LØSE TEKSTOPPGAVER VED HJELP AV ALGEBRA

Hva karakteriserer elevers tenking ved bruk av ulike løsningsmetoder i arbeid med algebraiske tekstoppgaver?

Hvilke sammenhenger ser elever på 8. og 9. trinn mellom symbolsk algebra og prøv og feil metoden / blokkmetoden?

JULIAN NORUM BRELAND

TRULS JØRGEN RYDLAND

VEILEDERE
DAVID ALEXANDER REID
JORUNN REINHARDTSEN

Universitetet i Agder, 2022
Fakultet for teknologi og realfag
Institutt for matematiske fag

FORORD

Denne masteravhandlingen markerer avslutningen på fem begivenhetsrike år ved Universitetet i Agder. Vi ønsker å sende en takk til alle som har vært med på å skape gode minner, spesielt i de tyngste eksamensperiodene. Det siste halvåret har bestått av lite fritid og mye arbeid, men vi har stått sammen og har lært mye gjennom denne prosessen. I den anledning ønsker vi å takke hverandre for et godt samarbeid. Det er ganske utrolig at vi fortsatt ikke har gått lei av hverandre.

Vi vil rette en stor takk til lærerne som lot oss overta klassene deres for å gjennomføre vårt undervisningseksperiment. I den sammenheng vil vi også takke alle som deltok i studien. Uten dere hadde ikke denne masteravhandlingen blitt til. Våre veiledere, David Alexander Reid og Jorunn Reinhardtsen, har bidratt med konstruktive tilbakemeldinger og støtte gjennom hele prosessen. Deres bidrag har vært med på å forbedre denne masteravhandlingen. En stor takk til dere begge for at dere har vært så tilgjengelig for oss.

Vi ønsker også å takke våre to kjære sykepleiere, Andrea og Fredrik, som har bidratt med korrekturlesing i en hektisk hverdag. I tillegg vil vi takke elektrikeren Marius, som har bidratt med å koble trådene sammen.

Helt til slutt vil vi takke venner og familie som har vært støttende og vist forståelse for at vi har vært i den såkalte «masterboblen» det siste halve året. Nå er det endelig over og vi ser frem til å møte dere igjen.

Kristiansand, mai 2022

Julian Norum Breland og Truls Jørgen Rydland

SAMMENDRAG

Denne masteravhandlingen handler om å løse algebraiske tekstoppgaver ved hjelp av ulike løsningsmetoder. Hensikten med denne studien er å undersøke og beskrive elevers tankegang når det benyttes ulike løsningsmetoder i arbeid med algebraiske tekstoppgaver. Dette ble undersøkt gjennom en kvalitativ flerkasusstudie som var basert på et undervisnings-eksperiment. Det ble introdusert to ulike løsningsmetoder som ikke var basert på symbolsk algebra, henholdsvis *prøv og feil metoden* og *blokkmetoden*. Dette undervisnings-eksperimentet ble gjennomført i en klasse på 8. trinn og en klasse på 9. trinn. I tillegg til å undersøke og beskrive elevenes tankegang, ønsket vi å undersøke om elevene så noen sammenhenger mellom symbolsk algebra og løsningsmetodene som ble innført. I denne studien ønsket vi å finne svar på følgende forskningsspørsmål:

> *Hva karakteriserer elevers tenking ved bruk av ulike løsningsmetoder i arbeid med algebraiske tekstoppgaver?*

> *Hvilke sammenhenger ser elever på 8. og 9. trinn mellom symbolsk algebra og prøv og feil metoden / blokkmetoden?*

Studien baserer seg på et teorigrunnlag som beskriver algebra og algebraisk tenking, sammenlignet med aritmetikk. Teorigrunnlaget inneholder også beskrivelser av semiotiske representasjoner, tekstoppgaver og løsningsmetodene: *prøv og feil metoden* og *blokkmetoden*. Datagrunnlaget er basert på empiriske data som er innhentet gjennom besvarelser fra mapper med algebraiske tekstoppgaver, observasjon, samt video- og lydopptak.

Resultatene fra denne studien viser at elevenes strategi, uavhengig av løsningsmetode, var å identifisere den minste verdien og ta utgangspunkt i denne. Elevene benyttet *prøv og feil metoden* på en systematisk og logisk måte, og viste tegn til algebraisk tenking. Når elevene benyttet *blokkmetoden*, ble den brukt på en analytisk måte, og elevene viste tydelige tegn til algebraisk tenking. Fra studien kommer det ikke frem at elevene ser en sammenheng mellom symbolsk algebra og *prøv og feil metoden*, men at de ser en tydelig sammenheng mellom symbolsk algebra og *blokkmetoden*.

ABSTRACT

This master's thesis is about solving algebraic word problems using different solution methods. The purpose of this study is to investigate and describe students' thinking when they use different solution methods, to solve algebraic word problems. This was investigated through a qualitative multi-case study based on a teaching experiment. Two different solution methods that were not based on symbolic algebra were introduced, specifically *the trial and error method* and *the block method*. This teaching experiment was done in one class in the 8th grade and one class in the 9th grade. In addition to investigating and describing the students' way of thinking, we wanted to investigate whether the students saw any connections between symbolic algebra and the solution methods that were introduced. In this study, we wanted to find answers to the following research questions:

> *What characterizes students' thinking while using different solution methods to solve algebraic word problems?*
>
> *What connections do students in 8th and 9th grade see between symbolic algebra and the trial and error method / the block method?*

This study is based on a theoretical framework that describes algebra and algebraic thinking as distinct from arithmetic thinking. The theoretical framework also addresses semiotic representations, word problems and the two solution methods: *the trial and error method* and *the block method*. The research is based on empirical data including answers from a workbook containing algebraic word problems, classroom observations, as well as video and audio recordings.

The results from this study show that the students' strategy, regardless of the solution method, was to identify the smallest value and use this as a starting point. The students used *the trial and error method* in a systematic and logical way, and the students showed signs of algebraic thinking when using it. The students used *the block method* in an analytical way, and showed clear signs of algebraic thinking. This study does not show that students see a connection between symbolic algebra and *the trial and error method*, but they do see a clear connection between symbolic algebra and *the block method*.

INNHOLDSFORTEGNELSE

1 INNLEDNING

Denne masteravhandlingen er en kvalitativ flerkasusstudie, basert på et undervisnings-eksperiment som er gjennomført i en klasse på 8. trinn og en klasse på 9. trinn. Dette undervisningseksperimentet involverte innføring av to ulike løsningsmetoder som ikke var basert på symbolsk algebra, henholdsvis *prøv og feil metoden* og *blokkmetoden*. Hensikten var å undersøke hvordan elevene benyttet disse løsningsmetodene og om de klarte å se noen sammenhenger med symbolsk algebra. Empiriske data er hentet inn gjennom besvarelser fra mapper med algebraiske tekstoppgaver, observasjon, samt video- og lydopptak. Målet med denne studien er å undersøke og beskrive hvordan elever tenker når det benyttes ulike løsningsmetoder i arbeid med algebraiske tekstoppgaver.

1.1 Bakgrunn for valg av tema

Interessen for matematikk har alltid vært stor for oss begge. Gjennom lærerutdanningen har vi fått en økt interesse for algebra og algebraundervisning i skolen. Vårt inntrykk fra praksisfeltet er at mange elever sliter med å forstå algebra og bruke dette som et redskap. I tillegg har vi inntrykk av at mange elever har problemer med å løse og forstå tekstoppgaver i matematikk. Dette støttes av forskning som viser at mange elever har utfordringer når det kommer til å representere informasjon fra tekstoppgaver ved bruk av algebraiske løsnings-metoder (Clement, 1982; Fülöp, 2020; Kieran, 2007, 2011; Stacey & MacGregor, 1999). Gjennom bruk av flere løsningsmetoder får elevene flere innfallsvinkler til å løse tekst-oppgaver. Alternative løsningsmetoder kan bidra til økt forståelse for algebra og algebraisk tenking (Fülöp, 2020). Med bakgrunn i dette ønsket vi å undersøke om løsningsmetoder som ikke var basert på symbolsk algebra kunne bidra til en økt forståelse av matematiske relasjoner, og om dette indirekte kunne bidra til å utvikle algebraisk tenking hos elevene. Når det gjelder valg av løsningsmetoder som skulle innføres i vårt undervisningseksperiment, har vi hentet inspirasjon fra tidligere praksis. *Blokkmetoden* ble vi introdusert for gjennom læreboken Matemagisk 7A (Bjerke et al., 2016). Vi så klare likheter med å løse tekstoppgaver ved bruk av denne løsningsmetoden og symbolsk algebra. Dermed ønsket vi å undersøke om bruk av *blokkmetoden* kunne bidra til at elever fikk en utvidet forståelse for algebra og hvordan ukjente verdier kan representeres. I tillegg ønsket vi å undersøke om bruk av *prøv og feil metoden*, som blir klassifisert som en aritmetisk løsningsmetode, også kunne involvere algebraisk tenking.

1.2 Forskningsspørsmål

Etter at tema for vår masteravhandling ble valgt, startet prosessen med å definere forsknings-spørsmål for denne studien. Gjennom denne prosessen har forskningsspørsmålene blitt omformulert flere ganger, ettersom det vi ønsket å undersøke ble tydeligere for oss etter hvert som kunnskapen rundt temaet økte. Vi startet med flere åpne forskningsspørsmål som underveis i prosessen har blitt spisset inn. Dette har resultert i følgende forskningsspørsmål:

> *Hva karakteriserer elevers tenking ved bruk av ulike løsningsmetoder i arbeid med algebraiske tekstoppgaver?*
>
> *Hvilke sammenhenger ser elever på 8. og 9. trinn mellom symbolsk algebra og prøv og feil metoden / blokkmetoden?*

For å tydeliggjøre hva disse forskningsspørsmålene innebærer for oss, vil vår forståelse av sentrale begreper i disse forskningsspørsmålene bli definert:

Elevers tenking:
Dette innebærer hvordan elevene tolker tekstoppgavene, hvilke strategier de bruker og hvordan dette blir uttrykt. Dette begrepet involverer også resonering, da dette betraktes som logisk tenking.

Algebraiske tekstoppgaver:
Vi har tatt utgangspunkt i Bednarz og Janvier (1996) sin klassifisering av en algebraisk tekstoppgave. Det innebærer oppgaver som involverer både kjente og ukjente verdier, som løses ved å finne forholdene mellom disse og hvilke matematiske relasjoner som er involvert.

Symbolsk algebra:
Dette innebærer å bruke alfanumerisk symbolikk for å representere ukjente verdier.

1.3 Disposisjon

Denne masteravhandlingen starter med en presentasjon av teorigrunnlaget denne studien er basert på. Her vil det bli gjort rede for algebra og algebraisk tenking, semiotiske representasjoner, tekstoppgaver og en beskrivelse av løsningsmetodene som er benyttet. Videre vil det bli gjort rede for metodologiske valg. Det inkluderer forskningsmetode, valg av prosjektdeltakere, utforming og gjennomføring av undervisningseksperimentet, samt en redegjørelse for hvordan data er samlet inn, behandlet og analysert. Deretter vil våre refleksjoner rundt studiens kredibilitet, overførbarhet, pålitelighet og bekreftbarhet belyses, i tillegg til etiske betraktninger. Videre vil resultater og funn presenteres og analyseres med bakgrunn i forskningsspørsmålene, etterfulgt av en diskusjon. Etter dette kommer en konklusjon, der resultater og funn oppsummeres med bakgrunn i forskningsspørsmålene. Deretter følger en oppfordring til videre forskning, refleksjon og avslutning. Mot slutten presenteres en oversikt over litteratur som er benyttet i denne studien, etterfulgt av vedlegg.

2 TEORI

I dette hovedkapittelet presenteres studiens teorigrunnlag. Først presenteres teori som omhandler algebra og algebraisk tenking, i tillegg til forholdet mellom aritmetikk og algebra. Deretter følger teori om semiotiske representasjoner, etterfulgt av tekstoppgaver. Videre presenteres teori rundt oppgavetypen «del-del-total», som våre oppgaver er basert på. Til slutt kommer teori om *prøv og feil metoden* og *blokkmetoden*.

2.1 Algebra og algebraisk tenking

Helt siden det 9. århundre på Al-Khowarizis tid, har algebra blitt forstått som vitenskapen bak å løse likninger (Kieran, 2004, 2007). Algebra ble presentert som et mer effektivt redskap for problemløsning, i motsetning til aritmetikk (Bednarz & Janvier, 1996). Ifølge Cai og Knuth (2011) har man på barneskolen tradisjonelt sett hatt fokus på aritmetikk, mens det på ungdomsskolen har vært fokus på algebra. Dette skillet kan gjøre det utfordrende for elever å lære algebra, også for elever som føler at de har god forståelse for matematikk (Drouhard & Teppo, 2004; Kieran, 2007; Sharpe, 2019). På slutten av 1980-tallet begynte skoleforskere å tenke nytt rundt kjernen i algebra, og om enkelte elementer kunne introduseres på et tidligere tidspunkt (Kieran, 2004). I dag er det bred enighet om at introduksjon av algebraiske idéer på barneskolen kan bidra til en bedre forståelse for algebra, og at flere lykkes med matematikk (Blanton et al., 2019; Cai & Knuth, 2011; Radford, 2014). Algebra blir beskrevet på flere ulike måter. Ifølge Bell (1996) kan algebra defineres som ethvert manipulerbart språk der relasjoner håndteres matematisk. Algebra er et verktøy for å utrykke relasjoner, formuleringer og generaliseringer, finne ukjente, samt løse likninger og andre matematiske problemer (Bell, 1996). Stacey og MacGregor (1999) beskriver algebra som et språk for å uttrykke matematisk informasjon, og som et sett av sterke problemløsningsmetoder. Algebra blir altså betraktet som et språk. For å lære seg å bruke dette språket trenger man å utvikle en algebraisk tankegang, ofte omtalt som algebraisk tenking.

Ifølge Kieran (2004) kan algebraisk tenking tolkes som en tilnærming til situasjoner som vektlegger relasjonelle aspekter ved bruk av verktøy som ikke nødvendigvis er basert på alfanumerisk symbolikk. De relasjonelle aspektene kan innebære å legge merke til strukturer og analysere sammenhenger mellom mengder (Kieran, 2004). Dette er i tråd med Radford (2011, 2014), som uttrykker at selv om den moderne alfanumeriske symbolikken utgjør et sterkt semiotisk system, kan det på ingen måte karakterisere algebraisk tenking. Det som kjennetegner algebraisk tenking er at ukjente mengder behandles på en analytisk måte, som innebærer å behandle og manipulere de ukjente mengdene som om de var kjent (Radford, 2011, 2014). Dette kan relateres til analytisk tenking, som ifølge Bruner (1977) involverer deduktiv resonnering gjennom bruk av matematikk eller logikk, sammen med en bevissthet rundt informasjonen og operasjonene som er involvert. Videre trekker Radford (2014) frem tre forhold for å karakterisere algebraisk tenking:

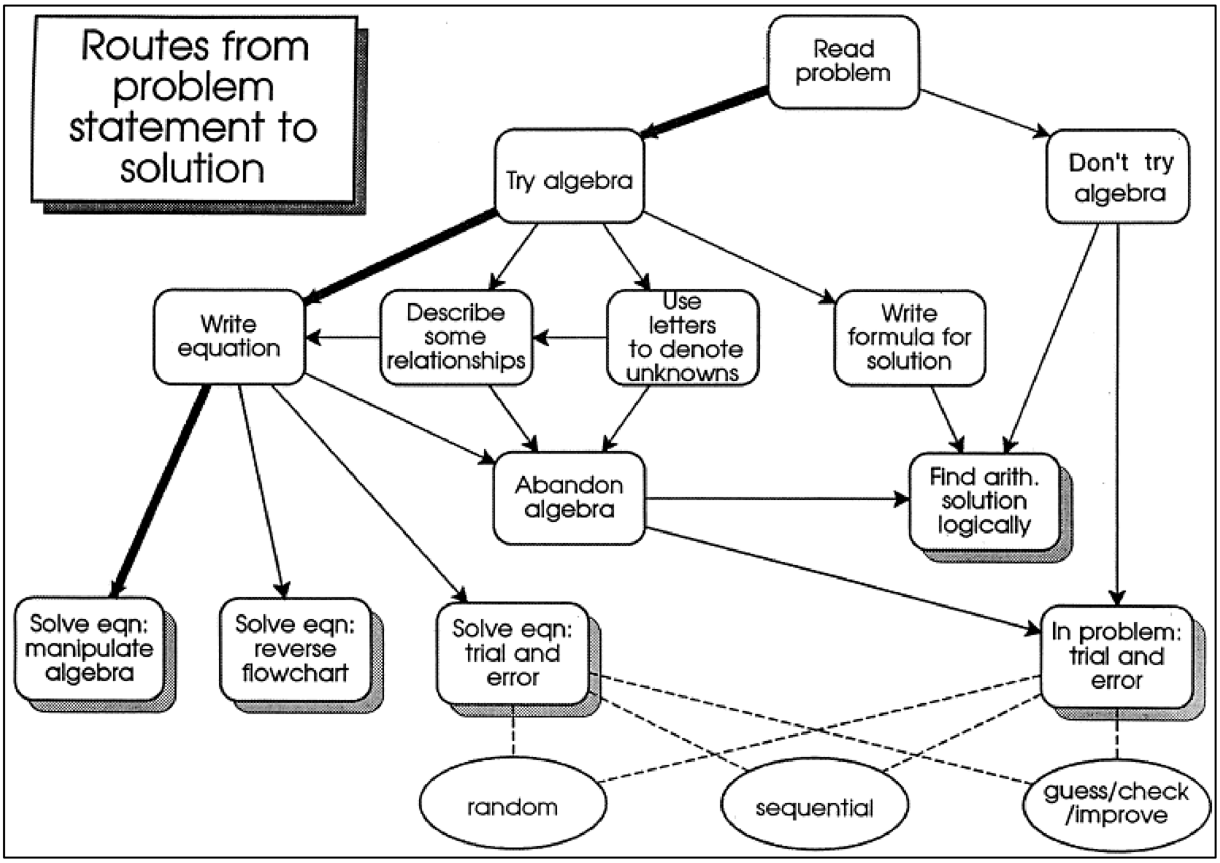
1. Ubestemthet: Problemet involverer ukjente tall (ukjente, variabler, parametere etc.)
2. Betegnelse: De ukjente tallene som er involvert i problemet må navngis eller symboliseres. Denne symboliseringen kan gjøres på ulike måter. Man kan bruke alfanumeriske tegn, men ikke nødvendigvis. De ubestemte mengdene kan også symboliseres gjennom språk, bevegelser, ukonvensjonelle tegn, eller en blanding av disse.
3. Analytisitet: De ubestemte mengdene behandles som om de var kjente tall. Det innebærer at selv om mengdene ikke er kjent, starter man med å operere på dem (adderer, subtraherer, multipliserer og dividerer dem) som om de var kjent: Det er dette analyse betyr. (Radford, 2014, s. 260, egen oversettelse)

Radford (2014) hevder videre at den analytiske måten å tenke på, der ukjente verdier behandles på lik linje med kjente verdier, er det som skiller aritmetikk fra algebra. Overgangen fra å regne med kjente tall til å operere med ukjente verdier blir omtalt som et «didaktisk skille» (Filloy & Rojano, 1989). For å beskrive dette skillet blir forholdet mellom aritmetikk og algebra beskrevet i neste delkapittel.

2.1.1 Forholdet mellom aritmetikk og algebra

Aritmetikk er ofte veldig svarorientert med lite fokus på representering av relasjoner (Kilpatrick et al., 2001). Ifølge Bednarz og Janvier (1996) kjennetegnes aritmetiske prosedyrer gjennom bearbeiding av kjente mengder, der det blir forsøkt å finne koblinger mellom mengdene for å operere på dem. Elever med en aritmetisk tankegang har en tendens til å fokusere på beregninger, fremfor relasjonelle aspekter ved operasjoner (Kieran, 2004). Ulike strategier, overbevisninger og modeller som er utviklet gjennom arbeid med aritmetikk blir naturligvis videreført når elever møter algebraiske problemer (Bednarz & Janvier, 1996). I overgangen fra aritmetikk til algebra må dette endres, ettersom algebra involverer å operere med andre objekter enn kjente tall (Filloy & Rojano, 1989). Kilpatrick et al. (2001) hevder at det må gjøres mange justeringer i denne overgangen, også for elever som behersker aritmetikk godt. I tråd med dette trekker Kieran (2004) frem at disse justeringene blant annet innebærer å fokusere på relasjoner, operasjoner, representasjoner, både tall og bokstaver, samt en refokusering av likhetstegnet.

Ifølge Stacey og MacGregor (1999) løses aritmetiske oppgaver gjennom å regne med kjente tall og jobbe mot en løsning, og at den grunnleggende logikken bak å løse algebraiske oppgaver er annerledes. Her blir relasjoner beskrevet gjennom bruk av både kjente og ukjente tall, før ekvivalente forhold utledes gjennom manipulasjon for å løse oppgaven. Bednarz og Janvier (1996) klassifiserer aritmetiske oppgaver som *sammenkoblet* og algebraiske oppgaver som *frakoblet*. Dette begrunnes med at det enkelt kan etableres en relasjon mellom to kjente data i aritmetiske oppgaver. I algebraiske oppgaver kan det derimot ikke etableres en direkte relasjon mellom de kjente mengdene (Bednarz & Janvier, 1996). Filloy og Rojano (1989) skiller mellom aritmetiske og algebraiske likninger. Aritmetiske likninger har formen $Ax+B=C$, der venstre side av likningen impliserer en sekvens av operasjoner og høyre side representerer konsekvensen av disse. Algebraiske likninger har formen $Ax+B=Cx+D$, og involverer operasjoner utenfor aritmetiske prosedyrer, altså operasjoner på den ukjente. For at disse operasjonene skal gi mening må elevene forstå at uttrykkene på begge sider av likningen er av samme struktur (Filloy & Rojano, 1989). For å belyse forskjellen mellom å løse en likning med aritmetikk og algebra, viser Radford (2014) et eksempel på en algebraisk likning: $2x+2=10+x$. Mange elever løser denne likningen aritmetisk ved å erstatte den ukjente med kjente tall, altså gjennom *prøv og feil metoden*, som blir nærmere beskrevet i *delkapittel 2.4.1*. Likningen kan løses algebraisk gjennom å håndtere den ukjente som om den var kjent, og manipulere likningen. Det innebærer å subtrahere x på begge sider av likningen, for deretter å subtrahere 2 på begge sider. Løsningen blir da $x=8$, og x har dermed blitt funnet gjennom en algebraisk løsningsmetode (Radford, 2014). For å illustrere ulike algebraiske og aritmetiske løsningsmetoder har Stacey og MacGregor (1999) utarbeidet en modell (*Figur* 2.1).



Figur 2.1 Ruter fra problem til løsning (Stacey & MacGregor, 1999, s. 155)

Modellen inneholder ulike ruter basert på algebraiske og aritmetiske løsningsmetoder, eller en kombinasjon av disse. Den «fullstendige algebraiske ruten» er markert med tykke piler i modellen. Det innebærer å representere essensielle forhold i problemet gjennom å formulere en likning basert på symbolsk algebra, for deretter å løse problemet ved å manipulere likningen. To aritmetiske ruter er beskrevet, der en av disse inkluderer *prøv og feil metoden* uten å bruke algebra. Det presenteres tre ulike varianter av *prøv og feil metoden*, som blir beskrevet i *delkapittel 2.4.1*. I tillegg til disse rene algebraiske og aritmetiske rutene blir det beskrevet flere ulike ruter som starter med å bruke algebra, før det videre blir benyttet en aritmetisk løsningsmetode. Et eksempel på dette er å beskrive forholdet mellom de ukjente verdiene gjennom å konstruere uttrykk basert på symbolsk algebra, før man «forlater» algebra og løser oppgaven gjennom *prøv og feil metoden*. Med bakgrunn i vår studie ønsker vi å foreslå en endring av modellen til Stacey og MacGregor (1999). I stegene som kommer etter «Prøv algebra» er det kun fokus på alfanumerisk symbolikk. Disse stegene bør også inkludere andre semiotiske representasjoner, for eksempel gjennom *blokkmetoden*, som blir beskrevet i *delkapittel 2.4.2*. Dette forslaget diskuteres i *hovedkapittel 5*. Brenner et al. (1997) hevder at mangelen på kunnskap om representasjoner danner utfordringer i elevers overgang fra aritmetikk til algebra. Semiotiske representasjoner blir beskrevet i neste kapittel.

2.2 Semiotiske representasjoner

Algebraisk tenking fra et analytisk perspektiv åpner opp for andre muligheter til å betegne ukjente mengder, og det er her semiotikk og semiotiske representasjon kommer inn (Radford, 2011, 2014). Kieran (2007) hevder at gjennom en tilnærming med fokus på relasjonelle aspekter, kan bruk av ulike representasjoner bidra til å utvikle algebraisk tenking. Matematiske objekter er ikke direkte tilgjengelig slik som fysiske objekter. Berg (2013) og Duval (2002, 2006) uttrykker at den eneste måten å få tilgang til matematiske objekter, er gjennom å introdusere tegn og andre semiotiske representasjoner. Representasjoner og visualisering blir omtalt som kjernen av forståelse i matematikk (Duval, 2002). Blanton et al. (2019) poengter også viktigheten av representasjoner, gjennom å inkludere representering som en av fire essensielle praksiser for å utvikle algebraisk tenking. Matematiske objekter kan blant annet representeres som tegn, symboler, bokstaver, ord, figurer og diagrammer (Berg, 2013; Swan, u.å.). Elevers forståelse av matematiske objekter og deres mening er basert på flere ulike semiotiske representasjoner (Kieran, 2007; Hitt, 2002). Ifølge Hwang et al. (2009) har elever ulike læringsstrategier, og det er derfor nyttig å utforske flere representasjoner. Bruk av ulike representasjoner kan bidra til å utvikle abstrakt tenking og føre til dypere matematisk innsikt (Blanton & Kaput, 2011; Tchoshanov, 2002).

Ifølge Duval (2006) kan semiotiske representasjoner transformeres uten å være avhengig av nye data eller observasjoner. Evnen til å transformere mellom semiotiske representasjoner er ofte den avgjørende terskelen for å se fremgang på læring i matematikk (Duval, 2006). Berg (2013) mener at opplæringen i matematikk bør gi elevene mulighet til å delta i aktiviteter som involverer å bevege seg mellom ulike representasjonsformer. Det skilles ofte mellom to typer transformering av semiotiske representasjoner. Duval (2006) kaller disse *behandling* og *konvertering*, men videre brukes betegnelsene til Brenner et al. (1997), altså *anvendelse* og *konvertering*. *Anvendelse* innebærer å gjennomføre aritmetiske og algebraiske prosedyrer, som for eksempel å løse likninger. *Konvertering* handler om å endre representasjonsform, uten å endre objektet som betegnes (Brenner et al. 1997; Duval, 2006). For å *konvertere* mellom ulike representasjonsformer trengs det forståelse for sammenhenger i matematikk. Begge transformeringstypene er essensielle for å lære matematikk, men mange elever har problemer med *konvertering* (Duval, 2006). Videre presenteres ulike representasjonsformer og *konvertering* mellom disse.

2.2.1 Representasjonsformer og konvertering

Overordnet skilles det mellom to hovedtyper: *interne* og *eksterne* representasjonsformer. *Interne* representasjonsformer omhandler mentale bilder, og *eksterne* representasjonsformer referer til de ytre representasjonene (Amado et al., 2010; Janvier, 1987). Bruner (1966) skiller mellom tre representasjonsformer. Disse blir omtalt som stadier og bygger på hverandre. Elever må først få mulighet til å arbeide aktivt med konkrete objekter før de beveger seg videre mot visuelle og symbolske representasjoner (Mainali, 2021).

1. Aktiv: «Et sett med handlinger som er egnet for å oppnå et bestemt resultat» (Bruner, 1966, s. 44, egen oversettelse). Dette kan forstås som en handlingsbasert, praktisk og konkret representasjonsform.
2. Visuell: «Et sett med bilder eller grafiske illustrasjoner som representerer et konsept uten å definere det til det fulle» (Bruner, 1966, s. 44, egen oversettelse). Dette kan tolkes som en bildebasert representasjonsform der konkrete objekter, situasjoner og konsepter blir representert visuelt. Det kan blant annet være bilder eller figurer, enten fysisk eller gjennom en mental visualisering. Et eksempel på dette kan være et bilde av en gjenstand. Det er altså en visuell representasjon av en gjenstand, men det *er* ikke gjenstanden.
3. Symbolsk: «Et sett med symboler og logiske proposisjoner som er basert på et system styrt av regler for å danne og transformere proposisjoner» (Bruner, 1966, s. 45, egen oversettelse). Dette kan forstås som en abstrakt og språkbasert representasjonsform. I den symbolske representasjonsformen blir visuelle representasjoner, som for eksempel bilder og figurer, representert gjennom ord og symboler. På den måten kan informasjon organiseres mentalt ved å sammenligne ulike objekter, situasjoner og konsepter. Ordene og symbolene er dermed abstraksjoner, da det ikke nødvendigvis finnes en direkte sammenheng mellom disse og det de representerer. Et eksempel på dette kan være symbolet til et tall. Det er dermed en abstrakt representasjon av en mengde, ettersom symbolet for å beskrive mengden ikke har noen direkte sammenheng med symbolet som blir brukt.

I motsetning til Bruner (1966), trekker Janvier (1987) frem representasjonsformer som ikke bygger på hverandre. Janvier (1987) inkluderer heller ikke den aktive representasjonsformen, men bruker fire representasjonsformer som i større grad kategoriserer de ytre representasjonene: Verbale, grafiske, algebraiske og tabellrepresentasjoner. Verbale representasjoner inkluderer både skriftlig og muntlig språk gjennom tekst, ord eller setninger. Tegninger, bilder, diagrammer og andre figurer er eksempler på grafiske representasjoner. Algebraiske representasjoner involverer blant annet bruk av symboler, formler, likninger og uttrykk, mens tabellrepresentasjoner inkluderer lister og tabeller (Mainali, 2021). En tekstoppgave er et eksempel på en verbal representasjon som beskriver sammenhengen mellom to eller flere objekter. For å kunne foreta matematiske utregninger må teksten *konverteres* til en ny representasjonsform. Et eksempel på dette kan være å *konvertere* teksten til en algebraisk representasjonsform, noe Janvier (1987) kaller *modellering*. Teksten kan også *konverteres* til en grafisk representasjonsform. Denne *konverteringen* kalles *skissering* (Janvier, 1987). Det er et velkjent problem at mange elever har problemer med å representere informasjon i tekstoppgaver gjennom en algebraisk representasjonsform (Clement, 1982; Fülöp 2020; Kieran, 2007, 2011; Stacey & MacGregor, 1999). Videre beskrives tekstoppgaver og hva som kjennetegner ulike typer tekstoppgaver.

2.3 Tekstoppgaver

En tekstoppgave kjennetegnes ved at oppgaven inneholder verbalt språk. Verschaffel et al. (2000) definerer en tekstoppgave som en oppgave med en verbal beskrivelse av et problem. Forskning viser at flere elever har problemer med å forstå og tolke innholdet i selve teksten, og sliter dermed med å få en korrekt forståelse av oppgaven (Cummins et al., 1988; Walkington et al., 2012). Botten har gjentatte ganger presentert fem tekstoppgaver på kinesisk for norske grunnskoleelever og har i den anledning funnet ut at: «... mange elever løser oppgaver med norsk tekst akkurat på samme måte som de løser den kinesiske oppgaven. De skummer vekk teksten, finner frem tallene og gjøre det de finner mest fornuftig med dem" (Botten, 2016, s. 97). En lignende strategi blir omtalt som *nøkkelord-strategien*. Den handler om å lete etter ord i teksten som kan gi en indikasjon på hvilke regneoperasjoner som kan benyttes (Reed, 1999). Eksempelvis vil ord som «mer» eller «flere» indikere at oppgaven kan løses ved addisjon. Koedinger og Nathan (2004) beskriver to ulike faser i prosessen med å løse tekstoppgaver. *Løsningsfasen* handler om hvilke strategier som brukes for å løse tekstoppgaven. *Forståelsesfasen* innebærer å forstå innholdet i tekstoppgaven, noe Chi et al. (1981) beskriver gjennom to hovedstrukturer.

Disse to hovedstrukturene blir kalt *overflatestrukturen* og *den dype strukturen* (Chi et al., 1981). *Overflatestrukturen* er det første eleven møter når tekstoppgaven blir lest og handler om oppgavens kontekst. Denne strukturen handler om det som leses direkte uten å måtte tolke det matematiske som ligger bak teksten, altså i *den dype strukturen*. Kjernen i tekstoppgaven kalles for *den dype strukturen* og innebærer at teksten må tolkes for å forstå de matematiske relasjonene i oppgaven. For å komme til *den dype strukturen* må tekstoppgaven studeres nøye. Ifølge Chi et al. (1981) ligger *den dype strukturen* gjemt i *overflatestrukturen*. Det er derfor viktig å være bevisst på at *overflatestrukturen* og *den dype strukturen* i en tekstoppgave skal harmonere når tekstoppgaver konstrueres. Den generelle strukturen i en algebraisk tekstoppgave inkluderer både kjente og ukjente verdier, som løses ved å finne forholdet mellom disse verdiene og hvilke matematiske relasjoner som er involvert (Bednarz & Janvier, 1996). I vår studie har vi konstruert algebraiske tekstoppgaver med en kjent totalverdi og tre eller fire ukjente verdier. Denne oppgavetypen presenteres i neste delkapittel.

2.3.1 Oppgavetypen «del-del-total»

Tekstoppgaver som opererer med ulike deler og en totalverdi blir omtalt som «del-del-total» («part-part-whole»). Delene og totalen utgjør de grunnleggende elementene i denne oppgavetypen (Xin, 2008). Oppgavetypen handler om å finne frem til ulike mengder, både kjente og ukjente, i tillegg til deres forhold og relasjon til hverandre (Bednarz & Janvier, 1996). Dersom totalverdien er kjent, handler oppgaven om å finne ut verdien til en eller flere av delene. Da må forholdene mellom de ulike delene og totalverdien identifiseres. Bednarz og Janvier (1996) har et eksempel på en oppgave av typen «del-del-total»:

> «Det er 380 elever som er registrert i tre ulike sportsgrener. Basketball har 3 ganger så mange elever som skating, og svømming har 114 flere elever enn basketball. Hvor mange elever er registrert i hver sportsgren?».
> (Bednarz og Janvier, 1996, s. 118, egen oversettelse)

Denne tekstoppgaven involverer tre ukjente deler og en kjent totalverdi. Her må elevene finne forholdet mellom de ulike delene, og bruke totalverdien for å komme frem til en løsning på tekstoppgaven. I vår studie er tekstoppgavene basert på oppgavetypen «del-del-total» på en lignende måte som i eksempelet fra Bednarz og Janvier (1996). En nærmere beskrivelse av utformingen av tekstoppgavene blir presentert i *delkapittel 3.3.1*.

2.4 Løsningsmetoder for å løse algebraiske tekstoppgaver

Det finnes mange ulike måter å løse en tekstoppgave på. I vår studie fokuserer vi på *blokkmetoden* og *prøv og feil metoden*. I de neste delkapitlene vil disse løsningsmetodene bli nærmere beskrevet.

2.4.1 Prøv og feil metoden

Prøv og feil metoden går ut på å prøve ulike tall og verdier for å komme frem til korrekt løsning på en oppgave. Dette er en velkjent løsningsmetode og forskning viser at *prøv og feil metoden* er den aritmetiske løsningsmetoden som blir hyppigest brukt av elever (Amado et al., 2010; Fülöp, 2020). Stacey og MacGregor (1999) trekker frem tre ulike varianter:

1. <u>Tilfeldig:</u> Gjetter tall på en tilfeldig måte og håper å komme frem til korrekt svar før eller siden ved tilfeldighet.
2. <u>Sekvensiell:</u> Prøver en sekvens med tall, [...], i håp om at det korrekte svaret blir funnet.
3. <u>Prøv-feil-forbedre:</u> Prøver ett eller flere tall, der man bruker resultatet fra det forrige forsøket for å velge neste tall.

(Stacey & MacGregor, 1999, s. 156-157, egen oversettelse)

Prøv-feil-forbedre varianten er også beskrevet av Eisenmann et al. (2019). I vår studie fokuserer vi på denne varianten for å oppfordre elevene til resonering og logisk tankegang. Vår bruk av *prøv og feil metoden* presenteres i *delkapittel 3.3.2*.

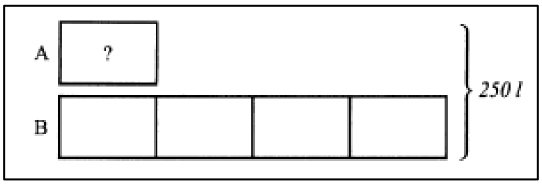
2.4.2 Blokkmetoden

I arbeid med tekstoppgaver er *blokkmetoden* en av mange løsningsmetoder som kan benyttes. *Blokkmetoden*, også kalt «the model method», ble først introdusert i Singapore (Osman et al., 2018). Denne løsningsmetoden går ut på at elevene tegner rektangulære blokker som skal visualisere forholdet mellom ulike mengder, verdier eller tall. Ifølge Thirunavukkarasu og Senthilnathan (2014) gjør *blokkmetoden* det mulig for elever å se sammenhenger mellom tall, fremfor å kun fokusere på objektene i en oppgave. Det bidrar også til at elevene må være kreative, ettersom de må tegne blokker basert på deres forståelse av oppgaveteksten.

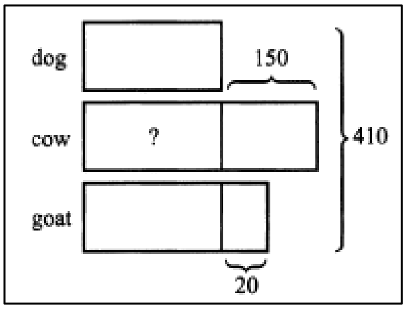
Forskning i matematikk viser en positiv sammenheng mellom tegning og løsning av problemløsingsoppgaver (Bakar et al., 2016; Edens & Potter, 2007). *Blokkmetoden* fokuserer på selve kjernen i det å løse tekstoppgaver, som ifølge Ng og Lee (2009) handler om viktigheten av representasjoner. De hevder at når elever bruker *blokkmetoden*, må de arbeide med minimum tre representasjonsmåter gjennom tekst, figurer og symboler.

Ng og Lee (2009) presenterer flere ulike varianter av *blokkmetoden*, og to av disse er relevant for vår studie. Disse kalles «multiplikasjons- og divisjonsmetoden», og «sammenlignings-metoden». I *Figur* 2.2 og *Figur* 2.3 presenteres eksempler på hvordan disse variantene av *blokkmetoden* kan brukes til å visualisere informasjonen i en algebraisk tekstoppgave der totalen er kjent og de ulike verdiene er ukjent. Dette gjøres gjennom bruk av rektangulære blokker der størrelsen på blokkene visualiserer forholdet mellom de ukjente verdiene. Eksempelet med «multiplikasjons- og divisjonsmetoden» **(***Figur* 2.2**)** er basert på en tekstoppgave der beholder A er ¼ av volumet til beholder B, og at de rommer 250 liter til sammen (Ng & Lee, 2009, s. 289). Dette illustreres med én blokk for beholder A og fire blokker for beholder B, ettersom volumet til beholder B er fire ganger større. Dette gir totalt fem blokker, som tilsvarer totalverdien på 250 liter. Denne oppgaven inkluderer kun multiplikasjon og divisjon. Eksempelet med «sammenligningsmetoden» (*Figur* 2.3) inneholder i tillegg addisjon og subtraksjon:

> «En ku veier 150 kg mer enn en hund. En geit veier 130 kg mindre enn denne kua. De tre dyrene veier 410 kg til sammen. Hvor mye veier kua?».
> (Ng & Lee, 2009, s. 286, egen oversettelse)



Figur 2.2 Multiplikasjons- og divisjonsmetoden (Ng & Lee, 2009, s. 290)



Figur 2.3 Sammenligningsmetoden (Ng & Lee, 2009, s. 287)

I *Figur* 2.3 illustreres vekten til hunden med én blokk. Vekten til kua illustreres med én blokk addert med en blokk som tilsvarer 150 kg, ettersom kua veier 150 kg mer enn hunden. På samme måte blir vekten til geita illustrert med én blokk addert med en blokk som tilsvarer 20 kg, ettersom geita veier 130 kg mindre enn kua. Dette gir tre like blokker, i tillegg til to blokker med en verdi på henholdsvis 150 kg og 20 kg, som til sammen tilsvarer totalverdien på 410 kg. I vår studie er bruken av *blokkmetoden* inspirert av læreboken Matemagisk 7A (Bjerke et al., 2016, s. 29). I denne læreboken blir *blokkmetoden* brukt gjennom en kombinasjon av «multiplikasjons- og divisjonsmetoden», og «sammenligningsmetoden» (Ng & Lee, 2009). Addisjon og subtraksjon illustreres på en annen måte i vår studie. Vår bruk av *blokkmetoden* beskrives nærmere i *delkapittel 3.3.2*.

3 METODE

I dette hovedkapittelet vil det redegjøres for studiens forskningsmetode og valg av prosjekt-deltakerne. Videre følger en beskrivelse av hvordan undervisningseksperimentet ble utformet og gjennomført, i tillegg til en redegjørelse rundt hvordan data ble samlet inn og håndtert. Deretter beskrives det hvordan dataanalysen ble gjennomført, før det til slutt redegjøres for studiens troverdighet og etiske betraktninger.

3.1 Forskningsparadigme, forskningsstrategi og forskningsdesign

Dette forskningsprosjektet hører hjemme i et interpretativt forskningsparadigme. Det interpretative forskningsparadigme kalles ofte fortolkningsparadigme, ettersom forskeren inngår sterkt i fenomenet som studeres og fortolkning av data (Clark et al., 2021). Av den grunn blir det interpretative forskningsparadigme omtalt som en motsetning til det positivistiske forskningsparadigme, der forskningen er uavhengig av forskeren og delvis uavhengig av aktørene. Det interpretative forskningsparadigme kjennetegnes ved at forskeren tolker resultater i lys av teori og velger ut relevant empiri, der målet er å oppnå en forståelse for menneskene som forskes på. Sosiale fenomeners kompleksitet anerkjennes og at disse ikke eksisterer uavhengig av aktørene. I tillegg anerkjennes forskerens innvirkning på empirien gjennom sin tilstedeværelse (Clark et al., 2021).

I et interpretativt forskningsparadigme er det vanlig å bruke en forskningsstrategi som er basert på en kvalitativ metode (Clark et al., 2021). En kvalitativ metode kjennetegnes ved at man ønsker å fange opp meninger og opplevelser som ikke kan tallfestes eller måles. Det handler om å gå i dybden gjennom å samle inn mange opplysninger fra et begrenset antall forskningsobjekter, med et ønske om å formidle forståelse (Clark et al. 2021; Dalland, 2017). I denne studien ønsket vi å gå i dybden på hva som karakteriserer elevers tenking ved bruk av ulike løsningsmetoder i arbeid med algebraiske tekstoppgaver. Dermed er en forsknings-strategi basert på en kvalitativ metode godt egnet. En kasusstudie er et forskningsdesign som er mye brukt innenfor kvalitativ forskning. Det innebærer en detaljert undersøkelse av et kasus, som for eksempel en person eller en gruppe (Clark et al., 2021). Et eksempel på en kasusstudie kan være å forske på en elevgruppe, der forskerens hensikt er å forstå hvordan akkurat disse elevene tenker og handler (Postholm & Jacobsen, 2018).

