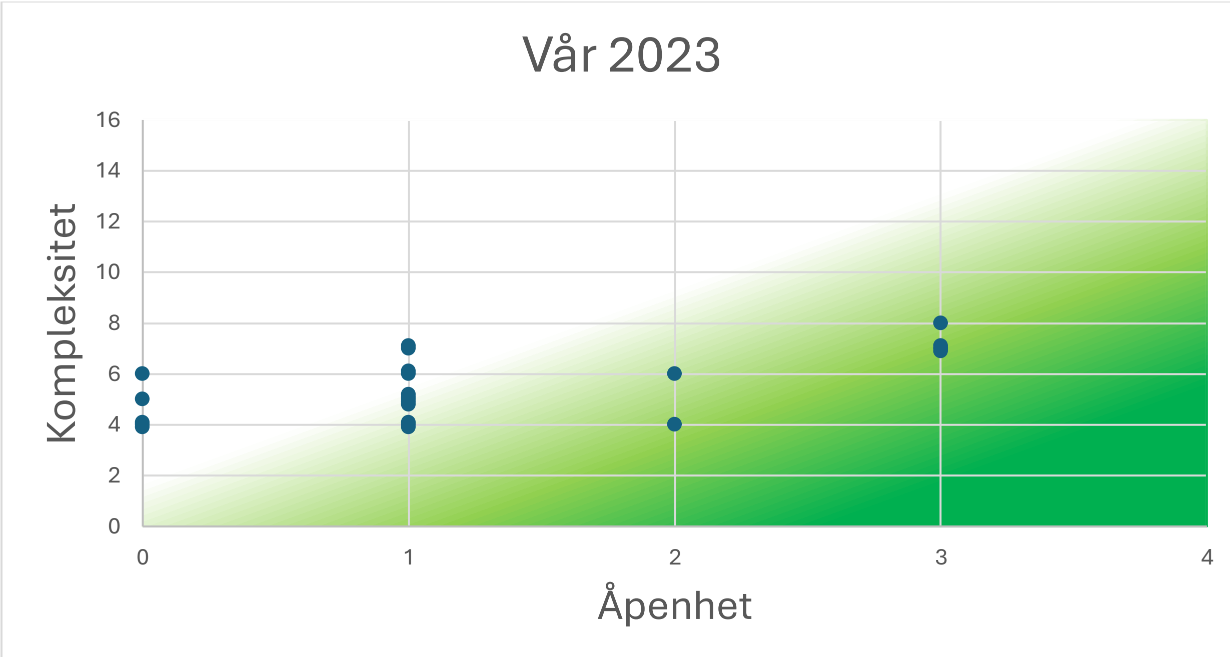
Figur 5.1.2 Oversikt over eksamensoppgaver våren 2022

I figur 5.1.2 ser vi resultatene fra eksamen vår 2022 og består av 33 deloppgaver. Her er oppgavene jevnt fordelt mellom 0, 1 og 2 i åpenhet. Ti oppgaver har 0, elleve har 1 og åtte har 2 i åpenhet. Bare to oppgaver har åpenhet 3 og ingen har 4. Kompleksiteten varierer mellom 3 og 10. Den ene oppgaven med 3 i åpenhet og 4 i kompleksitet den eneste som befinner seg i et klart grønt område og er beskrevet mer under.



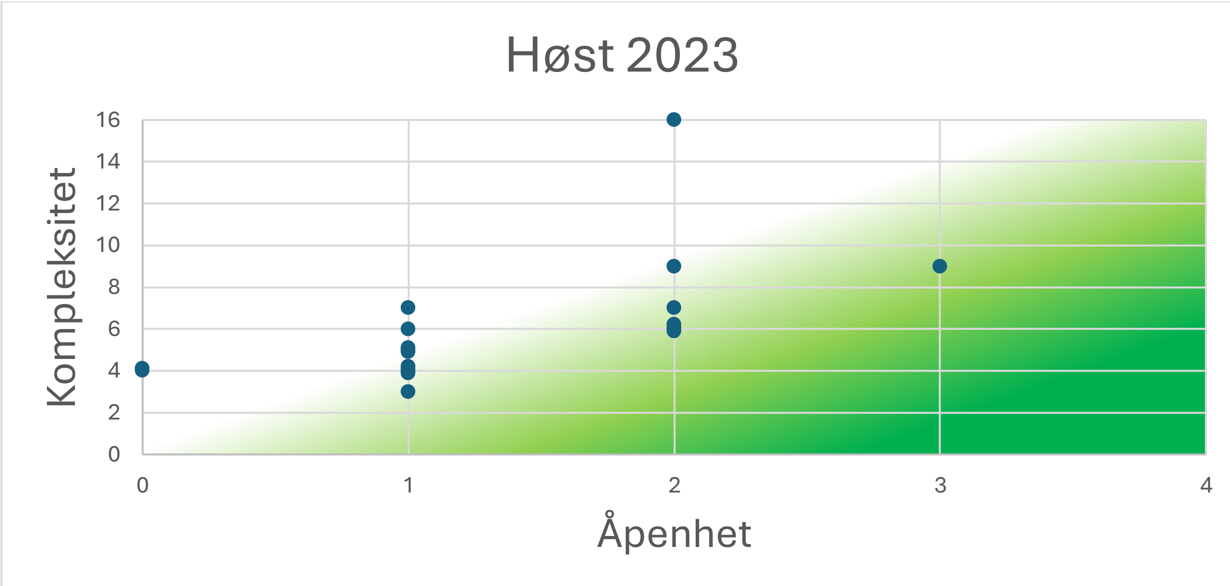
Figur 5.1.3 Oversikt over eksamensoppgaver høsten 2022

Eksamen høst 2022 er vist i figur 5.1.3 og består av 25 oppgaver. Her er også punktene jevnt fordelt med 0 til 3 i åpenhet og 3 til 10 i kompleksitet. Vi har også et punkt som kan se ut som en avstikker med åpenhet 4 og kompleksitet 16. Dette er oppgave 7 på del 2, og er en oppgave som scorer høyt på skalaen vår på grunn av mye informasjon i oppgaven, mye tolkning og ingen fast løsningsmetode. Selv om dette er en veldig åpen oppgave så blir den for kompleks til at den er utforskende. Dette er en oppgave som er nærmere etterforskende enn utforskende ifølge denne modellen. Tre av oppgavene på denne eksamenen er beskrevet som utforskende, og diskutert videre under. Dette er oppgavene med 3 i åpenhet, og 6 og 7 i kompleksitet. Her kunne man vurdert å ta med det ene punktet med 2 i åpenhet som også befinner seg på et relativt grønt område, men ble valgt bort på grunn av lavere åpenhet. Den tredje oppgaven som ble tatt med videre er den etterforskende oppgaven.



Figur 5.1.4 Oversikt over eksamensoppgaver våren 2023

Eksamen vår 2023 består av 24 deloppgaver. Denne er representert i figur 5.1.4. Oppgavene er jevnt fordelt, men ingen har åpenhet 4. Alle befinner seg mellom 3 og 8 i kompleksitet. 12 av oppgavene har 1 i åpenhet og utgjør halvparten av denne eksamen. Bare 2 oppgaver har åpenhet 2, og ingen av oppgavene her ble analysert videre.



Figur 5.1.5 Oversikt over eksamensoppgaver høsten 2023

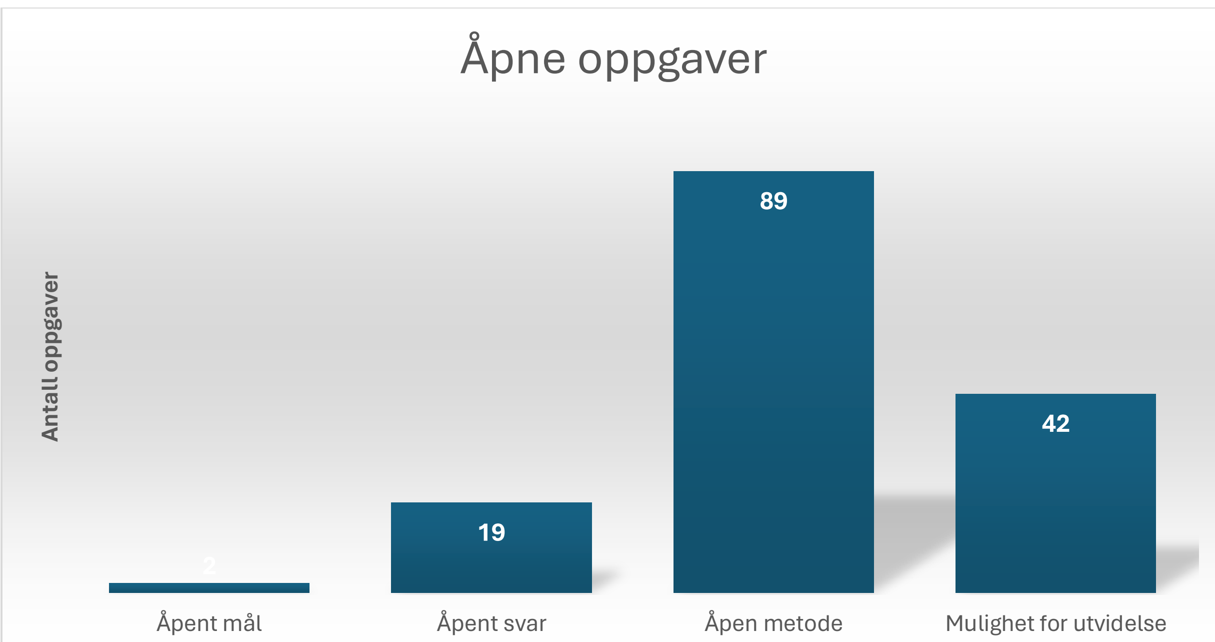
Siste eksamen vi har analysert er vist i figur 5.1.5. og består av 21 oppgaver. Her har veldig mange oppgaver fått åpenhet 1 eller 2, men ikke så mange har 0, 3 eller 4. Kun en oppgave har 0 i åpenhet, en har 3 og ingen har 4. Det vil si at de elleve oppgavene som har 1 i åpenhet utgjør 52%, og de syv oppgavene som har 2 i åpenhet utgjør 33%. Alle oppgavene har fått under 9 i kompleksitet, bortsett fra den ene som har fått 16. Her er ingen oppgaver tatt med til videre analyse.

Etter å ha sett gjennom alle oppgavene og plassert dem i koordinatsystemet er det noen ting å verdt å merke seg. For det første ser vi at veldig mange oppgaver befinner seg i et lysegrønt område. Analyseverktøyet vårt viser ingen klar grense mellom utforskende og ikke-utforskende oppgaver. Derfor vil mange oppgaver havne i et lysegrønt område. De etterforskende oppgavene kan også havne i et lysegrønt område. Vi ser også at veldig få oppgaver har fått full score i åpenhet. Det er veldig få oppgaver som har åpent mål. Eksamensoppgavene er ofte definert slik at det er noe bestemt de skal komme frem til. Ikke at elevene skal finne egne spørsmål og svar. På de to første eksamenene vi så på var det veldig mange oppgaver som har 0 i åpenhet. Vi ser at dette antallet synker og på eksamen høst 23 så er det bare en oppgave som har 0 i åpenhet. Totalt sett er det veldig få oppgaver som skiller seg ut ved høy grad av utforsking etter vår definisjon og befinner seg tydelig i det grønne området.

5.2 En oversikt over antall åpne og komplekse oppgaver

I denne delen vil vi presentere hvor mange oppgaver som er åpne på ulike måter og hvor mange oppgaver som har lav og høy kompleksitet.

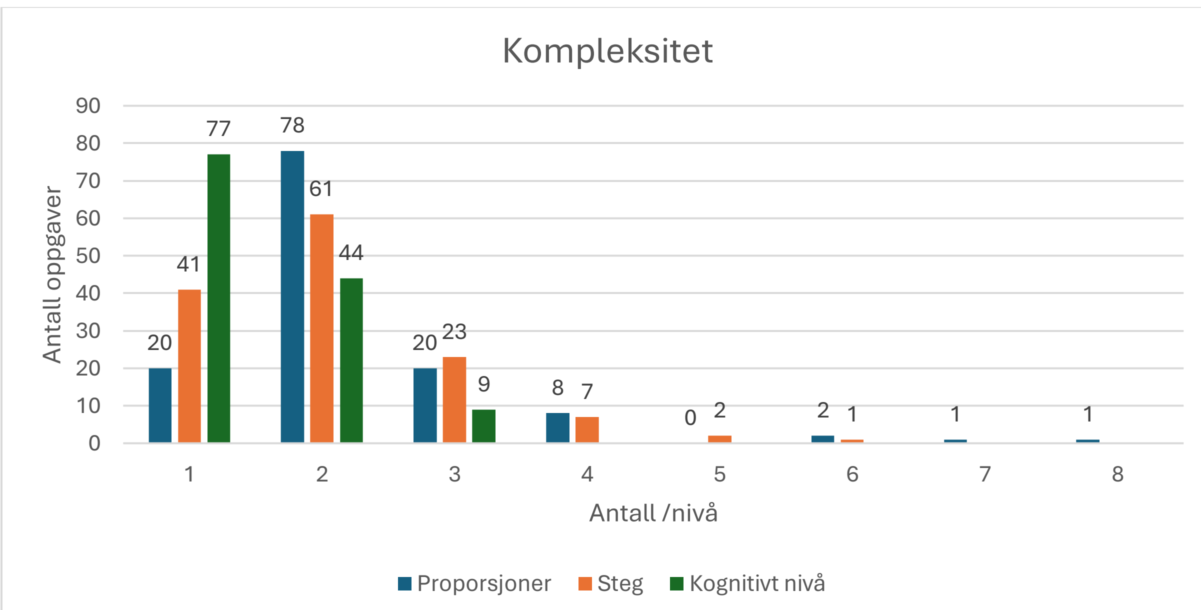
Figur 5.2.1 viser at 89 oppgaver hadde åpen metode, 42 oppgaver gav mulighet til utvidelse, 19 oppgaver hadde åpent svar og 2 oppgaver hadde åpent mål. Av 130 oppgaver totalt gir det at omtrent 68 % av oppgavene hadde åpen metode, 32 % hadde mulighet for utvidelse, 15 % hadde åpent svar og nesten 2 % hadde åpent mål. Flere av deloppgavene er åpne på flere måter, slik vil de ulike kategoriene summert overstige antall deloppgaver.



Figur 5.2.1 Antall åpne eksamensoppgaver

Figur 5.2.2 er en oversikt over kompleksiteten til oppgavene. Her er alt samlet i et diagram, selv om det høyeste nivået på kognitivt nivå er 3. Oversikten viser at det var 78 oppgaver med 2 proporsjoner, deretter var det 20 oppgaver med 1 proporsjoner og 20 oppgaver med 3 proporsjoner. I prosentandel av alle 130 eksamensoppgavene blir det henholdsvis 60 % med

2 proporsjoner, 15 % med 1 proporsjon og 15 % med 3 proporsjoner. Oversikten viser at det var 61 oppgaver som kunne løses på minst to steg, 41 som kunne løses med minst ett steg og 23 oppgaver som kunne løses med minst 3 steg. I prosent blir det 47 % med 2 steg, 32 % med 1 steg og 18 % med 3 seg. 77 oppgaver hadde kognitivt nivå 1, 44 oppgaver hadde kognitivt nivå 2 og 9 oppgaver hadde kognitivt nivå 3. Prosentvis andel av alle oppgavene gir 60 % med kognitivt nivå 1, 34 % på kognitivt nivå 2 og 7 % med kognitivt nivå 3. Oversikten viser at fleste parten av oppgavene har lavt kognitivt nivå, to proporsjoner og to steg. Med andre ord har de fleste oppgavene lav kompleksitet, og gir slik eleven mulighet til utforsking hvis oppgavene er åpne. Oversikten viser også at noen oppgaver har både 6, 7 og 8 proporsjoner, og skiller seg betraktelig ut fra resterende oppgaver. Disse oppgavene kan gi eleven mulighet til å etterforske hvis oppgavene også er åpne.



