Hva gjør en matematikkoppgave «god»?

En studie av 1P- og 1P-Y-læreres beskrivelser av «gode» matematikkoppgaver

THEA RYGH

VEILEDERE
Cengiz Alacaci
Kristoffer Heggelund Knutsen

Universitetet i Agder, 2022
Fakultet for teknologi og realfag
Institutt for matematiske fag

Forord

Etter fem år på lektorutdanningen ved Universitetet i Agder, markerer denne masteroppgaven slutten på min femårige reise. De siste årene har vært læringsrike og jeg har fått mange erfaringer, som jeg vil ta med meg videre i livet, og ikke minst inn i klasserommet. Det å skrive masteren har vært en av mine største utfordringer, fra at alt fra teori og data føltes kaotisk og ustrukturert til å endelig få kontroll og strukturere kaoset. Dette er en opplevelse jeg aldri vil glemme. Nå når jeg endelig er i mål med masteren, så er det mange jeg vil takke som har hjulpet meg på veien mot mål.

Først vil jeg takke mine flotte veiledere Cengiz Alacaci og Kristoffer Heggelund Knutsen. Uten deres gode veiledning, tilbakemeldinger, råd og oppfølging vet jeg ikke om jeg hadde kommet meg i mål. Jeg setter stor pris på at dere har vært tilgjengelige, og svart så fort som mulig på spørsmålene mine.

Jeg ønsker også å takke foreleserne jeg har vært i kontakt med gjennom disse årene ved Universitetet i Agder, dere har alle bidratt til at gleden over å jobbe med fagene mine har økt. Takk for alt dere har lært meg. Videre vil jeg takke mine flotte medstudenter som jeg har blitt kjent med disse fem årene. Takk for alle gode råd, samtaler og støtte gjennom årene. Og takk for alle hyggelige minner og opplevelser, og all den støtten gjennom tunge eksamensperioder.

Sist, men ikke minst, vil jeg takke min nærmeste familie og kjæreste som har støttet og motivert meg gjennom hele studietiden.

Thea Rygh

Kristiansand, mai 2022

Sammendrag

Innen matematikkundervisning har matematikkoppgaver en sentral rolle i å utvikle elevers forståelse og kunnskap innen faget. Det er derfor viktig at lærere velger og bruker «gode» matematikkoppgaver som har størst læringspotensialet for deres elever. Denne studien har som formål å undersøke hva matematikklærere på videregående skole beskriver som en «god» matematikkoppgave, og hvilke faktorer som ser ut til å påvirke lærerens beskrivelser. Jeg har foretatt meg flere intervjuer med matematikklærere for 1P og 1P-Y, og vil på grunnlag av dette besvare følgende forskningsspørsmål:

Hvordan beskriver matematikklærere på videregående skole en «god» matematikkoppgave?

Hvilke faktorer ser ut til å spille en rolle i lærernes beskrivelse av «gode» matematikkoppgaver?

For å kunne svare på dette har jeg tatt for meg underspørsmålet:

I hvilken grad er beskrivelsene av "gode" matematikkoppgaver gjort av 1P- og 1PY lærere sammenliknbare?

I min analyse av resultatene fremtrådte det flere egenskaper som skulle være til stede for at en oppgave skulle være «god». Sentralt for lærerne skulle «gode» oppgaver legge til rette for utvikling av ny kunnskap, og at elever skulle bruke deres forkunnskaper for å løse dem. Lærerne var sterkt påvirket av elevers behov, kunnskapsnivå og erfaringer, når de beskrev hva en «god» matematikkoppgave var. I tillegg til dette hadde læreplanen og læreres kunnskap på ulike områder, stor påvirkning på deres beskrivelser av en «god» oppgave. Hovedfunnene i studien tyder også på en forskjell mellom 1P læreres og 1P-Y læreres beskrivelser og tanker om «gode» matematikkoppgaver.

I denne studien blir man som lærer bevisst på ulike synspunkter om hva en «god» matematikkoppgave er, og hva som kan påvirke læreres meninger og valg. Man blir også bevisst ovenfor et skille mellom 1P- og 1P-Y lærere i forhold til deres beskrivelser og betraktninger.

Abstract

In mathematics teaching, mathematical task has a central role in developing students' understanding and knowledge within the subject. It is therefore important that teachers choose and use "good" mathematics problems that have the greatest learning potential for their students. The purpose of this study is to investigate what mathematics teachers in upper secondary school describe as a "good" mathematics task, and what factors seem to influence the teacher's descriptions. I have conducted several interviews with mathematics teachers for 1P and 1P-Y, and I will based on this answer the following research questions:

How do upper secondary mathematics teachers describe a "good" mathematical task?

What factors seem to play a role in teachers' descriptions of "good" mathematical task?

To be able to answer my research questions, I will address the following sub-question:

To what extent are the descriptions of "good" mathematical task made by 1P and 1P-Y teachers comparable?

In my analysis of the results, several characteristics emerged that must be present for a task to be considered "good". One important factor for the teachers was that a “good” task should facilitate the development of new knowledge, and students need to use their prior knowledge to solve them. The teachers were strongly influenced by the students' needs, level of knowledge and experiences, when they described what a "good" mathematical task was. In addition, the curriculum and teachers' knowledge for teaching, had a great effect on their descriptions of a "good" assignment. The main findings of the study also indicate a difference between 1P teachers 'and 1P-Y teachers' descriptions and thoughts about "good" math problems.

In this study, teachers will become aware of different points of view of what a “good” mathematical task is, and what can influence teachers’ opinion and choices. Teachers will also become aware of differences between 1P- and 1P-Y teachers’ descriptions and considerations.

INNHOLDSFORTEGNELSE

Forord III
Sammendrag V
Abstract VII
1. INNLEDNING 1
1.1 Bakgrunn for studiet 1
1.2 Forskningsspørsmål 1
1.3 Studiets oppbygging 2
2. TEORETISK RAMMEVERK 3
2.1 Matematisk kompetanse og forståelse 3
2.1.1 Instrumentell og relasjonell forståelse 3
2.1.2 Matematisk kompetanse 4
2.2 Kognitive krav 5
2.3 Undervisningskunnskap 7
2.3.1 Undervisningskunnskap i matematikk 7
2.3.2 Matematisk-oppgavekunnskap for undervisning 8
2.3.3 Teacher Triad 8
2.4 Dokumenttilnærming til didaktikk (DTD) 9
3. METODE 11
3.1 Forskningsdesign 11
3.2 Deltakere 11
3.3 Datainnsamling 12
3.3.1 Intervju og intervjuguide 12
3.3.2 Oppgaver 13
3.4 Analyseprosessen 14
3.5 Forskningens kvalitet 15
3.5.1 Validitet og reliabilitet 15
3.5.2 Etisk betraktning 16
3.5.3 Feilkilder 16
4. RESULTAT FRA ANALYSE 19
4.1 Matematikkoppgaver og betraktninger 19
4.1.1 Typiske matematikkoppgaver for deres undervisning 19
4.1.2 Målet med matematikkoppgaver 21
4.1.3 Typiske arbeidsmåter for deres elever 22
4.1.4 Betraktninger for valg og bruk av matematikkoppgaver 23
4.1.5 Faktorer som bestemmer valg og bruk av matematikkoppgaver 24
4.2 God matematikkoppgave 26
4.3 Vurdering og endringer av tre matematikkoppgaver 28

4.3.1 Vurdering av tre gitte matematikkoppgaver 28
4.3.2 Lærernes endringer 33
4.4 Oppsummering av beskrivelser og endringer 34
4.4.1 Sammendrag av trekk ved av god matematikkoppgave 35
4.4.2 Sammendrag av læreres vurdering og endringer av de tre oppgavene 35
5. DISKUSJON 37
5.1 1P læreres beskrivelser av en «god» matematikkoppgave 37
5.2 1P-Y læreres beskrivelser av en «god» matematikkoppgave 39
5.3 Forskjeller og likheter mellom 1P- og 1P-Y-lærernes beskrivelser av en «god» matematikkoppgave 41
6. AVSLUTNING 43
6.1 Konklusjon 43
6.2 Studiets implikasjoner 44
6.3 Videre arbeid 44
7. REFERANSER 47
8. VEDLEGG 49
Vedlegg 1: Samtykkeskjema 49
Vedlegg 2: Intervjuguide 52
Vedlegg 3: Liste med faktorer som påvirker valg av matematikkoppgaver 53
Vedlegg 4: Matematikkoppgavene 54

1. INNLEDNING

1.1 Bakgrunn for studiet

Gjennom studieløpet på Universitetet i Agder har elevers læring stått sentralt i didaktikken. Dette kommer av at elever skal bli gode problemløsere, og som lærer skal man til rette legge for dette. Som lærere tar man mange ulike valg både for og i undervisning, som vil påvirke elevers utvikling og forståelse i faget. Lærere skal planlegge, velge og bruke ulike verktøy i deres undervisning, for å styrke læringen hos deres elever. Et av disse verktøyene for matematikkundervisning, er matematikkoppgaver. Derfor synes jeg å undersøke hva lærere tenker, og deres meninger om matematikkoppgaver er interessant. Lærere tar mange valg både bevisst og ubevisst, og det er viktig at man som lærer kan reflektere ovenfor egne valg, slik at oppgavene vil ha størst mulig læringspotensialet for elever.

I denne studien ønsker jeg å belyse hva som kjennetegner en «god» matematikkoppgave. Til dette finnes det flere teoretiske rammeverk innenfor matematikkdidaktikk, som gjerne også kan benyttes for å analysere læringsutbyttet elevene får i arbeid med ulike oppgaver (Kilpatrick, Swafford & Findell, 2001; Skemp, 1976; Stein & Smith, 1998). Likevel tilsier min egen undervisningserfaring at oppgaver som i teorien skal være «gode», ikke nødvendigvis fungerer slik det er tenkt. Jeg har derfor tatt kontakt med et utvalg 1P- og 1PY-lærere for å finne ut hvordan de vil beskrive en «god» matematikkoppgave.

Når lærere velger og bruker matematikkoppgaver i undervisningen, så er det flere faktorer de må forholde seg til. Herunder styringsdokumenter, klasseromsmiljø, elevers faglige forståelse og progresjon deres. I tillegg til dette, så må lærerne også reflektere ovenfor egne meninger og se sider ved oppgavene som er overførbare til praktiske eksempler. Det sistnevnte mistenker jeg at har en sterk innflytelse på valgene de tar, da dette er en stor del av faget (Utdanningsdirektoratet, 2019). Valgene lærerne tar vil påvirke elevers læring og utvikling i matematikk. Derfor er det viktig å bli bevisst på hva som påvirker dem, og det vil være særlig interessant å undersøke i hvilken grad beskrivelsene av "gode" matematikkoppgaver samsvarer mellom deltakerne i forskningsprosjektet.

1.2 Forskningsspørsmål

Denne studien undersøker hvordan lærere beskriver en «god» matematikkoppgave, og hvilke betraktninger lærere tar i sine valg av matematikkoppgaver. På bakgrunn av dette har jeg kommet frem til følgende forskningsspørsmål:

Hvordan beskriver matematikklærere på videregående skole en «god matematikkoppgave?

Hvilke faktorer ser ut til å spille en rolle i lærerens beskrivelse av «gode» matematikkoppgaver?

For å svare på dette, vil jeg se på underspørsmålet:

I hvilken grad er beskrivelsene av "gode" matematikkoppgaver gjort av 1P- og 1PY-lærere sammenliknbare?

Dette spørsmålet vil bli besvart ved å gjennomføre en kvalitativ studie bestående av intervjuer med syv lærere som alle underviste i matematikk på videregående skole.

1.3 Studiets oppbygging

Studien består av seks kapitler. I kapittel 2 etablerer jeg meg et teoretisk rammeverk som jeg vil ha nytte av i studien. Her presenterer jeg relevant teori som kan hjelpe meg å kategorisere lærernes beskrivelser av en «god» oppgave, hva som kan påvirke dem, og samhandlingen mellom lærer og oppgave. I kapittel 3 vil jeg beskrive og begrunne metodevalget i min studie, og studiens troverdighet, perspektiv og feilkilder drøftes. I de påfølgende kapitlene vil resultatet fremlegges, før resultatet drøftes og diskuteres i lys av relevant teori. Avslutningsvis vil jeg konkludere, reflektere rundt studiens implikasjoner, for så se på veien videre innen studie.

2. TEORETISK RAMMEVERK

Når lærere skal velge og beskrive hva en «god» matematikkoppgave er for deres undervisning, så er det mye som kan påvirke deres tanker. For det første kan hva ulike karakteristikker som er til stede i en oppgave, påvirke lærernes beskrivelser av en «god» oppgave. For det andre kan utenforliggende faktorer påvirke deres beskrivelser om hva som er en «god» matematikkoppgave. Det kan for eksempel være læreres kunnskap om elever, erfaringer eller verdier ovenfor faget. For å svare på forskningsspørsmålet mitt så har jeg laget meg et teoretisk rammeverk om hva slags karakteristikker som kan være i en «god» oppgave, faktorer som kan påvirke lærernes beskrivelser, og samhandlingen mellom lærer og matematikkoppgave.

2.1 Matematisk kompetanse og forståelse

Et mål med matematikkoppgaver er å øke elevers forståelse og kompetanse i matematikk. Derimot å definere hva forståelse og kompetanse er i matematikkfaget kan være vanskelig, ettersom begrepene kan ha ulik mening fra lærer til lærer. I dette kapittelet vil jeg tydeliggjøre gjennom teori hva jeg mener med forståelse og matematisk kompetanse innen matematikkundervisning.

2.1.1 Instrumentell og relasjonell forståelse

I følge Skemp (1976) finnes det to typer forståelser i matematikk; instrumentell og relasjonell forståelse. Instrumentell forståelse knyttes ofte opp mot den tradisjonelle undervisningsformen, mens relasjonell gjerne forbindes med undersøkende fremgangsmåter. Kort sagt så innebærer instrumentell forståelse at elever kun har lært regler og prosedyrer for å løse matematikkoppgaver, uten å se dens sammenheng. Derimot innebærer relasjonell forståelse at elever vil bygge begrepsmessige strukturer og se sammenhenger mellom begrepene. En skal altså vite både hvordan en oppgave skal løses og hvorfor man løser det slik (Nostrati & Wæge, 2015, s. 4).

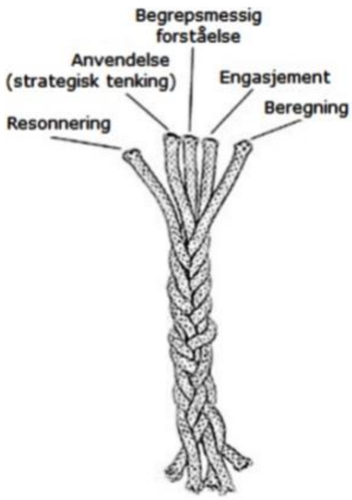
Skemp (1976) trekker frem både positive og negative sider ved begge forståelsestypene. Instrumentell forståelse kan være lettere å tilegne seg, ettersom en slik forståelse ofte produserer en rask løsning. Derimot vil det være vanskelig å vite hvilken regel man skal bruke, dersom oppgaveformuleringen er fremstilt på en annerledes måte enn vanlig. Har man derimot en relasjonell forståelse, vil det være lettere å tilpasse seg til oppgaver som er annerledes. På den annen side vil det å utvikle en relasjonell forståelse være tidskrevende, ettersom det vil ta lang tid for elever å forstå hvorfor en metode fungerer (Skemp, 1976)

I den nye overordna delen av læreplanen har det blitt lagt et stort fokus på dybdelæring i faget. Dybdelæring defineres som å ha en dypere forståelse ovenfor begreper, metoder og sammenhenger i faget. Det innebærer at elevene skal reflektere over egen læring og bruke sin kunnskap på ulike måter i kjente og ukjente situasjoner (Utdanningsdirektoratet, 2019). Det kan da tolkes fra læreplanen at lærere skal hjelpe elever i å utvikle relasjonell forståelse i matematikk. Derimot har forskning påpekt at instrumentell forståelse ofte er den dominerende i matematikklasserommet, særlig når det gjelder algebra. Derfor er det viktig for lærere å ha en balanse mellom å utvikle elever instrumentelle og relasjonelle forståelse i faget (Nostrati &Wæge, 2015).

2.1.2 Matematisk kompetanse

Kilpatrick et al. (2001) mener at det ikke finnes noen begreper som fanger hele essensen av hvordan man lærer matematikk. Derfor la de frem en kompetansemodell, kalt *«mathematical proffiency»*, som beskriver fem *tråder* som må være til stede for å gi en vellykket matematikkopplæring. De fem trådene i modellen er *conceptual understanding, procedural fluency, strategic competence, adaptive reasoning* og *productive disposition* (Kilpatrick et al., 2001, s. 117). For å oversette begrepene til norsk, så har jeg tatt utgangspunktet i NOU-utredningen og NTNU sin oversettelse (NOU, 2015, s. 57; NTNU, 2022).

Figur 1: Matematisk kompetanse (Botten, 2016, s. 62)



Den første tråden i kompetansemodellen er *begrepsmessig forståelse* (conceptual understanding), og i hovedsak handler tråden om å forstå og se relasjoner mellom ulike matematiske idéer og begreper. Man skal kunne mer enn bare isolert fakta og metoder, slik at det er mindre sannsynlighet for å gjøre feil. En tydelig indikator på at man har begrepsmessig forståelse er at man er i stand til å representere matematiske situasjoner på ulike måter, og vet hvordan man kan bruke de forskjellige representasjonene (Kilpatrick et al., 2001, s. 118-120). Begrepsmessig forståelse kan knyttes opp mot Skemps (1976) relasjonelle forståelse ettersom de deler grunnleggende elementer.

Beregning (procedural fluency) handler om å vite når man skal bruke prosedyrer, og hvordan man skal bruke dem riktig. Det er viktig innenfor denne tråden at man ser hvilke metoder, fremgangsmåter og prosedyrer som er hensiktsmessige, for å finne riktig løsning på en oppgave. Metodene man kan velge kan for eksempel være hoderegning eller en kalkulator (Kilpatrick et al., 2001, s. 121-122). Denne tråden kan sammenliknes med instrumentell forståelse (Skemp, 1976), da den handler om at man skal kunne anvende prosedyrer.

Strategisk tenkning (strategic competence) innebærer å gjenkjenne og formulere matematiske problemer, for så å representere dem på ulike måter. Med matematiske problemer menes både problemer fra hverdagen der matematikk kan anvendes, og abstrakte matematiske problemer. Tråden innebærer at man kjenner til varierte løsningsmetoder og representasjonsformer, i tillegg til strategier som kan hjelpe å løse det spesifikke problemet. (NOU, 2015, s. 57; Kilpatrick et al., 2001, s. 124).

Resonnering (adaptive reasoning) handler om å kunne forklare valgene man gjør om strategier og fremgangsmåter. Man skal kunne begrunne og argumentere for valgene man har tatt i den strategiske fasen av oppgaveløsningen, og vurdere dens gyldighet. I tillegg innebærer *resonnering* å kunne argumentere for gyldigheten av en hypotese ved å utforme et resonnement som tar utgangspunkt i noe som er kjent, og bygge opp veien mot det som er ukjent og skal undersøkes (NOU, 2015, s. 57; Kilpatrick et al., 2001, s. 129-131).

Engasjement (productive disposition) innebærer å kunne se matematikk som fornuftig, nyttig og verdifullt. Dette inkluderer å ha tro på at det er mulig å bli kompetent i faget, og at positiv holdning og innsats bidrar til læring. Derimot om man ikke utvikler denne tråden, vil man ha vansker for å lære matematikk (NOU, 2015, s. 57; Kilpatrick et al., 2001, s. 131).

Disse fem trådene er tett sammenflettet, og er avhengige av hverandre. Alle fem tråder henger sammen og utgjør en helhet, som betyr at de må utvikles parallelt. Om det gjøres, vil man utvikle kompetanse som er varig, fleksibel, nyttig og relevant. Matematisk kompetanse er noe som utvikles over tid, da vil det være viktig for lærere å legge til rette for oppgaver som utvikler de forskjellige trådene hos elevene. (NOU, 2015, s. 57; Kilpatrick et al., 2001, s. 116).

2.2 Kognitive krav

En sentral del av matematikkundervisningen, er elevers arbeid med matematikkoppgaver. Hvilke typer matematikkoppgaver læreren bruker og hvordan de brukes, har stor påvirkning på elevers læring. Dette innebærer hvilke tankeprosesser elevene må ta del i, ved å arbeide med oppgaver. Derfor er det viktig at lærere er bevisste ovenfor deres valg og bruk av oppgaver for deres undervisning. På bakgrunn av dette har Stein og Smith (1998) utviklet et analytisk verktøy som viser til muligheter for læring, og hvilke tankevirksomheter som kreves fra elever i arbeid med matematikkoppgaver.

