Master

Kommunikasjon i samarbeid om rasjonale tall

En kvalitativ studie av kommunikasjonsmønstre hos en gruppe flerspråklige voksne grunnskoledeltakere i arbeid med representasjoner av rasjonale tall.

MARIE HELVIG BJELLAND

VEILEDERE
Jeppe Skott
Anders Wiik

Universitetet i Agder, 2023
Fakultet for teknologi og realfag
Institutt for matematiske fag

UiA Universitetet i Agder

Master

Forord

Dette masterprosjektet markerer slutten på tre år med studier i matematikkdidaktikk ved Universitetet i Agder. Etter mange år som lærer i grunnskolen, både for ungdommer og voksne, startet jeg på videreutdanning til lærerspesialist. Den ble avsluttet samtidig som ordningen dessverre ble avviklet av ny regjering våren 20222. Gjennom lærerspesialiststudiet har jeg utviklet meg som lærer og lært mye som jeg tar med tilbake til skolen og klasserommet. Det var noe av dette som gav inspirasjon til masterprosjektet jeg nå har gjennomført i forlengelsen av lærerspesialiststudiet.

Artikkelen «Designing a multiple representation learning aperiene in secondary algebra» (Swan, 2008) gav ideer til hvordan man kan arbeide med representasjoner i matematikk. I metoden Swan presenterer foregår mye av arbeidet med representasjoner i grupper der elevene er forventet å kommunisere matematikk. Et gruppeprosjekt tidligere i studiet om effektiv kommunikasjon i arbeid med programmering gav inspirasjon til å finne ut mer om kommunikasjon i elevgruppen jeg jobber med; voksne deltakere i grunnskoleopplæring som lærer norsk språk og matematikk samtidig.

Prosjektet har vært både spennende, lærerikt og krevende å arbeide med. Det er flere som har bidratt for at det har vært mulig å gjennomføre. De fortjener alle en takk. Veilederne mine, Jeppe Skott og Anders Wiik, har gitt konstruktive tilbakemeldinger, bidratt i diskusjoner og gitt tips som har beriket arbeidet. Dette har gitt motivasjon underveis. Det har vært en viktig hjelp i prosessen, fra en start der jeg ville ha alt for mye inn i prosjektet, til oppgaven nå foreligger ferdig.

Informantene har vært positive og stilt opp. Det samme gjelder lærerne og skolelederne som har vært involvert.

Til slutt fortjener familien min en takk for at de har bidratt ekstra på hjemmebane og gitt meg både tid og ro til studiene.

Marie Helvig Bjelland
mai 2023

Sammendrag

Formålet med denne studien er å få mer kunnskap om kommunikasjon i samarbeid blant flerspråklige matematikkelever, nærmere bestemt voksne deltakere som går på grunnskole. I likhet med andre prosessaspekter i matematikk er matematisk kommunikasjon både et mål og et middel i læringen, ettersom elevene skal lære å kommunisere matematisk og lære matematikk ved å kommunisere. Forskningsspørsmålet er hvilke kommunikasjonsmønstre som kan observeres i gruppearbeid når flerspråklige voksne kommuniserer om representasjoner av rasjonale tall.

For å svare på dette ble det gjennomført en intervensjon med en klasse flerspråklige voksne, ved å bruke Swans (2008) idé om skjema med representasjoner, i dette tilfellet i forhold til rasjonale tall. Data ble generert med en kvalitativ tilnærming inspirert av kasus-studie-metodikk. Datamaterialet består av deltakende observasjon av hele klassen i arbeid med oppgavene om representasjoner av rasjonale tall, av videoopptak av en gruppe deltakere (*fokusgruppen*) som jobber med oppgavene, og av kvalitative «stimulated-recall» intervjuer av hvert av medlemmene i fokusgruppen. Kommunikasjonsflyten i fokusgruppen ble analysert med et verktøy utviklet av Sfard og Kieran (2001a) og innholdet i kommunikasjonen ved hjelp av tidligere studier om vanlige misoppfatninger knyttet til rasjonale tall.

Studien konkluderer med at selv om deltakerne bruker tiden i gruppen til å arbeid med oppgavene og snakke om dem, utvikler de ikke sin kommunikative ferdighet i matematikk eller sin forståelse av rasjonale tall gjennom det som skjer i gruppearbeidet. Deltakerne har betydelige vanskeligheter med rasjonale tall, og kommunikasjonen i fokusgruppen avhenger av om det er uenigheter og matematiske utfordringer i gruppen, eller om de raskt blir enige om en løsning. I begge tilfeller er resultatene imidlertid ikke forklart på matematisk akseptable måter, og deltakerne har problemer med å forstå og akseptere hverandres forklaringer.

Resultatet av studien tyder på at lærerens rolle er avgjørende når deltakerne skal samarbeide, både som veileder i gruppearbeid, i felles samtale som oppsummerer resultatene og for å gi deltakerne mulighet til å lære hva som er forventet av en akseptabel matematisk forklaring.

Abstract

The purpose of this study is to gain more knowledge about communication in collaboration among multilingual students of mathematics, more precisely among adult students attending primary school. Like other process aspects of mathematics, mathematical communication is both an aim and a means of education, as students are to learn to communicate mathematically and to learn mathematics by communicating. The research question is what communication patterns may be observed in group work when multilingual adults communicate about representations of rational numbers.

To address the question, an intervention with one class of multilingual adults was done, using Swan's (2008) idea of schemes of representations, in this case in relation to rational numbers. Data were generated with a qualitative approach inspired by case-study methodology. The data material consists of participant observations of the whole class working with the tasks about representations of rational numbers, of video recordings of one group of students (the *focus group)* working on the tasks, and of qualitative, "stimulated recall" interviews with each of the members of the focus group. The flow of communication in the video was analysed with a tool developed by Sfard and Kieran (2001a), and the contents of their communication using previous studies on common misconceptions related to rational number.

The study concludes that although the participants use the time in the group to work on the tasks and talk about them, they do not develop their communicative proficiency in mathematics or their understanding of rational numbers through out what happens in the group work. The participants have significant difficulties with rational numbers, and communication in the focus group depends on whether there are disagreements and mathematical challenges in the group, or if they quickly agree on a solution. In both cases, however, the results are not explained in mathematically acceptable ways and the participants have problems understanding and accepting each other's explanations.

The results of the study suggest that the teacher's role is crucial when the participants are to work together, both as a guide during group work, in a joint conversation that summarizes the results, and to provide the participants with opportunities to learn what is expected of an acceptable mathematical explanation.

Innhold

1 Innledning

I denne delen beskrives først bakgrunnen for valg av emne, med aktualitet og tidligere relevant forskning. Videre presenteres formålet med studien, forskningsspørsmål og noen avgrensninger, før sentrale begreper avklares. Etterpå følger bakgrunnsinformasjon om deltakergruppen i studien, før kapittelet avsluttes med en kort beskrivelse av oppgavens oppbygging.

1.1 Bakgrunn for valg av emne

Kommunikasjon, samarbeid og representasjoner er begreper vi stadig hører i forbindelse med matematikkfaget i skolen. Elevene samtaler om matematikk i par og grupper og læreren styrer klassesamtalen. De siste par tiårene har det skjedd en dreining i matematikkdidaktikk og forskning der kommunikasjon har blitt mer sentralt. Det har sammenheng med økt oppmerksomhet på at det sosiale har en rolle i læringsprosessen, som igjen er inspirert av sosiokulturell læringsteori hvor den sosiale konteksten og språket har betydning for læring. Samtaler i matematikkundervisningen har stort læringspotensiale (Sfard et al., 1998). Dreiningen har også sammenheng med samfunnsutviklingen. I *Fremtidens skole* (NOU 2015:8, 2015) anbefalte Ludvigsen-utvalget «kompetanse i å kommunisere, samhandle og delta» som et av fire kompetanseområder for skolen i Norge de neste 20-30 årene. Dette er ikke unikt for Norge, og gjenspeiles i læreplaner i flere land.

I forsøkslæreplanen for voksne grunnskoledeltakere (2017-2023) står det i avsnittet om kompetanse i matematikk: «Dette har også språklige aspekter, som det å formidle, samtale om og resonnere omkring ideer.» (KompetanseNorge, 2017, s. 3). I høringsutkast til ny lærerplan for denne elevgruppen er et av kjerneelementene *Resonnering, argumentasjon, og kommunikasjon.* Der det blant annet står: «Det er viktig å kunne kommunisere argumenter og resonnementer, delta i matematiske samtaler, stille spørsmål og kunne forstå andres argumenter. Altså er kommunikasjon også viktig i læringsprosessen.» (Direktoratet for høyere utdanning og kompetanse, 2023). Samtidig som kommunikasjon framheves som viktig for læring er det utfordrende å få til matematiske samtaler i klasserommet, noe som forsterkes ytterligere i et flerspråklig klasserom (Flottorp, 2013). Det akademiske språket og det å formulere spørsmål og svar, er blant utfordringene ved å lære matematikk på et andrespråk (Truxaw & Rojas, 2014).

Matematiske objekter kan representeres på forskjellige måter. De ulike representasjonene har potensiale til at man kan forstå ulike aspekter ved det matematiske objektet. Samtidig har mange elever utfordringer med å forstå sammenheng mellom representasjoner (Swan, 2008). Det gjelder også representasjonene av rasjonale tall og sammenhengene mellom dem (Beyranevand, 2014; Tian & Siegler, 2017b). Dette er også min erfaring fra arbeidet som matematikklærer for flerspråklige voksne i grunnskoleopplæring.

Samtidig som ulike representasjoner kan by på utfordringer hos elevene trekkes arbeid med dette fram som en oppgavetype som kan fremme konseptuell forståelse (Swan, 2008). For å arbeide med det foreslår Swan (2008) opplegg hvor mye av arbeidet foregår i grupper der kommunikasjon er sentralt. Dette er utgangspunktet for opplegget deltakerne i denne studien arbeidet med.

Det er relativt lite forskning på voksne minoritetsspråklige elever (Ní Ríordáin et al., 2015). I forskningen som er gjort trekkes det fram at det komplekse forholdet mellom matematikkundervisning og språk blir ytterligere komplisert om man skal lære matematikk på et annet språk. Studier på denne elevgruppen har vist at tekstoppgaver er spesielt utfordrende (Abedi & Lord, 2001; Ní Ríordáin et al., 2015). Opplegget i denne studien inneholder minimalt med skriftlig tekst, og fokuserer primært på den muntlige kommunikasjonen mellom deltakerne som samarbeider.

Det foreligger noe mer forskning om flerspråklige barn og kommunikasjon. Moschkovich (1999) undersøkte hvilke ressurser flerspråklige elever bruker i kommunikasjon og hvordan læreren kan støtte elevenes kommunikasjon. Flere studier viser at språk er en utfordring for denne elevgruppen når de skal kommunisere matematikk på et andrespråk, og mye av kommunikasjonen foregår med hverdagsspråk (Flottorp, 2013). Det kan antas at det samme vil gjelde for voksne som lærer matematikk på et andrespråk. Prediger et al (2016) har startet på forskning om hvordan læreren kan veilede flerspråklige elever i overgang mellom registre av språk i sammenheng med ulike typer representasjoner i matematikk.

1.2 Formål, forskningsspørsmål og avgrensninger

Formålet med dette masterprosjektet er å bidra med mer kunnskap om kommunikasjon i matematikk hos voksne som lærer matematikk på et andrespråk. Det blir gjort gjennom en kvalitativ studie med kvalitativ observasjon og intervjuer som metoder for datainnsamling.

Både kommunikasjon og samarbeid er ord som går igjen i matematikkdidaktikken. Fokuset for prosjektet er derfor kommunikasjonen mellom deltakerne i et samarbeid i matematikk, både kommunikasjonsflyten og innholdet i kommunikasjonen. Deltakerne i studien er flerspråklige voksne som tar grunnskoleopplæring i Norge. På bakgrunn av dette er forskningsspørsmålet for studien:

Hvilke kommunikasjonsmønstre og hvilke misoppfatninger knyttet til rasjonale tall kan observeres når en gruppe voksne flerspråklige grunnskoledeltakere med lite skolebakgrunn samarbeider om å koble sammen representasjoner av rasjonale tall?

Sosiokulturell læringsteori er ramme for studien. Et analyseverktøy utviklet av Sfard og Kieran (2001b) tas i bruk for å undersøke kommunikasjonsmønstre og kvaliteten på kommunikasjonen i en fokusgruppe. Hvordan læreren bidrar i kommunikasjonen vil i liten grad komme fram i analyse og resultat av studien. Betydningen av lærerens rolle vil derimot bli diskutert, med bakgrunn i resultatene av studien.

1.3 Begrepsavklaringer

Kommunikasjonsmønster i dette prosjektet innebærer både hvilke ressurser deltakerne bruker for å kommunisere med hverandre, om de kommuniserer til andre i gruppen eller seg selv, om ytringene er reaktive eller proaktive og på objekt- eller metanivå, samt det matematiske innholdet i kommunikasjonen. Dette blir ytterligere beskrevet i kapitlene om teori (2) og metode (3).

Samarbeid er å jobbe sammen for å løse oppgaver. I dagligtalen er det ulike forståelser av begrepet. Det kan forstås som både arbeidsfordeling, parallelt arbeid og løsning av oppgaver i fellesskap. Den siste av disse innebærer at deltakerne bygger på det andre ytrer verbalt eller gjør for å komme fram til en felles løsning. I et fruktbart samarbeid løses problemene sammen (Sfard & Kieran, 2001b). I denne studien er det en slik forståelse som ligger til grunn når det ytres en forventning til deltakerne om at de kommuniserer begrunnelser for sine løsningsforslag til de andre. Gruppearbeid er kontekst for studien, men det er kommunikasjonen i gruppen som er gjenstand for analyse. Derfor er det tatt med lite om gruppearbeid som metode i studien, utover begrunnelse for sammensetning av grupper i metodedelen. Dette også med hensyn til omfanget av studien.

Deltakere er begrepet som brukes om elever i voksenopplæring, og blir brukt på den måten i denne studien. Noen steder er begrepet elever i bruk. Da henvises det til andre studier eller det skrives mer generelt om alle elever, inkludert deltakere.

Flerspråklige har kompetanse i flere språk. De er flerspråklige språkbrukere: «individer som har oppnådd varierende grad av muntlig og /eller skriftlig kommunikativ kompetanse i mer enn ett språk for å kunne samhandle med andre språkbrukere med et eller flere språk i et gitt samfunn.» (Svendsen, 2021, s. 56). Det innebærer varierende kompetanse i norsk språk hos deltakerne i denne studien. Felles for dem er at de lærer norsk som andrespråk. Begrepet **andrespråk** brukes om «et språk som læres etter at en person har etablert førstespråket sitt» (Monsen & Randen, 2022, s. 13). Andrespråk brukes i hovedsak når språket «tilegnes i en kontekst der majoritetsbefolkningen har det aktuelle språket som sitt morsmål.» (Monsen & Randen, 2022, s. 13). Begrepet andrespråk brukes om språkene som læres etter førstespråket, og sånn sett er det engelske begrepet «additional language» mer dekkende for det vi på norsk kaller andrespråk (Monsen & Randen, 2022). **Førstespråk** i denne sammenheng læres vanligvis ved at foreldrene eller andre omsorgspersoner introduserer språket gradvis (Monsen & Randen, 2022). Førstespråk og morsmål er begreper som gjerne blir brukt om hverandre.

Voksne grunnskoledeltakere gjennomfører hele eller deler av grunnskoleopplæringen når de er over 16 år. Dette har man rett til om man er over opplæringspliktig alder (normalt over 16 år), ikke har rett til videregående opplæring, har lovlig opphold i Norge og trenger grunnskoleopplæring (Utdanningsdirektoratet, 2012).

Lite skolebakgrunn brukes i denne studien om bakgrunnen til deltakerne i fokusgruppen. De har som barn gått mellom 4 og 7 år på grunnskole i land i Afrika eller Midtøsten. I klassen som er med i studien er det stor forskjell på skolebakgrunn. Det blir tatt opp igjen i neste del (1.4).

Representasjoner er ulike uttrykksformer for et abstrakt matematisk objekt. Det deles gjerne inn i visuelle, konkrete, kontekstuelle, verbale og symbolske representasjoner (Kilpatrick et al., 2001). Representasjoner blir forklart mer utfyllende i kapittel 2.3.

1.4 Bakgrunn om deltakergruppen

Informantene i denne studien er, som nevnt, flerspråklige voksne i grunnskoleopplæring. Skolen de var deltakere ved da studien ble gjennomført deltar i et prosjekt med utprøving av modulstrukturerte læreplaner i perioden 2017-2023 (modulforsøket). Rapporten (Kristoffersen et al., 2022) det henvises til videre i denne delen er en del av følgeforskningen av prosjektet, hvor informasjonen er hentet fra de 43 skolene/opplæringssentrene som deltar i forsøket.

Deltakergruppen er uensartet både med hensyn til førstespråk, kompetanse i norsk språk, skolebakgrunn og alder. 97,5% av deltakerne i gruppen på landsbasis har minoritetsspråklig bakgrunn (Kristoffersen et al., 2022) og lærer norsk som andrespråk samtidig som de tar fag på grunnskolenivå. Det gjelder samtlige av deltakerne i denne studien. Skolebakgrunnen varierer både i forhold til om deltakerne har gått på skole før, i hvilket land de har gått på skole og hvor mange år de har gått på skole. Noen har aldri gått på skole før de kom til Norge. Den andre ytterligheten er de som har fullført grunnskole i et annet land, men mangler dokumentasjon på det. De aller fleste deltakerne har bakgrunn fra land i Afrika og Midtøsten. Omtrent to tredjedeler av deltakerne i modulforsøket har bakgrunn fra Syria, Eritrea, Somalia, Afghanistan og Sudan (Kristoffersen et al., 2022). Det er også stort spenn i alder, noe som innebærer at det kan være flere år siden de gikk på skole sist.

Deltakerne følger modulstrukturerte læreplaner på fire moduler, samt en grunnmodul med grunnleggende lese- og skriveopplæring. Bakgrunnen for prosjektet med disse læreplanene er Stortingsmelding 16: *Fra utenforskap til ny sjanse. Samordnet innsats for voksnes læring* (St.meld. nr 16 (2015-2016)). Målet med forsøket er å styrke kompetansen til voksne i Norge, og videre at flere deltar i arbeidslivet. Fleksibilitet i opplæringen er også et mål. Det innebærer blant annet at ikke alle starter opplæringen på første modul, og at det kan være forskjell på hvor lang tid hver enkelt bruker på grunnskoleopplæringen. Det er samtidig en målsetning i prinsippene for forsøket å få til et raskere utdanningsløp.

Deltakerne plasseres inn på modul i fagene etter kartlegging ved skolen. For å få vitnemål for fullført grunnskole må de ha standpunktkarakter i fagene norsk, engelsk, matematikk, naturfag og samfunnsfag. Det er de samme fem fagene det er utarbeidet modulstrukturerte forsøkslæreplaner for. Læreplanene tar utgangspunkt i det som var den nasjonale læreplanen for grunnskolen og for norsk og samfunnskunnskap for voksne innvandrere da forsøkslærerplanen ble utarbeidet i 2017. Det er et mål at forsøkslæreplanene er tilpasset voksne som lærer norsk som andrespråk (Kristoffersen et al., 2022). Begge læreplanene som forsøkslæreplanen tar utgangspunkt i er endret i perioden forsøket har foregått. Det foregår i skrivende stund en revidering av forsøkslæreplanene til modulstrukturerte læreplaner som skal gjelde nasjonalt i voksenopplæring på nivået under videregående skole fra høsten 2024.

1.5 Oppgavens oppbygging

Etter innledning følger kapittel 2 om teoretisk bakgrunn og analyseverktøy. Denne delen gir et bilde av det teoretiske grunnlaget studien er forankret i, både med hensyn til kommunikasjon og rasjonale tall. I kapittel 3 begrunnes først valg av metoder, før en presentasjon av opplegget deltakerne i studien arbeidet med. Videre beskrives metoder for datainnsamling og analyse, før kapittelet avsluttes med etiske betraktninger og studiens kvalitet. Analyse og resultater av studien presenteres i kapittel 4, før disse diskuteres opp mot teori i kapittel 5. Oppgaven avsluttes med konklusjon og avsluttende kommentarer i kapittel 6 og 7.

2 Teoretisk bakgrunn og rammeverk for analyse

Denne studien er posisjonert innenfor sosiokulturell læringsteori, derfor starter dette kapittelet med en kort del om læringsteorien. Etterpå presenteres teori om kommunikasjon i matematikk, inkludert i det flerspråklige klasserommet. Denne viser til tidligere forskning som videre blir tatt opp i diskusjonen. Verktøyet som blir brukt for å analysere kommunikasjonen mellom deltakerne i denne studien, og studien der det ble utviklet, omtales i kapittel 2.2.3.

Det matematiske innholdet er også en del av analysen. Teori om representasjoner og vanlige misoppfatninger knyttet til rasjonale tall beskrives i kapittel 2.3 og 2.4.

2.1 Sosiokulturell læringsteori

I sosiokulturell læringsteori er det en grunnleggende tanke at læring skjer i samhandling mellom mennesker. Både det sosiale og kulturelle er vesentlig, og læring henger uadskillelig sammen med det å delta i sosial praksis. Vygotsky er en sentral teoretiker som nyere teorier innenfor sosiokulturell læringsteori også bygger på. I følge Vygotsky, er det de høyere mentale funksjonene som skiller mennesker fra dyr. Høyere mentale funksjoner er kognitive egenskaper som hukommelse, tenkning, oppfatning og oppmerksomhet. Utvikling og læring henger sammen, og utvikling er endring i de høyere mentale funksjonene, og da spesielt relasjonene mellom dem (Skott et al., 2019). Læring foregår, ifølge Vygotsky, ved at man først deltar i sosial praksis, og så gjør dette til sitt eget gjennom internaliseringsprosessen (Hinna et al., 2011). Læringsprosessen, både den sosiale interaksjonen og internalisering, innebærer målrettet aktivitet. Derfor blir sosiokulturell læringsteori gjerne beskrevet som «Læring som deltakelse» (Hinna et al., 2011; Skott et al., 2019).

I utvikling og læring, både i sosial praksis og internalisering, er det behov for støtte og hjelp på ulike måter. Dette er Vygotskys teori om mediering. Han skiller mellom fysiske og psykologiske redskaper. Artefakter er fysiske redskaper og kulturelle og språklige redskaper er de psykologiske. Det er de psykologiske redskapene som fører til endringer i tankeprosesser. Språket har en helt sentral rolle i læring og utvikling. I følge Vygotsky kan vi ikke tenke uten språk, fordi tenkning er indre kommunikasjon. Vi bruker språk både i den indre kommunikasjonen og i kommunikasjon med andre. Språk er derfor helt nødvendig for utvikling og læring. Språk hos Vygotsky er ikke bare det verbale språket, selv om kommunikasjon i stor grad består av det.

2.2 Kommunikasjon i matematikk

Kommunikasjon og samhandling står sentralt i dagens matematikkfag. Kommunikasjon er viktig i læringsprosessen (Direktoratet for høyere utdanning og kompetanse, 2023) og elevene skal kommunisere både skriftlig og muntlig. I samhandling med andre er kommunikasjonen et middel. Om dette skal fungere må det å kommunisere i seg selv være et mål for læring.

Læring gjennom samtale i klasserommet foregår vanligvis enten når elever jobber i grupper eller i helklassesamtale orkestrert av læreren (Sfard & Kieran, 2001b). I denne studien er det kommunikasjonen i et gruppearbeid, hvor det i liten grad kreves skriftlig kommunikasjon, som er gjenstand for analyse.

Det kan være vanskelig å vurdere om kommunikasjonen er effektiv, fordi det er forskjell på hva som blir ytret og hva den det kommuniseres til tolker. For å vurdere effektivitet i kommunikasjon mener Sfard og Kieran (2001a) at man må identifisere brudd i kommunikasjonen, altså der den ikke er effektiv. Dette kan blant annet skje når elever har forskjellig tilnærming til en oppgave eller et problem, ulike fokusprosjekt. Hvis fokusprosjektene er veldig ulike og elevene skal samarbeide om en løsning kan det gi utfordringer for kommunikasjonen mellom dem fordi det blir vanskelig for en elev å respondere innenfor de forventningene en annen elev har (Nilsson & Ryve, 2010).

Mason (Sfard et al., 1998) skriver også at det er krevende å gå fra individuelt arbeid til å arbeide kollektivt fordi man både skal lytte og bygge på andres tenkning og uttrykke egen tilnærming på en måte andre kan akseptere. I tillegg må man kunne sette pris på en annens tenkning og undertrykke egen tilnærming.

2.2.1 Kommunikasjon i det flerspråklige klasserommet

Det verbale språkets betydning i kommunikasjon kan skape ytterligere utfordringer for flerspråklige elever som utvikler både vokabular i et nytt språk og matematikk samtidig. Selv om det skriftlige symbolspråket i matematikk er universelt er det ikke det som dominerer som språk i grunnskolen (Johansen, 2014). Dette kan føre til at matematikken blir enda et språk elevene skal lære.

I klasserommet brukes ulike registre av språk om hverandre. Flere studier bygger på Halliday (1978) når de skiller mellom hverdagsspråk og akademisk eller teknisk språk (Gorgorió & Planas, 2001; Sfard et al., 1998). Prediger et al (2016) tilpasser sin modell etter forskning fra Australia, og deler inn i tre registre verbalt språk i klasserommet: hverdagsspråk, skolespråk og teknisk språk. Skolespråket har i praksis med seg både noe av hverdagsspråket og det tekniske språket, fordi det er i bruk med elever i opplæring (Prediger et al., 2016). I tillegg til overganger mellom registrene av språk, må flerspråklige veksle mellom opplæringsspråket og et eller flere andre språk. Det kan være til hjelp for elevene i språklæring om de forstår innholdet i et ord på et språk for å lære det på et annet. De som har lite eller ingen skolebakgrunn har sjelden kjennskap til store deler av vokabularet i skolespråket og det tekniske språket. Det tekniske språket er mer abstrakt og kontekstualisert enn det hverdagslige, og er en av utfordringene ved å lære matematikk på et annet språk (Truxaw & Rojas, 2014). Dette fører videre til utfordringer med å forstå instruksjonene på et annet språk, og selv formulere meningsfylte spørsmål og svar på opplæringsspråket (Truxaw & Rojas, 2014).

Utfordringer med språk, og studier som peker på tekstoppgaver som det største problemområdet for flerspråklige (Abedi & Lord, 2001; Ní Ríordáin et al., 2015), kan være noe av bakgrunnen for synet på at matematikkundervisning for flerspråklige i hovedsak må fokusere på tekstoppgaver for å forstå opplæringsspråket og oversette matematikk til det

(Moschkovich, 1999). Anbefalingene for en sånn undervisning tar ikke opp i seg en økt vektlegging av kommunikasjon i matematikkfaget. Når elever forventes å forklare både løsningsprosesser og hypoteser, bevise konklusjoner og presentere argumenter, er det ikke nok å kunne en liste med matematiske termer (Moschkovich, 1999).

Med den økte vektleggingen på matematisk kommunikasjon etterlyser Moschkovich (2002) mer forskning som ser på relasjonen mellom språk, matematikk og deltakelse i matematisk kommunikasjon i flerspråklige klasserom. Hun undersøker selv tre ulike perspektiver for å beskrive matematikklæring hos flerspråklige; tilegnelse av vokabular, registre av språk og deltakelse i matematisk kommunikasjon (Moschkovich, 2002). Ved å bruke et situert og sosiokulturelt perspektiv for å undersøke flerspråklige elevers deltakelse i matematisk kommunikasjon rettes fokuset mot hvilke ressurser elevene bruker i kommunikasjonen. Istedenfor at elevene strever med ulike språk og registre av språk, fant Moschkovich at de flerspråklige elevene bruker ressurser fra ulike språk og ulike registre av språk. De bruker morsmål, hverdagserfaringer og matematiske representasjoner. I tillegg til de språklige ressursene bruker de både objekter og gester. En studie av spansktalende elever som lærer matematikk på engelsk (Turner et al., 2013) viser også at elevene bruker gester, visualisering og konkreter som ressurser for å formulere ideer. “An accurate description of mathematical communication for bilingual students need to include not only an analysis of the difficulties but also the multiple resources students use to communicate mathematically.” (Moschkovich, 2002, s. 206).

2.2.2 Kommunikasjon og potensiale for læring

Interaksjonen mellom elever har potensiale til å fremme læring, men fordelene ved å snakke for å lære kan ikke tas for gitt (Sfard & Kieran, 2001a). I artikkelen «Learning Mathematics through Conversation: Is It as Good as They Say?” (Sfard et al., 1998) stilles det spørsmålstegn ved argumenter for å bruke samtale for å lære i matematikk. Et argument handler om at elevene lærer ved å delta i matematisk praksis i samhandling med andre. Men hva teller som matematisk praksis i skolen? Det handler gjerne om å delta i samtaler, i enten grupper eller hel klasse. Streefland (Sfard et al., 1998) gir et historisk eksempel på forskeres matematiske praksis med flere faser hvor forskeren jobber alene den første fasen før han viser det han holder på med til noen kollegaer.

Selv om Sfard et al (1998) setter spørsmålstegn ved argumentene for samtaler i matematikklasserommet, konkluderer de med at matematisk samtale har stort potensiale for læring, men at ikke alle typer samtaler oppnår potensialet. Læreren spiller en viktig rolle i dette og må ha kontroll for at elevenes læring skal være effektiv: «The better our control, the more effective our students’ learning.» (Sfard et al., 1998, s. 50).

For at læreren skal håndtere en snakkende klasse, der den er en effektiv matematikklærer, mener Sfard og Kieran (2001b) det er nødvendig å forske på dynamikken i klasserommet. Cobb (Sfard et al., 1998) skriver at læreren bør hjelpe elevene på en klok måte når de skal artikulere sin forståelse av hvordan de vil løse oppgaver. Dette kan både føre til at elevene forstår hverandres forklaringer og vise vei mot hva som holder som en akseptabel matematisk forklaring. Også Nesher (Sfard et al., 1998) mener at læreren kan hjelpe elevene å lære elevene hvordan et overbevisende argument i matematikk er. Om elevene lærer det kan samtaler mellom elever være sentrale i matematikk. Swan (2008) har flere prinsipper for å designe samarbeidsoppgaver som kan fremme konseptuell forståelse. Konseptuell forståelse omfatter både forståelse for matematiske begreper, ideer og operasjoner. Et av prinsippene er å bruke høyere ordens spørsmål. Her henviser han til Watson og Mason (1998) som har satt opp en rekke spørsmål som kan engasjere elever i ulike typer matematisk tenkning. Flere av disse har Valenta oversatt til norsk (Valenta, 2016). Swans prinsipper tas opp igjen under oppgavedesign i metodedelen (3.4).

Det er likheter mellom høyere ordens spørsmål (Watson & Mason, 1998) og strategiene Moschkovich (1999) finner at læreren gjør i sin studie. Moschkovich analyserer både hvordan elevene kommuniserer og hvordan læreren veileder elevene i en time hvor flerspråklige tredjeklassinger snakker om geometriske former. Hun poengterer at ved å fokusere på den matematiske diskursen framfor vokabularet kan man hjelpe elevene til å videreutvikle det matematiske språket. I likhet med elevene bruker også læreren i Moschkovichs' studie (1999) objekter og gester. Objektene tillegges mening ved at de snakkes om i den aktuelle konteksten. I tillegg bruker læreren ulike strategier. Elevene blir bedt om å lytte til hverandre og forklare hvorfor de mener som de gjør. Læreren ber også elevene forklare tydeligere, bygger på det de sier og sier det elevene har sagt på en annen måte, ved å fortolke og omformulere det. Dette kaller Moschkovich *revoicing*. Gjennom *revoicing* hjelper læreren elevene å holde diskusjonen matematisk. Når læreren omformulerer det elevene sier vil det ofte være i termer som ligger nærmere den matematiske diskursen. Det kan likevel oppstå utfordringer når læreren skal fortolke det elevene sier (Moschkovich, 1999).

Moschkovich (1999, 2002) understreker at å delta i matematisk kommunikasjon ikke primært handler om å lære vokabular. Samtidig er språket ressurs i kommunikasjonen. Når elever som lærer matematikk på et andrespråk deltar i matematiske samtaler kan det oppstå et dilemma mellom fokus på det språklige og på å få fram matematikken. Dette kaller Adler (1999) for *The dilemma of transparency*. Her bruker Adler Lave og Wengers begrep *transparency* spesifikt om språk. Når den matematiske betydningen ikke er tydelig i det elevene sier må læreren hjelpe elevene å få det matematiske tydeligere fram. Dette skjer ikke minst hos elever som lærer matematikk på et andrespråk. Da er det en mulighet for at det blir for mye fokus på hva som blir sagt og hvordan det blir sagt, framfor det matematiske innholdet (Adler, 1999). Dette viser Adler gjennom en episode med en lærer som blir så opptatt av den språklige presisjonen at det er språket som blir fokuset og ikke matematikken. På den måten blir ikke språket det som gjør matematikken synlig. Det er ifølge Adler (1999) ingen løsning på dette dilemmaet, så læreren må være det bevisst når den bruker ulike strategier for å hjelpe elevene i de matematiske samtalene.

