UiA Universitetet i Agder

Master

Elevers prestasjoner og lærernes forutsigelser

Elevers prestasjoner på matematiske oppgaver med ulike kognitive krav og lærernes forutsigelser av deres prestasjoner.

INGRID NÆRLAND & MARTE SCHELLHORN

VEILEDER

Cengiz Alacaci & Cornelia Brodahl

Universitetet i Agder, 2022

Fakultet for teknologi og realfag

Institutt for matematiske fag

Forord

Denne oppgaven er slutten på vår masterutdanning. Det har vært noen krevende, men fine år som har forberedt oss på læreryrket vi nå skal begi oss ut på. Vi har fått kunnskaper og erfaringer som er gode å ha i bagasjen når vi starter i yrkeslivet.

Vi vil med dette takke skolene, lærerne og elevene som har bidratt til denne studien. Det ville ikke vært mulig å gjennomføre denne studien uten dem. Vi har blitt tatt imot med åpne armer og fått gode råd på veien.

Vi vil også rette en stor takk til våre veiledere, Cengiz og Cornelia. Deres dedikasjon til vår oppgave, tilgjengelighet og tilbakemeldinger har blitt satt stor pris på i denne perioden. Vi har satt pris på deres tilpasningsdyktighet og mulighet for å gjennomføre nesten all veiledning digitalt, med oss i hver vår by. Tusen takk for at dere alltid har vært tilgjengelige på mail, både dag og kveld, men også i ferier og helger. Det er ganske unikt.

Vi vil også takke våre medstudenter som har bidratt med støtte og hjelp underveis i prosessen. Det å vite at det er så mange, fine folk som skal ut å ta vare på fremtidens barn og ungdom gjør oss stolte og trygge på at fremtiden er i gode hender. Til slutt vil vi takke våres familier. Deres tilrettelegging, støttende ord, oppmuntringer og hjelp har vært til stor støtte og glede for oss begge. Oppgaven hadde ikke blitt den samme uten deres konstruktive tilbakemeldinger, råd og veiledning.

Ingrid Nærland og Marte Schellhorn

Kristiansand, mai 2022

Sammendrag

I denne studien har vi forsket på elever fra 8. og 10. trinn og hvordan elever løser oppgaver med ulike kognitive krav. Formålet med dette var å undersøke om det skjer en endring gjennom ungdomsskolen med tanke på andelen korrekte svar, elevers metoder og misoppfatninger. Vi undersøker også om elevenes prestasjoner samsvarer med lærernes forventninger og oppgavepreferanser.

Studien er en kvantitativ og kvalitativ studie hvor vi har gjennomført en tverrsnittstudie. Vårt datamateriale består av elevers besvarelse av et oppgavesett bestående av tre oppgaver, og lærernes besvarelse av et spørreskjema. Den kvalitative delen av vår studie er elevenes besvarelse av oppgavesettet. Den kvantitative delen av vår studie er lærernes besvarelse av spørreundersøkelsen. For å analysere datamaterialet brukte vi en kvalitativ innholdsanalyse. Vi har også gjennomført en kjikvadrattest for hver av oppgavene i oppgavesettet for å undersøke om det er en signifikant sammenheng mellom antall korrekte besvarelser og klassetrinn.

Resultatene våre viser at det er en større andel korrekte besvarelser på 10. trinn. Dette gjelder alle tre oppgavene. Denne forskjellen er signifikant for kun en av oppgavene. Vi ser fra våre resultater at elevene velger ulike fremgangsmåter basert på trinn, men våre resultater viser at dette også påvirkes av andre faktorer som forkunnskaper, den didaktiske kontrakten og elevenes matematiske kompetanse. Vi ser også mer tegn til misoppfatninger blant elevene på 8. trinn enn på 10. trinn. Lærerne i vår studie kunne i stor grad forutsi elevenes prestasjoner, og lærernes oppgavepreferanser samsvarte med elevenes prestasjoner.

Summary

In this study we have researched students from 8th and 10th grade and how they solve problems with different cognitive demands. The purpose of this was to investigate whether there is a development through middle school considering the rate of correct answers, student's methods, and misconceptions. We also examine whether students' performance matches with teachers' expectations on students' performance and the teachers task preferences.

The study is a quantitative and qualitative study where we have conducted a cross-sectional study. Our data material consists of students' responses to a set of tasks and the teachers' answers to a questionnaire. The qualitative part of our study is the students' answer to the set of tasks. The quantitative part of our study is the teacher's answer to the questionnaire. To analyze the data material, we used a qualitative content analysis. We have also conducted a chi-square test for each of the tasks to investigate whether there is a significant correlation between the number of correct answers and the students' grade level.

Our results show that students in 10th grade have more correct answers on all three tasks. This difference is significant for one of the tasks. We see from our results that the students choose different procedures based on their grade level, but our results show that this is also influenced by other factors such as prior knowledge, the didactic contract and the student’s mathematical competence. We also see more signs of misconceptions among students in 8th grade than 10th grade. The teachers in our study succeeded in predicting their students' performances most of the time, and the teachers task preferences corresponded to the students' performance.

Innholdsfortegnelse

1 Innledning

1.1 Bakgrunn for valg av tema

Alle barn har rett til utdanning, og grunnskoleutdanningen er obligatorisk for alle barn (Barnekonvensjonen, 1989, Artikkel 28). Skolen har et ansvar for utvikling av kunnskaper, ferdigheter og holdninger elevene trenger for å mestre sine liv og delta i samfunnet (Opplæringsloven, 1998, §1-1). Med innføringen av Kunnskapsløftet 2020, forkortet LK20, ble det tydelig at skolen skulle legge mer til rette for kritisk tenking. Også i matematikken ble det større fokus på dette (Kunnskapsdepartementet, 2019). Problemløsningsoppgaver, oppgaver uten en gitt løsning, er derfor svært relevant i dagens matematikkundervisning og vil dermed være relevant for oss som lærere. Vi ønsker i denne oppgaven å undersøke nærmere hvordan elever på ulike trinn løser problemløsningsoppgaver med ulike kognitive krav. Vi finner det interessant å undersøke om det har skjedd en utvikling i løpet av ungdomsskolen når det gjelder resonnering, fremgangsmåter, begrunnelser og andel korrekte besvarelser. Alle elever har krav på tilpasset opplæring (Opplæringsloven, 1998, §1-3). Dette betyr at undervisningen skal tilpasses den enkelte elevs nivå og det er lærerens oppgave å legge til rette for dette. Vi vil derfor undersøke om lærernes preferanser av oppgaver og forutsigelser av elevenes prestasjoner stemmer overens med elevenes faktiske prestasjoner.

Tilpasset opplæring er en stor del av hverdagen som lærer. Å lære mer om hvordan elever løser oppgaver med ulike kognitive krav kan hjelpe oss i arbeidet med tilpasset opplæring. Kunnskaper om hvordan elevene resonnerer og angriper oppgaver kan påvirke hvordan vi som lærere legger opp undervisningen. I arbeid med problemløsningsoppgaver med ulike kognitive krav får elevene muligheter til å bruke kjente metoder, men får også mulighet til å finne sin egen metode for løsning av oppgavene.

Samfunnet er i stadig endring, noe som påvirker skolehverdagen og fører til at profesjonen er i stadig endring og utvikling. Vi får nye undervisningsmetoder og hjelpemidler inn i klasserommet, slik som Ipad og Chromebook. Dette gjør at vi som lærere må endre måten vi arbeider på og hvordan vi legger opp undervisningen. Gjennom forskning kan vi bidra til å få en bedre forståelse av dette skiftet.

1.2 Forskningsspørsmål og formål

Formålet med denne studien er å undersøke om det skjer en endring gjennom ungdomsskolen med tanke på andel korrekte svar, elevers metoder for løsning av oppgaver, og elevers misoppfatninger ved løsningen av oppgaver med ulike kognitive krav. Vi ønsker også å undersøke hvordan elevenes prestasjoner samsvarer med lærernes oppgavepreferanser og forventninger til elevene. Dette for å undersøke om lærere har et realistisk syn på elevene sine og deres ferdigheter i matematikk. På bakgrunn av dette har vi utarbeidet problemstillingen:

Hvordan løser elever oppgaver ut fra ulike klassetrinn, og hvordan samsvarer dette med lærerens preferanse av oppgavene og forventninger til elevenes prestasjoner?

For å svare på problemstillingen har vi delt den opp i tre forskningsspørsmål som vi skal undersøke og prøve å finne svar på. Disse tre forskningsspørsmålene er:

1. Hva er forskjellene mellom prestasjonene til elever på 8. og 10. trinn når det gjelder antall elever med korrekt svar på oppgaver om volum?
2. Hva er forskjellene mellom 8. og 10. trinn når det gjelder metoder for løsning og utbredelsen av misoppfatninger?
3. Hvordan samsvarer elevenes faktiske prestasjoner med lærerens forventninger og oppgavepreferanser?

Disse tre forskningsspørsmålene vil videre refereres til som henholdsvis Forskningsspørsmål 1, Forskningsspørsmål 2 og Forskningsspørsmål 3.

1.3 Oppgavens oppbygning

Denne studien presenteres gjennom syv kapitler. I kapitlet som følger presenteres det teoretiske rammeverket for vår oppgave. Vi beskriver oppbygningen av studien, gjennomførelsen av datainnsamling og kvaliteten på vår forskning i kapittel 3. I kapittel 4 presenterer vi resultatene fra vårt datamateriale. Vi drøfter resultatene i lys av teorien i kapittel 5. I kapittel 6 kommer vi fram til en konklusjon og i kapittel 7 ser vi på funnenes implikasjoner.

2 Teori

Teoridelen er oppgavens faglige og teoretiske grunnlag. I dette kapittelet presenteres forskning og teori som vi brukes for å analysere og tolke datamaterialet vårt. Vi innleder med Smith og Steins (1998) kognitive nivå i kapittel 2.1, før vi går inn på problemløsningsoppgaver i kapittel 2.2. I kapittel 2.3 presenterer vi teori knyttet til geometri. Kapittel 2.4 består av ulike syn på forståelse hvor vi. Teori om resonnering kommer i kapittel 2.5. I det avsluttende kapittelet 2.6, går vi inn på den didaktiske kontrakten.

2.1 Kognitive krav

Ulike typer matematikkoppgaver stiller ulike kognitive krav (Valenta, 2016). Vi vil her presentere en modell med fire nivåer, utviklet av Smith og Stein (1998). Modellen kategoriserer matematikkoppgaver etter hvilken type tankevirksomhet den krever av eleven. Vi har brukt disse nivåene til å analysere og utvikle matematikkoppgaver i forhold til deres kognitive krav og ønsker å bruke dette som teoretisk rammeverk i refleksjonen av våre funn. For at elevene skal få oppgaver med passelig vanskelighetsgrad og utfordringer, krever det ifølge Smith og Stein at læreren tar hensyn til ulike faktorer som blant annet alder, klassetrinn, forkunnskaper, erfaringer og klasseromsnormer. Lærerens valg av oppgaver vil påvirke elevenes læring, motivasjon og oppfatning av matematikk. Selv om læreren velger oppgaver med høye kognitive krav, vil ikke det nødvendigvis føre til et høyt engasjement hos elevene. En oppgave som for yngre elever kan være på et høyt kognitivt nivå, kan for eldre elever være en rutineoppgave. Samtidig har noen oppgaver i utgangspunktet høye eller lave kognitive krav (Valenta, 2016). En oppgave kan likevel brukes i undervisningen på ulike måter basert på forkunnskapene til elevene og måten læreren bruker oppgaven på i undervisningen.

Smith og Stein (1998) skiller mellom lave og høye kognitive krav der hver av disse har to nivåer. Innenfor lave kognitive krav finner en *memorering* og *prosedyrer uten sammenhenger*. Innenfor høye kognitive krav finner man *prosedyrer med sammenhenger* og *matematisk tenking*. En matematikkoppgave kan plasseres innenfor en av disse fire kategoriene av kognitive krav. I utarbeidelsen av oppgavene vi har gitt elevene har vi tatt utgangspunkt i disse nivåene. Vi vil videre i dette delkapittelet gå nærmere inn på disse.

2.1.1 Oppgaver med lave kognitive krav

En oppgave som ifølge Smith og Stein (1998) kan plasseres innenfor nivået *memorering* kjennetegnes ofte av reproduksjon, bruk av fakta, regler, formler eller definisjoner der hensikten er å pugge og memorere disse til senere bruk. Når elevene arbeider med slike oppgaver er det som regel klart hvordan eleven skal løse oppgaven. Oppgavene ligner på tidligere oppgaver der målet er å reprodusere. Oppgaver med mål om å memorere har ingen sammenheng med konsepter og meninger som ligger til grunn for regler, formler eller definisjoner. En slik oppgave kan være å gjengi ulike geometriske former.

Oppgaver som plasseres innenfor kategorien *prosedyrer uten sammenhenger* kjennetegnes ofte av at målet er å øve på en algoritme eller prosedyre (Smith & Stein, 1998). Det er ifølge Smith og Stein åpenbart hva elevene skal gjøre og hvordan det skal gjøres. Prosedyren kan være oppgitt eller åpenbar ut fra tidligere arbeid eller erfaring. Prosedyren som brukes knyttes ikke til begreper eller sammenhenger. Fokuset ligger på å få riktig svar fremfor utvikling av forståelse. Besvarelsene krever ingen forklaring eller begrunnelse, eventuelt kun forklaring i form av å beskrive prosedyren som er brukt. Oppgaver som å øve på gangetabellen, kan være et eksempel på en oppgave innenfor dette nivået.

2.1.2 Oppgaver med høye kognitive krav

Oppgaver som ifølge Smith og Stein (1998) kan plasseres under kategorien *prosedyrer med sammenhenger* kjennetegnes ofte av at oppgaven konsentrerer seg om utvikling av matematikkforståelsen ved hjelp av prosedyrer. Oppgavene antyder generelle strategier som kan brukes for å finne en løsning. Disse strategiene har sammenheng med underliggende konsepter og begreper. En oppgave innenfor dette nivået inneholder ofte flere representasjoner, for eksempel diagrammer, konkreter, symboler, regnefortellinger og liknende. Evnen til å se sammenhenger mellom flere representasjoner kan være en støtte i utviklingen av forståelsen. Ifølge Smith og Stein vil oppgaven ofte antyde en løsningsstrategi, men samtidig kreve en viss grad av kognitiv innsats. Selv om generelle prosedyrer kan brukes, kan de ikke følges tankeløst. Elevene må engasjere seg i konseptuelle ideer som ligger til grunn for prosedyren for å fullføre oppgaven og utvikle forståelse. Et eksempel på oppgave innenfor dette nivået kan være at elever skal forklare hvorfor en gitt løsningsmetode er gyldig.

Nivået *matematisk tenking* handler blant annet om utforskning, utvikling av strategier og resonnering (Valenta, 2016). Oppgaver med høye kognitive krav som kan plasseres innenfor kategorien matematisk tenking, kjennetegnes ofte av at oppgaven krever kompleks tenking ettersom en fremgangsmåte ikke er gitt direkte (Smith & Stein, 1998). Oppgaven krever at eleven utforsker og utvikler forståelse for det matematiske konseptet. Arbeid med oppgaven krever at eleven til en viss grad kan kontrollere egne kognitive prosesser og eget arbeid. Elevene må analysere oppgaven og aktivt undersøke faktorer som kan begrense mulige løsningsstrategier og løsninger. I arbeid med oppgaven må elevene selv finne aktuelle fremgangsmåter, begrunne valg og vurdere løsningen. Oppgaver med høye kognitive krav krever en betydelig kognitiv innsats. En modelleringsoppgave hvor det ikke nødvendigvis er et korrekt svar, men det handler om argumentasjonen av egne resonnementer, er en type oppgave innenfor dette nivået.

2.1.3 Betydningen av oppgaver med høye kognitive krav for elevers utvikling

Ifølge Boaler (1998) utvikler elever som får arbeide med oppgaver med høye kognitive krav et mer positivt syn på matematikken. Boalers forskning viser at elever som arbeider med oppgaver med lave kognitive krav kjeder seg mer i matematikktimene. Ifølge Boaler vil elever som hovedsakelig arbeider med oppgaver med lave kognitive krav, ha utfordringer med å løse oppgaver med høye kognitive krav. Elevene gir uttrykk for at de ikke vet hvordan de skal bruke den tidligere lærte matematikken når det ikke er gitt eller hintet til en prosedyre til løsning av oppgaven. Lavt presterende elever får ofte oppgaver som er for lite utfordrende for dem eller løsninger som skal skrives ned fra tavla (Boaler et al., 2000). Samtidig viser studier at lavt presterende elever lærer bedre når de får mulighet til å tenke matematisk, diskutere og utforske (Valenta, 2016).

2.1.4 Utfordringer med oppgaver med høye kognitive krav

Oppgaver med høye kognitive krav har ingen åpenbar løsning. Elevene må utforske på egenhånd og prøve å forstå matematiske konsepter, prosesser og relasjoner (Smith & Stein, 1998). Dette krever at elevene får tid til å utforske og prøve seg fram (Stein et al., 2009). Denne prosessen krever at elevene har høy grad av utholdenhet og at læreren setter av nok tid (Smith & Stein, 1998). Læreren kan oppfordre og hjelpe eleven til å oppnå en dypere forståelse, for eksempel ved å spørre eleven om å forklare tenkemåten sin (Stein et al., 2009).

Det være at elevene ikke har nok erfaring med de nødvendige begrepene, strategiene eller tankegangene som kreves.

2.2 Problemløsningsoppgaver

Problemløsningsoppgaver er svært relevant i dagens skole og det arbeides med problemløsning på alle trinn (Kunnskapsdepartementet, 2019). Vi valgte å gi elevene i studien denne typen oppgaver. Dette fordi det gir elevene mulighet til å vise en bredere kompetanse i matematikk, enn oppgaver med en gitt løsningsmetode. Oppgaver med en gitt løsningsmetode ville heller ikke gitt oss informasjon om elevers kognitive nivå på samme måte som en problemløsningsoppgave.

2.2.1 Problemløsning i læreplanen

Elevene skal utvikle evne til selvstendig arbeid og samarbeid gjennom utforskning og problemløsning. Dette kan bidra til at elevene blir mer bevisste på egen læring (Kunnskapsdepartementet, 2019). Problemløsning i matematikk handler om å finne en metode for å løse ukjente problemstillinger. Elevene skal ikke ha møtt situasjonen tidligere, og det er ingen opplagt eller bestemt metode for å løse problemet (Stedøy & Valbekmo, 2018). Elevene skal utforme egne resonnementer for å både forstå og løse problemer. Elevene skal begrunne fremgangsmåter, resonnementer og løsninger. De skal også kunne bevise at løsningene er gyldige (Kunnskapsdepartementet, 2019). Forholdet mellom problemløser og problemet, definerer om oppgaven er en problemløsningsoppgave. Det som kan være en rutineoppgave for noen, kan være en problemløsningsoppgave for andre (Stedøy & Valbekmo, 2018).

2.2.2 Elevers strategier i arbeid med problemløsningsoppgaver

Hiebert et al. (1996) peker på at læreren har ansvar for å tilrettelegge for et læringsmiljø der elevene får mulighet til å undersøke og definere matematiske utfordringer. Det burde også vektlegges deling og argumentering for metoden som er brukt for å komme frem til svaret. Ved å dele og analysere ulike løsningsmetoder vil en i fellesskap kunne finne frem til den beste metoden. Hibert trekker også frem at elever som har tilgang på relevant informasjon vil bruke denne. Likevel vil for mye hjelpemidler hindre elevene i å være nytenkende og prøve ut egne metoder. Elevene har også et ansvar for å være med på å skape et læringsmiljø som legger til rette for god utvikling av ferdigheter innenfor problemløsning. Dette kan de gjøre ved å dele fremgangsmåter, tanker og rettferdiggjøre sine svar. Elevene kan bidra positivt til læringsmiljøet ved å erkjenne at læring kan komme fra andre og se fordelene med andres ideer.

Elever utvikler, ifølge Hiebert et al. (1996), to ulike strategier i arbeidet med problemløsningsoppgaver. Den ene strategien baserer seg på å tilegne seg fremgangsmåter for å løse spesifikke problemer. Den andre strategien er mer generell og handler om hvordan man kan strukturere og tenke i løsningen av fremtidige problemløsningsoppgaver. Hiebert et al. trekker også frem at elever som arbeider mye med problemløsningsoppgaver i undervisningen, presterer like godt som elever som arbeider mer med algoritmiske fremgangsmåter.

2.3 Geometri

I dette kapittelet skal vi se nærmere på teori knyttet til det matematiske emnet vår oppgave bygger på. Vi gjør rede for van Hieles modell for geometriforståelse og elevers misoppfatninger knyttet til volum. Dette vil være med på å gi oss et bedre grunnlag for å drøfte elevers faktiske prestasjoner.

2.3.1 Van Hiele modellen

Van Hiele modellen tilbyr et rammeverk som beskriver hvordan elever lærer geometri (Pegg, 2020). Modellen har to hovedaspekter som kombineres: *tankenivåer* som elevene utvikler gjennom å tilegne seg kompetanse og forståelse, og *undervisningsfaser* som hjelper elevene å bevege seg gjennom nivåene. Van Hiele modellen går ut på at geometriforståelsen utvikler seg gjennom fem nivåer (Smestad, 2008). I Norge er det kun de tre første nivåene som er relevante i grunnskolen. Vi har derfor valgt å kun fokusere på disse i vår oppgave. Vi har brukt Smestad (2008) sin oversettelse av nivåenes navn. De ulike nivåene er som følger:

- **Nivå 1: Visualisering/gjenkjennelse**. Elevene gjenkjenner en figur på grunn av figurens utseende eller form. Egenskapene til figuren spiller ingen rolle for eleven (Pegg, 2020, s. 5).
- **Nivå 2: Analyse**. Eleven identifiserer en figur på grunn av dens egenskaper. Egenskapene blir sett på som uavhengige av hverandre (Pegg, 2020, s. 5). Elevene blir mer opptatt av egenskapene, men kan ikke nødvendigvis si hvilke som er nødvendige og hvilke som er tilstrekkelige (Smestad, 2008, s. 3).

- **Nivå 3: Uformell deduksjon/logisk ordning**. Elevene vil ikke se figurens egenskaper som uavhengige, men anerkjenner at en kvalitet går foran eller følger andre kvaliteter. Elevene vil også forstå forholdet mellom ulike figurer (Pegg, 2020, s. 5).

Van Hieles nivåer er stadier av kognitiv utvikling (Pegg, 2020). En reell fremgang og progresjon fra ett nivå til det neste påvirkes av kvaliteten og formen for undervisning. Målet med van Hiele teorien er å forbedre undervisningen ved å ta hensyn til elevenes tankenivå. Ifølge teorien har elevene best sjanse til å vokse kognitivt og utvikle eierskap til egen læring ved at elevenes tankenivå tas opp i undervisningsprosessen. En elev kan ikke være på et høyere nivå uten å passere de lavere nivåene først. For å komme til et høyere nivå kreves direkte instruksjon, utforskning og refleksjon.

2.3.2 Misoppfatninger volum

Innen fagdidaktikken i matematikk handler misoppfatninger om ufullstendige tanker knyttet til et problem (Brekke, 2002). Elevers misoppfatninger er ofte et resultat av elevens forkunnskaper, overgeneralisering og over-spesialisering (Ashlock, 2006) som oppstår i et forsøk på å skape mening og sammenheng i det eleven lærer (Brekke, 2002). Misoppfatninger er ikke tilfeldige, men kommer av en tankegang som brukes konsekvent. Det er en viktig forskjell mellom misoppfatninger elever har og feil elever gjør. En feil er en feilaktig respons på et spørsmål som kan oppstå dersom eleven husker feil eller at det har blitt for mye for eleven på en gang (Hadjidemetriou & Williams, 2002). En feil kan derfor være tilfeldig og forekomme dersom eleven ikke leser oppgaven nøye (Brekke, 2002).