Verktøyet til Stein et al. (1998) kategoriserer oppgaver ved å se på de kognitive kravene de stiller, det vil si de ulike kognitive tankeprosessene som kreves fra elever ved arbeid med matematikkoppgaver. Stein et al. (1998) deler kognitive krav i to hovedkategorier – lave og høye kognitive krav. Oppgaver med lave kognitive krav handler om å reprodusere fakta, og kunne gjennomføre prosedyrer gjerne uten at disse skal knyttes til begreper. På den andre siden handler oppgaver med høye kognitive krav om at en skal utvikle en dypere forståelse for begrepene og de matematiske idéene som inngår i oppgaven. En konsekvens av å bruke oppgaver som er lavt kognitivt krevende, er at elever vil ha vansker med å løse oppgaver som er annerledes enn hva de vanligvis jobber med (Stein et al., 1998; Feldman, Thanheiser, Welder, Tobias, Hillen & Olanoff, 2016).

Memorering (nivå 1)

Første nivået innen kognitive krav er *memorering*, og målet med oppgaver innen memorering er at man kun skal memorere og gjengi lært fakta, regler, formler eller definisjoner. Slike typer oppgaver krever ingen gitt fremgangsmåte, enten fordi det ikke finnes, eller det ikke er satt av tid i undervisningen til å gjøre det. Man trenger ingen forståelse av sammenhenger eller meningen bak definisjoner, fakta og formler ettersom man skal bare kunne gjengi dem (Stein et al., 1998). Smith og Stein (1998) gir et eksempel på en slik oppgave, hvor elevene skal gjøre brøkene $\frac{1}{2}$ og $\frac{1}{4}$ om til desimaltall og prosent. Ettersom brøkene som er brukt er enkle, så vil elevene løse disse ved hjelp av hukommelse.

Prosedyre uten forbindelse (nivå 2)

Neste nivå innenfor kognitive krav er *prosedyre uten forbindelse,* og målet er å innøve algoritmer. Slike oppgaver legger opp til at man skal bruke spesifikke prosedyrer, som de har allerede kjennskap til. Oppgavene vil som oftest angi hvilken prosedyre man skal bruke, eller indikere en prosedyre indirekte ut ifra arbeid eller erfaringer fra tidligere oppgaver. Rekkefølgen på hvordan oppgaver blir fremvist, kan også ha noe å si om hvilke fremgangsmåter man velger å bruke. Hvis for eksempel en side i læreboka omhandler multiplikasjon, så vil man etter hvert forvente at neste oppgave også krever multiplikasjon. Hovedfokuset på slike typer oppgaver er å produsere riktige svar fremfor å utvikle matematiske forståelse. Ofte vil en enkel beskrivelse av en prosedyre godtas som en forklaring eller begrunnelse på brukt fremgangsmåte (Stein et al., 1998). Et eksempel på en slik type oppgave kan være å bytte ut brøkene fra forrige eksempel til $\frac{3}{8}$, da kan man ikke memorere hvilket desimaltall og prosent som hører til brøken (Smith et al., 1998).

Prosedyrer med forbindelse (nivå 3)

Tredje nivå kalles *prosedyre med forbindelse*, og slike typer oppgaver vil hjelpe en å utvikle dypere forståelse for matematiske begreper og idéer ved å bruke fremgangsmåter. Man må ha en forståelse for hensikten bak fremgangsmåten, for å kunne gjennomføre oppgaven riktig. Oppgavene vil foreslå enten eksplisitt eller implisitt fremgangsmåter som innebærer prosedyrer, som har underliggende sammenhenger med matematiske begreper og idéer. Selv om det er en prosedyre som skal utføres, så kan man ikke følge den blindt. Slike typer oppgaver er ofte representert på ulike måter, for eksempel med visuelle diagrammer, konkreter, symboler og tekstoppgaver (Stein et al., 1998). Et eksempel på en slik oppgave kan være at man skal bruke et 10x10-rutenett for å finne desimaltallet og prosenten til $\frac{3}{5}$ (Smith et al., 1998). Selv om man kan følge generelle prosedyrer for å løse oppgaven, så kan man ikke følge prosedyrene tankeløst.

Å gjøre matematikk (nivå 4)

De siste og øverste nivået er *å gjøre matematikk*. Slike typer oppgaver krever mer kompleks og ikke-algoritmisk tenkning. Det vil si at oppgavene ikke foreslår en forutsigbar, innøvd fremgangsmåte for å løse oppgaven. Slike oppgaver krever at elevene tar i bruk relevant kunnskap og erfaringer, og at de bruker disse på en hensiktsmessig måte gjennom oppgaven. Dette krever og at elevene har en forståelse for matematiske begreper, prosesser og sammenhenger. Elevene skal også kunne argumentere for sine valg, og vurdere om deres løsning er rimelig (Stein et al., 1998). Et eksempel på en slik oppgave kan være at elevene skal fargelegge 6 ruter i et 4x10-rutenett, og forklare hvordan man kan finne ut hvor stor del som er fargelagt, både som brøk, desimaltall og prosent (Smith et al., 1998). På grunn av oppgavens uforutsigbarhet, og kravet om å forklare egen fremgangsmåte er det kognitive kravert for å løse oppgaven høyt.

2.3 Undervisningskunnskap

Det kan være mange ulike faktorer som kan påvirke læreres beskrivelser av en «god» matematikkoppgave. Dette kan for eksempel være lærerens kunnskap, erfaringer, syn på faget eller elevers behov. Jeg vil i dette kapittelet ta for meg kunnskapsområder som kan påvirke læreres beskrivelser av en «god» matematikkoppgave.

2.3.1 Undervisningskunnskap i matematikk

Ball, Thames og Phelps (2008) innførte begrepet *mathematical knowledge for teaching* (undervisningskunnskap i matematikk) for å beskrive hvilken kunnskap som er nødvendig både i og for undervisning. Undervisingskunnskap i matematikk handler om kompetansen lærere bruker for å gjenkjenne, forstå og hvordan man responderer til matematiske problemer og oppgaver man møter på både i og for undervisning. Ball et al. (2008) identifiserte seks hovedelementer i undervisningskunnskap:

1. Allmenn fagkunnskap
2. Fagkunnskap
3. Horisontkunnskap
4. Kunnskap om faglig innhold og elever
5. Kunnskap om faglig innhold og undervisning
6. Læreplankunnskap

Allmenn fagkunnskap defineres som den matematikkunnskapen som ikke bare brukes av lærere, men også av andre som jobber med matematikk. Slik kunnskap innebærer å kunne løse et matematisk problem, vurdere om et elevsvar er riktig eller galt, om notasjoner er riktige, om eleven bruker et begrep, en definisjon eller en fremgangsmåte riktig. *Spesialisert fagkunnskap* er matematikkunnskap som er spesifikt unik for matematikklærere. Det innebærer å velge, lage og bruke passende representasjoner for undervisning, evaluere gyldigheten av elevers besvarelser og vite hvordan man kan forklare hvorfor noe er sant (Ball et al., 2008).

Kunnskap om faglig innhold og elever defineres som lærerkunnskap om hvordan elever tenker og lærer et gitt matematisk tema. Dette innebærer kunnskap om hva elever vil finne utfordrende og vanskelig, og hvilke oppgaver som kan tenkes å være interessante og motiverende for elevene. I tillegg inkluderer dette å ha kunnskap som trengs for å tolke elevers innspill, og hva som er normale misoppfatninger innenfor et gitt matematisk tema. Slik kunnskap vil hjelpe lærere til å gjøre ulike valg angående elever. Dette kan være hvilke oppgaver de velger, eller forventninger om hvordan elever vil jobbe med matematikkoppgavene (Ball et al., 2008).

Kunnskap om faglig innhold og undervisning kan sies å være en krysning av kunnskap som trengs for det matematiske innholdet, og de pedagogiske valgene man tar i undervisning. Det er den matematikkunnskapen som brukes i planlegging og organisering av matematikkundervisning. Denne kunnskapen vil komme til syne i hvilke valg lærer tar for å til rette legge for en dypere utvikling av elevers forståelse ovenfor det gitte matematiske innholdet. I tillegg kan det sees i deres vurderinger av hvilke fordeler og ulemper ulike fremgangsmåter, representasjoner eller oppgaver har for elevers læring (Ball et al., 2008).

Til slutt for undervisningskunnskap i matematikk har man *læreplankunnskap* og *horisontkunnskap*. Dette er kunnskap om hvordan de matematiske emnene i læreplanen er relatert til hverandre, og hvordan de matematiske emnene utvikles videre i elevenes utdanningsløp. I tillegg innebærer det å ha kunnskap om hvilke ulike læringsmaterialer og -ressurser som elever har til råde hjemme (Ball et al., 2008; Johns & Burks, 2022).

2.3.2 Matematisk-oppgavekunnskap for undervisning

Chapman (2013) mener det er mange faktorer som påvirker lærere når de samhandler med matematikkoppgaver. Dette kan være fagkunnskap, pedagogisk kunnskap, mål med oppgaven, eller deres eget syn på faget. Derimot mener han at den største faktoren er det han kaller for «*Mathematical-task knowledge for teaching*» (Matematisk-oppgavekunnskap for undervisning). Dette er en liste med ulike kunnskapsområder som er nødvendig når lærere både velger og endrer oppgaver som fremmer begrepsmessig forståelse, og øke læringspotensialet i dem. Ifølge Chapman (2013) så inneholder matematisk-oppgavekunnskap for undervisning seks komponenter:

1. Kunnskap om oppgavekarakteristikker som fremmer elevens matematiske resonnement, argumentasjon, representasjonsmuligheter og begrepsmessig forståelse
2. Egenskapen til å oppdage og lage oppgaver som er matematisk rigorøs og lønner seg for elevene
3. Kunnskap om kognitiv krevende oppgaver og hvordan de relaterer til oppgavens mål
4. Forståelse for elevers forkunnskaper, erfaringer og interesser, og de ulike måtene elevene kan lære matematikk
5. Forståelse for forhold mellom valgt, planlagt og gjennomført oppgave og dens påvirkning på elevers egenskap for å lære matematikk
6. Kunnskap om hvordan man planlegger og utfører oppgaver med høye kognitive krav uten å ta over arbeid og tenkning fra elevene.

Hver komponent i Chapmans' liste er nødvendig for å velge, planlegge og gjennomføre matematikkoppgaver med høye kognitive krav, uten å senke læringspotensialet i undervisningen.

2.3.3 Teacher Triad

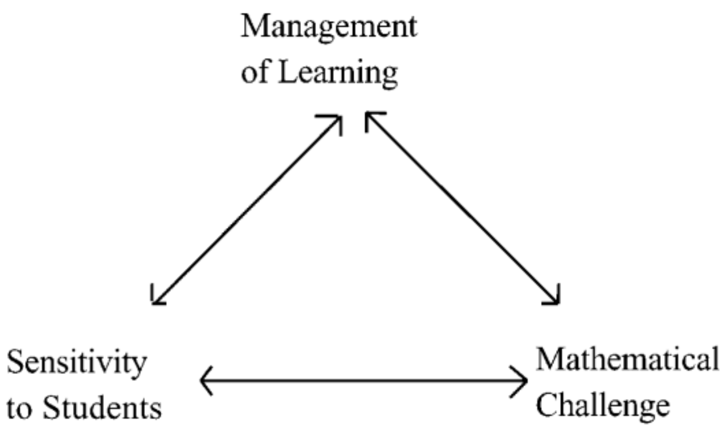
Teacher triad er et teoretisk rammeverk som prøver å fange de essensielle elementene i læreres kompliserte hverdag i deres klasserom. Rammeverket tilbyr en måte å karakterisere de aktivitetene lærere engasjerer seg i, og som et verktøy for å analysere innsamlet data fra klasseromssituasjoner. Rammeverket består av tre domener; *management of learning*, *sensitivity to student* og *mathematical challenge* (Ayalon, Naftaliev, Levenson & Levy, 2021; Potari & Jaworski, 2002)

Management of learning defineres som lærerens rolle i å organisere klasseromsmiljøet, lærerens rolle i å utvikle normer i klasserommet og lærerens kreative muligheter i å engasjere seg matematisk. Dette kan være klasseromsgruppering, planlegging av oppgave og aktivitet, bruken av lærebok og andre ressurser, eller pålagte normer i klasserommet (Ayolon et al., 2021; Potari et al., 2002).

Sensitivity to student beskriver lærerens kunnskap om deres elever og elevers behov, altså de affektive, kognitive og sosiale nødvendighetene som kan oppstå i et klasserom. Dette innebærer hvordan lærere samhandler med elever, og leder dem i deres undervisning. Et eksempel kan være hva lærere gjør for å korrigere elevers tenkning, slik at elevene ikke gjør feil eller får dype misoppfatninger i deres prosedyrer. I tillegg innebærer *sensitivity to students* lærerens egenskap til å fremme elevers mestringstro og verdsettelse av sine egne evner innenfor faget (Ayolon et al., 2021; Jaworski, Potari & Petropoulou, 2017).

I følge Potari et al. (2002) representerer *mathematical challenge* de utfordringene som elever møter på, når de arbeider med matematisk tenkning og aktiviteter. Dette innebærer oppgavesett, spørsmål stilt eller vektlegging av metakognitive prosesser gjennom undervisning. Sensitivity to students og mathematical challenge henger sammen, og forskning har vist at en god balanse mellom domene trengs for å undervise matematikk effektivt. For eksempel kan å ha et stort fokus på sensitivity to students og lite fokus på mathematical challenge lede til gode relasjoner mellom elev og lærer, men lav matematisk tenkning blant elevene. Derfor vil det være viktig for en lærer å oppnå en balanse mellom domene, slik at undervisningen blir effektiv og elever kan utvikle deres matematiske kompetanse (Jaworski et al., 2017).

Figur 2: Teoretiske rammeverket: Teacher Triad (Potari et al., 2002)



2.4 Dokumenttilnærming til didaktikk (DTD)

Matematikklærere samhandler med læreplanen og andre ressurser i sitt daglige arbeid. Etter fagfornyelsen ble kompetansemålene i faget mindre konkrete og mer åpne, og dette gjør at lærere har et større valg om hvilke ressurser som kan brukes. I tillegg til dette så har lærere ubegrenset tilgang på ressurser på internett, så lærere kan ofte være usikre når det gjelder å velge de mest passende ressursene for undervisning, både didaktisk og kvalitetsmessig.

Gueudet og Trouche (2010) mener at det er et potensielt sprang mellom tilgangen til ressurser og hvordan lærere forventer at oppgaven blir brukt i klasserommet. Dokumenttilnærming for didaktikk (DTD) er en modell som Gueudet et al. (2010) utviklet, for å bedre forstå og analysere lærers arbeid ved bruk av ressurser både for og i undervisning. Lærere velger og utvikler ressurser for å støtte deres undervisning, for så å fornye og endre ressursene i praksis. Modellen setter den komplekse samhandlingen mellom lærer og ressurs inn i et system, for å bedre forstå læreres profesjonelle utvikling. DTD tar for seg ulike konsepter fra matematikkdidaktikken, og de sentrale begrepene i modellen er:

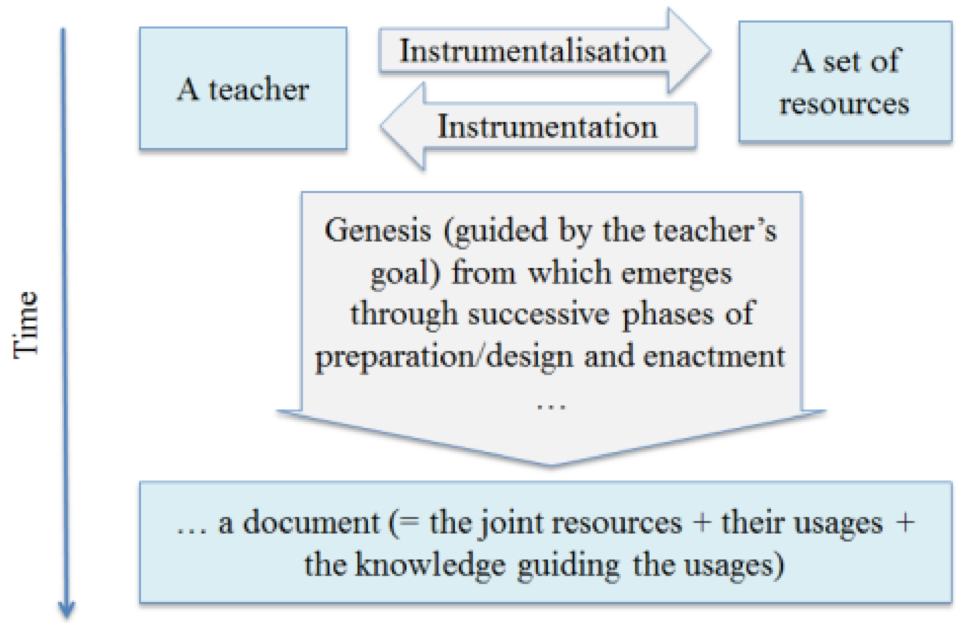
- Ressurs
- Bruksskjema (*scheme of utalization*)
- Dokument

- Dokumentell genesis
- Instrumentering (*instrumentalisation*)
- Instrumentalisering (*instrumentation*)

Ressurser er alle redskaper som er utviklet og brukes av lærere både for og i undervisning. Dette kan være oppgaver, dataprogrammer, elevers regneark eller diskusjoner med kolleger (Sullivan, Knott & Yang, 2015). Det er altså et redskap som skal hjelpe lærere å formidle en aktivitet. *Bruksskjema* vil være hvordan lærere håndterer og bruker ressurser etter for eksempel situasjon, mål, eller kompetanse, som kan oppstå både for og i undervisning. Læreres bruksskjema kan være forskjellige for en bestemt ressurs, og dette er gjerne avhengig av læreres preferanser, erfaring og kunnskap. Resultatet av å kombinere en ressurs med et bestemt bruksskjema kalles et *dokument*, og er sluttproduktet i prosessen (Trouche, Gueudet & Pepin, 2020).

Selve prosessen i å utvikle et dokument kan sies å være en toveis prosess, ettersom oppgaver kan påvirke valgene lærere tar for egen undervisning og lærer kan endre ressursen. Ressursens mulighet i å påvirke læreres valg i praksis kalles instrumentering, og dette kan være hvordan en lærer bestemmer seg for å tilpasse en undervisningsøkt etter en bestemt matematikkoppgave. Læreres prosess i å omforme og tilegne seg en av ressursene kalles instrumentalisering, og dette kan være når lærere tilpasser en matematikkoppgave etter elevers behov. Hele prosessen blir kalt dokumentell genesis, og er selve grunnlaget for DTD (Trouche et al., 2020). Hele prosessen tar for seg det komplekse arbeidet lærere gjør når de lager, omformer og utvikler ressurser for og i deres undervisning. Hele prosessen er en transformerende prosess hvor nye bruksskjemaer dannes til ulike ressurser, og nye ressurser dannes fra bruksskjemaer, som til slutt blir til et dokument.

Figur 3:Representasjon av dokumentell genesis (Trouche et al. 2020)



3. METODE

I dette kapittelet vil jeg presentere hvordan jeg har gått frem med datamaterialet for å svare på forskningsspørsmålene mine. Kapittelet er bygget opp på en slik måte at jeg først presenterer forskningsdesignet (kapittel 3.1), før jeg så presenterer hvilke deltakere som deltok (kapittel 3.2). Det blir så et eget delkapittel der jeg forklarer metoden, for så å forklare oppgavene som ble tatt i bruk (kapittel 3.3). Deretter vil jeg forklare og beskrive analysestrategien min, og begrunne valgene jeg har tatt i henhold til analysen (kapittel 3.4). Til slutt vil jeg gjøre rede for validitet, reliabilitet og etiske betraktninger, og eventuelle feilkilder i studien (kapittel 3.5).

3.1 Forskningsdesign

Innen forskning er det vanlig å skille mellom kvalitativ- og kvantitativ forskning. Ofte vil en forsker falle innenfor en av disse forskningsområdene, hvor hvert område vil bidra til å hjelpe å svare på ulike spørsmål på ulike måter. Derfor er det viktig for forskere å ikke se dem som motsettelser, men heller som noe komplementært som utfyller hverandre (Bell & Waters, 2018).

For å svare på forskningsspørsmålene mine har jeg valgt å gjennomføre kvalitativ forskning. Innenfor slik forskning vil man samle inn data i deltakernes naturlige omgivelse, hvor målet er å skape en dypere forståelse for det unike innen tematikken som undersøkes. Kvalitativ forskning prøver altså å undersøke det som er unikt, og ikke det som er generelt og gjelder for alle. Ettersom datamaterialet kan være stort og omfattende innen forskning, er det vanlig for kvalitativ forskning å velge et lite utvalg deltakere (Postholm & Jacobsen, 2011; Bell et al., 2018; Bryman, 2012).

Et av de viktigste verktøyene innen kvalitativ forskning, er forskeren selv. Forskeren vil forholde seg nært både til deltaker og datamaterialet som blir samlet inn. Dette betyr at man må være bevisst ovenfor ens egen innflytelse både på situasjon og datamaterialet. Jeg må dermed være bevisst ovenfor at min rolle som forsker, kan påvirke den innsamlete dataen i forskningen (Bell et al., 2018; Bryman, 2012).