Moschkovich (2002) etterlyser, som tidligere nevnt, mer forskning i flerspråklige klasserom som studerer relasjonen mellom språk og matematikk. Prediger et al (2016) foreslår at det både må tas inn elementer fra språkundervisning og matematikkundervisning. De framhever viktigheten av bevissthet om registrene av språk, når de er i bruk, og støtte i overgangene mellom dem. De mener at flerspråklige elever ofte vil ha behov for å bruke hverdagsspråk for å forstå de matematiske sammenhengene, og da er det ikke den språklige presisjonen som trenger å stå i fokus (Prediger et al., 2016). Prediger et al ser på registre av språk i sammenheng med registre av representasjoner. Dette tas videre opp i kapittel 2.3 (Representasjoner). Forskningen til Prediger et al kan være starten på det Moschkovich etterlyser, men artikkelen avsluttes med en liste over behov for videre forskning (Prediger et al., 2016).

2.2.3 Analyseverktøy

Tankene til en person kan umulig observeres om de ikke ytres utad. Kommunikasjon mellom mennesker er svært komplekst og derfor krevende å observere. Det krever spesifikke verktøy (Sfard & Kieran, 2001a). Dette utviklet Sfard og Kieran da de studerte kommunikasjonen mellom to elever. I utgangspunktet arbeidet de med en studie om å lære algebra. Selv om det var gode resultater i algebra så de at det var noe i kommunikasjonen mellom elevene som de ikke stemte, og som de ikke hadde funnet ut nok om (Sfard & Kieran, 2001a). Studien omfatter to elever, Ari og Gur, som skal samarbeide om problemløsningsoppgaver. Disse to elevene arbeider sammen flere ganger over en lengre periode. De to episodene som analyseres er fra den andre gangen de arbeider sammen, og en av de siste. I analysen finner Kieran og Sfard at dialogen er lite fruktbar, altså at den ikke fører til at de løser problemene sammen (2001b).

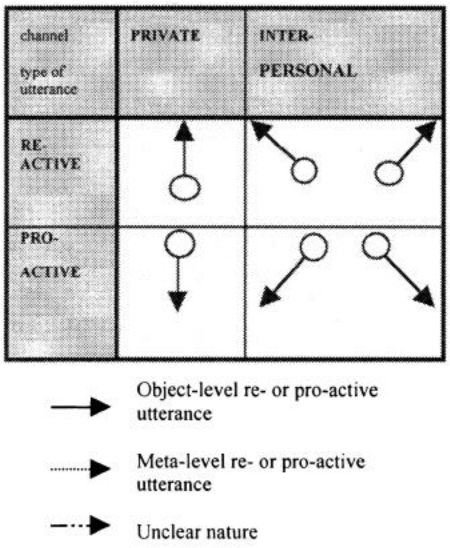
Analysen de gjør er todelt. De to delene utfyller hverandre. I denne studien er det en todelt analyse på samme måte.

Phase	Segment	The nature of the activity	
		Ari	Gur
Pre-engagement: Solving separately	[1]-[13]	Solves	Solves
Engagement: Arguing/explaining	[14]-[37]	Argues against Gur's solution and presents his own	Insists on his solution
Disengagement	[38]-[49]	Writes his answer; begins to solve the next problem	Keeps insisting on his solution

Figur 1: De tre fasene i "Daylight"-episoden (Sfard & Kieran, 2001a, s. 51)

Hos Sfard og Kieran presenteres kommunikasjonen til de to deltakerne, både det som ble sagt og det som ble gjort før den første delen av analysen. I analysen deles kommunikasjonen inn i tre faser: forhåndsengasjement, engasjement og disengasjement (min oversettelse) (Figur 1). Der kommer det fram at elevene først jobber separat før de engasjerer seg i en samtale hvor de argumenterer og forklarer det de har tenkt for hverandre. I den siste fasen godtas løsningen. Konklusjonen fra den første analysen er at Ari og Gur både mislykkes i å kommunisere og når de prøver å rette opp i det (Sfard & Kieran, 2001a).

For å finne ut mer om utfordringene i kommunikasjonen mellom de to guttene analyserte Kieran og Sfard (2001a, 2001b) ytringene i kommunikasjonen i et interaktivt flytskjema. I flytskjemaet får de både fram når elevene kommuniserer med seg selv, på personlig kanal, og med den andre, på interpersonlig kanal. Retningen på pilene fra ytringene (markert med en sirkel) viser om det er en reaktiv eller proaktiv ytring. Det vil si om den er en reksjon på noe som er sagt tidligere eller om den inviterer til respons. Pilene i flytskjemaet viser også om ytringene er på objektnivå eller metanivå, med henholdsvis heltrukne og stiplede piler. (Figur 2)



Figur 2 Symboler i interaktivt flytskjema (Sfard & Kieran, 2001b, s. 195)

Hensikten med en slik analyse er å få fram hvordan elevene kontrollerer diskursen og i hvilken grad de prøver å sikre effektivitet i kommunikasjonen. For å avgjøre om ytringene er på objekt- eller metanivå er analysen innholdsavhengig.

Elevene Sfard og Kieran (2001b) studerer kommuniserer en del på personlig kanal, spesielt Ari. Han går ikke videre fra førløsningsfasen før han har løst problemet. I studien finner Sfard og Kieran at elevene de studerer ikke løser problemer sammen. Gur oppnår ikke læring gjennom arbeidet med Ari, så hans forbedring på tester etter denne perioden kan ikke tillegges gruppearbeidet (Sfard & Kieran, 2001a).

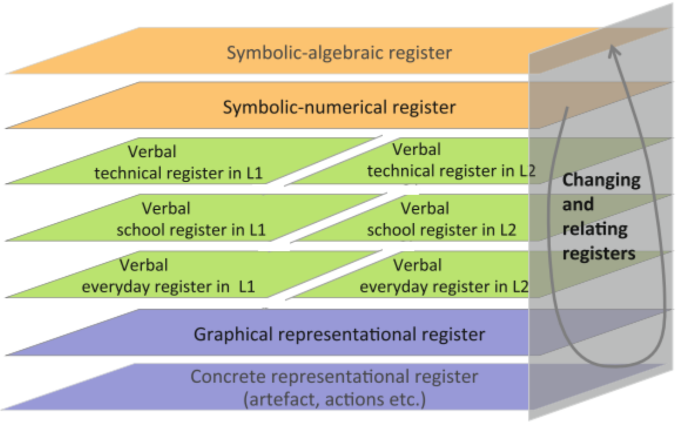
Konteksten for denne studien skiller seg på flere områder fra Sfard og Kierans studie. De studerer to elever som skal samarbeide om problemløsningsoppgaver, og de to arbeider sammen flere ganger over en lengre periode. I denne studien er datamaterialet hentet fra en intervensjon med en times gruppearbeid. Det er kommunikasjonen i en fokusgruppe med tre deltakere som analyseres i denne studien. Sfard & Kieran (2001b) lar elevene kommunisere uten at læreren deltar. I denne studien er jeg lærer mens opplegget gjennomføres og gir elevene noe veiledning i arbeidet underveis, blant annet ved å stille spørsmål om tankene bak løsningsforslagene og hvordan representasjonene henger sammen. Symbolene som blir brukt i analysen er i stor grad de samme som hos Sfard og Kieran, men det er lagt til et symbol for handling som blir presentert i metodedelen.

2.3 Representasjoner

I matematikk blir det brukt ulike representasjoner for det samme matematiske objektet. Det kan være geometriske figurer, tallinjer, matematiske symboler, diagrammer og regnefortellinger. Det er en viktig del av den matematiske kompetansen å forstå og bruke ulike representasjoner (KompetanseNorge, 2017; Rønsseland, 2005; Utdanningsdirektoratet, 2020). Samtidig er det en utfordring for mange elever. Det samme gjelder overgang mellom ulike representasjoner. De matematiske objektene er abstrakte. Det er derfor ikke uvanlig at elever ser på en representasjoner og et matematisk objekt som ekvivalente og flere trekker fram viktigheten av å bruke ulike representasjoner i opplæringen (Duval, 2006; Enge & Valenta, 2013; Swan, 2008). Representasjonene har ulike egenskaper som gjør at de brukes i ulike kontekster, at de kan brukes til ulike løsningsmetoder og i tillegg gir muligheter til å forstå ulike aspekter ved et matematisk objekt (Enge & Valenta, 2013).

Flerspråklige elever som lærer matematikk på et andrespråk, må forholde seg til registre av minst to ulike språk. Samtidig må de bruke ulike representasjoner og jobbe med overgangene mellom dem hvis målet er konseptuell forståelse (Duval, 2006; Prediger & Wessel, 2011; Swan, 2008). Ordet register blir både brukt for å beskrive typer av representasjoner (Duval, 2006) og typer av språk (Gorgorió & Planas, 2001; Halliday, 1978; Moschkovich, 1999). Prediger et als (2016)modell viser hvordan flerspråklige elever både foretar overganger mellom morsmål og opplæringsspråk, mellom registre av språk, og mellom registre av matematiske representasjoner (Figur 3). Nivåene i modellen indikerer økning i abstraksjon fra de konkrete representasjonene nederst til det symbolske algebraiske registeret øverst.

Overgangen mellom registrene i modellen går ikke bare vertikalt eller horisontalt, men også diagonalt (Prediger et al., 2016). Overgangene mellom språkregistrene er dynamisk og skjer hyppig. Det er ikke alltid man arbeider med alle registrene av matematiske representasjoner samtidig. Det er også grunnen til at det øverste og nederste nivået har grå skrift. Språkregisteret man opererer innenfor vil medføre at for eksempel den grafiske representasjonen ser ulik ut enn om man operert innenfor et annet språkregister.



Figur 3: Overganger mellom registre av språk og representasjoner (Prediger et al., 2016, s. 204)

Hensikten med modellen i Figur 3 i denne studien er å få fram kompleksiteten i overgangen mellom representasjoner av språk og representasjoner, og ikke som analyseverktøy.

2.4 Misoppfatninger knyttet til rasjonale tall

Undervisningsopplegget som ble brukt da data til denne studien ble innhentet bygger på oppgavedesign utviklet for å fremme konseptuell forståelse (Swan, 2008). Designprinsippene bak Swans opplegg omhandler blant annet å eksponere og diskutere vanlige misoppfatninger. I denne delen presenteres vanlige misoppfatninger knyttet til rasjonale tall. Dette er grunnlag for oppgavedesign i metodedelen (3.4), samt i analyse av datamaterialet (kapittel 4) og diskusjon av resultatene fra studien (kapittel 5).

Rasjonale tall er til stede i både skole, jobb og hverdag. Samtidig har mange, både barn og voksne, problemer med å få en omfattende forståelse for rasjonale tall (Tian & Siegler, 2017b). Undersøkelser fra USA og Storbritannia viser at brøkkompetansen til elever i 5.

klasse er avgjørende for matematikkompetansen de har fem-seks år senere (Siegler et al., 2012). Begrenset forståelse for rasjonale tall kan føre til at man senere utelukkes fra en del yrker (Tian & Siegler, 2017b). Samtidig er rasjonale tall også til stede i mange yrker som ikke krever utdanning med et høyt matematikknivå (Tian & Siegler, 2017a).

For å skrive rasjonale tall symbolsk brukes det tre ulike notasjoner: brøk, desimaltall og prosent. I tillegg skilles det mellom fem ulike tolkninger av rasjonale tall: del av helhet, måltall (tallstørrelse), kvotient, operator og forhold (Kieren, 1980; Lamon, 2012). Omfattende kunnskap om rasjonale tall innebærer å forstå de ulike tolkningene av notasjonene, å kunne gjøre om mellom dem og ha kunnskap om når hver av notasjonene er mest praktiske å bruke (Tian & Siegler, 2017b). En representasjon kan være helt ulik en annen. Den kan være symbolsk, tegning, bilder, tallinjer eller ulike konkreter (Beyranevand, 2014). Representasjonene av rasjonale tall og overgangene mellom disse er en av utfordringene knyttet til rasjonale tall (Beyranevand, 2014; Gay & Aichele, 1997; Tian & Siegler, 2017a).

Mange elever anser brøk, prosent og desimaltall, som uavhengige deler av begrepet tall (Sweeney & Quinn, 2000) og det er utfordringer knyttet til hver av de tre notasjonene. «Integrated theory of numerical development» (Siegler et al., 2011) peker på at utvikling innenfor tallforståelse involverer å lære om både hva som er felles for reelle tall, men også hva som er forskjellene mellom dem. Manglende forståelse av hva som karakteriserer desimaltall, brøk og prosent ligger til grunn for flere av misoppfatningene (Tian & Siegler, 2017a), både med tanke på forståelse av tallstørrelse og aritmetikk.

I de følgende tre underkapitlene utdypes utfordringer knyttet til desimaltall, brøk og prosent. Selv om det er utfordringer knyttet til aritmetikk, er det utelatt her fordi opplegget i denne studien handler om tallstørrelser og å koble sammen ulike representasjoner.
Det fjerde underkapittelet handler om utfordringer i omgjøring mellom notasjonene.

2.4.1 Desimaltall

Mange elever mangler kunnskap om at det er uendelig mange desimaltall mellom to heltall. Dette er en forskjell mellom desimaltall og heltall. For heltall er det ett gitt tall før og ett etter.

Tian og Siegler (2017b) legger flere studier til grunn og trekker fram to ukorrekte regler som brukes om desimaltall. Den første kaller de «The whole number rule»: Tallet med flest desimaler tolkes som det største (2017b). Da brukes karakteristikker for heltall også for desimaltall. Sammenligner man heltallene 25 og 125, vil 125 være størst. Mens om man sammenligner 0,25 og 0,125 er ikke 0,125 størst.

Den andre ukorrekte reglen kaller Tian og Siegler (2017b) «The fraction rule». Noen elever konkluderer med at desimaltall som viser hundredeler er mindre enn de som viser tideler. For eksempel kan de hevde at 0,56 er mindre enn 0,3 fordi 0,3 betyr tre tideler og 0,56 betyr femtiseks hundredeler. Bruk av denne regelen reflekterer overfladisk kunnskap om titallssystemet ved at man har lært at tideler er større enn hundredeler, og at hundredeler er større enn tusendeler.

2.4.2 Brøk

Det er ulike misoppfatninger om brøk. Flere av disse har sammenheng med at elevene ikke er bevisst, eller ikke har lært, hva som karakteriserer brøk. På samme måte som for desimaltall, er det manglende kunnskap eller forståelse for at det er et uendelig antall brøker mellom to heltall.

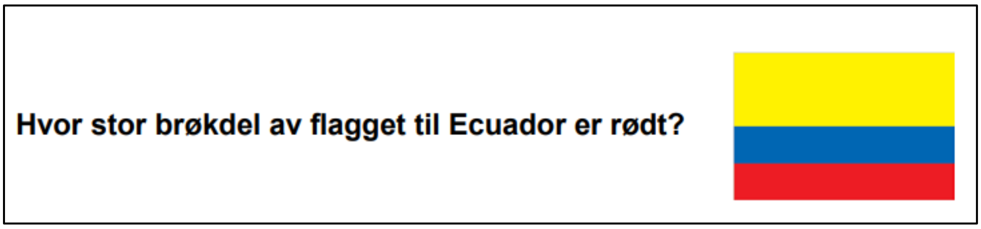
Flere tar ikke hensyn til forholdet mellom teller og nevner når størrelsen av brøker vurderes (Tian & Siegler, 2017b; Tokle et al., 2018) og noen ser på teller og nevner som to uavhengige tall (Tian & Siegler, 2017b). Det kan føre til at de bare sammenligner tellerne eller nevnerne når de skal sammenligne brøker (Tian & Siegler, 2017b; Tokle et al., 2018). Da vil de for eksempel mene at $\frac{2}{7}$ er større enn $\frac{2}{5}$. Når elevene bare vurderer enten teller eller nevner påvirker det også hvordan de vurderer størrelsen til brøken. Da kan de tolke $\frac{1}{5}$ som en halv ved å se på nevneren som 0,5, eller som 0,1 ved å bruke telleren som det som bestemmer størrelsen (Tokle et al., 2018).

Elever kan også ta med seg annen kunnskap om heltall som ikke er relevant for brøk når de skal avgjøre hvor store brøkene er (Tokle et al., 2018). Det har vist seg at noen elever anser brøker med liten differanse mellom teller og nevner som større enn brøker med stor differanse mellom teller og nevner (Tokle et al., 2018). I noen tilfeller vil dette være riktig, for eksempel når brøkene har lik nevner. Denne misoppfatningen kan også påvirke forståelsen av likeverdige brøker ved at elever tror at to brøker med lik differanse mellom teller og nevner er likeverdige.

For mange elever er brøk den første muligheten til å forstå at egenskapene til hele tall ikke er egenskapene til alle tall (Tian & Siegler, 2017a). Brøk skrives på en annerledes måte enn andre tallsymboler og det kan være vanskelig å forstå at en brøk er ett tall når den skrives med to (Tokle et al., 2018). Noen tolker brøkstreken som et komma og svarer at $\frac{1}{4}$ er det samme som 1,4 (Hiebert & Wearne, 1983; Tokle et al., 2018).

Når elever bare forholder seg til teller eller nevner medfører det at de ikke tar hensyn til helheten (Tokle et al., 2018). Om de får oppgitt at en person får $\frac{1}{5}$ av en kake, så vil de hevde at personen får ett stykke, uavhengig av hvor mange stykker kaken er delt opp i. Dette vil fungere i den del tilfeller, men ikke generelt (Tokle et al., 2018).

Noen ser på nevneren som antall deler, uten å ta hensyn til brøkdelenes størrelser. De tenker da at brøk ikke trenger å bety deling i like store deler. De vil da svare $\frac{1}{3}$ på oppgaven i Figur 4.



Figur 4: Utfordring knyttet til brøk (Tokle et al., 2018, s. 4)

Misoppfatningene ovenfor er i stor grad knyttet til forståelsen av hvilken verdi brøken representerer. Dette kan være ytterligere utfordrende hvis brøken større enn 1 (Lamon, 2007).

2.4.3 Prosent

Det er langt mindre forskning på forståelse av prosent enn på desimaltall og brøk. Studiene som er gjort er ikke nødvendigvis sammenlignbare med studiene på brøk og desimaltall. I tillegg er flere av studiene gamle, fra 1940-tallet (Tian & Siegler, 2017b).

Barns forståelse for prosent er begrenset, slik den også er for brøk og desimaltall. I en studie av amerikanske 7. og 8. klassinger (Gay & Aichele, 1997) viste noen av elevene forståelse for «kjente» prosenter, som 50% og 100%, men ikke for mer ukjente som 33 1/3% og 87%. Da elevene skulle koble sammen prosent med figurer brukte de kjente prosenter som referanse for å identifisere de mindre kjente.

Studier viser også at elever kan oppfatte prosent som heltall ved at de ignorerer prosentsymbolet (Parker & Leinhardt, 1995). Dette kan ha sammenheng med deres kunnskap om karakteristikker ved prosent som tall.

I likhet med brøker større enn 1, har elever også utfordringer med prosent større enn 100% (Lamon, 2007).

2.4.4 Omgjøring mellom brøk, prosent og desimaltall

I lys av misoppfatninger knyttet til hver av de tre notasjonene av rasjonale tall og utfordringer med overganger mellom representasjoner (Duval, 2006; Enge & Valenta, 2013) er det ikke overraskende at mange har utfordringer med omgjøring mellom brøk, prosent og desimaltall.

Noen tolker, som nevnt over, brøkstreken som et komma og gjør da om $\frac{1}{4}$ til 1,4. En studie av Hierbert og Wearne (1983) bekrefter dette, men viser også at elever motsatt gjorde om desimaltall til brøk ved å bruke sifrene i desimaltallet til å lage brøk, for eksempel skrev de at 0,37 som brøk var $\frac{3}{7}$.

Det så ut som det var mer utfordrende for elevene å gjøre om fra desimaltall til brøk enn fra brøk med nevner 10 eller 100 til desimaltall (Hiebert & Wearne, 1983). Selv om mange kunne gjøre om fra brøk med 10 eller 100 til desimaltall, var det færre som kunne forklare hvorfor prosedyren de brukte fungerte (Hiebert & Wearne, 1985), altså gi en akseptabel matematisk forklaring.

3 Metode

Denne delen starter med en begrunnelse for valg av metoder med bakgrunn i forskningsspørsmålet. Videre utdypes forskningsdesign, valg av informanter, oppgavedesign, metoder for datainnsamling og metoder for bearbeiding og analyse av data. De siste delene av kapittelet tar for seg etiske utfordringer og studiens kvalitet.

3.1 Valg av metoder

Forskningsspørsmålet for denne studien er: Hvilke kommunikasjonsmønstre og hvilke misoppfatninger knyttet til rasjonale tall kan observeres når en gruppe voksne flerspråklige grunnskoledeltakere med lite skolebakgrunn samarbeider om å koble sammen representasjoner av rasjonale tall?
Det er kommunikasjonsmønsteret i en utvalgt gruppe som studeres, hvilket setter krav til valg av forskningsdesign. Med mål om dypere kunnskap om kommunikasjonsmønstre og misoppfatninger om rasjonale tall i denne gruppen, er det valgte forskningsdesignet en kvalitativ kasusinspirert studie. I kapittel 3.2 forklares det ytterligere hvorfor dette betegnes som en kasusinspirert studie. Videre beskrives studiens kontekst med utvelgelse av informanter og fokusgruppe (3.3).

Informantene i studien skulle samarbeide om å koble sammen representasjoner av rasjonale tall. Opplegget de arbeidet med bygger på et opplegg av Malcolm Swan (2008). Oppgavedesign presenteres i delkapittel 3.4.

Med «observeres» i forskningsspørsmålet er metoden for store deler av datainnsamlingen gitt. Observasjon blir ofte brukt som metode for datainnsamling i kvalitative kasusstudier (Johannessen et al., 2010). I denne studien ble deltakende observasjon gjennomført både med og uten videoopptak. Videoopptak ble valgt for å samle inn data om kommunikasjon og misoppfatninger i fokusgruppen. Det er etiske utfordringer knyttet til bruk av videoopptak. Disse blir tatt opp i kapittel 3.7.

Tanker er også kommunikasjon. Selv om man kan observere hva informantene gjør og sier på en video, kan man ikke observere hvordan de tenker. For å få en bedre forståelse for kommunikasjonen i fokusgruppen ble «video-stimulated recall» brukt som metode. Da er sekvenser fra videoopptaket utgangspunkt for intervju (Lysberg, 2021). Deltakernes arbeid med opplegget i studien ble også samlet inn. I tillegg ble data om skolebakgrunn samlet gjennom spørreskjema i forkant av arbeidet med opplegget om rasjonale tall.

Etter at data til er samlet inn skal de bearbeides og analyseres. Analyseverktøyet til Sfard og Kieran (2001a) og misoppfatninger om rasjonale tall, som presentert i teorikapittelet, er rammer for en åpen deduktiv analyse for å finne kommunikasjonsmønstre og misoppfatninger. Metoder for bearbeiding og analyse beskrives i kapittel 3.6.

3.2 Forskningsdesign

Fokus for observasjon i denne studien er kommunikasjonsmønstre i samarbeid og misoppfatninger om rasjonale tall hos informantene. Det som analyseres er ressurser i kommunikasjonen, hvem deltakerne kommuniserer til, karakteristikken av ytringene og innholdet i disse. Det er altså kommunikasjonsprosessen som studeres og det er derfor en kvalitativ studie. Spørreskjema er en datainnsamlingsmetode som ofte blir brukt i kvantitative studier (Postholm & Jacobsen, 2011). Hensikten med spørreskjemaet i denne studien er ikke å lage en kvantitativ oversikt over skolebakgrunnen til informantene i studien, men å få bakgrunnsinformasjon om informantene og bruke den til å sette sammen grupper og velge ut fokusgruppe i studien.

Metoden for studien har likheter med kasusstudier. Det finnes ulike definisjoner av hva en kasusstudie er, og disse er også diskutert (Flyvbjerg, 2011; Wellington, 2000). Det som likevel kjennetegner en kasusstudie er at den tar for seg en avgrenset enhet (Wellington, 2000) og tar for seg detaljer i enheten som er gjenstand for studie (Flyvbjerg, 2011). Denne studien tar for seg deltakere i en matematikklasse og en fokusgruppe innenfor denne. Det er en avgrenset enhet som klasse, og fokusgruppen velges ut fra kriterier fra forskningsspørsmålet. Gjennom å analysere kommunikasjonen både med hensyn til hvem deltakerne kommuniserer til, karakteristikken av ytringene, hvilke ressurser de bruker i kommunikasjonen og kunnskap om vanlige misoppfatninger knyttet til rasjonale tall, går denne studien i dybden og detaljene løftes fram. Dette er typisk for en kasusstudie (Flyvbjerg, 2011).

Et annet kjennetegn ved kasusstudier er at forholdet til konteksten for kasusen er sentral (Flyvbjerg, 2011). I denne studien er det begrenset informasjon om konteksten, og den har derfor ikke like sentral betydning for resultatene enn om mer av konteksten var del av studien. Informantene svarte på hvor mange år de har gått på grunnskole før de kom til Norge og i hvilket land de har gått på grunnskole. Utover dette er det ikke informasjon i studien om deres skolebakgrunn, verken om hvilken type opplæring de har hatt, hvilke faglige resultater de har oppnådd eller hvor lenge det er siden de gikk på grunnskole. Det er heller ikke informasjon om hvilken opplæring de har fått på skole i Norge, utover at de var deltakere i matematikk i modul 3 (av fire) da studien ble gjennomført. Dette gir begrenset informasjon om konteksten som gjelder bakgrunnen til informantene. I forkant av gjennomføring av opplegget om representasjoner av rasjonale tall ble klassen i studien observert i to dobbelttimer (á 90 minutter). Dette gav noe informasjon om undervisningen informantene fikk av sin matematikklærer om rasjonale tall og er en del av konteksten. Samtidig ble ikke informantene fulgt over lengre tid. Studien får derfor ikke fram og understreker utviklingsfaktorer, slik det er vanlig i kasusstudier (Flyvbjerg, 2011).

Opplegget om representasjoner av rasjonale tall (presentert i 3.4.2) ble gjennomført i løpet av en økt på 90 minutter. Med et så kort tidsrom er det begrenset i hvor stor grad kommunikasjonen utvikler seg, om den i det hele tatt gjør det. Tre dager etterpå ble informantene i fokusgruppen intervjuet med utgangspunkt i videoopptaket fra sitt gruppearbeid i opplegget.

3.3 Studiens kontekst

Informantene i studien er deltakerne på grunnskole for voksne i en by i Norge. Som beskrevet i innledningen (1.4) er skolen de går på med i utprøving av modulstrukturerte lærerplaner, der opplæringen foregår over fire moduler. Fleksibilitet er en del av tanken bak forsøket, og tidsomfanget av hver modul er ikke fastlagt. Erfaringen viser at det er ganske vanlig å bruke et år per modul. Timetallet er heller ikke fastlagt. På skolen til informantene hadde de matematikk to økter á 90 minutter per uke i modul 1, og tre økter á 90 minutter per uke i de tre andre modulene.

Informantene er personlig rekruttert på egen arbeidsplass. Deltakerne gikk i modul 3 da studien ble gjennomført. Grunnen til at det ble denne modulen er delt. For det første er deltakerne verken i starten eller avslutningen av modulløpet. Deltakerne har allerede lært noe om rasjonale tall, enten fordi de har hatt matematikk i modul 2 (KompetanseNorge, 2017) eller at de kunne det fra annen opplæring før de startet på modulløpet. Videre er prosjektet gjennomført på egen arbeidsplass, og klassen ble valgt fordi det er variasjon både med tanke på alder, skolebakgrunn og hvilke land de kommer fra. I tillegg var matematikklæreren deres interessert i å være med på prosjektet.

Mye av arbeidet i opplegget foregår i grupper. Som tidligere nevnt er voksne grunnskoledeltakere en mangfoldig gruppe, noe dataene fra spørreskjemaet bekrefter. I studien er det med deltakere fra de som ikke har gått på skole før de kom til Norge til de som har gått ni-ti år på grunnskole i et annet land, men mangler dokumentasjon på det. Det er forskjell på skolegang i ulike land, og derfor var data om hvor deltakerne hadde gått på skole relevant. De 14 deltakerne som var med i studien har skolebakgrunn fra syv forskjellige land i Asia og Afrika.

I forskningsspørsmålet for studien står det: «voksne minoritetsspråklige grunnskoledeltakere med lite skolebakgrunn». Det er et definisjonsspørsmål om deltakerne som har null eller ti års skolegang før de kom til Norge faller inn i den kategorien. Derfor ble ikke fokusgruppen for studien valgt ut blant disse. Skolebakgrunn og hvilke land deltakerne har bakgrunn fra var kriterier for valg av fokusgruppe. De tre deltakerne i gruppen har mellom fire og syv år på grunnskole i tre forskjellige land i Midtøsten og Afrika fra de var barn. Lite skolebakgrunn var et samlende kriterium for valg av fokusgruppe. Et som gir mer spredning er landene deltakerne har sin skolebakgrunn fra. De tre deltakerne i fokusgruppen har sin skolebakgrunn fra tre forskjellige land i Midtøsten og Afrika. Det ble valgt ulike land både for å få spredning i gruppen og for å prøve å sikre at den verbale kommunikasjonen foregikk mest mulig på norsk.

3.4 Oppgavedesign

Undervisningsopplegget som ble brukt da store deler av dataen til denne studien ble innhentet bygger på opplegg presentert i artikkelen «Designing a Multiple Representation Learning Experience in Secondary Algebra» av Malcolm Swan (2008). Det er denne det henvises til når det skrives om artikkelen videre i dette kapittelet. Undervisningsopplegget Swan presenterer i sin helhet i artikkelen omhandler representasjoner av algebra, mens opplegget i denne studien er om representasjoner av rasjonale tall. Artikkelen har et vedlegg med rasjonale tall. Planen for opplegget med algebraiske uttrykk og vedlegget med representasjoner av desimaltall og brøk (Swan, 2008) er utgangspunkt for opplegget i denne studien. I design av opplegget ble det foretatt noen endringer i forhold til det Swan presenterer. Opplegget ble pilotert i en annen klasse på samme skole for å vurdere omfang, misoppfatninger som ble avdekket, hvordan deltakerne forstod det de skulle gjøre og hvordan de kommuniserte. Etter piloteringen ble det foretatt noen endringer. I kapittel 3.4.2 forklares det både hvorfor og hvordan endringene er foretatt, samt hvordan opplegget ivaretar flere av Swans designprinsipper (Swan, 2008).

Både pilotering og gjennomføring av opplegget med informantene i studien valgte jeg å gjøre selv for at prinsippene bak opplegget i størst mulig grad skulle følges, og dermed øke mulighetene for å innhente nødvendig data til studien.

3.4.1 Pedagogisk bakgrunn for Swans opplegg

Hos Swan (2008) er det sentralt at elevene skal utvikle konseptuell forståelse i matematikk og at arbeidet i matematikk i stor grad skal foregå gjennom sosial interaksjon. Derfor passer opplegget inn i denne studien med en sosiokulturell posisjonering. Swan framstiller begrepsutvikling som noe som skjer i samspill med andre ved at man samskaper begreper og symboler. I artikkelen presenteres fem oppgavetyper som kan være med å fremme konseptuell forståelse og Swan mener at alle oppgaver i matematikk bør ligge i eller mellom disse fem: 1) klassifisere matematiske objekter, 2) tolke multiple representasjoner, 3) evaluere matematiske formuleringer, 4) lage problemer/oppgaver til andre, 5) analysere svar og resonnering (Swan, 2008).

I artikkelen presenteres også ti prinsipper for undervisning som skal fremme konseptuell forståelse. Disse er utviklet gjennom Swans egen forskning og er i tillegg konsultert med en rekke andre matematikkpedagoger. Prinsippene handler om å bruke rike oppgaver som egner seg til samarbeid og la oppgavene være utgangspunkt for å utvikle matematisk språk gjennom kommunikasjon i samspill med andre. Man skal bygge på forkunnskapen til elevene, og skape forbindelser til andre emner, både i og utenfor matematikk. Oppgavene bør velges slik at de konfronterer utfordringer og kan skape diskusjon om vanlige misoppfatninger. For å få fram refleksjon skal man bruke høyere ordens spørsmål (Watson & Mason, 1998). Det er refleksjonen og prosessen som er fokus i arbeidet, og i etterkant reflekteres det over læringsutbyttet. (Swan, 2008)

I undervisningsopplegget som blir presentert i artikkelen arbeider elevene først med noen individuelle innledningsoppgaver, før de settes i grupper hvor de skal koble sammen kort med ulike representasjoner av algebraiske uttrykk. Dette kan overføres til andre deler av matematikken, og artikkelen har med to vedlegg som eksempler på det. Alle disse oppleggene ligger innenfor det å «tolke ulike representasjonsformer for å se sammenhenger mellom representasjoner og utvikle nye mentale bilder for konsepter» (Swan, 2008).

