

## Prisrisiko i kraftmarkedet

Estimering av risiko og Value at Risk for Konesjonskraft IKS: En Monte Carlo-analyse av snittreverseringseffekter i strømpriser

ROBIN LINAKER AALMEN  
STIAN TOLLEFSEN

VEILEDER

Trygve Kastberg Nilssen

**Universitetet i Agder, 2023**

School of Business and Law

Department of Economic and Finance

Master

## Forord

Masteroppgaven er skrevet som en avsluttende del av masterprogrammet i økonomi og administrasjon ved Handelshøyskolen ved Universitet i Agder. Oppgaven er skrevet av Robin Linaker Aalmen og Stian Tollefsen som begge har spesialisert seg innenfor Analytical Finance. Spesialiseringen gir kunnskap om finansiell modellering, programmeringsferdigheter og generell forståelse for kvantitativ analyse av finansielle data. Kunnskapen vi har tilegnet oss gjennom programmet har vært verdifull og mye benyttet i løpet av arbeidet med oppgaven.

Temaet for oppgaven har vært måling av prissisiko i kraftmarkedet. Konesjonskraft IKS (KIKS) har allerede en fastsatt risikostrategi som baserer seg på å selge en prosentvis andel av kraften på forhånd gjennom ulike bilaterale kontrakter for å oppnå forutsigbarhet. Vi har benyttet oss av historiske spot- og kontraktspriser hentet fra henholdsvis Nord Pool & NASDAQ OMX børsen sammen med relevante statistiske teorier og metoder til å estimere prissisikoen til KIKS.

Arbeidet med oppgaven har pågått gjennom vårsemesteret 2023 og venter 30 studiepoeng. Arbeidsprosessen har vært både lærerik og interessant. Vi ønsker å takke alle som har bidratt til oppgaven og spesielt veileder Trygve Kastberg Nilssen for stort engasjement og gode tilbakemeldinger under arbeidet med oppgaven.

Kristiansand 31. mai 2023



Robin Linaker Aalmen



Stian Tollefsen

## Sammendrag

Kraftmarkedet er som mange andre markeder styrt av tilbud og etterspørsel. Ved høy etterspørsel etter kraft øker prisene og ved lav etterspørsel synker de. Perioder med lav fyllingsgrad i vannmagasinene og lite vind fører til at etterspørselen strammes til og prisene øker. Kraftmarkedet fungerer slik at de færreste er tjent ved å kun være selvforsynte på kraft og vi er avhengig av internasjonal handel for å presse prisene nedover. Det som derimot skiller kraftmarkedet fra mange andre markeder, er den begrensede muligheten for lagring. Strømmen må forbrukes samtidig som den produseres, og denne faktoren er med på å føre til et volatilt marked. Dette skaper stor usikkerhet blant aktørene i markedet og de må utvikle strategier og metoder for å håndtere risikoen.

Konsesjonskraft IKS (KIKS) selger konsesjonskraft på vegne av kommuner i Agder, og presenterer hver høst utbetalingsprognoser for det kommende året. Målet med oppgaven er å estimere hvor stort reservekapitalbehovet for KIKS må være for at de skal kunne opprettholde utbetalingsprognosene sine i perioder der oppnådd pris blir lavere enn budsjettet.

Ved å benytte oss av de historiske daglige spotprisene, samt 1-, 2- og 3-årskontrakter fra perioden 01.01.2007 til 31.12.2019 har vi, ved å anta at prisene er snittreverserende, modellert dem gjennom en Ornstein-Uhlenbeck (O-U) prosess for å estimere parametere som vi benytter i videre analyser. Metoden er en sannsynlighetsmaksimeringsestimering hvor vi maksimerer sannsynlighetsfunksjonen slik at de observerte dataene er mest mulig sannsynlige til å beskrive den statistiske modellen. Ved å benytte oss av parameterne fra O-U prosessen har vi gjort simuleringer av fremtidige gjennomsnittspriser ved bruk av Monte Carlo-simulering i programvaren RStudio. Vi har laget en sannsynlighetsfordeling for alle de simulerte gjennomsnittsprisene for alle produktene og bruker denne fordelingen i Value at Risk analysen.

I Value at Risk analysen estimerer vi reservekapitalbehovet for KIKS. Resultatet av analysen viser at reservekapitalbehovet for KIKS ved utgangen av 2019 tilsvarer kr 106 732 566 med 95% sikkerhet, og kr 144 901 152 med 99% sikkerhet. I sensitivitetsanalysen viser vi blant annet hvordan nyere data vil påvirke estimatene, og at endringer i en eller flere variabler kan gi store utslag for resultatet.

# Innholdsfortegnelse

Forord .....	1
Sammendrag .....	2
1 Innledning .....	5
1.1 Bakgrunn for oppgaven .....	5
1.2 Problemstilling .....	5
1.3 Oppbygning av oppgaven .....	6
2 Kraftmarkedet .....	6
2.1 Strømpriser .....	6
2.1.1 Vannkraft .....	7
2.1.2 Prisområder .....	8
2.1.3 Nord Pool – den nordiske kraftbørsen .....	8
2.2 Konesjonskraft IKS .....	8
2.2.1 Risikostrategien til KIKS .....	9
2.2.2 Utbetalingsprognoser .....	10
3 Litteratur .....	10
3.1 Snittreverserende prosesser .....	10
3.2 Brownske bevegelser .....	12
3.3 Parameterestimering .....	13
3.4 Simulering av stokastiske prosesser .....	13
3.5 Risikomål .....	15
4 Teori .....	16
4.1 Sannsynlighetsmaksimeringsestimering .....	16
4.2 Wiener-prosessen .....	18
4.3 Monte Carlo-simulering .....	19
4.4 Value at Risk .....	19
4.4.1 Conditional Value at Risk .....	20
4.5 Ornstein-Uhlenbeck .....	20
4.5.1 Snittreverseringshastighet .....	21
4.6 Finansiell krafthandel .....	23
4.7 Korrelasjon og kovarians .....	24
5 Data .....	25
5.1 Terminpunkter .....	25
5.2 Deskriptiv statistikk .....	26

5.2.1 Korrelasjon.....	28
5.2.2 Prisutvikling .....	29
5.2.3 Utvikling i standardavvik med 50 dagers overlapp .....	31
5.2.4 QQ-plot for prisendringer i produktene.....	32
5.2.5 Historiske prisendringer på logaritmisk form .....	33
6 Metode .....	34
6.1 Parameterestimering.....	34
6.1.1 Kovarians .....	37
6.2 Monte Carlo.....	37
6.3 Beregning av Value at Risk .....	42
7 Resultat.....	43
8 Sensitivitetsanalyse .....	44
8.1 Ekstreme data .....	44
8.2 Daglig korrelasjon .....	49
9 Diskusjon .....	51
10 Konklusjon .....	54
Vedlegg .....	55
R-script.....	55
Referanseliste.....	81

# 1 Innledning

## 1.1 Bakgrunn for oppgaven

Vi ønsket å se nærmere på et dagsaktuelt tema som ga oss mulighet til å anvende kunnskapen og ferdighetene vi har tilegnet oss gjennom masterprogrammet. Prisene på kraft har de siste årene steget betraktelig og gjennomsnittlig spotpris på kraftbørsen Nord Pool har steget fra 20,7 øre per kWh i 2020 som var 57% lavere enn året før, til rundt 2 kroner per kWh som var gjennomsnittsprisen for 2022 (Aanensen, 2021). Det er store svingninger i prisene og behovet for forutsigbarhet blant aktørene i markedet vokser i takt med prissvingningene.

Kraftprodusenter og kraftaktører kan begge benytte seg av derivater som selges på NASDAQ OMX børsen slik at de kan sikre den fremtidige kontantstrømmen.

Det har tidligere blitt gjort flere studier som omhandler risiko i kraftmarkedet, og med bakgrunn i markedets utvikling de seneste årene, ønsket vi å forske videre på området, samt avdekke potensielle muligheter for videre analyse.

## 1.2 Problemstilling

I denne oppgaven tar vi utgangspunkt i Konesjonskraft IKS (KIKS) ved å analysere sammensetningen av de ulike produktene de selger. Selskapet er et interkommunalt samarbeid mellom 19 kommuner i Agder, i tillegg til Agder fylkeskommune, og har som oppgave å selge konesjonskraft på vegne av deltakerne. KIKS presenterer hver høst sine utbetalingsprognoser for det kommende året og gir de deltakende kommunene en oversikt over hvor store inntekter de kan forvente fra energisalg, som er basert på prisen på kraften som allerede er sikret i tillegg til den budsjetterte spotprisen. I de årene spotprisen blir lavere enn budsjettert, har KIKS behov for en buffer i form av reservekapital som kan betales ut og dermed skape forutsigbarhet i inntektene til kommunene. Problemstillingen i denne oppgaven formuleres dermed som:

Beregne reservekapitalbehovet som kreves for at Konesjonskraft IKS skal kunne gi deltakerkommunene forutsigbare inntekter.

### 1.3 Oppbygning av oppgaven

I kapittel 2 gir vi en kort innføring i de mest relevante temaene om kraftmarkedet og hvordan det fungerer, samt en kort presentasjon av Konesjonskraft IKS og deres arbeid med risiko og prognostiserte utbetalinger. I kapittel 3 presenterer vi relevant litteratur som blant annet innebærer tidligere studier om kraft og anvendelse av de samme statistiske metodene som vi benytter senere i oppgaven. Dette er med på å danne grunnlaget for hvorfor vi har valgt de statistiske metodene vi har gjort. I kapittel 4 beskrives det teoretiske grunnlaget som blir benyttet i de ulike metodene. I kapittel 5 presenterer vi dataen som danner grunnlaget for oppgaven. I kapittel 6 legger vi frem metodene og benytter oss av teorien fra kapittel 4 i praksis. I kapittel 7 presenterer vi resultatet av studien, før vi avslutningsvis gjør en sensitivitetsanalyse og drøfter resultatene i kapittel 8 og 9.

## 2 Kraftmarkedet

### 2.1 Strømpriser

Den viktigste oppgaven til kraftmarkedet er å sørge for at det er balanse mellom produksjonen og forbruket av kraft. Strøm er ferskvare og vanskelig å lagre, og må derfor produseres samtidig som den forbrukes. Fersk informasjon om hvor mye strøm som kan produseres og hvor mye som er etterspurt er derfor nødvendig. Informasjon om dette utveksles i kraftmarkedet.

Leverandørene melder inn hvor mye strøm de trenger, samtidig som produsentene melder hvor mye strøm de kan produsere. Etter denne prosessen med å finne den nøyaktige prisen, opprettes det en likevektspris i markedet (Norges vassdrag- og energidirektorat, 2022). Systemet er laget slik at det maksimerer det som kalles det samfunnsøkonomiske overskuddet for alle som deltar i auksjonen som er summen av produsent- og konsumentoverskuddet (Ursin, 2021).

Prisen på strøm fastsettes på Nord Pool og er som mange andre produkter også styrt av tilbud og etterspørsel. Når det i 1990 ble vedtatt en ny energilov som åpnet for konkurranse ble norske forbrukere blant de første i verden som fritt kunne velge strømleverandør. Etter noen år ble Nord Pool opprettet i 1996 og ble den første kraftbørsen i verden der man kunne handle på tvers av landegrenser. Gjennom ulik infrastruktur er Norge koblet til blant annet Russland, Nederland, Tyskland og Storbritannia i tillegg til de andre nordiske landene. Dette fører til at

endringer som påvirker prisen i ett eller flere av disse landene gir ringvirkninger på prisene i Norge (Regjeringen, 2021).

Ettersom det er flere uforutsigbare elementer som virker inn på strømprisen fører det til at den er volatil. Markedet på strøm fungerer på samme måte som de fleste andre markeder. Prisen synker når tilgjengeligheten til varen øker, mens prisen øker når tilgjengeligheten synker. Prisen sier med andre ord noe om hvor god tilgang det er på strøm i de enkelte områdene. I tillegg til tilbud og etterspørsel vil også variasjoner i for eksempel nedbør og temperatur spille en rolle. Isolert sett vil det i perioder der det er mye nedbør produseres mye kraft og prisen går ned, og i perioder der det er lite nedbør produseres det mindre og prisen går dermed opp (Regjeringen, 2021).

I rapporter utarbeidet av Norges vassdrags- og energidirektorat anslås det at kraftprisene vil ha en svak økning fra 2025 frem mot 2030, som følge av økte gass- og CO<sub>2</sub>-priser, samt økende utvekslingskapasitet mellom de europeiske landene. Videre forventes gjennomsnittsprisene å falle noe mellom 2030 og 2040 på grunn av høyere andel fornybar energi i Europa. Når det gjelder variasjonen i prisene, påpekes det at kraftsystemet blir mer væravhengig som følge av økt sol- og vindkraft, og vil variere mer både daglig, sesongmessig og årlig (Norges vassdrag- og energidirektorat, 2021).

---

### 2.1.1 Vannkraft

Den største delen av kraftproduksjonen i Norge kommer fra vannkraft. Vannkraft har i over 100 år vært den viktigste kilden for produksjon av kraft i Norge og det er lite som tyder på at det kommer til å endre seg med det første (SINTEF, u.å.). Den er fornybar, ren og kan forsyne generasjoner med rimelig energi fra lokale ressurser. I perioder der det regner mye kan vannet lagres i magasiner slik at det kan benyttes i andre perioder der det er lite nedbør og den naturlige tilgangen til kraft er lav. Nær 50% av magasinkapasiteten i Europa ligger i Norge, og Statkraft eier rundt halvparten av den. Norge har en fornybar andel på 106% som tilsvarer et kraftoverskudd på 6% der mesteparten er i form av regulerbar vannkraft.

Til sammenligning har land som Storbritannia, Tyskland og Polen en fornybar andel et sted mellom 13 og 31%. Elektrisitet fra kull og gass setter langt på vei prisen i det europeiske kraftmarkedet (Statkraft, 2018).



---

### 2.1.2 Prisområder

Kraftsituasjonen varierer mellom de ulike regionene i Norge. Det er begrenset hvor mye som kan overføres i strømmettet både fysisk sett, men også av hensyn til driftssikkerhet. Det vil derfor oppstå flaskehals i form av ulike kraftpriser mellom områder, selv om børsene er knyttet sammen. Ettersom strømmettet ikke har nok kapasitet til å utjevne disse forskjellene, er nettet delt inn i fem prisområder: Østlandet (NO1), Sørlandet (NO2), Midt-Norge (NO3), Nord-Norge (NO4) og Vestlandet (NO5). Kristiansand ligger på Sørlandet og er derfor en del av NO2. Er produksjonen i dette området større enn forbruket til den prisen, eksporteres det strøm til områdene rundt og motsatt om produksjonen er lavere. Økes kapasiteten mellom to prisområder blir følgelig prisene likere i de to områdene (Ursin, 2021). Historisk sett har prisene i Norge vært ganske stabile, men har gradvis økt over tid. Det kommer av at kraftsituasjonen i nord har vært bedre. Det har vært mer vann i magasinene samtidig som store deler av krafteksporten fra Norge skjer i sør og blir dermed påvirket av nabolandene i større grad. Analyser gjort av Statnett viser at det vil fortsette å være noe lavere pris i nord enn i sør også de neste årene, men at det på lengre sikt vil føre til økt forbruk i nord og produksjon i sør som sammen med nettførsterkninger vil bidra til å utjevne prisforskjellene (Statnett, 2021).

---

### 2.1.3 Nord Pool – den nordiske kraftbørsen

Nord Pool er Europas ledende marked for kraft og tilbyr handler, clearing, oppgjør og andre assosierte tjenester til både day-ahead- og intra-day-markedet. På Nord Pool handler kraftprodusenter, kraftleverandører, meglere, energiselskaper og andre forbrukere store volum av kraft (Regjeringen, 2021). Strømprisen fastsettes dagen i forveien før den deretter endres time for time i løpet av dagen. Det er normalt å bruke Nord Pool sin spotpris som et referansepunkt for hvor mye man betaler for strømmen. Når forbrukerne kjøper strøm til spotpris betyr det i praksis at forbrukeren betaler den samme prisen som strømleverandøren betaler for strømmen på kraftbørsen sett bort i fra marginene til strømleverandøren som påslag, fastledd og el-sertifikater (Regjeringen, 2008, s.92).

## 2.2 Konesjonskraft IKS

Konesjonskraft IKS er et interkommunalt samarbeid mellom Agder fylkeskommune og 19 kommuner i Agder. Det startet i 1984 i Aust-Agder og ble utvidet med Vest-Agder i 2014.

Selskapets formål er å sørge for at konsesjonskraften fra alle kraftverkene som blir påvirket gjennom utbyggingen av vassdrag blir omsatt i markedet og prissikret i samsvar med den forhåndsavklarte risikostrategien. Inntektene som sikres gjennom forvaltningen av kraften er viktig for både kommunal velferdsproduksjon og for utviklingen av infrastruktur i næringslivet (KIKS, 2021d). De skal drive krafthandel innenfor jevne rammer slik at de kan utbetale tilfredsstillende og påregnelige avkastninger til deltakerne. Strategiplanen til KIKS sier at inntektene skal være forutsigbare slik at kommunene har noe konkret å forholde seg til. Risikostrategien vedtas av styret og gir administrasjonen instruks for hvordan kraften skal omsettes både på det fysiske og det finansielle markedet (KIKS, 2021d).

---

### 2.2.1 Risikostrategien til KIKS

Kraften som KIKS forvalter selges enten på Nord Pool eller bilateralt gjennom kontrakter. For at KIKS skal kunne levere forutsigbare og tilfredsstillende inntekter er de avhengig av en risikostrategi, som blant annet innebærer en sikringsperiode. Sikringsperioden til KIKS starter 3 år før det aktuelle året. Det fremkommer av KIKS sin risikostrategi for 2023 at det ved årsslutt skal være en sikringsgrad lik 80%. Denne varierer fra år til år og var til sammenligning i 2022 på 85%. Dette vil si at før KIKS går inn i et nytt år skal 80% av strømmen de skal levere det året allerede være solgt. Videre forteller rapporten at andelen solgt på spot skal være lik 20%, mens for 1-, 2- og 3-årskontrakter skal tilsvarende tall være henholdsvis lik 40-, 20- og 20%, men daglig leder kan velge å avvike fra normalstrategien dersom markedsprisen ikke reflekterer markedssynet til administrasjonen (KIKS, 2020). En 1-årskontrakt er en futureskontrakt med jevn levering av energi time for time fra og med 1. januar til og med 31. desember i året etter at futureskontrakten ble inngått. Det samme gjelder for 2- og 3-årskontrakter, men med jevn levering i henholdsvis to og tre år frem i tid. For eksempel kan de akkumulerte usikrede inntektene gjennom sikringsperioden som starter i 2023 oppsummeres slik:

- 2023: Spot solgt i løpet av 2023
- 2024: Spot solgt i løpet av 2023 og 2024 + 1-årskontrakter solgt i 2023.
- 2025: Spot solgt fra 2023 – 2025 + 1-årskontrakter solgt i 2023 og 2024 + 2-årskontrakter solgt i 2023.
- 2026: Spot solgt fra 2023 – 2026 + 1-årskontrakter solgt fra 2023 - 2025 + 2-årskontrakter solgt i 2023 og 2024 + 3-årskontrakter solgt i 2023.

Konsesjonskraft IKS leverer etter månedsblokkmodellen og det vil derfor være mulig med en sikringsgrad høyere enn 100 % for enkelte områder, men denne skal rebalanseres slik at en sikringsgrad over 100 % ikke forekommer i levering (KIKS, 2021b s. 1-5). Kraften som KIKS forvalter handles i både NOK og EUR. Valutasikring skal gjennomføres samtidig med hver sikringshandel og skjer gjennom NASDAQ clearing.

---

### 2.2.2 Utbetalingsprognoser

KIKS har helt siden oppstart i 1984 utbetalt prognosen for kommende år. Dette gjøres ved å følge den forhåndsbestemte risikostrategien gjennom å sikre at en god del av kraften er solgt på forhånd, og benytte seg av reservekapital i år hvor spotprisen blir lavere enn forventet. Hver deltaker får utbetalingsprognoser som er basert på deltakerens resultat og opparbeidet reservekapital. Utbetalingsprognosene blir bestemt i slutten av året før og opprinnelig utbetalingsprognose for 2023 var totalt kr. 1 010 300 000 hvor Bykle er kommunen som mottar mest med sine kr. 103 000 000, mens Hægebostad kun mottar kr. 200 000. Det er også bestemt at for perioden 2024-2026 så skal prognosen være uendret (KIKS, 2021d).

## 3 Litteratur

Det er skrevet betydelige mengder litteratur og gjort mye forskning knyttet til kraftmarkedet og andre derivatmarkeder. Målet med dette kapittelet er å presentere og summere opp relevante studier, og se på hvilke statistiske metoder og modeller de har benyttet seg av, samt hvilke resultater som har blitt oppnådd.

### 3.1 Snittreverserende prosesser

De snittreverserende egenskapene til råvarepriser er bevist i en rekke studier. Schwartz (1997) estimerte parametere for en- to- og trefaktormodeller for å modellere den stokastiske adferden til prisene for kobber og olje i tråd med råvareprisenes snittreverserende egenskaper. I enfaktormodellen antar man at logaritmen til råvarenes spotpris følger en snittreversjonsprosess

av Ornstein-Uhlenbeck typen. Artikkelen konkluderer med at det finnes sterke tendenser til snittreversering i prisene til råvarene som er undersøkt.

Videre skriver Franco (2003) at snittreverseringsmodeller blir hyppig brukt i modelleringen av råvarepriser. Studien viser til at logaritmen til råvarepriser antas å reversere mot et nivå som blir assosiert med den marginale produksjonskostnaden. Franco bruker en Ornstein-Uhlenbeck modell og kommer frem til at det er en passende modell for parameterestimering gjennom sannsynlighetsmaksimeringsestimering. Artikkelen sammenligner tre forskjellige metoder for sannsynlighetsmaksimeringsestimering, hvor tre parametere skal estimeres. Først brukes en tredimensjonal estimeringsmodell, og deretter estimeres alle parameterne individuelt. Resultatene viser at modellene er i stand til å finne tilnærmet riktige parametere uavhengig av hvilken metode som benyttes.

Mejia Vega (2018) har benyttet seg av en Ornstein-Uhlenbeck prosess til å estimere parametere til en en-faktor-modell på samme måte som i Schwartz (1997) hvor spotprisen på en råvare er mulig å observere. Studien ser på sannsynlighetsfunksjonen til prosessen som en funksjon av de ukjente parametere i diskret tid. Videre analyse av dataen gjøres på logaritmisk form da dette er lettere å jobbe med. Til slutt løses problemet med å bestemme verdiene til parametere som maksimerer summen av alle de individuelle log-sannsynlighetsfunksjonene for å få estimeringslikningene eksplisitt. Avslutningsvis brukes modellen på den observerbare spotprisen til gull som gjennom empiri og teori antas å ha snittreverseringstendenser. De estimerte parametere viser seg også å være i samsvar med tidligere studier, originaldata og minste kvadraters metode.

Benth et al. (2007) undersøkte om det var mulig å lage en modell for dynamikken rundt spotprisene på elektrisitet som inkluderte sesongvariasjoner og pristopper. De presiserer at det vanlige er å modellere logaritmiske spotpriser for elektrisitet med en snittreverseringsprosess slik at prisdynamikken på spotpriser blir log-normal og viser til Lucia & Schwartz (2000) samt Geman & Roncoroni (2006). Problemet med dette blir å utlede analytiske uttrykk for de tilhørende forward- og futureskontraktene. De foreslår å benytte spotprisene direkte på en Ornstein-Uhlenbeck prosess som er ikke-Gaussisk. Videre demonstrerer de med et simuleringseksempel at modellen ser ut til å være tilstrekkelig fleksibel til å fange opp den observerte dynamikken til spotprisene.

Benth et al. (2012) har gjort en empirisk analyse av tre nylig anerkjente modeller for spotprisprosesser med snittreverseringstendenser. Modellene som er undersøkt er terskelmodellen til Geman & Roncoroni (2006), jump-diffusion modellen til Cartea & Figueroa (2005) og faktormodellen til Benth et al. (2007). De skiller mellom basesignalet, som er de daglige svingningene rundt gjennomsnittet grunnet små endringer i tilbud og etterspørsel, og prishoppetsignalet, som er kortsiktige endringer i pris av ekstrem størrelse grunnet plutselig ubalanse i markedet. Snittreverseringsparameteren i verken terskelmodellen eller jump-diffusion modellen er kapabel til å skille mellom prishoppetsignalet og basesignalet, som fører til en for langsom snittreverseringshastighet for prishoppene og en for rask snittreverseringshastighet for basesignalet. Faktormodellen til Benth et al. (2007) er i stand til å fange opp den raske snittreverseringen til hoppene og den langsomme snittreverseringen til basesignalet, og den er derfor bedre egnet til å modellere baneoppførselen til gjennomsnittet av prisene, selv om den ikke fanger opp variansen i selve prisbanen.

## 3.2 Brownske bevegelser

Brownske bevegelser er stokastiske prosesser med tilfeldige bevegelser (virrevandring), og ble først oppdaget av botanikeren Robert Brown i 1827 i forbindelse med bevegelsen til partikler i væske og gass. Osborne (1959) viste at logaritmiske aksjepriser kan sees på som en mengde avgjørelser tatt i statistisk likevekt, som har karakteristikk som minner sterkt om en mengde koordinater observert hos et stort antall molekyler. Han trekker videre konklusjonen om at det derfor er mulig å anvende de samme statistiske metodene i de to problemstillingene og henviser til brownske bevegelser. I dag antar man at både aksjemarkeder, valutamarkeder, råvaremarkeder og obligasjonsmarkeder følger brownske bevegelser. De matematiske modellene som beskriver brownske bevegelser blir derfor anvendt i de fleste prismodeller for finansielle instrumenter (Ermogenous, 2006).

Når det gjelder elektrisitetsprismodellering, har brownske bevegelser også vist seg å være nyttige og relevante, da gjerne under navnet Wiener-prosessen. Elektrisitetsprisene er påvirket av en rekke faktorer som alle bidrar til usikkerhet og volatilitet i prisene. Brownske bevegelser har blitt inkludert i modellene for å representere denne usikkerheten og bidra til forståelse av prisendringer over tid (Eydeland & Wolyniec, 2003). Brownske bevegelser er også nyttige i modellering av terminkontrakter for elektrisitet, der de hjelper til med å estimere usikkerheten og risikoen forbundet med fremtidige priser (Pilipovic, 1998). Gjennom bruk av brownske

bevegelser og andre stokastiske prosesser, kan investorer og markedsaktører få en bedre forståelse av prisrisiko og utvikle mer effektive strategier for risikostyring og porteføljeoptimering.

Sammenfattende er flere avanserte prismetodeller som tar hensyn til usikkerhet, volatilitet og eksternaliteter i elektrisitetsmarkedet basert på Brownske bevegelser og deres matematiske egenskaper. Brownske bevegelser har vist seg å være et nyttig verktøy i både modellering av elektrisitetspriser og priser på andre produkter, og de har bidratt til å forbedre forståelsen og prediksjonsevnen til komplekse prisendringer i elektrisitetsmarkedet.

### 3.3 Parameterestimering

Zhao et al. (2008) viser til at å skulle forutsi noe om prisene på elektrisitet er en vanskelig, men essensiell oppgave for aktører i et deregulert marked. I studien er det brukt en datautvinningsbasert tilnærming til å oppnå to hovedmål. Det ene er å nøyaktig forutsi verdien til strømpriseriene som er allment akseptert som en ikke lineær tidsserie, og det andre er å estimere prediksjonsintervallet for strømpriserien så nøyaktig som mulig. De har videre benyttet seg av sannsynlighetsmaksimeringsestimering (Maximum Likelihood) til å estimere modellparametere. Resultater fra casestudier viser at den foreslåtte metoden er svært effektiv sammenlignet med allerede eksisterende GARCH-modeller.

Huisman & Mahieu (2003) fokuserer på å modellere prisene på elektrisitet og konsentrerer seg om å estimere de ekstreme endringene. Hoppene i elektrisitetspriser er karakterisert av deres korte eksistens ved at prisene raskt faller tilbake til normale verdier, gjerne etter kun en dag. Ved en "Regime Jump" modell antar man at prisen på elektrisitet befinner seg i ett av tre "regimer" på et gitt tidspunkt. De tre regimene defineres som et normalt regime, et prishopp-regime og et regime som modellerer måten prosessen faller tilbake til det normale regimet. Resultatene viser at "Regime Jump" modellen bedre modellerer prishoppene i kombinasjon med snittreversering enn en tilsvarende stokastisk modell.

### 3.4 Simulering av stokastiske prosesser

Stokastisk simulering er en metode som anvendes for å analysere systemer påvirket av tilfeldige prosesser, hvor disse prosessene kan beskrives fullstendig ved hjelp av sannsynlighetsmodeller.

Metoden brukes ofte i tilfeller der det underliggende systemet er for komplekst til å løses matematisk (Nelson & Pei, 2021). På grunn av sin tilfeldige natur, blir stokastiske simuleringprosesser gjerne kalt Monte Carlo-simulering.

