Master

Involvering i gruppearbeid

En sosiokulturell studie av ungdomsskoleelevers involvering i gruppearbeid med tilgang til ulike artefakter, hvor de arbeider med utforsking- og problemløsningsoppgaver.

Frode Kristensen

VEILEDER
Linda G. Opheim

Universitetet i Agder, 2023
Fakultet for teknologi og realfag
Institutt for matematiske fag

Forord

Masteravhandlingen markerer slutten for en treårig studieperiode som lærerspesialist i matematikkdidaktikk, som er kombinert med lærerjobb i ungdomsskolen. Å kunne fordype seg i matematikkdidaktisk forskningslitteratur har vært spennende og givende for meg. Det har utfordret og beriket egen praksis i faget. Forhåpentligvis har jeg også klart å dele og inspirere noen av mine kollegaer til det samme. Takk til Ingvald Erfjord (og andre) som har arbeidet for å gjøre denne masteren mulig for oss lærerspesialister. Jeg vil også takke mine medstudenter som det alltid har vært hyggelig å være sammen med på samlingene. Det har også bidratt til å utfordre og utvikle min egen lærerpraksis. Takk også til alle lærerne på kursene vi har hatt. Jeg tar med meg både spennende oppgaver, og dyptpløyende teori (les Robert Duvall) i bakhodet når jeg underviser matematikk i skolen resten av mitt liv. Jeg vil spesielt takke min veileder Linda G. Opheim som tipset meg om å lese Peter Liljedahls artikkel om å bygge tenkende klasserom for å øke elevenes engasjement i faget. Det har blant annet påvirket min tenkning omkring kommunikasjon, utforsking, og argumentasjon i faget, og jeg har sett at ungdom faktisk (!) viser utholdenhet i problemløsingsarbeid hvis man dyrker en kultur for dette over tid.

Takk for god veiledning i skrivearbeidet av avhandlingen, Linda! Du har vært positiv og oppmuntrende gjennom hele prosessen, selv da jeg gikk meg vill i de affektive og emosjonelle sidene ved ungdomsskole-matematikken. Takk for alle gode råd, tips og løsninger i arbeidet. Spesielt takk for din direkte tilbakemelding på mine tekstutkast. Uten den ville avhandlingen definitivt vært mye mindre leseverdig.

Jeg vil også takke min rektor, Odd-Erik Eriksson, som gjorde det mulig for meg å fordype meg i matematikkfaget i tre skoleår (du kunne sikkert brukt meg til andre ting). Takk for ditt gode humør og positive innstilling til utvikling i mattefaget! Til slutt må jeg selvfølgelig takke elevene i 8. og 9. klasse som tillot meg å forske på deres arbeid, og foreldre og foresatte som gav meg tilliten til å behandle dette med varsomhet. Uten elevenes tillit og velvilje ville ikke denne avhandlingen vært mulig.

Haugesund, mai 2023

Sammendrag

Forskningsarbeidets formål er å undersøke hvordan elever arbeider i grupper med utforsking- og problemløsningsoppgaver. Gruppearbeid som undervisningsform stiller flere sosiale krav til deltakerne, som for eksempel å kunne lytte, stille spørsmål, korrigere og kritisere hverandre underveis, noe som er krevende for flere elever (Simensen, 2022; Sjöblom & Meaney, 2021). Til grunn for forskningsdesignet og analysen lå Louis Radfords sosialkulturelle teori om objektivisering (Radford, 2021). I teorien er involvering i felles arbeid («joint labor») en betingelse for tilgang og utvikling av matematisk kompetanse for eleven. Involvering er derfor et utgangspunkt i forskningsspørsmålene som stilles: Det overordnete spørsmålet som ledet arbeidet var: Hvordan involverer elevene hverandre i gruppearbeid med bruk av ulike artefakter? Involvering er definert som handlinger hvor elevene trekker hverandre inn i den matematiske samtalen i gruppen. Med artefakter menes det som materialiserer elevenes tenkning, som hjelper og støtter dem i utvikling- og læreprosessen, sammen med ord og tegn (Säljö, 2001). Spørsmålene jeg stilte i forskningsarbeidet var: (1) Hva slags artefakter velger elevene å bruke? (2) Hvordan involverer elevene hverandre i arbeid med artefaktene? (3) Hvorfor blir noen involvert og andre ikke i den matematiske samtalen i gruppen? Gjennom en flerkasusstudiet av seks grupper, med tre deltakere i hver, samlet jeg datamaterialet som lå til grunn for analysen, diskusjonen og konklusjonen. 16 elever fra 8. og 9. trinn deltok i en periode på 4 uker. Det ble tatt filmopptak, hvor episoder ble transkribert og analysert. Det ble også gjort gruppeintervju like i etterkant av gruppearbeidene, og samlet inn elevarbeid i perioden. I presentasjonen av datamaterialet og analysen trekker jeg fram at grupper som brukte flere artefakter i større grad klarte å involvere alle deltakerne i gruppen enn de som brukte færre. Funn i datamaterialet viser også at elevenes praktisering av sosiale og sosiomatematiske normer har betydning for om elevene lykkes i å involvere hverandre i den matematiske samtalen i gruppen, og da spesielt knyttet til hverandres forklaringer og argumenter. Fra datamaterialet analyserer og drøfter jeg spesielt en episode fra elev-elev interaksjonen i gruppearbeidet. Jeg argumenterer for at dette er en konstruktiv bruk av en symmetrisk proksimal utviklingssone, som blir utviklet mellom dem gjennom samtalen. De pedagogiske implikasjonene av forskningsresultatene er at lærere bør legge til rette for å gjøre elevene kjent med å bruke ulike typer artefakter når de arbeider i grupper med utforsking- og problemløsningsoppgaver. Resultatene tyder også på at betydningen av å arbeide med å utvikle både sosiale og sosiomatematiske normer i klasseromskulturen ikke bør undervurderes.

Summery

The purpose of this research project is to investigate how pupils works in groups with inquiry- and problem-solving assignment. Groupwork as a teaching method requires multiple social demands to the participants, for instance to be able to listen, asking questions, make corrections and criticize each other, something that challenging for several pupils (Simensen, 2022; Sjöblom & Meaney, 2021). The theoretical foundation for the research design and analysis is found in Louis Radford`s theory of objectification (Radford, 2021). In the theory of objectification, the pupils must involve in a cultural activity, shared in joint labor, to have access to develop mathematical competence and knowledge. Involvement is therefor a starting point for the research questions being asked in the study. The superior question I asked: How does the pupils involve each other in groupwork with use of different kinds of artefacts? Involvement is defined as actions where the pupils include each other into the mathematical conversation in the group. By artefacts I mean the materialization of the pupils thinking, something that can help and support them in the development of knowledge, with use of words and signs (Säljö, 2001). The three questions I asked in the study: (1) What kind of artefacts do pupils choose to use? (2) How does pupils involve each other in their work with the artefacts? (3) Why do some pupils get involved and other don`t in the mathematical conversation in the group? Through a multiple case-study of six groups, with three participants in each, I collected data that was the foundation for the analysis, discussions, and conclusions being made. 16 pupils from 8th and 9th grade participated in a period of 4 weeks. Film recording was used to collect data, and selected episodes where transcribed and analyzed. Group interview was also a method being used to collect data. The presentation of data and analysis shows that groups that use several artefacts succeed more in involving all the participant in the group than those who used less. Results also show that pupils practicing of social and social mathematical norms influence pupils’ ability to succeed in involving each other in the mathematical dialog in the group, especially norms connected to explanations and arguments. In the report I especially analyze and discuss one episode from the pupils-pupils interaction in the groupwork. I argue that the pupils then make us of a symmetrical proximal development zone, developed among them. In the report I also argue that results shows that teachers should facilitate to do students familiar with different types of artefacts when they work in groups with inquiry- and problem-solving assignment. Result also shows the significant to work with development of social and social mathematical norms in the classroom culture.

Innholdsfortegnelse

Innholdsfortegnelse **5**

1. Innledning **6**

1.1 Formålet med studien og bakgrunn for tema 7
1.2 Forskningsspørsmålene i studien, og metode og struktur i avhandlingen 9

2. Tidligere forskning **12**

2.1 Gruppearbeid som undervisningsform 12

3. Teori **17**

3.1 Teorien om objektivisering og artefakter 17
3.2 Teorien om objektivisering og den proksimale utviklingssonen 18
3.3 Teorien om objektivisering i resultatdelen og analysen 20

4. Metode **22**

4.1 Forskningsparadigme 22
4.2 Forskningsdesign og kasusstudie 23
4.3 Analyseenheten og valg av oppgaver 24
4.4 Datainnsamling og forskningsmetoder 26
4.5 Datanalyse 27
4.6 Etiske betraktninger og refleksjon over egen påvirkning 29

5. Resultater og analyse **31**

5.1 Artefaktene og involvering 32
5.2 Roller og involvering 35
5.3 Tre lag av generalitet: Semiotiske noder og sammentrekninger 45

6. Diskusjon **48**

6.1 Involvering og artefakter: Hva slags artefakter velger elevene å bruke? Hvordan involverer elevene hverandre i arbeid med disse? 48
6.2 Involvering og sosiale og sosiomatematiske normer: Hvorfor blir noen involvert og andre ikke i den matematiske samtalen i gruppen? 51

7. Konklusjon og pedagogiske implikasjoner **53**

7.1 Konklusjoner på forskningsspørsmålene 53
7.2 Kritisk diskusjon av begrensninger og styrker i studien 55
7.3 Pedagogiske implikasjoner og videre forskning 56
7.4 Avsluttende refleksjon 57

8.0 Kildeliste **58**

9.0 Vedlegg **60**

9.1 Godkjenningsbrev fra SIKT 60
9.2 Informasjonsskriv til deltakere og deres foreldre, og de ansatte på skolen 62
9.3 Oppgavene 66
9.4 Spørsmål til gruppeintervju 70

1. Innledning

I dette forskningsprosjektet har jeg undersøkt hvordan elevene involverer hverandre i gruppearbeid når de arbeider med utforskings- og problemløsingsoppgaver. Dette er viktig å vite mer om fordi elevenes tilgang til fagstoffet, for eksempel forståelse av fagbegreper og gjennomføring av prosedyrer i faget, er avhengig av deres involvering og deltakelse i matematiske aktiviteter (Skott et al., 2018). Som mangeårig lærer vet jeg hvor viktig dette er for elevenes læringsutbytte, men også hvor krevende denne undervisningsformen er i praksis. Det er ikke uvanlig at en ungdomsskoleklasse består av 30 elever som skal ha oppfølging og hjelp underveis, også i gruppearbeid. Noen grupper får mer oppmerksomhet enn andre, og i noen tilfeller har jeg erfart at samtalen kan stilne i det jeg involverer meg for å støtte og veilede dem i gruppearbeidet.

Som lærer ønsker jeg først og fremst å motivere og engasjere elevene i arbeidet, og hjelpe dem underveis slik at de får fram sine matematiske idéer. Hvordan kan jeg tilrettelegge for dette i gruppearbeid? Da jeg leste Peter Liljedahls (2021) bok om hvordan man kunne bygge tenkende klasserom, fikk jeg øynene opp for hvordan de fysiske rammene i klasserommet påvirket elevenes engasjement og aktivitet. Gjennom noen enkle grep knyttet til valg av arbeidsted, bruk av andre artefakter (ikke-permanente tavler og tusj), og inndeling, så økte engasjementet til elevene i gruppene. Det løste derimot ikke min utfordring knyttet til opplevd utilstrekkelighet. Hvordan kunne jeg vite hva de ulike gruppene trengte hjelp til for å opprettholde motivasjonen i arbeidet med oppgaven? Hva snakket de om i de andre gruppene som jeg ikke fikk snakket med? For meg var det her behovet for å finne ut mer om hvordan elever involverer hverandre, når de skal løse et problem i matematikk startet. Jeg trengte rett og slett mer kunnskap om hva elever gjør i gruppearbeid når vi lærere ikke er til stede. Hvordan involverer de egentlig hverandre? Og kanskje et enda viktigere spørsmål: Er det noe vi lærere kan gjøre for å legge til rette for at elevene skal klare å involvere hverandre i gruppearbeidet?

Med utgangspunkt i interessen for Louis Radfords (2021) sosialkulturelle teori og Peter Liljedahls (2021) undervisningsmetode Tenkende klasserom, rettet jeg spesielt søkelyset mot hvordan elever involverer hverandre når de arbeider med ulike artefakter, og om det finnes en sammenheng mellom bruken av artefaktene og hvordan de involverer hverandre.

Forskningsspørsmålet som har ledet hele prosjektet er: Hvordan involverer elevene hverandre i gruppearbeid med bruk av ulike artefakter?

Jeg skal i innledningskapittelet først definere hvordan jeg har forstått og brukt begrepene involvering, gruppearbeid og artefakter. Jeg skal svare på hvilke utfordringer som finnes når elevene skal samarbeide i grupper og hvorfor dette er viktig å forske på. Til slutt vil det følge en strukturell oversikt over innholdet i avhandlingen.

1.1 Formålet med studien og bakgrunn for tema

Formålet med studien er å øke vår forståelse av hvordan elever involverer hverandre i gruppearbeid i matematikkundervisningen. Involvering handler i denne sammenhengen om hvordan elevene trekker hverandre inn som deltakere i den matematiske samtalen i gruppen på ulike måter. Det er altså elev-elev interaksjonen jeg er opptatt av å studere, spesielt når én elev eller flere observeres å ikke delta i denne samtalen. Hvordan forsøker elevene å involvere den eller de som ikke deltar? Forsøket på involvering kan skje både gjennom ord og handlinger som relateres til den matematiske samtalen i gruppen. Den matematiske samtalen er elevenes felles forsøk på å løse oppgaven de arbeider med.

I forskningsprosjektet er oppgavene elevene arbeider med valgt ut for å utvikle deres kompetanse innen kjerneelementet utforsking og problemløsning. Med innføringen av LK20 er dette ett av fem kjerneelement som skal være «... det viktigste faglige innholdet elevene skal arbeide med i opplæringen» (Utdanningsdirektoratet, 2019, 18 november). Elevene skal arbeide med å utvikle denne kompetansen både selvstendig og sammen med andre (Utdanningsdirektoratet, 2022, 7 juni). Det sistnevnte krever en eller annen form for involvering i gruppearbeid, og er en forutsetning for å kunne involvere andre. Hovedfokuset i forskningsarbeidet er ikke hvordan elevene involverer seg i arbeidet, selv om dette selvsagt også vil bli berørt, siden det er en forutsetning for å involvere andre. Søkelyset rettes derimot først og fremst mot hvordan de involverer hverandre i den matematiske samtalen i gruppen når noen i gruppen ikke deltar, eller rett og slett gjør noe helt annet. Hvorfor er dette viktig å undersøke?

Gruppearbeid, hvor noen få elever (i dette prosjektet var de tre) skal samarbeide om å utforske og løse et matematisk problem sammen, er krevende for elever av flere grunner. De må blant annet kunne forklare sine tanker og idéer til de andre i gruppen, være aktive lyttere, og kunne stille oppklarende spørsmål underveis i arbeidet (Esmonde, 2009; Sjöblom & Meaney, 2021). Det vil si at gruppearbeid som læringsform stiller krav til elevenes sosiale ferdigheter og normer. Gruppearbeid stiller også krav til elevenes sosiomatematiske normer, noe som skiller seg fra de sosiale normene: «The understanding that students are expected to explain their solution and their ways of thinking is a social norm, whereas the understanding of what counts as an acceptable mathematical explaination is a sociomathematical norm» (Yackel & Cobb, 1996, s. 461). En sosiomatematisk norm som jeg rettet søkelyset mot i forskningsarbeidet var hvordan elevene forholdt seg til hverandres forklaringer og argumenter, og hvordan det påvirket involveringen i samtalen (jeg mener den matematiske samtalen når jeg referer til samtalen). Min antagelse som forsker var at det elevene mener er en god forklaring i matematikk sannsynligvis vil påvirke hvordan de lytter og stiller spørsmål til hverandre underveis. Hvis for eksempel elevene mener det er mulig å finne flere løsninger og forklaringer på problemet kan det tenkes at de lytter til hverandre og stiller flere oppklarende spørsmål underveis i arbeid, og på den måten involverer hverandre selv om de har egne idéer og forslag. Et poeng når jeg undersøkte hvordan de involverte hverandre i arbeidet var derfor om jeg observerte forskjeller i måten de forstod hva som aksepteres som en matematisk forklaring eller et argument, og hvordan de involverte hverandre på bakgrunn av dette.

Gruppearbeid som undervisningsform er spesielt utfordrende for noen elever (Simensen, 2022). Dette er «elever som presterer lavere enn sine medelever i matematikk,» men som ikke har rett på noen form for spesialundervisning, og vil derfor være med i gruppearbeid som skjer i klasserommet (Simensen, 2022, s. 12). Det er krevende for disse elevene siden flere av dem kan oppleve lave forventninger, ignorerende eller nedsettende ytringer, eller hindring av tilgang på materiell (Simensen, 2022). Det begrenser eller blokkerer læringsmulighetene deres, siden elevene ikke får mulighet til å delta i aktiviteten. I sosiokulturell læringsteori er en betingelse for å kunne lære å være aktivt deltakende i en sosial aktivitet, hvor man kommuniserer med de kulturelle ressursene som er tilgjengelige for elevene (Skott et al., 2018; Stølen Gustavsen, 2014; Säljö, 2001). Det er derfor viktig å undersøke hvordan elevene involverer hverandre i de kulturelle ressursene de har tilgjengelige. I gruppearbeid kan elevene gjøre dette på flere måter, for eksempel ved å be hverandre vise og forklare, stille kritiske spørsmål eller være stille sammen (Simensen, 2022). I forskningsarbeidet ville jeg finne ut av hvordan elevene gjorde dette i arbeid med ulike artefakter. Med artefakter menes det som materialiserer elevenes tenkning og språk, som kan hjelpe og støtte dem i utvikling- og læreprosessen (Säljö, 2001). I Lev Vygotskys teori er artefaktene, sammen med tegn (ord og symboler), et redskap som medierer kunnskap (Stølen Gustavsen, 2014). Som lærer i klasserommet bruker jeg og elevene ulike artefakter, og på den måten endrer vi læringsmiljøet, og dette medierer ulike ord og symboler som elevene bruker til å konstruere kunnskap. Eksempelvis vil bruken av en fysisk kuleramme for å illustrere tall og tier overganger være annerledes enn om elevene ser en tallinje på ett ark med tegn og symboler for tier venner. Dette er to ulike artefakter som påvirker læringsmiljøet. I forskningsarbeidet ville jeg undersøke om elevenes bruk av artefakter påvirket hvordan de involverte hverandre.

Det jeg stilte meg spørsmål om i denne studien var altså om elevenes involvering av hverandre ble påvirket av hvilket artefakt de jobbet med i gruppen. Jeg ville velge ut noen artefakter som elevene var kjent med fra tidligere, og observere hvordan de jobbet med disse i gruppearbeidet med tanke på involvering av hverandre og deres matematiske forklaringer og resonnement. Noe av bakgrunnen for denne interessen fant jeg som sagt i forskningen til Peter Liljedahls bruk av ikke-permanente tavler. Peter Liljedahls påstand var at bruken av disse vertikale tavlene økte elevenes engasjement og aktivitet i undervisningen (Liljedahl et al., 2021). Gjennom å bruke vertikale og ikke-permanente overflater med bruk av tusj, så økte elevenes deltakelse i utforskning- og problemløsningsoppgaver i gruppearbeid. Elevene var raske med å komme i gang med oppgavene, og de diskuterte i gruppene på bakgrunn av det de skrev med tusj på tavlen. Det jeg ville undersøke var om bruken av tavler, tusj og andre artefakter kunne sies å påvirke elevenes involvering i gruppearbeid. Kunne jeg observere forskjeller i involvering i deres bruk av ulike artefakter?

1.2 Forskningsspørsmålene i studien, og metode og struktur i avhandlingen

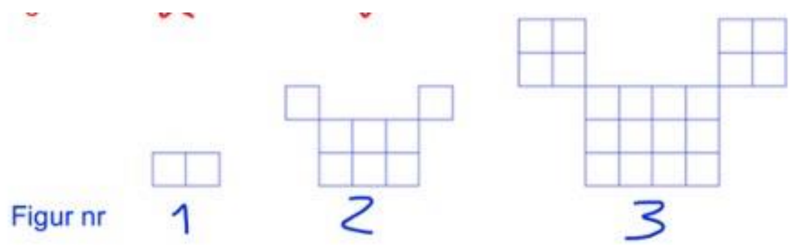
Det overordna forskningsspørsmålet som ledet hele arbeidet var:

Hvordan involverer elevene hverandre i gruppearbeid med bruk av ulike artefakter?