Figur 5.2.2 Kompleksiteten til eksamensoppgavene

5.3 Utforskende oppgaver

I denne delen av resultater vil vi presentere de fire oppgavene som kom ut som mest utforskende. Det vil si de oppgavene som scoret minst 3 i åpenhet og hadde kompleksitet på 6 eller mindre. Det er disse oppgavene som danner grunnlaget for diskusjonen i neste del av undersøkelsen vår. Av de fire oppgavene er det to del 1 oppgaver og to del 2 oppgaver. En fra høst 2021, en fra vår 2022 og to fra høst 2022. Alle fire oppgavene har også forskjellig matematisk tema. En har prosent, en med proporsjonalitet, en med areal og en med modellering.

H21 del 1

Oppgave 2 (2 poeng)

Sara har fått oppgaven nedenfor.

> For tre år siden kjøpte mormor en bil. I dag er bilens verdi 400 000 kroner.
> Bilens verdi har gått ned med 10 % hvert år.
>
> Hva var bilens verdi da mormor kjøpte den?

Sara har tenkt slik:

10 % av 400 000 kroner er 40 000 kroner.
Verdien har avtatt med 40 000 kroner hvert år.
Det blir til sammen 120 000 kroner.
Da mormor kjøpte bilen, var verdien 520 000 kroner.

Forklar Sara hvorfor dette ikke er riktig, og vis henne hvordan hun kan sette opp et regnestykke som vil gi riktig svar.

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
		x	x	x
Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå	
	2	2	2	

Figur 5.2.1 Analyse av Biloppgaven, eksamensoppgave 2 fra høsten 2021, del 1.

Dette er oppgave 2 fra eksamen høst 2021 del 1. Det vil si at den skal løses uten hjelpemidler. Hovedtema i oppgaven er prosent, og handler om verdien av en bil. Oppgaven oppgir et feil regnestykke, og elevene skal forklare hvorfor det ikke er riktig. I tillegg skal de vise riktig utregning. Oppgaven har fått 3 av 4 i åpenhet. Den har åpent svar, åpen metode og mulighet for utvidelser. Den scorer 6 i kompleksitet. Det er 2 ulike proporsjoner, minst 2 steg og 2 i kognitivt nivå. Målet med oppgaven ser vi på som lukket. Målet til oppgaven er gitt ved at kandidaten blir bedt om å sette opp et nytt regnestykke og forklare hvorfor Sara har feil. Når de skal forklare dette vil det være mulig å svare med små variasjoner, men målet er det riktige regnestykket. Derimot har denne oppgaven fått åpent svar fordi forklaringene kan være ulike. Elevene kan lage en tabell med utregninger eller de kan lage en eksponential funksjon. Metoden er derfor avhengig av svaret og hvordan de forklarer. På denne måten vil det også være mulig å utvide oppgaven til å generalisere verdien på bilen selv om dette ikke er noe som blir spurt om. Vi har gitt denne oppgaven 2 proporsjoner siden det er to ulike matematiske informasjoner. Prosent og verdi på bilen i kroner. Den kan løses med minst to steg, der de først skal forklare og deretter sette opp et nytt regnestykke. For å løse oppgaven må man kunne klare å gjøre konteksten i oppgaven om til matematikk og regne ut. Derfor har den fått to i kognitivt nivå. Vi har valgt å kalle denne oppgaven for Biloppgaven.

V22 del 1

Oppgave 3

a) Gi et eksempel på to størrelser som er proporsjonale.

b) Lag en grafisk framstilling som viser sammenhengen mellom de to størrelsene.

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
a		x	x	x
b		x	x	

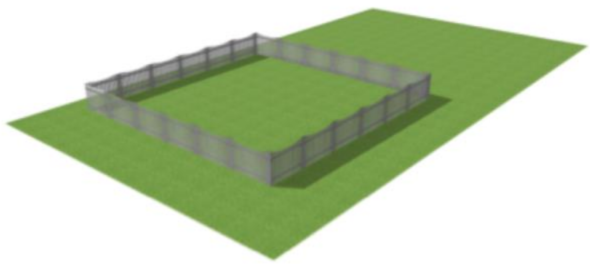
Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå
a	1	1	2
b	1	1	2

Figur 5.2.2 Analyse av Proporsjonalitetsoppgaven, eksamensoppgave 3 fra våren 2022, del 1.

Den andre oppgaven vi har plukket ut er oppgave 3a på eksamen vår 2022. Denne oppgaven er også en del 1 oppgave. I denne oppgaven skal elevene gi et eksempel på to størrelser som er proporsjonale. Den har åpent svar, åpen metode og mulighet for utvidelser. Den har en proporsjon, ett steg og 2 i kognitivt nivå. Det vil si at den scorer 4 i kompleksitet. Oppgaven har ikke fått åpent mål fordi målet med oppgaven er å finne to proporsjonale størrelser. Hvilke størrelser de skal finne er derimot ikke definert så oppgaven har åpent svar. Det er heller ikke presisert hvordan de skal gjøre det annet enn å gi et eksempel. Elevene har mulighet til å skrive en tekst, tegne, lage tabell eller en graf. På denne måten kan elevene utvide oppgaven. De kan for eksempel forklare tabellen med en tekst. Oppgaven er veldig kort, og den eneste proporsjonen vi brukte her er proporsjonale størrelser. Det er ingen annen matematisk informasjon. Oppgaven kan løses ved minst ett steg. Det er ikke krav om å vise utregning, bare presentere et eksempel. På tross av dette har den fått 2 i kognitive krav. Vi anså det å gi et eksempel på to proporsjonale størrelser som å se sammenheng mellom matematikk og virkelighet. Man må kunne vite hvordan størrelsene utvikler seg og beskrive det matematisk. Vi kaller denne oppgaven for Proporsjonalitetsoppgaven.

H22 del 2

Oppgave 4



Per og Solveig har nok materialer til å lage et gjerde som er 64 m langt.
De skal gjerde inn et område som skal ha form som et rektangel, og de ønsker at området skal få størst mulig areal.

Per påstår at arealet blir størst mulig dersom alle sidekantene er like lange.

a) Vis at Per sin påstand kan være riktig, ved å lage en oversikt som viser arealet av ulike rektangler med omkrets 64 m.

Solveig lurer på om de kan tegne en graf som viser at Per har rett. Hun prøver å sette opp et funksjonsuttrykk som hun kan bruke.

b) Sett opp funksjonsuttrykket for Solveig. Tegn grafen, og vis at Per sin påstand er riktig.

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
a		x	x	x
b				x

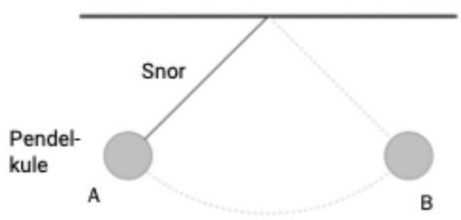
Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå
a	2	3	1
b	2	3	2

Figur 5.2.3 Analyse av Gjerdeoppgaven, eksamensoppgave 4 fra høsten 2022, del 2.

Den neste oppgaven er en del to oppgave. Her er alle hjelpemidler tillat. Dette er oppgave 4a på eksemen høst 2022. Her får elevene oppgitt en påstand som skal begrunnes. De får en gitt lengde meter med gjerde som skal danne et størst mulig rektangulært areal. Per mener at alle sidene må være like lange. I tillegg til å begrunne påstanden skal de lage en oversikt med ulike arealer med omkrets 64 m. Denne oppgaven har åpent svar, åpen metode og mulighet for utvidelser. Oppgaven har 2 proporsjoner, minst 3 steg og to i kognitivt nivå. Totalt 6 i kompleksitet. Vi har gitt denne oppgaven åpent svar fordi når elevene skal forklare så kan de velge selv på hvilken måte det skal forklares og hvordan oversikten kan se ut. Dermed vil det kunne være ulike forklaringer og fremstillinger. Målet er derimot ikke åpent. Hvis elevene har gjort oppgaven riktig så vil alle komme frem til at Per sin påstand er riktig. De to proporsjonene i oppgaven er 64m og figuren. Vi tenker at figuren gir god informasjon og hjelp til å løse oppgaven, og regnes derfor som en egen proporsjon. Antall steg i denne oppgaven har vi satt til 3. (1) Først må de regne ut arealet til kvadratet. (2) Deretter må de lage en oversikt, og (3) til slutt gjøre det med flere (minst ett til). Denne oppgaven har fått en i kognitive krav fordi den handler ikke om å se sammenhenger mellom ulike matematiske områder, men kun å presentere en oversikt der de beregner ulike arealer. Dette er reproduksjon og krever ikke høyere kognitiv tenking. Vi kaller denne oppgaven Gjerdeoppgaven (Figur 5.2.3).

H22, del 2

Oppgave 6



Figuren til venstre viser en pendel. Tiden pendelen bruker på å svinge fra posisjon A til posisjon B og tilbake til posisjon A igjen, kalles svingetiden.

Klasse 1STA har utført et forsøk i naturfag. De har målt svingetiden til pendler med ulike snorlengder.

Tabellen nedenfor viser svingetiden til pendler med åtte ulike snorlengder.

Snorlengde (meter)	0,1	0,3	0,5	0,8	1,0	1,3	1,6	2,0
Svingetid (sekund)	0,69	1,17	1,44	1,82	2,08	2,27	2,53	2,80

a) Bruk tallene i tabellen, og lag en modell på formen

$$S(x) = a \cdot x^b$$

som viser svingetiden $S(x)$ sekunder til en pendel med snorlengde x meter.

> Formelen
>
> $$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$
>
> kan brukes for å regne ut svingetiden T til en pendel, når vi ser bort fra friksjon og luftmotstand. L er snorlengden gitt i meter, og g er tyngdens akselerasjon.
> På jorden er $g = 9{,}81\ \text{m/s}^2$.

b) Vis at denne formelen kan forenkles til $T \approx 2\sqrt{L}$.

c) Sammenlikn modellen du fant i oppgave a), med formelen for T.

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
a				

b			x	
c		x	x	x
Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå	
a	3	2	1	
b	1	1	1	
c	2	1	2	

Figur 5.2.4 Analyse av Pendeloppgaven, eksamensoppgave høst 2022, del 2.

Den siste oppgaven er oppgave 6c på eksamen høst 2022 del 2. Her skal de sammenlikne en modell de får oppgitt i oppgaven med en modell de kommer frem til selv i oppgave a. Modellen er en likning som viser sammenhengen mellom snorlengde og svingetiden til en pendel. Elevene må bruke regresjon for å komme frem til en modell på formen $S(x) = a \bullet x^b$. Denne modellen skal sammenlignes med $T = 2\pi\sqrt{L/g}$. Oppgaven har åpent svar, åpen metode og mulighet for utvidelser. Den har 2 proporsjoner, minst 1 steg og 2 i kognitivt nivå. Det vil si totalt 5 i kognitivt nivå. Den har ikke åpent mål fordi målet med oppgaven er å se likhetene og forskjellene mellom de to modellene, og hvordan de skiller seg fra hverandre, uansett hvilken modell de har kommet frem til i oppgave a. Svaret kan være ulikt ut ifra hvilken modell de har, og er derfor åpent. Derfor vil den også ha åpen metode. Elevene kan selv velge hvordan de vil gå frem og vise sammenligningen. Vi kaller denne oppgaven for Pendeloppgaven (Figur 5.2.4)

Etter å ha sett på disse oppgavene ser vi at kompleksiteten er relativ lik. Den varier mellom 4 og 6, mens åpenheten ligger på 3. Ingen av de fire oppgavene vi har valgt ut har åpent mål, men alle har åpent svar, åpen metode og mulighet for utvidelser.

5.4 Etterforskende oppgaver

I sorteringen av utforskende oppgaver var det flere oppgaver som hadde åpenhet 3 og kompleksitet på 7 eller høyere. Når vi skulle se på etterforskende oppgaver valgte vi likevel å holde oss til de oppgavene som hadde åpenhet 4. Dette fordi åpenhet er den viktigste faktoren i utforskende og etterforskende oppgaver. I tillegg var disse oppgavene betraktelig mer komplekse enn resterende oppgaver. I og med at skillet mellom utforsking og etterforsking er et spekter, har vi valgt å fokusere på ytterpunktene. Vår analyse tilsier at bare to oppgaver av alle eksamensoppgavene er åpne på fire måter. Tilsvarende er dette de eneste oppgavene som har åpent mål. Det vil si at eleven ikke vet hva som er målet for oppgaven, men må stole på egne oppdagelser. Den ene oppgaven er c-oppgaven i oppgave 8 på eksamen høsten 2021, del to. Denne oppgaven har vi brukt som eksempeloppgave i presentasjonen av analyseverktøyet i kapittel 4.4, og vil dermed ikke gå i dybden av den her. Oppgaven får 11 i kompleksitet ifølge vårt analyseverktøy. Vi har valgt å kalle denne oppgaven for Hundrebrettet.

H21 del 2

Oppgave 8 (12 poeng)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

I tabellen ovenfor har vi fargelagt to kvadrater.

a) Bestem differansen mellom tallet nederst til venstre og tallet øverst til høyre, og differansen mellom tallet nederst til høyre og tallet øverst til venstre. Bestem så produktet av de to differansene.

Du skal altså regne ut $(11-2)\cdot(12-1)$ for det blå kvadratet og $(37-28)\cdot(38-27)$ for det grønne kvadratet.

b) Gjør tilsvarende beregninger som i oppgave a) for flere kvadrater med samme størrelse som i oppgave a). Forklar hva du oppdager, og argumenter for at dette er riktig.

c) Gjør tilsvarende beregninger som i oppgave a) for kvadrater med ulike størrelser. Lag en oversikt der du presenterer resultatene på en systematisk måte. Forklar hva du oppdager, og argumenter for at dette er riktig.

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
a				
b			x	x
c	x	x	x	x

Kompleksitet:	Antall proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå
a	2	1	1
b	2	3	2
c	3	4	3

Figur 5.3.1 Etterforskende oppgave høsten 2021, del 2. «Hundrebrettet»

Den andre oppgaven som hadde fire i åpenhet var oppgave 7 på eksamen høsten 2022, del to. Denne oppgaven fikk 16 i kompleksitet. Her blir eleven gitt 8 proporsjoner som omhandler trening og kalorier. Eleven blir bedt om å gjøre beregninger og vurderinger og lage en oversikt over sammenhengene. Ifølge våre beregninger må eleven gjøre minst fem beregninger ut ifra gitt informasjon. Det krever at eleven reflekterer og ligger dermed på nivå tre på kognitivt nivå. Oppgaven har åpent svar siden oversikten kan se forskjellig ut fra elev til elev og mulighet for utvidelse siden eleven kan generalisere og trekke inn kunnskap utenifra. Vi har valgt å kalle denne oppgaven for Kalorioppgaven.

H22 del 2

Oppgave 7

Sofie løper på en tredemølle. Etter tre minutter står det i displayet at hun har

- brukt 32 kilokalorier (kcal) energi
- løpt 0,38 km

Sofie gjør seg noen tanker mens hun løper:

I Cooper-testen løper man i 12 minutter. Jeg har løpt 380 m på 3 minutter. Hvor langt kommer jeg på 12 minutter?

Hvor mange kilokalorier bruker jeg dersom jeg løper i én time?

Hvor mange kilokalorier bruker jeg per kilometer jeg løper?

Jeg vil øke farten. Jeg har hørt at jenter må løpe minst 2200 m på 12 minutter for å få en god karakter på Cooper-testen. Hvilken fart må jeg velge?

Etter løpingen spiser Sofie en melkesjokolade som veier 60 g. På etiketten står det at 100 g sjokolade inneholder 550 kcal. Sofie spør seg selv:

Er det flere kalorier i sjokoladen enn jeg brukte da jeg løp på tredemøllen?

Gjør beregninger og vurderinger, og lag en oversikt som gir Sofie mest mulig informasjon om sammenhengene hun er opptatt av.

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
	x	x	x	x
Kompleksitet:	Antall proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå	
	8	5	3	

Figur 5.3.2 Etterforskende oppgave fra høsten 2022, del 2. «Kalorioppgaven».

6. Diskusjon

I dette kapittelet skal vi diskutere hva utforsking er og hvorfor det er viktig ved å se på resultatene våre i lys av relevant teori og tidligere forskning. Vi vil diskutere hvordan utforsking kommer frem i eksamensoppgaver og om det samstemmer med hva som står i læreplanen.