Målet med studien var å undersøke hva som kjennetegner elevers tenking ved bruk av ulike løsningsmetoder i arbeid med algebraiske tekstoppgaver. I tillegg til dette var målet å undersøke om elever klarer å se en sammenheng mellom symbolsk algebra og løsnings-metoder som ikke er direkte basert på symbolsk algebra. Dersom man gjennomfører et undervisningseksperiment får man mulighet til å teste ut nye metoder og aktiviteter i matematikk (Steffe & Thompson, 2000). Med bakgrunn i dette ble det utviklet og gjennomført et undervisningseksperiment basert på gruppearbeid, hvor det skulle innføres to ulike løsningsmetoder for å løse algebraiske tekstoppgaver. Steffe og Thompson (2000) uttrykker at et undervisningseksperiment innebærer en sekvens av flere undervisnings-episoder med ulike aktører, samt metoder for å dokumentere det som foregår i disse undervisningsepisodene. Aktørene er vanligvis en lærer (forsker) og én eller flere elever, i tillegg til et vitne som observerer. Det er også vanlig å ta video- og/eller lydopptak for å dokumentere det som foregår i episodene. Formålet med å gjennomføre et undervisnings-eksperiment er å få informasjon om elevers læring og resonering i matematikk (Steffe & Thompson, 2000). Vårt undervisningseksperiment hadde ikke blitt gjennomført tidligere. Det ble derfor gjennomført i to ulike klasser slik at vi hadde mulighet til å gjøre justeringer underveis. Dersom man undersøker flere kasus i en studie, er studien definert som en flerkasusstudie (Clark et al., 2021). Gjennom en flerkasusstudie får man mulighet til å gå i dybden på elevers tenking, som videre kan ha en verdi for læring og undervisning, samt danne et grunnlag for nye oppdagelser. Resultatene som kommer frem, er derimot begrenset med tanke på å kunne si noe generelt om elevers tenking (Clark et al., 2021). Vår studie består av et undervisningseksperiment med to kasus (klasser), og er dermed en kombinasjon av en flerkasusstudie og et undervisningseksperiment. I den sammenheng følger vi Borasi (1994), som tidligere har benyttet en kombinasjon av undervisningseksperiment og kasusstudie.

I henhold til Steffe og Thompson (2000) sin beskrivelse av et undervisningseksperiment har vi gjennomført fire undervisningstimer (episoder) i en klasse på 8. trinn og en klasse på 9. trinn. En av oss hadde en fast rolle som lærer og den andre hadde en fast rolle som observatør, altså et vitne som observerer. Truls Jørgen hadde rollen som lærer og hadde det overordnede ansvaret for gjennomføringen. Det innebar å ha ansvar for å gi informasjon, starte og avslutte undervisningstimene og veilede elevene når de arbeidet, samt lede diskusjoner. Julian hadde en tilbaketrukken observasjonsrolle og hadde ansvaret for å observere og ta notater. Det innebar å observere elevene når de arbeidet. Formålet var i all hovedsak å observere, men det var åpent for å stille elevene spørsmål dersom det dukket opp noe av interesse. For å dokumentere og få informasjon om elevenes læring og resonering ble det utformet en mappe med algebraiske tekstoppgaver. Denne ble samlet inn i slutten av undervisningseksperimentet. Det ble tatt observasjonsnotater gjennom alle de fire undervisningstimene, i tillegg til video- og lydopptak av to fokusgrupper i hver klasse i den siste undervisningstimen. Dette var for å få et dypere innblikk i elevenes kommunikasjon og tenking. Detaljene rundt utformingen og gjennomføringen blir nærmere beskrevet i *kapittel 3.3*.

3.2 Prosjektdeltakere

Temaet for oppgaven involverer algebra og det var derfor naturlig å gjennomføre undervisningseksperimentet på ungdomstrinnet, da algebra er en sentral del av kompetanse-målene i matematikk på 8. trinn (Kunnskapsdepartementet, 2019). Vi ønsket i utgangspunktet å gjennomføre undervisningseksperimentet i to ulike klasser på 8. trinn. Dermed sendte våre veiledere en forespørsel til Avdeling for lærerutdanning ved Universitet i Agder om å få tildelt to klasser på 8. trinn for å gjennomføre datainnsamlingen. Det resulterte i at vi ble satt i kontakt med en matematikklærer fra en skole på Sørlandet som jobbet på 8. trinn. Dette trinnet hadde tre klasser, men vi fikk bare mulighet til å gjennomføre undervisnings-eksperimentet i én av disse klassene. Læreren på 8. trinn satt oss i kontakt med en matematikklærer på 9. trinn fra den samme skolen. Det resulterte i at vi fikk mulighet til å gjennomføre undervisningseksperimentet i en klasse på 9. trinn i tillegg.

Prosjektdeltakerne kommer altså fra to klasser på 8. og 9. trinn fra en skole på Sørlandet. Klassenes lærere sendte et informasjonsskriv (*Vedlegg 2*) til elevenes foresatte 2-3 uker før gjennomføringen. Dette ble sendt i god tid for å sikre at elevene og deres foresatte fikk tid til å lese gjennom og stille spørsmål før de eventuelt samtykket til deltakelse i prosjektet. På grunn av mye sykdom og koronakarantener i denne perioden, var det utfordrende å innhente samtykkeerklæringer og lage grupper. Alle elevene arbeidet med de samme oppgavene, men det er kun elever som har samtykket til deltakelse i studien som er inkludert i datagrunnlaget.

I klassen på 8. trinn var det totalt 20 elever som var til stede i løpet av de fire undervisnings-timene. Elleve av disse elevene samtykket til deltakelse i studien, hvorav ni av disse samtykket til video- og lydopptak i den siste timen. En av disse elevene var fritatt for vurdering i matematikk og klassens lærer ønsket dermed ikke at denne eleven skulle delta på opptakene. Det resulterte i at vi sto igjen med åtte elever, som klassens lærer fordelte tilfeldig på to fokusgrupper. En av disse elevene var syk i denne timen, og det ble dermed en fokusgruppe på tre elever og en fokusgruppe på fire elever fra 8. trinn.

I klassen på 9. trinn var det totalt 22 elever som var til stede i løpet av de fire undervisnings-timene. 19 av disse elevene samtykket til deltakelse i studien, hvorav 16 av disse samtykket til video- og lydopptak i den siste timen. For å sikre oss mot sykdom og koronakarantener, og fordi flere elever på 9. trinn hadde samtykket til video- og lydopptak, ble det laget større fokusgrupper enn på 8. trinn. Det ble derfor laget to fokusgrupper med seks tilfeldige elever i hver fokusgruppe. I likhet med 8. trinn var en elev syk i denne timen, og det ble dermed en fokusgruppe på fem elever og en fokusgruppe på seks elever fra 9. trinn.

3.3 Undervisningseksperiment

Vi har utarbeidet og gjennomført et undervisningseksperiment på fire undervisningstimer. Opplegget ble først gjennomført på 8. trinn og deretter på 9. trinn. Undervisningsopplegget var basert på gruppearbeid, der elevene skulle løse algebraiske tekstoppgaver i en mappe ved bruk av ulike løsningsmetoder. Det var et poeng at løsningsmetodene som ble innført ikke skulle være direkte basert på symbolsk algebra. Grunnen til dette var fordi vi ønsket å undersøke om elevene så noen sammenhenger mellom løsningsmetodene som ble innført og symbolsk algebra. Vi brukte mye tid på å sette oss inn i ulike løsningsmetoder og endte til slutt opp med å fokusere på *prøv og feil metoden* og *blokkmetoden*. Vår bruk av disse løsningsmetodene er beskrevet i *delkapittel 3.3.2*. Grunnen til at vi valgte å fokusere på disse var fordi *prøv og feil metoden* er basert på aritmetikk og kan være lettere å forstå for noen. *Blokkmetoden* har likheter med symbolsk algebra og kan bidra til økt forståelse for hvordan en ukjent verdi kan representeres. Et overordnet fokus ved dette undervisningseksperimentet var at elevene skulle danne seg en egen forståelse av løsningsmetodene og oppgavetypen, fremfor at dette ble forklart av en lærer. Vi la derfor opp til at elevene skulle få utdelt løsningsforslag med de ulike løsningsmetodene (*Vedlegg 16* og *Vedlegg 17*), og sette seg inn i disse gjennom å diskutere og reflektere i gruppene. Disse løsningsforslagene presenteres og forklares i *delkapittel 3.3.2*.

3.3.1 Utforming av mappe med algebraiske tekstoppgaver

Det ble utarbeidet en mappe med algebraiske tekstoppgaver som elevene arbeidet med gjennom alle de fire undervisningstimene. For å ha kontroll på disse, ble de samlet inn i slutten av hver time. Det ble bare laget én oppgave per side, slik at elevene fikk god plass til å skrive ned sine besvarelser. Forsiden og en oversikt over oppgavene til hver time ligger vedlagt (*Vedlegg 14*). Oppgavene er relativt «enkle» og inneholder kun heltall som svar, da fokuset var på elevenes bruk av ulike løsningsmetoder, og ikke hvor avanserte oppgaver de klarte å løse. Det ble konstruert oppgaver basert på oppgavetypen «del-del-total» i samme form som i eksempelet til Bednarz & Janvier (1996, s. 118). Oppgavetypen og det nevnte eksempelet er beskrevet i *delkapittel 2.3.1*. Alle oppgavene involverer tre eller fire ukjente verdier med informasjon om forholdet mellom dem, i tillegg til en kjent totalverdi. Oppgave-strukturen gjør at disse klassifiseres som algebraiske tekstoppgaver (Bednarz & Janvier, 1996; Ng & Lee, 2009). Elevene skulle finne forholdet mellom de ulike delene, og bruke total-verdien for å komme frem til en løsning på tekstoppgaven. Forholdet mellom de ukjente verdiene blir beskrevet med begrepene «dobbelt så stor», «x ganger større», «en tredjedel av», «halvparten av», «x mer/mindre» og «til sammen». Oppgavene inneholder praktiske situasjoner om alder, antall, pris og distanse. Formuleringene av forholdet mellom verdiene ble derfor tilpasset situasjonen. Det ble for eksempel formulert «dobbelt så *gammel* som» i oppgavene med alder og «dobbelt så *mange* som» i oppgavene med antall.

Mappen ble utformet med egne oppgaver til hver time slik at alle elevene startet å arbeide med de samme oppgavene når en ny time startet. Det ble laget to oppgaver til time 1, fire oppgaver til time 2 og 3, og seks oppgaver til time 4. Oppgave 1 til time 1, og alle oppgavene til time 2 inneholder kun multiplikasjon og divisjon. I time 3 hadde elevene fått tid til å bli kjent med løsningsmetodene. For å gjøre oppgavene mer utfordrende ble derfor addisjon og subtraksjon inkludert i oppgavene til denne timen. Elevene arbeidet med en lignende oppgave på oppgave 2 til time 1, der de også fikk utdelt et løsningsforslag. Dermed hadde elevene tidligere sett et eksempel på en oppgave som inkluderer addisjon og subtraksjon. Time 4 ble planlagt som en kontrolltime der vi skulle samle inn hoveddelen av vårt datamateriale og undersøke hvordan elevene tok i bruk de ulike løsningsmetodene. Oppgavene til denne timen var derfor av samme type som i de foregående timene. Det ble også utarbeidet bonusoppgaver til hver time (*Vedlegg 15*) i tilfelle noen ble ferdig med oppgavene før timen var over.

3.3.2 Utforming av løsningsforslag

Det ble utarbeidet løsningsforslag til begge oppgavene i den første timen (*Vedlegg 16*), og oppgave 1 i den siste timen (*Vedlegg 17*). Løsningsforslaget til time 1 inneholdt et eksempel med *prøv og feil metoden* og *blokkmetoden* til hver av oppgavene. Løsningsforslaget til time 4 inneholdt i tillegg et eksempel med symbolsk algebra, som vi har kalt *x-metoden*. I eksemplene med *prøv og feil metoden* ble det bevisst valgt tall som var enten for høyt eller for lavt. Deretter ble det skrevet et resonnement for valg av neste tall. Korrekt løsning ble funnet på tredje forsøk. Dette var for å vise et eksempel på hvordan *prøv og feil metoden* kan benyttes på en systematisk måte, gjennom å resonnere seg frem til korrekt løsning. Dette er en variant av *prøv og feil metoden* som kalles prøv-feil-forbedre (Eisenmann et al., 2019; Stacey & MacGregor, 1999). Vi fokuserte på denne varianten for å oppfordre elevene til å resonere og bruke en logisk tankegang.

Eksemplene med *blokkmetoden* inneholdt en oppstilling av blokkene for å uttrykke de ukjente verdiene, og visualisere forholdet mellom dem. Videre ble det vist et eksempel på hvordan blokkene kunne brukes til å konstruere en likning. Likningen ble deretter manipulert for å finne verdien til én blokk. Til slutt ble uttrykkene med blokker erstattet med denne verdien for å finne alle de ukjente verdiene i oppgaven. Vår bruk av *blokkmetoden* er inspirert av læreboken Matemagisk 7A (Bjerke et al., 2016, s. 29), der det brukes en kombinasjon av «multiplikasjons- og divisjonsmetoden», og «sammenligningsmetoden» (Ng & Lee, 2009). Disse metodene er beskrevet i *delkapittel 2.4.1*. Vi har derimot valgt å illustrere addisjon og subtraksjon på en annen måte. Noe av hensikten med *blokkmetoden* er å visualisere forhold mellom ulike verdier. Vi anså det som uhensiktsmessig å bruke blokker med kortere lengde for å illustrere addisjon. Det ville blitt misvisende å illustrere addisjon med en kortere blokk, dersom verdien til den opprinnelige blokken er mindre enn verdien som adderes. Dermed valgte vi å illustrere addisjon og subtraksjon gjennom å skrive eksempelvis «+5» eller «-5» bak blokkene for å unngå dette. Denne problematikken kommer også frem i studien til Ng og Lee (2009), der lærere uttrykker at blokkene bør være proporsjonale i forhold til deres verdi.

I løsningsforslaget til oppgave 1 i den siste timen ble *prøv og feil metoden* og *blokkmetoden* brukt på samme måte. I tillegg ble det vist et eksempel med *x-metoden*. Denne løsningsmetoden ble satt opp på samme måte som *blokkmetoden*, men her ble de ukjente verdiene representert med x (symbolsk algebra) i stedet for blokker. Løsningsforslagene med *prøv og feil metoden* og *blokkmetoden* presenteres i de neste underkapitlene.

3.3.2.1 Prøv og feil metoden

Gjennom et løsningsforslag i time 1 ble *prøv og feil metoden* basert på en variant som kalles prøv-feil-forbedre (Eisenmann et al., 2019; Stacey & MacGregor, 1999). Denne ble introdusert på følgende måte:

Oppgave 1 til time 1

Ronny, Malin og Svein var på fisketur og fikk 21 fisk til sammen. Malin fikk fire ganger flere fisk enn Ronny, mens Svein fikk dobbelt så mange fisk som Ronny.

Hvor mange fisk fikk hver av dem?

Prøv og feil metoden

Vi prøver å se om det stemmer at Ronny har fått 5 fisk:	**Ronny = 5 fisk**	**= 5 fisk**
	Svein = 2 • 5 fisk	**= 10 fisk**
	Malin = 4 • 5 fisk	**= 20 fisk**
		= 35 fisk
Det ble for mye totalt, så vi prøver å se om det stemmer at Ronny har fått 2 fisk:	**Ronny = 2 fisk**	**= 2 fisk**
	Svein = 2 • 2 fisk	**= 4 fisk**
	Malin = 4 • 2 fisk	**= 8 fisk**
		= 14 fisk
Det ble for lite totalt, men det var nærmere enn 35 fisk. Altså bør svaret være nærmere 2 fisk enn 5 fisk. Vi prøver å se om det stemmer at Ronny fikk 3 fisk:	**Ronny = 3 fisk**	**= 3 fisk**
	Svein = 2 • 3 fisk	**= 6 fisk**
	Malin = 4 • 3 fisk	**= 12 fisk**
		= 21 fisk

Nå ble det 21 fisk totalt, og svaret er dermed korrekt!

Figur 3.1 Utklipp fra løsningsforslag, oppgave 1 til time 1

I denne oppgaven har Ronny fått færrest fisk, og vi velger dermed å ta utgangspunkt i Ronny når vi prøver ulike tall. Først prøver vi et tilfeldig tall for antall fisk Ronny fikk, nemlig tallet 5. Svein fikk dobbelt så mange og Malin fikk fire ganger så mange som Ronny. Dette blir totalt 35 fisk, noe som er for mye. Når neste tall skal velges tar vi utgangspunkt i at det forrige tallet var for høyt, og velger dermed et lavere tall, nemlig tallet 2. Ved å ta utgangspunkt i tallet 2 blir det totalt 14 fisk, som er for lite. Ettersom 14 er nærmere 21 enn 35, konkluderer vi med at det korrekte tallet må være nærmere tallet 2 enn tallet 5. Dermed prøver vi å ta utgangspunkt i tallet 3, som gir korrekt løsning.

Oppgave 2 til time 1
Birgit er moren til Madelen og Emma. De er 63 år til sammen. Emma er en tredjedel av alderen til Birgit. Madelen er tre år eldre enn Emma. **Hvor gamle er hver av dem?**

Prøv og feil metoden

Vi prøver å se om det stemmer at Emma er 10 år:

Emma	= 10 år	= 10 år
Madelen	= 10 år + 3 år	= 13 år
Birgit	= 3 • 10 år	= 30 år
		= 53 år

Det ble for lite totalt, så vi prøver å se om det stemmer at Emma er 14 år:

Emma	= 14 år	= 14 år
Madelen	= 14 år + 3 år	= 17 år
Birgit	= 3 • 14 år	= 42 år
		= 73 år

Det ble for mye totalt. Det ble 10 år for mye når Emma var 14 år, og 10 år for lite når Emma var 10 år. Svaret bør dermed være midt mellom 10 år og 14 år, altså 12 år. Vi prøver å se om det stemmer at Emma er 12 år:

Emma	= 12 år	= 12 år
Madelen	= 12 år + 3 år	= 15 år
Birgit	= 3 • 12 år	= 36 år
		= 63 år

Nå ble det 63 år totalt, og svaret er dermed korrekt!

Figur 3.2 Utklipp fra løsningsforslag, oppgave 2 til time 1

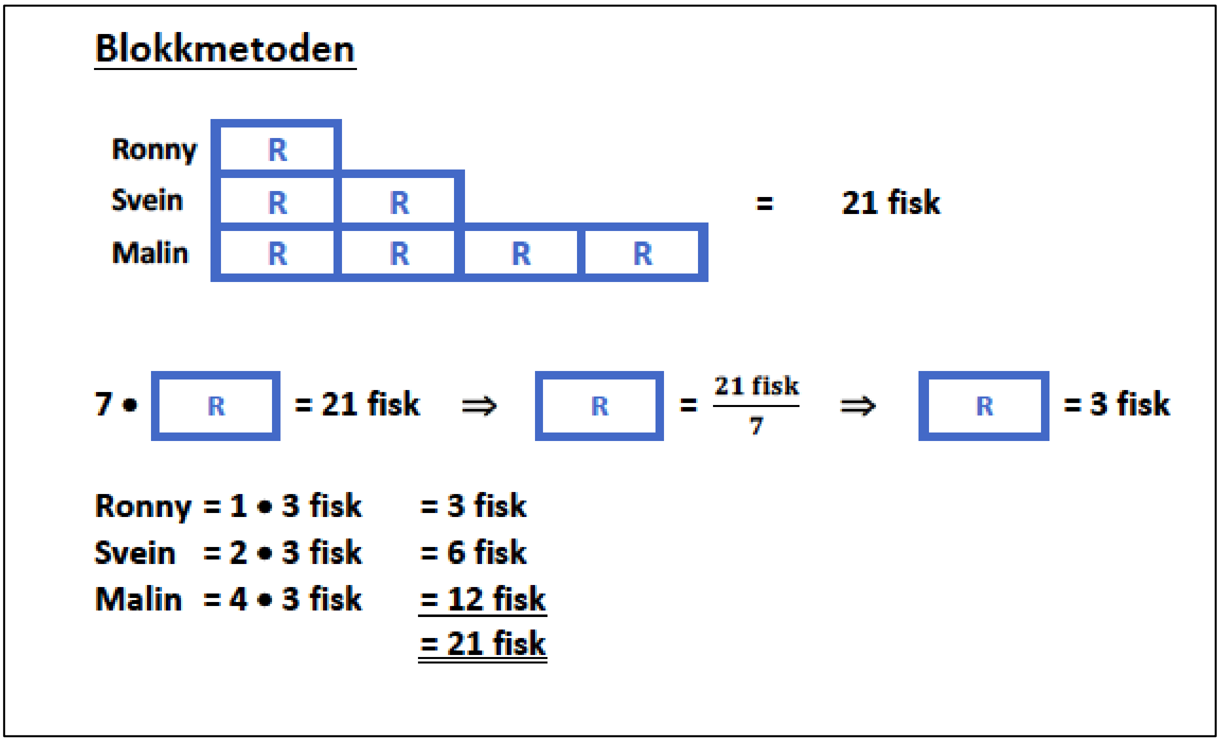
I denne oppgaven velger vi å ta utgangspunkt i Emma når vi prøver ulike tall, ettersom Emma er yngst. Først prøver vi et tilfeldig tall for alderen til Emma, nemlig tallet 10. Ettersom Madelen er tre år eldre enn Emma, og Birgit er tre ganger så gammel som Emma blir det totalt 53 år, som er for lite. Når neste tall velges tar vi utgangspunkt i at det forrige tallet var for lavt, og velger dermed et høyere tall, nemlig tallet 14. Ved å ta utgangspunkt i tallet 14 blir det totalt 73 år, som er for mye. Ettersom 53 og 73 er like langt fra 63, konkluderer vi med at det korrekte tallet må være et tall som er midt mellom 10 og 14. Dermed prøver vi å ta utgangspunkt i tallet 12, som gir korrekt løsning.

3.3.2.2 Blokkmetoden

Gjennom et løsningsforslag i time 1 ble *blokkmetoden* introdusert på følgende måte:

Oppgave 1 til time 1

Ronny, Malin og Svein var på fisketur og fikk 21 fisk til sammen. Malin fikk fire ganger flere fisk enn Ronny, mens Svein fikk dobbelt så mange fisk som Ronny.
Hvor mange fisk fikk hver av dem?

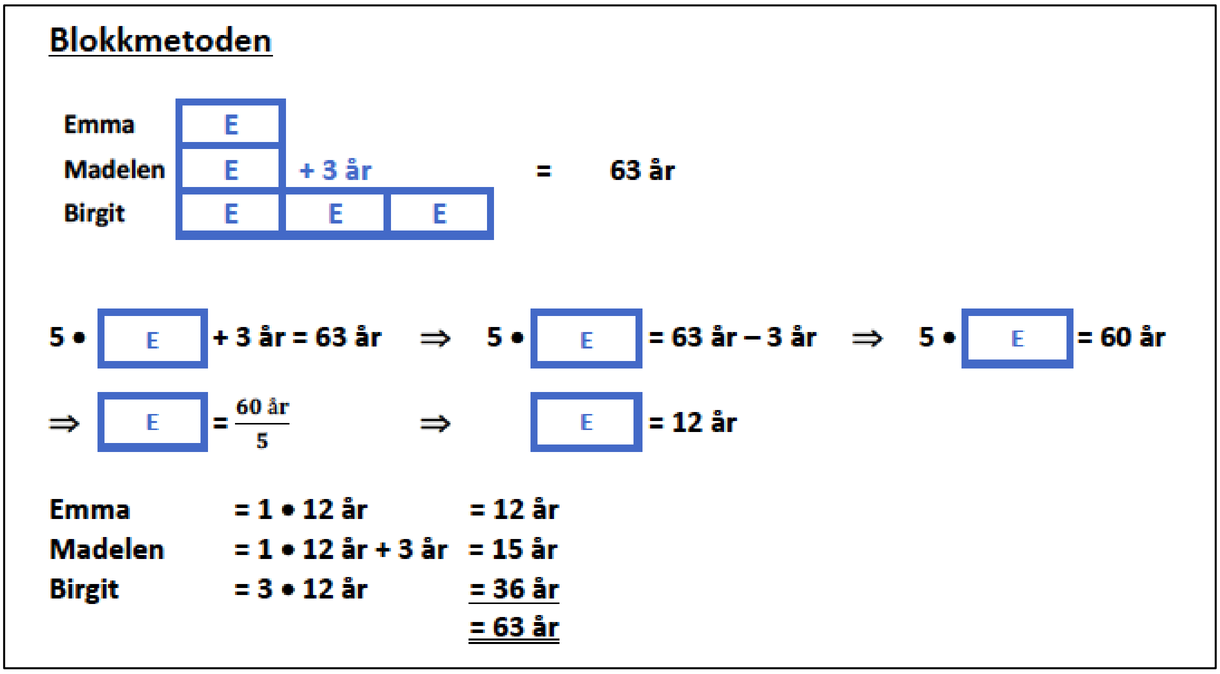


Figur 3.3 Utklipp fra løsningsforslag, oppgave 1 til time 1

I denne oppgaven blir antall fisker Ronny har fått representert med én blokk, ettersom Ronny fikk færrest fisk. Videre blir antall fisk Svein har fått representert med to blokker, ettersom han fikk dobbelt så mange fisk som Ronny. På samme måte blir antall fisk Malin har fått representert med fire blokker. Dette blir til sammen syv blokker og oppgaven sier at de fikk 21 fisker til sammen. Med utgangspunkt i uttrykkene kommer vi frem til likningen 7 blokker = 21 fisk. Likningen blir deretter manipulert, som resulterer i at verdien til én blokk blir 3 fisk. Denne verdien blir videre brukt for å finne ut hvor mange fisk hver av dem fikk, basert på antall blokker.

Oppgave 2 til time 1

Birgit er moren til Madelen og Emma. De er 63 år til sammen. Emma er en tredjedel av alderen til Birgit. Madelen er tre år eldre enn Emma. **Hvor gamle er hver av dem?**



Figur 3.4 Utklipp fra løsningsforslag, oppgave 2 til time 1

I denne oppgaven blir alderen til Emma, Madelen og Birgit representert med blokker på samme måte som i oppgave 1, med utgangspunkt i Emma som er yngst. Forskjellen mellom disse oppgaven er at denne oppgaven også inneholder addisjon, ettersom Madelen er tre år eldre enn Emma. Dermed blir alderen til Madelen representert med én blokk addert med 3 år. Med utgangspunkt i uttrykkene kommer vi frem til likningen 5 blokker + 3 år = 63 år. Likningen blir deretter manipulert, som resulterer i at verdien til én blokk blir 12 år. Til slutt blir denne verdien brukt for å finne alderen til alle personene, basert på antall blokker.

3.3.3 Gjennomføring

Før gjennomføringen av dette undervisningseksperimentet ble det utarbeidet en detaljert plan med hva som skulle skje i hver av de fire undervisningstimene (*Vedlegg 18*). Denne planen ble fulgt etter beste evne, med noen små forskjeller i klassene med tanke på hvor lang tid det ble brukt på de enkelte delene. En forskjell var derimot at elevene på 8. trinn fikk lov til å jobbe videre med oppgavene etter at løsningsforslaget med *x-metoden* ble delt ut i time 4. Grunnen til dette var at elevene på 9. trinn allerede før dette tidspunktet hadde benyttet *x-metoden*, noe som blir vist i *hovedkapittel 4*. Vi ønsket dermed at disse elevene skulle bruke mer tid på å diskutere løsningsforslaget. Elevene på 8. trinn fikk anledning til å prøve *x-metoden* etter diskusjonen av løsningsforslaget, ettersom de ikke hadde benyttet denne løsningsmetoden tidligere. Klassens lærer var til stede i alle de fire undervisningstimene, og bidro med å hjelpe og veilede elevene under arbeidet med oppgavene. I den siste undervisningstimen hadde klassens lærer kun fokus på elever som ikke var i fokusgruppene. Videre følger en beskrivelse av innholdet og målet i hver av de fire undervisningstimene.

3.3.3.1 Time 1

Målet for denne undervisningstimen var at elevene skulle gjøre seg kjent med oppgavetypene og få et innblikk i *prøv og feil metoden* og *blokkmetoden*. Det ble først gitt informasjon om prosjektet. Her ble det tydelig formidlet at det er frivillig å delta i studien og at elevene når som helst kan trekke seg uten å oppgi en grunn. Deretter ble elevene delt inn i grupper etter hvor de satt i klasserommet, før mappene ble delt ut og elevene startet å arbeide med oppgavene til time 1. Elevene kunne løse disse oppgavene med den løsningsmetoden de ønsket slik at vi kunne få et innblikk i hvilke løsningsmetoder de vanligvis benyttet. Mot slutten av timen fikk elevene utdelt et løsningsforslag som inneholdt et eksempel med *prøv og feil metoden* og *blokkmetoden*. Elevene fikk beskjed om at to av gruppene skulle presentere hver sin løsningsmetode i starten av neste undervisningstime. Resten av timen ble brukt til å studere og diskutere disse løsningsmetodene.

3.3.3.2 Time 2

Målet for denne undervisningstimen var at elevene skulle lære seg å bruke *prøv og feil metoden* og *blokkmetoden* gjennom å jobbe med oppgavene til time 2. Først presenterte to av gruppene hver sin løsningsmetode for resten av klassen. Deretter begynte elevene å arbeide med oppgavene til denne timen. Halvparten av gruppene skulle bruke *prøv og feil metoden* og den andre halvparten skulle bruke *blokkmetoden*. Omtrent halvveis i undervisningstimen fikk gruppene beskjed om å bytte løsningsmetode, slik at de fikk kjennskap til begge. Timen ble avsluttet med en klassediskusjon der fokuset var å reflektere rundt disse løsningsmetodene og hvordan elevene benyttet disse.

3.3.3.3 Time 3

Målet for denne undervisningstimen var at elevene skulle bli enda tryggere på å bruke *prøv og feil metoden* og *blokkmetoden* gjennom å jobbe med oppgavene til time 3. Først presenterte to nye grupper hver sin løsningsmetode for resten av klassen. Deretter begynte elevene å arbeide med oppgavene til denne timen. I likhet med forrige undervisningstime skulle halvparten av gruppene bruke *prøv og feil metoden* og den andre halvparten skulle bruke *blokkmetoden*. Omtrent halvveis i undervisningstimen fikk gruppene beskjed om å bytte løsningsmetode. Timen ble avsluttet med en klassediskusjon der fokuset var å reflektere rundt disse løsnings-metodene og hvordan elevene benyttet disse.

3.3.3.4 Time 4

Målet for denne undervisningstimen var at elevene skulle få vist hva de hadde lært og hvordan de benyttet de ulike løsningsmetodene. I forkant av denne timen ble gruppene endret slik at vi fikk to fokusgrupper i hver klasse, som beskrevet i *kapittel 3.2*. Elevene fikk først informasjon om at det ville bli tatt opp lyd og video av to fokusgrupper. Det ble igjen tydelig formidlet at det er frivillig å delta i studien, og at elevene når som helst kan trekke seg uten å oppgi en grunn. Deretter startet elevene på oppgavene til denne timen. I denne timen ble det ikke lagt noen føringer for valg av løsningsmetode. Mot slutten av denne timen fikk elevene utdelt et nytt løsningsforslag. Gruppene studerte og diskuterte dette løsningsforslaget gjennom å sammenligne de ulike løsningsmetodene. Deretter ble det gjennomført en kort oppsummering, før elevene fikk informasjon om at det på et senere tidspunkt kunne bli aktuelt med et gruppeintervju. Helt til slutt ble elevene takket for deres deltakelse i studien, og undervisningseksperimentet ble avsluttet.

3.4 Innsamling og behandling av data

I informasjonsskrivet (*Vedlegg 2*) var det mulighet for å samtykke til å delta på ulike typer datainnsamling: Observasjon, video- og lydopptak, og gruppeintervju. Før gjennomføringen hadde vi altså lagt til rette for å kunne gjennomføre oppgavebaserte gruppeintervjuer dersom vi anså det som nødvendig. Vi vurderte innholdet i de andre datakildene som tilstrekkelig for å kunne besvare våre forskningsspørsmål. Dermed valgte vi å ikke gjennomføre disse gruppeintervjuene. Gjennom fire undervisningstimer i hver klasse ble observasjoner skrevet inn i et observasjonsskjema (*Vedlegg 19*). Her ble det notert ned interessante utsagn i forhold til hvordan oppgavene ble tolket, samt bruk av strategier og løsningsmetoder. Observasjonsnotatene inneholder kun informasjon om hvilken gruppe som er observert og hvilken oppgave de arbeidet med. Anonymiteten er dermed ivaretatt (Dalland, 2017). For å få bedre oversikt over observasjonsnotatene ble de skrevet inn digitalt i en Word-fil etter gjennomføringen. I tillegg ble det tatt video- og lydopptak av to fokusgrupper i hver klasse i time 4. Videre følger en redegjørelse for hvordan data fra mappene og opptakene ble samlet inn og behandlet.

3.4.1 Mapper med algebraiske tekstoppgaver

Mappene ble samlet inn etter den siste undervisningstimen. Før vi startet med gjennomgangen av mappene ble det utarbeidet en Excel-fil med en tabell for hver fokusgruppe (*Vedlegg 5* og *Vedlegg 6*). Fokusgruppene på 8. trinn ble kalt fokusgruppe 8-A og 8-B, og fokusgruppene på 9. trinn ble kalt fokusgruppe 9-M og 9-N. Elevenes navn ble anonymisert før vi la besvarelsene inn i tabellene, slik at det ikke var mulig å knytte opplysningene til enkeltpersoner (Dalland, 2017). Dette ble gjort ved å erstatte elevenes navn med fiktive navn som var basert på kjønn og hvilken fokusgruppe de tilhørte. Eksempelvis fikk elevene på fokusgruppe 8-A fiktive navn som begynte på bokstaven «A»: *Anne*, *Adam* og *Amalie*. På tilsvarende måte fikk elevene på fokusgruppe 9-M fiktive navn som begynte på bokstaven «M»: *Marit*, *Magnus*, *Mia*, *Mona* og *Mette*. Tanken bak denne navngivingen av fokusgrupper og elever var å lage et system som gjorde det tydelig hvilken fokusgruppe og klasse de ulike elevene tilhørte. Oppgavene ble navngitt etter nummer og undervisningstime. Eksempelvis ble oppgavene til time 3 kalt: *3-1*, *3-2*, *3-3* og *3-4*. På den måten kunne vi fylle inn hvilken løsningsmetode hver elev hadde brukt på de ulike oppgavene. En redegjørelse for hvordan ulike løsningsmetoder ble kategorisert og kodet presenteres i *delkapittel 3.5.2*.

All denne informasjonen ble fortløpende lagt inn i tabellene samtidig som vi gikk gjennom mappene. For å få en oversikt over antall ganger hver av løsningsmetodene ble benyttet av hver elev og på hver enkelt oppgave ble det brukt en tellefunksjon i Excel. Når informasjonen fra alle mappene var lagt inn, endte vi opp med fire tabeller (*Vedlegg 5* og *Vedlegg 6*). Disse tabellene viser en oversikt over hvilke løsningsmetoder elevene benyttet på oppgavene i alle de fire undervisningstimene. For å få bedre oversikt over hvilke løsningsmetoder som ble benyttet i time 4 ble det utarbeidet en tilsvarende tabell (*Vedlegg 4*). Det var kun én elev som gjorde mer enn fire oppgaver i time 4. Denne tabellen inneholder dermed kun de fire første oppgavene. Disse oppgavene ble navngitt etter innholdet: Aldersoppgave 1, Skioppgaven, Håndballoppgaven og Aldersoppgave 2. I tillegg ble det utarbeidet egne tabeller (*Vedlegg 7* og *Vedlegg 8*) for å få frem forskjeller og likheter mellom fokusgruppene. Diagrammene (*Vedlegg 3*) som blir presentert i *hovedkapittel 4* er basert på disse tabellene.

3.4.2 Video- og lydopptak av fokusgrupper i time 4

Opptakene ble overført til en kryptert mappe på to eksterne harddisker og slettet fra videokameraene og lydopptakerne etter gjennomføringen. Grunnen til at opptakene ble overført til to eksterne harddisker var i tilfelle en av disse ble ødelagt. Alle opptakene ble transkribert i sin helhet slik at vi ikke gikk glipp av noe. Vi unnlot derimot å skrive ned lyder som «ehm» og «hmm», og sekvenser der elevene tullet og pratet om ting som var irrelevant med tanke på matematikk. Transkripsjonsmetoden er nærmere beskrevet i transkripsjons-nøkkelen (*Vedlegg 9*). I transkripsjonene benyttet vi de samme fiktive navnene som beskrevet tidligere. For å effektivisere prosessen transkriberte vi to opptak hver, ett fra hver klasse. Vi gjennomførte transkripsjonen ved å høre noen sekunder på lydopptaket, for så å se noen sekunder av videoopptaket. På den måten fikk vi skrevet ned hva som ble sagt, samtidig som vi kunne se hvem som sa hva og inkludere eventuelle hendelser og bevegelser. Vi ønsket å forsikre oss om at vi hadde fått med alle detaljene fra opptakene og at vi var samstemte rundt innholdet i transkripsjonene. Dermed leste vi gjennom hver av transkripsjonene i fellesskap, samtidig som vi hørte på lydopptakene og så på videoene. Transkripsjonene ligger vedlagt i sin helhet (*Vedlegg 10*, *Vedlegg 11*, *Vedlegg 12* og *Vedlegg 13*). Utdrag fra transkripsjonene presenteres i *hovedkapittel 4*. I neste kapittel redegjøres det for analysen av transkripsjonene.

3.5 Dataanalyse

I dette kapittelet følger en redegjørelse for vår analyse av transkripsjoner og mapper.

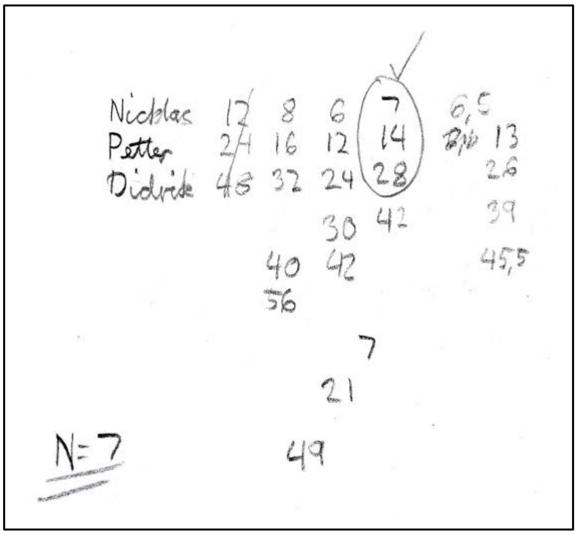
3.5.1 Video- og lydopptak av fokusgrupper i time 4

For å få oversikt og systematisere hva elevene snakket om i time 4 ble det gjennomført en grov koding av transkripsjonene. Ulike sekvenser ble fargekodet basert på hvilken løsnings-metode elevene snakket om: Grønn for *prøv og feil metoden*, blå for *blokkmetoden* og lilla for *x-metoden*. I tillegg ble sekvenser der oppgavene ble tolket eller elevene snakket om konkrete matematiske operasjoner, som for eksempel «185–25=160», kodet som gul. Sekvenser der elevene snakket parallelt om *blokkmetoden* og *x-metoden* ble dermed tydelige gjennom disse fargekodene. Den grove kodingen av transkripsjonene blir videre brukt sammen med analysen av mappene når resultater fra undervisningseksperimentet presenteres i *hovedkapittel 4*.

3.5.2 Mapper med algebraiske tekstoppgaver

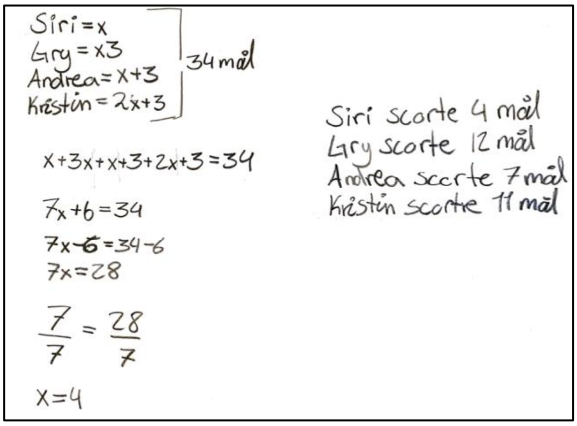
For å få en oversikt over hvilke løsningsmetoder elevene benyttet ble det utarbeidet et kodesystem: «P» for *prøv og feil metoden*, «B» for *blokkmetoden*, «X» for *x-metoden*, «A» for alternative besvarelser, «S» for besvarelser med kun svar og «0» for blanke besvarelser. På noen oppgaver benyttet elevene en kombinasjon av *blokkmetoden* og *x-metoden*. Dette gikk ut på å uttrykke de ukjente verdiene ved hjelp av blokker. Når elevene skulle utarbeide en likning og manipulere denne, ble blokkene konvertert til x (symbolsk algebra). Dette ble kodet som «BX». I besvarelser der elevene hadde fullført oppgaven og kommet frem til korrekt løsning, ble kolonnen farget grønn. Videre kommer eksempler på de ulike kodene.

Prøv og feil metoden



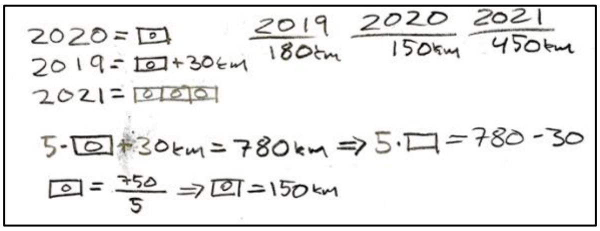
Figur 3.6 Aldersoppgave 1, Adam

X-metoden



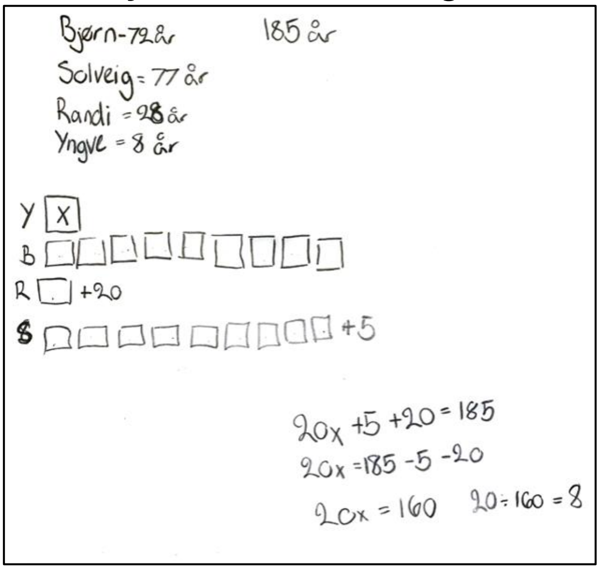
Figur 3.7 Håndballoppgaven, Mia

Blokkmetoden



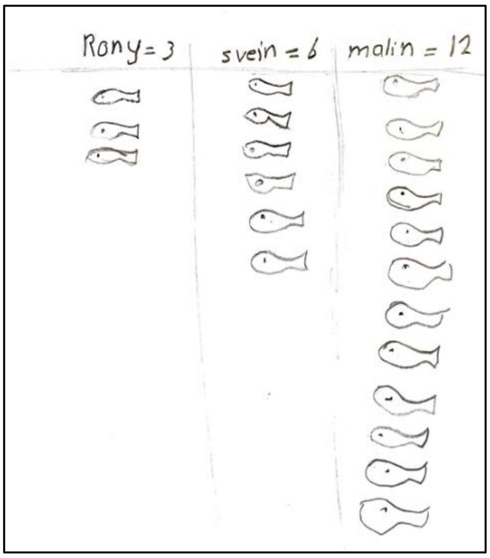
Figur 3.5 Skioppgaven, Anne

Kombinasjon av blokkmetoden og x-metoden



Figur 3.8 Aldersoppgave 2, Marit

Alternative besvarelser



Figur 3.9 Oppgave 1 til time 3, elev x (har samtykket)

3.6 Studiens kredibilitet, overførbarhet, pålitelighet og bekreftbarhet

Ifølge Clark et al. (2021) vil valg av forskningsdesign si noe om hvilke prioriteringer som er gjort i forskningsprosessen. Innen forskning som involverer mennesker brukes ulike kvalitetskriterier. De vanligste kvalitetskriteriene i denne typen forskning er *validitet* og *reliabilitet*, men disse begrepene blir ofte forbundet med kvantitativ forskning. I den anledning har Lincoln og Guba (1985) utviklet alternative kvalitetskriterier for kvalitativ forskning. De mener disse alternative kvalitetskriteriene anerkjenner det særegne med kvalitativ forskning, i motsetning til begrensningene ved bruk av *validitet* og *reliabilitet*. Ettersom vår studie er basert på en kvalitativ forskningsmetode tar vi utgangspunkt i Lincoln og Guba (1985) sine fire kvalitetskriterier for å beskrive studiens troverdighet. Disse blir beskrevet i de neste delkapitlene.