3.4.2 Opplegg i denne studien

Undervisningsopplegget med representasjoner av algebra (Swan, 2008) starter med individuelle oppgaver. Først jobber elevene med skriftlige oppgaver og så får de muntlige oppgaver fra læreren hvor de skal holde opp en lapp med svaret sitt. Etterpå får de skriftlige individuelle oppgaver. Elevene får de samme oppgavene på slutten av undervisningsøkten. Da kan de endre svar de mener er feil og reflektere over hvorfor de gjorde feil.

I opplegget for denne studien er det ikke med skriftlige individuelle oppgaver. Det ble prøvd ut i piloteringen av opplegget. De fleste av deltakerne i piloten brukte lang tid på de individuelle oppgavene og flere uttrykte at det var krevende å forstå enkelte av dem. Forskning viser at tekstoppgaver i matematikk er utfordrende for elever som får opplæring på et andrespråk (Kempert et al., 2011; Ní Ríordáin et al., 2015; Truxaw & Rojas, 2014). Mange elever bruker mye av arbeidsminnet til å oversette oppgaven til et annet språk (Kempert et al., 2011). I studier av elever med lesevansker fant forskerne at prestasjonene til disse elevene økte når tekstoppgaver ble gitt muntlig (Kempert et al., 2011). I denne studien starter opplegget med at deltakerne får muntlige oppgaver og skriver et kort svar som de holder opp. De samme spørsmålene blir brukt i oppsummeringen til slutt:

- Hva er desimaltallet 0,6 som prosent?
- Er 0,2 det samme som $\frac{2}{10}$?
- Er $\frac{3}{5}$ det samme som 3,5?
- Skriv en brøk som er likeverdig med $\frac{4}{10}$.
- Hva er desimaltallet 1,5 som prosent?
- Sett disse brøkene i stigende rekkefølge: $\frac{2}{7}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{1}{12}$.

De individuelle spørsmålene før gruppearbeidet og i oppsummeringen er med på å ivareta flere av Swans designprinsipper (Swan, 2008). For det første får det fram elevenes forkunnskaper, som man bygger videre på. For det andre gir det en veksling mellom aktivitet i hel klasse, gruppearbeid og individuelt arbeid. Når elevene får mulighet til å reflektere alene først blir gruppearbeidet mer effektivt (Swan, 2008). I denne studien er det, som hos Swan, avsluttende oppsummering med klassesamtale ledet av lærer og tilbakeblikk på de innledende oppgavene. Dette kan bidra til en bevisstgjøring hos deltakerne om hva som har blitt lært og hvordan det er lært. I oppsummeringen etter gruppearbeidet er det et mål å generalisere hvordan representasjonene henger sammen og hvordan man kan gjøre om fra en representasjonsform til en annen.

Gruppearbeidet, både hos Swan og i denne studien, handler om å koble sammen representasjoner. Swan foreslår grupper på 2-4 elever. Studien til Sfard og Kieran (2001a) har en gruppe på to elever og der foregår det ikke reelt samarbeid. Både min og andres erfaring (Liljedahl, 2022) er at grupper på tre elever ofte fungerer best. I grupper på to kan det bli for få å spille på, mens grupper på fire og flere ofte blir delte grupper. Det var planlagt for grupper på tre i studien, men antallet deltakere som var til stede i klassen da studien ble gjennomført medførte at det ble fire deltakere på to av gruppene. Gruppene ble satt sammen slik at det var ulikhet i hvilke land deltakerne hadde skolebakgrunn fra. Dette for at mest mulig av den verbale kommunikasjonen skulle være på norsk slik at det var mulig å observere.

Vedlegget til Swans artikkel har med seks forskjellige representasjoner: desimaltall, brøk, skraverte rutenett med hundre ruter, skraverte rutenett med ulikt antall ruter, tallinjer i tideler fra 0 til 1 og tallinjer i ulike skalaer fra 0 til 1. For hver representasjon er det syv kort som er nummerert med bokstav for type representasjon og et tall. Det gir mulighet til å henvise til spesifikke kort, og er videreført på kortene i denne studien. Alle kortene som ble brukt i gruppearbeidet i studien er vedlagt (vedlegg 3), men flere er også vist som figurer i den videre beskrivelsen av opplegget. I tillegg er det bilde av det ferdige arbeidet til fokusgruppen til slutt i denne delen (Figur 10).

Representasjonene desimaltall, brøk og illustrasjoner med skraverte rutenett med ulikt antall ruter med i opplegget for denne studien, i likhet med vedlegget til Swans artikkel. Flere av tallene de representerer er de samme som hos Swan, mens noen er byttet ut for å eksponere og diskutere vanlige misoppfatninger. Dette blir forklart videre senere i denne delen. Opplegget har med symbolsk representasjon av prosent istedenfor skraverte rutenett med hundre ruter. Det ble valgt fordi observasjon av klassen i forkant av gjennomføring av opplegget viste at flere deltakere bare telte antall skraverte ruter og skrev prosenttegnet bak antallet. I tillegg er det nært knyttet til læreplanen deltakerne i studien følger, der to av læringsmålene er: «forklare sammenhengen mellom brøk, desimaltall og prosent» (KompetanseNorge, 2017, s. 9) og «sammenligne og regne om mellom desimaltall, brøker og prosent» (KompetanseNorge, 2017, s. 10).

Tallinjene på kortene i opplegget går fra 0 til 2 og er delt inn i tideler. Det ble valgt lik inndeling av alle tallinjene fordi erfaringen fra piloteringen var at deltakerne brukte mye tid på å forstå tallinjene da de fikk dem med to ulike inndelinger. Kortene som er utgangspunktet (Swan, 2008) har to representasjoner med tallinjer, mens det i studien er en. En ble valgt bort for å få med tekst som representasjonsform. Swan (2008) bruker tekst som representasjon i de andre oppleggene han presenterer. I opplegget om algebra er det representasjon med tekst hvor det forklares med ord hva man gjør i uttrykket, for eksempel: «Add six to *n*, then square the answer» (Swan, 2008, s. 5). I vedlegget om grafer beskriver tekstene situasjoner til grafene. I denne studien er tekstene hentet fra hverdagsliv og media. Sammenhengen med hverdagsliv ble valgt fordi matematikkfaget skal være med å utvikle kompetanse som elevene trenger (KompetanseNorge, 2017) og fordi de største utfordringene i opplegget skulle være knyttet til rasjonale tall og ikke norsk språk.

Flere av Swans (2008) designprinsipper blir, som nevnt, ivaretatt i gruppearbeidet i studien. Et av prinsippene er at elevene utvikler matematisk språk gjennom aktiviteter hvor de kommuniserer. Deltakerne i gruppene er forventet å kommunisere med hverandre om hvordan de vil organisere kortene og hvorfor de vil organisere dem på den måten. Et annet prinsipp er å fremme resonnering framfor svar, produkt. Kommunikasjonen i gruppene kan være med å fremme dette. Hvordan kommunikasjonen foregår, og hva deltakerne spør hverandre om er da avgjørende. Spørsmål som krever forklaring, tillegg og syntese, og ikke bare et svar, vil ifølge Swan fremme dette. I studien er det i hovedsak læreren som stiller såkalte høyere ordens spørsmål (Watson & Mason, 1998). Watson og Mason (1998) deler spørsmålene inn etter ulike kategorier av matematisk tenkning. Valenta (2016) har oversatt en del av spørsmålet og i opplegget i denne studien er det spesielt spørsmål innenfor kategoriene Valenta kaller «sammenligne, sortere og organisere» og «forklare, rettferdiggjøre og overbevise» som er aktuelle å bruke for å forsøke og fremme deltakernes matematiske tenking. Det er for eksempel spørsmål om likheter og ulikheter, og om forklaring på hvorfor de vil plassere kort på gitte steder. Siden dette ikke er en studie som går over tid, eller handler om å lære deltakerne å bruke denne typen spørsmål, er det ikke innenfor rammene å forvente at deltakerne bruker høyere ordens spørsmål.

To av designprinsippene til Swan (2008) er å konfrontere utfordringer, og å eksponere og diskutere vanlige misoppfatninger. I design av opplegget er dette tatt hensyn til i valg av tall og representasjoner. Både i piloten og i gjennomføring med informantene får deltakerne kort med en representasjon om gangen, bortsett fra de to siste som de får samtidig. I piloten ble det observert at det var nok for de fleste å sette desimaltallene i rekkefølge fra starten. Hos flere grupper i piloten var det utfordrende at det var med likeverdige brøker og dermed to kort med samme type representasjon som hadde samme verdi. Det ble derfor videreført at gruppene ikke får alle kort i opplegget samtidig. Observasjon av klassen i studien da rasjonale tall var tema to måneder før studien ble gjennomført, tydet på at prosent var en «favorittrepresentasjon» for flere av deltakerne. Selv om læreren deres spurte de om brøk, svarte flere i prosent. Siden det er voksne deltakere kan de ha bedre kjennskap til prosent som representasjon, for eksempel gjennom personlig økonomi. Derfor får de både prosent og tekst som de siste representasjonene samtidig. Kortene blir gjort klar på forhånd og læreren deler dem ut til de enkelte gruppene etter hvert som de er ferdige med å plassere en type representasjon.

Deltakerne i studien får først kort med desimaltall som de skal ordne etter størrelse, som i opplegget til Swan (2008). Det er med seks desimaltall (Figur 5). Det ble valgt etter at piloteringen, som hadde ti desimaltall, tok lengre tid enn planlagt. Desimaltallene har ulikt antall desimaler for å konfrontere den ukorrekte regelen «The whole number rule» (Tian & Siegler, 2017b) hvor elever anser desimaltallet med flest desimaler som det største. Bruker de denne vil de hevde at 0,125 er størst. Vedlegget til artikkelen har med to desimaltall med tre desimaler. I denne studien er det bare ett for å redusere antall kort, og samtidig kunne konfrontere en annen utfordring. Desimaltallet 0,75 i det opprinnelige opplegget (Swan, 2008) er byttet ut med 1,25 for å konfrontere utfordringer

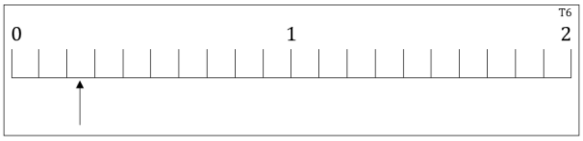
Desimaltall

D1 0,8	D2 0,04
D3 0,4	D4 0,125
D5 0,25	D6 1,25

Figur 5: Kort med desimaltall til gruppearbeidet

med brøker større enn 1 og prosent større enn 100% (Lamon, 2007). Flere av desimaltallene har også like siffer.

Etter at desimaltallene er plassert i stigende rekkefølge, får deltakerne kort med tallinjer som er delt i tideler fra 0 til 2 (Figur 6 og vedlegg 3). Disse skal plasseres sammen med tilhørende desimaltall.



Figur 6: Eksempel på kort med tallinje til gruppearbeidet

Videre blir kortene med brøker delt ut (Figur 7). Disse kan by på flere utfordringer for deltakerne fordi de har desimaltallene fra før og forskning viser at det er mer utfordrende for elever å gjøre om fra desimaltall til brøk enn motsatt (Hiebert & Wearne, 1985). Samtidig har de mulighet til å gjøre om fra brøk til desimaltall når de har begge representasjonene. Brøkene i opplegget ble valgt for å eksponere vanlige misoppfatninger, og som grunnlag for diskusjon. Det er flere kort med brøker enn med desimaltall og tallinjer. Dette samsvarer med det Swan (2008) gjør med likeverdige algebraiske uttrykk. Samtidig gjør det at deltakerne ikke kan bruke elimineringsmetoden der det bare er et kort igjen å plassere til slutt. Likeverdige brøker kan være utfordrende fordi en misoppfatning om brøk er at brøker med liten differanse mellom teller og nevner er større enn brøker med stor differanse mellom teller og nevner (Tokle et al., 2018). Om det ikke tas hensyn til brøken som helhet (Tokle et al., 2018) kan de for eksempel tolke $\frac{1}{4}$ som en bit av fire. Da kan det være vanseklig å se at $\frac{2}{8}$ er likeverdig.

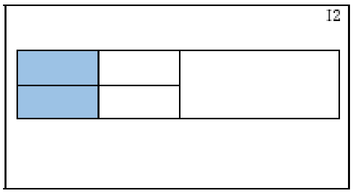
Brøk

B1 $\frac{4}{10}$	B2 $\frac{2}{5}$
B3 $\frac{125}{100}$	B4 $\frac{4}{100}$
B5 $\frac{1}{8}$	B6 $\frac{4}{5}$
B7 $\frac{1}{4}$	B8 $\frac{1}{25}$

Figur 7: Kort med brøker til gruppearbeidet

Hvis deltakerne har misoppfatningen der de ser på teller og nevner som uavhengige tall (Tian & Siegler, 2017b; Tokle et al., 2018), og bare sammenligner tellere eller nevnere, kan flere av brøkene i opplegget skape utfordringer når de skal plasseres til desimaltall og tallinje med samme verdi. Noen elever tolker brøkstreken som komma (Hiebert & Wearne, 1983; Tokle et al., 2018) og kan da oppfatte brøken $\frac{1}{25}$ som 1,25. Brøker som er større enn 1 kan gi ytterligere utfordringer (Lamon, 2007) slik som $\frac{125}{100}$. Denne brøken kan deltakerne også se på som likeverdig med 0,125 om de ikke ser på forholdet mellom teller og nevner i en brøk (Tokle et al., 2018).

Etter at deltakerne har plassert brøkene sammen med desimaltall og tallinjer med samme verdi, får de kort med skraverte rutenett med ulikt antall ruter. Også her kan misoppfatninger om brøk gjøre seg gjeldende. Misoppfatninger knyttet til likeverdige brøker kan vise seg her også om deltakerne ser på totalt antall ruter i figurene som nevner, og det ikke er likt som i brøken. En av figurene (Figur 8) var delt i biter med ulike størrelse. Hvis deltakerne ikke tar hensyn til helheten (Tokle et al., 2018) og ser på nevneren som antall deler, uavhengig av størrelsen på delene vil de sette det aktuelle kortet sammen med $\frac{2}{5}$ istedenfor $\frac{1}{4}$.



Figur 8: Rutenett med ulik størrelse på delene

De siste kortene gruppene får er med prosent og tekst (Figur 9). Erfaringen fra piloteringen var at deltakerne brukte minst tid på å plassere disse representasjonene. Når deltakerne i studien får begge representasjonene samtidig åpnes oppgaven mer opp med tanke på hvilke kort elevene velger å plassere først (Swan, 2008). Til de to siste representasjonsformene er det to tomme kort til hver representasjon (T5, T6, P5 og P6) som elevene selv skal skrive på. Dette gjør både at deltakerne ikke kan bruke elimineringsmetoden, og at de må arbeide annerledes enn når de plasserer ferdig utfylte kort. De tomme kortene gir også rom for å diskutere vanlige misoppfatninger (Swan, 2008) knyttet til rasjonale tall, for eksempel om deltakerne skriver tekst der forholdet mellom teller og nevner ikke er med.

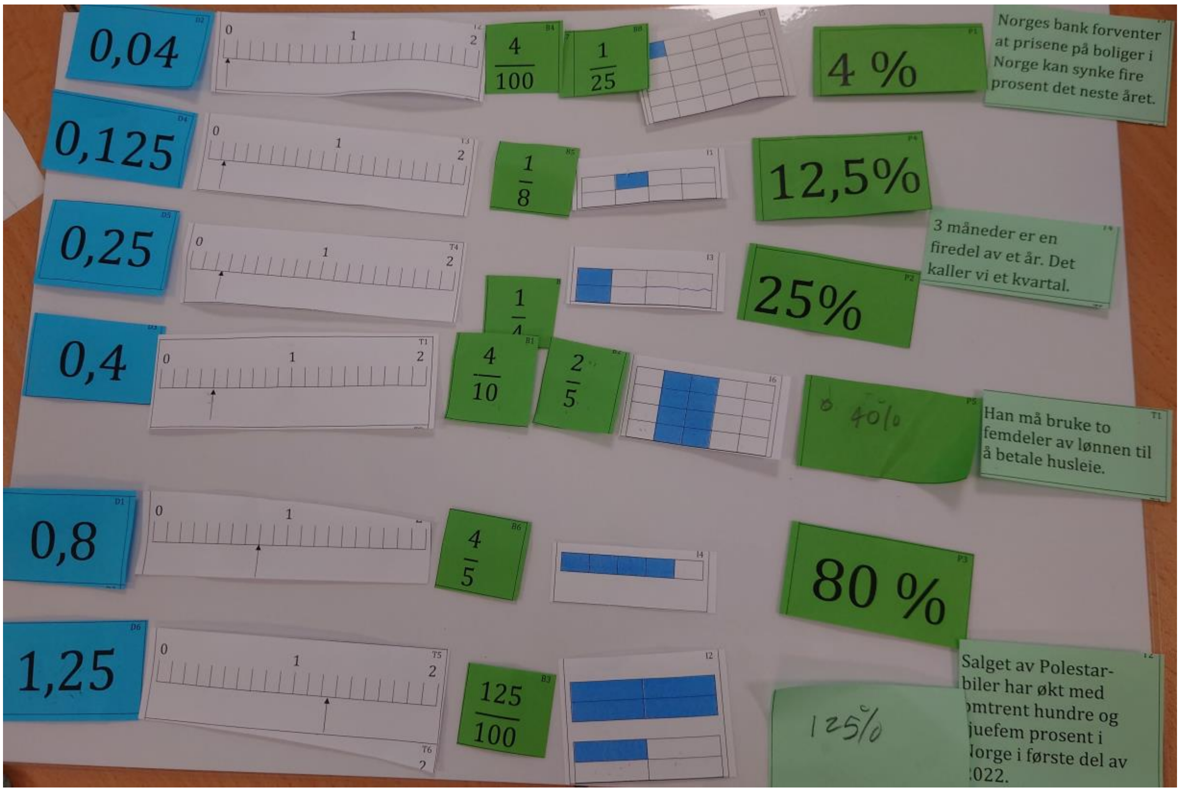
Prosent og tekst

P1 4 %	T1 Han må bruke to femdeler av lønnen til å betale husleie.
P2 25%	T2 Salget av Polestar-biler har økt med omtrent hundre og tjuefem prosent i Norge i første del av 2022.
P3 80 %	T3 Norges bank forventer at prisene på boliger i Norge kan synke fire prosent det neste året.
P4 12,5%	T4 3 måneder er en firedel av et år. Det kaller vi et kvartal.
P5	T5
P6	T6

Figur 9: Kort med prosent og tekst til gruppearbeidet

Studier viser at elever kan la være å skrive prosenttegnet fordi de oppfatter prosent som et heltall (Parker & Leinhardt, 1995). Som for brøker og desimaltall har elever også utfordringer med prosent større enn 100% (Lamon, 2007), derfor er ikke 125% et av de utfylte kortene.

Det ferdige arbeidet til fokusgruppen etter gruppearbeidet ble som vist i Figur 10. De fikk ikke tid til å lage tekst på de tomme lappene (Figur 9).



Figur 10: Plakaten til fokusgruppen etter gruppearbeidet.

3.5 Metoder for datainnsamling

Det er flere metoder for å innhente empiri til studien, både spørreskjema, observasjon, arbeid fra gruppene og individuelle intervju. Klassen ble observert i to økter da rasjonale tall var tema for undervisningen omtrent to måneder før resten av dataene til studien ble samlet inn. Videre svarte informantene på et spørreskjema om egen skolebakgrunn. Da opplegget med representasjoner av rasjonale tall ble gjennomført, var det videoopptak av fokusgruppen, mens klassen ble observert gjennom deltakende observasjon, samt at arbeid fra deltakerne ble samlet inn. Tre dager etter dette var deltakerne i fokusgruppen med på individuelle intervju hvor video-stimulated recall ble brukt som metode (Lysberg, 2021).

De ulike metodene for datainnsamling beskrives i de følgende delkapitlene.

3.5.1 Spørreskjema

Hensikten med spørreskjemaet er å kartlegge skolebakgrunnen til deltakerne før de begynte på grunnskole for voksne og norskopplæring i Norge. Disse dataene er først og fremst relevante for å sette sammen grupper og velge ut fokusgruppe. I tillegg bidrar de med kontekst om deltakerne i studien.

Det ble valgt et enkelt spørreskjema (vedlegg 4) hvor deltakerne fikk spørsmål om antall år på grunnskole før de kom til Norge og i hvilke(t) land de hadde gått på skole. Dette er presise spørsmål for å få fram det som er hensikten med spørreskjemaet. Alle deltakerne i prosjektet besvarte spørreskjemaet. Det ble gjort etter at de hadde fått informasjon om prosjektet og samtykket til deltakelse (vedlegg 2c).

3.5.2 Observasjon

I mange situasjoner er man avhengig av å være tilstede i en situasjon for å få gyldig kunnskap om den (Johannessen et al., 2010). Det gjelder situasjoner det er vanskelig å beskrive uten å ha vært del av dem. I klasserommet foregår det mye på flere nivåer. Det som foregår er så komplekst at det er umulig å formulere alt, og heller ikke mulig å observere alt. Likevel vil man få med mer gjennom observasjon enn gjennom beskrivelse. Kommunikasjon er samhandling mellom mennesker, og en situasjon hvor observasjon egner seg som metode (Johannessen et al., 2010).

Ved å bruke observasjon som metode er informantene i sitt vanlige miljø, noe som gir en mer naturlig setting. Om man bruker en observasjonsguide som redskap i observasjonen foretar man en systematikk i datainnsamlingen fordi man fokuserer på de delene som er relevante for forskningen og dermed kan la være å få med seg andre deler av det som skjer (Postholm & Moen, 2018). Observasjon er brukt på tre ulike måter i studien. I alle situasjonene er det en åpen observasjon, i den betydning at alle vet at de blir observert (Johannessen et al., 2010).

Første gang klassen ble observert var hensikten å sette studien i en kontekst og at deltakerne skulle venne seg til at jeg var i klasserommet, slik at det ikke skulle være nytt da opplegget om rasjonale tall skulle gjennomføres. Da ble det gjennomført observasjon i to matematikktimer i begynnelsen av en periode med rasjonale tall som tema. For å få mest mulig ut av observasjonen må man ha en plan for hva man skal observere (Postholm & Jacobsen, 2011). For å holde fokus på det som skulle observeres ble det utarbeidet en observasjonsguide (vedlegg 5). Denne inneholder plass til å skrive om metoder som ble brukt, om kommunikasjon og hvem som kommuniserte med hvem, samt om forståelse og utfordringer med rasjonale tall. Det var klassens matematikklærer som gjennomførte egne opplegg i timene sammen med deltakerne. Observasjonen gav informasjon om hvordan deltakerne er vant med at matematikktimene foregår. Denne observasjonen kunne vært gjennomført som fullstendig observatør (Postholm & Jacobsen, 2011). Det ble likevel ikke valgt, fordi en av hensiktene med observasjonen var at deltakerne ikke skulle være ukjent med studien og at jeg var til stede i klassen før gjennomføringen av opplegget om representasjoner av rasjonale tall. Graden av deltakelse i denne første observasjonen var likevel annerledes enn senere. I utgangspunktet var det hva læreren og deltakerne gjorde og sa som ble observert, men spørsmål deltakerne kom med ble også besvart av meg. Det siste gjør at det var deltakelse i observasjonen.

Da gruppearbeidet med representasjoner av rasjonale tall ble gjennomført var det observasjon på to måter. Det var igjen deltakende observasjon, og i større grad deltakende enn i forrige observasjon, ettersom samme person var både den som gjennomførte opplegget for timen og observerte. Til denne observasjonen ble det også utarbeidet en observasjonsguide (vedlegg 6). Det er avsatt plass til innledningen og oppsummeringen av økten, samt til notater om kommunikasjon, om rasjonale tall og hvordan misoppfatninger om rasjonale tall eventuelt påvirker kommunikasjonen.

Deltakende observasjon er krevende når man samtidig skal gjennomføre et opplegg med deltakerne og veilede dem underveis. I tillegg er kommunikasjon i seg selv komplekst. Det er umulig å få med alt dette gjennom deltakende observasjon. For å ha mulighet til å studere mønstrene og innholdet i kommunikasjonen på detaljnivå er det nødvendig å observere hvordan og hva informantene kommuniserer flere ganger. Da er det behov for videoopptak. Det å bli filmet kan gjøre at elevene blir hemmet i situasjonen (Johannessen et al., 2010) og det blir en mindre naturlig situasjon for deltakerne. Likevel må disse ulempene veies opp mot fordelene videoopptak gir i innhenting av data. Før videoopptak for observasjon ble valgt som metode ble det vurdert at det var nødvendig for å kunne analysere kommunikasjonsmønstre. Dette er også godkjent for studien av NSD (vedlegg 1). Informantene i studien fikk informasjon om videoopptak og samtykket til det (vedlegg 2c). Fokusgruppen ble filmet med et kamera som stod i ro. Det gjør at det ikke var en person der som i tillegg observere dem hele tiden. Da er ikke kameraet like synlig gjennom hele opptaket, og informantene kan glemme det litt i perioder.

Ved å bruke både videoopptak og deltakende observasjon gir tre elever informasjonen som går i dybden, mens observasjon av de andre gruppene kan gi ytterligere informasjon.

3.5.3 Intervju – «video-stimulated recall»

Selv om et videoopptak kan ses mange ganger vil det likevel være tolkning involvert. Deltakernes betraktninger om kommunikasjonen i gruppen kan bidra til mindre tolkning i analysen. Da kommer også deltakerens stemme mer fram. For å få med dette aspektet ble det gjennomført individuelle intervju med deltakerne i fokusgruppen noen dager etter videoopptaket. Hvert intervju hadde en varighet på omtrent 30 minutter. Som del av en kvalitativ studie kan intervjuene karakteriseres som kvalitative forskningsintervju. Disse kjennetegnes ved at de har et formål og en struktur der det er den som intervjuer som stiller spørsmålene og videre følger opp svarene informanten gir (Kvale et al., 2015).

Intervjuene i denne studien tar utgangspunkt i det som skjer på videoen og video-stimulated recall ble brukt som metode. Denne metoden «baseres på videoobservasjon med påfølgende intervju» (Lysberg, 2021, s. 83). Video-stimulated recall egner seg som metode om studien vil ha med noe om informantenes tanker og refleksjoner (Lysberg, 2021). Ved å vise klipp fra videoopptaket kan informanten settes tilbake til den opprinnelige situasjonen, noe som kan hjelpe den til å huske tanker og refleksjoner.

Video-stimulated recall kan bidra til å få fram diskrepansen mellom det informanten tenkte og det forskeren tenker om det som skjer på videoen (Lysberg, 2021). Det kan samtidig være utfordringer med metoden. Disse handler både om å se seg selv på video og se seg selv «utenfra», at informantene ikke husker helt hva de tenkte etterpå eller av ulike grunner bare deler noen av tankene sine, samt forberedelse (Lysberg, 2021). I forkant av video-stimulated recall må det velges ut sekvenser og spørsmålene vurderes. For at intervjuet skal gi mest mulig informasjon om informantenes tanker og refleksjonen må det ikke gå for lang tid mellom videoopptaket og video-stimulated recall. I denne studien gikk det tre dager. I løpet av den perioden ble opptaket gjennomgått flere ganger og det ble valgt ut ulike sekvenser med spørsmål til hver av de tre informantene. Disse ble valgt med tanke på forskningsspørsmålet, altså kommunikasjonen om rasjonale tall i gruppen. I de utvalgte sekvensene var det enten vanskelig å forstå hva deltakeren ville kommunisere eller utydelig om det ble forstått hva en annen forklarte.

Video-stimulated recall brukes sammen med andre metoder i denne studien. Metoden egner seg ikke alene fordi den ikke gir full tilgang til informantenes tanker (Lysberg, 2021). Spørsmålsstillingen er sentral i video-stimulated recall. Disse spørsmålene får et kvalitativt semistrukturert intervju som ramme (Meier & Vogt, 2015). Det innebærer at intervjuguiden har en liste over tema for intervjuet, og det ikke nødvendigvis er de samme spørsmålene som stilles til alle informantene (Postholm & Jacobsen, 2011). I denne studien startet intervjuene likt, men informantene fikk spørsmål om ulike sekvenser fra videoopptaket (vedlegg 7). Dette er en av grunnene til at det ble valgt individuelle intervjuer. En fordel med individuelle intervjuer er at informanten ikke trenger å tenke på hva andre deltakere mener om det som blir sagt (Postholm & Jacobsen, 2011). Intervjuene ble gjennomført ansikt-til-ansikt, og det ble filmet. Det ble gjort for å kunne se kommunikasjonen som foregikk uten ord, hvilken del av gruppearbeidet det er snakk om og for at intervjueren skulle bruke tiden på å stille spørsmål for å få informasjon, framfor å notere alle svar som ble gitt.

Spørsmålene i et intervju bør starte med et introduksjonsspørsmål som gjerne handler om en situasjon (Kvale et al., 2015). Dette er tatt hensyn til i intervjuguiden (vedlegg 7). Det første spørsmålet er om deltakernes mening om matematikkundervisningen i klassen. Videre får de spørsmål om sin opplevelse av kommunikasjonen i gruppen da de jobbet med representasjoner av rasjonale tall. Etterpå kommer mer spesifiserende spørsmål om konkrete sekvenser i videoopptaket. Disse spørsmålene var av typen: «Hva mente du da du sa/gjorde/pekte/ på denne måten? Hva forstod du at han/hun mente her? Hvorfor valgte du å gjøre/si dette? Husker du hva du tenkte her? Hvorfor spurte dere om hjelp fra læreren her? Hvem snakker/viser du til her?». Det var ulike spørsmål til de de ulike deltakerne i denne delen av intervjuet (vedlegg 7).

3.6 Bearbeiding og analyse av data

Etter datainnsamling forelå det observasjonsnotater fra to av klassens matematikktimer med deres matematikklærer, 14 besvarte spørreskjema, fire plakater fra gruppene med representasjoner av rasjonale tall, observasjonsnotater fra gjennomføringen av opplegget med representasjoner, 60 minutter videoopptak av fokusgruppens arbeid og totalt 90 minutter opptak fra intervjuer. I prosessen fra data til datamateriale bearbeides data for å trekke ut det som er relevant for temaet i forskningen: kommunikasjonsmønster og misoppfatninger knyttet til rasjonale tall.

Spørreskjemaene inneholder bare to spørsmål. Data fra disse ble ordnet i et skjema med en rad per deltaker og tre kolonner; en for fiktivt navn og en for hvert spørsmål. Informasjonen fra spørreskjemaene ble i hovedsak brukt til å sette sammen grupper til samarbeid.

Observasjonsnotatene fra klassens matematikktimer ble renskrevet rett etter observasjonen for å få med flest mulig detaljer om både undervisningsmetoder, kommunikasjon og hvilke misoppfatninger om rasjonale tall som da viste seg. Det samme ble gjort med observasjonsnotatene fra da deltakerne arbeidet med representasjoner. Da ble både svar på introduksjonsoppgavene notert, samt notater til hver av gruppene. Hensikten med disse observasjonsnotatene var å supplere data fra fokusgruppen.

Aller mest data ble innhentet gjennom videoopptakene av arbeidet i fokusgruppen og intervjuene. Videoopptaket fra fokusgruppen ble gjennomgått flere ganger, først for et førsteinntrykk og for å planlegge intervjuene. Videre ble det transkribert i sin helhet og transkripsjonsnøkkel (vedlegg 9) ble brukt. Transkripsjon innebærer å skrive ned det som blir sagt og hvem som sier det. Forskningsspørsmålet i denne studien spør om mønstre i kommunikasjon. Kommunikasjon innebærer mer enn det som blir sagt. I skjemaet for å transkribere videoopptaket er det også med kolonner med plass til å skrive hva elevene gjorde, hvem de snakket til, når i opptaket det skjedde og tanker om aktuell koder. En time videoopptak av fokusgruppens arbeid med opplegget for timen ble omsatt til 78 sider transkripsjon. Et utsnitt av skjemaet fra transkripsjon er presentert under (Figur 11)

#	Hvem	Utsagn	Handling	Til hvem	Tid/ intervju	Kommentar/ Memos/ Aktuell kode
805	Cala	Tjuefem, tjuefem. En to, tre, fire, fem. En, to, tre, fire, fem. Tjuefem. Der.	Legger lappen ved 1/25.	gruppen		Tar fort de som viser det samme som en brøk.
806	Alea	Vente litt	Peker med blyant på figuren. Teller ruter.	Cala		
807	Cala	Riktig. Tjuefem. En gange tjuefem. Riktig ja. Mhm.	Tar hånda fram for å finne ny lapp.	gruppen		Sier ganger når det er deling.
808	Alea	Ja..				
809	Bilal	Nei		gruppen		
810	Cala	En gange tjuefem	Ser på Bilal	Bilal		
811	Alea	Ja, ja. En farge..	Peker på blå rute	Bilal		
812	Cala	En farge	Strekker seg mot ny lapp	Bilal		
813	Alea	..av tjuefem	Peker på lappen	Bilal		
814	Cala	Den	Legger figuren 1/8 ved 0,125			

Figur 11: Utsnitt av transkripsjon av videoopptak av kommunikasjonen i fokusgruppen

Videoopptaket av fokusgruppen ble transkribert i sin helhet, fordi det er der kommunikasjonen mellom deltakerne om rasjonale tall foregår. Det er i første rekke der data, som gjennom analyse kan besvare forskningsspørsmålet, hentes fra. Det betyr ikke at annen data er irrelevant, men den har til hensikt å enten støtte opp med mer informasjon om det som skjer i kommunikasjonen eller gi informasjon som kan skape diskusjon om tolkningen av hendelser i kommunikasjonen. Intervjuene ble ikke transkribert i sin helhet fordi det ikke er kommunikasjonen i intervjusituasjonen som er fokuset. Etter å ha gjennomført intervjuene og sett videoopptakene av dem ble det skrevet et sammendrag av hvert intervju (vedlegg 8abc) med en del sitater, istedenfor en fullstendig transkripsjon.