Nguyen Tat (2018) tar i bruk Monte Carlo for å simulere snittreverseringen og pristoppene i spotprisen i det litauiske elektrisitetsmarkedet. Dette gjøres for å forutsi prisen neste dag mest mulig nøyaktig, og modellen rekalkuleres dermed hver dag basert på de siste observasjonene. Det blir konstruert to simuleringmodeller, hvor det i den første simuleringen kun brukes en Ornstein-Uhlenbeck prosess, mens det i den andre simuleringen også legges til en faktor for pristopper. Det konkluderes med at begge modellene er i stand til å simulere og forutsi de generelle trendene i markedet, mens modell nummer to i tillegg er i stand til å fange opp de fleste pristopper.

Monte Carlo-modeller anvendes også ofte for å simulere mer langvarige prosesser, som utført av Poullikkas (2018). Her simuleres prisene på elektrisitet og olje to, fem og ti år fremover i tid. Simuleringen modelleres også i denne artikkelen etter en Ornstein-Uhlenbeck prosess, denne gangen med en prishopp-faktor som er normalfordelt med gitt gjennomsnitt og standardavvik. På grunn av den lange tidshorizonten, er forfatteren mest interessert i gjennomsnittene av de simulerte prisene. Gjennomsnittene kalkuleres og sammenlignes med de historiske prisene i forkant av simuleringperioden. Resultatene viser at alle simuleringene, både for elektrisitet og olje, følger samme mønster som de historiske prisene. Likevel ligger de simulerte gjennomsnittene forholdsvis langt unna de historiske gjennomsnittene. Artikkelen konkluderer likevel med at metoden kan være nyttig i langsiktige studier og for å vurdere finansiell risiko. I tillegg analyseres modellens konvergens ved å se på forskjellen i resultatene ved forskjellige antall simuleringer fra 1 000 til 20 000. Modellen produserer relativt like resultater uavhengig av antall forsøk, og det er ingen tydelig endringstrend ved flere simuleringer.

Alt i alt er Monte Carlo-metoden kjent for å være allsidig og enkel å ta i bruk. Den har derfor blitt brukt i utallige studier for å analysere og forutsi endringer i komplekse systemer.

### 3.5 Risikomål

Chan & Gray (2005) fastslår i sin studie viktigheten av risikostyring i spesielt energimarkeder sammenlignet med mer tradisjonelle finansmarkeder grunnet svært uvanlig fordeling av avkastninger. De bruker ekstremverditeori (EVT) til å modellere estimerte parametere før de videre regner ut Value at Risk for daglige spotpriser på elektrisitet. Elektrisitetsavkastningene er svært volatile og viser sesongvariasjoner i både gjennomsnitt og volatilitet i tillegg til grupperinger av volatilitet og høye nivåer av skjevhet og kurtose. I oppsummeringen av studien konkluderes det med at ved å sammenligne den EVT-baserte modellen med andre modeller gir den gode resultater når det gjelder å estimere VaR utenfor et utvalg. Samlet sett er resultatene tilfredsstillende og EVT-modellen er en nyttig teknikk for å estimere VaR i elektrisitetsmarkeder.

Füss et al. (2010) påpeker blant annet at å benytte seg av en standard VaR modell på ikke-normalfordelte data vil kunne lede til underestimering av den faktiske risikoen. Avkastningene på elektrisitet er dynamiske og drevet av kontinuerlige endringer i tilbud og etterspørsel som fører til tidsvarierende volatilitet. Studien undersøker hvor forutsigbare Value at Risk modeller er i råvaremarkeder og konkluderer med at varianter som CAViaR og GARCH VaR er bedre en tradisjonell VaR. Disse modellene er bedre egnet til å inkorporere at volatiliteten er dynamisk og det konkluderes med at de som er opptatt av risikostyring vil belønnes ved å benytte seg av mer komplekse modeller, da de vil vise et bedre mål på VaR under ekstreme og dynamiske markedsforhold.

Syuhada et al. (2020) har ved enkle simuleringer gjennom en Monte Carlo-adaptasjon kommet frem til mål på Value at Risk og Expected Shortfall. De bygger alternative algoritmer ved å hensynte fordelingsfunksjonen til tapsfordelingen. Basert på avkastningsdataene fra New South Wales og det Iranske elektrisitetsmarkedet så har de funnet at deres forventingsbaserte risikomål gir bedre nøyaktighet enn ved bruk av den mer tradisjonelle historiske simuleringen.

Nøyaktigheten øker ved å la modellen fange opp tunge haler samt betinget heteroskedastisitet i dataene.



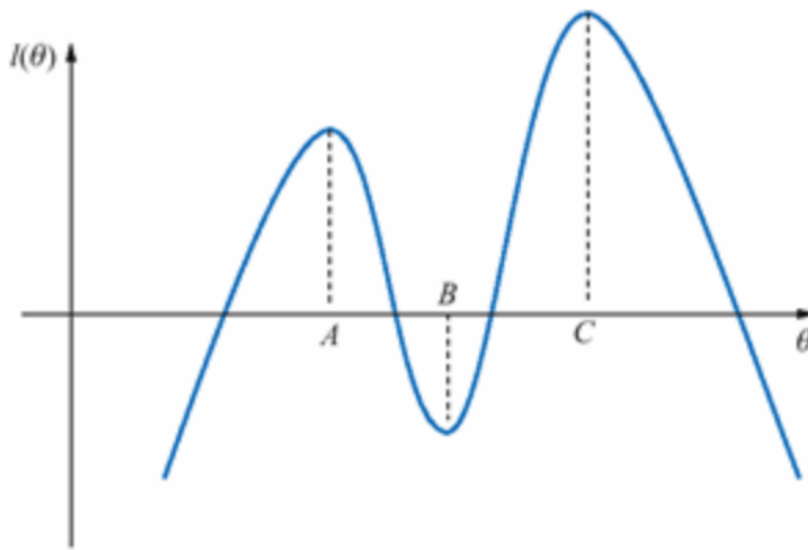
## 4 Teori

### 4.1 Sannsynlighetsmaksimeringsestimering

Før vi forklarer hva sannsynlighetsmaksimeringsestimering innebærer må vi forklare hva parametere er, og hvilken betydning de har for en modell. Hver modell inneholder et sett med parametere som definerer hvordan modellen vil se ut. I maskinlære bruker vi ofte en modell til å beskrive prosessen som resulterer i dataene som blir observert. Vi kan for eksempel bruke en lineær modell til å forutsi inntektene til et selskap som avhenger av blant annet hvor mye de bruker på annonsering. For en lineær modell kan dette beskrives som  $y = mx + c$ , der  $x$  representerer penger brukt på annonsering og  $y$  representerer den totale inntekten.  $m$  og  $c$  vil være parametere for modellen. Forskjellige verdier for parameterne vil gi forskjellige resultater og forskjellige lineære modeller (Brooks-Bartlett, 2018).

Ved sannsynlighetsmaksimeringsestimering er målet å finne de verdiene for parameterne i modellen som er mest sannsynlige til å produsere den observerte dataen. Dette er gjort ved å først forme en sannsynlighetsfunksjon angitt som LF (Likelihood function). LF vil være en multiplikativ funksjon av den faktiske dataen som konsekvent vil bli vanskelig å maksimere med hensyn til parameterne. Derfor tar vi logaritmen for å endre LF til en additiv funksjon av utvalgsdataen angitt som LLF (log-likelihood function). Deretter brukes en regresjon for å få initielle estimater for gjennomsnittet (Brooks, 2019, s. 402).

Det som kan være utfordrende ved en sannsynlighetsmaksimeringsestimering er viktigheten av gode innledende gjett på parameterne før estimeringen. Dette kan forklares med følgende eksempel. Hvis vi antar en modell med kun en parameter  $q$ , skal log-sannsynlighetsfunksjonen maksimeres med hensyn på denne ene parameteren. I Figur 4.1 er dette problemet illustrert. Her er verdien til LLF for hver verdi av  $q$  nevnt som  $l(q)$ , og  $l(q)$  treffer et globalt maksimumspunkt når  $q = C$  og et lokalt maksimum når  $q = A$ . Et initielt gjett til venstre for  $B$  vil mest sannsynlig lede til punkt  $A$  istedenfor det globale maksimumspunktet  $C$ . Dette er et problem som øker i takt med antall parametere, da log-likelihood funksjonen skal maksimeres med hensyn på flere parametere (Brooks, 2019, s. 402).



Figur 4.1 Problemet med lokale maksimum ved sannsynlighetsmaksimeringsestimering (Brooks, 2019, s. 401).

Videre må vi velge noen verdier for den betingede variansparameteren basert på intuitive gjett. De fleste benytter seg av programvare ved estimeringen og der vil standardverdien for den betingede variansparameteren være lik null. Dette kan bli problematisk ettersom parameter lik null ofte gir et lokalt maksimumspunkt for sannsynlighetsfunksjonen. Derfor bør startverdien være lik en annen verdi enn null. Siste punkt i parameterestimeringen er å spesifisere konvergenzkriteriet enten “ved kriterie” eller “ved verdi”. Når “ved kriterie” er valgt vil programvaren fortsette å søke etter “bedre” parametere som gir høyere verdi av LLF inntil det fremkommer en endring i verdien av LLF mellom iterasjoner som er mindre enn det spesifiserte konvergenzkriteriet. Ved å velge “ved verdi” fører det til at programvaren søker inntil endringen i koeffisientestimaten er små nok. For eksempel kan et misligholdskriterie være lik 0.001, som betyr at konvergens er oppnådd og programvaren vil stoppe søket hvis den største prosentvise endringen i en av koeffisientestimaten mellom to endringer er mindre enn 0,1% (Brooks, s. 402).

De to viktigste antakelsene for sannsynlighetsmaksimeringsestimering er at variablene må være uavhengige og identisk fordelte. Det vil si at et gitt datapunkt ikke skal være avhengig av et annet, og at alle datapunkter kommer fra samme sannsynlighetsfordeling (Eppes, 2019).

## 4.2 Wiener-prosessen

I matematikken beskrives browniske bevegelser gjennom Wiener-prosessen. En stokastisk prosess  $W_t$  er definert som en Wiener-prosess, og dermed en brownisk bevegelse, dersom den tilfredsstiller følgende fire betingelser:

1.  $W_0 = 0$
2.  $W_t$  er kontinuerlig med tanke på tidsparameteren  $t$ .
3.  $W_t$  har uavhengige inkremitter
4.  $W_t - W_s \sim N(0, t - s)$ ,  $0 \leq s \leq t$

Den første betingelsen er at prosessen starter ved origo, altså at prosessen ved tidspunkt 0 er i posisjon 0. Den andre betingelsen som må oppfylles er at Wiener-prosessen er kontinuerlig i tid, som betyr at banen til prosessen ikke inneholder diskontinuiteter eller hopp. Betingelse nummer tre sier at for ethvert tidsintervall  $[s, t]$ , er endringen i Wiener-prosessen,  $W_t - W_s$ , uavhengig av posisjonen til prosessen før tidspunkt  $s$ . Uttrykket i den siste betingelsen sier at differansen mellom posisjonene til Wiener-prosessen ved tidspunkt  $t$  og  $s$  ( $W_t - W_s$ ) skal være normalfordelt med forventning 0 og varians  $(t - s)$ . Det vil si at endringen i posisjon mellom de to tidspunktene er en stokastisk normalfordelt variabel og at endringens varians er proporsjonal med størrelsen på tidsintervallet mellom de to punktene (Ortiz-Latorre, 2015).

Geometrisk brownisk bevegelse (GBM) er en kontinuerlig stokastisk prosess der logaritmen av den tilfeldig varierende komponenten følger en brownisk bevegelse med drift. En stokastisk prosess  $S_t$  følger GBM dersom den tilfredsstiller den stokastiske differensialligningen

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t$$

Her representerer  $\mu$  driften, mens  $\sigma S_t dW_t$  er det stokastiske leddet som kommer fra den browniske bevegelsen. Dette tillater GBM å fange opp både systematisk risiko, for eksempel forventet avkastning, i tillegg til volatiliteten hensyntatt den tilfeldige komponenten.

Begrensninger ved GBM inkluderer imidlertid at man antar konstant volatilitet, mens den i realiteten vil endre seg over tid. I tillegg vil markedspriser, spesielt i kraftmarkedet, ofte gjøre såkalte "hopp" som forårsakes av uforutsigbare faktorer. I GBM er det ingen diskontinuiteter i prosessen, og man vil dermed ikke se slike "hopp" i en eventuell simulering.

### 4.3 Monte Carlo-simulering

Monte Carlo-simulering er en statistisk metode som benytter tilfeldige tall for å modellere usikre eller komplekse systemer og prosesser. Metoden ble først tatt i bruk på 40-tallet, og har siden blitt et populært verktøy innen mange disipliner, deriblant finans, fysikk, økonometri og ingeniørvitenskap (Robert & Casella, 2013).

Hjørnesteinen i Monte Carlo-simulering er tilfeldige utvalg. Metoden går ut på at man genererer tilfeldig input for en eller flere variabler, som følger deres respektive sannsynlighetsfordelinger. Man simulerer deretter mange mulige utfall og kan på den måten få innblikk i usikkerheten i systemet som undersøkes (Fishman, 2006). Det første steget i simuleringen er å definere modellen. Her identifiserer man prosessen som skal analyseres og bestemmer hvilke deterministiske og stokastiske variabler som skal inkluderes. Deretter genereres tilfeldige tall som følger sannsynlighetsfordelingen til de stokastiske variablene, og man kan kjøre simuleringene. Når antallet simuleringer er høyt nok, får man en distribusjon av utfall som reflekterer den faktiske sannsynlighetsfordelingen dersom modellen er god nok.

Ved Monte Carlo-simulering må man også vurdere hvor mange simuleringer som er optimalt for å kunne trekke valide konklusjoner. Her er det ingen universell fasit på hva som er korrekt, da dette vil avhenge av den spesifikke problemstillingen, nødvendig presisjon og datamessige ressurser. Likevel vil et høyere antall simuleringer føre til et høyere presisjonsnivå etter som utfallene konvergerer mot den sanne verdien med et økende antall simuleringer (L'Ecuyer & Simard, 2007). Ved å betrakte hvert forsøk som et tilfeldig datasett, vil standardavviket til enhver teststatistikk bli mindre jo flere forsøk vi genererer, fordi størrelsen på utvalget er motsatt relatert til dette standardavviket. Dette tilsier at kraften til testen vil øke ved flere forsøk, men økningen vil gradvis avta ettersom forholdet mellom standardavviket til en teststatistikk og utvalgsstørrelse er på formen  $1/\sqrt{n}$ . Likevel anbefaler Mooney (1997) minst  $n = 1000$ , og med dagens tilgang på datakraft ligger antall simuleringer ofte på mellom 10 000 – 25 000.

### 4.4 Value at Risk

Value at Risk (VaR) er et mål på finansiell risiko i forbindelse med endringer i markedspriser. VaR ble svært populært som målingsverktøy av risiko på 1990-tallet, og selv om populariteten har avtatt noe siden den gang er det fortsatt et høyst aktuelt målingsverktøy. VaR er mer spesifikt et begrep som beskriver måling av forventede tap basert på en bestemt tidshorisont med et bestemt

konfidensnivå. Tap større enn VaR vil bare oppstå ved spesifisert liten sannsynlighet. Med forbehold om forenklinger som brukes i beregningen av Value At Risk aggregerer dette målet alle risikoene i en portefølje som er egnet til bruk for finansinstitusjoner i forhold til rapportering. Fordelen med VaR er at det gir en kvantitativ måling av risiko som kan brukes til å sammenligne forskjellige porteføljer og på denne måten hjelpe å identifisere de mest risikoutsatte instrumentene eller sektorene. Det kan også brukes til å teste strategier og er egnet til beslutningstaking og risikostyring. Et selskap kan for eksempel antyde at deres en-dags 99% VaR er ti millioner kroner. Tolkningen av dette er at selskapet er 99% sikre på at det maksimale beløpet som selskapet kan tape ved sin portefølje i løpet av en dag er 10 millioner kroner (Brooks, 2019, s. 600). Formel for utregning av VaR er uttrykt ved Formel (1).

$$\text{VaR} = \sigma Z_{\alpha} \quad (1)$$

Ulempene ved VaR er at metoden antar at markedet vil fortsette å oppføre seg slik det har gjort i fortiden (Linsmeier & Pearson, 2000, s. 2). De seneste årene er et veldig godt eksempel med tanke på alt som har skjedd i kraftmarkedet med ekstreme markedsforhold og uforutsette hendelser. Ved å anta at avkastningene til porteføljen er normalfordelt er Value at Risk beregnet ved å bruke gjennomsnittet og standardavviket til porteføljen (Bodie et al., 2021, s. 140).

---

#### 4.4.1 Conditional Value at Risk

Conditional Value at Risk (CVaR) er et alternativt risikomål som kvantifiserer tapene som kan oppstå i halen på distribusjonen av avkastninger. Risikomålet er mer sensitivt til hvordan formen på halen er og skal vise gjennomsnittlig tap hvis grensen for Value at Risk krysses. CVaR kan bli foretrukket fremfor VaR ettersom VaR ikke har noen kontroll på omfanget av tapene som kan oppstå utover terskelverdien som er bestemt i form av et konfidensnivå (Rockafellar & Uryasev, 2002).

#### 4.5 Ornstein-Uhlenbeck

Dersom energiprisene er lavere enn produksjonskostnadene vil man få redusert tilbud og økt etterspørsel, noe som igjen gir økte priser. Tilsvarende vil energipriser som er høyere enn produksjonskostnadene gi økt tilbud, redusert etterspørsel og lavere pris. Vi ønsker derfor å modellere strømprisene som snittreverserende, altså at prisene over tid tenderer mot et langsiktig

gjennomsnitt. Ornstein-Uhlenbeck (O-U) prosessen er en stokastisk prosess som kan brukes til å modellere snittreverserende prosesser. Den har bruksområder både innen fysikk og finans, og karakteriseres av at den tenderer tilbake til en gjennomsnittsverdi. Tilsvarende modeller er også ofte brukt i rentemarkeder til å beskrive utvikling og bevegelser i renten, her under navnet Vasicek-modellen. Renten vil her reversere tilbake til sitt gjennomsnitt, som er et produkt av markedsrisiko, tid og likevektsverdi. Modellen viser hvor renten vil ende opp ved “endt” periode. Selv om modellen ble utviklet til å beskrive utviklingen i renter finnes det studier hvor den også brukes til å modellere prisen på elektrisitet (Weron et al., 2004). I vårt tilfelle kan O-U prosessen uttrykkes:

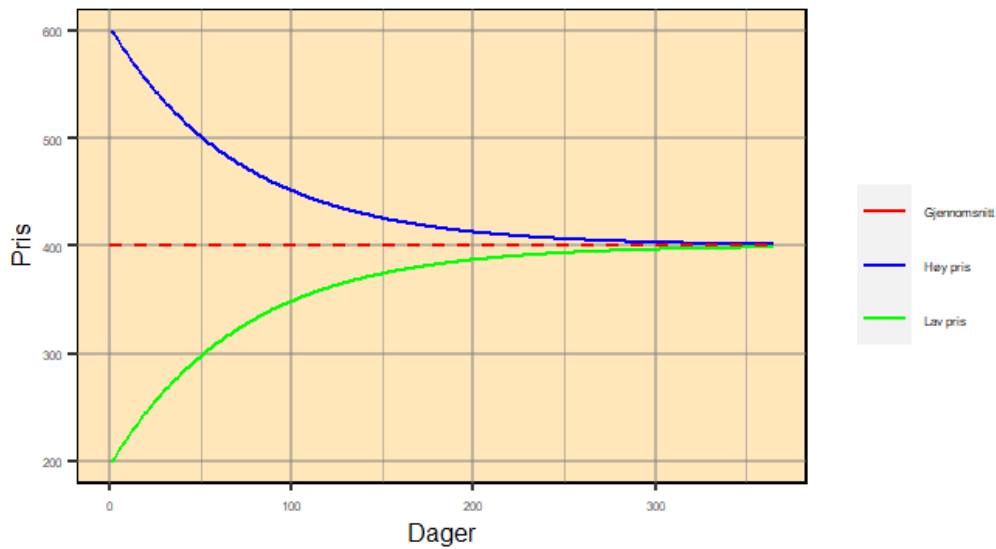
$$dx_t^i = \theta^i(\mu^i - x_t^i)dt + dB_t^i, \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (2)$$

Vi vil få en slik ligning for hver pris: spot, 1- 2- og 3-årskontrakter, hvor  $x_t^i$  er prisen på kontraktene,  $\mu$  er konstant og definert som den langsiktige gjennomsnittsverdien til  $x_t^i$ ,  $\theta$  er snittreverseringshastigheten,  $\sigma$  er volatiliteten og  $W_t^i$  er browniske bevegelser som er knyttet til prisene. Vi kaller det første leddet,  $\theta(\mu-x)$ , for driftleddet og det er dette som representerer den snittreverserende prosessen. Dersom  $x$  er høyere enn det langsiktige gjennomsnittet, vil dette leddet bli negativt, og vi får isolert sett en negativ endring i prisen, sett bort fra støyleddet. På den måten vil prisen over tid trekke mot gjennomsnittet, en egenskap som er typisk for råvaremarkeder. Ornstein-Uhlenbeck er en stasjonær prosess, som vil si at man antar at den ubetingede fellesfordelingsfunksjonen er stasjonær i tid, og dermed at gjennomsnittet og variansen i prosessen er stasjonære (Øksendal, 2006).

---

#### 4.5.1 Snittreverseringshastighet

En essensiell del av Ornstein-Uhlenbeck prosessen er parameteren  $\theta$  i driftleddet. For å tolke denne har vi plottet driftleddet isolert i Figur 4.1. Her er den røde linjen den langsiktige gjennomsnittsprisen  $\mu$ , den blå og den grønne linjen er to serier  $x_t$ , henholdsvis høy og lav, og  $\theta$  er en konstant lik 5.



Figur 4.1 Eksempel på snittreverseringshastighet med  $\theta = 5$

Figur 4.1 viser hvordan prisene vil trekkes mot gjennomsnittet, ekskludert det stokastiske leddet. Man kan tydelig se at prisen trekkes mot gjennomsnittet med en hastighet som brytes ned eksponentielt, og at den dermed aldri vil være lik gjennomsnittet uten hjelp av støy fra det stokastiske leddet. Dette minner om måten nedbrytning av radioaktivt stoff foregår på, og gjør at det videre blir aktuelt å se nærmere på begrepet halveringstid.

Størrelsen  $N$ , i vårt tilfelle differansen mellom pris og langsiktig gjennomsnittspris, ved tid  $t$  er gitt ved:

$$N(t) = N_0 e^{-\theta t}$$

Her er  $N_0$  den opprinnelige verdien av  $N$  ved  $t=0$  og  $\theta$  er en positiv konstant, som i vårt tilfelle er snittreverseringshastigheten. Vi ser at når  $t$  går mot uendelig, går  $e^{-\theta t}$  mot 0.

Vi definerer en tid  $t_{1/2}$  hvor:

$$N(t_{1/2}) = N_0 \times \frac{1}{2}$$

Vi løser likningen for  $t_{1/2}$ :

$$N_0 \times \frac{1}{2} = N_0 e^{-\theta t_{1/2}}$$

$$e^{-\theta t_{1/2}} = \frac{1}{2}$$

$$-\theta t_{1/2} = \ln \frac{1}{2} = -\ln 2$$

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\theta}$$

Vi får et uttrykk for hvor mange dager det vil ta før en gitt snittreverseringshastighet har gjort at differansen mellom prisen og den langsiktige gjennomsnittsprisen er halvert. Gjenværende mengde etter N antall halveringstider i prosent av den opprinnelige mengden kan beregnes ved:

$$\frac{100\%}{2^N}$$

I eksempelet i Figur 4.1 hvor vi har en annualisert  $\theta$  på 5, vil halveringstiden være  $\ln 2 / 5 * 365 = 50,6$  dager. Med andre ord, hvis prisen starter i 600 og gjennomsnittsprisen er 400, vil det ta 50,6 dager før prisen er nede i 500, og nye 50,6 dager før prisen er 450 også videre.

## 4.6 Finansiell krafthandel

Nord Pool ASA tilbyr kjøp og salg av terminkontrakter med tilhørende oppgjør til børsmedlemmer i det finansielle markedet. Finansiell krafthandel kjennetegnes ved at det kjøpes og selges finansielle instrumenter som brukes i risikostyring og prissikring i kraftmarkedet uten at fysisk levering av kraften finner sted. De finansielle produktene er ofte mer kjent som futures- og forwardkontrakter og kan handles inntil fem år frem i tid, fordelt på døgn, uker, måneder, kvartaler og år. Ved handel av futureskontrakter etableres det rettigheter og forpliktelser mellom kjøper og selger som omfatter et daglig kontantoppgjør i handels- og leveringsperioden samt endelig kontantoppgjør ved kontrakttidens slutt. Kontantoppgjøret som finner sted ved kontrakttidens slutt reflekterer forskjellen mellom en avtalt pris og prisvariasjoner i referanseprisen i spotmarkedet i forhold til en avtalt mengde kraft i leveringsperioden.

En forwardkontrakt for kraft er en avtale mellom en kjøper og en selger om å kjøpe eller selge en bestemt mengde kraft til en forhåndsbestemt pris på et bestemt tidspunkt i fremtiden.

Kontrakten baserer seg på referanseprisen i spotmarkedet og gjelder vanligvis for en avtalt leveringsperiode. Målet er å gi kjøper og selger en viss grad av sikkerhet når det gjelder pris og



levering av kraft i fremtiden. Forwardkontrakten låser prisen for en bestemt tidsperiode og kontrakten gjøres opp i løpet av leveringsperioden. Det er vanligvis ikke kontantoppgjør, men aktørene må være i stand til å stille en bankgaranti for det akkumulerte resultatet av prisendringene leveringsperioden. Nord Pool Clearing AS tar seg av avregning og oppgjør av de finansielle kontraktene og er en viktig del av effektiviteten i det nordiske kraftmarkedet. Et clearinghus trer inn som motpart i finansiell handel og skal være med på å redusere motpartsrisikoen for aktørene. Dette gjør at kunderelasjoner og hvem man handler med ikke er av betydning, ei heller prisen inn i kontrakten (Regjeringen, 2008, s. 92-93).

#### 4.7 Korrelasjon og kovarians

Korrelasjon er et statistisk mål på hvor mye to målbare størrelser henger sammen med hverandre. Korrelasjonen uttrykkes ved korrelasjonskoeffisienten som er et tall mellom  $-1$  og  $1$ . Dersom korrelasjonen er høy og positiv, vil variablene generelt sett tendere i samme retning. Om korrelasjonskoeffisienten er lik  $0$  betyr det at det ikke finnes noen statistisk sammenheng mellom dataene. Korrelasjonen sier ikke nødvendigvis noe om hvorvidt variablene påvirker hverandre, såkalt kausal sammenheng. Det vil likevel være interessant i en analyse å bevise at det finnes en slags sammenheng mellom variablene ved å regne frem en koeffisient nær  $-1$  eller  $1$ . Korrelasjon er gitt ved følgende formel (Bodie et al., 2021, s. 240).

$$\rho_{ij} = \frac{Cov_{ij}}{\sigma_i \sigma_j} \quad (3)$$

Kozak (2009) viser til at en generell regel om styrkeforholdet til korrelasjonskoeffisienten defineres ved at absolutte verdier mellom  $0$  og  $0,20$  tilsier ingen korrelasjon,  $0,2$  til  $0,5$  defineres som svak,  $0,5$  til  $0,7$  defineres som sterk og over  $0,7$  er veldig sterk. Likevel bør tolkningen av korrelasjonskoeffisienten alltid kobles til problemet den er ment til å beskrive og sees i sammenheng med andre forklaringsvariabler.

Kovarians er også definert som et mål på hvor mye to variabler endrer seg i forhold til hverandre. I motsetning til korrelasjon, vil kovarians være avhengig av måleskalaen.

Kovariansen uttrykkes gjennom tall der positive tall indikerer at variablene endrer seg i samme retning, mens en negativ kovarians indikerer at variablene endrer seg i motsatt retning i forhold

til hverandre. Desto større (mindre) tallene er desto større (mindre) er intensiteten av kovariansen (Bodie et al., 2021 s. 238).

## 5 Data

Dataen som danner grunnlaget for analysene som er gjort i oppgaven er daglige spotpriser, samt daglige priser på 1-, 2- og 3-årskontrakter i perioden 01.01.2007 til og med 31.12.2019. Alle dataseriene er systempriser. Grunnen til at nyere data ikke inkluderes er markedsuroen vi har sett de siste årene som vil påvirke analysen i så stor grad at det ikke kan trekkes valide konklusjoner ut fra resultatene. Dette blir vist og diskutert i kapittel 8 og 9. De daglige spotprisene er hentet fra Nord Pool ved hjelp av Konesjonskraft IKS, mens prisene på de ulike kontraktene er hentet fra NASDAQ OMX børsen. Videre i oppgaven vil spotprisen betegnes som “Spot”, mens de ulike årskontraktene vil bli omtalt som “NOR1Y”, “NOR2Y” og “NOR3Y”.