Tekin-Sitrava og Işiksal-Bostan (2014, 2018) har forsket på elevers misoppfatninger, kildene til misoppfatningene og lærerens kunnskaper om volumet av prismer. Deres forskning viser at mange elever har misoppfatninger knyttet til volum av rektangulære prismer (2018). Deres forskning viser også at elever på mellomtrinnet og tidlig ungdomsskole har moderate prestasjoner når det gjelder å finne volum av et rektangulært prisme (2014). Elevenes misoppfatninger går ut på at elevene danner seg et bilde av et rektangulært prisme som todimensjonalt og teller de synlige rutene til figuren. Misoppfatningene kan også innebære at elevene blander areal og volum, ikke forstår volumbegrepet eller antar at det rektangulære prismet er en tom boks. Elevene kan også ha problemer med å forstå tredimensjonalitet og todimensjonalitet, noe som videre kan skape vanskeligheter ved utregning av volum. En annen utfordring kan være at elevene ikke mestrer å forbinde de gitte tallene med dybden, bredden og høyden til det rektangulære prismet.

Ifølge funnene til Tekin-Sitrava & Işiksal-Bostan (2014) utviklet elevene to strategier for å finne volumet av et rektangulært prisme. Den ene strategien var å multiplisere lag, det vil si å telle antall enhetskuber i ett lag og multiplisere med antall lag. Den andre strategien var å bruke formelen for volum. Dette stemmer også overens med forskningen til Sisman & Aksu (2016). Elever som brukte formelen for volum, husket formelen. Elevenes forklaringer og begrunnelser kan være en indikasjon på at elevene ikke forsto logikken bak formelen, men hadde memorert den (Tekin-Sitrava & Işiksal-Bostan, 2014). Det kom også frem av denne forskningen at elevene som kjente formelen for volum, fokuserte på å bruke den. Elevene som kunne denne formelen prøvde seg ikke frem med andre strategier, selv om de ble spurt om å løse problemet på en annen måte.

2.4 Matematisk forståelse

Arbeid med matematikk og forståelse av matematikk er to sider av matematisk kompetanse. Vi har valgt å avgrense oss til Kilpatrick et al. (2001) sin definisjon av matematisk kompetanse. Vi vil gå nærmere inn på Skemps (2006) teori om relasjonell og instrumentell forståelse, samt Blooms taksonomi fra 1956 (henvist i Jones et al., 2009). Teori om matematisk kompetanse kan bidra til å besvare Forskningsspørsmål 2.

2.4.1 Matematisk kompetanse

Matematisk kompetanse er ifølge Kilpatrick et al. (2001) sammensatt av fem komponenter. Vi har valgt å bruke Valenta sin oversettelse av komponentene. Disse fem komponentene er begrepsmessig forståelse, beregning, anvendelse, resonnering og engasjement (Valenta, 2016, s. 10). Ifølge Kilpatrick et al. (2001) handler *begrepsmessig forståelse* om at elevene skal få en forståelse av matematiske begreper, operasjoner og relasjoner. *Beregning* går ut på at elevene skal utvikle evnen til å effektivt gjennomføre prosedyrer på en nøyaktig måte. *Anvendelse* dreier seg om at elevene skal trenes opp til å kunne gjenkjenne matematiske problemer og finne frem til en løsningsstrategi. *Resonnering* handler om at elevene skal utvikle evnen til logisk tenking, refleksjon og argumentasjon og kunne bruke dette i arbeidet med matematikkoppgaver. Den siste komponenten, *engasjement*, innebærer at elevene skal oppleve matematikken som fornuftig og verdifull, og oppleve følelsen av progresjon og mestring. Ifølge Valenta (2016) innebærer Kilpatrick et al. (2001) sin forståelse av matematisk kompetanse mye mer enn å huske og memorere fakta, algoritmer og prosedyrer. For at elevene skal få mulighet til å utvikle denne matematiske kompetansen kreves det at elevene får arbeide med oppgaver som stiller høye kognitive krav.

2.4.2 Relasjonell og instrumentell forståelse

Ifølge Skemp (2006) handler instrumentell forståelse om regler uten forklaringer. Læring for å oppnå instrumentell forståelse går ut på å memorere regler og prosedyrer for løsning av oppgaver innenfor et nummer av ulike temaer elevene skal mestre. Elevene memorerer fremgangsmåter som forteller hva de skal gjøre for å løse oppgaven. Det er fordeler med å undervise instrumentelt. Ifølge Skemp er det en fordel at det er enklere å forstå instrumentelt innenfor visse kontekster. Det er mindre kunnskap involvert, noe som fører til raskere resultater.

Skemp (2006) uttrykker at relasjonell forståelse handler om å vite hva en skal gjøre og hvorfor det gjøres slik. For å oppnå en relasjonell forståelse, må elevenes læring bestå av å bygge opp strukturer som kan brukes til å lage ubegrenset med planer for løsning av ulike oppgaver. Det finnes også fordeler med å undervise med mål om å oppnå relasjonell forståelse. Elevene blir mer tilpasningsdyktige til nye oppgaver og lærestoffet blir enklere å huske, til tross for at læring for å oppnå relasjonell forståelse kan oppleves hardere.

2.4.3 Blooms taksonomi

Blooms taksonomi fra 1956 er et klassifiseringssystem av pedagogiske mål basert på elevers nivå av forståelse (Jones et al., 2009). Den består av seks nivåer for det kognitive domenet (Web, 2020). Kompetanse på et høyere nivå krever en rimelig grad av kompetanse på de lavere nivåene (Jones et al., 2009). Nivåene fra bunn til topp er:

1. *Kunnskap* går ut på å huske, oppdage, observere og navngi (Web, 2020). Dette nivået krever at elevene husker fakta de har lært og kan bruke disse slik de har lært de skal brukes (Jones et al., 2009). Eleven forstår ikke nødvendigvis betydningen bak fakta.
2. *Forståelse* handler blant annet om å forstå, oversette, summere og diskutere (Web, 2020). Dette nivået krever at elevene må kunne formulere informasjon ved bruk av egne ord og bruke kunnskapen i nye sammenhenger (Jones et al., 2009). Når eleven

blir spurt spørsmål på et forståelsesnivå kan eleven gjengi fakta og forstå betydningen av den.

3. *Anvendelse* innebærer blant annet å kunne anvende kunnskap, bruke problemløsende metoder og eksperimentere (Web, 2020). Dette nivået krever at elevene kan identifisere relevant informasjon og relevante regler, for å komme frem til en løsning ved bruk av kjente algoritmer (Jones et al., 2009).
4. *Analyse* dreier seg om å identifisere og analysere mønstre, organisere ideer og gjenkjenne trender (Web, 2020). Dette nivået krever at elevene kan separere en ide til deler og kan vise forståelse av disse delene som en helhet (Jones et al., 2009).
5. *Syntese* går ut på å bruke gamle konsepter til å lage nye ideer, designe og oppfinne, forestille seg, konkludere, forutsi og kombinere (Web, 2020). Dette nivået tillater elevene å tenke ut eksperimenter og hypoteser som kan testes (Jones et al., 2009).
6. *Evaluering* handler om å vurdere teorier, sammenlikne ideer, evaluere resultater og løsninger, anbefale og vurdere (Web, 2020). Elevene skal kunne vurdere formål, løsninger, prosedyrer, metoder og produkter (Jones et al., 2009). Dette nivået krever at eleven bruker de andre fem nivåene i ulik grad.

Ifølge Jones et al. (2009) kan Blooms nivåer deles i tre grupper av spørsmål: lav, middels og høy. Spørsmål som stilles innenfor kunnskaps- og forståelsesnivået refereres til som kognitive spørsmål av lavere orden. Spørsmål som stilles innenfor anvendelse- og analysenivået refereres til som kognitive spørsmål av middels orden. Spørsmål som stilles innenfor syntese- og evalueringsnivået refereres til som kognitive spørsmål av høyere orden. Ved å variere bruken av lave, middels og høye kognitive spørsmål kan en bidra til elevers utvikling av evnen til å resonnere effektivt og løse problemer kreativt.

2.5 Resonnering

Lithner (2008) definerer resonnering som den tankegangen som brukes til å danne påstander og konklusjoner i løsningen av ulike oppgaver. Lithner (2006) skiller mellom to ulike måter elever resonnerer på: imitativ og kreativ resonnering. Teori om resonnering kan bidra til vår forståelse av elevenes besvarelser.

Imitativ resonnering handler om at en kopierer eller følger en modell, et eksempel eller en løsningsmetode som er gitt, uten at man prøver å gjøre det på en nytenkende måte (Lithner, 2006). Imitativ resonnering kan deles inn i to undergrupper: memorert resonnering og algoritmisk resonnering. Memorert resonnering bygger på memorering av et tidligere svar. Man gjengir en resonnering man har brukt i en tidligere, liknende oppgave. Algoritmisk resonnering tar utgangspunkt i lærte, algoritmiske prosesser. Dette kan blant annet være ulike måter å regne multiplikasjonsstykker på.

Kreativ resonnering handler om løsningsstrategier som ikke er rutinebaserte (Lithner, 2006). Det vil si at eleven ikke bruker rutinemessige måter å løse oppgaven på (Lithner, 2008). Lithner deler inn i fire typer kreativ resonnering: nytenkende, fleksibel, plausibel og matematisk fundert. Nytenkende handler om at eleven løser oppgaver på en ny måte. Dette gjelder også løsningsmetoder eleven har glemt og som derfor oppleves som en ny måte å resonnere på (Lithner, 2006). Fleksibel resonnering vil si at eleven tester og prøver ut ulike tilnærminger til situasjonen. Dersom den kreative resonneringen skal karakteriseres som plausibel, må elevens strategi bygges på en argumentasjon som støtter valg av strategi og sier noe om hvorfor svaret er riktig. Gjentakelser og vage intuisjoner regnes ikke som plausibel. Plausibel resonnering må ikke blandes med bevis. Plausibel resonnering vil i større grad baseres på fornuft og har ikke like strenge rammer som bevis (Lithner, 2008). Den siste typen, matematisk fundert, bygger på de iboende matematiske kunnskapene til de komponentene som brukes i løsningsstrategien hos eleven (Lithner, 2006).

2.6 Den didaktiske kontrakten

Den didaktiske kontrakten er en metafor for en gjensidig forpliktelse mellom læreren og elevene. Dette er relevant i vår oppgave på bakgrunn av at den didaktiske kontrakten kan påvirke elevenes besvarelse på oppgavene.

Ifølge Wedege og Skott (2006) er den didaktiske kontrakten en metafor som brukes for å beskrive de eksplisitte og implisitte reglene for sosiale og matematiske samhandlinger i et gitt klasserom. Konseptet didaktisk kontrakt ble introdusert av Brousseau som en nødvendighet for å forstå de ulike utfordringene som kan oppstå i elevers læringsprosesser (Verschaffel et al., 2000). Dersom en lærer ønsker å endre egen undervisning er den didaktiske kontrakten viktig, slik at en kan være bevisst på og forstå elevers motstand (Norén & Thornberg, 2015).

Den didaktiske kontrakten handler om elevers og læreres gjensidige forventninger til interaksjonen i klasserommet (Norén & Thornberg, 2015). Disse forventningene bygges gjennom undervisningene og er som oftest implisitte og usagte. Som regel blir disse forventningene først synlige når noen bryter dem. Et eksempel på brutt didaktisk kontrakt kan være dersom læreren gir elevene en åpen oppgave og elevene kun er vant med å få oppgaver som har ett riktig svar. Dette kan føre til motstand hos elevene og kan komme til uttrykk ved at elevene ikke vil bidra med mer enn ett løsningsforslag. For å endre en etablert didaktisk kontrakt er det en forutsetning at normene i klasserommet endres. Dette krever tid og bevissthet fra lærere og elever.

3 Metode

I dette kapittelet skal vi beskrive prosessen knyttet til innsamling og analyse av datamaterialet. Vi skal begrunne de metodiske valgene som er gjort med tanke på vår problemstilling og våre forskningsspørsmål. Vi gjør rede for studiens forskningsdesign og metoden som er brukt for å hente inn datamaterialet kapittel 3.1. Her går vi inn på utvalg, oppgavene til elevene og spørreundersøkelsen. Vi presenterer gjennomførelsen av datainnsamlingen i kapittel 3.2, og i kapittel 3.3 beskriver vi analysen vi har brukt for å analysere datamateriale. Til slutt, i kapittel 3.4, gjør vi rede for studiens kvalitet.

Vår problemstilling er "Hvordan løser elever oppgaver ut fra ulike klassetrinn og hvordan samsvarer dette med lærerens preferanser av oppgaver og forventninger til elevers prestasjoner?". Ut fra denne har vi laget tre forskningsspørsmål. Vi ønsker å analysere elevers besvarelser på et sett med oppgaver og lærernes besvarelse på et spørreskjema. Forskningsspørsmål 1 tar for seg forskjellen mellom elevers prestasjoner på hver av oppgavene. Forskningsspørsmål 2 legger vekt på metodene elevene har brukt og eventuelle misoppfatninger. Forskningsspørsmål 3 handler om hvordan lærernes forventninger går overens med resultatene fra Forskningsspørsmål 1 og 2.

3.1 Studiens forskningsdesign

I vår studie ga vi elevene tre oppgaver om volum. Lærerne fikk tilsendt et spørreskjema med spørsmål knyttet til oppgavene elevene fikk. Vi har hentet besvarelser fra totalt 61 elever og tre matematikklærere, fordelt på fire klasser. En klasse på 8. trinn og en på 10. trinn fra to ulike skoler.

Studien er en kvantitativ og kvalitativ studie hvor vi har gjennomført en tverrsnittsundersøkelse. En tverrsnittsundersøkelse kjennetegnes ved at man samler inn data på et gitt tidspunkt. Det er ofte hentet data fra en større mengde deltakere (Bryman, 2016). I vår studie sammenligner vi datamateriale fra to ulike trinn, og som dermed er våre caser i tverrsnittsstudiet. Den kvalitative delen av datainnsamlingen er elevenes besvarelser på tre oppgaver, mens den kvantitative delen er lærernes besvarelse av spørreundersøkelsen.

Vi brukte en kvantitativ tilnærming når vi så på elevenes besvarelser av oppgavene, hvor fokuset var på hvor mange elever som hadde svart korrekt på oppgaven. Vi hadde en kvalitativ tilnærming i analysen av besvarelsene når vi så på metoder og misoppfatninger. Lærernes svar på undersøkelsen er også en del av den kvantitative tilnærmingen, selv om det er et mindre antall informanter.

3.1.1 Bakgrunn for valg av metode

Valg av metode ble gjort ut fra forskningsspørsmålene, men også ut fra at datainnsamlingen ble gjennomført under Covid-19 pandemien. For å sikre gjennomførbarhet uavhengig av om elever kunne møte fysisk på skolen eller ikke, valgte vi å innhente elevers besvarelser på tre oppgaver og læreres besvarelser av en spørreundersøkelse. På denne måten kunne vi gjennomføre datainnsamling både med og uten vår tilstedeværelse. Både oppgavene til elevene og lærerens spørreundersøkelse ble sendt digitalt, men skrevet ut og gjennomført skriftlig.

For å svare på Forskningsspørsmål 1 og Forskningsspørsmål 2, valgte vi å lage et sett med oppgaver som elevene skulle løse skriftlig, alene og i én undervisningstime. Det var viktig for oss at oppgavene hadde ulike kognitive krav fordi vi ønsket å se på om trinn hadde betydning for hvilke oppgaver elevene klarte å finne en løsning på. Valg av oppgaver ble derfor gjort med hensyn til Smith og Stein (1998) sine kognitive krav. Besvarelsene er vårt grunnlag til å sammenligne prestasjoner, metoder og utbredelsen av misoppfatninger ut fra ulike trinn.

For å svare på Forskningsspørsmål 3 valgte vi å lage en spørreundersøkelse. Målet med spørreundersøkelsen var å få samlet inn et datamateriale som elevenes besvarelser på oppgavene kunne sammenliknes med. Kriteriene for spørsmålene som ble stilt var at de skulle få frem tanker som kunne brukes til denne sammenligningen. Valget falt på et spørreskjema fremfor intervju for å lettere kunne sammenligne svar og samtidig ta hensyn til informantenes begrensede tid og tilgjengelighet.

3.1.2 Utvalg

Vi ønsket spesifikt å samle inn data på 8. og 10. trinn. Andre klassetrinn ble vurdert, men vi ønsket to klassetrinn der oppgavene ikke var for vanskelige for laveste trinn, samtidig som de ikke skulle være for lite utfordrende for høyeste trinn. Det var viktig for oss at aldersspennet og de faglige kunnskapene ikke var for stort til å kunne gjøre en grundig analyse og konklusjon. Vi vurderte også ut fra kompetansemål da vi valgte trinn. Høyere trinn skal ha gjennomgått flere kompetansemål, og derfor ha en bredere kompetanse innen matematikkfaget enn lavere trinn. Vi så for oss at svarene til elevene ville reflektere dette, og at oppgavene skulle gi mulighet for elevene å vise denne kompetansen.

Via Avdeling for Lærerutdanning ble vi tildelt to skoler som oppfylte disse ønskene, videre refereres disse til som Skole 1 og Skole 2. Utvalget besto av tre lærere som alle ga sitt samtykke til å delta i vårt prosjekt, samt 61 elever som har sagt seg villige til at deres besvarelse kan brukes i vår forskning. På hver av skolene har to klasser deltatt i undersøkelsene, én på 8.trinn og én på 10 trinn, totalt 4 klasser. På Skole 1 hadde begge klassene samme lærer, mens de to klassene på Skole 2 hadde hver sin. Videre i oppgaven vil 8. klasse på Skole 1 benevnes Klasse A, og 10. klasse på Skole 1 vil kalles Klasse B. På Skole 2, har 8. klasse fått navnet Klasse C, og 10. trinn Klasse D.

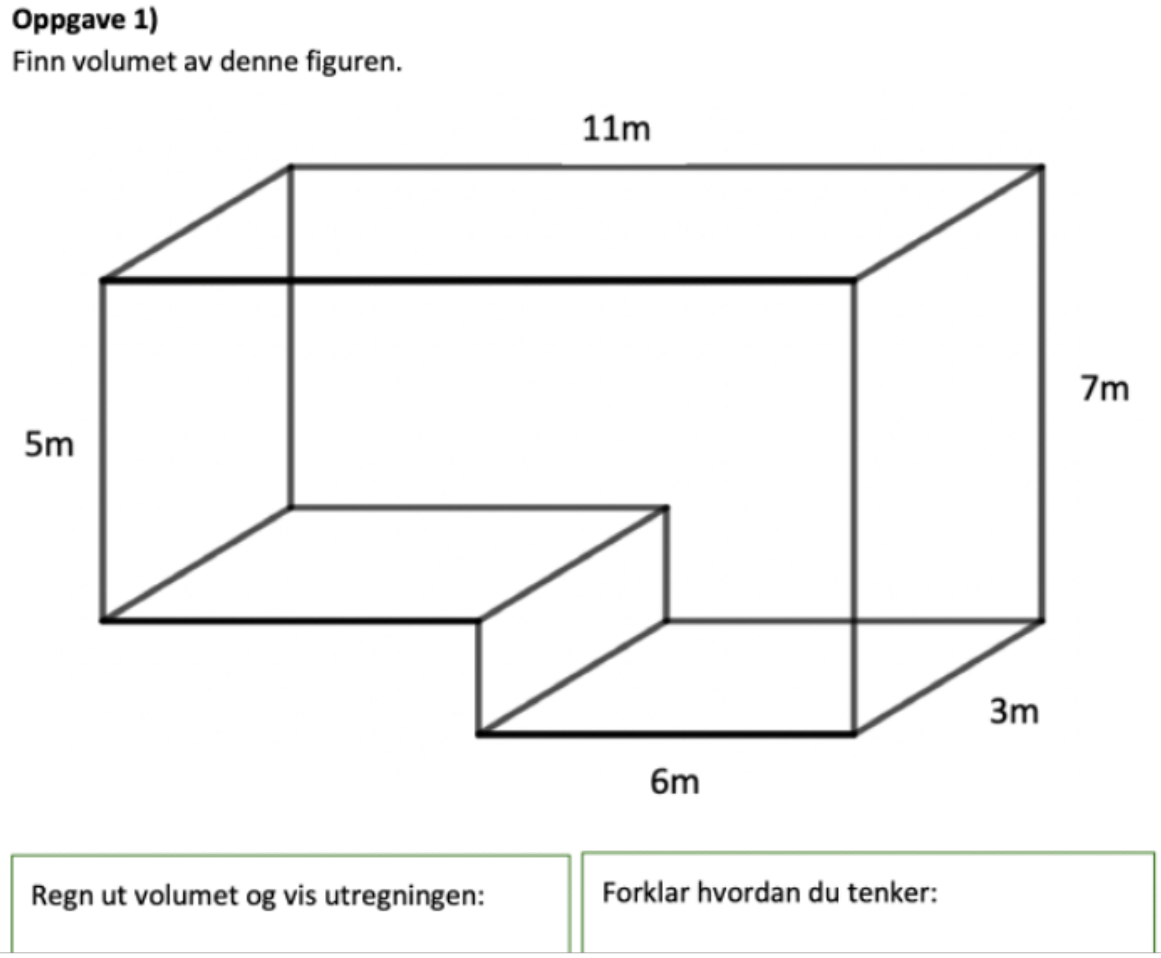
3.1.3 Oppgavesett

Elevene fikk utdelt et oppgavesett med tre matematikkoppgaver som omhandlet volum. Oppgavesettets omfang begrunnes ut fra at vi ønsket at oppgavene skulle være mulig å gjennomføre i løpet av en skoletime. Disse oppgavene ble utarbeidet med hensyn til Smith og Stein (1998) sine kognitive nivåer. På denne måten kan oppgavene både enkeltvis og til sammen gi mulighet for å vise hvilken type forståelse eleven har. Vi forsøkte å finne oppgaver som kunne utfordre elevene på ulike nivåer. Vi vurderte oppgavene hver for seg i lys av Smith og Stein sine kognitive nivåer for å være sikre på at oppgavene vi ga elevene var av ulik utfordring. Etter å ha revidert oppgavene gjentatte ganger endte vi opp med de tre oppgavene som vi gjennomgår under. Elevene skulle løse oppgavene individuelt. Dette fordi vi ønsket å få mest mulig av elevenes tanker på papiret ettersom vi ikke hadde lagt inn noe observasjon på grunn av covid-19 situasjonen.

Oppgave 1 (Figur 1) går ut på at elevene skal finne volumet av en figur. Figuren er satt sammen av to rektangulære prismer. Det er ikke alle sidelengdene som er gitt på figuren, men alle sidene er mulig å finne frem til ved å se på de andre sidene av figuren. Elevene ble bedt om å regne ut volumet, vise utregningen og forklare hvordan de tenkte. Vi tenker denne oppgaven har lave kognitive krav med *prosedyrer uten sammenhenger* fordi oppgaven legger opp til bruk av spesifikke prosedyrer som elevene har arbeidet med tidligere (Smith & Stein, 1998). Det er også liten tvil om hva som skal gjøres ettersom oppgaven ber elevene regne ut volumet. Beskrivelse av prosedyren eleven har brukt blir godtatt som en tilstrekkelig forklaring, noe som også et tegn på at oppgaven har lave kognitive krav.