Noe viktig innen kvalitativ forskning, er at forskningen kan endres underveis i prosjektet. Derfor kan det være vanskelig å utarbeide en presis plan for hvordan prosjektet skal utføres. Det betyr at forskningsspørsmål, metode for innsamling av data og valg av deltakere, kan endres underveis i prosessen. For min del ble forskningsspørsmål og deltakere endret og juster gjennom studie.

3.2 Deltakere

For å kunne svare på forskningsspørsmålene mine, så trengte jeg frivillige deltakere som jeg kunne intervjue. Jeg bestemte meg for å konkretisere hvilke typer lærere på videregående skole jeg ønsket å intervjue, slik at datamaterialet og mengden av deltakere ikke ville bli for stor. Lærergruppen jeg bestemte meg for å se på først var 1P lærere, men dette var noe som endret seg senere i datainnsamlingen. I starten av datainnsamlingen, hadde jeg fått to frivillige 1P lærere som skulle intervjues. Jeg følte at omfanget av deltakere var for lite og ville svekke forskningen, derfor bestemte jeg meg for å inkludere 1P-Y lærere. For å få flere deltakere, fikk jeg hjelp av min veileder med å komme i kontakt med en 1P-Y lærer på Vestlandet. Denne læreren hjalp meg videre med å kontakte andre lærere fra andre skoler, som kunne være interessert i å delta i studie.

Dette gjorde at jeg endte opp med syv deltakere fra fire forskjellige videregående skoler, noe som er et vanlig antall for en kvalitativ studie.

I valg av deltakere til forskning vil det være ideelt å velge helt tilfeldige deltakere, slik at man får et så representativt utvalg som mulig. I virkeligheten vil dette derimot ikke være så enkelt, og i mitt tilfelle ble deltakergruppen forandret. Noe som er viktig å påpeke er at 1P-Y er obligatorisk matematikk for alle yrkesfaglige utdanningsprogram på videregående skole, og 1P-Y har forskjellige læreplaner innenfor hvert yrkesprogram. Kompetansemålene i læreplanene er tilpasset etter hvert yrkesprogram, slik at matematikken vil være mer knyttet opp mot elevers programfag. Derimot er 1P obligatorisk matematikk for alle studieforberedende utdanningsprogram, og læreplanen for 1P er lik for alle utdanningsprogrammene. Kompetansemålene for 1P tar for seg matematikk som skal være praktisk for elevene, men den tar også for seg matematiske temaer som 1P-Y elevene ikke vil møte på om de ikke tar påbygg. Det vil være interessant å se om disse forskjellene på læreplanen kan legge preg på lærernes besvarelser (Utdanningsdirektoratet, 2019; Utdanningsdirektoratet, 2020, 02:04)

3.3 Datainnsamling

For å besvare på forskningsspørsmålene mine, måtte jeg høre lærernes beskrivelser og meninger om «gode» matematikkoppgaver. Derfor bestemte jeg meg for å foreta intervjuer av lærere ved hjelp av en intervjuguide. I tillegg til dette valgte jeg å bruke matematikkoppgaver under intervjuet, slik at lærerne kunne beskrive og vurdere matematikkoppgavene. Jeg vil nedenfor i underkapitlene gå mer i dybden om selve intervjuet og oppgavene.

3.3.1 Intervju og intervjuguide

Ved å bruke et intervju som metode for innsamling av data, vil det gi meg mer innsikt om menneskers meninger, erfaringer og begrunnelser. Målet med et kvalitativt forskningsintervju er å få tak i deltakernes egne beskrivelser ovenfor det gitte temaet. Intervju kan deles inn i to kategorier, det vil si strukturert og ustrukturert intervju. Strukturerte intervjuer er en metode hvor spørsmålene er forhåndsbestemte, og de samme spørsmålene blir stilt i samme rekkefølge for hver deltaker. En annen type intervjutype er semi-strutkurert intervju. Denne typen intervju er veldig lik strukturert intervju, men man står fritt til å velge oppfølgingsspørsmål ut ifra besvarelsene fra deltakerne. Dette vil gi et større rom for en mer avslappet samtale mellom deltaker og forsker, hvor intervjuet fortsatt vil oppfattes seriøst og profesjonelt. En slik metode vil være mer fleksibel enn et strukturert intervju, ettersom man kan stille oppfølgingsspørsmål i stedet for å gå videre i intervjuet. I tillegg vil ikke målet med intervjuet falle bort, ved å bruke en slik type intervju (Bell et al., 2018; Bryman, 2012).

Etter nøye vurdering bestemte jeg meg for å foreta et strukturert intervju, men hvor jeg hadde planlagt «oppfølgingsspørsmål» på forhånd av intervjuet. Dette gjorde jeg ettersom jeg har lite erfaring med å intervjue deltakere til forskning, og på denne måten ville intervjuet virke kontrollert og strukturert. For å være mer forberedt på intervjuet utviklet jeg en intervjuguide, som ble brukt gjennom hvert intervju. Intervjuguiden var delt opp i kategorier med egne hovedspørsmål, og korresponderende oppfølgingsspørsmål til hovedspørsmålene. Derimot må det sies at ikke alle oppfølgingsspørsmålene ble stilt, om det ikke var nødvendig i forhold til lærernes besvarelser (se vedlegg 2)

Under intervjuet fremla jeg en liste med ulike faktorer som kunne påvirke deltakernes valg av matematikkoppgaver. Denne listen ble framvist etter at deltakerne hadde beskrevet ulike betraktninger de tok for seg i valg av matematikkoppgaver. Dette ble gjort slik at lærerne kunne beskrive deres meninger og tanker hvor gjerne noen meninger ikke var på listen, før listen ble fremvist. I tillegg ville listen gjøre det mulig for meg å bekrefte deltakernes betraktninger, som ble nevnt før listen ble vist (se vedlegg 3).

Jeg valgte å bruke en lydopptaker for å dokumentere hvert intervju, ettersom dette vil gjøre datainnsamling enklere og føre til en mer naturlig samtale for lærerne. Ved å bruke en lydopptaker vil jeg få med meg alle ord som deltakerne bruker, tonefall, pauser og liknende. Alle intervjuene ble gjennomført på et grupperom, hvor kun jeg og deltaker var til stede, og hvert intervju varte mellom 20-40 minutter. Etter intervjuene var utført transkriberte jeg intervjuene med en gang, slik at det ville være enklere for meg å vite hvilke oppgaver lærerne vurderte. Ettersom jeg hadde foretatt meg syv intervjuer, bestemte jeg meg for å bruke Word Transcribe. Programmet ville hjelpe meg i å transkribere lydfilene fra opptakeren til tekst. Jeg tok deretter og hørte gjennom lydfilen mens jeg redigerte hva programmet hadde skrevet. Dette gjorde at jeg sparte mer tid på å transkribere alle intervjuene.

3.3.2 Oppgaver

For å se flere egenskaper en «god» oppgave skulle inneholde fra lærernes beskrivelser, og hvilke faktorer som ser ut til å påvirke deres beskrivelser, så utviklet jeg tre matematikkoppgaver som lærerne skulle vurdere i intervjuet. Oppgavene omhandlet temaet modellering av funksjoner og gyldighetsområde av modellen (se vedlegg 4). Dette temaet ble valgt ettersom det dekket to sentrale kjerneelementer i den nye læreplanen for P matematikk, altså *modellering* og *resonnement og argumentasjon* (Utdanningsdirektoratet, 2020). I tillegg hadde jeg erfart fra praksis at dette var matematiske temaer som ville bli undervist på våren. Dette tenkte jeg ville føre til mer refleksjon, vurdering og beskrivelser rundt de gitte matematikkoppgavene. Oppgavene ble plukket ut fra ulike nettsider, og videreutviklet etter formålet mitt. Jeg utviklet oppgave slik at de hadde ulik vanskelighetsgrad, ulik grad av utforskning og åpenhet. Jeg vil nedenfor forklare kort hva målet med oppgavene er.

Solsikkefrø

I denne oppgaven skal man lage en modell fra et gitt funksjonsuttrykk, uten at det nevnes i oppgaven. Modellen vil bli laget ved hjelp av et digitalt verktøy, og man er nøtt til å lese av verdier fra funksjonen. Til slutt skal man forklare hvordan planten vokser ut ifra modellen, for så å knytte dette opp mot gyldighetsområde.

Oppgave: Solsikkefrø

Tom sår et solsikkefrø i april og han observer hvordan blomsten vokser. Tom kommer frem til en funksjon som viser høyden til planten, $h(x)$, etter x antall dager fra planten begynte å spire.

$$h(x) = -0{,}0005x^3 + 0{,}04x^2$$

a) Hvor høy er planten etter 20 dager?
b) Forklar hvordan planten vokser fra modellen din.
c) Hvilket gyldighetsområde vil du si at modellen har?

Ferje

I denne oppgaven skal man først utføre enkel prosedyre for å finne gjennomsnittshastigheten til ferja. Deretter skal man selv finne en lineær modell som viser gjennomsnittshastigheten, og her kan man selv velge hvilke verktøy man bruker. Videre skal man utføre en enkel prosedyre ved å lese av modellen, og til slutt finne gyldighetsområde og modellens begrensninger.

Oppgave: Ferje

Ferja Superspeed 1 bruker 3 timer og 15 minutter fra Kristiansand til Danmark. Dette tilsvarer en strekning på 140 km.

a) Hva er gjennomsnittshastigheten til ferja?
b) Lag en lineær modell som viser sammenhengen mellom tiden Superspeed 1 bruker fra Kristiansand til Hirtshals og avstanden mellom havnene.
c) Ifølge modellen din, når vil ferja være 45 km og 110 km fra Kristiansand.
d) Når vil du si at modellen er gyldig, og hvilke begrensninger har modellen?

Beiteområde

I denne oppgaven skal man selv analysere informasjonen som er gitt i teksten, for så å bruke informasjonen for å løse første spørsmål ved å fylle inn tabellen. Deretter skal man lage en modell som viser resultatet, for så å representere resultatet som en funksjon. Til slutt skal man forklare, argumentere og reflektere ovenfor hva som gir størst areal og modellens gyldighetsområde.

Oppgave: Beiteområde

En bonde har 200 meter gjerde som han skal bruke til å sperre av et rektangulært beiteområde for noen kyr. Du skal hjelpe bonden ved å lage en matematisk modell for arealet, $A(x)$, av beiteområde. Sett den ene siden av rektangelet til å være x meter.

a) Lag en tabell, og undersøk hva de ulike lengdene på sidene i rektangelet gir i areal.

Lengde			....	
Bredde			....	
Areal			....	

b) Finn en funksjon som viser resultatet i tabellen din.
c) Hvilken lengde på sidene i rektangelet bør bonden velge for å få størst mulig areal?
d) Forklar hvorfor noen verdier er gyldige og andre ikke.

I ettertid ser jeg at jeg kunne gjort spranget mellom oppgavene enda større, ved å øke og senke vanskelighetsgraden mer. Dette innebærer å bruke ledende spørsmål, eller åpne spørsmål slik at det åpner mer opp for refleksjon. Det kan tenkes at jeg ikke gjorde dette, ettersom slike typer matematikkoppgaver er de jeg har størst erfaring med.

3.4 Analyseprosessen

Å analysere den innsamlede dataen er en stor del i hele forskningsprosessen. Selve analyseringen burde starte tidlig, og ikke bare begynne når man skal skrive resultat kapittelet. For å gjennomføre analysen på best mulig måte, må forskeren være bevisst på valgene man tar. Dette gjør at forskeren underveis kan vurdere, om de valgene man tar gir gode resultater eller ikke. Ettersom jeg har intervjuet syv lærere har jeg mye innsamlet data, og det vil ikke være mulig å presentere alle intervjuene i sin helhet. Derfor er det viktig at man bryter ned materialet i mindre deler, der kun deler av intervjuene blir presentert. Målet med analysen er å skape en helhetsforståelse av spesifikke forhold, og derfor er det viktig å systematiser og klargjøre all innsamlet data på en god måte (Grønmo, 2004).

Ved å kode dataen kan man få en oversikt over hva teksten innholdet av informasjon. Det er viktig å påpeke at kategoriseringen og organiseringen av den innsamlete dataen, blir styrt av forskerens forståelse. Det betyr at min forståelse ovenfor innholdet vil påvirke sterkt hva som blir trukket frem i resultat kapittelet. For å organisere og kategorisere datainnsamlingen på en systematisk måte, bestemte jeg meg for å fargekode intervjuet. Dette ble gjort for å skille relevante besvarelser fra irrelevante besvarelser. Jeg bestemte meg for å fargekode intervjuene etter hva som kunne være relevant for å besvare forskningsspørsmålene mine. Etter hvert som det kodete innholdet ga mer mening, begynte jeg å systematisere og kategorisere den relevante dataen inn i tabeller.

3.5 Forskningens kvalitet

I dette delkapittelet vil jeg beskrive hvordan studiens reliabilitet, validitet og etiske betraktninger blir ivaretatt, og reflektere ovenfor ulike feilkilder som kan ha oppstått gjennom studie.

3.5.1 Validitet og reliabilitet

For at forskning skal bli godkjent innenfor sitt fagfelt, så er det viktig at forskningen ivaretar visse krav om validitet og reliabilitet. Dette innebærer at forskeren forsikrer leseren og andre forskere om at resultatet som presenteres ikke er forvrenginger av sannheten. Det handler altså om at forskeren vurderer og reflekterer ovenfor valg som blir gjort, gjennom hele forskningsprosessen. Forskeren må være i stand til å begrunne sine egne valg, og reflektere hvordan disse valgene vil påvirke forskningen. Ved å ta hensyn til dette gjennom studie kan validiteten og reliabiliteten til forskningen ivaretas.

Validitet innen forskning kan deles i to kategorier, det vil si ytre og indre validitet. Bryman (2012) beskriver ytre validitet som hvorvidt studiens resultater kan generaliseres innenfor den spesifikke forskningskonteksten. Ettersom min studie er kvalitativ med et lite utvalg deltakere, vil det gjøre det vanskelig å generalisere resultatet knyttet opp mot forskningsspørsmålene mine. Den indre validiteten handler om konklusjonen ovenfor den innsamlete dataen i studie er riktig. Dette innebærer at man reflekterer og vurderer ovenfor hvordan ulike faktorer relaterer til hverandre, og om det er mulig å gi en konklusjon på grunnlag av dette. Om en forsker har høy indre validitet indikerer det at man har god kontroll over mulige bias som kan forekomme i studie (Bryman, 2012).

Reliabilitet handler om at resultatene mine, kan reproduseres på andre tidspunkt av andre forskere. Dette innebærer at andre forskere kan reprodusere resultatet i studiet, for så å komme frem til samme konklusjon (Bryman, 2012). Ettersom jeg har intervjuet ulike deltakere fra ulike skoler, kan det tenkes at andre forskere kan få andre resultater. Dette kommer av at deltakerne kan være påvirket av arbeidsplassens verdier og holdninger, noe som gjør at det kan variere fra skole til skole. Det vil altså være vanskelig å forsikre seg om at studien har høy reliabilitet, ettersom jeg har foretatt meg intervju som metode.

3.5.2 Etisk betraktning

I all forskning som involverer mennesker, må man ta hensyn til de etiske betraktningene. En av de viktigste etiske retningslinjene som man skal følge er informert samtykke. Deltakerne skal få ærlig informasjon om forskningens formål og omfang, og det er viktig at dette blir formidlet på et språk som er forståelig for deltakeren. De skal også få vite hva som forventes av dem, undersøkelsens tidsspenn og deres rettigheter gjennom studie. Dette innebærer at forskeren skal være tydelig på informantens frihet til å trekke seg når som helst gjennom studien. Forskeren sitter selv med ansvaret for at undersøkelsen ikke skaper problemer for deltakerne, og at de ikke kommer til skade.

I forbindelse med dette studie ble det sendt inn en søknad om tillatelse om gjennomføring av studie til Norsk senter for forskningsdata (NSD). Etter at søknaden ble godkjent, ble deltakerne kontaktet hvor de fikk et informasjonsskriv og et samtykkeskjema. Informasjonsskrivet presenterte målet med studie, forklaring av intervjuprosessen og deltakernes rettigheter gjennom studie på en forståelig måte. Ved å gjøre det slik ville lærerne være godt informerte ovenfor studie og deres rettigheter. Før intervjuet startet signerte hver lærer under på et samtykke skjema, og dette ble gjort for å sikre at lærerne deltok frivillig. Deltakerne ble også informert at deres anonymitet ville bli bevart gjennom hele forskningen. Dette er viktig ettersom det er et annet grunnleggende prinsipp for all forskningsetikk. Ingen personlige opplysninger eller kjennetegn blir tatt for seg i undersøkelsen. Dette ble gjort slik at deltakerne uansett kjønn, nasjonalitet eller skole ikke skulle gjenkjennes.

3.5.3 Feilkilder

Når man foretar seg intervju som metode kan det oppstå feilaktige framstillinger av informasjon, som kan påvirke resultatet. Det er dette man kaller for feilkilder. Ettersom datainnsamling ble gjort ved hjelp av intervjuer, så vil selve metoden være en sentral kilde for feilkilder. Både intervjuguiden og gjennomføringen av intervjuene kan ha inneholdt faktorer som påvirker resultatet. Ifølge Larsen (2017) finnes det i hovedsak tre kilder til feilslutninger i forskning ved bruk av intervju, disse er intervjueffekten, spørsmålseffekten og kontektseffekten.

Intervjueffekten handler om de ytre faktorene som kan påvirke deltakernes besvarelser, som for eksempel mine egne reaksjoner på deltakernes svar eller selve omgivelsene intervjuet tar sted i (Larsen, 2017). Under intervjuet prøvde jeg å være objektiv og opptrå som profesjonell, ved at jeg ikke viste til noen negative reaksjoner til lærernes svar. Derimot for å få deltakerne til å være komfortable og avslappet, så bekreftet jeg deres svar uansett med et nikk og smil.

Spørsmålseffekten handler om hvordan spørsmålene er formulert. Dette innebærer for eksempel om spørsmålene er ledende, slik at forskeren kan påvirke deltakerens svar under intervjuet (Larsen, 2017). Intervjuguiden inneholdt åpne spørsmål, slik at deltakerne ikke skulle bli ledet i deres besvarelser. De eneste spørsmålene som kunne være ledende, var oppfølgingsspørsmålene som skulle hjelpe lærerne å forstå hovedspørsmålene (se vedlegg 2)

Den siste feilslutningen man kan ta er konteksteffekt. Den handler om hvilken rekkefølge spørsmålene stilles i, og i hvilken grad tidligere spørsmål stilt i intervjuet kan påvirke deltakernes besvarelser (Larsen, 2017). Etter selve oppbyggingen av intervjuguiden føler jeg at dette er noe jeg har unngått for det meste. Noe som kan havne innenfor konteksteffekten er spørsmålene om lærernes betraktninger og listen som ble fremvist. Her kan lærernes betraktninger gjerne ha påvirker hvilke faktorer på listen de valgte og vurderte (se vedlegg 2, spørsmål 4 og 5).

I tillegg til eventuelle feilkilder som kan oppstå under intervjuet, så er det også risiko for feilkilder under transkripsjonen. Når en muntlig samtale blir gjort om til skriftlig tekst, så kan det være mange viktige faktorer ved det muntlige språket som faller bort. For eksempel som forsker må man vurdere hvordan man skal transkribere tenkepauser, latter eller bruken av «ehm». Under transkripsjonen prøvde jeg ikke å miste for mye av muntlige kjennetegn, og jeg forsøkte å ta vare på eventuelle tenkepauser og andre momenter som i utgangspunktet ikke skal være med i en skriftlig oversettelse. Dette vil gjøre at transkripsjonene vil være mer presise, og ikke være preget av hva jeg som forsker tror de sa.

4. RESULTAT FRA ANALYSE

I dette kapittelet vil jeg presentere resultatet fra analysen av alle intervjuene. I første delkapittel vil jeg ta for meg hvilke betraktninger lærerne tar for seg når de velger matematikkoppgaver for deres undervisning. Deretter vil jeg presentere lærergruppenes beskrivelser og meninger om hva en «god» matematikkoppgave er. I tredje delkapittel vil jeg ta for meg lærernes vurderinger og endringer av tre ulike matematikkoppgaver. Til slutt vil jeg gi en oppsummering av resultatet om hvordan lærerne beskrev en «god» matematikkoppgave, og deres vurderinger og endringer av de tre gitte oppgavene. I hvert delkapittel har jeg valgt å kategorisere besvarelsene til lærerne, slik at det vil hjelpe meg å se viktige momenter som kan diskuteres i diskusjonskapittelet. Kategoriene vil bli forklart gjennom kapittelet ved hjelp av fotnoter, og 1P- og 1P-Y lærernes beskrivelser vil bli presentert hver for seg.