### 5.1 Terminpunkter

Dataen som brukes er oppgitt i EUR/MWh. Ettersom vi ønsker å analysere prissikoen i norske kroner, gjøres alle prisene om fra EUR/MWh til NOK/MWh. For å finne den mest nøyaktige omgjøringen av prisene er både terminpunkter og daglige vekslingskurser tilbake til 01.01.2007 benyttet. Prisene er så omgjort ved bruk av følgende formel:

$$NOK/MWh = EUR/MWh \times \left( EUR/NOK + \frac{Terminpunkt}{1000} \right) \quad (4)$$

Ved omgjøring av valuta for årsproduktene er terminpunkter en del av regnestykket.

Terminpunktene i valutaswapmarkedet skal kompensere for differansen mellom forventede styringsrenter. Dersom rentedifferansen i valutaswapmarkedet avviker fra den forventede styringsrentedifferansen kan avviket tolkes som den relative likviditetspremien mellom to valutaer. I markedet for valuta vil dette komme til anvendelse ved at man betaler mer for å bytte til seg én valuta mot en annen enn det rentedifferansen mellom de forventede styringsrentene skulle tilsi (Lund et al., 2016, s. 4).

Terminpunktene i oppgaven er mottatt av Sparebanken Sør og hentet fra Bloomberg. Det finnes kun terminpunkter tilbake til midten av 2007 på 36M forward rates så de resterende punktene er ekstrapolert. Vi har her regnet ut korrelasjonen mellom 24M og 36M og funnet at denne er lik 0,97. Vi bruker deretter denne sammenhengen til å regne oss bakover slik at den relative endringen som skjer mellom 24M og 36M på de tilgjengelige punktene blir lik endringen på punktene som er funnet gjennom denne måten å estimere dem på. Dette utgjør uansett en veldig liten del av det totale regnestykket og små endringer i inputen i denne delen vil antageligvis ikke påvirke reliabiliteten i målingene.

## 5.2 Deskriptiv statistikk

I denne delen vil vi analysere og beskrive datagrunnlaget for analysen gjennom deskriptiv statistikk. Vi presenterer kort prisene gjennom perioden før vi flytter fokuset over på deskriptiv statistikk av prisendringene.

Tabell 5.1 viser grunnleggende statistikk for prisene i perioden fra 01.01.2007 til 31.12.2019. Årskontraktene omsettes kun på handledager, mens dataserien for spotpris inkluderer helger og helligdager, som forklarer differansen i antall observasjoner. Spotprisen har det laveste gjennomsnittet gjennom perioden, men samtidig de mest ekstreme maks- og minimumsverdiene. Vi ser noe differanse i median og gjennomsnitt, der Spot og 1-årskontrakter har høyere gjennomsnitt enn median, noe som tyder på at prisene har en positiv skjevhet i fordelingen. For 2- og 3-årskontrakter observerer vi det motsatte.

Priser	Spot	NOR1Y	NOR2Y	NOR3Y
Antall observasjoner	4746	3258	3258	3258
Gjennomsnitt	306,56	315,62	310,73	314,54
Median	289,45	309,89	319,63	323,47
Maks	1083,15	567,39	557,05	561,33
Min	34,94	157,40	162,50	163,85

*Tabell 5.1 Deskriptiv statistikk for de historiske prisene på Spot, NOR1Y, NOR2Y og NOR3Y.*

Tabell 5.2 viser deskriptiv statistikk for endringene i daglige priser for de fire produktene fra 01.01.2007 til 31.12.2019. Gjennomsnittlig endring, median samt min/maks er vist i både

prosentvis endring og NOK/MWh. Endringene regnes ut i henhold til formelen  $(P_t - P_{t-1})$  hvor P er prisen og t er tidspunkt. Prosentvis endring beregnes som  $(P_t - P_{t-1})/P_{t-1}$ .

Endringer i pris	Spot	NOR1Y	NOR2Y	NOR3Y
Antall observasjoner	4745	3257	3257	3257
Gjennomsnitt (NOK/MWh)	0,0080459	0,0036814	-0,0040331	-0,0038818
Gjennomsnitt (%)	0,7054453	0,01430224	0,007034347	0,006101711
Median (NOK/MWh)	-1,901249	0,06839805	0,06391914	-0,01627251
Median (%)	-0,6062819	0,02410569	0,02203715	-0,004569944
Maks (NOK/MWh)	418,3824	33,81789	29,6098	43,99083
Maks (%)	149,8768	10,53877	8,149992	11,4836
Min (NOK/MWh)	-430,7843	-46,68593	-46,30596	-44,70925
Min (%)	-65,31407	-8,498254	-13,71225	-11,08921
Standardavvik (NOK/MWh)	32,91614	5,544761	4,215423	4,079864
Skjevhet	0,1493011	-0,6057747	-0,92235	-0,4086784
Kurtose	29,13813	9,354681	16,05323	26,54553
q01 (NOK/MWh)	-92,18161	-16,12707	-11,6637	-11,15322
q05 (NOK/MWh)	-39,64636	-8,507657	-6,124706	-5,498476
q95 (NOK/MWh)	48,42937	8,200779	6,056747	5,356776
q99 (NOK/MWh)	96,1885	15,12634	11,36412	11,31696
Jarque-Bera ( $\chi^2$ )	135092	5679	23585	75376
JB (p-verdi)	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Lagrange Multiplier Test	18549	7418	18205	16011
LM (p-verdi)	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Tabell 5.2 Deskriptiv statistikk for prisendringer i Spot, NOR1Y, NOR2Y og NOR3Y, 2007-2019.

Spot har gjennomsnittlig endring med 0,71 målt i prosent og 0,0080 målt i NOK/MWh. Kontraktene ligger enda nærmere null med 0,0143, 0,0070 og 0,006 for henholdsvis NOR1Y, NOR2Y og NOR3Y. Dette betyr at selv om de ekstreme daglige endringene har forekommet med stor hyppighet er det likevel liten gjennomsnittlig endring fra starten av perioden til slutten av perioden. Dette komplementeres ved at den maksimale daglige økningen i prisen for Spot er 149,88 %, mens den største reduksjonen er -65,31%. Årskontraktene har mer moderate svingninger og vi ser at dette også gjenspeiler seg i mer moderate maks- og minimumsverdier. Grunnet de ekstreme svingningene i Spot får vi også en positiv skjevhet i denne dataserien. Ved å benytte enkel avkastning får vi en potensiell minimumsverdi på -100% mens maksimumsverdien er potensielt uendelig stor. Dette fører til at man ofte får en positiv skjevhet

når man benytter enkel avkastning på så ekstreme data. Alle dataseriene har kurtose på over 3 som vil si at de er leptokurtiske. Det betyr at fordelingene er spissere med tykkere haler enn normalfordelingen som resulterer i større sannsynlighet for ekstremverdier. Den unormale fordelingen av observasjoner reflekteres også av skjevheten som ved normalfordelt data vil ha en skjevhetsverdi lik 0. Både Jarque-Bera- og Lagrange Multiplier-testene viser også at ingen av dataseriene er normalfordelte da de gir ekstremt lave p-verdier.

### 5.2.1 Korrelasjon

Videre er korrelasjonen mellom de ulike produktene regnet ut og er uttrykt i Tabell 5.3. Det finnes flere måter å uttrykke korrelasjonsmatrisen på, for eksempel ved bruk av daglig, ukentlig eller månedlige snitt. Hvordan endring i en eller flere av korrelasjonskoeffisientene påvirker resultatet er videre drøftet i sensitivitetsanalysen i delkapittel 8.2

Tabellen viser hvordan endringen i prisene til de forskjellige produktene korrelerer på ukentlig basis. Her tar vi gjennomsnittlig ukentlig endring i pris for alle produktene og finner korrelasjoner for prisendringer over hver uke. Kontraktene vil sannsynligvis ikke følge alle endringene i spotprisen, spesielt ikke de ekstreme daglige endringene som kan inntreffe og det er dermed mer naturlig å sammenligne de ukentlige endringene, da vi har en viss forventning om at varige økninger i spotprisene på sikt fører til økte priser på de forskjellige årskontraktene.

KORR	Spot	NOR1Y	NOR2Y	NOR3Y
Spot	1			
NOR1Y	0,2658	1		
NOR2Y	0,1545	0,6859	1	
NOR3Y	0,0852	0,5217	0,7866	1

Tabell 5.3 Korrelasjon mellom Spot, NOR1Y, NOR2Y og NOR3Y på ukentlig data

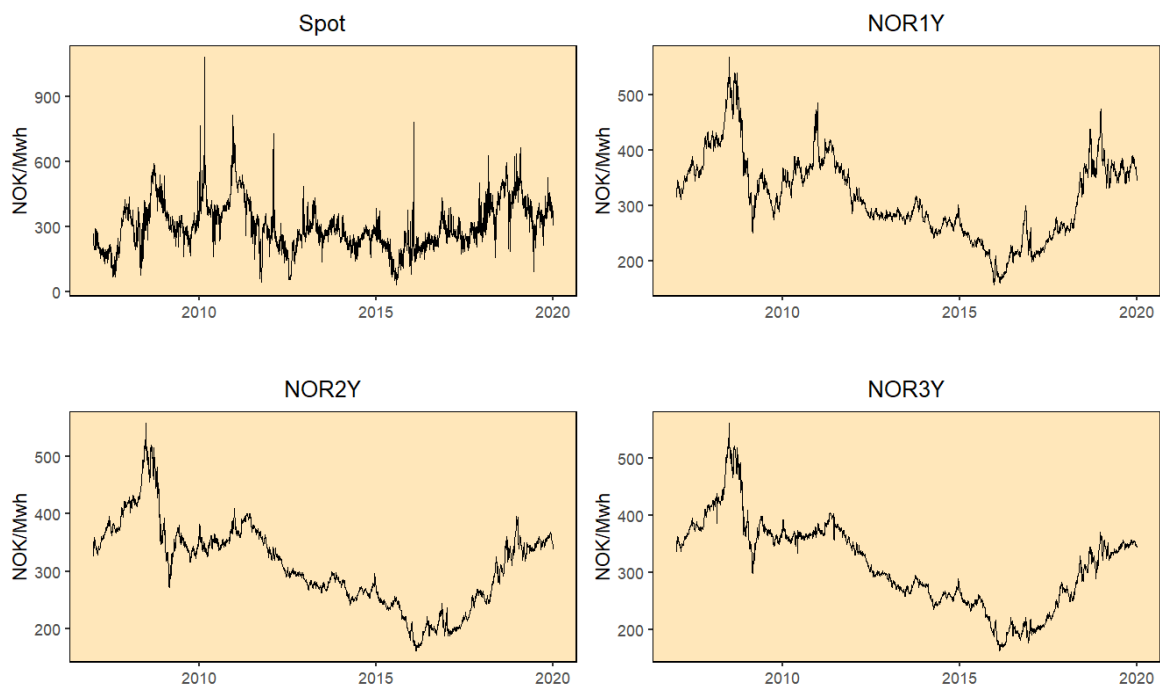
Vi ser av korrelasjonsmatrisen at retningen på alle korrelasjonene er positive. Alle korrelasjonskoeffisientene er også statistisk signifikante ved  $\alpha=0,05$ . Dette vil generelt sett bety at

produktene beveger seg i samme retning ved endringer. Korrelasjonen mellom Spot og de ulike årsproduktene varierer fra 0,2656 mellom Spot og NOR1Y til 0,0852 mellom Spot og NOR3Y. Dette kan derfor klassifiseres som svak til ingen korrelasjon. Når Spot går opp så ser vi ikke nødvendigvis en økning i de forskjellige årsproduktene. Korrelasjonen mellom årsproduktene er betydelig sterkere enn for hver av kontraktene i forhold til Spot og tilsvarende 0,6859, 0,7866 og 0,5217, og kan derfor defineres som sterk, til veldig sterk. Dette vil si at de beveger seg mer likt i samme retning i forhold til prisendringer enn hva de gjør med Spot. Når en av kontraktene øker i pris følger gjerne de to andre etter og tilsvarende ved en prisreduksjon. Den naturlige forklaringen på dette er at de påvirkes av mange av de samme faktorene.

---

### 5.2.2 Prisutvikling

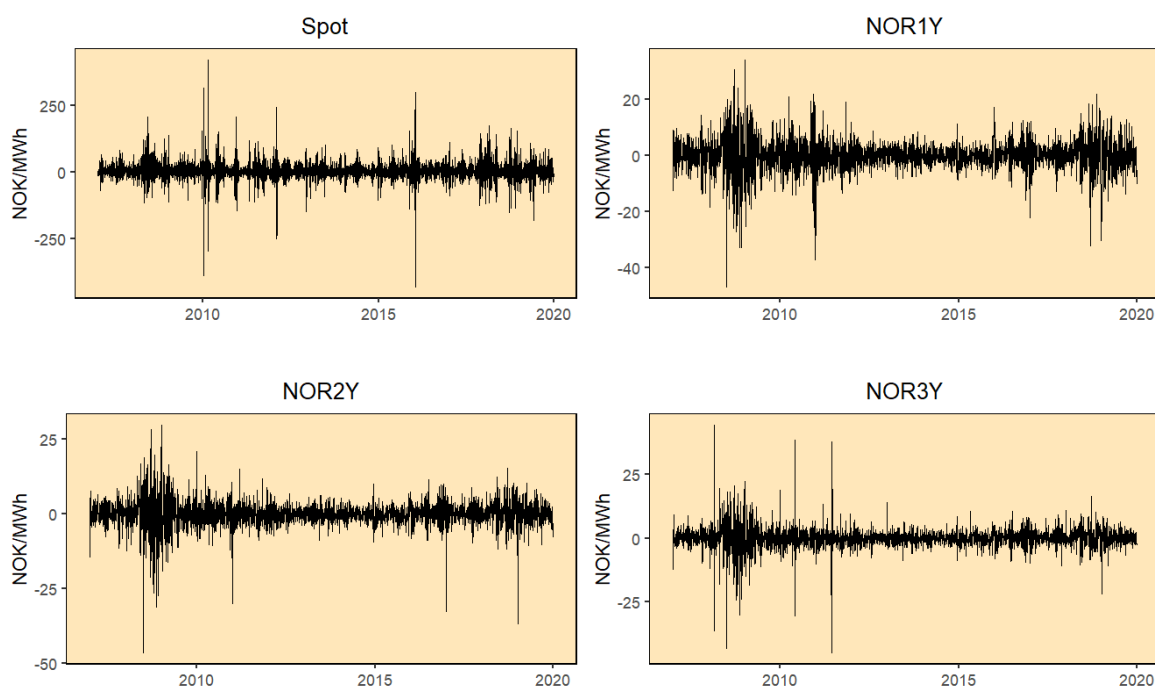
Figur 5.1 viser utviklingen i prisen på de forskjellige produktene. Som vi kan se av figuren så har prisen på alle produktene vært preget av store svingninger, hvor Spot skiller seg ut med de klart mest ekstreme svingningene. Likevel ser vi at det er liten total endring i pris hvis en ser på hva prisen var på starten av perioden, sammenlignet med slutten av perioden. Her er det også mulig å påstå at prisene har sunket nominelt sett da vi har hatt en inflasjon og konsumprisøkning i perioden som skulle tilsi at prisene skulle vært noe høyere. Noen av pristoppene har sin naturlige forklaring, for eksempel så skyldes toppen vi ser i spotprisen i februar 2010 svært lite tilsig og usedvanlig lav fyllingsgrad i vannmagasinene (Statistisk sentralbyrå, 2011), kombinert med bortfall av kjernekraft i Sverige (Sunnanå, 2010). Andre topper kan skyldes dager hvor det var veldig kaldt og høyt forbruk.



Figur 5.1 Prisutvikling for Spot, NOR1Y, NOR2Y og NOR3Y

Prisen på de forskjellige årsproduktene er relativt lik i utvikling. De har stort sett de samme toppene og bunnene med noen unntak. Alle årsproduktene sank betraktelig i pris rundt 2008 helt frem til de nådde sin foreløpige bunnotering rundt 2016. Etter dette har det vært en jevn økning frem til 2020 med noen prisfall.

Figur 5.2 oppsummerer produktenes prisendringer i løpet av perioden og vi ser tendenser til større endringer i NOR1Y sammenlignet med NOR2Y og NOR3Y. Dette kan forklares med at den korrelerer noe mer med Spot enn hva de andre produktene gjør.



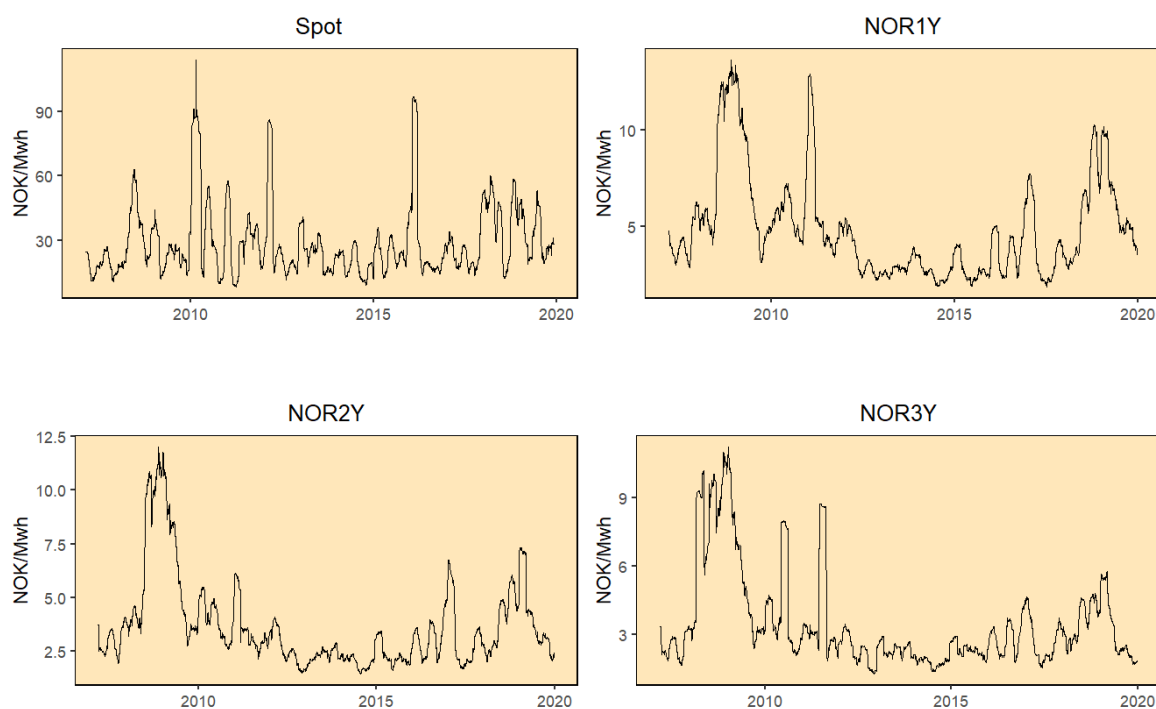
Figur 5.2 Endringer i pris for Spot, NOR1Y, NOR2Y og NOR3Y for perioden 01.01.2007 - 30.12.2019.

Også her observeres det at årsproduktene følger de samme trendene, mens Spot skiller seg ut med ekstremverdier. I tillegg kan man se volatilitetsklynger og dermed varierende volatilitet, noe som kan undersøkes nærmere ved å se på utviklingen i standardavvik.

### 5.2.3 Utvikling i standardavvik med 50 dagers overlapp

For å beskrive hvordan volatilitetsutviklingen har vært i kraftmarkedet og spesielt for strømprisene er Figur 5.3 illustrerende. Figuren viser hvordan utviklingen i standardavviket med 50 dagers overlapp har vært for analyseperioden. Standardavviket vist er knyttet til endringene i prisen,  $dP = P_t - P_{t-1}$ . I alle grafene er standardavviket sterkt varierende, men relativt likt i starten av perioden sammenlignet med slutten av perioden. Det er perioder hvor standardavviket har vært ekstremt høyt, spesielt for Spot, likevel ser vi at det hele tides trekkes tilbake mot gjennomsnittet etter perioder med verdier som avviker fra forventningsverdien.



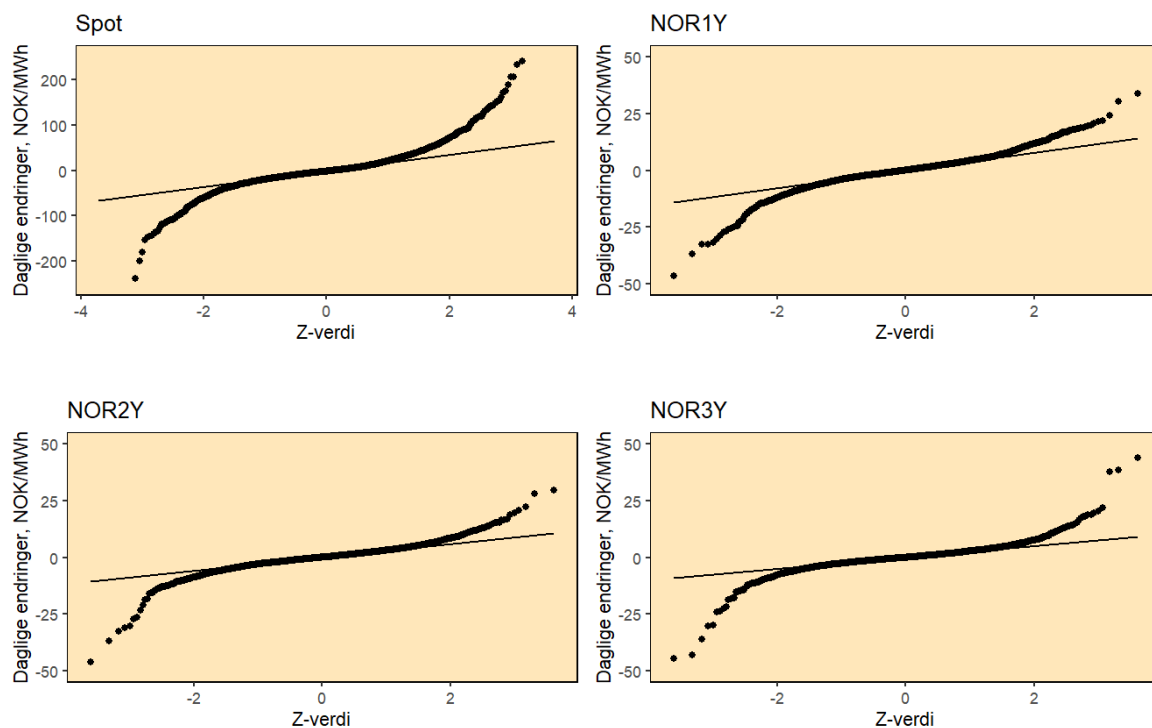


Figur 5.3 Utvikling av standardavviket til daglige prisendringer med 50 dagers overlapp

Videre er det verdt å merke seg den største økningen i perioden som inntraff i 2010 som kommer av pristoppen vi diskuterte i delkapittel 5.2.2. Denne er veldig synlig for spotprisen, men ikke like lett å se blant årsproduktene. Selv om det er mulig å trekke paralleller mellom grafene og kanskje spesielt for årsproduktene, virker det ikke som om alle produktene påvirkes i like stor grad ved endringer i eksterne faktorer. Dette er muligens noe av forklaringen på at vi ikke observerer en enda sterkere korrelasjon mellom produktene.

#### 5.2.4 QQ-plot for prisendringer i produktene

QQ-plot gir en grafisk fremstilling av i hvilken grad dataene er normalfordelte. Den lineære referanselinjen i Figur 5.4 representerer z-verdien til ulike prisendringer ved normalfordelte data, mens punktene i grafen representerer de faktiske observasjonene og deres respektive z-verdi. Ved normalfordelte data skal dermed observasjonene ligge på den lineære linjen. Vi ser tydelige tegn til at prisendringene ikke er normalfordelt i noen av produktene da de har en høyere frekvens og størrelse på ekstremverdier enn normalfordelingen, og dermed fraviker referanselinjen i ytterpunktene.



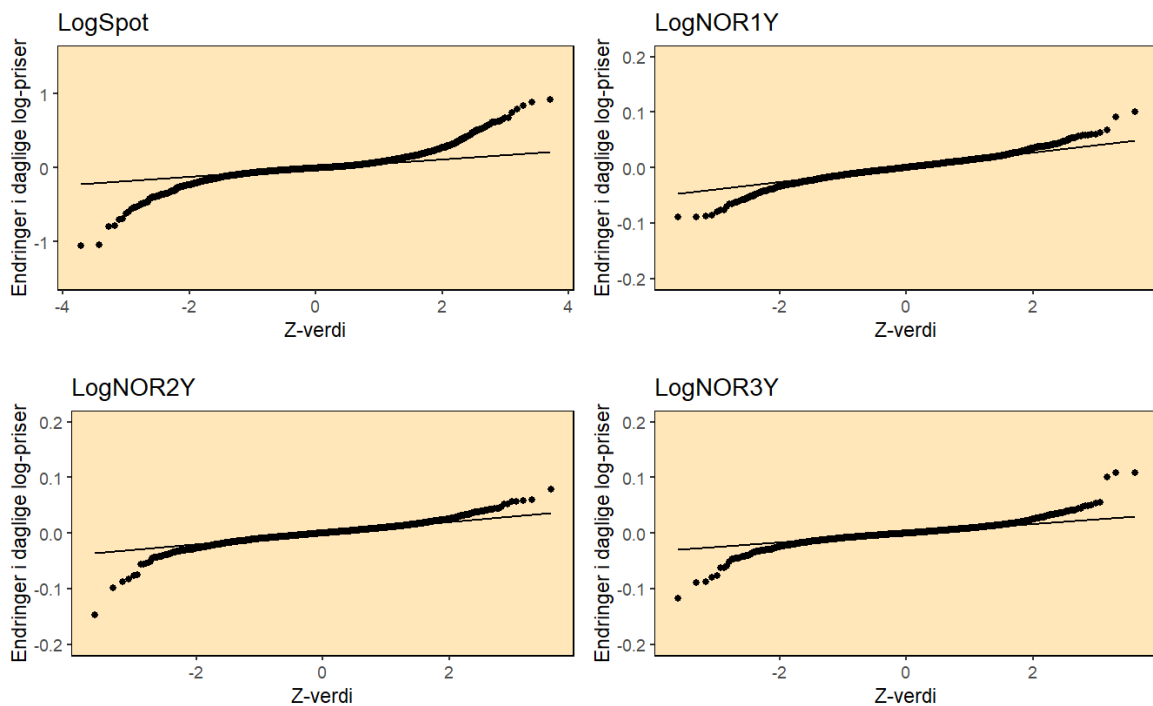
Figur 5.4 QQ-Plot for prisendringer i Spot, NOR1Y, NOR2Y og NOR3Y

### 5.2.5 Historiske prisendringer på logaritmisk form

Vi ser av den deskriptive statistikken samt illustrert ved QQ-plot i tidligere delkapitler at dataen ikke er normalfordelt. Vi ønsker derfor å undersøke hvorvidt de logaritmiske prisendringene, hvor  $x_t = \log(P_t)$ , kan gi høyere grad av normalitet for videre analyse. Vi gjør nye normalfordelingstester på endringene i de logaritmiske prisene som er presentert i Tabell 5.4 og Figur 5.5.

Endringer i log-pris	Spot	NOR1Y	NOR2Y	NOR3Y
Skjevhet	0,3688937	-0,2322742	-0,7868715	-0,1092979
Kurtose	14,45334	6,33840	12,93427	15,84492
Jarque-Bera ( $\chi^2$ )	26043	1542	13729	22397
JB (p-verdi)	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Lagrange Multiplier Test	17155	5178	15955	11967
LM (p-verdi)	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Tabell 5.4 Deskriptiv statistikk for endringer i log-pris



Figur 5.5 *QQ-Plot for endringer i daglige log-priser*

Vi observerer at dataen blir mindre skjev og at vi i tillegg får lavere kurtose. Det gjennomføres også nye Jarque-Bera og LM-tester hvor vi oppnår verdier som tilsier høyere grad av normalitet, selv om p-verdiene viser at de fortsatt ikke kan sies å være normalfordelte. Dette er også illustrert i Figur 5.5 der vi har plottet prisendringene i et QQ-plot, hvor det er tegn til at observasjonene ligger noe nærmere den lineære referanselinjen.