For å svare på dette rettet jeg søkelyset mot artefaktene elevene brukte, og undersøkte om det finnes forskjeller i involveringen av hverandre i elevenes arbeid med disse. Jeg laget tre delspørsmål som konkretiserte dette, som jeg skal svare på i avhandlingen:

1. Hva slags artefakter velger elevene å bruke?
2. Hvordan involverer elevene hverandre i arbeid med disse?
3. Hvorfor blir noen involvert og andre ikke i den matematiske samtalen i gruppen?

Elevene fikk velge mellom ulike artefakter; som var ark, blyant, tavle, tusj, figurer til utklipp, og brikker. Jeg brukte en flerkasusstudie bestående av seks grupper som arbeidet med ulike oppgaver som hadde til hensikt å utvikle deres kompetanse i kjerneelementet utforsking og problemløsing. Alle oppgavene ble valgt ut for at elevene skulle jobbe med å enten finne mønster eller sammenhenger, og på den måten var oppgavene utforskende. Disse oppgavene var «åpne» (i motsetning til «lukkede»), siden elevene selv kunne velge hvordan de uttrykte mønsteret eller sammenhengen i oppgaven (eksempeloppgave 1).



Eksempeloppgave 1: Elevene i den ene gruppen utforsket hvordan mønsteret utviklet seg

I hver oppgave var det også flere spørsmål knyttet til utforskingsoppgaven, noe som gjorde at de hadde en retning mot et mål som elevene skulle forsøke løse sammen. På den måten kan vi si at oppgavene elevene arbeidet med utfordret deres kompetanse i problemløsning, hvor det ikke var en kjent metode for elevene hvordan de kunne finne løsningen, men det fantes ett konkret svar. For eksempel var ett av spørsmålene gruppen jobbet med i eksempeloppgave 1: Hvor mange kvadrater vil det være i figur nr. 50? Her vil det være ett konkret svar, men mange måter å komme fram til dette, og ingen kjent metode for elevene.

Gjennom å bruke en flerkasusstudie kunne jeg undersøke gruppenes bruk av artefakter, hvem som var involvert i arbeidet, og sammenligne gruppenes valg av artefakter. Var alle elevene involvert i arbeidet eller ikke? Jeg kommer til å presentere tabeller som viser gruppenes valg av artefakter og hvor mange elever som var involvert i arbeidet med artefaktene. Jeg vil trekke fram episoder fra datamaterialet i analysen som viser hvordan elevene arbeidet med de ulike artefaktene, og hvordan de gjorde forsøk på å involvere hverandre i samtalen. De episodene jeg har valgt ut er når elevene på en eller annen måte gjør forsøk på å involvere hverandre når en eller flere er utenfor samtalen. Elevenes veksling av å være i rollen som elev og lærer for hverandre er et sentralt funn som jeg kommer til å presentere og tolke betydningen av i analysen og diskusjonen i kapittel 5. og 6., noe som har sammenheng med den sosiomatematiske normen knyttet til hva som er en god forklaring i matematikk.

I kapittel 4. vil jeg gjøre rede for forskningsarbeidets design og metode, og begrunne valg som er blitt tatt. Før det vil jeg presentere det vi vet fra tidligere forskning om undervisningsformen gruppearbeid, og da spesielt elevers bruk av ulike artefakter, i kapittel 2. Forskningsarbeidet står i en sosiokulturell tradisjon, og bruker teori om objektivisering som tolkningsgrunnlag i analysen. Dette vil jeg utdype i underkapittel 3.

I kapittel 5. vil jeg presentere resultatene og analysen med overskriftene: (5.1) Artefaktene og involvering, (5.2) Roller og involvering, og (5.3) Tre lag av generalitet: Semiotiske noder og sammentrekninger. I kapittel 6. vil jeg diskutere resultatene og analysen i forhold til det vi vet fra tidligere. Til slutt trekker jeg noen konklusjoner av forskningsarbeidet i kapittel 7., og presenterer noen pedagogiske implikasjoner av arbeidet, og hva som kunne vært interessant å undersøke videre.

2. Tidligere forskning

I kapittelet skal jeg trekke fram forskningsfunn som viser noen av kravene som stilles til elever som arbeider i grupper, som gjør denne undervisningsformen krevende for flere. Jeg skal også beskrive noen funn som viser hvordan man kan påvirke disse kravene, med mål om å gjøre det lettere for elevene å bli involvert i arbeidet. Det handler blant annet om krav til å kunne lytte til hverandre, og utvikling av sosiomatematiske normer knyttet til å hva som er en god forklaring i matematikk. Jeg kommer også til å nevne forskningsfunn som er relatert til bruk av ulike artefakter, og hvordan disse kan sies å påvirke elevenes deltakelse og involvering i gruppearbeid på den ene eller andre måten.

2.1 Gruppearbeid som undervisningsform

Som jeg skrev i innledningen så stiller gruppearbeid som læringsform sosiale krav til elevene. Det krever at elevene lytter til hverandre, stiller spørsmål, kritiserer hverandres tenkning, og aksepterer å være uenige (Cobb et al., 1997). Å kunne lytte til hverandre er en forutsetning, og noe som elevene kan utvikle og forstå betydningen av hvis man fremmer denne normen i undervisningen (Sjöblom & Meaney, 2021). Data fra Sjöblom & Meaney (2021) sitt forskningsarbeid på 24 svenske 16-åringer i grupper på 3-4 stk. viste at elevene utviklet to sosiomatematiske normer i perioden: «These norms were to do with expectations about expecting to listen to others' mathematical thinking and asking clarifying questions when necessary» (Sjöblom & Meaney, 2021, s. 579). Elevene klarte etter hvert å knytte denne evnen til det sosiale aspektet ved å respektere hverandres bidrag, og på den måten mener de det kan støtte lærerens mulighet for at alle elevene kan delta og lære på en mer rettferdig måte. Det vil med andre ord si at det finnes muligheter gjennom den sosiomatematiske normen knyttet til forklaringer og resonnement som kan utvikles for en mer rettferdig fordeling av tilgang til læring for alle elevene, og dermed skape et mer inkluderende læringsmiljø.

Andre forskningsfunn viser at elever som arbeider i utforskende klassemiljø kan utvikle forståelse for hvordan andre tenker, respondere på dette, og bygge videre på hverandres tenkning (Zack & Graves, 2001). Uenighet, tvil og usikkerhet vil sannsynligvis skje i denne prosessen, og er en viktig del av læreprosessen: «Our work with children in interactional contexts had led us to consider how differences, including disagreements and misunderstandings, play an important part in generating knowledge» (Zack & Graves, 2001,

s. 234) Andre vil si det så sterkt at tvil og usikkerhet er en forutsetning for læring som hver elev må overvinne: «… she must dive into the activity without knowing whether she *can* be successful» (Roth & Radford, 2011, s. 94). Siden læring innebærer å forholde seg til noe annerledes, som man enda ikke kjenner er man nødt til dette (Radford, 2021). I forskningsarbeidet var jeg spesielt interessert i hva som skjedde når en eller flere elever ikke deltok eller var involvert i samtalen. Hvordan gjorde da andre elevene forsøk på å involvere disse i samtalen?

Som jeg nevnte i innledningskapittelet kan elever som arbeider i grupper involvere hverandre til å løse oppgaven de arbeider med gjennom å være stille (for å bruke tid til å tenke), be hverandre vise og forklare, eller stille hverandre kritiske spørsmål (Simensen, 2022). Elevene kan på den andre siden også hindre hverandres involvering i oppgaven gjennom nedsettende ytringer, blokkering av tilgang på materiell, og ignorering. Det sistnevnte er den handlingen som i størst grad fører til lav eller ingen videre deltakelse, ifølge Simensens avhandling: «Analysen min viste at når medelevene ignorerte fokuselevenes aktualisering av matematisk kunnskap, var dette en regulerende handling som i de fleste tilfellene førte til at fokuseleven ikke bidro med flere nøkkelhandlinger i den aktuelle episoden» (Simensen, 2022, s. 202). Med nøkkelhandlinger menes en av fire handlinger som elever gjør under gruppearbeidet; å vise, forklare, begrunne eller rekonstruere. Avhandling til Simensen (2022) viser at «... elever som presterer lavt i matematikk, kan bidra med sofistikert matematisk kunnskap dersom de får mulighet til å arbeide med oppgaver som utfordrer dem matematisk, samtidig som elevene har tilgang til hensiktsmessig materiell og mulighet til å uttrykke matematiske nøkkelhandlinger» (Simensen, 2022, s. 199). Simensen (2022) mener videre forskning bør undersøke både de inviterende og hindrende regulerende faktorene som er involvert i gruppearbeidet, for å øke vår «... forståelse av hvordan medelever regulerer hverandres muligheter til å aktualisere matematisk kunnskap» (Simensen, 2022, s. 199).

For å kunne «aktualisere matematisk kunnskap» må elevene delta eller være involvert i en sosial aktivitet, med et artefakt som retter seg mot et matematisk objekt (Radford, 2021). Forskningsarbeid som har undersøkt elevers arbeid med oppgaver som krever utforsking og problemløsing, med bruk av vertikale ikke-permanente tavler, viser at elevenes engasjement og deltakelse økte (Liljedahl et al., 2021). Det var flere grunner for dette, mener Liljedahl. En av grunnene var at elevene ble satt sammen i synlige tilfeldige grupper på tre i hver time, og man fikk dermed en stadig randomisering av gruppesammensetningene som ikke var kategorisert etter evne eller kompetanse til eleven i faget. Elevene kunne bidra i gruppearbeidet, og variere sin rolle mellom å være elev og lærer for hverandre gjennom å forklare sin tenkning i gruppen. Arbeidet som elevene gjorde på tavlene ble også delt i klasserommet, og på den måten fikk flere elever mulighet for å vise sin matematiske tenkning og bidrag i gruppen. Bruken av de vertikale tavlene, som hang på veggene, bidro til at elevene fikk dele dette sammen. Elevene var raske med å komme i gang, siden de også lett kunne viske ut noe hvis de endret mening eller ønsket å skifte retning i sin matematiske tenkning underveis. Fra denne forskningen er det mulig å se at nye muligheter skapes i læringsmiljøet ved å bruke disse to artefaktene (tavle og tusj), som hjelpemidler for å mediere elevenes matematiske tenkning. Mediering er et sentralt begrep innen sosiokulturell teori som betyr at vi håndterer og forstår omverden «...ved hjelp av ulike fysiske og intellektuelle redskaper som utgjør integrerte deler av våre sosiale praksiser» (Säljö, 2001, s. 83). Det innebærer at hele vår tenkning om verden har vokst fram og utviklet seg gjennom vår kultur, med dens intellektuelle (språk i vid forstand) og fysiske redskaper. Å studere hvordan vi kan utnytte ressurser som finnes i de ulike fysiske artefaktene er dermed viktig, noe som også er sentralt i dette forskningsarbeidet.

Foruten bruk av vertikale ikke-permanente tavler hadde elevene i mitt forskningsarbeid også tilgjengelig konkreter i arbeidet med oppgavene. Konkreter i form av centikuber, figurer til utklipp, perler eller brikker, eller andre fysiske objekter vet vi kan være til hjelp for elever for å skjønne abstrakte matematiske begreper, som for eksempel brøk (Lorange & Rinvold, 2014). Et forskningsarbeid av elever i 6. klasse viste hvordan elever i gruppearbeid med veiledning utviklet strategier for å finne fellesnevner i brøkregning som de knyttet til konkreter, som de gradvis frigjorde seg fra og sluttet å referer til når de jobbet videre med symbolene (Lorange & Rinvold, 2014). Vi vet at konkreter kan hjelpe elevene til å skjønne abstrakte symboler, men det kan også føre til misoppfatninger og manglende forståelse ved feil eller overdreven bruk. Et eksempel i faglitteraturen er «fruktsalat» algebra, hvor man sier at 2a + 3b står for 2 appelsiner og 3 bananer, og på den måten dannes en misoppfatning hvor a ikke står for tall, men objekter (appelsiner), og 2 for antall og ikke noe man skal multiplisere variabelen a med (Kiernan et al., 1996). Slike misoppfatninger bør komme fram i samtaler og diskusjoner i undervisning, og det er utviklet samtaletrekk som lærere kan bruke i fellessamtaler for å klare dette (Kazemi & Hintz, 2014). I sosiokulturell teori kan dette knyttes til begrepet «proksimale utviklingssone.» Med dette menes det at eleven gjennom samarbeid med andre kan skape muligheter for et utviklingsrom i retning av høyere grad av abstrakt tenkning og på den måte oppklare misoppfatninger eller mangelfull forståelse (Skott et al., 2018). Det asymmetriske forholdet mellom lærer (den som vet) og elev (den som ikke vet) er blitt kritisert i faglitteraturen, siden det ofte leder til en IRE-dialog; hvor lærer stiller spørsmål (igangsetting), elevene svarer (respons) og læreren evaluerer (evaluerer), noe som ikke skaper en relasjon med likevekt hvor man fremmer utforsking og dialog (Alrø & Skovsmose, 2006; Lampert, 1990; Mehan, 1979). Viktigheten av en symmetrisk relasjon er blitt fremhevet i faglitteraturen (Alrø & Skovsmose, 2006; Roth & Radford, 2011): «Our work presented here suggests that the form of teacher-student interactions in the zone of proximal development does not have to be conceptualized asymmetrically and that in fact an interaction ritual requires a fundamental symmetry for teaching/learning to occur» (Roth & Radford, 2011, s. 109). Den proksimale utviklingssonen utvikles gjennom felles praksis og blir på den måten noe som tillater at alle blir lærere og elever for hverandre. Selv om en lærer vet mer enn en elev i faget, så er ikke dette tilstrekkelig for at læring skal skje. Det er bare når objektet av kunnskap treffer de involverte på samme tid i deres bevissthet at læring kan skje (Roth & Radford, 2011). Dette kommer jeg til å utdype nærmere i teorikapittelet (kapittel 3).

For å oppsummere, så er gruppearbeid en læringsform som er krevende for elever fordi det stiller flere sosiale krav, som for eksempel å kunne lytte til hverandres forklaringer. Det er spesielt krevende for elever som opplever lave forventninger av sine medelever (Simensen, 2022). Gjennom å øve på å lytte til hverandres forklaringer er det mulig å påvirke sosiomatematiske normer i miljøet som har med forventningen til hva som er en god forklaring i matematikk, og når det er nødvendig å stille oppklarende spørsmål underveis i arbeidet (Sjöblom & Meaney, 2021). I gruppearbeid kan elevene utvikle forståelse for hvordan andre tenker, respondere på dette og bygge videre på hverandres tenkning (Zack & Graves, 2001). Elevene kan gjøre dette med å være stille sammen, be hverandre vise og forklare, eller stille hverandre kritiske spørsmål underveis (Simensen, 2022). Gjennom bruk av artefaktene; vertikale-tavler og tusj, har Peter Liljedahl forsket på engasjementet og deltakelsen til elevene, og hevder at disse to artefaktene bidrar til å øke nettopp dette (Liljedahl et al., 2021). Noe av grunnen mener han finnes i egenskapene til tavlen og tusjen, hvor man kan viske ut det man skriver (hvis man skriver noe feil eller endrer mening/retning), og muligheten for å dele det man finner ut underveis. Et annet artefakt, konkreter, er også viktig for å kunne utvikle forståelse for abstrakte begreper og prosedyrer (Lorange & Rinvold, 2014), men kan også føre til mangelfull forståelse (Kiernan et al., 1996). Disse bør oppklares gjennom en proksimal utviklingssone hvor man er lærer og elev for hverandre i et symmetrisk forhold (Roth & Radford, 2011).

3. Teori

Analyseenheten i studien er elevers bruk av ulike artefakter og hvordan de involverer hverandre i gruppearbeid med disse. For å velge ut resultater fra datamaterialet, og analysere dette har jeg brukt en sosiokulturell teori, utviklet av Louis Radford og kollegaer over flere år (Radford, 2021). Teorien om objektivisering har jeg valgt av flere grunner. Den viktigste grunnen er at teorien legger til grunn at eleven må aktiviseres, delta eller involveres i en sosial aktivitet for i det hele tatt å kunne lære. Læring er alltid knytte til en konkret situasjon hvor elevene bruker ulike artefakter for å uttrykke sine matematiske idéer, og gjør forsøk på å «løfte» disse ut av situasjonen og konteksten, og på den måten «objektivisere» eller generalisere det matematiske faginnholdet. Teorien retter oppmerksomheten mot elevenes aktualisering, hva elevene kan og får til, og er både en prosess og et objekt samtidig. I dette kapittelet vil jeg beskrive to sider av teorien som er relevant for forskningsarbeidet; den ene handler om elevenes bruk av artefakter og den andre om hvilke roller elevene inntar i arbeid med disse. Til slutt i kapittelet vil jeg konkretisere hvordan teorien om objektivisering ble brukt for å velge ut resultater fra datamaterialet, og legge grunnlaget for analysen. Dette vil være en overgang til metodekapittel (kapittel 4).

3.1 Teorien om objektivisering og artefakter

Teorien om objektivisering (i det videre forkortet TO) står i en sosiokulturell tradisjon som bygger på Lev Vygotsky (1978) innflytelsesrike arbeid. Louis Radford har sammen med kollegaer gjort en rekke empiriske studier over mange år hvor de har bygget opp teorien (Radford, 2021). Kort sagt er matematisk kunnskap og kompetanse mer enn å kunne prosedyrer på en skriftlig prøve; som for eksempel å regne med brøker eller å kunne løse en andregradslikning. I TO er kompetanse både en prosess og et objekt samtidig, som elevene kun får tilgang til gjennom aktiv deltakelse. I deltakelsen bruker elevene ulike semiotiske ressurser; fysiske artefakter, språk (ord og gester) og matematiske symbol (tegn) (Radford, 2021). Med andre ord så kan vi si teorien retter søkelyset mot hvilke semiotiske ressurser elevene har tilgjengelig og bruker, og hvilke muligheter som finnes i disse i den historisk-kulturelle konteksten de arbeider. Med semiotikk menes læren om tegn i vid forstand, og hvordan disse skaper mening (Radford, 2021). Det kan være for eksempel være tegninger, illustrasjoner, arbeid med konkreter; noe som kalles artefakter. Foruten de fysiske artefaktene, så bruker elevene som sagt tegn («signs») for å skape mening og mediere kunnskap; i form av ord, gester og symboler. For å gi mening til elevenes matematiske tenkning og forklaringer må jeg derfor se på begge deler i analysen (artefakter og tegn), noe jeg kommer tilbake til i hvordan jeg brukte teorien i resultatdelen og analysen (underkapittel 3.3).

På den ene siden innbefatter TO det subjektive gjennom elevenes erfaringer og arbeid med semiotiske ressurser (artefaktene, ord og symbolene). Samtidig er det er en objektiv dimensjon med læring, i og med at disse kun gir mening i en historisk-kulturell sammenheng. Det er gjennom å rette bevisstheten mot dette objektet, og gjøre noe i et felles arbeid som er grunnlaget for at læring kan skje. I det etymologiske opphavet til «objectiviation» (objektivisering) uttrykke Radford (2006) denne idéen:

> The term objectification has its ancestor in the word *object*, whose origin derives from the Latin verb *obiectare*, meaning "to throw something in the way, to throw before". The suffix – *ification* comes from the verb *facere* meaning ”to do” or ”to make”, so that in its etymology, objectification becomes related to those actions aimed at bringing or throwing something in front of somebody or at making something apparent − e.g. a certain aspect of a concrete object, like its colour, its size or a general mathematical property (Radford, 2006, s. 6).

Læring i TO innebærer altså å rette oppmerksomheten mot et objekt som man kan gjøre noe med sammen, slik at det gir mening og kan fremtre i bevisstheten for den enkelte. Hvordan elevene involverer eller trekker hverandre inn i denne oppmerksomhet knyttet til et objekt er derfor betydningsfullt å vite noe om.