4.1 Matematikkoppgaver og betraktninger

For å danne et bedre grunnlag for å diskutere læreres beskrivelser om hva en «god» matematikkoppgave er, så jeg meg nødt for å konstruere et bilde av deres «normale» matematikklasserom. Dette ville gi meg mer bakgrunnsinformasjon som kunne diskuteres senere i lys av resultatene. Spørsmålene som lærerne ble stilt gjennom dette delkapittelet var:

1. Hvordan ser en typisk matematikkoppgave i dine timer?
2. Hva er målet ditt med slike typer oppgaver?
3. Hvordan pleier elevene dine å jobbe med matematikkoppgaver?
4. Hva er det viktigste du tar i betraktning når du velger matematikkoppgaver for dine elever?
5. Hvilke av de gitte faktorene vil du si forklarer best hvordan du velger/bruker oppgaver til dine elever? (se vedlegg 3)

4.1.1 Typiske matematikkoppgaver for deres undervisning

Sentralt for alle 1P lærerne var å bruke ulike matematikkoppgaver, til riktig tidspunkt og etter elevers behov.

«[…] i min vurdering at jeg må finne balansen i det, for noen kan liksom utforskende oppgaver på feil tidspunkt bli enda mer forvirrende enn å ta inn noen litt enklere oppgaver først sånn at de kjenner på et vis noe mestring av metoder og sånn først.» 1P1[1]

Det kom frem to eksempler på oppgavetyper fra lærernes beskrivelser: prosedyreoppgaver og problemløsningsoppgaver. Ved å bruke prosedyreoppgaver var målet at elever skulle lære begreper, metoder og fremgangsmåter, altså å memorere og reprodusere fakta, formler og prosedyrer. Derimot var målet med problemløsningsoppgaver at elevene skulle selv velge fremgangsmåte og tolke informasjon fra tekst. Noe annet som kom frem var at oppgavene la til rette for at elever kunne bruke deres forkunnskaper, for å løse oppgavene. Dette var fordi læreren ønsket at eleven kunne anvende den kunnskapen de allerede besatt. Noe annet som var sentralt for 1P lærerne, var hvor mye elevers nivå og deres progresjon i faget påvirket deres valg. En lærer kom med denne forklaringen:

[1] Forkortet kode for hvilken 1P lærer sitatet er tatt fra, for eksempel 1P1 er 1P matematikklærer 1.

«Og så varierer det litt med hvordan klassen er. Er det noe som fungerer i en klasse, fungerer kanskje ikke så godt i en annen klasse. Så det har litt både med sammenhengen av elever, hvilke nivå de er på, om det er stor spredning på nivået, da må du kanskje legge opp til flere typer oppgaver, er det veldig likt nivå så kan en, ja det er det flere som har nytte av de samme oppgavene, men det er litt forskjellig.» 1P1

Tabell 1: Typiske matematikkoppgaver for 1P

Antall	Kategori	Eksempel
3	Prosedyreoppgave[2]	«Typisk for å lære inn begreper, lære inn noen nye metoder og sånn.» *1P1*
2	Forkunnskap	«[…] så de får anvendt den kunnskapen de har.» *1P3*
3	Problemløsningsoppgaver[3]	«Og så etter hvert så begynner en kanskje med litt større oppgaver og litt mer sånn utforskende […]» *1P1* «Store tekster der du må tolke mer og kanskje ta litt egne valg […] det ikke er satt, sånn finn dette, men heller bruk dette til å gjøre matematikk.» *1P2*

1P-Y lærerne brukte ofte problemløsningsoppgaver for deres undervisning. Slike oppgaver skulle være utfordrende og fremme utforskning blant deres elever. Videre innebar slike oppgaver at elevene skulle velge selv fremgangsmåter, og gjerne reflekterer ovenfor valgt løsning og metode. Dette var noe som gjerne kunne bli gjort ved å diskutere felles i klasserommet, eller i grupper.

I tillegg var de fleste av 1P-Y lærerne opptatt av å bruke praktiske oppgaver som ville gjøre elevene aktive. Dette innebar at elevene skulle bevege seg rundt i klasserommet, og løse oppgaver gjerne selv på en tavle. Sentral for lærerne var at valg av oppgaver ville være påvirket av hvilke emne som skulle undervises i, ettersom dette ville forme hvilke behov elevene ville ha.

«Den er, det er vanskelig for det varier og sånn i forhold til tema.» 1P-Y1

Tabell 2: Typiske matematikkoppgaver for 1P-Y

Antall	Kategori	Eksempel
4	Problemløsningsoppgaver	«En matematikk, litt sånn større oppgave, så ønsker jeg jo kanskje at de skal prøve å definere, eller så finner jeg ut litt hvordan de vil løse oppgaven selv og at de skal komme fram, vise meg hvordan de kommer fram til det. At, hvilke strategier de bruker til, hvordan de tenker når de velger på en måte strategi.» *1P-Y4*[4] «Sånne utforskning oppgaver, der de kan få en problemstilling eller et eller annet problem de skal løse, og så diskutere de […]. Diskutere ser på ulike måter, de kan løse det på, og så får elever presentere sine måter.» *1P-Y3*
3	Praktiske oppgaver[5]	«Jeg liker at elevene beveger seg i klasserommet, og at de på en måte er nøtt til å tenke og sånn […]» *1P-Y1*

[2] Oppgaver hvor man skal lære og reprodusere metoder, begreper eller prosedyrer.
[3] Oppgaver hvor man kan bruke ulike fremgangsmåter, løsninger eller representasjoner, og hvor man må reflektere og argumentere for egne valg. I tillegg vil slike oppgaver være utforskende og knytte sammen ulike matematiske temaer.
[4] Forkortet kode for hvilken 1P-Y lærer sitatet er tatt fra, for eksempel 1P-Y2 er 1P-Y lærer 2.
[5] Oppgaver som legger til rette for bevegelse i klasserommet, og gjerne tar for seg fysiske gjenstander.

	«Så i klasserommet mitt er typisk så, så har jeg en haug med sånne vertikale tavler som vi henger på veggene. Så må de stå der å regne.» *1P-Y2*

4.1.2 Målet med matematikkoppgaver

For å bedre forstå hvorfor lærerne brukte sistnevnte oppgaver, bestemte jeg meg for å spør dem: «*Hva er målet ditt med slike typer oppgaver?*».

1P lærerne hadde forskjellige mål ved bruke ulike oppgavetypene. En av lærerne hadde et stort fokus på at elevene skulle redegjøres til en eventuell vurderingssituasjon, ved å bruke gitte oppgavetyper. Læreren poengterte at det var viktig at oppgavene skulle ligne på en eksamensoppgave, slik at elevene kunne være mer forberedt. To av lærerne hadde fokus på at oppgavene skulle hjelpe med å utvikle elevers forståelse. Fra lærernes beskrivelser kan det tenkes at de ønsket å utvikle en mer dypere forståelse for de matematiske begrepene. Noen av lærerne ønsket at oppgavene skulle være knyttet opp mot virkelige situasjoner, slik at elevene kunne se at matematikk er representert i virkeligheten.

Tabell 3: 1P læreres mål med matematikkoppgaver

Antall	Kategori	Eksempel
1	Vurderingssituasjon	«[…] vi vurderer det jo hele tiden. Og det er jo litt sånn som det må bli. Det er klart at oppgaven vi velger, det vil ganske styrt av eksamen.» *1P1*
2	Utvikle forståelse	«[…] da er det egentlig målet, og at ting skal sitte litt i fingrene og så tenker jeg mer sånn rent teknisk at man skal ikke tenke så mye over hvordan 2 tall ganges […] Men at man skal få noen ting, skal ligge litt innarbeidet i hendene som man ikke skal bruke så mye krefter på de tingene, og så får man heller når man får oppgaver, kan angripe teksten og problemet.» *1P2*
2	Virkelighetsnært[6]	«Tenker det handler litt om å klare å løse praktiske problemer som du, om du ikke vil møte på den situasjonen senere i livet, så er det i hvert fall noe som ligner eller du kommer i en situasjon der du kan bruke matematikk.» *1P2* «[…] altså sånne virkelige ting, at vi kan snakke om det matematisk, og at det forhåpentligvis fenger elevene litt og da.» *1P3*

1P-Y lærerne hadde noen andre mål med matematikkoppgaver enn 1P lærerne. Sentral for lærerne var at elevene skulle være selvstendige i deres arbeid. Oppgavene skulle legge til rette for at elevene skulle ta egne valg ovenfor metode og prosedyre, og ikke reprodusere hva boka eller lærer viser. Et annet mål var at lærerne ønsket at oppgavene skulle utvikle elevenes forståelse. Ett sentralt mål for lærerne var at elevene skulle bli problemløsere ved å bruke matematikkoppgaver. Dette innebar at elevene skulle se ulike fremgangsmåter og løsninger, og reflektere ovenfor valgt fremgangsmåte. Til slutt ønsket to av lærerne at matematikkoppgaver la til rette for at elever kunne bruke deres forkunnskap for å løse oppgaven.

[6] Tematikken i matematikkoppgaver er nært knyttet virkeligheten eller et skolefag. Dette innebærer situasjoner som man kan komme ovenfor senere i livet.

Tabell 4: 1P-Y læreres mål med matematikkoppgaver

Antall	Kategori	Eksempel
3	Utvikle forståelse	«Eller først lærer seg en slags metode for hvordan man kan tenke eller ulike måter å tenke på. Så får de å øve seg litt selv. Og så er det liksom det vanskeligste til sist da med å komme fram til den formelen sånt» *1P-Y4*
2	Forkunnskap	«[…] det er jo at de skal egentlig hente fram kunnskap som de har fra før og bruker de i problemstillinger» *1P-Y3*
3	Selvstendig tenkning[7]	«Jeg vil på en måte få de til å tenke selv, ikke bare repetere det som vi har sett i boken og de.» *1P-Y4* «[…] de skal finne ut selv hvordan vil du løse oppgaven.» *1P-Y3*
4	Problemløser[8]	«[…] selv om vi tror at det liksom et svar og 2 streikende under svaret, så er det jo mange måter å komme dit på, ofte.» *1P-Y1* «Altså vi kan bruke forskjellige måter. Da trenger ikke bare være ett riktig svar og, og så prøve vise de […]. Men så er liksom neste steg å prøve å få de til å tenke og kanskje litt mer sånn ny nytenkning da» *1P-Y4*

4.1.3 Typiske arbeidsmåter for deres elever

For å bedre forstå lærernes valg av matematikkoppgaver ble de spurt: *«Hvordan pleier dine elever å jobbe?»*.

For 1P lærerne var det typisk at elevene enten jobbet selvstendig eller samarbeidet med deres sidemann. En av lærerne poengterte at samarbeid mellom elevene var viktig, ettersom de kunne bruke hverandre som et hjelpemiddel om ikke lærer fikk tid til å hjelpe alle.

«Men hvis alle skal sitte og vente på at de skal få hjelp i fra læreren, så for det første så er det vanskelig å kunne hjelpe i løpet av en time. Og så får de jo heller det at de kan hjelpe hverandre, forklare litt for hverandre og undrer seg litt sammen. Da lærer de jo egentlig mer enn om de bare sitter og venter […]» 1P1

Tabell 5: Typiske arbeidsmåter for 1P elever

Antall	Kategori	Eksempel
3	Selvstendig arbeid	«Så enten må de sitte i ro med sin egen hjerne og prøve å finne ut […]» *1P3*
3	Samarbeid	«Ja, så egentlig samarbeid fungerer egentlig ganske, ganske bra synes jeg» *1P2*

For 1P-Y lærerne var selvstendig arbeid også en sentral arbeidsmåte for deres elever. Derimot var 1P-Y lærerne opptatte av at elever kunne samarbeide i større grupper, hvor de skulle dele deres kunnskap, idéer og tanker for å løse en matematikkoppgave.

Tabell 6: Typiske arbeidsmåter for 1P-Y elever

Antall	Kategori	Eksempel
3	Selvstendig arbeid	«Jeg har vel alltid en tanke om at de først skal prøve litt selv, for jeg tror jo at hvis de har sittet med et problem og prøvd å løse det selv først.» *1P-Y4*

[7] Man skal være i stand til å løse matematikkoppgaven ved å ta egne valg, uten å bli påvirket av faktorer som lærer eller oppgavens oppbygning.
[8] Elevene skal utvikle egenskapen til å se flere fremgangsmåter og løsninger, og reflektere over deres valg.

4	Samarbeid	«[…] så lar jeg andre elever å ta fram sitt ark, Excel ark og snakke igjennom det som de har gjort. Det er fordi at ofte så kan jo de kanskje forklare på det en enklere måte.» *1P-Y3* «Så, så elevene skal være støttende og de hjelpe hverandre, og det å kunne formidle viten... ja du har viten, at du faktisk når du kan formidle den, så når du besitter når du har en forståelse, så det er en god øvelse.» *1P-Y2*

4.1.4 Betraktninger for valg og bruk av matematikkoppgaver

Et sentralt spørsmål lærerne ble stilt, som skulle hjelpe meg med å besvare forskningsspørsmålene mine var: «*hva tar du i betraktning når de velger matematikkoppgaver for dine elever?*»

1P lærerne hadde noen ulike formeninger om hva de tok i betraktning. En viktig betraktning for en lærer var at oppgavene var tett knyttet opp mot kompetansemålene i læreplanen, slik at elevene ville bli klargjort for en eksamen. Sentralt for alle lærerne var at oppgavene skulle gradvis utvikle elevers forståelse, gjerne gjennom å ha variasjon i oppgavespørsmålene. Noe annet lærerne tok i betraktning var om oppgaven var virkelighetsnær. Dette innebar at matematikken i oppgaven kunne knyttes opp mot virkeligheten, og slik at elever ville se nytten av faget. Til slutt tok lærerne for seg elevers progresjon og erfaringer når de skulle velge oppgaver. Dette innebar å se på progresjonen i klassen, og erfaringer om hva som kunne være vanskelig for elevene.

Tabell 7: Betraktninger 1P lærere tar for seg i valg av oppgaver

Antall	Kategori	Eksempel
1	Kompetansemål - Vurderingssituasjon	«Jeg har jo alltid kompetansemålene for øye [… jeg tenker egentlig at det vi skal gi en sånn eksamen […]» *1P1*
2	Elevers progresjon, forkunnskap og erfaringer	«[…]at i klasser kan det jo være ulik framdrift, og det vil jo være med på å påvirke hvilke oppgaver en velger, en må velge oppgaver som sikrer en viss framdrift i endene for eksempel. […] det er jo litt mer erfaring om hva en ser elevene har problemer med, og det får seg litt erfaring etter hvert» *1P1*
2	Virkelighetsnært	«[…] virkelighetsnært til hva man skal si at man prøver å ta noen som er litt nyttig, eller jeg vet ikke jeg er litt sånn realistisk.» *1P3*
3	Utvikle forståelse	«At man får litt variasjon at man får stilt spørsmålet fra ulike måter for å se om man faktisk har forstått det […] gradvis bygge seg opp sånn at man først må ha en forståelse av hva det handler om før man kanskje kan løse problemene» *1P2*

Sentralt for 1P-Y lærerne var å se på elevers progresjon og erfaringer, nå de skulle velge matematikkoppgaver. Lærerne ønsket se på hvor langt de hadde kommet i et matematisk tema, i forhold til hvor vanskelige oppgaver de kunne gi elevene. I tillegg valgte lærerne oppgaver fra deres erfaringer rundt temaet, det vil si hva elevene ville finne vanskelig om et matematisk tema. Derimot valgte lærerne ofte problemløsningsoppgaver hvor oppgavene hadde flere fremgangsmåter og løsninger. Til slutt valgte noen lærere oppgaver ut ifra hvor virkelighetsnære oppgavene var. Dette innebar at oppgavene kunne tett knyttes opp mot elevers programfag.

Tabell 8: Betraktninger 1P-Y lærere tar for seg i valg av oppgaver

Antall	Kategori	Eksempel
2	Virkelighetsnært	«Men hvert fall på yrkesfag, så prøver vi å gjøre det mer praktisk. Så typisk sånn istedenfor å kanskje jobbe direkte med formler og sånn, så kan det være bedre å se å få beskjed om at de skal klippe ut noen rammer til et bilde, og så skal de regne ut og sånn.» *1P-Y1*
3	Problemløsningsoppgaver	«Og det er det prosessen jeg vil ha fram, og gjerne da at det er veldig mange veier fram til mål da på en måte.» *1P-Y1* «[…] og så kan det være oppgaver som jeg måtte bare at de er mer fritt. Du skal lage kaker f.eks.. Og den skal være til så, så mange personer hvor stort skal være hvor høyt skal være? Altså at du får mer spillerom da for, for elevene.» *1P-Y4*
4	Elevers progresjon, forkunnskap og erfaringer	«Og så er det ut ifra hva elevene har gjort og hvilke tema vi jobber med og sånn men…» *1P-Y2* «Jeg har jo gjort som, som regel, så har jeg gjort et par ganger før og har fått litt erfaring om hva som fungerer.» *1P-Y3*

4.1.5 Faktorer som bestemmer valg og bruk av matematikkoppgaver

For å høre flere av lærernes betraktning, fikk lærerne en liste med ti ulike faktorer som kunne påvirke deres valg av matematikkoppgaver (se vedlegg 3). Hver lærer leste gjennom hvert punkt, og kommenterte deretter hvilken av dem de følte påvirket dem mest. Etter å ha lest igjennom listen så hadde lærerne ulike formeninger, om hvilke faktorer som hadde stor betydning for deres valg av matematikkoppgaver. Punktene som var sentrale for begge lærergruppene var *opprettholde et læringsmål/kompetansemål* og *knytte oppgavene opp mot andre fag eller det virkelige liv*.

En av 1P lærerne valgte ofte oppgaver som dekket læreboka, ettersom dette ville hjelpe elevene i å være forberedt til en vurderingssituasjon. Punktet *fremmer begrepsmessig forståelse* var det noe uenigheter mellom to av 1P lærerne. En av lærerne mente at det var viktig at en oppgave ville fremme elevers begrepsmessige forståelse, mens den andre følte at dette var ikke bare oppgavens ansvar. Læreren mente derimot at dette kunne fremmes ved hjelp av muntlige diskusjoner, i stedet for å legge alt ansvar på en oppgave.

To av lærerne mente at aktive klasseromsinteraksjoner var viktig, men til ulik grad. En av lærerne ønsket gjerne å ha en felles diskusjon i klasserommet, for å skape mer variasjon i undervisningen. Derimot mente den andre at å ha en felles diskusjon ikke alltid var aktuelt, så en diskusjon mellom elever kunne være nok. En av lærerne ønsket også å velge oppgaver som kunne øke elevers interesse og glede i faget, og at dette helst kunne oppnås bare ved hjelp av mestring hos elevene.

«Og så sier de ja, når liksom, hva er det som skal gjøre for at du skal synes matematikk er gøy, det er jo mestring, mestring og mestring. Ja... så jeg har jo mye fokus på det egentlig hele tiden, at de skal føle at de får motivasjon og hjelper til å lære ting.» 1P1

Ulike visuelle representasjoner og oppgavens vanskelighetsgrad var noe lærerne mente også var viktig. Lærerne mente å velge oppgaver som hadde dette til stede, ville hjelpe elever å utvikle deres forståelse, og hjelpe dem til å huske ulike matematiske begreper. Noe som en lærer reagerte på, var punktet: *jeg som lærer forstår matematikken*. Dette kom av at læreren mente det var viktigere at elevene faktisk forsto matematikken, enn at læreren selv gjorde det.