## 6 Metode

### 6.1 Parameterestimering

For å kunne modellere prisene må det beregnes parametere som skal representere standardavvik, gjennomsnitt og snittreverseringshastigheten, og det finnes flere måter å beregne de ulike parameterne på. I denne analysen estimerer vi parameterne med en sannsynlighetsmaksimeringsestimering gjennom en Ornstein-Uhlenbeck (O-U) prosess. Som vist i kapittel 5 har prisene volatile egenskaper. Vi har dermed valgt å bruke de logaritmiske prisene, da dette kan gi statistiske fordeler i analysen, som diskutert i kapittel 3. Vi antar dermed at

prisene er log-normalfordelte. Gjennom O-U prosessen modellerer vi prisene som snittreverserende, som vil si at de trekkes tilbake mot et langsiktig gjennomsnitt etter perioder med svingninger. Dersom prisene avviker fra det langsiktige gjennomsnittet vil de, ifølge modellen, over tid trekkes mot det langsiktige gjennomsnittet med en snittreverseringshastighet representert ved parameteren  $\theta$ . Parameterne estimeres med sannsynlighetsmaksimeringsestimering, illustrert ved utklipp av Tabell 6.1 og det er her teorien fra Brooks (2019) om sannsynlighetsmaksimeringsestimering får sin anvendelse.

	C	D	E	F	G	H	I	J
1								
2		Langsiktig nivå p.snitt ( $\mu$ )		5.731507926	5.726862175			
3		Hastighet snittreversjon ( $\theta$ )		0.002325894				
4		Standardavvik ( $\sigma$ )		0.016256143	0.016268153			
5							$\Sigma \log(\text{PDF})$	8795.000966
6								
7								
	Dato solgt	$P_t$ (NOK/MWh)	$\log(P_t) = x_t$	$x_{t+1} - x_t$	$\theta(\mu - x_t)$	$x_{t+1} - x_t - \theta(\mu - x_t)$	PDF	$\log(\text{PDF})$
2693	14.09.2017	279.4936658	5.63297963	0.02003439	0.000275764	0.019758625	11.72448417	2.461679319
2694	15.09.2017	274.9063276	5.616430413	-0.016549217	0.000229166	-0.016778383	14.4068549	2.667704128
2695	18.09.2017	275.3046838	5.617878425	0.001448013	0.000267658	0.001180355	24.47640952	3.197709777
2696	19.09.2017	273.1752174	5.610113411	-0.007765014	0.00026429	-0.008029304	21.72286208	3.078365258
2697	20.09.2017	273.7705206	5.612290239	0.002176828	0.000282351	0.001894477	24.37493082	3.193555179
2698	21.09.2017	267.3171185	5.588435664	-0.023854576	0.000277288	-0.024131863	8.154015848	2.098510548
2699	22.09.2017	269.7049481	5.597328577	0.008892913	0.000332771	0.008560142	21.36391289	3.061703185
2700	25.09.2017	273.4389945	5.611078542	0.013749965	0.000312087	0.013437878	17.43856447	2.858684103
2701	26.09.2017	270.9596334	5.601969855	-0.009108686	0.000280106	-0.009388792	20.77108431	3.033561842
2702	27.09.2017	270.0813352	5.598723155	-0.0032467	0.000301292	-0.003547992	23.96341141	3.176528142

Tabell 6.1 Utklipp av parameterestimering ved bruk av Ornstein-Uhlenbeck prosessen for NOR1Y

Vi får en O-U prosess for hver av de finansielle kontraktene samt spotprisen, hvor resultatene av hver estimering er presentert i Tabell 6.2.  $x_{t+1} - x_t$  i kolonne F representerer daglig endring i logaritmen til prisene og  $\theta(\mu - x_t)$  i kolonne G er endring i log-pris hensyntatt hastigheten til snittreversjonen  $\theta$ . Kolonne H er endringen i pris minus driftleddet, som man ønsker å minimere for å komme frem til parametere som gjør at den observerte dataen er mest mulig sannsynlig. Sannsynlighetstetthetsfunksjonen til kolonne H blir beregnet i kolonne I, som man igjen tar logaritmen av for å forenkle funksjonen. Til slutt maksimeres summen av logaritmene til sannsynlighetstetthetsfunksjonene gjennom å optimere de tre parameterne som vises øverst i kolonne F. Dette er det langsiktige gjennomsnittet, uttrykt ved  $\mu$ , hastigheten på snittreversjonen, uttrykt ved  $\theta$ , og standardavviket uttrykt ved  $\sigma$ . For å unngå å møte på lokale maksimumspunkter setter vi begrensninger i sannsynlighetsmaksimeringsestimeringen og våre initielle gjett baserer seg på det enkle gjennomsnittet og standardavviket til tidsseriene, vist øverst i kolonne G.

Oppsummering av estimatene for alle de forskjellige O-U prosessene er videre presentert i Tabell 6.2

Estimerte parametere	$\mu$	$\theta$	$\sigma$
Spot	5,659	0,046424	0,115
NOR1Y	5,732	0,002326	0,016
NOR2Y	5,703	0,001482	0,013
NOR3Y	5,713	0,001218	0,012

Tabell 6.2 Estimerte parametere fra Ornstein-Uhlenbeck prosessen for alle produkter

Verdt å merke seg fra Tabell 6.2 er at hastigheten på snittreverseringen for alle årsproduktene ser ut til å være i samme størrelsesorden og viser 0,002326, 0,001482 og 0,001218 for henholdsvis 1-, 2- og 3-årskontrakter. Spot har en høyere daglig snittreverseringshastighet på 0,046424. Det langsiktige gjennomsnittet er høyest for NOR1Y, mens for NOR2Y og NOR3Y ligger de noe lavere. Spot har det laveste gjennomsnittet. Standardavviket er relativt likt for kontraktene og strekker seg fra 1,2% for NOR3Y til 1,6% for NOR1Y, mens for Spot er tilsvarende estimat 11,5%. Spot har en  $\theta$  som er rundt 20 ganger større enn NOR1Y, som betyr at spotprisene trekkes mye fortere tilbake mot gjennomsnittet enn hva som er tilfellet for årskontraktene. Mye av grunnen til dette kan være at man i spotprisen ser flere prishopp, hvor prisen stiger mye i løpet av kort tid før den faller igjen. Dette kan skyldes kortsiktige faktorer som ikke påvirker kontraktsprisene i like stor grad.

Tabell 6.3 viser de annualiserte parameterne fra sannsynlighetsmaksimeringsestimeringen. Her er de opprinnelige estimerte parameterne for  $\theta$  multiplisert med 365, mens  $\sigma$  er multiplisert med kvadratroten av 365. Dette er verdiene som blir benyttet videre i oppgaven.

Annualiserte parametere	$\mu$	$\theta$	$\sigma$
Spot	5,659	16,944699	2,204
NOR1Y	5,732	0,8489512	0,311
NOR2Y	5,703	0,5409574	0,245
NOR3Y	5,713	0,4444316	0,229

Tabell 6.3 Annualiserte estimerte parametere fra O-U prosessen.

### 6.1.1 Kovarians

Etter å ha estimert standardavvik gjennom O-U prosessen samt korrelasjonen mellom produktene kan vi bruke dette til å regne oss frem til kovariansmatrisen. Her er Formel (3) benyttet, hvor  $\rho$  er korrelasjonen mellom produktene og  $\sigma$  er standardavvikene.

Kovariansmatrisen er presentert i Tabell 6.4

KOV				
	Spot	NOR1Y	NOR2Y	NOR3Y
Spot	4,85878			
NOR1Y	0,18198	0,09646		
NOR2Y	0,08344	0,05220	0,06004	
NOR3Y	0,04310	0,03717	0,04421	0,05262

Tabell 6.4 Kovariansmatrise for gjennomsnittsverdier av energi med levering i 2023

Verdt å merke seg er at størrelsene på alle kovariansene er positive som betyr at de generelt sett varierer i samme retning. Verdien på diagonalen i kovariansmatrisen viser variansen til hver av variablene og er naturlig nok størst hos Spot.

## 6.2 Monte Carlo

Vi har nå funnet de nødvendige parameterne, og kan simulere O-U prosessen gjennom en Monte Carlo-simulering som blir gjort i programmet Rstudio.

Her ønsker vi å simulere 10 000 ulike stier (paths) med daglige prisendringer for de fire produktene ved hjelp av parameterne vi har funnet. Ettersom formålet er å beregne Value at Risk for de usikrede inntektene ved KIKS sin sikringsstrategi, ønsker vi å simulere alle de usikrede inntektene fire år frem i tid. For eksempel vil 3-årskontrakter kun simuleres ett år frem i tid, da kontrakter solgt senere enn dette vil ha leveringstid etter den aktuelle perioden. Vi kan beskrive de usikrede inntektene over perioden med ti gjennomsnittsverdier:

$$\begin{aligned}
 X_i &= \int_0^1 x_t^i dt, \text{ for } i = 1, 2, 3, 4, \\
 X_{i+4} &= \int_1^2 x_t^i dt, \text{ for } i = 1, 2, 3, \\
 X_{i+7} &= \int_2^3 x_t^i dt, \text{ for } i = 1, 2, \\
 X_{10} &= \int_3^4 x_t^1 dt
 \end{aligned} \tag{5}$$

Det vil si at vi må simulere spotprisen fire år frem i tid, prisen for 1-årskontrakter tre år frem i tid, prisen for 2-årskontrakter to år frem i tid og prisen for 3-årskontrakter ett år frem i tid.

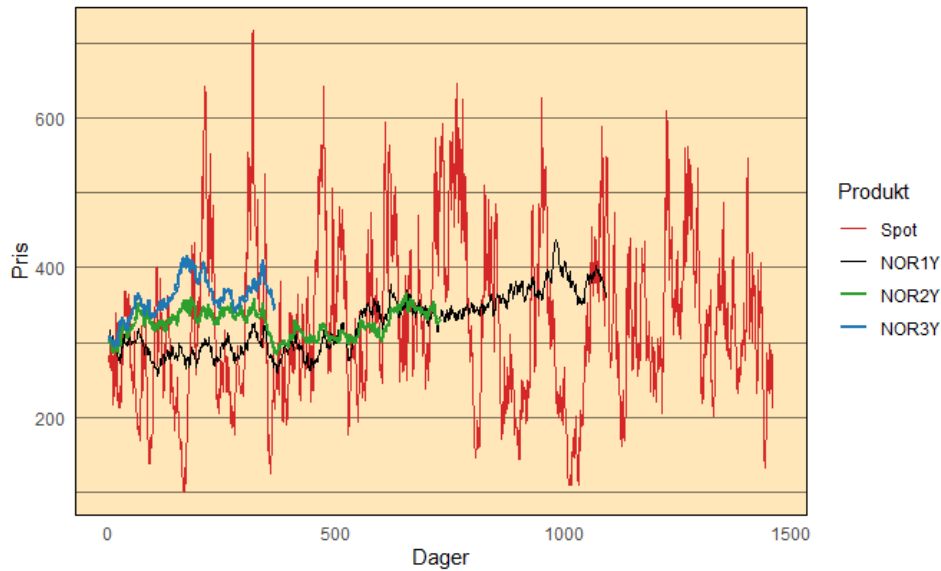
Vi definerer funksjonen i R som:

$$x_{t+1} = x_t + \theta(\mu - x_t)dt + \sigma dB_t \tag{6}$$

Den første loopen av simuleringen, som tilsvarer det første året, går fra  $t=1$  til  $t=364$ . Hvert produkt starter i sin estimerte langsiktige gjennomsnittspris, altså  $x_0 = \mu$ .  $\theta$  er en vektor med de fire estimerte snittreverseringshastighetene og  $\mu$  er en vektor med de estimerte langsiktige gjennomsnittene.  $\sigma$  er kvadratrotten av varians-kovarians matrisen som har blitt beregnet, mens  $dB$  er brownske bevegelser som genereres for hver simulering. Dette lar oss modellere endringene i prisene som korrelerte størrelser, for eksempel vil beregningen av endringen i pris for 1-årskontrakter ( $i=2$ ) defineres som:

$$dx_t^2 = \theta^2(\mu^2 - x_t^2)dt + \sigma_{21}dB^1 + \sigma_{22}dB^2 + \sigma_{23}dB^3 + \sigma_{24}dB^4 \tag{7}$$

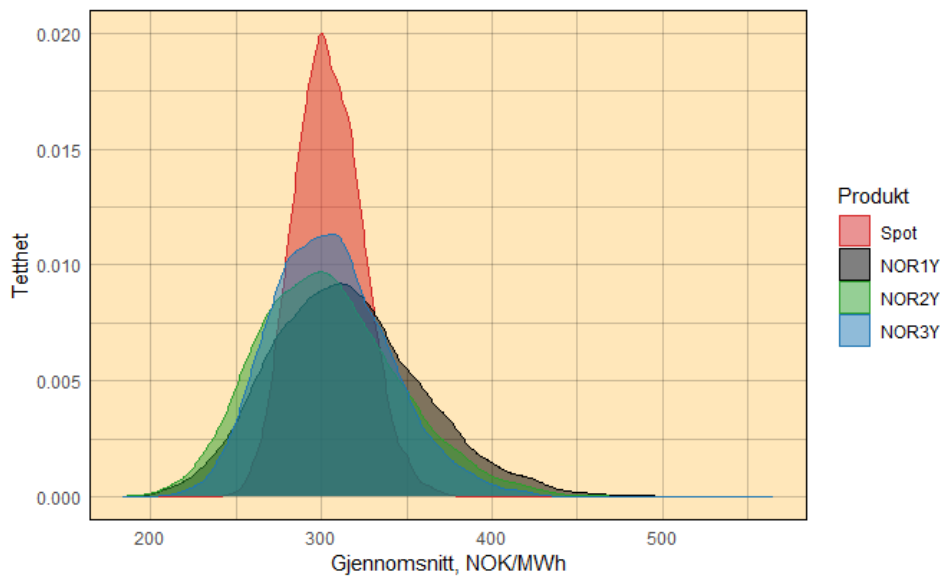
I neste loop simuleres år nummer to. Her skal ikke prisen for 3-årskontrakter simuleres, og parameterne endres for å hensynta dette. I den siste loopen simuleres kun spotprisen. Utklipp av hvordan simuleringen har blitt gjort er vist ved Figur 6.1.



*Figur 6.1 En enkelt simulering for hvert produkt*

Figur 6.1 viser resultatet av én enkelt simulering, hvor prisene er simulert 1459, 1094, 729 og 364 dager frem i tid. Hvert produkt starter i sine respektive gjennomsnittsverdier gjennom dataperioden. Endringene i spotprisen har høyest varians, noe som også reflekteres i simuleringen, hvor man tydelig ser at Spot har de største svingningene i prisene. Prisene på årskontraktene varierer betydelig mindre, og man kan observere at prisene er korrelerte da de beveger seg noe likt. Man kan også se at simuleringen karakteriseres av snittreverserende egenskaper, spesielt tydelig i spotprisen.





Figur 6.2 Distribusjon av simulerte gjennomsnittspriser. Spot er simulert over fire år, NOR1Y over tre år, NOR2Y over to år og NOR3Y over ett år

Figur 6.2 viser distribusjonen av de simulerte gjennomsnittsprisene over de angitte periodene. Spotprisen er simulert fire år fremover i tid, mens 1-, 2- og 3-årskontrakter er simulert henholdsvis tre, to og ett år frem i tid. Først og fremst så virker forventningsverdien for simuleringene å være relativt lik uavhengig av produkt. Videre kan vi se at spotprisen har den høyeste tettheten som vil si at de simulerte gjennomsnittsprisene varierer mindre enn hva som er tilfellet med kontraktsprisene. En naturlig forklaring på dette er at spotprisen er simulert over fire år, noe som bidrar til at vi får mindre variasjon i gjennomsnittene enn for årskontraktene som er simulert over kortere perioder. En annen grunn til dette er som tidligere diskutert at Spot har betydelig høyere snittreverseringshastighet enn hva som er tilfelle for årsproduktene. Selv om Spot har mye større variasjoner i løpet av simuleringene som er illustrert i Figur 6.1 og er innom høyere og lavere priser så ender gjennomsnittene av simuleringene ofte rundt de samme verdiene på grunn av at de trekkes fortere tilbake mot det langsiktige gjennomsnittet enn hva som er tilfellet for kontraktene. For kontraktene er tettheten også mer lik hverandre sammenlignet med Spot. Kontraktsprisene har lavere snittreverseringshastighet og bruker dermed lenger tid på å komme tilbake til den langsiktige prisen som gir oss bredere intervall på de gjennomsnittlige prisene som blir simulert.

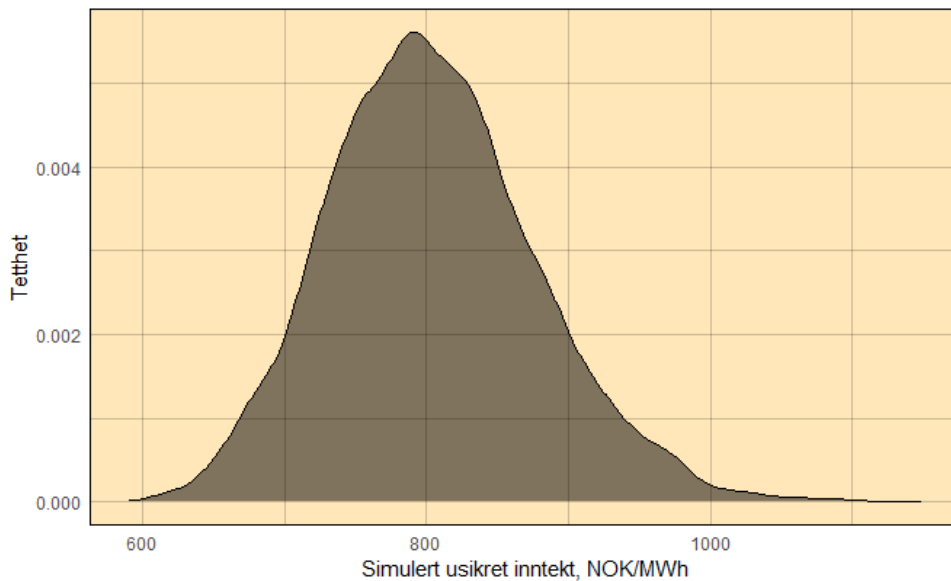
Dette gir lavere tetthet, og en større sannsynlighet for observasjoner som ligger lenger unna forventningsverdien sammenlignet med Spot, illustrert spesielt ved NOR1Y som har relativt tykke haler.

Simulerte gjennomsnitt (NOK/MWh)	Spot	NOR1Y	NOR2Y	NOR3Y
Gjennomsnitt	304,522	315,1266	304,1044	305,5826
Median	304,1836000	311,6032000	300,7673000	303,4988000
Maks	393,3308000	530,6570000	486,2012000	512,0627000
Min	230,2684000	188,2926000	184,9931000	207,2547000
Standardavvik	19,6755800	45,4862400	41,5830200	34,2197100
Skjevhet	0,182637	0,4707316	0,4707221	0,3986053
Kurtose	3,121607	3,328701	3,336808	3,31363
q01	261,1809	225,0507	221,3811	236,6704
q05	273,0817	247,1208	241,7544	253,2272
q95	337,6989	394,9993	377,6937	364,9041
q99	353,7518	439,9838	417,3723	395,3046

*Tabell 6.5 Deskriptiv statistikk for simuleringsperioden*

Tabell 6.5 viser den deskriptive statistikken for de individuelle gjennomsnittene over simuleringsperioden. Gjennomsnittene for spesielt Spot, NOR2Y og NOR3Y er nesten helt identiske slik man kan se antydninger til i fordelingen i Figur 6.2, mens et noe høyere gjennomsnitt er observert for NOR1Y. Slik vi også ser av fordelingskurvene i Figur 6.2 så er standardavviket til gjennomsnittsprisene for Spot en god del lavere enn hva som er tilfellet for årsproduktene. Dette gir mindre spredning, og vi ser at maksimums- og minimumsverdiene for de simulerte gjennomsnittene av Spot spriker mindre enn tilsvarende verdier for årskontraktene.

Figur 6.3 viser distribusjonen av de totale simulerte usikrede inntektene for en fireårsperiode for porteføljen til KIKS, som beskrevet i Formel (5), hensyntatt vektingen av de ulike produktene gitt i sikringsstrategien til KIKS.



Figur 6.3 Distribusjon av de totale usikre inntektene over simulert fireårsperiode

Distribusjonen består av de sammenlagte gjennomsnittene illustrert i Figur 6.3, og det er den nedre halen av distribusjonen som vil benyttes for å beregne VaR i neste kapittel. Det observeres at forventningsverdien estimeres til omtrent 800 NOK/MWh, med minimumsverdier i underkant av 600 NOK/MWh og maksimumsverdier på nesten 1 200 NOK/MWh. Vi ser også at distribusjonen virker å ha en positiv skjevhet som kommer av antakelsen om at prisendringene er log-normalfordelte.

### 6.3 Beregning av Value at Risk

Etter hvert som de 10 000 gjennomsnittsprisene for hvert produkt simuleres, kan vi beregne det totale vektete gjennomsnittet av usikrede inntekter som gjenspeiler KIKS sin sikringsstrategi over fireårsperioden.

Vekting		
	Antall år	Andel
<b>Spot</b>	4	0.20
<b>NOR1Y</b>	3	0.40
<b>NOR2Y</b>	2	0.20
<b>NOR3Y</b>	1	0.20

Tabell 6.6 Andel av usikret inntekt for hvert av produktene

Hver enkelt av de simulerte gjennomsnittene for hvert produkt multipliseres med antall år og andelen som selges av produktet for å komme frem til de totale estimerte usikrede inntektene for hver simulering, slik at vi får 10 000 simulerte usikrede inntekter. For å finne forventet usikret inntekt i løpet av perioden, tar vi gjennomsnittet av de 10 000 estimatene. 95% Value at Risk i NOK, reservekapitalbehov i denne sammenhengen, beregnes deretter ved å subtrahere den 5. prosentilen av estimatene for de forventede usikrede inntektene. Vi finner også 95% Value at Risk som en andel av de usikrede inntektene ved å dividere den 5. prosentilen på de forventede usikrede inntektene for deretter å trekke fra 1. CVaR kalkuleres ved å ta gjennomsnittet av de usikrede inntektene som befinner seg i 5. og 1. prosentilen i halen av fordelingen.

## 7 Resultat

Tabell 7.1 viser estimert usikret inntekt og Value at Risk med utgangspunkt i 954 GWh levert årlig, som er estimert totalt volum for levering i 2023.

Value at Risk og Conditional Value at Risk (per MWh)			Ved 954 GWh	
Estimert usikret inntekt	kr	804,53	kr	767 521 620
5. prosentil (VaR)	kr	692,72	kr	660 854 880
1. prosentil (VaR)	kr	652,64	kr	622 618 560
5% CVaR	kr	668,59	kr	637 834 860
1% CVaR	kr	635,52	kr	606 286 080
95% VaR (%)		-13,897 %		
99% VaR (%)		-18,879 %		
95% Reservekapitalbehov (VaR)	kr	111,88	kr	106 733 520
99% Reservekapitalbehov (VaR)	kr	151,89	kr	144 903 060

Tabell 7.1 Resultat av Value at Risk

Den vektete summen av gjennomsnittene for de fire årene kommer på kr 804,53. Dette multipliseres med 954 000 for å finne total usikret inntekt over fireårsperioden som beregnes til kr 767 521 620. Den nedre 5. prosentilen av de usikrede inntektene er kr 660 854 880, som tilsvarer en 95% Value at Risk på -13,897% eller kr 106 732 566. Den 1. prosentilen av usikrede inntekter beregnes til kr 622 618 560 som tilsvarer en 99% Value at Risk på -18,879% eller kr 144 901 152. Det beregnes også CVaR, som er gjennomsnittet av de laveste estimatene, og vi observerer at denne naturlig nok ligger noe lavere enn VaR.

Vi kan dermed si med 95% sikkerhet at KIKS ikke vil tape mer enn kr 106 732 566 i løpet av fireårsperioden, og med 99% sikkerhet at KIKS ikke vil tape mer enn kr 144 901 152 i løpet av fireårsperioden.

## 8 Sensitivitetsanalyse

Usikkerheten rundt prissvingningene gjør det vanskelig å skulle foreta seg investeringer og gjør jobben rundt risikohåndtering mer kompleks. Lund et al. (2018) har forsket på historiske analyser av prisprediksjoner og konkluderer med at de stort sett alltid er feil. De predikerer ikke kun feil prisnivåer, men også i måten de predikerer jevne økninger og reduksjoner i pris.

Målet med dette kapittelet er å se hvor sensitive resultatene er for endringer i en eller flere variabler eller metoder. Sensitivitetsanalyse er en måte å kontrollere og undersøke usikkerheten og sensitiviteten i resultatene fra en modell og i hvilken grad disse kan tilskrives forskjellige kilder av usikkerhet i modellinndataene. Sensitivitetsanalyse blir derfor ansett som en forutsetning ved modellbygging da teoretiske metoder ofte er avanserte og det vil derfor være uærlig å utføre modellering uten sensitivitetsanalyse (Saltelli, 2002).

Ifølge Hornberger & Spear (1981) vil de fleste simuleringmodeller være komplekse med flere parametere og variabler samt ikke-lineære relasjoner. Under de beste tilfellene har slike modeller mange frihetsgrader og kan ved justering produsere tilnærmet ønsket resultatet, ofte med plausibel struktur og parameterverdier.

### 8.1 Ekstreme data

I første del av sensitivitetsanalysen ønsker vi å se nærmere på hvordan resultatene blir ved å kun simulere ved bruk av data fra 01.08.2021 og ut 2022. Det var i andre halvdel av 2021 at vi så sterke tendenser til prisvekst og volatilitetsøkning i kraftmarkedet og vår intuisjon forteller oss at prisene som simuleres sannsynligvis vil bli spredt ut over et større spekter på grunn av større usikkerhet enn hva som var tilfellet med det opprinnelige resultatet, i tillegg til at gjennomsnittsprisene generelt sett vil bli høyere. Dette vil også gjøre Value at Risk estimatet en god del høyere.

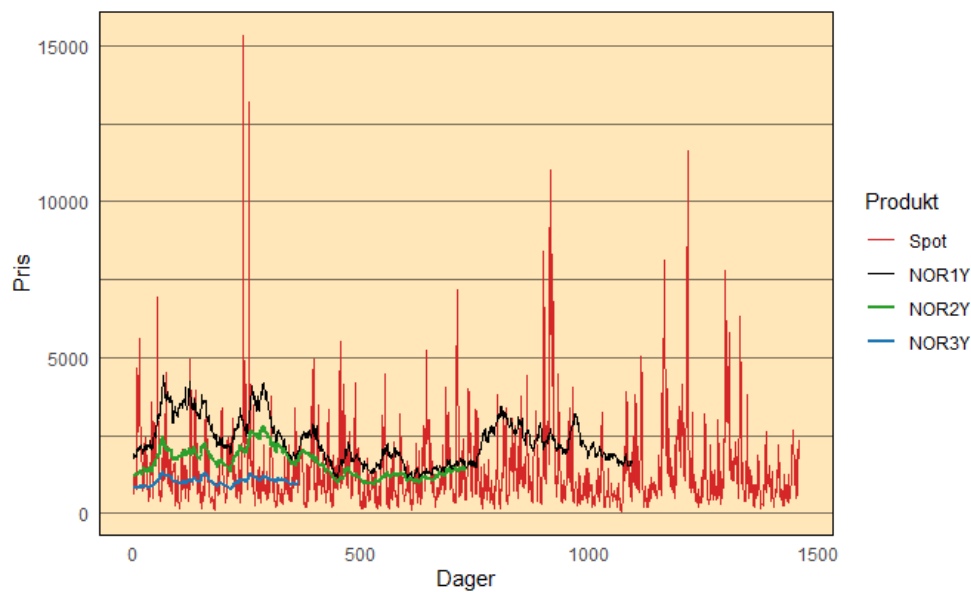
Tabell 8.1 viser en oppsummering av en ny sannsynlighetsmaksimeringsestimering ved bruk av Ornstein-Uhlenbeck prosessen, men denne gangen er det kun for den overnevnte perioden.

Annualiserte parametere	$\mu$	$\theta$	$\sigma$
Spot	6,867	104,50555	10,307
NOR1Y	7,477	1,523098	0,951
NOR2Y	7,082	1,1748046	0,651
NOR3Y	6,720	1,3602089	0,520

*Tabell 8.1 Annualiserte parametere fra O-U prosessen med data 01.08.2021 - 31.12.2022*

Den største forskjellen å bemerke seg er den ekstreme verdien for snittreverseringshastigheten for spesielt Spot. Til sammenligning var dette tallet fra den opprinnelige simuleringen lik 16,94 som gir oss et forhold på omtrent 6:1. Standardavviket for Spot viser 10,307 og er også betydelig høyere med et forhold som tilsvarer nærmere 5:1 sammenlignet med den opprinnelige perioden.