3.2 Teorien om objektivisering og den proksimale utviklingssonen

Læring er med andre ord i TO en aktiv prosess hvor man blir kjent med kulturens praksisformer gjennom å være involvert i et felles arbeid. I forskningsarbeidet var elevenes arbeid alltid konkret på den måten at elevene brukte artefaktene, ord og symbolene som var tilgjengelige for dem i situasjonen. Det var kun gjennom å være involvert i det konkrete arbeidet at elevene kunne lære, og det var her betingelsene for utviklingen deres ble lagt. Med andre ord var det her den proksimale utviklingssonen ble til i læreprosessen. Som Lev Vygotsky skriver; «... an essential feature of learning is that it creates the zone of proximal development; that is, learning awakens a variety of internal developmental processes that are able to operate only when the child is interacting with people in his environment and in cooperation with his peers» (Vygotsky, 1978, s. 90). Det er viktig å påpeke at alle deltakere kunne opptre i rollen som både lærer og elev for hverandre, og på den måten finnes det en symmetri eller likhet for alle involverte. Samtidig påpekte Vygotsky (1978) asymmetrien i relasjonen og læreprosessen gjennom veiledningen til den voksne («adult guidance») eller mer ressurssterke medelev («more capable peers»). I TO er ikke denne asymmetrien tilstrekkelig for å forklare læring, siden den voksne eller en medelev, ikke kan gjøre det objektive i læringen tilgjengelig for elevens bevissthet ved å fortelle det eller overføre det på annet vis, men kun gjennom en interaksjon i delt felles arbeid. I en slik prosess veksler rollen til deltakerne mellom å være lærer og elev for hverandre, for å gi mening til læringsinnholdet: «Who is in the know and who learns is a product interactionally and contingently achieved as participants engage with each other» (Roth & Radford, 2011, s. 102). Det vil dermed si at den proksimale utviklingssonen som skapes alltid vil være en mulighet for læring både for elevene og den voksne (læreren) som er involvert, og de veksler mellom disse rollene i undervisningen. Ett eksempel på dette er at læreren kan innta en lyttende holdning til eleven(e) og la dem forklare og vise sin(e) tenkemåte(r), og på denne måten kan læreren få innsyn i flere måter å løse samme problem.

Selv om elevene jobber i en konkret og spesifikk situasjon vil læring alltid skje gjennom en dialektikk mellom det konkrete og abstrakte (Radford, 2021). Elevene kan overføre eller «løfte» det konkrete ut av situasjonene, og på den måten lære. Gjennom å bruke alle tilgjengelige artefakter, i en sosial praksis for å skape mening, sier Radford (2002), at elevene prøver å oppnå en: «...stable form of awareness, to make apparent their intentions and to carry out their actions» (Radford, 2002, s. 14). Prosessen av objektivisering av kunnskap innebærer å plasserer noe i senter av oppmerksomheten (i bevisstheten) og føre dette ut i handlinger (Roth & Radford, 2011). Gjennom semiotiske noder kan vi identifisere segmenter i datamaterialet hvor dette forekommer (Radford, 2021). Semiotiske noder er definert i segmenter hvor; «…semiotic resources of different kinds come to play a crucial role,… is a kind of nucleus of a process of objectification» (Radford, 2021, s. 101-102). Hva som ansees som relevant eller ikke i dette arbeidet fører til en sammentrekning («contraction») eller raffinering av de semiotiske aktivitetene. Det er dette som fører elevene til en dypere forståelse av problemet, og er evidens for at læring skjer: «The semiotic contraction shows, indeed, how and to what extent the students are becoming conscious of the singular conceptual content of knowledge materialised in knowing» (Radford, 2021, s. 106). Elevene utvikler altså en bevissthet omkring ett begrepsinnhold, og målet er at dette skal bli stabilt og på den måten kan elevene bruke det i forskjellige sammenhenger med ulike retninger og mål.

Radford (2006) skiller mellom tre lag av generalitet i tilknytning til tallmønstre og figurtall; disse kaller han “factual” (faktisk), “contextual” (kontekstuell) og “symbolic” (symbolsk).

Disse vil ha ulik grad av generalitet: «These layers will be «more or less general depending on the characteristics of the cultural meanings of the fixed pattern of activity in question» (Radford, 2006, s. 14). Ett eksempel på de tre lagene av generalitet kan være i arbeid med forståelse av areal i et kvadrat, uttrykt gjennom en håndbevegelse eller peking av areal i et tegnet kvadrat (faktisk), uttrykt i ord som «å multiplisere lengden med bredden» i et eksemplifisert kvadrat (kontekstuell), eller med bruk av symbolene l x b = a (hvor l står for lengde, b står for bredde og a står for areal), i et hvilket som helst (generelt) kvadrat (symbolsk). I en semiotisk sammentrekning vil elevenes semiotiske aktivitet bli fortettet og kompakt, og føre til en mer sofistikert matematisk tenkning (jmf. sosiomatematisk norm; sofistikert løsning (Yackel & Cobb, 1996)).

3.3 Teorien om objektivisering i resultatdelen og analysen

I kapittel 5 skal jeg presentere utvalgte resultater fra datamaterialet som ligger til grunn for analysen. Resultatene er valgt ut på bakgrunn av de områdene av TO som jeg har presentert over. Det vil si at det er resultater knyttet til elevenes bruk av ulike artefakter og elevenes involvering i matematiske forklaringer (ord, tegn) i arbeid med disse som er viktig i det første underkapittelet (5.1 Artefaktene og involvering). Her vil jeg presentere tre tabeller som viser elevenes bruk av ulike artefakter (tabell 1), hvor mange elever som var involvert i arbeidet med disse på samme tid (tabell 2), og når de brukte de ulike artefaktene i arbeidsprosessen (tabell 3). Med deltakelse eller involvering mener jeg handlinger hvor jeg observerte at de kommuniserte med ord, viser noe med håndbevegelser (f.eks. peker eller flytter på brikker), eller tegner, illustrerer eller bruker matematiske symboler i den matematiske samtalen. Noen episoder hvor elevene gjør forsøk på å involvere hverandre i felles arbeid («joint labour») er transkribert og blir analysert under presentasjon av hver resultatdel. Siden også ord kan være gester, er håndbevegelser og lignende kroppsspråk skrevet inn i transkripsjonen. Dette er viktig siden det har betydning for analysen når jeg skal tolke hvordan elevene involverer hverandre. Det er også tatt med elevarbeid i resultatdelen, siden dette inneholder tegninger, illustrasjoner og matematiske tegn. Selv om hovedfokuset i resultatdelen er på hvilket artefakt elevene jobber med, så gir ikke dette mening uten elevenes ord og tegn i TO, og derfor er alle disse tre delene med i resultatdelen.

I resultatdelen vil jeg også presentere en tabell (tabell 4) over tre lag av generalitet i de semiotiske nodene og sammentrekningene som forekom i transkriberingene (5.3 Semiotiske noder og sammentrekninger). Som i den første presentasjonen av resultatdelen vil det følge en analyse av noen av disse episodene like etterpå. Transkriberingene vil bli presentert i underkapittel 5.2, artefaktene og roller, og disse vil inneholde elevenes kroppsspråk i parentes. Jeg vil også presentere elevarbeid og bilder av elevene i aksjon. Hensikten er å observere hvilken rolle elevene inntar i arbeidet, og om elevene veksler mellom å være elev og lærer for hverandre, og på den måten kan sies å utvikle en proksimal utviklingssone sammen eller ikke.

4. Metode

I kapittelet vil jeg gjøre rede for valg av metode og begrunne valg som er blitt tatt underveis. Som nevnt i innledningskapittelet er dette en flerkasusstudie som har som formål å forstå hvordan elever involverer hverandre i gruppearbeid med bruk av ulike artefakter. Fordelen med metoden er dybden og nærheten til forskningsobjektet. Svakheten er selvfølgelig at utvalget er snevert og lite. Det er derfor viktig å forklare stegene som er blitt gjort for at funnene i forskningsarbeidet skal være valide. Jeg skal først beskrive hvilket forskningsparadigme som ligger til grunn for metoden, og deretter forklarer forskningsdesignet, og kasusstudies styrker og svakheter. Videre beskriver jeg analyseenheten og utvalg, og begrunner valget av oppgavene som elevene jobbet med i prosjektet. Til slutt i kapittelet vil jeg skrive om hvordan jeg samlet inn data og arbeidet med disse, før jeg gjør noen etiske betraktninger av forskningsprosjektet.

4.1 Forskningsparadigme

Et paradigme beskrives som en systematisk og helhetlig forståelse av verden, som ligger til grunn for arbeidet. Både ontologi, epistemologi og metodologi er sentrale deler av dette som må forklares (Gilje & Grimen, 1995). Med andre ord er det måten jeg som forsker ser på virkeligheten, og hvordan vi kan ha kunnskap om denne som styrer retningen på forskningen. Historisk har det vært to dominerende forskningsparadigmer som knyttes til hver sin metodologi; (1) positivistisk til kvantitativ metode, og (2) konstruktivistisk til kvalitativ metode (Teddlie & Tashakkori, 2009). En kasusstudie som denne bygger på et konstruktivistisk paradigme, hvor individet skaper mening gjennom deltakelse i en eller annen sosial konstruksjon (Baxter & Jack, 2008). Det vil si at virkeligheten er relativistisk, og blir konstruert på nytt i ulike sosiale konstellasjoner og sammenhenger. Metodene kan være blandet («mixed») (Luck et al., 2006), noe som også gjelder dette arbeidet i noe grad. Jeg bruker en opptelling (kvantifisering) av elevenes deltakelse i bruken av artefakter, noe jeg gjør med bruk av tabeller for å skape en oversikt i datamaterialet. Hovedvekten i metoden er derimot kvalitativ, noe jeg kommer jeg til å utdype videre i underkapittel 4.4.

Læring som tilegnelse og deltakelse er metaforer som brukes om læringen i et konstruktivistisk paradigme. Den første bygger på Jean Piagets biologiske teorier om barnets utviklingsfaser og mentale skjemaer med utgangspunkt i individet (Skott et al., 2018). Den andre er hentet fra Lev Vygotskys (1978) arbeid med språk og kommunikasjon, og kalles den kulturhistoriske skolen (Säljö, 2001). Det er barnets deltakelse og bruk av «kulturens matematiske frembringelser, dvs. dens metoder, begreber mv.» som er utgangspunktet for utvikling og læring (Skott et al., 2018, s. 134). Gjennom deltakelse i denne kulturen kan barnet utvikle en faglig forståelse. Virkeligheten er dermed noe som først og fremst kan forstås som sosialt konstruert, som barnet har tilgang til gjennom utvikling av språk og begreper, og deltakelse gjennom kommuniserende handlinger. Det er denne ontologien og epistemologien som ligger til grunn for forskningsarbeidet.

Siden søkelyset har vært rettet mot å studere de relasjonelle aspektene ved elevenes deltakelse, har jeg operert innen et fortolkende forskningsparadigme. Elevenes utsagn og handlinger vil både være prosesser og produkt som påvirkes underveis. Tolkningen min som forsker har vært en av flere mulige, og jeg vil være påvirket av søkelyset jeg retter mot elevenes handlinger. De teoretiske og analytiske brillene jeg har brukt vil være avgjørende for hvilke funn jeg har gjort.

4.2 Forskningsdesign og kasusstudie

Gjennom å studere elevenes involvering i gruppearbeid på mikronivå kan jeg få innsyn i hvordan de forsøker å involvere hverandre. Det er dette som er arbeidets kasus. Designet i studien er altså gjennomført i relasjonen mellom forsker, og det vi kan kalle ett instrumentelt kasus. Med det mener jeg å øke forståelsen av en situasjon som er sannsynlig kan forekomme i elevers gruppearbeid, og ikke rette fokus mot ett enkeltindivid eller en gruppe. Et eksempel på denne formen av studier kan hentes fra Sverige, hvor svenske lærere ble pålagt å innføre et nytt karaktersystem av politikerne. Spørsmålet i forskningsarbeidet var da hvordan dette påvirket lærernes undervisning, og en eller flere lærere (kollektivt kasus) ble forsket på: «This use of case study is to understand something else. Case study here is instrumental to accomplishing something other than understanding this particular teacher, and we may call our inquiry instrumental case study" (Stake, 1995, s. 3). Dette skiller seg fra det Stake (1995) kaller en essensiell («instrinsic») studie som er opptatt av ett spesielt tilfelle, individ eller gruppe. Felles for begge er at forskningen er rettet mot en bestemt enhet, noe som er kjernen i hva som kjennetegner kasusstudier (Wellington, 2015).

Styrken med designet er nærheten til analyseenheten, noe som får fram dybden og kvaliteten i beskrivelsene av det man forsker på i praksisfeltet (Wellington, 2015). En av farene med dette er at man favner for vidt og ikke klarer å sette tydelige grenser (Stake, 1995). Grensene i forskningsarbeidet var først og fremst satt i valget av analyseenheten (elevene i gruppearbeidene) i en begrenset tidsperiode (4 uker). Vi kan dermed si at jeg hadde ett kollektiv- eller flerkasusstudie. Dette kan også sies å være instrumentelt, siden jeg ønsket å øke forståelsen for hvordan elevene involverte hverandre med bruk av ulike artefakter. Med dette utgangspunktet utarbeidet jeg tre forskningsspørsmål som kunne hjelpe meg med å velge ut datamaterialet, og hva jeg skulle analysere og drøfte:

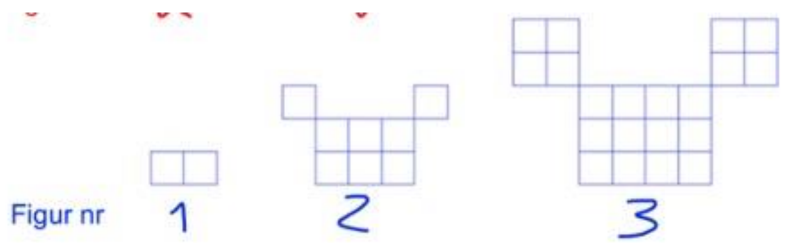
1. Hva slags artefakter velger elevene å bruke?
2. Hvordan involverer elevene hverandre i arbeid med disse?
3. Hvorfor blir noen involvert og andre ikke i den matematiske samtalen i gruppen?

Kasusstudie var et hensiktsmessig valg for å komme tett på elevenes arbeid med artefaktene, og få innsyn i handlingene som skjedde i gruppene i arbeid med disse. Samtidig hadde jeg også en kollektiv inngang gjennom å studere flere grupper, og kunne på den måten sammenligne elevenes arbeid med artefaktene og observere om det var forskjeller i måten de involverte hverandre.

4.3 Analyseenheten og valg av oppgaver

Oppgavene elevene arbeidet med ble valgt med tanke på den faglige kommunikasjonen i gruppen, som jeg kaller den matematiske samtalen, hvor alle skulle ha forutsetninger for å kunne delta og bli involvert. Elevenes handlinger, ord og tegn måtte være relatert til den matematiske oppgaven elevene arbeider med for å være en del av denne samtalen. Gruppene var tilfeldig satt sammen av tre elever med ulik matematisk kompetanse. Ingen elever med spesialpedagogisk tildeling deltok i disse øktene, og gruppene ble trukket tilfeldig i hver økt, med utgangspunkt i de elevene som hadde sagt seg villig til å være med på forskningsprosjektet i én 8. og én 9. klasse. På denne måten sørget jeg for å få mange ulike gruppesammensetninger i studien, totalt ble 6 ulike grupper observert i arbeid med 30-40 minutters varighet hver gang. Det faglige nivået til de to klassene regnes av lærer til å være på gjennomsnittlig nivå eller litt over, sammenlignet med sitt alderstrinn. På nasjonale prøver i regning har klassene fått samlede resultater som ligge noe over landsgjennomsnittet høsten 2022. Av totalt 50 aktuelle elever i 8. og 9. trinn deltok 16 ulike elever i forskningsprosjektet over en periode på 4 uker. Noen få elever (2 stk.) deltok to ganger i ulike gruppesammensetninger. Elevene var vant med arbeidsformen gruppearbeid, og å kommunisere matematikk. Lærer har vektlagt sosiale normer som å; lytte, forklare, forstå, diskutere, og kritisere hverandres forslag i undervisning: Felles klasseregler har vært at det ikke er lov å le når noen sier noe feil i matematikk, og man skal forsøke å forklare og forstå både hvordan man selv og andre tenker. De sosiomatematiske normene (Yackel & Cobb, 1996) som lærer har vektlagt i undervisningen er; en oppfordring til å finne flere løsningsstrategier, kunne vurdere disse og ta stilling, og la elevene argumentere framfor å stole på autoriteter.

Andre kriterier for valget av oppgavene var at det måtte finnes flere måter å løse dem på, man kunne bruke konkretiseringsmateriell, og det fantes en mulighet for å utvide og utvikle oppgaven for å gjøre dem mer krevende. Disse kriteriene ble valgt fordi det øker elevenes motivasjon og engasjementet når de får jobbet med egne løsningsstrategier, og gjerne med bruk av konkreter, i arbeid med det vi vi i faglitteraturen kaller «åpne» oppgaver framfor «lukkede» (Skott et al., 2018; Sullivan et al., 2015; Wæge & Nosrati, 2018). Vi kan også si at denne typen oppgaver stiller høye kognitive krav, siden de er åpne (flere løsningsstrategier), og stadig kan utvikles til å bli mer krevende, og på den måten kan vi si at elevene gjør matematikk, eller knytter prosedyrer fra matematikken sammen (Stein & Smith, 1998). Elevene i forskningsprosjektet jobbet med oppgaver knyttet til figurtall og mønstre, og geometri. I en av disse oppgavene skulle elevene beskrive mønsteret med egne ord, forklare dette, og på den måten klare å finne den neste figuren, og å jobbe seg fram til en generell formel (se eksempeloppgave 1).



Eksempeloppgave 1: Figurtallet og mønsteret som elevene jobbet med i en av gruppene.

I resultatdelen vil jeg presentere tre oppgaver som ligger til grunn for de transkriberte episodene, elevarbeidene, bildene fra elevene i arbeid, og analysene av disse episodene (underkapittel 5.1 til 5.3). Oppgavene i sin helhet finnes under kapittel 9 Vedlegg (pkt. 9.3).

4.4 Datainnsamling og forskningsmetoder

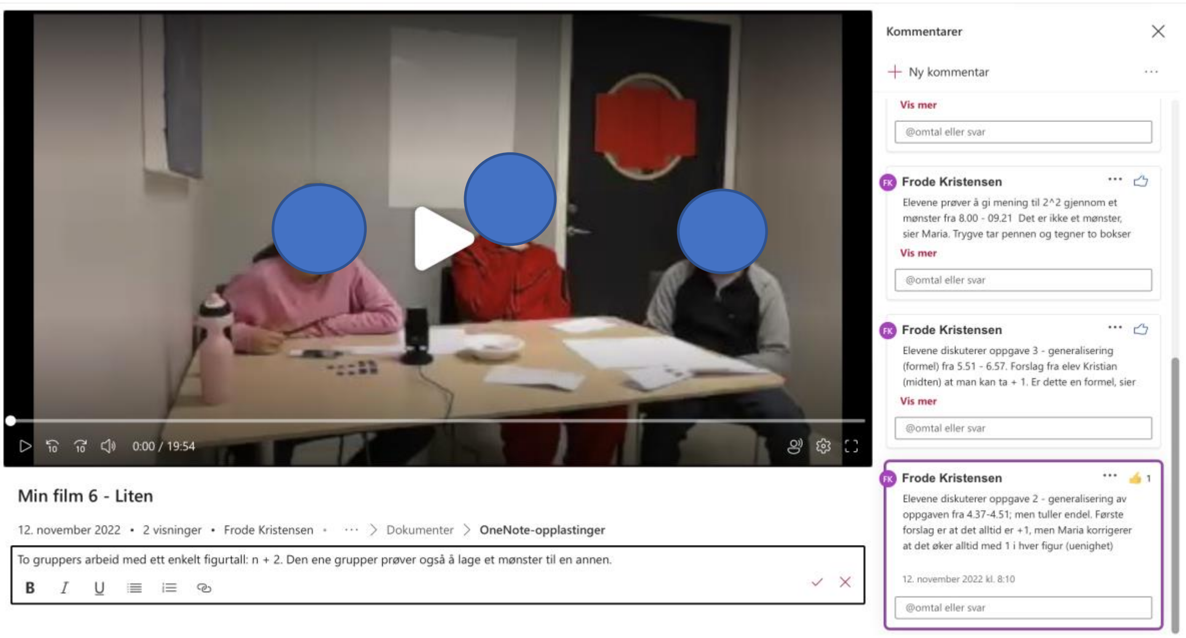
I studien observerte jeg elevers arbeid med oppgavene, som var organisert i gruppearbeid. Alle observasjonene ble gjort på en skole hvor jeg selv jobber som lærer. Jeg gjorde en deltakende observasjon, hvor jeg selv altså fungerte både som forsker og lærer. Denne formen for datainnsamling kan være vanskelig å gjennomføre (Wellington, 2015): «Participant observation requires time, acceptance, carefully negotiated access and tact,…" (Wellington, 2015, s. 169). Siden jeg kjenner elevene over tid og har deres tillit, har jeg mulighet for å gjennomføre denne formen for datainnsamling. Samtidig kan svakheten være å bli en for stor deltaker, og glemme observatørrollen med dens forskerfokus. Spektrumet i denne metoden for datainnsamling spenner fra komplett deltaker til komplett observatør, og det som ligger imellom (deltakende som observatør og observatør som deltaker) (Wellington, 2015). For å bevege meg fra deltaker til i større grad mot en rolle som observatør måtte jeg finne egnede metoder for datainnsamling. Jeg begrenset først analyseenheten til å gjelde en gruppe i hver økt, som hadde en varighet på fra 30 til 40 minutter. Jeg gjorde dette en eller to ganger i uka, i en periode på fire uker. Datamaterialet som ligger til grunn for analysen er seks ulike gruppers arbeid.