Den første analysen av transkripsjonen av kommunikasjonen i gruppen kan beskrives som en åpen deduktiv analyse. Den er deduktiv fordi det er teori om kommunikasjon (Moschkovich, 2002; Sfard & Kieran, 2001b) og om misoppfatninger om rasjonale tall (Hiebert & Wearne, 1983, 1985; Tian & Siegler, 2017a, 2017b; Tokle et al., 2018) som var utgangspunkt for denne foreløpige analysen. Analysen karakteriseres som åpen fordi den er åpen for at det kommer kategorier til fra empirien underveis i analyseprosessen. Den foreløpige analysen ble gjennomført ved at nummererte linjer fra transkripsjonen ble plassert inn i kategoriene i tabellen under (Figur 12).

<table>
<tr><td colspan="20">Ressurser elevene bruker i kommunikasjon</td></tr>
<tr><td colspan="10">Verbale</td><td colspan="10">Non-verbale</td></tr>
<tr><td colspan="20">Hvem elevene kommuniserer med</td></tr>
<tr><td colspan="4">De andre i gruppen</td><td colspan="4">En annen i gruppen</td><td colspan="4">Seg selv</td><td colspan="4">Læreren</td><td colspan="4">Andre i klassen</td></tr>
<tr><td colspan="20">Misoppfatninger og utfordringer knyttet til rasjonale tall</td></tr>
<tr><td colspan="5">Desimaltall</td><td colspan="5">Brøk</td><td colspan="5">Prosent</td><td colspan="5">Sammenheng mellom representasjoner</td></tr>
</table>

Figur 12: Kategorier i den foreløpige analysen.

Den foreløpige analysen gir et overblikk over kategorier i datamaterialet og hvilke misoppfatninger deltakerne har knyttet til rasjonale tall. Samtidig er det ikke en analyse som beskriver detaljer i kommunikasjonen. For å få til det ble analyseverktøyet (Sfard & Kieran, 2001a) tatt i bruk i neste fase.

Da ble det valgt ut to sekvenser fra arbeidet i gruppen som representerer hvordan kommunikasjonen foregikk i gruppen gjennom arbeidet. Ved å bruke et analyseverktøy går man inn i kommunikasjonsflyten gruppen har. Observasjon av fokusgruppen i studien kan gi et inntrykk av at gruppen kommuniserer og arbeider konsentrert med å plassere kortene på rett sted. Sfard og Kierans (2001a) todeling av analysen, som presentert i kapittel 2.2.3, er videreført i denne studien. Den første delen av analysen viser faser i en sekvens eller del av kommunikasjonen. Den andre delen av analysen får fram hvilken kanal (interpersonlig eller personlig) deltakerne kommuniserer på, om ytringene er reaktive eller proaktive, samt om de er på objekt- eller metanivå. Reaktive ytringer er en respons på ytringen eller handlingen den peker tilbake på, mens proaktive ytringer inviterer til respons (Sfard & Kieran, 2001b). Ytringer på objektnivå er om et matematisk eller konkret objekt, mens ytringer på metanivå er deltakernes forklaringer på den matematiske aktiviteten de gjør.

I tillegg til dette ble innholdet i kommunikasjonen analysert med misoppfatninger om rasjonale tall og sammenheng mellom representasjoner. Da ble skjemaet fra den foreløpige analysen brukt for å gå tilbake til deler av transkripsjonen hvor misoppfatningene kom fram i kommunikasjonen. De to sekvensene som ble plukket ut er utgangspunkt for analysen, men blir supplert med andre deler av datamaterialet.

I arbeidet med analysen ble det vurdert at det var behov for å utvide rammeverket til Sfard og Kieran. I denne studien var noen ytringer reaktive eller proaktive til en handling. Dette oppstod stort sett i kommunikasjon på personlig kanal. For å skille mellom verbale ytringer og handlinger i flytskjemaet ble det lagt til et fylt punkt, som vist i Figur 13. Sfard og Kieran (2001a, 2001b) har en kolonne for det som ble gjort og en for det som ble sagt i sin transkripsjon. I transkripsjonen fra fokusgruppen i denne studien er det lagt til ytterligere en kolonne med beskrivelse for at situasjonen i gruppen skal bli lettere tilgjengelig for leseren. Det er tatt med færre kolonner i transkripsjonen som presenteres i kapittel 4 enn i den opprinnelige transkripsjonen av videoopptaket (Figur 11). I Sfard og Kierans analyse er det to elever som kommuniserer (Sfard & Kieran, 2001b), mens denne studien har tre. Det gir et litt annerledes oppsett av flytskjemaet. Oversikten som bare gjelder en deltaker, er utelatt her fordi deltakerens kommunikasjon på personlig og interpersonlig kanal kommer fram i skjemaet med alle tre deltakerne.

I kapittel 4 presenteres de to sekvensene hver for seg. Hver sekvens settes i kontekst med en kort beskrivelse før transkripsjon av sekvensen og den todelte analysen følger. Analysen omhandler også ressursene deltakerne bruker i kommunikasjonen og misoppfatninger knyttet til rasjonale tall.

3.7 Etiske betraktninger

I en studie hvor dataene er det mennesker sier og gjør, er det flere etiske hensyn å ta. Prosjektet er godkjent av Norsk senter for forskningsdata (NSD) (vedlegg 1). Deres oppdrag er å sørge for at data som hentes inn om mennesker både bearbeides og lagres lovlig slik at personvern ivaretas.

Det er de aktuelle deltakerne i studien som selv bestemmer om de skal være med. Til denne studien ble det laget tre ulike informasjonsskriv med samtykkeskjema, et til skoleleder (vedlegg 2a), et til faglærer (vedlegg 2b) og et til deltakerne (vedlegg 2c). Informasjonsskrivet til deltakerne ble gjennomgått muntlig da deltakerne fikk den skriftlige versjonen, siden dette er deltakerne som er i norskopplæring. Det gjør at flere av dem kan ha utfordringer med å forstå en del av informasjonsskrivet, selv om det er basert på en mal for informasjonsskriv for sårbare grupper fra NSD. Det var viktig å understreke for deltakerne at de selv bestemmer om de vil delta i studien, at deres deltakelse ikke vil ha betydning for verken matematikkundervisningen deres eller vurdering og at de kan trekke seg underveis i prosessen. Med muntlig informasjon hadde også deltakerne mulighet til å stille spørsmål til meg som gjennomfører studien. At jeg var til stede da informasjonsskrivet ble gjennomgått kan potensielt føre til press på å delta. Det var derfor klassens matematikklærer som hadde ansvaret for å samle inn samtykkene fra deltakerne. Studiens formål ble diskutert med både skoleleder og klassens matematikklærer før informasjonsskrivene ble delt ut til dem og de hadde samtykket muntlig før de fikk samtykkeskjemaet.

I alle studier må metodene for å innhente data vurderes. Videoopptak bør bare benyttes der det er helt nødvendig for å få data som kan besvare forskningsspørsmålet. I denne studien er kommunikasjon tema. Kommunikasjon er både ord, trykk på ordene, kroppsspråk og gester. Alt det er ikke mulig å observere uten å se sekvensen flere ganger, og videoopptak er derfor nødvendig som metode. Det er fokusgruppen som blir filmet. Samtidig kan andre deltakere i klassen komme med på videoen fordi alle er i samme rom. Det ble likevel valgt å filme i klasserommet fordi bruk av video i utgangspunktet gjør settingen unaturlig for deltakerne. Om fokusgruppen ble tatt ut av klassen ville det blitt ytterligere forsterket. I tillegg gjorde det å ha klassen samlet deltakende observasjon av alle mulig som metode.

I analyse av kommunikasjon vil det forekomme tolkninger, fordi kommunikasjon er så tett knyttet til tanke og deltakernes tanker ikke kommer fram. For å imøtekomme denne utfordringen ble videomaterialet gjennomgått flere ganger. I tillegg er deltakernes tanker og forklaringer i video-stimulated recall med på å gi dem en stemme i tolkningen.

Det er potensielt knyttet flere etiske problemstillinger til intervju som metode (Kvale et al., 2015). Intervjuet må derfor planlegges ut fra hva som er forskningsspørsmålet. Noen intervju blir analysert dypere enn det informanten har tenkt. I denne studien er hensikten med intervjuet å høre deltakerens tanker for å forstå kommunikasjonen bedre. Da må det være fokus for analysen, og ikke en dyptgående analyse av det deltakerne ytret i intervjuet.

Opplegget med representasjoner av rasjonale tall gjennomførte jeg selv. En setting der man både skal være den som gjennomfører opplegget, veileder gruppene og observerer kan by på utfordringer. Da kan man risikere å gå fra å være deltakende observatør til en ikke-observerende deltaker og ikke se situasjonen utenfra (Johannessen et al., 2010). Dette er viktig å være bevisst. I denne studien er observasjonsguiden (vedlegg 6) og det å forske i en klasse som ikke er ens egen klasse faktorer for å bli i rollen som deltakende observatør og ikke gå over til å være ikke-deltakende observatør.

3.8 Studiens kvalitet

Det er flere faktorer som styrker studiens kvalitet. Selv om videoopptak har etiske utfordringer gjør det at kommunikasjonen mellom deltakerne kan observeres langt bedre enn om deltakende observasjon var hovedmetoden for datainnsamling. Samtidig er kommunikasjon og tanke knyttet sammen, og videoopptaket gir ikke tilgang til informantenes tanker utover det de eksplisitt uttrykker. Derfor vil det være tolkning involvert i forskningen. For å prøve å forhindre at denne tolkningen er for langt ifra det informantene selv tenker og mener er video-simulated recall med som metode. Bruk av flere metoder, både videoopptak, intervju, deltakende observasjon og deltakernes arbeider, er også en styrke ved studien. Videoopptaket gjør at kommunikasjonen i fokusgruppen kan studeres i detalj, mens observasjon av de andre gruppene og arbeidet til alle gruppene kan supplere data som kommer fram i videoopptaket.

Planleggingen og forarbeidet til studien er også en styrke. Det handler både om utarbeiding av observasjonsskjema, intervjuguide og spørreskjema, samt observasjon av deltakerne i deres vanlige matematikkundervisning. Observasjonen i forkant gir både informasjon om deltakerne, samtidig som det gjør at det er en mindre uvant situasjon for dem at jeg er i klassen, og dermed er det en forberedelse til timen der hovedvekten av data samles inn. Samtidig er opplegget med representasjoner av rasjonale tall annerledes enn de metodene som blir brukt i timene hvor klassen observeres i forkant. I tillegg er det ikke deres matematikklærer som gjennomfører opplegget. Dette kan påvirke resultatene av studien.

Oppgavedesign er også en del av forberedelsen. Styrkene ved opplegget er at det bygger på forskning, både i forhold til oppgavetype, pedagogiske prinsipper og kjente misoppfatninger knyttet til rasjonale tall (Hiebert & Wearne, 1983, 1985; Lamon, 2007; Swan, 2008; Tian & Siegler, 2017a, 2017b; Tokle et al., 2018). Opplegget ble pilotert og det førte til endringer blant annet i innledningsoppgavene og antall kort i gruppearbeidet. Det gjør at opplegget er bedre tilpasset deltakergruppen og tiden som var planlagt til gjennomføring.

Kvalitativ forskning «representerer et utsnitt av virkeligheten» (Postholm et al., 2018) fordi det er et begrenset utvalg som deltar. Det er likevel en styrke ved denne studien at alle i den aktuelle klassen samtykket til å delta i prosjektet og det ikke er noen i det opprinnelige utvalget det ikke er informasjon om. Samtidig er dette deltakere i norskopplæring. Det kan derfor være informasjon formidlet på andre språk det ikke er tilgang til. I gjennomføring av gruppearbeidet fikk deltakerne derfor beskjed om at de skulle snakke norsk og gruppene var satt sammen av deltakere som hadde skolebakgrunn fra ulike land.

Med en klasse og en fokusgruppe er det et utvalg som studeres. Det er ikke uvanlig å kritisere kvalitative kasusstudier for at de ikke er generaliserbare når det bare er et lite utvalg studien blir gjennomført med. Samtidig er det mennesker som studeres og da finnes det ikke universelle sannheter og generell teoretisk kunnskap (Flyvbjerg, 2011). Studier av mennesker i en kvalitativ kasusstudie bidrar med eksempler som gir oss kunnskap om studien alene, men også sammen med andre studier (Flyvbjerg, 2011). Denne studien har sammenheng både med tidligere studier om flerspråklige voksne deltakere i matematikkundervisning, kommunikasjon mellom deltakere og misoppfatninger knyttet til rasjonale tall. Samtidig kan den tilføre ny kunnskap om disse tre områdene sammen.

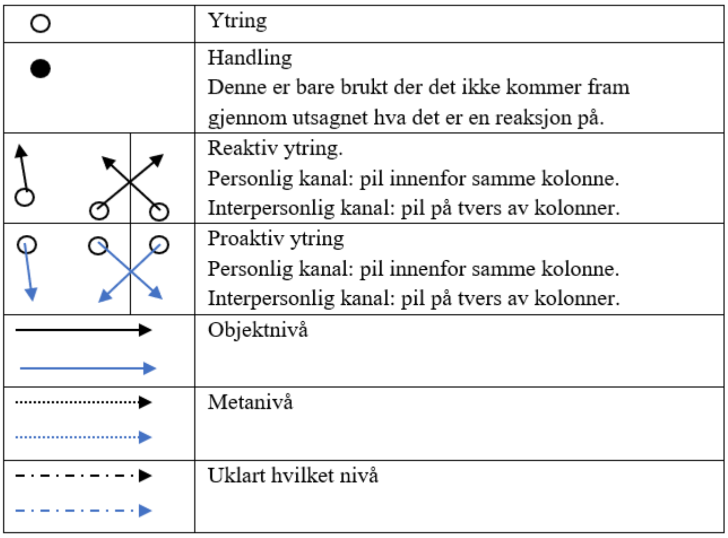
4 Analyse og resultater

I denne delen presenteres analyse av data og resultater fra studien. Hovedkilden er observasjon av videoopptak av fokusgruppen. Gruppen består av tre deltakere: Alea, Bilal og Cala. Dette suppleres med intervjuer av de tre, observasjoner av de andre gruppene i klassen og besvarelser på innledningsoppgavene.

Det er valgt ut to sekvenser fra arbeidet i gruppen. De er valgt fordi de viser to ulike måter kommunikasjonen fungerte på i arbeidet med representasjoner, som også er representative for andre deler av gruppearbeidet. Den første sekvensen er fra gruppen plasserte tallinjer som representerer desimaltallene som de har plassert i stigende rekkefølge. Sekvens 1 viser hvordan kommunikasjonen i gruppen var i deler av arbeidet da de ikke så ut til å ha større uenigheter. Den andre sekvensen er fra da gruppen skulle plassere brøk med verdi 1,25. Brøk er representasjonen gruppen opplevde mest utfordrende, og det førte til større uenighet enn i sekvens 1.

Sekvensene presenteres separat i kapittel 4.1 og 4.2. Etter en kort forklaring med illustrasjon av hvor gruppen er i arbeidet gjengis sekvensen slik den er transkribert fra videoopptaket. Linjene i transkripsjonen er nummerert. Det er tre kolonner i transkripsjonen; hva som ble sagt, hva som ble gjort og beskrivelse av det som skjedde. Etterpå følger en analyse av fasene i interaksjonen og ressurser deltakerne bruker i kommunikasjonen. Fasene er forhåndsengasjement, engasjement og disengasjement, som presentert i teori (kapittel 2). I forhåndsengasjementsfasen ytres det løsninger som forklares og diskuteres i engasjementsfasen, før det plasseres et kort som løsning i disengasjementsfasen.

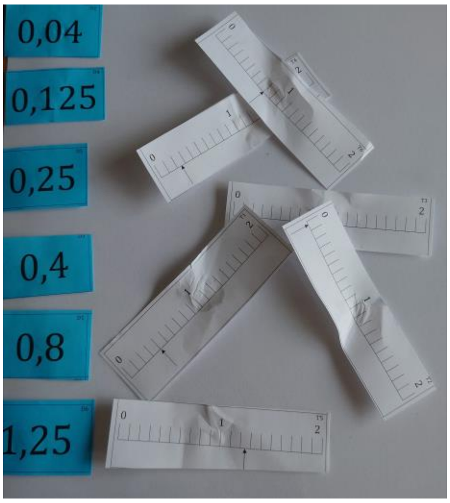
Videre følger analyse av kommunikasjonen i flytskjema, som får fram hvordan deltakerne kommuniserer på personlig og interpersonlig kanal. Det viser også om ytringene er proaktive eller reaktive, og om de er på objekt- eller metanivå. Flytskjemaet ligner det Sfard og Kieran (2001a) brukte i sin analyse. I tillegg til symbolene i det opprinnelige analyseverktøyet er det, som beskrevet i metodedelen, et symbol for handling fordi deltakerne i denne studien noen steder har verbale ytringer som er reaksjon på en handling. Symbolene i flytskjemaet er forklart i Figur 13.



Figur 13: Symbolforklaring til flytskjema

4.1 Sekvens 1: Plassere tallinjer

Som det framgår i beskrivelsen av oppgavedesign (3.4) har gruppen seks tallinjer (vedlegg 3) som går fra 0 til 2, hvor en pil på hver tallinje markerer et av desimaltallene de allerede har plassert i stigende rekkefølge (Figur 14). Desimaltallene fikk de veiledning til av lærer etter at de hadde forsøkt selv. På tallinjene er tidelene markert med streker, men bare heltallene har tallsymboler.



Figur 14: Kortene gruppen har før sekvens 1 starter.

Rett før sekvens 1 er deltakerne fokusert på hver sin tallinje og kommuniserer stort sett med seg selv. Transkripsjonen viser ett og et halvt minutt av kommunikasjonen i gruppen. Fem ulike tallinjer er tema i denne sekvensen, og ut fra det kan den deles i fire deler. Den første delen starter med at Alea spør om tallinjen som er plassert ved desimaltallet 1,25 (linje 1-6). Den plasserte Bilal og Cala mens hun var opptatt med et annet kort. Videre er det tallinjen til 0,4 som er tema i linje 7-14a, tallinjen til 0,8 i linje 14b-17, mens linje 18-41 er kommunikasjonen om hvilke tallinjer som viser 0,04 og 0,25.

Transkripsjon av sekvens 1 (transkripsjonsnøkkel, vedlegg 9)

HVA BLIR GJORT	HVA BLIR SAGT	BESKRIVELSE
	- 17:13 -	
[1] A peker på kortet med desimaltallet 1,25	[1] A: En komma tjuefem? En~	A ser opp fra det hun gjør på papiret. Hun spør de andre om tallinjen som viser 1,25 og er plassert ved desimaltallet 1,25. B responderer. C ser på en annen tallinje.
[2] B peker samme sted som A	[2] B: ~tjuefem	
[3] A peker på pilen på tallinjen som viser 1,25	[3] A: Tjuefem. Den?	
	[4] B: Ja	
	[5] A: Ja, den er riktig.	
[6] C ser opp fra kortet hun har i hånden og over på det de andre snakker om.	[6] C: Riktig, ja.	C melder seg på samtalen med de andre to.
[7] A peker på desimaltallet 0,8 og flytter blikket til kortet C holder.	[7] A: Null komma åtte	C tar tallinjen hun holder (0,4) mot A.
[8] C teller streker på tallinjen hun holder i hånden (tallinje til 0,4)	[8] C: Null komma åtte. Ah, den. En, to, tre, fire, fem, seks. Nei, seks.	Det ser ut som C vil sjekke om tallinjen hun holder (0,4) viser 0,8, som A sa [7]. På opptaket er det ikke synlig hvordan C teller, men det kan se ut som hun ikke starter på 0. Ut fra reaksjonen til de andre ser det ikke ut som hun stopper ved pilen.
	[9] B: Nei, ikke tenk på	B ser på det C gjør og reagerer på måten hun teller på tallinjen.
[10] A tar kortet fra C for å peke hvor hun mener.	[10] A: Den er ti	Det ser ut som hun peker på 1 på tallinjen.
[11] B peker på 0 og pilen på tallinjen på kortet A og C sitter med.	[11] B: [Tenk på null og den streken]	

[12a] A peker på tidelsstrekene på tallinjen. C og B ser på det A gjør. [12b] A peker ved siden av 0,4	[12a] A: [Den er en, to, tre, fire.] Null komma fire. [12b] Den skal her. Null komma	Mens B og A forklarer ser alle tre på den samme tallinjen, som A nå holder.
[13] C legger tallinjen ved siden av 0,4	[13] C: Null komma fire.	C sier det samme som A.
	[14a] A: Ja, null komma fire.	A bekrefter C.
[14b] A får et nytt kort med tallinje av B.	[14b] Kan jeg se?	Kortet B gir til A viser tallinjen 0,8.
[15] A peker på kortet mens hun teller tidelsstrekene.	[15] A: En, to, tre, fire, [fem, seks, syv, åtte. Den.]	
[16] C tar kortet A har og legger det ved 0,8	[16] C: [fem, seks, syv, åtte. Den.]	C ser på at A peker på og teller tidelsstrekene.
[17] A peker på 0,8	[17] A: Null komma åtte.	
[18] A legger en tallinje hun har foran seg (0,04) ved siden av 0,25	[18] A: Men nå kommer den.	
	[19] B: Eh..	B er usikker på plasseringen [18]
[20] C ser på tallinjen A plasserte [18]	[20] C: Null komma null	
	[21] A: Null komma tjuefem.	
[22] B peker på tallinjen A plasserte [18]	[22] B: Null komma null	
	[23] A: Null komma tjuefem.	
	[24] C: Tjuefem?	
	[25] B: Nei.	
	[26] C: Nei, ikke tjuefem, Alea.	
	[27] A: Ja, så~	
[28] C peker der hun mener 0,25 er på tallinjen.	[28] C: Nei, null komma tjuefem er der	Dette ser omtrent riktig ut.
[29] B peker på tallinjen A plasserte [18]	[29] B: Kanskje null komma null en?	Tallinjen de snakker om viser 0,04. C sier det samme som B rett etter at han sier det. B sier første feil med null komma null en. C sier det samme uten å se ut til å reagere på at det ikke er et tall i oppgaven. B retter og C gjentar rettelsen.
[30] C peker på tallinjen A plasserte [18]	[30] C: Null komma null en.	
	[31] B: fire	
[32b] B og C flytter tallinjen A plasserte [18] opp til 0,04 og tallinjen 0,125 fra 0,04 til 0,25	[32a] C: fire [32b] Sånn.	
[33] C peker på kortet som nå ligger ved 0,25 (0,125)	[33] C: Det er ikke null komma tjuefem.	Det kan se ut som hun peker ved 1 på tallinjen når hun sier dette.
[34] B peker på kortet ved 0,25 [33]	[34] B: Ja, tjuefem (.) fordi~	
[35b] C peker på tallinjen til 0,04	[35a] C: ~nei, det er ikke tjuefem. [35b] Det er bare den som er riktig.	
[36] A peker på kortene ved 0,04 og 0,25 [32]	[36] A: Kanskje vi skal bytte disse?	A vil bytte tilbake når C sier at tallinjen ved 0,25 ikke er riktig. Den som ligger der viser 0,125.
[37] B peker på tallinjen til 0,04	[37] B: Nei, fordi den er mindre.	B forklarer til A hvorfor tallinjen ved 0,04 må bli liggende.
[38] A peker på tallinjen til 0,04	[38] A: Ja, den er mindre.	A henvender seg til B.
[39] B peker på sifrene i desimaltallet	[39] B: Null komma null [fire]	
	[40] C: [fire]	
[41] A peker på tallinjen til 0,04.	[41] A: Ja, den er riktig.	A sier seg enig med B.
	- 18:44 -	

4.1.1 Fasene i interaksjonen og ressurser i kommunikasjonen

I alle delene av sekvens 1 kommuniserer de tre deltakerne i gruppen om den samme tallinjen samtidig, og de blir enige om plassering av tallinjer. Både første og tredje del av sekvens 1 (linje 1-6 og 14b-17) starter med at Alea stiller et spørsmål og avsluttes med en løsning alle ser ut til å godta, uten særlig forklaring på hvorfor det er riktig. I den andre og fjerde delen kreves litt forklaring. Disse to delene består hver av tre faser: forhåndsengasjement, engasjement og disengasjement.

I andre del av sekvens 1 (Figur 15) ytrer Alea en løsning som Cala forsøker å komme fram til i forhåndsengasjementsfasen. Videre engasjerer Alea og Bilal seg i å forklare Cala hvordan hun skal lese tallinjen med tideler i neste fase, før de plasserer tallinjen ved riktig desimaltall i disengasjementsfasen.

Fase	**Linjer**	**Aktivitet**		
		Alea	**Bilal**	**Cala**
Forhånds-engasjement	[7-8]	Ytrer løsning		Forsøker å løse.
Engasjement	[8-12a]	Viser Cala hvordan hun skal bruke tidelsstreker.	Forklarer Cala hvordan hun skal lese tallinjen.	Gjør det de andre forklarer.
Dis-engasjement	[12b-14a]	Plasserer kortet	Ingen ytring. Godtar løsningen.	Gjentar løsningen til Alea

Figur 15: Fasene i andre del av sekvens 1

I fjerde del av sekvens 1 (Figur 16) ytrer Alea først en løsning, som hun sannsynligvis har arbeidet individuelt med på forhånd. Bilal og Cala ytrer nølende en annen løsning enn Alea. Herfra går de over i engasjementsfasen. Da påstår Alea at hennes løsning er riktig, uten å begrunne hvorfor. Cala er uenig og viser hvorfor på tallinjen i linje 28, uten at det ser ut til å overbevise de andre. Bilals argument mot Aleas påstand bygger på en sammenligning av tallinjene. Han vurderer hvor langt fra null pilene på de forskjellige tallinjene er plassert og argumenterer i linje 37 for at den ene er mindre enn den andre. I disengasjementsfasen godtar de to andre dette argumentet.

Fase	**Linjer**	**Aktivitet**		
		Alea	**Bilal**	**Cala**
Forhånds-engasjement	[18-22]	Ytrer løsning	Ytrer nølende start på løsning	Ytrer nølende start på løsning
Engasjement	[23-37]	Påstand om plassering	Argument mot Aleas påstand.	Er uenig i Aleas påstand.
Dis-engasjement	[38-41]	Godtar Bilals argument og løsning.	Ytrer løsning.	Ytrer løsning sammen med Bilal.

Figur 16: Fasene i fjerde del av sekvens 1

Forklaringene som inngår i sekvens 1 handler om hvordan å lese tideler på en tallinje og hvordan en kan sammenligne hvilke tall som er markert på tallinjer som er delt inn på lik måte. Dette er også grunnlaget når gruppen plasserer tallinjene sammen med riktig desimaltall uten behov for veiledning av lærer. Det ytres ikke noen forklaring på tallinjen til 1,25, men det er grunn til å tro at de ser at pilen markerer et tall som er større enn 1. Tallinjene til 0,4 og 0,8 plasserer de ved å telle tidelsstrekene fra 0, noe de andre forklarer til Cala. Alea og Bilal bruker flere ressurser for å kommunisere dette, både muntlig norsk språk, objekter og gester. I linje 10-12 bruker de tallinjen, tidelsstrekene og pilen som objekter de peker på for å supplere den verbale muntlige forklaringen. For å plassere de resterende tallinjene får de hjelp av at desimaltallene allerede er plassert i riktig rekkefølge og at de da kan sammenligne tallinjene: «Vi ser fra null til den,» sier Bilal i intervjuet og peker på pilen som markerer det rasjonale tallet på en tallinje. Tallinjen med pilen lengst mot venstre plasseres øverst og den med pilen lengst til høyre plasseres nederst. Det innebærer at det ikke er en matematisk forklaring om rasjonale tall med bruk av tideler, hundredeler og tusendeler som blir gjeldende, slik det var tenkt i opplegget.

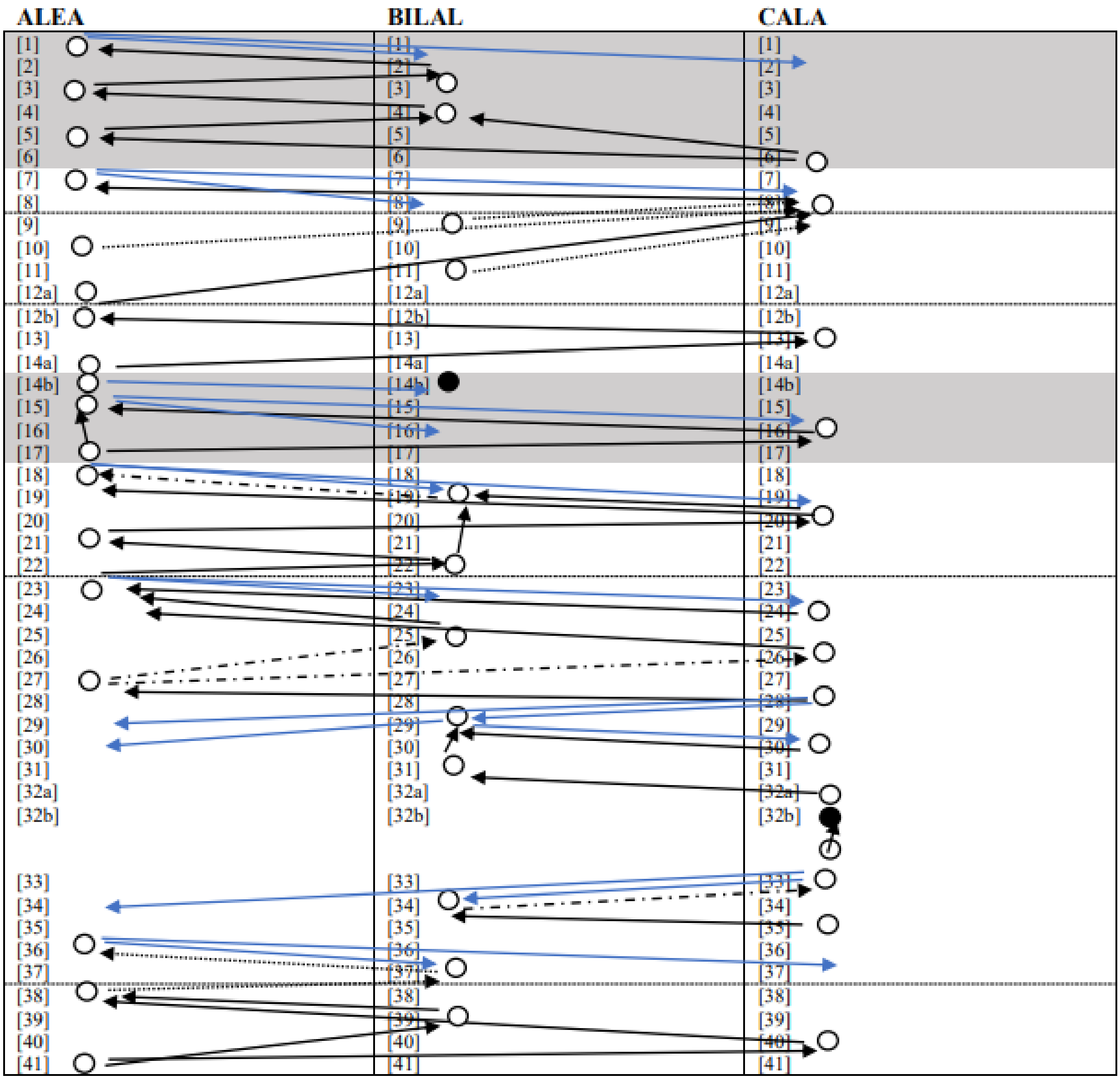
Alea og Bilal forklarer Cala hvordan hun skal lese tallinjen, men gir likevel ikke en matematisk forklaring på hvordan tallinjen er bygget opp og hvorfor den skal leses på en slik måte. Det samme gjelder når Cala i linje 28 peker på hvor hun mener 0,25 er på tallinjen. I sekvens 1 klarer alle i gruppen å lese desimaltall med bare tideler. Samtidig viser de i andre deler av datamaterialet at de ikke kan lese av desimaltall med hundredeler på tallinjene de har fått. Både Alea og Bilal prøver å forklare at tallinjen til 0,125 passer til desimaltallet 0,25 ved å si at den første tidelsstreken viser 0,2. Det kan se ut som de prøver å få desimaltallene til å passe til tallinjene, uten å ta hensyn til hva hele tallinjen viser. I intervjuet får Cala spørsmål om tallinjene til 0,125 og 0,25. Da peker hun på de tre første tidelsstrekene etter null og sier: «Null komma tjuefem, null komma femti, null komma syttifem.» Hun stopper og blir selv usikker på hvordan hun skal fortsette og fordi hun ikke får dette til å stemme. Både måten hun leser tallene på og markeringene hun følger på tallinjen, tyder på at tallinjene i gruppearbeidet ikke har vært til hjelp for å få en bedre forståelse for rasjonale tall.