«Da tenker jeg sånn at jeg kan forstå den, men da tenker jeg også at det det skal være en lesbar oppgave som også de kan forstå. For noen er jo veldig knotete formulert, så det det det tenker jeg gjennom.» 1P2

Tabell 9: Faktorer som bestemmer valg og bruk av oppgaver for 1P lærere

Antall	Kategori	Eksempel
3	Opprettholde et viktig læringsmål/kompetansemål	«[…] men jeg tenker for alt vi gjør, så, så ser vi jo at det er en, må jo ha koble det opp mot et eller annet læringsmål, tenker jeg.» *1P3*
3	Knytte forbindelser til andre skolefag eller det virkelige liv	«[…]det er jo en del av kompetansemål som er direkte knyttet til emnet og nærmiljøet også.» *1P1* «Egentlig den der oppgaven sier til at potensialet som knytter gode forbindelser til andre skolefag og til det virkelige liv eller andre i skole, matematikk» *1P3*
1	Dekker læreboken	«Men ser vi altså dekker det fra læreboken altså... Vi bruker jo læreboken. Vi er nødt til å gå igjennom det som står i læreboken hvis vi skal ha det som må lærebok. Hvis ikke, så må vi gi beskjed til elevene om at det ikke skal være med, forelevene bruker jo læreboka når vi skal øve til en prøve.» *1P3*
2	Fremmer begrepsmessig forståelse	«[…] kjempeviktig, så, spesielt sånn innledende, man jobber mye med disse begrepene. Akkurat som i språk, så kan du ikke gloser så er det vanskelig å snakke.» *1P1* «Det høres litt sånn ut som litt mye press å legge på, altså en matematisk oppgave, men det tenker jeg litt sånn klasseroms greie er at det nødvendigvis ikke trenger å være en matteoppgave» *1P2*
2	Øke interesse og glede av matematikk	«Og dette med å øke elevenes interesse og glede av matematikk. Det tenker jeg på hele tiden, for det jo veldig nært knyttet til motivasjon.» *1P1*
2	Aktiv klasseromsinteraksjon	«Men noen ganger, så er jo det å få en litt aktiv diskusjon i klasserom, det er jo med på å skape variasjon, så den er jo å altså tenker vi jo på inni mellom.» *1P1* «[…]så tenker jeg ikke nødvendigvis hele klassen, men at det kan skape liksom en form for diskusjonen mellom elever»*1P2*
2	Visuelle eller andre representasjoner	«Jeg tror spesielt dette med å huske ting, så det er mange elever som husker ting bedre når de altså tegner tegne ting.» *1P1*

De aller fleste 1P-Y lærerne mente å opprettholde et kompetansemål eller læringsmål var viktig når de valgte matematikkoppgaver. Lærerne mente at målene lå alltid til stede i deres valg, men på grunn av fagfornyelsen hadde lærerne mer spillerom ettersom målene hadde blitt mer åpne.En annen viktig faktor for lærerne var at oppgaven la til rette for en aktiv klasseromsinteraksjon, slik at elevene ville få et økt læringsutbytte fra oppgaven. Noe som lærerne ønsket fra en slik interaksjon, var at interessen og gleden for faget skulle øke blant elevene. En av lærerne følte at dette ville skape variasjon for elevene, og da øke deres glede for faget.

En annen sentral faktor var å velge oppgaver som kunne knyttes opp mot virkeligheten og spesielt et programfag. Noen av lærerne mente å knytte oppgavene mot programfagene kunne vise faget relevans for elevene, og gjerne øke deres motivasjon og interesse i matematikk. Lærerne ønsket også å øke elevers interesse ved å bruke ulike typer matematikkoppgaver, slik at elevene kunne oppleve variasjon. Lærerne ønsket også at oppgaven skulle ta for seg ulike visuelle representasjoner, ettersom det ville hjelpe å støtte elevers læring. Både ved å gjenkjenne matematiske begreper og bygge opp elevers forståelse om begrepene.

Det var tre av lærerne som mente at punktet på listen om: *jeg selv forstår matematikken* ikke var særlig viktig. De mente at det var mye viktigere, at selve innholdet var forståelig for deres elever.

«Det er jo det er jo viktig at jeg forstår det, men det må på en måte å være forståelig for elevene da. Så selv om jeg forstår det, så er det ikke sikkert, eller jeg må på en måte tenke om det passer til nivået til elevene for oss. Selv om jeg forstår det, så må du på en måte å være forståelig for de» 1P-Y3

Tabell 10:Faktorer som bestemmer valg og bruk av oppgaver for 1P-Y lærere

Antall	Kategori	Eksempel
4	Aktiv klasseromsinteraksjon	«Tenker, jeg er viktig for å prøve å få alle elevene med, og for at de skal synes dette matematikk er litt kjekt at det ikke bare liksom er en lærer som snakker og elevene som gjør oppgaver på en måte» *1P-Y4*
2	Økt glede og interesse av matematikk	«[…] de opplever matematikken som et dynamisk fag, hvor de utfordret, hvor de synes ting er kjekt og interessant.» *1P-Y2* «Når jeg lager oppgaver, så prøver jeg å tenke litt på hva elevene liker og hva, hva, hva som på en måte er relevant for de.» *1P-Y4*
4	Knytte forbindelser til andre skolefag eller det virkelige liv	«Altså vi skal jo prøve å yrkesretta så vidt det er mulig, så hvis det er en ting som passer bra med de fag de har eller det de egentlig har lyst å bli, så er jo det en kvalitet i oppgaven.» *1P-Y2*
3	Tilgjengelig vanskelighetsgrad, men også utfordrende	«Og så prøver man jo å lage oppgaver da som har en lav inngangsterskel, men som på en måte har høy takhøyde, altså de alle kan finne utfordringer igjen.» *1P-Y3*
3	Visuelle eller andre representasjoner	«Så synes jeg jo en av de viktigste tingene er at man er inne på flere representasjoner av forskjellige […] å ha forskjellige modeller av det, for det å bygge jo forståelse.» *1P-Y1*
3	Opprettholde et viktig læringsmål	«Jeg tenker jo sånn at vi har jo et mandat og skal følge læreplanen, så læringsmål eller kompetansemål vil jo på en måte være styrende i en viss grad. Men sånn som nå så er de ganske åpne […]» *1P-Y1*
2	Unik, interessant og ulik andre oppgaver	«Den trenge ikke å være helt annerledes, men den kan gjerne skille seg litt ut. Det gjør ingenting om man, den er, er lik heller, men at det plutselig kommer noen ting som gjør en litt annerledes eller litt mer interessant.» *1P-Y1*

4.2 God matematikkoppgave

Etter at lærerne hadde beskrevet og forklart deres valg og mål med matematikkoppgaver, så ønsket jeg å finne ut *hva de mente er en «god» matematikkoppgave*. En del av lærerne følte at gjennom deres forklaringer og beskrivelser fra tidligere spørsmål, at de allerede hadde forklart hva de mente en «god» oppgave var. Derfor ble noen beskrivelser gjentatt på nytt under dette spørsmålet, men det kan også tenkes at noe som har blitt sagt tidligere gjerne ikke nevnes igjen.

Når 1P lærerne skulle forklare hva de mente en «god» matematikkoppgave er, så hadde de ulike meninger. De fleste av lærerne var enige om at en god oppgave skulle være utfordrende for elevene, og at det var viktig at elevenes forståelse skulle bli utviklet. Noe annet de var enige om var at elevene selv skulle ta egne valg, gjerne ved å velge selv fremgangsmåte eller løsning. En av lærerne var veldig opptatt av at oppgavene skulle være formidlet på en forståelig måte for elevene, og at teksten i oppgaven ikke skulle ta for seg unødvendig informasjon. Læreren synes også det var det viktig at oppgaven la til rette for mestring hos elevene, gjerne ved å bruke noen lette oppgaver for så å gradvis utfordrede dem mer.

Tabell 11: 1P læreres beskrivelser av en "god" matematikkoppgave

Antall	Kategori	Eksempel
2	Problemløsningsoppgaver	«Og at de har muligheten til å gjøre noen tolkninger at ikke man har servert oppgaven 2 + 2 regn ut, men at de må tolke oppgaven i en viss grad, før de går løs på selve beregningene da […] og at de er muligheten til å få en utfordring.» *1P3* «Og så tenker jeg at det at en oppgave kan sees på fra forskjellige måter, at man kan bruke ulike metoder for eksempel man kan ha forskjellige innfallsvinkler.» *1P2*
2	Utvikler forståelse	«Og en oppgave som fremmer en form for forståelse […] men at det skal bygge opp under et eller annet matematisk begrep eller tema.» *1P1*
1	Oppgavens oppbygning	«Jeg tenker en god matematikkoppgave skal være en som er, holdt på å si forståelig […] å legge inn mest mulig tekst for å forvirre hva det egentlig handler om.» *1P2*
1	Mestring	«[…], så alle liksom føler litt mestring, og så begynner liksom å utfordre med en og en ting som er litt forskjellig og så at den kan gjøre det litt sånn undring i forhold til, i forhold til det.» *1P1*
2	Virkelighetsnært	«God matematikkoppgave er jo en oppgave som er hentet fra det virkelige liv […]» *1P3*

1P-Y lærerne hadde også en del meninger om hva som gjør at en matematikkoppgave er «god». Lærerne beskrev ulike type trekk som måtte ligge til stede i en oppgave. En oppgavetype som alle lærerne beskrev og nevnte var problemløsningsoppgaver. Dette innebar at oppgaven la til rette for muligheten å velge selv metode og løsning, for så å reflektere ovenfor valget. Derimot påpekte lærerne at hva som tilsa om en matematikkoppgave var «god», var sterkt avhengig av hva målet med oppgaven og elevene. Dette kommer av at for noen elever vil ikke mer utforskende oppgaver være oppnåelige for dem, og derfor var det viktig å velge gode oppgaver som de klarer. Altså en «god» matematikkoppgave ville være forskjellig fra elevers behov, man må bruke ulike typer slik at man treffer noen med hver type. En lærer kom med et eksempel som viste til at prosedyreoppgaver kunne være «gode» matematikkoppgaver for noen elever:

«Men for noen elever så er det faktisk sånn at på det nivået eller det stadig de er på så handler det litt om å bare repetere. Så for noen elever, så er det faktisk sånn at en oppgave som er rett fram der vi rett og slett bare får terpe […]»

Lærerne beskrev også en «god» oppgave som en matematikkoppgave med tilgjengelig vanskelighetsgrad, men som fortsatt ville være passe utfordrende for deres elever. En lærer mente at slike oppgaver kunne vekke interessen og motivasjonen hos elevene, ved at de var mer oppnåelige for dem. Noe annet var at en annen lærer ønsket å motivere og vekke interesse hos elevene, ved å bruke matematikkoppgaver knyttet til deres programfag eller interesser.

Tabell 12: 1P-Y læreres beskrivelser av en "god" matematikkoppgave

Antall	Kategori	Eksempel
4	Problemløsning	«Så en god oppgave for meg er gjerne en oppgave som legger til rette […] hvor en er undrene og hvor en er nøtt for bryte ned problemet litt, og så finne ut om hva som skjedde nå, og hvorfor skjedde det.» *1P-Y1* «Så er en god oppgave, det er litt vanskelig å si hva én god oppgave er. Den skal være utforskende, den skal være interessant, den skal kanskje inneholde fagbegreper.» *1P-Y2* «[…] en åpen oppgave, en bare beskreven situasjon, og så skal de på en måte lage rammen selv og å regne eller komme fram til selv. Hvis vi snakker regner om volum, så kan ikke får, det helse klasse som ønsker å lage kake. Hvordan skal de i forhold til det, liksom? Som jeg gjør noe med... Så vi gjør jo litt begge deler.» *1P-Y3*
2	Varierer etter mål	«Altså det er vanskelig å si at det er en god matematikkoppgave, for det kommer an på hva du ønsker å oppnå med oppgaven.» *1P-Y2*
3	Tilgjengelig vanskelighetsgrad, men også utfordrende	«En god matematikkoppgave er... gjør alle mulighet til å på en måte å komme i gang og... At han er litt brei da, den skal være litt brei sånn at de på en måte kan gjøre valg.» *1P-Y4* «[…] som ligger på en måte akkurat i kanten av hva de kanskje får til sånn at de har noe strekke seg mot det […] sånn som de da bruker de ofte det de kan fra før..» *1P-Y3*
2	Motiverende og interessant	«[…] kanskje relevante da hvis du skal jobbe i en barnehage, eller. Ja, men kanskje vi er veldig fokusert på dette, for vi har yrkesfaglig matematikk, og dette må vi på en måte vinkle det litt måte. Og de er ganske lite motivert, så vi prøver å gjøre det litt spennende […]» *1P-Y4*

4.3 Vurdering og endringer av tre matematikkoppgaver

På slutten av intervjuet fikk lærerne tre ulike matematikkoppgaver som de skulle vurdere og reflektere rundt (se vedlegg 4). Oppgavene hadde ulik vanskelighetsgrad og kognitive krav. Videre kunne deler av oppgavene også løses prosedyremessig, og oppgavene krevde ulik grad av begrepsmessig kunnskap for å komme frem til en fullstendig løsning. Oppgavene representerer også en god blanding av utforskende og ledende aktiviteter. Felles for dem var likevel at de tok for seg samme matematiske tema og mål - funksjoner og modellering. Jeg vil nå presentere resultatet fra analysen fra hver oppgave hver for seg i delkapitlene nedenfor.

4.3.1 Vurdering av tre gitte matematikkoppgaver

Lærerne tok så vurderte og reflekterte rundt hvilken av oppgave var «gode», og de mest sentrale vurderingene deres er presentert nedenfor.

4.3.1.1 Solsikkefrø

1P lærerne var stort sett enige om deres vurderinger av solsikkefrø oppgaven. De mente at denne oppgaven var den letteste av de tre, og lignet mer på en «tradisjonell» matematikkoppgave hvor elevene skulle bare utføre enkle prosedyrer. De mente at denne oppgaven var ikke veldig utfordrende, men en grei oppgave for de svakeste elevene. Dette kom av at elevene skulle utføre fremgangsmåter gitt i oppgaveteksten, og ikke reflektere særlig over modellen. En av lærerne mente at elevene ville lettere løse oppgaven, ettersom den knyttet det matematiske og praktiske i oppgaveteksten. Til slutt kommenterte en av lærerne at oppgavekonteksten var for kunstig, og at elevene ville gjerne ikke ha noe særlig relasjon til temaet.

Tabell 13: 1P læreres vurderinger av solsikkefrø oppgaven

Antall	Kategori	Eksempel
3	Vanskelighetsgrad	«Det er nok derfor mange oppgaver er, er jo gjerne formulert sånn som at første deloppgave for å ta en litt sånn grei inngang, så istedenfor at du skal finne uttrykket først, så skal du forklare hvorfor» *1P3*
1	Kobling mellom det praktiske og matematiske	«Det jeg altså liker med denne er at her har du en kobling mot selve funksjonsuttrykket. Du har en kobling, altså du bruker $H(x)$ og x, altså at du har en kobling mellom teksten og det matematiske.» *1P1*
1	Ikke virkelighetsnært - kunstig	«Men ja, så det så på grunn av liksom tema i oppgaven, så synes jeg den blir litt sånn, kanskje litt kunstig og litt vanskelig rette til å gripe om å gjøre gode refleksjoner på for da må man gjette.» *1P2*

Det var store enigheter også mellom 1P-Y lærerne om deres vurderinger av oppgaven. De følte at en slik type matematikkoppgave ville nok være lettere for de svakeste elevene. Derimot mente de at for svakeste elevene ville det være å forklare hvordan planten vokser. En del lærere mente at tematikken i oppgaven ble for kunstig, og elever ville gjerne ikke ha noen relasjon til tematikken. Dette kunne gjøre at de svakeste elevene ikke ville få til å reflektere over modellen de har lagt.

Tabell 14: 1P-Y læreres vurderinger av solsikkefrø oppgaven

Antall	Kategori	Eksempel
4	Vanskelighetsgrad	«Den er nok enklere for de svakere elevene fordi den er ganske rett fram, det å forklare hvordan den vokser er nok litt vanskelig, kanskje.» *1P-Y1*
2	Ikke virkelighetsnært - kunstig	«Altså, solsikkefrø. Jeg har jo elever som ikke vet hva et solsikkefrø er, og da sliter du kanskje litt med å skjønne konteksten. Altså kanskje en illustrasjon av en solsikke på siden har kunne hjulpet med å forstå» *1P-Y2*

4.3.1.2 Ferje

1P lærerne mente at ferje oppgaven ville utfordre elevene, og skape mer refleksjon. Derimot synes en lærer at oppgaven inneholdt for mye tekst, og var redd for at elever ville finne oppgaven vanskelig. Dette var basert på lærerens tidligere erfaringer, hvor elevene slet mye med tekstoppgaver. Læreren mente at elevene ofte sliter med å tolke og analysere tekst, for så å se hva man skal bruke av informasjon for å løse en oppgave. Noe annet som læreren mente var at selve oppbyggingen av oppgaven, kunne hindre elever i å vise deres matematiske kompetanse. Dette kom av at alle deloppgavene hang sammen, som betyr at om man ikke fikk til en deloppgave, så ville man ikke greie å gjøre neste.

Tabell 15: 1P læreres vurdering av ferje oppgaven

Antall	Kategori	Eksempel
3	Refleksjon	«Det er jo sånn på en måte mer sånn drøftingsoppgave tenker som jeg synes er fint. Det er det eller fin og, hva skal du kalle litt mer sånn refe… skaper litt mer refleksjon også elevene.» *1P3*
2	Kobling mellom tekst og matematiske	«Det å se at man har, at man har en sammenheng mellom noe praktiske og en funksjon. Det tenker jeg er en god ting.» *1P2*
2	Se matematiske sammenhenger[9]	«Det tenker jeg er helt grei oppgave den, du får liksom der får du et forhold til teste en del ting. Det første er jo ganske sånn. Vet du hva gjennomsnittet er, kan du regne det, så du får en form for kanskje teste litt av hva forstå det var gjennomsnittet er.» *1P2*
1	Oppgavens oppbygging[10]	«På denne her […] så vil jo elevene fortere falle ut hvis ikke de klarer å lage den lineære sammenhengen her, så vil de å ha litt problemer med å snakke noe presist om gyldighetsområde med mindre de er vant med å snakke om gyldigehetsområde og kan si at dette...» *1P1*

1PY lærerne hadde ulike vurderinger om selve oppgaven. To av lærerne synes at hvordan teksten i oppgaven var framstilt, ville gjøre det vanskelige for elevene å komme i gang. Dette kom av hvordan tallene og benevningene var fremstilt i oppgaveteksten, og at de lavest presterende elevene ville nok ha vansker med å komme i gang. En av lærerne reagerte også på at det ikke var mulig for elevene å komme seg videre, om de ikke fikk til en deloppgave.

Noe interessant som dukket opp gjennom deres vurderinger, var at lærerne hadde to ulike syn på tematikken. En av lærerne mente at tematikken kunne være relevant for elever, mens to andre lærere mente at tematikken ble for kunstig. Ved at tematikken var så kunstig kunne dette medføre til at oppgaven kunne bli uforståelig, meningsforvirrende og uinteressant for elevene. En lærer synes at tematikken i oppgaven var veldig praktisk, og ville medføre til mer diskusjon i oppgaven. I tillegg ville det være lettere å knytte matematiske begreper i oppgaven opp mot gjenkjennelig praktiske situasjoner. En annen lærer så potensialet i å bruke ulike representasjonsformer og ulike verktøy for å vise modellen. Derimot mente læreren at oppgaven ga lite rom for refleksjon blant elevene, men kunne brukes til å teste ut ulike ferdigheter som for eksempel prosedyre.

Tabell 16: 1P-Y læreres vurderinger av ferje oppgaven

Antall	Kategori	Eksempel
3	Oppgavens oppbygning	«Ferja superspeed... Helt konkret så synes jeg den er merkelig skrevet. Altså Super Speed 1, det er ett tall, så kommer det et 3 tall, og så kommer det et 15 minutter. Sånn helt typografisk så står det litt snodig, for meg så tror jeg noen elever ikke vil vite hva ferja super speed, 1, altså hva betyr det der?» *1P-Y2* «I tillegg så synes jeg det er dumt at, man ikke klarer å komme seg videre hvis ikke man klarer de forrige oppgavene, for eksempel.» *1P-Y3* «Den kan bidra til litt sånn at en at en stopper opp, og ikke får jobbet med, med den matten som du egentlig vil, at du skal finne ut det på en måte.» *1P-Y1*

[9] Oppgaven legger til rette for at man skal se sammenhenger mellom ulike matematiske temaer. Dette kan være for eksempel hvordan strekning og tid kan representeres som en funksjon.
[10] Dette kan være oppgavens struktur, hvordan oppgaven er formulert og blir presentert, eller begreper som brukes i oppgaveteksten.

3	Virkelighetsnært	«Også blir den kanskje litt, nja den blir kanskje litt...uinteressant. Selv hvis du er fra Stavanger eller fra Tromsø, så.. så kontekstuelt så blir den litt nisje.» *1P-Y1* «Men, mens her så her er det faktisk en praktisk situasjon.» *1P-Y3*
1	Prosedyreoppgave	«Den gir ikke rom for refleksjon eller sånne ting da, men du kan jo, du kan på en måte sjekke om eleven har lært seg å gå imellom timer minutt og at de kan regne igjennom sitt hastighet at de kan bruke GeoGebra at de kan at de vet hva en lineær modell er. Så det er mange ting her som du på en måte får sjekket at elevene innehar da.» *1P-Y4*

4.3.1.3 Beiteområde

1P lærerne hadde en del meninger om beiteområde oppgaven. Alle tre lærerne var enige om at den var den mest utforskende, ettersom elevene selv måtte finne ut hvordan de skulle løse oppgaven. Elevene måtte selv tolke informasjonen gitt i oppgaven, for så å løse første deloppgave. I tillegg synes 1P lærerne at det var bra at oppgaven gjorde at elever måtte se sammenhenger mellom ulike matematiske temaer, og ikke kunne følge enkel prosedyre. Lærerne synes også det var bra at oppgaven la til rette for refleksjon og argumentasjon ovenfor deres egen modell. Derimot mente noen av lærerne at elever kunne finne oppgaven vanskelig, ettersom elevene selv måtte hente og bruke informasjonen som var gitt implisitt. Dette kunne gjøre at de aller svakeste elevene faller av, og vil ikke få til å starte med oppgaven.