Gruppene ble valgt tilfeldig i hver økt, og de jobbet på et eget rom hvor jeg av og til kom innom for å høre hvordan det gikk. Det bli ikke gitt noe slags form for undervisning eller veiledning utover oppgavebeskrivelse og oppklaring av spørsmål knyttet til selve oppgaven. Det ble gjort filmopptak av elevenes arbeider. Dette gjorde det mulig for meg å få med meg ting som jeg ikke hadde fått med meg som deltakende observatør i et klasserom med mange grupper å forholde meg til. Etter hver økt så jeg gjennom filmopptakene og transkriberte relevante episoder fra øktene hvor elevene på en eller annen måte gjorde forsøk på å involvere hverandre. Jeg kunne da se disse episodene flere ganger og det åpnet opp for å observere elevenes handlinger i gruppearbeidet på en grundig måte, f.eks. i arbeid med hvilke artefakter de brukte, og hvem som var involvert og deltakende i arbeid med disse. Dette satte jeg opp tabeller for å skape en oversikt i datamaterialet (underkapittel 5.1). Jeg samlet inn elevarbeid i slutten av hver økt, enten i form av skriftlig arbeid som de selv hadde gjort eller ved å ta bilde av deres arbeid. Dette gjorde jeg for å forstå hva elevene mente når de snakket sammen og hva de refererte til underveis i samtalen. Jeg gjorde også gruppeintervju i perioden, hvor elevene fikk utdype hva de mente når de hadde sagt eller gjort noe i gruppearbeidet som var relevant for forskningsspørsmålene (se intervjuguide under pkt. 9.4). Det ble tatt notater under disse intervjuene.

For å oppsummere forskningsmetodene som ligger til grunn for presentasjonen av resultatene og analysen så er det for det første en deltakende observasjon hvor jeg først og fremst er observatør gjennom filmopptak, med noe deltakelse gjennom igangsetting og kort oppfølging innimellom for å oppklare spørsmål knyttet til oppgavene. For det andre ble elevenes skriftlige arbeid samlet inn for å gi mening og forståelse til kommunikasjonen som skjedde i gruppene. For det tredje ble det gjort gruppeintervju like i etterkant av arbeidet (en eller to dager etter arbeidet), hvor elevene fikk utdype og forklare hva de selv mente med ulike ord, begreper og handlinger som hadde skjedd i løpet av gruppearbeidet når de gjorde forsøk på involvering. Det ble tatt notater fra disse intervjuene. Med denne bredden i datainnsamlingen vil jeg hevde at studien innfrir kravene til en data triangulering som styrker kvaliteten i forskningsarbeidet.

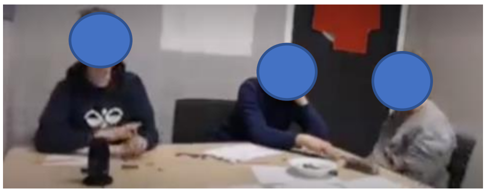
4.5 Datanalyse

Etter undervisningsøkten (samme dag eller neste) startet jeg arbeidet med å se gjennom filmen av elevenes arbeid med oppgaven, og valgte ut relevante episoder fra denne som jeg kommenterte med tematiske stikkord (bilde 1).



Bilde 1: Jeg skrev tematiske stikkord og kommentarer til høyre for filmopptaket. Elevenes navn er fiktive.

Når jeg hadde sett gjennom hele filmen valgte jeg ut noen av disse episodene som jeg transkriberte. Disse episodene ble valgt ut på bakgrunn av forskningsspørsmålene og var derfor episoder hvor elevene gjorde forsøk på å involvere hverandre. Jeg skrev ned hva hver elev sa, og hvilke handlinger de gjorde i parentes (bilde 2, med tilhørende transkribering til høyre for bildet).


Bilde 2: Forsøk på involvering

Tid 15.55 - 16.09 **Spørsmål til Erik- Forsøk på involvering**

Truls (ser mot Erik sitt mønster og strekker hånden bort mot det): Hvordan blir mønsteret du har laget?
Per (ser også mot Eriks mønster)
Truls (teller i Eriks mønster): 2, det blir 2 så blir det ...
Ingen responderer og oppmerksomheten rettes mot noe annet.

Jeg rettet søkelys mot alle episodene hvor elevene på en eller annen måte gjorde forsøk på å involvere hverandre, enten dette dreide seg om forståelse av oppgaven, prosessen mot svaret, svaret av en deloppgave, eller oppgaven som helhet. Jeg var også opptatt av å velge ut episoder hvor elevene ble involvert eller ikke når de gjorde forsøk på å involvere hverandre, og hvilket artefakt de arbeidet med da. Gjennom arbeidet med transkribering valgte jeg ut hvilke spørsmål jeg ville stille til gruppen for å få deres oppfatning av episodene. I dette arbeidet brukte jeg også elevarbeid for å forstå hva de mente (bilde 3).


Bilde 3: Elevene lager mønster av rektangeltall på tavle.
Eksempel på elevarbeid som jeg brukte til å velge ut spørsmål fra intervjuguiden.

Episoder som kan kategoriseres som semiotiske sammentrekninger vil bli presentert i kapittel 5 (underkapittel 5.3), hvor jeg vil kategorisere disse med hensyn til grad av generalitet/objektivisering i form av de tre kategoriene jeg presenterte i teoridelen (underkapittel 3.2).

4.6 Etiske betraktninger og refleksjon over egen påvirkning

Før jeg startet innsamlingen av datamaterialet hadde jeg fått godkjent søknaden min til Sikt (pkt. 9.1). Jeg informerte deretter elevene i 8. og 9. klasse på min skole om prosjektet og sendte informasjonsskriv til foreldre og foresatte i håp om deres godkjenning (pkt. 9.2). Jeg informerte også de aktuelle voksne på skolen om prosjektet og gav dem informasjonsskriv om prosjektet (pkt. 9.2). Jeg informerte elevene om at det var helt frivillig å delta, og det ville ikke påvirke deres undervisningssituasjon eller forhold til meg hvis de sa nei. Alle ble også informert om anonymisering, og at arbeidet kun skulle brukes til forskningsformål. Siden jeg brukte filmopptak, ville en fullstendig anonymisering ikke være helt mulig. Jeg valgte derfor å bruke sladd og fiktive navn for å skjule så mye som mulig når jeg presenterer bilder og transkripsjon av elevenes arbeid. Det var som nevnt 16 ulike elever som deltok i forskningsprosjektet, med ulik kompetanse i matematikk. Av disse var det 5 jenter og 11 gutter.

Som både lærer og forsker for elevene kom jeg i en dobbeltrolle, hvor min påvirkning kan ha noe å si for forskningsresultatet. Det er allment kjent at mennesker tilpasser sin atferd i de relasjonene de tilhører og står i. Dette vil også gjelde i relasjonen mellom elever og lærere. Jeg er både deres lærer og forsker i prosjektet, noe jeg ikke kommer meg unna. I intervjusituasjoner er dette spesielt krevende, siden mange forskere opplever at mennesker sier det de tror intervjueren ønsker å høre (Postholm & Jacobsen, 2018). Jeg holdt derfor gruppeintervjuene som metode for datainnsamling på et minimum. Det var korte intervju hvor spørsmålene var hentet fra intervjuguiden, og spesielt knyttet til bestemte episoder fra gruppearbeidet som de skulle forklare hvordan de selv oppfattet. Jeg gjenga da hva de hadde sagt eller gjort i gruppearbeidet, og ba dem forklare hva de selv mente med dette. Disse ble gjort like etter filmopptaket (1 til 2 dager). Det ble gjort to slike gruppeintervju i perioden, og fra gruppe 2 er dette en del av datamaterialet som er med i analysen (underkapittel 5.2).

Som lærer påvirker jeg også klasseromskulturen og læringsmiljøet til elevene. Dette kan også ha noe å si for forskningsresultatet. Som nevnt har jeg satt søkelys på noen bestemte sosiale og sosiomatematiske normer i undervisningen. Elevene vil være påvirket av dette i mer eller mindre grad når de jobber i gruppearbeidene. For å gjøre min innflytelse minst mulig valgte jeg å trekke meg unna elevenes arbeid i gruppene. Med unntak av at jeg satte dem i gang og spurte om det gikk bra underveis arbeidet de uten meg til stede. Hensikten med dette var å gjøre min innflytelse over arbeidet deres minst mulig.

5. Resultater og analyse

I kapittelet skal jeg presentere funn i datamaterialet som jeg skall analysere med utgangspunkt i TO. Jeg kommer først til å presentere en oversikt i tabeller over hva slags artefakter elevene velger å bruke, hvor mange av elevene i gruppen som var involvert i dette, og til hvilket tidspunkt de brukte de ulike artefaktene. Med involvering menes det at elevene gjorde noe med ord eller handling som var relatert til artefaktet de jobbet med, og den matematiske samtalen i gruppen. Ett funn i datamaterialet er at grupper som brukte flere enn to ulike artefakter klarte å involvere flere i arbeidet og den matematiske samtalen, enn de som brukte færre enn to. Konkreter i form av brikker, figurer eller perler var de artefaktene som involverte flest elever i arbeidet til samme tid. Datamaterialet viser at elevenes arbeid med artefaktene ark og blyant, og ikke-permanente-tavler kunne involvere alle i gruppearbeidet til samme tid, men også bare en eller to elever. Jeg kommer til å presentere episoder fra datamaterialet som viser hvordan elevene gjorde forsøk på å involvere hverandre i arbeid med artefaktene både i underkapittel 5.1 og 5.2. Disse er som tidligere nevnt transkribert med handlinger i parentes. Det vil også være bilder av elevene i aksjon for å få med kroppsspråk i analysen.

Ett annet funn i datamaterialet er at noen elever vekslet på å være i rollen som lærer og elev for hverandre, og de klarte på denne måten å komme videre i det matematiske problemet de arbeider med gjennom å stille hverandre oppklarende og kritiske spørsmål underveis. Jeg kommer til å presentere en episode hvor alle er involvert i den matematiske samtalen, og to episoder hvor elevene gjør flere forsøk på involvering i den faglige samtalen (underkapittel 5.2). Jeg vil argumentere for at alle elevene i forskningsprosjektet gjør flere forsøk på å bli involvert, og i de fleste tilfeller klarer elevene å involvere hverandre. En av episoden jeg presenterer viser derimot hvordan en elev ikke klarer å bli involvert, selv med gjentatt forsøk. Eleven blir ignorert av de andre med begrunnelsen at de mente han ikke var interessert, siden han; «tullet så mye i starten av gruppearbeidet.»

Til slutt i kapittelet (underkapittel 5.3) vil jeg presentere det tredje og siste funnet i datamaterialet, som viser de semiotiske nodene og sammentrekningene som forekom i de utvalgte episodene i datamaterielat. Med bruk av TO vil jeg analysere disse og argumentere for at elevene jobbet både faktisk, kontekstuelt, og gjorde forsøk på symbolsk generalitet. Jeg argumenterer for at elevene viste evne til å stå i et problem over tid, uten veiledning av en voksen, og på den måten legge ett grunnlag for å utvikle matematisk kompetanse videre. Dette funnet mener jeg har pedagogiske implikasjoner som jeg kommer tilbake til i kapittel 7. I diskusjonsdelen i kapitel 6 vil jeg drøfte de tre spørsmålene: (1) Hva slags artefakter velger elevene å bruke? (2) Hvordan involverer elevene hverandre i arbeid med artefaktene? (3) Hvorfor blir noen involvert og andre ikke i den matematiske samtalen i gruppen?

5.1 Artefaktene og involvering

Artefaktene elevene hadde til rådighet i arbeidet var ark, blyant, visk, brikker, perler (figurtalloppgave), figurer til utklipp (geometrioppgave), og en vertikal ikke-permanent tavle (i det videre kalt tavle), tusj og visk. Disse ble valgt fordi elevene kjenner disse fra arbeid i klasserommet, de har ulike egenskaper, og de er hensiktsmessige å bruke for å løse oppgavene jeg valgte i prosjektet. Det ble ikke gitt noe instruks om hva elevene skulle bruke. Alle gruppene brukte ark og blyant til å skrive ord, symboler og lage illustrasjoner for å svare på oppgavene (tabell 1). De vekslet på å bruke ark og blyant, og derfor satte jeg disse to artefaktene sammen i tabellen, noe som også gjelder tavle og tusj. Noen grupper, 4 av 6, brukte tavle og tusj. De fleste gruppene, 5 av 6, brukte konkreter. Kun én gruppe brukte bare ark og blyant i hele arbeidsperioden, og to grupper lot være å bruke tavlen.

Grupper	Ark og blyant	Konkreter (brikker, perler eller figurer til utklipp)	Tavle med tusj
Gruppe 1	X	X	X
Gruppe 2	X		
Gruppe 3	X	X	X
Gruppe 4	X	X	
Gruppe 5	X	X	X
Gruppe 6	X	X	X

Tabell 1: Tabellen viser hva slags artefakter elevene i gruppene brukte til å forklare sine tanker og idéer for hverandre.

Som jeg skrev i teoridelen (underkapittel pkt. 3.1) er kompetanse i TO både en prosess og et objekt samtidig, som elevene kun får tilgang til gjennom involvering. Som nevnt er involvering i arbeidet at elevene gjør noe med artefaktene (for eks. flytter på brikker), bruker gester, håndbevegelser, eller ord og tegn i relasjon til den matematiske samtalen. I tabell 2 har jeg sammenfattet en oversikt om en, to eller tre elever gjorde det i gruppearbeidene.

Grupper	Ark og blyant	Konkreter (brikker, perler eller figurer til utklipp)	Tavle med tusj
Gruppe 1	Alle	Alle	Alle
Gruppe 2	To		
Gruppe 3	To	Alle	En, av og til to
Gruppe 4	Alle	Alle	
Gruppe 5	En	En	To, av og til tre
Gruppe 6	Alle	Alle	To, av og til tre

Tabell 2: Tabellen viser hvor mange elever som var involvert i arbeid med de ulike artefaktene

I tabell 2 er det kun en gruppe, gruppe 2, som ikke bruker et artefakt som involverer alle. Det er også den eneste gruppen som kun brukte ark og blyant i hele arbeidet. Vi kan dermed si at i alle andre tilfeller var alle de tre elevene i gruppearbeidet involvert i arbeid med ett, to eller tre artefakter på et eller annet tidspunkt. Det artefaktet som involverte flest elever var konkreter i form av brikker, perler, eller figurer til utklipp. Det ble brukt av 5 av 6 grupper, og i 4 av disse var alle elevene i gruppen involvert på samme tid. Noen grupper, 2 av 5, brukte dette helt i begynnelsen av arbeidet (tabell 3). To andre grupper gjorde det underveis, og en gruppe helt på slutten av arbeidet.

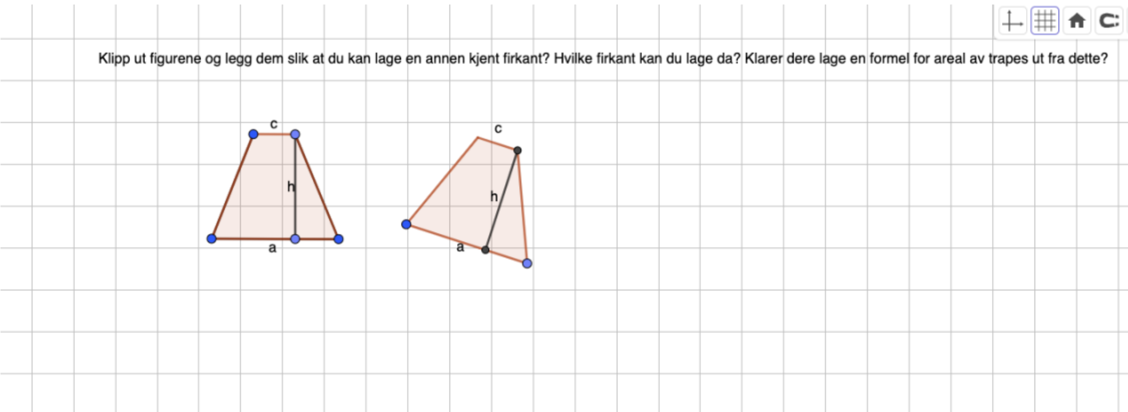
Grupper	Tidlig	Underveis	Sent
Gruppe 1	X (brikker)		
Gruppe 2			
Gruppe 3		X (brikker)	
Gruppe 4			X (figurer til utklipp)
Gruppe 5		X (brikker)	
Gruppe 6	X (perler)		

Tabell 3: Viser hvilket tidspunkt gruppene brukte brikker, perler eller figurer til utklipp.

Gruppe 1 og 6 startet arbeidet i gruppen med brikker eller perler først. Dette var en kort tid av arbeidet, men alle var involvert i dette. I gruppe 5 gjorde en elev ett forsøk på å jobbe med brikkene underveis uten å involvere de andre, og i gruppe 3 jobbet alle elevene med brikkene underveis når de prøvde å lage egne mønstre (bilde 4). Elevene snakket om hverandres mønstre, og det ble på den måten en felles aktivitet for alle tre, noe gruppen ikke klarte med å bruke andre artefakter.


Bilde 4: Elevene i gruppe 3 arbeider med brikker

Elevene i gruppe 4 jobbet med en oppgave hvor de kunne klippe ut figurer for å finne en formel for areal av trapes (oppgave 1).



Oppgave 1: Figurer til utklipp

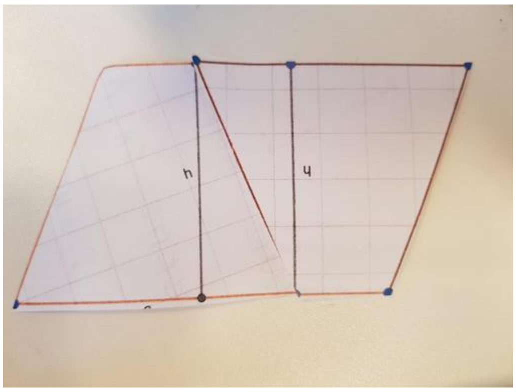
Elevene diskutert hva slags firkant de kunne lage av disse (transkripsjonsutdrag 1a).

Transkripsjonsutdrag 1a

1. Henny (pusler to brikker sammen): Rombe, nei parallellogram
2. Ludvig (leser): Hvilken figur klarer dere å lage med de to brikkene? Så vi må skrive her da.
3. Knut (flytter noe på brikkene som Henny har lagt): Skrive hva da?
4. Ludvig skriver
5. Henny (pusler videre med Knut): Hva er dette? En mangekant
6. Knut flytter på brikkene
7. Henny (ser på brikkene mens hun også holder på): Jo, se på den.
8. Ludvig (ser opp): Det er en mangekant. Ett parallellogram. Blir ikke det kalt en drake eller noe sånt?
9. Henny (viser med hendene): Nei, drake er sånt her (viser med hendene sammen oppe, så nede) (se bilde 5)

Bilde 5: En elev forklarer hva som menes med drake

Elevene blir enige om at figuren er ett parallellogram (elevarbeid 1), og som vi ser fra transkripsjonsutdraget så er alle de tre elevene involvert i arbeidet med bruk av artefaktene ark, blyant og konkreter.

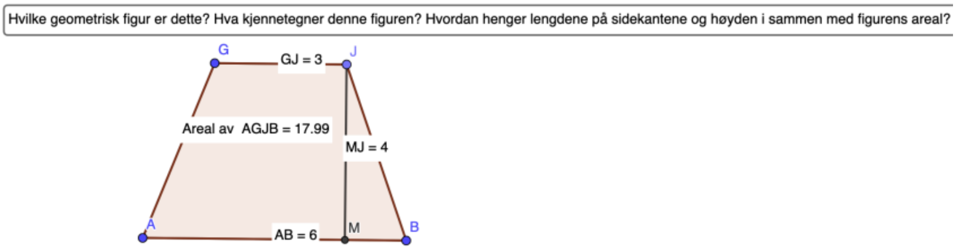


Elevarbeid 1: Parallellogram

5.2 Roller og involvering

Som jeg skrev i teoridelen (underkapittel 3.2) er en veksling i rollene mellom å være elev og lærer for hverandre sentral for å utvikle en symmetrisk proksimal utviklingssone i arbeidet. Denne vekslingen var spesielt tydelig i gruppe 4. Elevene (bilde 6) arbeidet med å forstå hvordan man kunne finne arealet av ett trapes med oppgitte mål for de parvis parallelle sidelengdene og høyden (oppgave 2).