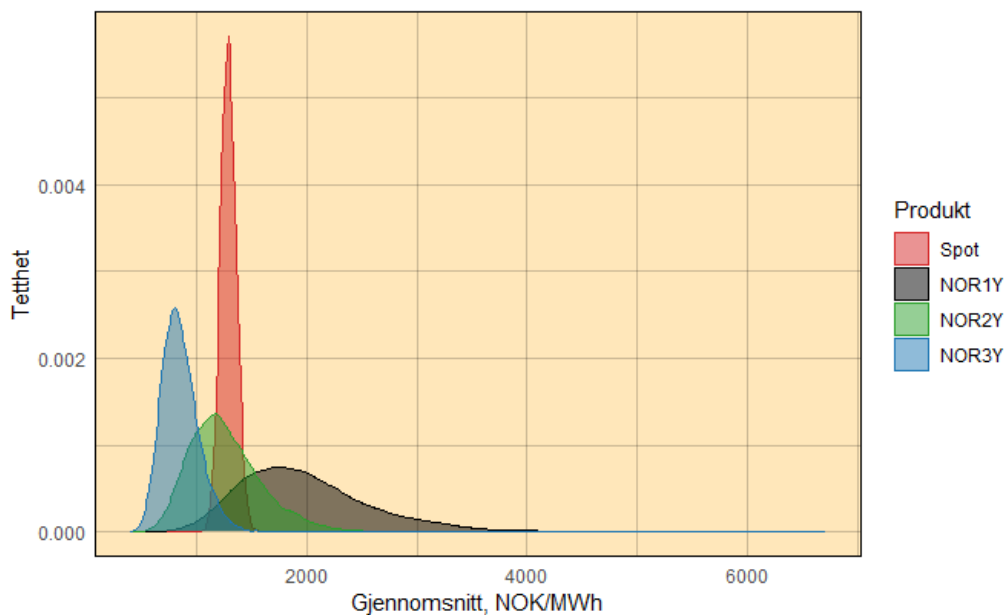
På samme måte som ved den første simuleringen har vi brukt parameterne i Tabell 8.1 til å gjøre en ny simulering hvor resultatet er 10 000 nye gjennomsnittspriser. Som forventet så er prisvariasjonene større i denne perioden, i tillegg til at gjennomsnittene har økt betraktelig.



Figur 8.1 En enkelt simulering for hvert produkt med data fra perioden 01.08.2021 - 31.12.2022.

Alle produktene øker i volatilitet, og man kan se av eksempelet i Figur 8.1 at Spot og NOR1Y har flere simulerte priser på godt over 3 000 NOK/Mwh. Spot har også simuleringer hvor prisen i løpet av perioden er helt oppe i over 15 000 NOK/MWh. Mye av forklaringen på svingningene i simuleringen er naturligvis som følge av det høye standardavviket, med en tilhørende høy snittreverseringshastighet som gjør at så fort store endringer oppstår så trekkes de tilbake med en høy hastighet mot det langsiktige gjennomsnittet.

Videre viser Figur 8.2 distribusjonen til de simulerte gjennomsnittprisene individuelt.



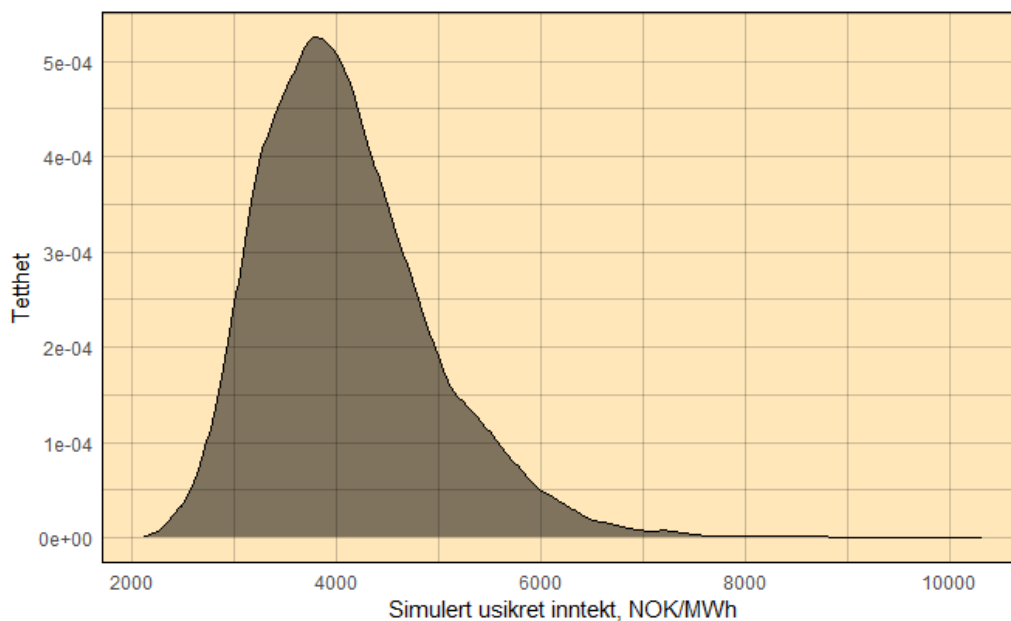
Figur 8.2 Distribusjon av simulerte gjennomsnittspriser med data fra perioden 01.08.2021 - 31.12.2022

Grunnet den ekstremt høye snittreverseringshastigheten, samt lange simuleringsperioden til Spot, vil også gjennomsnittet av prisene i simuleringene ende relativt likt hver gang, selv om prisene varierer veldig i løpet av perioden. Dette gjør at tettheten blir veldig høy og vi får liten variasjon i de simulerte gjennomsnittsprisene for Spot.

For årskontraktene er variasjonene i de simulerte gjennomsnittene større. Det er i stor grad kombinasjonen av standardavviket og snittreverseringshastighet som bestemmer hvordan tetthetsfunksjonen vil se ut og høyt standardavvik med tilhørende lav snittreverseringshastighet gir stor variasjon i gjennomsnitt. Vi ser spesielt høy variasjon i gjennomsnittene til NOR1Y med simuleringer som når gjennomsnitt på over 4 000 NOK/MWh.

Figur 8.3 viser distribusjonen til de totale simulerte usikrede inntektene over den simulerte fireårsperioden, hensyntatt vektning av de ulike produktene.





*Figur 8.3 Distribusjon av de totale usikre inntektene over simulert fireårsperiode med data fra perioden 01.08.2021 - 31.12.2022*

Vi observerer at de estimerte inntektene ligger mye høyere, i tillegg til at fordelingen ser ut til å ha en mer positiv skjevhet enn hva som var tilfellet da det ble brukt data fra den opprinnelige perioden i kapittel 6. Forventningsverdien øker til over 4 000 NOK/MWh og vi ser i enda større grad tendenser til skjevhet i positiv retning. Minimumsverdiene ligger i overkant av 2 000 NOK/MWh, mens maksimumsverdien er over 10 000 NOK/MWh.

Tabell 8.2 oppsummerer hvordan Value at Risk vil se ut ved bruk av data fra perioden 01.08.2021 - 31.12.2022.

Value at Risk og Conditional Value at Risk (per MWh)			Ved 954 GWh	
Estimert usikret inntekt	kr	4 126,81	kr	3 936 976 740
5. prosentil (VaR)	kr	2 957,87	kr	2 821 807 980
1. prosentil (VaR)	kr	2 659,99	kr	2 537 630 460
5% CVaR	kr	2 755,58	kr	2 628 823 320
1% CVaR	kr	2 518,04	kr	2 402 210 160
95% VaR (%)		-28,330 %	-kr	270 268
99% VaR (%)		-35,540 %	-kr	339 052
95% Reservekapitalbehov (VaR)	kr	1 168,94	kr	1 115 168 760
99% Reservekapitalbehov (VaR)	kr	1 466,82	kr	1 399 346 280

Tabell 8.2 Resultat av Value at Risk med ekstreme data

Med 95% sikkerhet ligger reservekapitalbehovet på kr 1 115 168 760, mens med 99% sikkerhet er reservekapitalbehovet kr 1 399 346 280. Uttrykt i prosent som andel av usikret inntekt, øker VaR til henholdsvis -28,33% og -35,54% med 95% og 99% sikkerhet.

## 8.2 Daglig korrelasjon

Det ble i delkapittel 5.2.1 om korrelasjon tatt en avgjørelse om å bruke gjennomsnittlige ukentlige endringer for utregning av korrelasjon. Det finnes argumenter for bruk av både daglig og ukentlig korrelasjon og vi vil her se nærmere på resultatene om vi benytter oss av daglig korrelasjon.

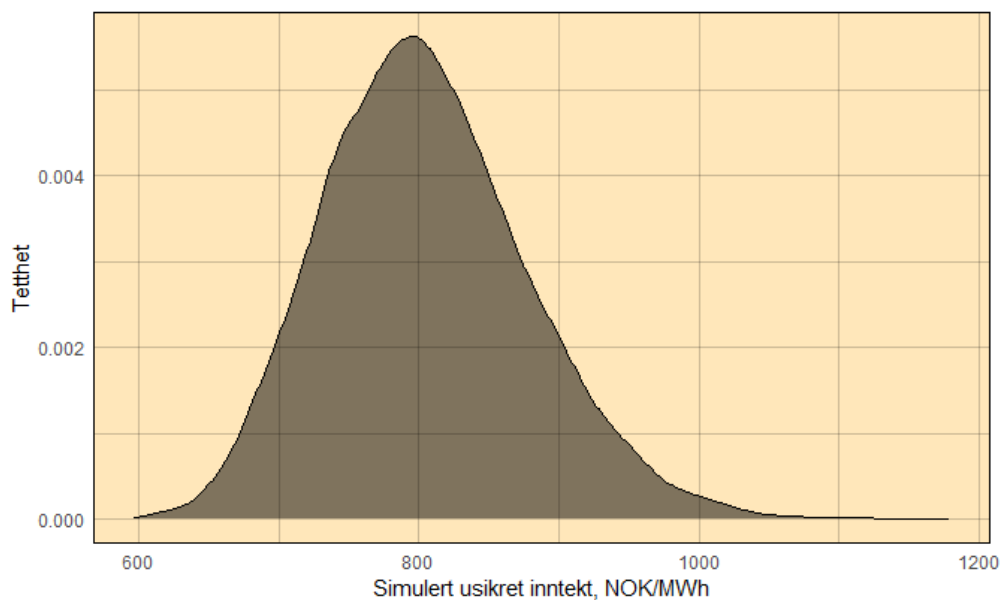
For å beregne daglig korrelasjon, må vi ha likt antall observasjoner i datasettene som skal analyseres. Dermed bruker vi kun datapunktene som er felles for alle produktene, altså handledager. Ved beregning av daglig korrelasjon får vi korrelasjonsmatrisen oppsummert i Tabell 8.3. Verdt å nevne er at korrelasjonen mellom Spot og de ulike årsproduktene er negativ og svak. Ved å bruke den generelle regelen for korrelasjonskoeffisienter betyr dette at det i praksis ikke finnes noen statistisk sammenheng mellom dataseriene, da p-verdiene for korrelasjonskoeffisientene mellom Spot og alle årskontraktene ikke er signifikante ved  $\alpha = 0,05$ . Forklaringen på dette er sannsynligvis at kontraktene ikke følger alle de daglige endringene i

spotprisen, men påvirkes mer av den generelle prisforandringen som er bedre uttrykt ved å bruke en ukentlig eller månedlig korrelasjon.

KORR	Spot	NOR1Y	NOR2Y	NOR3Y
Spot	1			
NOR1Y	-0,0224	1		
NOR2Y	-0,0322	0,8662	1	
NOR3Y	-0,0215	0,7135	0,8238	1

Tabell 8.3 Daglig korrelasjonsmatrise

Videre er det regnet ut kovarians mellom produktene basert på korrelasjonsmatrisen, som danner grunnlaget for datasimuleringen. Resultatet av gjennomsnittsberegningene er oppsummert i Figur 8.3.



Figur 8.3 Distribusjon av de totale usikre inntektene over simulert fireårsperiode med daglig korrelasjon.

Fordelingen i Figur 8.3 ser ut til å være relativt lik Figur 6.3. Forventningsverdien ligger rundt 800 NOK/MWh, samtidig som maks- og minimumsverdiene samsvarer, da de også i denne figuren ligger på henholdsvis 600 og nesten 1 200 NOK/MWh.

Denne simuleringen gir oss Value at Risk beregningen oppsummert i Tabell 8.4.

Value at Risk og Conditional Value at Risk (per MWh)			Ved 954 GWh	
Estimert usikret inntekt	kr	803,91	kr	766 930 140
5. prosentil (VaR)	kr	694,54	kr	662 591 160
1. prosentil (VaR)	kr	654,87	kr	624 745 980
5% CVaR	kr	670,70	kr	639 847 800
1% CVaR	kr	638,92	kr	609 529 680
95% VaR (%)		13,604 %		
99% VaR (%)		18,539 %		
95% Reservekapitalbehov (VaR)	kr	109,36	kr	104 329 440
99% Reservekapitalbehov (VaR)	kr	149,04	kr	142 184 160

Tabell 8.4 Resultat av Value at Risk med daglig korrelasjon

95% reservekapitalbehovet ved bruk av daglig korrelasjon ligger på kr 104 329 440, noe som er relativt likt det opprinnelige estimatet på kr 106 732 566. Med andre ord virker det som at avgjørelsen mellom daglig og ukentlig korrelasjon i liten grad har betydning for det endelige estimatet av Value at Risk.

## 9 Diskusjon

I denne oppgaven har vi valgt å bruke historiske kraftpriser fra 2007 til 2019, og dermed utelatt priser for de siste årene som har vært preget av ekstrem volatilitet og generelt høyere nivå. Selv om dette kan begrense validiteten av resultatene, var det nødvendig for å kunne modellere prissvingningene på en mer realistisk måte. Likevel har markedsbildet endret seg mye siden 2019, og det kan derfor være hensiktsmessig å se på den etterfølgende perioden isolert sett, som er gjort i sensitivitetsanalysen. På grunn av de store endringene i prisnivå, og dermed økning i inntekter, vil Value at Risk som andel av usikrede inntekter være av større interesse.

Med parametere estimert med data fra 01.01.2007 - 31.12.2019 får vi Value at Risk som andel av de usikrede inntektene på -13,897% med 95% og -18,879% med 99% sikkerhet. Dette tilsvarer

reservekapitalbehov på henholdsvis kr 106 732 566 og kr 144 901 152. Ved utgangen av 2019 var den reelle avsatte reservekapitalen i KIKS på kr 159 646 953 (KIKS, 2020). Deretter ble reservekapitalen redusert som følge av de lave prisene i 2020, før den siden har steget betraktelig. Value at Risk estimert med data fra 01.01.2021 - 31.12.2022 beregnes med 95% sikkerhet til – 28,330% av de usikrede inntektene og med 99% sikkerhet til –35,540% som tilsvarer reservekapitalbehov på henholdsvis kr 1 115 168 760 og kr 1 399 346 280. Prognostisert reservekapital ved slutten av 2022 er på kr 686 173 000 og forventes å stige til over en milliard i 2025.

KIKS reservekapital per 31.12			
2019	kr		159 646 953
2020	kr		112 685 790
2021	kr		257 154 356
2022 (prognose)	kr		686 173 000
2023 (prognose)	kr		785 153 000
2024 (prognose)	kr		979 715 000
2025 (prognose)	kr		1 036 156 000
2026 (prognose)	kr		1 005 006 000

*Tabell 9.1 Faktisk reservekapital med prognoser for 2022 – 2026.*

Våre estimater for reservekapitalbehovet avviker noe fra den faktiske reservekapitalen som KIKS besitter og forventer i fremtiden, men de er likevel i samme størrelsesorden. Det er viktig å huske at våre resultater kun baserer seg på historiske data og derfor bør ses i sammenheng med andre faktorer, for eksempel makroøkonomiske forhold og den geopolitiske situasjonen. I tillegg vil størrelsen på reservekapitalbehovet avhenge veldig av den estimerte gjennomsnittsprisen man regner med å oppnå. Dette kommer veldig godt frem i første del av sensitivitetsanalysen hvor vi sammenligner resultatet fra den første perioden med perioden hvor vi kun har brukt data fra andre halvdel av 2021 og ut 2022. Vi ser ved å sammenligne disse periodene at parameterne øker betraktelig i størrelse, og simuleringene bærer preg av mye større usikkerhet. Likevel er intervallet på gjennomsnittsprisene paradoksalt nok relativt mindre enn hva de er på første simulering på grunn av snittreverseringshastigheten. Vi har nå analysert to sett med data fra to perioder med veldig ulike egenskaper. Det er vanskelig å skulle forutsi hvordan prisnivået og volatiliteten blir fremover, men det kan tenkes at den reelle Value at Risk i prosent ligger et sted mellom de to estimatene.

Det er noen begrensinger med modellen som man bør være oppmerksom på. Den viktigste begrensningen er at modellen antar normalfordelte data, noe som ikke er tilfellet i denne analysen. Likevel bruker vi logaritmiske priser, hvor vi ser en høyere grad av normalitet. I tillegg får det noe mindre betydning etter som vi ser på gjennomsnittene av prisene over en lengre periode.

Spotprisene på strøm følger et mønster der de typisk er høyere i vinterhalvåret sammenlignet med sommerhalvåret. Det er flere faktorer som påvirker dette, men mye skyldes lavere etterspørsel. Modellen i oppgaven inkorporerer ikke sesongvariasjonene i strømprisene. Estimert gjennomsnittspris vil ikke nødvendigvis påvirkes så mye av dette, men å utelate faktoren kan øke snittreverseringshastigheten til spotprisen, da en viss andel av de snittreverserende egenskapene i realiteten skal tilskrives sesongvariasjoner. Videre vil en for høy snittreverseringshastighet skape mindre variasjon i de simulerte gjennomsnittene for spotprisen og dermed redusere Value at Risk. Simuleringen av kontraktsprisene påvirkes ikke av dette, da de i teorien ikke er utsatt for sesongvariasjoner.

Vi har også vist at standardavviket med 50-dagers overlapp varierer veldig. Modellen som er benyttet i denne oppgaven tar ikke hensyn til at standardavviket er dynamisk over tid, men antar at det er konstant gjennom perioden.

Det er mange analyser og tilpasninger i modellen som kan gjøres og som vil være forslag til videre forskning på området. For eksempel kan modellen tilpasses til å hensynta sesongvariasjoner, noe som kan gi et mer realistisk bilde på snittreverseringshastigheten og dermed bedre simuleringsresultater. Et annet åpenbart forslag til videre forskning er å benytte nyere data etter hvert som dette blir tilgjengelig. Vi har sett et skifte i markedsdynamikken de siste årene, og det vil derfor være interessant å se om prisene stabiliserer seg på et nytt nivå eller om de opprettholder den høye volatiliteten på sikt, som anslått av Norges vassdrag- og energidirektorat (2021). Avslutningsvis kan det være interessant å benytte modeller som tar hensyn til prishopp og pristopper, som også er påpekt av Lucia & Schwartz (2002, s. 46). Av prisutviklingen til spesielt spotprisen ser man at det finnes en del kortvarige pristopper som vil få utslag i parameterestimeringen.

## 10 Konklusjon

I denne oppgaven har vi introdusert det norske kraftmarkedet og Konesjonskraft IKS, og definert en problemstilling knyttet til mengden reservekapital som kreves for å kunne sikre forutsigbare utbetalinger til organisasjonens interessenter. Vi har presentert relevant litteratur og sett nærmere på teoretiske rammeverk som er egnet til å løse problemet. Deretter har vi behandlet og analysert prisdata for fire forskjellige produkter, før vi har estimert parametere gjennom en sannsynlighetsmaksimeringsestimering av Ornstein-Uhlenbeck prosessen. De estimerte parametere, i tillegg til korrelasjonen mellom produktene, blir videre brukt til å simulere fremtidige priser.

Vi finner gjennomsnittene av de simulerte prisene og fordelingene til disse gjennomsnittene for å ankomme Value at Risk og dermed løsningen på problemstillingen. Resultatene av analysen viser at, med data fra 01.01.2007 - 31.12.2019, er reservekapitalbehovene som kreves for å gi deltakerkommunene i KIKS forutsigbare inntekter med 95 og 99% sikkerhet henholdsvis kr 106 733 520 og kr 144 903 060 eller  $-13,897\%$  og  $-18,879\%$  som andel av usikrede inntekter.

Vi har deretter gjennomført en sensitivitetsanalyse hvor vi ser på hvordan modellen takler de ekstreme prisene vi har sett i det siste, og hvordan disse påvirker estimatene. Med data fra perioden 01.08.2021 - 31.12.2022 er reservekapitalbehovene med 95 og 99% sikkerhet henholdsvis kr 1 115 168 760 og kr 1 399 346 280 eller  $-28,330\%$  og  $-35,540\%$  som andel av usikrede inntekter. I tillegg har vi sett på robustheten i modellen i forhold til korrelasjonen som legges til grunn, for å se om vi får tydelig forskjell i estimatene når vi bruker daglig kontra ukentlig korrelasjon. Funnene i sensitivitetsanalysen viser at estimert Value at Risk er veldig avhengig av de estimerte parametere fra datagrunnlaget, og mindre sensitiv for justeringer i korrelasjon mellom produktene.

Analysen kan være nyttig for KIKS ved at den synliggjør viktigheten av risikostyring og hvor avgjørende det kan være med blant annet valg av data og parametere som reflekterer det man ønsker å modellere. Vi har også vist hvordan studien vår har potensial til forbedring og videre forskning. Spesielt sesongvariasjoner preger prisene i kraftmarkedet og bør inkorporeres i modellen for å få en mer realistisk snittreversering.

## Vedlegg

### R-script

```
rm(list=ls())
library(ggplot2)
library(psych)
library(moments)
library(tseries)
library(nortsTest)
library(readxl)
library(quantmod)
library(quadprog)
library(dplyr)
library(hrbrthemes)
library(stats)
library(expm)
data=read_excel("C:/Users/robin/OneDrive/Dokumenter/MASTER/Oversikt kontrakter 2019.xlsx")
dataS=read_excel("C:/Users/robin/OneDrive/Dokumenter/MASTER/Oversikt spot 2019.xlsx")
summary(data)
summary(dataS)
data = data.frame(data)
dataS = data.frame(dataS)
ts = ts(data[,2:4], start=c(2007,1), frequency=250)
tsS = ts(dataS[,2], start=c(2007,1), frequency=365)
Spot = tsS
NOR1Y = ts[,1]
NOR2Y = ts[,2]
NOR3Y = ts[,3]
plot(Spot, col="grey")
```



```

lines(NOR1Y, col="red")
lines(NOR2Y, col="yellow")
lines(NOR3Y, col="green")

#####

#Prisutvikling spot
plotdata = data.frame(day=data$Date,value=data$Spot)
p1=ggplot(plotdata, aes(x=day, y=value), ylab="") +geom_line(size=0.1) + xlab("")
p1=p1+labs(y="NOK/Mwh")+ggtitle("Spot")+ theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5))+
theme(panel.grid.major = element_blank(),
      panel.grid.minor = element_blank(),
      panel.background=element_rect(fill="wheat1", color="black"))

#Prisutvikling 1-årskontrakter
plotdata2 = data.frame(day=data$Date,value2=data$NOR1Y)
p2=ggplot(plotdata2, aes(x=day, y=value2), ylab="") +geom_line(size=0.1) +xlab("")
p2=p2+labs(y="NOK/Mwh")+ggtitle("NOR1Y")+theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5))+
theme(panel.grid.major = element_blank(), panel.grid.minor = element_blank(),
      panel.background=element_rect(fill="wheat1", color="black"))

#Prisutvikling 2-årskontrakter
plotdata3 = data.frame(day=data$Date,value3=data$NOR2Y)
p3=ggplot(plotdata3, aes(x=day, y=value3), ylab="") +geom_line(size=0.1)+xlab("")
p3=p3+labs(y="NOK/Mwh")+ggtitle("NOR2Y")+theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5))+
theme(panel.grid.major = element_blank(),
      panel.grid.minor = element_blank(),
      panel.background=element_rect(fill="wheat1", color="black"))

#Prisutvikling 3-årskontrakter
plotdata4 = data.frame(day=data$Date,value4=data$NOR3Y)
p4=ggplot(plotdata4, aes(x=day, y=value4), ylab="") +geom_line(size=0.1) + xlab("")
p4=p4+labs(y="NOK/Mwh")+ggtitle("NOR3Y")+theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5))+
theme(panel.grid.major = element_blank(),

```

```

panel.grid.minor = element_blank(),
panel.background=element_rect(fill="wheat1", color="black"))
#####

nS=length(Spot)
n=length(NOR1Y)
retSpot = diff(Spot)
retSpotP=diff(Spot)/Spot[1:(nS-1)]
retNOR1Y = diff(NOR1Y)
retNOR1YP=diff(NOR1Y)/NOR1Y[1:(n-1)]
retNOR2Y = diff(NOR2Y)
retNOR2YP=diff(NOR2Y)/NOR2Y[1:(n-1)]
retNOR3Y = diff(NOR3Y)
retNOR3YP=diff(NOR3Y)/NOR3Y[1:(n-1)]
#Endringer spot
plotdata5 = data.frame(day=data$Date[2:nS],value5=retSpot)
p5=ggplot(plotdata5, aes(x=day, y=value5, ylab="")) +geom_line(size=0.1) + xlab("")
p5=p5+labs(y="NOK/MWh")+ggtitle("Spot")+theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5))+
  theme(panel.grid.major = element_blank(),
        panel.grid.minor = element_blank(),
        panel.background=element_rect(fill="wheat1", color="black"))
#Endringer NOR1Y
plotdata6 = data.frame(day=data$Date[2:n],value6=retNOR1Y)
p6=ggplot(plotdata6, aes(x=day, y=value6, ylab="")) +geom_line(size=0.1) + xlab("")
p6=p6+labs(y="NOK/MWh")+ggtitle("NOR1Y")+theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5))+
  theme(panel.grid.major = element_blank(),
        panel.grid.minor = element_blank(),
        panel.background=element_rect(fill="wheat1", color="black"))
#Endringer NOR2Y
plotdata7 = data.frame(day=data$Date[2:n],value7=retNOR2Y)

```

```

p7=ggplot(plotdata7, aes(x=day, y=value7, ylab="")) +geom_line(size=0.1) + xlab("")
p7=p7+labs(y="NOK/MWh")+ggtitle("NOR2Y")+theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5))+
  theme(panel.grid.major = element_blank(),
        panel.grid.minor = element_blank(),
        panel.background=element_rect(fill="wheat1", color="black"))
#Endringer NOR2Y
plotdata8 = data.frame(day=data$Date[2:n],value8=retNOR3Y)
p8=ggplot(plotdata8, aes(x=day, y=value8, ylab="")) +geom_line(size=0.1) + xlab("")
p8=p8+labs(y="NOK/MWh")+ggtitle("NOR3Y")+theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5))+
  theme(panel.grid.major = element_blank(),
        panel.grid.minor = element_blank(),
        panel.background=element_rect(fill="wheat1", color="black"))
p1;p2;p3;p4;p5;p6;p7;p8

```

#Deskriptiv statistikk

```

mean(retSpot);mean(retNOR1Y);mean(retNOR2Y);mean(retNOR3Y)
mean(retSpotP)*100;mean(retNOR1YP)*100;mean(retNOR2YP)*100;mean(retNOR3YP)*100
median(retSpot);median(retNOR1Y);median(retNOR2Y);median(retNOR3Y)
median(retSpotP)*100;median(retNOR1YP)*100;median(retNOR2YP)*100;median(retNOR3YP)*100
max(retSpot);max(retNOR1Y);max(retNOR2Y);max(retNOR3Y)
max(retSpotP)*100;max(retNOR1YP)*100;max(retNOR2YP)*100;max(retNOR3YP)*100
min(retSpot);min(retNOR1Y);min(retNOR2Y);min(retNOR3Y)
min(retSpotP)*100;min(retNOR1YP)*100;min(retNOR2YP)*100;min(retNOR3YP)*100
sd(retSpot);sd(retNOR1Y);sd(retNOR2Y);sd(retNOR3Y)
skewness(retSpot);skewness(retNOR1Y);skewness(retNOR2Y);skewness(retNOR3Y)
kurtosis(retSpot);kurtosis(retNOR1Y);kurtosis(retNOR2Y);kurtosis(retNOR3Y)
quantile(retSpot,0.01);quantile(retNOR1Y,0.01);quantile(retNOR2Y,0.01);quantile(retNOR3Y,0.01)
quantile(retSpot,0.05);quantile(retNOR1Y,0.05);quantile(retNOR2Y,0.05);quantile(retNOR3Y,0.05)
quantile(retSpot,0.95);quantile(retNOR1Y,0.95);quantile(retNOR2Y,0.95);quantile(retNOR3Y,0.95)
quantile(retSpot,0.99);quantile(retNOR1Y,0.99);quantile(retNOR2Y,0.99);quantile(retNOR3Y,0.99)