I den grad det er forklaringer på løsningsforslagene som ytres i sekvens 1 godtas de ganske lett av de andre i gruppen, selv om det ikke er akseptable matematisk forklaringer med potensiale til å få bedre forståelse for rasjonale tall. I første og tredje del er det ingen diskusjon om løsningene som ytres, og heller ingen forklaring. I andre del godtar Cala med en gang forklaringen de andre gir på hvordan hun skal lese tallinjen. Det kan være flere grunner til det. For det første er det to som forklarer til en, og derfor kan maktforhold ha betydning. Videre tegnet Alea tallinjer tidligere i gruppearbeidet da hun argumenterte for hvilket desimaltall som var minst. Dette godtok ikke de andre da, fordi de ikke så på tallinjen og desimaltallene som representasjoner av det samme. Da de fikk kortene med tallinjer så de likevel at Alea hadde et poeng, så arbeidet i gruppen kan ha vært med på at de så sammenhengen mellom representasjonene. I tillegg er det observasjoner i datamaterialet som tyder på at det er viktigere for Cala å plassere kortene raskt og riktig, framfor hvorfor det er riktig plassering. Hun kommenterer at andre grupper har kommet lenger enn dem og sier flere ganger til sin gruppe: «Den er riktig», etterfulgt av at hun peker på en lapp som er plassert, ikke alltid sammen med en forklaring.

I fjerde del av sekvens 1 forklarer ikke Alea hvorfor løsningen hun ytrer er riktig. Cala er uenig med Alea og foreslår en annen løsning. Dette uttrykker Cala først verbalt i linje 26. Videre forklarer hun hvorfor hun mener det er feil plassering i linje 28, både verbalt og ved hjelp av gest og objekt. Når de så går over til tallinjen til 0,04 får hun støtte av Bilal for sin løsning, og de er to, noe som kan ha betydning for maktforhold og trygghet om at egen løsning er den riktige.

4.1.2 Analyse av kommunikasjonsflyten i sekvens 1

I flytskjemaet under kommer det fram om ytringene er proaktive eller reaktive, og om de er på objekt- eller metanivå (for symbolforklaring, se Figur 13). Det er en kolonne for hver av deltakerne i gruppen. Som beskrevet i Figur 13 er ytringer på personlig kanal innenfor samme kolonne, mens ytringer på interpersonlig kanal går på tvers av kolonnene.
De grå områdene viser første og tredje del av denne sekvensen. Andre og fjerde del er delt inn med stiplede linjer for å markere inndelingen i det tre fasene beskrevet over.



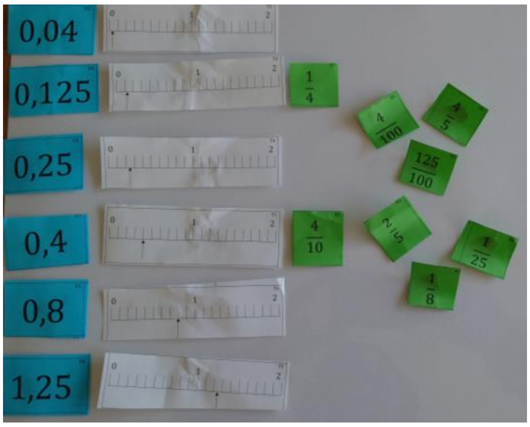
Flytskjemaet viser at omtrent all kommunikasjon som observeres i sekvens 1 er på interpersonlig kanal. Det kan ha sammenheng med at deltakerne snakker om de samme tallinjene. Alle de fire delene starter med en proaktiv ytring fra Alea. Disse er på objektnivå fordi de omhandler nye kort hun foreslår å plassere. I de tre første delene er det bare den første ytringen som er proaktiv. Dette fordi gruppen raskt blir enige om løsning, slik det kommer fram i analysen av fasene i sekvensen. I fjerde del av sekvens 1 er det flere proaktive ytringer. Da var det noe mer uenighet i gruppen. Det er likevel verdt å merke seg at alle de proaktive ytringene er på objektnivå. Deltakerne i gruppen ytrer meninger om hvilken løsning de tror er riktig og ønsker respons på det, men forklarer ikke hvorfor de mener det er rett. Dette gir omtrent fravær av ytringer på metanivå. I andre og fjerde del er det noen få reaktive ytringer på metanivå. Disse forekommer når det forklares hvordan tallinjen skal leses og hvordan tallinjene kan leses i forhold til hverandre for å plassere dem sammen med desimaltallene i stigende rekkefølge.

Selv om flytskjemaet viser at det er proaktive ytringer og ytringer på metanivå, og dette kan oppfattes som en kvalitet ved kommunikasjonen, må også innholdet i ytringene med. Analysen av fasene i kommunikasjonen viste at de proaktive ytringene er påstander om løsninger, som mangler begrunnelser. Da bidrar de ikke til å få i gang kommunikasjon som kan føre til bedre forståelse for rasjonale tall. Deltakerne krever heller ikke begrunnelser fra de andre før det er uenighet i siste delen av sekvens 1. Dette medfører at det ikke kan observeres hva som er tankegangen bak løsningene. De reaktive ytringene på metanivå handler om å lese og sammenligne tallinjer, ikke egenskaper ved rasjonale tall. I og med at deltakerne godtar disse forklaringene, utfordres heller ikke kommunikasjonen i denne sekvensen til at deltakerne må gi akseptable matematisk forklaringer.

I sekvens 1 foregår mye av kommunikasjonen på interpersonlig kanal. Det betyr likevel ikke at gruppen løser oppgaven sammen. Kommunikasjonen består stort sett av ytringer på objektnivå med påstander om hvor kortene skal plasseres. Det samme mønsteret i kommunikasjonen har de også i starten av arbeidet med kort med rutenett, i deler av arbeidet med å plassere desimaltall og når de plasserer kortene med prosent. Det ser ut som mønsteret i sekvens 1, hvor hovedvekten av ytringene er på objektnivå og foregår på interpersonlig kanal, forekommer når medlemmene i gruppen stort sett har den samme forståelsen av hva representasjonen viser og deltar i kommunikasjon om samme kort.

4.2 Sekvens 2: Brøk til desimaltallet 1,25

På plakaten som ligger foran gruppen er desimaltall og tallinjer plassert riktig. Deltakerne har fått åtte kort med brøker, som presentert i oppgavedesign (3.4). Sekvens 2 varer omtrent tre og et halvt minutt. I forkant av dette har Alea plassert brøken $\frac{4}{10}$ ved 0,4 og $\frac{1}{4}$ ved 0,125 (Figur 17). Bilal og Cala har sagt «ja» og «mhm» til det. I sekvens 2 er det uenighet i gruppen om hvilken brøk som viser 1,25.



Figur 17: Kortene gruppen har før sekvens 2 starter

Transkripsjon av sekvens 2 (Transkripsjonsnøkkel, vedlegg 9)

HVA BLIR GJORT	HVA BLIR SAGT	BESKRIVELSE
	- 26:09 -	
[1] A legger brøken $\frac{1}{25}$ ved 1,25	[1] A: Denne passer til en komma tjuefem.	B ser på og sier ingenting før ca 30 sekunder etterpå. Det ser ut som han tenker.
	[2] C: Ja	
Cala plasserer $\frac{1}{8}$ ved 0,125 etter å ha brukt kalkulator, selv om Bilal sier at det ikke er lov. Alea ser på og sier ikke noe mens det skjer.		
	- 27:13 -	
[13] B tar kortet med $\frac{125}{100}$ og vil legge det ved 1,25	[13] B: Eh (.) hundre (.) Den.	
[14] A peker på $\frac{1}{25}$ som hun har plassert ved 1,25	[14] A: Den er riktig.	Henvender seg til B. C ser ut som hun er opptatt med å regne en annen brøk på kalkulator.
[15] B leser fra kortet med $\frac{125}{100}$	[15] B: [Hundre og tjuefem delt på hundre]	A og B snakker om hver sin brøk. Begge mener at brøken de selv snakker om viser 1,25. B gir forklaring ved divisjon. A kommenterer ikke forklaringen B gir. Det ser ut som hun er mer opptatt av det hun selv mener er rett løsning og det hun skriver, enn å høre etter på forklaringen til B.
[16] A skriver ned på eget papir	[16] A: [En delt på tjuefem.]	
[17] B peker på 1,25	[17] B: er lik en komma tjuefem	
[18] C ser opp fra kalkulatoren hun har vært konsentrert om. Peker på kortet med $\frac{125}{100}$ som B holder.	[18] C: Den, ja	C sier seg enig med B.
	[19] B: Ja	B responderer til C.
[20] A peker på $\frac{1}{25}$ som ligger ved 1,25	[20] A: Den er riktig.	A gir ingen forklaring til gruppen om hvorfor den er riktig. Hun har nok gjort en utregning som har overbevist henne selv [16].
[21] C peker først på $\frac{125}{100}$ og så 1,25	[21] C: Den er riktig.	
[22] A ser på $\frac{4}{5}$ som ligger ved 0,8 og begynner å skrive på papiret sitt.	[22] A: Og så null komma åtte som brøk.	A går videre til en ny brøk uten at gruppen er enige om hvilken brøk som tilsvarer 1,25. Får ikke respons.
[23] C regner på kalkulatoren igjen	[23] B: Ikke bruk den. Kamera filmer deg.	
[24] B peker på 1,25	[24] B: Den	B vil tilbake til det de diskuterte og vekker A sin interesse.
[25] A Peker på $\frac{1}{25}$ og 1,25	[25] A: Den er riktig, ikke sant? En av~	B avbryter A sin start på forklaring der hun bruker sifrene i desimaltallet for å forklare at $\frac{1}{25}$ er det samme som 1,25. Det ser ut som B er helt uenig og mener at hun ikke kan forklare det på denne måten. I [27] lar han henne få forklare ferdig uten å avbryte.
[26] B peker på $\frac{1}{25}$	[26] B: ~nei. En delt på tjuefem.	
[27a] A ser på B og snakker direkte til ham. [27b] A Peker på 25 i 1,25 og så på 1 i samme tall. [27c] A peker på brøken $\frac{1}{25}$ [27d] A peker på 1 i 1,25	[27a] A: Nei, det er deling. [27b] Tjuefem delt på en. [27c] En av tjuefem. (.) [27d] Etter komma deler man på dette tallet (.) Ser du?	
[28] B peker på 1,25	[28] B: Hva delte du som ble 1,25?	
[29] C ser opp fra kalkulator, snur seg raskt til gruppen bak og ser så på det A og B snakker om.	[29] C: (*morsmål*) Ah.	Det ser ut som C spør gruppen bak om noe og får respons.
[30] A peker mot 1,25	[30] A: [En]	

[31] B peker på $\frac{125}{100}$ og så 1,25	[31] B: Det er den. Hundre og tjuefem delt på hundre er lik en komma [tjuefem]	B lar ikke A få forklare dette. Det ser ut som han vil svare på spørsmålet han stilte i [28] selv.
[32] C peker på $\frac{125}{100}$	[32] C: [tjuefem]. Se, den er riktig.	Usikkert om gjentakelsen av det B sier er fordi C forstår det han sier, eller om hun gjentar ubevisst. Det gjelder også i [34].
[33] B peker på $\frac{125}{100}$ og $\frac{1}{25}$	[33] B: Kanskje det er begge to.	B er tydelig på at $\frac{125}{100}$ skal plasseres ved 1,25. Han virker usikker på $\frac{1}{25}$, spør de andre og forventer respons.
	[34] C: Begge to.	
	[35] B: [Fordi hundre og tjuefem delt på hundre] er lik en komma tjuefem.	
[36a] A skriver på papiret sitt. [36b] A tar vekk $\frac{1}{25}$ og $\frac{125}{100}$ fra 1,25 og legger $\frac{2}{5}$ der istedenfor.	[36a] A: [delt på hundre] (.)Vanskelig (.) Ah. [36b] En komma tjuefem. Den er riktig.	Sannsynligvis foretar A en utregning for å sjekke om $\frac{2}{5}$ passer til 1,25. På videoen vises ikke utregningen hun gjør eller hvordan hun får dette til å bli riktig. Når hun bytter ut begge brøkene de har snakket om tidligere konfererer hun ikke med de andre eller forklarer hvorfor hun mener $\frac{2}{5}$ er riktig.
	[37] C: Ja, den er riktig.	C sier seg enig med A.
	[38] B: Nei, jeg tror ikke det.	B får ikke respons.
[39] C finner fram blyant og papir. Ser på B og peker på 1,25.	[39] C: Dele på hundre. En komma tjuefem delt på hundre?	Det ser ut som C er usikker på om det er B eller A som har rett om brøken. Nå henvender C seg til B.
	[40] B: Eh, ja.	
[41] A ser på 0,8 og skriver på papiret sitt. Hun er konsentrert om å regne der.	[41] A: Null komma åtte. Null komma åtte er lik.	A fortsetter med en ny brøk uten å høre etter på at B er uenig [38]
[42] B peker på $\frac{125}{100}$ og 1,25	[42] B: Hundre og tjuefem delt på hundre er lik en komma tjuefem.	B forsøker å protestere mot det A gjorde [36b]
[43a] C ser på det B prøver å forklare på ny. A er opptatt med å regne på papir. [43b] C peker på $\frac{2}{5}$ som ligger ved 1,25	[43a] C: komma tjuefem, ja. (.) [43b] Den er riktig.	Denne ytringen virker ubevisst fordi C svarer B, men peker på brøken A plasserte i [36b].
[44] B peker på $\frac{2}{5}$ og ser på C	[44] B: Er den riktig?	
	[45] C: Nei, nei, ikke den.	C sier seg enig med B.
[46] B flytter fingeren over på $\frac{125}{100}$ og legger den ved 1,25.	[46a] B: Nei, den er ikke riktig. (4s) [46b] Jeg tror den er riktig.	Dette er en fortsettelse av forklaringen i [42]
[47] A peker på $\frac{2}{5}$. Tar vekk igjen $\frac{125}{100}$ som B nettopp plasserte der.	[47] A: Den er riktig.	A gir ingen forklaring på det hun mener er riktig eller diskuterer med de andre.
[48] C skriver på papir og trykker på kalkulator.	[48] C: (*morsmål)* Null komma null fem.	
[49b] B ser på og snakker til C som sitter med kalkulator	[49a] B: Se her. [49b] Du tar hundre og tjuefem delt på hundre. Den.	B virker ganske oppgitt over at han ikke får overbevist de andre med forklaringen han gir. Nå vil han bruke kalkulatoren for å overbevise dem.
[50] C trykker $\frac{125}{100}$ inn på kalkulatoren	[50] C: Ah	C og A gjør divisjonen på det som ser ut til å være hver deres foretrukne måte, henholdsvis kalkulator og papir.
[51] A Skriver på papiret sitt og ser på kortet med $\frac{125}{100}$. Begynner å regne.	[51] A: Hundre og tjuefem delt på hundre	

[52] C peker på 1,25	[52] C: Ett hundre og tjuefem. Det er riktig.	C lar seg overbevise av svaret på kalkulatoren.
[53] B plasserer $\frac{125}{100}$ ved 1,25 igjen.	[53] B: Ja, det er riktig.	
[54] C peker på $\frac{125}{100}$. B tar vekk $\frac{2}{5}$.	[54] C: Ja, det er riktig. Bare den, ikke den.	
- 30:43 -		

4.2.1 Fasene i interaksjonen og ressurser i kommunikasjonen

I sekvens 2 er det brøk tilsvarende 1,25 som er tema, bortsett fra når Alea snakker om 0,8 i linje 22 og 41. Dette er det imidlertid ingen av de andre som responderer på. Sekvensen kan deles inn i tre faser (Figur 18):

Fase	Linjer	Aktivitet		
		Alea	Bilal	Cala
Forhånds-engasjement	[1-2] og [13-14]	Ytrer løsning	Ytrer løsning	Sier ja til Aleas løsning
Engasjement	[15-51]	Insisterer på sin løsning. Forklarer den. Godtar ikke Bilal sin forklaring. Flytter kort uten at de andre er involvert.	Forklarer løsningen sin flere ganger. Argumenterer mot Alea sin løsning.	Skifter mellom å være enig i Alea og Bilal sin løsning.
Dis-engasjement	[52-54]	Godtar stilletiende Bilal sin løsning.	Overbeviser til slutt ved å regne med kalkulator.	Blir overbevist når hun regner på kalkulator.

Figur 18: Fasene i sekvens 2

I denne sekvensen er det uenighet i gruppen helt fra Alea og Bilal ytrer hver sin løsning om hvilken brøk som tilsvarer desimaltallet 1,25 i forhåndsengasjementet. I engasjementsfasen står de fast ved egen løsning og godtar ikke forklaringen den andre ytrer. Bilal prøver flere ganger å overbevise om at representasjonene $\frac{125}{100}$ og 1,25 har samme verdi, første gang i linje 15 og 17. Han leser brøken som divisjon: «Hundre og tjuefem delt på hundre er lik en komma tjuefem». Dette gjentas når han igjen prøver å overbevise i linje 31, 35, 42 og 49. Alea på sin side leser brøken $\frac{1}{25}$ som divisjon i linje 16, men uten svar på divisjonen. Hun påstår at $\frac{1}{25}$ hører sammen med 1,25, men begrunner ikke dette før i linje 27, etter at Bilal har tatt opp igjen diskusjonen. Argumentet hun gir er ikke matematisk riktig. Det ser ut som hun vet at divisjon er involvert, men ikke på hvilken måte. Først sier hun «tjuefem delt på en» og så «en av tjuefem». Ingenting av dette er 1,25. Etterpå spør Bilal nettopp om hva hun delte som ble 1,25. Han verken forstår eller godtar forklaringen hennes. Cala er enig med Alea i forhåndsengasjementsfasen, men i løpet av engasjementsfasen skifter det hvilken løsning hun sier seg enig i. Etter at Bilal gjentatte ganger har prøvd å forklare sin løsning ved divisjon blir Cala overbevist når hun bruker kalkulator for å utføre divisjonen. Forklaringen i seg selv er altså ikke god nok til å overbevise henne, men det er utregningen på kalkulatoren. Alea godtar også Bilals løsning i disengasjementsfasen.

Selv om det er enighet om løsning i gruppen til slutt i denne sekvensen, klarer de ikke å formulere akseptable matematisk forklaringer i engasjementsfasen. Forklaringene på metanivå kan de i liten grad utvikle selv. I tillegg er det andre faktorer som gjør at kommunikasjonen i sekvensen bryter sammen flere ganger. For det første har deltakerne ulike krav til hva som overbeviser dem om at en løsning er riktig. Bilal vil helst finne løsninger sammen med gruppen og etterspør forklaring når han ikke forstår de andres løsninger. Cala veksler i denne sekvensen mellom hvilken løsning hun sier seg enig i, selv om det ikke gis akseptable matematisk forklaringer for dem. Dette er med på å styrke hypotesen fra sekvens 1 om at hun er mer opptatt av riktig løsning enn hvorfor løsningen er riktig. I sekvens 2 er det utregning på kalkulator som overbeviser henne. Hun bruker kalkulator mens de jobber med brøkkortene, selv om klassen har fått beskjed om at de ikke skal bruke den type hjelpemidler, noe Bilal gjentar for henne. Senere i arbeidet sier hun: «Ja, det er vanskelig. Men hvis du jobber med kalkulator er det bra.» Dette tyder at hun kan en prosedyre for å gjøre om fra brøk til desimaltall, men ikke hvorfor den fungerer. Hun kan heller ikke gjennomføre prosedyren uten kalkulator. Alea på sin side har behov for å regne for å overbevise seg selv. Hvis hun har en annen oppfatning enn andre vil hun ha en forklaring, enten det er fra en deltaker eller lærer. Samtidig argumenterer hun ikke for egne løsninger. I sekvens 2 ser det istedenfor ut som hun gir opp kommunikasjonen med de andre, både når hun flytter om på kort i linje 1, 36 og 47 og når hun foreslår å arbeide med en annen brøk uten at det først er enighet i linje 22.

En annen faktor som kan ha betydning for at kommunikasjonen i sekvens 2 ikke fungerer er at deltakerne flere steder har ulikt fokus og ikke snakker om det samme kortet, for eksempel i linje 3-7. Ulikt fokus er med på å skape usikkerhet både for Bilal og i analysen. I linje 43 sier Cala seg ubevisst enig i at $\frac{2}{5}$ viser det samme som 1,25, samtidig som hun har sagt seg enig i at det er $\frac{125}{100}$ som skal plasseres der. Ulikt fokus forsterkes av at spesielt Alea og Cala jobber med løsninger hver for seg. Når Cala regner på kalkulator og Alea på papir er de ikke like fokusert på den øvrige kommunikasjonen i gruppen. I intervjuet bekrefter Alea at hun ikke får med seg så mye av hva de andre snakker om mens hun selv skriver og regner, og kommuniserer med seg selv.

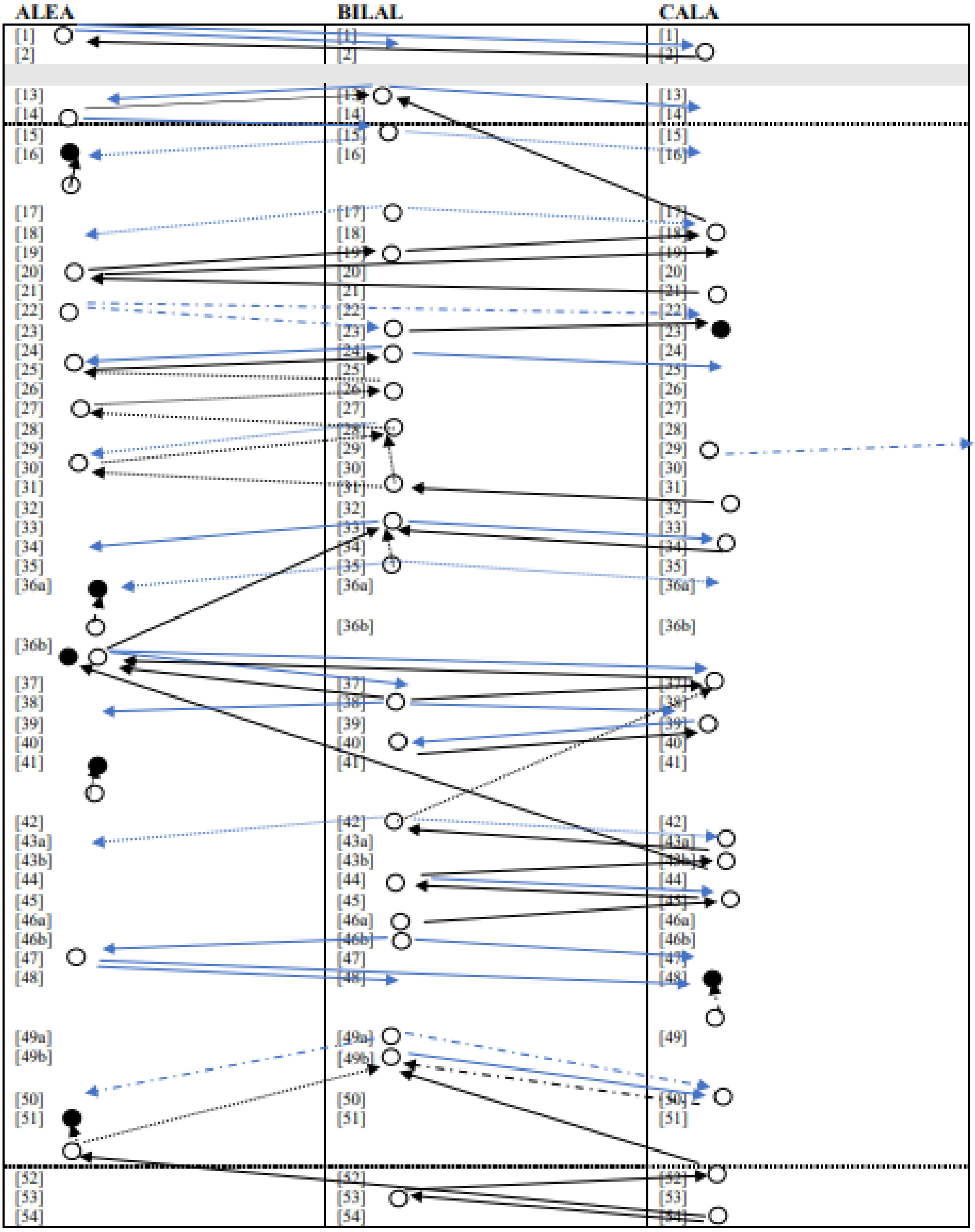
Med ulike fokus blir kommunikasjon på morsmål en ressurs for elevene i fokusgruppen. De bruker også objekter og gester, som i sekvens 1. I linje 29 snakker Cala på morsmål til gruppen bak, og i linje 48 med seg selv. Det antas at tenkingen de tre gjør i stillhet foregår på morsmål, da de behersker det bedre enn norsk. Kommunikasjon mellom deltakerne i gruppen foregår på norsk fordi de har tre forskjellige morsmål. I intervjuet forteller Cala at det ikke er så enkelt når de bare skal snakke norsk. Samtidig sier alle tre at de opplevde at de forstod hverandre i gruppearbeidet.

Deltakernes utfordringer med rasjonale tall, spesielt brøk, er også en faktor som gjør at kommunikasjonen ikke fungerer. Bilal forstår hvilket desimaltall brøker med 10 eller 100 tilsvarer fordi han kan dividere med 10 og 100. Samtlige i klassen svarte ja til at $\frac{2}{10}$ er det samme som 0,2 allerede i innledningsoppgavene. I intervjuet forteller Bilal at de andre brøkene var det mest utfordrende med opplegget, både for han og de andre i gruppen. Denne utfordringen løses ikke gjennom diskusjonen de har i gruppen. De to andre i fokusgruppen går med på Bilals forslag i slutten av sekvens 2, men ingen av dem kan gi en matematisk forklaring for dette som omhandler forholdet mellom teller og nevner. Alea sin forklaring i linje 27 og Calas behov for å bruke kalkulator bekrefter utfordringene med brøk.

Alea bruker siffer fra desimaltallet og brøken. Kanskje tolker hun brøkstreken som et komma (Hiebert & Wearne, 1983; Tokle et al., 2018). Det gjelder også de andre i gruppen. Cala leser brøken $\frac{1}{25}$ som 1,25 og Bilal leser $\frac{1}{4}$ som 1,4 andre steder i kommunikasjonen. I innledningsoppgavene svarte halve klassen at $\frac{3}{5}$ er det samme som 3,5. Denne misoppfatningen har sammenheng med at deltakerne ser på teller og nevner som uavhengige størrelser og ikke tar hensyn til forholdet mellom dem. En annen gruppe i klassen synes brøkene er veldig vanskelige og deres strategi ser ut til å være å plassere ut fra like siffer; $\frac{1}{8}$ med 0,8, $\frac{1}{4}$ med 0,4, $\frac{1}{25}$ med 0,25 og $\frac{125}{100}$ med 0,125. Brøkene $\frac{4}{10}$ og $\frac{4}{100}$ plasserte alle gruppene i studien på riktig plass. Brøk er tydelig en utfordring. Selv om flere i klassen ser ut til å vite at $\frac{3}{5}$ ikke er det samme som 3,5 på slutten av økten, er det ikke flere som kan plassere brøkene $\frac{2}{7}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{1}{12}$ i stigende rekkefølge. Det har selvfølgelig også sammenheng med hva de har arbeidet med i opplegget og at det var overgangene mellom representasjonene som var hovedtema i oppsummeringssamtalen.

4.2.2 Analyse av kommunikasjonsflyten i sekvens 2

I flytskjemaet under kommer det fram om ytringene er proaktive eller reaktive, og om de er på objekt- eller metanivå (for symbolforklaring, se Figur 13). Det er en kolonne for hver av deltakerne i gruppen. Som beskrevet i Figur 13 er ytringer på personlig kanal innenfor samme kolonne, mens ytringer på interpersonlig kanal går på tvers av kolonnene.
De stiplede linjer markerer inndelingen i det tre fasene beskrevet i forrige delkapittel.



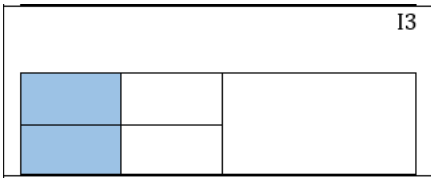
I sekvens 1 foregikk mye av kommunikasjonen på interpersonlig kanal hvor alle de tre deltakerne i gruppen deltok i kommunikasjonen. Flytskjemaet for sekvens 2 viser at det i mindre grad er tilfelle der. Deler av kommunikasjonen er bare mellom to av deltakerne i gruppen, for eksempel i linje 24-30 (Alea og Bilal) og linje 38-46 (Bilal og Cala). I disse delene viser transkripsjonen at henholdsvis Cala og Alea har et annet fokus fordi de jobber med andre kort eller utregninger. I sekvens 2 er det også kommunikasjon på personlig kanal hos Alea og Cala. I tillegg er det proaktive ytringer som ingen responderer på, for eksempel i linje 35 og 47. Alt dette er med på å underbygge at kommunikasjonen i gruppen ikke fungerer i sekvens 2.

I flytskjemaet er det proaktive ytringer, også på metanivå. Det er Bilal som ytrer flere av disse når han ønsker enighet i gruppen om sitt løsningsforslag. Selv om han gjør forsøk på å få kommunikasjonen i gruppen i gang igjen lykkes det ikke, og ytringene blir ikke produktive. Som det kom fram i den første delen av analysen (4.2.1), er det den samme ytringen som gjentas, den forklaringen Alea ikke godtar. Samtidig sitter Cala og Alea med andre fokus, så i linje 35 er det ingen reaksjon på den proaktive ytringen.

Flytskjemaet viser at Alea også bidrar med proaktive ytringer et par steder. Dette skiller seg fra rollen hun hadde i sekvens 1, hvor det var hun som stod for de proaktive ytringene først i hver del av sekvensen og fikk respons på dem. I linje 22 og 47 i sekvens 2 får hun ikke respons. Begge stedene viste den første delen av analysen (4.2.1) at det kan se ut som hun gir opp kommunikasjon som har til hensikt å føre til enighet i gruppen. I linje 22 ytrer hun at hun vil at de snakker om et annet kort, uten at hun er enig med de andre om at kortet med $\frac{125}{100}$ skal ligge ved siden av 1,25. Det er Bilal som sørger for at de kommer tilbake til den opprinnelige diskusjonen i linje 24 før kommunikasjonen igjen bryter sammen i linje 36. Da fjerner Alea de to brøkene de har diskutert og legger en annen brøk ved 1,25. Dette gjør hun ytterligere en gang i linje 47, etter at Bilal har lagt kortet med $\frac{125}{100}$ tilbake der han mener det skal være. Når dette skjer, er det ikke ytringer på metanivå. Det kan de vanskelig utvikle selv. Flytskjemaet viser at ytringene på metanivå forekommer når Bilal og Alea prøver å forklare sine løsninger for de andre, uten at det lykkes. Så selv om det er ytringer på metanivå bidrar de ikke til at kommunikasjonen løser utfordringene deltakerne har med brøk.

Kommunikasjonsmønsteret i sekvens 2 er representativt for flere deler av arbeidet i fokusgruppen, for eksempel når deltakerne er uenige om hvilket desimaltallene som er minst. Alea forklarer at 0,4 er mindre enn 0,04 på bakgrunn av antall desimaler. Cala og Bilal mener at 0,04 er minst. I denne situasjonen har gruppen behov for veiledning av lærer, fordi de ikke klarer å formulere akseptable matematiske forklaringer for sine løsninger og fordi de har misoppfatninger om desimaltall. Istedenfor å bruke posisjonssystemet til å forklare prøver Bilal å lese tallet siffer for siffer og legger ekstra trykk på null etter komma. Da det ikke fører fram bruker Cala kroppsspråk som ressurs i kommunikasjonen. Bilal sitt siste forsøk på forklaring er å si: «Null komma fire delt på ti er lik null komma null fire.» Responsen fra Alea da er: «Hvorfor deler du på ti?» Hun forstår ikke forklaringen. Igjen løser ikke kommunikasjonen i gruppen utfordringen de har. Det er veiledningen fra læreren som gjør at

Alea kan vise at hun har forstått dette når hun blir intervjuet noen dager etter gruppearbeidet. Det er også interessant å legge merke til at selv om Cala og Bilal mener at 0,04 er minst ,så bruker også de den ukorrekte regelen om at tallet med flest siffer er størst (Tian & Siegler, 2017b) når de sammen med Alea plasserer 0,25 og så 0,125 etter 0,8. Flere i klassen gjør det samme. Det er imidlertid bare noen få som mener at 0,04 er større enn tallene med en desimal. Selv om læreren forklarer størrelsen på desimaltallene med utgangspunkt i posisjonssystemet for fokusgruppen mener Bilal fortsatt i intervjuet at det bare er 1,25 som er større enn 0,125 blant tallene de fikk i gruppearbeidet. Alea på sin side forteller i intervjuet at hun vet hvorfor 0,4 er større enn 0,04.