3.6.1 Kredibilitet

Kredibilitet omtales som en parallell til *intern validitet*, og innebærer i hvilken grad resultatene er troverdige og blir gjort tilgjengelig for andre. I tillegg innebærer det om forskningen er gjennomført i henhold til god forskningspraksis (Clark et al., 2021). Det handler med andre ord om hvorvidt vi har grunnlag for å uttale oss om kausalitet og om dataene virkelig måler det vi sier at de måler (Postholm & Jacobsen, 2018). Wellington (2015) hevder at kasusstudier kan være innsiktsfulle og gi et godt bilde av virkeligheten. I tillegg kan kasusstudier som blir gjennomført i skolesammenheng ha verdi for læring og undervisning, som er med på å styrke *kredibiliteten*. En svakhet er derimot at det er vanskelig å identifisere kausalitet i denne typen studiedesign. Vi vil påstå at vår studie er gjennomført i henhold til god forskningspraksis, ettersom vi har fulgt de formelle retningslinjene ved å melde inn studien og fått godkjennelse av Norsk senter for forskningsdata (videre kalt NSD) (*Vedlegg 1*). I tillegg har vi gitt informasjon om hva deltakelse i studien innebærer og innhentet et informert skriftlig samtykke fra deltakerne. Dette ble gjort gjennom et informasjonsskriv (*Vedlegg 2*). Denne masteravhandlingen blir gjort tilgjengelig for andre gjennom nettsidene til Universitet i Agder ved prosjektslutt.

3.6.2 Overførbarhet

Overførbarhet omtales som en parallell til *ekstern validitet*, og innebærer om funnene som er gjort i denne studien er overførbare til andre kontekster, eller kan gjennomføres på nytt i en lignende kontekst (Clark et al., 2021). Det handler med andre ord om det er grunnlag for å generalisere funnene ut over denne konkrete studien. Kasusstudier er basert på en kvalitativ metode, der hensikten er å gå i dybden på et eller flere kasus. Ettersom denne studien er en flerkasusstudie, har vi dermed ikke grunnlag for å generalisere funnene ut over denne studien. Dette er en tydelig svakhet med tanke på studiens *overførbarhet*. Prosjektdeltakerne ble valgt tilfeldig og inkluderer elever med ulike holdninger, ferdigheter og kunnskaper. Vi anser våre prosjektdeltakere som representative for norske skoleelever på 8. og 9. trinn. Detaljerte beskrivelser av både gjennomføring og datainnsamling, kombinert med et representativt utvalg, øker studiens mulighet for replikasjon. Dette er med på å styrke *overførbarheten*. Samtidig uttrykker Wellington (2015) at kasusstudier som blir gjennomført flere ganger ofte vil gi ulike resultater, noe svekker *overførbarheten*.

3.6.3 Pålitelighet

Pålitelighet omtales som en parallell til *reliabilitet*, og handler om i hvilken grad denne studien er til å stole på (Clark et al., 2021). Det innebærer om funnene også kan gjelde til andre tidspunkt og om det er konsistens i funnene. I tillegg handler det om i hvilken grad funnene er observatøruavhengige, altså at andre observatører bør ende opp med tilsvarende funn basert på den samme teorien og empirien (Clark et al., 2021). Vår studie er i liten grad observatøruavhengig, ettersom vår tilstedeværelse i klasserommet kan ha påvirket våre data. Vi har fokusert på å la elevene tenke selv, fremfor å prøve å få dem til en tenke slik vi ønsker. Som lærer har man derimot alltid en påvirkningskraft på elevene, og det kan dermed hende at vi har påvirket elevenes tenking gjennom for eksempel å stille ledende spørsmål. I tillegg kan vår analyse og tolkning av elevenes tenking være influert av gruppedynamikken. Selv om alle elevene på en gruppe bruker samme strategi, kan det hende at dette egentlig bare gjelder én av disse elevene og at resten av gruppen «henger seg på». Vi har etterstrebet å gjøre studien så gjennomsiktig som mulig. I den anledning er beskrivelser av gjennomføring, samt redegjørelser for innsamling og analyse av data presentert på en detaljert og nøyaktig måte. I tillegg ligger alle tabeller og transkripsjoner vedlagt i sin helhet. Dette øker muligheten for at resultatene som kommer frem i denne studien kan kontrolleres og etterprøves, og styrker dermed studiens *pålitelighet* (Dalland, 2017).

3.6.4 Bekreftbarhet

Bekreftbarhet omtales som en parallell til *objektivitet*, og innebærer i hvilken grad forskeren kan ha påvirket funnene gjennom egne synspunkter og verdier (Clark et al., 2021). Ifølge Dalland (2017) er det en myte at en forsker kan være verdinøytral. Våre personlig og faglige verdier kan, og har sannsynligvis, vært med å påvirke dataanalysen og tolkninger av teori. Eksempelvis er det sannsynlig at andre forskere ville analysert og kodet data fra mappene og transkripsjonene på en annen måte. I tillegg ville andre forskere kanskje observert, transkribert og presentert resultatet med et annet fokus. Ettersom fokuset vårt har vært å undersøke hva som kjennetegner elevenes tenking, kan det hende at vi har gått glipp av andre vesentlig momenter i denne studien. Samtidig kan det hende at vi har vært for ensporet og for mye på leting etter bekreftelser på algebraisk tenking. Vi er dermed åpne og bevisste på at egne synspunkter og verdier kan ha påvirket resultatene som fremkommer. Likevel har vi etterstrebet å holde oss verdinøytrale, selv om dette ifølge Dalland (2017) ikke er mulig.

3.7 Etiske betraktninger

I denne studien har personopplysninger blitt behandlet ved hjelp av datamaskiner og utstyr. Dermed var denne studien meldepliktig. Det ble sendt en søknad til NSD omtrent 3 måneder før datainnsamlingen startet, og denne ble godkjent kort tid etter (*Vedlegg 1*). I sammenheng med dette ble det utarbeidet et informasjonsskriv (*Vedlegg 2*) for å innhente et informert skriftlig samtykke fra elevenes foresatte før en eventuell deltakelse i studien. Her ble det gitt informasjon om hva deltakelse i prosjektet innebærer, at det er frivillig å delta og at deltakerne når som helst kan trekke sitt samtykke uten å oppgi en grunn. Dette ble også gjort muntlig i starten av studien, og før det skulle gjennomføres video- og lydopptak. All informasjon fra mappene er anonymisert i både tabeller og i presentasjon av resultater. Transkripsjonene fra video- og lydopptak er også anonymisert. Det er altså ikke mulig å knytte noen av disse opplysningene til enkeltpersoner (Dalland, 2017). Video- og lydopptakene ble overført til en kryptert mappe på to eksterne harddisker og slettet fra videokameraene og lydopptakerne etter gjennomføringen. Mappene vil bli destruert, og opptakene vil bli slettet ved prosjektslutt.

4 RESULTATER OG ANALYSE

I dette hovedkapittelet presenteres resultater og funn fra vår studie i lys av våre to forskningsspørsmål. Først kommer en oversikt over hvor hyppig de ulike løsningsmetodene ble brukt i time 4. Deretter presenteres funn relatert til hva som karakteriserer elevenes tenking ved bruk av ulike løsningsmetoder, etterfulgt av funn relatert til hvilke sammenhenger elevene på 8. og 9. trinn ser mellom symbolsk algebra og løsningsmetodene som ble innført.

4.1 Bruk av løsningsmetoder i time 4

I dette kapittelet presenteres forskjeller og likheter i forhold til hvor hyppig de ulike løsningsmetodene ble brukt i time 4. Her ser vi bort fra blanke besvarelser og besvarelser med kun svar, med unntak av besvarelsene til fokusgruppene på 9. trinn. Grunnen til dette kommer vi nærmere inn på i *delkapittel 4.1.3*. Vi har kun fokusert på besvarelser der elevene har benyttet en av følgende løsningsmetoder: *Prøv og feil metoden*, *blokkmetoden*, *x-metoden* eller en kombinasjon av *blokkmetoden* og *x-metoden*. Denne kombinasjonen gikk ut på at *blokkmetoden* ble benyttet for å uttrykke de ukjente verdiene og visualisere forholdet mellom dem. Når elevene skulle utarbeide en likning og manipulere denne, ble blokkene konvertert til x. Verdien for x ble videre brukt for å finne de ukjente verdiene, basert på uttrykkene med blokker. Eksempler på dette presenteres i *delkapittel 4.4.2*. Videre følger en oversikt som viser hvor hyppig de ulike løsningsmetodene ble benyttet på 8. og 9. trinn. Deretter kommer en lignende oversikt for fokusgruppene på hvert av trinnene.

4.1.1 8. trinn og 9. trinn

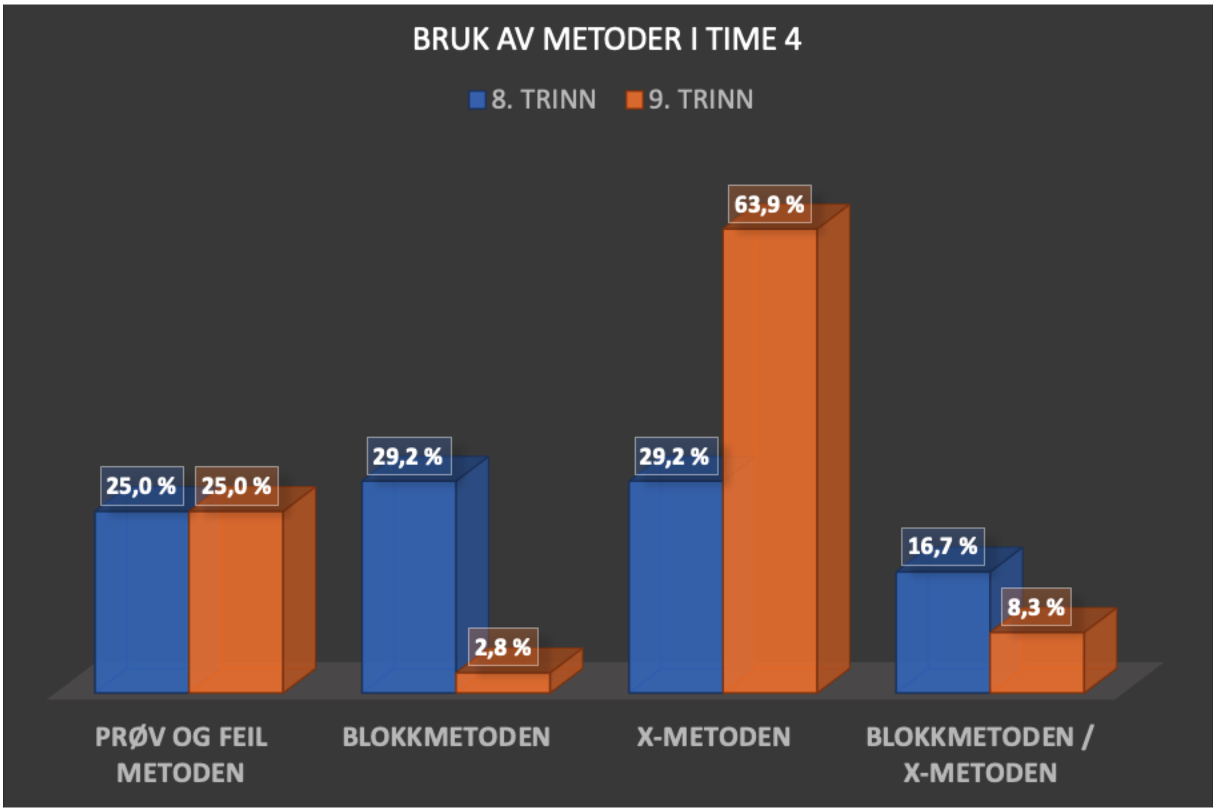
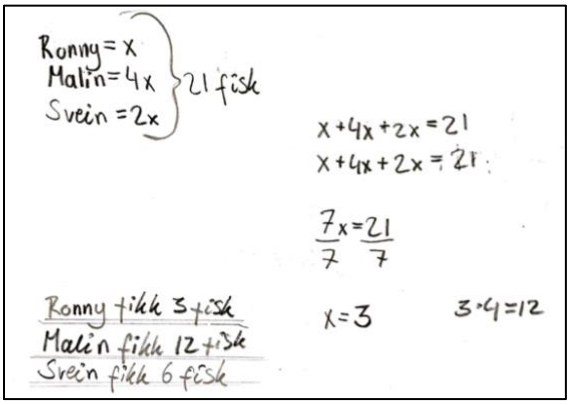
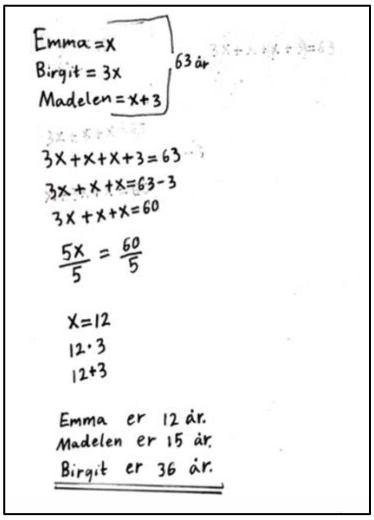


Diagram 4.1 Bruk av løsningsmetoder i time 4, 8. trinn og 9. trinn

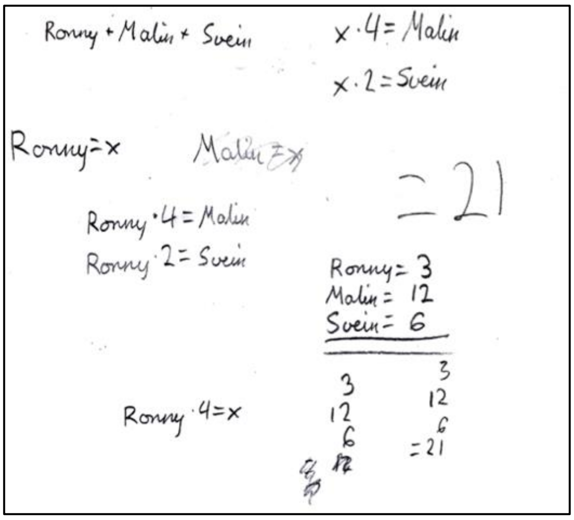
Diagram 4.1 viser hvor stor prosentandel hver løsningsmetode utgjør av besvarelsene på 8. og 9. trinn. Når det gjelder besvarelser der *prøv og feil metoden* ble benyttet er prosentandelen på trinnene den samme (25%). Dette er den eneste klare likheten mellom trinnene. Det en tydelig forskjell på besvarelsene der *blokkmetoden* ble brukt, henholdsvis 29,2% på 8. trinn og 2,8% på 9. trinn. En forklaring på dette kan være at elevene på 9. trinn i mye større grad brukte *x-metoden* (63,9%) i sine besvarelser. Denne løsningsmetoden ble kun brukt på 29,2% av besvarelsene på 8. trinn. Enkelte elever har benyttet en kombinasjon av *blokkmetoden* og *x-metoden*, henholdsvis 16,7% av besvarelsene på 8. trinn og 8,3% på 9. trinn. En forklaring på forskjellene som kommer frem kan være at elevene på 9. trinn hadde sett en sammenheng mellom *x-metoden* og *blokkmetoden* før *x-metoden* ble introdusert. Flere av elevene på 9. trinn begynte å løse oppgaver med *x-metoden* allerede i time 1. Eksempler på dette er vist i besvarelsene til Mia (*Figur* 4.1) og Nora (*Figur* 4.2). Disse elevene benyttet konsekvent *x-metoden* når de skulle bruke *blokkmetoden* i de foregående timene. Adam (*Figur* 4.3) benyttet også *x-metoden* allerede i time 1, som den eneste eleven på 8. trinn. I motsetning til elevene på 9. trinn, benyttet Adam derimot *blokkmetoden* i de tre siste timene.



Figur 4.1 Oppgave 1 til time 1, Mia



Figur 4.2 Oppgave 2 til time 1, Nora



Figur 4.3 Oppgave 1 til time 1, Adam

En representasjon kan være et tegn eller et objekt (Berg, 2013; Swan, u.å.). En blokk og en x er dermed to ulike semiotiske representasjoner som representerer en ukjent verdi. Det kan dermed tyde på at elevene på 9. trinn forstod at både en blokk og en x kunne representerte den ukjente verdien, da de konsekvent brukte *x-metoden* når de ble bedt om å bruke *blokkmetoden* i de foregående timene. En årsak til dette kan være at elevene på 9. trinn har arbeidet mer med symbolsk algebra enn elevene på 8. trinn. Disse elevene har fullført 8. trinn, der algebra er en sentral del av kompetansemålene (Kunnskapsdepartementet, 2019). Noe som er viktig å nevne i denne sammenhengen er at elevene ikke hadde fått noen introduksjon av *x-metoden* på daværende tidspunkt. Denne løsningsmetoden ble introdusert gjennom et løsningsforslag som ble delt ut i slutten av time 4. På 8. trinn fikk elevene mulighet til å jobbe videre med oppgavene etter at de hadde diskutert løsningsforslaget med *x-metoden*. Dette resulterte i at fokusgruppene på 8. trinn brukte *x-metoden* når de arbeidet videre med oppgavene, noe de ikke hadde gjort tidligere. Alle besvarelsene på 8. trinn der *x-metoden* er benyttet kom dermed etter at *x-metoden* hadde blitt introdusert. På 9. trinn ønsket vi at elevene skulle bruke mer tid på diskusjonen, da flere av disse elevene allerede hadde sett en sammenheng mellom *blokkmetoden* og *x-metoden*. Derfor samlet vi inn mappene når diskusjonen startet. Elevene på 9. trinn fikk dermed ikke mulighet til å arbeide videre med oppgavene etter diskusjonen.

To elever på 8. trinn brukte likevel en kombinasjon av *blokkmetoden* og *x-metoden*, før *x-metoden* ble introdusert. Denne kombinasjonen innebærer konvertering mellom en algebraisk og en grafisk representasjon (Duval, 2006; Janvier, 1987). Denne konverteringen kan tyde på at disse to elevene ser en sammenheng mellom disse løsningsmetodene. Ettersom elevene på 8. trinn ikke brukte *x-metoden* før løsningsforslaget ble delt ut, blir forskjellene mellom trinnene enda tydeligere. Disse resultatene kan dermed tyde på at elevene på 9. trinn i mye større grad så en sammenheng mellom *blokkmetoden* og symbolsk algebra på egenhånd. Dette er interessant da vi ønsket å undersøke hvilke sammenhenger elever på 8. og 9. trinn ser mellom symbolsk algebra og løsningsmetodene som ble innført.

4.1.2 Fokusgruppe 8-A og 8-B

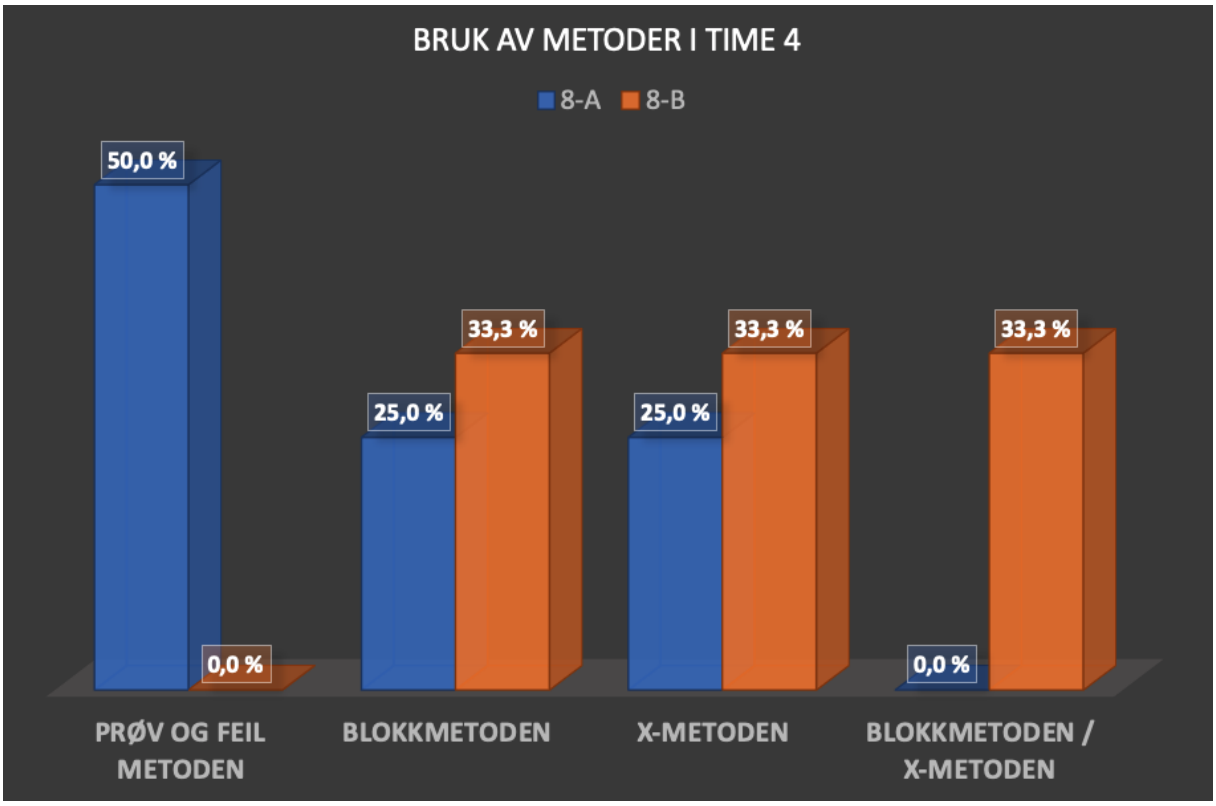


Diagram 4.2 Bruk av løsningsmetoder i time 4, fokusgruppe 8-A og fokusgruppe 8-B

Diagram 4.2 viser hvor stor prosentandel hver løsningsmetode utgjør av besvarelsene til fokusgruppe 8-A og 8-B. Det er en vesentlig forskjell når det gjelder besvarelser der *prøv og feil metoden* ble benyttet, henholdsvis 50% av besvarelsene på fokusgruppe 8-A og 0% på fokusgruppe 8-B. Fra transkripsjonen kommer det frem hvordan elevene valgte hvilke løsningsmetoder de skulle bruke på de ulike oppgavene. Fokusgruppe 8-A er uenige om hvilken løsningsmetode de liker best, og velger dermed å løse noen av oppgavene med *prøv og feil metoden* og noen med *blokkmetoden*:

AMALIE: Jeg liker best prøv og feil metoden, men han (Adam) liker best blokkmetoden, så vi kan jo bare ta forskjellig da? Eller?
ADAM: Vi skal jo jobbe i en gruppe.
AMALIE: Ja.

ANNE: Ja, vi kan jo ta noen oppgaver med blokkmetoden og noen med prøv og feil metoden.
AMALIE: Ja, okey. Hvilken skal vi begynne med da? Prøv og feil eller blokkmetoden?
ANNE: Det er akkurat det samme for meg.
ADAM: Vi kan ta prøv og feil først.

Fokusgruppe 8-B blir enige om å bruke *blokkmetoden*, da de anser denne løsningsmetoden som bedre:

BERIT: Okey. Skal vi bruke den boksegreia eller den derre andre tingen?
BRAGE: Boks.
BIRGER: Ja, blokkmetoden.
BERIT: Vi kan bruke blokkmetodegreia.
BRAGE: Den er mye bedre.

Det kan tyde på at forskjellen når det gjelder bruk av *prøv og feil metoden* handler om at enkelte elever på fokusgruppe 8-A foretrekker denne løsningsmetoden fremfor *blokkmetoden*, i motsetning til fokusgruppe 8-B. Videre ser vi at forskjellene på besvarelser med bruk av *blokkmetoden* er 25% på fokusgruppe 8-A og 33,3% på fokusgruppe 8-B. Det samme gjelder besvarelser med bruk av *x-metoden*. Begge fokusgruppene gjorde én oppgave hver med *x-metoden*, og grunnen til forskjellen i prosent er fordi fokusgruppe 8-A gjorde én oppgave mer enn fokusgruppe 8-B. Når det gjelder besvarelser der elevene benyttet en kombinasjon av *blokkmetoden* og *x-metoden* er det en tydelig forskjell mellom fokusgruppene. På fokusgruppe 8-B ble denne kombinasjonen brukt på 33,3% av besvarelsene, samtidig som 0% av besvarelsene på fokusgruppe 8-A inneholdt denne løsningsmetoden. Disse resultatene kan tyde på at elevene på fokusgruppe 8-B i større grad så en sammenheng mellom *blokkmetoden* og symbolsk algebra, før *x-metoden* ble introdusert.

4.1.3 Fokusgruppe 9-M og 9-N

Diagram 4.3 viser hvor stor prosentandel hver løsningsmetode utgjør av besvarelsene til fokusgruppe 9-M og 9-N. Ettersom åtte av besvarelsene på fokusgruppe 9-N inneholder kun svar, har vi valgt å inkludere disse besvarelsene i dette diagrammet. Grunnen til dette er fordi forskjellen mellom disse fokusgruppene ville blitt misvisende dersom vi ikke hadde inkludert besvarelser med kun svar, da disse utgjør en stor prosentandel av besvarelsene.

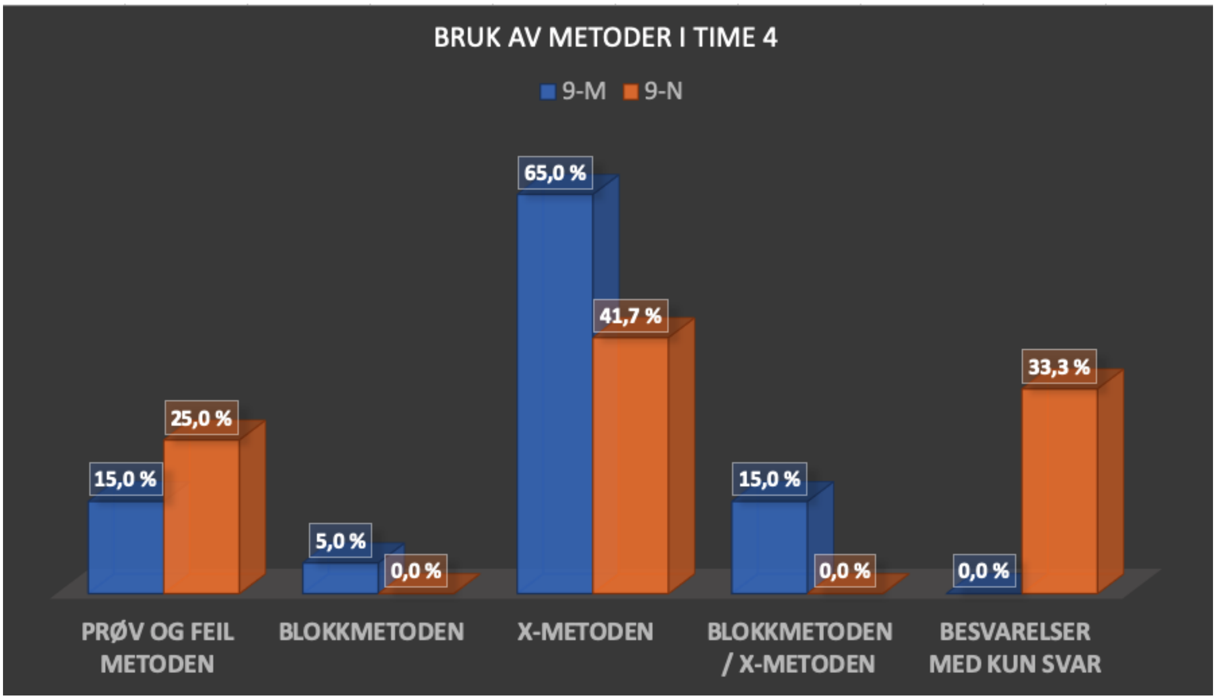


Diagram 4.3 Bruk av løsningsmetoder, fokusgruppe 9-M og fokusgruppe 9-N

Prøv og feil metoden ble brukt på en større andel av besvarelsene på fokusgruppe 9-N (25%) i forhold til fokusgruppe 9-M (15%). På fokusgruppe 9-M var det kun Magnus som benyttet *prøv og feil metoden* i sine besvarelser. Grunnen til dette kommer vi nærmere inn på i *delkapittel 4.3.4*. På fokusgruppe 9-N var det lite konsentrasjon i arbeidet med oppgavene, og 33,3% av besvarelsene inneholdt kun svar. Disse elevene ser på besvarelsene til sidemannen, og har derfor fått korrekt svar. Dette bekreftes under arbeid med Håndballoppgaven:
NIKOLAI: Siri scoret fire mål, Kristin scoret elleve mål.
NINA: Elleve ...
NATALIE: Hvordan visste du det? (Spør Nina)
NINA: Jeg så på han (Nikolai).

Det er kun Marit på fokusgruppe 9-M som har brukt *blokkmetoden* i én av sine besvarelser, noe som utgjør 5% av denne gruppens besvarelser. Videre bruker denne eleven en kombinasjon av *blokkmetoden* og *x-metoden* på resten av sine besvarelser, noe som utgjør 15%. På fokusgruppe 9-N var det 0% av besvarelsene som inneholdt *blokkmetoden* og/eller en kombinasjon av *blokkmetoden* og *x-metoden*. Når det gjelder besvarelser med bruk av *x-metoden* ser vi en merkbar forskjell, henholdsvis 65% av besvarelsene på fokusgruppe 9-M og 41,7% av besvarelsene på fokusgruppe 9-N. Disse resultatene kan tyde på at elevene på fokusgruppe 9-M i større grad så en sammenheng mellom *blokkmetoden* og symbolsk algebra.

4.2 Oversikt over løsningsmetoder og oppgaver i time 4

I dette kapittelet presenteres en oversikt over hvilke løsningsmetoder som ble benyttet i time 4. Deretter følger de fire første oppgavene til denne timen.

		OPPGAVE			
		ALDERSOPPGAVE 1	SKIOPPGAVEN	HÅNDBALLOPPGAVEN	ALDERSOPPGAVE 2
NAVN PÅ ELEV	ANNE	P	B	P	X
	ADAM	P	B	P	X
	AMALIE	P	B	P	X
	BERIT	B	B	X	0
	BENDIK	BX	BX	X	0
	BIRGER	B	B	X	0
	BRAGE	BX	BX	X	0
	MARIT	B	BX	BX	BX
	MAGNUS	P	X	P	P
	MIA	X	X	X	X
	MONA	X	X	X	X
	METTE	X	X	X	X
	NINA	P	X	S	P
	NIKOLAI	P	P	P	P
	NORA	X	S	S	S
	NATALIE	S	S	S	S
	NILS	X	X	X	X
	NANCY	X	X	X	X

GRUPPE 8-A
GRUPPE 8-B
GRUPPE 9-M
GRUPPE 9-N

KORREKT SVAR

P = PRØV OG FEIL METODEN
B = BLOKKMETODEN
X = X-METODEN
BX = BLOKKMETODEN / X-METODEN
S = BESVARELSER MED KUN SVAR
0 = BLANKE BESVARELSER

Tabell 4.1 Oversikt over bruk av løsningsmetoder i time 4

Besvarelsene som blir presentert videre i dette hovedkapittelet vil i all hovedsak være basert på de fire første oppgavene til time 4. Besvarelser som inneholder andre oppgaver enn disse vil inkludere en beskrivelse av den aktuelle oppgaven. De fire første oppgavene til time 4 blir presentert på neste side.

Aldersoppgave 1
Petter, Niklas og Didrik er til sammen 49 år. Petter er dobbelt så gammel som Niklas, men halvparten så gammel som Didrik. **Hvor gamle er hver av dem?**

Skioppgaven
Robert elsker å gå på langrenn om vinteren. Vinteren 2021 gikk han tre ganger så langt som vinteren 2020. Vinteren 2019 gikk han 30 km lengre enn vinteren 2020. Til sammen har han gått 780 km. **Hvor langt har Robert gått langrenn hver vinter?**

Håndballoppgaven
Kristin, Siri, Andrea og Gry spilte håndballkamp og scoret 34 mål til sammen. Gry ble toppscorer og scoret tre ganger så mange mål som Siri. Andrea scoret 3 mål mer enn Siri, mens Kristin scoret like mange mål som Siri og Andrea til sammen.
Hvor mange mål scoret de hver?

Aldersoppgave 2
Bjørn og Solveig er besteforeldrene til Yngve, mens Randi er moren til Yngve. De er 185 år til sammen. Randi var 20 år da hun fikk Yngve. Bjørn er ni ganger eldre enn Yngve, mens Solveig er fem år eldre enn Bjørn. **Hvor gamle er hver av dem?**

4.3 Hva karakteriserer elevers tenking ved bruk av ulike løsningsmetoder i arbeid med algebraiske tekstoppgaver?

I dette kapittelet presenteres besvarelser som kan vise hva som karakteriserer elevers tenking ved bruk av ulike løsningsmetoder i arbeid med algebraiske tekstoppgaver, fordelt på ulike delkapitler. Først kommer besvarelser som viser hvilken strategi elevene bruker for å velge den verdien de tar utgangspunkt i. Deretter følger besvarelser som viser hvordan enkelte elever velger det første tallet ved bruk av *prøv og feil metoden*. Videre presenteres besvarelser som viser ulike måter *prøv og feil metoden* er benyttet på, etterfulgt av besvarelser ved bruk av *blokkmetoden*. Til slutt blir besvarelser ved bruk av symbolsk algebra presentert.

4.3.1 Ta utgangspunkt i den minste verdien

En strategi som er svært fremtredende etter at elevene har lest oppgavene, er at de først finner ut hvilken av de ukjente verdiene i oppgaven som er minst, for så å ta utgangspunkt i denne. Elevene jobber da med overgangen mellom *overflatestrukturen* og *den dype strukturen* i tekstoppgaven, altså forståelsesfasen (Chi et al., 1981; Koedinger & Nathan, 2004). Dette gjelder samtlige fokusgrupper, uavhengig av oppgave og hvilken løsningsmetode som benyttes. Formuleringene rundt hvordan dette kommer frem var derimot noe ulik. Videre presenteres ulike formuleringer på hvordan elevene diskuterer og kommer frem til hvilken av de ukjente verdiene som er minst, altså verdien de ønsker å ta utgangspunkt i.

På Aldersoppgave 1 benytter alle elevene på fokusgruppe 8-A *prøv og feil metoden*, og bruker formuleringen *minst*:

ANNE: Så når jeg gjør prøv og feil metoden så pleier jeg hvert fall å skrive opp navnene.
ADAM: Ja.
ANNE: Så må jeg først finne ut hvem som er minst.

Det samme gjelder på Håndballoppgaven der de også benytter *prøv og feil metoden*. På Skioppgaven bruker denne fokusgruppen *blokkmetoden*, og uttrykker at den minste verdien kan representeres med *en blokk*:

ANNE: Okey, så han gikk minst i 2020.
ADAM: Så 2020 kan vi ta en blokk da.

Det å finne ut hvem som er *minst* og hvilken verdi som skal representeres som *en blokk*, er begge ulike måter å uttrykke hvilken av de ukjente verdiene som er minst. På Aldersoppgave 2 benytter fokusgruppe 8-A *x-metoden*, og uttrykker at den minste verdien skal representeres som x:

ANNE: Okey. Så vi vet at han Yngve fyren er minst hvert fall. Og så Randi var mammaen hans så hun må være ... Og så var Solveig fem år eldre enn Bjørn. Så da vet vi at Yngve blir da x. Randi blir ...

Uavhengig av hvilken løsningsmetode elevene på fokusgruppe 8-A benytter, finner de først den minste verdien og tar utgangspunkt i denne, men formulerer dette ulikt basert på løsningsmetoden som benyttes. På fokusgruppe 8-B brukes de samme formuleringene, men her var ikke de ulike formuleringene basert på løsningsmetoden som benyttes. Håndballoppgaven er et eksempel på dette, hvor denne fokusgruppen bruker *x-metoden*. Her blir formuleringene *først*, *en blokk* og *en x* brukt for å beskrive den minste verdien:

BERIT: Okey. Hvem av de er først?
BENDIK: Tre ganger så mange som Siri ...
BERIT: Okey, så Siri har en blokk, eller ja. Siri har en x.

Fokusgruppene på 9. trinn bruker også lignende formuleringer for å finne ut hvilken av de ukjente verdiene som er minst. På Aldersoppgave 1 bruker tre av elevene på fokusgruppe 9-M (Mia, Mona og Mette) *x-metoden*, en av elevene (Marit) *blokkmetoden* og den siste eleven (Magnus) *prøv og feil metoden*. Magnus kommuniserer ikke med resten av fokusgruppen på denne oppgaven. Elevene som benytter *x-metoden* bruker formuleringen *x*, samtidig som Marit bruker formuleringen *en boks* for å beskrive den minste verdien. Denne parallelle kommunikasjonen ved bruk av ulike løsningsmetoder, kommer vi nærme inn på i *delkapittel 4.4.2*. Beskrivelsen av den minste verdien blir formulert på følgende måte:

MALIN: Okey, hvem er vår x?
MARIT: Okey, Peter er dobbelt så gammel som Niklas, men halvparten ... Det er Niklas som er x?
MARIE: Peter er dobbel så gammel som Niklas, men halvparten som Didrik.
MALIN: Da kan Niklas være vår x.
MARIT: Okey, Niklas er en boks.

På Håndballoppgaven blir også formuleringen *x* brukt. Når elevene har funnet den minste verdien, uttrykker Malin at de tar utgangspunkt i denne verdien fordi alt er i forhold til Siri:

MALIN: Så Siri. Er ikke Siri ...
MARIT: Det er Gry som er toppscorer.
MALIN: Men Siri er vår x. Er det ikke det?
MARIT: Ja.
MALIN: Siden alt går ... Alt er i forhold til Siri.
METTE: Mhm.
MALIN: Så Siri er x.

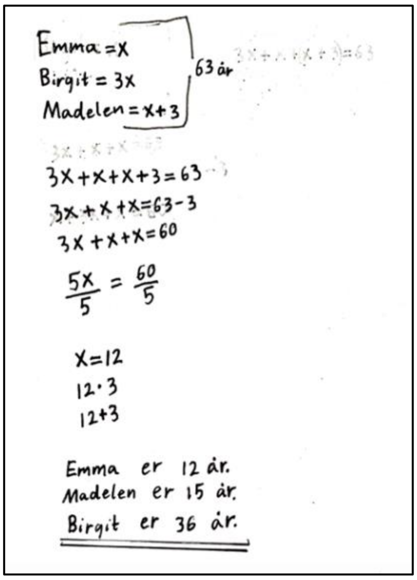
En annen begrunnelse for å ta utgangspunkt i den minste verdien, blir uttrykt av Nancy på fokusgruppe 9-N når de jobber med Aldersoppgave 1, der Nils og Nancy bruker *x-metoden*. Det kan virke som at Nancy har forstått at Niklas er yngst, og argumenterer derfor med at det er lettere å ta utgangspunkt i Niklas. Som hun selv forklarer, unngår man dermed halve x-er. Dette vil gjøre den analytiske manipuleringen enklere, da verdien man tar utgangspunkt i påvirker kompleksiteten (Bell, 1996; Radford, 2014). Det som er interessant i utdragene fra begge fokusgruppene på 9. trinn er at disse elevene både argumenterer og begrunner hvorfor de tar utgangspunkt i den minste verdien. Her blir forholdet mellom de ukjente verdiene tolket for å videre utforme og konstruere uttrykk og en likning. Når uttrykkene blir utformet tenker Nancy frem mot hvordan manipuleringen av likningen kan bli enklest mulig:

NILS: Jeg tror Peter er den som dette går ut ifra da, ikke sant? For det står at Peter er dobbelt så gammel som Niklas er det vell.

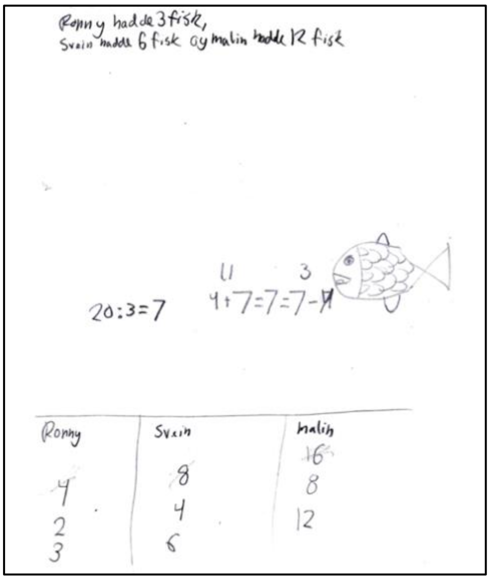
...

NANCY: Det er lettere at Niklas er x-en for da får du ikke noen halve x-er.

Oppsummert ser vi at alle fokusgruppene starter med å diskutere seg frem til hvilken av de ukjente verdiene som er minst, og velger å ta utgangspunkt i denne. Dette blir uttrykt med ulike formuleringer, altså ulike verbale representasjoner (Janvier, 1987; Swan, u.å.). Strategien er den samme hos alle fokusgruppene, uavhengig av oppgave og løsningsmetode. Denne strategien ble benyttet allerede fra første time, og eksempler på dette er tidligere presentert i *delkapittel 4.1.1*. Disse eksemplene ble presentert i forbindelse med at enkelte elever brukte *x-metoden* allerede i time 1, men også her ble det tatt utgangspunkt i den minste verdien. For å vise to eksempler på besvarelser fra time 1 der det blir tatt utgangspunkt i den minste verdien presenteres igjen besvarelsen til Nora (*Figur* 4.4), i tillegg til en besvarelse fra Berit (*Figur* 4.5). En årsak til at denne strategien benyttes i så stor grad, kan være fordi dette er den strategien elevene vanligvis bruker i arbeid med tekstoppgaver.



Figur 4.4 Oppgave 2 til time 1, Nora



Figur 4.5 Oppgave 1 til time 1, Berit

4.3.2 Ta utgangspunkt i gjennomsnitt for å velge første tall

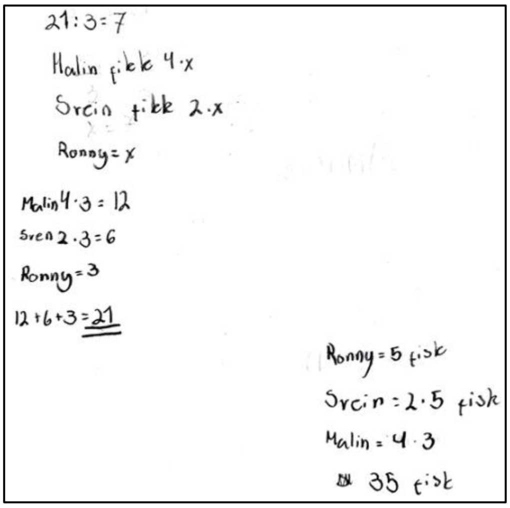
Den mest fremtredende strategien som blir brukt på begge trinnene ved bruk av *prøv og feil metoden*, er å starte med et tilfeldig tall. I time 1 velger derimot Amalie (*Figur* 4.6) og Nina (*Figur* 4.7) først å regne ut et gjennomsnitt. Dette kan relateres til en resonneringsprofil Bednarz og Janvier (1996) omtaler som «Share and then generate». Den går ut på å finne et utgangspunkt ved at den kjente totalverdien blir dividert på antall ukjente verdier, altså finne gjennomsnittet. Disse besvarelsene presenteres etter oppgavetekstene.

Oppgave 1 til time 1

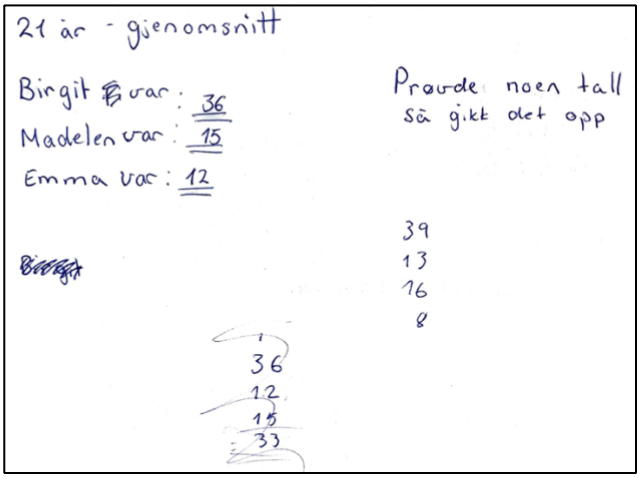
Ronny, Malin og Svein var på fisketur og fikk 21 fisk til sammen. Malin fikk fire ganger flere fisk enn Ronny, mens Svein fikk dobbelt så mange fisk som Ronny.
Hvor mange fisk fikk hver av dem?