Lærerne synes at oppgaven var god ettersom tematikken var knyttet opp mot virkeligheten. De mente at dette kunne hjelpe elevene deres i å se sammenhengen mellom det matematiske som elevene gjør, og knytte det opp mot en praksis situasjon. Altså elevene kunne se hvordan matematikken er representert i virkeligheten, og se mer nytten av faget.

Tabell 17: 1P læreres vurderinger av beiteområde oppgaven

Antall	Kategori	Eksempel
3	Problemløsning	«Og så det også da finne en funksjon som beskriver det resultatet du har. Da får du liksom knytte sammen noen resultater til en funksjon.» *1P3* «Det er jo en sånn vurderings oppgave som jeg synes er fint der de får liksom reflektert litt rundt, ikke bare mekanisk å gjøre alle oppgavene, men tenk deg litt om hva betyr denne funksjonen eller de tallene du har for det? Hva slags betydning har det og hvorfor er det gyldige likegyldig» *1P2* «Jeg synes jeg denne er en god oppgave om fordi de kan ut, de må utforske litt mer og så selv sette inn verdier i tabellen.» *1P3*
2	Oppbygging av oppgave	«[…] Ja, jeg tror jeg noen ville ha koblet, altså et rektangel og areal med en gang, og så tror jeg noen ville hatt litt problem med å, å tenke: Hva skal egentlig sette inn her?» *1P1* «Litt svake elevene fordi de ikke helt forstår at de er med på å lage oppgaven de er. De skal jo putte inn tallene.» *1P3*
3	Virkelighetsnært	«Men den her er jo kjempekul, for da får de jo sett det i virkeligheten. Hvordan de tallene som de har puttet inn hvordan det gir en størst mulig areal da. Hvordan er det bonden sitt gjerde.» *1P1*

		«Dette er jo liksom mer sånn praktisk nytte. Hvordan kan du faktisk bruke matematikken til å finne ut hva hvordan det er mulig å få største areal, noe som på en måte kan være nyttig til... Det knytter det litt opp til virkeligheten at noen ganger er det faktisk litt viktig, og man får vurdert det man har jobbet med.» *1P2*

1P-Y lærerne mente at oppgaven var litt utforskende, og likte at elever måtte reflektere ovenfor hvordan de skulle gå frem for å løse oppgaven. Dette kom av at oppgaven ikke ga noen tall eller variabler. En lærer synes at det var bra at elevene selv kunne velge hvilket verktøy de skulle bruke for å representere tabellen og funksjonen.

Derimot likte ikke lærerne hvordan selve oppgaven var bygget opp. Dette kom av at oppgaven var ledende, og ikke la ikke til rette for at elever kunne velge selv fremgangsmåte og representasjoner. Lærerne følte at dette ville svekke utforskningspotensialet oppgaven hadde. Lærerne mente at formuleringen av oppgaveteksten var dårlig, og kunne hindre de svakeste elevene i å prøve å løse oppgaven. En av lærerne kom med forslaget med å ha ekstra deloppgaver for å hjelpe elever underveis eller fylle inn deler av tabellen. Derimot var det en lærer som følte at oppgaven var mer en prosedyreoppgave. Dette kom av at det var en ledende oppgave, hvor elevene skulle lære seg en metode og prosedyre.

Til slutt var det en av lærerne som mente at selve tematikken ikke var veldig relevant og interessant for elever i videregående skole. Dette kom av at læreren følte at elevene ikke ville ha noen relasjon til bønder og kyr.

«Tenker det litt vanskeligere fordi ofte så ikke så veldig mange lenger, som er, som har et veldig forhold til bønder og kyr, i hvert fall ikke av ungdommer. Men, mens her så her er det faktisk en praktisk situasjon.» 1P-Y3

Tabell 18: 1P-Y læreres vurdering av beiteområde oppgaven

Antall	Kategori	Eksempel
3	Oppgavens oppbygning	« Men… jeg synes teksten er dårlig, altså jeg synes det blir en språk utfordring da. For plutselig snakkes vi om beiteområde, og det er ikke sikkert at alle vet hva det er for noe, og så er det et rektangulært beiteområde […]» *1P-Y1* «Jeg synes jo at når man stiller den opp som sånn den står her, så, så tar man vekk noe av den undersøkende element og det spennende i det.» *1P-Y2* «Det synes jeg er opplagt å bruke, men med en gang du legger den føringen at de skal lage en tabell, og du faktisk gir eksempel på tabell. Da synes jeg den drar litt ut av det undersøkende på den måten, og, og så ser jeg finne en funksjon som viser resultatet i tabellen din.» *1P-Y4*
2	Problemløsning	«Så må du liksom tenke helt selv. Altså du har ikke noe tall eller x-er eller y-er, ingenting.» *1P-Y4* «Men dette her er nok en oppgave som jeg tenker å gjøre, så hadde gjort seg bra i sånn typisk gruppe der de skal undre og å diskutere seg fram til modell.» *1P-Y3*
1	Prosedyreoppgave	«[…] å lære elevene å, på en måte metode, sant for å, for du kan vise de noe jeg har, så kan de jobbe med oppgaver for å lære seg en metode. Hvordan skal de sette den i tabell? Hva tall skal de ha der? Hvordan skal de komme fram til en funksjon?» *1P-Y4*

4.3.2 Lærernes endringer

Etter at lærerne hadde vurdert de tre gitte oppgavene, så spurte jeg lærerne om de ønsket å endre på noe i oppgavene om de skulle ha brukt dem. Nedenfor vil jeg presentere de sentrale endringene lærerne ønsket å gjøre.

4.3.2.1 Solsikkefrø

En av lærerne så ikke noe spesielt å endre på, og dette kom nok fra at læreren hadde tidligere gitt inntrykk for å like spesielt denne oppgaven. Men de to resterende lærerne hadde ulikt syn på hva de ønsket å endre på. En av lærerne ønsket å formulere spørsmålene i oppgaven annerledes, hvor målet var å persistere og tydeliggjøre spørsmålene mer for elevene. Altså lede elevene mer i riktig retning, slik at elevene kan vise deres kompetanse. Den andre læreren ønsket helst å endre på tematikken for å gjøre den mer relevant for elevene. Lærer foreslo å knytte oppgaven gjerne opp mot naturfag, slik at oppgaven kunne bli mer relevant. Dette skulle bli gjort ved at elevene selv skulle plante en solsikke, for så å gjøre målingene selv.

1P-Y lærerne hadde også ulikt syn på hva de ønsket å endre på. En av lærerne ønsket å forklare tydeligere noen av spørsmålene, slik at de svakeste elevene ville ha lik mulighet i å gjøre oppgaven. En annen lærer kunne tenke seg å bruke den som en innøvingsoppgave, og endringer ville sterkt avhenge av hva målet for undervisningen var. En annen lærer kom med to forslag til endringer av oppgaven; få en tabell med målinger i stedet for funksjonsuttrykk eller gjøre målingene selv. Læreren tenkte at dette ville skape mer relasjon til tematikken i matematikken i oppgaven, og elevene ville da ha eierskap til oppgaven. Den siste læreren ønsket å åpne oppgaven mer, ved å gjerne ha med noen ekstra elementer slik at oppgaven kunne dras videre.

4.3.2.2 Ferje

To av 1P lærerne hadde ikke noe spesielt de ønsket å endre i denne oppgaven, ettersom de mente at oppgaven var «god». Derimot hadde den siste læreren noe mer å si. Læreren ønsket å endre både formuleringen og mengden av tekst. Dette kunne bli gjort ved å tydeliggjøre variablene i teksten, slik at elevene lettere kunne knytte teksten opp mot det som skulle gjøres. Ved å gjøre det slik ville inngangsterskelen senkes, slik at flere elever ville ha mulighet å starte på oppgaven. Læreren ønsket også å endre på oppgavens oppbygning, slik at deloppgavene ikke var sammenhengende Det betyr at om elever ikke fikk til en deloppgave, så ville de ikke bli hindret i å gjøre neste deloppgave.

En av 1P-Y lærerne hadde ikke noe spesielt de ønsket å endre på denne oppgaven, ettersom lærer synes at oppgaven var «god». Derimot ønsket de resterende lærerne å endre på oppgaveteksten. To av lærerne ønsket å endre på teksten, slik at den kunne være mer forståelig for de svakeste elevene. Lærerne ønsket å gjøre dette ved å fjerne unødvendige tall i teksten og ha samme benevning på alle variablene. Da ville oppgaveteksten være mer forståelig for de svakeste elevene. En av de andre lærerne ønsket å endre på teksten for å gjøre den mer relevant og interessant for elevene. Dette kunne gjøre at refleksjonen ovenfor gyldighetsområde ville være mer forståelig og enklere å få til, for de svakeste elevene.

En annen lærer ønsket å konkretisere mer hva elevene skulle bruke av benevninger, og gjøre det slik at man kan komme seg videre om man ikke får til en av deloppgavene. Til slutt ønsket en av lærerne å ta oppgaven videre, hvor elevene gjerne skulle finne en annen modell som ikke var lineær, og gjerne endre på scenarioet i oppgaven. Dette kunne gjøres ved å trekke inn andre faktorer i oppgaveteksten som for eksempel en storm. Dette ville kreve mer refleksjon fra elevene, og oppgaven ville bli mer utfordrende.

4.3.2.3 Beiteområde

Lærerne hadde flere endringer de ønsket å gjøre på beiteområde oppgaven. En fellesfaktor for alle lærerne var å forenkle teksten i oppgaven slik at den ville være enklere for de svakeste elevene.

Alle 1P lærerne hadde ulike endringer de ønsket å gjøre, men en tanke de hadde til felles var å endre teksten i oppgaven. 1P lærerne ønsket å formulere teksten annerledes, slik at det ville være enklere for elever å tolke og bruke informasjonen i teksten. Dette innebar å gjerne fylle inn delvis tabellen, bare ha en variabel eller tydeliggjøre variablene i tabellen. Disse endringene ville gjøre det enklere for de svakeste elevene å løse oppgaven. En av lærerne ønsket å endre på oppgaven slik at deloppgaven ikke var sammenhengende. Dette innebar at elever kunne utføre hvilken som helst deloppgave, uten å ha gjort noen av de andre deloppgavene.

1P-Y lærerne ønsket å gjøre noen like og ulike endringer på oppgaven. En av lærerne ønsket å forklare tydeligere oppgaveteksten, slik at de svakeste elevene ville lettere komme i gang med å løse oppgaven. Dette kom av at læreren følte oppgaveteksten kunne være vanskelig å forstå for elevene. Noe annet læreren ønsket å gjøre var å tydeliggjøre variablene i teksten, i tillegg til å forklare tydelig hva variablene var. Derimot poengterte læreren at endringene ville være sterkt avhengig av målet med oppgavene. Dette kom av om målet var at elever skulle øve på å bruke informasjon gitt implisitt, så ville læreren ikke gjøre noe særlige endringer.

Det som sto sentralt for de tre andre lærerne, var at de ønsket å åpne oppgaven mer. Dette kom av at lærerne følte at strukturen og formulering på deloppgavene var for ledende. To av lærerne foreslo å endre oppgaven slik at elevene selv skulle bestemme strategier, fremgangsmåter, representasjoner og løsninger. Dette kunne bli gjort ved å gjøre oppgaven om til en problemstilling som elevene skulle løse. Lærerne mente at denne endringen ville gjøre oppgaven mer utfordrende og utforskende. En annen lærer foreslo å gjøre oppgaven mer praktisk, hvor elevene fysisk kunne jobbe med en miniatyrmodell. Dette ville gjøre at elevene selv måtte undersøke, utforske og teste ut deres modeller, for så å reflektere ovenfor modellen. I tillegg ville dette gjøre oppgaven kunne være mer relevant og interessant for elever.

Til slutt ønsket den siste læreren å gjerne ha en ekstraoppgave, hvor man kun endrer den geometriske figuren. Denne endringen ville gjøre at elevene måtte utforske og undre mer over sidelengder og areal.

4.4 Oppsummering av beskrivelser og endringer

For å bedre forstå de detaljerte resultatene, vil jeg oppsummere de viktigste og sentrale funnene fra lærernes besvarelser. Jeg vil først oppsummere de sentrale trekkene som kom frem i deres beskrivelser av en «god» matematikkoppgave, for så å se på de sentrale vurderingene og endringene lærerne foretok seg om de tre gitte oppgavene. Jeg vil oppsummere 1P lærerne og 1PY lærerne hver for seg i underkapitlene nedenfor.

4.4.1 Sammendrag av trekk ved av god matematikkoppgave

Gjennom hele kapittel 4.1 og 4.2 beskrev begge lærergruppene sentrale trekk med en god matematikkoppgave for deres undervisning. Lærergruppe hadde både likheter og ulikheter i deres beskrivelser av hva en «god» matematikkoppgave er. Jeg vil presentere de sentrale trekkene for lærergruppene hver for seg. Dette vil være en oppsummering i henhold til hvordan jeg selv oppfattet deres tanker og meninger fra deres beskrivelser.

1P lærerne var opptatt av at matematikkoppgavene skulle være oppnåelige for elevene, for at den skulle være god. Oppgavene skulle legge til rette for at alle elevene hadde mulighet gjennom hele oppgaven å vise deres matematiske kompetanse, bruke deres forkunnskap og føle mestring gjennom å løse oppgaven riktig. Dette var på grunn av at elevene skulle forberedes til en eventuell vurderingssituasjon knyttet opp mot læreplanen. Ved å bruke slike «gode» oppgaver ville elevene føle mer mestring, og deres interesse og motivasjon for faget ville øke.

«Gode» oppgaver skulle også ta for seg tematikk eller kontekst som elever kunne relatere til, slik at de kunne se nytten av faget. At oppgavene kunne knyttes til et annet skolefag, så ikke ut til å ha noe sterk betydning for 1P lærerne. I tillegg var det sentralt at oppgavene skulle legge til rette for flere fremgangsmåter, løsninger og representasjoner, og at elevene selv skulle være selektive ovenfor egne valg. Men det viktigste for oppgaven var at den måtte være formidlet på en forståelig måte, slik at den ville være tilgjengelig for alle elevene uansett nivå.

1PY lærerne var opptatt av at matematikkoppgaven skulle være mest mulig åpen, for at den skulle være god. De la stor vekt på at oppgavene skulle legge til rette for flere fremgangsmåter, flere løsninger, flere representasjoner, bruke deres forkunnskap, være selektive ovenfor valg og elevene måtte være aktive gjennom hele løsningsprosessen. Dette kunne være gjennom å samhandle med andre elever, være aktive i en matematisk diskusjon eller arbeide med fysiske gjenstander som skulle brukes i oppgaven. Det var viktig for lærerne at oppgaven legger til rette for selvstendig tenkning hos elever, altså at de selv må tenke og reflektere først før de så skulle diskutere det videre.

Det at en oppgave kunne knyttes til et kompetansemål eller et programfag, var veldig sentralt for 1PY lærerne. Når en oppgave var knyttet til et programfag, ville dette utvikle elevers forståelse, øke deres interesse og motivasjon for faget. Spesielt ville dette gjøre at elevene gjerne ville se mer nytten av matematikk, når det var knyttet opp mot elevenes fremtidige arbeidsyrke.

Lærerne var opptatt av at selv om oppgaven skulle være utfordrende, så skulle den også være oppnåelig for elevene. Oppgaven skulle legge til rette for at alle elevene hadde en sjans å komme i gang, og vise noe av deres kompetanse gjennom oppgaven. Men oppgaven kunne heller ikke bli for ledende, slik at elementer som utforskning, utfordring og ta egne valg falt bort.

Aktiv klasseromsdiskusjon kom sterkt fram hos lærerne, det var sentralt at alle skulle diskutere, og gjerne vise til deres fremgangsmåter både til medelev og klassen. Ved å ha åpne diskusjoner mente lærerne at elevene ville utvikle deres forståelse og kompetanse for faget. I tillegg kunne deres motivasjon og interesse øke, ved at elevene brøt fra den «typiske» tanken om at det bare finnes et svar.

4.4.2 Sammendrag av læreres vurdering og endringer av de tre oppgavene

Gjennom kapittel 4.3 vurderte og reflektere alle lærerne om tre gitte oppgaver var gode, for så å reflektere om endringer de ønsket å gjøre på dem. Både for lærergruppene og innad i gruppene var det forskjellige meninger og tanker. Jeg vil oppsummere de sentrale tankene og endringene fra hver lærergruppe som kom frem i 4.3.

Begge lærergruppene mente at *solsikkefrø* oppgaven var tradisjonell, og ville være en god oppgave for de lavt presterende elevene i deres klasse. Dette var en oppgave som kunne bli brukt for å vurdere elever om de mestret enkle metoder og prosedyrer. Lærerne mente også at konteksten av oppgaven var kunstig og virkelighetsnært. Dette var noe lærerne ønsket å endre. En lærer fra hver lærergruppe kom med et eksempel for å endre oppgaven, ved at elevene selv måtte gjøre målinger ved å så et frø. Videre ønsket lærerne å endre på oppgaveteksten slik at de lavt presterende elevene kunne forstå bedre hva som skulle gjøres. Dette var for å lede elevene mer mot hva som skulle gjøres.

Lærergruppene var mer uenige om deres vurderinger og endringer av *ferje* oppgaven. 1P lærerne mente at oppgaven ville utvikle elevers forståelse mer, og at oppgavens oppbygging ville hjelpe elever å knytte oppgaveteksten sammen med funksjonsuttrykket. En annen ting var at oppgaven tok for seg ulike matematiske temaer, som gjorde at elevene må se matematiske sammenhenger for å utføre oppgaven. Men en 1P lærer mente at oppgaveteksten var for vanskelig formulert, og ønsket å endre på teksten for å lede elevene å riktig retning.

1PY lærerne hadde mange ulike meninger og vurderinger om *ferje* oppgaven. Noen av lærerne mente at oppgaveteksten var for vanskelig formulert, mens andre mente at teksten var ledende i hva elevene skulle gjøre. Oppgaven ville ikke utvikle særlig elevers forståelse, og heller trene dem på å utføre metoder. Det var også en konflikt mellom dem om oppgaven var virkelighetsnært, to av dem mente at den ikke var det, mens to av den syntes det. De fleste lærerne ønsket å endre på teksten for å gjøre den mer ledende og relevant for elevene, slik at flere elever kunne ha mulighet i å vise deres kompetanse. Mens den siste læreren ønsket å legge til en ekstra faktor slik at elevene måtte reflektere mer rundt modellen deres.

1P lærerne mente at *beiteområde* oppgaven var utforskende, la til rette for at elevene kunne se matematiske sammenhenger og knyttet det praktiske i oppgaven med matematikken. Lærerne likte at oppgaven la til rette for å utvikle elevers forståelse, ved at elevene måtte reflektere og vurdere deres egen løsning. De la også til at oppgaven var mer praktisk og virkelighetsnært, men at teksten i oppgaven var nok vanskelig. Dette kom av at de lavt presterende elevene ville ha vansker i å hente informasjonen fra teksten, for så å bruke den i deres løsningsprosess. Lærerne ønsket å forenkle teksten i oppgaven, slik at den ville være mer tilgjengelig uansett nivå hos elevene.

1PY lærerne var mye mer splittet i deres meninger om *beiteområde*. En ting lærerne var enige om var at de like at oppgaven tok for seg refleksjon, ulike representasjoner og prosedyrer i matematikk. Men en av lærerne mente at oppbyggingen av oppgaveteksten, ville hindre elever i å utføre oppgaven. De mente at teksten ville hindre elever i å jobbe med dem, siden informasjonen ikke var gitt eksplisitt. For å gjøre det lettere for elevene å utføre oppgaven, ønsket en av lærerne å forenkle teksten i oppgaven. Da ville ingen elever bli hindret ved at de ikke kunne forstå teksten. De to resterende lærerne mente at oppgavespørsmålene var for ledende, og ønsket å åpne spørsmålene mer opp. Dette ville gjøre det mulig for elevene å velge selv flere ulike fremgangsmåter og løsninger, og det ville åpne mer opp for utforskning og refleksjon.

5. DISKUSJON

I dette kapittelet vil jeg diskutere resultatet fra lærernes beskrivelser av en «god» matematikkoppgave, og koble dette opp mot det teoretiske rammeverket for å drøfte forskningsspørsmålene:

Hvordan beskriver matematikklærere på videregående skole en «god matematikkoppgave?

Hvilke faktorer ser ut til å spille en rolle i lærerens beskrivelse av «gode» matematikkoppgaver?

Dette kapittelet er delt opp i tre delkapitler. I første delkapittel diskuterer jeg beskrivelsene 1P lærerne hadde av en «god» matematikkoppgave, og diskutere faktorer som spiller inn på deres beskrivelser. I det andre delkapittelet vil jeg gjøre det samme som i første delkapittel, men jeg vil her se på 1P-Y lærernes beskrivelser. Til slutt i siste delkapittel vil jeg ta for meg likheter og forskjeller mellom lærergruppenes beskrivelser av «gode» matematikkoppgaver.