6.1 Implementeringsutfordringer av eksamen

Utforsking er en av fremtidens kompetanser og er derfor en viktig del av LK 20. Vi har sett gjennom «Ludvigsen utvalget» (NOU 2015: 8) at dette er en kompetanse som samfunnet kommer til å ha stor nytte av i årene som kommer, og det er viktig at elever lærer seg å utforske. Ifølge (UiO, 2024) er utforsking en stor del av mange klasserom og 72% av matematikkundervisningen er utforskende. Vi tror i likhet med «Ludvigsen utvalget» og UiO at utforsking er en del av fremtiden og at denne måten å tenke på bør innføres i klasserom. Samtidig ser vi ut ifra forskningen til (Boaler, 1998) at utforskingen har en positiv effekt på elevers læremåte. De blir mer motiverte, lærer mer og blir bedre til å møte nye oppgaver. Å møte nye oppgaver og være åpen for nye måter å tenke på, er noe av det viktigste utforsking bidrar med i en verden som blir stadig mer kompleks og har behov for nytenkning. Dette er en effekt av å jobbe med utforskende oppgaver som ikke tradisjonelle øvingsoppgaver bidrar med i like stor grad. Å lære seg en fremgangsmåte som allerede er kjent vil ikke være like viktig som å lære seg nye tenkemåter. Målet med utforsking er å bruke de dataene og informasjonen man innhenter til analyse og refleksjon (UiO, 2024). Elevene må finne ut av hvordan dataene kan være nyttige og hva de kan brukes til. På denne måten er utforsking en god måte å møte på ukjente problemer. På den andre siden blir tradisjonell undervisning blir fort kjedelig, og elevene mister motivasjonen til å lære (Boaler,1998). En viktig forutsetning for å lære er at elevene har motivasjon og lærelyst.

Vi har nå sett at utforsking og etterforsking er viktig og hvorfor det bør innføres i skolen. I denne oppgaven hvor vi har analysert eksamensoppgaver, har vi brukt et rammeverktøy for å definere utforsking i skriftlige eksamensoppgaver. Derfor har vi måttet utelate samarbeid og innsamling av data i utforsking. Vi har brukt teori til å definere utforsking ut ifra to skaler med åpenhet og kompleksitet. Samtidig har vi også sett på hvordan utforsking er relatert til etterforsking og problemløsing. Ponte (2015) beskriver disse i et spekter uten en klar overgang, men vi har prøvd å kategorisere dem for å skille de fra hverandre. Ved å bruke skalaen vår ser vi at problemløsing kjennetegnes av høy kompleksitet, men lav åpenhet. Etterforskende oppgaver har høy kompleksitet og høy åpenhet, mens utforskende oppgaver har lav kompleksitet og høy åpenhet (Ponte, 2015). På denne måten kan vi skille de fra hverandre samtidig som det ikke finnes noen klar grense mellom dem. At utforskende oppgaver har lav kompleksitet, vil si at de inneholder få elementer, det skal være et lavt kognitivt nivå og ikke kreve mange steg (Espinoza et. al, 2022). Dette gjør at oppgavene skal være enkle å komme i gang med og lavtpresterende elever vil også kunne få noe ut av dem. Samtidig skal de ha høy åpenhet. Det vi si at det ikke skal være noe fast fremgangsmåte, svar eller mål med oppgaven (Yeo, 2015). Elevene skal selv vurdere hva som skal gjøres og komme frem til en løsning. Vi ser for eksempel at oppgaven om proporsjonalitet inneholder få proporsjoner, men oppgaven om kalorier har mange proporsjoner og mye informasjon som må bearbeides før man kan sette i gang.

Når det gjelder denne måten å definere utforsking på, så får vi ikke dekket hele utforskingsbegrepet, slik det ofte blir brukt i dagligtale. Vi har sett at det kan være vanskelig å skille hva som er utforsking og hva som ikke er det. Samtidig har vi tatt noen valg for å kategorisere oppgavene. Et resultat av dette, er at vi ikke får dekket hele utforskingsbegrepet. Skovmose skiller mellom undersøkelseslandskap og oppgaveparadigme (Skovmose, 2011). Det blir vanskelig å måle utforsking på en eksamensform hvor elevene sitter individuelt og i ro for å løse oppgaver. Denne formen for eksamen passer kanskje bedre inn i et oppgaveparadigme enn et undersøkelseslandskap. Samtidig ser vi oppgaven om Hundrebrettet (Figur 5.3.1) at elevene kan bevege seg inn i et undersøkelseslandskap. Elevene blir bedt om å gjøre beregninger og lage en oversikt. De blir derimot ikke bedt om å svare på «hva skjer hvis vi snur kvadratet?» eller «hva om ...?». Skovsmose (2003) beskriver blant annet denne og flere utvidelser som man kan gjøre i et undersøkelseslandskap.

Elevene kan utvide oppgaven på denne måten hvis de vil, men det er lite i oppgaveteksten som går i denne retningen. At elevene skal gjøre noe aktivt og samle inn data som de kan dele med hverandre og diskutere, blir vanskelig å få til med den eksamensformen vi har i dag. Derfor må vi skille mellom utforskende undervisning og utforskende oppgaver. Vi har sett på utforskende oppgaver som en del av utforskende undervisning og analysert oppgavene med en tanke om at de kan bli brukt i utforskende undervisning. Denne innsnevringen kan skape utfordringer i praksis med tanke på at oppgavene er ganske avhengige av landskapet rundt. Eksempler på dette er ved datainnsamlinger, diskusjoner med medelever og veiledning fra lærer.

6.2 Sammenlikning teori med LK20

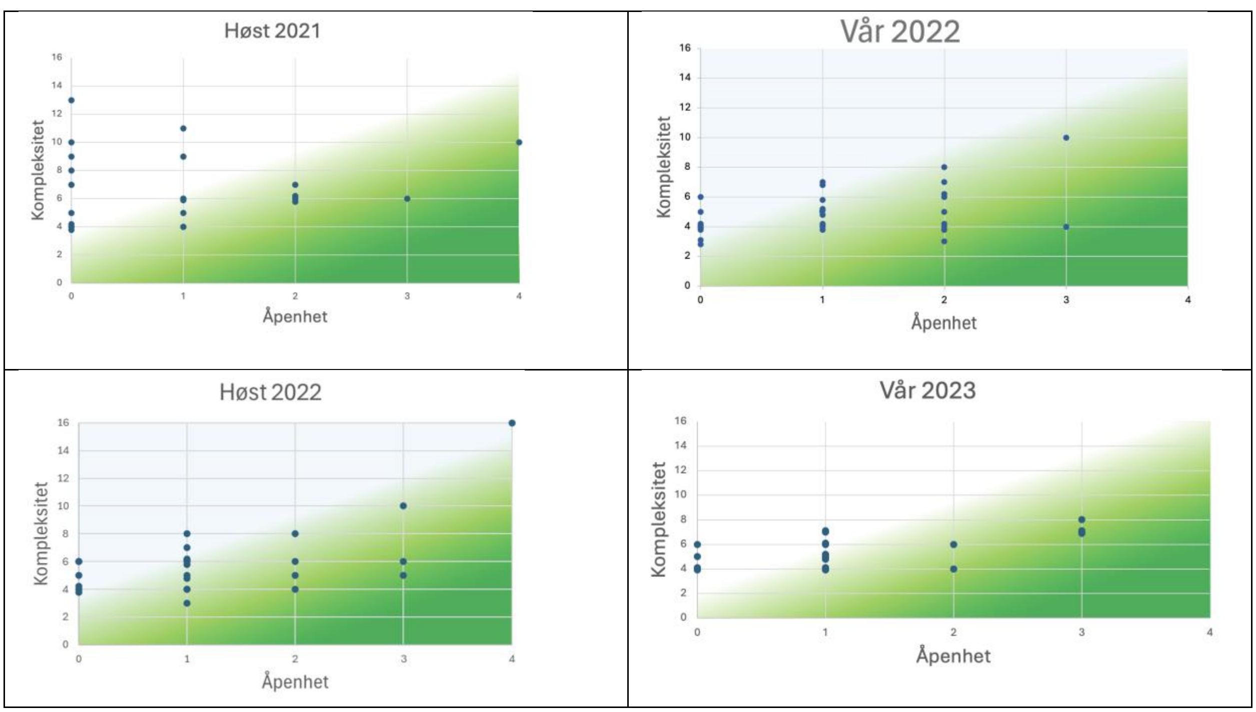
Ser vi på læreplanen og sammenlikner med det vi har funnet ut i denne oppgaven, kan vi også se ulikheter også her. Læreplanen legger vekt på at elevene skal «Lete etter mønster, finne sammenhenger og diskutere seg frem til en felles forståelse» (Utdanningsdirektoratet, 2020). Dette avhenger av at man har noen å diskutere med. I utforskende undervisning vil dette være mulig, men ikke på en skriftlig eksamen. Derfor er dette ganske annerledes enn vår definisjon av utforsking. Samtidig er det flere oppgaver som handler om å finne et mønster og se sammenhenger. Et eksempel på dette er oppgaven Hundrebrettet (Figur 5.3.1). Videre sier læreplanen at «Elevene skal legge mer vekt på strategiene og fremgangsmåtene enn på løsningene» (Utdanningsdirektoratet, 2020). Dette er noe vi har sett på i analysen og prøvd å kategorisere gjennom åpen metode. Å legge mer vekt på metoden enn på løsningen, vil si at det er hvordan man kommer frem til svaret som skal vektlegges, ikke svaret i seg selv. Dermed er det viktig at oppgaven kan løses på flere forskjellige måter, altså åpen metode og åpent svar. Gjerdeoppgaven (Figur 5.2.3) er et eksempel hvor man legger vekt på metoden og hvordan man kommer frem til svaret. Her er svaret avhengig av hvilken metode man bruker for å løse oppgaven.

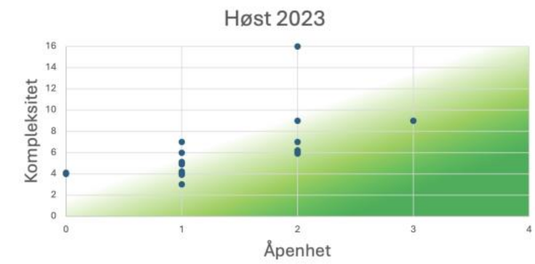
Selv om den er noen likheter, ser vi at det læreplanen sier om utforsking, er ganske ulikt det vi skriver om. Det kan virke som om læreplanens definisjon av kjerneelementet utforsking og problemløsing handler om arbeidsmetoder og undervisning. Derfor passer det bedre inn i *inquiry* og utforskende undervisning enn vår analyse av oppgaver.

6.3 Utforsking på eksamen

I dette delkapittelet vil vi drøfte hvordan utforsking kommer til utrykk på eksamen i 1P etter innføringen av den nye læreplanen. Vi vil gjøre det ved å se resultatene av kategoriseringen av åpenhet og kompleksitet. Vi vil drøfte resultatene gitt i diagrammene opp mot teorien om utforsking.

Koordinatsystemene av resultatene fra analysen gjør det synlig at mange av oppgavene er i større eller mindre grad åpne og at kompleksiteten til oppgavene varierer. Fleste parten av oppgavene er åpne på minst en måte, og flere oppgaver er åpne på flere måter. Artigue og Blomhøj (2013) skriver at i *inquiry* må oppgavene være åpne. Med det perspektivet kan man si at Utdanningsdirektoratet har lagt til rette for utforsking på eksamen. Dette vises i figur 5.2.1 (*5.2 En oversikt over antall åpne* og komplekse oppgaver). Samtidig skriver Artigue og Blomhøj (2013) videre at oppgavene må oppleves relevant og ekte for eleven, dette har vi ikke grunnlag for å si noe om.





Figur 6.3.1 Resultater eksamensoppgaver

Yeo (2015, s. 176) skriver at oppgaver som har flere løsninger gir rom for utforsking. Ifølge vår analyse har 19 oppgaver åpent svar, 15 % av alle oppgavene, se figur 5.2.1 *i 5.2 En oversikt over antall åpne* og komplekse oppgaver. Shimida (1997) skriver at oppgaver som er «open ended» gir mulighet til å se etter mønstre, klassifisere eller måle et fenomen. I vår analyse krysset vi av på «åpent svar» på flere oppgaver som spurte eleven om å lage en oversikt. Et konkret eksempel på dette er oppgave 4 høsten 2022, del 2. I lys av Shimida (1997) sin beskrivelse av «open ended questions» vil slike oppgaver inneholde utforskende elementer.

Omtrent 68 % av alle eksamensoppgavene hadde åpen metode. Her er det viktig å poengtere noe Yeo (2015) trekker frem, nemlig at også prosedurale oppgaver ofte kan løses ved hjelp av flere ulike algoritmer. At 68 % av eksamensoppgavene har åpen metode betyr dermed ikke at alle disse oppgavene gir mulighet til utforsking. Yeo (2015) skriver at en måte å åpne slike oppgaver mer opp på er å be eleven om å vise flere løsningsmetoder, dette så vi ingen eksempler på i eksamensoppgavene.

32% av oppgavene hadde mulighet for utvidelser. Becker (2005) trekker frem at i arbeid med figurtall er det mulig å utvide ved å se på andre figurer og ved å generalisere, dette kaller han «Problem to problem». Dette så vi flere eksempler på i eksamensoppgavene. Blant annet i oppgave 6 del 2 på eksamen vår 2022 (*9. Vedlegg).* Yeo (2015) skriver at slike oppgaver beskriver bakenforliggende mønstre og sammenhenger, dette samsvarer med Utdanningsdirektoratet sin beskrivelse av kjerneelementet utforsking.

Angående kompleksitet ser vi i Figur 5.2.2 at de fleste eksamensoppgavene ligger på 2 i kognitivt nivå. Videre har de fleste oppgavene bare én proporsjon og de fleste oppgavene kan løses ved hjelp av to steg. Slik kan en argumentere for at de fleste oppgavene på eksamen ikke er veldig komplekse. På koordinatsystemene ser vi også at de fleste oppgavene er ganske sentrert, men at det er enkelte oppgaver som skiller seg ut med vesentlig høyere kompleksitet. At de fleste oppgavene har få proporsjoner og antall steg er et godt utgangspunkt for utforsking i henhold til Ponte (2015) sin forståelse av utforsking. Samtidig kan ikke kompleksiteten alene avgjøre om utforsking finner sted eller ikke. Spesielt når Ponte (2015) også trekker frem at mer komplekse oppgaver også kan være utforskende, selv om han kaller dette etterforsking.

6.4 Utforsking i enkeltoppgaver

I dette kapittelet vil vi gå nærmere inn på de oppgavene som vi fant til å være mest utforskende. Våre fire valgte oppgaver er mest utforskende ifølge Ponte (2015) sin beskrivelse av utforsking med høy grad av åpenhet og lav grad av kompleksitet. Vi vil nå se på om disse oppgavene også er utforskende i lys av læreplanen og annen litteratur.

Biloppgaven (Figur 5.2.1) er en prosentoppgave. Den kan være virkelighetsnær for elever. Både Boaler (1997), Skovmose (2003) og Artigue & Blomhøj (2013) trekker frem at ved *inquiry* så skal oppgavene oppleves som virkelighetsnære og meningsfulle. En kan riktignok aldri vite hva elevene opplever som virkelighetsnært og interessant, men det kan tenkes at om det ikke angår dem direkte, så har bil og verdiutvikling noe å si for folk flest. Ved en slik tilnærming samsvarer denne oppgaven med våre resultater om at det er en utforskende oppgave, særlig siden oppgaven også er åpen ved at man kan velge hvordan man vil forklare Sara at hun tar feil. I denne oppgaven skal man kommenterer påstander. På denne måten åpner man opp oppgaven, fremfor at en lukket utregning er svaret.