Bilde 6: Elevene arbeider med artefaktene ark og blyant



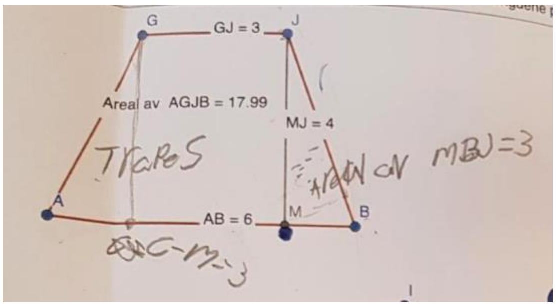
Oppgave 2: Areal i et trapes

Elevene brukte opplysningen om lengden til grunnlinjen AB og høyden MJ i trapeset til å foreslå arealet til figuren, noe som førte til en diskusjon (transkripsjonsutdrag 1b).

Transkripsjonsutdrag 1b

1. Knut (ser nøye på tegningen)
2. Ludvig: 6 gange 4 er 24.
3. Henny (ser på Ludvig): Ja, jo
4. Ludvig: Så arealet av den må være 24. Da mangler vi bare arealet av de to (peker på arket).
5. Knut (ser på tegningen): Det er ikke 6 gange 4.
6. Stille
7. Knut (viser med hånden på arket og ser på Ludvig): Det er tre
8. Ludvig (ser på arket): Ja, faktisk. Det er AB det.
9. Knut (ser på tegningen): Ja
10. Ludvig: Ja, da er det 3 gange 4.
11. Knut: 12
12. Ludvig: 12
13. Stille

Elevene har skissert opp en normal fra punkt G til AB, hvor punkt C er punktet som skjærer linjen AB (elevarbeid 2).



Elevarbeid 2

Det er de to trekantene i trapeset ABJG Ludvig refererer til i andre setning i punkt 4. Sammen blir de enige om at linjen CM er 3 cm, og da må lengden på AC og MB være 3 cm til sammen, siden AB er 6 cm. De finner arealet av firkanten CMJG. Spørsmålet videre for gruppen er hvordan de kan finne arealet av de to trekantene ACG og MBJ (transkripsjonsutdrag 1c).

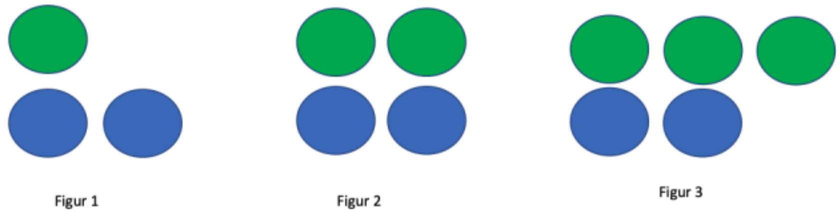
Transkripsjonsutdrag 1c

14. Ludvig: Da...
15. Knut (peker på en av grunnlinjene i den ene trekanten): Da er det 2 cm der, og hvis det blir en firkant, så er det 2 gange 4. Så da er det ...
16. Ludvig: Ja, det er sant. Nei. Hvis vi tar ...
17. Knut: og deler på 2.
18. Ludvig (peker på figuren): G til J, så har vi her til her
19. Henny (ser på tegningen): Skriv opp det dere har funnet ut, da
20. Ludvig (skriver opp på tegningen): Da sier vi at det er. Hvor mye er A, B, da sier vi at det er C. C er lik. C til M er lik 3.
21. Knut (sier lavt): Hva var det egentlig vi skulle finne ut?
22. Ludvig (peker på AC og MB): Det var lengden på de to, tror jeg.
23. Henny: Ja, ok. Så 3 gange.
24. Ludvig (peker på AC og MB): Og de to er like lange, så da har vi 1.5 ...
25. Henny (ser på arket): 12 pluss?
26. Ludvig (peker på AC og MB): 1.5 og 1.5.
27. Henny: Ja
28. Knut: Kan du? Er de?
29. Ludvig: Hvis vi tar 1.5 gange 4. Det blir ...
30. Henny: 6
31. Ludvig: Jo, så deler vi på to siden det er trekant
32. Henny: Det blir 3.
33. Ludvig: 6 delt på 2 er tre. Så da er arealet av den der 3.
34. Henny (peker mot arket på den andre trekanten i trapeset): Men det går jo ikke, hvis den òg er 3.
35. Ludvig (peker på de to trekantene i trapeset): Jo, da er den 3 og den 3. Arealet av trekantene er 3.
36. Henny (ser mot arket): Da får vi for lite areal.
37. Ludvig: Hvorfor det?
38. Henny: Hvis den firkanten i midten er 12. Da har vi ... Vent, da må vi ta bort komma.
39. Ludvig (ser mot Henny): Da må vi ta vekk?
40. Henny (smiler): Da må vi ta vekk 0.01
41. Ludvig: Ja
42. Henny: Ja, for det blir 18.
43. Ludvig: Ja, men det er nesten det samme, så det går bra.
44. Henny: Ja, vi kan runde det opp sikkert, eller ja. Da må vi skrive det der ned (peker på arket)

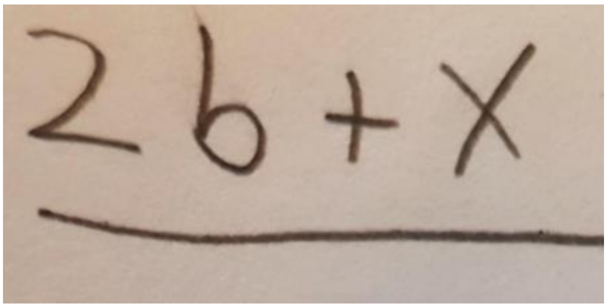
Elevene hjelper hverandre med å holde tråden i hva de skal finne ut underveis i arbeidet med problemet (punkt 21-23), og gjør en vurdering av lengden på AC og MB som like lange, selv om dette ikke er sikkert, men det stemmer jo at lengden på disse to vil være 3 cm til sammen. Det kan se ut til at Ludvig stiller seg noe spørrende til dette (punkt 28), uten at det blir tatt opp videre i diskusjonen. De bruker formelen for areal av trekant (punkt 31), og spør om begrunnelser for påstand (punkt 37), for å forstå uenigheten underveis. Elevene jobbet i hele arbeidsperioden med oppgaven på arket, hvor en elev noterte ned med en blyant underveis, og alle tre elevene var involvert i arbeidet.

Rollene til elevene vekslet mellom å være lærer og elev for hverandre. Knut korrigerte Ludvigs påstand om arealet i figuren, og de ble sammen enige om at arealet i firkanten CMJG måtte være 12 cm^2 (transkripsjonsutdrag 1b). Ludvig holdt deretter tråden i hva de skal finne ut når Knut spurte om dette (transkripsjonsutdrag 1c), og ledet gruppen mot å finne ut at arealet av de to trekantene og firkanten ble 18 cm^2 i trapeset. Henny viser med håndbevegelser hvordan en drake skiller seg fra parallellogram (bilde 5), og på den måten er hun blitt lærer for de andre i gruppa (transkripsjonsutdrag 1a).

Det var kun én gruppe (gruppe 2) i forskningsarbeidet som bare brukte ark og blyant i hele arbeidet (tabell 1), og dette gruppearbeidet var det eneste hvor alle elevene ikke var involvert i arbeidet. Gruppen arbeidet med å finne antall brikker i en figurtalloppgave (oppgave 3). Elevene forsøkte også å lage en generell formel (elevarbeid 3)



Oppgave 3: Figurtalloppgave



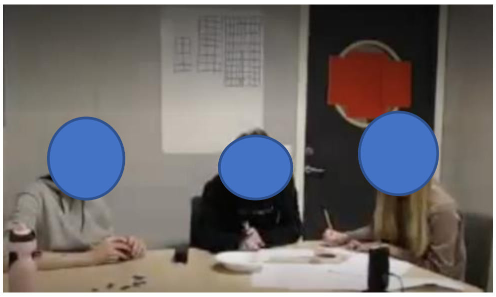
Elevarbeid 3: Elevforslag til formel av figurtallet

Elevene arbeidet som nevnt i hele arbeidsperioden kun med ark og blyant, og én elev i gruppen markerer uenighet til dette når de prøvde å finne antall brikker i figur nr. 137, og en generell formel (transkripsjonsutdrag 2a).

Transkripsjonsutdrag 2a

1. Lise (ser etter ett ark): Har vi ett ark?
2. Anders (ser mot Lise): Trenger du å skrive oppgaven for å tenke på det?
3. Lise (ser mot Anders): Vi sier det (ser på arket og gjør seg klar til å skrive, mens hun står ved bordet). Det blir uansett 2b.
4. Anders (ser mot arket): 2b?
5. (Tor ser også mot arket)
6. Lise: Det blir feil. Fordi. Hvordan skal vi skrive?
7. Anders: Javel, Einstein.

8. Alle ser mot vinduet (det er noen utenfor)
9. Tor: Vi kan jo bare skrive potenser eller noe sånt?
10. Anders (ser mot kamera): Vi er jo på kamera, vi må være profesjonelle.
11. Tor: Vi kan skrive det som potenser eller noe sånt, men det går ikke
12. Lise (står ved bordet): Det er det jeg prøver på, men det gir lite mening. Fordi det blir 2b på grunn av de to blå
13. Stille.
14. Tor: Det må være to blå, og 137 grønne.
15. Lise (ser mot Tor): Da blir det?
16. Tor (ser mot Lise): 137g og ... (blir avbrutt av Lise)
17. Lise (peker mot oppgavearket): Hvordan skal vi skrive uttrykket?
18. Tor (ser mot Lise): 137g og 2b.
19. Lise (ser mot Tor og bruker armbevegelser): For hva som helst. Ikke bare 137, men for hva som helst. For da blir det en formel, med x eller ett eller annet?
20. Anders (sitter mens han holder på med noe annet enn de andre to (se bilde 7)


Bilde 7: To elever arbeider og en annen gjør ikke

Anders sitt forsøk på å forstå hva som menes med 2b (punkt 4) blir ikke tatt hensyn til av de andre to i gruppen, og Anders responderer med et forsøk på å fornærme (punkt 7). Anders deltar ikke videre i den faglige samtalen, hvor de to er enige at det er 139 brikker i figur nr. 137, altså 137 grønne og 2 blå (punkt 18), men er usikker hvordan dette kan skrives generelt. Anders markerer uenighet i den videre samtalen (transkripsjonsutdrag 2b).

Transkripsjonsutdrag 2b

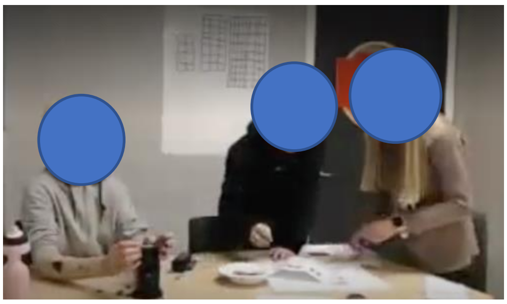
21. Tor: Det er brøk?!
22. Lise (peker på arket og skriver ned mens hun snakker): 2b + x, da? Da sier vi det er svaret.
23. Tor (tar ett ark og snur dette): Mm. Ja, men skriv på den siden.
24. Anders (sitter fremdeles og gjør noe annet): Jeg er uenig
25. Ingen reaksjon fra de andre
26. Lise (snur ett ark): Å ja. Kanskje .... Nå vet jeg.
27. Anders (ser på de andre): Jeg er uenig.
28. Lise (fortsetter arbeidet, men ler litt): Unnskyld, men ... (ser ut som hun sier det til Anders)
29. Ingen reaksjon fra Tor
30. Anders (ser på Tor): Jeg er uenig.
31. Tor ignorerer og setter seg ned mellom Anders og Lise
32. Anders (ser mot Tor igjen): Jeg er uenig.
33. Lise (skriver på arket): 3 grønn ...
34. Anders: Jeg er uenig.
35. Tor ser mot Anders
36. Alle sitter
37. Lise (ser mot Anders, men fortsetter arbeidet på arket): Ok, så dumt. Så det er da ...
38. Anders (ser mot Lise): Jeg er uenig.
39. Lise (ser tilbake): Vi har hørt det nå.
40. Stille
41. Anders (ser mot midten av bordet - litt lavere): Jeg er uenig.
42. Anders (trykker på mikrofonen)

43. Tor (ser mot mikrofonen): Nei, ikke trykk.
44. Anders (trykker på mikrofonen): Hvorfor er den slik?
45. Tor (ser mot mikrofonen): Ikke still på den.
46. Tor (flytter mikrofonen nærmere ham selv og Lise): Anders, stopp.
47. Lise jobber med å skrive på arket

Lise skriver ned 2b + x (elevarbeid 3) på arket uten at det virker som hverken Tor eller Anders forstår hva Lise mener med det. Det virker også som Lise selv ikke helt forstår dette, og heller ikke klarer å uttrykke hva hun tenker (punkt 26). Anders sier han er uenig 5 ganger på kort tid, og blir først ignorert, deretter hørt, men han blir ikke utfordret til å begrunne hva han er uenig i. Tidligere har han spurt hva som menes med 2b, uten at dette ble tatt hensyn til. Anders bidrar ikke videre i den faglige samtalen. I intervju med gruppen dagen etter arbeidet ble Lise og Tor spurt om hvorfor de ikke hørte på Anders sitt spørsmål omkring 2b. De svarte da at de hadde tenkt at han ikke var interessert siden han tullet tidlig i gruppearbeidet og at han ikke var interessert i å løse oppgaven (transkripsjonsutdrag 2c).

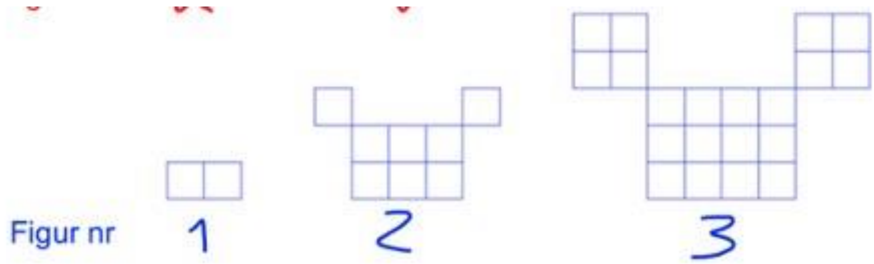
Transkripsjonsutdrag 2c

48. Anders («tuller» med mikrofonen og en drikkeflaske mens han sitter) (bilde 8)
49. Tor (ser mot mikrofonen og tar flasken bort fra Anders, mens han står): Stopp, Anders.
50. Lise (ser mot de andre to, smiler litt oppgitt): Kan du stoppe!
51. Anders (slipper flasken og mikrofonen): Ja, det er Maria sin (flaske), hvorfor er den her?
52. (finner et refleksbånd som han holder over mikrofonen).
53. Lise (ser mot Anders): Fordi hun ... (blir avbrutt av Tor)
54. Tor (står ved bordet og holder på med brikkene): Så figur nr. 5, det vil si ...
55. Anders (slår refleksbåndet mot mikrofonen)
56. Alle ler
57. Lise (ser oppgitt mot Anders)
58. Anders (ser mot henne): Enig.



Bilde 8: To elever arbeider og en annen «tuller»

Elevene Anders og Tor deltok i to gruppearbeid i forskningsarbeidet. I gruppe 2 forsøkte Anders flere ganger å stille spørsmål og markere uenighet uten å lykkes med å bli involvert av de andre i gruppen (transkripsjonsutdrag 2a og 2b). I gruppearbeid 5 gikk eleven inn i en lærerrolle med bruk av artefaktene ark, tavle og tusj, hvor han forklarte hvordan han tenkte gjennom en dialog med Tor, noe som hjalp dem til å komme fram til mønsteret i figurtallet og hvor mange kvadrater det ville vært i figurnummer 4 (oppgave 4 og transkripsjonsutdrag 3a).



Oppgave 4: Figurtalloppgave 2

Transkripsjonsutdrag 3a

1. (Åge tar i brikkene)
2. (Tor trommer med en blyant i bordet)
3. Anders (viser med fingrene på mønsteret på arket): Stopp (sier dette til Åge). Se nå! Se nå! Siden den har 3 mer, så tar den av der liksom. Se nå! Hvis den hadde vært 4, og ikke hatt noe der, så ... Se nå! Hva var det nå, igjen? Drit i da! (sier dette til Åge som trommer med fingrene, Tor følger med på arket, men ser ikke ut til å skjønne hvordan Anders tenker) (elevbilde 9)
4. (Tor ser ut i rommet, men vender tilbake til arket som Anders står bøyd over.)
5. (Åge vandrer rundt i rommet og ser ut til å ha mistet interessen).
6. (Anders vender tilbake til tavlen for å tegne med tusjen)
7. (Tor ser på tavlen)
8. Anders (tegner og setter noen streker på mønsteret mens han snakker lavt): Sånn, sånn.
9. Stille
10. (Åge går for å sette seg mens han snakker om andre ting. Tar noen brikker og starter å legge ett mønster på bordet.)
11. Anders (forklarer mønsteret på tavlen mens han viser med tusj og hånd): Den er 3 gange 2, der er det 2 (snakker om rektangelet i figur nr. 2). Den blir snudd, den er 3.
12. Tor (peker med hånden mot figur 2): Den er 8 til sammen!
13. Anders (viser videre på tavlen): Vent da. Drit i hvor mange det er. Der er det 2 (peker på figur 1) Loddrett (spørrende, ser på Tor), vannrett?
14. Tor: Vannrett.
15. (Åge tar fram oppgavearket og leser på dette)
16. Anders (viser videre på figur 2): Så blir det 2 loddrett ...
17. Tor (ser på tavlen): Mm
18. Anders: ... så er det 3 her (peker på de tre brikkene vannrett i rektangelet i figur 2), som er vannrett. De blir loddrett (peker på rektangelet i figur nr. 3). Da blir det 4
19. Tor (peker mot mønsteret og sier i munnen på Anders): 4 her
20. Anders (ser på Tor): så blir det 5
21. Tor (viser med fingrene på tavlen): 4 der og 5 der (viser til rektangelet i figur nr. 4)
22. Anders (viser med hånden mot kvadratet): Ja. Men de da?

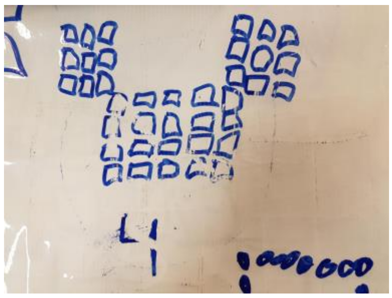
Bilde 9: Elevene prøver å skjønne hvordan figurtallet utvikler seg og hvordan figur nr. 4 vil se ut

I punkt 3 uttrykker Anders noe han har oppdaget i mønsteret som han ikke helt klarer å uttrykke. De to andre på gruppen skjønner ikke hva han mener, og Åge melder seg ut av den matematiske samtalen med å sette seg ned for å lese på oppgavearket, bruke brikkene, og snakke om andre ting enn oppgaven som de andre ikke viser interesse for. Tor ser på tavlen mens Anders tegner mønsteret, og forsøker å forstå hvordan han tenker. I punkt 12 påpeker Tor at det er 8 kvadrater i hele figuren som Anders peker på, men Anders er mer interessert i rektangelet, og da 2 x 3, som de blir enige om blir 2 loddrett og 3 vannrett (punkt 13-17), noe som gjør at de oppdager sammen hvor mange kvadrater det vil være i rektangelet i figur nr. 4 (punkt 19-21). Anders og Tor jobber videre med mønsteret på tavlen for å finne antall kvadrater i figur nr. 50, da Åge bryter inn i et forsøk på involvering (transkripsjonsutdrag 3b).

Transkripsjonsutdrag 3b

23. Åge (ser opp mot tavlen): Har dere gjort oppgave 2?
24. Ingen svarer
25. Anders (teller på tavlen og ser mot Tor): Da blir det pluss 5, da? Fordi ...
26. (Tor nikker)
27. Åge: Har dere gjort oppgave 2?
28. Tor (ser mot Åge og beveger seg mot bordet og brikkene): Ja, men de henger jo sammen ....
29. Åge: Har dere gjort oppgave 2?
30. Tor: Nei. Vi holder på med 3. Figur nr. 50
31. Åge ser tilbake på oppgavearket
32. Tor (peker på tavlen): Da kan vi ta den der og gange med 8 (mener kvadratet), eller noe sånt ...
33. Anders (tegner fortsatt på mønsteret på tavlen): Ja, vent. Så blir det. 4 pluss 5, det blir 9.
34. Tor (ser mot Anders): Figur nr. 50 kommer til å ha 48, tror jeg. Hvis vi plusser på de to da, så blir det 50, som vi gjorde i går eller for igår, eller jeg husker ikke.
35. Stille
36. Anders tegner på mønsteret på tavlen
37. Tor (ser ut i rommet): Noe sånt i hvert fall.
38. Anders (tegner på mønsteret): Vi er inne på noe nå (han har tegnet figur nr. 4 (se bilde 10 og elevarbeid 4). Det blir som en rubiks kube, den blir snudd hele tiden. Det blir sånn.