```

```
jarque.bera.test(retSpot);jarque.bera.test(retNOR1Y);jarque.bera.test(retNOR2Y);jarque.bera.test(re  
tNOR3Y)
```

```
Lm.test(retSpot,2);Lm.test(retNOR1Y,2);Lm.test(retNOR2Y,2);Lm.test(retNOR3Y,2)
```

```
#####
```

```
#NORMALFORDELING
```

```
plotdata9 = data.frame(value9=diff(Spot))
```

```
p9=ggplot(plotdata9, aes(x=value9)) +geom_density() +ggtitle("Spot")+ xlim(-150, 150)+
```

```
  theme(panel.grid.major = element_blank(),
```

```
        plot.title=element_text(size=10),panel.grid.minor = element_blank(),
```

```
        panel.background=element_rect(fill="wheat1", color="black"))+
```

```
  xlab("")+ylab("")+stat_function(fun = dnorm,
```

```
    args = list(mean = mean(diff(Spot)),
```

```
               sd = sd(diff(Spot))),
```

```
    col = "#1b98e0",size = 0.5)
```

```
plotdata10 = data.frame(value10=diff(NOR1Y))
```

```
p10=ggplot(plotdata10, aes(x=value10)) +geom_density() +ggtitle("NOR1Y")+ xlim(-50, 50)+
```

```
  theme(panel.grid.major = element_blank(),
```

```
        plot.title=element_text(size=10),panel.grid.minor = element_blank(),
```

```
        panel.background=element_rect(fill="wheat1", color="black"))+
```

```
  xlab("")+ylab("")+stat_function(fun = dnorm,
```

```
    args = list(mean = mean(diff(NOR1Y)),
```

```
               sd = sd(diff(NOR1Y))),
```

```
    col = "#1b98e0",size = 0.5)
```

```
plotdata11 = data.frame(value11=diff(NOR2Y))
```

```
p11=ggplot(plotdata11, aes(x=value11)) +geom_density() +ggtitle("NOR2Y")+ xlim(-50, 50)+
```

```
  theme(panel.grid.major = element_blank(),
```

```
        plot.title=element_text(size=10),panel.grid.minor = element_blank(),
```

```
        panel.background=element_rect(fill="wheat1", color="black"))+
```

```
  xlab("")+ylab("")+stat_function(fun = dnorm,
```

```

    args = list(mean = mean(diff(NOR2Y)),sd = sd(diff(NOR2Y))),
    col = "#1b98e0",size = 0.5)
plotdata12 = data.frame(value12=diff(NOR3Y))
p12=ggplot(plotdata12, aes(x=value12)) +geom_density() +ggtitle("NOR3Y")+ xlim(-50, 50)+
  theme(panel.grid.major = element_blank(),
    plot.title=element_text(size=10),panel.grid.minor = element_blank(),
    panel.background=element_rect(fill="wheat1", color="black")+
  xlab("")+ylab("")+stat_function(fun = dnorm,
    args = list(mean = mean(diff(NOR3Y)),
      sd = sd(diff(NOR3Y))),
    col = "#1b98e0",size = 0.5)
p9;p10;p11;p12
p13=ggplot(plotdata9, aes(sample=value9))+stat_qq() +
  stat_qq_line()+ ylab("Daglige endringer, NOK/MWh")+ xlab("Z-verdi")+
  ggtitle("Spot")+ylim(-250, 250)+
  theme(panel.grid.major = element_blank(), panel.grid.minor = element_blank(),
    panel.background=element_rect(fill="wheat1", color="black"))
p14=ggplot(plotdata10, aes(sample=value10))+stat_qq() +
  stat_qq_line()+ ylab("Daglige endringer, NOK/MWh")+ xlab("Z-verdi")+
  ggtitle("NOR1Y")+ylim(-50, 50)+
  theme(panel.grid.major = element_blank(), panel.grid.minor = element_blank(),
    panel.background=element_rect(fill="wheat1", color="black"))
p15=ggplot(plotdata11, aes(sample=value11))+stat_qq() +
  stat_qq_line()+ ylab("Daglige endringer, NOK/MWh")+ xlab("Z-verdi")+
  ggtitle("NOR2Y")+ylim(-50, 50)+
  theme(panel.grid.major = element_blank(), panel.grid.minor = element_blank(),
    panel.background=element_rect(fill="wheat1", color="black"))
p16=ggplot(plotdata12, aes(sample=value12))+stat_qq() +
  stat_qq_line()+ ylab("Daglige endringer, NOK/MWh")+ xlab("Z-verdi")+
  ggtitle("NOR3Y")+ylim(-50, 50)+

```

```
theme(panel.grid.major = element_blank(), panel.grid.minor = element_blank(),
      panel.background=element_rect(fill="wheat1", color="black"))
```

p13;p14;p15;p16

### Moving Average###

```
maS=read_excel("C:/Users/robin/OneDrive/Dokumenter/MASTER/50MA 2019.xlsx", sheet=3)
```

```
maK=read_excel("C:/Users/robin/OneDrive/Dokumenter/MASTER/50MA 2019.xlsx", sheet=2)
```

```
plotdata = data.frame(day=maS$Date,value=maS$'Spot 50MA')
```

```
pMA1=ggplot(plotdata, aes(x=day, y=value), ylab="") +geom_line(size=0.1) + xlab("")
```

```
pMA1=pMA1+labs(y="NOK/Mwh")+ggtitle("Spot 50-dagers glidende gjennomsnitt av
pris")+theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5))+theme(panel.grid.major = element_blank(),
panel.grid.minor = element_blank(),panel.background=element_rect(fill="wheat1", color="black"))
```

```
plotdata = data.frame(day=maK$Date,value=maK$'K1 50MA')
```

```
pMA2=ggplot(plotdata, aes(x=day, y=value), ylab="") +geom_line(size=0.1) + xlab("")
```

```
pMA2=pMA2+labs(y="NOK/Mwh")+
```

```
ggtitle("NOR1Y 50-dagers glidende gjennomsnitt av pris")+
```

```
theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5))+
```

```
theme(panel.grid.major = element_blank(), panel.grid.minor = element_blank(),
```

```
      panel.background=element_rect(fill="wheat1", color="black"))
```

```
plotdata = data.frame(day=maK$Date, value=maK$'K2 50MA')
```

```
pMA3=ggplot(plotdata, aes(x=day, y=value), ylab="") +
```

```
geom_line(size=0.1) + xlab("")
```

```
pMA3=pMA3+labs(y="NOK/Mwh")+
```

```
ggtitle("NOR2Y 50-dagers glidende gjennomsnitt av pris")+
```

```
theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5))+
```

```
theme(panel.grid.major = element_blank(),
```

```
      panel.grid.minor = element_blank(),
```

```
      panel.background=element_rect(fill="wheat1", color="black"))
```

```

plotdata = data.frame(day=maK$Date,value=maK$'K3 50MA')
pMA4=ggplot(plotdata, aes(x=day, y=value), ylab="") +
  geom_line(size=0.1) + xlab("")
pMA4=pMA4+labs(y="NOK/Mwh")+ggtitle("NOR3Y 50-dagers glidende gjennomsnitt av pris")+
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5))+
  theme(panel.grid.major = element_blank(),
        panel.grid.minor = element_blank(),
        panel.background=element_rect(fill="wheat1", color="black"))

pMA1;pMA2;pMA3;pMA4
#####Moving Average StDev
maS2=read_excel("C:/Users/robin/OneDrive/Dokumenter/MASTER/50MA 2019.xlsx",sheet=4)
maK2=read_excel("C:/Users/robin/OneDrive/Dokumenter/MASTER/50MA 2019.xlsx",sheet=5)
plotdata = data.frame(day=maS2$Date,value=maS2$'S 50MA stdev')
pMAS2=ggplot(plotdata, aes(x=day, y=value), ylab="") +
  geom_line(size=0.1) + xlab("")
pMAS2=pMAS2+labs(y="NOK/Mwh")+ggtitle("Spot")+
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5))+
  theme(panel.grid.major = element_blank(),
        panel.grid.minor = element_blank(),
        panel.background=element_rect(fill="wheat1", color="black"))
plotdata = data.frame(day=maK2$Date,value=maK2$'K1 50MA stdev')
pMAK12=ggplot(plotdata, aes(x=day, y=value), ylab="") +
  geom_line(size=0.1) + xlab("")
pMAK12=pMAK12+labs(y="NOK/Mwh")+ggtitle("NOR1Y")+
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5))+
  theme(panel.grid.major = element_blank(),
        panel.grid.minor = element_blank(),
        panel.background=element_rect(fill="wheat1", color="black"))

```

```

plotdata = data.frame(day=maK2$Date,value=maK2$'K2 50MA stdev')
pMAK22=ggplot(plotdata, aes(x=day, y=value), ylab="") +
  geom_line(size=0.1) + xlab("")
pMAK22=pMAK22+labs(y="NOK/Mwh")+ggtitle("NOR2Y")+
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5))+
  theme(panel.grid.major = element_blank(),
        panel.grid.minor = element_blank(),
        panel.background=element_rect(fill="wheat1", color="black"))
plotdata = data.frame(
  day=maK2$Date,
  value=maK2$'K3 50MA stdev')
pMAK32=ggplot(plotdata, aes(x=day, y=value), ylab="") +
  geom_line(size=0.1) + xlab("")
pMAK32=pMAK32+labs(y="NOK/Mwh")+ggtitle("NOR3Y")+
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5))+
  theme(panel.grid.major = element_blank(),
        panel.grid.minor = element_blank(),
        panel.background=element_rect(fill="wheat1", color="black"))
pMAS2
pMAK12
pMAK22
pMAK32
rm(list=ls())
library(ggplot2)
library(psych)
library(moments)
library(tseries)
library(nortsTest)
library(readxl)
library(quantmod)

```



```

library(quadprog)
library(dplyr)
library(hrbrthemes)
library(stats)
library(expm)
data=read_excel("C:/Users/robin/OneDrive/Dokumenter/MASTER/Oversikt kontrakter 2019.xlsx")
dataS=read_excel("C:/Users/robin/OneDrive/Dokumenter/MASTER/Oversikt spot 2019.xlsx")
ts = ts(data[,2:4], start=c(2007,1), frequency=250)
tsS = ts(dataS[,2], start=c(2007,1), frequency=365)
LogSpot = log(tsS)
LogNOR1Y = log(ts[,1])
LogNOR2Y = log(ts[,2])
LogNOR3Y = log(ts[,3])
plot(LogSpot, col="grey")
lines(LogNOR1Y, col="red")
lines(LogNOR2Y, col="yellow")
lines(LogNOR3Y, col="green")

#####

nS=length(LogSpot)
n=length(LogNOR1Y)
retLogSpot = diff(LogSpot) #Endringer logpris
retLogNOR1Y = diff(LogNOR1Y)
retLogNOR2Y = diff(LogNOR2Y)
retLogNOR3Y = diff(LogNOR3Y)

#Deskriptiv statistikk
mean(retLogSpot);mean(retLogNOR1Y);mean(retLogNOR2Y);mean(retLogNOR3Y)
median(retLogSpot);median(retLogNOR1Y);median(retLogNOR2Y);median(retLogNOR3Y)
max(retLogSpot);max(retLogNOR1Y);max(retLogNOR2Y);max(retLogNOR3Y)

```

```

min(retLogSpot);min(retLogNOR1Y);min(retLogNOR2Y);min(retLogNOR3Y)
sd(retLogSpot);sd(retLogNOR1Y);sd(retLogNOR2Y);sd(retLogNOR3Y)
skewness(retLogSpot);skewness(retLogNOR1Y);skewness(retLogNOR2Y);skewness(retLogNOR3Y)
kurtosis(retLogSpot);kurtosis(retLogNOR1Y);kurtosis(retLogNOR2Y);kurtosis(retLogNOR3Y)
quantile(retLogSpot,0.01);quantile(retLogNOR1Y,0.01);quantile(retLogNOR2Y,0.01);quantile(retLogNOR3Y,0.01)
quantile(retLogSpot,0.05);quantile(retLogNOR1Y,0.05);quantile(retLogNOR2Y,0.05);quantile(retLogNOR3Y,0.05)
quantile(retLogSpot,0.95);quantile(retLogNOR1Y,0.95);quantile(retLogNOR2Y,0.95);quantile(retLogNOR3Y,0.95)
quantile(retLogSpot,0.99);quantile(retLogNOR1Y,0.99);quantile(retLogNOR2Y,0.99);quantile(retLogNOR3Y,0.99)
jarque.bera.test(retLogSpot);jarque.bera.test(retLogNOR1Y);jarque.bera.test(retLogNOR2Y);jarque.bera.test(retLogNOR3Y)
Lm.test(retLogSpot,2);Lm.test(retLogNOR1Y,2);Lm.test(retLogNOR2Y,2);Lm.test(retLogNOR3Y,2)
#####

```

```
#NORMALFORDELING
```

```

value9=retLogSpot
value10=retLogNOR1Y
value11=retLogNOR2Y
value12=retLogNOR3Y
plotdata9 = data.frame(
  value9=retLogSpot
)
p9=ggplot(plotdata9, aes(x=value9)) +
  geom_density() +
  ggtitle("LogSpot")+ xlim(-1.2, 1.2)+
  theme(panel.grid.major = element_blank(),
        plot.title=element_text(size=10),
        panel.grid.minor = element_blank(),

```

```

    panel.background=element_rect(fill="wheat1", color="black"))+
xlab("")+ylab("")+
stat_function(fun = dnorm,
              args = list(mean = mean(diff(LogSpot)),sd = sd(diff(LogSpot))),
              col = "#1b98e0",size = 0.5)
plotdata10 = data.frame(value10=diff(LogNOR1Y))
p10=ggplot(plotdata10, aes(x=value10)) +geom_density() +
ggtitle("LogNOR1Y")+ xlim(-0.2, 0.2)+theme(panel.grid.major = element_blank(),
      plot.title=element_text(size=10),panel.grid.minor = element_blank(),
      panel.background=element_rect(fill="wheat1", color="black"))+
xlab("")+ylab("")+
stat_function(fun = dnorm,
              args = list(mean = mean(diff(LogNOR1Y)),sd = sd(diff(LogNOR1Y))),
              col = "#1b98e0",size = 0.5)
plotdata11 = data.frame(value11=diff(LogNOR2Y))
p11=ggplot(plotdata11, aes(x=value11)) +geom_density() +ggtitle("LogNOR2Y")+ xlim(-0.2, 0.2)+
theme(panel.grid.major = element_blank(),
      plot.title=element_text(size=10),
      panel.grid.minor = element_blank(),
      panel.background=element_rect(fill="wheat1", color="black"))+
xlab("")+ylab("")+
stat_function(fun = dnorm,
              args = list(mean = mean(diff(LogNOR2Y)),
                          sd = sd(diff(LogNOR2Y))),
              col = "#1b98e0",
              size = 0.5)
plotdata12 = data.frame(
  value12=diff(LogNOR3Y)
)
p12=ggplot(plotdata12, aes(x=value12)) +geom_density() +

```

```

ggtitle("LogNOR3Y")+ xlim(-0.2, 0.2)+
  theme(panel.grid.major = element_blank(),
        plot.title=element_text(size=10),
        panel.grid.minor = element_blank(),
        panel.background=element_rect(fill="wheat1", color="black"))+
  xlab("")+ylab("")+
  stat_function(fun = dnorm,args = list(mean = mean(diff(LogNOR3Y)),sd = sd(diff(LogNOR3Y))),
              col = "#1b98e0",size = 0.5)
p9;p10;p11;p12

```

```

p13=ggplot(plotdata9, aes(sample=value9))+
  stat_qq() +
  stat_qq_line()+ ylab("Endringer i daglige log-priser")+ xlab("Z-verdi")+
  ggtitle("LogSpot")+ylim(-1.5, 1.5)+
  theme(panel.grid.major = element_blank(),
        panel.grid.minor = element_blank(),
        panel.background=element_rect(fill="wheat1", color="black"))

```

```

p14=ggplot(plotdata10, aes(sample=value10))+
  stat_qq() +
  stat_qq_line()+ ylab("Endringer i daglige log-priser")+ xlab("Z-verdi")+
  ggtitle("LogNOR1Y")+ylim(-0.2, 0.2)+
  theme(panel.grid.major = element_blank(),
        panel.grid.minor = element_blank(),
        panel.background=element_rect(fill="wheat1", color="black"))

```

```

p15=ggplot(plotdata11, aes(sample=value11))+
  stat_qq() +
  stat_qq_line()+ ylab("Endringer i daglige log-priser")+ xlab("Z-verdi")+
  ggtitle("LogNOR2Y")+ylim(-0.2, 0.2)+

```

```

theme(panel.grid.major = element_blank(),
      panel.grid.minor = element_blank(),
      panel.background=element_rect(fill="wheat1", color="black"))

p16=ggplot(plotdata12, aes(sample=value12))+
  stat_qq() +
  stat_qq_line()+ ylab("Endringer i daglige log-priser")+ xlab("Z-verdi")+
  ggtitle("LogNOR3Y")+ylim(-0.2, 0.2)+
  theme(panel.grid.major = element_blank(),
        panel.grid.minor = element_blank(),
        panel.background=element_rect(fill="wheat1", color="black"))

p13;p14;p15;p16

rm(list=ls())

library(ggplot2)
library(moments)
library(MASS)
library(reshape2)
library(expm)

kov=cbind(c(4.85878,0.18198,0.08344,0.04310),c(0.18198,0.09646,0.05220,0.03717)
,c(0.08344,0.05220,0.06004,0.04421),c(0.04310,0.03717,0.04421,0.05262))

sig=sqrtm(kov)

theta1=16.944699 #Theta Spot
theta2=0.848951#Theta NOR1Y
theta3=0.540957 #Theta NOR2Y
theta4=0.444432#Theta NOR3Y
theta=rbind(theta1,theta2,theta3,theta4)

dt=1/365

```

```

n_sims=10000
n_assets=4
n_days=365
results = matrix(0,nrow=1,ncol=n_sims)
means_matrix = matrix(0, nrow = n_sims, ncol = n_assets)
t=seq(from=0, to=n_days, by=1)
for(sim in 1:n_sims){
  m=rbind(5.64501725,5.731507926,5.703419586,5.712800195) #Gjennomsnitt, startpris
  x=matrix(0,nrow=4,ncol=4*n_days)
  x[,1]=m
  for (i in 1:364) {
    x[,i+1] = x[,i] + theta * (m - x[,i]) * dt + sig %%% rnorm(4)*sqrt(dt)
  }
  for (i in n_days:(2*n_days-1)) {
x[1:3,i+1] = x[1:3,i] + theta[1:3,] * (m[1:3,] - x[1:3,i]) * dt + sig[1:3,1:3] %%% rnorm(3)*sqrt(dt)
  }
  for (i in (2*n_days):(3*n_days-1)) {
    x[1:2,i+1] = x[1:2,i] + theta[1:2,] * (m[1:2,] - x[1:2,i]) * dt + sig[1:2,1:2] %%% rnorm(2)*sqrt(dt)}
  for (i in (3*n_days):(4*n_days-1)) {
    x[1,i+1] = x[1,i] + theta[1,] * (m[1,] - x[1,i]) * dt + sig[1,1] %%% rnorm(1)*sqrt(dt)}
  meansSpot=mean(exp(x[1,]))
  meansNOR1Y=mean(exp(x[2,(1:(3*n_days))]))
  meansNOR2Y=mean(exp(x[3,(1:(2*n_days))]))
  meansNOR3Y=mean(exp(x[4,((1:n_days))]))
  means_matrix[sim, 1] = meansSpot
  means_matrix[sim, 2] = meansNOR1Y
  means_matrix[sim, 3] = meansNOR2Y
  means_matrix[sim, 4] = meansNOR3Y
  results[sim] = meansSpot*0.8+ meansNOR1Y*1.2+meansNOR2Y*0.4 +meansNOR3Y*0.2#Lagre
vektet gjennomsnitt av alle simulerte år
}

```

```

#Deskriptiv statistikk simulerte gjennomsnitt

mean(means_matrix[,1]);mean(means_matrix[,2]);mean(means_matrix[,3]);mean(means_matrix[,4]
)

median(means_matrix[,1]);median(means_matrix[,2]);median(means_matrix[,3]);median(means_m
atrix[,4])

max(means_matrix[,1]);max(means_matrix[,2]);max(means_matrix[,3]);max(means_matrix[,4])

min(means_matrix[,1]);min(means_matrix[,2]);min(means_matrix[,3]);min(means_matrix[,4])

sd(means_matrix[,1]);sd(means_matrix[,2]);sd(means_matrix[,3]);sd(means_matrix[,4])

skewness(means_matrix[,1]);skewness(means_matrix[,2]);skewness(means_matrix[,3]);skewness(m
eans_matrix[,4])

kurtosis(means_matrix[,1]);kurtosis(means_matrix[,2]);kurtosis(means_matrix[,3]);kurtosis(means_
matrix[,4])

quantile(means_matrix[,1],0.01);quantile(means_matrix[,2],0.01);quantile(means_matrix[,3],0.01);q
uantile(means_matrix[,4],0.01)

quantile(means_matrix[,1],0.05);quantile(means_matrix[,2],0.05);quantile(means_matrix[,3],0.05);q
uantile(means_matrix[,4],0.05)

quantile(means_matrix[,1],0.95);quantile(means_matrix[,2],0.95);quantile(means_matrix[,3],0.95);q
uantile(means_matrix[,4],0.95)

quantile(means_matrix[,1],0.99);quantile(means_matrix[,2],0.99);quantile(means_matrix[,3],0.99);q
uantile(means_matrix[,4],0.99)

jarque.bera.test(means_matrix[,1]);jarque.bera.test(means_matrix[,2]);jarque.bera.test(means_mat
rix[,3]);jarque.bera.test(means_matrix[,4])

Lm.test(means_matrix[,1],2);Lm.test(means_matrix[,2],2);Lm.test(means_matrix[,3],2);Lm.test(mea
ns_matrix[,4],2)

### Value at Risk

quantile(results,0.05) #Laveste forventet inntekt, 5%
quantile(results, 0.01) #Laveste forventet inntekt, 1%
mean(results) #Forventede usikrede inntekter
VaR5=1-quantile(results,0.05)/mean(results) # VaR som andel av usikrede inntekter, 5%
VaR1=1-quantile(results,0.01)/mean(results) # VaR som andel av usikrede inntekter, 1%
ReserveKapital5=mean(results)-quantile(results,0.05)
ReserveKapital1=mean(results)-quantile(results,0.01)
VaR5 # VaR som andel av usikrede inntekter, 5%

```

```

VaR1 # VaR som andel av usikrede inntekter, 1%

ReserveKapital5 #Reservekapitalbehov, 5%

ReserveKapital1 #Reservekapitalbehov, 1%

#CVaR

cvar5=mean(sort(results)[1:500]) #5% CVaR: 668.5889

cvar1=mean(sort(results)[1:100]) #1% CVaR: 635.5163

##### PLOTS

# tetthetsfordeling av gjennomsnitt

means_df = data.frame(means_matrix)

colnames(means_df) = c("Spot", "NOR1Y", "NOR2Y", "NOR3Y")

means_melted = melt(means_df, variable.name = "Produkt", value.name = "Gjennomsnitt")

ggplot(means_melted, aes(x = Gjennomsnitt, color = Produkt, fill = Produkt, group = Produkt)) +
geom_density(alpha = 0.5) +

labs(title = "", x = "Gjennomsnitt", y = "Tetthet") + theme_minimal() +

scale_color_manual(values = c("Spot" = "#D62728", "NOR1Y" = "black", "NOR2Y" = "#2CA02C",
"NOR3Y" = "#1F77B4")) +

scale_fill_manual(values = c("Spot" = "#D62728", "NOR1Y" = "black", "NOR2Y" = "#2CA02C",
"NOR3Y" = "#1F77B4")) +

theme(panel.background = element_rect(fill = "wheat1"),

panel.grid.major = element_line(color = adjustcolor("black", alpha.f = 0.2), size = 0.5),

panel.grid.minor = element_line(color = adjustcolor("black", alpha.f = 0.2), size = 0.25)) +

xlab("Gjennomsnitt, NOK/MWh")

#Plot for en simuleringspath for hvert produkt

t_full = seq(from = 0, to = 4 * n_days - 1, by = 1)

paths = data.frame(Dager = t_full,

Spot = exp(x[1, ]),

```



```

    NOR1Y = c(exp(x[2, (1:(3 * n_days))]), rep(NA, n_days)),
    NOR2Y = c(exp(x[3, (1:(2 * n_days))]), rep(NA, 2 * n_days)),
    NOR3Y = c(exp(x[4, (1:n_days)]), rep(NA, 3 * n_days))
paths_melted = melt(paths, id.vars = "Dager", variable.name = "Produkt", value.name = "Pris")
ggplot(paths_melted, aes(x = Dager, y = Pris, color = Produkt, group = Produkt)) +
  geom_line(aes(size = Produkt)) +
  labs(title = "",
       x = "Dager",
       y = "Pris") +
  theme_minimal() +
  scale_color_manual(values = c("Spot" = "#D62728", "NOR1Y" = "black", "NOR2Y" = "#2CA02C",
"NOR3Y" = "#1F77B4")) +
  scale_size_manual(values = c("Spot" = 0.5, "NOR1Y" = 0.5, "NOR2Y" = 0.8, "NOR3Y" = 0.8)) +
  theme(panel.background = element_rect(fill = "wheat1"),
        panel.grid.major = element_line(color = adjustcolor("black", alpha.f = 0.5), size = 0.5),
        panel.grid.major.x = element_blank(),
        panel.grid.minor = element_line(color = adjustcolor("black", alpha.f = 0.5), size = 0.25),
        panel.grid.minor.x = element_blank())
# Density plot for total simulert usikret inntekt
results_df = data.frame(t(results))
colnames(results_df) = c("Simulert usikret inntekt")
ggplot(results_df, aes(x = `Simulert usikret inntekt`)) +
  geom_density(fill = "black", alpha = 0.5) +
  labs(title = "",
       x = "Simulert usikret inntekt, NOK/MWh", # changed this line
       y = "Tetthet") +
  theme_minimal() +
  theme(panel.background = element_rect(fill = "wheat1"),
        panel.grid.major = element_line(color = adjustcolor("black", alpha.f = 0.2), size = 0.5),
        panel.grid.minor = element_line(color = adjustcolor("black", alpha.f = 0.2), size = 0.25))
rm(list=ls())

```

```

library(ggplot2)
library(moments)
library(MASS)
library(reshape2)
library(expm)
kov=cbind(c(106.24143,1.95025,0.73180,0.70721),c(1.95025,0.90402,0.52332,0.32866)
          ,c(0.73180,0.52332,0.42427,0.30268),c(0.70721,0.32866,0.30268,0.27018))
sig=sqrtm(kov)
theta1=104.505549 #Theta Spot
theta2=1.523098#Theta NOR1Y
theta3=1.174805 #Theta NOR2Y
theta4=1.360209#Theta NOR3Y
theta=rbind(theta1,theta2,theta3,theta4)
dt=1/365
n_sims=10000
n_assets=4
n_days=365
results = matrix(0,nrow=1,ncol=n_sims)
means_matrix = matrix(0, nrow = n_sims, ncol = n_assets)
for(sim in 1:n_sims){
  m=rbind(6.867,7.477,7.082,6.720) #Gjennomsnitt, startpris
  x=matrix(0,nrow=4,ncol=4*n_days)
  x[,1]=m

  for (i in 1:364) {
    x[,i+1] = x[,i] + theta * (m - x[,i]) * dt + sig %>% rnorm(4)*sqrt(dt)
  }
  for (i in n_days:(2*n_days-1)) {
    x[1:3,i+1] = x[1:3,i] + theta[1:3,] * (m[1:3,] - x[1:3,i]) * dt + sig[1:3,1:3] %>% rnorm(3)*sqrt(dt)
  }
}

```

```

for (i in (2*n_days):(3*n_days-1)) {
  x[1:2,i+1] = x[1:2,i] + theta[1:2,] * (m[1:2,] - x[1:2,i]) * dt + sig[1:2,1:2] %**% rnorm(2)*sqrt(dt) }
for (i in (3*n_days):(4*n_days-1)) {
  x[1,i+1] = x[1,i] + theta[1,] * (m[1,] - x[1,i]) * dt + sig[1,1] %**% rnorm(1)*sqrt(dt)}
meansSpot=mean(exp(x[1,]))
meansNOR1Y=mean(exp(x[2,(1:(3*n_days))]))
meansNOR2Y=mean(exp(x[3,(1:(2*n_days))]))
meansNOR3Y=mean(exp(x[4,((1:n_days))]))
means_matrix[sim, 1] = meansSpot
means_matrix[sim, 2] = meansNOR1Y
means_matrix[sim, 3] = meansNOR2Y
means_matrix[sim, 4] = meansNOR3Y

results[sim] = meansSpot*0.8+ meansNOR1Y*1.2+meansNOR2Y*0.4 +meansNOR3Y*0.2#Lagre
vektet gjennomsnitt av alle simulerte år
}

quantile(results,0.05) #Laveste forventet inntekt, 5%
quantile(results,0.01) #Laveste forventet inntekt, 1%
mean(results) #Forventede usikrede inntekter
VaR5=1-quantile(results,0.05)/mean(results)
VaR1=1-quantile(results,0.01)/mean(results)
ReserveKapital5=mean(results)-quantile(results,0.05)
ReserveKapital1=mean(results)-quantile(results,0.01)
VaR5 # VaR som andel av usikrede inntekter, 5%
VaR1 # VaR som andel av usikrede inntekter, 1%
ReserveKapital5 #Reservekapitalbehov, 5%
ReserveKapital1 #Reservekapitalbehov, 1%
#CVaR
cvar5=mean(sort(results)[1:500]) #5% CVaR: 2755.58
cvar1=mean(sort(results)[1:100]) #1% CVaR: 2518.04

##### PLOTS