Proporsjonalitetsoppgaven (Figur 5.2.2) er en av de fire oppgavene vi trekker fram som en utforskende eksamensoppgave. Her kan eleven velge fritt i hvilken retning de vil ta oppgaven, som samsvarer med Skovsmose (2003) sin idé om undersøkelseslandskapet hvor man kan gå i ulike retninger. Eleven kan selv velge hvilke proporsjonale størrelser de vil se på. Her vil det være utallige mulige riktige svar, noe som samsvarer med Yeo (2015) sin tanke om at åpne svar gir rom for utforsking. I læreplanen for 1P er det et eksplisitt mål at man skal utforske proporsjonalitet. På bakgrunn av nevnt teori vil dermed denne eksamensoppgaven gjenspeile dette kompetansemålet.

Gjerdeoppgaven (Figur 5.2.3) er en arealoppgave. Her skal man vise at Per sin påstand er riktig ved å lage en oversikt over ulike areal av rektangler gitt at omkretsen er 64 meter. Ved spørsmål om å lage en oversikt har vi i likhet med de etterforskende oppgaven tolket dette som oppgaver med åpent svar. Oppgaven vil slik være «open ended» siden oversiktene elevene lager kan være veldig forskjellige og samtidig være riktige. Denne oppgaven viser at selv om en oppgave har åpent svar, så trenger ikke oppgaven nødvendigvis å være så kompleks. I likhet med Biloppgaven (Figur 5.2.1) skal man også her kommentere en påstand.

Pendeloppgaven (Figur 5.2.4) er en modelleringsoppgave. I oppgaven skal man sammenligne en funksjon man får ved bruk av regresjon med en formel man får oppgitt i oppgaven. Elevene er nødt til å bruke digitale hjelpemidler til å sammenligne funksjonene. Dette gjenspeiler kompetansemålet i 1P hvor det eksplisitt står at man skal utforske ved hjelp av digitale verktøy (Utdanningsdirektoratet, 2020). Resultatene våre viser at sammenligning åpner oppgaver opp, noen elever kan sammenligne litt mens andre klarer å sammenligne i større grad og slik har oppgaven mulighet for utvidelse (Yeo, 2015).

Oppsummert kan vi si at resultatene viser at utforsking kan benyttes ved prosent, proporsjonalitet, areal og modellering. Slik ser man at utforsking ikke er avhengig av matematisk innhold. På to av oppgavene skal man kommentere en påstand. Å kommentere en påstand er enn måte å åpne opp en oppgave på uten at det blir for komplisert. Andre måter å åpne opp oppgavene er ved å la elevene komme med egne eksempler, ved sammenligning eller ved at de skal prøve seg frem med digitale hjelpemidler.

6.5 Etterforsking i enkeltoppgaver

I dette kapittelet vil vi gå nærmere inn på de oppgavene som vi fant til å være mest etterforskende. Mohr–Skogan (2023) tolket utforsking etter kognitive krav, kreativitet og åpenhet. Ved en slik tolkning vil de etterforskende oppgavene være veldig utforskende siden de har høyere kognitive krav enn de andre fire oppgavene. Ponte (2007) skriver at etterforskende oppgaver handler blant annet om å se etter mønstre. Dette samsvarer med utdanningsdirektoratet sin beskrivelse av hva utforsking er (Utdanningsdirektoratet, 2020). Begge oppgavene har også åpent svar og blir slik regnet som «open ended» (Shimida, 1997). Dette vil si at ved en annen tilnærming til utforsking, vil det være unaturlig å skille etterforsking fra utforsking. Likevel ønsker vi å se på hvordan disse to oppgavene skiller seg ut fra de andre utforskende oppgavene.

Hundrebrettet (Figur 5.3.1) er påfallende lik Skovsmoses sin talltavle. Eksamensoppgaven begynner med lav grad av kompleksitet i a og b-oppgaven, men blir så mer kompleks i c-oppgaven når man skal se på andre figurer og forklare hva man observerer. Skovsmose (2003) begynner på samme måte med enkle utregninger, og så blir det mer komplekst etter hvert med andre figurer og andre talltavler. Med andre ord er inngangsterskelen relativt lav og slik ikke etterforskende, men det blir etterforskende etter hvert når kompleksiteten øker. Slik ser vi at resultatene fra analysen av hva som er etterforskende oppgaver samsvarer med hvordan Ponte (2007) beskriver etterforsking. Han knytter også Skovsmoses (2015) undersøkelseslandskap til etterforskende oppgaver.

Kalorioppgaven (Figur 5.3.1) inneholder en rekke informasjon. Elevene vil da jobbe som matematikere ved at de må finne ut hva som er interessant å undersøke. Videre må de hente ut relevant data fra oppgaven, organisere data og analysere data. Slik ser vi at denne oppgaven passer beskrivelsene til Ponte (2007) på hvordan arbeid med etterforskende oppgaver ser ut. Oppgaven er ikke bare mer kompleks enn resterende oppgaver, i antall proporsjoner (Espinoza et al., 2022), men den er også annerledes ved at elevene i større grad må stille egne spørsmål. Slik sett passer oppgaven inn under hvordan Artigue og Blomhøj (2013) beskriver *inquiry*.

6.6 Forskjellen på utforskende og etterforskende oppgaver

I den didaktiske diskursen om utforsking i eksamensoppgaver er det interessant å skille mellom utforsking og etterforsking. Ved å skille mellom dem får man en dypere forståelse av hvordan utforsking kan være forskjellig, alt ut ifra hvor komplekse oppgavene er. Etterforskende oppgaver er også utforskende, men har en høyere kompleksitet enn andre utforskende oppgaver.

Både de utforskende og de etterforskende oppgavene er åpne oppgaver. Bare to av oppgavene vi analyserte hadde åpent mål, dette var etterforskende oppgaver med høy kompleksitet. Eksamensoppgavene med åpent mål er svært komplekse. En kan stille seg spørsmålet om en naturlig konsekvens av åpent mål er at oppgavene blir mer komplekse. Hvis en elev blir bedt om å stille egne spørsmål så er det åpent mål, siden da bestemmer eleven selv hva målet er. Espinoza et al. (2022) sin forskning tilser at når elever skulle stille egne spørsmål, så ville høyt presterende elever stille mer komplekse spørsmål. Dette vil si at når elever blir bedt om å stille egne spørsmål, så kan spørsmålet også ha lav grad av kompleksitet.

De etterforskende oppgavene i vår analyse har en kompleksitet på 10 og 16, mens de utforskende oppgavene har kompleksitet mellom 4 og 6. Oppgavene med lavere grad av kompleksitet er lettere å gjennomføre, dette er utforskende oppgaver som passer for alle elever. Slik som for eksempel å beskrive to proporsjonale størrelser er noe de aller fleste elever kan få til hvis de vet hva proporsjonale størrelser er (Proporsjonalitetsoppgaven, Figur 5.2.2). Å gjøre beregninger knyttet til trening og kalorier (Kalorioppgaven, Figur 5.3.2) er derimot vanskeligere når man ikke vet hva man skal finne ut, og når eleven selv skal hente ut informasjon av en rekke informasjon.

Etterforskende oppgaver krever gjerne mer tid og samarbeid, og kan være vanskeligere å få til i eksamenssammenheng (Ponte, 2007; Skovsmose, 2003; Boaler, 1997). Hundrebrettet (Figur 5.3.1) og Kalorioppgaven (Figur 5.3.2) kan slik være gode oppgaver å jobbe med i klasserommet når elevene kan samarbeide og få støtte av lærer. Slik øver elevene seg på være matematikere. Dermed kan utforskende oppgaver med lavere kompleksitet egne seg bedre i vurderingssituasjoner. Samtidig vil det nok være elever som kan få vist god kompetanse på etterforskende oppgaver, også alene på eksamen.

Forskning viser at lavtpresterende elever gjør det bedre ved bruk av utforskende oppgaver (Kogan & Laursen, 2014). Lavtpresterende elever får større utbytte av oppgaven hvis man åpner opp oppgaver fremfor å gjøre de mer komplekse. Utforskende oppgaver med lav kompleksitet egner seg godt i en eksamenssituasjon hvor man jobber alene. Disse oppgavene har en lav inngangsterskel, men gir mulighet for å vise mye kompetanse ved at det for eksempel er mulighet til utvidelser ved å generalisere.

7. Avslutning

Målet med denne oppgaven har vært å finne ut av hvordan utforsking kommer til uttrykk i eksamensoppgaver i 1P matematikk. Gjennom studien har vi funnet ut at vi kan skille mellom utforskende og etterforskende oppgaver. Rammeverket vårt er basert på (Ponte, 2015) som skiller mellom øvings-, problemløsende-, utforskende- og etterforskende oppgaver. Her har vi valgt å se på hva utforsking er og hva som skiller utforsking fra etterforsking. I dette kapittelet vil vi prøve å svare på forskningsspørsmålet vårt: «*Hva karakteriserer utforskende og etterforskende eksamensoppgaver i 1P etter LK20?*»

7.1 Konklusjon

I resultatene våre, etter å ha gått gjennom alle eksamensoppgavene endte vi opp med å gå dypere inn i seks oppgaver. Fire av disse definerte vi som utforskende og to som etterforskende oppgaver. Vi ser at de utforskende oppgavene befinner seg nede til høyre i koordinatsystemet vårt, mens de etterforskende befinner seg oppe til høyre *(5.1 Eksamenssett*). Dette betyr at både utforskende og etterforskende oppgaver har høy åpenhet siden de ligger til høyre. Oppgaver kan være åpne på flere ulike måter, men disse kjennetegnes av at det er åpen metode, åpent svar, åpent mål og mulighet for utvidelser. Åpne oppgaver kjennetegnes av at elevene styrer selv hva de vil svare på, hva de vil finne ut av og hvor mye de vil svare. Det som skiller de etterforskende oppgavene fra de utforskende er kompleksiteten i oppgavene. Vi ser at de to oppgavene med høy kompleksitet inneholder mange elementer og mye informasjon. De komplekse oppgavene er de som inneholder mange proporsjoner, krever mange steg for å løse og har et høyt kognitivt nivå.

7.2 Didaktiske implikasjoner

Etter å ha arbeidet med denne masteroppgaven har vi sett hvordan utforsking egner seg for lavtpresterende elever, i og med at oppgavene har lav grad av kompleksitet. Vi har sett at eksempler på slike eksamensoppgaver er å nevne proporsjonale størrelser, kommentere andres svar, lage oversikt og ved å utforske ved bruk av digitale hjelpemidler. De fire utforskende oppgavene presentert i denne masteroppgaven er fine oppgaver for elevene til å jobbe med for å bli bedre til å utforske. Med andre ord trenger ikke utforskende oppgaver å være så komplisert.

Denne masteroppgaven får også frem at utforskende og etterforskende oppgaver er åpne oppgaver. Dermed kan man som lærer åpne opp oppgaver for å få oppgavene mer utforskende. Dette kan gjøres ved å for eksempel spørre om det finnes ulike løsningsmetoder eller ved å utvide oppgaven med å stille spørsmålet «Hva hvis?». Å åpne opp oppgaver er et enkelt grep for å få eleven til å utforske. Slik kan man som lærer enkelt gjøre undervisningen mer utforskende.

Skillet mellom utforskende og etterforskende oppgaver gjør det lettere for lærere å plukke ut hvilke eksamensoppgaver man vil jobbe med i klasserommet. Hvis man ønsker at elevene skal jobbe i grupper eller over lengre tid kan det være fint å bruke etterforskende oppgaver. Hvis man ønsker en lav inngangsterskel for lavtpresterende elever, kan velge å bruke noen av de utforskende oppgavene fra denne studien. Samtidig skal det også nevnes at den etterforskende oppgaven Hundrebrettet har lav inngangsterskel, men blir mer kompleks utover i oppgaven. De utforskende oppgavene kan også fint brukes hvis elevene skal utforske på egenhånd.

Å jobbe med etterforskende oppgaver i undervisningen vil også ha en god hensikt. Hvis elevene blir vant til å jobbe på denne måten, vil de også ha større mulighet til å løse de etterforskende oppgavene som kan komme på eksamen. Etterforskende oppgaver på eksamen vil slik ha en positiv «washback effect» (Bukh et al., 2022) ved at elevene øver seg på å være matematikere og slik blir bedre på fremtidens kompetanser (NOU 2015: 8). Elevene øver seg på å stille egne spørsmål og å hente ut relevant informasjon fra oppgaven. Slik kan man som lærer bruke de to etterforskende oppgavene som er presentert i denne masteroppgaven som en øvelse for elever til å jobbe etterforskende, og invitere dem inn i sine egne undersøkelseslandskap (Skovsmose 2015).

7.3 Videre forskning

I og med at etterforskende oppgaver egner seg bedre for prosjektarbeid, kan man tenke seg om en muntlig vurdering er bedre egnet teste denne type kompetanse. Da har eleven mulighet til å ta sensor med seg på sin reise igjennom undersøkelseslandskapet sitt og spørsmål som ble stilt underveis. Samtidig ser vi to eksempler på etterforskende oppgaver på skriftlig eksamen. På disse oppgavene har høyt presterende elever gode muligheter til å vise mye kompetanse. Til videre forskning hadde det vært av interesse å se på utforsking i muntlig-praktisk eksamen i matematikk 1P. På en muntlig-praktisk eksamen kan man også i større grad utforske ved bruk av digitale verktøy underveis på eksamen. Dette kan være med oppgaver i GeoGebra eller ved bruk av programmering.

7.4 Oppgavens betydning for oss selv

Arbeidet med denne masteroppgaven har styrket utdannelsen vår, ved å gjøre oss bedre rustet til arbeidslivet. Vi har fått stor kjennskap og innsikt i hva som menes med utforsking, noe ikke alle lærere har (UiO, 2024). Dessuten har vi også blitt godt kjent med eksamensoppgavene i faget, noe vi også kan dra nytte av i undervisning. Helt konkret kan vi benytte de 6 oppgavene vi har trukket frem i denne masteroppgaven i undervisning. I tillegg er vår opplevelse at flere elever velger matematikk P. Det er mye til felles i fagene 1P og 2P, og også med matematikk på ungdomstrinnet. Slik vi arbeidet med eksamensoppgavene i 1P være overførbart til andre matematikkfag. Når det er sagt, vil man også kunne dra nytte av å åpne opp oppgaver i fag som matematikk T, -S eller -R for å jobbe mer utforskende.

8. Referanseliste

Artigue, M. & Blomhøj, M. (2013) Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. *ZDM Mathematics Education* 45, 797–810. https://doi.org/10.1007/s11858-013-0506-6

Becker J.P. (2005) Reflections on U.S.–Japan Collaborative Research in Mathematical Education. Improving Mathematics Teaching and Learning through Lesson Study, May 20-21, 2005, Chicago.

Bryman, A. (2016). Social Research Methods (5th ed.). London: Oxford University Press.

Boaler, J. (1998). Open and Closed Mathematics: Student Experiences and Understandings. *Journal for Research in Mathematics Education,* ss. 41–62. https://doi.org/10.2307/749717

Bukh, P. N., Christensen, K. S., & Poulsen, M. L. (2022). Performance funding: exam results, stakes, and washback in danish schools. SAGE Open, 12(1), 215824402210821. https://doi.org/10.1177/21582440221082100

Dolan, E. & Grady, J. (2010). Recognizing Students' Scientific Reasoning: A Tool for Categorizing Complexity of Reasoning During Teaching by Inquiry. *Journal of Science Teacher Education*, *21*(1), 31–55. https://doi.org/10.1007/s10972-009-9154-7

Dorier, JL. & García, F.J. (2013) Challenges and opportunities for the implementation of inquiry-based learning in day-to-day teaching. *ZDM Mathematics Education* 45, 837–849. https://doi.org/10.1007/s11858-013-0512-8

Eriksen, S., Vos, P. (2022). Kjerneelementer og eksempeloppgaver. *Tangenten – tidsskrift for matematikkundervisning*, 33(3), 45–51.

Gleiss, M.S. & Sæther, E. (2021). *Forskningsmetode for lærerstudenter*. Cappelen Damm Akademisk.