Figur 1

Oppgave 1 i oppgavesett

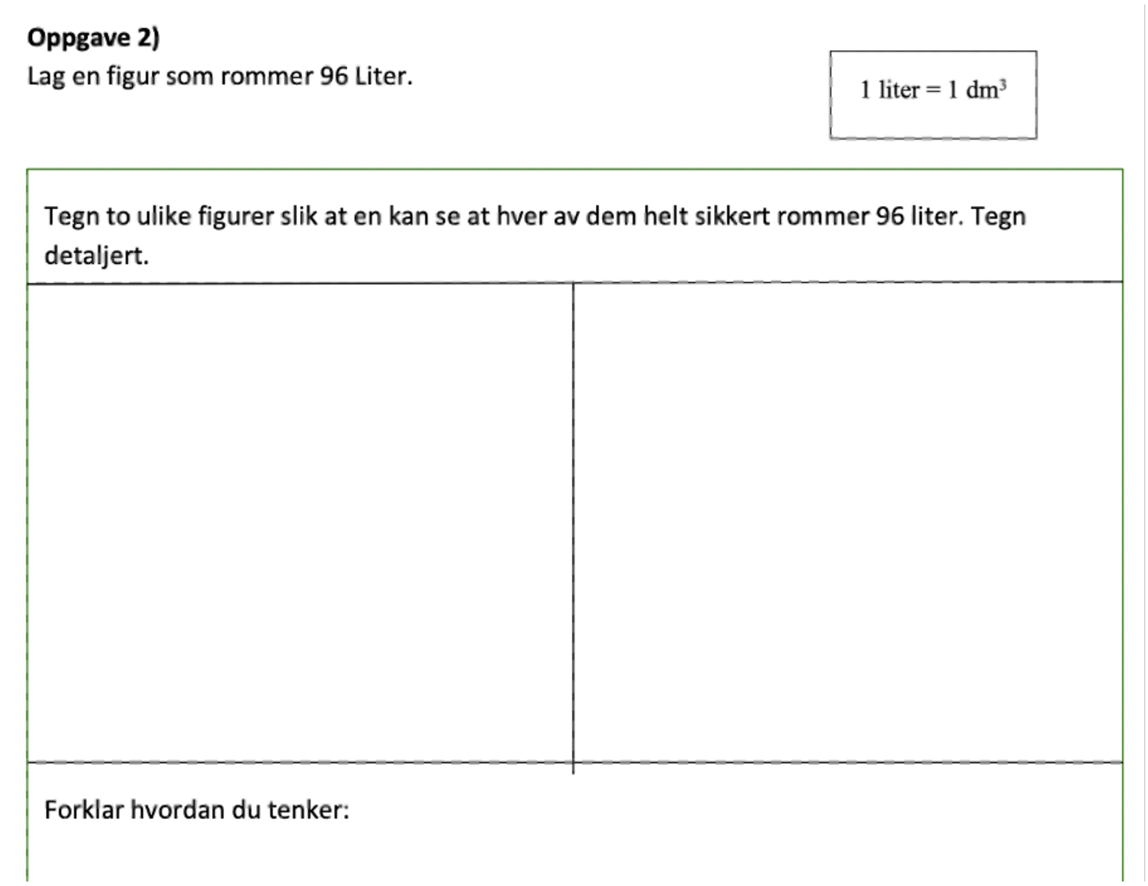


Notat. Se Vedlegg 1 for hele oppgavesettet.

I Oppgave 2 (Figur 2), skulle elevene tegne to ulike figurer, hvor hver av dem rommet nøyaktig 96 liter. Elevene ble bedt om å tegne detaljert og forklare deres tankegang. Det ble oppgitt at 1 liter = 1 dm^3. Vi mener denne oppgaven passer inn under det Smith og Stein kaller for oppgaver med høye kognitive krav, *prosedyrer med sammenhenger,* fordi oppgaven åpner for flere løsningsstrategier (Smith & Stein, 1998). I arbeidet med oppgaven må elevene prøve å forstå de underliggende sammenhengene for å finne tre tall som blir 96 når de multipliseres. Dette er et tegn på at oppgaven har høye kognitive krav (Valenta, 2016).

Figur 2

Oppgave 2 i oppgavesett



Oppgave 2)
Lag en figur som rommer 96 Liter.

1 liter = 1 dm^3

Tegn to ulike figurer slik at en kan se at hver av dem helt sikkert rommer 96 liter. Tegn detaljert.

Forklar hvordan du tenker:

Notat. Se Vedlegg 1 for hele oppgavesettet.

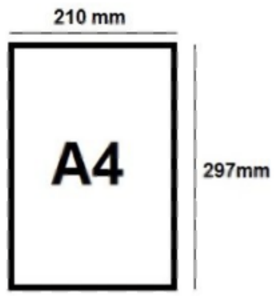
Den siste oppgaven, Oppgave 3, går ut på at elevene skulle bruke et A4 ark til å lage en beholder uten topp og bunn, som rommer mest mulig ris. Elevene fikk oppgitt A4 sine dimensjoner, i tillegg til at de fikk utdelt et blankt A4 ark. Vi mener denne oppgaven passer inn under det Smith og Stein kaller for oppgaver med høye kognitive krav, matematisk tenking, fordi oppgaven krever utforskning, utvikling av strategier og resonnering (Valenta, 2016). Oppgaven krever at elevene selv tar i bruk relevante forkunnskaper og erfaringer (Smith & Stein, 1998). Elevene må selv finne ut hvilke fremgangsmåter som kan være aktuelle og vurdere løsningen.

Figur 3

Oppgave 3 i oppgavesett

Oppgave 3)
Du har et A4 ark og skal lage en beholder uten topp og bunn.
Hvordan kan du folde/brette A4 arket og lage beholderen slik at den rommer mest mulig ris?

Skriv ned hvordan du tenker:



Notat. Se Vedlegg 1 for hele oppgavesettet.

3.1.4 Spørreundersøkelse

Undersøkelsen til matematikklærerne ble utarbeidet med utgangspunkt i oppgavesettet til elevene. Målet med undersøkelsen var å få frem hvilke oppgaver lærerne likte best, hvilke oppgaver læreren selv kunne tenkt seg å bruke i egen undervisning, og hvordan lærerne så for seg at elevene ville prestere.

Spørreundersøkelsen inneholdt fem spørsmål. Hele spørreundersøkelsen finnes i Vedlegg 2. Spørsmål 1 ba lærerne rangere de tre oppgavene på en skala fra 1 til 5, hvor 1 var lavest og 5 høyest. De skulle i tillegg begrunne rangeringen sin for hver av oppgavene. Spørsmål 2 handlet om læreren ville brukt noen av disse oppgavene i egen undervisning. På spørsmål 3 ble lærerne spurt om det var noen oppgaver de ikke ville brukt i egen undervisning. Lærerne ble spurt om hvordan de trodde elevene ville prestere på de ulike oppgavene på spørsmål 4. Siste spørsmål handlet om hvilke oppgaver som liknet mest på oppgavene læreren normalt gir elevene.

Lærerne fikk tilsendt spørreskjemaet og oppgavesettet til elevene noen dager i forkant av vår datainnsamling. De ble bedt om å fylle ut skjemaet før de fikk se elevenes oppgavebesvarelser. To av de tre lærerne fikk svart på dette før vi kom. Den siste læreren svarte på undersøkelsen samtidig som elevene svarte på sine oppgavesett.

3.2 Gjennomføring

Datamaterialet ble samlet inn høsten 2021. Datainnsamlingen ble gjort i løpet av en dag på hver skole. Det var fem dager mellom innsamlingen på Skole 1 og Skole 2. I dette kapittelet forklarer vi for hver av skolene hvordan øktene ble gjennomført. Observasjoner gjort underveis ble notert ned. Disse observasjonene handlet hovedsakelig om tidsbruk og antall elever.

3.2.1 Skole 1

Ifølge læreren på Skole 1 som både underviste Klasse A (8.trinn) og Klasse B (10. trinn), var elevene i begge klassene på et lavere nivå enn vi hadde sett for oss. For at undersøkelsen ikke skulle oppleves ubehagelig for elevene besluttet vi å la elevene på Skole 1 samarbeide. De fleste arbeidet med sidemannen, men noen få elever gikk rundt og hjalp andre. Noen elever valgte også å arbeide individuelt. Vi ønsket ikke å risikere å få ufullstendige besvarelser, noe som kunne være en konsekvens dersom elevene hadde arbeidet individuelt. Matematikklæreren på Skole 1 gjorde oss oppmerksomme på oppgaveformuleringen i Oppgave 2. Oppgaveformuleringen kunne tolkes som at figuren skulle romme minst 96 liter. Vi valgte derfor å presisere oppgaven muntlig for alle fire klassene slik at det ble klart at figurene skulle inneholde nøyaktig 96 liter. Undervisningstimene på denne skolen varte i 60 minutter, men en del tid gikk til introduksjon av oss selv og oppgavene, og avslutning av timen.

Den første timen av skoledagen var vi inne hos Klasse A, hvor vi innhentet 15 besvarelser. I Klasse A samarbeidet elevene i stor grad. Det var likevel noen elever som valgte å arbeide individuelt. Elevene i Klasse A fikk rundt 45 minutter på å arbeide med oppgavene. I Klasse B deltok alle elevene som var på skolen denne dagen og vi fikk totalt tolv besvarelser fra denne klassen. Det var også elever i Klasse B som samarbeidet, men langt mindre enn i Klasse A. Flere elever leverte oppgavene i god tid før timen var over. Elevene i Klasse B fikk i underkant av 45 minutter på å arbeide med oppgavene.

3.2.2 Skole 2

På Skole 2 møtte vi to ulike matematikklærere, én for Klasse C (8. trinn) og én for Klasse D (10. trinn). På Skole 2 var det bestemt på forhånd at elevene skulle arbeide individuelt, vi ønsket at elevene skulle få mest mulig av sine tanker ned på papiret. Vårt inntrykk var at det faglige nivået på denne skolen var noe høyere enn på Skole 1. Elevene på Skole 2 fikk omtrent 30-35 minutter på å gjennomføre oppgavesettet, altså kortere tid enn elevene på Skole 1.

I Klasse C var det 17 elever til stede i timen elevene arbeidet med oppgavesettet. Dette var timen før lunsj og mange av elevene ble tidlig ferdig. Elevene arbeidet individuelt, men noen samarbeidet, spesielt på Oppgave 3. Læreren til Klasse C uttrykket at elevenes prestasjoner var bedre enn forventet. Klasse C fikk 30 minutter på å arbeide med oppgavene. I Klasse D var det 17 elever i timen elevene arbeidet med oppgavesettet. Elevene arbeidet individuelt og etter våre observasjoner samarbeidet de mindre enn Klasse C. Elevene i Klasse D fikk 35 minutter til gjennomføring av oppgavesettet.

3.3 Dataanalyse

For å analysere datamateriale valgte vi å gjøre både kvantitative og kvalitative analyser. Den kvantitative analysen gjøres for å kunne svare på Forskningsspørsmål 1, mens den kvalitative analysen skal hjelpe oss å svare på Forskningsspørsmål 2 og 3. I dette kapitlet gjør vi vår fremgangsmåte transparent for hver av oppgavene, samt går gjennom frekvensanalysen og kjikvadrattesten.

3.3.1 Innholdsanalyse

For å analysere datamaterialet valgte vi å gjøre en kvalitativ innholdsanalyse. En kvalitativ innholdsanalyse er en tilnærming til datamaterialet der en fokuserer på å tolke betydningen av ulike typer innhold (Bryman, 2016). Det går ut på å identifisere kategorier for å lettere forstå betydningen til resultatene som analyseres. Vi har gjennomgått elevbesvarelsene flere ganger, samtidig som vi har notert kjennetegn på den enkelte besvarelse. Vi har i hovedsak sett på utregningen og brukt elevens forklaring som støtte underveis.

For Oppgave 1 noterte vi om elevene hadde svart korrekt, hvilken fremgangsmåte som ble brukt, eller hvilken type feil vi identifiserte. Når vi hadde et klarere bilde av innholdet i elevbesvarelsene lagde vi en tabell med fire kolonner, en for hver av kategoriene «Korrekt svar», «Feil svar», «Fått svar fra andre» og «Annet». Vi lagde en rad for hver elevbesvarelse der vi noterte relevant informasjon fra elevbesvarelsen til hver elev i de ulike kolonnene. I arbeidet med datamaterialet så vi at vi trengte flere kategorier og opprettet da disse. Vi lagde delkategorier basert på metodene identifisert i datamaterialet. Tabellen ble utvidet ved at kolonne «Rett svar» fikk delkolonnene «Holistisk», «Horisontal» og «Vertikal». Kolonnen «Feil svar» fikk delkolonnene «Misoppfatning» og «Perseptuelle feil». I tabellens rader for elevbesvarelser foretok vi en endelig identifisering.

Oppgave 2 gjennomgikk samme prosedyre som Oppgave 1. Etter å ha sett over datamaterialet organiserte vi det i en tabell. Vi lagde en tabell med tre kolonner, en for hver av kategoriene «Ingen figur», «En figur» og «To figurer». Vi lagde en rad til hver elevbesvarelse. Etter vi hadde arbeidet enda mer med datamaterialet så vi behov for å ha delkategorier under to av kolonnene. Kolonnen «En figur» og «To figurer» fikk begge delkategoriene «Korrekt volum», «Figur» og «Forklaring». For hver elevbesvarelse vurderte vi dermed hvor mange figurer eleven hadde tegnet, hvor mange av disse som hadde riktig volum og hva slags figur eleven hadde tegnet. Vi noterte oss også elevenes forklaringer.

På Oppgave 3 vurderte vi først om eleven hadde oppgitt sylinder eller prisme. Videre vurderte vi om eleven hadde spesifisert kortside eller langsiden som høyde. Vi endte opp med fire kolonner, en for hver av kategoriene «Sylinder», «Rektangulært prisme», «Spiller ingen rolle» og «Svarer blankt». Vi gjennomgikk, også for denne oppgaven, datasettet flere ganger. Vi delte opp noen kategorier i delkategorier, slik at kategorier og delkategorier i kolonnene var dekkende. Kolonnene «Sylinder» og «Rektangulært prisme» ble delt i underkategoriene «Kortside = høyde», «Langside = høyde» og «Spesifiserer ikke side som høyde».

3.3.2 Frekvensanalyse

I tillegg til tabellene nevnt i 3.3.1 har vi lagd frekvenstabeller tilhørende hver av oppgavene som måler hyppigheten av de ulike kategoriene kvantitativt. Dette for å gi en enkel oversikt over datamaterialet. Frekvenstabellene er også brukt til å lage diagrammer som visualiserer resultatene for hver av oppgavene.

Til hver oppgave lagde vi to frekvenstabeller for å gjøre datamaterialet mer sammenlignbart. En av frekvenstabellene presenterer en oversikt over antall elever som har svart korrekt på oppgaven og den andre tabellen presenterer en oversikt over metoder og misoppfatninger.

3.3.3 Kjikvadrattest

En kjikvadrattest tester statistisk signifikans (Bryman, 2016). I vårt tilfelle tester den om det er sammenheng mellom elevenes klassetrinn og deres prestasjoner på oppgaver om volum. Kjikvadrattest brukes ofte for å fastslå hvor sikre en kan være på at egne funn kan generaliseres for en populasjon. For å gjennomføre kjikvadrattesten må en organisere frekvensene i en krysstabell. Videre må en regne ut de forventede verdiene, altså frekvensene som ville oppstått kun på grunnlag av tilfeldigheter. I kjikvadrattester benyttes en P-verdi som står for sannsynligheten for at det en observerer utelukkende skyldes tilfeldigheter. De fleste samfunnsforskere er enige om at nivået av statistisk signifikans som er akseptabelt er $p < 0,05$. Det vil si at det er mindre enn 5 % sjanse for at du kan ha et utvalg som viser en sammenheng, til tross for at det ikke en noen sammenheng i populasjonen (Bryman, 2016). I vår kjikvadrattest har vi derfor valgt å bruke $p = 0,05$. For Oppgave 1 og 2 har vi brukt frihetsgrad=1, og for Oppgave 3 har vi brukt frihetsgrad=2. Frihetsgraden bestemmes av antallet kolonner i krysstabellene.

3.4 Studiens kvalitet

Kvaliteten til studien kan styrkes eller svekkes av flere faktorer. Ved å trekke frem disse faktorene, er dette med på å styrke denne studiens troverdighet. I dette kapitlet vil vi gå nærmere inn på reliabilitet, validitet, eventuelle feilkilder og etiske betraktninger.

3.4.1 Reliabilitet

Reliabilitet handler om i hvilken grad det er stabilitet i målingene som blir gjort (Bryman, 2016). Stabilitet handler om målingene er stabile over tid og sier noe om en kan forvente samme resultat dersom en gjennomfører studien på nytt under samme forutsetninger. I vår studie styrkes reliabiliteten blant annet av oppgavens struktur. Vi har delt inn i resultatdel og drøftingsdel noe som skiller mellom beskrivelser og tolkninger. Dette gjør at det kommer tydelig frem i oppgaven hva som er resultater og hva som er våre tolkninger av resultatene. Dette er med på å gjøre resultatene våre lettere å sammenlikne med andre studiers resultater. Antall informanter kan både svekke og styrke reliabiliteten. Få informanter kan gjøre det vanskelig å generere generelle slutninger basert på resultatene og dermed svekke reliabiliteten. Ved et større antall informanter representerer studien en større andel av populasjonen. Utvalget vårt er relativt lite i forhold til antall elever på disse klassetrinnene i Norge, noe som kan gjøre det vanskelig å trekke en generell slutning. Reliabiliteten i vår studie styrkes derimot av at vi presenterer hvordan utvalget er valgt. Det at vi redegjør for metoder for datainnsamling og analyse er også med på å styrke reliabiliteten.

Ettersom dette er en tverrsnittsundersøkelse og vi har hentet inn datamateriale på et tidspunkt, kan det være vanskelig å si noe om stabiliteten. Hadde denne undersøkelsen blitt gjort på ny under de samme forutsetningene og i de samme klassene, er det forventet at resultatet ville blitt bedre. Elevene ville kunne kjent igjen oppgavene, og muligens også ha gjennomgått fagstoffet i større grad.

3.4.2 Validitet

Validitet handler om resultatene en har fått gir mening i forhold til hva som er undersøkt (Bryman, 2016). Det finnes flere typer validitet, blant annet målingsvaliditet, ekstern validitet, og økologisk validitet.

Målingsvaliditet handler om hvor godt resultatene reflekterer virkeligheten (Bryman, 2016). Det innebærer om en måler det en ønsker å måle. Målingsvaliditet er relevant i forhold til den kvantitative delen av vår datainnsamling. Det vil si spørreundersøkelsen til læreren. Dette kan ses på som et strukturert intervju, som ikke ga mulighet for oppfølgingsspørsmål. Dette kan svekke målingsvaliditeten. Det kan være vi hadde fått mer utfyllende svar dersom vi hadde gjennomført et semistrukturert intervju. Samtidig kan denne formen for datainnsamling styrke målingsvaliditeten ettersom det gir lite rom for egen tolkning av lærernes svar på spørsmålene.

Ekstern validitet handler om resultatene kan generaliseres utover den studien som er gjort og dermed gjelde en større del av populasjonen (Bryman, 2016). I en kvalitativ undersøkelse er det vanskelig å forvente at studien og resultatene er replikerbare. Dermed er det vanskelig å trekke slutninger som kan generaliseres utover utvalget. En kan likevel argumentere for at studien er replikerbar på grunn av vår grundige og belysende beskrivelse av metode for datainnsamling, noe som styrker den eksterne validiteten. Hvorvidt våre funn kan generaliseres utover utvalget er avhengig av faktorer utenfor vår kontroll, slik som generelle ferdigheter og individene som deltar. Ifølge Bryman vil et tilfeldig utvalg styrke den eksterne validiteten. Utvalget i vår studie er tilfeldig og dermed med på å styrke den eksterne validiteten.

For oss som fremtidige lærere vil den økologiske validiteten spille en stor rolle. Den økologiske validiteten går ut på om funnene i undersøkelsen kan overføres til hverdagen (Bryman, 2016). I liknende studier er normalt den økologiske validiteten lav fordi en tar utgangspunkt i noe som skjer her og nå. Vi vil likevel argumentere for at resultatene fra denne studien vil kunne være nyttige for vår fremtidige hverdag som matematikklærere. Det faktum at vi har mange elevbesvarelser, vil kunne påvirke den eksterne validiteten, som igjen kan påvirke den økologiske validiteten. Våre resultater kan også være nyttige for andre som leser vår oppgave, særlig andre matematikklærere som planlegger og velger ut oppgaver for sine elever. Å ha kunnskap om ulike kognitive nivå og hvordan disse gjenspeiler seg i elevers metode for løsning av oppgaver, vil kunne gjøre det lettere å tilrettelegge undervisningen.

3.4.3 Eventuelle feilkilder

Det er flere faktorer som kan påvirke vårt datamateriale og dermed vår studie. Flere av disse faktorene kan ikke styres, mens andre kan en til en viss grad gjøres noe med ved hjelp av diverse tiltak. Disse faktorene kan føre til at datamaterialet vårt ikke representerer virkeligheten. Vi vil videre gå inn på noen av disse.

Den pågående pandemien kan ha påvirket datamaterialet vårt. De siste årene har vært preget av mye hjemmeskole og stort fravær blant både elever og lærere. Skolehverdagen har vært preget av usikkerhet og store endringer noe som kan ha påvirket kvaliteten på undervisningen. Dette kan ha ført til et svekket læringsutbytte for elevene i forhold til hva en normalt hadde forventet. Elevenes motivasjon og muligheter for læring kan også ha påvirket dette læringsutbyttet. Det kan dermed være at de forutsetningene vi har sett for oss at elevene har, ikke nødvendigvis har vært til stede. Elevene kan ha gått glipp av læring som gjør at elevene ikke er på det faglige nivået vi hadde forventet.

Det at vi ikke hadde møtt elevene på forhånd kan også ha påvirket vårt datamateriale. Elevene har ingen kjennskap til oss og vårt arbeid utover det læreren har sagt i forkant av vårt besøk på skolen. Dette kan ha både en positiv eller negativ påvirkning. Elevene kan la være å legge inn sin beste innsats, eller det kan være at elevene legger inn mer innsats enn normalt. Vi hadde ingen kjennskap til elevene på forhånd og vet dermed ikke hvordan elevene er vant med å arbeide i timene. Dersom det er uvant for elevene å arbeide uten hjelpemidler, kan dette også påvirke vårt datamateriale. På grunn av at vi ikke kjente elevene i forkant av datainnsamlingen fikk vi ingen mulighet til å tilpasse oppgavene til elevene. Vi fikk inntrykk av at det faglige nivået blant elevene på Skole 1 var lavere enn vi hadde sett for oss. På grunn av dette lot vi elevene på Skole 1 samarbeide. Dette kan ha påvirket vårt datamateriale. Når elevene samarbeider vil antallet unike besvarelser være færre. Andelen korrekte besvarelser kan derfor i utgangspunktet være færre enn de vi viser til i resultatdelen. Vi anser det likevel som lite betydningsfullt ettersom vi sammenligner på tvers av trinn og ikke på tvers av skoler eller klasser.

En faktor som kan ha påvirket datamaterialet når det gjelder lærernes svar på spørreundersøkelsen er at læreren i den ene klassen fylte ut spørreundersøkelsen samtidig som elevene arbeidet med oppgavene. Læreren fikk dermed muligheten til å se hvordan elevene arbeidet med oppgavene.

Når på dagen oppgavesettet ble arbeidet med, kan også ha påvirket vårt datamateriale. Klasse A arbeidet med oppgavene i første time. Dette kan være med på å påvirke elevenes besvarelser ettersom elevene kan ha vært trøtte, noe som kan gjøre det krevende å arbeide med matematikkoppgaver. I Klasse C ble oppgavesettet utdelt timen før lunsj. Dette kan påvirke vårt datamateriale dersom elevene var sultne og manglet konsentrasjon. Det kan også være at noen ville bli fort ferdig slik at de kunne spise.

Som en mulig feilkilde vil vi også trekke frem våre tolkninger av besvarelsene på oppgavesettet og lærernes svar på spørreundersøkelsen. Denne feilkilden vil vi spesielt trekke fram. Vi kjenner ikke elevene som deltok og kan dermed ikke si noe om hvordan elevene normalt arbeider med matematikkoppgaver. Vi har forsøkt å velge en analysemetode som gir oss minst mulig rom for tolkning, og dermed også feiltolkninger. Ettersom vi ikke har hatt mulighet til å henvende oss til elevene i etterkant av datainnsamlingen, kan det være at vi har plassert enkelte besvarelser feil i forhold til hva elevene har tenkt.