Bilde 10: To elever har kommet fram til hvordan figur nr. 4 vil se ut med å bruke tavle, tusj og ark.



Elevarbeid 4: Mønsteret på tavlen

Åge forsøker å involvere seg i samtalen (punkt 23, 27, 29), men lykkes ikke i å bli involvert i arbeidet som Anders holder på å ferdigstille på tavlen av figurnummer 4. Han gjør ett nytt forsøk på involvering (transkripsjonsutdrag 3c).

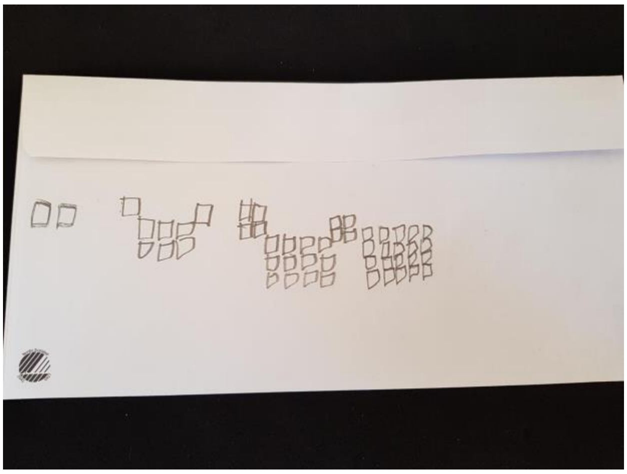
Transkripsjonsutdrag 3c

39. (Anders setter seg ned og Tor setter seg også ned. Åge reiser seg).
40. Tor (ser mot Anders): Skjønner du det nå?
41. Anders (ser på tavlen): Ja, litt. Da blir det 3 gange. 3 opphøyd i 2.
42. Tor (ser på Anders): 3 opphøyd i 2 er 9.
43. Åge står nå midt mellom dem (bilde 11)
44. Tor (ser på Anders og veiver med armen): Fordi du tenker 3 gange 3, og det er 9.
45. Anders (ser tilbake på Tor): Nei, da blir det 27. Fordi 3 gange 3 gange 3 gange (viser med fingrene).
46. Tor: Nei, 3 opphøyd i 2 er 9. 3 opphøyd i 3 er 27. 3 ganger 3 blir 9.
47. Åge (river til seg blyanten som Tor holder): Få den!
48. Tor (holder igjen): Nei.
49. Åge (holder fast): Jo
50. Tor (slipper): Ok, da
51. Stille
52. (Åge finner en konvolutt som han tegner på) (bilde 12).
53. (Tor og Anders ser først mot Åge og hva han skal, deretter mot tavlen.)

Bilde 11: Åge reiser seg og står midt mellom dem og ser på mønsteret på tavlen

Bilde 12: Åge tegner mønsteret på en konvolutt.

Anders og Tor forsøker å forstå hvordan de kan uttrykke de to kvadratene i mønsteret med bruk av potenser, og oppklarer en uenighet knyttet til 3 x 3 eller 3^3 (punkt 42-46). Åge river til seg blyanten etter å ha studert mønsteret på tavlen og tegner mønsteret på en konvolutt (elevarbeid 5).



Elevarbeid 5: Åge tegner mønsteret, og deler av figurnummer 4.

Åge kommer også med ett innspill når han har arbeidet en stund med denne (transkripsjonsutdrag 3d)

Transkripsjonsutdrag 3d

54. Åge (ser opp fra arket): Se da! Se da! Her er 2! Her er 2! (viser til 2 kvadrater i figur nr. 1). Så ganger du det med 4, så får du det (viser til antall firkanter i figur nr. 2). Så tar du det ...
55. Anders (ser på Åges mønster): Du er på det første mønsteret.
56. Åge: ... så tar det det å gange med 4, så får du den (viser til antall kvadrater i figur nr. 3)
57. Anders (ser på Åge): Nei.
58. Åge (ser på Anders): Jo.
59. Anders: 8 gange 4 er ikke 20
60. Stille
61. Tor: 8 gange 4 er 32
62. Anders (smiler lett): Ja, akkurat. Nå må han tenke her
63. Anders og Tor smiler
64. Tor: Han er inne på noe
65. Anders (smiler): Ja, men det var det første jeg sa, så kom jeg på at det var feil.

Åge gjør ett forsøk på å skjønne mønsteret, men det blir ikke godtatt av Anders siden han og Tor hadde snakket om dette i starten når de jobbet med mønsteret. Foruten gruppe 5, så brukte gruppe 1, 3 og 6 også tavle og tusj (tabell 1). I gruppe 1 var alle tre elevene i gruppen involvert i bruken av tavlen (bilde 13).

Bilde 13: Elevene lager ett figurtallmønster til en annen gruppe

I gruppe 3 og 6 var to av tre elever involvert i bruken av tavlen, og det var flere eksempler på hvordan to eller en jobbet på tavlen uten å klare å involvere flere (bilde 14 og 15).

Bilde 14: Gruppe 3 - En elev prøver å lage en generalisering av ett mønster uten å klare å involvere de andre to på gruppen

Bilde 15: Gruppe 6 – To elever arbeider på tavlen, mens en gjør noe annet.

Eksemplene jeg har trukket fram fra datamaterialet mener jeg viser at artefaktene ark og blyant kan fungere på en måte hvor elevene involverer hverandre, og veksler mellom rollen som lærer og elev for hverandre (gruppe 4). Samtidig kan funnene jeg har trukket fram tyde på at det er vanskelig å bli involvert hvis man kun bruker noen få artefakter gjennom hele arbeidet, og det ikke forekommer en veksling i rollene mellom elevene, slik som i gruppe 2. Dette har jeg eksemplifisert både gjennom Anders sitt gjentatte forsøk på involvering uten at de andre klarte å involvere ham, og Åges forsøk i gruppearbeid 5. I sistnevnte tilfelle arbeidet gruppen med tavle og tusj, hvor Åge gjør gjentatt forsøk på involvering og lykkes i noe grad gjennom å bruke ark og blyant (elevarbeid 5). Dette vil jeg komme tilbake til i diskusjonsdelen i kapittel 6.

5.3 Tre lag av generalitet: Semiotiske noder og sammentrekninger

Som jeg skrev i teoridelen (underkapittel 3.2) innebærer prosessen av objektivisering av kunnskap å plasserer noe i senter av oppmerksomheten (i bevisstheten) og føre dette ut i handlinger (Roth & Radford, 2011). Gjennom semiotiske noder kan vi identifisere segmenter i datamaterialet hvor dette forekommer. I tabell 4 har jeg identifisert semiotiske noder i datamaterialet (som jeg har presentert) som førte til en sammentrekning eller raffinering av de semiotiske aktivitetene. Disse er knyttet til tre grader av generalitet; faktisk, kontekstuell, og symbolsk.

Grupper	Eksempler på semiotisk sammentrekning - faktisk	Eksempler på semiotisk sammentrekning - kontekstuell	Eksempler på semiotisk sammentrekning - symbolsk
Gruppe 2		• Antall brikker i figur nr. 137	• Forsøk på generell formel (uten å lykkes)
Gruppe 4	• Areal av trapes • Egenskaper ved Drake	• Areal av rektangel og trekanter i trapes	

Gruppe 5	• Lengde multiplisert. med bredde i et rektangel i figurtall-mønster		

Tabell 4: Semiotiske sammentrekninger i datamaterialet med tre lag av generalitet

I arbeidet til gruppe 4 finnes eksempler på både faktisk og kontekstuell generalitet. Elevene arbeidet med ark og blyant på ett oppgaveark hvor trapeset ABJG var avbildet, og mål var oppgitt (oppgave 2). Når elevene skulle finne ut av sammenhengen mellom målene i trapeset og arealet, tegnet de en normal fra punkt G i trapeset til linjen AB, hvor skjæringspunktet ble kalt C. Dette gjorde at de kunne finne arealet av ett rektangel og to trekanter i trapeset, og på den måten finne arealet av trapeset ABJG ved å legge disse sammen. Vi kan dermed si at de jobbet med faktisk generalitet, med tegningen; gjennom peking, skissering, forklaringer, og bruk av matematiske symboler. Samtidig kan vi si at gruppen jobbet kontekstuelt, siden arealet av trekantene og rektangelet i trapeset var eksempler hvor elevene brukte kunnskapen de hadde til å klare finne arealet av disse geometriske figurene.

I arbeidet til gruppe 2 finnes eksempler på både kontekstuell generalitet og forsøk på symbolsk generalitet. Elevene i gruppe 2 arbeidet med et figurtallmønster som var illustrert med grønne og blå sirkler på ett ark (oppgave 3). To elever i gruppen diskuterte hvor mange sirkler det ville være i figurnummer 137, og ble enige om at dette måtte være 139, siden det alltid var 2 blå og at antall grønne tilsvarte figurnummeret. Elevene uttrykte kontekstuell generalitet med symboler som ble skrevet ned på ark, og ord for å avklare betydningen av disse. To elever gjorde også forsøk på symbolsk generalitet uten å lykkes, da 2b + g eller 2b + x, ikke ble meningsfullt for dem for å finne antall sirkler i en hvilken som helst figur. Elevene klarte ikke gi meningsinnhold til 2b. For å kunne klare dette måtte elevene ha «løftet» seg ut av det konkrete eksempelet med de 2 blå, og sett at dette kunne blitt skrevet med konstanten 2 i alle tilfeller av samme mønster.

I arbeidet til gruppe 5 finnes eksempel på faktisk generalitet da elevene jobbet med å finne antall kvadrater i figurnummer 4 (oppgave 4). I arbeidet med figurmønsteret på tavlen klarte to av elevene å finne en sammenheng mellom lengden og bredden i rektangelet i figuren som ledet dem til å finne antall kvadrater i figurnummer 4. Med utgangspunkt i å tegne mønsteret på tavlen, se på tegningen på arket, peke og gestikulere, og forklare for hverandre klarte elevene dette, og vi kan si at de jobbet med faktisk generalitet.

6. Diskusjon

I kapittelet skal jeg drøfte funnene jeg har presentert i resultatdelen og analysen, og sette dette i sammenheng med tidligere forsking og teori. Det overordnede spørsmålet som jeg ville svare på i forskningsprosjektet har vært: Hvordan involverer elevene hverandre i gruppearbeid med bruk av ulike artefakter? For å svare på dette har jeg laget tre spørsmål, som også er underoverskrifter i dette kapittelet. Jeg kommer først til å drøfte funnene jeg har gjort av elevenes bruk av ulike artefakter: Spørsmålet var da hva slags artefakt elevene valgte å bruke og hvordan de involverte hverandre i arbeidet med disse? Finnes det forskjeller i måten involveringen skjedde med tanke på bruk av artefaktene. Jeg kommer drøfte hvilke muligheter vi kan si finnes i bruken av de ulike artefaktene til å involvere hverandre. Hvilke styrker og svakheter kan vi si finnes artefaktene på bakgrunn av resultatene som er presentert? Det vil også være sentralt å trekke fram hvilke sosiale og sosiomatematiske normer som preget arbeidet til gruppene og hvordan den proksimale utviklingssonen ble utviklet sammen eller ikke. Dette har betydning for det tredje delspørsmålet i arbeidet: Hvorfor blir noen involvert og andre ikke i den matematiske samtalen i gruppen? I denne delen vil jeg drøfte hvem vi kan si hadde tilgang til det matematiske faginnholdet som ble utviklet gjennom den matematiske samtalen, og reflektere over hvordan valget av artefakter hadde betydning for dette.

6.1 Involvering og artefakter: Hva slags artefakter velger elevene å bruke? Hvordan involverer elevene hverandre i arbeid med disse?

I presentasjonen av resultatene viste jeg en tabell (tabell 1) med en oversikt over alle gruppenes bruk artefakt. Én gruppe var den eneste som kun brukte artefaktene ark og blyant i hele arbeidsperioden. Det var også den eneste gruppen som ikke klarte å involvere alle tre deltakerne i den matematiske samtalen i gruppen i løpet av arbeidet. Valg av artefakt har betydning for hvilke muligheter som skapes for læring (Säljö, 2001). Ark og blyant krever både gode lese- og skriveferdigheter, noe som kan være utfordrende for flere elever, spesielt elever med dysleksi eller andre utfordringer knyttet til lesing og skriving. I transkripsjonsutdrag 2a markerer eleven Anders uenighet i valg av artefakt: «Trenger du å skrive oppgaven for å tenke på det»? Eleven markerer uenighet omkring løsningsforslaget 2b senere i arbeidet, gjentatte ganger ved å si dette; «jeg er uenig,» uten å bli hørt eller bli involvert i arbeidet. De to andre elevenes begrunnelse for dette var at de opplevde at eleven ikke tok oppgaven seriøst med å «tulle» tidligere i gruppearbeidet.

Det er interessant at rollen til Anders skiftet i gruppearbeid 5, hvor de valgte å jobbe med flere artefakter; tavlen, tusj og ark. Anders tegner opp mønsteret i samarbeid med Tor, og de klarer å finne antall kvadrater i figur nr. 4 gjennom en felles dialog hvor de deler dette gjennom illustrasjoner, tegninger, og symboler på tavlen. Bruk av tavle, tusj og dialogen gir Åge mulighet til å bli involvert, siden han kan se det som skjer på tavlen og høre dialogen selv om han leser på arket og holder på med brikkene. Han river til seg en blyant fra Tor og tegner deler av mønsteret på en konvolutt, noe som gjør at han klarer deler av oppgaven og kommer med et innspill på hvordan mønsteret utvikler seg som de andre hører på og kritiserer. I denne perioden av arbeidet er de også stille sammen, noe som inviterer Åge inn i den matematiske samtalen. Hans innspill blir kritisert. Jeg vil hevde at Åge lykkes i å bli involvert i den matematiske samtalen gjennom elevenes valg i å være stille sammen, la Åge forklare og vise, og kritisere hans innspill. Dette samsvarer med tre inviterende handlinger som Simensen (2022) observerte i sin avhandling om lavt-presterende elevers bidrag i gruppearbeid. Jeg sier ikke med det at Åge er en lavt-presenterende elev, selv om dette samsvarer. Åge viser, forklare, begrunner eller rekonstruerer, og praktiserer dermed fire nøkkelhandlinger som gjør han involvert i den matematiske samtalen.

Sammenligner vi de to gruppene og deres evne til involvering av hverandre, så kan si at bruk av tavle, tusj og ark fungerte på en måte som involverte flere i gruppen. Åge kunne følge med på de to andre elevenes arbeid, uten å involvere seg før han selv hadde en oppfatning eller forslag til bidrag i gruppen. Elevene var stille sammen når Åge (bilde 12) tegnet mønsteret, og han ble utfordret til å forklare dette, noe som også ble kritisert av de andre. Vi kan dermed si at Åge ble involvert og deltakende i gruppearbeidet gjennom disse tre handlingene, noe som nevnt samsvarer med funn i tidligere forskning av handlinger og bruk av artefaktene tavle og tusj (Liljedahl et al., 2021; Simensen, 2022). Anders som i det tidligere gruppearbeidet hadde blitt ignorert og avvist, selv etter gjentatte forsøk, viste evne til å lytte og kritisere i gruppearbeid 5. Han bidro ikke med flere forsøk på faglig involvering i det første gruppearbeidet, hvor de kun arbeidet med ark og blyant, etter å bli ignorert og avvist flere ganger i gruppen. Dette samsvarer med funn i tidligere forskning på lavt-presterende elevers bidrag i gruppearbeid når de blir ignorert og avvist (Simensen, 2022). Selv om jeg ikke vil definere Anders som lavt-presterende så er sammenligningen relevant, siden Anders ikke lykkes å bli involvert i den matematiske samtalen og kom heller ikke med flere forsøk etter gjentatt ignorering og avvising. Anders var både uenig i valg av artefakter, og i løsningsforslag, og fikk heller ikke muligheten til å begrunne dette. Det kan tyde på at gruppens medlemmer ikke hadde utviklet gode nok sosiale normer knyttet til det å respektere og lytte til hverandres bidrag, og det bør derfor jobbes videre med. I gruppearbeid er dette krav som stilles til deltakerne, og det kan jobbes med å utvikle dette i undervisning, slik at elevene utvikler denne evnen (Sjöblom & Meaney, 2021).

Involveringen av alle i gruppen kan altså sies å være noe større i gruppen som brukte tavle, tusj og ark som artefakter framfor ark og blyant. Noe som sagt samsvarer med forskning på elevers deltakelse i bruk av tavler og tusj (Liljedahl et al., 2021). Det er viktig å merke seg at dette var en sammenligning mellom to grupper (gruppe 2 og gruppe 5), hvor også krav til sosiale normer spiller inn. I resultatdelen finnes det eksempler på arbeid med artefaktene ark og blyant som fungerte på en involverende måte for alle de tre deltakerne. I 3 av 6 gruppearbeid var alle involvert i arbeidet med artefaktene ark og blyant, og i gruppe 4 vekslet rollen mellom å være lærer og elev for hverandre mellom Knut og Ludvig når de var uenig omkring lengden av en sidelengdene i trapeset, og hvordan de kunne finne arealet av trapeset (transkripsjonsutdrag 1b og 1c). For denne gruppen fungerte ark og blyant som en samlingsplass for hva elevene fant ut underveis i det utforskende arbeidet. Dette viste de gjennom å skissere en normal fra ett punkt, angi mål på ulike linjestykkene, og gjennom dette løse oppgaven. Elevene i denne gruppen viste gjennom arbeidet at de hadde utviklet sosiale normer knyttet til det å respektere hverandres bidrag og lytte til hverandre, noe som er blitt betont av lærer som viktig i undervisning fra 8. trinn. Denne gruppen var den eneste gruppen som var fra 9. trinn i forskningsarbeidet, og det kan tenkes at elevene har blitt påvirket av de sosiale normene som preger klasseromskulturen fra 8 trinn. Hvis lærer arbeider bevisst med sosiale normer som vektlegger å lytte til hverandres forklaringer og stille oppklarende spørsmål underveis, så kan elevene klare å utvikle dette (Sjöblom & Meaney, 2021). Gruppen tillot hverandre å være stille sammen, lyttet til hverandres forklaringer, og stille oppklarende spørsmål når det var noe de ikke forstod. Elevene klarte også å oppklare en misforståelse omkring geometriske kjennetegn ved drake og parallellogram, gjennom arbeidet med konkreter; figurer, og ord og håndbevegelser. Henny ble på denne måten lærer for de andre to, og elevene vekslet på rollene som lærer og elev for hverandre. Det er kjennetegn i det Roth og Radford (2011) kaller en symmetrisk utvikling av den proksimale utviklingssonen. Alle tre elevene var involvert i arbeidet.

Hvorfor skjedde ikke dette i det første gruppearbeidet (gruppe 2)? Her jobbet de også med ark og blyant i hele arbeidsprosessen, men klarte altså ikke å involvere Anders i arbeidet. Som tidligere nevnt stilte han spørsmål med både valg av artefakter, og løsningsforslaget 2b. 2b hadde de to andre elevene kommet fram til som et forslag til generell formel av figurmønsteret som var basert på den konkrete figuren, hvor det alltid var to blå sirkler i hver figur (oppgave 3). For elevene var betydningen av uttrykket 2b; to blå sirkler. Dette gir ikke mening i matematisk symbolbruk som 2b, siden det betyr 2 multiplisert med en variabel. Noe vi kjenner som en vanlig misoppfatning i utvikling av algebra, som bør diskuteres og korrigeres (Kiernan et al., 1996). Elevene klarte ikke å «løsrive» det konkrete eksempelet i arbeidet til å rettes mot et matematisk objekt, hvor 2 er en konstant i uttrykket de prøvde å finne. De klarte ikke å oppklare dette i den matematiske samtalen, hvor det heller ikke var lik tilgang for alle, siden den ene eleven ble ignorert og avvist. Elevene klarte dermed ikke gi mening til uttrykket 2b + x, og elevene utviklet ikke en proksimal utviklingssone sammen, hvor de kunne oppklare misforståelser knyttet til symbolbruken.

6.2 Involvering og sosiale og sosiomatematiske normer: Hvorfor blir noen involvert og andre ikke i den matematiske samtalen i gruppen?