Jonassen, D.H. (1997). Instructional Design Models for Well-Structured and Ill-Structured Problem-Solving Learning Outcomes. *Educational Technology Research and Development*, 45(1), s.65–94. https://www.jstor.org/stable/30220169

Kogan, M. & Laursen, S.L. Assessing Long-Term Effects of Inquiry-Based Learning:

A Case Study from College Mathematics. *Innov High Educ* **39**, 183–199 (2014). https://doi.org/10.1007/s10755-013-9269-9

Mohr–Skogan, E. (2023). Utforsking i lærebøker på 8.trinn – forfatternes tolkning og operasjonalisering av begrepet: En masterstudie basert på intervju med lærebokforfattere og oppgaveanalyse [Masteroppgave, Universitetet i Oslo]. https://www.duo.uio.no

NOU 2015: 8. (2015) Fremtidens skole: Fornyelse av fag og kompetanser. Oslo. https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/nou-2015-8/id2417001/?ch=2

OECD (2005). *The Definition and Selection of Key Competencies*. Executive Summary. http://www.oecd.org/pisa/35070367.pdf

OECD (2017). PISA for Development Assessment and Analytical Framework: Reading, Mathematics and Science, Preliminary Version, *OECD Publishing*, Paris.

Ponte, J.P. (2007). Investigations and explorations in the mathematics classroom. *ZDM: the international journal on mathematics education,* 39, s. 419–430. https://doi.org/10.1007/s11858-007-0054-z

Ponte, J. P. (2015). Problem solving, exercises, and explorations in mathematics textbooks: A historical perspective. *Pursuing Excellence in Mathematics Education: Essays in Honor of Jeremy Kilpatrick*, 71–84.

Shimada, S. (1997). The Significance of an Open-Ended Approach. In: Becker J.P. & Shimada S. (1997). *The Open-Ended Approach: A New Proposal for Teaching Mathematics*.

Skovsmose, O. (2011). Landscapes of investigation. In: Skovsmose, O. (eds) *An Invitation to Critical Mathematics Education*. Sense Publishers. https://doi.org/10.1007/978-94-6091-442-3_5

Skovsmose, O., Blomhøj, M., Alrø, H., & Center for Forskning i Matematiklære. (2003). *Kan det virkelig passe? : om matematiklæring* (p. 246). L&R Uddannelse Forlag Malling Beck.

Universitetet i Oslo. (2024). *Å jobbe utforskende på Vg1 og Vg2: Den enkelte lærers undervisning har mer å si enn fagenes egenart* (EDUCATE rapport 3). Institutt for lærerutdanning og skoleforskning, det utdanningsvitenskapelige fakultet, Universitetet i Oslo.

Utdanningsdirektoratet (2020). Læreplan i matematikk P (MA08-01). Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020.

Utdanningsdirektoratet (2020). *Retningslinjer for utforming av nasjonale og samiske læreplaner for fag i LK20 og LK20S*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/forsok-og-pagaende-arbeid/Retningslinjer-for-utforming-av-lareplaner-for-fag-/prinsipper-for-utforming-av-lareplaner-for-fag/

Valenta, A. (2016). Kognitive krav i matematikkoppgaver. Mateatikksenteret. https://www.matematikksenteret.no/sites/default/files/attachments/MAM/Valenta%20 Kognitive%20krav%20i%20matematikkoppgaver_v2.pdf

Yeo, J. B. (2017). Development of a Framework to Characterise the Openness of Mathematical Tasks. *International Journal of Science and Mathematics Education,* 15, 175–191. https://doi.org/10.1007/s10763-015-9675-9

9. Vedlegg

9.1 Analyse av eksamensoppgaver

H21 del 1

Oppgåve 1 (2 poeng)

I ein klasse har 15 av elevane vore på tur i haustferien. Sverre har rekna ut at det betyr at 60 % av elevane i klassen har vore på tur.

Kor mange elevar er det i klassen?

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
			x	
Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå	
a	2	1	1	

H21 del 1

Oppgåve 2 (2 poeng)

Sara har fått oppgåva nedanfor.

> For tre år sidan kjøpte mormor ein bil. I dag er verdien av bilen 400 000 kroner.
> Verdien av bilen har gått ned med 10 % kvart år.
>
> Kva var verdien av bilen då mormor kjøpte han?

Sara har tenkt slik:

10 % av 400 000 kroner er 40 000 kroner.
Verdien har avteke med 40 000 kroner kvart år.
Det blir til saman 120 000 kroner.
Då mormor kjøpte bilen, var verdien 520 000 kroner.

Forklar Sara kvifor dette ikkje er rett, og vis ho korleis ho kan setje opp eit reknestykke som vil gi rett svar.

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
a		x	x	x

Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå
a	2	2	2

H21 del 1

Oppgåve 3 (2 poeng)

Morten har kjøpt ny varmtvasstank. Han fyller varmtvasstanken med kaldt vatn og koplar til straumen.

Formelen

$$T = 9t + 7$$

kan brukast for å berekne temperaturen T gradar celsius (°C) i vatnet, t timar etter straumen er kopla til.

a) Kor lang tid vil det gå før temperaturen i vatnet er 52 °C?

b) Gi ei praktisk tolking av tala 9 og 7 i formelen ovanfor.

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
a			X	
b			X	
Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå	
a	2	1	1	
b	2	2	2	

H21 del 1

Oppgåve 4 (2 poeng)

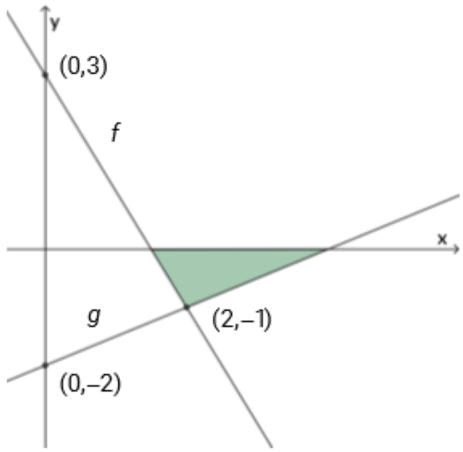
Ein tunell er 24 kilometer lang. Audun køyrer gjennom halve tunnelen med ein gjennomsnittsfart på 80 km/h. På grunn av vegarbeid må han så bremse ned, og køyrer med ein gjennomsnittsfart på 60 km/h gjennom resten av tunellen.

Kor mange minutt bruker Audun på å køyre gjennom tunellen?

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
a			x	
Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå	
a	2	2	1	

H21 del 1

Oppgåve 5 (4 poeng)



I koordinatsystemet ovanfor ser du grafane til to lineære funksjonar f og g.

a) Bestem $f(x)$ og $g(x)$.

b) Bestem arealet av den grøne trekanten.

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
a				
b			x	

Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå
a	2	4	1
b	3	4	2

H21 del 2

Oppgåve 1 (4 poeng)

Ein nettbutikk vil starte sal av ein ny type ski 1. november 2022.

Anta at funksjonen S gitt ved

$$S(x) = 0{,}75x^3 - 59{,}5x^2 + 1200x \quad , \quad 0 \leq x \leq 52$$

kan brukast som en modell for kor mange par ski $S(x)$ butikken vil kunne selje per veke x veker etter salsstart.

a) Kor mange veker vil butikken kunne selje meir enn 5000 par ski, ifølgje modellen?

b) Bestem stigningstalet til den rette linja som går gjennom punkta $(0, S(0))$ og $(12, S(12))$. Gi ei praktisk tolking av svaret.

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
a			x	
b				

Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå
a	3	2	1
b	2	3	2

H21 del 2

Oppgåve 2 (4 poeng)

Energiinnhaldet i matvarer blir vanlegvis oppgitt i kilojoule (kJ) eller kilokaloriar (kcal).

Tabellen viser energiinnhaldet i nokre næringsstoff.

Næringsstoff	Kilojoule (kJ) per gram	Kilokaloriar (kcal) per gram
Feitt	37	9
Protein	17	4
Karbohydrat	17	4

Tobias har lest at 100 g kokt egg inneheld 10,2 g fett, 12,4 g protein og 0,3 g karbohydrat.

Resten av egget er vitaminar og vatn, og inneheld ikkje energi.

a) Kva er energiinnhaldet i 100 g kokt egg? Oppgi svaret i kcal.

Tobias har funne ut at han har eit energibehov på 3000 kcal per dag. Ein dag et han to egg. Egga veg til saman 125 g med skall. Den etelege delen av egg er 88 % av totalvekta til egget.

b) Kor mange prosent av Tobias sitt energibehov utgjorde egga han åt denne dagen?

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
a			x	
b			x	

Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå
a	3	2	1
b	4	3	2

H21 del 2, oppg. 3

Ein dyrebestand består i dag av 500 dyr. Ein forskar antar at bestanden vil doble seg i løpet av dei ti neste åra.

a) Set opp ein modell $L(x)$ som viser kor mange dyr det vil vere i bestanden om x år, dersom vi antar at bestanden aukar lineært.

b) Set opp ein modell $E(x)$ som viser kor mange dyr det vil vere i bestanden om x år, dersom vi antar at bestanden aukar eksponentielt.

c) Teikn grafen til funksjonen F gitt ved

$$F(x) = L(x) - E(x) \quad , \quad 0 \leq x \leq 13$$

d) Bestem toppunktet på grafen til F og skjeringspunkta mellom grafen til F og kvar av dei rette linjene $x = 12$ og $y = 12$.

Gi ei praktisk tolking av svara du får.

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
a				
b				
c				
d				

Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå
a	2	1	1
b	2	1	1
c	2	2	1
d	2	4	2

H21 del 2

Oppgåve 4 (4 poeng)

Avgjer kva for ein påstand eller kva for påstandar nedanfor som er rett(e). Hugs å grunngi svara dine.

Påstand 1: Dersom utgiftene til ein klassefest skal delast likt mellom elevane som er med på festen, vil beløpet kvar elev må betale alltid vere omvendt proporsjonalt med antal elevar.

Påstand 2: To størrelsar er alltid proporsjonale dersom det er slik at når den eine aukar, så aukar den andre også.

Påstand 3: To størrelsar er alltid omvendt proporsjonale dersom den eine størrelsen doblar seg når den andre blir halvert.

Påstand 4: Arealet av ein sirkel er alltid proporsjonalt med omkrinsen av sirkelen.

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
				x
Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå	
	4	4	3	

H21 del 2

Oppgåve 5 (2 poeng)

Angelica har laga blåbærsaft. Safta inneheld 10 % sukker. Angelica synest safta er sur og vil lage ei ny saftblanding med 50 % meir sukker.

Kor mange prosent sukker vil den nye saftblandinga innehalde?

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå	
a	1	2	1	

H21 del 2

Oppgåve 6 (6 poeng)

Verdifallet utgjør bilens største kostnad, særlig det første året, enten bilen er kjøpt ny eller brukt.

Verdifallet utgjør bilen største kostnad. Verdifallet er i de aller fleste tilfellene størst det første året. For en nybil kan du forvente 20 prosent første året. Deretter om lag 14 prosent av bruktprisen fra det andre året, synkende til 10 prosent det sjette året. Og fra det sjette året 10 prosent årlig.

Teksten ovanfor er henta frå smartepenger.no

Mathilde har kjøpt ny bil. Bilen kosta 390 000 kroner.

Mathilde vil lage ei oversikt som viser verdifallet til bilen i prosent dei første seks åra. Kvart år vil ho samanlikne verdien på bilen med verdien året før. I tillegg vil ho kvart år samanlikne verdien på bilen med verdien då han var ny.

Ho har brukt tala frå smartepenger.no og sett opp eit rekneark som vist nedanfor.

	A	B	C
1	**Verdifall i prosent**		
2	**År**	**Samanlikna med verdien året før**	**Samanlikna med verdien som ny**
3	1	20 %	20 %
4	2	14 %	31 %
5	3	13 %	
6	4	12 %	
7	5	11 %	
8	6	10 %	

a) Vis korleis Mathilde kan ha kome fram til 31 % i celle C4.

b) Lag reknearket og legg inn formlar for å rekne ut verdiar i de grøne cellene.

Mathilde vil også ha ei oversikt som viser verdifallet i kroner for bilen ho kjøpte. Kvart år skal oversikta vise verdifallet i kroner frå året før. I tillegg skal den for kvart år vise verdifallet i kroner frå då bilen var ny.

c) Utvid reknearket frå oppgåve b) slik at du også får med ei slik oversikt.

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
a				
b				
c				

Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå
a	6	3	1
b	4	3	2
c	6	5	2

H21 del 2, oppg. 7

Figur 1

Figur 2

Marius og Maria arbeider i ein daglegvarebutikk. Dei skal stable boksar med erter.

Marius stablar boksane som vist i figur 1. I figur 1 har han laga eit tårn med fire etasjar.

a) Kor mange boksar treng Marius for å lage eit tårn med 20 etasjar dersom han stablar boksane på denne måten?

Marius har 400 boksar.

b) Kor mange etasjar vil det vere i det største tårnet han kan lage?

Maria vil stable boksane som vist i figur 2. I figur 2 har ho laga eit tårn med tre etasjar.

c) Kor mange boksar treng Maria for å lage eit tårn med 20 etasjar dersom ho stablar boksane på denne måten?

Maria har 4000 boksar.

d) Kor mange etasjar vil det vere i det største tårnet ho kan lage?

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
a			x	x
b				x
c			x	x
d			x	x

Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå
a	2	3	1
b	2	3	1
c	2	3	1
d	2	3	1

H21 del 2

Oppgåve 8 (12 poeng)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

I tabellen ovanfor har vi fargelagt to kvadrat.

a) Bestem differansen mellom talet nedst til venstre og talet øvst til høgre, og differansen mellom talet nedst til høgre og talet øvst til venstre. Bestem så produktet av dei to differansane.

Du skal altså rekne ut $(11-2)\cdot(12-1)$ for det blå kvadratet og $(37-28)\cdot(38-27)$ for det grøne kvadratet.

b) Gjer tilsvarande berekningar som i oppgåve a) for fleire kvadrat med same størrelse som i oppgåve a). Forklar kva du oppdagar, og argumenter for at dette er rett.

c) Gjer tilsvarande berekningar som i oppgåve a) for kvadrat med ulike størrelsar. Lag ei oversikt der du presenterer resultata på ein systematisk måte. Forklar kva du oppdagar, og argumenter for at dette er rett.

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
a				
b			x	x
c	x	x	x	x

Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå
a	1	2	1
b	2	3	2
c	3	4	3

V22 del 1

Oppgåve 1

Renta på eit lån steig frå 2,0 % til 2,2 %.

a) Kor mange prosentpoeng steig renta med?

b) Kor mange prosent steig renta med?

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
a				
b				

Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå
a	1	1	1
b	1	1	1

V22 del 1, oppg. 2

Diagrammet viser talet på elevar ved ein vidaregåande skule dei fire siste åra.

Når var det størst prosentvis auke i talet på elevar frå eit år til det neste?

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå	
a	2	1	1	

V22 del 1

Oppgåve 3

a) Gi eit døme på to storleikar som er proporsjonale.

b) Lag ei grafisk framstilling som viser samanhengen mellom dei to storleikane.

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
a		x	x	x
b		x	x	

Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå
a	1	1	2
b	1	1	2

V22, del 1

Oppgåve 4

Siri har eit stykke papp og vil lage ei eske. Ho har sett opp ein modell som viser volumet $V(x)$ cm^3 av eska dersom ho lagar ho x cm høg

$$V(x)=4x^3-100x^2+600x \quad , \quad 0<x<10$$

a) Kor stort volum får eska dersom Siri lagar ho 5 cm høg?

b) Kva finn Siri ut dersom ho løyser likninga $V(x)=500$?

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå	
a	2	1	1	
b	2	1	1	

V22 del 1

Oppgåve 5

```
startverdi = 2000
verdi = startverdi
vekstfaktor = 1.05
år = 0

while verdi < startverdi * 2:
    verdi = verdi * vekstfaktor
    år = år + 1

print(verdi)
print(år)
```

Ein elev har skrive programkoden ovanfor.

Kva ønskjer eleven å finne ut?
Forklar kva som skjer når programmet blir køyrd.

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
			x	
Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå	
	3	2	2	

V22 del 1

Oppgåve 6

Eit rektangel er tre gonger så langt som det er breitt.
Arealet av rektangelet er 432 cm^2.

Kor breitt er rektangelet?

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
a			x	
Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå	
a	2	2	1	

V22 del 2

Oppgåve 1

Ein fabrikk har ein vasstank. Vatnet i tanken skal tappast ut.