3.4.4 Etiske betraktninger

Vi ønsket ikke at elevene skulle føle noe ubehag ved gjennomføringen av vår datainnsamling. Vi valgte derfor at elevene ikke skulle skrive navn på besvarelsene sine. Samtidig er vår metode for datainnsamling utformet slik at det ikke var behov for noen personopplysninger fra elevene som deltok. Elevenes deltagelse i studiet var helt anonymt, slik at det ikke er mulig å spore besvarelsene tilbake til elevene. I stedet for navn har vi gitt hver besvarelse en bokstav, som representerer skole og klassetrinn, samt et tall for å kunne skille mellom hver elev og gi hver besvarelse en identitet.

I forkant av vår datainnsamling sendte vi søknad til Norsk Senter For Forskningsdata, NSD. Bryman (2016) viser til et etisk prinsipp om at informanter skal ha gitt informert samtykke i forkant av studien. Dette har vi ivaretatt i vår studie. Den som samtykker til å delta i forskning må få informasjon om og forstå hva de samtykker til og hva som kan være mulige konsekvenser ved deltakelse. Vår studie hadde behov for godkjennelse av NSD ettersom personlige data (lærerens navn og epost) var tilgjengelige for oss. I forkant av studien fikk lærerne informasjon om undersøkelsen og forespørsel om å samtykke til at spørreundersøkelsen kunne brukes som datamateriale. Det ble også utformet to informasjonsskriv med detaljerte opplysninger rundt studien etter mal fra NSD. Vedlegg 3 viser informasjonsskrivet til lærerne med informasjon om studiens formål, hvem som er ansvarlig for prosjektet, hvorfor de fikk forespørsel om å delta, hva deltakelse ville innebære for dem, forsikring om at deltakelse var frivillig, om informantens personvern og rettigheter, og om hvordan opplysningene om informanten ville håndteres etter endt forskningsprosjekt. I informasjonsskrivet til lærerne var det også en samtykkeerklæring som lærerne måtte skrive under på, hvor de samtykket til at opplysningene om dem kunne behandles frem til prosjektslutt. Vedlegg 4, et informasjonsskriv, ble sendt til elever og foresatte. Informasjonsskrivet sier noe om hva vi ønsket at elevene skulle bidra med og en forklaring på hvordan deres anonymitet ville bli garantert. NSD krevde ikke samtykke av elever eller foreldre ettersom elevenes bidrag til studien var anonyme. Vedlegg 5 viser at søknaden ble vurdert godkjent.

4 Resultater

I kapittel 3.3 presenterte vi hvordan vi har analysert datamaterialet vårt. I dette kapittelet skal vi presentere resultatene analysene har ført frem til. Resultatene som legges frem er de 61 analyserte elevbesvarelsene, der 32 er fra 8. trinn og 29 er fra 10. trinn, samt tre læreres besvarelse av spørreundersøkelsen. Vi vil presentere resultater som er relevante for hvert av forskningsspørsmålene. I kapittel 4.1 legger vi frem resultatene som er relevante for å svare på Forskningsspørsmål 1. Videre i kapittel 4.2 vil vi presentere resultatene som er relevante for å svare på Forskningsspørsmål 2. Til slutt, i kapittel 4.3 legger vi frem resultatene som vi vil trekke frem for å svare på Forskningsspørsmål 3.

4.1 Hva er forskjellene mellom prestasjonene til elever på 8. og 10. trinn når det gjelder riktig svar på volumoppgaver?

I dette delkapittelet vil vi presentere resultatene fra den kvantitative analysen av elevbesvarelsene. Resultatene legges frem oppgave etter oppgave.

4.1.1 Oppgave 1 – Finn volumet av figuren

Tabell 1 viser forskjellene mellom 8. og 10. trinn i forhold til antall korrekte svar på Oppgave 1. Korrekt svar på denne oppgaven var fra elever som kom frem til riktig volum, samt elever som hadde riktig fremgangsmåte, men med enkle slurvefeil. Elever som tydelig har fått svar fra andre ble regnet som feil svar. Riktig volum på denne oppgaven var 201 m^3.

Tabell 1

Fordeling av elevbesvarelser på Oppgave 1

Trinn	Korrekt svar	Feil svar	Totalt
Trinn 8	15	17	32
Trinn 10	19	10	29
Totalt	34	27	61

Notat. Tabellen viser en oversikt over korrekt og feil svar på Oppgave 1 ut fra trinn.

En ser av tabellen at det var totalt 34 elever som svarte korrekt på denne oppgaven. Av disse, var 15 elever fra 8. trinn. Dette tilsvarer 46,9 % av elevene på dette trinnet. Av elevene på 10. trinn var det 19 elever som svarte korrekt på denne oppgaven, noe som tilsvarer 65,5 %.

4.1.2 Oppgave 2 – Lag en figur som rommer 96 liter

Tabell 2 viser forskjellene mellom 8. og 10. trinn når det gjelder fordeling av antall figurer med riktig volum på 8. og 10. trinn. Elever som tegnet en eller to figurer som rommet 96 liter har fått korrekt svar. Elever som tegnet to figurer, men kun en med riktig volum, plasseres under kategorien «En figur med riktig volum». Dersom eleven har tegnet én figur, og denne har feil volum, blir eleven plassert under kategorien «Ingen figur med riktig volum».

Tabell 2

Fordeling av elevbesvarelser på Oppgave 2

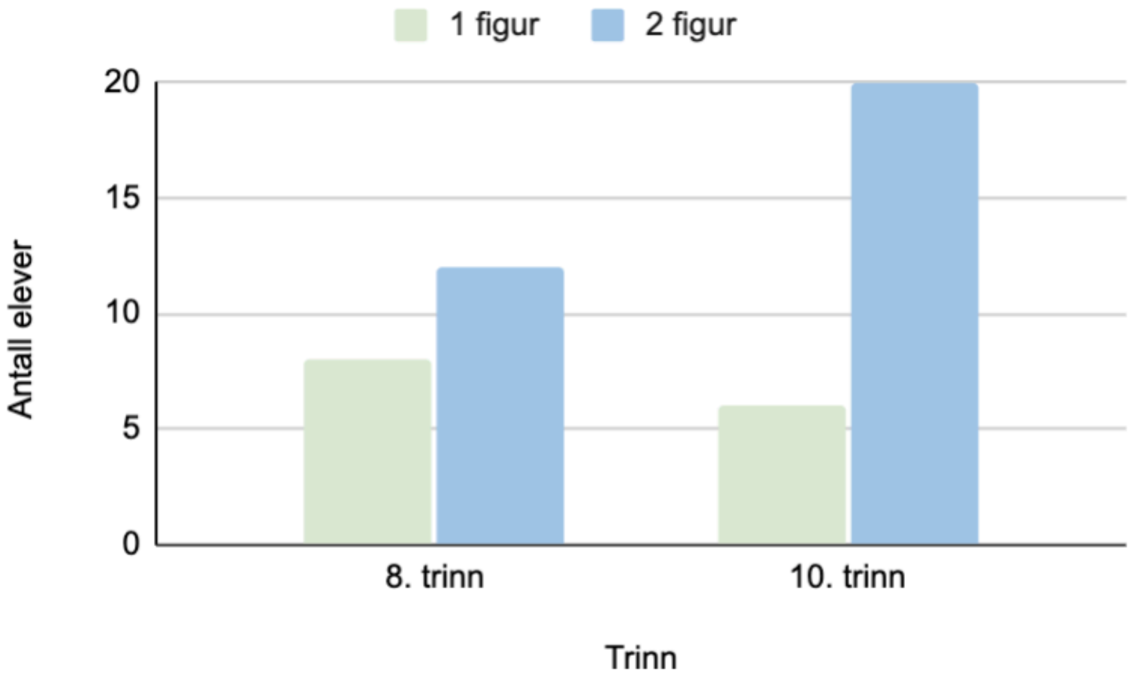
Trinn	Ingen figur med riktig volum	En figur med riktig volum	To figurer med riktig volum	Totalt
Trinn 8	12	8	12	32
Trinn 10	3	6	20	29
Totalt	15	14	32	61

Notat. Tabellen viser fordelingen av antall figurer med riktig volum på trinn 8 og trinn 10.

Det var totalt 46 av 61 elever som tegnet minst en figur med riktig volum. En ser av Figur 4 at det var en god del flere elever på 10. trinn enn 8. trinn som tegnet to figurer med riktig volum. Av elevene på 8. trinn tegnet 62,5 % minst en figur med riktig volum. Til sammenlikning var det 89,7 % av elevene på 10. trinn. På denne oppgaven var det 37,5 % av elevene på 8. trinn som ikke hadde tegnet noen figurer med riktig volum. På 10. trinn var tilsvarende 10,4 %.

Figur 4

Fordeling av figurer med riktig volum



Notat. Antall elever som har tegnet en og to figurer med riktig volum på 8. og 10. trinn.

4.1.3 Oppgave 3 – Lag en beholder ut av et A4 ark

Tabell 3 viser forskjellene mellom 8. og 10. trinn når det gjelder korrekt svar på Oppgave 3. Korrekt svar på denne oppgaven er sylinder med kort side som høyde. Prisme med kort side som høyde anses også som et fornuftig svar ettersom hovedpoenget med oppgaven er å få frem hvilken side som burde være høyden. Sylinder og prisme med lang side som høyde, samt elever som ikke spesifiserer hvilken side som bør være lengde, defineres som feil svar på oppgaven.

Tabell 3

Fordeling av elevbesvarelser på Oppgave 3

Trinn	Kort side som høyde[a]	Lang side som høyde[a]	Spiller ingen rolle/ spesifiserer ikke	Svarer blankt	Totalt
8. trinn	4	1	16	11	32
10. trinn	7	5	10	7	29
Totalt	11	6	26	18	61

Notat. Tabellen viser fordeling av elevbesvarelser på Oppgave 3.
[a] Gjelder både i sylinder og prisme.

På 8. trinn oppga 12,5 % av elevene enten rektangulært prisme eller sylinder med den korte siden som høyde. På 10. trinn var det 24,1 % som oppga tilsvarende. Blant elevene på 8. trinn var det 3,1 % av som oppga at den lange siden på arket skulle være høyden, både sylinder og rektangulært prisme. Til sammenligning oppga 17,2 % av elevene på 10. trinn at den lange siden skulle være høyden. En del elever på begge trinn leverte blankt på denne oppgaven. På 8. trinn var det 34,4 % som leverte blankt, på 10. trinn var det 24,1 %.

Totalt var det 10 av 61 elever som oppga det som defineres som helt korrekt svar på oppgaven, ~~altså~~ sylinder med kort side som høyde. Dersom en inkluderer prisme med kort side som høyde, oppga totalt elleve elever et fornuftig svar på oppgaven. Det var 43 elever som svarte på denne oppgaven, 18 elever svarte blankt. Av disse 43 elevene var det 32 elever som svarte feil på oppgaven. Disse elevene oppga feil høyde, spiller ingen rolle hvilken side som er høyde, eller det spiller ingen rolle hvordan man bretter arket.

4.1.4 Kjikvadrat resultater

Som en del av analysen ble det gjennomført kjikvadrattester på resultatene for alle tre oppgavene. Dette for å undersøke om det var en sammenheng mellom andel elever med korrekt svar og deres klassetrinn. Tabell 4 gir en oversikt over kjikvadratresultatene.

For Oppgave 1 var det 15 elever på 8. trinn som hadde en besvarelse som ble ansett som korrekt og 17 elever som svarte feil. Forventede frekvenser for 8. trinn var at 17,8 elever skulle svare korrekt og 14,2 elever skulle svare feil. På 10. trinn var det 19 elever som svarte korrekt og ti elever som svarte feil. Forventede frekvenser for 10. trinn var at 16,2 elever skulle svare korrekt og 12,8 elever skulle svare feil. Antall frihetsgrader er 1. Resultatene fra kjikvadrattesten for Oppgave 1 viser at det er ingen sammenheng mellom de to variablene, $X^2(1, 61) = 0{,}71$, $p = .143$. Det vil si at det er ingen betydelig sammenheng mellom klassetrinn og korrekt besvarelse på Oppgave 1.

Det var 20 elever på 8. trinn som svarte korrekt og tolv elever som svarte feil på Oppgave 2. De forventede frekvensene for 8. trinn var at 24,1 elever skulle svare korrekt og 7,9 elever skulle svare feil. På 10. trinn var det 26 elever som svarte korrekt og tre elever som svarte feil. Forventet frekvens for 10. trinn var at 21,9 elever skulle svare korrekt og 7,1 elever skulle svare feil. Antall frihetsgrader er 1. Kjikvadrattesten av resultatene fra Oppgave 2 viser oss at det er en signifikant sammenheng mellom trinn og korrekt svar på Oppgave 2: $X^2(1, 61) = 0{,}83$, $p = .049$. På denne oppgaven presterte 10. trinn signifikant bedre enn 8. trinn.

De observerte frekvensene for Oppgave 3 på 8. trinn var at fire elever oppga kort side som høyde, én elev oppga lang side som høyde, og 27 elever svarte blankt eller at det ikke spiller noen rolle. Forventede frekvenser for 8. trinn var at 5,8 elever skulle svart kort side som høyde, 3,1 elever skulle svart lang side som høyde, og 23,1 elever skulle svart blankt eller spiller ingen rolle. På 10. trinn var det syv elever som oppga kort side som høyde, fem elever oppga lang side som høyde, og 17 elever svarte blankt eller at det spiller ingen rolle hvilken vei. Forventede frekvenser var at 5,1 elever skulle svart kort side som høyde, 2,9 elever skulle svart lang side som høyde, og 20,9 elever skulle svart blankt eller spiller ingen rolle. Antall frihetsgrader er 2. Resultatene fra kjikvadrattesten av resultatene fra Oppgave 3 viste oss at det ikke er en signifikant sammenheng mellom trinn og korrekt svar på oppgaven, $X^2(2, 61) = 0{,}97$, $p = .06$. Dette betyr at det er ingen betydelig forskjell mellom prestasjonene på 8. og 10. trinn.

Tabell 4

Kjikvadrattesten

Oppgave	Trinn 8		Trinn 10		Forskjell signifikans
	n	%	n	%	
1 – Finn volumet av figuren					is
Korrekt svar	15	46,9	19	65,5	
Feil svar	13	40,6	7	24,1	
Fått svar fra andre	3	9,4	0	0,0	
Annet	1	3,1	3	10,3	
2 – Lag en figur som rommer 96 liter					,049
Korrekt svar	20	62,5	26	89,7	
Ingen figur med riktig volum	12	37,5	3	10,3	
3 – Lag en beholder ut av et A4 ark					is
Korrekt svar	4	12,5	7	24,1	
Oppgitt lang side som høyde	1	3,1	5	17,2	
Spiller ingen rolle/spesifiserer ikke	16	50,0	10	34,5	
Svarer blankt	11	34,4	7	24,1	

Notat. Tabellen viser fordelingen av elevenes besvarelser for de ulike oppgavene på 8. og 10. trinn. Korrekt svar på Oppgave 1 er elever som har fått 201 m^3 som svar. Korrekt svar på Oppgave 2 er elever som har tegnet minst en figur med riktig volum. Korrekt svar på Oppgave 3 er elever som har oppgitt kort side som høyde. is = ikke signifikant.

4.2 Hva er forskjellene mellom 8. og 10. trinn når det gjelder metoder for løsning og utbredelsen av misoppfatninger?

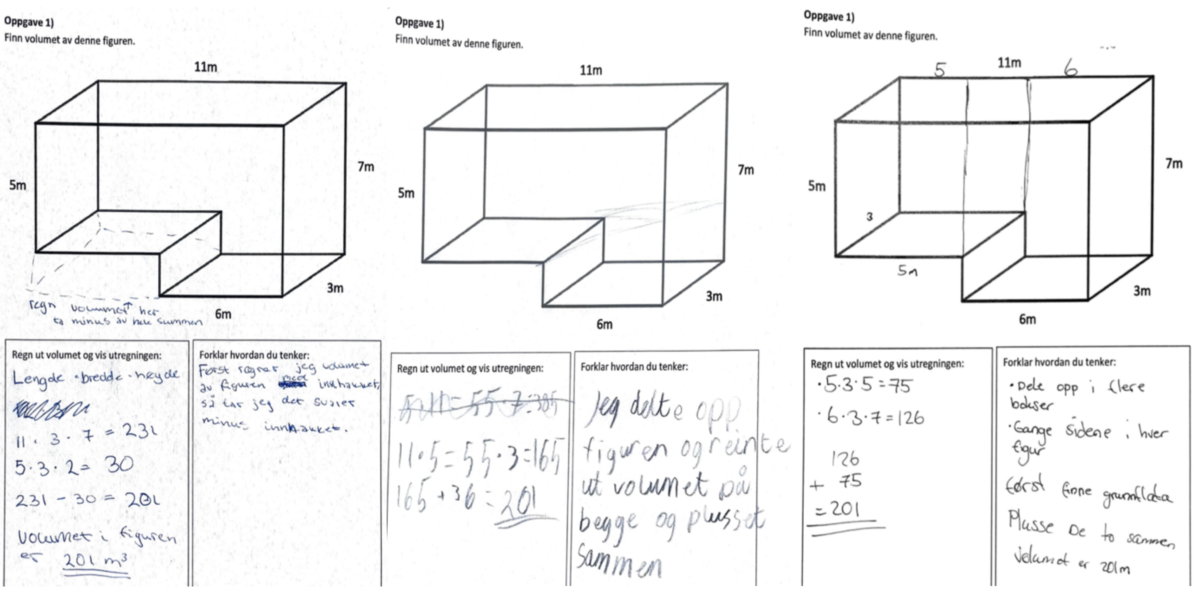
I dette delkapittelet vil vi presentere resultatene fra den kvalitative analysen av elevbesvarelsene. Resultatene legges frem oppgave for oppgave.

4.2.1 Oppgave 1 – Finn volumet av figuren

Som nevnt tidligere er korrekt svar på denne oppgaven 201 m^3, og det er flere måter å komme frem til dette svaret. Vi har observert tre ulike fremgangsmåter som ga korrekt svar: holistisk, horisontal og vertikal. Holistisk løsning av oppgaven vil si at elevene har regnet ut volumet av hele figuren og deretter trukket fra volumet til den biten som manglet (Figur 5). Horisontal løsning av oppgaven innebærer at eleven har delt figuren loddrett og dermed fikk to prismer med målene 6 x 3 x 7 og 5 x 5 x 3. Elevene har regnet ut volumet av hvert av prismene og lagt det sammen (Figur 5). Den siste fremgangsmåten vi observerte var vertikal løsning av oppgaven. Eleven delte figuren vannrett og regnet ut volumet at figurene 6 x 3 x 2 og 11 x 3 x 5. Videre la eleven sammen volumet av figurene (Figur 5). Som nevnt tidligere har vi valgt å godta enkle slurvefeil og dermed plassert disse under korrekt svar og den fremgangsmåten eleven har brukt. Figur 5 viser eksempler på elevbesvarelser for hver av de ulike fremgangsmåtene.

Figur 5

Eksempler på elevsvar på Oppgave 1

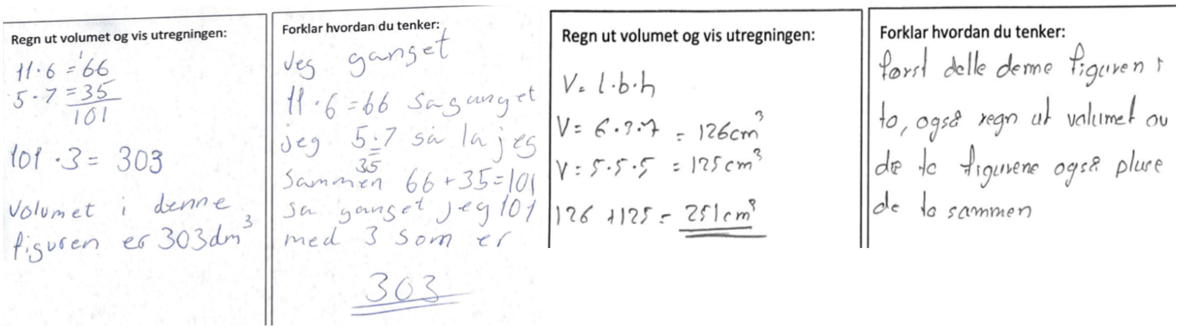


Notat. Besvarelse t.v.: holistisk løsning (elev B4). Besvarelse i midten: horisontal løsning (elev A1). Besvarelse t.h.: vertikal løsning (elev D1).

Elever som har svart feil viser tegn til misoppfatninger eller perseptuelle feil. Vi ser ulike tegn på misoppfatninger. Et eksempel er en elev som har multiplisert motstående sider med hverandre og videre addert summen. Eleven til venstre på Figur 6 har til slutt multiplisert med tre. Et eksempel på en perseptuell feil vises til høyre på Figur 6. Eleven har delt figuren vertikalt og regnet volumet av hver av de nye figurene. Feilen til eleven er at vedkommende har brukt fem istedenfor tre på den ene figuren og dermed fått feil svar. Eleven bruker også cm^3 fremfor m^3.

Figur 6

Eksempler på elevsvar på Oppgave 1



Notat. Besvarelse t.v.: misoppfatning (elev A8). Besvarelse t.h.: perseptuelle feil (elev D4).

Tabell 5 gir et overordnet blikk over resultatene fra den kvalitative analysen av elevbesvarelsene på Oppgave 1.

Tabell 5

Fordeling av fremgangsmåter på Oppgave 1

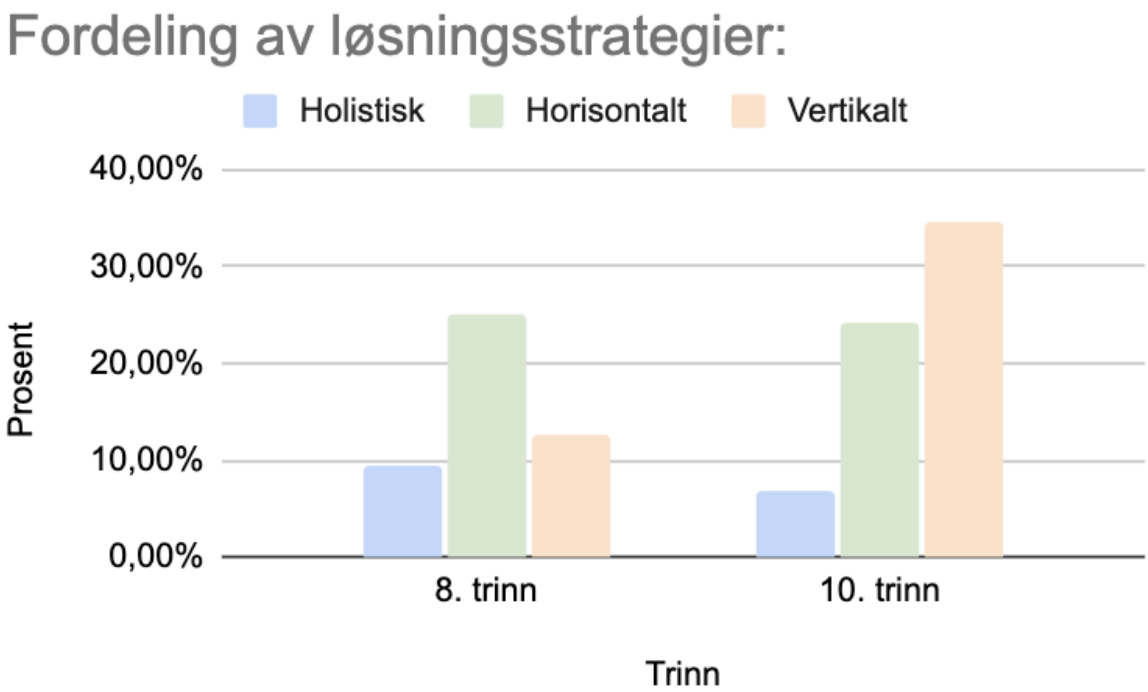
Trinn	Korrekt svar			Feil svar		Fått svar fra andre	Annet	Totalt
	Holistisk	Horisontal	Vertikal	Misopp-fatning	Perseptuelle feil			
Trinn 8	3	8	4	7	6	3	1	32
Trinn 10	2	7	10	1	6	0	3	29
Totalt	5	15	14	8	12	3	4	61

Notat. Tabellen viser fordelingen av elevenes fremgangsmåter på Oppgave 1, basert på trinn.