Oppgave 2 til time 1

Birgit er moren til Madelen og Emma. De er 63 år til sammen. Emma er en tredjedel av alderen til Birgit. Madelen er tre år eldre enn Emma. **Hvor gamle er hver av dem?**



Figur 4.6 Oppgave 1 til time 1, Amalie



Figur 4.7 Oppgave 2 til time 1, Nina

Amalie og Nina velger å finne et gjennomsnitt ved å dividere totalverdien på antall ukjente verdier. En årsak til dette kan være at disse elevene ønsker å finne et utgangspunkt for hvilket tall de skal prøve først. Eksempelvis finner Amalie og Nina ut gjennomsnittet av totalverdien, henholdsvis 7 på oppgave 1 og 21 på oppgave 2. Det kan virke som at det første tallet de velger er basert på dette gjennomsnittet, da de videre prøver et tall som er mindre enn dette. Amalie bruker i tillegg symbolsk algebra for å representere de ukjente verdiene før hun går videre med å bruke *prøv og feil metoden*. Dette går vi nærmere inn på i *delkapittel 4.4.1*.

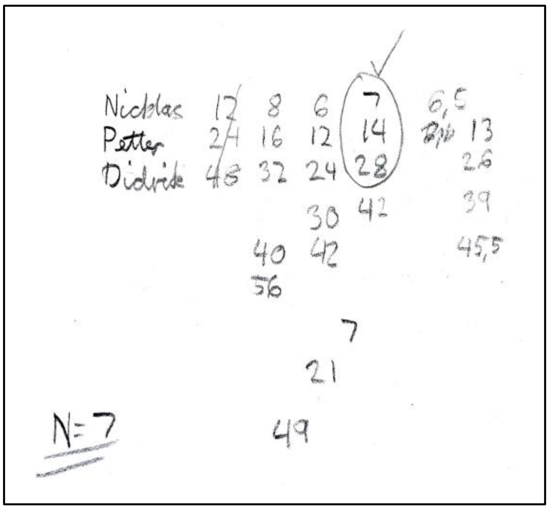
4.3.3 Prøv-feil-forbedre

Den varianten av *prøv og feil metoden* som er hyppigst brukt i besvarelsene, kalles prøv-feil-forbedre (Eisenmann et al., 2019; Stacey & MacGregor, 1999). Denne varianten er basert på resonering og logisk tankegang, der man tar utgangspunkt i det forrige tallet når det prøves et nytt tall. Dette kan relateres til en resonneringsprofil Bednarz og Janvier (1996) omtaler som «Create a starting state by using a fictional number». Videre presenteres to eksempler der denne varianten er benyttet.

4.3.3.1 Aldersoppgave 1, fokusgruppe 8-A

På Aldersoppgave 1 benytter alle elevene på fokusgruppe 8-A varianten prøv-feil-forbedre. I mappen til elevene på 8. trinn var det en feil i oppgaveteksten: «Petter, Niklas og Didrik er til sammen 48 år.» Her skulle det stått 49 år. Denne feilen ble ikke oppdaget før elevene hadde arbeidet en stund med oppgaven. Dette førte til at elevene fikk problemer med å finne korrekt løsning. Når elevene har funnet ut av hvem som er yngst og hvem de skal ta utgangspunkt i, begynner de å prøve ulike tall:

ANNE: Ja, ja også Niklas. Så da er Niklas minst. Og så Petter. Og så Didrik. Har noen et tall? Vi kan jo prøve hvis Niklas er tolv.
AMALIE: Ja, vi kan prøve det.
ANNE: Så hvis Niklas er tolv ...
ADAM: Så er Petter dobbelt så gammel
ANNE: Ja, og da er han tjuefire.
ADAM: Og så er Didrik nei, Didrik er ...
ANNE: Dobbelt så gammel som Petter.
ADAM: Ja.
ANNE: Det blir altfor mye.
ADAM: Det blir for mye.

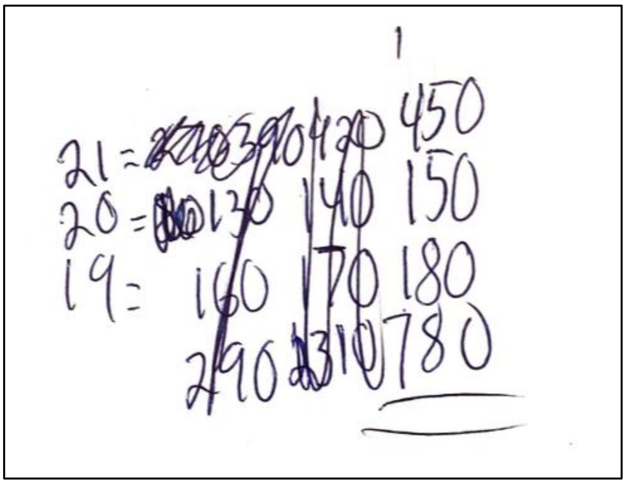


Figur 4.8 Aldersoppgave 1, Adam

Videre tar elevene hele tiden utgangspunkt i det forrige tallet når de velger neste tall, som vist i besvarelsen til Adam (*Figur* 4.8). Ettersom den totale alderen blir for høy når tallet 12 blir benyttet for alderen til Niklas, blir strategien videre å prøve et lavere tall. De prøver dermed tallet 8, og finner ut at også dette tallet blir for høyt. De innser at de nærmer seg det korrekte tallet og prøver et enda lavere tall. Denne gangen velger de tallet 6, og finner ut at dette tallet er for lavt i forhold til den totale alderen. Ettersom 8 var for høyt og 6 var for lavt, konkluderer elevene med at Niklas må være 7 år. De sjekker om dette stemmer og får 49 år til sammen. På grunn av feilen i oppgaven førte heller ikke dette til korrekt løsning, og Adam uttrykker at alderen til Niklas må være et desimaltall. De prøver derfor tallet 6,5 og får 45,5 år til sammen. Etter dette blir elevene gjort oppmerksomme på feilen i oppgaven. Elevene forstår da at den korrekte alderen til Niklas er 7 år, og videre at Petter er 14 år og Didrik er 28 år. Den korrekte løsningen er markert med en sirkel.

4.3.3.2 Skioppgaven, Nikolai

Nikolai brukte varianten prøv-feil-forbedre på alle oppgavene i time 4, i motsetning til resten av fokusgruppe 9-N. For å vise et eksempel på dette presenteres Nikolai sin besvarelse på Skioppgaven (*Figur* 4.9). Nikolai prøver først å ta utgangspunkt i et tall (130 km i 2020) som er for lavt i forhold til den totale distansen Robert hadde gått. Deretter prøver han et høyere tall (140 km i 2020), noe som også blir for lavt i forhold til den totale distansen. Det fører til at han prøver et enda høyere tall (150 km i 2020), som denne gangen gir korrekt løsning.



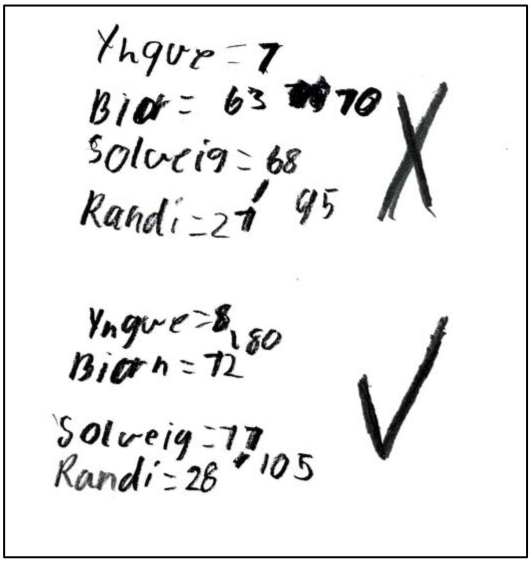
Figur 4.9 Skioppgaven, Nikolai

4.3.4 Prøv og feil metoden, Magnus

Magnus skiller seg ut blant elevene som benytter *prøv og feil metoden*, ettersom de fleste besvarelsene hans kun inneholder svar. Disse besvarelsene er likevel kategorisert som *prøv og feil metoden*, ettersom Magnus prøver ulike tall i hodet før den korrekte løsningen blir skrevet ned. Dette ble oppdaget når Magnus løste Håndballoppgaven, og han ble derfor oppfordret til å skrive ned tallene han prøver videre i sine besvarelser:

JULIAN: Prøver du tall i hodet ditt?
MAGNUS: Ja, det går generelt kjappere føler jeg.
JULIAN: Ja. Hvis du skriver ned de tallene du prøver.
MAGNUS: Ja, okey.
JULIAN: Også hvis du liksom skriver sånn (Peker i mappen til Magnus). Navnene også skriver du de tallene du prøver, og hvis det ikke går så kan du bare sette en sånn strek over, at det var feil.
MAGNUS: Ja, okey.
JULIAN: Så blir det litt sånn systematisk prøv og feil.
MAGNUS: Okey.

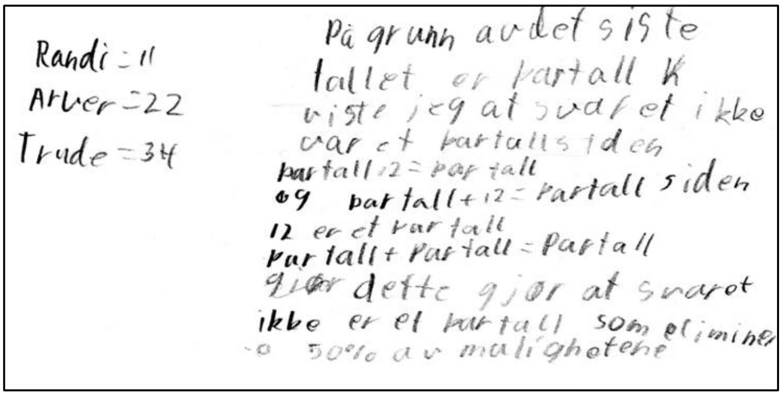
Dette resulterte i at Magnus også skrev ned tall som ikke var korrekt når han løste Aldersoppgave 2 (*Figur* 4.10). Magnus prøver først et tall (7 år for Yngve) som blir for lavt i forhold til den totale alderen. Deretter prøver han et høyere tall (8 år for Yngve), noe som resulterer i korrekt løsning. Ettersom Magnus kun har prøvd to tall, kan vi ikke med sikkerhet si hvilken variant av *prøv og feil metoden* som er benyttet. Det kan tyde på at Magnus har brukt varianten prøv-feil-forbedre, ettersom han prøvde et høyere tall når det første var for lavt. Det kan også hende at Magnus har benyttet en sekvensiell variant, dersom han tok utgangspunkt i en sekvens som startet med tallet 7. Denne varianten innebærer å prøve en sekvens med tall, frem til man kommer til korrekt løsning (Stacey & MacGregor, 1999).



Figur 4.10 Aldersoppgave 2, Magnus

Videre presenteres besvarelsen til Magnus på oppgave 1 til time 3 (*Figur* 4.11), der han benytter *prøv og feil metoden*. Som tidligere nevnt prøver Magnus ulike tall i hodet, fremfor å skrive ned tallene. I denne besvarelsen skriver han derimot ned et resonnement for en bakenforliggende strategi han bruker for å velge hvilke tall han prøver. Denne besvarelsen presenteres etter oppgaveteksten.

Oppgave 1 til time 3
Randi, Arber og Trude er 67 år til sammen. Trude er 12 år eldre enn Arber, og Arber er dobbelt så gammel som Randi. **Hvor gamle er hver av dem?**



Figur 4.11 Oppgave 1 til time 3, Magnus

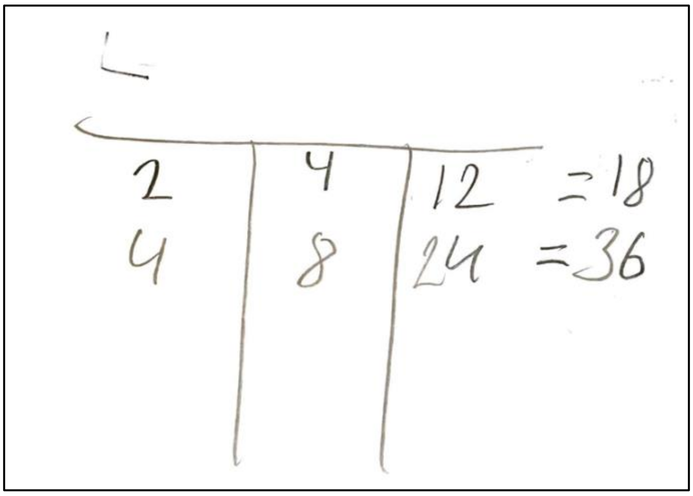
Ettersom teksten i besvarelsen kan være vanskelig å tyde, skriver vi besvarelsen her:
«På grunn av det siste tallet er partall, visste jeg at svaret ikke var et partall siden partall * 2 = partall, og partall + 12 = partall, siden 12 er et partall. Partall + partall = partall. Dette gjør at svaret ikke er et partall som eliminerer 50% av mulighetene.» Dette er interessant, da Magnus resonnerer seg frem til at alderen til Randi («svaret») ikke kan være et partall. Magnus bruker her en strategi som eliminerer 50% av mulighetene, altså alle partall. Dette er et aritmetisk resonnement som ikke ville kommet frem gjennom en algebraisk løsningsmetode. Likevel kan dette resonnementet tyde på en algebraisk tankegang, ettersom Magnus viser forståelse for relasjonelle aspekter i oppgaven. Dette innebærer blant annet å legge merke til strukturer og analysere sammenhenger mellom mengder (Kieran, 2004).

4.3.5 Falsk posisjonering, Bendik

I Bendik sin besvarelse på oppgave 4 til time 2 (*Figur* 4.12), benytter han en løsningsmetode som kalles *falsk posisjonering*. Dette kan ifølge Fülöp (2020) bidra til å utvikle algebraisk tenking. Denne løsningsmetoden kan tolkes som en variant av *prøv og feil metoden*, men er ikke inkludert i modellen til Stacey og MacGregor (1999). Dette kommenteres nærmere i *hovedkapittel 5*. Løsningsmetoden *falsk posisjonering* går ut på å prøve et vilkårlig tall for en ukjent verdi og regne ut en totalverdi. Videre tar man utgangspunkt i denne totalverdien og sammenligner med totalverdien i oppgaven. Forholdet mellom disse totalverdiene blir deretter brukt for å finne det korrekte tallet på den ukjente verdien man først tok utgangspunkt i. Besvarelsen til Bendik blir presentert etter oppgaveteksten.

Oppgave 4 til time 2

David, Jorunn og Siri spiller på samme fotballag og har scoret 36 mål til sammen denne sesongen. Siri ble toppscorer og scoret seks ganger så mange mål som David. Jorunn scoret en tredjedel så mange mål som Siri. **Hvor mange mål scoret hver av dem?**



Figur 4.12 Oppgave 4 til time 2, Bendik

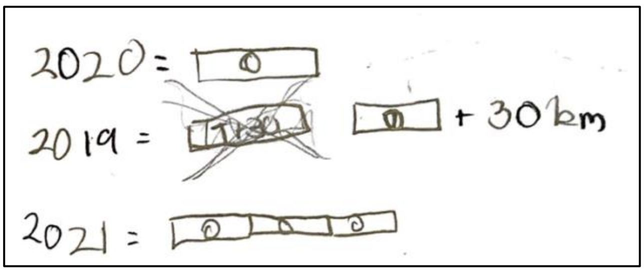
I denne timen ble Bendik observert og utsagn ble notert ned. Bendik prøver først tallet 2 for antall mål scoret av David (den som scoret minst), som totalt blir 18 mål. Ettersom oppgaveteksten sier at det blir scoret 36 mål til sammen, forstår Bendik at han må prøve et høyere tall. Bendik uttrykker at dette tallet må være dobbelt så høyt, ettersom 36 er det dobbelte av 18. Dermed har Bendik, gjennom å bruke *falsk posisjonering*, kommet frem til at David scoret 4 mål, Jorunn scoret 8 mål og Siri scoret 24 mål. Denne typen resonnement viser at Bendik har en forståelse for relasjonene mellom de ukjente verdiene i oppgaven, altså de relasjonelle aspektene (Kieran, 2004). I likhet med besvarelsen til Magnus (*Figur* 4.11), ville ikke denne typen resonnement kommet frem ved bruk av en ren algebraisk løsningsmetode. Det kan derfor være hensiktsmessig å legge til rette for både aritmetisk og algebraisk tenking i matematikkundervisningen.

4.3.6 Blokkmetoden, fokusgruppe 8-A

Blokkmetoden ble for det meste benyttet i kombinasjon med *x-metoden* i time 4, noe som presenteres i *delkapittel 4.4.2*. Fokusgruppe 8-A er den eneste fokusgruppen der alle elevene benyttet *blokkmetoden* på en oppgave, henholdsvis på Skioppgaven. Når elevene skal uttrykke de ukjente verdiene med blokker, kommer det en interessant diskusjon om hva som skal stå inne i blokkene, og hvordan distansen Robert gikk i 2019 skal representeres:

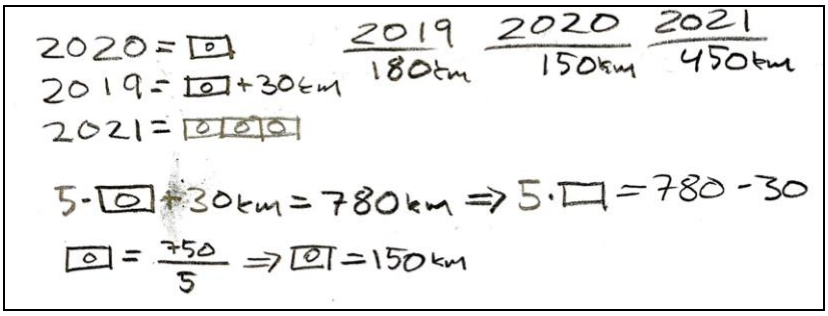
AMALIE: Skal det stå noe inne i de blokkene? Eller er det bare nei, ja.
ANNE: Du må skrive. Se (Viser i Amalie sin mappe). Når du har en blokk, så må du skrive på her pluss tretti.
AMALIE: Å, ja.
ANNE: Ikke inne i blokka. Fordi blokka er jo liksom seg selv.
AMALIE: Okey. Så jeg skriver én inne i blokka og så ...
ANNE: Vi skrev null inne i blokka.
AMALIE: Eller vent, jeg kan ikke viske. Sånn.
ANNE: Ikke skriv en blokk. Se. 2020 er en blokk. 2019 var like mye som 2020 men pluss tretti kilometer, så da er ikke en blokk tretti kilometer, men da må du plusse på tretti kilometer etter blokka. Men den blokka er ikke med nå da.

Anne uttrykker at det skal stå null inne i blokkene. Grunnen til dette kan være at 2020 ble representert med én blokk. Dermed var det enklere å skrive null enn å skrive 2020 inne i blokkene, ettersom det siste sifferet i 2020 er null. Amalie velger først å tegne en egen blokk hvor det står «+30». Anne poengterer at verdien til en blokk ikke er 30 km, da de allerede har funnet ut at en blokk skal representere verdien for 2020. Hun forstår dermed at verdien til en blokk ikke må forveksles med 30 km, ettersom en blokk representerer en annen verdi. I den sammenheng forklarer Anne at man må skrive «+30» utenfor blokkene. Amalie setter dermed kryss over blokken med «+30», og lager en ny blokk der «+30» står utenfor (*Figur 4.13*).



Figur 4.13 Skioppgaven, Amalie

Deretter setter elevene opp en likning basert på uttrykkene de har laget med blokkene, som vist i besvarelsen til Anne (*Figur* 4.14). Videre manipuleres likningen og de finner ut at verdien til én blokk er 150 km. Denne informasjonen brukes videre til å regne ut hvor langt Robert har gått hver vinter ved å ta utgangspunkt i blokkene. De kommer frem til at Robert gikk 150 km (én blokk) i 2020, 180 km (én blokk addert med 30 km) i 2019 og 450 km (tre blokker) i 2021. Denne måten å løse oppgaven på oppfyller alle forholdene Radford (2014) nevner for å karakterisere algebraisk tenking. Elevene jobber med ukjente verdier som representeres med ukonvensjonelle tegn, i form av blokker (Bell, 1996; Kieran, 2004; Radford, 2011, 2014). Deretter blir de ukjente verdiene behandlet som om de var kjent, altså gjennom analyse (Radford, 2011, 2014).



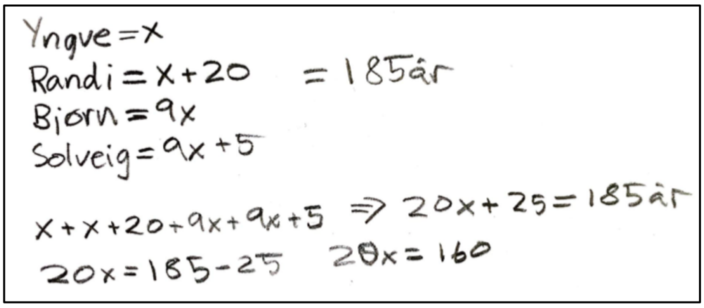
Figur 4.14 Skioppgaven, Anne

4.3.7 Symbolsk algebra

På 9. trinn ble *x-metoden* benyttet i majoriteten av besvarelsene i time 4 (63,9%). Elevene på 8. trinn brukte kun denne løsningsmetoden etter at den ble introdusert. I de neste delkapitlene blir det presentert besvarelser på Aldersoppgave 2 fra fokusgruppe 8-A og fokusgruppene på 9. trinn. Alle besvarelsene som blir presentert er løst gjennom en algebraisk løsningsmetode, i tråd med Stacey og MacGregor (1999) sin beskrivelse av den «fullstendige algebraiske ruten». I den sammenheng kan det tyde på at disse elevene innehar en algebraisk tankegang, ettersom besvarelsene oppfyller de tre forholdene Radford (2014) beskriver for å karakterisere algebraisk tenking. Det innebærer at elevene jobber med ukjente verdier og opererer på disse som om de var kjent, altså gjennom analyse (Radford, 2011, 2014). Fokusgruppe 8-B benyttet kun *x-metoden* i kombinasjon med *blokkmetoden* i sine besvarelser. Dette vil bli presentert i *delkapittel 4.4.2*.

4.3.7.1 Aldersoppgave 2, fokusgruppe 8-A

Før elevene på fokusgruppe 8-A begynte på Aldersoppgave 2 fikk de utdelt et løsningsforslag som inneholdt *x-metoden*. Med bakgrunn i dette valgte elevene å prøve *x-metoden*. Elevene fikk derimot ikke tid til å fullføre oppgaven, men det kan virke som elevene har forstått hvordan *x-metoden* kan brukes, som vist i besvarelsen til Anne (*Figur* 4.15).



Figur 4.15 Aldersoppgave 2, Anne

Elevene på fokusgruppe 8-A skriver først opp utrykk for alderen til alle personene. Basert på uttrykkene blir det konstruert en likning, som videre blir manipulert. Elevene fikk ikke tid til å fullføre sin besvarelse, men kom frem til likningen 20x=160. Selv om oppgaven ikke ble fullført, kan det likevel tyde på at disse elevene innehar en algebraisk tankegang, ettersom de har brukt en algebraisk løsningsmetode (Radford, 2014). Samtidig er det viktig å bemerke at disse elevene hadde tilgang til et løsningsforslag med *x-metoden* når denne oppgaven ble løst.

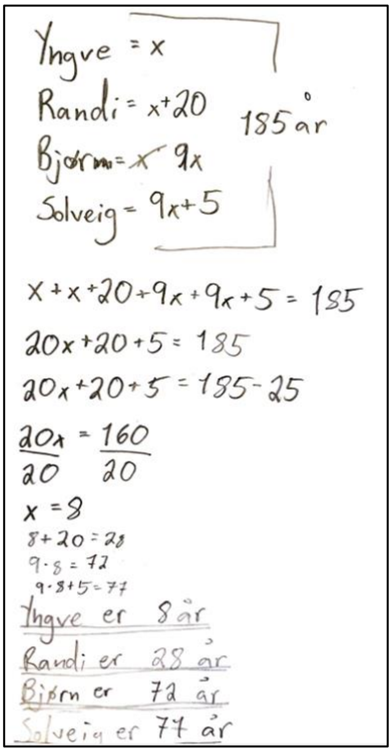
4.3.7.2 Aldersoppgave 2, fokusgruppe 9-M

På fokusgruppe 9-M benyttet Mona, Mia og Mette *x-metoden* for å løse alle oppgavene til time 4. Marit brukte en kombinasjon av *blokkmetoden* og *x-metoden*, som blir presentert i *delkapittel 4.4.2*. På Aldersoppgave 2 oppstår det en diskusjon rundt hvordan alderen til Randi skal representeres, da det står at hun var 20 år da hun fikk Yngve. Det kan virke som elevene har problemer med å forstå og tolke innholdet i tekstoppgaven og representere dette gjennom en algebraisk representasjonsform, noe forskning viser er et vanlig problem hos elever (Clement, 1982; Cummins et al., 1988; Fülöp, 2020; Kieran, 2007, 2011; Stacey & MacGregor, 1999; Walkington et al., 2012). De befinner seg i det Koedinger og Nathan (2004) betegner som forståelsesfasen, og har problemer med å forstå de matematiske relasjonene som ligger i *den dype strukturen* av tekstoppgaven (Chi et al., 1981). Elevene diskuterer om alderen til Randi skal representeres som 20x eller x+20:

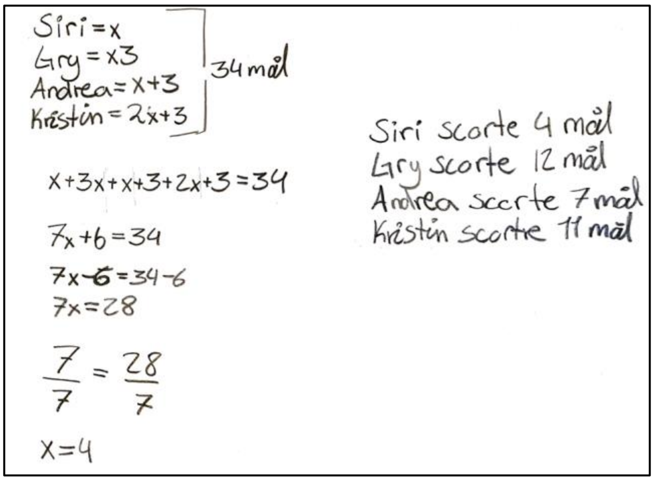
MIA: Randi er jo tjue år.
MONA: Randi var tjue år da hun fikk Yngve, så hun er x pluss tjue?
METTE: Mhm.
MARIT: Minus.
MIA: Minus?
MARIT: Nei.
MONA: Eller er hun bare tjue?
MIA: Tjue x. Nei, er ikke hun tjue x, eller?

MONA: Hun er ikke tjue x, men ...
METTE: Nei, hun er ikke tjue x, men ...
...
MONA: Men er Yngve bare null år da?
METTE: Hæ?
MIA: Nei, det står Randi. Det står Randi var tjue år da hun fikk Yngve.
MONA: Yngve må jo være null.
MIA: Hun er ikke det nå. Ja, men det står Randi var ...
MONA: Åja.
MIA: Tjue år da hun fikk Yngve.
MONA: Randi var da hun fikk Yngve. Yngve er jo ...
...
METTE: Det står at hun er tjue år eldre enn Yngve.
MONA: Okey.
METTE: De har ikke sagt noen ting om at hun er like gammel som når han var født.
...
MONA: Jeg bare tenkte siden hun fødte Yngve liksom. Skjønner du hva jeg mener? Okey. Jeg tenker bare dobbelt nå. Bjørn ...
MIA: Solveig ...
...
MONA: Nei. Jo.
MIA: Ja, men hva med Randi?
METTE: Jo, det er det.
MONA: Randi er x pluss tjue.

Elevene blir til slutt enige om at alderen til Randi skal representeres som x+20. Deretter kommer elevene frem til uttrykk for alderen til Bjørn og Solveig før de går videre med å lage en likning basert på uttrykkene de har laget. Dette blir vist i besvarelsen til Mona (*Figur 4.16*). Elevene kommer frem til at x=8. Gjennom å manipulere likningen på denne måten har den ukjente verdien, representert med en x, blitt funnet gjennom en algebraisk løsningsmetode (Radford, 2014). Videre bruker elevene denne informasjonen til å finne alderen til hver av personene, og kommer frem til korrekt løsning. Som nevnt brukte Mona, Mia og Mette *x-metoden* på alle oppgavene til time 4. Besvarelsene og føringen på alle oppgavene var tilnærmet lik for disse elevene. Et eksempel på dette blir illustrert med Mia sin besvarelse på Håndballoppgaven (*Figur 4.17*).



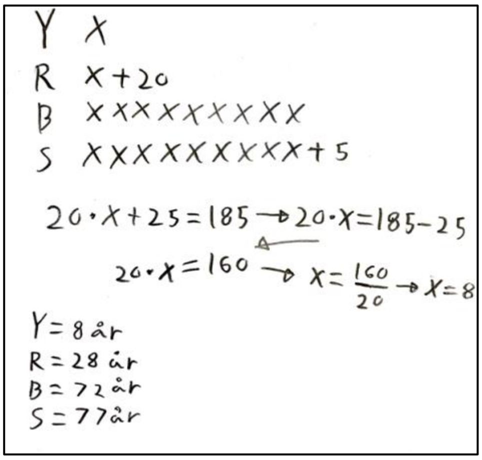
Figur 4.16 Aldersoppgave 2, Mona



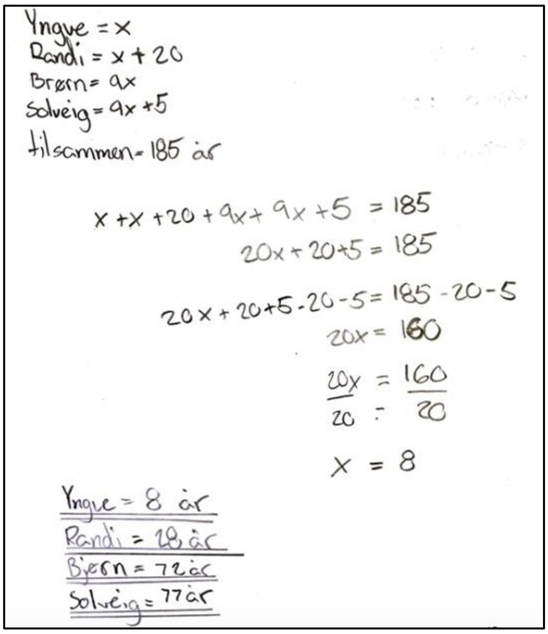
Figur 4.17 Håndballoppgaven, Mia

4.3.7.3 Aldersoppgave 2, fokusgruppe 9-N

På fokusgruppe 9-N var det kun Nils og Nancy som benyttet *x-metoden* på alle oppgavene til time 4. Nils og Nancy har noe ulik tilnærming til hvordan de uttrykker de ukjente verdiene. For å illustrere dette presenteres eksempler fra Nils (*Figur* 4.18) og Nancy (*Figur* 4.19) sine besvarelser på Aldersoppgave 2.



Figur 4.18 Aldersoppgave 2, Nils



Figur 4.19 Aldersoppgave 2, Nancy

Nancy skriver opp navnene til personene i oppgaven, der Nils kun skriver forbokstaven. Videre uttrykker Nils de ukjente verdiene ved å skrive opp antall x-er etter hverandre. Nancy adderer x-ene sammen før hun skriver uttrykkene. Eksempelvis blir verdien til Bjørn uttrykt med ni x-er på en linje hos Nils, i motsetning til Nancy som skriver 9x. Før Nils setter opp likningen har han addert antall x-er, samtidig som Nancy bruker uttrykkene når hun setter opp likningen. Manipuleringen er tilnærmet lik hos disse elevene, og begge kommer frem til korrekt løsning gjennom en algebraisk løsningsmetode og tenkemåte (Radford, 2011, 2014).

4.4 Hvilke sammenhenger ser elever på 8. og 9. trinn mellom symbolsk algebra og prøv og feil metoden / blokkmetoden?

I dette kapittelet presenteres besvarelser som kan tyde på at elevene ser en sammenheng mellom symbolsk algebra og løsningsmetodene som er innført. Først presenteres besvarelser der symbolsk algebra og *prøv og feil metoden* er benyttet. Deretter følger besvarelser der en kombinasjon av symbolsk algebra og *blokkmetoden* blir brukt. Til slutt kommer en oversikt hvilke sammenhenger som kommer frem fra diskusjonene i slutten av time 4.

4.4.1 Symbolsk algebra og prøv og feil metoden

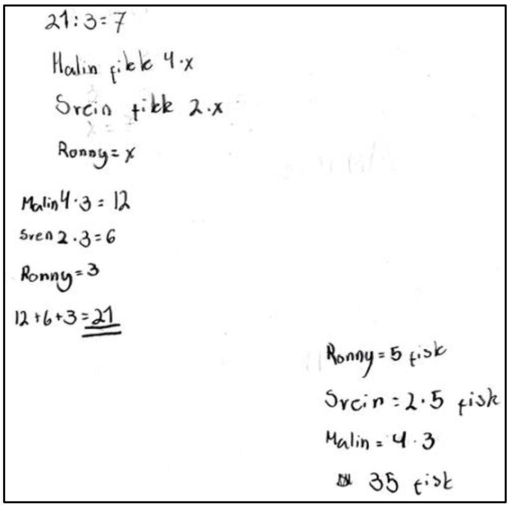
Det er kun et fåtall av besvarelsene der symbolsk algebra blir brukt sammen med *prøv og feil metoden*. Eksempler på dette er besvarelsen til Amalie på oppgave 1 til time 1 (*Figur* 4.20) og Nils sin besvarelse på oppgave 3 til time 3 (*Figur* 4.21). Besvarelsen til Amalie har tidligere blitt presentert i *delkapittel 4.3.2,* men da med fokus på gjennomsnitt. Begge disse besvarelsene presenteres etter oppgavetekstene.

Oppgave 1 til time 1

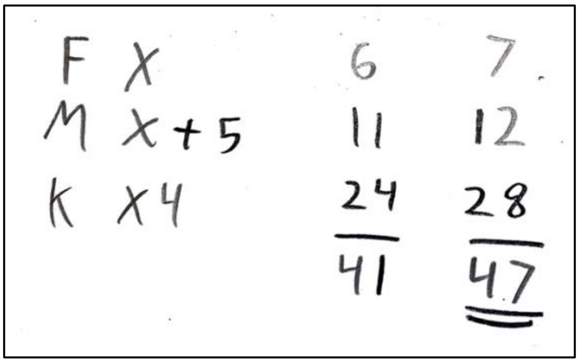
Ronny, Malin og Svein var på fisketur og fikk 21 fisk til sammen. Malin fikk fire ganger flere fisk enn Ronny, mens Svein fikk dobbelt så mange fisk som Ronny.
Hvor mange fisk fikk hver av dem?

Oppgave 3 til time 3

Malin, Kim og Frida har vært i karantene på grunn av Korona. Til sammen har de sittet i karantene i 47 dager. Malin har sittet i karantene 5 dager lengre enn Frida. Kim har sittet fire ganger så lange som Frida. **Hvor lenge har hver av dem sittet i Karantene?**



Figur 4.20 Oppgave 1 til time 1, Amalie



Figur 4.21 Oppgave 3 til time 3, Nils

Både Amalie og Nils velger først å utrykke de ukjente verdiene ved hjelp av symbolsk algebra. Deretter «forlater» de algebra og går videre med *prøv og feil metoden* som klassifiseres som en aritmetisk løsningsmetode. Dette er en av rutene som blir beskrevet i Stacey og MacGregor (1999) sin modell.

4.4.2 Symbolsk algebra og blokkmetoden

Bendik, Brage og Marit har brukt en kombinasjon av symbolsk algebra og *blokkmetoden* i flere av sine besvarelser i time 4. I disse besvarelsene bruker elevene blokker for å uttrykke de ukjente verdiene og visualisere forholdet mellom dem. Når elevene konstruerer en likning og manipulerer denne, blir blokkene konvertert til x. Verdien for x blir videre brukt for å finne de ukjente verdiene, basert på uttrykkene med blokker. I denne kombinasjonen brukes det dermed to ulike semiotiske representasjoner for å representere en ukjent verdi, gjennom henholdsvis blokker og x (Berg, 2013; Swan, u.å.). Blokkene kan betegnes som en grafisk representasjonsform og x kan betegnes som en algebraisk representasjonsform (Janvier, 1987). Elevene konverterer mellom disse representasjonsformene uten å endre objektet som betegnes, og viser dermed forståelse for at disse representerer det samme (Brenner et al., 1997; Duval, 2006). Denne bruken av ulike representasjoner kan bidra til å utvikle elevenes abstrakte tankegang (Tchoshanov, 2002). Videre presenteres besvarelser fra Bendik og Brage på fokusgruppe 8-B, i tillegg til Marit på fokusgruppe 9-M.

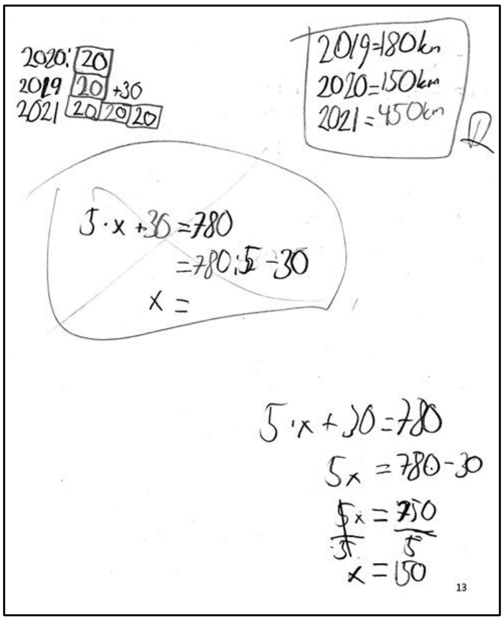
4.4.2.1 Skioppgaven, fokusgruppe 8-B

Birger og Berit løser Skioppgaven med *blokkmetoden*, samtidig som Bendik og Brage bruker en kombinasjon av *blokkmetoden* og *x-metoden*. Dette kan tyde på at Bendik og Brage ser en sammenheng mellom symbolsk algebra og *blokkmetoden*. Fokusgruppe 8-B diskuterer seg frem til at distansen som ble gått i 2020 skal representeres med én blokk. Videre velger elevene å representere distansen som ble gått i 2021 og 2019, med henholdsvis tre blokker og én blokk addert med 30. Elevene summerer antall blokker og får til sammen fem blokker. Dette gjør at Bendik og Brage kommer frem til likningen 5x+30=780, samtidig som Birger og Berit bruker notasjonen 5 blokker + 30 = 780. Videre kommer det frem en interessant diskusjon om hvordan likningen skal manipuleres:

BENDIK: Brage, satt du tretti over, så det ble minus tretti?
BRAGE: Nei, jeg glemte det.
BERIT: Åja, det må jo bli minus tretti, siden vi flytter over. Det er sant.
BENDIK: Men er det delt ... Skal du dele først og så ta minus tretti, eller ta minus tretti til slutt?
BRAGE: Det er minus først.
BIRGER: Ta syv hundre og femti delt på fem ...
BRAGE: Delt på fem, som er hundre og tjuefem tror jeg.
BIRGER: Hundre og tjuefem minus tretti.
...
BENDIK: Men skal du regne ut delestykket først?
BERIT: Ja.
BENDIK: Fordi det er deling først, men skal du ha minus først inntil? Fordi enten så blir det tretti delt på fem, eller ...
BERIT: Det blir syv hundre og åtti delt på ...
BENDIK: Ja, men da må vi ta minus tretti på slutten.
BERIT: Ja.
...

BENDIK: Ja. Syv hundre og femti ...
BRAGE: Delt på fem.
BENDIK: Syv hundre og femti delt på fem.
BRAGE: Det blir hundre og femti.
BENDIK: Det er hundre og femti.

Årsaken til denne diskusjonen kan være at elevene ikke er klar over at alle leddene i en likning må divideres for å opprettholde ekvivalens. Dette betyr at ved å først dividere likningen på 5, vil man ende opp med x+6=156. Det kan virke som elevene tror de vil ende opp med likningen x+30=156, ettersom de snakker om å subtrahere 30 til slutt. Etter litt diskusjon blir elevene enige om å subtrahere 30 først, for så å dividere på 5. Når elevene har blitt enige om hvordan likningen skal manipuleres, kommer de frem til at x (én blokk) har verdien 150 km. Nå som elevene har funnet verdien for x (Bendik og Brage), eller én blokk (Berit og Birger), kommer de frem til at Robert gikk 150 km i 2020 (én blokk), 180 km i 2019 (én blokk addert med 30) og 450 km i 2021 (tre blokker). Her viser Bendik og Brage at de ser en sammenheng mellom symbolsk algebra og *blokkmetoden*, som vist i besvarelsen til Bendik (*Figur 4.22*). De har først konvertert blokkene til x når likningen ble konstruert og manipulert. Videre bruker de verdien de har funnet for x for å finne ut hvor langt Robert har gått hver vinter, basert på uttrykkene med blokker. Selv om elevene på fokusgruppe 8-B hadde ulike tilnærminger, henholdsvis med og uten symbolsk algebra, har alle disse elevene løst oppgaven gjennom algebraisk tenking. Dette kan vi si ettersom elevene arbeidet med et problem som involverte ukjente verdier, symboliserte disse med henholdsvis blokker og x-er, og behandlet de ukjente verdiene som om de var kjent (Bell, 1996; Kieran, 2004; Radford, 2011, 2014).



Figur 4.22 Skioppgaven, Bendik

4.4.2.2 Parallell kommunikasjon med symbolsk algebra og blokkmetoden

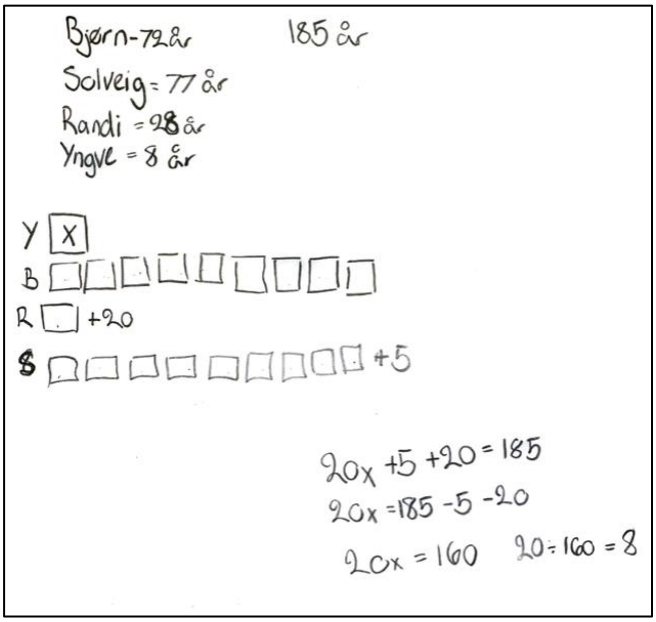
I likhet med Bendik og Brage, bruker Marit *blokkmetoden* for å uttrykke de ukjente verdiene. I diskusjonen på fokusgruppe 9-M kommuniserer Marit parallelt med Mona, Mia og Mette, som benytter *x-metoden* på Skioppgaven. Når elevene diskuterer hvordan de ulike verdiene skal representeres klarer elevene å kommunisere med hverandre, til tross for at de bruker ulike løsningsmetoder:

MONA: 2020 er vår, er x. Og 2021 er tre x.
MARIT: Så 2020 er en boks?
MONA: En boks. Og 2021 er tre bokser.
MIA: Så 2020 er x-en?
MONA: Ja.
MIA: Og 2021 da, hva sa du?
METTE: Så da er det x pluss tretti på 2019.
MIA: Hva var 2021? Tre x.
MONA: I 2019 gikk han tre kilometer lenger, tretti kilometer lenger.
MARIT: 2019, så er det en boks pluss tretti?
MONA: Ja.

Det samme gjelder når fokusgruppe 9-M arbeider med Aldersoppgave 2:

MARIT: Bjørn. Er ikke det ni ganger x?
MONA: Ni x.
MARIT: Da er det ni bokser.

Dette anser vi som et sterkt bevis på at disse elevene ser en sammenheng mellom *blokkmetoden* og symbolsk algebra, da elevene kommuniserer og samarbeider til tross for at Marit representerer de ukjente verdiene med blokker. Elevene viser en forståelse for at både en blokk og en x er semiotiske representasjoner for å symbolisere en ukjent verdi (Duval, 2006). Som vist i besvarelsen til Marit på Aldersoppgave 2 (*Figur* 4.23), konverteres blokkene til x når likningen blir konstruert og manipulert. Divisjonsstykket på slutten er riktignok satt opp feil, men vi antar at Marit har tenkt riktig ettersom hun har fått svaret 8. Videre bruker Marit denne informasjonen, med bakgrunn i uttrykkene med blokker, til å finne alderen på alle personene. I likhet med besvarelsene til fokusgruppe 8-B på Skioppgaven, har Marit, Mona, Mia og Mette løst disse oppgavene gjennom en algebraisk løsningsmetode og tankegang (Kieran, 2004; Radford, 2011, 2014).