5.1 1P læreres beskrivelser av en «god» matematikkoppgave

Gjennom 1P lærernes beskrivelser av en «god» matematikkoppgave, fremtrådte det fem sentrale egenskaper som skulle være til stede. Disse var:

1. en «god» oppgave skal bidra til å utvikle ny kunnskap hos elevene
2. en «god» oppgave skal aktivere elevers forkunnskaper
3. en «god» oppgave skal legge til rette for elevers kunnskapsnivå
4. en «god» oppgave skal redegjøre elevene for en vurderingssituasjon
5. en «god» oppgave skal knyttes opp mot virkeligheten

Første punktet var sterkt fremtredende i lærernes beskrivelser og vurderinger gjennom hele intervjuet. En forklaring på hvorfor akkurat dette punktet var så fremtredende, kan være på grunn av den nye læreplanen. I «overorda del – prinsipper for læring, utvikling og danning» blir begrepet kompetanse definert som:

«kompetanse er å kunne tilegne seg og anvende kunnskaper og ferdigheter til å mestre utfordringer og løse oppgaver i kjente og ukjente sammenhenger og situasjoner» (Kunnskapsdepartementet, 2017, s. 10)

Dette innebærer at lærere skal hjelpe elever i å tilegne seg og anvende kunnskap i matematikkfaget, og dette kan gjøres ved å bruke matematikkoppgaver. Ettersom dette er en sentral del av læreplanen og læreryrket, kan det tenkes at lærerne mente at dette skulle være et sentralt trekk ved en «god» matematikkoppgave. Hvordan 1P lærerne derimot ønsket å oppnå dette, kan tenkes å være med å bruke matematikkoppgaver med lave og høye kognitive krav. Dette kommer fra lærernes beskrivelser både av «typiske» matematikkoppgaver som lærerne brukte i deres klasserom, og fra deres endringer av de tre gitte oppgavene. Trekk lærerne tok for seg som kan sies å være høye kognitive krav var for eksempel flere fremgangsmåter og løsninger. Fra deres endringer kan det se ut som lærerne ønsket å senke de kognitive kravene, ettersom de ønsket å tydeliggjøre og lede elevene mer i deres arbeid. Dette ville gjøre at elever kunne løse oppgavene med enkel prosedyre, altså de kognitive kravene ville være lavt. Derimot kan det tenkes fra lærernes beskrivelser at de ønsket å gradvis bygge opp de kognitive kravene etter elevers progresjon i faget (Stein et al., 1998). Det kan se ut som lærerne ønsket a elevene skulle først lære seg prosedyrer, for så å bygge begrepsmessige strukturer og se sammenhengen mellom dem. Dette innebærer at lærerne ønsket å gradvis bygge opp elevers forståelse fra instrumentell til en relasjonell forståelse for de matematiske begrepene (Nostrati & Wæge, 2015). Det kan derfor tenkes at lærerne ønsket å utvikle elever matematiske kompetanse gradvis, ved først å fokusere på tråden *beregning* for så å gradvis utvikle tråden *begrepsmessig forståelse*. Dette kan tenkes fra lærernes ønsker om at elever skulle mestre prosedyrer og metoder, før de gradvis skulle forstå sammenhengen mellom dem (se tabell 3) (Kilpatrick et al., 2001).

Andre punktet som fremtrådte fra lærernes beskrivelser var at en «god» oppgave skulle aktivere elevers forkunnskaper. Det kan tenkes at dette var sentralt for lærerne, ettersom denne egenskapen vil legge til rette for at elever kan se sammenhenger mellom matematiske begreper og idéer. Dette innebærer at elever vil lage koblinger mellom ny og gammel kunnskap, som vil gjøre at de lærer matematikk i dybden. For å oppnå dette vil det kreve at en matematikkoppgave har høye kognitive krav, derfor kan det tenkes at lærerne så på høye kognitive krav som en egenskap ved en «god» matematikkoppgave (Stein et al., 1998). Derimot vil slike oppgaver kreve at lærerne har stor kunnskap innenfor matematisk-oppgavekunnskap for undervisning, ettersom lærerne må få til å bevare de kognitive kravene i en oppgave i undervisning. Lærerne må i samsvar med dette ha forståelse og kunnskap om elevers kunnskap og behov, slik at ikke oppgavene vil være for utfordrende og vanskelig for dem (Ball et al., 2008; Chapman, 2012).

Gjennom 1P lærernes beskrivelser av en «god» matematikkoppgave, fremtrådte spesielt det tredje punktet. Det kan tenkes at en forklaring på at dette var opplæringsloven. Den innebærer at alle elever har krav på tilpasset opplæring, som betyr at lærer skal tilpasse undervisning og oppgaver etter elevers behov. Det betyr at lærer skal velge og bruke matematikkoppgaver som vil dekke elevers behov, samtidig som den hjelper å utvikle elevers kunnskap og ferdigheter (Opplæringslova, 1998, §1-3). Noe annet som kan forklare hvorfor det tredje punktet var så fremtredende, var at lærerne hadde høy kunnskap for *innhold og elever* og et stort fokus på *mathematical challenge*. Dette kan sees i deres endringer av de tre gitte oppgavene, hvor lærerne ønsket å endre oppgavene etter elevers behov og hva elevene ville finne vanskelig. Lærerne ønsket å formulere og tydeliggjøre i oppgaveteksten hva elevene skulle gjøre, slik at elevene ville lettere få til oppgavene (Ball et al. 2008; Potari et al. 2002). Det kan også tenkes at punktet var fremtredende hos lærerne etter fra deres egne erfaringer fra yrket. Gjennom deres arbeid har de nok erfart typiske egenskaper ved en oppgave som elever finner vanskelig.

Fjerde punktet som var fremtredende i deres beskrivelser, var at en «god» matematikkoppgave skulle redegjøre elever mot en vurderingssituasjon. Det kan tenkes at dette var sentralt for lærerne, på grunn av deres store fokus gjennom intervjuet på å knytte matematikkoppgaver opp mot kompetansemålene. En forklaring på dette, kan være at 1P elever vil fortsette videre med P matematikk etter de har fullført 1P. Det betyr at elevene skal bygge kunnskap og ferdigheter i faget 1P, som skal brukes videre i 2P. For at lærerne skal få til dette, krever det at de må ha god læreplankunnskap og horisontkunnskap, ettersom de må vite hvordan de ulike læreplanene henger sammen (Ball et al., 2008). En annen grunn til at lærerne fokuserte på denne egenskapen ved en «god» oppgave, kan tenkes å være for å øke elevers mestringstro. Dette kommer av at lærerne ønsket at elevene skulle få til matematikkoppgaver som lignet på vurderingsoppgaver, ettersom elevene ville føle på mestring og øke deres mestringstro. (Jaworski et al., 2002).

Det siste fremtredende egenskapen, var at en «god» oppgave skulle knytte faget med virkeligheten. Man kan tenke at dette var sentralt ettersom dette er en av de grunnleggende verdiene i læreplanen for P matematikk. Elever skal se nytten av faget, ved at de skal forstå og se sammenhenger mellom faget og situasjoner i samfunnet (Utdanningsdirektoratet, 2019). I tillegg kan det se ut som fra lærernes beskrivelser, at de ønsket å øke elevers interesse, motivasjon og se nytten av faget ved å bruke virkelighetsnære matematikkoppgaver. Dette innebærer at elevers mestringstro og matematiske kompetanse innenfor *engasjement* skulle øke (Ayolon et al., 2021; Kilpatrick et al., 2001). Ved å knytte sammen virkeligheten opp mot matematikk, kan det tenkes at elever vil føle at faget ikke er noe fjernt og upraktisk. For å oppnå dette må lærerne ha god kunnskap om hva som kan motivere elever, hvilke interesser og erfaringer de har, slik at det kan brukes i en matematikkoppgave (Ball et al., 2008; Chapman, 2012).

5.2 1P-Y læreres beskrivelser av en «god» matematikkoppgave

Gjennom 1P-Y lærernes beskrivelser av en «god» matematikkoppgave, fremtrådte det fem sentrale egenskaper i deres besvarelser. Disse var:

1. en «god» oppgave skal bidra til å utvikle ny kunnskap hos elevene
2. en «god» oppgave skal aktivere elevenes forkunnskaper
3. en «god» oppgave skal legge til rette for elevers kunnskapsnivå
4. en «god» oppgave skal knytte matematikk med et programfag
5. en «god» oppgave skal legge til rette for diskusjon

Første punktet som var fremtredende i 1P-Y lærernes beskrivelser, var at en «god» oppgave skulle utvikle ny kunnskap hos elevene. Det kan tenkes at dette var fremtrede på samme grunnlag som for 1P lærerne, altså på grunn av den nye læreplanens overordna del. I tillegg kan det tenkes at denne egenskapen var fremtredende, på grunn av kjerneelementene i den nye læreplanen. Dette kommer av at lærerne beskrev egenskaper i en «god» oppgave som skulle utvikle ny kunnskap hos deres elever, som kan tett knyttes opp mot kjerneelementene. Disse egenskapene var for eksempel ulike representasjoner, fremgangsmåter og løsninger, og refleksjon ovenfor egne valg i problemløsningsprosessen. Fra dette kan det tenkes at 1P-Y lærerne mente at en «god» oppgave, ville være en oppgave som kunne utvikle elevers matematiske kompetanse. Dette kommer fra deres beskrivelser om disse egenskapene, er til stede gjennom hele kompetansemodellen til Kilpatrick et al. (2001). Det kan også tenkes at lærerne ønsket at en «god» oppgave skulle utvikle ny kunnskap, ved at elever utviklet relasjonell forståelse ovenfor matematiske begreper og idéer. Det kan tenkes at lærerne synes at dette var viktig, ettersom det vil skape dype forbindelser om temaer som gjør at det vil være lettere for elevene å utføre kognitivt krevende matematikkoppgaver (Stein et al., 1998).

Det andre punktet som var fremtredende, var at en «god» oppgave skal aktivere elevers forkunnskaper. Det kan tenkes at dette var sentralt for lærerne ettersom det vil legge til rette for at elever kan knytte det de allerede vet opp mot ny kunnskap. Dette vil gjøre at elever vil lære matematiske temaer og begreper i dybden, når de lager koblinger mellom ny og gammel kunnskap. Altså elevene vil utvikle relasjonell forståelse ovenfor matematiske temaer, ved å gjøre denne koblingen. Dette kommer av at elever vil se sammenhenger mellom de matematiske begrepene (Nostrati & Wæge, 2015). Det kan tenkes at lærerne ønsker å oppnå dette ved å bruke matematikkoppgaver med høye kognitive krav, ettersom slike oppgaver vil kreve at elever utvikler en dypere forståelse for begreper og at elever bruker deres erfaringer og kunnskaper for å løse matematikkoppgaver (Stein et al., 1998).

Tredje punktet som forekom var at en «god» oppgave skulle være tilpasset elevers kunnskapsnivå. Det kan tenkes at lærerne ønsket dette, ettersom da vil læringsutbytte for elevene var større. Om oppgavene ville være for utfordrende kan læringspotensialet i en oppgave bli svekket, siden elever ikke vil ha mulighet i å utføre dem. For å oppnå dette kan det tenkes at lærerne må ha god *kunnskap om innhold og elever*, ettersom lærer må vite hva som vil være utfordrende for elever, hva elever kan misoppfatte, hva som kan være interessant og motiverende. Dette krever og at lærer har en balanse mellom domenene *mathematical challenge* og *sensitivity to students* i *teacher triad*, ettersom da vil lærer kunne gi oppgaver som er passe utfordrende for elevene, utenom at elevene vil føle på stress (Potari et al., 2002). I tillegg må lærere ha kunnskap og forståelse for MOKU, slik at læringspotensialet ikke forsvinner helt bort når en «god» oppgave er tilpasser elevers kunnskapsnivå. Fra lærernes beskrivelser gjennom intervjuet, kan det tenkes at lærerne ønsket å oppnå denne balansen mellom oppnåelig for elever og utfordrende.

Det fjerde punktet som fremtrådte i 1P-Y lærernes beskrivelser var at en «god» matematikkoppgave kunne knyttes opp mot et programfag. Fra deres beskrivelser kan det se ut som at læreplanen påvirket deres tanker, ettersom læreplanen ble jevnlig nevnt gjennom intervjuet. Det kan tenkes lærerne ønsket å knytte matematikkoppgaver med programfag, siden det er en grunnleggende verdi i læreplanen. I tillegg er kompetansemålene for 1P-Y tett knytt opp mot yrkesfaget som det undervises i. Derfor kan det tenkes at de vil være mer naturlig for 1P-Y lærerne å knytte oppgaver opp mot programfag (Utdanningsdirektoratet, 2020, 02:04). Noe annet er at 1P-Y elevene har bare matematikk på yrkesfagskole ett år, før de får fagbrevet sitt. Derfor kan det tenkes at lærerne ønsket å vise fagets relevans, ved å bruke matematikkoppgaver knyttet til deres programfag. En annen grunn til at det fjerde punktet fremtrådte, kan tenkes å være på grunn av at lærerne ønsker å øke elevers interesse og motivasjon i faget. Dette kommer av at elever kan ha en relasjon og erfaring til tematikken i oppgaven, noe som gjør elevene kan føle på mestring og øke deres mestringstro. Om lærerne får dette til viser de til å ha en balanse om domenet sensitivity to students (Jaworski, 2002). For at 1P-Y lærerne skal mestre dette i praksis krever det at lærerne har stor kunnskap innenfor *horisontkunnskap* og *læreplankunnskap*, slik at lærerne vil få til å knytte matematikkoppgavene godt opp mot programfagene. Det vil også kreve at lærer har kunnskap om elevers kunnskap, erfaringer og interesser, ettersom dette vil være tett knyttet opp mot deres programfag. Det betyr at lærer kan ikke knytte matematikk opp mot programfaget, hvis ikke elevene enda har hatt om det (Ball et al., 2008).

Til slutt fremtrådte det at en «god» matematikkoppgave skulle legge til rette for diskusjon. Det kan tenkes at denne egenskapen var sentral for lærerne, ettersom dette er et sentralt element i den nye læreplanen. I «fagets relevans og sentrale verdier» kommer det frem at elever skal utvikle et presist språk for kritisk tenkning og matematiske problemløsningsstrategier, kritisk vurdering av resonnementer og argumenter, samarbeide med andre gjennom utforskning og problemløsning, disse punktene vil da være enklere for en lærer å oppnå ved en muntlig diskusjon enn at elever skal arbeide alene (utdanningsdirektoratet, 2019). En annen forklaring på hvorfor lærerne mente at en «god» oppgave skulle til rette legge for diskusjon, kan være på grunn av at matematiske diskusjoner vil øke elevers forståelse i faget.

«[…] at de for å snakke for det er da vi utvikler oss. Og det ser de faktisk en glede med.» 1P-Y2

En annen forklaring kan være ønske om å utvikle elevers matematiske kompetanse, og da spesielt trådene *resonnement* og *strategisk tenkning*. Dette kommer av at disse trådene kan være lettere å utvikle gjennom en muntlig diskusjon, enn skriftlig. Dette kan være på grunn av det er lettere for elevene ettersom de skal argumentere, resonnere ovenfor valg av fremgangsmåte og løsninger, og formulere matematiske problemer (Kilpatrick et al., 2001). Diskusjon var noe som forekom mye i deres beskrivelser, og derfor kan det tenkes at lærerne hadde utviklet diskusjon som en form for norm i deres klasserom.

5.3 Forskjeller og likheter mellom 1P- og 1P-Y-lærernes beskrivelser av en «god» matematikkoppgave

Gjennom begge lærergruppers beskrivelser kan det se ut som de hadde noen ulike meninger og tanker om hva en «god» matematikkoppgave er. Sentralt for begge fremtrådte det at en «god» matematikkoppgave skal aktivere elevers forkunnskaper. Det kan tenkes at begge lærergruppene var veldig opptatt av denne egenskapen, på grunn av læreplanen. De grunnleggende verdiene i læreplanen er de samme for 1P og 1P-Y, og derfor kan det se ut til at de har hatt lik innflytelse på hver lærergruppe. Siden lærerne beskrev en «god» matematikkoppgave som en oppgave hvor man må bruke sine forkunnskaper, kan det tolkes som at lærerne mente at «gode» oppgaver må ha høye kognitive krav. Dette kommer av at oppgaver hvor man må bruke forkunnskaper for å løse, krever at man ser sammenhenger mellom matematiske begreper og idéer (Stein et al., 1998).

Begge lærergruppene var stort sett enige om at en «god» matematikkoppgave skulle utvikle ny kunnskap hos elevene. Derimot kan det se ut som de var uenige om hvordan det skulle gjøres, og hva som var sentralt å fokusere på. Dette kommer av at for 1P-Y lærerne så det ut som de ønsket at elever skulle utvikle relasjonell forståelse ovenfor den nye kunnskapen, mens 1P lærerne ønsket en gradvis progresjon i elevers nye kunnskap. Dette innebærer at elever først får en instrumentell forståelse ovenfor den nye kunnskapen, og gradvis utvikler det mot en relasjonell forståelse. Dette kan tenkes å være på grunn av 1P lærerne hadde et stort fokus elevers behov og kunnskapsnivå, noe som ville gjøre at de setter dette først fremfor læringspotensialet i en oppgave (Ball et al., 2008).

En annen egenskap som var sterkt fremtredende i begge lærergruppene, var at en «god» oppgave skulle være tilpasset elevers kunnskapsnivå. Felles for lærerne var at en «god» oppgave skulle gi mulighet for alle elever å løse en oppgave, og vise deres kompetanse i faget. Dette kan tenkes å være på grunn av begge lærergruppene er styrt av opplæringslova, som da vil styre deres meninger og tanker. En annen forklaring på kan være at begge lærergruppene var påvirket av deres *kunnskap om innhold, elever og undervisning*. Begge lærergruppene viste til å ha stor kunnskap innenfor dette kunnskapsområde ved at de alltid i deres beskrivelser og endringer tok for seg elevenes behov (Ball et al., 2008).

Et siste tema som var felles fremtredende for lærergruppene var at en «god» matematikkoppgave kunne knyttes opp mot virkeligheten eller et skolefag. Derimot skiller de seg etter hva de ønsket i knytte oppgavene opp mot; 1P-Y ønsket å knytte oppgaver mot programfag og 1P ønsket å knytte oppgaver med virkeligheten. Det kan tenkes at dette kom av at kompetansemålene for 1P-Y er nært knyttet opp mot programfaget det undervises i, derimot er kompetansemålene for 1P lik uansett hvilke studieforberedende program det er. Det kan tenkes at det vil være enklere og mer naturlig for 1P-Y lærere å knytte matematikkfaget opp mot elevers programfag. Fra 1P-Y lærernes beskrivelser kan det se ut som de hadde større kunnskap om elevers interesser og motivasjon, og derfor vil det være enklere for lærerne å velge relevante oppgaver (Ball et al., 2008; Chapman, 2012). På den andre siden virket det som 1P lærerne hadde lite kunnskap om elevers interesser og motivasjon, ettersom de ønsket å knytte oppgaver opp mot situasjoner fra virkeligheten som kunne virke ikke relevant for elever.

«[…] dette får bruk for i hverdagen når du skal male huset ditt og sånt» 1P2

Derimot var det ingen av lærergruppene som sa noe om å knytte matematikk opp mot de andre fellesfagene. Dette kan tenkes å være på grunn av at det krever at man har stor kunnskap innenfor horisontkunnskap og læreplankunnskap, og lærerne hadde mangel på dette innenfor fellesfagene (Ball et al., 2008).

1P lærerne skilte seg ut fra 1P-Y lærerne med at en «god» oppgave skulle tilrettelegge for en vurderingssituasjon. Dette kan tenkes at 1P lærerne mente at dette var en egenskap i en «god» oppgave, på grunn av elevene skal ta matematikk videre i studieløpet. Derimot er 1P-Y obligatorisk for yrkesfagelevene, men det forsetter ikke i deres løp om elevene ikke velger å ta påbygg. Det kan gjøre at 1P-Y lærerne ikke trenger å tenke særlig på fortsettelsen av matematikkfaget ovenfor elevene, og heller bare konsentrere seg om faget for det året.

1P-Y lærerne skilte seg fra 1P lærerne ved at de var opptatt at en «god» oppgave skulle legge til rette for matematiske diskusjoner. Det kan se ut som at kompetansemålene for 1P er mer lukket og teoretiske, noe som kan gjøre det vanskelig for elever å diskutere matematisk. Dette kommer av at teoretiske og lukkede oppgaver kan føles irrelevant og uinteressant for elever. En annen grunn kan være at kompetansemålene for 1P-Y er mer åpne, og er mer tilpasset yrkesfagene. Dette kan gjøre at 1P-Y lærerne står friere i å velge oppgaver som vil være mer relevante og interessante for deres elever. Om elever oppfatter oppgavene slik, kan det være enklere for lærer å starte matematiske diskusjoner i klasserommet.