En ser av tabellen at elevenes korrekte svar, inkludert svar med enkle slurvefeil, har en ulik fordeling mellom holistisk, horisontal og vertikal løsningsstrategi på de respektive trinnene. Denne fordelingen visualiseres i Figur 7.

Figur 7

Fordeling av løsningsstrategier



Notat. Tabellen viser fordelingen av løsningsstrategier blant elevene som svarte korrekt på oppgaven. Totalt 46,9 % av elevene på 8. trinn og 65,5 % av elevene på 10. trinn svarte korrekt på oppgaven.

En ser av Figur 7 at blant elevene på 8. trinn var det mest vanlig å dele figuren horisontalt. På 10. trinn var det mest vanlig å dele figuren vertikalt. Når det kommer til den holistiske løsningsstrategien var denne litt mer brukt på 8. trinn enn 10. trinn. En ser av Tabell 6 at det er forskjell mellom elevene begrunnelser basert på deres fremgangsmåter.

Tabell 6

Elevenes begrunnelser

Begrunnelse	Holistisk	Horisontal	Vertikal	Totalt
God	5	8	9	22
Helt ok	0	0	3	3
Ingen/manglende	0	6	0	6
Totalt	5	14	12	31

Notat. Tabellen viser en fordeling av elevene som har svart korrekt på oppgaven sine begrunnelser ut fra hvor god begrunnelse eller forklaring elevene har gitt.

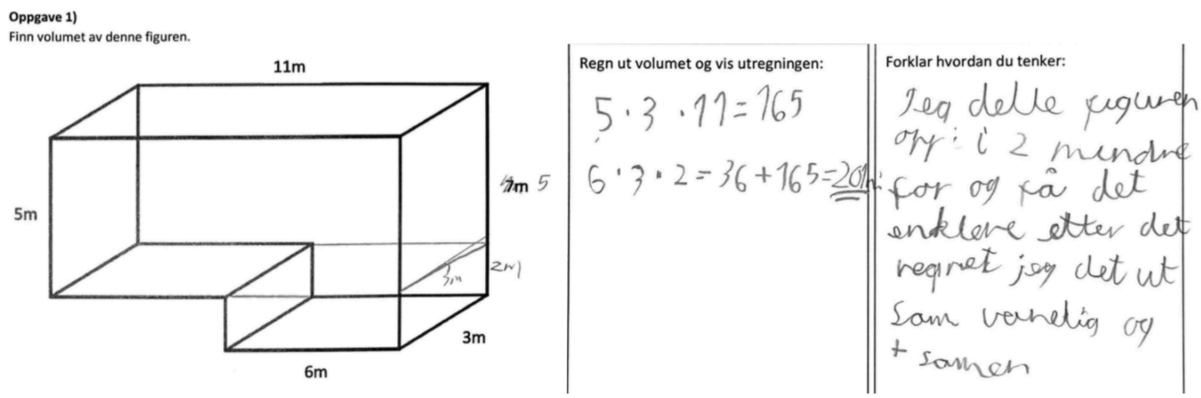
Når det kommer til mest typiske svar, er fordelingen på Oppgave 1 slik:

- Type A: korrekt svar ved å dele figuren horisontalt
- Type B: korrekt svar ved å dele figuren vertikalt
- Type C: perseptuelle feil

Figur 8 viser et eksempel på type A svar. Figur 9 viser oss type B svar og Figur 10 viser oss type C svar.

Figur 8

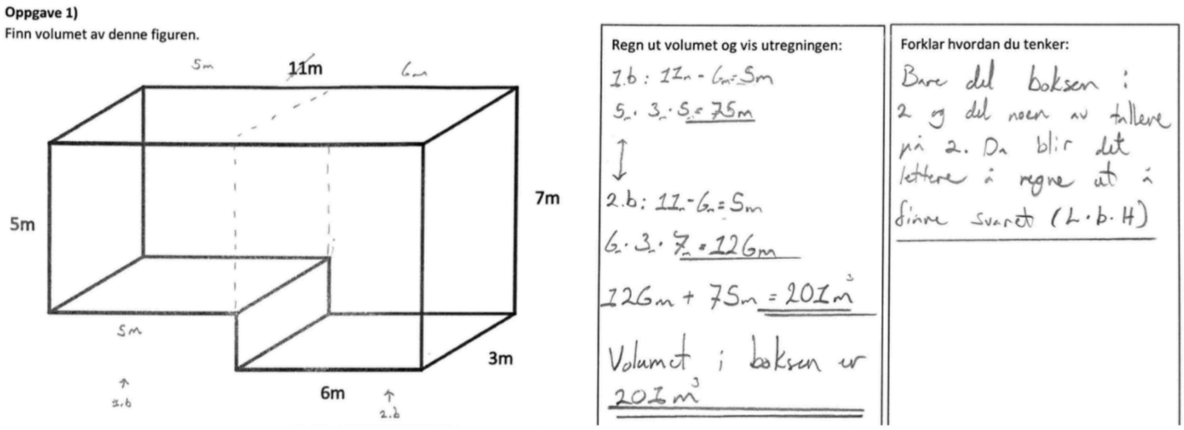
Type A: Eksempel på elevbesvarelse på Oppgave 1



Notat. Korrekt svar ved å dele figuren horisontalt. Elev D17.

Figur 9

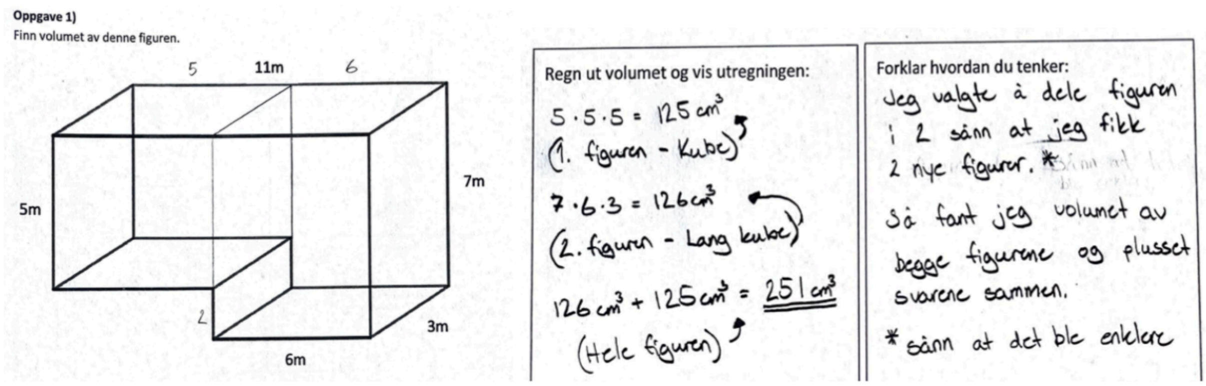
Type B: Eksempel på elevbesvarelse på Oppgave 1



Notat. Korrekt svar ved å dele figuren vertikalt. Elev C3.

Figur 10

Type C: Eksempel på elevbesvarelse på Oppgave 1

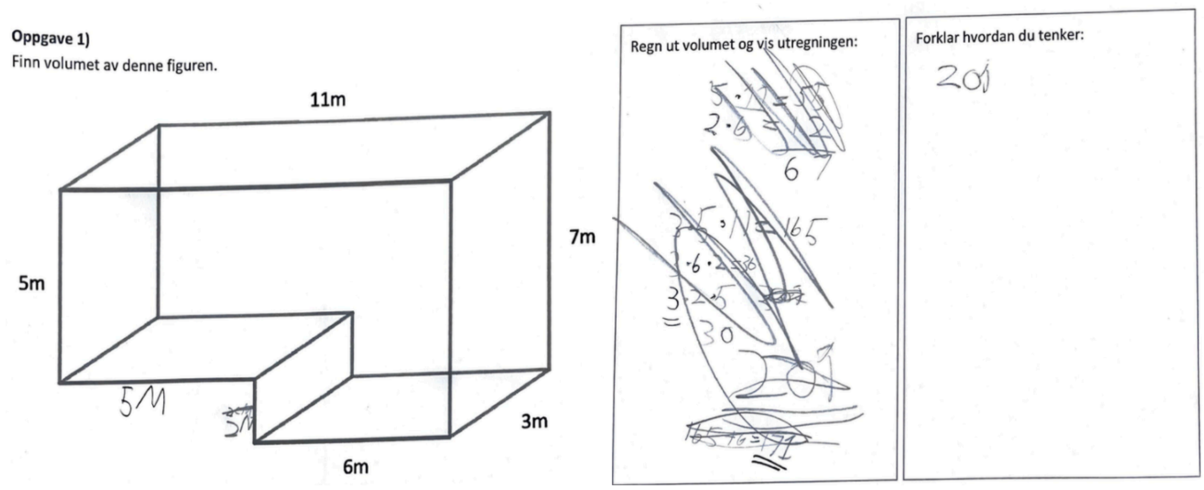


Notat. Perseptuelle feil. Elev B3.

Av Tabell 1 kunne vi se at det er 34 elever som har svart korrekt. I tillegg til disse 34 elevene var det tre elever som også svarte riktig, men det var tydelig at elevene hadde fått svarene sine fra andre. På to av disse besvarelsene hadde elevene oppgitt selv at de fikk svaret fra sidemannen. På den tredje besvarelsen (Figur 11) ser vi dette ettersom eleven først har prøvd på egenhånd, men krysset dette ut og videre oppgitt riktig svar uten å vise fremgangsmåten.

Figur 11

Eksempel på elevbesvarelse på Oppgave 1

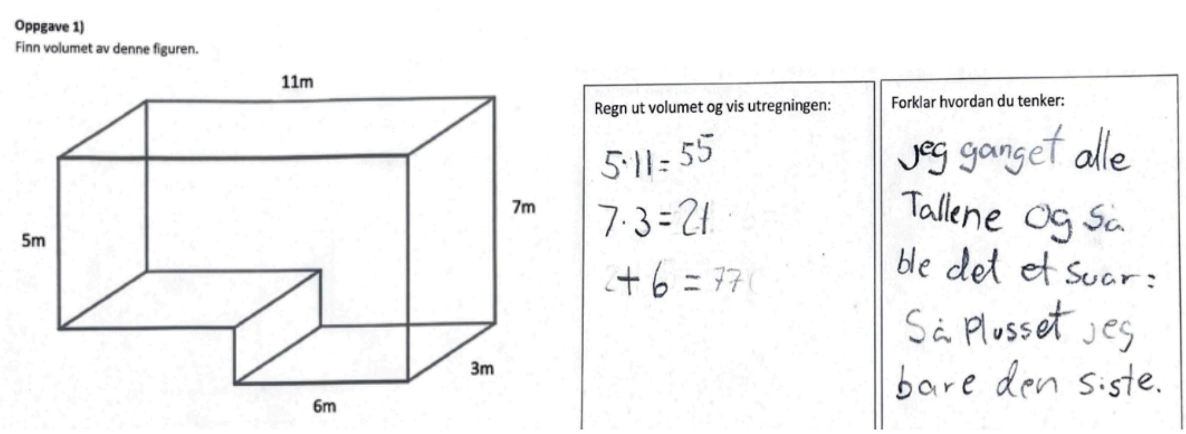


Notat. Eksempel på elev som har fått svar fra andre. Elev A2.

På 8. trinn oppga 21,9 % svar med tegn til misoppfatninger. Hos elevene på 10. trinn var tilsvarende kun 3,5 %, noe som er betydelig lavere. Et eksempel på en misoppfatning vi så på 8. trinn var å gange to og to tall. Eleven på eksempelet (Figur 12) har videre plusset på det siste tallet.

Figur 12

Eksempel på elevbesvarelse på Oppgave 1



Notat. Eksempel på elevbesvarelse med tegn til misoppfatninger. Elev A10.

4.2.2 Oppgave 2 – Lag en figur som rommer 96 liter

Tabell 7 gir en oversikt over elevenes besvarelser og hvilke metoder de har brukt. Fra denne tabellen kan en se hvor mange elever som leverte de ulike besvarelsene både når det gjelder korrekt og feil svar på oppgaven.

Tabell 7

Fordeling av elevbesvarelser på Oppgave 2

Trinn	Korrekt svar			Feil svar			Totalt
	Rektangulære prismer	Sammensatt figur	Annet	Feil volum	Todimensjonal	Ingen figur	
Trinn 8	16	4	0	3	5	4	32
Trinn 10	23	1	2	2	1	0	29
Totalt	39	5	2	5	6	4	61

Notat. Tabellen viser fordelingen av elevbesvarelser på Oppgave 2.

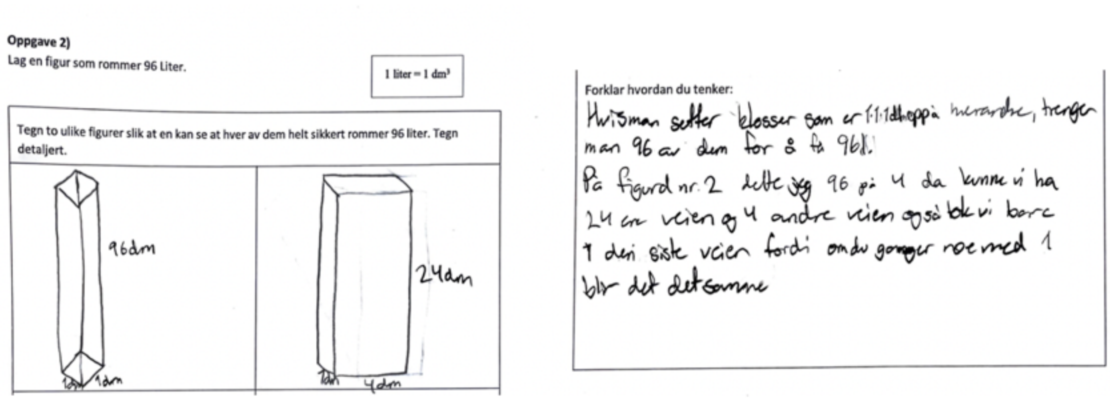
På Oppgave 2 var de mest typiske besvarelsene:

- Type A: Tegne rektangulære prismer
- Type B: Tegne todimensjonale figurer
- Type C: Tegne figur sammensatt av to rektangulære prismer

Et eksempel på type A svar ser vi av Figur 13. Figur 14 viser et eksempel på type B svar og Figur 15 viser et eksempel på type C svar.

Figur 13

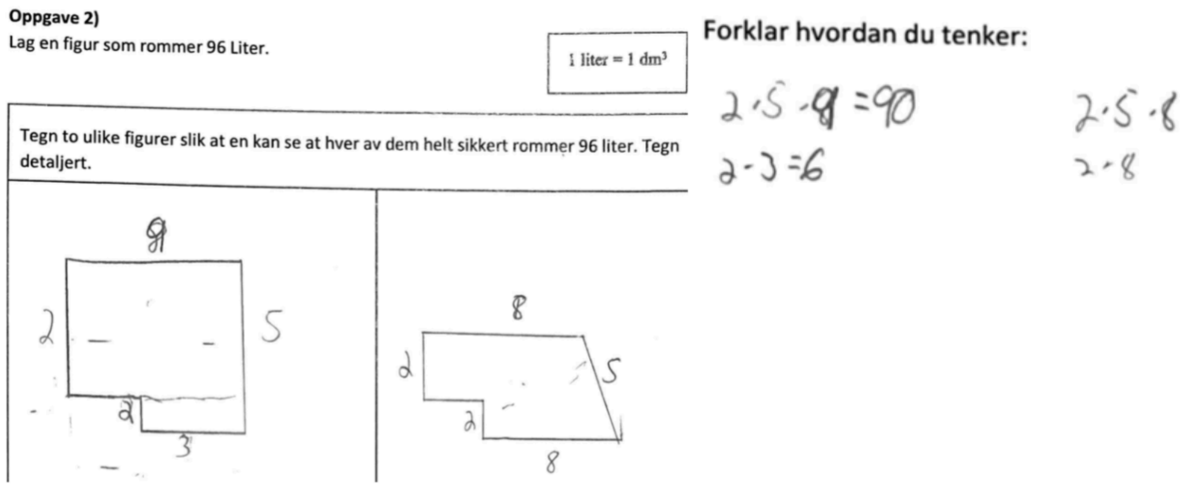
Type A: Eksempel på elevbesvarelse på Oppgave 2



Notat. Elevbesvarelse der eleven har tegnet rektangulære prismer. Elev B10.

Figur 14

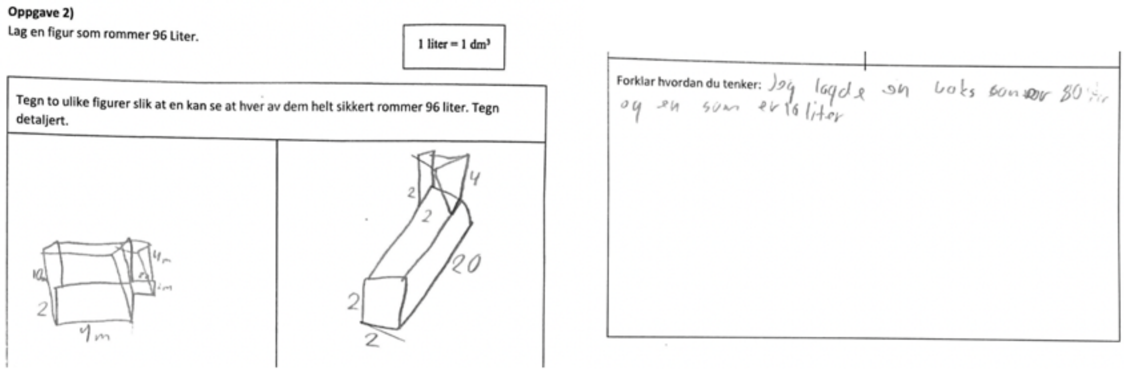
Type B: Eksempel på elevbesvarelse på Oppgave 2



Notat. Elevbesvarelse der eleven har tegnet todimensjonale figurer. Elev C8.

Figur 15

Type C: Eksempel på elevbesvarelse på Oppgave 2



Notat. Elevbesvarelse der eleven har tegnet figur sammensatt av to rektangulære prismer. Elev C16.

Når det gjelder utbredelsen av misoppfatninger er det relevant å se på elevene som ikke har tegnet noen figurer med riktig volum. En ser av Tabell 7 at det er seks elever som har tegnet todimensjonale figurer istedenfor tredimensjonale, slik som elev C8 i Figur 14. Det er også fire elever som ikke har tegnet noen figurer i det hele tatt og fem elever som ikke har tegnet noen figurer med riktig volum.

4.2.3 Oppgave 3 – Lag en beholder ut av et A4 ark

På Oppgave 3 var det mange elever som prøvde å lage ulike beholdere med et ark. Det var også noen elever som i sin besvarelse prøvde å regne seg fram til et svar. Tabell 8 gir en oversikt over de ulike besvarelsene til elevene med tanke på hvilken form beholderen skulle ha og hvilken side som skulle være høyden. Det var mange elever som ikke spesifiserte hvilken side som skulle være høyden. Vi vet dermed ikke hva elevene har tenkt og har regnet disse besvarelsene som feil svar på oppgaven.

Tabell 8

Fordeling av elevbesvarelser på Oppgave 3

Trinn	Sylinder			Prisme			Spiller ingen rolle	Svarer blankt	Totalt
	Kort[b]	Lang[b]	Oppgir ikke[c]	Kort[b]	Lang[b]	Oppgir ikke[c]			
Trinn 8	4	0	13	0	1	1	2	11	32
Trinn 10	6	5	3	1	0	2	5	7	29
Totalt	10	5	16	1	1	3	7	18	61

Notat. Tabellen viser en fordeling av elevenes besvarelser på Oppgave 3 på 8. og 10. trinn.

[b] Hvilken side av arket som skal være høyden.

[c] Spesifiserer ikke hvilken side som skal være høyden

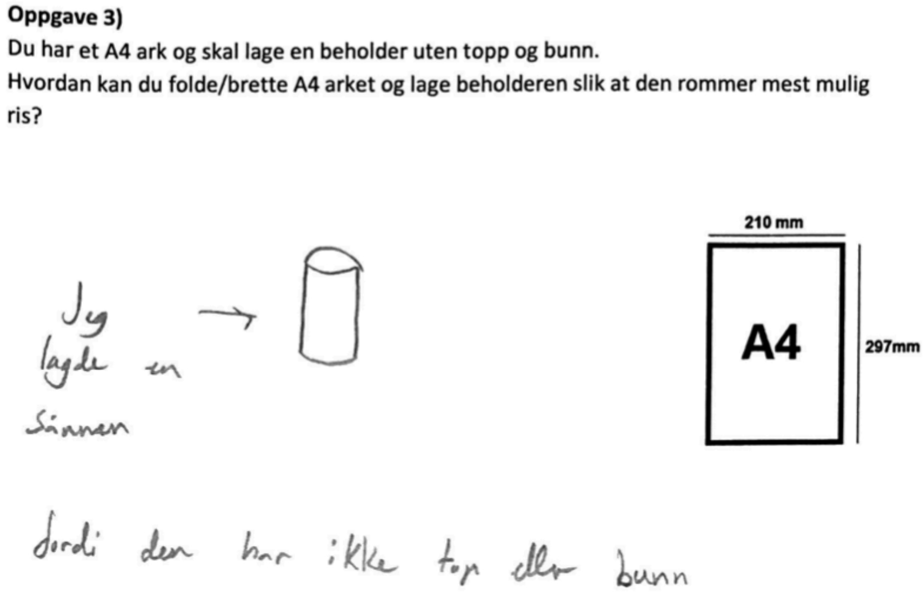
På Oppgave 3 var de mest typiske besvarelsene:

- Type A: Sylinder, uten presisering av hvilken side som bør være høyden
- Type B: Blank besvarelse
- Type C: Sylinder, med kortsiden som høyde

Figur 16 viser en type A besvarelse og Figur 17 en type C besvarelse.

Figur 16

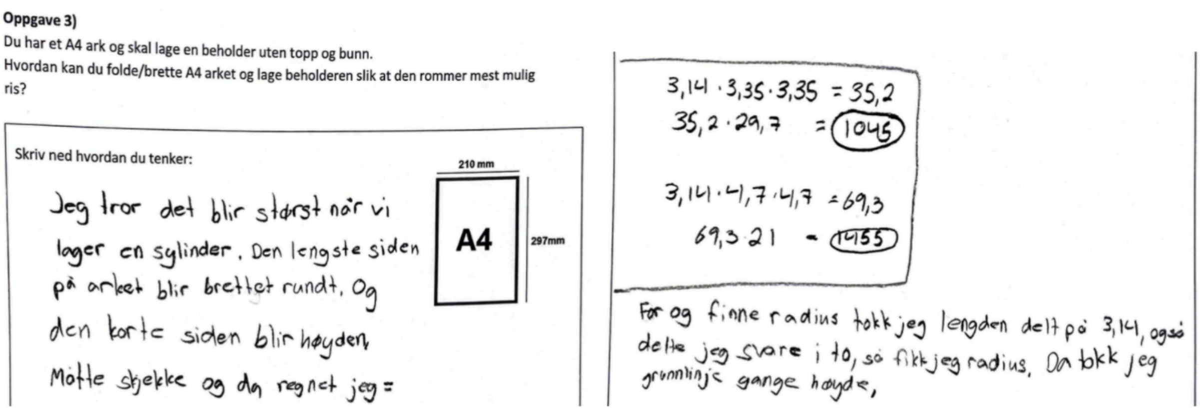
Type A: Eksempel på elevbesvarelse på Oppgave 3



Notat. Elevbesvarelse der eleven har svart sylinder, men uten presisering av hvilken side som bør være høyden. Elev C3.