Anta at funksjonen V gitt ved

$$V(x)=2000-2000\cdot\left(1-\frac{x}{40}\right)^2, \quad 0\le x\le 40$$

kan brukast som ein modell for kor mange liter vatn $V(x)$ som er tappa ut av tanken x minutt etter at tappinga starta.

a) Bestem $V(0)$. Gi ei praktisk tolking av svaret.

b) Bestem verdimengda til V.

c) Kor lang tid vil det ta før halvparten av vatnet er tappa ut av tanken?

d) Bestem stigningstalet til den rette linja som går gjennom punkta $(0, V(0))$ og $(30, V(30))$. Gi ei praktisk tolking av svaret.

e) Undersøk om det nokon gong vil tappast ut meir enn 105 liter vatn i løpet av eitt minutt.

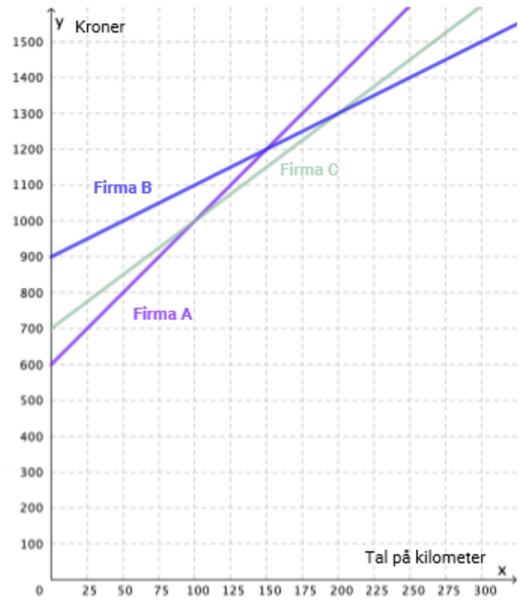
Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
a			x	
b			x	
c			x	
d			x	
e			x	x

Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå
a	3	2	1
b	2	1	1
c	2	2	1
d	2	3	2
e	2	2	2

V22 del 2

Oppgåve 2

Markus skal leige ein bil i eit døgn. Grafane nedanfor viser prisen han må betale ho firma A, firma B og firma C.



a) Forklar at prisen Markus må betale hos firma A, kan beskrivast med uttrykket $A(x) = 4x + 600$

b) Kva blir prisen per kilometer hos firma B dersom Markus køyrer 50 km?
Kva blir prisen per kilometer hos firma B dersom Markus køyrer 400 km?

Markus skal køyre frå Bodø til Sulitjelma og tilbake til Bodø igjen. På internett finn han ut at avstanden frå Bodø til Sulitjelma er 9,7 mil.

c) Gjer berekningar, og vurder kva firma han bør leige bil hos.

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
a			x	
b			x	
c			x	x

Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå
a	2	1	1
b	2	2	1
c	1	2	1

V22 del 2

Oppgåve 3

Ei flaske dusjsåpe kostar det same i fire butikkar.

Dei fire butikkane bestemmer seg for å setje ned prisen.
Dette gjer dei på kvar sin måte. Sjå nedanfor.

Butikk A

Tilbod
dusjsåpe

Ta 3 flasker, og betal for 2 av dei.

Butikk B

Tilbod
dusjsåpe

30 % rabatt

Butikk C

Tilbod
dusjsåpe

Betal full pris for éi flaske,
og få 75 % rabatt på den neste.

Butikk D

Tilbod
dusjsåpe

Betal full pris for 3 flasker,
og få i tillegg 2 gratis.

Gjer berekningar, og set opp ei oversikt der du sorterer tilboda etter kor gode dei er.

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
		x	x	x
Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå	
	4	4	2	

V22 del 2

Oppgåve 4

Ved ein temperatur på 22 °C veg 1 L olje 0,9124 kg.

a) Kor mange gram veg 10 mL av oljen ved denne temperaturen?

Oljen i eit beger veg 556,6 g ved ein temperatur på 22 °C.

b) Kor mange desiliter olje er det i begeret?

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
a				
b			x	

Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå
a	2	1	1

V22 del 2

Oppgåve 5

Ein bakterie formeirar seg ved todeling kvart 20. minutt.

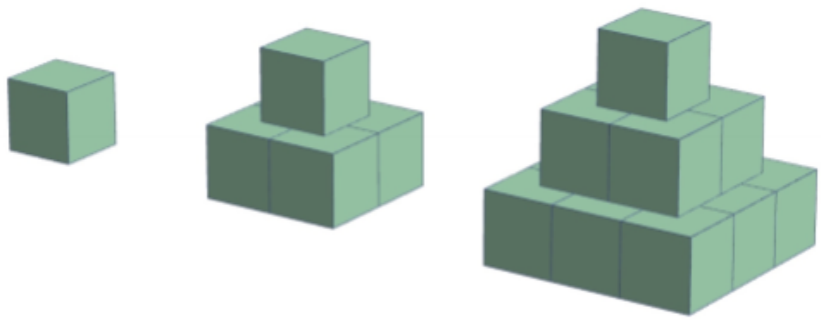
Det vil seie at om det i starten er éin bakterie, vil det etter 20 minutt vere 2 bakteriar, etter 40 minutt fire bakteriar osv.

Kor mange bakteriar vil det vere etter 12 timar?

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
a			x	
Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå	
a	1	2	1	

V22 del 2

Oppgåve 6



Figur 1 Figur 2 Figur 3

Ovanfor ser du tre figurar. Figurane er sette saman av små klossar. Roar vil fortsetje å lage figurar etter same mønster.

a) Kor mange klossar treng han for å lage figur 5?

b) Kor mange klossar treng han til saman for å lage dei 10 første figurane?

Roar har 10 000 klossar. Han vil starte med den minste figuren og lage éin figur i kvar storleik.

c) Kor mange figurar kan han lage?
Kor mange klossar vil han ha igjen når han har laga figurane?

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
a			x	x
b			x	x
c			x	x
Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå	

a	1	2	1
b	1	1	1
c	2	2	1

V22 del 2

Oppgåve 7

Då Eline og Malene kom til hytta, var temperaturen i stua 2,0 °C. Dei skrudde på varmen og stilte termostaten på 20 °C. Tabell 1 viser temperaturen i stua x minutt etter at dei skrudde på varmen.

Tid (minutt)	1	5	10	20	30	50	80	120
Temperatur (°C)	2,0	3,7	5,3	8,0	10,2	13,4	16,4	18,4

Tabell 1

Eline og Malene vil lage ein modell som viser temperaturen i stua x minutt etter at dei skrudde på varmen. Dei startar med å bruke tala i tabell 1 til å lage ein modell T_1 på forma $T_1(x) = a \cdot x^b$

a) Bestem tala a og b.

b) Vurder gyldigheitsområdet til modellen T_1.

Eline og Malene ønskjer å forbetre modellen T_1. Eline foreslår at dei skal trekkje 20 °C frå kvar temperatur dei har målt, og heller bruke ein eksponentialfunksjon som modell. Ho set opp ein ny tabell.

Tid (minutt)	1	5	10	20	30	50	80	120
Korrigert temperatur (°C)	–18,0	–16,3	–14,7	–12,0	–9,8	–6,6	–3,6	–1,6

Tabell 2

c) Lag ein eksponentialfunksjon f som passar godt til tala i tabell 2.

d) Teikn grafen til T_1 og grafen til f i same koordinatsystem.
Beskriv forskjellar mellom dei to grafane.

Malene meiner dei kan bruke funksjonen f til å lage ein betre modell enn T_1 for temperaturen i stua. «Vi løfter grafen til f opp 20 °C, slik at han startar omtrent i punktet $(0,2)$», seier ho. «Då vil han passe perfekt.»

e) Bruk funksjonen f, og lag ein modell T_2 ved å gjere som Malene foreslår.
Kva vil temperaturen i stua vere etter 4 timar ifølgje modellen T_2?

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser

a				
b				x
c				
d		x		x
e				
Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå	
a	3	2	1	
b	1	1	2	
c	2	2	1	
d	2	2	2	
e	3	3	2	

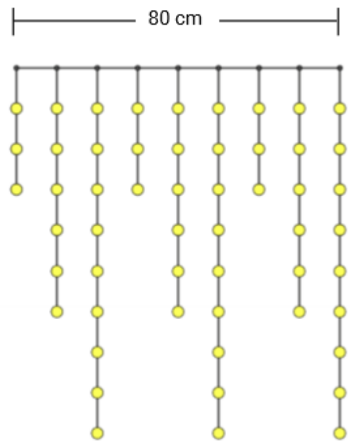
V 22 del 2

Oppgåve 8

Figuren viser eit lysgardin med små lyspærer.

Lyspærene heng på trådar. Den første tråden i ei lenkje har tre lyspærer, den neste har seks og den tredje har ni. Dette mønsteret blir gjenteke vidare.

Avstanden mellom kvar tråd er 10 cm.
Figuren viser altså eit gardin med lengd 80 cm.



Eit anna lysgardin av same type er éin meter langt.

a) Kor mange trådar har dette lysgardinet?

b) Kor mange lyspærer er det på den siste tråden?

Tabellen viser talet på lyspærer på lysgardin med ulike lengder.

c) Kor mange lyspærer er det på eit 15 meter langt lysgardin?

d) Kva lengder, i heile meter, kan eit lysgardin ha om det skal vere ni lyspærer på den siste tråden?

Meter	Tal på lyspærer
1	63
2	126
3	183
4	243
5	306
6	363

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
a				
b				
c			x	x
d			x	x
Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå	

a	2	1	1
b	2	1	1
c	3	2	2
d	3	3	2

H22 Del 1

Oppgåve 1

I 2022 må innbyggjarane i Lindesnes kommune betale 3,0 ‰ i eigedomsskatt.
Eigedomsskatten blir berekna ut frå likningsverdien til ein eigedom.

Familien Hansen har ein bustad med likningsverdi 2 500 000 kroner.

a) Kor mykje betaler familien Hansen i eigedomsskatt i 2022?

I 2023 vil satsen auke frå 3,0 ‰ til 3,5 ‰.

b) Kor mange prosentpoeng er endringa på?

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
a				
b				

Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå
a	2	1	1
b	1	2	1

H22 Del 1

Oppgåve 2

David eig ei tomt. Arealet av tomta er 600 m^2. Reguleringsplanen for tomta har eit krav som seier at han ikkje kan byggje på meir enn 30 % av arealet av tomta.

På tomta ønskjer David å byggje

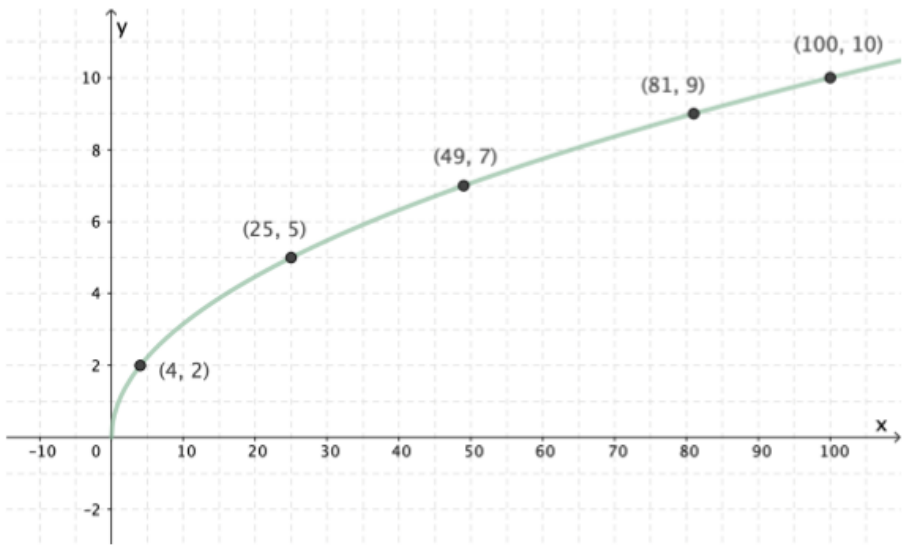
- ein bustad som har ei grunnflate med areal 140 m^2
- ein garasje med breidd 6 m og lengd 8 m

Gjer berekningar, og avgjer om det vil vere mogleg for David å byggje både huset og garasjen på tomta dersom han skal halde seg innanfor kravet i reguleringsplanen.

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
			x	x
Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå	
	3	3	2	

H22 del 1

Oppgåve 3



Ovanfor ser du grafen til ein funksjon f.

a) Set opp eit mogleg uttrykk for $f(x)$.
Hugs å forklare korleis du tenkjer.

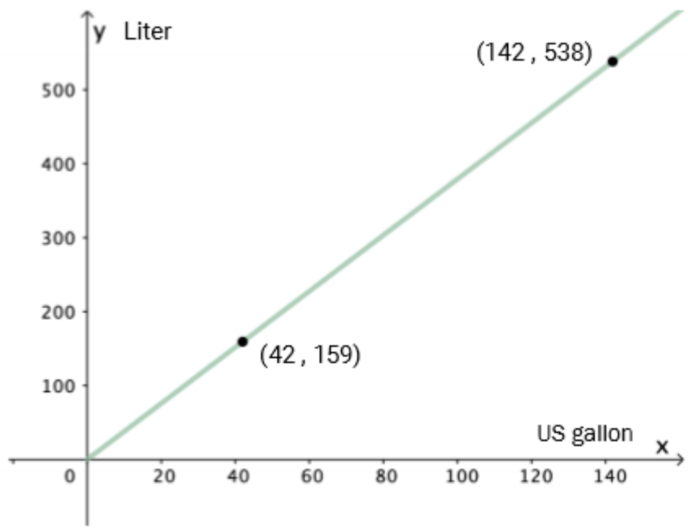
b) Bestem, viss det er mogleg, $f(16)$, $f(400)$, $f\left(\frac{9}{4}\right)$ og $f(-25)$.
Om du meiner det ikkje er mogleg å bestemme éin eller fleire av verdiane, må du hugse å argumentere for dette.

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
a			x	
b			x	
Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå	
a	2	2	2	
b	2	4	2	

H22 del 1

Oppgåve 4

I USA blir gallon (US gallon) brukt som måleining for volum av flytande varer. Den grafiske framstillinga nedanfor viser samanhengen mellom gallon og liter.



a) Bestem stigingstalet til den rette linja. Gi ei praktisk tolking av dette talet.

Fat er ei eining for volummåling av råolje. Eitt fat svarer til 42 US gallon. I 2022 er det anslått at etterspurnaden av råolje vil vere 100 millionar fat per dag.

b) Omtrent kor mange liter svarer dette til per dag? Gi svaret på standardform.

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
a			x	

Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå
a	2	2	1
b	3	2	1

H22 del 2

Oppgåve 1

Straumen som held vatnet i eit hagebasseng varmt, blir slått av.

Anta at funksjonen T gitt ved

$$T(x) = 3{,}5 + 34{,}5 \cdot 0{,}87^x \quad , \quad x \geq 0$$

kan brukast som en modell for temperaturen $T(x)$ °C i vatnet x timar etter at straumen blir slått av.

a) Kva er temperaturen i vatnet når straumen blir slått av?

b) Kor lang tid vil det ta før temperaturen i vatnet er under 20 °C?

c) Bestem stigingstalet til den rette linja som går gjennom punkta $(0, T(0))$ og $(4, T(4))$. Gi ei praktisk tolking av svaret.

d) Undersøk om temperaturen i vatnet nokon gong vil søkke med meir enn 5°C i løpet av ein time.

e) Gi ei praktisk tolking av talet 3,5 i modellen.

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
a				
b				
c			x	
d			x	
e			x	

Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå
a	2	2	1
b	2	1	1
c	3	2	1
d	2	1	1
e	2	1	2

H22, del 2

Oppgåve 2

I ein bygard er det 40 leilegheiter med til saman 90 rom.
Kvar leilegheit har anten to eller tre rom.

Kor mange leilegheiter har to rom, og kor mange har tre rom?