```

```

# tetthetsfordeling av gjennomsnitt
means_df = data.frame(means_matrix)
colnames(means_df) = c("Spot", "NOR1Y", "NOR2Y", "NOR3Y")
means_melted = melt(means_df, variable.name = "Produkt", value.name = "Gjennomsnitt")
ggplot(means_melted, aes(x = Gjennomsnitt, color = Produkt, fill = Produkt, group = Produkt)) +
  geom_density(alpha = 0.5) +
  labs(title = "",
        x = "Gjennomsnitt",
        y = "Tetthet") +
  theme_minimal() +
  scale_color_manual(values = c("Spot" = "#D62728", "NOR1Y" = "black", "NOR2Y" = "#2CA02C",
                                "NOR3Y" = "#1F77B4")) +
  scale_fill_manual(values = c("Spot" = "#D62728", "NOR1Y" = "black", "NOR2Y" = "#2CA02C",
                                "NOR3Y" = "#1F77B4")) +
  theme(panel.background = element_rect(fill = "wheat1"),
        panel.grid.major = element_line(color = adjustcolor("black", alpha.f = 0.2), size = 0.5),
        panel.grid.minor = element_line(color = adjustcolor("black", alpha.f = 0.2), size = 0.25)) +
  xlab("Gjennomsnitt, NOK/MWh")

#Plot for en simuleringspath for hvert produkt
t_full = seq(from = 0, to = 4 * n_days - 1, by = 1)
paths = data.frame(Dager = t_full,
                  Spot = exp(x[1, ]),
                  NOR1Y = c(exp(x[2, (1:(3 * n_days))])), rep(NA, n_days)),
                  NOR2Y = c(exp(x[3, (1:(2 * n_days))])), rep(NA, 2 * n_days)),
                  NOR3Y = c(exp(x[4, (1:n_days)])), rep(NA, 3 * n_days))
paths_melted = melt(paths, id.vars = "Dager", variable.name = "Produkt", value.name = "Pris")
ggplot(paths_melted, aes(x = Dager, y = Pris, color = Produkt, group = Produkt)) +
  geom_line(aes(size = Produkt)) +
  labs(title = "",
        x = "Dager",

```

```

y = "Pris") +
theme_minimal() +
scale_color_manual(values = c("Spot" = "#D62728", "NOR1Y" = "black", "NOR2Y" = "#2CA02C",
"NOR3Y" = "#1F77B4")) +
scale_size_manual(values = c("Spot" = 0.5, "NOR1Y" = 0.5, "NOR2Y" = 0.8, "NOR3Y" = 0.8)) +
theme(panel.background = element_rect(fill = "wheat1"),
      panel.grid.major = element_line(color = adjustcolor("black", alpha.f = 0.5), size = 0.5),
      panel.grid.major.x = element_blank(),
      panel.grid.minor = element_line(color = adjustcolor("black", alpha.f = 0.5), size = 0.25),
      panel.grid.minor.x = element_blank())

# Density plot for total simulert usikret inntekt
results_df = data.frame(t(results))
colnames(results_df) = c("Simulert usikret inntekt")
ggplot(results_df, aes(x = `Simulert usikret inntekt`)) +
  geom_density(fill = "black", alpha = 0.5) +
  labs(title = "",
       x = "Simulert usikret inntekt, NOK/MWh", # changed this line
       y = "Tetthet") +
  theme_minimal() +
  theme(panel.background = element_rect(fill = "wheat1"),
        panel.grid.major = element_line(color = adjustcolor("black", alpha.f = 0.2), size = 0.5),
        panel.grid.minor = element_line(color = adjustcolor("black", alpha.f = 0.2), size = 0.25))
rm(list=ls())

library(ggplot2)
library(moments)
library(MASS)
library(reshape2)
library(expm)
kov=cbind(c(4.85878,-0.01534,-0.01740,-0.01087),c(-0.01534,0.09646,0.06592,0.05083)

```

```

,c(-0.01740,0.06592,0.06004,0.04631),c(-0.01087,0.05083,0.04631,0.05262))
sig=sqrtm(kov)
theta1=16.944699 #Theta Spot
theta2=0.848951#Theta NOR1Y
theta3=0.540957 #Theta NOR2Y
theta4=0.444432#Theta NOR3Y
theta=rbind(theta1,theta2,theta3,theta4)
dt=1/365
n_sims=10000
n_assets=4
n_days=365
results = matrix(0,nrow=1,ncol=n_sims)
means_matrix = matrix(0, nrow = n_sims, ncol = n_assets)
for(sim in 1:n_sims){
  m=rbind(5.64501725,5.731507926,5.703419586,5.712800195) #Gjennomsnitt, startpris
  x=matrix(0,nrow=4,ncol=4*n_days)
  x[,1]=m
  for (i in 1:364) {
    x[,i+1] = x[,i] + theta * (m - x[,i]) * dt + sig %**% rnorm(4)*sqrt(dt)}
  for (i in n_days:(2*n_days-1)) {
    x[1:3,i+1] = x[1:3,i] + theta[1:3,] * (m[1:3,] - x[1:3,i]) * dt + sig[1:3,1:3] %**% rnorm(3)*sqrt(dt) }
  for (i in (2*n_days):(3*n_days-1)) {
    x[1:2,i+1] = x[1:2,i] + theta[1:2,] * (m[1:2,] - x[1:2,i]) * dt + sig[1:2,1:2] %**% rnorm(2)*sqrt(dt) }
  for (i in (3*n_days):(4*n_days-1)) {
    x[1,i+1] = x[1,i] + theta[1,] * (m[1,] - x[1,i]) * dt + sig[1,1] %**% rnorm(1)*sqrt(dt) }
  meansSpot=mean(exp(x[1,]))
  meansNOR1Y=mean(exp(x[2,(1:(3*n_days))]))
  meansNOR2Y=mean(exp(x[3,(1:(2*n_days))]))
  meansNOR3Y=mean(exp(x[4,((1:n_days))]))
  means_matrix[sim, 1] = meansSpot
}

```

```

means_matrix[sim, 2] = meansNOR1Y
means_matrix[sim, 3] = meansNOR2Y
means_matrix[sim, 4] = meansNOR3Y

results[sim] = meansSpot*0.8+ meansNOR1Y*1.2+meansNOR2Y*0.4 +meansNOR3Y*0.2#Lagre
vektet gjennomsnitt av alle simulerte år
}

#Deskriptiv statistikk simulerte gjennomsnitt
mean(means_matrix[,1]);mean(means_matrix[,2]);mean(means_matrix[,3]);mean(means_matrix[,4]
)

median(means_matrix[,1]);median(means_matrix[,2]);median(means_matrix[,3]);median(means_m
atrix[,4])

max(means_matrix[,1]);max(means_matrix[,2]);max(means_matrix[,3]);max(means_matrix[,4])
min(means_matrix[,1]);min(means_matrix[,2]);min(means_matrix[,3]);min(means_matrix[,4])
sd(means_matrix[,1]);sd(means_matrix[,2]);sd(means_matrix[,3]);sd(means_matrix[,4])
skewness(means_matrix[,1]);skewness(means_matrix[,2]);skewness(means_matrix[,3]);skewness(m
eans_matrix[,4])
kurtosis(means_matrix[,1]);kurtosis(means_matrix[,2]);kurtosis(means_matrix[,3]);kurtosis(means_
matrix[,4])
quantile(means_matrix[,1],0.01);quantile(means_matrix[,2],0.01);quantile(means_matrix[,3],0.01);q
uantile(means_matrix[,4],0.01)
quantile(means_matrix[,1],0.05);quantile(means_matrix[,2],0.05);quantile(means_matrix[,3],0.05);q
uantile(means_matrix[,4],0.05)
quantile(means_matrix[,1],0.95);quantile(means_matrix[,2],0.95);quantile(means_matrix[,3],0.95);q
uantile(means_matrix[,4],0.95)
quantile(means_matrix[,1],0.99);quantile(means_matrix[,2],0.99);quantile(means_matrix[,3],0.99);q
uantile(means_matrix[,4],0.99)
jarque.bera.test(means_matrix[,1]);jarque.bera.test(means_matrix[,2]);jarque.bera.test(means_mat
rix[,3]);jarque.bera.test(means_matrix[,4])
Lm.test(means_matrix[,1],2);Lm.test(means_matrix[,2],2);Lm.test(means_matrix[,3],2);Lm.test(mea
ns_matrix[,4],2)

### Value at Risk
quantile(results,0.05) #Laveste forventet usikret inntekt, 5%
quantile(results, 0.01) #Laveste forventet usikret inntekt, 1%

```

```

mean(results) #Forventede usikrede inntekter
VaR5=1-quantile(results,0.05)/mean(results) # VaR som andel av usikrede inntekter, 5%
VaR1=1-quantile(results,0.01)/mean(results) # VaR som andel av usikrede inntekter, 1%
ReserveKapital5=mean(results)-quantile(results,0.05)
ReserveKapital1=mean(results)-quantile(results,0.01)
VaR5 # VaR som andel av usikrede inntekter, 5%
VaR1 # VaR som andel av usikrede inntekter, 1%
ReserveKapital5 #Reservekapitalbehov, 5%
ReserveKapital1 #Reservekapitalbehov, 1%

#CVaR
cvar5=mean(sort(results)[1:500]) #5% CVaR: 670.70
cvar1=mean(sort(results)[1:100]) #1% CVaR: 638.92

##### PLOTS
#Plot for en simuleringspath for hvert produkt
t_full = seq(from = 0, to = 4 * n_days - 1, by = 1)
paths = data.frame(Dager = t_full,
  Spot = exp(x[1, ]),
  NOR1Y = c(exp(x[2, (1:(3 * n_days))]), rep(NA, n_days)),
  NOR2Y = c(exp(x[3, (1:(2 * n_days))]), rep(NA, 2 * n_days)),
  NOR3Y = c(exp(x[4, (1:n_days)]), rep(NA, 3 * n_days)))
paths_melted = melt(paths, id.vars = "Dager", variable.name = "Produkt", value.name = "Pris")
ggplot(paths_melted, aes(x = Dager, y = Pris, color = Produkt, group = Produkt)) +
  geom_line(aes(size = Produkt)) +
  labs(title = "", x = "Dager", y = "Pris") + theme_minimal() +
  scale_color_manual(values = c("Spot" = "#D62728", "NOR1Y" = "black", "NOR2Y" = "#2CA02C",
"NOR3Y" = "#1F77B4")) +
  scale_size_manual(values = c("Spot" = 0.5, "NOR1Y" = 0.5, "NOR2Y" = 0.8, "NOR3Y" = 0.8)) +

```



```

theme(panel.background = element_rect(fill = "wheat1"),
      panel.grid.major = element_line(color = adjustcolor("black", alpha.f = 0.5), size = 0.5),
      panel.grid.major.x = element_blank(),
      panel.grid.minor = element_line(color = adjustcolor("black", alpha.f = 0.5), size = 0.25),
      panel.grid.minor.x = element_blank())

```

```
#####
```

```
# Density plot for total simulert usikret inntekt
```

```
results_df = data.frame(t(results))
```

```
colnames(results_df) = c("Simulert usikret inntekt")
```

```
ggplot(results_df, aes(x = `Simulert usikret inntekt`)) +
```

```
  geom_density(fill = "black", alpha = 0.5) +
```

```
  labs(title = "", x = "Simulert usikret inntekt, NOK/MWh", y = "Tetthet") +
```

```
  theme_minimal() + theme(panel.background = element_rect(fill = "wheat1"),
```

```
    panel.grid.major = element_line(color = adjustcolor("black", alpha.f = 0.2), size = 0.5),
```

```
    panel.grid.minor = element_line(color = adjustcolor("black", alpha.f = 0.2), size = 0.25))
```

## Referanseliste

- Aanensen, T. (2021, 15. februar). *Veldig lav strompris i 2020*. Statistisk sentralbyrå.  
<https://www.ssb.no/energi-og-industri/artikler-og-publikasjoner/veldig-lav-strompris-i-2020>
- Benth, F. E., Kallsen, J., & Meyer-Brandis, T. (2007). A non-Gaussian Ornstein–Uhlenbeck process for electricity spot price modeling and derivatives pricing. *Applied Mathematical Finance*, 14(2), 153-169. <https://doi.org/10.1080/13504860600725031>
- Benth, F. E., Kiesel, R., & Nazarova, A. (2012). A critical empirical study of three electricity spot price models. *Energy Economics*, 34(5), 1589-1616.  
<https://doi.org/10.1016/j.eneco.2011.11.012>
- Bodie, Z., Kane, A., Marcus, A. J. (2021) *Investments* (11. utg.). The McGraw-Hill Education Series in Finance, Insurance, and Real Estate.
- Brooks-Bartlett, J. (2018). Probability concepts explained: Maximum likelihood estimation. *Towards Data Science*. <https://towardsdatascience.com/probability-concepts-explained-maximum-likelihood-estimation-c7b4342fdbb1>.
- Brooks, C. (2019). *Introductory Economics For Finance*. (4. utg.). New York: Cambridge University Press.
- Cartea, A., & Figueroa, M. G. (2005). Pricing in electricity markets: a mean reverting jump diffusion model with seasonality. *Applied Mathematical Finance*, 12(4), 313-335.  
<https://doi.org/10.1080/13504860500117503>
- Chan, K. F., & Gray, P. (2006). Using extreme value theory to measure value-at-risk for daily electricity spot prices. *International Journal of forecasting*, 22(2), 283-300.
- Chen, N & Hong, J.L., "Monte Carlo simulation in financial engineering," *2007 Winter Simulation Conference*, Washington, DC, USA, 2007, pp. 919-931, doi: 10.1109/WSC.2007.4419688.

- Eppes, M. (2019). Maximum Likelihood Estimation Explained – Normal Distribution. *Towards science*. <https://towardsdatascience.com/maximum-likelihood-estimation-explained-normal-distribution-6207b322e47f>
- Ermogenous, A. (2006). Brownian Motion and Its Applications In The Stock Market. *Proceedings of Undergraduate Mathematics Day*. 15.
- Eydeland, A., & Wolyniec, K. (2002). *Energy and power risk management: New developments in modeling, pricing, and hedging* (Vol. 97). John Wiley & Sons.
- Fishman, G. S. (2006). *A first course in Monte Carlo*. Duxbury Press.
- Franco, J. C. G. (2003). Maximum likelihood estimation of mean reverting processes. *Real Options Practice*. *Onward inc*.
- Füss, R., Adams, Z., Kaiser, G., D. (2010). The predictive power of value-at-risk models in commodity futures markets. *Journal of Asset Management*, 11, 261-285.  
<https://doi.org/10.1057/jam.2009.21>
- Geman, H., & Roncoroni, A. (2006). Understanding the Fine Structure of Electricity Prices. *The Journal of Business*, 79(3), 1225–1261. <https://doi.org/10.1086/500675>
- Hornberger, G. M., & Spear, R. C. (1981). Approach to the preliminary analysis of environmental systems. *J. Environ. Mgmt.*, 12(1), 7-18.
- Huisman, R., & Mahieu, R. (2003). Regime jumps in electricity prices. *Energy economics*, 25(5), 425-434. [https://doi.org/10.1016/S0140-9883\(03\)00041-0](https://doi.org/10.1016/S0140-9883(03)00041-0)
- Konsesjonskraft IKS. (2021a, 15. januar). *Organisering*. <https://konesjonskraft.no/om-kiks/organisering/>
- Konsesjonskraft IKS. (2021b, 3. desember). *Risikostrategi for krafthandel i Konsesjonskraft IKS*. <https://konesjonskraft.no/getfile.php/131883-1652356684/Styringsdokument%20o.l./Risikostrategi%202022.pdf>

- Konsesjonskraft IKS. (2021c, 15. januar). *Styringsdokument*. Hentet 24. februar fra <https://konsesjonskraft.no/om-kiks/styringsdokument/>
- Konsesjonskraft IKS. (2021d, 4.januar). *Utbetalingsprognoser*. Hentet 03.Mai fra <https://konsesjonskraft.no/okonomi-og-rapportar/utbetalingsprognoser/>
- Konsesjonskraft IKS. (2020). Årsmelding 2019. [https://konsesjonskraft.no/getfile.php/131377-1604393884/Dokumenter/%C3%85rsmelding\\_2019\\_KIKS.pdf](https://konsesjonskraft.no/getfile.php/131377-1604393884/Dokumenter/%C3%85rsmelding_2019_KIKS.pdf)
- Kozak, M. (2009). What is strong correlation?. *Teaching Statistics*, 31(3), 85-86.  
<https://doi.org/10.1111/j.1467-9639.2009.00387.x>
- L'Ecuyer, P., & Simard, R. (2007). TestU01: A C library for empirical testing of random number generators. *ACM Transactions on Mathematical Software*, 33(4), 22.  
<https://doi.org/10.1145/1268776.1268777>
- Li, G. and Rabitz, H. (1989) A General Analysis of Exact Lumping in Chemical Kinetics. *Chemical Engineering Science*, 44, 1413-1430.  
[https://doi.org/10.1016/0009-2509\(89\)85014-6](https://doi.org/10.1016/0009-2509(89)85014-6)
- Linsmeier, T.J. & Pearson, N.D. (2000). Risk Measurement: An Introduction to Value at Risk. *Financial Analysts Journal*. 56(2), 47-67. <https://doi.org/10.2469/faj.v56.n2.2343>
- Lucia, J.J., Schwartz, E.S. (2002). Electricity Prices and Power Derivatives: Evidence from the Nordic Power Exchange. *Review of Derivatives Research* 5, 5–50.  
<https://doi.org/10.1023/A:1013846631785>
- Lund, H., Sorknæs, P., Mathiesen, B. V., & Hansen, K. (2018). Beyond sensitivity analysis: A methodology to handle fuel and electricity prices when designing energy scenarios. *Energy Research & Social Science*, 39, 108-116. <https://doi.org/10.1016/j.erss.2017.11.013>
- Lund, K., Tafjord, K., Øwre-Johnsen. (2016). *Hva driver Nibor påslaget?* (10.2016). Norges bank.  
[https://www.norgesbank.no/contentassets/6b0804e7c1c24cfa86bdd6087fdb14b8/aktuelle\\_kommentar\\_10\\_2016.pdf?v=03/09/2017123423](https://www.norgesbank.no/contentassets/6b0804e7c1c24cfa86bdd6087fdb14b8/aktuelle_kommentar_10_2016.pdf?v=03/09/2017123423)

- Mejía Vega, C. A. (2018). Calibration of the exponential Ornstein–Uhlenbeck process when spot prices are visible through the maximum log-likelihood method. Example with gold prices. *Advances in Difference Equations*, 2018, 1-14. <https://doi.org/10.1186/s13662-018-1718-4>
- Mooney, C. Z. (1997). *Monte carlo simulation*. Sage.
- Nelson, B.L., Pei, L. (2021). *Foundations and Methods of Stochastic Simulation*. International Series in Operations Research & Management Science. Springer. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-86194-0\\_1](https://doi.org/10.1007/978-3-030-86194-0_1)
- Nguyen Tat A. (2018). Electricity Price Forecasting Using Monte Carlo Simulation: The Case of Lithuania. *Ekonomika*, 97(1), 76-86. <https://doi.org/10.15388/Ekon.2018.1.11780>
- Norges vassdrag- og energidirektorat. (2021). *Langsiktig Kraftmarkedsanalyse 2021 – 2040*. (NVE Rapport 29/2021). [https://publikasjoner.nve.no/rapport/2021/rapport2021\\_29.pdf](https://publikasjoner.nve.no/rapport/2021/rapport2021_29.pdf)
- Norges vassdrags- og energidirektorat. (2022, 18. oktober). *Hvordan fungerer kraftmarkedet?*. Hentet 24. februar 2023 fra <https://www.nve.no/reguleringsmyndigheten/slik-fungerer-kraftsystemet/hvordan-fungerer-kraftmarkedet/>
- Norsk Rikskringkasting. (2022. 30.Desember). *Stromprisrekord i Sør-Norge i 2022 – snittpris på 2 kroner per kWh*. NRK. <https://www.nrk.no/nyheter/stromprisrekord-i-sor-norge-i-2022--snittpris-pa-2-kroner-per-kwh-1.16238406>
- Ortiz-Latorre, S. (2015). Brownian Motion and Related Processes. *Universitetet i Oslo*. <https://www.uio.no/studier/emner/matnat/math/nedlagte-emner/STK4510/h15/lectures/15-brownian-motion-and-related-processes.pdf>
- Osborne, M.F.M., (1959) Brownian Motion in the Stock Market. *Operations Research* 7(2), 145-173. <https://doi.org/10.1287/opre.7.2.145>

- Pilipovic, D. (1998). *Energy Risk: Valuing and Managing Energy Derivatives*. McGraw-Hill.
- Poulikkas, A. (2018). An adaptive long-term electricity price forecasting modelling using Monte Carlo simulation. *Journal of Power Technologies*, 98(3), 267-273.  
<https://papers.itc.pw.edu.pl/index.php/JPT/article/view/1241>
- Regjeringen. (2021, 12. oktober). *Kraftmarkedet og strømpris*.  
<https://www.regjeringen.no/no/tema/energi/stromnettet/kraftmarkedet-og-strompris/id2076000/>
- Regjeringen. (2008). *Kraftmarkedet. Fakta 2008: Energi og vannressurser i Norge*.  
[https://www.regjeringen.no/globalassets/upload/oed/pdf\\_filer/faktaheftet/evfakta08/evfakta08\\_kap07\\_no.pdf](https://www.regjeringen.no/globalassets/upload/oed/pdf_filer/faktaheftet/evfakta08/evfakta08_kap07_no.pdf)
- Rockafellar, R. T., & Uryasev, S. (2002). Conditional value-at-risk for general loss distributions. *Journal of banking and finance*, 26(7), 1443-1471.  
[https://doi.org/10.1016/S0378-4266\(02\)00271-6](https://doi.org/10.1016/S0378-4266(02)00271-6)
- Robert, C. P., & Casella, G. (2013). *Monte Carlo statistical methods* (2. utg.). Springer.
- Saltelli, A. (2002). Sensitivity analysis for importance assessment. *Risk analysis*, 22(3), 579-590.  
<https://doi.org/10.1111/0272-4332.00040>
- Sauvageau, M., & Kumral, M. (2018). Cash flow at risk valuation of mining project using Monte Carlo simulations with stochastic processes calibrated on historical data. *The Engineering Economist*, 63(3), 171-187. <https://doi.org/10.1080/0013791X.2017.1413150>
- Schwartz, E.S. (1997). The Stochastic Behavior of Commodity Prices: Implications for Valuation and Hedging. *The Journal of Finance*, 52(3), 923-973.  
<https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1997.tb02721.x>
- SINTEF. (u.å.). *Vannkraft*. Hentet 10. mai 2023 fra  
<https://www.sintef.no/fagomrader/vannkraft/>

- Statistisk sentralbyrå (2011, 11. januar). *Elektrisitetstpriser, 4.kvartal 2010*.  
<https://www.ssb.no/energi-og-industri/statistikker/elkraftpris/arkiv/2011-01-11>
- Statkraft (2018). *Kraftproduksjon: Vannkraften har en unik verdi*. Hentet 3. mars 2023 fra  
<https://www.statkraft.no/nyheter/nyheter-og-pressemeldinger/2018/kraftproduksjon-vannkraften-har-en-unik-verdi/>
- Statnett. (2021, 13. desember). *Derfor har vi prisområder*.  
<https://www.statnett.no/om-statnett/bli-bedre-kjent-med-statnett/om-strompriser/fakta-om-prisomrader/>
- Statnett. (u.å). *Om strømpriser*. Hentet 02.Mai 2023 fra <https://www.statnett.no/om-statnett/bli-bedre-kjent-med-statnett/om-strompriser/>
- Sunnana, L. M. (2010, 22. februar). Strømprisen er over 11 kroner. *Aftenposten*.  
<https://www.aftenposten.no/norge/i/nAPjo/stroemprisen-over-11-kroner>
- Syuhada, K., Hakim, A., & Nur'aini, R. (2021). The expected-based value-at-risk and expected shortfall using quantile and expectile with application to electricity market data. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 1-18.  
<https://doi.org/10.1080/03610918.2021.1928191>
- Ursin, L. (2021, 6. desember). Ekspertintervjuet: Slik virker kraftmarkedet. *Energi og Klima*.  
<https://energiogklima.no/to-grader/ekspertintervju/ekspertintervjuet-slik-virker-kraftmarkedet/>
- Weron, R., Bierbrauer, M., & Trück, S. (2004). Modeling electricity prices: jump diffusion and regime switching. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 336(1-2), 39-48.
- Zhang, Y. (2020). The value of Monte Carlo model-based variance reduction technology in the pricing of financial derivatives. *PloS one*, 15(2)  
<https://doi.org/10.1371/journal.pone.0229737>

Zhao, J. H., Dong, Z. Y., Xu, Z., & Wong, K. P. (2008). A statistical approach for interval forecasting of the electricity price. *IEEE Transactions on Power Systems*, 23(2), 267-276.  
<https://doi.org/10.1371/journal.pone.0229737>

Oksendal, B. (2013). *Stochastic differential equations: an introduction with applications*. Springer Science & Business Media.  
<https://doi.org/10.1109/TAC.2006.882767>



# Discussion paper – International

Stian Tollefsen

## Risiko i kraftmarkedet

Masteroppgaven jeg for tiden skriver handler om måling av prisrisiko i kraftmarkedet. Det har de siste årene vært stor usikkerhet knyttet til både kraftproduksjon og leveranse i hele Europa som fører til et marked med stor volatilitet (Statnett, 2022). Det har vært store prissvingninger på kjøp og salg av kraft i ulike former og flere aktører har sett muligheten til å tjene penger på nettopp dette ved kjøp og salg av derivater. Derivatmarkeder er ikke kun til for spekulasjon, men gir også forutsigbarhet for de som har behov for kunnskap om fremtidig kontantstrøm som gjelder elektrisitetskostnader. Konesjonskraft IKS, videre forkortet KIKS er ett interkommunalt samarbeid mellom Agder fylkeskommune og 19 kommuner i Agder. Det skapes store verdier gjennom salg av kraft etter regulering og utbygging av kraftanlegg. Inntektene som kommunene mottar gjennom konesjonskraften brukes blant annet til utbygging av infrastruktur og næringsliv (KIKS, 2021a). Lokalsamfunnene som påvirkes av dette har krav på en del av inntektene etter konesjonskraftlovene og mottar denne inntekten etter at KIKS har forvaltet kraften (Nve, 2018). For at kommunene skal oppnå forutsigbarhet er det ønskelig at de vet hva de har å forholde seg til av inntekter når de går inn i ett nytt år da disse inntektene brukes til blant annet budsjettering. For å oppnå denne forutsigbarheten bruker KIKS derivater til å sikre den fremtidige kontantstrømmen.

I oppgaven tar vi utgangspunkt i KIKS sin risikostrategi, som innebærer at ved inngangen til nytt år skal 80 % av kraften de forvalter være solgt på forhånd i form av ulike kontrakter. Denne fordelingen for 2022 ble bestemt i 2021 og vedtaket ble at 40 % skal selges siste år før levering, 20 % 2 år før levering og 20 % 3 år før levering. De resterende 20 % skal selges til spotpris i det aktuelle året. Dette forutsetter at sikringsstrategien starter tre år i forveien av det aktuelle året (KIKS, 2021b).

I første del av oppgaven starter vi med å analysere de historiske dataene til de nevnte produktene som videre brukes til å utarbeide nøkkeltall til analyseformål. Dataen modelleres først med en sannsynlighetsmaksimeringsestimering gjennom en Ornstein-Uhlenbeck prosess som tar utgangspunkt i at prisene er snittreverserende. Dette betyr at etter perioder med prissvingninger så trekkes prisene tilbake mot ett langsiktig gjennomsnitt med en snittreverseringshastighet. Etter at sannsynlighetsmaksimeringsestimeringen har gitt oss det langsiktige gjennomsnittet, volatiliteten og snittreverseringshastigheten brukes dette til å regne ut kovariansmatrisen for produktene. Videre brukes dette i en Monte Carlo simulering der vi simulerer fremtidige priser og bruker fordelingen av disse prisene inn i en Value at Risk analyse. Målet med oppgaven er til slutt å finne ett mål på Value at Risk som brukes til å evaluere markedsrisikoen til en portefølje (Body et al., 2021, s.140). Målet på Value at Risk skal dermed brukes til å evaluere markedsrisikoen for porteføljen til Konesjonskraft IKS. Målet sier noe om hvor mye KIKS må ha i reservekapital for at kommunene skal forutsigbarhet i inntektene sine, selv i år der spotprisen blir lavere enn budsjettert.