Figur 17

Type C: Eksempel på elevbesvarelse på Oppgave 3

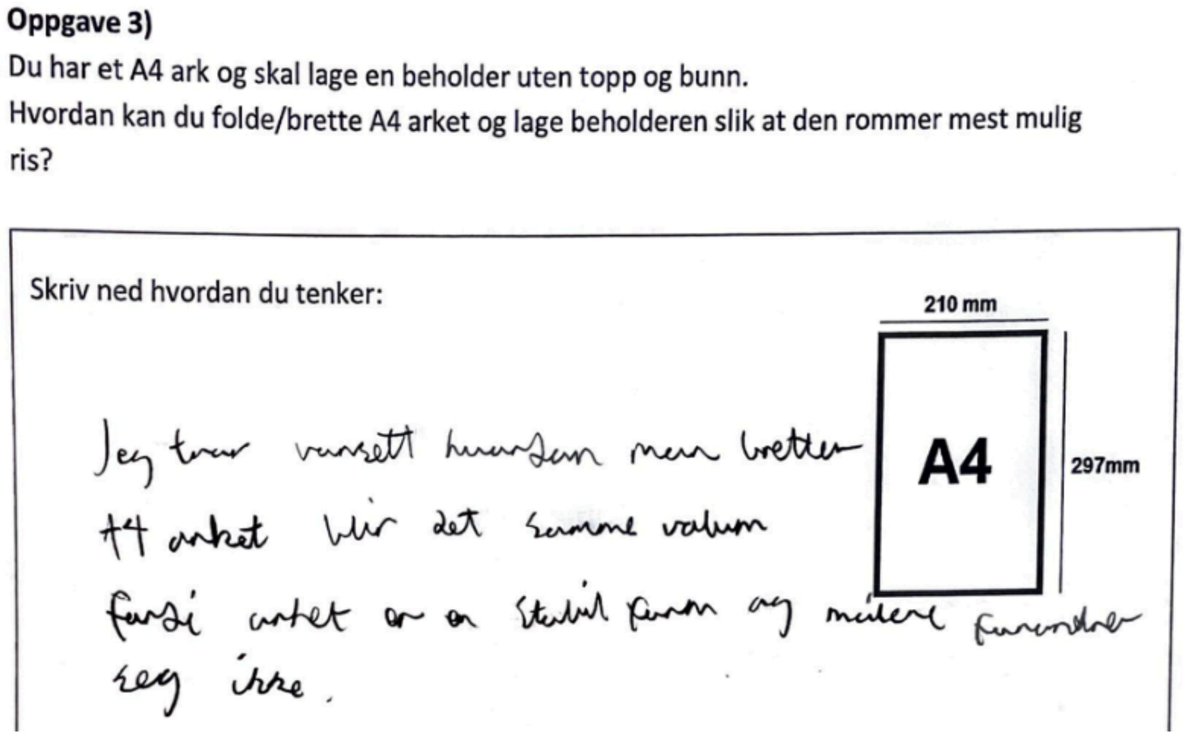


Notat. Elevbesvarelse der eleven har svart sylinder og presisert kortside som høyde. Elev B6.

Av elevene på 8. trinn svarte 6,3 % at det ikke spiller noen rolle hvordan man bretter/folder arket. På 10. trinn var det 17,2 % som svarte at det samme. Et eksempel på dette er elev B12 som skriver at volumet vil bli det samme uansett hvordan man bretter arket (Figur 18).

Figur 18

Eksempel på elevbesvarelse på Oppgave 3


Oppgave 3)
Du har et A4 ark og skal lage en beholder uten topp og bunn.
Hvordan kan du folde/brette A4 arket og lage beholderen slik at den rommer mest mulig ris?

Skriv ned hvordan du tenker:

210 mm
A4
297mm

Jeg tror uansett hvordan man bretter A4 arket blir det samme volum fordi arket er en statisk form og målene forandrer seg ikke.

Notat. Elev B12.

4.3 Hvordan samsvarer elevenes faktiske prestasjoner med lærernes forventninger og oppgavepreferanser?

I dette kapittelet skal vi belyse lærernes besvarelser av spørreundersøkelsen. Lærerne skulle svare på spørsmålet «Hvor godt liker du de ulike oppgavene?» og rangere de tre oppgavene fra 1-5, hvor 1 er dårligst og 5 er best. Lærerne ble bedt om å begrunne sin rangering. De skulle svare på om det var noen av oppgavene de kunne tenkt seg å bruke i egen undervisning, og om det var noen oppgaver de ikke kunne tenkt seg å bruke. Lærerne ble spurt om hvordan de trodde elevene vil prestere på de ulike oppgavene og om hvilke oppgaver som likner mest på oppgaver de normalt gir elevene. Kapitlene i dette delkapittelet er inndelt etter hva som er relevant i forhold til de ulike oppgavene i elevenes oppgavesett, samt en generell del for det som ikke knyttes direkte til en av oppgavene. I de kommende avsnittene presenteres lærernes rangeringer og tanker rundt hver av oppgavene. Hvert underkapittel starter med lærerne på 8. trinn (Klasse A og C), deretter lærerne for 10 trinn (Klasse B og D).

4.3.1 Oppgave 1 – Finn volumet av figuren

Lærer i Klasse A rangerte den første oppgaven 4 av 5 og begrunnet sin rangering med at det kan være vanskelig for mange elever å måtte gjøre så mange utregninger. Læreren uttrykket at oppgaven er fin og gir mulighet for bruk av flere metoder. Lærer i Klasse C rangerte denne oppgaven 5 av 5. Læreren trodde likevel elevene vil prestere dårlig på grunn av oppgavens vanskelighetsgrad, i tillegg til at fagstoffet er ukjent for elevene.

Læreren i Klasse B har rangert den første oppgaven 5 av 5 og begrunnet det med at den var fin og relevant, med noe for alle. Læreren trodde elevene vil prestere godt på denne oppgaven. Lærer i Klasse D rangerte denne oppgaven 4 av 5 og begrunnet det med at det er en god oppgave. Det ble kommentert at den kan være litt for komplisert for de som ikke er faglig sterke i matematikk, men trakk også frem at det hadde vært en fin oppgave å bruke som samarbeidsoppgave. Lærer i Klasse D svarte ikke på spørsmålet om forventningene til elevenes prestasjoner, men nevner i spørsmål 1 at oppgaven er vanskelig for de som ikke er faglig sterke i matematikk.

Både lærerne på 8. trinn og lærerne på 10. trinn estimerte nokså riktig når det gjelder elevenes prestasjoner på denne oppgaven. Lærerne på 8. trinn antok at oppgaven ville være vanskelig for elevene. Dette stemmer nokså bra da det var i underkant av 50 % av elevene som svarte korrekt. Lærerne på 10. trinn antok at det burde være mulig for elevene å få til denne oppgaven. Dette kan vi se i kapittel 4.1.1 at stemmer ganske bra, da 65,5 % av elevene på 10. trinn fikk korrekt svar på denne oppgaven.

4.3.2 Oppgave 2 – Lag en figur som rommer 96 liter

Lærer i Klasse A rangerte den andre oppgaven 3 av 5 og begrunnet dette med at det er en fin oppgave, men litt upresis på grunn av oppgavens formulering. Det ble stilt spørsmål ved om figuren elevene skulle lage i oppgaven skulle romme nøyaktig eller minst 96 liter. Læreren i Klasse A så for seg at elevene vil synes denne oppgaven er vanskelig da det er lite gjennomgått. Lærer i Klasse C rangerte Oppgave 2 til 5 av 5, men gir ingen begrunnelse på rangeringen. Lærer i Klasse C uttrykte at elevene vil prestere dårlig da fagstoffet er vanskelig og ukjent.

Lærer i Klasse B rangerte Oppgave 2 til 3 av 5 og begrunnet det ut fra at det var utydelig om det var akkurat 96 liter. Dette er samme læreren som i Klasse A, men legger i tillegg til at dersom det ikke er akkurat 96 liter, så er oppgaven for enkel. Når det kommer til elevenes prestasjoner så læreren i denne klassen for seg at elevene ville prestere godt. Lærer i Klasse D rangerte oppgaven 4 av 5 og begrunnet dette ut fra at oppgaven er en fin og åpen oppgave som kan ha flere løsninger. Det ble også nevnt at det sannsynligvis var flere som ikke husker hvordan de regner volum.

Begge lærerne på 8. trinn undervurderte elevenes prestasjoner på denne oppgaven. De så for seg at elevene ville streve med denne oppgaven, men det viste seg at en stor del av elevene mestret oppgaven. Blant elevene på 8. trinn var det 62,5 % som tegnet minst en figur med riktig volum. Lærerne på 10. trinn estimerte elevenes prestasjoner riktig, nemlig at det ville være mulig for elevene å mestre denne oppgaven. Det var 89,7 % av elevene på 10. trinn som tegnet minst en figur med riktig volum.

4.3.3 Oppgave 3 – Lag en beholder ut av et A4 ark

Begge lærerne på 8. trinn rangerte den siste oppgaven 5 av 5. Lærer i Klasse A begrunnet dette med at oppgaven var en fin og praktisk oppgave som legger opp til diskusjon og samarbeid. Læreren uttrykte at elevene vil synes denne oppgaven er spennende, men at noen kanskje vil gi opp. Lærer i Klasse C begrunnet ikke sin rangering, men ga uttrykk for at elevene ville prestere dårlig da fagstoffet er vanskelig og ukjent.

Begge lærerne på 10. trinn ga Oppgave 3 rangeringen 5 av 5. Lærer i Klasse B begrunnet dette med at elevene ville like oppgaven. Læreren mente elevene vil prestere godt, men litt varierende. Lærer i Klasse D begrunnet sin rangering med at oppgaven er kreativ og praktisk, men gir ingen vurdering på hvordan elevene ville prestere på denne oppgaven.

Lærerne på 8. trinn så for seg at oppgaven ville være litt for vanskelig for elevene, noe som var i overensstemmelse med resultatene. Kun 12,5 % av elevene på 8. trinn svarte korrekt på denne oppgaven. Læreren i Klasse B overvurderte elevene. Læreren antok at oppgaven burde være mulig å få til for elevene. Det var kun 24,1 % av elevene på 10. trinn som svarte korrekt på denne oppgaven.

4.3.4 Generelt

Lærer i Klasse A kunne brukt alle oppgavene, men ville ikke brukt dem før tidligst 9. trinn. Lærer i Klasse C trekker frem at oppgavene er litt vanskelige for 8. trinn fordi de ikke har jobbet med geometri enda. Læreren kunne også tenke seg å bruke disse oppgavene når de kommer til dette på 9. trinn. Lærer i Klasse C mente elevene ville prestere dårlig på alle oppgaven ettersom fagstoffet er vanskelig og ukjent, men legger til at dersom elevene får litt hjelp vil mange klare det greit. Av oppgavene som likner mest på oppgaver lærerne pleier å gi elevene, trakk lærer i Klasse A frem Oppgave 1 og 3. Lærer i Klasse C trakk frem Oppgave 1, men nevnte at med LK20 kommer oppgaver liknende Oppgave 3 til å bli mer brukt.

Lærer i Klasse B kunne brukt alle oppgavene og synes de var varierende og spennende. Læreren skriver at oppgavene er relevante og gode. Lærer i Klasse D kunne også brukt alle oppgavene, men ville kanskje brukt dem som samarbeidsoppgaver. Det er ingen av oppgavene de ikke hadde ønsket å bruke i egen undervisning. Alle oppgavene likner på oppgaver lærer i Klasse B vanligvis gir elevene og trekker frem at Oppgave 1 likner en tidligere eksamensoppgave. Lærer i Klasse D trekker frem at Oppgave 1 og 2 likner oppgaver elevene vanligvis får.

5 Drøfting

Datamaterialet vi har samlet inn og analysert skal videre brukes til å prøve og besvare våre forskningsspørsmål. Forskningsspørsmålene som ble stilt var følgende:

1. Hva er forskjellene mellom prestasjonene til elever på 8. og 10. trinn når det gjelder antall elever med korrekt svar på oppgaver om volum?
2. Hva er forskjellene mellom 8. og 10. trinn når det gjelder metoder for løsning og utbredelsen av misoppfatninger?
3. Hvordan samsvarer elevenes faktiske prestasjoner med lærerens forventninger og oppgavepreferanser?

Vi skal drøfte våre resultater i lys av den teoretiske rammen som er etablert i kapittel 2. For å gjøre diskusjonen enklere å følge deler vi drøftingen inn to kapitler. I kapittel 5.1 drøfter vi elevenes prestasjoner i arbeidet med oppgavesettet. Vi vil trekke frem og diskutere interessante forskjeller i resultatene for å finne svar på Forskningsspørsmål 1 og 2. I kapittel 5.2 undersøker vi lærernes svar på spørreundersøkelsen for å kunne besvare Forskningsspørsmål 3.

5.1 Elevenes prestasjoner

Vi har undersøkt elevers besvarelse av et oppgavesett på to ulike trinn. Oppgavene har vært de samme for 8. og 10. trinn. Ifølge kompetansemålene i LK20 (Kunnskapsdepartementet, 2019) skal 10. trinn ha hatt mer opplæring i geometri. Det er derfor naturlig å se for seg at elevene på 10. trinn vil prestere bedre enn elevene på 8. trinn. Samtidig er det interessant å undersøke hvor mye denne forskjellen mellom klassetrinn utgjør. Dette kan gi oss et innblikk i hvor mye disse årene betyr for elevenes kognitive og faglige utvikling.

5.1.1 Forskjeller mellom 8. og 10. trinns antall korrekte besvarelser

Her vil vi se nærmere på forskjellene mellom prestasjonene til elevene på 8. og 10. trinn når det gjelder korrekt svar på de ulike oppgavene. Vi ser fra resultatdelen at det på alle oppgavene var flere elever på 10. trinn som svarte korrekt. Det at elevene på 10. trinn har hatt mer om volum enn elevene på 8. trinn kan være en grunn til dette. Samtidig viser kjikvadrattesten på 2 av 3 oppgaver at det ikke er noen sammenheng mellom klassetrinn og antall elever som svarer korrekt på oppgavene.

På to av oppgavene viste kjikvadrattesten at det ikke var noen signifikant sammenheng mellom klassetrinn og antall elever med korrekt svar. Dette gjelder henholdsvis Oppgave 1 og 3. På *Oppgave 1 - Finn volumet av figuren* var det 46,9 % av elevene på 8. trinn som svarte korrekt på oppgaven. På 10. trinn var det 65,5 %. På *Oppgave 3 - Lag en beholder ut av et A4 ark* var det kun 12,5 % av elevene på 8. trinn og 24,1 % av elevene på 10. trinn som svarte korrekt på denne oppgaven. Ifølge læreplanen (Kunnskapsdepartementet, 2019) skal 10. trinn ha lært mer om volum enn elevene på 8. trinn. Det kan derfor være overraskende at kjikvadrattesten på 2 av 3 oppgaver viser at det ikke er noen sammenheng mellom klassetrinn og antall korrekte besvarelser. Van Hiele sine nivåer fokuserer på elevenes forkunnskaper og for at elevene skal være på et høyere nivå, må de ha nådd nivåene under (Pegg, 2020). Ut fra denne teorien kan det tenkes at elevene ikke har hatt de nødvendige forkunnskapene for å mestre oppgavene. Selv om elevene på 10. trinn presterer bedre enn elevene på 8. trinn, er dette ikke en stor nok forskjell til at det er en signifikant forskjell. Det kan dermed være at elevene på 8. og 10. trinn har hatt forholdsvis like forkunnskaper i å beregne volum og finne den største beholderen, og dermed relativt like forutsetninger for å mestre disse oppgavene.

Det er forskjell mellom Oppgave 1 og 3 i de kognitive kravene oppgavene stiller. Oppgave 1 krever at elevene kan formelen for volum og kan bruke denne til å gjennomføre en prosedyre, slik som vi ser Smith og Stein (1998) sin kategori *prosedyrer uten sammenhenger*. Dette kan ses i sammenheng med Kilpatrick et al. (2001) sin definisjon av matematisk kompetanse. For å mestre Oppgave 1 krever det at elevene vet hva volum er. Elevene må kunne formelen for volum av et rektangulært prisme og elevene må vite hvordan de skal bruke denne. Dette tilsvarer komponentene begrepsmessig forståelse og beregning i Kilpatrick et al. sin modell. Årsaken til at noen elever ikke mestret oppgaven kan være at elevene mangler en del av den matematiske kompetansen som oppgaven krever. Dersom eleven ikke har noen kompetanse i beregning, vil ikke eleven vite hvordan man gjennomfører prosedyren for å finne riktig volum. Dersom eleven mangler begrepsmessig forståelse, som handler om forståelse for matematiske begreper og relasjoner, kan det være eleven ikke forstår hva volum er. Dette kan da føre til at eleven ikke mestrer oppgaven, fordi eleven ikke vet hva som skal måles.

Oppgave 3 stiller høyere kognitive krav enn de andre oppgavene. Det at flere elever mestret Oppgave 1 og 2 bekrefter dette. Oppgave 3 krever at eleven utforsker, resonnerer og utvikler egne strategier for løsning av oppgaven, slik som Smith og Stein (1998) sin kategori matematisk tenking handler om. Dette kan en igjen se i sammenheng med Kilpatrick et al. (2001) sin modell for matematisk kompetanse. Elevene må vite hva volum er og hvordan man finner dette. Samtidig må elevene kunne gjenkjenne at dette er et matematisk problem som omhandler volum, og finne frem til en løsningsstrategi. Oppgaven gir også elevene rom til å reflektere over egen løsningsstrategi og argumentere for løsningen sin. Dette tilsvarer komponentene begrepsmessig forståelse, beregning, anvendelse og resonnering i Kilpatrick et al. sin modell. Ut fra Kilpatrick et al. sin modell kan årsaken til at mange ikke mestrer denne oppgaven begrunnes med at elevene mangler denne nødvendige matematiske kompetansen. Dersom elevene mangler evnen til anvendelse og resonnering vil oppgaven være vanskelig å mestre. Det kan også være at elevene er mest vant med å arbeide med oppgaver med lave kognitive krav og at denne oppgaven dermed blir for vanskelig. Dette stemmer overens med Boaler (1998) som sier at elever som normalt arbeider med oppgaver med lave kognitive krav, vil slite med å løse oppgaver med høye kognitive krav. Elevene vet ikke hvordan de skal bruke matematikken de har lært tidligere når det ikke er gitt en prosedyre til løsning av oppgaven.

Selv om kjikvadrattesten for to av oppgavene viste ingen signifikant sammenheng er det fremdeles viktig å trekke fram resultatet av kjikvadrattesten for Oppgave 2 - *Lag en figur som rommer 96 liter*. Testen viser at det er en signifikant sammenheng mellom klassetrinn og antall elever som svarer korrekt på oppgaven. Analysene av elevbesvarelsene på Oppgave 2 viser oss at 62,5 % av elevene på 8. trinn og 89,7 % av elevene på 10. trinn tegnet minst en figur med riktig volum. Det er her en større forskjell mellom elevenes prestasjoner enn i Oppgave 1 og 3. På bakgrunn av dette kan en anta at 10. trinn har en bredere matematisk kompetanse på denne type oppgaver og at det har skjedd en kognitiv utvikling i løpet av ungdomsskolen. For at den matematiske kompetansen skal utvikles kreves det at elevene får arbeide med oppgaver med ulike kognitive krav (Valenta, 2016). Vi kan se på Blooms taksonomi for å prøve å forstå hvorfor det er en signifikant sammenheng mellom klassetrinn og antall korrekte svar i dette tilfellet. Blooms taksonomi baserer seg på elevers nivå av forståelse (Jones et al., 2009). Kompetanse på et høyere nivå krever en rimelig grad av kompetanse på nivåene under i hierarkiet.

På bakgrunn av at kjikvadrattesten for to av oppgavene viste at det ikke var en signifikant forskjell mellom 8. og 10. trinn er det interessant å undersøke hvorfor elevene har kompetanse på omtrent likt nivå når elevene på 10. trinn har vært gjennom flere kompetansemål i volum.

Her er det verdt å trekke frem relasjonell og instrumentell forståelse. Undervisning for at elevene skal oppnå enten relasjonell eller instrumentell forståelse, vil gi elevene ulike former for forståelse av matematikken (Skemp, 2006). For elever som blir undervist med mål om relasjonell forståelse vil fokuset være at elevene skal forstå hva de skal gjøre, men også hvorfor det gjøres slik. Elevene vil dermed enklere kunne tilpasse kunnskapen til nye oppgaver og bruke dette til å lage en plan for løsning av oppgaven. Elever som blir undervist med mål om instrumentell forståelse vil ha hovedfokus på å memorere regler og prosedyrer uten forklaringer. For disse elevene kan det være vanskeligere å tilpasse kunnskapen til nye oppgaver, noe som kan gjøre oppgavene i oppgavesettet vanskelig å mestre. Hvilken type forståelse undervisningen legger opp til er opp til den enkelte lærer.

Vi ser av kompetansemålene i matematikk at fagstoffet som gjennomgås på høyere trinn er en videreutvikling av det som har blitt innført tidligere. Dette kan vi se i kompetansemålene etter 9. trinn, hvor det står at elever skal «utforske og argumentere for formler for areal og volum av tredimensjonale figurer» (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 12). I kompetansemål etter 6. trinn, som er det siste vi ser til volum før 9. trinn, er det fokus på at elevene skal «utforske mål for areal og volum i praktiske situasjoner [...]» (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 10). Dette viser oss at jo høyere opp i klassetrinn elevene kommer, jo mer vil fokuset være på at elevene skal oppnå en bredere og grundigere forståelse av volum. Dette stemmer overens med modellen til van Hiele som går ut på at forståelse bygger på elevenes forkunnskaper (Smestad, 2008) og Blooms taksonomi som sier at for å være på et høyere trinn, må en ha en rimelig grad av kompetanse på de tidligere nivåene (Jones et al., 2009) Det gjør det rimelig å tro at relasjonell forståelse er stadig mer i sentrum jo høyere opp på klassetrinn en kommer.

Elevene som deltok i vår studie gikk på henholdsvis 6. og 8. trinn da LK20 ble innført. Det betyr at frem til da har de blitt opplært etter Kunnskapsløftet fra 2006, forkortet LK06 (Kunnskapsdepartementet, 2013). Denne læreplanen har ikke kompetansemål knyttet til hvert år, men samler alle kompetansemålene for ungdomsskolen under kompetansemål etter 10. årssteget. Elevene som gikk på 6.trinn vil ha blitt undervist basert på kompetansemålene etter 7. årssteget, som gjelder fra etter 4. trinn og ut barneskolen. Dette gjorde at lærere selv måtte fordele kompetansemålene utover årene. På grunn av dette kan skiftet av læreplan ha ført til at noen kompetansemål ikke har blitt gjennomgått. Volum er i den nye læreplanen kompetansemål på 6. trinn. I den gamle læreplanen var det kompetansemål etter 7. trinn. Dersom læreren ikke har gjennomgått volum når læreplanskiftet fant sted, kan elevene ha gått glipp av dette. I tillegg er kompetansemålene forskjellige. I LK06 ble det vektlagt at elevene skulle kunne gjøre et overslag, regne ut volum og forklare oppbygningen av figurer. I LK20 er det fokus på at elevene skal utforske og argumentere i arbeidet med volum. Det er også fokus på at elevene skal utforske mål for volum i praktiske situasjoner. Dette skiftet av fokus, kan påvirke elevenes kompetanse innenfor emnet.