Figur 19: Rutenett til 1/4

Misoppfatninger knyttet til brøk viser seg i sekvens 2. Når gruppene jobber videre med brøk og får kort med illustrasjoner (rutenett) blir det avdekket flere. Fokusgruppen plasserer kortene med brøkene $\frac{1}{4}$ og $\frac{1}{8}$ som likeverdige. Når læreren spør hvorfor de mener disse har lik verdi forklarer Cala at hun «ganger med to.» Det ser ut til å være en tillært prosedyre, på samme måte som med omgjøring fra brøk til desimaltall, fordi hun ikke ser hva det gjør med brøken at hun bare multipliserer nevneren med to. Etter at læreren har hjulpet Cala videre med å utvide brøken gjør hun dette prosedyremessig riktig på egenhånd, men bare med to. Det hjelper henne til å finne ut hvilket rutenett som representerer $\frac{1}{4}$. Det ser ikke ut til å være noen utfordring for henne at delene på kort I3 (Figur 19) er forskjellige og at hun selv må visualisere at figuren består av åtte like deler. Bilal ser først figuren som $\frac{2}{5}$. Det er ikke uvanlig at elever ser på nevneren som antall deler, uavhengig av størrelse på delene (Tokle et al., 2018). Bilal er samtidig usikker, fordi han foreslår at et alternativ kan være å se bort fra den store delen, og at figuren viser $\frac{2}{4}$. Dette understreker utfordringen med brøk som han også ytrer i intervjuet.

Deltakerne i denne studien jobber med ulike representasjoner av rasjonale tall i et opplegg som tar tak i vanlige misoppfatninger (Swan, 2008), og utfordringer med overgang mellom representasjoner kan derfor observeres. Sekvens 2 viser en tillært prosedyre om å dele teller på nevner. En parallell til dette kan observeres i omgjøring fra desimaltall til prosent. Da sier Alea at de må «gange med 100». I intervjuet blir Cala spurt om hun forstod hvorfor Alea multipliserte med hundre. Da svarer hun: «Fordi hun finner prosent.» Igjen en tillært prosedyre, uten at de kan forklare hvorfor den fungerer. Samtidig som både fokusgruppen og andre i klassen sier at de måtte multiplisere med hundre for å gjøre om til prosent mener fokusgruppen at både 0,04 og 0,4 er 4% når de sitter med gruppearbeidet. Denne misoppfatningen har flere andre i klassen også. Det bekreftes både av observasjonen i timen og ved at nesten halvparten av deltakerne svarte at 0,6 er 6% på innledningsoppgaven.

Kommunikasjonen i sekvens 2 fungerer ikke på en måte som gjør at deltakerne får færre utfordringer med brøk. Som i sekvens 1 er det få ytringer på metanivå. De som er der gjentas og hjelper ikke deltakerne videre i læringen. Det viser både at gruppearbeidet ikke kan stå alene i et undervisningsopplegg og viktigheten av at kommunikasjon ikke bare kan være et middel i matematikkfaget. Kommunikasjon må også være et mål om det skal fungere som middel. Dette blir tatt opp igjen i diskusjonen i neste kapittel.

5 Diskusjon

Et overblikk over klassen da data til denne studien ble samlet inn, kunne gi inntrykk av at kommunikasjonen og arbeidet i fokusgruppen gikk ganske bra. De jobbet med oppgavene og snakket ikke om annet enn dem i løpet av tiden de hadde til rådighet. Det er ikke uvanlig at dette anses som et «kvalitetstegn» i klasserommet, og dermed er det elever som ikke arbeider med det de skal som får oppmerksomhet fordi gruppearbeidet deres åpenbart ikke fungerer. I forrige kapittel kom det derimot fram at arbeidet i fokusgruppen verken løser utfordringene deltakerne har med rasjonale tall eller kommunikasjon. Selv om dette gjelder én gruppe i en kvalitativ studie, og derfor ikke kan generaliseres, gir det kunnskap som kan være overførbar både for voksne deltakere og andre elever.

Om deltakerne i det hele tatt har utviklet sin kompetanse om rasjonale tall etter opplegget som ble gjennomført, er det ikke gjennom kommunikasjonen i gruppen. Det samme fant Sfard og Kieran i sin studie (2001b). De framhever at samarbeidet er lite fruktbart fordi de to elevene i studien deres ikke løser problemet sammen. I denne studien er det en ytterligere faktor at alle deltakerne har flere misoppfatninger knyttet til rasjonale tall og overgang mellom representasjoner av disse.

Diskusjonen videre omhandler først kommunikasjonsmønstrene i denne studien og sammenligner det med studiene til Sfard og Kieran (2001a, 2001b) og Moschkovich (1999), før deltakernes misoppfatninger om rasjonale tall diskuteres mot tidligere forskning, som presentert i teorikapittelet (2.4). Flere framhever viktigheten av lærerens rolle for at samtaler i matematikk skal ha noe for seg (Moschkovich, 1999; Prediger et al., 2016; Sfard & Kieran, 2001b; Sfard et al., 1998). Det er tema for den siste delen av diskusjonen.

5.1 Kommunikasjonsmønstre i studien

I sekvens 1 i denne studien er det mange reaktive ytringer der en deltaker responderer på det en annen ytret like før. Dette skiller seg noe fra analysen til Sfard og Kieran (2001b), der spesielt Ari kommuniserer en del på personlig kanal og ser ut til å ville løse oppgaven selv før han kommuniserer løsningen til Gur. Da kommuniserer ikke de to i særlig grad om det samme. I sekvens 2 i denne studien er det også kommunikasjon på personlig kanal og brudd i kommunikasjonen.

Det er flere likheter mellom analysen av kommunikasjonen mellom Ari og Gur (Sfard & Kieran, 2001a, 2001b) og sekvens 2, enn sekvens 1, i denne studien. Det har antakeligvis sammenheng med at det er problemløsningsoppgaver som blir presentert for gruppene i Sfard og Kierans studie (2001a, 2001b) og at fokusgruppen i denne studien har større utfordringer med brøk i sekvens 2 enn med tallinjene i sekvens 1.

Både hos Sfard og Kieran (2001a, 2001b) og i denne studien skaper det utfordringer i samarbeidet at deltakerne ikke kan gi akseptable matematiske forklaringer som de andre forstår eller godtar. I tillegg foregår en del av kommunikasjonen på personlig kanal, spesielt i sekvens 2. Deltakerne har forskjellige tilnærminger til løsning, ulike fokusprosjekter (Nilsson

& Ryve, 2010), og spesielt Alea og Cala er ytterpunkter som skiller seg fra hverandre. Alea vil regne på papir for å overbevise seg selv, Bilal sier han vil «bruke hodet» for å løse oppgaven og ønsker enighet i gruppen, mens Cala vil ha riktig svar raskt og er ikke så opptatt av hvorfor svarene er riktige. Forskjeller innad i en gruppe gir potensiale for kommunikasjon der elevene må begrunne sine løsninger for de andre. Likevel kan det begrense kommunikasjonen når ulikhetene er så store som her.

Med ulike fokusprosjekter responderer ikke deltakerne på de proaktive ytringene på en måte som er innenfor hverandres forventninger. Et eksempel er når Alea argumenterer for sin løsning i sekvens 2 og Bilal svarer: «Hva var det du delte som ble 1,25?» Da er ikke kommunikasjonen effektiv. Det er også flere brudd i kommunikasjonen, for eksempel når Alea flytter kort uten å verken forklare hvorfor eller diskutere det med de andre. Aleas behov for å løse oppgaven selv, og overbevise seg selv, har likheter med Ari (Sfard & Kieran, 2001b). Han kommuniserer også først med seg selv og kommuniserer ikke løsningen sin til Gur før han har løst problemet selv. Alea og Ari har på dette punktet likheter med Streeflands beskrivelse av matematikere som først arbeider alene før de diskuterer det de har funnet ut selv med en utvalgt gruppe (Sfard et al., 1998).

Transkripsjonen av sekvensene viser at deltakerne bruker både verbalt språk, objekter og gester i kommunikasjonen. Dette sammenfaller med det Moschkovich (1999) finner i sin studie. I denne studien peker deltakerne ofte på kort og andre objekter for å understreke det de kommuniserer verbalt. Det verbale språket er viktig for kommunikasjonen, men man kan ikke overse andre ressurser deltakerne bruker når man skal studere kommunikasjonen (Moschkovich, 1999). Om det bare var gjengitt hva deltakerne sa i transkripsjonen ville det være vanskelig å forstå og analysere kommunikasjonen. Prediger et al (2016) setter sammen registre av verbalt språk og representasjoner i sin modell, men tar ikke med aspektet med at deltakerne også bruker andre ressurser i kommunikasjonen. Objekter og gester er kanskje spesielt viktig i kommunikasjonen for de som får opplæring på et andrespråk (Moschkovich, 1999).

Deltakernes matematiske tenkning kommer i liten grad fram i kommunikasjonen i fokusgruppen i denne studien. I sekvens 1 er det omtrent fravær av ytringer på metanivå. I sekvens 2 gjentas flere av de proaktive ytringene på metanivå, men de blir uproduktive når det ikke responderes innenfor den forventningen deltakeren som ytrer dem har. Både i denne studien og i Sfard og Kierans studie (2001a) er det mangel på akseptable matematiske forklaringer. Det er likevel en forskjell, fordi alle tre deltakerne i fokusgruppen i denne studien har store utfordringer med det matematiske innholdet i opplegget. Ari har ikke det på samme måte, men gir likevel ikke gi matematiske forklaringer eller viser vilje til å engasjere seg i å få kommunikasjonen til å fungere bedre (Sfard & Kieran, 2001a). Deltakerne kan ikke vite hva som kreves av en akseptabel matematisk forklaring. For at de skal utvikle kommunikasjon som inneholder dette er læreren sentral (Moschkovich, 1999; Sfard & Kieran, 2001b). Dette blir tatt videre opp i kapittel 5.3.

5.2 Misoppfatninger om rasjonale tall

Et av prinsippene bak opplegget i studien er at misoppfatninger skal eksponeres og diskuteres. Derfor er det ikke overraskende at observasjon av både klassen og video av fokusgruppen viser at mange deltakere har misoppfatninger knyttet til rasjonale tall. Dette kommer fram i innledningsoppgavene i økten og ytterligere gjennom gruppearbeidet.

Flere deltakere i klassen bruker kunnskap de har om heltall på desimaltall når de anser desimaltall med flest desimaler som det høyeste. Flere grupper plasserer 0,125 som det nest høyeste desimaltallet. Bare 1,25 blir ansett som høyere. De bruker den feilaktige regelen «The whole number rule» (Tian & Siegler, 2017b).

Brøkene ble observert som den største utfordringen for alle gruppene i klassen. Ingen av gruppene vurderer størrelsen på brøkene i forhold til hverandre, men prøver istedenfor å gjøre dem om til desimaltall, som de allerede har plassert. Overgang mellom representasjoner er en utfordring som kommer fram i studier om rasjonale tall (Beyranevand, 2014), også i denne studien. De fleste vil dividere teller med nevner for å finne ut hvilket desimaltall brøken tilsvarer. Det byr på utfordringer for mange, spesielt når nevneren ikke er 10 eller 100. Bilal er en av dem som gjør dette. Samtidig forklarer han ikke hvorfor det å dele på 100 eller 10 fungerer i sekvens 2. Dette sammenfaller med resultatene i studien til Hiebert & Wearne (1985). En annen studie av Hiebert & Wearne (1983) viser at elever har større utfordringer med å gjøre om fra desimaltall til brøk enn motsatt. I opplegget for denne studien plasserer deltakerne desimaltallene i stigende rekkefølge før de får brøkene. Det ble ikke observert at noen av dem prøver å gjøre om fra desimaltall til brøk. Derimot prøver de å gjøre om brøken til desimaltall. Dette byr, som tidligere nevnt, på utfordringer. Selv om flere sier at de skal dele teller på nevner, klarer de ikke å gjennomføre det om ikke nevneren er 10 eller 100. Noen deltakere har så store utfordringer med brøk at de sammenligner sifrene i brøken og desimaltallet i et forsøk på omgjøring. Dette er et lignende funn som det Hiebert og Wearne (1983) finner hvor elever leser brøkstreken som komma eller gjør om desimaltallet 0,37 til $\frac{3}{7}$.

Overgangen fra brøk i symbolform til illustrasjon i form av rutenett er også utfordrende for fokusgruppen når antall ruter ikke samsvarer med nevneren i brøken. Det kan se ut som de ikke tar hensyn til helheten og bare ser på nevneren som antall deler (Tokle et al., 2018). Kanskje tar de heller ikke tar hensyn til brøkdelenes størrelse, for eksempel når Bilal foreslår at den ene illustrasjonen med ulike størrelse på rutene (kort I3, Figur 19) viser $\frac{2}{5}$.

Utfordringer med overgang mellom representasjoner kan også ha sammenheng med at deltakerne ser ulike representasjoner som ulike matematiske objekter. I denne studien tegner Alea tallinje når hun skal argumentere for hvilket desimaltall hun mener er minst. Dette møter de andre i gruppen med å si at det hun tegner blir brukt til å måle temperatur, og ikke er desimaltall. De ser derimot sammenhengen mellom de to representasjonene når de får kortene med tallinjer. Likevel er det vanskelig for dem å lese tallinjene som viser rasjonale tall med hundredeler og tusendeler. Det kunne kanskje være en hjelp om hundredeler også var markert på tallinjene. Samtidig er min erfaring fra arbeid med denne deltakergruppen, over flere år, at tallinje er en representasjon mange synes er utfordrende å lese og forstå.

I et opplegg som det Swan (2008) presenterer og i denne studien er elevers misoppfatninger en del av oppgavedesignet. Som i denne studien, vil det komme fram misoppfatninger, og læreren som gjennomfører et slikt opplegg må være forberedt på disse og på hvordan det skal ivaretas i veiledning og ulike samtaler gjennom opplegget.

5.3 Lærerens rolle

Deltakerne i denne studien er ofte opptatt av sin egen løsning. Den kan de selv forstå, men de har vanskelig for å kommunisere den til de andre. For hva er en akseptabel matematisk forklaring? Det vet de ikke hvis de ikke har lært det. De har selvfølgelig hørt matematiske forklaringer fra læreren. Men hva er det som gjør at den holder som matematisk argument og hvordan utvikler man selv en slik matematisk forklaring? Dette er en del av å kommunisere matematikk. Skal elevene lære det må kommunikasjon være et mål, og slik Nesher foreslår må læreren hjelpe elevene å lære hvordan et overbevisende argument i matematikk er (Sfard et al., 1998).

Deltakerne i denne studien har også en annen bakgrunn, både i skolesystem og kultur. Det kan være med å påvirke hva de anser som et akseptabelt matematisk argument. Mens prosessen er et viktig aspekt i matematikkfaget, blant annet i Norge, kan data fra studien tyde på at disse deltakerne har en bakgrunn der mer tradisjonell matematikkundervisning er det gjeldende. Det kan også ha betydning for resultatene av studien. Deltakerne i fokusgruppen sier i intervjuene at de er fornøyde med matematikkundervisningen de får. De forteller at læreren ofte forklarer, i dialog med deltakerne, og at de får hjelp når de arbeider med oppgaver selv. Disse kan de også samarbeide med andre deltakere om. Selv om det er kommunikasjon i matematikktimene de beskriver, også de som ble observert i forkant av studien, er det på en annen måte enn i opplegget med representasjoner som skal kobles sammen. En ny måte å arbeide på i faget og en annen lærer som har ansvar for undervisningen kan også ha påvirket resultatene.

Likevel viser denne studien det samme som flere studier på yngre elever også har vist: potensialet i elev-elev-kommunikasjonen kommer ikke av seg selv (Moschkovich, 1999; Sfard & Kieran, 2001b; Sfard et al., 1998). Samtidig er læringspotensialet gjennom samtale i matematikk så stort at kommunikasjon må være en del av faget. Spørsmålet er ikke om de matematiske samtalene skal være der, men hvordan de skal fungere (Sfard et al., 1998). For at potensialet i kommunikasjonen i matematikklasserommet er læreren helt sentral (Moschkovich, 1999; Sfard et al., 1998).

Både denne studien og studien analyseverktøyet er hentet fra (Sfard & Kieran, 2001a, 2001b) viser at gruppearbeidet til deltakerne ikke kan stå alene. I den grad fokusgruppedeltakerne i denne studien har lært mer om rasjonale tall gjennom opplegget de var med på, er det fordi de fikk veiledning av lærer underveis i arbeidet eller gjennom klassesamtalen ledet av lærer på slutten av økten. Dette er en del av opplegget Swan (2008) presenterer, som ikke må utelates. Når læreren veiledet i denne studien ble det brukt høyere ordens spørsmål (Watson & Mason, 1998), slik Swan tar opp i sine designprinsipper. Denne typen spørsmål er også inkludert når Moschkovich (1999) trekker fram lærerens rolle med å fortolke, klargjøre og omformulere det elevene sier. Selv om spørsmålene ble brukt i denne studien var erfaringen at deltakerne hadde større behov for veiledning i gruppearbeidet enn det som var mulig å få til innenfor de rammene som var. Det var også vanskelig for deltakerne å forklare løsningene sine, både fordi de ikke klarte å gi akseptable matematiske forklaringer, men også fra et språkperspektiv fordi det er en utfordring å formulere svar på opplæringsspråket (Truxaw & Rojas, 2014).

Selv om tekstoppgaver blir trukket fram som det mest utfordrende for flerspråklige elever (Abedi & Lord, 2001; Ní Ríordáin et al., 2015) handler ikke matematikkfaget bare om å kunne en rekke ord og prosedyrer. Moschkovich (1999) framhever nettopp viktigheten av at læreren veileder elevene i å få fram det matematiske innholdet, og ikke fokuserer primært på vokabular. Dette tar Prediger et al (2016) tak i sin modell (Figur 3) med registre av språk og registre av representasjoner. De mener det må brukes både grep fra språkundervisning og matematikkundervisning. Den videre forskningen de foreslår kan få betydning for å få mer kunnskap om hvordan læreren kan veilede elevene i overgangen mellom både registrene av språk og representasjoner.

Kommunikasjon er en sentral del av faget, og det må læres. Kommunikasjon fungerer ikke som middel om det ikke i tillegg er et mål å utvikle kommunikasjonen slik at deltakerne kan bli i stand til å delta i matematiske samtaler. Moshckovich (1999) framhever viktigheten av at elevene må veiledes i å kommunisere det matematiske innholdet, og at det ikke er et ensidig fokus på vokabular i matematikkfaget. Samtidig er det verbale språket helt sentralt i kommunikasjonen, og disse to aspektene er ikke løsrevet fra hverandre.

Et annet aspekt er ordet samarbeid. I dagligtale kan det ha minst tre forskjellige betydninger og disse må man som lærer være bevisst på. Det kan være en arbeidsfordeling der deltakerne gjør ulike deler for å løse det som er felles oppgave. Det kan også bety at deltakerne arbeider parallelt med det samme, eller det kan bety at de jobber i fellesskap for å løse oppgaver, der de bygger på hverandres ytringer og arbeid. For å oppnå det Sfard og Kieran (2001b) anser som «fruktbart samarbeid» er det reelt samarbeid, i den siste av betydningene, som må til. Resultatene av denne studien viser at samarbeidet i fokusgruppen ikke var et fruktbart samarbeid. Svar fra intervjuene kan i tillegg tyde på at deltakerne har en annen forståelse av hva samarbeid er. De forteller at de opplever at de forstår hva de andre sier og at de i hovedsak opplevde at de hjalp hverandre. Svar i intervjuene kan tolkes som at Bilal syntes det var problematisk at Cala brukte kalkulator da de jobbet med brøker og at Cala syns det var utfordrende at Alea var uenig med dem om det minste desimaltallet. Ut over det uttrykker de ikke utfordringer med arbeidet i gruppen. De jobbet alle for å løse oppgavene, men ikke nødvendigvis sammen om det samme. Det er flere eksempler på at de jobber parallelt. Dette kan nok oppleves som tidseffektivt og alle tre er involvert i å få gjort oppgavene de har fått. Det ser ut til å ha lite betydning at læreren sier at de må forklare løsningene for hverandre før gruppearbeidet starter.

6 Konklusjon

Analysen av kommunikasjonsmønsteret i denne studien viser at da det var lite uenighet i gruppen og få matematiske utfordringer (sekvens 1) kommuniserte gruppen i stor grad på interpersonlig kanal. Ytringene var i all hovedsak på objektnivå og omhandlet hva deltakerne mente var riktig løsning, men i liten grad hvorfor de mente det. Da det var større uenighet i gruppen og de hadde større utfordringer med det matematiske (sekvens 2) foregikk mer kommunikasjon bare mellom to av de tre deltakerne i gruppen eller på personlig kanal. I både sekvens 1 og 2 var det stort sett er fravær av produktiv kommunikasjon på metanivå.

Deltakerne opplevde likevel at de forstod hva de andre sa, mens observasjonsrollen ikke viste det samme. Deltakerne opplevde også at de hjalp hverandre i gruppen. De jobbet med oppgaven de hadde fått, men dette foregikk mye parallelt. Opplevelsen til deltakerne kan ha sammenheng med hva de legger i ordet «samarbeid» og hva de anser som målet med arbeidet i gruppen – at kortene er plassert riktig.

Den matematiske samtalen har potensiale for læring, men da er lærerens rolle avgjørende: «The better our control, the more effektive our students´ learning.» (Sfard et al., 1998). Både Moschkovich (1999) og Swan (2008) skriver om hvilke grep læreren kan gjøre. Swan har både grunnregler for elevenes og lærerens rolle. Grunnreglene for elever har med punkter om å lytte uten å avbryte, gi alle mulighet til å snakke, respektere meninger og dele på ansvar. Det er også med punkter om å kreve gode forklaringer, utfordre det som blir sagt, bygge på det andre sier og prøve å oppnå enighet. I arbeid med flerspråklige viser Prediger et al (2016) til at det må trekkes inn både erfaring fra undervisning om språk og matematikk. Med dette som grunnlag er det større mulighet for å nå potensialet samtalene i matematikkfaget har. Men hvordan kan man arbeide for at elever lærer dette? Fremmer grepene Swan og Moschkovich foreslår for læreren dette? Og hvordan fungerer dette for flerspråklige som lærer matematikk på et andrespråk? For å besvare disse spørsmålene er det behov for mer forskning.

7 Avsluttende kommentar

Sfard og Kieran foreslår i avslutningen av sin artikkel (2001b) at lærere kan bruke analyseverktøyet deres i forberedelse til å starte med samtaler på ulike måter i klasserommet. Gjennom denne studien har jeg erfart at en slik analyse er et krevende arbeid, ikke minst analysen i flytskjemaet, og noe de færreste har mulighet til å gjennomføre i sitt daglige arbeid.

I masterprosjektet har jeg fått lov til å gå inn i detaljene i kommunikasjonen som viser noe annet enn et overfladisk blikk på det som skjer i en gruppe. Dette gir interessant kunnskap om kommunikasjon i samarbeid mellom deltakere og får fram behovet for å arbeide med kommunikasjon som mål. Selv om dette ikke kan generaliseres, er det neppe unikt. Både analyseverktøyet og flere av de andre studiene det henvises til er over 20 år gamle. Likevel er de fortsatt aktuelle for det som skjer i mange klasserom i dag. Dreiningen i matematikkfaget med mer kommunikasjon er ikke ny, men endringen i praksisfeltet tar tid.

Deltakerne i denne studien har kort tid på grunnskole. I utkast til revidert læreplan for denne deltakergruppen (Direktoratet for høyere utdanning og kompetanse, 2023) er det enda mer som skal inn i matematikkfaget enn i forsøkslæreplanen (KompetanseNorge, 2017). Dette forklares med at læreplanen skal være likeverdig med læreplanen for tiårig grunnskole (Utdanningsdirektoratet, 2020). Likevel byr det på ytterligere utfordringer når det er voksne deltakere som skal lære både språk og fag på kort tid. Et av kjerneelementene i revidert læreplanen er «Resonnering, argumentasjon og kommunikasjon». Det språklige aspektet må ses i sammenheng med matematikken.

Med fokus på både *kommunikasjon* og *samarbeid* i matematikkfaget og samfunnet (Direktoratet for høyere utdanning og kompetanse, 2023; NOU 2015:8, 2015; Utdanningsdirektoratet, 2020) er dette to begreper spesielt lærere må ha et bevisst forhold til. Lærerens rolle både i valg av opplegg, oppgavedesign og ved å veilede må til hvis deltakerne skal utvikle matematisk kommunikasjon for å være i stand til å løse problemer sammen med andre.

Referanser

Abedi, J. & Lord, C. (2001). The Language Factor in Mathematics Tests. *Applied measurement in education*, *14*(3), 219-234. https://doi.org/10.1207/S15324818AME1403_2

Adler, J. (1999). The dilemma of transparency: Seeing and seeing through talk in the mathematics classroom. *Journal for research in mathematics education*, *30*(1), 47.

Beyranevand, M. L. (2014). The Different Representations of Rational Numbers. *Mathematics teaching in the middle school*, *19*(6), 382-385. https://doi.org/10.5951/mathteacmiddscho.19.6.0382

Direktoratet for høyere utdanning og kompetanse. (2023, 16. januar). *Matematikk - forberedende opplæring for voksne*. https://hoering.udir.no/Hoering/v2/2436

Duval, R. (2006). A Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in a Learning of Mathematics. *Educational studies in mathematics*, *61*(1/2), 103-131. https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z

Enge, O. & Valenta, A. (2013). Varierte representasjoner. *Tangenten, 24 (1)*, 8-12.

Flottorp, V. (2013). Kommunikasjon og flerspråklighet. *Tangenten - tidsskrift for matematikkdidaktikk*, *3*, 34-40. http://www.caspar.no/artikkel_pdf/t-2013-3-8.pdf

Flyvbjerg, B. (2011). Case study. *The Sage handbook of qualitative research*, *4*, 301-316.

Gay, A. S. & Aichele, D. B. (1997). Middle School Students' Understanding of Number Sense Related to Percent. *School Science and Mathematics*, *97*(1), 27-36. https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.1997.tb17337.x

Gorgorió, N. & Planas, N. (2001). Teaching Mathematics in Multilingual Classrooms. *Educational studies in mathematics*, *47*(1), 7-33. https://doi.org/10.1023/A:1017980828943

Halliday, M. A. K. (1978). *Language as social semiotic : the social interpretation of language and meaning*. Edward Arnold.

Hiebert, J. & Wearne, D. (1983). Students' Conceptions of Decimal Numbers.

Hiebert, J. & Wearne, D. (1985). A Model of Students' Decimal Computation Procedures. *Cognition and instruction*, *2*(3-4), 175-205. https://doi.org/10.1080/07370008.1985.9648916

Hinna, K., Rinvold, R. A., Gustavsen, T. S., Bygstad, A., Bjørke, S. & Hinna, K. (2011). *QED 5-10 : matematikk for grunnskolelærerutdanningen : B. 1* (Bd. B. 1). Høyskoleforl.

Johannessen, A., Christoffersen, L. & Tufte, P. A. (2010). *Introduksjon til samfunnsvitenskapelig metode* (4. utg. utg.). Abstrakt.

Johansen, O. H. (2014). Minoritetselever, undervisningsspråk og kultur. *Tangenten*, *2*(2/2014), 31-35. https://www.matematikksenteret.no/sites/default/files/2023-03/Minoritetselever.pdf

Kempert, S., Saalbach, H. & Hardy, I. (2011). Cognitive Benefits and Costs of Bilingualism in Elementary School Students: The Case of Mathematical Word Problems. *Journal of educational psychology*, *103*(3), 547-561. https://doi.org/10.1037/a0023619

Kieren, T. E. (1980). The rational number construct: Its elements and mechanisms. *Recent research on number learning*, 125-149.

Kilpatrick, J., Swafford, J., Findell, B., Mathematics Learning Study, C., National Research Council Center for Education, D. o. b. & social sciences, e. (2001). *Adding it up : helping children learn mathematics*. National Academy Press.

KompetanseNorge. (2017). *Forsøkslæreplan i matematikk for forberedende voksenopplæring (FVO)*. https://www.kompetansenorge.no/globalassets/modulforsoket/lareplan_matematikk.pdf

Kristoffersen, E. M., Eikrem, A. & Lerfaldet, H. (2022). *Forberedende voksenopplæring. Evaluering etter fire år med forsøk* (2). Ideas2Evidence. https://ideas2evidence.com/publications/forberedende-voksenopplaering-evaluering-etter-fire-ar-med-forsok

Kvale, S., Brinkmann, S., Anderssen, T. M. & Rygge, J. (2015). *Det kvalitative forskningsintervju* (3. utg. utg.). Gyldendal akademisk.

Lamon, S. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: Toward a theoretical framework for research. I F. K. Lester (Red.), *Second handbook of research on mathematics teaching and* *learning* (Bd. 1, s. 629-667). https://web.p.ebscohost.com/ehost/ebookviewer/ebook/ZTAwMHh3d19fNDcwMjg0X19BTg2?sid=a726afa8-34b9-48e4-bbbc-bd134c467aa8@redis&vid=0&format=EB&lpid=lp_vii&rid=0

Lamon, S. J. (2012). *Teaching fractions and ratios for understanding : essential content knowledge and instructional strategies for teachers* (3rd ed. utg.). Routledge.

Liljedahl, P. (2022). *Det tænkende klasserum i matematik*. Akademisk forlag.

Lysberg, J. (2021). Video-stimulated recall som datainnsamlingsmetode. *Videoforskning på ulike læringsarenaer: Mangfoldig videodata i pedagogisk forskning og utvikling*, 81-99.

Mason, J., Stephens, M. & Watson, A. (2009). Appreciating mathematical structure for all. *Mathematics education research journal*, *21*(2), 10-32. https://doi.org/10.1007/BF03217543

Meier, A. M. & Vogt, F. (2015). The potential of stimulated recall for investigating self-regulation processes in inquiry learning with primary school students. *Perspectives in science*, *5*, 45-53. https://doi.org/10.1016/j.pisc.2015.08.001

Monsen, M. & Randen, G. T. (2022). *Andrespråksdidaktikk : en innføring* (2. utgave. utg.). Cappelen Damm akademisk.

Moschkovich, J. (1999). Supporting the Participation of English Language Learners in Mathematical Discussions. *For the learning of mathematics*, *19*(1), 11-19.

Moschkovich, J. (2002). A Situated and Sociocultural Perspective on Bilingual Mathematics Learners. *Mathematical Thinking and Learning*, *4*(2-3), 189-212. https://doi.org/10.1207/S15327833MTL04023_5

Ní Ríordáin, M., Coben, D. & Miller-Reilly, B. (2015). What do we know about mathematics teaching and learning of multilingual adults and why does it matter?

Nilsson, P. & Ryve, A. (2010). Focal event, contextualization, and effective communication in the mathematics classroom. *Educational studies in mathematics*, *74*(3), 241-258. https://doi.org/10.1007/s10649-010-9236-7

NOU 2015:8. (2015). *Fremtidens skole*. Kunnskapsdepartementet.

Parker, M. & Leinhardt, G. (1995). Percent: A privileged proportion. *Review of Educational Research*, *65*(4), 421-481.

Postholm, M. B. & Jacobsen, D. I. (2011). *Læreren med forskerblikk : innføring i vitenskapelig metode for lærerstudenter*. Høyskoleforl.

Postholm, M. B., Jacobsen, D. I. & Søbstad, R. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanningen*. Cappelen Damm akademisk.

Postholm, M. B. & Moen, T. (2018). *Forsknings- og utviklingsarbeid i skolen : metodebok for lærere, studenter og forskere* (2. utgave. utg.). Universitetsforlaget.

Prediger, S., Clarkson, P. & Boses, A. (2016). Purposefully relating multilingual registers: Building theory and teaching strategies for bilingual learners based on an integration of three traditions. I *Mathematics education and language diversity* (s. 193-215). Springer, Cham.

Prediger, S. & Wessel, L. (2011). Relating registers for fractions–multilingual students on their way to conceptual understanding. Proceedings of the 21 ICMI study conference,

Røsseland, M. (2005). Hva er matematisk kompetanse? - del 2. *Tangenten*, *2*, 48-53.

Sfard, A. & Kieran, C. (2001a). Cognition as Communication: Rethinking Learning-by-Talking Through Multi-Faceted Analysis of Students' Mathematical Interactions. *Mind, culture and activity*, *8*(1), 42-76. https://doi.org/10.1207/S15327884MCA0801_04

Sfard, A. & Kieran, C. (2001b). Preparing teachers for handling students' mathematical communication: Gathering knowledge and building tools. I *Making sense of mathematics teacher education* (s. 185-205). Springer.

Sfard, A., Nesher, P., Streefland, L., Cobb, P. & Mason, J. (1998). Learning Mathematics through Conversation: Is It as Good as They Say? *For the learning of mathematics*, *18*(1), 41-51.