Resultatene som er presentert i forskningsarbeidet viser betydningen av hvilke sosiomatematiske normer som preger elevene i gruppen, og hva det har å si for hvilke muligheter som finnes for å bli involvert i den matematiske samtalen. I gruppe 2 var to av tre elever involvert i den semiotiske sammentrekningen (kontekstuell), hvor elevene kom fram til antall brikker i figur nr. 137. Det var to elever som arbeidet med ark og blyant, og brukte ord og symboler i den matematiske samtalen for å klare dette. Det kan tenkes at arbeid med flere artefakter kunne hatt betydning for elevenes evne til involvering av den tredje eleven, Anders. Åge ble som Anders ignorert og avvist i forsøket på involvering i sin gruppe, men hadde tilgang til arket (med oppgaven) og tavlen (de andre deltakernes forslag), og kunne på den måten bruke andre artefaktene ark og blyant (konvolutt) for å bli involvert (elevarbeid 5) i samtalen. Alle tre deltakerne fikk dermed tilgang til det matematiske læreinnholdet gjennom den semiotiske sammentrekning (faktisk), hvor de fant antall kvadrater i figur nr. 4.

I gruppe 4 klarte elevene å være stille sammen, lytte, og stille hverandre kritiske spørsmål underveis, og på den måten hadde de lik tilgang til lærestoffet som utviklet seg gjennom gruppearbeidet. Elevene i denne gruppen søkte kontakt med hverandre, oppdaget nye ting underveis, tenkte sammen gjennom å veksle mellom å være stille, snakke og stille spørsmål. De identifiserte også viktige poeng, utfordret hverandres tenkning, og reformulerte og evaluerte sammen. Dette er kjennetegn vi kjenner fra det å jobbe i et «undersøkelseslandskap» (Alrø & Skovsmose, 2006). Arbeidet til gruppen samlet seg omkring artefaktene ark og blyant, og figurene til utklipp. Med tanke på den sosiomatematiske normen sofistikert matematisk tenkning, så bearbeidet elevene hverandre forslag og påstander på en slik måte at de klarte å finne arealet av trapeset. Gjennom kontekstuell generalitet, hvor de brukte formlene for areal av rektangel og trekant, så klarte elevene dette. På den måten raffinerte de eller utviklet de den matematiske tenkningen sin underveis i undersøkelseslandskapet, noe en lærer kunne forsøkt å gjøre, men som elevene utviklet sammen. Det interessante i denne sammenhengen er at elevene var lærere for hverandre og veksler på denne rollen. Da ble det symmetriske i relasjonene tydelige, og respekten for hverandres bidrag var det som dominerer de sosiomatematiske normene i gruppen. De hadde dermed mulighet for å utvikle det vi kan kalle en intellektuell autonomi i faget (Yackel & Cobb, 1996). Det vil si at eleven kan klare å delta i praksisfellesskapet, hvor man både aksepterer andres forklaringer, påstander og argument, og fremmer egne.

7. Konklusjon og pedagogiske implikasjoner

Det overordnete spørsmålet i forskningsarbeidet var: Hvordan involverer elevene hverandre i gruppearbeid med bruk av ulike artefakter? For å svare på dette laget jeg tre delspørsmål: (1) Hva slags artefakter velger elevene å bruke? (2) Hvordan involverer elevene hverandre i arbeid med artefaktene? (3) Hvorfor blir noen involvert og andre ikke i den matematiske samtalen i gruppen?

7.1 Konklusjoner på forskningsspørsmålene

Som svar på det første delspørsmålet har jeg presentert tabeller som viser oversikt over hvilke artefakter elevene arbeidet med og hvor mange som var involvert i arbeid med disse (tabell 1 og 2). Alle gruppene valgte å bruke artefaktene ark og blyant, noen grupper valgte også å bruke ulike konkreter og tavle med tusj. Et funn i datamaterialet som jeg har argumentert for er at grupper som brukte flere artefakter klarte å involvere alle elevene i gruppen i samtalen, enn de som brukte færre. Gruppe 2 brukte artefaktene ark og blyant, og gruppen klarte ikke å involvere alle deltakerne i samtalen i gruppen. Gruppe 4 brukte ark, blyant og konkreter, og klarte å involvere alle elevene i gruppen i samtalen. I gruppe 5 brukte elevene ark, blyant, tavle og tusj, og klarte å involvere alle elevene i gruppen i samtalen.

Elevene involverte hverandre på ulike måter i arbeid med artefaktene. I gruppe 4 var alle elevene involvert i arbeid med artefaktene, hvor arket var en samlingsplass for hva elevene fant ut underveis i arbeidet, og sammen med arbeid med blyant og konkreter gjorde det at rollene til elevene vekslet mellom å være lærer og elev for hverandre. I gruppe 5 ble alle elevene involvert i arbeidet gjennom bruk av flere artefakter, hvor elevenes bruk av tavle, tusj og ark gjorde det mulig for elevene å komme med innspill, stille spørsmål, være stille sammen, lytte, og kritisere hverandres tenkning. Eleven Åge ble på denne måten involvert i samtalen, og hadde tilgang til den semiotiske sammentrekningen (faktisk) i gruppen. I gruppe 2 hadde kun to av tre elever tilgang til den semiotiske sammentrekningen (kontekstuell) da elevene ikke lykkes i å involvere alle deltakerne i gruppen. De to elevene som var involvert i samtalen klarte ikke gi mening til uttrykket 2b + x, og fikk dermed ikke drøftet forståelsen av symbolene.

Hvorfor ble ikke alle elevene involvert i samtalen? For det første har jeg argumentert for at elevenes valg av artefakter var av betydning. I gruppe 2 arbeidet elevene med ark og blyant, mens gruppe 5 brukte elevene ark, tusj og tavle. Tavlen var synlig for elevene og på den måten kunne alle følge med i samtalen underveis og komme med innspill. For det andre har jeg argumentert for at sosiale og sosiomatematiske normer som dominerte elevene i gruppen var av betydning. I gruppe 2 klarte ikke elevene å lytte til alle deltakernes spørsmål i gruppen. Eleven Anders opplevde å bli ignorert og avvist når han stilte spørsmål til valg av artefakter og løsningsforslaget 2b. I grupper hvor alle elevene var involvert klarte elevene å lytte til hverandre og stille oppklarende spørsmål underveis. Dette var spesielt tydelig i gruppe 4. I denne gruppen var alle deltakerne involvert i å finne og bruke arealformlene for rektangel og trekant i den semiotiske sammentrekningen (kontekstuell). Da klarte elevene sammen å finne arealet av det konkrete trapeset, og diskutere egenskaper ved drake i forhold til parallellogram. Elevene viste respekt for hverandres forklaringer og argumenter, og de utviklet en symmetrisk relasjon, hvor de brukte den proksimale utviklingssonen mellom dem på en effektiv måte. Elevene stilte hverandre oppklarende spørsmål underveis for å oppklare misforståelse knyttet til begrepene. Elevenes forståelse og bruk av matematiske fagbegreper henger altså sammen med de sosiale og sosiomatematiske normene. Hvis elevene ikke praktisere disse utvalgte normene som jeg har nevnt, slik som i gruppe 2, så blir ikke alle elevene involvert i samtalen. Da har ikke elevene lik tilgang til fagstoffet, og elevene opprettholder misforståelser som kan utvikles til misoppfatninger i faget, noe som i dette tilfelle innebar symbolbruken i algebra knyttet til et bestemt uttrykk, 2b+x.

For å oppsummere konklusjonen så blir flere elever involvert i gruppearbeidets matematiske samtale når de bruker flere artefakter. Elevene bør derfor jobbe med flere artefakter enn to (ark og blyant) i gruppearbeidet. Det vil øke sannsynligheten for at alle elevene blir involvert i samtalen, noe som også kan påvirke den matematiske samtalen, og føre til oppklaringer av misforståelse knyttet til forståelse og bruk av begreper i faget. Elever som klarer å praktisere sosiale normer som å lytte til hverandre, stille oppklarende spørsmål, være stille sammen og kritisere hverandres forslag klarer i større grad å involvere alle i gruppen enn de som ikke praktiserer disse. Disse henger sammen med hvordan man oppfatter hva som er en god forklaring eller et godt argument i matematikk, og det er derfor avgjørende at elevene jobber med sosiomatematiske normer knyttet til dette. Respekten for hverandres matematiske forklaring og argument må ligge til grunn, noe den gjorde i grupper som klarte å involvere alle i samtalen.

7.2 Kritisk diskusjon av begrensninger og styrker i studien

I denne kasusstudien har jeg hatt et avgrenset fokus knyttet til seks gruppearbeid, hvor jeg har valgt ut noen få episoder i et stort datamateriale, hvor elevene på en eller annen måte gjør forsøk på å involvere hverandre, spesielt når en elev i gruppen ikke er involvert. Disse episodene har jeg beskrevet så inngående som mulig gjennom de transkriberte utdragene, tolket i lys av gruppeintervjuene i etterkant, og elevarbeidene som de produserte underveis. Det er de utvalgte episodene av de 16 elevenes arbeid som utgjør grunnlaget for funnene i dette forskningsarbeidet. Både elevene og gruppene ble valgt ut og satt sammen tilfeldig (alt etter hvem som ønsket å være med i prosjektet), og hensikten var å beskrive deres handlinger knyttet til involvering i gruppen så inngående som mulig. På den måten får konklusjonene og funnene i studien validitet. I kapittel 6 har jeg aktualisert og drøftet funnene i datamaterialet og analysen. Funnene er drøftet i lys av andre studier av elevers gruppearbeid (Simensen, 2022), bruk av utvalgte artefakter (tavle og tusj) i grupper (Liljedahl et al., 2021) og noen sosiale normer (for eksempel å være en aktiv lytter) (Sjöblom & Meaney, 2021). Funnene er gjenkjennbare med hensyn til handlinger som skjer i grupper gjennom å lytte, være stille sammen, stille spørsmål, kritisere, ignorere og avvise. Elevenes bruk av tavle og tusj er også artefakter som jeg har påpekt påvirker elevenes involvering.

I forskningsprosjektet har jeg redegjort for valg jeg har gjort, og mener validiteten til prosjektet ligger i dette, og nøyaktigheten i beskrivelsene i de utvalgte episodene og hvordan disse henger sammen med elevenes tolkning (intervju) og arbeid (elevarbeid). Jeg har på denne måten kommet tett på elevene, og studien er på den måten nær praksisen som mange lærere arbeider i, og relevant for praksisfeltet på den måten. For å klare dette har jeg brukt filmopptak, noe som kan ha påvirket resultatet i forskningsprosjektet. Mitt inntrykk var at elevene i det store og hele glemte at de ble filmet, men jeg kan ikke utelukke at det påvirket resultatet, og i noen tilfeller så jeg at det påvirket elevenes fokus (men det varte ikke så lenge). Et alternativ kunne vært å observere elevene eller tatt filmopptak av deres arbeid i klasserommet. Dette utelukker ikke at de kunne blitt påvirket av filmingen, men min erfaring fra dette er at de glemmer det, og de retter søkelyset mot oppgaven de jobber med. Jeg vurderte det slik at jeg ville få bedre lyd og bilde av elevenes arbeid i et eget rom, og mener det styrker nøyaktigheten og kvaliteten i datamaterialet, siden jeg hadde god lyd til transkribering og gode bilder av kroppsbevegelser; så som gester, ansiktsuttrykk og håndbevegelser. Dessuten tilsvarer forskningsprosjektets fokus i gruppearbeidet den første fasen, hvor elevene skal komme i gang med arbeidet, og komme med egne forslag til hverandre, før en lærer kommer inn som veileder. Det passet derfor fint at elevene ikke hadde tilgang på lærer i rommet. Selv om jeg av og til var innom, så skjedde det ikke en form for veiledning av gruppene, noe som heller ikke var fokuset i prosjektet.

7.3 Pedagogiske implikasjoner og videre forskning

En pedagogisk implikasjon av forskningsfunnene i denne studien bør være at lærere tilrettelegger for bruk av flere artefakter i gruppearbeid. Elevene bør ha ulike artefakter tilgjengelig for å løse utforsking- og problemløsningsoppgaver, siden studiet viser at det øker sjansen for involvering og deltakelse fra alle i gruppen hvis man bruker flere artefakter i arbeidsperioden. Studien viser at artefaktene skaper ulike muligheter for å bli involvert i den matematiske samtalen i gruppen. Alle gruppene valgte å bruke artefaktene ark og blyant, noe som var kjent for elevene gjennom undervisning, og det var hensiktsmessig som en samlingsplass for hva gruppene fant ut underveis i arbeidet. Halvparten av gruppene klarte ikke å involvere alle gjennom arbeidet med disse artefaktene, noe som gjør at jeg mener det viktig for elevene å ha tilgjengelig andre artefakter, så som for eksempel vertikale ikke-permanente tavler og konkreter. Konkreter var det artefaktet som klarte å involvere alle i gruppen samtidig i flest tilfeller, og det skapte dermed nye muligheter for involvering i den matematiske samtalen for elevene. Når det gjelder bruken av tavlen, så var det sjeldent at alle elevene var involvert i arbeidet på samme tid. Fordelen med bruk av tavlen var at det hang på en vegg, og elevene kunne følge med på det som ble gjort der (som en samlingsplass for hva gruppen har funnet ut), og de hadde dermed muligheten for å komme inn i den matematiske samtalen underveis, selv om de jobbet med ett annet artefakt samtidig (konkreter, ark, blyant). Denne sammenhengen bør det forskes videre på. Ett fokusområdet kunne vært hvordan bruken av tavle og tusj påvirker samtalen blant elever sammenlignet med bruken av ark og blyant. Er det kvalitetsforskjell med hensyn til forståelse og bruk av fagbegreper. Som jeg har argumentert for så er det viktig for kvaliteten i samtalen at alle i gruppen bidrar for å utvikle dette, noe tavlen åpnet for i arbeid med utforsking- og problemløsningsoppgaver i dette forskningsprosjektet.

En annen pedagogisk implikasjon av forskningsarbeidet mener jeg er at lærere bør vektlegge å utvikle sosiale og sosiomatematiske normer i undervisning, hvor elevene utvikler respekt for hverandres bidrag i matematikk. Studien viser at elevene i grupper som viser evne til å lytte, stille oppklarende spørsmål, forklare sin matematiske tenkning, stille kritiske spørsmål og tillate seg til å endre mening basert på argumenter, har større sjanser for å involvere alle i gruppen, og også diskutere betydningen til sentrale fagbegreper. Hvis man ikke legger til rette for å utvikle disse normene, så kan det føre til at misforståelser knyttet til begreper og symbolbruk, som ikke blir oppklart og diskutert. Det er derfor viktig at lærer vektlegger dette som sentrale og viktige normer som skal prege klasseromskulturen. Det bør også undersøkes videre. Videre forskningsarbeid kunne sammenlignet gruppearbeider hvor man hadde praktisert en vektlegging av sosiomatematiske normer knyttet til forklaringer og argumentasjon i undervisning i en periode, med andre grupper som hadde vektlagt andre sosiomatematiske normer.

7.4 Avsluttende refleksjon

Forskningsarbeidet har vært en spennende og lærerik prosess for meg som student og lærer. Jeg har fått lov til å fordype meg i hvordan elevene arbeider og samarbeider i grupper, gjennom å plassere meg noe mer på avstand enn det jeg vanligvis gjør som lærer. Jeg sitter igjen med en opplevelse av mer innsikt i hvordan gruppeprosessene foregår blant ungdommer, og hva jeg bør rette søkelys mot i det videre arbeidet for å tilrettelegge for denne undervisningsformen. Jeg er imponert over deres evne til utholdenhet og pågangsmot i møte med både de sosiale og faglige kravene som stilles i gruppearbeid med utforsking- og problemløsingsoppgaver. Kort sagt vil jeg si at ungdommene som var med i prosjektet imponerte meg. De ønsket å løse oppgavene jeg gav dem sammen, og gjorde mange forsøk på dette. Gjennom personalsamlinger har jeg delt dette med kollegaer på egen skole. Jeg har påpekt viktigheten av å minne oss som jobber i skolen på at ungdommer ønsker å få det til, viser utholdenhet til å stå i vanskelige problemer, og gjør mange forsøk på både å bli involvert og involvere hverandre for å løse oppgavene de står i. Med innføring av fagfornyelsen er gruppearbeid en viktig undervisningsform å lykkes med for å jobbe med kompetanse i knyttet til kjerneelementene i faget. Jeg har lært hvor krevende dette er både faglig og sosialt for elevene, og vil i det videre jobber for å utvikle elevenes tilgang til forskjellige artefakter, trening i sosiale ferdigheter, og hva som kan sies å være gode forklaringer og argumenter i matematikk. Jeg håper denne studien har kastet noe lys over dette, og kan bidra til å inspirere andre til å tilrettelegge for at ungdom lykkes med utforsking- og problemløsningsoppgaver i gruppearbeid.

8.0 Kildeliste

Alrø, H. & Skovsmose, O. (2006). Undersøgende samarbejde i matematikundervisningen: udvikling af IC-Modellen. I O. Skovsmose & M. Blomhøj (Red.), *Kunne det tænkes?: om matematiklæring* (s. 110-126). Malling Beck.

Baxter, P. & Jack, S. (2008). Qualitative case study methodology: study design and implementation for novice researchers. *Qualitative report*, *13*(4), 544-559.

Cobb, P., Boufi, A., McClain, K. & Whitenack, J. (1997). Reflective discourse and collective reflection. *Journal for Research in Mathematics Education*, *28*(3), 258-277. https://www.jstor.org/stable/749781

Esmonde, I. (2009). Ideas and Identities: Supporting Equity in Cooperative Mathematics Learning. *Review of educational research*, *79*(2), 1008-1043.

Gilje, N. & Grimen, H. (1995). *Samfunnsvitenskapenes forutsetninger : innføring i samfunnsvitenskapenes vitenskapsfilosofi* (2. utg.). Universitetsforlaget.

Kazemi, E. & Hintz, A. (2014). *Intentional talk : how to structure and lead productive mathematical discussions*. Stenhouse Publishers.

Kiernan, C., Lee, L. & Bednarz, N. (Red.). (1996). *Approaches to algebra : perspectives for research and teaching* (Bd. 18). Kluwer.

Lampert, M. (1990). When the Problem Is Not the Question and the Solution Is Not the Answer: Mathematical Knowing and Teaching. *American Educational Research Journal*, *27*(1), 29-63. https://journals.sagepub.com/doi/abs/10.3102/00028312027001029

Liljedahl, P., Zager, T. J. & Wheeler, L. (2021). *Building thinking classrooms in mathematics, grades K-12 : 14 teaching practices for enhancing learning*. Corwin.

Lorange, A. & Rinvold, R. A. (2014). Students' strategies of expanding fractions to a common denominator - a semiotic persepective. *Nordic Studies in Mathematics Education*, *19*(2), 57-75. http://ncm.gu.se/wp-content/uploads/2020/06/19_2_057076_lorange.pdf

Luck, L., Jackson, D. & Usher, K. (2006). Case study: a bridge across the paradigms. *Nursing Inquiry 13*(2), 103-109. https://doi.org/10.1111/j.1440-1800.2006.00309.x

Mehan, H. (1979). 'What time is it, Denise?": Asking known information questions in classroom discourse. *Theory into practice*, *18*(4), 285-294.

Postholm, M. B. & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanningen*. Cappelen Damm Akademisk.

Radford, L. (2002). The Seen, the Spoken and the Written: A Semiotic Approach to the Problem of Objectification of Mathematical Knowledge. *For the learning of mathematics*, *22*(2), 14-23.

Radford, L. (2006). *Algebraic thinking and the generalization of patterns: a semiotic perspective*. Proceedings of the 28th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, North American Chapter Mérida.

Radford, L. (2021). *The theory of objectification : a Vygotskian perspective on knowing and becoming in mathematics teaching and learning* (Bd. 4). Brill Sense.

Roth, W.-M. & Radford, L. (2011). *A cultural-historical perspective on mathematics teaching and learning* (Bd. 2). Sense Publishers.