En annen mulig årsak til at det ikke er en signifikant forskjell mellom 8. og 10. trinn sine prestasjoner på Oppgave 1 og 3 er Covid-19. Pandemien har ført til mye hjemmeskole og stort fravær blant elever og lærere de siste årene. Dette kan ha bidratt til at elevene på 10. trinn ikke har fått den undervisningen om volum som læreplanen for 9. trinn sier de skal ha gjennomgått. Det kan dermed være at elevene på 10. trinn stiller på et mer likt faglig nivå som 8. trinn i å utforske og argumentere for formler for areal og volum av tredimensjonale figurer, enn det ellers ville vært uten Covid-19. Dette kan vi også se igjen i van Hiele modellen som fokuserer på at elevene må ha tilstrekkelig med forkunnskaper for å løse oppgave på høyere nivå (Smestad, 2008)

5.1.2 Forskjeller på metode i elevenes besvarelser

Vi ser nå nærmere på forskjellene mellom 8. og 10. trinn når det gjelder metoder elevene har brukt i løsningen av oppgavene.

Elevene brukte tre ulike metoder for å finne volumet av figuren i Oppgave 1. Vi ser ulike fremgangsmåter hos elevene som har fått korrekt svar. Som vi ser fra Figur 7 i resultatdelen var det på 8. trinn mest vanlig å bruke horisontal løsningsstrategi for å finne volumet av figuren. På 10. trinn var det mest vanlig å dele figuren vertikalt. Den holistiske løsningsstrategien ser vi er litt mer vanlig på 8. trinn enn 10. trinn. Basert på vårt datamateriale er det vanskelig å drøfte disse forskjellene videre i lys av teorien. Alle de tre metodene gir korrekt svar på oppgaven ved riktig utførelse. Det er likevel relevant å trekke frem at det er en forskjell i løsningen av Oppgave 1 når det gjelder metode, basert på trinn. Det er grunn til å anta at elevene som har brukt den holistiske fremgangsmåten er veldig bevisst sin egen tankegang. Alle disse elevene har forklart godt hvordan de har tenkt når de har løst oppgaven. Blant elevene som har brukt den horisontale løsningen er det større variasjon når det gjelder elevenes begrunnelser. Omtrent 57,1 % av elevene har gode begrunnelser, de resterende 42,9 % har manglende eller ingen begrunnelser. Når det gjaldt vertikal fremgangsmåte var det omtrent 75 % av elevene som hadde gode begrunnelser.

Omtrent 25 % hadde tilfredsstillende begrunnelser, men ikke noe mer. Den holistiske fremgangsmåten tar utgangspunkt i et område som ikke er en del av figuren, og elevene visualiserer det i en figur der dette området er med. Sammenliknet med den vertikale og horisontale figuren, som tar utgangspunkt i oppgitte mål i oppgaven, kan en se for seg at den holistiske fremgangsmåten krever en dypere forståelse av volum. Samtidig krever både horisontal og vertikal løsning at elevene selv finner de manglende sidelengdene for å løse oppgaven. Her er det relevant å trekke frem den didaktiske kontrakten. Hvordan elevene tidligere har lært at volum av en slik figur skal regnes ut, vil påvirke hvordan elevene faktisk har løst oppgaven. Denne didaktiske kontrakten kan påvirke lærernes valg av oppgaver og elevene vil gjøre det de tror læreren forventer av dem (Norén & Thornberg, 2015). Dersom elevene ikke er vant til å løse problemløsningsoppgaver uten hjelpemidler og forklare deres fremgangsmåter, kan dette skape reaksjoner. Under datainnsamlingen kommer vi utenfra og er ikke en del av denne didaktiske kontrakten. Vi gjør dermed ting på vår måte uavhengig av den didaktiske kontrakten mellom læreren og elevene. Dersom dette bryter med den didaktiske kontrakten, kan det føre til motstand blant elevene (Norén & Thornberg, 2015). Dette kan igjen påvirke vårt datamateriale.

På Oppgave 2 var det mest vanlig å tegne rektangulære prismer. Det var likevel noen få elever som tegnet figurer som sylinder, tetraeder og figur sammensatt av to rektangulære prismer. Oppgave 1 var en figur som besto av to rektangulære prismer. Denne figuren er dermed friskt i minnet hos elevene og noen elever laget liknende figurer. Dette kan være tegn på imitativ resonnering. Imitativ resonnering handler om at eleven kopierer en modell eller metode uten å prøve og tenke nytt (Lithner, 2006). Noen elever prøvde seg på mer utfordrende figurer som tetraeder, pyramide og sylinder. Blant disse er det noen få som får til å tegne en figur med nøyaktig 96 liter. Oppgaven ba om to ulike figurer, men en stor andel ha kun tegnet én figur eller to like figurer med ulikt forhold. Å utfordre seg selv med å lage figurer som krever at elevene tenker på en ny måte er tegn på en mer kreativ resonnering. Kreativ resonnering kjennetegnes blant annet av at eleven velger løsningsstrategier som ikke er rutinebaserte og prøver ut ulike tilnærminger (Lithner, 2008). Det er kun noen få elever i vår studie som prøver seg på en mer kreativ tilnærming til oppgaven. De aller fleste elevene har tegnet rektangulære prismer, men hvordan de kommer frem til tallene som skrives på figuren varierer. De fleste elevene prøver seg frem eller bruker enkle tall. Vi ser også at noen få elever har primtallsfaktorisert 96. Dette er interessant å se i lys av Blooms taksonomi for å undersøke om det er noe forskjell i elevenes forståelse blant dem som gjetter og dem som strategisk finner tall. Elever som strategisk går frem for å finne tall som kan brukes, for eksempel ved å primtallsfaktorisere, har muligens kompetanse på nivået *anvendelse* i Blooms taksonomi. Nivået krever at elevene kan identifisere relevant informasjon og regler for å finne en løsning ved bruk av kjente algoritmer (Jones et al., 2009). Elever som prøver seg frem ved å teste ulike tall kan ha kompetanse på kunnskapsnivået. Dette nivået krever at elevene husker fakta og kan bruke disse slik de har lært. I vårt tilfelle blir det at elevene vet de må finne tre tall som blir 96 til sammen når de multipliseres. Men elevene forstår ikke nødvendigvis hvorfor det gjøres slik. Noe som også kan knyttes til instrumentell forståelse som handler om å memorere regler og prosedyrer uten forklaringer (Skemp, 2006).

Når det gjelder Oppgave 3 ser vi forskjeller blant elevenes besvarelser med tanke på fremgangsmåte. Noen elever bretter arket og prøver seg frem, andre prøver å regne seg frem til et svar. Det er interessant å undersøke nærmere hvorfor det er slik. Å regne ut volum kan tenkes å være algoritmisk resonnering innenfor den memorerte resonneringen til Lithner (2006). Elevene tar utgangspunkt i lærte algoritmiske prosesser for å finne en løsning. I vårt tilfelle bruker elevene formelen for volum og formelen for overflate. Det er da en forutsetning at elevene husker og kan disse. Å utforske ved å brette arket kan ses på som en kreativ resonnering, og gjerne spesielt innenfor den fleksible resonneringen. Elevene prøver ulike tilnærminger til hvordan man kan brette arket og dermed løse oppgaven. En kan argumentere for at kreativ resonnering tilhører oppgaver med høye kognitive krav, særlig kategorien matematisk tenking. Dette fordi en slik oppgave stiller krav til utforskning og oppfordrer til å teste ut nye metoder i løsningen av oppgaver (Stein & Smith, 1998). I dette tilfellet kan man argumentere for at den ikke gjør det, ettersom vi oppgir denne metoden som en mulig løsningsmetode og de fleste elevene som har brukt kreativ resonnering har ikke klart å få korrekt svar. De få elevene som derimot har gått for en algoritmisk løsning, har i de fleste tilfeller funnet korrekt svar.

Elevenes valg av metoder kan også begrunnes ut fra tiden elevene fikk til rådighet. Oppgaver med høye kognitive krav krever at elevene får tid til å utforske og prøve seg frem (Stein et al., 2009). Elevene trenger tid til å arbeide med oppgaven fordi oppgaven ikke har en åpenbar løsning og elevene må utforske på egenhånd for å prøve å forstå matematiske konsepter og prosesser (Smith & Stein, 1998). I Klasse A og D arbeidet elevene med oppgavene til tiden var ute og det kan virke som at elevene gjerne skulle hatt mer tid til å jobbe med oppgavene. I Klasse B og C var det et flertall av elevene som leverte inn sine besvarelser før tiden var ute.

Dette kan ha ført til at elevene ikke tok seg tid til å utforske alternative løsningsstrategier og dermed ga lite rom for å være kreative.

5.1.3 Forskjeller blant elevenes misoppfatninger

Drøfting av forskjeller mellom 8. og 10. trinn elevers misoppfatninger er interessant for oss som fremtidige lærere ettersom kunnskap om misoppfatninger kan hjelpe oss i vår undervisning senere. Kunnskap om vanlige misoppfatninger kan hjelper oss å være bevisste på dem, og på denne måten kan det være med å forebygge dem. Vi vil trekke frem interessante forskjeller og drøfte disse i lys av teorien.

På Oppgave 1 var det 21,9 % av elevene på 8. trinn som oppga svar med tegn til misoppfatninger. På 10. trinn var det 3,5 %, noe som er betydelig lavere. På Oppgave 2 er det elever på begge trinn som viser tegn til misoppfatninger. Det er også fire elever på 8. trinn som svarer blankt. På den siste oppgaven, var det svært mange elever som svarte blankt. Dette gjelder både for 8. og 10. trinn. Av elevene som har svart på oppgaven er det få elever som har fått helt korrekt svar. Generelt ser vi mer tegn til misoppfatninger blant elevene på 8. trinn og det er flere elever på 8. trinn som svarer blankt på oppgavene. Det er også viktig å undersøke om elevenes tegn på misoppfatninger på 8. trinn faktisk er misoppfatninger, perseptuelle feil eller om det er snakk om mangel på kunnskaper.

Som nevnt tidligere har elevene på 10. trinn gjennomgått flere kompetansemål som omhandler volum enn det 8. trinn har. Det er derfor naturlig at det er en forskjell her. En mulig begrunnelse på 8. trinn sin utbredelse av misoppfatninger kan dermed være at elevene ikke har de nødvendige forkunnskapene som trengs for å løse oppgaven. Dette stemmer overens med tidligere forskning som sier misoppfatninger kan handle om elevenes forkunnskaper og tidligere misoppfatninger (Ashlock, 2006). Samtidig ser vi at det også er en del elever på 8. trinn som mestrer Oppgave 1 og 2. På Oppgave 2 var det totalt seks elever som tegnet todimensjonale figurer. Blant disse elevene var fem av elevene fra 8. trinn. For elevene på 8. trinn kan dette være knyttet til perseptuelle feil eller mangel på kunnskap fremfor en dyp misoppfatning. Samtidig er tredimensjonale figurer også på læreplanen for 6. trinn (Kunnskapsdepartementet, 2019). Det vil si at selv om elevene kanskje ikke har lært hvordan man regner ut volum, så burde elevene ifølge læreplanen for 6. trinn vite at figuren skal være tredimensjonal. Det kan dermed være at enkelte av elevene på 8. trinn har problemer med å forstå todimensjonalitet og tredimensjonalitet, og at dette skaper vanskeligheter med å lage en figur som skal romme et spesifikt volum. Dette stemmer overens med hva Tekin-Sitrava & Işiksal-Bostan (2014) finner i sin forskning på elevers misoppfatninger i løsningen av volumoppgaver.

5.1.4 Revurdering av oppgavene

I utarbeidelsen av oppgavesettet prøvde vi å danne oppgaver som til sammen dekket et bredt spekter av kognitive krav. Vi utarbeidet oppgavene med utgangspunkt i Smith og Stein (1998) sine kognitive nivåer. Tidligere i oppgaven har vi forsøkt å begrunne hvilke kognitive krav oppgavene stiller. I ettertid ser vi at det kan være relevant å revurdere dette. Ettersom vi ikke hadde noen kjennskap til elevene på forhånd, hadde vi ingen forutsetninger for å velge oppgaver som var ~~helt~~ optimale for disse elevene. Det kan dermed være at oppgaver vi har tenkt er en oppgave med lave kognitive krav for elevene, egentlig var en oppgave med høye kognitive krav, eller omvendt.

Vi har tidligere i oppgaven vår argumentert for at Oppgave 1 stiller lave kognitive krav i form av *prosedyrer uten sammenhenger.* Oppgaven krever at elevene kan formelen for volum eller klarer å tenke seg frem til den. Oppgaven krever også at elevene må finne sidenes lengde basert på de oppgitte sidene. I ettertid kan en drøfte om oppgaven heller burde vært plassert under kategorien *prosedyrer med sammenhenger*. Dette fordi oppgaven antyder en løsningsstrategi, noe som oppgaver innenfor kategorien *prosedyrer med sammenhenger* ofte gjør (Smith & Stein, 1998). Elevene må selv finne ut at de må bruke de oppgitte sidene til å finne de sidelengdene som mangler. De må også selv tenke seg frem til hvordan en kan dele opp figuren for å finne volumet.

Vi har tidligere argumentert for at Oppgave 2 har høye kognitive krav i form av *prosedyrer med sammenhenger*. I etterkant av datainnsamlingen og analyse av datamaterialet mener vi fremdeles at det er her den passer best inn. Dette fordi oppgaven antyder hva elevene skal gjøre, men elevene må selv finne en metode for hvordan de kan gjøre dette. Kategorien *prosedyrer med sammenhenger* kjennetegnes av at oppgaven antyder hva elevene skal gjøre, men oppgaven krever samtidig en viss grad av kognitiv innsats (Smith & Stein, 1998). Vi ser at dette er en oppgave mange elever mestrer, men at det her også er en signifikant forskjell mellom elevene på 8. trinn og elevene på 10. trinn.

Den siste oppgaven, Oppgave 3, har vi tidligere argumentert for at har høye kognitive krav, og da innenfor nivået matematisk tenking. Oppgaven har ingen åpenbar løsning og elevene er nødt til å utforske på egenhånd. Dette kan være en av utfordringene med oppgaver med høye kognitive krav (Smith & Stein, 1998). I ettertid tenker vi fremdeles at denne oppgaven hører til innenfor matematisk tenking, og at oppgaven var for krevende for elevene i vår studie.

I ettertid av datainnsamlingen er det også relevant å vurdere om oppgavene i oppgavesettet måler det vi ønsker de skal måle. Det er relevant å stille spørsmålet om oppgavene var optimale sammenlikning på tvers av trinn. Vi ser fra resultatene at det er en stor andel elever som svarer blankt eller svarer feil på Oppgave 3. Kun 11 av 61 elever har avgitt et fornuftig svar. Det kan skyldes at oppgaven var for vanskelig for elevene og at den derfor ikke er optimal å bruke som sammenligningsgrunnlag. Oppgave 1 er en oppgave som det er naturlig for elevene å bruke formelen for volum dersom de har lært denne. Det kan være vi ville fått et bedre innblikk i elevenes refleksjoner dersom oppgaven hadde gitt mer rom for utforskning. På Oppgave 2, som er en revers av Oppgave 1, skal det i utgangspunktet være mulig å bruke Oppgave 1 til hjelp for å løse oppgaven. Det at 10. trinn skiller seg ut på denne oppgaven viser at de muligens i større grad har sett og benyttet seg av denne muligheten. Dette kan en videre knytte til Blooms taksonomi. En kan se for seg at elevene som mestrer denne oppgaven er på nivå 4, analyse, i Blooms taksonomi. Dette nivået handler om at elevene kan separere en ide til mindre deler og vise forståelsen av disse delene som en helhet (Jones et al., 2009). Ved å mestre denne oppgaven viser elevene at de forstår hva volum som en helhet er, samtidig som elevene ser hva som kreves for at en figur skal inneholde et volum. Elevene ser hva som kreves i Oppgave 1, og bruker dette videre for å løse Oppgave 2.

5.2 Lærernes forutsigelser og oppgavepreferanser

Vi ønsker å undersøke nærmere hvordan elevenes faktiske prestasjoner samsvarer med lærernes forutsigelser og oppgavepreferanser. Dette kan gi oss en pekepinn på om lærerne faktisk klarer å velge oppgaver som er best for elevene når det gjelder deres læring og utvikling. Lærernes valg av oppgaver er viktig for elevenes lærings og utvikling ettersom utvikling av den matematiske kompetanse krever at elevene får arbeide med oppgaver med høye kognitive krav (Valenta, 2016). Vi vil trekke frem interessante funn og drøfte dette i lys av teorien.

Lærerne har et ansvar når det gjelder elevenes læring og har en viktig rolle når det gjelder elevenes videre utvikling. Læreren kan bidra til elevenes utvikling av evnen til å resonnere og løse problemer kreativt ved å stille kognitive spørsmål der en varierer mellom å stille spørsmål av lavere, middels eller høyere orden (Jones et al., 2009). Ved å stille kognitive spørsmål av ulik orden og la elevene arbeide med matematikkoppgaver med høye kognitive krav, kan en bidra til elevenes utvikling av den matematiske kompetansen (Valenta, 2016). Matematikklærernes forutsigelser av elevenes prestasjoner stemte stort sett med elevenes faktiske prestasjoner. På Oppgave 2 underestimerte lærerne på 8.trinn elevene, og elevene presterte betydelig bedre enn hva lærerne hadde forutsett. Dette kan være et problem for elevenes utvikling dersom det fører til at læreren gir enklere oppgaver til elevene. Ifølge Boaler et al. (2000) får ofte lavt presterende elever oppgaver som er for lite utfordrende for elevene. Studier viser at også lavt presterende elever lærer bedre når de får mulighet til å tenke matematisk, diskutere og utforske (Valenta, 2016). Dette bekrefter igjen hvor viktig det er å gi elevene oppgaver med høye kognitive krav slik at elevene får mulighet til å utvikle deres matematiske kompetanse. Resultatene fra vår studie viser at det er flere elever som har svart blankt eller som oppgir at de har fått svaret fra andre. For disse elevene kan det være at oppgavene har vært på et for høyt nivå noe som kan ha ført til at elevene har gitt opp. Oppgavene må være på et nivå som gir elevene mulighet til å utvikle deres matematiske kompetanse, samtidig som de ikke er for vanskelige.

Matematikklærernes preferanser av oppgavene stemte også stort sett overens med elevens prestasjoner. Lærerne på 8. trinn uttrykte at de kunne brukt oppgavene, men ikke før 9. trinn, noe som er forståelig ettersom det er i overensstemmelse med kompetansemålene for 9. trinn i LK20 (Kunnskapsdepartementet, 2019). Dette kan være et tegn på at lærerne på 8. trinn har elevenes forkunnskaper i tankene ved valg av oppgaver. Læreren i Klasse A vurderte Oppgave 1 til å være 4 av 5. Den samme læreren vurderte oppgaven til 5 av 5 i spørreundersøkelsen som lærer i Klasse B. Dette viser at denne læreren har hatt elevene i bakhodet når oppgavene har blitt rangert. Det at læreren tar hensyn til elevenes alder, forkunnskaper og klasseromsnormer er svært viktig for at elevene skal få oppgaver med passelig vanskelighetsgrad og utfordringer (Smith & Stein, 1998). Dette er nødvendig for at elevene skal utvikle deres matematiske kompetanse (Valenta, 2016). Det er læreren som styrer undervisningen, og ansvaret for elevenes utvikling av deres matematiske kompetanse ligger dermed på matematikklæreren. Det er derfor viktig at lærerens preferanser av oppgaver samsvarer med hva elevene har best utbytte av og at læreren klarer å velge oppgaver som er mest optimale for sine elever.

6 Oppsummering og konklusjon

I denne oppgaven har vi undersøkt hvordan elever løser oppgaver ut fra ulike trinn, og hvordan dette samsvarer med lærernes preferanser av oppgavene og deres forventninger til elevenes prestasjoner. Vi har samlet inn datamateriale som vi har analysert og drøftet i lys av teori. I dette kapittelet besvares studiens forskningsspørsmål og problemstilling ut fra grunnlaget opparbeidet i denne oppgaven.

Forskningsspørsmål 1 fokuserte på forskjellene mellom 8. og 10. trinns elevers prestasjoner når det gjelder korrekt svar på volumoppgaver. Resultatene fra vår studie viser at 10. trinn har en høyere andel korrekte svar på alle oppgavene i oppgavesettet. Kjikvadrattesten vår viser likevel at denne forskjellen ikke er signifikant for Oppgave 1 og 3. Det er derimot en signifikant sammenheng mellom klassetrinn og antall korrekte besvarelser på Oppgave 2. Dette forteller oss at 10. trinn har en større andel elever som svarer korrekt på oppgavene, noe som også er å forvente. Ettersom kjikvadrattesten viser ingen signifikant sammenheng, kan en si at elevene på 8. trinn presterer godt ut fra de forutsetningene elevene har.

Forskningsspørsmål 2 går inn på forskjeller mellom 8. og 10. trinn med tanke på metoder for løsning og utbredelsen av eventuelle misoppfatninger. Resultatene våre viser at elevene velger ulike løsningsmetoder, samtidig ser vi at elever på samme klassetrinn i stor grad velger samme fremgangsmåter. Vi ser blant annet at på Oppgave 1 er det den horisontale løsningen som er mest populær blant elevene på 8. trinn, mens det på 10. trinn er den vertikale løsningen. På Oppgave 2 er det kun små forskjeller mellom elevenes metoder. De aller fleste elevene tegnet rektangulære prismer. Det var en større andel elever på 10. trinn som tegnet flere figurer og vi så en større variasjon i hvilken type figur elevene tegnet. På Oppgave 3 er det flere elever på 10. trinn som har prøvd å regne seg frem til svaret, noe som gjør det lettere å få et nøyaktig svar. Andre elever prøvde seg frem ved å brette arket. Generelt ser vi flere tegn til misoppfatninger og perseptuelle feil hos elevene på 8. trinn. Dette kan komme av at elevene ikke har gjennomgått fagstoffet i like stor grad som 10. trinn. Dette ser vi også at lærerne nevner i spørreundersøkelsen.

Forskningsspørsmål 3 handler om hvordan elevenes prestasjoner samsvarer med lærernes forventninger og oppgavepreferanser. Resultatene våre viser oss at i 2 av 3 tilfeller forutser lærerne elevenes prestasjoner riktig på begge trinn. Forskjellen mellom 8. og 10. trinn er på hvilken oppgave lærerne forutså feil og hvordan feil lærerne forutså elevenes prestasjoner. Lærerne på 8. trinn underestimerte elevenes prestasjoner på Oppgave 2 og elevene presterte betydelig bedre enn lærernes forventninger. Lærerne på 10. trinn overestimerte elevenes prestasjoner på Oppgave 3 og elevene presterte betydelig dårligere enn lærernes forventninger. Matematikklærernes preferanser av oppgaver stemte også stort sett overens med elevenes prestasjoner og lærerne ga uttrykk for at de kunne brukt oppgavene i egen undervisning. Basert på våre resultater kan en svare på Forskningsspørsmål 3 at lærerne i denne studien i stor grad klarte å forutse elevenes prestasjoner og at lærernes oppgavepreferanser samsvarte med elevenes prestasjoner.

Innledningsvis nevnte vi at formålet med denne studien er at vi ønsket å undersøke om det har skjedd en endring gjennom ungdomsskolen med tanke på metoder, misoppfatninger og andel korrekte svar ved løsningen av oppgaver med ulike kognitive krav. Vi valgte å sette søkelys på problemløsningsoppgaver i volum ettersom problemløsningsoppgaver er svært relevant i dagens matematikkundervisning. Vi ønsket også å undersøke hvordan elevenes prestasjoner samsvarer med lærernes forventninger til elevenes prestasjoner og lærernes oppgavepreferanser. Vi velger vi å besvare problemstillingen som følgende. Vi ser fra våre resultater at elevene på 10. trinn har en større andel elever som svarer korrekt på de ulike oppgavene, og det er en forskjell mellom trinnene på antall korrekte besvarelser. Samtidig er det viktig å trekke frem at det kun var for en av oppgavene at kjikvadrattesten viste at det var en signifikant forskjell. Ut fra kompetansemålene skal elevene på 10. trinn ha hatt mer om volum enn elevene på 8. trinn. Den pågående pandemien har ført til at undervisningen ikke har vært optimal de siste årene. Dette kan ha betydning for at forskjellen ikke er signifikant. Elever løser oppgaver på ulike måter basert på trinn, men vår drøfting av årsaker peker på at dette også påvirkes av andre faktorer som forkunnskaper, den didaktiske kontrakten og elevenes matematiske kompetanse. Lærerne klarer i stor grad å forutsi elevenes prestasjoner noe som er viktig for at lærerne skal klare å tilpasse undervisningen og valg av oppgaver til elevgruppen. Det er viktig å trekke frem at resultatene og konklusjonene vi presenterer er basert på disse elevenes besvarelser og deres lærere sine svar på spørreundersøkelsen.