Siegler, R. S., Duncan, G. J., Davis-Kean, P. E., Duckworth, K., Claessens, A., Engel, M., Susperreguy, M. I. & Chen, M. (2012). Early Predictors of High School Mathematics Achievement. *Psychol Sci*, *23*(7), 691-697. https://doi.org/10.1177/0956797612440101

Siegler, R. S., Thompson, C. A. & Schneider, M. (2011). An integrated theory of whole number and fractions development. *Cogn Psychol*, *62*(4), 273-296. https://doi.org/10.1016/j.cogpsych.2011.03.001
Skott, J., Skott, C. K., Jess, K. H. & Christian, H. (2019). *Matematik for lærerstuderende : Delta 2.0 Fagdidaktik, 1.-10. klasse* (2. utg.). Samfundslitteratur.
St.meld. nr 16 (2015-2016). *Fra utenforskap til ny sjanse. Samordnet innsats for voksnes læring.* . Kunnskapsdepartementet. https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/meld.-st.-16-20152016/id2476199/
Svendsen, B. A. (2021). *Flerspråklighet : til begeistring og besvær* (1. utgave. utg.). Gyldendal.
Swan, M. (2008). Designing a multiple representation learning experience in secondary algebra. *Educational Designer*, *1*(1), 1-17.
Sweeney, E. S. & Quinn, R. J. (2000). Concentration: Connecting Fractions, Decimals, & Percents. *Mathematics teaching in the middle school*, *5*(5), 324-328. https://doi.org/10.5951/MTMS.5.5.0324
Tian, J. & Siegler, R. S. (2017a). Fractions Learning in Children With Mathematics Difficulties. *J Learn Disabil*, *50*(6), 614-620. https://doi.org/10.1177/0022219416662032
Tian, J. & Siegler, R. S. (2017b). Which Type of Rational Numbers Should Students Learn First? *Educational psychology review*, *30*(2), 351-372. https://doi.org/https://doi.org/10.1007/s10648-017-9417-3
[Record #108 is using a reference type undefined in this output style.]
Truxaw, M. P. & Rojas, E. D. (2014). Challenges and affordances of learning mathematics in a second language. *Journal of Urban Mathematics Education*, *7*(2).
Turner, E., Dominguez, H., Maldonado, L. & Empson, S. (2013). English Learners' Participation in Mathematical Discussion: Shifting Positionings and Dynamic Identities. *Journal for research in mathematics education*, *44*(1), 199-234. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.44.1.0199
Utdanningsdirektoratet. (2012). *Voksnes rett til grunnskoleopplæring etter opplæringsloven kapittel 4A* (3-2012) [Rundskriv]. Utdanningsdirektoratet. https://www.udir.no/regelverkstolkninger/opplaring/Voksne/Udir-3-2012/
Utdanningsdirektoratet. (2020). *Læreplan i matematikk 1.-10. trinn* (MAT01-05). https://www.udir.no/lk20/mat01-05
Valenta, A. (2016). Kognitive krav i matematikkoppgaver. *Hentet*, 19. https://www.matematikksenteret.no/publikasjoner/kognitive-krav-i-matematikkoppgaver
Watson, A. & Mason, J. (1998). *Questions and prompts for mathematical thinking*. Association of Teachers of Mathematics.
Wellington, J. J. (2000). *Educational research : contemporary issues and practical approaches*. Continuum.

Vedlegg

Vedlegg 1: Godkjenningsbrev fra NSD

Meldeskjema / Hvilke representasjoner hører sammen? En studie av mønstre i måten ... / Vurdering

Vurdering av behandling av personopplysninger

Referansenummer	Vurderingstype	Dato
143587	Standard	07.11.2022

Prosjekttittel
Hvilke representasjoner hører sammen? En studie av mønstre i måten det kommuniseres på og hvem det kommuniseres til i interaksjonen mellom voksne minoritetsspråklige elever i arbeid med å knytte sammen representasjoner av rasjonale tall – brøk, prosent og desimaltall.

Behandlingsansvarlig institusjon
Universitetet i Agder / Fakultet for teknologi og realfag / Institutt for matematiske fag

Prosjektansvarlig
Anders Wiik

Student
Marie Helvig Bjelland

Prosjektperiode
01.09.2022 - 01.07.2023

Kategorier personopplysninger
Alminnelige

Lovlig grunnlag
Samtykke (Personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a)

Behandlingen av personopplysningene er lovlig så fremt den gjennomføres som oppgitt i meldeskjemaet. Det lovlige grunnlaget gjelder til 01.07.2023.

Meldeskjema

Kommentar
OM VURDERINGEN
Personverntjenester har en avtale med institusjonen du forsker eller studerer ved. Denne avtalen innebærer at vi skal gi deg råd slik at behandlingen av personopplysninger i prosjektet ditt er lovlig etter personvernregelverket.

Personverntjenester har nå vurdert den planlagte behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at behandlingen er lovlig, hvis den gjennomføres slik den er beskrevet i meldeskjemaet med dialog og vedlegg.

VIKTIG INFORMASJON TIL DEG
Du må lagre, sende og sikre dataene i tråd med retningslinjene til din institusjon. Dette betyr at du må bruke leverandører for spørreskjema, skylagring, videosamtale o.l. som institusjonen din har avtale med. Vi gir generelle råd rundt dette, men det er institusjonens egne retningslinjer for informasjonssikkerhet som gjelder.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET
Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 01.07.2023.

LOVLIG GRUNNLAG FOR UNGDOM
Prosjektet vil innhente samtykke fra de registrerte til behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte kan trekke tilbake.

Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være den registrertes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

LOVLIG GRUNNLAG FOR LÆRERE
Prosjektet vil innhente samtykke fra de registrerte til behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan

Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være den registrertes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

PERSONVERNPRINSIPPER
Personverntjenester vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:
• lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at foresatte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen
• formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke viderebehandles til nye uforenlige formål
• dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet
• lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

DE REGISTRERTES RETTIGHETER
Personverntjenester vurderer at informasjonen om behandlingen som de registrerte og deres foresatte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.

Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18) og dataportabilitet (art. 20).

Vi minner om at hvis en registrert/foresatt tar kontakt om sine/barnets rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER
Personverntjenester legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

Ved bruk av databehandler (spørreskjemaleverandør, skylagring, videosamtale o.l.) må behandlingen oppfylle kravene til bruk av databehandler, jf. art 28 og 29. Bruk leverandører som din institusjon har avtale med.

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og eventuelt rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

MELD VESENTLIGE ENDRINGER
Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til oss ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilke type endringer det er nødvendig å melde:
https://www.nsd.no/personverntjenester/fylle-ut-meldeskjema-for-personopplysninger/melde-endringer-i-meldeskjema. Du må vente på svar fra oss før endringen gjennomføres.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET
Personverntjenester vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Kontaktperson hos oss: Olav Rosness

Lykke til med prosjektet!

Vedlegg 2: Informasjonsskriv

2a Informasjonsskriv og samtykkeskjema skoleleder

FORESPØRSEL OM DELTAKELSE I FORSKNINGSPROSJEKT KNYTTET TIL EN MASTEROPPGAVE I MATEMATIKKDIDAKTIKK

Bakgrunn og formål
I forbindelse med masteroppgaven min ved Universitetet i Agder vil jeg undersøke hvilke mønstre det er i måten deltakerne kommuniserer på og hvem de kommuniserer til når de gjør en aktivitet i samarbeid i matematikk. I den forbindelse ønsker jeg å gjennomføre en aktivitet og observere deltakerne i arbeid med denne. Siden kommunikasjon innebærer mer enn ord planlegger jeg å filme i klassen når aktiviteten gjennomføres. Observasjonen skal hjelpe meg å se mønstre i måten deltakerne kommuniserer på og hvem de kommuniserer til. I etterkant av observasjonen vil jeg intervjue noen deltakere for å få utfyllende opplysninger om det som skjer i gruppa.

Målet for studien er å få større kunnskap om hvordan deltakerne kommuniserer når de samarbeider i en aktivitet. Samtidig kan informasjon om måten deltakerne kommuniserer på bidra til utvikling av min faglige kompetanse som lærer.

Hva innebærer det å delta i studien?
Deltakerne som ønsker å delta i denne studien vil få et spørreskjema om grunnskole før de kom til Norge. Dette for å kunne sette sammen en fokusgruppe som ikke har så mye skolebakgrunn. De vil videre bli observert i en matematikkøkt (maksimalt 90 minutter). For å kunne observere hele kommunikasjonen i en gruppe godt nok vil jeg bruke video. Jeg vil filme en fokusgruppe og være deltakende observatør i resten av klassen. I etterkant vil jeg intervjue noen av deltakerne for å få utfyllende opplysninger om det som skjer i klasserommet. Under observasjon og intervju vil jeg bruke en bærbar datamaskin til å filme. Jeg vil også filme intervju av deltakere i fokusgruppa for å kunne se etterpå hva deltakere snakket om da de for eksempel bruke «det», «den» og pekte på noe på videoen. I tillegg vil jeg bruke diktafon for å sikre godt opptak av lyden både i klasserommet og i intervju.

Videoopptak og observasjon i klasserommet er en unaturlig setting for deltakerne. For at de ikke skal være for opptatt av dette i den aktuelle matematikktimen vil jeg observere klassen i matematikk i forkant. Det vil også være med på å sette casen i en kontekst.

Opplysningene fra spørreskjema, observasjon og intervju anonymiseres under prosjektperioden og slettes når prosjektet avsluttes i juni 2023. Det er bare jeg og veilederne mine på Universitet i Agder som vil ha tilgang til datamaterialet. Jeg kommer ikke til å bruke navnet til informantene eller annen identifikasjon som kan kjennes igjen. Jeg har taushetsplikt og all informasjon blir behandlet konfidensielt. Prosjektet er meldt til NSD – Norsk senter for forskningsdata AS, som har vurdert at behandlingen av personopplysningene i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Mine veiledere er Anders Wiik og Jeppe Skott, tilsatt ved Universitetet i Agder, institutt for matematiske fag. De kan nås på: Anders Wiik, e-post anders.wiik@uia.no , telefon +47 91384485, Jeppe Skott, e-post jeppe.skott@uia.no

Med vennlig hilsen
Marie Helvig Bjelland

Rektor signatur
Liv Kirsti Merland Mong

2b Informasjonsskriv og samtykkeskjema faglærer

Vil du delta i forskningsprosjektet

"Hvilke representasjoner hører sammen?"

En studie av mønstre i måten det kommuniseres på og hvem det kommuniseres til i interaksjonen mellom voksne minoritetsspråklige elever i arbeid med å knytte sammen representasjoner av rasjonale tall – brøk, prosent og desimaltall. ?

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å studere hvordan voksne grunnskoledeltakere kommuniserer i smågrupper når de skal koble sammen representasjoner for rasjonale tall. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål

Dette skoleåret arbeider student Marie Bjelland med et masterprosjekt i matematikkdidaktikk som omhandler kommunikasjon mellom voksne minoritetsspråklige grunnskoledeltakere i en samarbeidsoppgave om rasjonale tall. I den forbindelse vil vi gjøre en kvalitativ casestudie for å analysere hvordan deltakerne kommuniserer, og hvem de kommuniserer til.

Det er planlagt at gjennomføringen i klassen vil ta en dobbelttime (90 minutter). Da vil studenten være deltakende observatør i klassen, samtidig som en fokusgruppe blir filmet mens de arbeider med opplegget. I etterkant vil studenten intervjue deltakerne i fokusgruppa for å få utfyllende informasjon om deres kommunikasjon i arbeid med aktiviteten. I forkant av gjennomføringen vil studenten observere klassen et par økter i matematikk. Dette både for å kunne sette casestudien i en kontekst, og for at det ikke skal bli en helt ny situasjon at jeg observerer dem. For å velge ut fokusgruppa svarer deltakerne som skal være med på et kort spørreskjema i forkant av observasjonen.

Forskningsspørsmålet for studien er:
Hvilke mønstre kan man se i måten det kommuniseres på og hvem det kommuniseres til i interaksjonen mellom voksne minoritetsspråklige grunnskoledeltakere med lite skolebakgrunn som jobber i smågrupper med en aktivitet hvor de skal koble sammen representasjoner av rasjonale tall; brøk, prosent og desimaltall?

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

Universitetet i Agder er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Grunnen til at vi spør deg om å delta er at du er faglærer i en klasse matematikklasse med voksne minoritetsspråklige deltakere på grunnskole. I tillegg til at du som lærer får spørsmål om å delta i studien, vil deltakerne i klassen få en lignende forespørsel.

Hva innebærer det for deg å delta?
Deltakelse i prosjektet vil for din del innebære at du er med på en økt (90 minutter) med gjennomføring av opplegg til casen i klassen, samt at du og klassen blir observert et par matematikkøkter i forkant av dette.

Datainnsamling i denne studien vil være observasjon, videoopptak, semistrukturert intervju, samt et spørreskjema til deltakerne i klassen. Hovedfokus i datainnsamlingen er kommunikasjon mellom deltakerne i klassen, men i og med at du er lærer i klassen vil din rolle også observeres og du kan bli en del av videoopptaket om de kommuniserer med deg i arbeidet de gjør.

Det er frivillig å delta
Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger
Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. Det er bare studenten, og hennes veiledere ved Universitetet i Agder, Jeppe Skott og Anders Wiik, som vil ha tilgang til dataene til prosjektet.

Dataene til studien vil blir lagret på Universitetet i Agder sin server som har tofaktorautentisering.

I den publiserte masteroppgaven vil alle deltakere anonymiseres, også skolen hvor studien er gjennomført.

Hva skjer med personopplysningene dine når forskningsprosjektet avsluttes?
Prosjektet vil etter planen avsluttes i juni 2023. Etter prosjektslutt vil datamaterialet med dine personopplysninger slettes.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?
Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra Universitetet i Agder har Personverntjenester vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Dine rettigheter
Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:
innsyn i hvilke opplysninger vi behandler om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene
å få rettet opplysninger om deg som er feil eller misvisende
å få slettet personopplysninger om deg
å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å vite mer om eller benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:
Marie Helvig Bjelland, student, på e-mail mariebj@student.uia.no eller telefon +47 91169168
Anders Wiik, veileder, på e-mail anders.wiik@uia.no eller telefon +47 91384485

Vårt personvernombud: Trond Hauso, e-mail personvernombud@uia.no, telefon +47 93601625

Hvis du har spørsmål knyttet til Personverntjenester sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:
Personverntjenester på epost (personverntjenester@sikt.no) eller på telefon: 53 21 15 00.

Med vennlig hilsen

Anders Wiik (Forsker/veileder)	Marie Helvig Bjelland (student)

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet «Hvilke representasjoner hører sammen», og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

å delta i observasjon og videoopptak

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

----

(Signert av prosjektdeltaker, dato)

2c Informasjonsskriv og samtykkeskjema deltakere

Vil du delta i forskningsprosjektet

"Hvilke representasjoner hører sammen?"

En studie av mønstre i måten det kommuniseres på og hvem det kommuniseres til i interaksjonen mellom voksne minoritetsspråklige elever i arbeid med å knytte sammen representasjoner av rasjonale tall – brøk, prosent og desimaltall. ?

Hei! Har du lyst å være med i et forskningsprosjekt? Vi ønsker å finne ut hvordan voksne deltakere på grunnskole kommuniserer med hverandre når de skal samarbeide om en aktivitet i matematikk.

Formål

I dette prosjektet vil vi finne ut hvordan dere kommuniserer med hverandre i klassen når dere gjør en aktivitet i matematikk i smågrupper.

Vi har lyst til å se hvordan alle deltakerne i matematikklassen din arbeider med oppgaven. Noen av dere vil Marie, som er student, også snakke med etterpå for å forstå bedre hvorfor dere kommuniserer som dere gjør. Vi håper du vil være med!

Når Marie ser hvordan dere jobber og intervjuer deg vil hun for eksempel stille deg spørsmål som:

-hvordan opplevde du kommunikasjonen i gruppa?

-hva mente du da du sa/gjorde det?

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

Universitetet i Agder er ansvarlig for forskningsprosjektet.

Studenten som skal gjennomføre forskning på skolen din heter Marie Bjelland.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Vi spør deg om å være med, fordi du går på grunnskole for voksne i Norge og har et annet morsmål enn norsk. Alle i matematikklassen din blir spurt om å være med.

Hvis du har lyst å være med i forskningsprosjektet, må du skrive under på siste ark i dette brevet.

Hvis du ikke har lyst å være med skal du ikke skrive under.

Hva betyr det for deg å delta?

Hvis du har lyst å delta i forskningsprosjektet vil Marie komme i klassen i en matematikktime for å se hvordan dere kommuniserer når dere jobber med en aktivitet i grupper. For å kunne finne ut mest mulig om hvordan dere kommuniserer er det nødvendig å kunne se situasjonen flere ganger. Derfor bruker vi en datamaskin for å filme. Denne kommer til å stå ved siden av en av gruppene sammen med en lydopptaker. Alle som er i klasserommet kan komme med på filmen. Etterpå vil Marie gjerne snakke med noen deltakere om det vi ser om kommunikasjon på filmen. Spørsmålene vil handle om kommunikasjonen i gruppa. Det vil være god hjelp for å forstå det som skjer bedre.

Aktiviteten i matematikktimen vil vare 90 minutter. Intervjuet vil ta omtrent 30 minutter.

Hvis du har lyst å være med, vil vi også samle inn informasjon om hvor lenge og hvor du har gått på grunnskole før du kom til Norge.

Det er frivillig å delta
Det er frivillig å delta i prosjektet. Det betyr at du kan velge selv om du har lyst å være med eller ikke. Ingen andre kan velge dette for deg. Det er bare du som kan samtykke. Samtykke betyr at du sier at du synes noe er greit.

Hvis du vil delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Det betyr at det er lov å ombestemme seg, og det er helt i orden. All informasjon om deg vil da bli slettet.

Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller om du først sier «ja» og så «nei». Hvis du ikke vil være med får du lære det samme som de andre i klassen. Den dagen vi skal gjennomføre forskningen deler vi klassen slik at de som har samtykket er i et rom, og de som ikke har samtykket er i et annet rom med egen lærer. Det er ingen som blir sure på deg hvis du ikke samtykker og det vil ikke ha noe å si for skolegangen din.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger
Vi vil bare bruke informasjonen om deg til å finne ut hvordan dere kommuniserer med hverandre om matematikk i arbeidet og hvem dere kommuniserer til.
Vi vil ikke dele din informasjon med andre. Det er bare Marie Bjelland og to veiledere på Universitetet i Agder som har tilgang til informasjonen. De to veilederne heter Anders Wiik og Jeppe Skott.
Vi passer på at ingen kan få tak i informasjonen som vi samler inn om deg.
Vi lagrer all informasjon på en sikker datamaskin.
Vi sletter lydopptak fra intervjuet når vi har skrevet ned alt som vi har snakket om.
Vi passer på at ingen kan kjenne deg igjen når vi skriver forskningsartikler. Vi vil for eksempel finne opp et annet navn når vi skriver om deg.
Vi følger loven om personvern.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?
Vi er ferdig med forskningsprosjektet i juni 2023.
Da vil vi passe på at all informasjon om deg er slettet.

Dine rettigheter
Hvis det kommer frem opplysninger om deg i det som vi skriver, eller har i dokumentene våre, har du rett til å få se hvilken informasjon om deg som vi samler inn. Du kan også kan be om at informasjonen slettes slik at den ikke finnes lenger. Hvis det er noen opplysninger som er feil kan du si ifra og be oss rette dem. Du kan også spørre om å få en kopi av få informasjonen av oss. Du kan også klage til Datatilsynet dersom du synes at vi har behandlet opplysningene om deg på en uforsiktig måte eller på en måte som ikke er riktig.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?
Vi behandler informasjon om deg bare hvis du sier at det er greit og du skriver under på samtykkeskjemaet.

Hvor kan jeg finne ut mer?
Hvis du har spørsmål om studien, kan du ta kontakt med:

Marie Helvig Bjelland, student, på e-mail mariebj@student.uia.no eller telefon +47 91169168
Anders Wiik, veileder, på e-mail anders.wiik@uia.no eller telefon +47 91384485

Vårt personvernombud: Trond Hauso, e-mail personvernombud@uia.no, telefon +47 93601625

Universitetet i Agder har bedt Personverntjenester se om prosjektet følger loven om personvern. Personverntjenester har gjort dette, og mener at vi følger loven.

Hvis du lurer på hvorfor Personverntjenester mener dette, kan du ta kontakt med: Personverntjenester på epost (personverntjenester@sikt.no) eller på telefon: 53 21 15 00.

Med vennlig hilsen

Anders Wiik (veileder ved UIA)	Marie Helvig Bjelland (student)

Samtykkeerklæring
Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *«Hvilke representasjoner hører sammen»*, og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

å delta i observasjon med video
å delta i spørreskjema
å delta i intervju

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

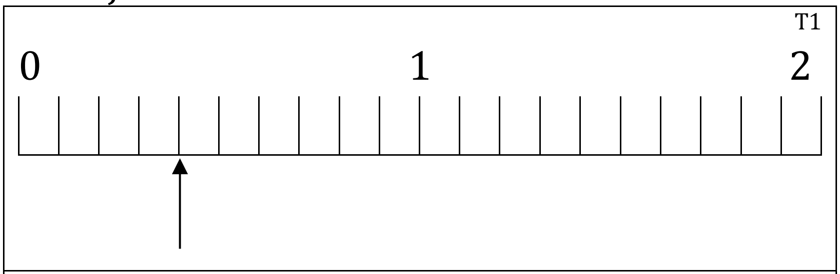
----
(Signert av prosjektdeltaker, dato)

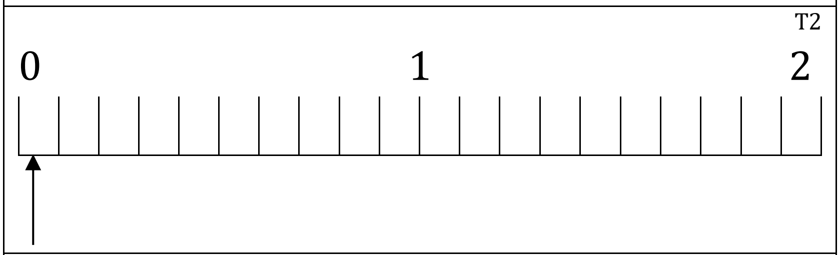
Vedlegg 3: Kort til gruppearbeid i studien

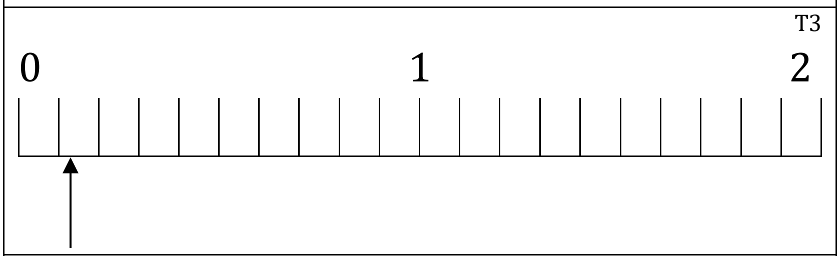
Desimaltall

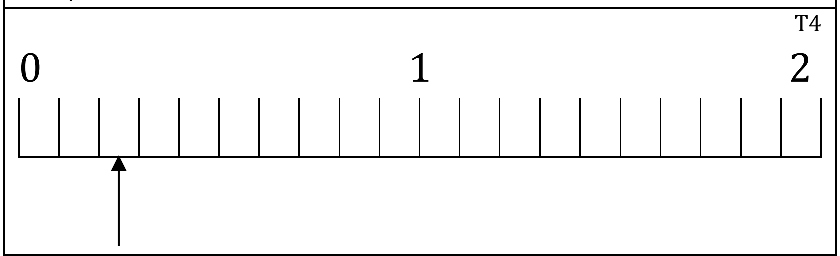
D1 0,8	D2 0,04
D3 0,4	D4 0,125
D5 0,25	D6 1,25

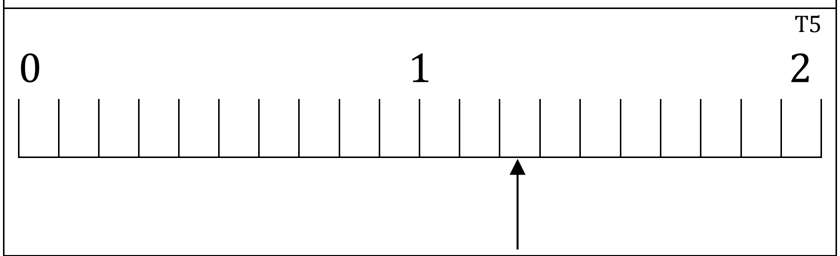
Tallinjer

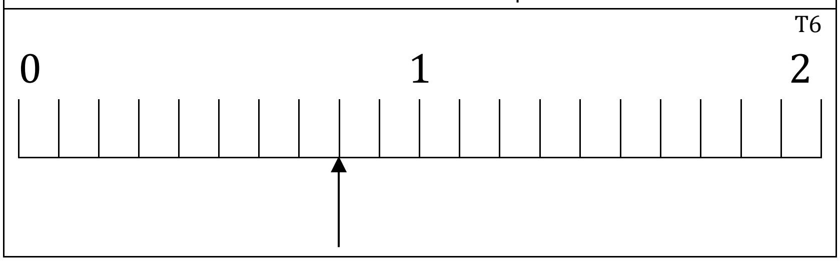








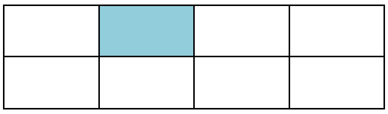
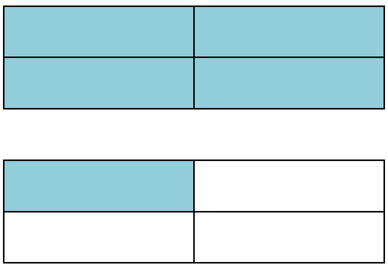


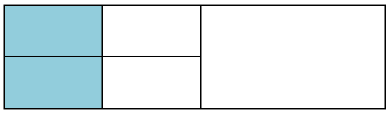
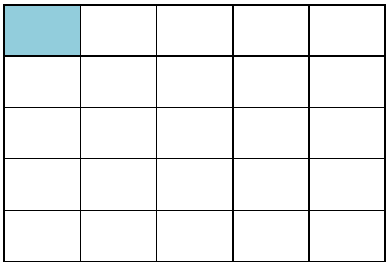
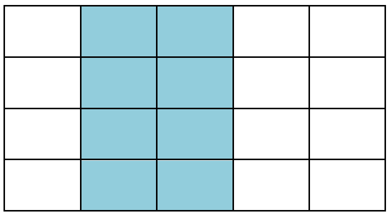


Brøk

B1 $\frac{4}{10}$	B2 $\frac{2}{5}$
B3 $\frac{125}{100}$	B4 $\frac{4}{100}$
B5 $\frac{1}{8}$	B6 $\frac{4}{5}$
B7 $\frac{1}{4}$	B8 $\frac{1}{25}$

Illustrasjon, prosent og tekst

I1 	P1 4 %	T1 Han må bruke to femdeler av lønnen til å betale husleie.
I2 	P2 25%	T2 Salget av Polestar-biler har økt med omtrent hundre og tjuefem prosent i Norge i første del av 2022.

I3 	P3 80 %	T3 Norges bank forventer at prisene på boliger i Norge kan synke fire prosent det neste året.
I4 	P4 12,5%	T4 3 måneder er en firedel av et år. Det kaller vi et kvartal.
I5 	P5	T5
I6 	P6	T6

Vedlegg 4: Spørreskjema

Spørreskjema

Masterprosjekt «Hvilke representasjoner passer sammen?»

Spørsmål:

Hva heter du?

Navn: ____

Hvor mange år har du gått på grunnskole før du begynte på grunnskole for voksne i Norge?

Svar: ___________ år

I hvilket eller hvilke land har du gått på grunnskole før du begynte på grunnskole for voksne i Norge?

Svar: ____

Takk for at du svarte.

Vedlegg 5: Observasjonsguide, kontekst

Observasjonsguide
Kontekst
Dato:

Generelt om timen

Hvilke metoder bruker læreren i undervisning av tema?

Kommunikasjon – hvilke måter og til hvem?
I gjennomgang – lærer – elev

I individuelt arbeid og samarbeid – lærer – elev

I individuelt arbeid og samarbeid – elev – elev

Hvordan ser det ut som elevene forstår temaet rasjonale tall

Hvilke utfordringer observeres i temaet rasjonale tall?

Vedlegg 6: Observasjonsguide

Observasjonsguide

Introduksjonsoppgaver med svar på lapp
Hva er desimaltallet 0,6 som prosent?

Er 0,2 det samme som $\frac{2}{10}$?

Er $\frac{3}{5}$ det samme som 3,5?

Skriv en brøk som er likeverdig med $\frac{4}{10}$

Hva er desimaltallet 1,5 som prosent?

Sett disse brøkene i stigende rekkefølge: $\frac{2}{7}, \frac{5}{9}, \frac{1}{12}$

Generelt inntrykk fra gjennomføring

I slutten/oppsummering:

Observasjon av gruppearbeidet

Gruppe 1 – fokusgruppe Alea, Cala, Bilal
Kommunikasjonsformer

Hvem kommuniserer med hvem?

Hva gjør at kommunikasjonen evt stopper opp?

Hva gjør utfordringer med rasjonale tall med kommunikasjonen?

Mønster?

Misoppfatninger og utfordringer om rasjonale tall

Gruppe 2:
Kommunikasjonsformer

Hvem kommuniserer med hvem?

Hva gjør at kommunikasjonen evt stopper opp?

Hva gjør utfordringer med rasjonale tall med kommunikasjonen?

Mønster?

Misoppfatninger og utfordringer om rasjonale tall

Gruppe 3:
Kommunikasjonsformer

Hvem kommuniserer med hvem?

Hva gjør at kommunikasjonen evt stopper opp?

Hva gjør utfordringer med rasjonale tall med kommunikasjonen?

Mønster?

Misoppfatninger og utfordringer om rasjonale tall

Gruppe 4:
Kommunikasjonsformer

Hvem kommuniserer med hvem?

Hva gjør at kommunikasjonen evt stopper opp?

Hva gjør utfordringer med rasjonale tall med kommunikasjonen?

Mønster?

Misoppfatninger og utfordringer om rasjonale tall

Vedlegg 7: Intervjuguide

Det er deltakernes opplevelser og tanker som er fokus i intervjuet. Dette vil gjøre det lettere for forskeren å forstå situasjonene fra videoopptaket, og det vil gi rom for tolkning som ikke bare baserer seg observasjonen.

I den første delen av intervjuet får deltakeren snakke om sin opplevelse av kommunikasjonen i gruppen. I den andre delen av intervjuet brukes video-stimulated recall som metode for å få en bedre forståelse for det som er på videoen fra matematikktimen. Der er det ulike spørsmål til hver av deltakerne.

Intervjuet gjennomføres som et semistrukturert intervju. Det vil være ulikt hvilke spørsmål som trengs for å få relevant informasjon til å besvare forskningsspørsmålet.

Deltakerens opplevelse av matematikkfaget generelt og gruppearbeidet

Hva synes du om matematikkfaget?

Hjelpespørsmål:

- Hva liker du med faget?
- Hva synes du er utfordrende i faget?
- Hvordan opplever du undervisningen i klassen?

Hvordan opplevde du kommunikasjonen i gruppa di?

Hjelpespørsmål:

- Forstod du det de andre deltakerne kommuniserte?
- Opplevde du at de forstod deg?
- Stoppet kommunikasjonen opp? Eventuelt hvorfor?

Video-stimulated recall

I denne delen vil spørsmålene være knyttet til situasjoner på videoopptak. Deltakerne får se disse og svare på spørsmål. Hvilke spørsmål som blir stilt til hvilke situasjoner planlegges når data på video foreligger og det blir vurdert hvilke situasjoner det er behov for mer informasjon om.

Aktuelle spørsmål:

- Hva mente du da du sa/gjorde/pekte/ på denne måten?
- Hva forstod du at han/hun mente her?
- Hvorfor valgte du å gjøre/si dette?
- Husker du hva du tenkte her?
- Hvorfor spurte dere om hjelp fra læreren her?
- Hvorfor tror du kommunikasjonen stoppet her?
- Hvem snakker/viser du til her?

Alea: Spørsmål fra videoopptak av gruppearbeidet

0:00:56 «Den har en dele». Hvorfor mener du at 0,4 er mindre enn 0,04? Forstår du hva de andre mener når de sier at 0,04 er mindre?

0:01:56 «1 av 100 minste»

0:06:25-7 «Ikke tenke på den, for den ikke…» Hva tegner/skriver du her? Hva vil du forklare?

0:15:04 Bilal: «Den er en» Alea: «Null komma syv fem»

0:16:05 Du skriver mye og er ikke så mye i samtalen. Hva skriver du? Hvorfor velger du å gjøre det?

0:21:00 Hva mener du med det du sier her?

0:25:00 Husker du hva du tegner/skriver her?
0:28:00 Den er riktig 1/25 er 1,25. Hvorfor mente du det?
0:34:10 Husker du hvilke brøker dere diskuterte her?
Du sitter stille og skriver mye. Hva skriver du? Hører du etter på de andre imens. Forstår du hva de sier?
0:55:22 Du sier «prosent ikkje 0». Hva mener du med det du sier?