Figur 4.23 Aldersoppgave 2, Marit

4.4.3 Diskusjoner i fokusgruppene

Gjennom diskusjonene i fokusgruppene på slutten av time 4 uttrykker elevene i flere tilfeller at de ser en sammenheng mellom symbolsk algebra og *blokkmetoden*. Fra transkripsjonene ser vi flere eksempler på dette:

<u>Fokusgruppe 8-A:</u>
ANNE: Det er nesten likt som blokkmetoden.
ADAM: Ja.
ANNE: Bare at i stedet for at en blokk så blir det en x.
AMALIE: Okey.
ANNE: For det er jo akkurat det samme, du kunne jo skrevet x for det er jo en blokk er en x, to x er to blokker og fire x er fire blokker.

<u>Fokusgruppe 8-B:</u>
BENDIK: Blokkmetoden og bruk av x er basically det samme. Blokkmetoden og bruk av x er det samme, bare at blokkmetoden er litt forenklet.
BERIT: Ja, det er sant. Vi bare bytter ut x-en.
...
JULIAN: Ser dere noen sammenheng? (Mellom blokkmetoden og x-metoden)
BERIT: Ja.
BENDIK: Ja, de er like, bare at blokkmetoden er litt forenklet.
BERIT: Ja.
JULIAN: Mhm. Hvorfor er den forenklet?
BENDIK: Fordi du bruker blokker istedenfor x.
BERIT: Du bruker liksom blokker med liksom forbokstaven til den ting-tangen i stedet for en x. Så de er egentlig mest bare byttet ut, på en måte. Også er det litt forenklet.
BENDIK: Det er litt lettere å forstå det fordi det er blokker.

<u>Fokusgruppe 9-M:</u>
MAGNUS: Den x metoden er jo bare blokkmetoden bare med x.
METTE: Det er bare blokk med x.
MARIT: Det er bare blokkmetoden bare at det er tall i stedet for blokker.
...
MARIT: Ja, men jeg blander de. Jeg bruker x og blokk.
TRULS JØRGEN: Men går det greit og blande de?
MARIT: Ja.
TRULS JØRGEN: Hvorfor det?
MARIT: Fordi blokk er en, liksom en x.
...
MONA: Blokkmetoden og x-metoden er det samme. Blokkmetoden er tungvinn fordi du må tegne blokker, men det kan også være lettere å se det visuelt.

<u>Fokusgruppe 9-N:</u>
NILS: Jeg har alltid brukt x, fordi jeg trodde det var samme løsningsmetode. Det er jo samme ting bare du skriver blokken.
...
NILS: Men folkens. Jeg har funnet en likhet mellom bruk av x og blokkmetoden.
NATALIE: Ja, men det er jo akkurat det samme bare at tegner en x i stedet for en blokk.

Det kommer tydelig frem at elevene ser en sammenheng mellom symbolsk algebra og *blokkmetoden*. Det uttrykkes gjentatte ganger at *blokkmetoden* og *x-metoden* er det samme, bare at man bruker blokker i stedet for x. Fokusgruppe 8-B uttrykker at *blokkmetoden* bare er en forenklet utgave av *x-metoden*, men at *blokkmetoden* er lettere å forstå fordi det er blokker. Grunnen til at *blokkmetoden* kan være enklere å forstå, kan forklares med Mona sitt utsagn om at *blokkmetoden* er lettere å se visuelt. Disse utsagnene viser at *blokkmetoden* oppfattes som enklere å forstå og er mer visuell. Ettersom *blokkmetoden* kan være enklere å forstå og er mer visuell, vil vi påstå at *blokkmetoden* kan være en god innfallsvinkel til algebra.

5 DISKUSJON

I dette hovedkapittelet presenteres to diskusjoner med bakgrunn i våre funn. Først diskuterer vi om *prøv og feil metoden* kan involvere algebraisk tenking, etterfulgt av en diskusjon der vi foreslår en videreutvikling av modellen til Stacey og MacGregor (1999).

5.1 Kan prøv og feil metoden involvere algebraisk tenking?

Prøv og feil metoden blir klassifisert som en aritmetisk løsningsmetode (Amado et al., 2010; Bednarz & Janvier, 1996; Filloy & Royano, 1989; Radford, 2014; Stacey & MacGregor, 1999). Radford (2014) hevder at det ikke finnes noe algebraisk med prøv og feil strategier. Med bakgrunn i vår forskning har vi derimot oppdaget at bruk av *prøv og feil metoden* for å løse algebraiske tekstoppgaver *kan* involvere algebraisk tenking. Dette har tidligere blitt kommentert i sammenheng med Magnus og Bendik sine resonnementer i *delkapittel 4.3.4* og *4.3.5*. I tillegg til disse eksemplene vil vi påstå at majoriteten av elevene i vår forskning viste tegn til algebraisk tenking når de benyttet *prøv og feil metoden*, fordi:

1. Elevene valgte først en ukjent verdi å ta utgangspunkt i. Her var strategien å ta utgangspunkt i den minste verdien, før denne verdien ble representert gjennom å prøve et tilfeldig tall, og i enkelte tilfeller et tall basert på et gjennomsnitt. Videre brukte elevene i hovedsak prøv-feil-forbedre for å komme frem til en løsning. Dette har likhetstrekk med både *blokkmetoden* og *x-metoden*, som begge er algebraiske løsningsmetoder: Strategien med å ta utgangspunkt i den minste av de ukjente verdiene var den samme, uavhengig av løsningsmetode. Videre ble denne verdien representert med henholdsvis tall, blokker eller x-er. Til slutt opererte elevene med disse representasjonene for å komme frem til en løsning.

2. I prosessen med å tolke *den dype strukturen* i tekstoppgavene, måtte elevene forstå matematiske relasjoner mellom de ukjente verdiene (Chi et al., 1981). Den logiske tankegangen som ligger bak å forstå forhold og relasjoner mellom de ukjente verdiene, kan karakteriseres som en algebraisk tankegang. Dette er i tråd med Kieran (2004) som hevder at algebraisk tenking kan tolkes som en tilnærming til situasjoner som vektlegger relasjonelle aspekter. Det kan blant annet innebære å legge merke til strukturer og analysere sammenhenger mellom mengder.

Med bakgrunn i dette vil vi hevde at elevene i vår forskning viste tegn på algebraisk tenking når *prøv og feil metoden* ble benyttet. Likevel er det viktig å påpeke at dette kun gjelder når denne løsningsmetoden blir brukt på en systematisk og logisk måte. *Prøv og feil metoden* kan også brukes tilfeldig gjennom gjetting, uten å legge merke til *den dype strukturen* og uten å ha en bevisst tanke rundt verdien som tas utgangspunkt i. Elever som bruker *prøv og feil metoden* på denne måten viser ikke tegn til en algebraisk tankegang, og denne løsningsmetoden trenger dermed ikke nødvendigvis å inneholde elementer av algebraisk tenking. Det finnes flere måter å bruke *prøv og feil metoden* på, men dersom den brukes på en systematisk og logisk måte *kan* den involvere elementer av algebraisk tenking. Dette utfordrer Radford (2014) sin påstand om at det ikke er noe algebraisk med prøv og feil strategier.

5.2 Flere ruter fra problem til løsning

I sammenheng med Stacey og MacGregor (1999) sin modell har vi tidligere foreslått en endring i *delkapittel 2.1.1*. Denne endringen er basert på at den algebraiske delen av modellen kun hadde fokus på alfanumerisk symbolikk, noe både Kieran (2004) og Radford (2011, 2014) hevder ikke er tilstrekkelig for å klassifisere algebraisk tenking. Vi mener derfor at modellen også bør inkludere mer enn kun symbolske representasjonsformer (Bruner, 1966). Gjennom vår forskning har det kommet frem at *blokkmetoden* kan brukes for å løse algebraiske tekstoppgaver på en tilsvarende måte som ved bruk av symbolsk algebra. Vi mener derfor at en visuell representasjonsform, som for eksempel *blokkmetoden*, bør inkluderes i modellen til Stacey og MacGregor (1999). I tillegg bør også aktive representasjonsformer inkluderes, da *blokkmetoden* også kan brukes ved hjelp av konkreter, for eksempel ved bruk av «algebra tiles». Både blokker og «algebra tiles» kan representere en ukjent verdi, som videre kan brukes til å konstruere en likning. Dersom likningen manipuleres og løses ved å håndtere den ukjente verdien som om den er kjent, er likningen løst på en algebraisk måte (Radford, 2014). Vi har derfor grunnlag for å si at modellen til Stacey og MacGregor (1999) bør inkludere flere representasjonsformer.

I tillegg til dette har vi oppdaget enda en mangel i modellen til Stacey og MacGregor (1999). Bendik har brukt løsningsmetoden *falsk posisjonering*, som er presentert i *delkapittel 4.3.5*. Denne løsningsmetoden er en variant av *prøv og feil metoden* som ikke er inkludert i modellen, og vi mener derfor at også denne bør inkluderes.

6 KONKLUSJON

I dette hovedkapittelet svarer vi først på våre to forskningsspørsmål med bakgrunn i funnene som har kommet frem i vår studie. Deretter kommer vi med en oppfordring til videre forskning, etterfulgt av en refleksjon rundt studien og hvilke metoder som er benyttet for å samle inn data. Til slutt følger en avslutning.

6.1 Hva karakteriserer elevers tenking ved bruk av ulike løsningsmetoder i arbeid med algebraiske tekstoppgaver?

Uavhengig av løsningsmetode valgte elevene i vår studie å ta utgangspunkt i den minste av de ukjente verdiene i de algebraiske tekstoppgavene. Når *prøv og feil metoden* ble benyttet var det i all hovedsak varianten prøv-feil-forbedre som ble brukt (Eisenmann et al. 2019; Stacey & MacGregor, 1999). Majoriteten av elevene valgte først å prøve et tilfeldig tall. Det neste tallet som ble prøvd var basert på resonering og logisk tankegang, der de tok utgangspunkt i det forrige tallet når de prøvde et nytt tall. Når elevene hadde lest tekstoppgavene ble de matematiske relasjonene i *den dype strukturen* tolket (Chi et al., 1981). Ved å forstå de relasjonelle aspektene mellom de ukjente verdiene viste elevene tegn til algebraisk tenking (Kieran, 2004). Dette gjaldt også når *blokkmetoden* og *x-metoden* ble benyttet. Når de relasjonelle aspektene var fortolket ble de ukjente verdiene representert med henholdsvis blokker eller x. Deretter ble det konstruert en likning basert på de ukjente verdiene. Videre ble likningen manipulert på en analytisk måte, gjennom at de ukjente verdiene ble behandlet som om de var kjent. Sett i lys av karakteriseringen til Radford (2011, 2014), viste elevene tydelige tegn til algebraisk tenking når *blokkmetoden* og *x-metoden* ble benyttet.

6.2 Hvilke sammenhenger ser elever på 8. og 9. trinn mellom symbolsk algebra og prøv og feil metoden / blokkmetoden?

Prøv og feil metoden

Elevene i vår studie viste ingen klare tegn til at de så noen sammenhenger mellom symbolsk algebra og *prøv og feil metoden*. Enkelte elever benyttet symbolsk algebra for å uttrykke de ukjente verdiene i noen av tekstoppgavene. Disse uttrykkene ble kun brukt for å beskrive forholdene mellom de ukjente verdiene, men ble derimot ikke brukt for å løse tekstoppgavene med *prøv og feil metoden*. Elevene så altså ikke noen grunn til å bruke uttrykkene for å løse oppgavene, noe som tyder på at de ikke så en sammenheng mellom symbolsk algebra og *prøv og feil metoden*. Dette kom heller ikke frem i diskusjonene.

Blokkmetoden

Det kommer derimot tydelig frem at elevene på både 8. og 9. trinn så en sammenheng mellom *blokkmetoden* og symbolsk algebra. I enkelte besvarelser på begge trinnene ble det benyttet en kombinasjon av *blokkmetoden* og symbolsk algebra. De ukjente verdiene ble illustrert med blokker, for så å bli konvertert til x når likningen ble konstruert og manipulert. Når en verdi for x var funnet ble denne informasjonen brukt for å finne de ukjente verdiene, basert på uttrykkene med blokker. Dette er et tydelig tegn på at elevene så en sammenheng mellom *blokkmetoden* og symbolsk algebra. Flere av elevene på 9. trinn brukte konsekvent symbolsk algebra når de ble bedt om å bruke *blokkmetoden* i time 2 og 3. Dette er en sterk indikasjon på at elevene på 9. trinn så en sammenheng allerede når *blokkmetoden* ble introdusert. Disse elevene brukte også symbolsk algebra i time 4. På en av fokusgruppene på 9. trinn benyttet de fleste elevene symbolsk algebra, samtidig som en elev brukte den nevnte kombinasjonen av *blokkmetoden* og symbolsk algebra i time 4. Til tross for at disse elevene valgte å representere de ukjente verdiene på ulike måter, klarte de å kommunisere og samarbeide. Elevene forstod dermed at begge disse representasjonene representerte den samme ukjente verdien (Duval, 2006). Dette anser vi som et sterkt bevis på at disse elevene så en sammenheng mellom *blokkmetoden* og symbolsk algebra. Med unntak av elevene som brukte den nevnte kombinasjonen av *blokkmetoden* og symbolsk algebra, viste ikke elevene på 8. trinn klare tegn til at de så en sammenheng mellom disse løsningsmetodene før *x-metoden* ble introdusert. Dette tyder på at elevene på 9. trinn i mye større grad så en sammenheng mellom *blokkmetoden* og symbolsk algebra på egenhånd.

I diskusjonene uttrykte elevene gjentatte ganger at *blokkmetoden* og *x-metoden* er det samme, bare at man bruker blokker i stedet for x. Videre ble det uttrykt at *blokkmetoden* er en forenklet utgave av *x-metoden* (symbolsk algebra), og at *blokkmetoden* er enklere å forstå fordi den er mer visuell. Med bakgrunn i diskusjonene og besvarelsene som er presentert, har elevene vist tydelig forståelse for at *blokkmetoden* og *x-metoden* kan brukes parallelt, ettersom begge disse løsningsmetodene kan klassifiseres som algebraiske (Bell, 1996; Kieran, 2004; Radford, 2011, 2014). Elevene på begge trinnene så dermed en klar sammenheng mellom *blokkmetoden* og symbolsk algebra, samtidig som elevene på 9. trinn i større grad så denne sammenhengen på egenhånd.

6.3 Videre forskning, refleksjon og avslutning

Mange elever synes det kan være utfordrende når symbolsk algebra og bokstaver blir introdusert etter mange år med fokus på aritmetikk og tallberegninger (Drouhard & Teppo, 2004; Kieran, 2007; Sharpe, 2019). Den alfanumeriske symbolikken er *ikke* et kjennetegn på algebra og algebraisk tenking (Bell, 1996; Kieran, 2004; Radford, 2011, 2014). Fokus på relasjonelle aspekter og representasjoner blir nevnt som justeringer som må gjøres i overgangen fra aritmetisk til algebraisk tenking (Kieran, 2004). For å forenkle denne overgangen er det nødvendig å introdusere alternative løsningsmetoder (Fülöp, 2020). *Blokkmetoden* kan være enklere å forstå og er mer visuell enn symbolsk algebra. Dermed vil vi påstå at *blokkmetoden* kan være en god innfallsvinkel til algebra. I den sammenheng oppfordrer vi å undersøke dette nærmere i videre forskning.

Resultatene som kommer frem i denne studien er kun basert på to kasus, og vi har dermed ikke grunnlag for å kunne generalisere funnene. Dersom denne studien ble gjennomført med andre elever i andre klasser, kunne andre resultatet kommet frem. For å generalisere funnene ville en studie basert på en kvantitativ metode være bedre egnet. Denne studien er i liten grad observatøruavhengig, ettersom vår tilstedeværelse kan ha påvirket de empiriske dataene. For å gjøre studien mer observatøruavhengig kunne det vært hensiktsmessig at undervisnings-eksperimentet ble gjennomførte av klassens lærer, uten at vi som forskere var til stede under gjennomføringen, og når video- og lydopptakene ble gjort. I tillegg kunne andre metoder for datainnsamling vært bedre egnet for å svare på våre forskningsspørsmål. Et oppgavebasert intervju med enkeltelever eller grupper kunne gitt bedre og dypere innsikt i elevenes tenking.

Gjennom denne masteravhandlingen har vi tilegnet oss ny kunnskap og en bedre forståelse for algebra og algebraisk tenking. Denne kunnskapen vil vi ta med oss videre inn i yrkeslivet som matematikklærere. Vi håper denne studien og resultatene som har kommet frem kan bidra, både til forskningsfeltet og til undervisning av algebra i skolen.

7 LITTERATURLISTE

Amado, N., Carreira, S., Nobre, S. & da Ponte, J. P. (2010). Representations in solving a word problem: The informal development of formal methods. I M. F. Pinto & T. F. Kawasaki (Red.), *Proceedings of the 34rd conference of the international group for the psychology of mathematics education* (s. 137-144). PME. https://www.researchgate.net/publication/261176504_Representations_in_solving_a_word_problem_The_informal_development_of_formal_methods

Bakar, K. A., Way, J. & Bobis, J. (2016). Young children's drawings in problem solving. I B. White, M. Chinnappan & S. Trenholm (Red.), *Opening up mathematics education research (Proceedings of the 39th annual conference of the mathematics education research group of Australasia)* (s. 86-93). MERGA. https://eric.ed.gov/?id=ED572388

Bednarz, N. & Janvier, B. (1996). Emergence and development of algebra as a problem-solving tool: Continuities and discontinuities with arithmetic. I N. Bednarz, C. Kieran & L. Lee (Red.), *Approaches to algebra: Perspectives for research and teaching* (s. 115-136). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-009-1732-3_8

Bell, A. (1996). Problem-solving approaches to algebra: Two aspects. I N. Bednarz, C. Kieran & L. Lee (Red.), *Approaches to algebra: Perspectives for research and teaching* (s. 167-185). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-009-1732-3_13

Berg, C. V. (2013). Enhancing mathematics student teachers' content knowledge: Conversion between semiotic representations. I B. Ubuz, Ç. Haser & M. A. Mariotti (Red.), *Proceedings of the eighth congress of the European society for research in mathematics education* (s. 2946-2955). ERME. http://cerme8.metu.edu.tr/wgpapers/WG17/WG17_Berg.pdf

Bjerke, A. H., Svingen, O. E. L., Hernvald, A. & Kryger, G. (2016). *Matemagisk 7A: Grunnbok*. Aschehoug.

Blanton, M., Stroud, R., Stephens, A., Gardiner, A. M., Stylianou, D. A., Knuth, E., Isler-Baykal, I. & Strachota, S. (2019). Does early algebra matter? The effectiveness of an early algebra intervention in grade 3 to 5. *American educational research journal, 56*(5), 1930-1972. https://doi.org/10.3102/0002831219832301

Blanton, M. L. & Kaput, J. J. (2011). Functional thinking as a route into algebra in the elementary grades. I J. Cai & E. Knuth (Red.), *Early algebraization: A global dialogue from multiple perspectives* (s. 5-23). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-642-17735-4_2

Borasi, R. (1994). Capitalizing on errors as "springboards for inquiry": A teaching experiment. *Journal for research in mathematics education*, *25*(2), 166-208. https://doi.org/10.2307/749507

Botten, G. (2016). *Matematikk med mening: Mening for alle*. Caspar forlag.

Brenner, M. E., Mayer, R. E., Moseley, B., Brar, T., Durán, R., Reed, B. S. & Webb, D. (1997). Learning by understanding: The role of multiple representations in learning algebra. *American educational research journal*, *34*(4), 663-689. https://doi.org/10.2307/1163353

Bruner, J. (1966). *Toward a theory of instruction*. Harvard university press.

Bruner, J. (1977). *The process of education: A landmark in educational theory*. Harvard university press (Opprinnelig publisert i 1960).

Cai, J. & Knuth, E. (2011). Introduction. I J. Cai & E. Knuth (Red.), *Early algebraization: A global dialogue from multiple perspectives* (s. vii-xi). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-642-17735-4

Chi, M. T. H., Feltovich, P. J. & Glaser, R. (1981). Categorization and representation of physics problems by experts and novices. *Cognitive science*, *5*(2), 121-152. https://doi.org/10.1207/s15516709cog0502_2

Clark, T., Foster, L., Sloan, L. & Bryman, A. (2021). *Bryman's social research methods* (6. utg.). Oxford university press.

Clement, J. (1982). Algebra word problem solutions: Thought processes underlying a common misconception. *Journal for research in mathematics education*, *13*(1), 16-30. https://doi.org/10.2307/748434

Cummins, D. D., Kintsch, W., Reusser, K. & Weimer, R. (1988). The role of understanding in solving word problems. *Cognitive psychology*, *20*(4), 405-438. https://doi.org/10.1016/0010-0285(88)90011-4

Dalland, O. (2017). *Metode og oppgaveskriving* (6. utg.). Gyldendal.

Drouhard, J.-P. & Teppo, A. R. (2004). Symbols and language. I K. Stacey, H. Chick & M. Kendal (Red.), *The future of the teaching and learning of algebra: The 12th ICMI study* (s. 225-264). Springer. https://doi.org/10.1007/1-4020-8131-6_9

Duval, R. (2002). Representation, vision and visualization: Cognitive functions in mathematical thinking (Opprinnelig publisert i 1999). I F. Hitt (Red.), *Representations and mathematics visualization: PME-NA working group (1998-2002)* (s. 311-336). CINVESTAV-IPN. https://www.academia.edu/807016/Working_Group_on_Representations_and_Mathematics_Visualization

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational studies in mathematics*, *61*(1), 103-131. https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z

Edens, K. & Potter, E. (2007). The relationship of drawing and mathematical problem solving: Draw for math tasks. *Studies in art education*, *48*(3), 282-298. https://doi.org/10.1080/00393541.2007.11650106

Eisenmann, P., Přibyl, J. & Novotná, J. (2019). The strategy the use of false assumption and word problem solving. *Journal on efficiency and responsibility in education and science*, *12*(2), 51-65. https://doi.org/10.7160/eriesj.2019.120203

Filloy, E. & Rojano, T. (1989). Solving equations: The transition from arithmetic to algebra. *For the learning of mathematics*, *9*(2), 19-25. http://www.jstor.com/stable/40247950

Fülöp, Z. (2020). Regula falsi in lower secondary school education II. *Teaching mathematics and computer science*, *18*(2), 121-142. https://doi.org/10.5485/TMCS.2020.0512

Hitt, F. (2002). Working group on representations and mathematics visualization (PME-NA XX North Carolina, 1998). I F. Hitt (Red.), *Representations and mathematics visualization: PME-NA working group (1998-2002)* (s. 1-8). CINVESTAV-IPN. https://www.academia.edu/807016/Working_Group_on_Representations_and_Mathematics_Visualization

Hwang, W.-Y., Su, J.-H., Huang, Y.-M. & Dong, J.-J. (2009). A study of multi-representation of geometry problem solving with virtual manipulatives and whiteboard system. *Journal of educational technology & society*, *12*(3), 229-247. https://www.researchgate.net/publication/220374659_A_Study_of_Multi-Representation_of_Geometry_Problem_Solving_with_Virtual_Manipulatives_and_Whiteboard_System

Janvier, C. (1987). Translation process in mathematics education. I C. Janvier (Red.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics* (s. 27-32). Erlbaum.

Kieran, C. (2004). Algebraic thinking in the early grades: What Is It? *The Mathematics Educator*, *8*(1), 139-151. https://www.researchgate.net/publication/228526202_Algebraic_thinking_in_the_early_grades_What_is_it

Kieran, C. (2007). Learning and teaching algebra at the middle-school through college levels: Building meaning for symbols and their manipulation IF. K. Lester Jr. (Red.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the national council of teachers of mathematics* (s. 707-762). Information age publishing.

Kieran, C. (2011). Overall commentary on early algebraization: Perspectives for research and teaching. I J. Cai & E. Knuth (Red.), *Early algebraization: A global dialogue from multiple perspectives* (s. 579-593). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-642-17735-4_29

Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. National academy press. https://doi.org/10.17226/9822

Koedinger, K. R. & Nathan, M. J. (2004). The real story behind story problems: Effects of representations on quantitative reasoning. *The journal of the learning sciences*, *13*(2), 129-164. https://doi.org/10.1207/s15327809jls1302_1

Kunnskapsdepartementet. (2019). *Læreplan i matematikk 1.-10. trinn (MAT01-05)*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://www.udir.no/lk20/mat01-05

Lincoln, Y. S. & Guba, E. G. (1985). *Naturalistic inquiry*. SAGE publications.

Mainali, B. (2021). Representation in teaching and learning mathematics. *International journal of education in mathematics, science and technology*, *9*(1), 1-21. https://doi.org/10.46328/ijemst.1111

Ng, S. F. & Lee, K. (2009). The model method: Singapore children's tool for representing and solving algebraic word problems. *Journal for research in mathematics education*, *40*(3), 282-313. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.40.3.0282

Osman, S., Yang, C. N. A. C., Abu, M. S., Ismail, N., Jambari, H. & Kumar, J. A. (2018). Enhancing students’ mathematical problem-solving skills through bar model visualisation technique. *International electronic journal of mathematics education*, *13*(3), 273-279. https://doi.org/10.12973/iejme/3919

Postholm, M. B. & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanning*. Cappelen damm.

Radford, L. (2011). Grade 2 students’ non-symbolic algebraic thinking. I J. Cai & E. Knuth (Red.), *Early algebraization: A global dialogue from multiple perspectives* (s. 303-322). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-642-17735-4_17

Radford, L. (2014). The progressive development of early embodied algebraic thinking. *Mathematics education research journal*, *26*, 257-277. https://doi.org/10.1007/s13394-013-0087-2

Reed, S. K. (1999). *Word problems: Research and curriculum reform*. Routledge.

Sharpe, S. T. (2019). An algebraic translation task solved by grade 7-9 students. *Mathematical thinking and learning*, *21*(1), 78-84. https://doi.org/10.1080/10986065.2019.1564970

Stacey, K. & MacGregor, M. (1999). Learning the algebraic method of solving problems. *The journal of mathematical behavior*, *18*(2), 149-167. https://doi.org/10.1016/S0732-3123(99)00026-7

Steffe, L. P. & Thompson, P. W. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. I A. E. Kelly & R. A. Lesh (Red.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (s. 267-307). Erlbaum. https://www.researchgate.net/publication/264119299_Teaching_experiment_methodology_Underlying_principles_and_essential_elements

Swan, M. (u.å.). *Collaborative learning in mathematics*. Shell centre for mathematics education, University of Nottingham. https://numeracy4schools.files.wordpress.com/2015/03/collaborative-learning-in-mathematics.pdf

Tchoshanov, M. A. (2002). Representation and cognition: Internalizing mathematical concepts. I F. Hitt (Red.), *Representations and mathematics visualization: PME-NA working group (1998-2002)* (s. 219-240). CINVESTAV-IPN. https://www.academia.edu/807016/Working_Group_on_Representations_and_Mathematics_Visualization

Thirunavukkarasu, M. & Senthilnathan, S. (2014). Effectiveness of bar model in enhancing the learning of mathematics at primary level. *International journal of teacher educational research*, *3*(1), 15-22. https://www.researchgate.net/publication/262562244_EFFECTIVENESS_OF_BAR_MODEL_IN_ENHANCING_THE_LEARNING_OF_MATHEMATICS_AT_PRIMARY_LEVEL

Verschaffel, L., Greer, B. & de Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. Swets & Zeitlinger.

Walkington, C., Sherman, M. & Petrosino, A. (2012). “Playing the game” of story problems: Coordinating situation-based reasoning with algebraic representation. *The journal of mathematical behavior*, *31*(2), 174-195. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2011.12.009

Wellington, J. (2015). *Educational research: Contemporary issues and practical approaches* (2. utg.). Bloomsbury.

Xin, Y. P., Wiles, B. & Lin, Y.-Y. (2008). Teaching conceptual model-based word problem story grammar to enhance mathematics problem solving. *The journal of special education*, *42*(3), 163-178. https://doi.org/10.1177/0022466907312895

8 VEDLEGG

Vedlegg 1: Norsk senter for forskningsdata – Vurdering
Vedlegg 2: Informasjonsskriv / Samtykkeskjema
Vedlegg 3: Diagrammer – Bruk av løsningsmetoder i time 4
Vedlegg 4: Tabell – Oversikt over bruk av løsningsmetoder i time 4
Vedlegg 5: Tabeller – Bruk av løsningsmetoder i alle timer (8. trinn)
Vedlegg 6: Tabeller – Bruk av løsningsmetoder i alle timer (9. trinn)
Vedlegg 7: Tabeller – Bruk av løsningsmetoder i time 4 (inkludert kun svar)
Vedlegg 8: Tabeller – Bruk av løsningsmetoder i time 4
Vedlegg 9: Transkripsjonsnøkkel
Vedlegg 10: Transkripsjon – Fokusgruppe 8-A
Vedlegg 11: Transkripsjon – Fokusgruppe 8-B
Vedlegg 12: Transkripsjon – Fokusgruppe 9-M
Vedlegg 13: Transkripsjon – Fokusgruppe 9-N
Vedlegg 14: Algebraiske tekstoppgaver – Oppgaver fra mappen
Vedlegg 15: Algebraiske tekstoppgaver – Bonusoppgaver
Vedlegg 16: Løsningsforslag til time 1
Vedlegg 17: Løsningsforslag til time 4
Vedlegg 18: Planleggingsskjema – Alle undervisningstimer
Vedlegg 19: Observasjonsskjema

8.1 Vedlegg 1: Norsk senter for forskningsdata – Vurdering

NORSK SENTER FOR FORSKNINGSDATA

Vurdering

Referansenummer

700846

Prosjekttittel

Løse tekstoppgaver ved hjelp av algebra

Behandlingsansvarlig institusjon

Universitetet i Agder / Avdeling for lærerutdanning

Prosjektansvarlig (vitenskapelig ansatt/veileder eller stipendiat)

David Alexander Reid, david.reid@uia.no, tlf: 38141267

Type prosjekt

Studentprosjekt, masterstudium

Kontaktinformasjon, student

Truls Jørgen Rydland, t-j-rydland@hotmail.com, tlf: 46805571

Prosjektperiode

10.01.2022 - 31.05.2022

Vurdering (1)

17.12.2021 - Vurdert

Det er vår vurdering at behandlingen av personopplysninger i prosjektet vil være i samsvar med personvernlovgivningen så fremt den gjennomføres i tråd med det som er dokumentert i meldeskjemaet 17.12.2021 med vedlegg, samt i meldingsdialogen mellom innmelder og NSD. Behandlingen kan starte.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET
Prosjektet vil behandle alminnelige personopplysninger frem til 31.05.2022.

LOVLIG GRUNNLAG
Prosjektet vil innhente samtykke fra de foresatte til behandlingen av personopplysninger om barna. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte/foresatte kan trekke tilbake.

Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være de foresattes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

PERSONVERNPRINSIPPER
NSD vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i

personvernforordningen om:

• lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at foresatte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen
• formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke viderebehandles til nye uforenlige formål
• dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet
• lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

DE REGISTRERTES RETTIGHETER
NSD vurderer at informasjonen om behandlingen som de registrerte og deres foresatte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.

Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18) og dataportabilitet (art. 20).

Vi minner om at hvis en registrert/foresatt tar kontakt om sine/barnets rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER
NSD legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

Ved bruk av databehandler (spørreskjemaleverandør, skylagring eller videosamtale) må behandlingen oppfylle kravene til bruk av databehandler, jf. art 28 og 29. Bruk leverandører som din institusjon har avtale med.

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og eventuelt rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

MELD VESENTLIGE ENDRINGER
Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til NSD ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilke type endringer det er nødvendig å melde: https://www.nsd.no/personverntjenester/fylle-ut-meldeskjema-for-personopplysninger/melde-endringer-i-meldeskjema. Du må vente på svar fra NSD før endringen gjennomføres.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET
NSD vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Kontaktperson hos NSD: Sturla Herfindal

Lykke til med prosjektet!

8.2 Vedlegg 2: Informasjonsskriv / Samtykkeskjema

Vil du delta i forskningsprosjektet
Løse tekstoppgaver ved hjelp av algebra

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å se på hvordan elever på 8. trinn og 9. trinn bruker algebra for å løse tekstoppgaver. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål
Formålet med dette forskningsprosjektet er å se på hvordan elever på 8. trinn og 9. trinn bruker algebra for å løse tekstoppgaver.

Problemstilling: *Hvordan henter elever på 8. trinn og 9. trinn ut informasjon fra tekstoppgaver og lager algebraisk uttrykk?*

Forskningsspørsmål:

- *Hvilke strategier bruker elever på 8. trinn og 9. trinn når de løser tekstoppgaver ved hjelp av algebra?*
- *Hvordan kan bruk av ulike metoder hjelpe elevene med å løse tekstoppgaver og tenke algebraisk?*
- *Hvordan viser elever på 8. trinn og 9. trinn forståelse for algebraisk tenkning når de jobber med tekstoppgaver?*

Omfang: Elevene som deltar i dette prosjektet vil jobbe med tekstoppgaver i en mappe gjennom en periode på 4 undervisningstimer. Undervisningstimene vil hovedsakelig bestå av gruppearbeid, med litt gjennomgang på tavla.

Dette er en masteroppgave i matematikkdidaktikk.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?
Universitetet i Agder er ansvarlig for prosjektet.
Veiledere: David Alexander Reid og Jorunn Reinhardtsen.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?
Du får spørsmål om å delta fordi du er elev på 8. trinn/9. trinn og har matematikk.

Hva innebærer det for deg å delta?
Hvis du velger å delta i prosjektet, innebærer det at du vil få en mappe med ulike typer tekstoppgaver du skal jobbe med. Denne mappen skal du jobbe med i 4 undervisningstimer sammen med en gruppe. Du vil bli observert når du jobber sammen med dine medelever i grupper. I den siste undervisningstimen vil det bli tatt videoopptak i fugleperspektiv, altså ovenfra, i tillegg til lydopptak for å sikre god lyd. Her vil bare to grupper bli filmet, og du kommer dermed ikke til å bli med på videoopptaket hvis du ikke ønsker det. I tillegg vil en av disse gruppene bli intervjuet gruppevis i etterkant av prosjektet hvis det er nødvendig for forskningen vår. Også her er det frivillig å delta.

Ønsker dine foresatte å se mappen med oppgaver på forhånd så ta kontakt.

Hvordan gjennomføres videoopptakene?

- Hvordan skal filmingen i praksis gjennomføres? Hvem styrer kameraet?
  - Det vil være to kameraer som vil være fastmontert på stativ. Hvert av kameraene vil ta videoopptak av hver sin fokusgruppe (kun deltakere som ønsker å delta).
  - Vinkelen vil være i fugleperspektiv, altså ovenfra.
  - Det vil i tillegg bli brukt en lydopptaker hos hver fokusgruppe for å sikre god lyd.

- I hvilke situasjoner skal det filmes? Hvor mange opptak er nødvendig og hvor lenge?
  - Det vil bli tatt videoopptak av den siste undervisningstimen deltakerne deltar i prosjektet. Deltakerne vil da jobbe sammen i grupper med oppgaver fra mappen.
  - Videoopptaket vil vare i en undervisningstime, altså omtrent 45 minutter.

- Hva vil løsningen være for deltakerne som ikke ønsker å delta i prosjektet eller som spesifikt ikke ønsker å være med på videoopptak/lydopptak?
  - De som ikke ønsker å delta i prosjektet i det hele tatt vil hverken bli filmet eller observert, men skal fortsatt jobbe med de samme oppgavene som resten av elevgruppen.
  - De som ønsker å delta i prosjektet, men ikke vil bli filmet skal jobbe med de samme oppgavene som resten av elevgruppen. De vil bli observert mens de jobber i grupper, men vil ikke bli med på videoopptak eller lydopptak.

- Hvilke tiltak gjøres for å unngå at deltakerne som ikke har samtykke blir filmet?
  - For å sikre at ikke eventuell lyd og video fra andre grupper som ikke ønsker å delta blir tatt opp, vil det være tilstrekkelig avstand for å unngå dette.
  - En gjennomgang av informasjon i forhold til videoopptak vil gjennomføres muntlig med deltakerne. Dette er for å gjøre det alderstilpasset for deltakerne og for å sikre at elevene har mulighet til å ikke delta, på tross av foresattes samtykke.
  - Før den siste undervisningstimen vil vi gå gjennom hva og hvordan videoopptakene skal gjennomføres. Dette er for å sikre at de som har samtykket fortsatt ønsker å delta.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Ønsker du ikke å delta i prosjektet vil du jobbe med akkurat de samme oppgavene under oppsyn av en lærer, men vil hverken bli observert eller filmet i forhold til prosjektet.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger
Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

- Vi er to studenter ved Universitetet i Agder som vil ha tilgang på opplysninger som er relevant i forhold til prosjektet.
- Navnet på mappen vil bli erstattet med et synonym som gjør at ingen uvedkommende får tilgang til personopplysningene.
- Videopptakene vil bli gjennomgått og transkribert kort tid etter gjennomført undervisning og bli slettet innen kort tid for å sikre at ingen uvedkommende får tilgang til personopplysningene.

- Julian Norum Breland og Truls Jørgen Rydland vil være databehandlere.
- Deltakerne vil ikke bli gjenkjent i publikasjonen av dette prosjektet.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?
Alle opplysningene som inngår i oppgaven vil være anonymisert når prosjektet avsluttes/oppgaven er godkjent, noe som etter planen er mai 2022. Alle personopplysninger og videopptak vil da være slettet.

Dine rettigheter
Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene,
- å få rettet personopplysninger om deg,
- å få slettet personopplysninger om deg, og
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?
Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra Universitetet i Agder har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?
Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- Universitetet i Agder ved David Alexander Reid (david.reid@uia.no)
  og/eller Jorunn Reinhardtsen (jorunn.reinhardtsen@uia.no)

- Studenter: Julian Norum Breland (julianbreland@hotmail.com)
  og/eller Truls Jørgen Rydland (truls.jorgen.rydland@kristiansand.kommune.no)

- Vårt personvernombud: Ina Danielsen (personvernombud@uia.no)

Hvis du har spørsmål knyttet til NSD sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS på epost (personverntjenester@nsd.no)
  eller på telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

David Alexander Reid og
Jorunn Reinhardtsen
(Veiledere)

Julian Norum Breland og
Truls Jørgen Rydland
(Studenter)

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet «*Løse tekstoppgaver ved hjelp av algebra*» og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- ☐ at mitt barn deltar i undervisning med observasjon
- ☐ at mitt barn deltar i undervisning med videopptak
- ☐ at mitt barn deltar på et gruppeintervju dersom det blir nødvendig

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet.