7 Avslutning

Vårt arbeid med denne oppgaven har vært svært givende og lærerikt. Vi har lært hvor viktig det er å bruke oppgaver med ulike kognitive krav i undervisningen og vi har fått innblikk i hvordan elever løser volumoppgaver med ulike kognitive krav. Dersom vi skulle gjennomført studien på nytt ville vi pilotert oppgavesettet til elevene på forhånd, slik at vi var sikre på at oppgavene passet godt på begge trinn. Dette kunne også bidratt til å forbedre oppgavesettet ettersom en sannsynligvis da ville oppdaget uklarheten til Oppgave 2. Det har vært svært vanskelig å avgrense området vi undersøker ettersom det er flere aspekter ved temaet vi gjerne skulle undersøkt nærmere. En viktig begrensning for oss er tid og omfang. Vi måtte derfor ta noen valg som begrenset området vi undersøker. Det kan være relevant for videre forskning å bruke åpne og rike matematikkoppgaver for å gjøre forskjellene mellom 8. og 10. trinn sine metoder enda mer synlige. I forkant av datainnsamlingen vurderte vi blant annet om vi skulle ha samme tema i hele oppgavesettet, eller om vi skulle ha ulike temaer. Dette kan også treffe flere elever da elever har ulike ting de er gode på, noe som kunne ført til at flere elever opplevde mestring. På grunn av vår begrensede tid og omfang konkluderte vi med at det var best å forholde oss til ett tema ettersom det gir et mer helhetlig bilde av elevenes matematiske kompetanse i temaet volum. En annen ting som kan være interessant å forske videre på er de ulike fremgangsmåtene elevene brukte for å løse Oppgave 1. Dette er noe vi fant veldig interessant, men vanskelig å drøfte ut fra vårt datamateriale. Det hadde vært interessant å undersøke om disse fremgangsmåtene kan knyttes nærmere til Stein og Smith sine kognitive nivåer eller Blooms taksonomi.

Arbeidet med denne masteroppgaven har gitt oss erfaringer både når det gjelder innsamling og analyse av datamateriale. Dette har bidratt til vår utvikling av et forskende blikk på egen undervisning noe som vil være nyttig i vårt videre arbeidsliv som lærere. Vi håper denne oppgaven kan være til hjelp for fremtidige og nåværende lærere i arbeidet med problemløsningsoppgaver og at denne studien kan inspirere andre til å bruke oppgave med ulike kognitive krav i egen undervisning, både på ungdomstrinnet og mellomtrinnet.

8 Litteraturliste

Ashlock, R. B. (2006). *Error Patterns in Computation: Using Error Patterns to Improve Instruction* (9. utg.). Pearson Merrill Prentice Hall.

Barnekonvensjonen. (1989). *Konvensjon om barnets rettigheter* (20-11-1989 nr 1 Multilateral). Lovdata. https://lovdata.no/dokument/TRAKTAT/traktat/1989-11-20-1

Boaler, J. (1998). Open and Closed Mathematics: Student Experiences and Understandings. *Journal for Research in Mathematics Education 29*(1), 41-62. https://doi.org/10.2307/749717

Boaler, J., Wiliam, D. & Brown, M. (2000). Students' Experiences of Ability Grouping - disaffection, polarisation and the construction of failure. *British Educational Research Journal, 26*(5), 631-648. https://doi.org/10.1080/713651583

Brekke, G. (2002). *Introduksjon til diagnostisk undervisning i matematikk*. Læringssenteret.

Bryman, A. (2016). *Social Research Methods* (5. utg.). Oxford University Press.

Hadjidemetriou, C. & Williams, J. (2002). Children's graphical conceptions. *Research in Mathematics Education, 4*(1), 69-87. https://doi.org/10.1080/14794800008520103

Hiebert, J., Carpenter, T. P., Fennema, E., Fuson, K., Human, P., Murray, H., Olivier, A. & Wearne, D. (1996). Problem Solving as a Basis for Reform in Curriculum and Instruction: The case of mathematics. *Educational Researcher, 25*(4), 12-21. https://doi.org/10.3102/0013189X025004012

Jones, K. O., Harland, J., Reid, J. M. V. & Barlett, R. (2009, 18.-21. oktober). *Relationship Between Examination Questions and Bloom's Taxonomy* [Paperpresentasjon]. Frontiers in Education Conference, San Antonio, TX, USA. https://doi.org/10.1109/FIE.2009.5350598

Kilpatrick, J., Swafford, J., Findell, B. & National Research Council. (2001). The Strands of Mathematical Proficiency. I J. Kilpatrick, J. Swafford & B. Findell (Red.), *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics* (s. 115-156). National Academy Press. Https://doi.org/10.17226/9822

Kunnskapsdepartementet. (2013). *Læreplan i matematikk fellesfag (MAT1-04)*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2006.

Kunnskapsdepartementet. (2019). *Læreplan i matematikk (MAT01-05)*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020.

Lithner, J. (2006). *A framework for analysing creative and imitative mathematical reasoning.* (Research Report No. 2 in Mathematics Education). Department of Mathematics and Mathematical statistics, Umeå University.

Lithner, J. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics, 67*(3), 255-276. https://doi.org/10.1007/s10649-007-9104-2

Norén, E. & Thornberg, P. (2015). *Normer og kommunikasjon i matematikklasserommet*. Realfagsløyper. https://realfagsloyper.no/sites/default/files/2018-03/Artikkel%20Normer%20og%20kommunikasjon%20i%20matematikklasserommet.pdf

Opplæringsloven. (1998). *Lov om grunnskolen og den vidaregåande opplæringa* (LOV-1998-07-17-61). Lovdata. https://lovdata.no/dokument/NL/lov/1998-07-17-61

Pegg, J. (2020). van Hiele Theory, The. I S. Lerman (Red.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (2. utg., s. 896-900). https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0

Sisman, G. T. & Aksu, M. (2016). A Study on Sixth Grade Students' Misconceptions and Errors in Spatial Measurement: Length, Area, and Volume. *International Journal of Science and Mathematics Education, 14*(7), 1293-1319. https://doi.org/10.1007/s10763-015-9642-5

Skemp, R. R. (2006). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *Mathematics Teaching in the middle school*, *12*(2), 88-95. https://doi.org/10.5951/MTMS.12.2.0088

Smestad, B. (2008). Geometriaktiviteter i lys av van Hieles teorier. *Tangenten, 19*(1), 2-6. http://www.caspar.no/artikkel_pdf/2c_t2008-1.pdf

Smith, M. S. & Stein, M. K. (1998). Reflection on Practice: Selecting and Creating mathematical Tasks: From Research to Practice. *Mathematics Teaching in the Middle School, 3*(5), 344-350. https://doi.org/10.5951/MTMS.3.5.0344

Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M. A. & Silver, E. A. (2009). *Implementing Standards-Based Mathematics Instruction: A Casebook for Professional Development* (2. utg.). Teachers College Press.

Stedøy, I. M. & Valbekmo, I. (2018). *Problemløsning*. Realfagsløyper. https://realfagsloyper.no/sites/default/files/2018-11/Probleml%C3%B8sing.pdf

Tekin-Sitrava, R. & Işiksal-Bostan, M. (2014). An Investigation into the Performance, Solution Strategies and Difficulties in Middle School Students´Calculation of the Volume of a Rectangular Prism. *International Journal for mathematics teaching and learning*, 1-27. https://www.cimt.org.uk/journal/tekin2.pdf

Tekin-Sitrava, R. & Işiksal-Bostan, M. (2018). The nature of middle school mathematics teachers´pedagogical content knowledge: The case of the volume of prisms. *Australian Mathematics Teacher, 74*(1), 22-30. https://search.informit.org/doi/10.3316/informit.484412744806146

Valenta, A. (2016). *Kognitive krav i matematikkoppgaver*. Matematikksenteret. https://www.matematikksenteret.no/sites/default/files/media/filer/MAM/Valenta%20Kognitive%20krav%20i%20matematikkoppgaver_0.pdf

Verschaffel, L., Greer, B. & de Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. Swets & Zeitlinger.

Web, D. C. (2020). Bloom's Taxonomy in Mathematics Education. I S. Lerman (Red.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (2. utg., s. 81-86). https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0

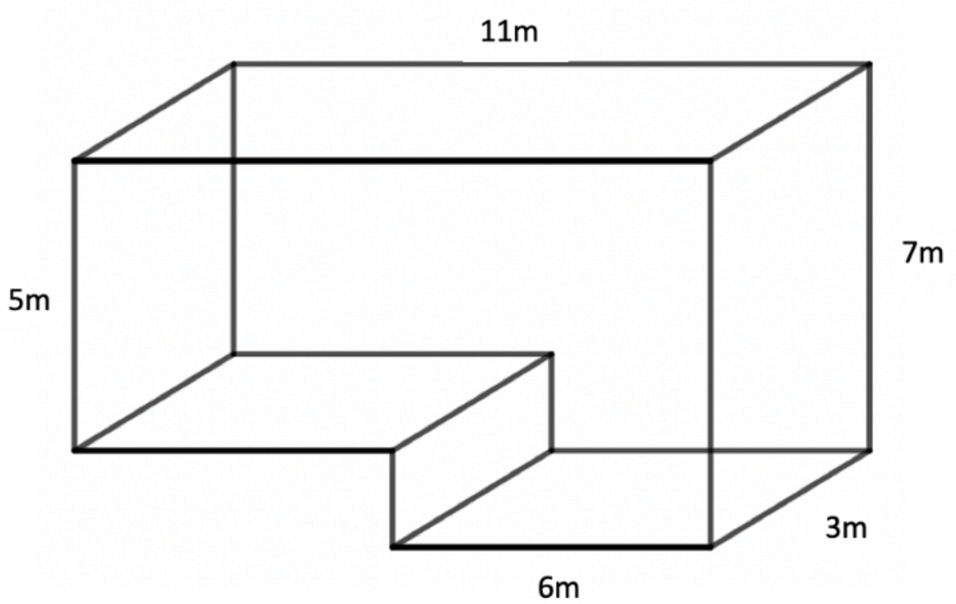
Wedege, T., Skott, J., Wæge, K. & Henningsen, I. (2006). *Changing views and practices?: A study of the KappAbel mathematics competition*. Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet. https://www.matematikksenteret.no/sites/default/files/attachments/product/The-KappAbel-study-TiWe-JeSk.pdf

Vedlegg

Vedlegg 1: Oppgavesettet til elevene

Oppgave 1)

Finn volumet av denne figuren.



Regn ut volumet og vis utregningen:	Forklar hvordan du tenker:

Oppgave 2)

Lag en figur som rommer 96 Liter.

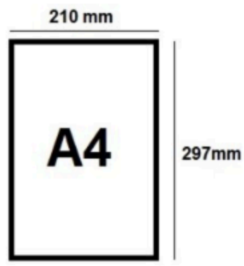
1 liter = 1 dm^3

Tegn to ulike figurer slik at en kan se at hver av dem helt sikkert rommer 96 liter. Tegn detaljert.	
Forklar hvordan du tenker:	

Oppgave 3)

Du har et A4 ark og skal lage en beholder uten topp og bunn.
Hvordan kan du folde/brette A4 arket og lage beholderen slik at den rommer mest mulig ris?

Skriv ned hvordan du tenker:



Vedlegg 2: Spørreundersøkelsen til lærerne

1. **Hvor godt liker du de ulike oppgavene?** Ranger oppgavene fra 1-5, hvor 1 er dårligst og 5 er best. Begrunn svaret ditt.

Oppgave (1):

1 2 3 4 5

○ ○ ○ ○ ○

Oppgave (2):

1 2 3 4 5

○ ○ ○ ○ ○

Oppgave (3):

1 2 3 4 5

○ ○ ○ ○ ○

2. **Er det noen av disse oppgavene du ville brukt i egen undervisning? Hvis ja, hvilke og hvorfor?**

3. **Er det noen av oppgavene du ikke ville brukt i egen undervisning? Hvis ja, hvilke og hvorfor?**

4. **Hvordan tror du elevene vil prestere på de ulike oppgavene?**

Oppgave (1):

Oppgave (2):

Oppgave (3):

5. **Hvilke(n) av disse oppgavene likner mest på oppgaver du pleier å gi elevene?**

Vedlegg 3: Informasjonsskriv og samtykkeerklæring til lærere

Vil du delta i forskningsprosjektet

"Elevers prestasjoner på matematiske oppgaver med ulike kognitive krav og lærernes forutsigelser om deres prestasjoner"?

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å skrive en masteroppgave der vi undersøker hvordan elever løser matematikkoppgaver med ulike kognitive krav. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål
Formålet med dette prosjektet er å skrive en masteroppgave om hvordan elever løser ulike matematikkoppgaver innenfor temaet volum. Vi ønsker å undersøke om lærerens preferanser og forutsigelser av elevenes prestasjoner samsvarer med elevenes faktiske prestasjoner. Vi skal undersøke problemstillingen "Hvordan løser elever oppgaver ut fra ulik alder, og hvordan samsvarer dette med lærerens preferanse av oppgavene og forventninger til elevenes prestasjoner?".

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?
Avdeling for lærerutdanning ved Universitetet i Agder er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?
Du får tilbud om å delta ettersom du har matematikk på 8. eller 10. trinn, som er vår målgruppe i denne studien. Vi spør totalt 4 lærere, hvor to jobber på 8. trinn og to på 10. trinn. Vi har fått din kontaktinformasjon fra Avdeling for Lærerutdanning på UiA.

Hva innebærer det for deg å delta?
Hvis du velger å delta i prosjektet innebærer det at du fyller ut et spørreskjema på papir. Det vil ta deg ca. 30 minutter. Spørreskjemaet inneholder spørsmål om dine synspunkter på de oppgavene vi har laget og hvordan du tror elevene vil prestere. Om ønskelig kan du få resultatene fra våre analyser, og dersom du ønsker kan du videre delta i et kort intervju der vi reflekterer over resultatene. Hvis dette er aktuelt for deg vil dette bli dokumentert ved lydopptak.

Det er frivillig å delta
Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger
Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. De som vil ha tilgang til opplysningene er masterstudentene Ingrid Nærland og Marte Schellhorn ved Universitetet i Agder. I tillegg til våre veiledere Cengiz Alacaci og Cornelia Brodahl. Datamaterialet vil ikke bli oppbevart sammen med andre personopplysninger, slik at datamaterialet ikke skal kunne knyttes tilbake til deg.

Deltakerne av prosjektet vil ikke kunne gjenkjennes i oppgaven vår. Svar på spørreundersøkelsen kan bli avbildet og trukket fram i oppgaven. Du vil være anonym og vil eventuelt bli gitt et fiktivt navn.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?
Opplysningene anonymiseres når prosjektet avsluttes/oppgaven er godkjent, noe som etter planen er 16.05.2022. Ved prosjektslutt vil datasettet oppbevares ett år frem i tid. Da vil datamaterialet makuleres.

Dine rettigheter
Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene,

- å få rettet personopplysninger om deg,
- å få slettet personopplysninger om deg, og
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?
Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra Avdeling for lærerutdanning ved Universitetet i Agder har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?
Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

Veiledere:
- Cornelia Brodahl (e-post: cornelia.brodahl@uia.no, tlf: 38 14 15 91)
- Cengiz Alacaci (e-post: cengiz.alacaci@uia.no, tlf: 38 14 12 64).

Eller masterstudentene:
- Ingrid Nærland (e-post: ingridna@student.uia.no, mobil: 99349600)
- Marte Schellhorn (e-post: martes17@student.uia.no, mobil: 90925440)

Eller vårt personvernombud:
Johanne Warberg Lavold (johanne.lavold@uia.no)
Seniorrådgiver - fungerende personvernombud
Tlf: 412 12 048

Hvis du har spørsmål knyttet til NSD sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:
- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS på epost (personverntjenester@nsd.no) eller på telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

Cornelia Brodahl & Cengiz Alacaci
Veiledere

Ingrid Nærland & Marte Schellhorn
Masterstudenter

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *Elevers prestasjoner på matematiske oppgaver med ulike kognitive krav og lærernes forutsigelser om deres prestasjoner*, og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- å delta i spørreundersøkelsen
- å kunne bli kontaktet angående et mulig intervju, med mulighet for å takke nei.
- at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

----
(Signert av prosjektdeltaker, dato)

Vedlegg 4: Informasjonsskriv til elever og foresatte

Vil du bidra til et forskningsprosjekt som undersøker hvordan elever løser ulike typer matematikkoppgaver?

Kjære elev og viktig informant i vårt masterprosjekt! Kjære foresatte!

Vi er to masterstudenter som i sin masteroppgave ønsker å undersøke hvordan elever løser matematikkoppgaver med ulike kognitive krav, altså oppgaver som krever ulike typer tankevirksomhet, og hvordan deres lærere forutsier hva elevene vil få til i besvarelsen av disse oppgavene. I dette skrivet gir vi informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg som elev.

Formål
I vår masteroppgave skal vi utføre et forskningsarbeid om hvordan elever løser matematikkoppgaver som har ulike typer krav til tankevirksomhet. Vi ønsker å undersøke hvilke av disse oppgavene læreren helst ville ha gitt dere og hvordan han tror dere vil løse oppgavene.

Masterprosjektet vårt har tittelen *Elevers prestasjoner på matematiske oppgaver med ulike kognitive krav og lærernes forutsigelser om deres prestasjoner.* Vi skal undersøke problemstillingen "Hvordan løser elever oppgaver ut fra ulik alder, og hvordan samsvarer dette med lærerens preferanse av oppgavene og forventninger til elevenes prestasjoner?" For å kunne svare skal vi undersøke lærerens oppgavepreferanser og forutsigelser, og deres besvarelser.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?
Avdeling for lærerutdanning ved Universitetet i Agder er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?
Du får spørsmål om å delta i dette prosjektet fordi du går i enten 8. eller 10. klasse og fordi din matematikklærer har sagt seg villig til å delta i prosjektet vårt. Totalt blir ca. 120 elever spurt om å delta i dette prosjektet, fordelt på to ulike skoler.

Hva innebærer det for deg å delta?
Hvis du velger å delta i prosjektet innebærer det at du skal arbeide med noen matematikkoppgaver. Det vil bli satt av en skoletime til dette der du, sammen med elever fra klassen din, arbeider med disse oppgavene individuelt. Oppgavesettet består av tre oppgaver som handler om volum. Svarene dine på matematikkoppgavene pluss eventuelle kladdeark vil bli samlet inn i papirform. Foresatte kan få tilgang til matematikkoppgavene på forhånd ved å ta kontakt med oss.

Det er frivillig å delta
Det er frivillig å delta i prosjektet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg. Dersom du velger å ikke delta i

forskningsprosjektet vil du arbeide med de samme oppgavene som resten av klassen. Oppgavene vil da ikke bli samlet inn og dermed ikke bli brukt i vårt prosjekt.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger
Du skriver din oppgavebesvarelse på papir og leverer den til læreren. Du skal ikke skrive ditt navn på din oppgavebesvarelse. Vi får ikke vite hvilken elev som har levert inn hvilken oppgave

De som vil ha tilgang til de anonymiserte besvarelsene er masterstudentene Ingrid Nærland og Marte Schellhorn ved Universitetet i Agder; i tillegg til våre veiledere Cengiz Alacaci og Cornelia Brodahl. Deltakerne av prosjektet vil ikke kunne gjenkjennes i masteroppgaven vår. Måten du går fram på i din besvarelse kan bli avbildet og trukket fram i masteroppgaven, men du selv vil være anonym og eventuelt bli gitt et fiktivt navn. Skolens navn vil ikke bli brukt.

Hva skjer med oppgavebesvarelsene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?
Prosjektslutt er når oppgaven er levert, etter planen 16.05.2022. Ved prosjektslutt vil datasettet oppbevares ett år frem i tid. Da vil datamaterialet makuleres.

Hva gir oss rett til å bruke dine oppgavebesvarelser?
På oppdrag fra Avdeling for lærerutdanning ved Universitetet i Agder har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?
Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

Veiledere:
- Cornelia Brodahl (e-post: cornelia.brodahl@uia.no, tlf: 38 14 15 91)
- Cengiz Alacaci (e-post: cengiz.alacaci@uia.no, tlf: 38 14 12 64).

Eller masterstudentene:
- Ingrid Nærland (e-post: ingridna@student.uia.no, mobil: 99349600)
- Marte Schellhorn (e-post: martes17@student.uia.no, mobil: 90925440)

Hvis du har spørsmål knyttet til NSD sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med: NSD – Norsk senter for forskningsdata AS på epost (personverntjenester@nsd.no) eller på telefon: 55 58 21 17. Oppgi prosjektnummer 184106.

Med vennlig hilsen

Cornelia Brodahl & Cengiz Alacaci
Veiledere

Ingrid Nærland & Marte Schellhorn
Masterstudenter

Vedlegg 5: NSD søknad vurdert godkjent

NSD MELDESKJEMA FOR BEHANDLING AV PERSONOPPLYSNINGER Norsk Marte Schellhorn

Meldeskjema / Elevers prestasjoner på matematiske oppgaver med ulike kognitive krav og lærerens forutsigelser om deres prestasjoner / Vurdering

Vurdering

Skriv ut

Referansenummer
184106

Prosjekttittel
Elevers prestasjoner på matematiske oppgaver med ulike kognitive krav og lærerens forutsigelser om deres prestasjoner

Behandlingsansvarlig institusjon
Universitetet i Agder / Avdeling for lærerutdanning

Prosjektansvarlig (vitenskapelig ansatt/veileder eller stipendiat)
Cornelia Brodahl, cornelia.brodahl@uia.no, tlf: 95821512

Type prosjekt
Studentprosjekt, masterstudium

Kontaktinformasjon, student
Marte Schellhorn, martes17@uia.no, tlf: 90925440

Prosjektperiode
22.11.2021 - 16.05.2022

Vurdering (1)

29.11.2021 - Vurdert
Det er vår vurdering at behandlingen av personopplysninger i prosjektet vil være i samsvar med personvernlovgivningen så fremt den gjennomføres i tråd med det som er dokumentert i meldeskjemaet med vedlegg den 29.11.2021, samt i meldingsdialogen mellom innmelder og NSD. Behandlingen kan starte.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET
Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 16.05.2023.

LOVLIG GRUNNLAG
Prosjektet vil innhente samtykke fra de registrerte til behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte kan trekke tilbake.
Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være den registrertes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

PERSONVERNPRINSIPPER
NSD vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:
· lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at de registrerte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen
· formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke behandles til nye, uforenlige formål
· dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet
· lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

DE REGISTRERTES RETTIGHETER
Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18), og dataportabilitet (art. 20).
NSD vurderer at informasjonen om behandlingen som de registrerte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.
Vi minner om at hvis en registrert tar kontakt om sine rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER
NSD legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).
For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og/eller rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

MELD VESENTLIGE ENDRINGER
Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til NSD ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilke type endringer det er nødvendig å melde:
https://www.nsd.no/personverntjenester/fylle-ut-meldeskjema-for-personopplysninger/melde-endringer-i-meldeskjema
Du må vente på svar fra NSD før endringen gjennomføres.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET
NSD vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Lykke til med prosjektet!

bbdf47926

Chat med oss på hverdager fra 12-14