Bilal: Spørsmål fra videoopptak av gruppearbeidet
0:01:56 «Null komma null fire er minst». Hvorfor mente du det?
0:06:25-08:00 «Ikke tenke på den, for den ikke…» Hva mener du med at det ikke er det samme? Hva forstod du at Alea ville illustrere/vise?
0:09:00 Forstår du hva læreren forklarer her?
0:14:45 «Jeg også». Forstod du?
0:15:04 Bilal «Den er en» Alea «Null komma syv fem». Forstod du hva Alea mente?
0:19:58 Huske du hva du mente da du forklarte her?
0:24:28 Hvorfor vil du lese på tallinja for 1,25?
0:28:00 Forstår du hva Alea prøver å forklare når hun mener at 1/25 er det samme som 1,25? Du sier først nei.
0:30:25 Du har først sagt til Cala at hun ikke skal bruke kalkulator. Så har du sagt flere ganger til de andre at 125 delt på 100 er 1,25. Nå ber du Cala slå det inn på kalkulatoren. Hvorfor?
0:36:00 Du tenker at dere er ferdig. Hva er det du ikke forstår her?
0:51:28 Hva skriver/tegner du på figuren?
0:54:43 Alea sier hun ganger med 100. Forstår du dette? Hvorfor gjør hun det?
Hvorfor velger du å bruke kalkulator på slutten når dere diskutere 12,5%?

Cala: Spørsmål fra videoopptak av gruppearbeidet
0:04:00 Bilal: «Hvis du ta 0,4 dele 10 du få 0,04». Forstår du hva han mener?
0:04:42 Du snakker med gruppa bak. Hva snakker dere om?
0:06:25-08:00 Bilal: «Ikke tenke på den, for den ikke…» Hva mener du med at det ikke er det samme? Hva forstod du at Alea ville illustrere/vise?
0:09:00 Forstår du hva læreren forklarer her?
0:15:04 Bilal «Den er en» Alea «Null komma syv fem». Forstår du hva de mener?
0:15:17-16:00 Hva sier du her? Forstår du hva Bilal prøver å forklare?
0:18:16 Hvorfor velger dere å flytte om her?
0:19:35 Hvorfor påkaller du læreren her?
0:19:58 Du gjentar en del av det Bilal sier her. Hva mente du med det du sa?
0:23.07 Hvorfor snur du deg til gruppa bak? Hva snakker dere om?
0:24:39 Hva sier du? (snakker ikke norsk)
0:26:41 Hvorfor velger du å bruke kalkulator når dere skal plassere brøkene? Hva skrev du inn på kalkulatoren?
0:33:50 Hva sier du? (snakker ikke norsk)
0:34:10 Husker du hvilke brøker dere diskuterte her?
0:43:46 Du går til gruppa bak. Hvorfor? Hva snakker dere om?
0:52:14 Forstår du hva Alea mener når hun forklarer hvorfor hun flytter figuren? Hva mener du med 1,24 1,25?
0:54:43 Alea sier hun ganger med 100. Forstår du dette? Hvorfor gjør hun det?
0:55:22 Alea sier «prosent ikkje 0» og du gjentar det samme. Litt senere sier du «prosent ikkje 0» Hva mener du med det du sier?

Vedlegg 8: Sammendrag av intervjuene

8a Sammendrag av intervju med Alea

Hva synes du om matematikkfaget?

Alea: «Det er litt vanskelig.» «Jeg har studert matematikk for lenge siden på skole i *hjemland*.» «Men det er forskjellig måte (metode) i matematikk i Norge og i *hjemland*.» «Noen ganger hjelper sønnen min meg. Han er flink i matematikk.» «Jeg har gått litt på skole i hjemlandet mitt, men det er ca tretti år siden.»
Intervjuer: «Hva er det i matematikk du synes er vanskelig.»
Alea: Det er vanskelig å regne med prosent (for eksempel å finne skatt).
Ligninger er vanskelig, men kanskje jeg kommer til å synes det er lett etter hvert.

Hvordan synes du matematikkundervisningen er i klassen?

Alea: «Læreren er veldig bra. Det er bra timer.» Bekrefter at hun syns opplegg i timene med gjennomgang og arbeid der de får hjelp av læreren når det trengs er bra.
«Hvis jeg trenger hjelp får jeg det av læreren.»
«Men jeg tenker på feil måte noen ganger.» Hun synes derfor det kan være vanskelig å vite om hun har gjort oppgavene riktig eller feil.

Hvordan opplevde du kommunikasjonen i gruppa di?

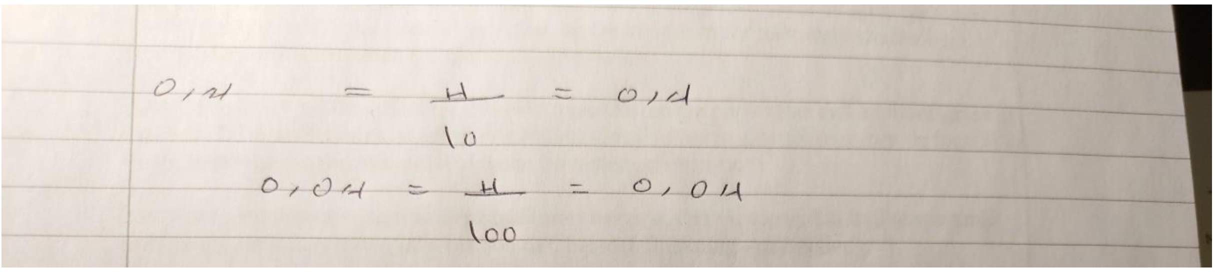
Alea: Forstod hva de mente, men noen ganger var det uenigheter i gruppen om hva som var riktig. Hun sier etterpå at hun forstod Bilal godt, men at det noen ganger var vanskelig å forstå Cala. Da tok det tid før hun forstod hva Cala mente. Det er både på grunn av uttale og måtene hun forklarer på. Men de prøver å hjelpe hverandre.
Hun tror de også forstod henne.

Spørsmål til konkrete hendelser i gruppearbeidet

0:00:56 «Den har en dele». Hvorfor mener du at 0,4 er mindre enn 0,04?
Intervjuer: Forstår du hva de andre mener når de sier at 0,04 er mindre?
Alea: En desimal (peker for å forklare).
Mente det på grunn av antall desimaler.
Forstod da læreren forklarte da de jobbet hvorfor det ikke er riktig.

0:01:56 «1 av 100 minste»
«Den (peker på 0 på tidelsplass i 0,04) er 0 av hundre.»
Intervjuer: «Du tenkte at den var hundredel?»
Alea: «Ja»
Intervjuer: «Den er tidel.»
Alea: «Tidel? Ah.»
Intervjuer: «Den er hundredel» (peker på 4 i 0,04)
Alea: «Ja, ja ja.» Nikker bekreftende.
Får bekreftet at hun byttet de om i timene med gruppearbeid.

0:06:25-7 «Ikke tenke på den, for den ikke…»
Intervjuer: Hva tegner/skriver du her? Hva vil du forklare? (tegner tallinje for å prøve å forklare at 0,04 er større enn 0,4)
Intervjuer: «Du skriver en del mens dere snakker.»
Alea: «Når jeg tenker jeg snakker feil.»
«Jeg husker ikke hva jeg gjorde. Men jeg tror jeg skrev.» *Får papir hun skriver på.* Sier det hun skriver. Vil ha bekreftet etterpå at det er riktig utregning.



«Jeg skriver her. Etterpå ville jeg forklare til Cala og Bilal. Men hun tenker jeg har feil.»

0:15:04 Bilal: «Den er en» Alea: «Null komma syv fem»
Intervjuer: «Husker du hvor du mente 0,75 var på tallinjen?»
Alea: «Null komma en, to, tre, fire, fem, seks, syv, åtte, ni (.) En hel.» Peker på tidelsstrekene og en på tallinje.
Intervjuer: «ja»
Alea: «Den null komma tjuefem» (peker på første tidelsstrek på en tallinje). «Den null komma (.) eh (.) Null komma femti.» (peker på neste tidelsstrek.) «Null komma (.) Nei, det er feil. Null komma. Nei det er feil (.). En, to, tre, fire, fem. Den er null komma fem» (Bruker tidelesstrekene å telle på etter at hun har sagt det første er feil.). Kommer ikke videre enn dette. Sier de (tallinjene) var vanskelige å forstå.

0:16:05
Intervjuer: «Du skriver mye og er ikke så mye i samtalen. Hva skriver du? Hvorfor velger du å gjøre det?»
Alea: «Jeg skriver. Etterpå sjekke om den er riktig eller nei.» (peker på brøkene).
Intervjuer: «Sjekker du tallinjene? Se på filmen. Dere har ikke fått brøkene enda.»
Først sier hun at hun ikke husker. Så bekrefter hun at hun sjekket tallinjene mot desimaltallene.
Intervjuer: «Du skriver ganske mye på papir mens dere jobber. Hvorfor gjør du det?»
«Når jeg skriver på papir, etterpå husker hvordan skal jobbe.» (5s) « Fordi i *hjemland* bruker vi ikke datamaskin eller kalkulator, bare blyant.»
Intervjuer: «Så du er vant med å gjøre det med bare blyant.»
«Ja.»

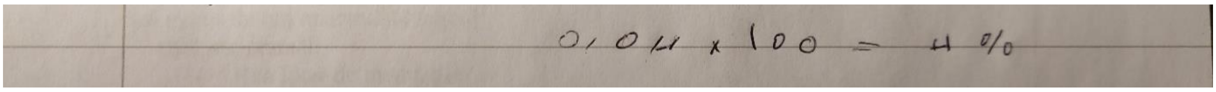
0:21:00
Intervjuer: «Hva mener du med det du sier her? Du sa null komma syttifem.»
Alea teller tideler på tallinjene. Det er nesten null komma åtte. Avbryter seg selv.
Sier hun ikke husker ikke hva hun mente.

0:28:00 Den er riktig 1/25 er 1,25.
Intervjuer: «Hvorfor mente du det?»
Alea: «Den er del av en.» Peker på 25 og så 1 i 1,25. *(motsatt av brøken det er spørsmål om)*
Intervjuer gjentar for å få bekreftet at hun mener 1/25 i desimaltallet.
Intervjuer: «Men hvorfor hadde du satt denne brøken her?» (1/25)
Alea: «Ikke jeg. Kanskje Cala hadde gjort det.» (*Det var Alea som plasserte 1/25 ved 1,25)*
Alea: «Jeg tror ikke det er riktig med den der.»
Intervjuer: «Hvorfor tror du ikke det er riktig?»
«Fordi tjuefem av en» (peker på sifrene hun sier i desimaltallet)
Intervjuer: «Men du har en hel og null komma tjuefem her.»
Alea: «Ja, en hel og tjuefem av hundre.»

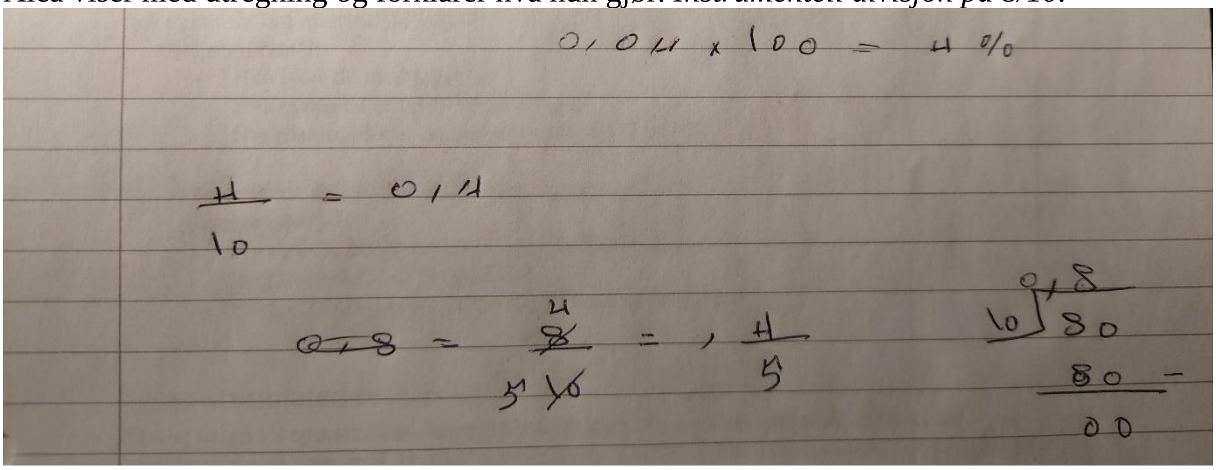
Intervjuer: «Så derfor tenker du at 1/25 ikke er riktig?»
Alea: «Ja.»
Etterpå vil hun ha forklaring fra læreren om hvilken brøk som er riktig til 1,25.

0:34:10 Husker du hvilke brøker dere diskuterte her?
Intervjuer: «Du sitter stille og skriver mye. Hva skriver du? Hører du etter på de andre imens. Forstår du hva de sier?» (se eksempel i bildet under)
Alea: «Vi diskuterte 4/100 og 4/10» Peker på brøkene.
Peker så på 0,25 og sier den er 25 av 100.
Peker på 0,125 og sier den er 1/8. Intervjuer spør hvorfor. Da sier hun at hun husker for lenge siden at hun kunne ta etter komma: 1+2+5=8. Åtte deler. Derfor 1/8.
Intervjuer sier vi ikke kan finne brøk på den måten, uten forklaring.

0:55:22
Intervjuer: «Du sier «prosent ikkje 0». Hva mener du med det du sier?»
Alea: «Prosent du må..» Avbryter seg selv. Skriver



Intervjuer: Mener du at den ikke er null prosent (0,04) eller at det ikke går an å ha null prosent?
Alea: «Jeg mente at den ikke var null prosent. Men de mente at det var feil.»
«Vi var ikke enige. Vi diskuterte mye.»
Intervjuer: «Du skriver mye.»
Alea: «Ja, jeg vil sjekke om de (brøkene) er riktig.
Intervjuer: «Hvordan gjør du når du sjekker brøkene?»
Alea viser med utregning og forklarer hva hun gjør. *Instrumentell divisjon på 8/10.*



Intervjuer: «Så du satt og sjekket?»
Alea: «Jeg gjorde det. Men de sa jeg er feil.»
Intervjuer: «Når du sitter og skriver. Hører du etter hva de andre sier, eller er du mest opptatt av det du gjøre selv?»
Alea: «Først sjekker jeg og plasserer lappen her. Men Cala sier «Nei, det er ikke riktig. Nei.»»
Intervjuer gjentar spørsmålet.
Alea: «Når jeg skriver hører jeg ikke på de andre. Da er jeg konsentrert om det jeg skriver.»

8b Sammendrag av intervju med Bilal

Hva synes du om matematikkfaget? Liker du matematikk, er det noe du liker?
Bilal sier han liker faget fordi han vil bli snekker.
Bilal: «Matematikk i Norge er vanskelig fordi det er første gang jeg lærer matematikk.»
Han forteller at han bare har lært addisjon og subtraksjon på skole før han kom til Norge. Som barn sluttet han på skolen etter fire år. Derfor føler han at den første matematikkopplæringen han får er i Norge.

Bilal sier han synes addisjon og subtraksjon er lett. Det andre er vanskelig. «Men når jeg bruker kalkulator går det bra.» Vanskelig å lese desimaltall på tallinjer. Det var vanskelig da vi startet med prosent, men nå begynner jeg å forstå det bedre.

Hvordan opplever du undervisningen i klassen?
Sier han får hjelp av læreren og synes læreren forklarer godt.
I timene pleier læreren å gå gjennom ting på tavla først. Etterpå jobber de med oppgaver. Da får de hjelp av læreren når de trenger det. Bilal sier han trenger mye hjelp. Det går bra når læreren forklarer han.
«Jeg må ofte spørre læreren om hjelp.»
«Jeg tror mange i klassen er sånn som meg.»

Hvordan opplevde du kommunikasjonen i gruppa di?
Han svarer lite på det som angår kommunikasjon i gruppen, men heller hvordan gruppearbeidet fungerte.

Først forteller han om hva som var vanskelig i oppgaven. Sier at han syns at brøkene med 10 eller 100 som nevner gikk fint, men at de andre, for eksempel 1/8 var vanskelige når han ikke kunne bruke kalkulator. Det syns de andre også.

Han sier at han forstod det de andre sa og tror at de forstod han.
Forteller også at det ble brukt kalkulator da læreren ikke så på. «Det ville jeg ikke, for da kommer ikke svaret fra mitt hode.» «Når jeg gjør feil kan jeg heller spør lærer.» «Jeg vet det går bra (forstår: blir riktig) når jeg bruker kalkulator, men det kommer ikke fra mitt hode.»
Forteller at Cala også snakket med gruppen bak dem. Da prøvde han å forklare henne at de skulle komme fram til svarene selv i sin gruppe. Man kan ikke stole på at de andre har gjort rett.

Spørsmål til konkrete hendelser i gruppearbeidet
0:01:56
Intervjuer: Her sier du: «Null komma null fire er minst». Hvorfor mente du det?
Bilal leser først opp tallet uten å forklare. Blir så spurt om hvorfor for eksempel 0,04 er mindre enn 0,125. Det forklarer han ut fra antall desimaler. Blir så spurt om hvorfor 0,04 er mindre enn 0,4 som bare har en desimal. Forklarer da at «Den har fire der, men den har null der.» og peker på tidelsplassen.

0:06:25-08:00
Intervjuer: Her sier du: «Ikke tenke på den, for den ikke…» Hva mener du med at det ikke er det samme? Hva forstod du at Alea ville illustrere/vise?
Bilal: «Ja. Alea tegnet den (peker på tallinje). Jeg tenkte at desimaltall kom fra prosent. Det var før vi fikk lappene med tallinje. Men den (peker på tallinje) viser også desimaltall.»

Forteller videre at Alea mente at 0,04 var større enn 0,4, og at det var det hun ville bruke tallinjen til.
«Jeg tror den viser celsius (peker på tallinjene), men den kan også vise desimaltall.»
Intervjuer: Forstår du hva Alea prøvde å si? Bilal: «Ja. (.) Men det var ikke riktig fordi 0,4 er større enn 0,04.»

0:09:00
Intervjuer: Forstår du hva læreren forklarer her? (Forklarer at for å sammenligne desimaltallene med null på enerplass må vi først se på tierplassen og sammenligne.)
Bilal nøler. Intervjuer spør hvorfor 0,125 for eksempel er større enn 0,04. «Den er størst. (peker på 0,125) fordi den har tre tall.»
Intervjuer prøver å forklare ved å se på flere av tallene. Spør hvorfor 0,4 er større enn 0,25. Bilal svarer noe usikkert. «Tjuefem større, kanskje. Null komma fire større fordi den har fire her (peker på tidelsplass) og den har to der.»
Mener fortsatt 0,125 er størst. «Hundre og tjuefem (peker på 0,125). Tjuefem (peker på 0,25). Den er større (peker på 0,125).»
Intervjuer forklarer på ny om plassverdi og hvordan vi kan sammenligne ved å sette null på de tomme plassene bak slik at det blir like mange desimaler. Bilal nikker til dette og gjentar at vi må se på denne plassen først.

0:14:45
Intervjuer: Her sier du:«Jeg også». Forstod du? (Alea sier at hun ikke tror dette er riktig først. Tallinje til 0,4 plassert ved 0,04)
Bilal begynner først å snakke om brøkene ved 0,04 og at de diskuterte dem. Intervjuer må stoppe han og si at de ikke hadde fått brøkene på tidspunktet filmen viser.
«Kanskje jeg ikke forstod henne. Jeg vet at den (peker på tallinje 0,4) ikke er riktig til den (peker på 0,04).»

0:15:04 På filmen: Bilal: «Den er en» Alea: «Null komma syv fem».
Intervjuer: Forstod du hva Alea mente? (prøver å forklare tidelsstrekene tallinjen).
Bilal: «Vi diskutere mer om disse tallinjene (til 0,04 og 0,4). Jeg forstod dem. Jeg tror hun (peker på Cala på videoen) også forstod dem. Men jeg tror ikke Alea forstod dem.»
Intervjueren må igjen spørre om han forstod hva Alea mente da hun sa 0,75 og pekte på en av tallinjene. Da forklarer Bilal at de syns det var vanskelig når pilen på tallinjen stod uten at det var en (tidels)strek der. Det var derfor vanskelig å forstå hvilke desimaltall tallinjene viste. Kunne sammenligne tallinjene i forhold til hverandre.
«Denne er mellom den og den (peker på pilen mellom to av tidelsstrekene på tallinjen til 0,125). Hvorfor er det 0,125?» «Vi tenkte at den viser mindre (peker på tallinje til 0,04).» «Vi ser fra null til den (peker på pil på tallinje.)»

0:19:58
Intervjuer: Husker du hva du mente da du forklarte her? (Forklarer at på tallinjen som viser 0,125 er det tjue til den første streken og så fem til pilen. Han vil derfor plassere den ved 0,25)
Bilal forklarer at de lurte på hvor de skulle finne 0,25. Kanskje viste strekene fem, og ikke ti nå. Bekrefter at det var vanskelig å lese tallinjene og vite hva (tidels)strekene stod for.
Intervjuer: «Nå forstår jeg bedre.»

0:24:28
Intervjuer: «Hvorfor vil du lese på tallinja for 1,25?»

Bilal sier han synes den også er vanskelig fordi den er tjuefem. Sier at 1,25 og 0,25 er like. Intervjuer må rydde opp i at han mener at desimalene er like. Han forklarer at 1,25 er størst siden den har 1 «her» (peker på enerplassen).
Intervjuer forstår det som at denne tallinjen er like komplisert å forstå som de andre som ikke viser hele tideler.

0:28:00
Intervjuer: «Forstår du hva Alea prøver å forklare når hun mener at 1/25 er det samme som 1,25? Du sier først nei.»
Bilal: «Alle de er vanskelige» (peker på brøken). «Når vi ikke kan bruke kalkulator er det vanskelig å finne desimaltall som passer til den.»
Klarer ikke å forklare hvorfor den ikke passer der.

0:30:25
Intervjuer: «Du har først sagt til Cala at hun ikke skal bruke kalkulator. Så har du sagt flere ganger til de andre at 125 delt på 100 er 1,25. Nå ber du Cala slå det inn på kalkulatoren. Hvorfor?»
Bilal svarer først «nei». Etterpå sier han: «Fordi vi var ferdige og vi ville se om det var riktig.»

0:36:00
Intervjuer: «Du tenker at dere er ferdig. Hva er det du ikke forstår her?»
Bilal: «Sånn som jeg har sagt» Peker på alle brøkene som ikke har 10 eller 100 som nevner.

0:51:28
Intervjuer: «Hva skriver/tegner du på figuren?»
Bilal: «Vi snakket om den» (Figuren til 0,25). «Den ene er større. Hvilken brøk passet den til? Vi tenkte det var to åttedeler.»

0:54:43
Intervjuer: «Alea sier hun ganger med 100. Forstår du dette? Hvorfor gjør hun det?»
Bilal: «Hun (Alea) diskuterer om 4% passer med 0,4.» Intervjuer må spørre på ny om det som var spørsmålet. I: «Forstår du hvorfor hun ganger med hundre?» Snakker om en del annet og må spørres flere ganger, også ved konkrete tall på plakaten. B: «Fordi hun finner prosent.»

8c Sammendrag av intervju med Cala

Kommentar: *Noe av det Cala sier kan være utfordrende å forstå. Hun leter etter noen av ordene. Hun sitter med armene i kors hele intervjuet, bortsett fra når hun peker på noe. Det oppleves av intervjuer at hun er lite samarbeidsvillig. Må gjenta og omformulere spørsmål for at hun skal svare på dem.*

Hva synes du om matematikkfaget?

Cala: Matematikk er et vanlig fag. Jeg forstår matematikk, men det kan være et problem med norsk. Jeg forstår matematikk, men det kan være vanskelig fordi forklaringene på norsk er vanskelige.

Det er greit med oppgaver av typen «Lina kjøpte sånn og sånn hvor mye blir det, eller 117 minus..» Prosent, brøk. Noe er kanskje litt vanskelig.

Intervjuer: «Hva synes du kan være vanskelig i matematikk?»

Cala: «Å snakke. Bare språk.»

Intervjuer: «Mener du at det bare er språket som gjør matematikk vanskelig.»

Cala: «Ja, når det er mye tekst. Eller som den (peker på en kort tekst på plakaten)» «Pluss, minus, gange og deler forstår jeg. Skriftlig med tekst forstår jeg kanskje ikke alt.»

Intervjuer: «Forstår du deling, ganging, minus og pluss når du ikke har kalkulator?»

Cala: «Nei, jeg trenger ikke kalkulator. Jeg kan gange i hodet. For eksempel ni ganger åtte.»

Intervjuer: «Kan du gangetabellen i hodet?»

Cala: «Ja»

Intervjuer: «Hvordan er det hvis du skal dele? Kan du dele på papiret, uten kalkulator.»

Cala: «Jeg kan dele i hodet. For eksempel 600 delt på 2, 3 eller 4.»

Intervjuer: «Kan du også gange med desimaltall som disse?»

Cala: «Ja, for eksempel 0,8 blir 80%.»

Intervjuer: «Hvordan tenker du da?»

Cala: «Gange hundre. Etterpå, for eksempel den (0,4) er 40%. Gange hundre. Alt gange hundre.» «Men den er forskjellig (peker på 0,125)»

Intervjuer: «Hvorfor er den forskjellig?»

Det kommer fort fram til i samtale at den også må ganges med hundre.

Cala: «Alle prosenter er å gange hundre.»

Hvordan opplever du undervisningen i klassen?

Cala: «Jeg forstår mye matematikk, men kanskje ikke alltid.»

Intervjuer må spørre på ny: «Hvordan gjør læreren din i matematikk?»

Cala forteller at matematikklæreren er en veldig bra lærer. «Han gjør veldig bra matematikk.»

Intervjuer: «Hvordan gjør han matematikk som er veldig bra?»

Cala forklarer at læreren viser eksempler på tavla. Når de skal jobbe selv gir han hjelp og forklarer mer til de som trenger det. Det er veldig bra.

Intervjuer: «Så du er fornøyd med matematikkundervisningen?»

Cala: «Ja, det er veldig bra med matematikk. Jeg liker det veldig godt.»

Hvordan opplevde du kommunikasjonen i gruppa di?

Cala sier hun mener at de forstod hverandre godt.

Hun trekker fram at de skulle snakke norsk, og at de bare har bodd her noen få år.

Det var veldig bra. Hvis noe var vanskelig snakket de sammen. Sier at da fikk de si meningen sin om det. «Veldig bra.»

Spørsmål til opptaket

0:04:00 I videoopptaket sier Bilal: «Hvis du ta 0,4 dele 10 du få 0,04».
Intervjuer: Forstår du hva han mener?
Cala: «Alea mente noe annet»
Intervjuer: «Men forstod du hva Bilal mente?»
Cala: «Du ta null komma fire gange~»
Intervjuer: «~han sa dele»
Cala: «Null komma fire dele tusen.»
Intervjuer: «Han sa null komma fire delt på ti.»
Cala: «Nei, ikke ti. Prosent er ikke ti.»
Intervjuer: «Men forstod du hva han mente?»
Cala: «Kanskje, eh (.) Ikke (.)» «Null komma fire. Jeg skrev null komma fire ganger tusen (.), eh hundre, er lik 40%». (skriver med fingeren på bordet mens hun snakker.)
Intervjuer: «Men på videoen jobbet dere med disse desimaltallene.» «Bilal sa at null komma fire delt på ti er null komma null fire.» (skriver regnestykket på papiret)
Cala: «Null komma null delt på ti»
Intervjuer: «Nei, han sa null komma fire delt på ti er null komma null fire.» «Forstod du det da han sa det?»
Cala: «Kanskje vanskelig.» «Kanskje null komma null fire gange hundre (.) er fire prosent.»

0:04:42
Intervjuer: «Du snakker med gruppa bak. Hva snakker dere om?»
Cala sier hun ville sjekke noen av plasseringene av lappene med dem. «Etterpå snudde jeg meg tilbake til gruppen. Du kan se det på filmen»
Intervjuer: «Ja, jeg kan se det. Jeg lurer bare på hva dere snakket om.»
Cala: «Bare matematikk. Vi snakket bare om den oppgaven. Om desimaltallene, hvilket som var størst.»

Intervjuer må her forklare at det ikke er spørsmål for å si at hun gjør noe galt, men at det spørres for å forstå bedre hva de snakket om sammen og hvordan de snakket med hverandre.

0:09:00
Intervjuer: «Forstår du hva læreren forklarer her?» (hva de må se på for å sammenligne desimaltall)
Intervjuer må peke konkret på desimaltallene og spørre om dem fordi Cala ikke ser ut til å forstå spørsmålet.
Cala sier at læreren har sagt 0,1 – 0,2 – 0,3 – 0,4 – 0,5 osv. Derfor er den (0,4) større enn den (0,25) fordi to er mindre enn fire.

0:15:17-16:00
Intervjuer: «Hva sier du her? Forstår du hva B prøver å forklare?»
Cala sier hun er uenig med Alea.

0:18:16
Intervjuer: «Hvorfor velger dere å flytte om her?» Intervjuer må vise hva de gjorde.
Cala: «Er den riktig den?»
Intervjuer: «Men hvorfor? Husker du hvorfor dere byttet om?»
Cala: «Først byttet vi. Etterpå forstod jeg.»
Intervjuer: «Hva var det du forstod?»

Cala peker på tallinjen til 0,125. (.) Teller så tidelstrekene som «null komma fem, null komma ti, null komma tjue, null komma tjuefem, null komma et hundre og tjuefem. Der.» «De er forskjellig fra brøk. De viser desimaltall. Jeg tror null komma hundreogførtifem er der» (peker over 1 på tallinjen.
Intervjuer: «Men det er jo over 1.»
Cala: «Null komma tjuefem, null komma femti, null komma syttifem» (peker på tidelsstreker)
Intervjuer avbryter og forklarer tidelsstrekene.
Cala protesterer og gjentar 0,25 – 0,50 – 0,75, «null komma hundre, null komma (.) null komma tjue (.) eh.» Stopper opp og setter seg tilbake. «Kanskje der er null komma tjuefem.
Intervjuer forklarer tallinjen på ny.

0:19:35
Intervjuer: Hvorfor påkaller du læreren her?
Cala: «Læreren ser om det er riktig eller feil.»

0:23.07
Intervjuer: Hvorfor snur du deg til gruppa bak? Hva snakker dere om?
Cala: «Jeg gjorde det bare en gang»
Intervjuer må igjen forklare at det ikke er for å telle antall ganger, men et spørsmål om innholdet i det de snakket om.
Cala sier de bare snakket om desimaltallene, ikke om de andre lappene.

0:26:41
Intervjuer: «Hvorfor velger du å bruke kalkulator når dere skal plassere brøkene? Hva skrev du inn på kalkulatoren?»
Cala: «Kalkulator? Jeg? Jeg trenger ikke kalkulator til disse (peker på desimaltall)»
Intervjuer: «Nei. Ikke desimaltall. Men når dere jobber med brøk. Da bruker du kalkulator. Hvorfor måtte du bruke kalkulator?»
Cala: «Nei, nei. Ikke kalkulator.»
Intervjuer må forklare at det kan man se på filmen. Videre at spørsmålet er for å vite hvorfor hun trenger kalkulatoren, ikke for å si at det er galt.
Cala: «Alt i matematikk er på kalkulator. Noen trenger den, noen ganger ikke.»
Intervjuer: «Er det fordi du trenger kalkulator for å forstå disse brøkene?»
Cala: «Ikke mye trenger jeg kalkulator, bare litt.»
Intervjuer: «Synes du disse brøkene er vanskelige uten kalkulator?»
Cala: «Nei. Eller noen. Jeg brukte ikke kalkulator mye.»
Intervjuer: «Men på disse brøkene brukte du kalkulator. Jeg lurer bare på hvorfor du brukte den.»
Cala: «Kanskje ikke forstår.»
Intervjuer: «Er det fordi du ikke forstår?»
Cala: «Ja. Det er noen jeg ikke husker. Det er vanlig å bruke kalkulator i matematikk.»

0:43:46
Intervjuer: «Du går til gruppa bak. Hvorfor? Hva snakker dere om?»
Cala: «Alle brøkene.» Gjentar at matematikk ikke er vanskelig. Bare tallinjene var vanskelige.

0:55:22
Intervjuer: «Alea sier «prosent ikkje 0» og du gjentar det samme. Litt senere sier du «prosent ikkje 0» Hva mener du med det du sier?»
Cala svarer at hun ikke husker.

Vedlegg 9: Transkripsjonsnøkkel

Transkripsjonsnøkkel

Funksjon	**Tegn**
Samtidig tale Når to personer sier noe samtidig.	[tekst] [tekst]
Overtakelse Når en person overtar etter en annen og snakker videre uten at det er pause mellom.	Tekst ~ ~tekst
Ord som ikke kan tydes	(…)
Når det snakkes på et annet språk	(*morsmål*)
Pause på mer enn tre sekunder. Tallet viser antall sekunder pause.	(4s)
Kort pause på inntil tre sekunder.	(.)
Stopp, konklusjon	.
Spørsmål	?