6. AVSLUTNING

Denne studien har undersøkt hva matematikklærere på videregåendeskole beskriver som en «god» matematikkoppgave, og hva som kan påvirke deres beskrivelser. For å undersøke dette har jeg forsøkt i denne studien å svare på følgende forskningsmål:

Hvordan beskriver matematikklærere på videregående skole en «god» matematikkoppgave?

Hvilke faktorer ser ut til å spille en rolle i lærernes beskrivelser av «gode» matematikkoppgaver?

Ved hjelp av underspørsmålet:

I hvilken grad er beskrivelsene av "gode" matematikkoppgaver gjort av 1P- og 1PY-lærere sammenliknbare?

I dette kapittelet vil jeg først konkludere med de viktigste funnene i studien i lys av forskningsspørsmålene mine. Deretter vil jeg komme med studiens implikasjoner og avslutningsvis vil jeg komme med forslag til hva som kan være interessant å studere videre.

6.1 Konklusjon

For å forsøke å besvare forskningsspørsmålene mine, har jeg foretatt meg intervjuer med syv matematikklærere på videregående skole, hvor tre underviste for 1P og fire for 1P-Y. Lærerne har gjennom intervjuet beskrevet «gode» matematikkoppgaver, samt å beskrive hva som påvirker deres valg og bruk av matematikkoppgaver. I deres beskrivelser forekom det både likheter og ulikheter innenfor tema for studie. Sentralt for lærerne var at en «god» matematikkoppgave skulle lede til ny kunnskap hos elever, gjerne ved å bruke oppgaver som kunne være kognitivt krevende. Dette kunne være oppgaver som la til rette for å bruke elevers forkunnskaper eller erfaringer. Derimot var det en forskjell mellom lærergruppene, ved at 1P lærerne ønsket å gradvis bygge opp de kognitive kravene ved å bruke forskjellige kognitivt krevende oppgaver.

Sentralt for begge lærergruppene var å at en «god» matematikkoppgave skulle knytte sammen matematikk og virkeligheten eller et skolefag. For 1P lærerne skulle dette gjøres ved å knytte oppgaven opp mot en situasjon fra virkeligheten, mens for 1P-Y lærerne skulle dette gjøres ved å knytte oppgaven opp mot programfaget til deres elever. For lærerne skulle dette gjøres slik at en «god» matematikkoppgave skulle være relevant for deres elever, og gjerne vekke motivasjon og interesse for faget. En «god» matematikkoppgave skulle være tilpasset til elevenes kunnskapsnivå, slik at alle elevene ville ha like stor sjanse til å vise deres kompetanse.

Om lærerne skal oppnå og bevare egenskapene ved en «god» oppgave, vil det kreve kunnskap på ulike områder. Lærerne må ha kunnskap om elevers behov, interesser og kunnskapsnivå, men også kunnskap om hvordan man kan bevare læringspotensialet i en oppgave. Det som skilte lærerne derimot var at 1P mente en «god» matematikkoppgave var en som skulle tilrettelegge for en vurdering, mens 1P-Y mente at en «god» matematikkoppgave skulle tilrettelegge for diskusjon. Denne store kontrasten mellom deres beskrivelser og meninger, kan tenkes å komme av forskjellen mellom kompetansemålene i læreplanene. Det kan derfor se ut som kompetansemålene eller læreplanen var en faktor som påvirket lærernes beskrivelser av en «god» matematikkoppgave.

Fra lærernes beskrivelser kom det frem ulike faktorer som så ut til å påvirke lærernes beskrivelser av «gode» matematikkoppgaver. Sentralt for lærerne var elevers kunnskapsnivå, progresjon i faget, deres forkunnskaper og deres behov. Både fra deres beskrivelser og endringer av de tre oppgavene, tok lærerne alltid for seg elevene først. Dette kom for eksempel sterkt frem i 1P lærernes beskrivelser og endringer. 1P lærerne beskrev en «god» matematikkoppgave som oppgaver med høye kognitive krav, men i deres endringer av de tre oppgavene senket de kravene etter elevers behov. En annen faktor som forekom i deres beskrivelser, var at deres egne erfaringer påvirket hva de mente var en «god» matematikkoppgave. Lærerne beskrev og endret oppgavene etter hva de selv hadde erfart fra deres elever.

6.2 Studiets implikasjoner

I denne studien har jeg undersøkt 1P- og 1P-Y læreres beskrivelser av en «god» matematikkoppgave, og faktorer som påvirker deres beskrivelser. Resultatet fra analysen vil være relevant for videregående lærer. Studie har visst at det finnes forskjellige meninger om hva en «god» matematikkoppgave er, og dette kan bevisstgjøre videregående lærere for denne forskjellen. Lærere kan bruke studie for å prøve å skape en mer universell forståelse over hva en «god» matematikkoppgave er, slik at lærere enklere kan velge «gode» oppgaver for deres elever. Studie vil gjøre lærere mer bevisst over ulike meninger og beskrivelser om hva en «god» oppgave er. Dette kan gjøre at lærere kan bli mer åpne for å gjøre andre valg, enn hva man kan ha vært tidligere. Studie belyser viktige faktorer som påvirker læreres beskrivelser og valg av «gode» matematikkoppgaver. Dette vil hjelpe lærere å bli mer bevisst over hva som styrer valgene deres. Lærere kan gjennom studie se hvor mye elevers behov og kunnskapsnivå påvirker deres valg. Og på grunnlag av dette, åpne seg mer opp for å utfordre elever ved hjelp av «gode» oppgaver.

6.3 Videre arbeid

I denne studien har jeg som forsker undersøkt hva lærere beskriver som en «god» oppgave og sett på hvilke faktorer som kan påvirke lærernes beskrivelser. For å gjennomføre studien har jeg foretatt meg flere avgrensninger. En av disse avgrensningene var valg av deltakere, hvor jeg valgte kun å se på 1P og 1P-Y lærere i videregåendeskole. Innen lærerdeltakerne for 1P-Y spesifiserte jeg ikke hvilke yrkesfag lærerne skulle undervise for, derfor kan det være interessant å kun se på 1P-Y lærere på tvers av yrkesfagene, for å se etter likheter eller forskjeller. Derimot har jeg også avgrenset studie kun for P matematikk i videregåendeskole, og det kunne vært interessant å se på andre fellesfag i matematikk på videregåendeskole. For å se om det er enda mer forskjeller og likheter mellom de ulike lærergruppene. En siste ting kunne være å øke deltakergruppene for å få flere beskrivelser av en «god» matematikkoppgave, og flere faktorer som påvirker beskrivelsene. Om man øker deltakergruppene vil det være enklere å konkludere likheter og forskjeller fra deres beskrivelser.

Noe annet kunne være å gi lærerne andre typer matematikkoppgaver, for å se om deres beskrivelser og endringer vil være annerledes. Som jeg har sagt tidligere kunne oppgavene ha et større sprang mellom seg, slik at det ville være større forskjeller i vanskelighetsgrad og utforskning. Derfor kunne det være interessant å gi dem oppgaver hvor dette spranget er større, for å se om lærerne kommer med flere vurderinger og endringer.

En annen ting som kan bli gjort videre er å observere hvordan lærere håndterer en «god» matematikkoppgave i deres undervisning. Da kan man styrke kvaliteten på studiet, og observere om hva lærerne beskriver og mener blir ivaretatt i deres undervisning. Man kan også se på hvordan lærerne bruker sin kunnskap om elever, innhold og undervisning og om de bruker sin kunnskap for å bevare læringspotensialet i en oppgave. I tillegg kunne det vært interessant å intervjue elever, for å høre hva de beskriver som en «god» matematikkoppgave. Man kan gjennom elevers beskrivelser se om det finnes likhetstrekk mellom lærernes og elevers beskrivelser. Derimot kan dette være vanskelig å utføre dette, ettersom elevers kunnskapsnivå kan påvirke hvor mye refleksjon og beskrivelser de kommer med.

7. REFERANSER

Ayalon, M., Naftaliev, E., Levenson, E. S. & Levy, S. (2021). Prospective and In-Service Mathematics Teachers' Attention to a Rich Mathematics Task While Planning its Implementation in the Classroom. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 19(8), 1695-1716. https://doi.org/10.1007/s10763-020-10134-1

Ball, L. D., Thames, M., & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching. Journal of Teacher Education, 59(5), 389-407.

Bell, & Waters, S. (2018). *Doing your research project: a guide for first-time researchers* (7. utg.). McGraw-Hill Education.

Botten, G. (2016). Matematikk med mening: mening for alle. *Å være matematisk: elevers kompetanse i matematikk*. (1. utg., s. 59-65). Caspar forl.

Bryman, A. (2012). *Social research methods* (4th ed). Oxford University Press.

Chapman, O. (2013). Mathematical-task knowledge for teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 16(1), 1–6. https://doi.org/10.1007/s10857-013-9234-7

Feldman, Z., Thanheiser, E., & Welder, R., Tobias, J., Hillen, A. & Olanoff, D. (2016). When is a mathematical task a good task?. L. Hart, S. Oestrerle, S. S. Auslander & A. Kajander (red.), *The Mathematics Education of Elementary Teachers: Issues and Strategies for Content Courses* (s. 9-24). Information Age Publishing.

Gueudet, G., & Trouche, L. (2010). *Teaching Resources and teachers professional development: toward a documentational approach of didactics*.

Grønmo. (2004). Samfunnsvitenskapelige metoder (1. utg.). Fagbokforlaget

Jaworski, B., Potari, D. & Petropoulou G. (2017) *Theorising university mathematics teaching: The teaching triad within an activity theory perspective*. CERME 10, Dublin, Ireland.

Johns, C.A. & Burks, L.C. A Framework for Mathematical Knowledge for Undergraduate Mathematics Tutors. *Int. J. Res. Undergrad. Math. Ed.* (2022). https://doi.org/10.1007/s40753-022-00165-0

Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (2001). Adding it up: Helping children learn mathematics. Washington DC: The National Academies Press

Kunnskapsdepartementet. (2017). *Overordnet del – verdier og prinsipper for grunnopplæringen.* Fastsatt som forskift ved kongelig resolusjon. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/verdier-og-prinsipper-for-grunnopplaringen/id2570003/

Larsen. (2017). En enklere metode: veiledning i samfunnsvitenskapelig forskningsmetode (2. utg.). Fagbokforlaget

Nosrati, M. & Wæge, K. (2015). Sentrale kjennetegn på god læring og undervisning i matematikk, Matematikksenteret. Henter fra: http://www.matematikksenteret.no/content/4879/Sentrale-kjennetegn-pa-god-laring-og-undervisning-i-matematikk

NOU 2015:8. (2015). Fremtidens skole. Fornyelser av fag og kompetanser. Oslo: Hentet fra https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/nou-2015-8/id2417001/?ch=1&q

NTNU. (2022, 11. april). *Tenkeskriving og presentasjonsskriving i matematikk.* https://skrivesenteret.no/ressurs/tenkeskriving-og-presentasjonsskriving-i-matematikk/

Opplæringslova. (1998). *Lov om grunnskolen og den vidaregåande opplæringa* (LOV-1998-07-17-61). Lovdata. https://lovdata.no/dokument/NL/lov/1998-07-17-61

Postholm, M. B., & Jacobsen, D. I. (2011). *Læreren med forskerblikk: innføring i vitenskapelig metode for lærerstudenter.* Kristiansand: Høyskoleforl.

Potari D. & Jaworski, B. (2002). Tackling complexity in mathematics teacher development: using the teaching triad as a tool for reflection and enquiry. *Journal of Mathematics Teacher* Education. 25(5), 351-380. https://doi.org/10.1023/A:1021214604230

Skemp, R. R. (1976). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 12 (2), 88-95.

Smith, M. S. & Stein, M. K. (1998). Selecting and creating mathematical tasks: From research to practice. *Mathematics teaching in the middle school*, 3(5), 344-350.

Stein, M. K. & Smith, M. S. (1998). Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. *Mathematics teaching in the middle school*, 3(4), 268-275.

Trouche L., Gueudet, G., & Pepin, B. (2020). *The documentational approach to didactics.*

Utdanningsdirektoratet. (2019). *Læreplan I matematikk fellesfag Vg1 praktisk* (MAT08-01). Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for kunnskapsløftet 2020. Læreplan i matematikk fellesfag vg1 praktisk (matematikk P) (MAT08-01) (udir.no)

Utdanningsdirektoratet. (2020). *Hva er nytt i matematikk?* [Video]. Vimeo. https://vimeo.com/371743660?embedded=true&source=video_title&owner=7202142

8. VEDLEGG

Vedlegg 1: Samtykkeskjema

Vil du delta i forskningsprosjektet

Hva gjør en matematikkoppgave «god»?

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å finne ut hva lærere definerer som en god modelleringsoppgave, og hvordan lærere velger ut matematikkoppgaver. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål

Målet med forskningen er å fremme hvilke tanker, faktorer og de ulike synspunktene lærere har når de velger ut matematikkoppgaver til elevene, og om disse alltid er gode. Jeg ønsker å finne svar på:

- Hvordan påvirker ulike faktorer læreres valg av matematikkoppgaver
- Hvordan definerer lærere en god modelleringsoppgave

I dette masterstudie vil ikke din personlige informasjon (f.eks. navn eller lokasjon) bli knyttet til datainnsamlingen, og dataen vil ikke bli brukt til andre formål enn dette studiet.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

Instituttet for matematiske fag i Universitet i Agder er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Utvalget av dette studiet vil være matematikklærere for 1P i videregående skole. Du har blitt valgt til dette studiet ettersom du underviser i 1P på videregående skole.

Hva innebærer det for deg å delta?

Hvis du velger å delta i denne forskningen, så vil det bety at du vil bli intervjuet. Intervjuet vil være delt i tre:

1. du vil bli spurt om hva du selv definerer som en god matematikkoppgave.
2. du vil bli spurt om hvilke modelleringsoppgaver som du synes er gode, og hvorfor de er det. Av noen oppgaver som du får.
3. du vil bli spurt om hvordan du ville ha tatt i bruk en slik god oppgave i den klasse, og om det er noe du ville ha endret.

Jeg tar lydopptak og notater fra intervjuet, som senere vil bli transkribert.

For å styrke forskningens validitet, så skal du utføre en modelleringsoppgave i din egen klasse med dine endringer av oppgaven. Når oppgaven utføres, vil jeg observere og notere ned hva som blir observert.

Det er frivillig å delta
Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger
Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. Det vil bare være jeg som har tilgang til datainnsamlingen. Men jeg vil erstatte navn og kontaktinformasjon med koder. Liste med navn, kontaktinformasjon og de respektive kodene vil bli lagret separert fra resten av dataen. Jeg vil lagre dataen på en sikker server. Deltakere vil ikke bli gjenkjent i publikasjon, og i publikasjonen vil ikke navn eller personlig informasjon til deltakerne bli referert.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?

Opplysningene anonymiseres når prosjektet avsluttes/oppgaven er godkjent, noe som etter planen er juni 2022. Dataen vil bli beholdt i ett år etter forskningen er ferdig, deretter vil all data inkludert elektronisk opptak bli sletter permanent.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?
Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra Institutt for matematiske fag, Universitet i Agder har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Dine rettigheter
Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:
- innsyn i hvilke opplysninger vi behandler om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene
- å få rettet opplysninger om deg som er feil eller misvisende
- å få slettet personopplysninger om deg
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å vite mer om eller benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:
- Veileder professor Cengiz Alacaci, Institutt for matematiske fag, Universitetet i Agder (cengiz.alacaci@uia.no)
- Veileder universitetslektor Kristoffer H. Knutsen (kristoffer.h.knutsen@uia.no)
- Prosjektansvarlig: Thea Rygh
- Vårt personvernombud: Ina Danielsen, personvernombud@uia.no

Hvis du har spørsmål knyttet til NSD sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS på epost (personverntjenester@nsd.no) eller på telefon: 53 21 15 00.

Med vennlig hilsen

Thea Rygh
(Forsker/veileder)

-

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *«hva er en god matematikkoppgave»*, og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

☐ å delta i et individuelt intervju
☐ å delta i å bli observert i en klasseromssituasjon

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

----
(Signert av prosjektdeltaker, dato)

Vedlegg 2: Intervjuguide

Generelt om matematikkoppgaver

1. Hvordan ser en typisk matematikkoppgave i dine timer?
   - Hva slags typer matematikkoppgaver bruker du som oftest i dine timer?
2. Hva er målet ditt ved å bruke slike typer oppgaver dine timer?
3. Hvordan pleier elevene dine å jobbe med matematikkoppgaver?
   - Hvilken arbeidsform er typisk for din(e) klasser?
   - Eksempler: selvstendig, gruppe, prosjekt ell felles diskusjon
4. Hva er det viktigste du tar i betraktning når du velger matematikkoppgaver til dine elever?
   - Hvilke faktorer bestemmer hva slags oppgave du velger/bruker?
   - F.eks.: læreplan, mål, elever eller bilder
5. Hvilke av de gitte faktorene vil du si forklarer best hvordan du velger/bruker oppgaver til dine elever?
   - Er det noe andre faktorer som ikke er på listen, som du vil legge til?
   - Hvilke av faktorene vil du si er viktigst for deg?

Gode matematikkoppgaver

6. Hva mener du er en god matematikkoppgave?
   - Er det noe spesielt som må være til stede for at en oppgave skal være god?

Diskusjon om oppgaver

7. Hvilken av de tre gitte matematikkoppgavene synes du er god?
   - Hvorfor synes du «den» er god?
   - Hvorfor synes du «den» ikke er (like) god?
   - Er det noe spesielt du ser etter/på for at oppgavene skal være gode?
8. Om du skulle ha brukt en av oppgave i din(e) klasse(r), hvilken av oppgavene ville du ha brukt?
   - Hvordan ville du ha brukt oppgaven(e) i ditt klasserom?
   - Er det noe du ville ha endret på, før du hadde brukt den?
   - Hvordan/hvorfor ville du ha endret på oppgaven?

Er det noe mer du har lyst å tilføye når det gjelder hva en god matematikkoppgave er?

Er det noe mer du har lyst å tilføye når det gjelder hva som påvirker dine valg av oppgaver?

Vedlegg 3: Liste med faktorer som påvirker valg av matematikkoppgaver

Faktorer for valg av matematikkoppgaver

Jeg velger og bruker oppgaver når:

- oppgaven ser ut til å opprettholde et viktig læringsmål
- jeg selv kan tydelig forstå matematikken i oppgaven
- oppgaven ser ut til å fremme begrepsmessig forståelse av en viktig matematisk idé
- oppgaven ser ut til å ta for seg en del av det jeg ønsket å dekke fra læreboken
- oppgaven ser ut til å legge til rette for aktiv klasseromsinteraksjon i klasserommet (f.eks. fremme klasseromsdiskusjon)
- oppgaven ser ut til å ha potensial til å øke elevenes interesse og glede av matematikk
- oppgaven ser ut til å ha potensial til å knytte gode forbindelser til andre skolefag, til det virkelige liv eller andre emner i skolematematikk
- oppgaven ser ut til å gjøre god bruk av visuelle eller andre representasjoner av matematiske ideer
- oppgaven ser ut til å være ganske unik, interessant og ulik andre oppgaver
- oppgaven ser ut til å være tilgjengelig i vanskelighetsgraden som de fleste av elevene mine kan håndtere, men samtidig synes det er utfordrende

Vedlegg 4: Matematikkoppgavene

Oppgave: Solsikkefrø

Tom sår et solsikkefrø i april og han observer hvordan blomsten vokser. Tom kommer frem til en funksjon som viser høyden til planten, $h(x)$, etter x antall dager fra planten begynte å spire.

$$h(x) = -0{,}0005x^3 + 0{,}04x^2$$

a) Hvor høy er planten etter 20 dager?
b) Forklar hvordan planten vokser fra modellen din.
c) Hvilket gyldighetsområde vil du si at modellen har?

Oppgave: Ferje

Ferja Superspeed 1 bruker 3 timer og 15 minutter fra Kristiansand til Danmark. Dette tilsvarer en strekning på 140 km.

a) Hva er gjennomsnittshastigheten til ferja?
b) Lag en lineær modell som viser sammenhengen mellom tiden Superspeed 1 bruker fra Kristiansand til Hirtshals og avstanden mellom havnene.
c) Ifølge modellen din, når vil ferja være 45 km og 110 km fra Kristiansand.
d) Når vil du si at modellen er gyldig, og hvilke begrensninger har modellen?

Oppgave: Beiteområde

En bonde har 200 meter gjerde som han skal bruke til å sperre av et rektangulært beiteområde for noen kyr. Du skal hjelpe bonden ved å lage en matematisk modell for arealet, $A(x)$, av beiteområde. Sett den ene siden av rektangelet til å være x meter.

a) Lag en tabell, og undersøk hva de ulike lengdene på sidene i rektangelet gir i areal.

Lengde			……………	
Bredde			……………	
Areal			……………	

b) Finn en funksjon som viser resultatet i tabellen din.
c) Hvilken lengde på sidene i rektangelet bør bonden velge for å få størst mulig areal?
d) Forklar hvorfor noen verdier er gyldige og andre ikke.