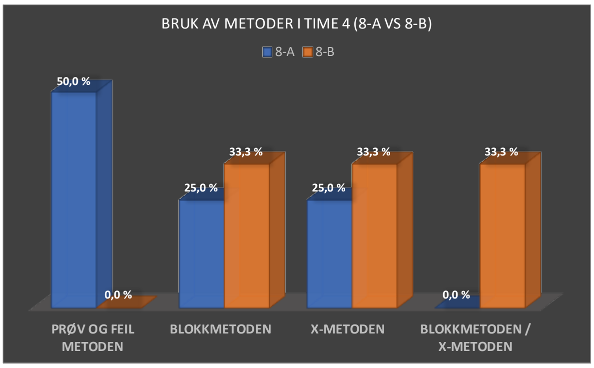
_ _

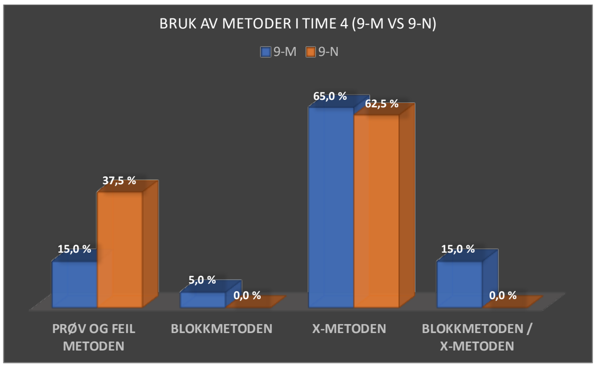
(Signert av prosjektdeltaker, dato)

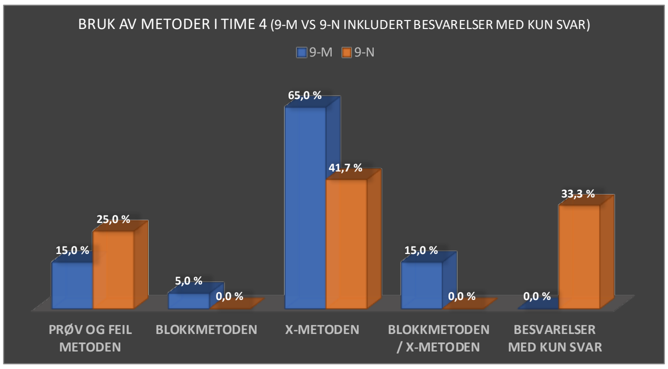
_ _

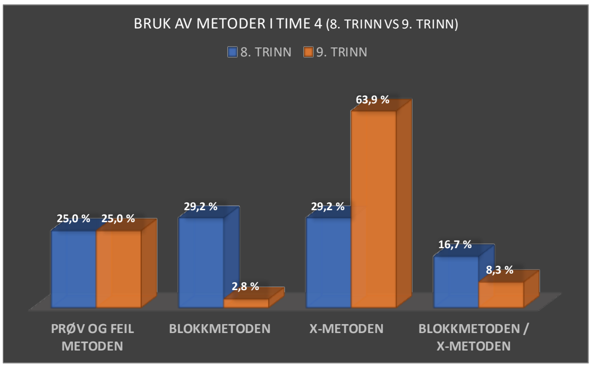
(Signert av foresatte, dato)

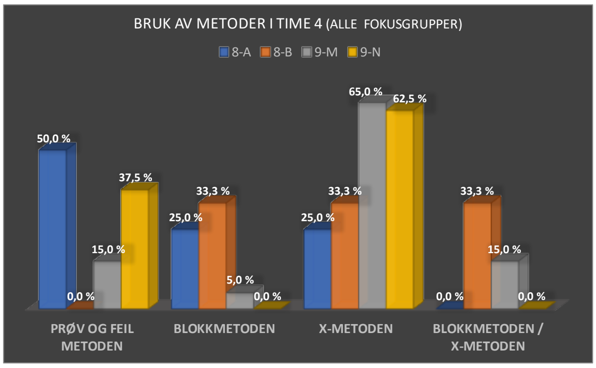
8.3 Vedlegg 3: Diagrammer – Bruk av løsningsmetoder i time 4











8.4 Vedlegg 4: Tabell – Oversikt over bruk av løsningsmetoder i time 4

NAVN PÅ ELEV	OPPGAVE: ALDERSOPPGAVE 1	SKIOPPGAVEN	HÅNDBALLOPPGAVEN	ALDERSOPPGAVE 2	VALG AV METODE: B		P		X		BX		A		S		0
ANNE	P	B	P	X	1	25,0 %	2	50,0 %	1	25,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0
ADAM	P	B	P	X	1	25,0 %	2	50,0 %	1	25,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0
AMALIE	P	B	P	X	1	25,0 %	2	50,0 %	1	25,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0
BERIT	B	B	X	0	2	66,7 %	0	0,0 %	1	33,3 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	1
BENDIK	BX	BX	X	0	0	0,0 %	0	0,0 %	1	33,3 %	2	66,7 %	0	0,0 %	0	0,0 %	1
BIRGER	B	B	X	0	2	66,7 %	0	0,0 %	1	33,3 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	1
BRAGE	BX	BX	X	0	0	0,0 %	0	0,0 %	1	33,3 %	2	66,7 %	0	0,0 %	0	0,0 %	1
MARIT	B	BX	BX	BX	1	25,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	3	75,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0
MAGNUS	P	X	P	P	0	0,0 %	3	75,0 %	1	25,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0
MIA	X	X	X	X	0	0,0 %	0	0,0 %	4	100 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0
MONA	X	X	X	X	0	0,0 %	0	0,0 %	4	100 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0
METTE	X	X	X	X	0	0,0 %	0	0,0 %	4	100 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0
NINA	P	X	S	P	0	0,0 %	2	50,0 %	1	25,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	1	25,0 %	0
NIKOLAI	P	P	P	P	0	0,0 %	4	100 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0
NORA	X	S	S	S	0	0,0 %	0	0,0 %	1	25,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	3	75,0 %	0
NATALIE	S	S	S	S	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	4	100 %	0
NILS	X	X	X	X	0	0,0 %	0	0,0 %	4	100 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0
NANCY	X	X	X	X	0	0,0 %	0	0,0 %	4	100 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0

VALG AV METODE	ALDERSOPPGAVE 1	SKIOPPGAVEN	HÅNDBALLOPPGAVEN	ALDERSOPPGAVE 2
B	3 16,7 %	5 27,8 %	0 0,0 %	0 0,0 %
P	6 33,3 %	1 5,6 %	5 27,8 %	3 21,4 %
X	6 33,3 %	7 38,9 %	9 50,0 %	8 57,1 %
BX	2 11,1 %	3 16,7 %	1 5,6 %	1 7,1 %
A	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %
S	1 5,6 %	2 11,1 %	3 16,7 %	2 14,3 %
0	0	0	0	4

GRUPPE 8-A
GRUPPE 8-B
GRUPPE 9-M
GRUPPE 9-N

KORREKT SVAR

P = PRØV OG FEIL METODEN
B = BLOKKMETODEN
X = X-METODEN
BX = BLOKKMETODEN / X-METODEN
S = BESVARELSER MED KUN SVAR
0 = BLANKE BESVARELSER

8.5 Vedlegg 5: Tabeller – Bruk av løsningsmetoder i alle timer (8. trinn)

GRUPPE 8-A	OPPGAVENUMMER 1-1	1-2	2-1	2-2	2-3	2-4	3-1	3-2	3-3	3-4	4-1	4-2	4-3	4-4	4-5	4-6
ANNE	P	P	0	P	P	B	B	P	P	P	P	B	P	X	0	0
ADAM	P	0	0	P	P	B	B	P	P	0	P	B	P	X	0	0
AMALIE	P	0	0	P	P	B	B	P	P	0	P	B	P	X	0	0
VALG AV METODE: B	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	3 100 %	3 100 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	3 100 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %
P	3 100 %	1 100 %	0 0 %	3 100 %	3 100 %	0 0 %	0 0 %	3 100 %	3 100 %	1 100 %	3 100 %	0 0 %	3 100 %	0 0 %	0 0 %	0 0 %
X	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	3 100 %	0 0,0 %	0 0,0 %
BX	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %
A	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %
S	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %
0	0	2	3	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	3	3

GRUPPE 8-A	VALG AV METODE: B		P		X		BX		A		S		0
ANNE	3	23,1 %	9	69,2 %	1	7,7 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	3
ADAM	3	27,3 %	7	63,6 %	1	9,1 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	5
AMALIE	3	27,3 %	7	63,6 %	1	9,1 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	5

TOTALT	
B	25,7 %
P	65,7 %
X	8,6 %
BX	0,0 %
A	0,0 %
S	0,0 %

GRUPPE 8-B	OPPGAVENUMMER 1-1	1-2	2-1	2-2	2-3	2-4	3-1	3-2	3-3	3-4	4-1	4-2	4-3	4-4	4-5	4-6
BERIT	P	0	0	B	B	P	P	P	B	0	B	B	X	0	0	0
BENDIK	A	0	0	B	B	P	P	P	BX	0	BX	BX	X	0	0	0
BIRGER	S	0	S	B	P	P	P	P	B	0	B	B	X	0	0	0
BRAGE	A	S	S	B	P	P	P	P	B	0	BX	BX	X	0	0	0
VALG AV METODE: B	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	4 100 %	2 50,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	3 75,0 %	0 0,0 %	2 50,0 %	2 50,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %
P	1 25 %	0 0 %	0 0 %	0 0 %	2 50 %	4 100 %	4 100 %	4 100 %	0 0 %	0 0 %	0 0 %	0 0 %	0 0 %	0 0 %	0 0 %	0 0 %
X	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	4 100 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %
BX	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	1 25,0 %	0 0,0 %	2 50,0 %	2 50,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %
A	2 50,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %
S	1 25,0 %	1 100 %	2 100 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %
0	0	3	2	0	0	0	0	0	0	4	0	0	0	4	4	4

GRUPPE 8-B	VALG AV METODE: B		P		X		BX		A		S		0
BERIT	5	50,0 %	4	40,0 %	1	10,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	6
BENDIK	2	20,0 %	3	30,0 %	1	10,0 %	3	30,0 %	1	10,0 %	0	0,0 %	6
BIRGER	4	36,4 %	4	36,4 %	1	9,1 %	0	0,0 %	0	0,0 %	2	18,2 %	5
BRAGE	2	16,7 %	4	33,3 %	1	8,3 %	2	16,7 %	1	8,3 %	2	16,7 %	4

TOTALT	
B	30,2 %
P	34,9 %
X	9,3 %
BX	11,6 %
A	4,7 %
S	9,3 %

GRUPPE 8-A

GRUPPE 8-B

KORREKT SVAR

P = PRØV OG FEIL METODEN
B = BLOKKMETODEN
X = X-METODEN
BX = BLOKKMETODEN / X-METODEN
A = ALTERNATIVE BESVARELSER
S = BESVARELSER MED KUN SVAR
0 = BLANKE BESVARELSER

8.6 Vedlegg 6: Tabeller – Bruk av løsningsmetoder i alle timer (9. trinn)

GRUPPE 9-M

	OPPGAVENUMMER																VALG AV METODE												
	1-1	1-2	2-1	2-2	2-3	2-4	3-1	3-2	3-3	3-4	4-1	4-2	4-3	4-4	4-5	4-6	B		P		X		BX		A		S		0
MARIT	P	P	P	P	B	B	BX	BX	P	P	B	BX	BX	BX	0	0	3	21,4 %	6	42,9 %	0	0,0 %	5	35,7 %	0	0,0 %	0	0,0 %	2
MAGNUS	A	P	B	B	B	B	PA	P	P	P	P	X	P	P	P	0	4	28,6 %	8	57,1 %	1	7,1 %	0	0,0 %	1	7,1 %	0	0,0 %	1
MIA	X	X	P	P	P	X	X	X	X	P	X	X	X	X	0	0	0	0,0 %	4	28,6 %	10	71,4 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	2
MONA	X	X	P	P	P	X	X	X	X	P	X	X	X	X	0	0	0	0,0 %	4	28,6 %	10	71,4 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	2
METTE	X	X	P	P	P	X	X	X	X	P	X	X	X	X	0	0	0	0,0 %	4	28,6 %	10	71,4 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	2

VALG AV METODE	1-1	1-2	2-1	2-2	2-3	2-4	3-1	3-2	3-3	3-4	4-1	4-2	4-3	4-4	4-5	4-6
B	0 0,0 %	0 0,0 %	1 20,0 %	1 20,0 %	2 40,0 %	2 40,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	1 20,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %
P	1 20 %	2 40 %	4 80 %	4 80 %	3 60 %	0 0 %	0 0 %	1 20 %	2 40 %	5 100 %	1 20 %	0 0 %	1 20 %	1 20 %	1 100 %	0 0 %
X	3 60,0 %	3 60,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	3 60,0 %	3 75,0 %	3 60,0 %	3 60,0 %	0 0,0 %	3 60,0 %	4 80,0 %	3 60,0 %	3 60,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %
BX	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	1 25,0 %	1 20,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	1 20,0 %	1 20,0 %	1 20,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %
A	1 20,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %
S	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	5

TOTALT	
B	10,0 %
P	37,1 %
X	44,3 %
BX	7,1 %
A	1,4 %
S	0,0 %

GRUPPE 9-N

	OPPGAVENUMMER																VALG AV METODE												
	1-1	1-2	2-1	2-2	2-3	2-4	3-1	3-2	3-3	3-4	4-1	4-2	4-3	4-4	4-5	4-6	B		P		X		BX		A		S		0
NINA	P	P	P	P	B	B	BX	P	S	P	P	X	S	P	0	0	2	14,3 %	8	57,1 %	1	7,1 %	1	7,1 %	0	0,0 %	2	14,3 %	2
NIKOLAI	P	P	0	0	0	0	P	P	P	P	P	P	P	P	0	0	0	0,0 %	10	100 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	6
NORA	X	X	P	P	P	X	BX	S	S	S	X	S	S	S	0	0	0	0,0 %	3	21,4 %	4	28,6 %	1	7,1 %	0	0,0 %	6	42,9 %	2
NATALIE	S	S	S	S	B	B	0	0	0	0	S	S	S	S	0	0	2	20,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	8	80,0 %	6
NILS	P	P	0	0	0	0	P	P	P	X	X	X	X	X	0	0	0	0,0 %	5	50,0 %	5	50,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	6
NANCY	X	X	P	P	P	X	X	X	X	P	X	X	X	X	0	0	0	0,0 %	4	28,6 %	10	71,4 %	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	2

VALG AV METODE	1-1	1-2	2-1	2-2	2-3	2-4	3-1	3-2	3-3	3-4	4-1	4-2	4-3	4-4	4-5	4-6
B	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	2 50,0 %	2 50,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %
P	3 50 %	3 50 %	3 75 %	3 75 %	2 50 %	0 0 %	2 40 %	3 60 %	2 40 %	3 60 %	2 33 %	1 17 %	1 17 %	2 33 %	0 0 %	0 0 %
X	2 33,3 %	2 33,3 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	2 50,0 %	1 20,0 %	1 20,0 %	1 20,0 %	1 20,0 %	3 50,0 %	3 50,0 %	2 33,3 %	2 33,3 %	0 0,0 %	0 0,0 %
BX	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	2 40,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %
A	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %
S	1 16,7 %	1 16,7 %	1 25,0 %	1 25,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	0 0,0 %	1 20,0 %	2 40,0 %	1 20,0 %	1 16,7 %	2 33,3 %	3 50,0 %	2 33,3 %	0 0,0 %	0 0,0 %
0	0	0	2	2	2	2	1	1	1	1	0	0	0	0	6	6

TOTALT	
B	5,6 %
P	41,7 %
X	27,8 %
BX	2,8 %
A	0,0 %
S	22,2 %

GRUPPE 9-M

GRUPPE 9-N

KORREKT SVAR

P = PRØV OG FEIL METODEN
B = BLOKKMETODEN
X = X-METODEN
BX = BLOKKMETODEN / X-METODEN
A = ALTERNATIVE BESVARELSER
S = BESVARELSER MED KUN SVAR
0 = BLANKE BESVARELSER

8.7 Vedlegg 7: Tabeller – Bruk av løsningsmetoder i time 4 (inkludert kun svar)

GRUPPE 8-A		
METODE	ANTALL	PROSENT
P	6	50,0 %
B	3	25,0 %
X	3	25,0 %
BX	0	0,0 %
S	0	0,0 %
TOTALT	12	100 %

GRUPPE 8-B		
METODE	ANTALL	PROSENT
P	0	0,0 %
B	4	33,3 %
X	4	33,3 %
BX	4	33,3 %
S	0	0,0 %
TOTALT	12	100 %

GRUPPE 8-A vs GRUPPE 8-B				
METODE	8-A	8-A	8-B	8-B
PRØV OG FEIL METODEN	6	50,0 %	0	0,0 %
BLOKKMETODEN	3	25,0 %	4	33,3 %
X-METODEN	3	25,0 %	4	33,3 %
BLOKKMETODEN / X-METODEN	0	0,0 %	4	33,3 %
BESVARELSER MED KUN SVAR	0	0,0 %	0	0,0 %
TOTALT	12	100 %	12	100 %

GRUPPE 9-M		
METODE	ANTALL	PROSENT
P	3	15,0 %
B	1	5,0 %
X	13	65,0 %
BX	3	15,0 %
S	0	0,0 %
TOTALT	20	100 %

GRUPPE 9-N		
METODE	ANTALL	PROSENT
P	6	25,0 %
B	0	0,0 %
X	10	41,7 %
BX	0	0,0 %
S	8	33,3 %
TOTALT	24	100 %

GRUPPE 9-M vs GRUPPE 9-N				
METODE	9-M	9-M	9-N	9-N
PRØV OG FEIL METODEN	3	15,0 %	6	25,0 %
BLOKKMETODEN	1	5,0 %	0	0,0 %
X-METODEN	13	65,0 %	10	41,7 %
BLOKKMETODEN / X-METODEN	3	15,0 %	0	0,0 %
BESVARELSER MED KUN SVAR	0	0,0 %	8	33,3 %
TOTALT	20	100 %	24	100 %

GRUPPE 8-A OG 8-B		
METODE	ANTALL	PROSENT
P	6	25,0 %
B	7	29,2 %
X	7	29,2 %
BX	4	16,7 %
S	0	0,0 %
TOTALT	24	100 %

GRUPPE 9-M OG 9-N		
METODE	ANTALL	PROSENT
P	9	20,5 %
B	1	2,3 %
X	23	52,3 %
BX	3	6,8 %
S	8	18,2 %
TOTALT	44	100 %

8. TRINN vs 9. TRINN				
METODE	8. TRINN	8. TRINN	9. TRINN	9. TRINN
PRØV OG FEIL METODEN	6	25,0 %	9	20,5 %
BLOKKMETODEN	7	29,2 %	1	2,3 %
X-METODEN	7	29,2 %	23	52,3 %
BLOKKMETODEN / X-METODEN	4	16,7 %	3	6,8 %
BESVARELSER MED KUN SVAR	0	0,0 %	8	18,2 %
TOTALT	24	100 %	44	100 %

P = PRØV OG FEIL METODEN
B = BLOKKMETODEN
X = X-METODEN
BX = BLOKKMETODEN / X-METODEN
S = BESVARELSER MED KUN SVAR

ALLE FOKUSGRUPPER								
METODE	8-A	8-A	8-B	8-B	9-M	9-M	9-N	9-N
PRØV OG FEIL METODEN	6	50,0 %	0	0,0 %	3	15,0 %	6	25,0 %
BLOKKMETODEN	3	25,0 %	4	33,3 %	1	5,0 %	0	0,0 %
X-METODEN	3	25,0 %	4	33,3 %	13	65,0 %	10	41,7 %
BLOKKMETODEN / X-METODEN	0	0,0 %	4	33,3 %	3	15,0 %	0	0,0 %
BESVARELSER MED KUN SVAR	0	0,0 %	0	0,0 %	0	0,0 %	8	33,3 %
TOTALT	12	100 %	12	100 %	20	100 %	24	100 %

8.8 Vedlegg 8: Tabeller – Bruk av løsningsmetoder i time 4

8-A vs 8-B				
METODE	8-A	8-A	8-B	8-B
PRØV OG FEIL METODEN	6	50,0 %	0	0,0 %
BLOKKMETODEN	3	25,0 %	4	33,3 %
X-METODEN	3	25,0 %	4	33,3 %
BLOKKMETODEN / X-METODEN	0	0,0 %	4	33,3 %
TOTALT	12	100 %	12	100 %

9-M vs 9-N				
METODE	9-M	9-M	9-N	9-N
PRØV OG FEIL METODEN	3	15,0 %	6	37,5 %
BLOKKMETODEN	1	5,0 %	0	0,0 %
X-METODEN	13	65,0 %	10	62,5 %
BLOKKMETODEN / X-METODEN	3	15,0 %	0	0,0 %
TOTALT	20	100 %	16	100 %

8. TRINN vs 9. TRINN				
METODE	8. TRINN	8. TRINN	9. TRINN	9. TRINN
PRØV OG FEIL METODEN	6	25,0 %	9	25,0 %
BLOKKMETODEN	7	29,2 %	1	2,8 %
X-METODEN	7	29,2 %	23	63,9 %
BLOKKMETODEN / X-METODEN	4	16,7 %	3	8,3 %
TOTALT	24	100 %	36	100 %

ALLE FOKUSGRUPPER								
METODE	8-A	8-A	8-B	8-B	9-M	9-M	9-N	9-N
PRØV OG FEIL METODEN	6	50,0 %	0	0,0 %	3	15,0 %	6	37,5 %
BLOKKMETODEN	3	25,0 %	4	33,3 %	1	5,0 %	0	0,0 %
X-METODEN	3	25,0 %	4	33,3 %	13	65,0 %	10	62,5 %
BLOKKMETODEN / X-METODEN	0	0,0 %	4	33,3 %	3	15,0 %	0	0,0 %
TOTALT	12	100 %	12	100 %	20	100 %	16	100 %

P = PRØV OG FEIL METODEN
B = BLOKKMETODEN

X = X-METODEN
BX = BLOKKMETODEN / X-METODEN

8.9 Vedlegg 9: Transkripsjonsnøkkel

Transkripsjonsnøkkel

Symbol	Betydning
?	Indikerer spørsmål.
...	Indikerer når en elev stopper for å tenke eller blir avbrutt.
(Tekst)	Beskriver hendelser, bevegelser eller kontekst som ikke uttrykkes verbalt, som for eksempel at noen peker / viser noe.
(Navn)	Beskriver hvem av elevene det snakkes om eller til.
(Spør Navn)	Beskriver hvem som blir stilt et spørsmål.
[Tekst]	Beskriver hva som skjer i oppholdet mellom transkripsjonene.

Utelatt fra transkripsjoner:

- Lyder som «ehm» og «hmm».

- Sekvenser der elevene tuller med lydopptakeren, ettersom det da er vanskelig å høre hva som blir sagt. Disse sekvensene blir beskrevet med: [Elevene tuller med lydopptakeren.]

- Sekvenser der elevene tuller og prater om ting som er totalt irrelevant med tanke på matematikk. Disse sekvensene blir beskrevet med: [Elevene tuller og snakker om andre ting.]

8.10 Vedlegg 10: Transkripsjon – Fokusgruppe 8-A

Transkripsjon: Fokusgruppe 8-A

ADAM: Oppgave en da? Hvilken metode var det vi skulle bruke?

AMALIE: Jeg tror det er bare den vi foretrekker. Det er det det står på toppen.

ANNE: Hvilken pleier dere å bruke?

AMALIE: Jeg liker best prøv og feil metoden, men han (Adam) liker best blokkmetoden, så vi kan jo bare ta forskjellig da? Eller?

ADAM: Vi skal jo jobbe i en gruppe.

AMALIE: Ja.

ANNE: Ja, vi kan jo ta noen oppgaver med blokkmetoden og noen med prøv og feil metoden.

AMALIE: Ja, okey. Hvilken skal vi begynne med da? Prøv og feil eller blokkmetoden?

ANNE: Det er akkurat det samme for meg.

ADAM: Vi kan ta prøv og feil først.

ANNE: Okey.

AMALIE: Ja.

ANNE: Petter, Niklas og Didrik er til sammen førtiåtte år. Petter er dobbelt så gammel som Niklas, men halvparten så gammel som Didrik. Hvor gamle er hver av dem? Så når jeg gjør prøv og feil metoden så pleier jeg hvert fall å skrive opp navnene.

ADAM: Ja.

ANNE: Så må jeg først finne ut hvem som er minst.

AMALIE: Ja.

ANNE: Da er ...

AMALIE: Er ikke Niklas minst, eller?

ANNE: Jeg tror det.

AMALIE: Det er enten Niklas eller Didrik som er minst.

ANNE: Ja, hva tror du? (Spør Adam)

ADAM: Jeg tror Niklas er minst.

ANNE: Ja, fordi Petter er dobbelt så gammel som Niklas og halvparten så gammel som Didrik.

ADAM: Didrik er eldst, så er Petter ...

ANNE: Ja, ja også Niklas. Så da er Niklas minst. Og så Petter. Og så Didrik. Har noen et tall? Vi kan jo prøve hvis Niklas er tolv.

AMALIE: Ja, vi kan prøve det.

ANNE: Så hvis Niklas er tolv ...

ADAM: Så er Petter dobbelt så gammel

ANNE: Ja, og da er han tjuefire.

ADAM: Og så er Didrik nei, Didrik er ...

ANNE: Dobbelt så gammel som Petter.

ADAM: Ja.

ANNE: Det blir altfor mye.

ADAM: Det blir for mye.

AMALIE: Ja.

ANNE: Da må vi ha mindre på Niklas da. Hvis vi prøver åtte kanskje?

ADAM: Ja.

AMALIE: Mhm.

ANNE: Hvis Niklas er åtte, så er Petter dobbelt så gammel. Da er han seksten. Og så er Didrik dobbelt så gammel som Petter. Da blir det trettito.

AMALIE: Det blir for lite.

ANNE: Det blir fremdeles for mye.

ADAM: Ja. Men vi nærmer oss da.

AMALIE: Enda mindre.

ANNE: Hvis vi prøver seks.

ADAM: Vi prøver bare seks.

ANNE: Da er Petter tolv og Didrik tjuefire.

ADAM: Jeg tipper det er syv fordi ...

AMALIE: Ja.

ADAM: Det blir for lite nå.

ANNE: Ja, da er det syv da. Hvis Niklas er syv, så er Petter fjorten. Tjueåtte ...

ADAM: Jeg tror ikke det er riktig.

ANNE: Nei, det blir førtini.

AMALIE: Ja.

ADAM: Det må være desimaltall da.

ANNE: Det gir ikke mening hvis vi skal si at Niklas er syv komma fem år liksom, eller seks komma fem år.

ADAM: Sant.

ANNE: Men vi kan jo prøve da. Seks komma fem, og hvis Niklas er seks komma fem så er Petter tretten og Didrik tjueseks.

ADAM: Ja.

[Elevene får beskjed om at det er en feil i oppgaven. De tre personene er 49 år til sammen, og ikke 48 år som det står i oppgaveteksten.]

ANNE: Da er syv riktig da.
ADAM: Da hadde vi rett da.
ANNE: Da er det riktig at han er syv, og han er fjorten og han er tjueåtte.
AMALIE: Så det er skrivefeil, eller?
ANNE: Ja, tror det. Da hadde vi riktig.
AMALIE: Da tar vi neste oppgave. Skal vi prøve blokkmetoden da?
ADAM: Ja.
AMALIE: Ja. Jeg er veldig dårlig på den.
ANNE: Robert elsker å gå på langrenn om Vinteren. Vinteren 2021 gikk han tre ganger så langt som vinteren 2020. Vinteren 2019 gikk han tretti kilometer lengre enn vinteren 2020. Til sammen har han gått syv hundre og åtti kilometer. Okey, så han gikk minst i 2020.
ADAM: Så 2020 kan vi ta en blokk da.
AMALIE: Ja.
ADAM: Og kalle den for ...
ANNE: 2020 er lik en blokk.
ADAM: Blokk null. Og så ...
ANNE: Og så kommer ... Hvis vi tar ... 2019, for da gikk han tretti kilometer lenger. Da blir det en blokk pluss tretti kilometer. Og så 2021 så gikk han tre ganger så langt som 2020, så da blir det tre blokker.
AMALIE: Skal det stå noe inne i de blokkene? Eller er det bare nei, ja.
ANNE: Du må skrive. Se (Viser i Amalie sin mappe). Når du har en blokk, så må du skrive på her pluss tretti.
AMALIE: Å, ja.
ANNE: Ikke inne i blokka. Fordi blokka er jo liksom seg selv.
AMALIE: Okey. Så jeg skriver én inne i blokka og så ...
ANNE: Vi skrev null inne i blokka.
AMALIE: Eller vent, jeg kan ikke viske. Sånn.

ANNE: Ikke skriv en blokk. Se. 2020 er en blokk. 2019 var like mye som 2020 men pluss tretti kilometer, så da er ikke en blokk tretti kilometer, men da må du plusse på tretti kilometer etter blokka. Men den blokka er ikke med nå da.
ADAM: Du må krysse den ut.
ANNE: Bare kryss den ut.
ADAM: Så det blir fem blokker til sammen.
ANNE: Da blir det fem ganger blokk.
ADAM: Ja. Og så ... Jeg tenker at vi kan ta syv hundre og åtti minus tretti, sånn at det blir lettere å regne ut.
ANNE: Vent. Hvis vi ... Fordi når vi ... Når vi ... Når vi har sånn pluss tretti på den ene, så skal det være fem ganger blokk pluss tretti er lik syv hundre og åtti. Så hvis vi skriver det først, og så kan vi skrive ...
AMALIE: Så fem ganger blokk pluss tretti?
ANNE: Ja, pluss tretti kilometer. Det skal være syv hundre og åtti kilometer, fordi vi fikk vite at han gikk det til sammen. Og så må vi ta ... Nå må vi heller ta fem ganger blokk er lik syv hundre og åtti minus tretti.
ADAM: Ja.
ANNE: For da blir det riktig. For da går vi ikke bare rett på. For da skriver vi ned det vi tenker.
AMALIE: Er lik syv hundre og åtti ganger tretti.
ADAM: Minus tretti.
ANNE: Minus tretti fordi vi tar bort den pluss tretti som vi har der, så det blir enklere å regne.
ADAM: Så blir det bare å dele, ikke sant? Syv hundre og femti delt på fem?
ANNE: Ja, for da er en blokk ... Er lik syv hundre og femti delt på fem.
AMALIE: Så da skal jeg skrive én og en blokk er lik ...
ANNE: Bare en blokk. Du trenger ikke å skrive én inne i blokka, fordi du har jo en blokk. Du vet jo at en blokk er en blokk på en måte. For nå skal vi finne ut hvor mye en blokk er, og da tar vi syv hundre og femti delt på fem, fordi det er fem blokker.
TRULS JØRGEN: Går det bra?
ADAM: Ja.
AMALIE: Okey, jeg fikk svaret. Hundre og femti. Jeg er ganske god på deling.
ANNE: Okey, da vet vi at en blokk er hundre og femti.
AMALIE: Må bare dobbeltsjekke at det er riktig.
ADAM: Da blir det jo ...

ANNE: Så hvis en blokk er hundre og femti da, så har han gått hundre og femti kilometer i 2020, så har han gått hundre og åtti kilometer i 2019 og ...

ADAM: Fire hundre og femti.

ANNE: Ja, i 2021. I 2020 så gikk han hundre og femti kilometer.

AMALIE: Så gikk han ... Vent, hvor mye gikk han i 2020?

ANNE: Hundre og femti kilometer, fordi vi fant ut at en blokk er hundre og femti. Så i 2019 gikk han hundre og femti pluss tretti, altså hundre og åtti. Og i 2021 gikk han tre ganger så mye som i 2020.

ANNE: Kristin, Siri, Andrea og Gry spilte håndballkamp og scoret trettifire mål til sammen. Gry ble toppscorer og scoret tre ganger så mange mål som Siri. Andrea scoret tre mål mer enn Siri, mens Kristin scoret like mange mål Siri og Andrea til sammen. Hvor mange mål scoret de hver?

ADAM: Vi vet at Gry har mest mål.

AMALIE: Siri har minst.

ANNE: Åja, det var fire personer. Jeg tenkte at det var tre.

AMALIE: Siri, hun har minst.

ANNE: Siri?

ADAM: Ja, Siri har minst.

ANNE: Gry ble toppscorer og scoret tre ganger så mange mål som Siri. Andrea scoret tre mål mer en Siri. Ja.

AMALIE: Vi har ett minutt og tjue sekund igjen.

ANNE: Siri og Andrea. Hva skrev du? (Spør Amalie)

ADAM: Det er fire folk.

AMALIE: Er det fire?

ANNE: Ja, jeg trodde også det var tre.

AMALIE: Åja.

ANNE: Det er Kristin også. Kristin scoret like mange mål som Siri og Andrea til sammen. Så da er Kristin mellom Andrea og Gry, for vi vet at Gry scoret mest. Nå glemte du Kristin igjen.

AMALIE: Siri, Andrea, Kristin og Gry.

ADAM: De scorte trettifire mål til sammen.

ANNE: Så hvis vi prøver med Siri. Så kan vi prøve ... Jeg føler vi må ha et litt lavt tall fordi det er så mange personer.

ADAM: Det blir trettifire.

ANNE: Vi kan jo prøve med fire først. Eller er det litt lite?

AMALIE: Vi kan prøve.

ANNE: Vi prøver fire. Og så scorte Andrea tre mål mer enn Siri.

AMALIE: Som blir syv.

ANNE: Ja. Kristin scorte like mange som Siri og Andrea til sammen. Og Gry scora tre ganger så mye mål som Siri og det er tolv. Tolv, elleve, syv og fire.

AMALIE: Ja, det ble riktig. Første forsøk!

ANNE: Neste oppgave. Bjørn og Solveig er besteforeldrene til Yngve, mens Randi er moren til Yngve. De er hundre og åttifem år til sammen. Randi var tjue år da hun fikk Yngve. Bjørn er ni ganger eldre en Yngve, mens Solveig er fem år eldre enn Bjørn. Hvor gamle er hver av dem?

ADAM: Det var veldig mye.

AMALIE: Det gikk inn der og ut her.

[Truls Jørgen gir hele klassen beskjed om at alle gruppene nå får utdelt et løsningsforslag til dagens første oppgave. Løsningsforslaget inneholder blokkmetoden og prøv og feil metoden, i tillegg til en metode med bruk av symbolsk algebra (x-metoden). Elevene får beskjed om å lese gjennom metodene, prøve å forstå dem og se om de klarer å se noen sammenheng mellom dem. Hva er likt? Hva er ulikt? Hva liker de best å bruke?]

ANNE: Hvis vi går tilbake til oppgave en da.

AMALIE: Ja. Vi brukte prøv og feil metoden der, ikke sant?

ANNE: Ja.

ANNE: Så hvis vi leser på prøv og feil metoden først da. De har jo satt det opp litt annerledes enn det jeg pleier å sette det opp på hvert fall. For jeg pleier å sette det opp bortover. Men det blir jo akkurat det samme.

ADAM: Ja, de starter litt lavt. Men de fikk samme svar.

ANNE: Ja. Og så blokkmetoden. Da brukte de jo at Niklas en blokk, så var Petter dobbelt så gammel, så var Didrik dobbelt så gammel som Petter igjen, så det blir fire. Hvordan skal man liksom snakke om noe. Hvordan skal vi snakke om det liksom?

AMALIE: Jeg vet ikke. Det står jo liksom der.

ANNE: Ja, men bruk av x da. Hvis Niklas er x, Petter er to x, Didrik er fire x. Da blir det x pluss to x pluss fire x er lik førtini år. Det er nesten likt som blokkmetoden.

ADAM: Ja.

ANNE: Bare at i stede for at en blokk så blir det en x.

AMALIE: Okey.

ANNE: For det er jo akkurat det samme, du kunne jo skrevet x for det er jo en blokk er en x, to x er to blokker og fire x er fire blokker.

AMALIE: Å ... Åja, okey. Jeg liker den bedre enn blokk. Blokk er æsj.

ANNE: Jeg liker den best. (Peker på prøv og feil metoden)

AMALIE: Ja, jeg liker også den best.

ANNE: Men hvis det hadde vært veldig høye tall så tror jeg kanskje jeg hadde brukt den (Peker på blokkmetoden). Men jeg liker den best. (Peker på prøv og feil metoden)

AMALIE: Ja, jeg også liker den best, for jeg føler den er mest systematisk, eller altså den er enklest.

ANNE: Ja.

AMALIE: Og hvis du skriver den bortover så ...

ANNE: Ja, for jeg skriver den bortover. Så skriver jeg det sånn nedover så stryker jeg ut det som ikke er riktig.

ADAM: Men jeg tror bruk av x er kanskje bedre hvis du skal ha Petter har åtti ganger mer enn.

ANNE: Ja.

AMALIE: Ja. Eller så kan du skrive tallet og gange åtti.

ANNE: Vi har fem minutter igjen å diskutere på.

AMALIE: Det er mye.

[Etter at elevene har diskutert løsningsforslaget får de lov til å jobbe videre med oppgavene.]

ADAM: Vi er ferdige. Skal vi bare fortsette med den andre oppgaven da? (Truls Jørgen nikker bekreftende)

ANNE: Vi kan jo prøve å bruke den da. Den x tingen.

AMALIE: Ja, vi kan prøve på den på den andre. Men på den oppgaven var det veldig mye informasjon, så vi må skrive ned hva vi vet på en måte.

ANNE: Okey. Så vi vet at han Yngve fyren er minst hvert fall. Og så Randi var mammaen hans så hun må være ... Og så var Solveig fem år eldre enn Bjørn. Så da vet vi at Yngve blir da x. Randi blir ...

AMALIE: Ja, det står her. Randi var tjue år da hun fikk Yngve, som betyr at hun var tjue år eldre enn Yngve. Som betyr at Randi x ganger tjue.

ANNE: X pluss tjue, ikke x ganger tjue. Blir det riktig?

ADAM: Ja, jeg tror det. Og så blir det ...

ANNE: Bjørn er ni ganger eldre enn Yngve. Da er han ni x.

ADAM: Ni x. Og så Solveig er fem år eldre enn Bjørn. Da blir Solveig ni x pluss fem.

ANNE: Ja, ni x pluss fem.

ADAM: Og de blir hundre og åttifem.

AMALIE: Så det er svaret.

ANNE: Nei.

ADAM: Nei.

AMALIE: Åja. Hehe.

ANNE: Men det til sammen blir hundre og åttifem år.

AMALIE: Ja. Jaja.

ANNE: Så begynner vi på en måte sånn som det da. Vi har x pluss x pluss tjue pluss ni x pluss ni eks pluss fem er lik hundre og åttifem. Det skal være hundre og åttifem.

AMALIE: Vi kan jo ta pluss fem og minus fem eller sånn. For å få vekk fem.

ANNE: Men se, se, se (Ser på løsningsforslaget). Her gjør de sånn de finner ut hvor mange x-er det er.

ADAM: Men de var jo heldige og ikke fikk sånn der.

ANNE: Da tar vi en, to, vent ... Ni, atten, tjue. Det er tjue x. Det er tjue x pluss tjuefem, fordi de har tjue og fem. Det er hundre og åttifem.

AMALIE: Åja, okey.

ANNE: Og da for å få vekk tjuefem så kan vi jo ta hundre og åttifem minus tjuefem. Så da blir det tjue x er lik hundre og åttifem minus tjuefem.

ADAM: Ja.

AMALIE: Det er for å få bort tjuefem?

ANNE: Ja.

ADAM: Ja.

ANNE: Og da blir tjue x lik hundre og seksti.

AMALIE: Hundre og seksti?

ANNE: Ja.

AMALIE: Åja. Ja.

ANNE: Ja, fordi hundre og åttifem minus tjuefem er lik hundre og seksti.

AMALIE: Åja. Mandag ...

ANNE: Og så ...

AMALIE: Hundre og seksti, det var det du sa, ikke sant? (Spør Anne)

ANNE: Og så ...
ADAM: Deler vi på tjue.
ANNE: Hundre og seksti delt på tjue.
AMALIE: Åja, okey. Det kan jeg.
ANNE: Amalie kan gjøre delinga.
ADAM: Det er ... Fire.
AMALIE: Nei. Åtti.
ADAM: Hvordan var det åtti?
AMALIE: Ganger tjue opp til ... Åtti ganger.
ANNE: Ja det er åtti fordi åtte, seksten. To ganger åtte er seksten, og hvis du legger på en null så blir det hundre og seksti. Åtti ganger tjue er hundre og seksti.
ADAM: Svaret er åtte.
AMALIE: Åtti.
ANNE: Åtti.
ADAM: Okey se her ... Åtti pluss åtti er ... Åtti pluss åtti blir hundre og seksti.

[Truls Jørgen gir hele klassen beskjed om vi nå nærmer oss en slutt, og at elevene skal avslutte arbeidet. Gruppen fortsetter å jobbe litt til frem til de blir avbrutt.]

AMALIE: Jeg tenker bare på den åtti greia. Hvis man tar vekk alle nullene på en måte.
ANNE: Ja, så blir det riktig.
AMALIE: Så blir det åtti, så legger man på nullene, eller?
ANNE: Hvis du tar vekk alle nullene så blir det åtte. Så hvis du legger på nullene igjen ... Du skjønner? Det blir som å dele seksten på to. Seksten delt på to er åtte, så må du bare legge på en null.
ADAM: Ja, ikke sant.
ANNE: Det betyr at x ...
AMALIE: Ikke tenk mer på det.

8.11 Vedlegg 11: Transkripsjon – Fokusgruppe 8-B

Transkripsjon: Fokusgruppe 8-B

BERIT: Det står liksom hvor mye ... Det står liksom tall der.

[Elevene tuller med lydopptakeren.]

BERIT: Okey. Skal vi bruke den boksegreia eller den derre andre tingen?
BRAGE: Boks.
BIRGER: Ja, blokkmetoden.
BERIT: Vi kan bruke blokkmetodegreia.
BRAGE: Den er mye bedre.
BERIT: Okey, så Petter, Niklas og Didrik er til sammen førtiåtte år.
BRAGE: Vent to sekunder.
BIRGER: Hvilken oppgave?
BERIT: Oppgave en, time fire. Petter, Niklas og Didrik er til sammen førtiåtte år. Petter er dobbelt så gammel som Niklas, men halvparten så gammel som Didrik. Så de ... Hvordan skal vi sette det opp da? Skal vi ikke sette opp sånn derre atte ...
BRAGE: Hvem er minst år?
BERIT: Jeg tror det er Niklas.
BENDIK: Hvis Niklas er en ...
BERIT: Niklas er en boks.
BIRGER: Skriv blokk Niklas.
BERIT: Ja, blokk eller boks eller samma det. Det er samme greia.
BIRGER: Da må det være to blokker for Petter.
BERIT: Ja.
BENDIK: Petter er dobbelt så gammel som Niklas ...
BERIT: Ja, derfor må det være to blokker.
BENDIK: Men halvparten så gammel som Didrik.
BIRGER: Hvor gammel er Didrik?
BRAGE: Fire, eller?
BENDIK: Didrik er fire, er det ikke det?
BIRGER: Jo.
BERIT: Jo. Skal vi se ... Vi må egentlig bare tenke at disse blokkene er x.

BRAGE: Så da er det syv n.
BENDIK: Basically ja.
BERIT: Ja.
BRAGE: Og da må dele det på førtiåtte, var det ikke sånn?
BERIT: Jo, enten så er det dele på ...
BRAGE: Hva er førtiåtte delt på syv?
BERIT: Syv gange den er lik ...
BRAGE: Hva er førtiåtte delt på syv?
BIRGER: Det er seks. Hvis det hadde vært førtini, da hadde det vært syv. Vi har én for lite.
BENDIK: Det går jo ikke. Vent litt.
BERIT: Til sammen så er de førtiåtte. Så det blir syv gange den boksen, som blir førtiåtte. Også siden det er ... Hvis dere tenker at det heller er x, så må vi liksom bruke x-en, eller boksen til å heller ta x.
BENDIK: Syv gange x er lik ...
BRAGE: Førtiåtte.
BERIT: Ja. Også da bør vi flytte ... Vi burde flytte den over. Da blir det ...
BIRGER: Førtiåtte delt på, men ...
BERIT: Førtiåtte år delt på syv. Sånn.
BIRGER: Men det går ikke da, fordi ...
BENDIK: Jo, det går. Eller ...
BIRGER: For hvis vi skal ta førtiåtte ...
BRAGE: Seks ganger syv er førtito.
BIRGER: Nei, det blir ikke fullt. Da må vi ta førtini delt på syv, da blir det liksom syv. Men førtiåtte kan vi ikke.
BERIT: Ja. Så ... Skal vi? Hvis vi plusser på, på begge sider først.
BENDIK: Eller basically syv x er lik førtiåtte.
BIRGER: Ja.
BERIT: Ja.
BENDIK: Kan vi bare regne vanlig likning?
BERIT: Ja, okey.
BENDIK: Da er det dele på syv på begge sider. Da kan vi stryke ut syv. Da er det x er lik førtiåtte delt på syv. Hva er førtiåtte delt på syv?
BIRGER: Det er seks, men det liksom ... Hvis vi tok førtini delt på syv, da hadde det vært syv.

BERIT: Ja. Men hvis ... Jeg tror ... Jeg tror at vi liksom plusser på én på begge sidene, da blir det så ...

BRAGE: Skal vi prøve finn og gjett metoden?

BERIT: Ja, vi kan prøve. Hæ?

BIRGER: Prøv og feil.

BERIT: Prøv og gjett, okey. Vi prøver den.

BIRGER: Stryk den.

BERIT: Hvordan er det nå igjen?

BRAGE: Så han er nesten seks år liksom, ikke sant? Så da tar vi rundt der.

BERIT: Ja.

BENDIK: Nesten syv.

BERIT: Vi kan prøve først seks, også prøver vi syv etterpå, okey?

BRAGE: Mhm. Kan det være at han er liksom seks år også så mange dager?

BIRGER: Nja, det er for komplisert.

BERIT: Ja, det blir litt for komplisert. Hvis vi prøver at Niklas er seks år. Og da blir Petter tolv.

BENDIK: Og Didrik er dobbelt så gammel som Petter.

BERIT: Tjuefire. Blir ikke han tjuefire da?

BRAGE: Jo.

BIRGER: Da blir det førti. Det er for lite.

BERIT: Mhm.

BIRGER: Skal vi booste Niklas opp til åtte år?

[Elevene får beskjed om at det er en feil i oppgaven. De tre personene er 49 år til sammen, og ikke 48 år som det står i oppgaveteksten.]

BRAGE: Å ...

BENDIK: Da er det mye lettere.

BERIT: Har noen viskelær?

BRAGE: Nå gir det mening.

BIRGER: Nå er det mye enklere.

BERIT: Mhm.

BIRGER: Det var akkurat det jeg sa med førtini. Mye enklere. Da blir det x er lik førtini delt på syv.

BERIT: Seks.
BRAGE: Nei, det blir syv.
BIRGER: Sånn.
BERIT: Yey.
BENDIK: Det gjorde alt mye enklere.
BIRGER: Det betyr at ...
BRAGE: Nikk er syv.
BIRGER: Nikk er syv. Niklas er syv.
BERIT: Ja.
BIRGER: Petter er dobbelt så mye, så han er fjorten. Og det betyr at Didrik er tjueåtte.
BERIT: Ja.
BIRGER: Yey.
BRAGE: Skal vi gå på neste oppgave nå?
BERIT: Yey. Okey, vi greide den.
BERIT: Niklas er syv år gammel, Petter er fjorten år gammel og Didrik er tjueåtte år gammel. X er lik syv.

[Elevene tuller med lydopptakeren.]

BIRGER: Okey. Robert elsker å gå på langrenn om vinteren.
BERIT: Det gjør ikke jeg.
BIRGER: Vinteren 2021 gikk han tre ganger så langt som vinteren 2022. Vinteren 2019 gikk han tretti kilometer lenger enn vinteren 2020. Til sammen har han gått syv hundre og åtti kilometer. Per sekund ...
BERIT: Okey?
BRAGE: Per sekund? Han er bare flash.
BERIT: Kan vi skru opp volumet?
BENDIK: Ja.
BERIT: De hører oss godt nok. Hei hei.
BIRGER: Per sekund.
BERIT: Okey. Hvilken metode skal vi ta?
BIRGER: Vi kan ta blokkmetoden.
BERIT: Minecraft-metoden.
BENDIK: Ja, Minecraft-metoden.

BERIT: Haha. Okey, vi må ikke spore av. Okey, Robert ... Okey, første ...

[Elevene tuller og snakker om andre ting.]

BRAGE: Hysj!
BERIT: Okey, vi må slutte å avspore.
BIRGER: Okey.
BIRGER: Okey, vinteren 2021 gikk han tre ganger så langt som 2020.
BERIT: Da er 2020 først. 2020 er en boks.
BRAGE: Nei, vi tar a som 2020. Det blir mye enklere.
BENDIK: Jo, jo. Men nei, ja Berit har rett. 2020 ...
BRAGE: Ja, men kan vi ikke skrive a som 2020, fordi jeg vil ikke skrive 2020 hver gang.
BIRGER: Ja.
BENDIK: Bare skriv tjue, nitten og tjueen.
BERIT: Ja, smart.
BRAGE: Ja, sant.
BENDIK: En boks er tjue.
BIRGER: Så tjueen er tre bokser.
BENDIK: Nei, nitten er en boks pluss ... Pluss ...
BIRGER: Nei, men vi må først ta ... Ja, greit.
BRAGE: Tjueen.
BIRGER: Nitten.
BRAGE: Nei, nitten ja.
BIRGER: Og tjueen er tre bokser.
BERIT: Husker dere gode gamle 2019?
BIRGER: Nei, jeg var ikke født.
BERIT: Okey.
BRAGE: Okey, jeg skrev gange.
BIRGER: Okey. Til sammen, så dette er lik ...
BERIT: Fem gange boks, som blir syv hundre og åtti kilometer. Og det blir ...
BRAGE: Så det er fem bokser, ikke sant?
BENDIK: Fem ganger x pluss tretti er lik syv hundre og åtti.
BERIT: Jajaja.
BENDIK: X ganger x ...