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
			x	x

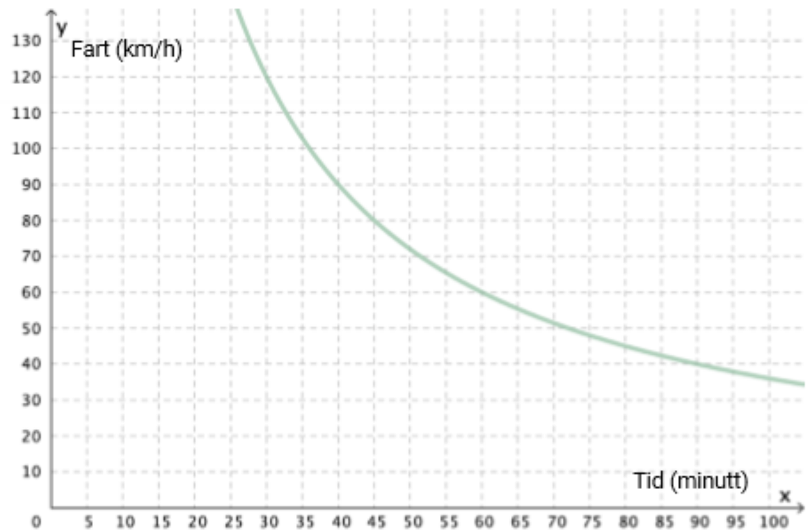
Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå
	2	2	2

H22 del 2

Oppgåve 3

I denne oppgåva skal du sjå på samanhengar mellom ulike storleikar og avgjere om storleikane er proporsjonale, omvendt proporsjonale eller ingen av delane.

a)



Er fart og tid proporsjonale storleikar, omvend proporsjonale storleikar eller ingen av delane i den grafiske framstillinga ovanfor?

b) Nedanfor ser du ein hugseregel for å bestemme bremselengder.

Når farten blir dobla, blir bremselengda firedobla.

Er fart og bremselengd proporsjonale storleikar, omvend proporsjonale storleikar eller ingen av delane ifølgje denne hugseregelen?

c) For å gjere om frå gradar fahrenheit F til gradar celsius C kan vi bruke formelen

$$C = \frac{F - 32}{1{,}8}$$

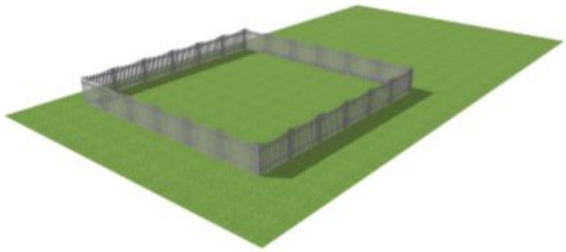
Er gradar celsius og gradar fahrenheit proporsjonale storleikar, omvend proporsjonale storleikar eller ingen av delane?

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser

a			x	x
b			x	x
c			x	
Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå	
a	2	1	2	
b	1	1	2	
c	1	1	2	

H22 del 2

Oppgåve 4



Per og Solveig har nok materiale til å lage eit gjerde som er 64 m langt.
Dei skal gjerde inn eit område som skal ha form som eit rektangel, og dei ønskjer at området skal få størst mogleg areal.

Per påstår at arealet blir størst mogleg dersom alle sidekantane er like lange.

a) Vis at Per sin påstand kan vere riktig, ved å lage ei oversikt som viser arealet av ulike rektangel med omkrins 64 m.

Solveig lurer på om dei kan teikne ein graf som viser at Per har rett. Ho prøver å setje opp eit funksjonsuttrykk som ho kan bruke.

b) Set opp funksjonsuttrykket for Solveig. Teikn grafen, og vis at Per sin påstand er riktig.

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
a		x	x	x
b				x

Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå
a	2	3	1
b	2	3	2

H22, del 2

Oppgåve 5

```python
def f(x):
    return 3 * x - 15      # Definerer funksjonen f gitt ved f(x) = 3x - 15

x = 0

while x <= 10:

    if f(x) == 0:
        print(x)

    x = x + 1
```

Lars har skrive programkoden ovanfor.

a) Kva ønskjer han å finne ut?
Kva blir resultatet når han køyrer programmet?

b) Kva vil resultatet bli om han endrar funksjonsuttrykket til x^2-6x+8?

Lars endrar funksjonsuttrykket til x^2-144 og ser at han må gjere noko med programmet.

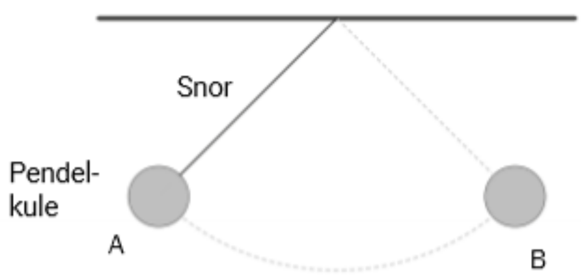
c) Foreslå endringar Lars kan gjere.

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
a			x	
b			x	
c		x	x	x

Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå
a	3	2	1
b	4	1	1
c	4	3	3

H22, del 2

Oppgåve 6



Figuren til venstre viser ein pendel. Tida pendelen bruker på å svinge frå posisjon A til posisjon B og tilbake til posisjon A igjen, blir kalla svingetida.

Klasse 1STA har utført eit forsøk i naturfag. Dei har målt svingetida til pendlar med ulike snorlengder.

Tabellen nedanfor viser svingetida til pendlar med åtte ulike snorlengder.

Snorlengd (meter)	0,1	0,3	0,5	0,8	1,0	1,3	1,6	2,0
Svingetid (sekund)	0,69	1,17	1,44	1,82	2,08	2,27	2,53	2,80

a) Bruk tala i tabellen, og lag ein modell på forma

$$S(x) = a \cdot x^b$$

som viser svingetida $S(x)$ sekund til ein pendel med snorlengd x meter.

Formelen

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

kan brukast for å rekne ut svingetida T til ein pendel, når vi ser bort frå friksjon og luftmotstand. L er snorlengda gitt i meter, og g er tyngdeakselerasjonen.
På jorda er $g = 9{,}81\ \text{m/s}^2$.

b) Vis at denne formelen kan forenklast til $T \approx 2\sqrt{L}$.

c) Samanlikn modellen du fann i oppgåve a), med formelen for T.

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser

a				
b			x	
c		x	x	x
Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå	
a	3	2	1	
b	1	1	1	
c	2	1	2	

H22 del 2

Oppgåve 7

Sofie løper på ei tredemølle. Etter tre minutt står det i displayet at ho har

- brukt 32 kilokaloriar (kcal) energi
- løpt 0,38 km

Sofie gjer seg nokre tankar mens ho løper:

I Cooper-testen løper ein i 12 minutt. Eg har løpt 380 m på 3 minutt. Kor langt kjem eg på 12 minutt?

Kor mange kilokaloriar bruker eg per kilometer eg løper?

Kor mange kilokaloriar bruker eg dersom eg løper i éin time?

Eg vil auke farten. Eg har høyrt at jenter må løpe minst 2200 m på 12 minutt for å få ein god karakter på Cooper-testen. Kva for ein fart må eg velje?

Etter løpinga et Sofie ein mjølkesjokolade som veg 60 g. På etiketten står det at 100 g sjokolade inneheld 550 kcal. Sofie spør seg sjølv:

Er det fleire kaloriar i sjokoladen enn eg brukte då eg løpte på tredemølla?

Gjer berekningar og vurderingar, og lag ei oversikt som gir Sofie mest mogleg informasjon om samanhengane ho er oppteken av.

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
	x	x	x	x
Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå	
	8	5	3	

V23, del 1

Oppgåve 1

Marko har kjøpt ei sjokoladeplate i ein butikk. Den kosta 20 kroner.
Mari har kjøpt ei sjokoladeplate på ein bensinstasjon. Den kosta 50 kroner.

Eg har rekna og funne ut at sjokoladeplata er 150 % dyrare på bensinstasjonen enn i butikken.

Eg har rekna og funne ut at sjokoladeplata er 60 % billigare i butikken enn på bensinstasjonen.

Kan vi ha rekna rett? Kvifor får vi ulike prosentar? Det var rart.

Gjer berekningar og svar på Marko sine spørsmål.

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
a		x	x	x

Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå
a	2	3	2

V23, del 1

Oppgåve 2

- Tal frå FN viser at folketalet på jorda no har passert 8 milliardar.
- Forskarar har komme fram til at det er omtrent 2,5 millionar gonger så mange maur som menneske på jorda.

Omtrent kor mange maur er det på jorda?
Skriv svaret på standardform.

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå	
	1	2	1	

V23, del 1

Oppgåve 3

a) Gi eit døme på ein praktisk situasjon der to storleikar er proporsjonale.
Grunngi at storleikane er proporsjonale.
Teikn ein graf som viser samanhengen mellom storleikane.

b) Gi eit døme på ein praktisk situasjon der to storleikar er omvendt proporsjonale.
Grunngi at storleikane er omvendt proporsjonale.
Teikn ein graf som viser samanhengen mellom storleikane.

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
a		x	x	x
b		x	x	x

Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå
a	2	3	2
b	2	3	2

V23, del 1

Oppgåve 4

Tabellen nedanfor viser høgda til Klara nokre år frå ho var 4 år, til ho var 10 år.

Alder (år)	4	5	8	10
Høgd (cm)	100	107	128	142

a) Lag ein modell som viser samanhengen mellom høgda og alderen til Klara basert på tala i tabellen.

b) Kor høg vil Klara vere når hun fyller 19 år, ifølgje modellen?

Klara var 50 cm høg då ho blei født.

c) Gjer berekningar og vurder gyldigheitsområdet til modellen du fann i oppgåve a).

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
a			x	
b			x	
c			x	

Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå
a	2	2	1
b	2	1	1
c	2	2	3

V23, del 2

Oppgåve 1

Dei siste åra har Lars budd på Svalbard frå 1. februar til 1. oktober. Kvart år har han målt temperaturen utanfor huset sitt på ulike tidspunkt nokre dagar kvar veke.

Han har funne at funksjonen T gitt ved

$$T(x) = 0{,}048x^4 - 1{,}4x^3 + 13{,}36x^2 - 45{,}8x + 35{,}2 \quad , \quad 2 \le x \le 10$$

er ein rimeleg bra modell for gjennomsnittstemperaturen $T(x)$ °C kvart døgn dei månadene han bur på Svalbard, når han lar $x = 2$ svare til 1. februar, $x = 3$ til 1. mars, $x = 4$ til 1. april og så vidare.

a) Omtrent kor mange døgn i perioden 1. februar–1. oktober er gjennomsnittstemperaturen over 0 °C ifølgje modellen?

b) Bestem stigningstalet til den rette linja som går gjennom punkta $(3, T(3))$ og $(7, T(7))$. Gi ei praktisk tolking av dette stigningstalet.

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
a			x	
b			x	
Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå	
a	2	2	1	
b	3	2	2	

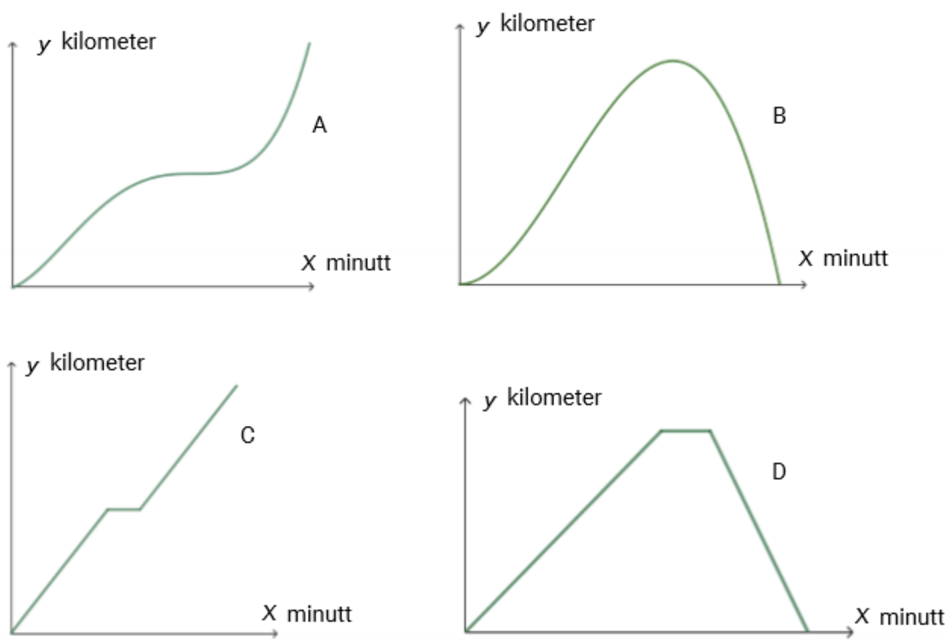
V23, del 2

Oppgåve 2

Ein dag går Aurora med jamn fart frå huset der ho bur, til postkontoret, som ligg nokre kilometer unna. Ho står i kø for å hente ein pakke. Når ho har fått pakken, går ho med jamn fart heim att.

Kva for ei av dei grafiske framstillingane nedanfor beskriv best lengda av turen som ein funksjon av tida?

Hugs å grunngi svaret ditt.



Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
a			x	x

Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå
a	2	2	2

V23, del 2

Oppgåve 3

Ei gruppe speidarar har slått opp telt ved ei elv. Dei har eit tau som er 80 m langt, og fire pinnar. Tauet og pinnane skal dei bruke til å setje opp eit gjerde rundt teltet. Området dei gjerdar inn, skal ha form som eit rektangel, og dei vil ikkje setje opp gjerde langs elva. Sjå skissa ovanfor.

a) Kor stort blir arealet av området dersom dei vel at lengda skal vere 60 meter?

Herman påstår at arealet av området blir størst dersom lengda er dobbelt så lang som breidda.

b) Lag ei systematisk oversikt som viser arealet av ulike område som dei kan gjerde inn. Bruk oversikten til å argumentere for at Herman sin påstand kan vere rett.

Josefine lurer på om dei kan teikne ein graf som viser at Herman har rett. Ho prøver å setje opp eit funksjonsuttrykk som ho kan bruke.

c) Set opp eit funksjonsuttrykk for Josefine. Teikn grafen og vis at Hermann sin påstand er rett.

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
a			x	
b		x	x	x

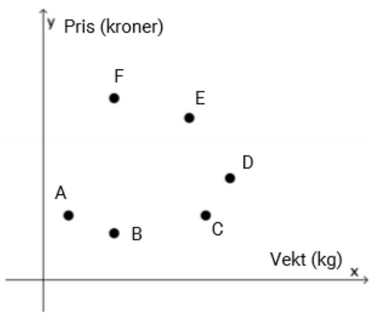
Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå
a	2	2	1
b	2	3	2
c	2	2	2

V23, del 2

Oppgåve 4

Ein bonde sel sekkar med poteter.

I koordinatsystemet nedanfor ser du samanhengen mellom vekt og pris for potetsekkane. Kvart av punkta A, B, C, D, E og F representerer ein potetsekk.



a) Kva for ein sekk er tyngst?

b) Kva for nokre sekkar kostar like mykje?

c) Vil det lønne seg å kjøpe sekk B eller sekk C?

I to av sekkane kostar potetene like mykje per kilogram.

d) Kva for nokre sekkar er dette?

Hugs å grunngi alle svara dine.

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
a				
b				
c			x	
d			x	
Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå	

a	2	1	1
b	2	1	1
c	2	1	1
d	2	2	1

V23, del 2

Oppgåve 5

K_1 K_2 K_3

Kari har brukt Non Stop og laga tre K-ar. Sjå ovanfor. Tenk deg at ho skal halde fram med å lage K-ar etter same mønster.

a) Beskriv mønsteret, og bestem kor mange Non Stop det vil vere i K_4 og i K_5.

Kari vil lage eit program som finn talet på Non Stop ho treng for å lage kvar av dei 20 første K-ane. Ho vil også vite kor mange Non Stop ho treng til saman for å lage alle desse 20 K-ane.

b) Lag eit program som Kari kan bruke.
Du kan til dømes byrje som vist nedanfor, men leggje inn formlar i staden for talet éin i linje 14 og 15 slik at den rette oversikta blir skriven ut.

```
1  # Startverdiar
2  nonstop_figur = 10
3  nonstop_totalt = 10
4  
5  # Overskrifter
6  print("Figurnummer      Non Stop i figur      Non Stop totalt")
7  
8  
9  for figurnummer in range(1, 21):
10 
11     # Skriv ut i tre kolonnar ved å bruke tabulatorar sep = "\t\t\t"
12     print(figurnummer, nonstop_figur, nonstop_totalt, sep = "\t\t\t")
13 
14     nonstop_figur = 1
15     nonstop_totalt = 1
```

c) Kor mange Non Stop treng Kari til saman for å lage dei 20 første K-ane?