Opgaven handler nå som kjent om kraftmarkedet og mer detaljert strømmarkedet. Det har vært skrevet og ment mye om Norge sin forvaltning av strøm de seneste årene med bakgrunn i blant

annet utenlandskablene som eksporterer strøm ut av landet. Kraftmarkedet har lenge vært noe som interesserer aktører på tvers av landegrenser, men har kanskje blitt enda mer aktuelt etter at prisene skjøt i været da krigen i Ukraina brøt ut. Mange har meninger om hvordan kraften bør produseres, hvor mye som bør selges, og til hvilken pris. Kraftmarkedene og strømmarkedene er også blant med mest komplekse markedene ettersom de påvirkes av en rekke faktorer på tvers av landegrenser. På bakgrunn av dette spiller internasjonale avtaler og reguleringer en viktig rolle i disse markedene ettersom det kan påvirke priser og tilgjengelighet av kraft i ulike deler av verden. Vi er også mer eller mindre avhengig av ett internasjonalt samarbeid da handelen mellom land bidrar til at de samlede kostnadene blir lavere enn om hvert enkelt land kun skal forbruke kraften de selv produserer. Den internasjonale handelen har som mål at kraften skal flyte dit den til enhver tid har størst verdi, som vil si at den går fra områder med lav pris til områder med høy pris (Energifakta, 2017).

Det vil være naturlig å starte med de teknologiske trendene. Oppgaven bruker metoder som Monte Carlo & Value at Risk som er metoder som er tett knyttet til datavitenskap og matematikk. Som ett resultat av forskning og utvikling innen for eksempel maskinlæring, kvantecomputing eller kunstig intelligens vil det kunne påvirke metoder, verktøy samt resultatene i forskningen. Oppgaven vi skriver er en kvantitativ oppgave med store finansielle data. Ved å utvikle ny teknologi innen ett av de overnevnte vil det kunne gjøre jobben med å analysere historiske data mer effektivt. Ny teknologi og metode vil også kunne føre til enda mer valide resultater som ikke trenger å ta like mange hensyn som man kanskje måtte gjort på grunn av de store mengdene med komplekse data og ekstreme verdier som gjør det vanskelig å lage gode analyser. Store selskaper med analytikeravdelinger vil kanskje miste noe av det menneskelige behovet ettersom det nå finnes kunstig intelligens og maskiner som kan gjøre den samme jobben bare ennå bedre. På en annen side vil det kanskje alltid være behov for menneskelig innsikt og tolkning for å komme frem til et resultat som ikke bare er best på papiret, men som også kan benyttes i praksis. Den teknologiske utviklingen vokser bare fortere og det jobbes hele tiden med å finne mer effektive metoder, og det er viktig for aktørene og være dynamiske i forhold til endringer i teknologiske trender.

Videre vil de økonomiske trendene også kunne få innvirkning på problemer som omhandler en stor mengde finansielle data. Metodene som benyttes i oppgaven brukes mye innen virksomhetsstyring og er en stor del av beslutningstakingen i bedrifter. Økt globalisering, høy-/lavkonjunktur og sist, men ikke minst handelskriger kan få stor betydning for hvilke beslutninger som blir tatt og hva som blir sett på som optimalt når vi tar ulike forhold i betraktning. Det har som nevnt vært store svingninger i prisene på kraft og behovet for å vite noe om fremtidig kontantstrøm er viktig for aktørene. Ingen i markedet hadde sett for seg hvordan krigen i Ukraina utviklet seg til å bli en handelskrig ettersom Russland står for stor eksport av kraft til Europa i form av olje og gass. Prisene på det meste har steget siden den gang, og den optimale løsningen i dag er trolig ikke lik det den var for noen år tilbake. Løsningen for en aktør som KIKS vil muligens være at behovet for reservekapital blir enda større når de ser hvor store ringvirkninger som internasjonale økonomiske trender kan gi. Sikringsgraden må kanskje justeres ennå mer slik at aktørene er sikre på å motta de inntektene som de har blitt forespeilet.

Det settes stadig større krav til miljø og bærekraft. Både nasjonale og internasjonale politiske trender vil spille en rolle når en skal vurdere risiko i kraftmarkedet. Det kommer stadig nye krav til effektivitet og besparelser. Vil det kunne være mulig for kraftaktører å forvalte konsesjonskraften enda mer effektivt slik at det er mulig å få mer ut av mindre? For en aktør som KIKS som bruker

vannkraft er ikke spørsmålet om bærekraft like naturlig som for eksempel Equinor, men å følge med på både de internasjonale og nasjonale politiske debattene rundt kraftmarkedet vil være relevant for aktører som lever av krafthandel.

Likevel vil økt bruk av fornybar energi som sol- og vindkraft kunne påvirke prisdannelsen i kraftmarkedet. Prisingen på kraft er som mange andre ting i markedet styrt av tilbud og etterspørsel og ved å øke tilgjengeligheten på sol- og vindkraft vil det kanskje være mer aktuelt for aktører å benytte seg av dette. Det er også spennende og se om det blir noen reguleringer i markedet på produksjons og forvaltning av gass og olje med bakgrunn i FN's bærekraftsmål for å oppnå sirkulærøkonomi og hindre utslipp av gasser (Forente Nasjoner, 2023).

Resultatene i oppgaven er preget av at det kun er perioden 2007-2019 som er inkludert. Vi fant tidlig ut at ved å inkludere tallene fra ekstreme år fra 2020 – 2022 vil det være vanskelig å utvikle en modell som tar i bruk historiske data til å si noe om hvordan fremtiden kommer til å bli. Internasjonale forhold som lave benselspriser i Europa og stor vindkraftproduksjon i Storbritania var med på å føre strømprisene i Europa ned (Fornybarnorge, 2020). Nasjonale forhold som rekordmye snø i fjellene i 2019/2020 som førte til svært sterk hydrologisk balanse gjennom året var heller ingen demper på priset på strøm (SSB,2021).

I 2022 førte Russland sin stopp på eksporten til at strømprisene ble høye. Dette er internasjonale markedskrefter som gjør det vanskelig å utforme modeller for analytikere.

Dette er eksempler på både internasjonale og nasjonale markedskrefter som påvirker aktørene i markedet og stiller krav til hvordan de skal forholde seg til prissvingninger.

Resultatene hadde uten tvil sett annerledes ut ved å inkludere disse ekstremårene. I tillegg til at gjennomsnittsprisene hadde blitt påvirket ville også variasjonen i prisene ført til mye høyere volatilitet som igjen ville ført til at aktører som KIKS måtte ha uforholdsmessig store lagre av reservekapital. Det virker uansett ikke som om prisene på kraft skal tilbake til «normalt» nivå og aktørene i markedet bør kanskje begynne å inkorporere større endringer og ekstreme priser.

Verdt å nevne helt avslutningsvis er at vi på mange måter skriver oppgaven «for» Konesjonskraft IKS og som kraftaktør blir også de påvirket av internasjonale trender og krefter. Det beste eksempelet her er nok valutapåvirkningen, etterfulgt av økonomiske opp- og nedgangstider. KIKS selger produktene sine i Euro og små endringer i kursen kan få store utfall for salgsinntektene. Den norske kronen er per dags dato ganske svak i forhold til Euro og USD. KIKS har derfor en valutasikringsstrategi som hele tiden må følges med på og justeres etter de internasjonale forholdene. Den norske kronen har svingt mye i det siste uten at det finnes noen naturlig forklaring, men påvirkes av flere internasjonale forhold som blant annet prisen på olje (Bernhardsen & Røisland, u.d.).

De økonomiske opp- og nedgangstidene er sannsynligvis også merkbart for bedrifter som selger kraft. I perioder med lav arbeidsledighet så produseres det mye og behovet for kraft er generelt stort. Motsetningen er når arbeidsledigheten øker, rentene synker og produksjonen av varer og tjenester faller. I tillegg til at strømmen er dyr har bedrifter og privatpersoner dårligere råd og mindre penger å bruke enn «normalt». Dette er eksempler på makroøkonomiske krefter som påvirker internasjonale markeder på tvers av landegrensener.

Vi ønsket å skrive en oppgave om noe som var dagsaktuelt og hvor vi kunne benytte oss av flere av de statistiske metodene som vi har lært i løpet av spesialiseringen Analytical finance. Kombinasjonen av dette førte oss inn på temaet om kraftmarkedet. Kraftmarkedet er preget av at kraften må forbrukes samtidig som den produseres og dette fører til økt volatilitet. Det er svært mange faktorer som påvirker prisdannelse og produksjon på tvers av landegrensener som gjør markedet til et komplekst marked og behovet for risikostراتيجier er viktig.

Jeg har i denne diskusjonsartikkelen bevist at både temaet, problemstillingen, metoden og KIKS som aktør er, og kommer til å fortsette å bli påvirket av internasjonale trender og krefter. Energikrisen i Europa det siste året har satt temaet om strømpriser ennå mer i fokus og aktørene i markedet jobber stadig med å finne bedre løsninger og være dynamiske i forhold til endringer. Temaet om bærekraft spiller også en viktig rolle i kraftmarkedet. Med det grønne skiftet skal produksjon av kraft være så grønn som mulig og det kommer stadig nye nasjonale og internasjonale reguleringer som aktørene må forholde seg til. Verdenspolitikken spiller også inn på produksjon og forvaltning av kraftmarkedet. Skal vi nå FN's bærekraftsmål er det mange som mener at det må gjøres noe med olje- og gassutvinningen, samtidig som sol- og vindenergi blir mer og mer ubredt. Vi har nettopp blitt introdusert for starten på kunstig intelligens, og det vil antageligvis stå ennå mer i fokus i årene som kommer, og aktørene må hele tiden være dynamiske i forhold til endringer.

## Kildeliste

Bernhardsen, T., Røisland, Ø. (u.d.). *Hvilke faktorer påvirker kronekursen?* Norges bank.

[https://www.norges-bank.no/globalassets/upload/publikasjoner/penger\\_og\\_kreditt/2000-03/bernh.pdf](https://www.norges-bank.no/globalassets/upload/publikasjoner/penger_og_kreditt/2000-03/bernh.pdf)

Energifaktanorge. (13.Mai, 2022). *Kraftmarkedet*. <https://energifaktanorge.no/norsk-energiforsyning/kraftmarkedet/>

Forente Nasjoner. (2023, 4. April). *FN's bærekraftsmål*. Hentet 30. Mai 2023 fra <https://www.fn.no/om-fn/fns-baerekraftsmaal>

Fornybarnorge. (23.Januar, 2020). *Derfor var strømprisen uvanlig lav i 2020*.

<https://www.fornybarnorge.no/strommarked/nyheter/2020/derfor-er-stromprisen-uvanlig-lav-i-ar/>

Füzz, R., Adams, Z., Kaiser, G.D. (2010). *The predictive power of value-at-risk models in commodity futures markets*. Journal of Asset Management. 261-285.

<https://doi.org/10.1057/jam.2009.21>

Konsesjonskraft IKS. (15.Januar, 2021a). *Organisering*. <https://konsesjonskraft.no/om-kiks/organisering/>

Konsesjonskraft IKS (3.Desember, 2021b). *Risikostrategi for krafthandel i Konsesjonskraft IKS*. <https://konsesjonskraft.no/getfile.php/131883-1652356684/Styringsdokument%20o.l./Risikostrategi%202022.pdf>

Norges vassdrag- og energidirektorat. (26.Desember, 2018). *Konsesjonskraft og konsesjonsavgifter*. <https://www.nve.no/konsesjon/konsesjonsbehandling-av-vannkraft/konsesjonskraft-og-konsesjonsavgifter/>

Statistisk sentralbyrå. (15.Februar, 2021). *Veldig lav strømpris i 2020*. <https://www.ssb.no/energi-og-industri/artikler-og-publikasjoner/veldig-lav-strompris-i-2020>

Statnett. (24.Mai, 2022). *Usikkerhet i Europa kan påvirke norsk forsyningsikkerhet*. <https://www.statnett.no/om-statnett/nyheter-og-pressemedlinger/nyhetsarkiv-2022/usikkerhet-i-europa-kan-pavirke-norsk-forsyningssikkerhet/>

## Diskusjonsoppgave med tema «ansvarlig»

Robin Linaker Aalmen

Norge er i en unik posisjon når det kommer til produksjon av kraft. 90% av all kraftproduksjon i Norge kommer fra vannkraft og vi er Europas største vannkraftprodusent (Statkraft, 2022). Dette kommer med mange fordeler. Vannkraften er fornybar, ren, har de laveste utslippene av drivhusgasser av alle energiteknologier og kan ses på som evigvarende. Likevel er produksjonen av vannkraft avhengig av mange ulike eksterne og uforutsigbare elementer, for eksempel nedbørmengde, temperatur, priser på alternative energikilder og det internasjonale bildet, som gjør at energien ikke alltid er tilgjengelig når den trengs. Dette fører til ubalanse i de prisdrivende faktorene tilbud og etterspørsel, som igjen uttrykkes i endringer i kraftprisen. Det norske kraftmarkedet har spesielt de seneste årene vært preget av ekstreme prissvingninger. Prissvingningene fører til vanskeligheter for både enkeltpersoner og organisasjoner, og behovet for forutsigbarhet i markedet øker.

I masteroppgaven vår ser vi nærmere på Konesjonskraft IKS (KIKS) som hvert år får utdelt en viss mengde kraft som de selger på vegne av kommuner i Agder samt Agder fylkeskommune. Noe kraften selges på spotmarkedet, mens resten selges i form av kontrakter og sikrer dermed inntekten fremover i tid. Formålet med oppgaven er å måle prisrisikoen til KIKS gjennom å estimere parametere og modellere kraftpriser for å finne de verste utfallene over en gitt periode med en gitt sannsynlighet. Vi ønsker også å se nærmere på porteføljesammensetningen til KIKS og om denne kan optimaliseres videre. I denne diskusjonsoppgaven vil jeg først ta for meg kraftmarkedet generelt, og utfordringer knyttet til ansvar og etikk rundt dette. Deretter vil jeg gå nærmere inn på KIKS sin rolle i markedet og som samfunnsaktør, og se på hvordan selskapet kan opptre mest mulig ansvarlig.

Utbygging av vannkraft innebærer store inngrep i norsk natur. De krever utbygging av veier, demninger, dammer og kraftledninger og preger landskapet rundt seg (Statkraft, 2020). Norge har en normalårsproduksjon på omtrent 138 TWh (Energifakta Norge, 2022) og NVE (2020) anslår at det teoretiske potensialet ligger på 600 TWh. Dette er dersom man utnytter hvert eneste vannfall i landet til kraftproduksjon. Det teknisk-økonomiske potensialet, hvor tekniske aspekter og lønnsomhet tas i betraktning, ligger på 216 TWh. Av dette er 138 TWh allerede utbygd og 50 TWh vernet mot utbygging. Det vil si at det i utgangspunktet er mulig å bygge ut de resterende 28 TWh. Likevel anslår NVE at det realistiske potensialet er 7,6 TWh, hvorav 4,4 er knyttet til effektivisering av eksisterende vannkraftverk.

Vannkraftutbyggingen i Norge er i stor grad regulert og overvåket av Norges vassdrags- og energidirektorat (NVE) og Miljødirektoratet. Disse organisasjonene har ansvar for å sikre at vannkraftverkene blir utviklet og driftet på en måte som tar hensyn til miljøet og de lokale økosystemene. Det er imidlertid også viktig at energiselskapene og investorene tar ansvar for miljøpåvirkningen av deres virksomhet og arbeider for å redusere negative konsekvenser.

For å løse utfordringene knyttet til vannkraft og norsk natur på en fornuftig måte, både økonomisk og miljømessig, kan det iverksettes en rekke tiltak. Et slikt tiltak kan være å investere i mer miljøvennlige teknologier for vannkraftverk, som for eksempel småskala vannkraftverk og lavtrykksturbiner, som kan redusere innvirkningen på økosystemene (Miljødirektoratet, 2019). Videre kan man arbeide for å oppgradere eksisterende vannkraftverk for å minimere miljøpåvirkningen og øke effektiviteten.

En annen strategi er å diversifisere energimiksen i Norge ved å investere i andre fornybare energikilder, som vind- og solkraft, som kan supplere vannkraftproduksjonen og redusere presset på

de naturlige vannressursene (Statistisk sentralbyrå, 2021). Vindkraft sto for 86% av ny kraftproduksjon i 2020 og 55% i 2021 (Energifakta Norge, 2022). Dette fører imidlertid med seg nye miljømessige utfordringer, og det er viktig at hver enkelt sak vurderes grundig før utbyggingen iverksettes. Det er også viktig å involvere lokalsamfunn og interessentgrupper i beslutningsprosessen rundt kraftutbygging. Dette kan bidra til økt bevissthet om miljøspørsmål og skape en mer bærekraftig og balansert utvikling av kraftindustrien (Aas et al., 2018). Samtidig kan dette også bidra til å styrke tilliten mellom energiselskapene, myndighetene og befolkningen, og sikre at miljø- og samfunnshensyn blir ivarettatt.

Samtidig er det viktig å utnytte det realistiske potensialet for vannkraftutbygging på en bærekraftig måte. Innovasjon innen vannkraftteknologi, som småskala vannkraftverk og lavtrykksturbiner, kan bidra til å minimere miljøpåvirkningen og øke effektiviteten av den eksisterende infrastrukturen. Gjennom å forbedre og modernisere gamle vannkraftverk kan vi utnytte mer av potensialet uten nødvendigvis å gjøre nye store inngrep i naturen. På den annen side må diversifisering av energikildene ikke ignorere miljøkonsekvensene av alternative energikilder. For eksempel kan vindkraftverk ha negativ innvirkning på fuglelivet, og utvinning av råmaterialer til solpaneler kan også ha miljømessige konsekvenser. Derfor er det viktig at vi nøye vurderer de potensielle miljøeffektene av hver enkelt energikilde.

På samme tid er det essensielt at lokalsamfunn og interessentgrupper inkluderes i beslutningsprosessen. Denne deltakelsen kan fremme en mer inkluderende og bærekraftig utvikling av energisektoren. Det kan også bidra til å styrke tilliten mellom energiselskapene, myndighetene og befolkningen, og sikre at beslutningene som tas er i samsvar med lokalsamfunnets behov og ønsker, samtidig som vi tar vare på miljøet for fremtidige generasjoner.

For å oppsummere har vannkraft en betydelig innvirkning på norsk natur, og det er viktig å ta hensyn til disse utfordringene når man planlegger landets energifremtid. NVE og Miljødirektoratet spiller en viktig rolle i å regulere og overvåke vannkraftindustrien, men energiselskapene og investorene må også ta ansvar for å redusere miljøpåvirkningen. En fornuftig tilnærming for å løse disse problemene kan innebære investeringer i mer miljøvennlige teknologier, diversifisering av energimiksen og en tettere dialog mellom myndigheter, energiselskaper og lokalsamfunn.

Strømprisen i Norge har vært gjenstand for debatt i flere tiår, og spørsmålet om regulering av prisen samt eksport av strøm til utlandet har blitt stadig mer relevant i lys av de svingende energiprisene og globaliseringen av energimarkedet. I denne teksten skal vi se nærmere på de etiske og økonomiske aspektene ved å innføre reguleringer på strømprisen i Norge og diskutere ansvarligheten ved å selge strøm til utlandet når strømprisen er høy innenlands. Strømprisen i Norge er hovedsakelig bestemt av tilbud og etterspørsel i det nordiske energimarkedet, samt av faktorer som værforhold, hydrologiske forhold og priser på fossile brensler og CO<sub>2</sub>-kvoter (Nord Pool, 2020). Prisen på strøm kan variere betydelig over tid, og dette kan skape utfordringer for både forbrukere og energiprodusenter. I perioder med høy strømpris kan husholdninger og næringsliv oppleve økonomiske belastninger, noe som kan føre til økt energifattigdom og redusert konkurransevne for norske bedrifter (Ministry of Petroleum and Energy, 2018).

Fra et etisk perspektiv kan det argumenteres for at det er statens ansvar å sørge for at strømprisene er på et nivå som gjør energi tilgjengelig og rimelig for alle innbyggerne. Dette kan innebære innføring av prisreguleringer som sikrer en mer stabil og forutsigbar strømpris for forbrukerne (Bye & Hope, 2018). Samtidig kan det også hevdes at markedsmekanismene bør få styre prisen, og at statlige inngrep kan føre til ineffektivitet og redusert investering i energisektoren (Bushnell, 2020).

Økonomiske argumenter mot regulering av strømprisen inkluderer at det kan redusere insentivene for energiprodusenter til å investere i ny kapasitet og teknologi, noe som kan føre til et mindre fleksibelt og robust energisystem (Joskow, 2006). Reguleringer kan også forvrengte prissignaler og redusere effektiviteten i energimarkedet, noe som kan ha negative konsekvenser for både produsenter og forbrukere på lang sikt (Wolak, 2017).

Når det gjelder eksport av strøm til utlandet, kan det argumenteres for at det er både etisk og økonomisk ansvarlig å selge strøm til andre land, selv når strømprisen er høy i Norge. Eksport av strøm kan bidra til økt integrasjon og samarbeid i det europeiske energimarkedet og til å redusere klimagassutslipp ved å erstatte fossile energikilder med ren, norsk vannkraft (Nord Pool, 2020). Samtidig kan eksport av strøm gi norske energiprodusenter økte inntekter og bidra til økonomisk vekst og sysselsetting i energisektoren (Olje- og energidepartementet, 2018).

På den annen side kan eksport av strøm i perioder med høy strømpris i Norge føre til at norske forbrukere opplever enda høyere priser og ytterligere økonomisk press. Fra et etisk perspektiv kan det hevdes at det er statens ansvar å sørge for at innenlandske energibehov blir prioritert og at strømprisen holdes på et akseptabelt nivå for befolkningen (Bye & Hope, 2018).

Økonomisk sett kan det imidlertid være fordelaktig å tillate og legge til rette for eksport av strøm til utlandet, da dette kan bidra til å stabilisere priser og skape en mer effektiv ressursallokering i det internasjonale energimarkedet (Wolak, 2017). I tillegg kan eksportinntektene fra strømsalg til utlandet gi staten økonomiske ressurser som kan brukes til å investere i infrastruktur og støtte fornybare energiprojekter, samt til å redusere offentlig gjeld og finansiere velferdstjenester (Ministry of Petroleum and Energy, 2018).

Sammenfattet kan det konkluderes med at det er en rekke etiske og økonomiske aspekter knyttet til innføring av reguleringer på strømprisen i Norge og eksport av strøm til utlandet. Fra et etisk perspektiv kan det argumenteres for at staten har et ansvar for å sikre rimelige strømpriser for befolkningen, noe som kan innebære innføring av prisreguleringer og prioritering av innenlandske energibehov. Økonomisk sett kan imidlertid reguleringer og begrensninger på strømekспорт føre til ineffektivitet og redusert investering i energisektoren. Derfor er det viktig å finne en balanse mellom de ulike hensynene for å sikre en bærekraftig og ansvarlig energipolitikk i Norge.

Konsesjonskraft IKS (KIKS) er et interkommunalt selskap som opererer innen energisektoren, med fokus på forvaltning og salg av kraft på vegne av 19 kommuner i Agder-regionen, samt Agder fylkeskommune (Konsesjonskraft IKS, u.å.). Selskapets hovedmål er å generere inntekter for kommunene og fylkeskommunen, samtidig som det legges stor vekt på forutsigbarhet for de offentlige aktørene. For å oppnå dette, benytter KIKS en kombinasjon av salg på spotmarkedet og salg av forwards, som sikrer inntektene fremover i tid. Ansvar for å skape inntekter og forutsigbarhet for kommunene er en kritisk oppgave for KIKS. Dette skyldes at inntektene fra kraftsalget utgjør en betydelig andel av finansieringen for offentlige tjenester og infrastrukturprosjekter i regionen. For å ivareta denne rollen effektivt, er KIKS kontinuerlig på jakt etter metoder og strategier som kan bidra til å forbedre kraftforvaltningen og sikre inntekter for kommunene (Konsesjonskraft IKS, u.å.).

En av måtene KIKS oppnår forutsigbarhet på er gjennom bruk av forwards, som er finansielle kontrakter som gjør det mulig å sikre inntektene fra kraftsalget på forhånd. Ved å selge forwards, kan KIKS redusere risikoen forbundet med svingninger i kraftprisene og skape en mer stabil inntektsstrøm for kommunene og fylkeskommunen (EEX Group, 2021). Dette er spesielt viktig i lys av den økende volatiliteten i energimarkedet, som kan påvirke både prisene og tilgjengeligheten av kraft.

For å utvikle og implementere effektive sikringsstrategier, samarbeider KIKS tett med forskningsinstitusjoner og bedrifter, som for eksempel Universitetet i Agder. Gjennom dette



samarbeidet får selskapet tilgang til den nyeste forskningen og ekspertisen innen energimarkeder, risikostyring og finansielle instrumenter. Dette bidrar til å styrke KIKS' evne til å forvalte kraftressursene på en optimal måte og sikre langsiktig verdi for kommunene og fylkeskommunen (Universitetet i Agder, 2021).

Samarbeidet mellom Konesjonskraft IKS og forskningsinstitusjonene går begge veier, da det også gir forskerne og studentene ved universitetene muligheten til å studere virkelige problemstillinger og samarbeide med en aktør fra energibransjen. Dette kan føre til ny innsikt og innovasjon som kan bidra til mer effektive sikringsstrategier og bedre forvaltning av kraftressursene på sikt (Universitetet i Agder, 2021).

KIKS fungerer dermed som en sentral og viktig aktør i den regionale energisektoren og bidrar til å styrke økonomien i Agder-regionen ved å maksimere inntektene fra kraftsalget. Selskapets fokus på forutsigbarhet og risikostyring gjennom bruk av forwards og samarbeid med forskningsinstitusjoner gir kommunene og fylkeskommunen en stabil og sikker inntektskilde, som igjen bidrar til en bærekraftig økonomisk utvikling i regionen.

I fremtiden kan Konesjonskraft IKS fortsette med å utforske nye metoder og teknologier for å forbedre kraftforvaltningen og sikre en enda mer ansvarlig risikostyring. Dette kan inkludere å utvide samarbeidet med forskningsinstitusjoner og bedrifter, samt å ta i bruk avanserte analytiske verktøy og modeller for å forstå og forutsi endringer i energimarkedet. På denne måten kan KIKS bidra til å skape en mer robust og bærekraftig energisektor i Agder-regionen og styrke regionens økonomiske og sosiale utvikling.

#### Referanser:

Aas, Ø., Vatn, A., & Vold, T. (2018). Medvirkning og forvaltning av vannkraft i Norge: Erfaringer og utfordringer. *Norsk Geografisk Tidsskrift - Norwegian Journal of Geography*, 72(3), 137–150. <https://doi.org/10.1080/00291951.2018.1473598>

Bye, T., & Hope, E. (2018). Electricity market design and conflicting policy goals. *Energy Policy*, 120, 96–107. <https://doi.org/10.1016/j.enpol.2018.04.035>

Bushnell, J. (2020). The economics of electricity markets: Theory and policy. *Annual Review of Resource Economics*, 12, 295–314. <https://doi.org/10.1146/annurev-resource-110119-024842>

EEX Group. (u.å.). *Products*. <https://www.eex-group.com/en/products>

Energifakta Norge. (u.å.). *Kraftforsyningen*. <https://energifaktanorge.no/norsk-energiforsyning/kraftforsyningen/>

Joskow, P. L. (2006). Markets for power in the United States: An interim assessment. *The Energy Journal*, 27(1), 1–36.

Konesjonskraft IKS. (u.å.). *Om Konesjonskraft IKS*. <https://www.konesjonskraft.no/>

- Olje- og energidepartementet. (2018). Perspectives on Norway's energy future: Energy policies towards 2030 and beyond. <https://www.regjeringen.no/en/dokumenter/meld.-st.-25-20152016/id2482955/>
- Nord Pool. (2020). *The power market*. <https://www.nordpoolgroup.com/>
- Norges vassdrags- og energidirektorat. (2020). *Faktaark: Vannkraft i Norge*. [https://publikasjoner.nve.no/faktaark/2020/faktaark2020\\_06.pdf](https://publikasjoner.nve.no/faktaark/2020/faktaark2020_06.pdf)
- Norges vassdrags- og energidirektorat. (2020). *Miljøtiltak i vannkraftregulerte vassdrag*. <https://www.nve.no/vann-vassdrag-og-miljo/miljotiltak-i-vannkraftregulerte-vassdrag/>
- Miljødirektoratet. (2019). *Små vannkraftverk – en introduksjon*. <https://www.miljodirektoratet.no/tema/vann/vannkraft/smavannkraftverk/>
- Statistisk sentralbyrå. (2021). *Energibalanse*. <https://www.ssb.no/energi-og-industri/statistikker/energibalanse>
- Statkraft. (u.å.). *Vannkraft*. <https://www.statkraft.no/var-virksomhet/vannkraft/>
- Statkraft. (2020). *Miljøtiltak i vannkraftverk hjelper naturen tilbake*. <https://www.statkraft.no/nyheter/nyheter-og-pressemeldinger/2020/miljotiltak-i-vannkraftverk-hjelper-naturen-tilbake/>
- Universitetet i Agder. (u.å.). *Samarbeid med næringslivet*. <https://www.uia.no/samarbeid/samarbeid-med-naeringslivet>
- Wolak, F. A. (2017). The benefits of flexible electricity markets: Lessons from the Nordic region. *The Energy Journal*, 38(2), 15–44. <https://doi.org/10.5547/01956574.38.2.fwo1>