BERIT: pluss tretti er lik syv hundre og åtti. Og så tar vi boks. Da flytter vi de over.
BRAGE: Hva er syv hundre og åtti delt på fem? Bare gjør det i hodet. Det er så lett. Bare gjør det i hodet på to sekunder.
BENDIK: Syv hundre og åtti delt på fem?
BRAGE: Ja.
BERIT: Syv hundre og åtti delt på fem ...
TRULS JØRGEN: Hvordan går det her?
BERIT: Det går fremover.
TRULS JØRGEN: Går fremover, det er bra.
BERIT: Vi overlever.
BRAGE: Det blir hundre og ...
BERIT: Jeg er ikke flink med sånne svære delegreier.

[Elevene tuller og snakker om andre ting.]

BENDIK: Brage, satt du tretti over, så det ble minus tretti?
BRAGE: Nei, jeg glemte det.
BERIT: Åja, det må jo bli minus tretti, siden vi flytter over. Det er sant.
BENDIK: Men er det delt ... Skal du dele først og så ta minus tretti, eller ta minus tretti til slutt?
BRAGE: Det er minus først.
BIRGER: Ta syv hundre og femti delt på fem ...
BRAGE: Delt på fem, som er hundre og tjuefem tror jeg.
BIRGER: Hundre og tjuefem minus tretti.
BERIT: Hvor får du hundre og tjuefem fra?
BIRGER: Det var han (Brage) som sa det.
BERIT: Hvor får du hundre og tjuefem fra?
BRAGE: Jeg bare tror det. Fem ganger hundre er lik hundre, også bare tjuefem, som er ganske ... Nei, jeg mente ... Jeg fikk hjerneteppe. Nei, det er ikke det. Er det hundre og femti?
BERIT: Hvis vi prøver å regne syv hundre og åtti delt på fem ...
BRAGE: Jo, det er hundre og femti.
BERIT: Også får vi svaret. Også tar vi minus tretti etterpå.
BENDIK: Hvis du fjerner null, så blir det femten ganger fem skal bli syttiåtte.
BRAGE: Det er syv hundre og femti siden det var minus.

BERIT: Mhm. Eller nei, eller hæ?
BENDIK: Ja. Ja, men det er bare ganger tre. Eller nei. Det blir tjuefem. Ja, femten er riktig.
BRAGE: Mhm, og det blir hundre og femti.
BERIT: Ja, ass. Så x, da blir x ...
BIRGER: Femten.
BERIT: Ja, femten. Vent litt?
BENDIK: Men skal du regne ut delestykket først?
BERIT: Ja.
BENDIK: Fordi det er deling først, men skal du ha minus først inntil? Fordi enten så blir det tretti delt på fem, eller ...
BERIT: Det blir syv hundre og åtti delt på ...
BENDIK: Ja, men da må vi ta minus tretti på slutten.
BERIT: Ja.
BRAGE: Åja.
BERIT: Det var jo det jeg sa hele tiden. Brage drev og stirret på den (mikrofonen), og dere to diskuterte.
BIRGER: Javel.
BENDIK: Delt på fem minus ... Sånn. Da er det hundre og femti ... Nei, da er det ikke hundre og femti.
BRAGE: Ja. Nå må du bare ta fem delt på syv hundre og åtti.
BENDIK: Men kan vi ikke ... Hvis vi ikke flytter fem ganger over, så er det fem x er lik syv hundre og femti.
BRAGE: Mhm.
BENDIK: Det gjør alt mye lettere. Da deler du egentlig på fem på begge sider, også kommer vi frem til svaret som er ...
BRAGE Okey, gjør det nå. Do it now.
BENDIK: Da tar vi fem ganger x pluss tretti er lik syv hundre og åtti.
BIRGER: Er det syv hundre og åtti eller er det syttiåtte?

[Elevene tuller med lydopptakeren.]

BENDIK: Fem x er lik syv hundre og femti. Syv hundre og femti delt på fem. Stryk. Delt på fem.
BERIT: Åja, det er den derre stryke-ting-tang-greia.

BENDIK: Ja. Syv hundre og femti ...

BRAGE: Delt på fem.

BENDIK: Syv hundre og femti delt på fem.

BRAGE: Det blir hundre og femti.

BENDIK: Det er hundre og femti.

BIRGER: Ja.

BENDIK: Ja, x er lik hundre og femti.

BRAGE: Gjorde vi alt det der for å få det samme svaret?

BIRGER: Haha. Vi har allerede funnet det samme svaret, og så gjorde vi alt det der.

BENDIK: Ja, jeg vet, men der er hvert fall ... Det er veldig forvirrende.

BERIT: Ja, ikke sant.

BIRGER: Så han har gått ...

BERIT: Og vi har ett minutt igjen.

BENDIK: Vi kom hvert fall frem til svaret.

BRAGE: Eller er det svaret?

BIRGER: Ja, men sånn ...

BERIT: Ånei, de har satt den på pause.

BIRGER: Hvis det er ... Se hvis det er tre vintre og han har gått hundre og femti per vinter. Da blir det fire hundre og femti.

BENDIK: Ja, men se her. Hundre og femti ...

BERIT: Off, denne mannen liker veldig godt å gå på ski.

BENDIK: Vent, hundre og femti ganger tre.

BRAGE: Jojo, det blir riktig, fordi hvis det er ... Ja, det er riktig.

BENDIK: Hundre og femti ganger tre og hundre og femti pluss tretti.

BRAGE: Hvorfor gjorde vi det sånn med en gang? Vi hadde svaret for lenge siden.

BERIT: Det ble så mye styr. Okey.

BIRGER: Vi måtte sjekke at det var riktig svar.

BERIT: Kunne vi ikke bare gjort det første ganga?

BIRGER: Det går fint. Vi dobbeltsjekka. Vi dobbeltsjekka på en ekstra måte.

BERIT: Vi har god tid.

BENDIK: Men da må vi skrive at han gikk så så langt i de årene.

BERIT: Ja. Hvor langt gikk han i 2020?

BRAGE: Hundre og femti.

BIRGER: Hundre og femti.

BERIT: Åja. Jajaja.
BENDIK: Også har vi ...
BIRGER: 2021.
BERIT: Han gikk langt.
BIRGER: Han gikk liksom herfra til Oslo og litt lenger.
BERIT: Haha.
BIRGER: På ski.
BERIT: Han gikk sikkert til Oslo, og så ned til Ski igjen, eller Skien eller hva folk kaller det.
BRAGE: Okey, hva skal vi gjøre nå?
BIRGER: Nå venter vi.

[Truls Jørgen gir hele klassen beskjed om at alle gruppene nå får utdelt et løsningsforslag til dagens første oppgave. Løsningsforslaget inneholder blokkmetoden og prøv og feil metoden, i tillegg til en metode med bruk av symbolsk algebra (x-metoden). Elevene får beskjed om å lese gjennom metodene, prøve å forstå dem og se om de klarer å se noen sammenheng mellom dem. Hva er likt? Hva er ulikt? Hva liker de best å bruke?]

BERIT: Takk.
BIRGER: Okey, okey. La oss se hvor dumme vi er.
BERIT: Alle skulle få én hver. To ... Tre ...
BIRGER: Vi gjorde akkurat det samme, faktisk akkurat det samme. Gjorde prikk likt.
BRAGE: Det er på grunn av ...
BERIT: Vi er så flinke.
BIRGER: Vi er helt ...
BENDIK: Vi legit brukte x.
BERIT: Vi er de flinkeste her.
BIRGER: Vi brukte x i stede for n, men det går fint.
BERIT: Jaja.
BIRGER: Fint. Vi viste at vi klarte å komme frem til svaret på en unik måte.
BRAGE: Okey, gå på neste.
BENDIK: Blokkmetoden og bruk av x er basically det samme. Blokkmetoden og bruk av x er det samme, bare at blokkmetoden er litt forenklet.
BERIT: Ja, det er sant. Vi bare bytter ut x-en.
BRAGE: Er det ikke svar på den andre?

BIRGER: Jo, den er der, den er der.
BRAGE: Nei, men på den andre. Den der hundre og femti. Åja.
BENDIK: Men vi har riktig.
BIRGER: Niklas ... Hva, hva?
BENDIK: Hva er det?
BIRGER: Ja, det går fint. Alt er under kontroll.
TRULS JØRGEN: Her dere lest gjennom den?
BERIT: Ja, vi greide det.
TRULS JØRGEN: Ser dere noen likheter/ulikheter?
BENDIK: Egentlig så er det vi har gjort at vi kan blande disse to. (Peker på blokkmetoden og x-metoden)
BERIT: Ja.
TRULS JØRGEN: Fordi?
BENDIK: Vi liker å bruke x bedre, fordi det er mye lettere.
BERIT: Ja, det er det vi er vant til å bruke.
TRULS JØRGEN: Ja, blir det noen forskjell om dere bruker x eller blokkmetoden?
BIRGER: Nei, vi kom til samme svar, og vi begynte helt likt. Det var bare på slutten, så i stede for n, så tok vi x.
BENDIK: Det er egentlig likt, bare at blokkmetoden er litt forenklet av x.
TRULS JØRGEN: Ja, så blokkmetoden er litt forenklet?
BENDIK: Mhm.
BERIT: Kommer dere til spille det derre ut i klassen, fordi jeg hater å høre min egen stemme? Off, jeg synes det høres så rart ut.
TRULS JØRGEN: Nei, det gjør vi ikke. Det er bare jeg og Julian som skal høre det. Så bra. Hva gjorde dere da, når dere løste oppgaven?
BENDIK: Vi skjønte det ikke fordi det var førtiåtte når vi begynte på denne, og så skjønte vi plutselig at det ble førtini fordi dere hadde skrevet feil. Så da ble den oppgaven plutselig veldig mye lettere.
BIRGER: Veldig mye lettere.
TRULS JØRGEN: Veldig mye lettere. Det var vår feil, det var det. Men kan dere snakke litt sammen om hvilken metode dere foretrekker. Og hvis dere er uenige så snakker dere om det.
BIRGER: Okey.
BERIT: X.
BIRGER: Hva mener du x?

BERIT: X. Bruk av x.

BIRGER: Blokkmetoden.

BERIT: Jeg synes blokkmetoden er så ...

[Elevene tuller med lydopptakeren.]

BIRGER: Okey, så dere liker x-metoden, eller bruk av x.

BERIT: Mhm.

BENDIK: Og blokk.

BERIT: Ja.

BIRGER: Begge er liksom veldig gode.

JULIAN: Ser dere noen sammenheng?

BERIT: Ja.

BENDIK: Ja, de er like, bare at blokkmetoden er litt forenklet.

BERIT: Ja.

JULIAN: Mhm. Hvorfor er den forenklet?

BENDIK: Fordi du bruker blokker i stedet for x.

BERIT: Du bruker liksom blokker med liksom forbokstaven til den ting-tangen i stede for en x. Så de er egentlig mest bare byttet ut, på en måte. Også er det litt forenklet.

BENDIK: Det er litt lettere å forstå det fordi det er blokker.

BERIT: Ja.

JULIAN: Ja. Ser dere noen sammenheng mellom bruk av x og prøv og feil metoden?

BERIT: På en måte. Men det er liksom litt mer kaotisk, eller irriterende å bruke den fordi man prøver så mye også tar det så lang tid på prøv og feil metoden.

BENDIK: Veldig enig.

JULIAN: Ja. Det er bra.

BIRGER: Bruk av x og blokkmetoden er det beste.

BENDIK: Mhm.

BERIT: Mhm. Men jeg husker på begynnelsen, så elsket vi prøv og feil. Det var ...

BIRGER: Alle likte den, men nå, ingen liker den.

BERIT: Nei, det var liksom sånn derre ...

BENDIK: Jeg vet den første oppgaven gjorde du (Berit) med prøv og feil metoden.

BRAGE: Jeg likte den aldri.

BERIT: Ja, det er den verste metoden. Og så etter det så prøvde vi blokkmetoden, og det var sånn, uæææ, hva er dette for noe?
BIRGER: Ja, veldig rart.

[Etter at elevene har diskutert løsningsforslaget får de lov til å jobbe videre med oppgavene.]

BENDIK: Skal vi jobbe videre?
JULIAN: Jobbe videre ja.
BENDIK: Okey, da er det neste oppgave. Oppgave tre til time fire.
BERIT: Gry ...
BRAGE: Er lyden av?
BIRGER: Arber ...

[Elevene tuller med lydopptakeren.]

BERIT: Okey, Kristin ...
BENDIK: Kristin, Siri, Andrea og Gry spilte håndballkamp og scoret trettifire mål til sammen. Det er ganske mange på fire folk. Gry ble toppscorer og scoret tre ganger så mange mål som Siri. Andrea scoret tre mål mer enn Siri, mens Kristin scoret like mange mål som Siri og Andrea til sammen. Hvor mange mål scoret de hver?
BERIT: Okey. Hvem av de er først?
BENDIK: Tre ganger så mange som Siri ...
BERIT: Okey, så Siri har en blokk, eller ja. Siri har en x.
BENDIK: Ja.
BERIT: Siri er ikke flink.
BIRGER: Navnet Arber er så legendarisk.
BERIT: Også er det Andrea. Hun har tre x-er. Nei?
BENDIK: Det er Gry som har tre x.
BERIT: Ja.
BENDIK: Men ... x ... Og ... x ... Nei, tre x, hun ene har tre x. Det er en som har x, neste har x pluss tre.
BIRGER: Okey.
BERIT: Ja.
BENDIK: Neste etter det har to x pluss tre.

BIRGER: Hvorfor tar du x?
BENDIK: Fordi vi gjør x-metoden. Bruk av x. Har to x pluss tre.
BRAGE: X-metoden?
BENDIK: Ja.

[Elevene tuller og snakker om andre ting.]

BRAGE: Så vi er på blokkmetoden?
BERIT: Nei, vi hater blokkmetoden.
BENDIK: Blokkmetoden er legendarisk.
BRAGE: Vi trenger fortsatt ikke å ta x.
BENDIK: Men jeg vil prøve en gang. X ...
BRAGE: Men kan vi ikke skrive s i stede for?
BIRGER: Arber ... Når vi skal ha en prøve, bare tenk på Arber.
BRAGE: Er det x pluss tre?
BIRGER: Ja.
BENDIK: Ja, x, også x pluss tre.
BERIT: Også to x pluss tre.
BENDIK: Også tre x.
BERIT: Ja.
BIRGER: Ja. Det blir fem x pluss tre.
BENDIK: Hæ?
BIRGER: Fem x pluss tre.
BENDIK: Det blir ... To x pluss ... Det første er x pluss ... Nei, x. Den første er bare x. Andre er x pluss tre, tredje er to x pluss tre og fjerde er tre x.
BERIT: Er det fire personer?
BENDIK: Ja, det er fire personer.
BERIT: Åja, det er jo Kristin også.
BRAGE: Er det tre x på den siste?
BENDIK: Ja, men siden du har brukt s, som du har så må du bruke s i stedet for x.
BRAGE: Jeg vet.
BERIT: Okey, så rekkefølgen er Siri, Gry, Andrea og Kristin?
BIRGER: Jeg tror ikke vi rekker det der.
BERIT: Så rekkefølgen er Siri, Gry, Andrea og Kristin?

BENDIK: Gry har flest. Svaret er fire. Fire, syv ...

[Truls Jørgen gir hele klassen beskjed om vi nå nærmer oss en slutt, og at elevene skal avslutte arbeidet.]

8.12 Vedlegg 12: Transkripsjon – Fokusgruppe 9-M

Transkripsjon: Fokusgruppe 9-M

MARIT: Okey. Peter, Niklas og Didrik til sammen er førtini år. Peter er dobbelt så gammel som Niklas, men halvparten så gammel som Didrik. Skal vi bruke boksmetoden?

MONA: Ja, x.

TRULS JØRGEN: Hele gruppa snakker sammen?

MONA: Ja, skal vi snakke høyt?

TRULS JØRGEN: Ja, gjerne det.

METTE: Jeg er ikke en høylytt person, men okey, vi prøver.

MONA: Okey, hvem er vår x?

MARIT: Okey, Peter er dobbelt så gammel som Niklas, men halvparten ... Det er Niklas som er x?

MIA: Peter er dobbel så gammel som Niklas, men halvparten som Didrik.

MONA: Da kan Niklas være vår x.

MARIT: Okey, Niklas er en boks.

MONA: Niklas er x.

METTE: Niklas?

MONA: Ja, jeg tror det. Kanskje, vi får prøve. Hvis det ikke funker så tar vi prøv og feil.

MARIT: Petter er to bokser.

MIA: Du tegner boks?

MARIT: Ja.

MONA: Petter er dobbelt så gammel som Niklas. To x.

MARIT: Fire bokser ...

MONA: Peter er to x siden han er dobbelt så gammel som Niklas.

MIA: Hva med Didrik da?

MONA: Didrik er halvparten ...

MARIT: Han er fire x.

MIA: Men halvparten ...

MONA: Didrik?

MARIT: Fordi se (Viser i sin egen mappe). Peter er dobbelt så gammel som Niklas, men halvparten så gammel som Didrik.

MONA: Didrik er fire x.

MARIT: Ja.

MIA: Okey, og de er til sammen førtini.
MONA: Er du sikk ...? Ja.
MIA: Og så er det bare regning?
MONA: Ja, det er sant. Sorry.
METTE: Vi må begynne å regne.
MONA: Førtini år til sammen.

[Denne sekvensen mellom Truls Jørgen og Magnus foregår samtidig som resten av gruppen snakker videre.]
TRULS JØRGEN: Går det bra? Er du ferdig med oppgave en?
MAGNUS: Ja, jeg har bare brukt prøv og feil metoden, så da fant jeg det.
TRULS JØRGEN: Du kan prøve på neste da.
MAGNUS: Okey.

MONA: Det er syv x?
MARIT: Ja.
MONA: Er lik førtini. Delt på syv.
MARIT: Hva er fjorten pluss fjorten?
MONA: Tjueåtte. X er lik?
MIA: Syv.
MONA: Er ikke syv ganger syv førtini?
MIA: Jo, det er ... Hva gjør du egentlig? (Spør Marit)
MARIT: Boksmetoden.
MIA: Okey. Da er Niklas lik ...
JULIAN: Fint hvis dere klarer å holde dere på samme oppgave og snakke litt sammen. (Ser at Magnus ikke samarbeider med resten av gruppen)
MONA: Ja.

[Denne sekvensen mellom Julian og Magnus foregår samtidig som resten av gruppen snakker videre.]
MAGNUS: Det er ikke så mye snakk, siden jeg gjør prøv og feil.
JULIAN: Hva sa du?
MAGNUS: Jeg gjør prøv og feil, så det er ikke alltid så mye å snakke om.

JULIAN: Nei, men det er greit hvis dere liksom er på samme oppgave, så dere jobber som en gruppe liksom.
MAGNUS: Okey.

MARIT: Er x? X er lik syv?
MONA: Mhm.
MARIT: Sa jeg det riktig?
MONA: Mhm.
MARIT: Men når jeg plusser de sammen, så blir det førtiåtte.
MONA: Da er det ikke riktig.
MIA: Jo, jeg tror det er riktig. Det må være riktig.
MARIT: Syv, fjorten, tjueåtte.
MIA: Hæ?
MONA: La meg se. Ja, fordi det noe ... Nei ... Syv pluss syv. Det er jo typisk at det er sånn akkurat nå er den. Oj, sorry.
METTE: Akkurat når vi blir filmet.
MONA: Mhm. Og Didrik.
METTE: Tolv pluss syv, hva er det?
MONA: Nitten.
METTE: Nitten ja.
MIA: Petter er ... Da blir ... Er ikke Petter fjorten?
METTE: Jo, jeg fikk førtini.
MONA: Hva er fire ganger syv? (Spør Magnus)
MAGNUS: Tjueåtte.
MONA: Thank you.
MIA: Men Petter?
MARIT: Petter er fjorten.
MIA: Og Didrik?
MONA: Syv, tjueen, førtien, førtini. Ja, det blir riktig.
MARIT: Da hadde jeg jo riktig fra starten av.
MIA: Skriver man gammel med en eller to m'er?
MONA: To. Nei. Jo. Kan jeg låne din linjal?
MIA: Jeg skal bare bruke den først.
MARIT: Okey.

MONA: Du (Magnus) jobber for raskt for oss.

MAGNUS: Jeg gjør bare prøv og feil metoden, så for meg går det ganske kjapt.

MONA: Åja.

MIA: Robert elsker å gå på langrenn om vinteren. Vinteren 2021 gikk han tre ganger så langt som vinteren 2020. Vinteren 2019 gikk han tretti kilometer lengre enn vinteren 2020. Til sammen har han gått syv hundre og åtti kilometer. Det er som hun gamle dama.

MONA: Haha, ja, hun som ... Gikk han tre ganger så langt som det. Okey, så 2020 er vår x?

METTE: Ja.

MONA: Okey. Og 2021 gikk han tre ganger så langt som ... Tre x.

MIA: Hva sa du?

MONA: 2020 er vår, er x. Og 2021 er tre x.

MARIT: Så 2020 er en boks?

MONA: En boks. Og 2021 er tre bokser.

MIA: Så 2020 er x-en?

MONA: Ja.

MIA: Og 2021 da, hva sa du?

METTE: Så da er det x pluss tretti på 2019.

MIA: Hva var 2021? Tre x.

MONA: I 2019 gikk han tre kilometer lenger, tretti kilometer lenger.

MARIT: 2019, så er det en boks pluss tretti?

MONA: Ja. Og det skal bli ... Hvor mye skal det bli? Syv hundre og åtti kilometer.

MIA: Hva gikk han i 2019?

MONA: X pluss tretti.

MARIT: Okey.

MIA: Da har han gått syv hundre og åtti kilometer.

MONA: Mhm.

MIA: Det er langt.

MARIT: Så det er jo ...

[Elevene mumler samtidig som de skriver i mappene sine.]

MARIT: Gjør dere sånn? (Viser til Malin)

MONA: Hmm? Ja.

MIA: Da blir det fem x pluss tre.

MONA: Mhm, tretti.

MIA: Ja, jeg mente det. Ja, jeg tenkte feil.

MARIT: Men. Går det ann at jeg bare flytter den over, ikke sant? Så da blir det minus tretti. Også tar jeg det også deler jeg på fem?

MONA: Jepp.

MARIT: Piooo. (Jubler)

TRULS JØRGEN: Går det bra? (Magnus)

MAGNUS: Ja.

TRULS JØRGEN: Hvilken metode bruker du?

MAGNUS: Prøv og feil.

MONA: Ey, Magnus, du er så smart. Hva er syv hundre og femti delt på fem?

MAGNUS: Det er hundre og femti.

MONA: Thank you.

METTE: Blir det fire hundre og femti?

MONA: Okey.

MARIT: Hva var det, delt på fem?

MONA: Det blir hundre og femti.

MARIT: Så 2020 ...

MIA: Men hva er syv hundre og femti delt på fem?

MONA: Hundre og femti.

MIA: Så x er lik hundre og femti?

MONA: Mhm.

MARIT: Er lik hundre og åtti. (Regner for seg selv)

MONA: Magnus, hva er hundre og femti ganger tre. Syv hundre og femti?

MAGNUS: Det er fire hundre og femti.

MONA: Okey.

[Elevene mumler samtidig som de skriver i mappene sine.]

MONA: Hvis han gikk syv hundre og femti. Da gikk han lite i ...

MIA: Hva er hundre og femti ganger tre? (Får ikke svar)

MARIT: Også gikk han hundre og åtti kilometer?

MIA: Hundre og femti ganger tre. (Regner for seg selv)

MONA: Og til sammen skal det bli ...

METTE: Det blir det.
MONA: Blir det riktig?
METTE: Ja.
MIA: Gikk han fire hundre og femti? (Får ikke svar)
MARIT: En boks. (Peker i sin egen mappe)
MONA: Og i 2019 gikk han ...
MARIT: Hundre og åtti.
MONA: Ja. Og i 2020?
MARIT: I 2020 gikk han hundre og femti.
MIA: Fire hundre og femti. (Regner for seg selv)
MONA: Hundre og femti. Og i 2019?
MARIT: Hundre og åtti.
MONA: Og 2021 da. Det er jo tre gange hundre og femti.
MIA: Så han gikk hundre og femti i 2020, fire hundre og femti i 2021 og hundre og åtti i 2019?
MARIT: Mhm.

[Marit begynner å lese neste oppgave, men de andre er ikke helt ferdige enda, så det blir en del støy og vanskelig å tyde hva som blir sagt.]

MIA: Du (Marit) går så fort frem. Vi er ikke ferdig engang.
MARIT: Kristin, Siri, Andrea og Gry spilte håndballkamp og scoret trettifire mål til sammen. Gry ble toppscorer og scoret tre ganger så mange mål som Siri. Andrea scoret tre mål mer enn Siri, mens Kristin scoret like mange mål som Siri og Andrea til sammen. Hvor mange mål scoret de hver?
MONA: Så Siri. Er ikke Siri ...
MARIT: Det er Gry som er toppscorer.
MONA: Men Siri er vår x. Er det ikke det?
MARIT: Ja.
MONA: Siden alt går ... Alt er i forhold til Siri.
METTE: Mhm.
MONA: Så Siri er x.
MIA: Da blir enten ... Gry blir x ganger tre, tre x.
MONA: Jepp. Andrea ...

MARIT: Okey, så Siri ...
MONA: Andrea scoret tre mål mer enn Siri.
MIA: Så det blir x pluss tre?
MONA: Mhm.
MIA: Hvem er den siste?
MONA: Kristin.

[Denne sekvensen mellom Julian og Magnus foregår samtidig som resten av gruppen snakker videre.]
JULIAN: Har du funnet svaret?
MAGNUS: Ja, eller problemet er at jeg har alltid klart å gjette riktig svar på første forsøk. Jeg har brukt prøv og feil, så har bare gjettet hver eneste gang.
JULIAN: Men hvis det blir sånn at du bare sitter og venter, så kan du bare jobbe videre.
MAGNUS: Okey. Men tingen er at jeg vet ikke hvordan jeg skal forklare når jeg bruker prøv og feil.
JULIAN: Nei, men det er fint å ... Du kan gjerne skrive litt tekst og sånn, hvis det hjelper. Men det ser du. Hvis du klarer å forklare med tekst, så er det veldig fint om du kan skrive det.
MAGNUS: Forklare med tekst?
JULIAN: Nei, liksom forklare hvordan du tenker. Hvordan du endte opp med de tallene? (Peker i mappen til Magnus)
MAGNUS: Igjen, så tok jeg tall som tilfeldigvis har vært riktig, så det er ikke så mye å skrive om det.
JULIAN: Okey. Prøv den da. (Peker på neste oppgave)

METTE: Scoret like mange som Siri ...
MONA: Mens Kristin scoret like mange mål som Siri og Andrea til sammen.
MIA: Så det blir to x pluss tre?
MONA: Åja, ja. x pluss x pluss tre, som er to x pluss tre.
MIA: X pluss x pluss tre?
MONA: X pluss x pluss tre er det samme som to x pluss tre. x og x pluss tre er det samme som to x pluss tre.
MIA: Kristin er to x. Okey, ja det er det.
MONA: Så scoret hun og hun ... Det blir riktig, gjør det ikke det?
METTE: Mhm.

MONA: Okey.
MIA: De scoret. Hvor mange scoret ... Trettifire mål.

[Elevene mumler samtidig som de skriver i mappene sine.]

MIA: Okey, en ... Det er syv x pluss seks?
MONA: Syv? Ja, syv x.
MIA: Pluss seks.
MARIT: Hva er tjueåtte delt på syv?
MIA: Fire.
MONA: Ja
MARIT: X er lik fire.
MIA: Hva er trettifire minus seks? Det er tjueåtte. Tjueåtte delt på syv er fire. x er lik fire?
MONA: Mhm.

[Elevene mumler samtidig som de skriver i mappene sine.]

MIA: Gry scoret tolv.
METTE: Ja. Også Andrea syv.
MARIT: Siri fire og Kristin elleve.

[Denne sekvensen mellom Julian og Magnus foregår samtidig som resten av gruppen snakker videre.]
JULIAN: Prøver du tall i hodet ditt?
MAGNUS: Ja, det går generelt kjappere føler jeg.
JULIAN: Ja. Hvis du skriver ned de tallene du prøver.
MAGNUS: Ja, okey.
JULIAN: Også hvis du liksom skriver sånn (Peker i mappen til Magnus). Navnene også skriver du de tallene du prøver, og hvis det ikke går så kan du bare sette en sånn strek over, at det var feil.
MAGNUS: Ja, okey.
JULIAN: Så blir det litt sånn systematisk prøv og feil.
MAGNUS: Okey.

MIA: Men Andrea? Andrea scoret syv mål.

MARIT: Ja.

MIA: Og Kristin ...

MARIT: Blokkmetoden ... Det er tre oppgaver igjen.

MIA: Hvor mye scoret Kristin? Hun scoret åtte?

MONA: Elleve.

MIA: Kristin scoret elleve?

MONA: Mhm. Det pluss det pluss det, nei ... Elleve.

MARIT: Jeg har regnet ut.

MONA: Blir det riktig? (Marit nikker bekreftende)

MIA: Fire, tolv, syv, elleve.

MIA: Bjørn, Solveig og besteforeldrene til Yngve ... Vent da.

MONA: Er ...

MIA: Bjørn og Solveig er besteforeldrene til Yngve, men Randi er moren til Yngve. De er hundre og åttifem år til sammen. Randi var tjue år da hun fikk Yngve. Bjørn er ni ganger eldre enn Yngve, mens Solveig er fem år eldre enn Bjørn.

MARIT: Hvor gammel er hver av dem?

MONA: Randi var tjue år når hun fikk Yngve. Bjørn er ni ganger eldre enn Yngve, men Solveig er fem ...

MIA: Er Yngve x, eller nei?

MONA: Men Solveig er fem år eldre enn Bjørn. Så Randi fikk Yngve når hun var tjue år, så det betyr at når Randi var tjue så var jo Yngve null. Da er hun tjue år eldre enn Yngve. Og ...

METTE: Jeg tror Yngve er x.

MARIT: Ja.

METTE: Ja.

MONA: Jajaja. Yngve. Yngve er lik x.

MIA: Bjørn er ni ganger eldre enn Yngve, så det blir ...

MONA: Og Randi. Må vi ikke ha med Randi?

MARIT: Bjørn. Er ikke det ni ganger x?

MONA: Ni x.

MARIT: Da er det ni bokser.

METTE: Haha, du (Marit) må tegne ni bokser.

MONA: Okey, Randi.

MIA: Randi er jo tjue år.

MONA: Randi var tjue år da hun fikk Yngve, så hun er x pluss tjue?

METTE: Mhm.

MARIT: Minus.

MIA: Minus?

MARIT: Nei.

MONA: Eller er hun bare tjue?

MIA: Tjue x. Nei, er ikke hun tjue x, eller?

MONA: Hun er ikke tjue x, men ...

METTE: Nei, hun er ikke tjue x, men ...

MIA: Så det er x pluss tjue?

MARIT: Ni. Du har ni. (Regner for seg selv)

MONA: Men er Yngve bare null år da?

METTE: Hæ?

MIA: Nei, det står Randi. Det står Randi var tjue år da hun fikk Yngve.

MONA: Yngve må jo være null.

MIA: Hun er ikke det nå. Ja, men det står Randi var ...

MONA: Åja.

MIA: Tjue år da hun fikk Yngve.

MONA: Randi var da hun fikk Yngve. Yngve er jo ...

MARIT: Bjørn er ... (Regner for seg selv)

METTE: Det står at hun er tjue år eldre enn Yngve.

MONA: Okey.

METTE: De har ikke sagt noen ting om at hun er like gammel som når han var født.

MARIT: Solveig er fem år eldre enn Bjørn, så det er ni pluss fem år. (Regner for seg selv)

MONA: Jeg bare tenkte siden hun fødte Yngve liksom. Skjønner du hva jeg mener? Okey. Jeg tenker bare dobbelt nå. Bjørn ...

MIA: Solveig ...

MONA: Bjørn er ni ganger eldre enn Yngve. Ja.

METTE: Ni x.

MONA: Nei. Jo.

MIA: Ja, men hva med Randi?

METTE: Jo, det er det.

MONA: Randi er x pluss tjue.

MARIT: Fem. Sånn.

MIA: Da er Solveig ni pluss fem.
MONA: Og Bjørn er. ... Så ni x pluss fem. Fem år eldre enn Bjørn, og Bjørn er ... Så ni x pluss fem.
METTE: Mhm.
MIA: Hvordan skal dette gå?
MONA: Okey. Jeg vet ikke helt. Jeg tror vi må dobbeltsjekke.
MARIT: (Teller blokkene, og kommer frem til tjue blokker). Det er tjue x, jeg bare sier det.
MONA: Okey.

[Truls Jørgen gir hele klassen beskjed om at alle gruppene nå får utdelt et løsningsforslag til dagens første oppgave. Løsningsforslaget inneholder blokkmetoden og prøv og feil metoden, i tillegg til en metode med bruk av symbolsk algebra (x-metoden). Elevene får beskjed om å lese gjennom metodene, prøve å forstå dem og se om de klarer å se noen sammenheng mellom dem. Hva er likt? Hva er ulikt? Hva liker de best å bruke? Gruppen jobber videre samtidig som løsningsforslagene blir delt ut.]

MIA: Hvor mange x blir det?
MARIT: Tjue.
MIA: Hva er hundre og åttifem minus tjuefem?
MONA: Spør Magnus, han er kalkulator.
MIA: Hva er hundre og åttifem minus tjuefem? (Spør Magnus)
MAGNUS: Hva da, hundre og åttifem minus tjuefem? Det er hundre og seksti.
MARIT: Hva er tjue delt på hundre og seksti?
MAGNUS: Tjue delt på hundre og seksti? Tjue delt hundre og seksti blir nokså lavt. Det var litt vanskelig å regne, det blir komma. Mente du motsatt, hundre og seksti delt på tjue?
MARIT: Ja, hundre og seksti delt på tjue.
MAGNUS: Åtte.
MARIT: Hæ?
MAGNUS: Åtte.
MONA: Du er så smart.
MARIT: X er lik åtte.
MAGNUS: Dere har riktig. Jeg skal si det.
MONA: Å, det er koselig.
TRULS JØRGEN: Dere kan lukke den mappen deres nå. Mangler dere bare bittelitt?

MARIT: Jeg skal bare skrive ned tallene.
TRULS JØRGEN: Greit. Greit.
METTE: Hvor mange x var det? Tjue x?
MONA: Ja.

[Elevene mumler samtidig som de skriver i mappene sine.]

MARIT: Ser du, blokkmetoden er kjappest. Skal vi ikke gjøre resten av oppgavene? Hæ?
JULIAN: Dere skal snakke om det nå. (Peker på løsningsforslaget)
MARIT: Men jeg vil heller gjøre resten av oppgavene.
MIA: Vi må ...
MARIT: Det verste er at de har sånn kamera så de kommer til å se hvis jeg gjør noe.
METTE: Vi har jo vært gjennom prøv og feil metoden og blokkmetoden før. Bruk av x er jo det.
TRULS JØRGEN: Dere skal ikke begynne på ny oppgave.
MARIT: Hvorfor kan vi ikke? Kan vi gjøre det etterpå?
TRULS JØRGEN: Nei, nå skal dere se på det her. (Peker på løsningsforslaget)
MARIT: Men vi har jo lært det.
TRULS JØRGEN: Ser du at det er en ny metode, kanskje det ikke er så veldig likt. Dere skal hvert fall snakke om det. (Truls Jørgen samler inn mappene)
MARIT: Dere skal ta de nå?
TRULS JØRGEN: Jeg kan ta den der. (Mappen)
MAGNUS: Den x metoden er jo bare blokkmetoden bare med x.
METTE: Det er bare blokk med x.
MARIT: Det er bare blokkmetoden bare at det er tall i stede for blokker.
MIA: Bruk x og her står x-en.
MARIT: Han (Truls Jørgen) tok arket mitt.
TRULS JØRGEN: Hva foretrekker dere å bruke?
MARIT: Blokkmetoden.
MONA: X.
TRULS JØRGEN: Kan dere snakke om hvorfor?
MARIT: Jeg blander de to forskjellige.
MIA: Det er forvirrende når det plutselig kommer en blokk når vi har brukt x hele tiden.
MARIT: Ja, men jeg blander de. Jeg bruker x og blokk.

TRULS JØRGEN: Men går det greit og blande de?
MARIT: Ja.
TRULS JØRGEN: Hvorfor det?
MARIT: Fordi blokk er en, liksom en x. Kan jeg få arket mitt tilbake nå? Jeg vil ha arket mitt. Jeg likte de.

[Elevene snakker om andre ting.]

TRULS JØRGEN: Men hvis dere har snakket om løsningsforslaget, så kan dere snakke litt om fordelene ved hver metode, eller ulempene.
MARIT: Vi gjør det gjennom tankekraft.
TRULS JØRGEN: Ja, men da kommer det ikke inn der (Peker på mikrofonen). Det er ingen tankeleser.
MONA: Prøv og feil metoden er bra fordi du ikke må tenke så komplisert.
MARIT: Hvis du ser at du liksom bare kan prøve deg fram, da går det fint. Men blokkmetoden er sånn hvis du må tenke ekstra, bare sånn tenke.
MONA: Det som er negativt med prøv og feil metoden er at det kan hende du faktisk feiler noen ganger, og da må du prøve flere ganger.
MARIT: Det tar lang tid.
MONA: Ja.
MIA: Det er bedre å bruke x i stedet for en blokk.
MONA: Blokkmetoden og x-metoden er det samme. Blokkmetoden er tungvinn fordi du må tegne blokker, men det kan også være lettere å se det visuelt.

[Elevene tuller og snakker om andre ting.]

MONA: Bruk av x-metoden er bra, fordi den er oversiktlig, men den kan også bli forvirrende fordi den er litt komplisert. Men hvis man skjønner det, så er det veldig nice å bruke.
MIA: Egentlig så er prøv og feil metoden lettere.
MONA: Men den er ikke så bra.
MIA: Den tar lengre tid, så det er bedre å bruke x.
MARIT: Jeg vil bare si at blokkmetoden gikk kjappere enn x.
MONA: Det gjorde den ikke, hun lyver.
MARIT: Jeg lyver ikke.

MONA: Nei da, men prøv og feil metoden er smart hvis du faktisk ikke feiler.

[Truls Jørgen gir hele klassen beskjed om vi nå nærmer oss en slutt, og at elevene skal avslutte arbeidet.]

8.13 Vedlegg 13: Transkripsjon – Fokusgruppe 9-N

Transkripsjon: Fokusgruppe 9-N

NORA: Vi skal lese oppgaven.
NINA: Jeg hater sånne oppgaver.
NILS: Jeg tror Peter er den som dette går ut ifra da, ikke sant? For det står at Peter er dobbelt så gammel som Niklas er det vel.

[Elevene tuller og snakker om andre ting.]

NANCY: Det er lettere at Niklas er x-en for da får du ikke noen halve x-er.
NILS: Ja.
NATALIE: Hvorfor har du skrevet svaiur?
NINA: Svar står det.

[Elevene tuller og snakker om andre ting.]

NILS: Jeg tar bare en, to, tre, fire, fem, seks, syv ...
NIKOLAI: Men jeg greier ikke blokkmetoden.
NORA: Nina.
NILS: Syv ganger x er lik ...
NIKOLAI: Jeg tar den i hode jeg.
NILS: Førtini.
NATALIE: Syv ganger x er lik førtini.
NIKOLAI: Prøver du å være smart?
NINA: Førtini, ikke sant? Og så må vi ta å dele det. Hva er det vi skal dele det på?
NATALIE: Tre.
NINA: Førtini delt på to.
NINA: Nei.
NATALIE: Tre, det er jo tre folk.
NINA: Tre, seks, ni, tolv, femten, atten, tjueen, tjuefire, tjuesyv, tretti, trettitre, trettiseks, trettini ...
NORA: Nei, nå skrev jeg feil.
NATALIE: Altså, kan alle dette?

NILS: X er lik syv kom jeg frem til.

NATALIE: Jeg vurderer å begynne å skrive, men jeg kan ikke en dritt.

NIKOLAI: Så den laveste er syv.

NILS: X er syv, så det betyr da at Nils.

NIKOLAI: Nils? Det er Niklas.

NILS: Niklas da. Niklas er syv, Petter er fjorten og den siste er da tjueåtte.

NINA: Hæ, hva da?

NATALIE: Okey, vi er et bra team.

NINA: Okey, så Peter var, eller Petter var ...

NATALIE: Fjorten, og så syv og så tjueåtte.

NILS: For først må vi finne x-en da. Og det vi har gjort er at vi har telt hvor mange x-er vi har da, som er syv. Syv ganger x må da bli førtini, som er hele summen, så da deler vi da førtini på syv for å finne ut hva x er. Da fant vi ut av at x er lik syv.

[Elevene tuller og snakker om andre ting.]

NILS: Didrik er lik tjueåtte. Da fant vi ut det.

NIKOLAI: Jeg skal begynne å trene nå.

NATALIE: Hvor mye?

NILS: Okey, er alle sammen ferdige med oppgave en?

NORA: Nei, ikke i det hele tatt.

NINA: Ja.

NORA: Nei.

NIKOLAI: Jeg kan ikke blokkmetoden, så jeg tar det i hodet egentlig.

NORA: Er det syv?

NATALIE: Nei, det er fjorten, syv og tjueåtte.

NORA: Niklas er syv?

NATALIE: Ja. Og Petter er fjorten og han siste er tjueåtte.

NIKOLAI: Skal du skrive alle navnene? Du kan skrive P.

NINA: Petter var?

NILS: Vi fant ut av at Petter var dobbelt så gammel som Niklas, så han er to x og da blir han fjorten.

NINA: Han er fjorten?

NILS: Ja.

NINA: Og Didrik er?
NILS: Han er tjueåtte.

[Elevene tuller og snakker om andre ting.]

NILS: Robert elsker å gå på langrenn om vinteren.
NIKOLAI: Vinteren 2021 gikk han tre ganger så langt som vinteren 2020. Vinteren 2019 gikk han tretti kilometer lengre en vinteren 2020.
NATALIE: Hvorfor snakker du som en kommentator?
NIKOLAI: Til sammen har han gått åtti, nei syv hundre og åtti kilometer. Hvor langt har Robert gått langrenn hver vinter? Hver vinter eller bare sånn hver og en vinter? (Spør Truls Jørgen)
TRULS JØRGEN: Altså, hver forskjellig vinter.
NIKOLAI: Åja, okey.
NATALIE: Hvor mange forskjellige er det?
NINA: Eyy, smart.
NIKOLAI: 21, 20, 19. Okey. Nå har ikke jeg min penn da, så jeg kan ikke viske
NINA: Two thousand and nineteen.

[Elevene tuller og snakker om andre ting.]

NILS: Folkens (Prøver å inkludere resten av gruppen). Fem ganger x pluss tretti er lik ...

[Elevene tuller og snakker om andre ting.]

NILS: Syv, åtte. Så kan vi ... Nå flytter vi det tretti-tallet over så får vi minus, forstår dere? Så da får vi fem ganger x er lik åtte minus tretti.
NORA: Jeg regner ut jeg også.

[Elevene tuller og snakker om andre ting.]

NILS: Fem x er lik ...

[Elevene tuller og snakker om andre ting.]

NIKOLAI: Tre ganger ti ... Shitt.

NILS: Så det er hundre og femti kilometer som blir svaret på ... Eller hvor langt har ...

NIKOLAI: Du vet ... Du må vite. Det er det. Hundre og femti.

[Elevene tuller og snakker om andre ting.]

NILS: Jeg tror svaret er hundre og femti kilometer.

NIKOLAI: Det er det.

NORA: Hundre og femti, hundre og ...

NATALIE: Vent da, på hvilken av de? Åja.

NILS: Jeg har i 2020, den så er det hundre og femti, så da kan vi skrive ... Ja.

NATALIE: De sa vi ikke skulle hviske noe.

NILS: For x er lik ...

NORA: Nils.

NILS: Ja, men jeg skal bare omskrive det liksom. Jeg har ikke viska, jeg har ...

NIKOLAI: Jeg greier ikke blokkmetoden.

NILS: 2021 da fikk han ...

JULIAN: Fint hvis du (Nikolai) bare kan sette én strek så vi ser hva du har skrevet. Det går ann å se det altså. (Nikolai har klusset over svarene som var feil, slik at det er vanskelig å se)

NATALIE: Jeg kan ikke selve matten.

NIKOLAI: Jeg har tre nitti, en tretti, en seksti ...

JULIAN: Du bruker prøv og feil metoden du?

NIKOLAI: Hø?

JULIAN: Du bruker prøv og feil metoden du?

NIKOLAI: Her bruker jeg hodemetoden.

JULIAN: Ja.

NORA: Og vi bruker hode vi bare følger.

[Elevene tuller og snakker om andre ting.]

NILS: Okey, men dere? (Prøver å inkludere resten av gruppen)

NIKOLAI: Det er det eneste jeg får feil på.