Simensen, A. M. (2022). *Matematiske læringsmuligheter for alle - En styrkebasert flerkasusstudie om elever som presterer lavt i matematikk sin deltakelse i heterogene smågrupper* [Doktogradsavhandling, Universitetet i Agder]. https://uia.brage.unit.no/uia-

xmlui/bitstream/handle/11250/2987450/Simensen%20avhandling%202022_03_07.pdf?sequence=2&isAllowed=y
Sjöblom, M. & Meaney, T. (2021). “I am part of the group, the others listen to me”: theorising productive listening in mathematical group work. *Educational studies in mathematics*, *107*(3), 565-581. https://doi.org/10.1007/s10649-021-10051-2
Skott, J., Skott, C. K., Jess, K. & Hansen, H. C. (2018). *Matematik for lærerstuderende : Delta 2.0 Fagdidaktik, 1.-10. klasse* (2. utg.). Samfundslitteratur.
Stake, R. E. (1995). *The art of case study research*. Sage.
Stein, M. K. & Smith, M. S. (1998). Mathematical Tasks as a Framework for Reflection: From Research to Practice. *Mathematics teaching in the middle school*, *3*(4), 268-275.
Stølen Gustavsen, T., Hinna Ran Choi, K., Borge, I.C., Andersen, P.S. (Red.). (2014). *QED 5-10 : matematikk for grunnskolelærerutdanningen* (Bd. 2). Høyskoleforlaget.
Sullivan, P., Knott, L. & Yang, Y. (2015). The Relationships Between Task Design, Anticipated Pedagogies, and Student Learning. I A. Watson & M. Ohtani (Red.), *Task Design In Mathematics Education* (s. 83-114) (New ICMI Study Series). Springer Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-09629-2_13
Säljö, R. (2001). *Læring i praksis : et sosiokulturelt perspektiv*. Cappelen akademisk.
Teddlie, C. & Tashakkori, A. (2009). *Foundations of mixed methods research : integrating quantitative and qualitative approaches in the social and behavioral sciences*. SAGE.
Utdanningsdirektoratet. (2019, 18 november). *Hva er kjerneelementer?* https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/stotte/hva-er-kjerneelementer/
Utdanningsdirektoratet. (2022, 7 juni). *Fagrelevans og sentrale verdiar*. https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/fagets-relevans-og-verdier
Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society : the development of higher psychological processes*. Harvard University Press.
Wellington, J. (2015). *Educational research: Contemporary issues and practical approaches* (2. utg.). Bloomsbury Publishing.
Wæge, K. & Nosrati, M. (2018). *Motivasjon i matematikk*. Universitetsforlaget.
Yackel, E. & Cobb, P. (1996). Sociomathematical Norms, Argumentation, and Autonomy in Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, *27*(4), 458-477. http://www.jstor.org/stable/749877
Zack, V. & Graves, B. (2001). Making Mathematical Meaning through Dialogue: "Once You Think of It, the Z Minus Three Seems Pretty Weird". *Educational studies in mathematics*, *46*(1/3), 229-271.

9.0 Vedlegg

9.1 Godkjenningsbrev fra SIKT

Vurdering

Skriv ut | 04.11.2022

Referansenummer	Type	Dato
748049	Standard	04.11.2022

Prosjekttittel
Kommunikasjon og inkludering i matematikkundervisning

Behandlingsansvarlig institusjon
Universitetet i Agder / Fakultet for teknologi og realfag / Institutt for matematiske fag

Prosjektansvarlig
Linda Gurvin Opheim

Student
Frode Kristensen

Prosjektperiode
01.11.2022 - 31.03.2023

Kategorier personopplysninger
Alminnelige

Rettslig grunnlag
Samtykke (Personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a)

Behandlingen av personopplysningene kan starte så fremt den gjennomføres som oppgitt i meldeskjemaet. Det rettslige grunnlaget gjelder til 25.06.2023.

Meldeskjema

Kommentar
OM VURDERINGEN
Personverntjenester har en avtale med institusjonen du forsker eller studerer ved. Denne avtalen innebærer at vi skal gi deg råd slik at behandlingen av personopplysninger i prosjektet ditt er lovlig etter personvernregelverket.

Personverntjenester har nå vurdert den planlagte behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at behandlingen er lovlig, hvis den gjennomføres slik den er beskrevet i meldeskjemaet med dialog og vedlegg.

VIKTIG INFORMASJON TIL DEG
Du må lagre, sende og sikre dataene i tråd med retningslinjene til din institusjon. Dette betyr at du må bruke leverandører for spørreskjema, skylagring, videosamtale o.l. som institusjonen din har avtale med. Vi gir generelle råd rundt dette, men det er institusjonens egne retningslinjer for informasjonssikkerhet som gjelder.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET
Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 25.06.2023.

LOVLIG GRUNNLAG UTVALG 1
Prosjektet vil innhente samtykke fra foresatte til behandlingen av personopplysninger om barna. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte/foresatte kan trekke tilbake.

Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være foresattes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

PERSONVERNPRINSIPPER
Personverntjenester vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:

- lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at foresatte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen
- formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke viderebehandles til nye uforenlige formål
- dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet
- lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

DE REGISTRERTES RETTIGHETER
Personverntjenester vurderer at informasjonen om behandlingen som de registrerte og deres foresatte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.

Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18) og dataportabilitet (art. 20).

Vi minner om at hvis en registrert/foresatt tar kontakt om sine/barnets rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER
Personverntjenester legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og eventuelt rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

MELD VESENTLIGE ENDRINGER
Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til oss ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilke type endringer det er nødvendig å melde: https://www.nsd.no/personverntjenester/fylle-ut-meldeskjema-for-personopplysninger/melde-endringer-i-meldeskjema. Du må vente på svar fra oss før endringen gjennomføres.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET
Personverntjenester vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Kontaktperson hos oss: Markus Celiussen
Lykke til med prosjektet!

9.2 Informasjonsskriv til deltakere og deres foreldre, og de ansatte på skolen

Vil du delta i forskningsprosjektet:

" Kommunikasjon og inkludering i matematikkundervisning"?

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å undersøke hvordan elever kommuniserer og inkluderer hverandre i gruppearbeid i matematikk. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål
Formålet med prosjektet er å øke forståelsen for hvordan ungdomsskoleelever kommuniserer og inkluderer hverandre i gruppearbeid i matematikk når de løser ett problem. Å løse et problem i matematikk krever samarbeid. Det er derfor viktig å undersøke hvordan dette samarbeidet skjer og hvordan lærere kan bli flinkere til å legge til rette for godt samarbeid i gruppearbeid. Problemstillingen i arbeidet er spesielt knyttet til hvordan feilsvar og unøyaktige beskrivelser eller uenigheter blir møtt i en gruppe, og hvorfor inkludering skjer eller ikke. Dette er et forskningsarbeid på mastergradsnivå. Opplysningene som samles inn, blir anonymisert og skal ikke brukes til annet formål.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?
Universitetet i Agder er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?
Dette skrivet blir sendt ut til alle elever i 8. og 9. trinn ved Danielsen Ungdomsskole Haugesund og det er helt frivillig å delta eller ikke. Det er 60 elever som får henvendelsen. Alle lærere og miljøarbeidere ved skolen vil også få skjema og spørsmål om de ønsker å delta.

Hva innebærer det for deg å delta?
Det vil blir gjort opptak med lyd og bilde av elevarbeid i grupper. Noen av disse opptakene (de relevante delene) vil bli skrevet opp, analysert og tolket. Disse vil bli anonymisert i forskningsrapporten. Det vil også bli tatt noen gruppeintervju hvor elevene kan uttrykke hva de tenkte og gjorde i gruppearbeidet. Disse vil bli tatt opp med lydopptak. De relevante delene vil bli skrevet opp, analysert og tolket i rapporten. Alle opptak vil bli slettet når forskningsarbeidet er over, i juni 2023. Hvis du dere ønsker kan dere få spørsmålene som blir stilt i intervju i forkant.

Det er frivillig å delta
Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Da sender du bare en melding eller epost til ansvarlig (står nederst på informasjonsskrivet) Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg. Det vil ikke påvirke noen forhold på skolen eller til din lærer. Forskningsarbeidet er endel av undervisningen, så det vil ikke påvirke den normale undervisningssituasjonen din.

Hva betyr det for min undervisningssituasjon hvis jeg ikke ønsker å delta i de timene hvor man samler inn datamaterialet?
Du vil kun bli tatt videoopptak og lydopptak av elever som samtykker og ønsker å delta. Dette vil skje i en ordinær undervisningssituasjon hvor man jobber i grupper. I en klasse med 30 elever vil det være 10 grupper som jobber samtidig med samme oppgave når man er 3 elever på hver gruppe. En eller to av disse 10 gruppene vil bli filmet og tatt lydopptak av. Dette gjøres slik at filmkamera og mikrofon kun rettes mot denne ene eller disse to gruppene. Det er kun arbeidet i gruppene som er av interesse for prosjektet.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger
Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. Det er bare prosjektansvarlig som har tilgang til materialet.

Hva skjer med personopplysningene dine når forskningsprosjektet avsluttes?
Prosjektet vil etter planen avsluttes 25 juni 2023. Personopplysningene anonymiseres fortløpende i prosessen og vil bli slettet når prosjektet er avsluttet.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?
Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra Universitetet i Agder har Personverntjenester vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Dine rettigheter
Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:
- innsyn i hvilke opplysninger vi behandler om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene
- å få rettet opplysninger om deg som er feil eller misvisende
- å få slettet personopplysninger om deg
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å vite mer om eller benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

Frode Kristensen, epost: Frode.kristensen@danielsen-skoler.no, tlf. 918 40 542 eller

Linda Gurvin Opheim, epost linda.g.opheim@uia.no

Hvis du har spørsmål knyttet til Personverntjenester sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:
- Personverntjenester på epost (personverntjenester@sikt.no) eller på telefon: 53 21 15 00.

Med vennlig hilsen: Frode Kristensen/Linda Gurvin Opheim (Forsker/veileder)

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *«Kommunikasjon og inkludering i matematikkundervisning»*, og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

☐ å delta i gruppearbeid med lyd og bildeopptak
☐ å delta i gruppeintervju med lydopptak

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

Deltakerens (eleven) navn: ____________________

(Signert av prosjektdeltakers foreldre/foresatt, dato)

Vil du delta i forskningsprosjektet:

" Kommunikasjon og inkludering i matematikkundervisning"?

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å undersøke hvordan elever kommuniserer og inkluderer hverandre i gruppearbeid i matematikk. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål

Formålet med prosjektet er å øke forståelsen for hvordan ungdomsskoleelever kommuniserer og inkluderer hverandre i gruppearbeid i matematikk når de løser ett problem. Å løse et problem i matematikk krever samarbeid. Det er derfor viktig å undersøke hvordan dette samarbeidet skjer og hvordan lærere kan bli flinkere til å legge til rette for godt samarbeid i gruppearbeid. Problemstillingen i arbeidet er spesielt knyttet til hvordan feilsvar og unøyaktige beskrivelser eller uenigheter blir møtt i en gruppe, og hvorfor inkludering skjer eller ikke. Dette er et forskningsarbeid på mastergradsnivå. Opplysningene som samles inn, blir anonymisert og skal ikke brukes til annet formål.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?
Universitetet i Agder er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?
Dette skrivet blir sendt ut til alle elever i 8. og 9. trinn ved Danielsen Ungdomsskole Haugesund og det er helt frivillig å delta eller ikke. Det er 60 elever som får henvendelsen. Alle lærere og miljøarbeidere ved skolen vil også få skjema og spørsmål om de ønsker å delta.

Hva innebærer det for deg å delta?

Det vil blir gjort opptak med lyd og bilde av elevarbeid i grupper. Noen av disse opptakene (de relevante delene) vil bli skrevet opp, analysert og tolket. Disse vil bli anonymisert i forskningsrapporten. Det vil også bli tatt noen gruppeintervju hvor elevene kan uttrykke hva de tenkte og gjorde i gruppearbeidet. Disse vil bli tatt opp med lydopptak. De relevante delene vil bli skrevet opp, analysert og tolket i rapporten. Alle opptak vil bli slettet når forskningsarbeidet er over, i juni 2023. Hvis du dere ønsker kan dere få spørsmålene som blir stilt i intervju i forkant.

Det er frivillig å delta
Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Da sender du bare en melding eller epost til ansvarlig (står nederst på informasjonsskrivet) Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg. Det vil ikke påvirke noen forhold på skolen eller til din lærer. Forskningsarbeidet er endel av undervisningen, så det vil ikke påvirke den normale undervisningssituasjonen din.

Hva betyr det for min undervisningssituasjon hvis jeg ikke ønsker å delta i de timene hvor man samler inn datamaterialet?

Du vil kun bli tatt videoopptak og lydopptak av elever som samtykker og ønsker å delta. Dette vil skje i en ordinær undervisningssituasjon hvor man jobber i grupper. I en klasse med 30 elever vil det være 10 grupper som jobber samtidig med samme oppgave når man er 3 elever på hver gruppe. En eller to av disse 10 gruppene vil bli filmet og tatt lydopptak av. Dette gjøres slik at filmkamera og mikrofon kun rettes mot denne ene eller disse to gruppene. Det er kun arbeidet i gruppene som er av interesse for prosjektet.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger
Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. Det er bare prosjektansvarlig som har tilgang til materialet.

Hva skjer med personopplysningene dine når forskningsprosjektet avsluttes?
Prosjektet vil etter planen avsluttes 25 juni 2023. Personopplysningene anonymiseres fortløpende i prosessen og vil bli slettet når prosjektet er avsluttet.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?
Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra Universitetet i Agder har Personverntjenester vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Dine rettigheter
Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:
- innsyn i hvilke opplysninger vi behandler om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene
- å få rettet opplysninger om deg som er feil eller misvisende
- å få slettet personopplysninger om deg
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å vite mer om eller benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

Frode Kristensen, epost: Frode.kristensen@danielsen-skoler.no, tlf. 918 40 542 eller

Linda Gurvin Opheim, epost linda.g.opheim@uia.no

Hvis du har spørsmål knyttet til Personverntjenester sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:
- Personverntjenester på epost (personverntjenester@sikt.no) eller på telefon: 53 21 15 00.

Med vennlig hilsen: Frode Kristensen/Linda Gurvin Opheim (Forsker/veileder)

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *«Kommunikasjon og inkludering i matematikkundervisning»*, og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

☐ å delta i gruppearbeid med lyd og bildeopptak

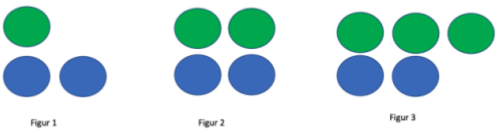
Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

Deltakerens (lærer eller miljøarbeiders) navn: ____________________

(Signert av prosjektdeltaker, sted og dato)

9.3 Oppgavene

<u>Oppgavene som gruppe 1 og 2 jobbet med</u>



Løs utfordringene

1. Hvordan vil figur nr. 4 og 5 se ut?
2. Hva er det som er fast og hva er det som vokser? Hvor mye vokser figuren?

Løs utfordringene med den samme figuren dere har laget. Dere kan bruke brikker, tavle eller papir.

1. Hvor mange brikker vil det være i figur nr. 12?
2. Klarer dere lage en regel eller oppskrift som gjelder for dette mønsteret? Beskriv det med deres egne ord?

Løs utfordringene med den samme figuren dere har laget. Dere kan bruke brikker, tavle eller papir.

1. Hvor mange brikker vil det være i figur nr. 137?
2. Hvordan kan man enkelt finne antall brikker i en hvilken som helst figur? Klarer dere uttrykke dette med matematiske symboler (som en formel)?

Elevene i den første gruppen ble også utfordet til å lage ett mønster til en annen gruppe

<u>Oppgavene som gruppe 3 jobbet med</u>

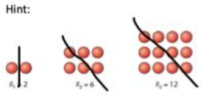
1. Hvordan vil mønsteret utvikle seg videre? Hvor mange brikker vil det være i figur nr. 9?

   Dere kan bruke brikker, tavlen bak dere eller arket med blyant for å løse oppgaven.

2. Hva skjer hvis vi multipliserer antall brikker i hver figur med 2. Hvor mange brikker vil vi få i hver figur da? Hva slags firkant klarer dere å lage med brikkene (når dere ganger hver figur med 2)?

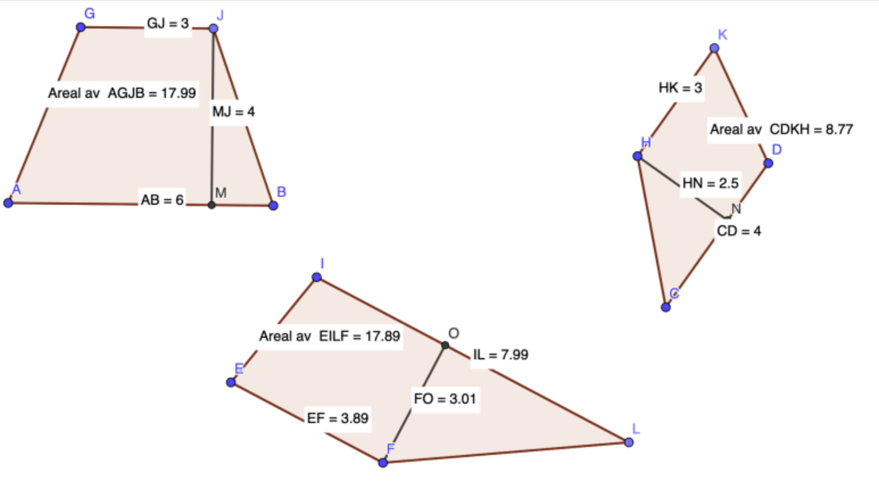
3. Klarer dere å lage en oppskrift, regel eller formel med bruk av n (hvilken som helst figur), slik at vi kan finne antall brikker i figur nr. 148 eller hvilken som helst annen figur?

Hint:



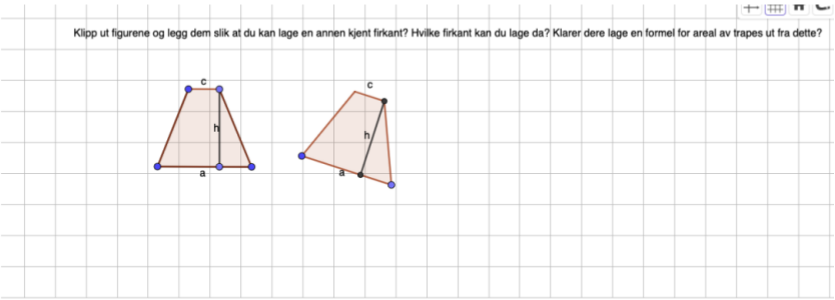
Oppgavene som gruppe 4 jobbet med

Hvilke geometrisk figur er dette? Hva kjennetegner denne figuren? Hvordan henger lengdene på sidekantene og høyden i sammen med figurens areal? Finner dere denne sammengengen?

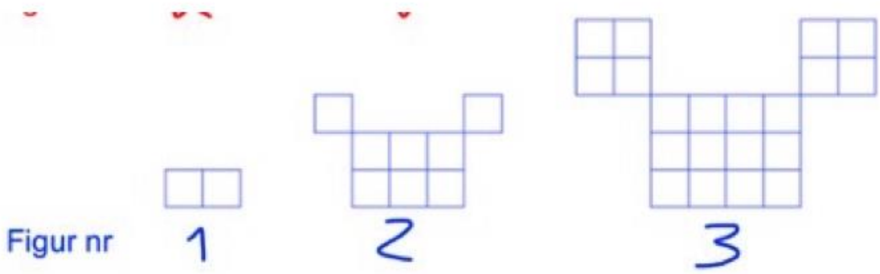


Dere kan bruke ark og blyant og eller tusj og tavle for å finne denne sammenhengen mellom areal og kantenes lengde og høyde i figuren! Bruk tabellen hvis dere ønsker:

Figur nr.	En sidelengde	Andre sidelengde	Høyde	Areal
Figur 1	Cm	Cm	Cm	Cm^2
Figur 2	Cm	Cm	Cm	Cm^2
Figur 3	Cm	Cm	Cm	Cm^2



<u>Oppgaven som gruppe 5 jobbet med</u>



Beskriv hva som skjer med egne ord? Si til en annen hvordan du beskriver det som skjer.

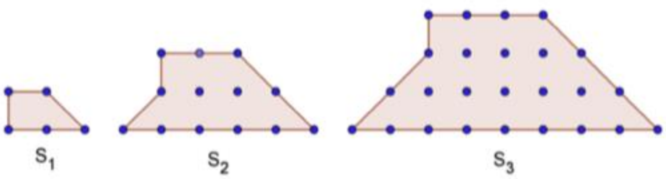
Hvordan vil figur nr. 4 se ut? Hvor mange kvadrater vil det være i denne? Hva med nr. 5?

Dere kan bruke tavlen med tusj (bak dere), brikker eller ark og blyant til å tegne mønsteret

Hvor mange kvadrater vil det være i figur nr. 50?
Hvordan kan du finne ut dette?
Er det mulig å lage en formel eller oppskrift for å finne dette ut?

Oppgavene som gruppe 6 jobbet med

Strykejerntall 1, 2 og 3



Beskriv mønsteret: Hva er det som forandrer seg?

Hvor mange prikker vil det være i S4?

Hvor mange prikker vil det være i S68?

Hint: Det kan være lurt å prøve å dele figuren inn i kjente geometrisk figurer.

9.4 Spørsmål til gruppeintervju

Intervjuguide til forskningsarbeid

1. Hva skjedde når elev 1 sa ...? Hvordan reagerte du/dere da?
2. Hva skjedde når elev 2 gjorde ...? Hvordan reagerte du/dere da?
3. Hvorfor ble du/dere stille når elev 3 sa/gjorde ...?
4. Hvorfor blokkerte du/dere tilgangen til materiellet når elev 1 sa/gjorde ...?
5. Hvorfor var du/dere kritisk til det som ble sagt?
6. Når elev 1 sa ..., så ble dette ignorert (ikke tatt hensyn til)? Hvorfor?
7. Hvorfor ville du/dere vise og forklare når elev 2 sa/gjorde ...?