Kari har 2000 Non Stop. Ho vil byrje med K_1 og lage éin K i kvar storleik.

d) Kor mange K-ar kan Kari lage?

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser

a			x	x
b		x	x	x
c			x	
d			x	
Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå	
a	1	2	1	
b	4	2	2	
c	2	1	1	
d	2	2	2	

V23, del 2

Oppgåve 6

Tabellen nedanfor viser sal av energidrikkar i Noreg kvart år frå 2015 til 2021.

Årstal	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021
Sal (tusen liter)	18 899	21 664	25 381	31 385	41 142	55 497	67 997

La x vere talet på år etter 2015.

a) Lag ein modell på forma

$$E(x) = a \cdot b^x$$

som passar godt med tala i tabellen.

b) Kva fortel tala a og b i modellen du fann i oppgåve a)?

I 2022 var salet av energidrikk 73 109 tusen liter.

c) Kor stor var auken i salet av energidrikk i prosent frå 2021 til 2022?
Vurder korleis dette passar med modellen i oppgåve a).

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
a			x	
b				
c			x	

Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå
a	3	2	1
b	2	2	1
c	2	2	1

H23, del 1

Oppgåve 1

Tobias lurer på kor mykje vatn han bør drikke kvar dag.

Han finn ulike svar på ulike nettsider.
På ei nettside finn han teksten nedanfor.

Vaksne har kvart døgn behov for ca. 30 mL væske per kilogram kroppsvekt.

Hugs at vatn er den beste tørstedrikken.

Tobias veg 70 kg.

Kor mange liter vatn bør Tobias drikke i løpet av eit døgn ifølgje nettsida?

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
			x	
Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå	
	2	2	1	

H23, del 1

Oppgåve 2

Ni av ti nordmenn bruker sosiale medium

88 % av nordmenn bruker sosiale medium.

Dei siste fem åra har talet på nordmenn som bruker sosiale medium, auka med 8 prosentpoeng.

Opplysningane ovanfor er henta frå ssb.no.

Vil du seie at overskrifta samsvarer med første setning i teksten?
Grunngi svaret ditt.

Kor mange prosent svarer auken på 8 prosentpoeng til?

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
			x	
Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå	
a	2	2	1	

H23, del 1

Oppgåve 3

Ohms lov seier at straumen (I) gjennom ein metallisk leiar med konstant temperatur er proporsjonal med spenninga (U) og omvend proporsjonal med motstanden (R) i leiaren.

Argumenter for om kvar av påstandane er sann eller usann.

1) Dersom vi aukar spenninga, vil straumen også auke.
2) Dersom vi aukar motstanden, vil straumen også auke.

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
		x	x	
Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå	
a	2	2	2	

H23, del 1

Oppgåve 4

Hundar utviklar seg raskare enn menneske. Når ein hund er 1 år gammal, svarer det til 16 menneskeår. Sjå tabellen nedanfor.

Så gammel er hunden din	Små/mellomstore hunder	Store hunder	Veldig store hunder
To måneder	2 år	2 år	2 år
Fire måneder	6 år	6 år	6 år
Seks måneder	10 år	10 år	10 år
Åtte måneder	12 år	12 år	12 år
Ti måneder	14 år	14 år	14 år
1 år	16 år	16 år	16 år
1,5 år	20 år	20 år	20 år
2 år	24 år	24 år	24 år
3 år	29 år	30 år	31 år
4 år	34 år	36 år	38 år
5 år	39 år	42 år	45 år
6 år	44 år	48 år	52 år
7 år	49 år	54 år	59 år
8 år	54 år	60 år	66 år
9 år	59 år	66 år	73 år
10 år	64 år	72 år	80 år
11 år	69 år	78 år	87 år
12 år	74 år	84 år	94 år
13 år	79 år	90 år	101 år
14 år	84 år	96 år	108 år

Sondre har ein hund som er 2 år gammal. Han meiner funksjonen H gitt ved

$$H(x) = 6x + 12$$

kan brukast som ein modell for kor mange menneskeår $H(x)$ ein stor hund er når han er x hundeår.

a) Forklar korleis Sondre kan ha komme fram til dette uttrykket, og argumenter for når modellen er gyldig.

Sondre påstår at modellen han har funne, viser at alderen til ein hund er proporsjonal med alderen til eit menneske.

b) Stemmer påstanden til Sondre?
Hugs å argumentere for svaret ditt.

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
a		x	x	
b			x	x

Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå
a	2	2	2
b	2	2	2

H23, del 1

Oppgåve 5

På ei nettside har Dennis funne teksten nedanfor.

Verdifallet utgjer den største kostnaden ved bilen.
Verdifallet er i dei aller fleste tilfelle størst det første året.

For ein ny bil kan du vente eit verdifall på 20 % det første året.
Deretter 14 % av bruktprisen det andre året, 13 % det tredje året, osv., minkande til 10 % det sjette året.
Frå og med det sjette året må du rekne med eit verdifall på 10 % årleg.

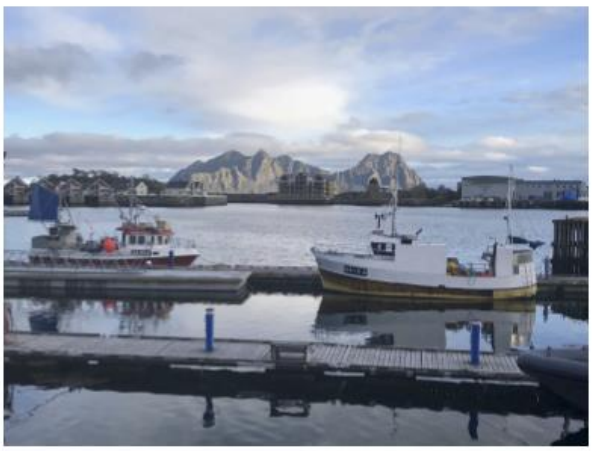
Dennis vil kjøpe ein ny bil som kostar 490 000 kroner.

Set opp eit reknestykke som vil gi verdien på bilen etter 2 år.

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
				x
Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå	
	3	1	1	

H23, del 2

Oppgåve 1



Tabellen nedanfor viser kor mange personar i Noreg som hadde fiske som hovudyrke nokre år i perioden 1952–2022.

År	1952	1982	1992	2002	2012	2022
Fiskarar	65 956	25 289	19 780	13 841	9 825	9 591

a) La x vere talet på år etter 1950 og bruk opplysningane i tabellen til å bestemme ein modell F som du meiner kan brukast til å seie noko om kor mange personar som har hatt fiske som hovudyrke i perioden 1952–2022.

b) Kor mange personar i Noreg vil ha fiske som hovudyrke i 2050 ifølgje modellen frå oppgåve a)? Vurder gyldigheitsområdet til modellen.

c) Bestem stigingstalet til den rette linja som går gjennom punkta $(30, F(30))$ og $(70, F(70))$. Gi ei praktisk tolking av svaret.

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
a			X	
b				
c			X	

Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå
a	2	2	1
b	2	1	1
c	2	2	2

H23, del 2

Oppgåve 2

Sofie har eit rektangelforma uteområde. Ho vil endre på dette området ved å auke lengda med 10 % og redusere breidda med 20 %.

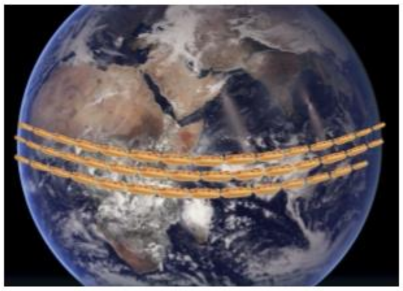
Kor stor vil den prosentvise endringa av arealet bli?

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
			x	

Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå
	1	2	1

H23, del 2

Oppgåve 3



Opplysningane nedanfor er henta frå nrk.no

- Vi et omtrent 500 millionar pølser i Noreg kvart år.
- 13 millionar av desse pølsene et vi 17. mai.
- Om vi hadde lagt alle pølsene nordmenn et i løpet av eitt år, etter kvarandre, ville vi komme to og ein halv gong rundt jorda.

a) Kor mange pølser et vi i gjennomsnitt kvart sekund i Noreg?

b) Kor mange prosent av pølsene et vi 17. mai?

Radiusen til jorda er 6378 km ved ekvator.

c) Omtrent kor lang har NRK rekna at ei pølse er?

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
a			x	
b			x	
c			x	

Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå
a	1	1	1
b	2	1	1
c	1	2	1

H23, del 2

Oppgåve 4

Snorre har ein hund som heiter Mira. Mira har ete 200 g mjølkesjokolade.

Snorre har høyrt at sjokolade er giftig for hundar, og lurer på kva han skal gjere.

Han finn informasjonen nedanfor på helsenoreg.no

- Sjokolade inneheld teobromin, som er giftig for hundar.
- I norsk mjølkesjokolade er det ca. 1,2 mg teobromin per gram sjokolade.
- Hundar som har ete meir enn 20 mg teobromin per kg kroppsvekt, kan få kliniske teikn på forgifting.
- Kontakt veterinær dersom hunden din har ete ei giftig mengd sjokolade.

Gjer estimeringar og utrekningar, og vurder om Snorre bør kontakte veterinær.

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
		x	x	x
Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå	
	4	2	3	

H23, del 2

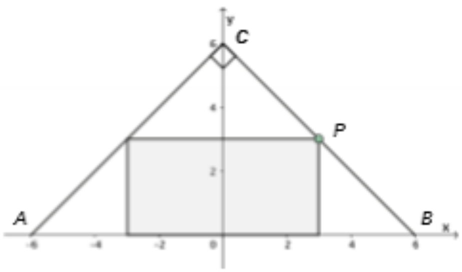
Oppgåve 5

Klassen til Maria og Marta arbeider med oppgåva nedanfor.

Eit rektangel er skrive inn i ein likebeint, rettvinkla trekant. Trekanten har hjørne i punkta $A(-6,0)$, $B(6,0)$ og $C(0,6)$.

Punktet P er eit hjørne i rektangelet og ligg på linjestykket BC.

Bestem koordinatane til punktet P slik at arealet av rektangelet blir størst mogleg.



Martin og Maria diskuterer korleis dei skal komme i gang, og vurderer ulike strategiar.

Skal vi begynne med å prøve oss litt fram? Vi lagar ei oversikt som viser arealet av ulike rektangel.

Ja, det kan vi gjere. Vi kan starte med å velje $x=1$. Då blir $y=5$ fordi $y=6-x$

Korleis kan du sjå det? Og korleis kan vi finne arealet dersom vi veit at $x=1$ og $y=5$?

Eg kan vise deg det! Hugs kva vi har lært om rette linjer.

Eg trur også vi bør setje opp eit funksjonsuttrykk som viser arealet, og teikne ein graf.
Då kan vi bruke funksjonen til å vise at det vi kjem fram til når vi prøver oss fram, er rett.

Ta utgangspunkt i samtalen mellom Martin og Maria, og løys oppgåva klassen har fått.

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
			x	x
Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå	
	7	6	3	

H23, del 2

Oppgåve 6

I denne oppgåva skal du arbeide med linjestykke som blir sette saman til ein figur.

Skissa nedanfor viser dei 16 første linjestykka i figuren. Lengda av eit linjestykke er alltid 90 % av lengda av det førre linjestykket. Det første linjestykket er 100 cm langt.

a) Bestem summen av lengdene av dei 8 første linjestykka i figuren.

b) Lag eit program som du kan bruke til å bestemme summen av lengdene av linjestykka dersom det er mange linjestykke i figuren.

Kor mange linjestykke må vi ha med i figuren dersom summen av lengdene skal bli minst 9 meter?

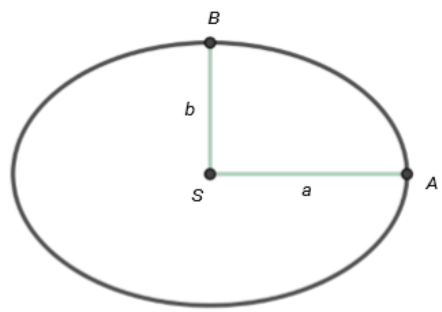
c) Kor mange prosent aukar summen av lengdene dersom vi aukar talet på linjestykke i figuren frå 50 til 100?

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
a			x	x
b			x	x
c			x	
Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå	
a	3	2	1	
b	3	3	3	
c	2	3	2	

H23, del 2

Oppgåve 7

Nedanfor ser du ein ellipse med sentrum i S. Linjestykket $SA = a$ blir kalla den store halvaksen, og linjestykket $SB = b$ blir kalla den vesle halvaksen.



Den indiske matematikaren Ramanujan kom fram til ein formel for omkrinsen av ein ellipse.

Ifølgje formelen er omkrinsen O tilnærma gitt ved

$$O \approx \pi(a+b)\left(1+\frac{3h}{10+\sqrt{4-3h}}\right)$$

der $h=\left(\frac{a-b}{a+b}\right)^2$ og a og b er store og vesle halvakse.

Mari har teikna ein ellipse der $a=3$ cm og $b=2$ cm, ved hjelp av eit digitalt verktøy. Ho har funne at ellipsen har ein omkrins på 15,865 cm.

a) Bruk Ramanujans formel, og bestem O når $a=3$ og $b=2$.
Samanlikn med svaret Mari har funne.

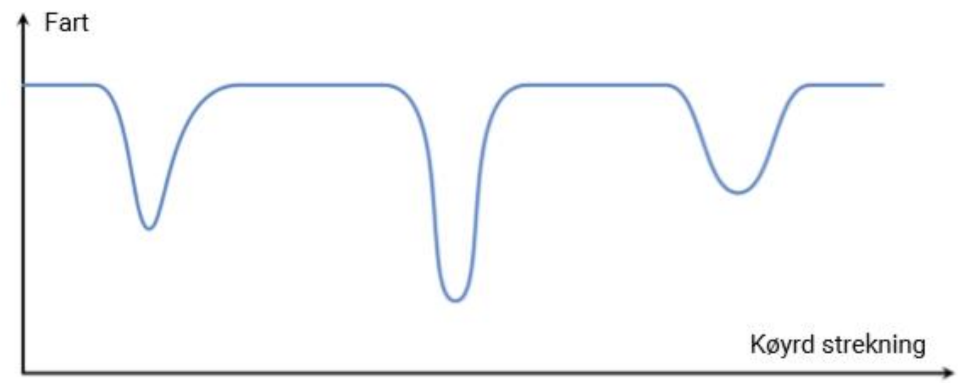
b) Undersøk om Ramanujans formel gjeld i det spesialtilfellet at ellipsen er ein sirkel.

Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
		x	x	
Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå	
a	2	1	1	
b	2	1	1	

H23, del 2

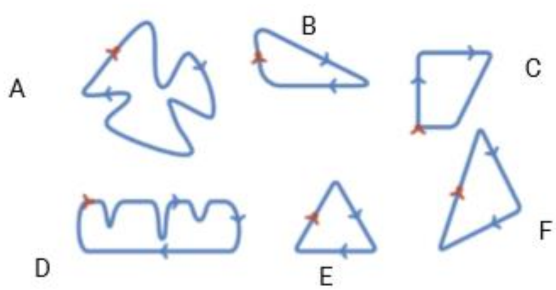
Oppgåve 8

Grafen nedanfor viser korleis farten til ein racerbil har variert gjennom ein runde av eit billøp.



Bilen har køyrt på ei av banene nedanfor, og runden har starta ved den raude markeringa.

Kva for ei bane har bilen køyrt på?
Hugs å argumentere for at svaret ditt er rett.



Åpenhet:	Mål	Svar	Metode	Mulighet for utvidelser
			x	x
Kompleksitet:	Proporsjoner	Antall steg	Kognitive nivå	
	3	1	3	