NILS: Men dere forstod alt nå, ikke sant?

NIKOLAI: Ja.

NILS: Nå forklarte jeg prosessen her.

NATALIE: Vent da, vent da.

NORA: Hundre og åtti.

NATALIE: Okey, jeg forstod alt.

NORA: Nei, nei, nei, nå tror jeg at jeg har gjort feil.

NILS: Er du sikker? Da kan Natalie løse neste.

NIKOLAI: Kristin, Siri, Andrea og Gry, Gryyy spilte håndballkamp og scoret trettifire målt til sammen. Gry ble toppscorer og scoret tre ganger så mange mål som Siri. Andrea scorte ...

NIKOLAI: Hvordan sier man z, nei scorte?

NATALIE: Scorte.

NORA: Scorte.

NIKOLAI: Men hæ, åssen sier man c?

NATALIE: Hva er greia med disse oppgavene? De vet jo selv hvor mange mål de har scoret.

NIKOLAI: Tre mål mer enn Siri, mens Kristin scoret like mange mål som Siri og Andrea til sammen. K, S ...

NATALIE: Hei er det ... Okey, hvordan tenker mann? Hvordan tenker mann?

NORA: Det finnes alltid et guttenavn.

NIKOLAI: Du må finne ut den minste først. Den som har scoret minst.

NILS: Så det er det jeg har fått til nå. At Siri er x, hun derre Gry er x ganger tre, hun derre Andrea er x pluss tre mens hun derre Kristin er to x pluss tre.

NORA: Ja.

NIKOLAI: Koselig.

NILS: Hvis noen har fått noe annerledes ... Nå gikk jeg veldig kjapt igjennom.

NATALIE: Jeg er helt enig, jeg fikk akkurat det samme.

NORA: Jeg skjønner alt sammen.

NILS: Okey.

NORA: Bare venter på svar.

NILS: En, to, tre, fire, fem, seks, syv. Syv ganger x pluss tre er lik ...

NATALIE: Hvorfor sier du pluss tre?

NILS: Nei, seks mener jeg, pluss seks. Der retta du meg. Veldig bra.

NORA: Jeg skriver også her.

NILS: Er lik ...

NATALIE: Jeg retta på han (Nils).

NIKOLAI: Shit. De scoret ikke mange mål da.
NATALIE: De scoret jo trettifire. Det er jo sykt mange mål.
NORA: Hvordan er det mulig?
NIKOLAI: Fire stykker til sammen.
NATALIE: Hæ?
NIKOLAI: Det er jo basically laget vårt.
NINA: Det er jo mye mål.

[Elevene tuller og snakker om andre ting.]

NIKOLAI: Jeg fant svaret. Fire. X er lik fire.
NATALIE: Hvem av de?
NIKOLAI: Siri scoret fire mål, Kristin scoret elleve mål.
NINA: Elleve ...
NATALIE: Hvordan visste du det? (Spør Nina)
NINA: Jeg så på han (Nikolai).
NIKOLAI: Gry scoret tolv mål og Andrea scoret syv.
NATALIE: Det var det jeg trodde.
NILS: Jeg fikk x er lik fire jeg.
NINA: På Siri?
NIKOLAI: Det var jo nettopp det vi sa.
NORA: Siri er fire, Kristin er elleve.
NINA: Vi er snart ferdige
NORA: Andrea er syv og Gry er tolv.

[Elevene tuller og snakker om andre ting.]

JULIAN: Er alle på oppgave fire nå?
NIKOLAI: Bjørn, Solveig, Yngve og Randi.

[Elevene tuller og snakker om andre ting.]

NIKOLAI: Bjørn og Solveig de er hundre og åttifem. Randi var tjue år da hun fikk Yngve. Bjørn er ni ganger eldre enn Yngve.

[Elevene tuller og snakker om andre ting.]

NIKOLAI: Men Solveig er fem år eldre enn Bjørn. Så Yngve er minst.
NILS: Okey atten. Tjue.
NINA: Det er ditt hode som beveger seg.
NILS: Tjue ganger x pluss tjuefem.
NIKOLAI: Bjørn er ni ganger ... Randi var tjue år da hun fikk Yngve. Da er hun tjueni nå. Jeg bare prøver.

[Elevene tuller og snakker om andre ting.]

NIKOLAI: Nå fikk jeg feil. Nå blir jeg sur. B, S, Y, det er i hvertfall under ni. Vi prøver åtte da. Åtte eller syv.
NILS: Jeg tipper det er 8 blir det vel.
NIKOLAI: Jo.
NINA: Vi har bare to oppgaver igjen
NILS: Jeg tipper det er åtte jeg, fordi hundre og seksti delt på tjue er vel 8? Ja, så Y er lik ...

[Elevene tuller og snakker om andre ting.]

NIKOLAI: Det er ikke åtte, fordi det blir hundre og sytti. Eller har jeg regnet feil?
NILS: Hva kom du frem til Nancy?
NANCY: Jeg er ikke helt ferdig.
NILS: Jeg tror kanskje jeg har gjort feil da.
NIKOLAI: Det er åtte eller ni.
NILS: Det er åtte tror jeg.
NIKOLAI: Jeg må ha lest noe feil. Randi var tjue år da hun fikk Yngve. Da er hun tjueni. Bjørn er ni ganger eldre Yngve, men Solveig er fem år eldre enn Bjørn.
NATALIE: Har du svart? (Spør Nils)
NILS: Ja, jeg tror det, men jeg ...
NIKOLAI: Hvis det er åtte, så blir det hundre og sytti.
NILS: Jeg har også fått det, men ...

NIKOLAI: Åtte ganger åtte ... Hva er åtte ganger åtte? Hva er åtte ganger åtte? Hva er åtte ganger åtte? Hva er åtte ganger åtte? Sekstifire.
NATALIE: Ja.
NILS: Hæ, hvorfor har du åtte ganger åtte? Hvor er det du har det?
NIKOLAI: Nei, åtte ganger ni. Jeg er dum. Hva er åtte ganger ni?
NILS: Syttito.
NIKOLAI: Syttito.
NILS: Ja, åtte ganger ni.

[Elevene tuller og snakker om andre ting.]

NILS: Hva kom du frem til? (Spør Nancy)
NANCY: Nei, kom frem til det samme.
NORA: Hæ syttito? Er Bjørn syttito?
NILS: Ja, da er alle enige da med at hun ...
NORA: Hæ er Bjørn syttito?
NATALIE: Hæ, hvem er Y? Y er lik?
NILS: Yngve eller hva de heter. Jeg skriver bare forbokstaven.

[Truls Jørgen gir hele klassen beskjed om at alle gruppene nå får utdelt et løsningsforslag til dagens første oppgave. Løsningsforslaget inneholder blokkmetoden og prøv og feil metoden, i tillegg til en metode med bruk av symbolsk algebra (x-metoden). Elevene får beskjed om å lese gjennom metodene, prøve å forstå dem og se om de klarer å se noen sammenheng mellom dem. Hva er likt? Hva er ulikt? Hva liker de best å bruke? Gruppen jobber videre samtidig som løsningsforslagene blir delt ut.]

NIKOLAI: Har jeg regnet feil nå?
NATALIE: Tjueåtte, syttito.
NORA: Jeg tror jeg har gjort feil. Det er syttisyv.
NIKOLAI: Fem år eldre, fant det. Det er bare meg som ikke greier å lese for jeg har jo alt mulig av skader i hodet.

[Elevene tuller og snakker om andre ting.]

JULIAN: Hva skal dere gjøre?
NATALIE: Det han sier.
JULIAN: Ja, hva sa han?
NATALIE: At vi skal bruke en annen metode enn blokkmetoden
NILS: Vi får utdelt et løsningsgreier til oppgave en, så får vi tre metoder der vi skulle se igjennom. Her har vi full kontroll.
JULIAN: Dere kan lukke igjen mappene deres. Og nå får dere et løsningsforslag. Tidligere har dere fått løsningsforslag med prøv og feil og blokkmetoden, nå har dere fått løsningsforslag med bruk av x.
NATALIE: Med bruk av?
JULIAN: Bruk av x**.** Nå skal dere ikke jobbe noe mer, nå skal dere se på dette, snakke sammen, se om dere ser noen likheter mellom metodene og hva dere selv har gjort.
NILS: Jeg har alltid brukt x, fordi jeg trodde det var samme metode. Det er jo samme ting bare du skriver blokken.
JULIAN: Ja, si det da til resten.
NILS: Okey folkens. Jeg tror jeg har funnet ut av at x metoden er helt lik blokkmetoden bare at du ikke skriver blokken.

[Elevene tuller og snakker om andre ting.]

NILS: Men folkens. Jeg har funnet en likhet mellom bruk av x og blokkmetoden.
NATALIE: Ja, men det er jo akkurat det samme bare at tegner en x i stede for en blokk.
TRULS JØRGEN: Har dere snakket om løsningsforslaget?

[Elevene tuller og snakker om andre ting.]

JULIAN: Hvilken likte dere best?
NORA: Den prøv og finn metoden, prøv og feil.
NIKOLAI: Du vet jeg gjør blokkmetoden inne i hodet mitt. Det er sånn jeg regner ut.
NORA: Han (Nikolai) er bare sånn mastermind.
NIKOLAI: For jeg greier ikke bare å skrive. Jeg har sånn mattedysleksi.
JULIAN: Gjelder det alle. At prøv og feil metoden er det den beste for alle? (Alle er enige bortsett fra Nils og Nancy)
NILS: For meg er x-metoden best.

JULIAN: Du (Nancy) brukte vel også x? (Nancy nikker bekreftende)

[Elevene tuller og snakker om andre ting.]

[Truls Jørgen gir hele klassen beskjed om vi nå nærmer oss en slutt, og at elevene skal avslutte arbeidet.]

8.14 Vedlegg 14: Algebraiske tekstoppgaver – Oppgaver fra mappen

ARBEIDSMAPPE

LØSE TEKSTOPPGAVER VED HJELP AV ALGEBRA

NAVN: ________________________________

GRUPPE: _____

OPPGAVER TIL TIME 1: SIDE 2 – 3
OPPGAVER TIL TIME 2: SIDE 4 – 7
OPPGAVER TIL TIME 3: SIDE 8 – 11
OPPGAVER TIL TIME 4: SIDE 12 – 17

OPPGAVER TIL TIME 1 – LØS DISSE OPPGAVENE PÅ DEN MÅTEN DERE SELV ØNSKER

OPPGAVE 1

Ronny, Malin og Svein var på fisketur og fikk 21 fisk til sammen. Malin fikk fire ganger flere fisk enn Ronny, mens Svein fikk dobbelt så mange fisk som Ronny. **Hvor mange fisk fikk hver av dem?**

OPPGAVE 2

Birgit er moren til Madelen og Emma. De er 63 år til sammen. Emma er en tredjedel av alderen til Birgit. Madelen er tre år eldre enn Emma. **Hvor gamle er hver av dem?**

OPPGAVER TIL TIME 2 – LØS DISSE OPPGAVENE MED DEN METODEN DERE HAR FÅTT BESKJED OM Å BRUKE, ENTEN «BLOKKMETODEN» ELLER «PRØV OG FEIL METODEN»

OPPGAVE 1
Grete, Truls og Kari spiste en sjokoladekake som var delt opp i 12 kakestykker. Kari spiste dobbelt så mange kakestykker som Grete. Truls spiste like mange kakestykker som Grete og Kari til sammen.
Hvor mange kakestykker spiste hver av dem?

OPPGAVE 2
Gunnar skulle på butikken for å kjøpe en brus, en sjokolade og en chips. Sjokoladen kostet fire ganger så mye som brusen, mens chipsen kostet halvparten av sjokoladen. Til sammen kostet brusen, sjokoladen og chipsen 70 kroner. **Hvor mye kostet de enkelte tingene?**

OPPGAVE 3
David, Jorunn og Siri spiller på samme fotballag og har scoret 36 mål til sammen denne sesongen. Siri ble toppscorer og scoret seks ganger så mange mål som David. Jorunn scoret en tredjedel så mange mål som Siri. **Hvor mange mål scoret hver av dem?**

OPPGAVE 4
Per, Svein og Espen er 42 år til sammen. Svein er dobbelt så gammel som Per, men halvparten så gammel som Espen.
Hvor gamle er hver av dem?

OPPGAVER TIL TIME 3 – LØS DISSE OPPGAVENE MED DEN METODEN DERE HAR FÅTT BESKJED OM Å BRUKE, ENTEN «BLOKKMETODEN» ELLER «PRØV OG FEIL METODEN»

OPPGAVE 1
Randi, Arber og Trude er 67 år til sammen. Trude er 12 år eldre enn Arber, og Arber er dobbelt så gammel som Randi.
Hvor gamle er hver av dem?

OPPGAVE 2
Kjell, Rikke og Anders har vært på fisketur. Kjell fikk 3 fisk mer enn Anders, men Anders klarte bare å få halvparten så mange fisk som Rikke. Til sammen fikk de 19 fisk. **Hvor mange fisk fikk de hver?**

OPPGAVE 3
Malin, Kim og Frida har vært i karantene på grunn av Korona. Til sammen har de sittet i karantene i 47 dager. Malin har sittet i karantene 5 dager lengre enn Frida. Kim har sittet fire ganger så lenge som Frida.
Hvor lenge har hver av dem sittet i karantene?

OPPGAVE 4
Sivert, Kristine, Oda og Jens er en familie på fire. Til sammen er de 116 år. Sivert er fire ganger så gammel som Jens og dobbelt så gammel som Oda. Kristine er 6 år eldre enn Sivert. **Hvor gamle er hver av dem?**

OPPGAVER TIL TIME 4 – LØS DISSE OPPGAVENE MED DEN METODEN DERE FORETREKKER

OPPGAVE 1

Petter, Niklas og Didrik er til sammen 49 år. Petter er dobbelt så gammel som Niklas, men halvparten så gammel som Didrik.
Hvor gamle er hver av dem?

OPPGAVE 2

Robert elsker å gå på langrenn om vinteren. Vinteren 2021 gikk han tre ganger så langt som vinteren 2020. Vinteren 2019 gikk han 30 km lengre enn vinteren 2020. Til sammen har han gått 780 km.
Hvor langt har Robert gått langrenn hver vinter?

OPPGAVE 3

Kristin, Siri, Andrea og Gry spilte håndballkamp og scoret 34 mål til sammen. Gry ble toppscorer og scoret tre ganger så mange mål som Siri. Andrea scoret 3 mål mer enn Siri, mens Kristin scoret like mange mål som Siri og Andrea til sammen. **Hvor mange mål scoret de hver?**

OPPGAVE 4

Bjørn og Solveig er besteforeldrene til Yngve, mens Randi er moren til Yngve. De er 185 år til sammen. Randi var 20 år da hun fikk Yngve. Bjørn er ni ganger eldre enn Yngve, mens Solveig er fem år eldre enn Bjørn. **Hvor gamle er hver av dem?**

OPPGAVE 5

Jakob, Tobias, Alexander og Thomas flyttet til hver sin del av landet. Til sammen flyttet de 1200km bort fra Kristiansand. Thomas flyttet 50km lengre bort enn Jakob, mens både Tobias og Alexander flyttet 25km lengre enn Thomas.
Hvor langt bort fra Kristiansand flyttet hver av dem?

OPPGAVE 6

Lucas, Constanse og Felix elsker vårruller og spiser vårruller hver fredag. Lucas spiste denne gangen tre ganger så mange vårruller som Constanse, men 2 færre enn Felix. Til sammen spiste de hele 16 vårruller. **Hvor mange vårruller spiste de hver?**

8.15 Vedlegg 15: Algebraiske tekstoppgaver – Bonusoppgaver

OPPGAVER TIL TIME 4 – LØS DISSE OPPGAVENE MED DEN METODEN DERE FORETREKKER

OPPGAVE 1

Petter, Niklas og Didrik er til sammen 49 år. Petter er dobbelt så gammel som Niklas, men halvparten så gammel som Didrik.
Hvor gamle er hver av dem?

OPPGAVE 2

Robert elsker å gå på langrenn om vinteren. Vinteren 2021 gikk han tre ganger så langt som vinteren 2020. Vinteren 2019 gikk han 30 km lengre enn vinteren 2020. Til sammen har han gått 780 km.
Hvor langt har Robert gått langrenn hver vinter?

OPPGAVE 3

Kristin, Siri, Andrea og Gry spilte håndballkamp og scoret 34 mål til sammen. Gry ble toppscorer og scoret tre ganger så mange mål som Siri. Andrea scoret 3 mål mer enn Siri, mens Kristin scoret like mange mål som Siri og Andrea til sammen. **Hvor mange mål scoret de hver?**

OPPGAVE 4

Bjørn og Solveig er besteforeldrene til Yngve, mens Randi er moren til Yngve. De er 185 år til sammen. Randi var 20 år da hun fikk Yngve. Bjørn er ni ganger eldre enn Yngve, mens Solveig er fem år eldre enn Bjørn. **Hvor gamle er hver av dem?**

OPPGAVE 5

Jakob, Tobias, Alexander og Thomas flyttet til hver sin del av landet. Til sammen flyttet de 1200km bort fra Kristiansand. Thomas flyttet 50km lengre bort enn Jakob, mens både Tobias og Alexander flyttet 25km lengre enn Thomas.
Hvor langt bort fra Kristiansand flyttet hver av dem?

OPPGAVE 6

Lucas, Constanse og Felix elsker vårruller og spiser vårruller hver fredag. Lucas spiste denne gangen tre ganger så mange vårruller som Constanse, men 2 færre enn Felix. Til sammen spiste de hele 16 vårruller. **Hvor mange vårruller spiste de hver?**

8.16 Vedlegg 16: Løsningsforslag til time 1

Oppgave 1 – Løsningsforslag

Ronny, Malin og Svein var på fisketur og fikk 21 fisk til sammen. Malin fikk fire ganger flere fisk enn Ronny, mens Svein fikk dobbelt så mange fisk som Ronny.
Hvor mange fisk fikk hver av dem?

Prøv og feil metoden

Vi prøver å se om det stemmer at Ronny har fått 5 fisk:	**Ronny = 5 fisk**	**= 5 fisk**
	Svein = 2 • 5 fisk	**= 10 fisk**
	Malin = 4 • 5 fisk	**= 20 fisk**
		= 35 fisk
Det ble for mye totalt, så vi prøver å se om det stemmer at Ronny har fått 2 fisk:	**Ronny = 2 fisk**	**= 2 fisk**
	Svein = 2 • 2 fisk	**= 4 fisk**
	Malin = 4 • 2 fisk	**= 8 fisk**
		= 14 fisk
Det ble for lite totalt, men det var nærmere enn 35 fisk. Altså bør svaret være nærmere 2 fisk enn 5 fisk. Vi prøver å se om det stemmer at Ronny fikk 3 fisk:	**Ronny = 3 fisk**	**= 3 fisk**
	Svein = 2 • 3 fisk	**= 6 fisk**
	Malin = 4 • 3 fisk	**= 12 fisk**
		= 21 fisk

Nå ble det 21 fisk totalt, og svaret er dermed korrekt!

Blokkmetoden

Ronny	R				
Svein	R	R			= **21 fisk**
Malin	R	R	R	R	

$$7 \bullet \boxed{R} = 21 \text{ fisk} \Rightarrow \boxed{R} = \frac{21 \text{ fisk}}{7} \Rightarrow \boxed{R} = 3 \text{ fisk}$$

Ronny = 1 • 3 fisk	**= 3 fisk**
Svein = 2 • 3 fisk	**= 6 fisk**
Malin = 4 • 3 fisk	**= 12 fisk**
	= 21 fisk

Oppgave 2 – Løsningsforslag

Birgit er moren til Madelen og Emma. De er 63 år til sammen. Emma er en tredjedel av alderen til Birgit. Madelen er tre år eldre enn Emma. **Hvor gamle er hver av dem?**

<u>Prøv og feil metoden</u>

Vi prøver å se om det stemmer at Emma er 10 år:

Emma	**= 10 år**	**= 10 år**
Madelen	**= 10 år + 3 år**	**= 13 år**
Birgit	**= 3 • 10 år**	**<u>= 30 år</u>**
		<u>= 53 år</u>

Det ble for lite totalt, så vi prøver å se om det stemmer at Emma er 14 år:

Emma	**= 14 år**	**= 14 år**
Madelen	**= 14 år + 3 år**	**= 17 år**
Birgit	**= 3 • 14 år**	**<u>= 42 år</u>**
		<u>= 73 år</u>

Det ble for mye totalt. Det ble 10 år for mye når Emma var 14 år, og 10 år for lite når Emma var 10 år. Svaret bør dermed være midt mellom 10 år og 14 år, altså 12 år. Vi prøver å se om det stemmer at Emma er 12 år:

Emma	**= 12 år**	**= 12 år**
Madelen	**= 12 år + 3 år**	**= 15 år**
Birgit	**= 3 • 12 år**	**<u>= 36 år</u>**
		<u>= 63 år</u>

Nå ble det 63 år totalt, og svaret er dermed korrekt!

<u>Blokkmetoden</u>

Emma	E				
Madelen	E	+ 3 år		=	**63 år**
Birgit	E	E	E		

5 • $\boxed{E}$ **+ 3 år = 63 år** $\Rightarrow$ **5 •** $\boxed{E}$ **= 63 år – 3 år** $\Rightarrow$ **5 •** $\boxed{E}$ **= 60 år**

$\Rightarrow$ $\boxed{E} = \frac{60 \text{ år}}{5}$ $\Rightarrow$ $\boxed{E}$ **= 12 år**

Emma	**= 1 • 12 år**	**= 12 år**
Madelen	**= 1 • 12 år + 3 år**	**= 15 år**
Birgit	**= 3 • 12 år**	**<u>= 36 år</u>**
		<u>= 63 år</u>

8.17 Vedlegg 17: Løsningsforslag til time 4

Oppgave 1 – Løsningsforslag

Petter, Niklas og Didrik er til sammen 49 år. Petter er dobbelt så gammel som Niklas, men halvparten så gammel som Didrik. **Hvor gamle er hver av dem?**

Prøv og feil metoden

Vi prøver å se om det stemmer at Niklas er 5 år:

Niklas	**= 5 år**	**= 5 år**
Petter	**= 2 • 5 år**	**= 10 år**
Didrik	**= 4 • 5 år**	**= 20 år**
		= 35 år

Det ble for lite totalt, så vi prøver å se om det stemmer at Niklas er 8 år:

Niklas	**= 8 år**	**= 8 år**
Petter	**= 2 • 8 år**	**= 16 år**
Didrik	**= 4 • 8 år**	**= 32 år**
		= 56 år

Det ble for mye totalt. Vi kom nærmer riktig alder totalt når vi prøvde med 8 år, så vi prøver å se om det stemmer at Niklas er 7 år:

Niklas	**= 7 år**	**= 7 år**
Petter	**= 2 • 7 år**	**= 14 år**
Didrik	**= 4 • 7 år**	**= 28 år**
		= 49 år

Nå ble det 49 år totalt, og svaret er dermed korrekt!

Blokkmetoden

Niklas	N					
Petter	N	N			**=**	**49 år**
Didrik	N	N	N	N		

7 • N = 49 år ⇒ N = $\frac{49 \text{ år}}{7}$ ⇒ N = 7 år

Niklas = 1 • 7 år = 7 år
Petter = 2 • 7 år = 14 år
Didrik = 4 • 7 år = 28 år
= 49 år

X-metoden

Niklas = x
Petter = 2x = 49 år
Didrik = 4x

x + 2x + 4x = 49 år ⇒ 7x = 49 år ⇒ x = $\frac{49 \text{ år}}{7}$ ⇒ x = 7 år

Niklas = 1 • 7 år = 7 år
Petter = 2 • 7 år = 14 år
Didrik = 4 • 7 år = 28 år
= 49 år

8.18 Vedlegg 18: Planleggingsskjema – Alle undervisningstimer

Planleggingsskjema til time 1

Student: Truls Jørgen Rydland og Julian Norum Breland				**8. trinn: 31.01.22** **9. trinn: 07.02.22**	
Elevgruppe: 8. trinn og 9. trinn		**Tid: 45 min**	**Fag: Matematikk**		
Læreplanmål: Generelle mål, kompetansemål-LK20 Hentet fra Kompetansemål etter 8. trinn (Kunnskapsdepartementet, 2019): "Utforske algebraiske regneregler" "Beskrive og generalisere mønstre med egne ord og algebraisk" "Lage, løse og forklare ligninger knyttet til praktiske situasjoner"					
Grunnleggende ferdigheter	**Muntlig X**	**Lese X**	**Skrive X**	**Regne X**	**IKT**
Elevforutsetninger: Læreforutsetninger; motivasjon, kunnskaper, holdninger, ferdigheter etc. Vi har ikke så mye informasjon om klassene, og har derfor ikke så god oversikt over deres forutsetninger. Dermed går vi inn i prosjektet med et åpent sinn og er forberedt på å måtte være fleksible og tilpasse opplegget underveis. Da helst med tanke på om det er nødvendig med en forklaring av løsningsmetodene, og hvordan diskusjonene skal styres med tanke på hvor motiverte og aktive elevene er.					
Mål for økta: Hva skal elevene ha lært etter dagen/økten – faglig/sosialt? Begrunnelse. Målet for denne økta er at elevene skal gjøre seg kjent med oppgavetypene i mappen og få et innblikk i Prøv og feil metoden og Blokkmetoden.					
Innhold: Hva elevene skal lære noe om/-tilegne seg. Konkretisering av lærestoff. 1. Introduksjon (10 minutter) - Starter timen med å introdusere oss selv og gi informasjon om prosjektet. Det vil bli tydelig formidlet at det er frivillig å delta i prosjektet, og at elevene når som helst kan trekke seg. - Her vil det bli presisert at målet ikke er at elevene skal komme fort frem til svaret, men at det å diskutere og reflektere sammen er det viktigste. 2. Gruppearbeid (15-20 minutter) - Elevene skal nå begynne å jobbe i grupper med oppgaver til time 1 i mappen. Til denne timen er det laget to oppgaver. - Her vil det bli sagt at elevene skal løse oppgavene ved hjelp av den løsningsmetoden de er vant til/ønsker å bruke. 3. Studere løsningsforslag (10-15 minutter) - Når elevene har jobbet en stund vil vi dele ut et løsningsforslag til de to oppgavene de har jobbet med i denne timen, som inkluderer løsninger					

1

med Prøv og feil metoden og Blokkmetoden. Her skal elevene sammenligne sine egne løsningsmetoder med løsningsforslagene.
- Elevene får beskjed om at to av gruppene skal presentere løsningsforslagene og forklare de i starten av neste time.
- Elevene skal bruke resten av timen til å studere og prøve å forstå løsningsmetodene som blir presentert i løsningsforslaget

Arbeidsmåter: a) Hva elevene skal gjøre for å lære. Læringsaktiviteter. b) Begrunnelse.

a) Elevene skal jobbe sammen i grupper og løse tekstoppgaver i en mappe. I tillegg skal de diskutere og reflektere sammen mens de jobber. Når de har jobbet litt med oppgavene får de utdelt løsningsforslag med Prøv og feil metoden og Blokkmetoden, som de skal sammenligne med egne løsningsmetoder. Til slutt skal elevene studere og prøve å forstå løsningsmetodene som blir presentert.

b) Elevene skal jobbe sammen i grupper og diskutere og reflektere rundt oppgavene for å sammen få en dypere forståelse for hvordan de kan gå frem for å løse oppgavene. Ved å sammenligne egne løsningsmetoder med de utdelte løsningsforslagene får elevene muligheten til å finne likhetstrekk og ulikheter mellom ulike løsningsmetoder. Gjennom å studere løsningsmetodene som blir presentert, får elevene mulighet til å danne seg en egen forståelse av disse.

Rammefaktorer: Lærere, læremidler, romforhold, organisering av dagen etc.

Vi er to studenter (forskere) og elevenes vanlige lærer som skal være til stede i elevenes vanlige klasserom under gjennomføringen. Elevene skal jobbe i en mappe med algebraiske tekstoppgaver og være organisert i grupper mens de jobber.

Vurdering: Hvordan du som lærer vil finne ut av hva elevene har lært – om planen har fungert.

Under hele økten vil en av oss alltid gå rundt å observere og ta notater. I tillegg vil vi samle inn mappene når prosjektet er over og vil dermed få en indikasjon på elevene hvordan elevene har tenkt når de bruker de ulike løsningsmetodene.

Kilde:

Kunnskapsdepartementet (2019). *Læreplan i matematikk 1.-10. trinn (MAT01-05)*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020.

Planleggingsskjema til time 2

<table>
<tr><td colspan="4">Student: Truls Jørgen Rydland og Julian Norum Breland</td><td colspan="2">8. trinn: 31.01.22
9. trinn: 07.02.22</td></tr>
<tr><td colspan="2">Elevgruppe: 8. trinn og 9. trinn</td><td colspan="2">Tid: 45 min</td><td colspan="2">Fag: Matematikk</td></tr>
<tr><td colspan="6">Læreplanmål: Generelle mål, kompetansemål-LK20
Hentet fra Kompetansemål etter 8. trinn (Kunnskapsdepartementet, 2019):
"Utforske algebraiske regneregler"
"Beskrive og generalisere mønstre med egne ord og algebraisk"
"Lage, løse og forklare ligninger knyttet til praktiske situasjoner"</td></tr>
<tr><td>Grunnleggende ferdigheter</td><td>Muntlig X</td><td>Lese X</td><td>Skrive X</td><td>Regne X</td><td>IKT</td></tr>
<tr><td colspan="6">Elevforutsetninger: Læreforutsetninger; motivasjon, kunnskaper, holdninger, ferdigheter etc.
Vi har ikke så mye informasjon om klassene, og har derfor ikke så god oversikt over deres forutsetninger. Dermed går vi inn i prosjektet med et åpent sinn og er forberedt på å måtte være fleksible og tilpasse opplegget underveis. Da helst med tanke på om det er nødvendig med en forklaring av løsningsmetodene, og hvordan diskusjonene skal styres med tanke på hvor motiverte og aktive elevene er.</td></tr>
<tr><td colspan="6">Mål for økta: Hva skal elevene ha lært etter dagen/økten – faglig/sosialt? Begrunnelse.
Målet for denne økta er at elevene skal lære seg å bruke Prøv og feil metoden og Blokkmetoden og gjennom å arbeide med algebraiske tekstoppgaver i mappen.</td></tr>
<tr><td colspan="6">Innhold: Hva elevene skal lære noe om/-tilegne seg. Konkretisering av lærestoff.
1. Introduksjon (10 minutter)
- Starter timen med at to av gruppene forklarer og reflekterer rundt Prøv og feil metoden og Blokkmetoden, basert løsningsforslaget med oppgave 1 fra time 1. Gruppene skal forklare for hele klassen.
- De to gruppene forklarer hver sin løsningsmetode.
2. Gruppearbeid (10-15 minutter)
- Etter introduksjonen skal elevene jobbe med oppgaver til time 2.
- Halvparten av gruppene skal benytte seg av Prøv og feil metoden og den andre halvparten skal benytte seg av Blokkmetoden.
3. Gruppearbeid (10-15 minutter)
- Gruppene skal gjøre seg ferdig med den oppgaven de holder på med, for så å benytte seg av den andre løsningsmetoden på neste oppgave. Det vil si at gruppene som har brukt Prøv og feil metoden første del av timen nå skal bruke Blokkmetoden, og omvendt.</td></tr>
</table>

4. Avslutning (5 minutter)
    - Som avslutning skal vi ha en klassediskusjon og reflektere rundt elevenes løsninger og løsningsmetodene som er brukt gjennom timen.

Arbeidsmåter: a) Hva elevene skal gjøre for å lære. Læringsaktiviteter. b) Begrunnelse.

a) To grupper skal forklare og reflektere rundt Prøv og feil metoden og Blokkmetoden, basert på løsningsforslaget med oppgave 1 fra time 1. Gruppene skal forklare hver sin metode for resten av klassen. Elevene skal jobbe i grupper og løse algebraiske tekstoppgaver til time 2 fra mappen. I tillegg skal de diskutere og reflektere sammen mens de jobber. Gruppene skal bruke en av løsningsmetodene i første del av timen, før de videre skal bruke den andre løsningsmetoden. Til slutt skal vi ha en klassediskusjon hvor elevene skal reflekterer rundt egne løsninger og de løsningsmetodene de har brukt.

b) To av gruppene skal forklare og reflektere rundt et løsningsforslag fremfor klassen. De forklarer hver sin løsningsmetode. På denne måten får elevene mulighet til å danne seg en egen forståelse av løsningsmetodene, fremfor at en lærer skal forklare det for dem. Dette vil gi elevene mulighet til å få en dypere forståelse for hvordan de kan gå frem for å løse tekstoppgavene. Ved å jobbe sammen i grupper får elevene mulighet til å samarbeide og lære av hverandre. Gjennom klassediskusjonen får elevene anledning til å dele sine tanker med resten av klassen, slik at klassen som helhet får mulighet til å lære av hverandres forklaringer og refleksjoner.

Rammefaktorer: Lærere, læremidler, romforhold, organisering av dagen etc.

Vi er to studenter (forskere) og elevenes vanlige lærer som skal være til stede i elevenes vanlige klasserom under gjennomføringen. Elevene skal jobbe i en mappe med algebraiske tekstoppgaver og være organisert i grupper mens de jobber.

Vurdering: Hvordan du som lærer vil finne ut av hva elevene har lært – om planen har fungert.

Under hele økten vil en av oss alltid gå rundt å observere og ta notater. I tillegg vil vi samle inn mappene når prosjektet er over og vil dermed få en indikasjon på elevene hvordan elevene har tenkt når de bruker de ulike løsningsmetodene.

Kilde:

Kunnskapsdepartementet (2019). *Læreplan i matematikk 1.-10. trinn (MAT01-05)*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020.

Planleggingsskjema til time 3

<table>
<tr><td colspan="3">Student: Truls Jørgen Rydland og Julian Norum Breland</td><td colspan="3">8. trinn: 01.02.22
9. trinn: 09.02.22</td></tr>
<tr><td colspan="2">Elevgruppe: 8. trinn og 9. trinn</td><td>Tid: 45 min</td><td colspan="3">Fag: Matematikk</td></tr>
<tr><td colspan="6">Læreplanmål: Generelle mål, kompetansemål-LK20
Hentet fra Kompetansemål etter 8. trinn (Kunnskapsdepartementet, 2019):
“Utforske algebraiske regneregler”
“Beskrive og generalisere mønstre med egne ord og algebraisk”
“Lage, løse og forklare ligninger knyttet til praktiske situasjoner”</td></tr>
<tr><td>Grunnleggende ferdigheter</td><td>Muntlig X</td><td>Lese X</td><td>Skrive X</td><td>Regne X</td><td>IKT</td></tr>
<tr><td colspan="6">Elevforutsetninger: Læreforutsetninger; motivasjon, kunnskaper, holdninger, ferdigheter etc.
Vi har ikke så mye informasjon om klassene, og har derfor ikke så god oversikt over deres forutsetninger. Dermed går vi inn i prosjektet med et åpent sinn og er forberedt på å måtte være fleksible og tilpasse opplegget underveis. Da helst med tanke på om det er nødvendig med en forklaring av løsningsmetodene, og hvordan diskusjonene skal styres med tanke på hvor motiverte og aktive elevene er.</td></tr>
<tr><td colspan="6">Mål for økta: Hva skal elevene ha lært etter dagen/økten – faglig/sosialt? Begrunnelse.
Målet for denne økta er at elevene skal bli enda trygger på å bruke Prøv og feil metoden og Blokkmetoden gjennom å arbeide med algebraiske tekstoppgaver i mappen.</td></tr>
<tr><td colspan="6">Innhold: Hva elevene skal lære noe om/-tilegne seg. Konkretisering av lærestoff.
1. Introduksjon (10 minutter)
- Starter timen med at to av gruppene som ikke forklarte en løsningsmetode i time 3, skal forklare og reflekterer rundt Prøv og feil metoden og Blokkmetoden, basert løsningsforslaget med oppgave 2 fra time 1. Gruppene skal forklare for hele klassen.
- De to gruppene forklarer hver sin løsningsmetode.
2. Gruppearbeid (10-15 minutter)
- Etter introduksjonen skal elevene jobbe med oppgaver til time 3.
- Halvparten av gruppene skal benytte seg av Prøv og feil metoden og den andre halvparten skal benytte seg av Blokkmetoden. Denne gangen skal elevene starte med den løsningsmetoden de avsluttet med i time 2.
3. Gruppearbeid (10-15 minutter)
- Gruppene skal gjøre seg ferdig med den oppgaven de holder på med, for så å benytte seg av den andre løsningsmetoden på neste oppgave. Det vil si at</td></tr>
</table>

gruppene som har brukt Prøv og feil metoden første del av timen nå skal bruke Blokkmetoden, og omvendt.

4. Avslutning (5 minutter)
   - Som avslutning skal vi ha en klassediskusjon og reflektere rundt elevenes løsninger og løsningsmetodene som er brukt gjennom timen.

Arbeidsmåter: a) Hva elevene skal gjøre for å lære. Læringsaktiviteter. b) Begrunnelse.

a) To grupper skal forklare og reflektere rundt Prøv og feil metoden og Blokkmetoden, basert på løsningsforslaget med oppgave 2 fra time 1. Gruppene skal forklare hver sin metode for resten av klassen. Elevene skal jobbe i grupper og løse algebraiske tekstoppgaver til time 3 fra mappen. I tillegg skal de diskutere og reflektere sammen mens de jobber. Gruppene skal bruke en av løsningsmetodene i første del av timen, før de videre skal bruke den andre løsningsmetoden. Til slutt skal vi ha en klassediskusjon hvor elevene skal reflekterer rundt egne løsninger og de løsningsmetodene de har brukt.

b) To av gruppene skal forklare og reflektere rundt et løsningsforslag fremfor klassen. De forklarer hver sin løsningsmetode. På denne måten får elevene mulighet til å danne seg en egen forståelse av løsningsmetodene, fremfor at en lærer skal forklare det for dem. Dette vil gi elevene mulighet til å få en dypere forståelse for hvordan de kan gå frem for å løse tekstoppgavene. Ved å jobbe sammen i grupper får elevene mulighet til å samarbeide og lære av hverandre. Gjennom klassediskusjonen får elevene anledning til å dele sine tanker med resten av klassen, slik at klassen som helhet får mulighet til å lære av hverandres forklaringer og refleksjoner.

Rammefaktorer: Lærere, læremidler, romforhold, organisering av dagen etc.

Vi er to studenter (forskere) og elevenes vanlige lærer som skal være til stede i elevenes vanlige klasserom under gjennomføringen. Elevene skal jobbe i en mappe med algebraiske tekstoppgaver og være organisert i grupper mens de jobber.

Vurdering: Hvordan du som lærer vil finne ut av hva elevene har lært – om planen har fungert.

Under hele økten vil en av oss alltid gå rundt å observere og ta notater. I tillegg vil vi samle inn mappene når prosjektet er over og vil dermed få en indikasjon på elevene hvordan elevene har tenkt når de bruker de ulike løsningsmetodene.

Kilde:

Kunnskapsdepartementet (2019). *Læreplan i matematikk 1.-10. trinn (MAT01-05)*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020.

Planleggingsskjema til time 4

Student: Truls Jørgen Rydland og Julian Norum Breland				**8. trinn: 07.02.22** **9. trinn: 10.02.22**	
Elevgruppe: 8. trinn og 9. trinn		**Tid: 45 min**	**Fag: Matematikk**		
Læreplanmål: Generelle mål, kompetansemål-LK20 Hentet fra Kompetansemål etter 8. trinn (Kunnskapsdepartementet, 2019): "Utforske algebraiske regneregler" "Beskrive og generalisere mønstre med egne ord og algebraisk" "Lage, løse og forklare ligninger knyttet til praktiske situasjoner"					
Grunnleggende ferdigheter	**Muntlig X**	**Lese X**	**Skrive X**	**Regne X**	**IKT**
Elevforutsetninger: Læreforutsetninger; motivasjon, kunnskaper, holdninger, ferdigheter etc. Vi har ikke så mye informasjon om klassene, og har derfor ikke så god oversikt over deres forutsetninger. Dermed går vi inn i prosjektet med et åpent sinn og er forberedt på å måtte være fleksible og tilpasse opplegget underveis. Da helst med tanke på om det er nødvendig med en forklaring av løsningsmetodene, og hvordan diskusjonene skal styres med tanke på hvor motiverte og aktive elevene er.					
Mål for økta: Hva skal elevene ha lært etter dagen/økten – faglig/sosialt? Begrunnelse. Målet for denne økta er at elevene skal få vist hva de har lært i arbeidet med dette prosjektet, da i forhold til hvilke løsningsmetoder de velger å bruke, hvordan de tenker og om elevene ser noen sammenheng mellom symbolsk algebra (x-metoden) og Prøv og feil metoden og/eller Blokkmetoden.					
Innhold: Hva elevene skal lære noe om/-tilegne seg. Konkretisering av lærestoff. 1. Introduksjon (5 minutter) - Starter timen med å gi elevene informasjon om at to grupper vil bli filmet og tatt opp lyd av samtidig som de arbeider med oppgavene i denne timen. Det vil bli tydelig formidlet at det er frivillig å delta i prosjektet, og at elevene når som helst kan trekke seg. - Ut over det får elevene beskjed om å jobbe med oppgaver til time 4, der de kan bruke den løsningsmetoden de foretrekker. Det blir altså ikke lagt noen føringer for hvilke løsningsmetoder elevene kan bruke i denne timen. 2. Gruppearbeid (20-25 minutter) - Etter introduksjonen skal elevene jobbe med oppgaver til time 4, samtidig som to av gruppene blir filmet og tatt opp lyd av. 3. Studere løsningsforslag (10 minutter)					

- Elevene vil få utdelt et løsningsforslag til oppgave 1 fra time 4, som inneholder en løsning med Prøv og feil metoden, en løsning med Blokkmetoden, samt en løsning med x-metoden (symbolsk algebra). Elevene skal studere, diskutere og sammenligne disse løsningsmetodene for å se om de finner noen sammenheng mellom symbolsk algebra og Prøv og feil metoden og/eller Blokkmetoden.

4. Avslutning (5 minutter)
   - Mot slutten av denne siste timen vil vi ha en liten oppsummering og høre hva elevene synes og hvordan de opplevde de ulike løsningsmetodene.
   - Helt til slutt vil vi takke elevene for å ha deltatt i prosjektet, samt informere om at det kan bli aktuelt å gjennomføre et gruppeintervju med gruppene som har blitt filmet i etterkant av prosjektet.

Arbeidsmåter: a) Hva elevene skal gjøre for å lære. Læringsaktiviteter. b) Begrunnelse.

a) Elevene skal jobbe i grupper å løse algebraiske tekstoppgaver til time 4 fra mappen. I tillegg skal de diskutere og reflektere sammen mens de jobber. Videre får elevene utdelt et løsningsforslag til oppgave 1 fra time 4, som i tillegg til Prøv og feil metoden og Blokkmetoden, også inneholder en løsning med x-metoden (symbolsk algebra). Dette løsningsforslaget skal elevene studere og diskutere, gjennom å sammenligne de ulike løsningsmetodene.

b) Ved å jobbe sammen i grupper får elevene mulighet til å samarbeide og lære av hverandre. Gjennom å studere løsningsforslaget til oppgave 1 fra time 4, får elevene mulighet til å diskutere og få en felles forståelse av løsningsmetodene og sammenhengen mellom disse.

Rammefaktorer: Lærere, læremidler, romforhold, organisering av dagen etc.

Vi er to studenter (forskere) og elevenes vanlige lærer som skal være til stede i elevenes vanlige klasserom under gjennomføringen. Elevene skal jobbe i en mappe med algebraiske tekstoppgaver og være organisert i grupper mens de jobber. I denne timen vil det være to kamerastativer og lydopptakere som skal ta opp lyd og video fra to grupper.

Vurdering: Hvordan du som lærer vil finne ut av hva elevene har lært – om planen har fungert.

Under hele økten vil en av oss alltid gå rundt å observere og ta notater. Denne økten vil også en eller to fokusgrupper blir filmet og tatt opp lyd av mens de jobber, slik at vi kan få et dypere innblikk i elevenes diskusjoner, refleksjoner og resonnementer. I tillegg vil vi samle inn mappene når prosjektet er over og vil dermed få en indikasjon på elevene hvordan elevene har tenkt når de bruker de ulike løsningsmetodene.

Kilde:
Kunnskapsdepartementet (2019). *Læreplan i matematikk 1.-10. trinn (MAT01-05)*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020.

8.19 Vedlegg 19: Observasjonsskjema

OBSERVASJONSSKJEMA

Dato:	**Time:**	**Klasse:**

Gruppe	**Oppgave**	**Hva observeres?**