UNIVERSITETET I AGDER

Meningsfylte matematikkoppgaver?

En casestudie fra ungdomsskoleelevers aktiviteter knyttet til algebra på en bedrift.

Evert Dean

Veileder

Hans Kristian Nilsen

Claire Vaugelade Berg

Masteroppgaven er gjennomført som ledd i utdanningen ved Universitetet i Agder og er godkjent som del av denne utdanningen. Denne godkjenningen innebærer ikke at universitetet innestår for de metoder som er anvendt og de konklusjoner som er trukket.

Universitetet i Agder, 2015

Fakultet for teknologi og realfag

Institutt for matematiske fag

Forord

Mastergrad i matematikkdidaktikk er snart oppnådd etter lengre tids innsats. Som allmennlærer i mange år med videreutdanning og etterutdanning i flere fag, kunne jeg endelig konsentrere meg om matematikk som alltid har ligget mitt hjerte nær. I barne- og ungdomsårene var dette ynglingsfaget, og som ung lærer tok jeg også noen vekttall i matematikk ved Agder Distrikthøgskole. Fra 2004 til 2010 fikk jeg lov til å være deltaker i to spennende matematikkdidaktikkprosjekter ved Høgskolen i Agder som underveis ble til Universitetet i Agder. Inspirert av dette, fortsatte jeg med videreutdanning i matematikk høsten 2011, og året etter kunne jeg ta fatt på masterstudiet i matematikkdidaktikk. Dette har blitt gjennomført i løpet av tre år ved siden av noe redusert stilling som lærer ved Samfundets ungdomsskole. Jeg vil først gi skolens ledelse honnør for den måten de har lagt alt til rette for at jeg kunne fullføre dette.

Denne masterforskningen har hatt mange samarbeidspartnere som fortjener takk for all hjelp og inspirasjon. Studiet er knyttet til bedriften Returkraft der jeg har hatt mange timers samarbeid med bedriftspedagog Birgitte Wergeland og hennes vikar Trine Folkman. Jostein Mosby, teknisk fagperson ved bedriften, har gitt meg nødvendige kunnskap og data om bedriften slik at jeg var i stand til å lage undervisningsopplegget som er en del av min masteroppgave. Anne Vegusdal koordinator for Lektor 2-ordningen i Agder, har også vist stor interesse for *Algebra på Returkraftskolen*. Mitt opplegg passer som hånd i hanske i forhold til Lektor2 og den nasjonale realfagsatsingen fra Kunnskapsdepartementet. Ideen til min oppgave er blant annet hentet fra MathEUS4, en del av min masterutdanning i fjorårets vårsemester. Mine varmeste tanker går derfor til professor emeritus Maria Luiza Cestari som ledet dette prosjektet som sitt hjertebarn. Hennes ekte pedagogiske entusiasme vekket min nysgjerrighet for en annerledes tankegang rundt *undervisningskonteksten* i matematikk og spesielt emnet *algebra,* erfaringsmessig et krevende områder for ungdomsskoleelever.

Jeg vil rette en spesiell takk til 9. klasse og lærer ”Per” ved ”Timpis ungdomsskole” som stilte seg til disposisjon for min forskning. Kanskje også en verbal rose til ”Ina”, ”Siw”, ”Rut”, ”Eva” og ”Liv”, elevgruppa jeg valgte ut til dybdestudiet og elevintervjuet.

En stor takk må jeg også rette til både førsteamanuensis Claire Vaugelade Berg som startet veiledningen februar 2014, og førsteamanuensis Hans Kristian Nilsen som overtok som veileder i januar 2015 da Berg ble sykemeldt. Jeg ser tilbake med glede på alle disse inspirerende timene på deres kontorer.

Sist, men ikke minst en takk til min kjære kone, mine 10 barn, 3 svigerbarn og 4 barnebarn som til tider kanskje ikke har fått den oppmerksomheten som de har fortjent. Et slikt krevende studie merkes når far må starte ved hanegal og arbeide til silde aften for å komme i mål. Sara, den nest yngste på 11 år, har alltid drømt om å bli forsker. Men til påske i år, fortalte hun at denne fremtidsdrømmen var endret. Hun kunne ikke tenke å jobbe så mye som faren måtte gjøre! Men nå må jeg skynde meg å bli ferdig før neste prosjekt starter: *Digital Interaktiv matematikkundervisning. Innovasjon og forskning på matematikk i et digitalt læringsmiljø i ungdomsskolen.* Min skole skal i samarbeid med UiA og Ve skole være med på utvikle fremtidens digitale matematikkundervisning. Og med 3 millioner i støtte fra Regionalt forskningsfond Agder og undertegnede som prosjektleder, vil jeg anta at de tre neste årene kan bli like spennende som de foregående.

Kristiansand, 19. mai 2015

Evert Dean

Sammendrag
"Meningsfylte matematikkoppgaver?" er et casestudie knyttet til en 9. klasse i Agder som besøkte Returkraft, et energigjenvinningsanlegg i Kristiansand. I løpet av en hel skoledag på denne bedriften, arbeidet de med oppgaver som ble designet i forbindelse med dette studiet. *Algebra på Returkraftskolen* tar utgangspunkt i kompetansemålene for funksjoner og består av to elevhefter. Et hefte til bruk i forbindelse med forberedelsen på skolen og det andre under bedriftsbesøket. Elevene fikk først omvisning, deretter gruppearbeid med oppgaver fra bedriftskonteksten og til slutt oppsummering i plenum. Med utgangspunkt i dette undervisningsopplegget har jeg stilt to forskningsspørsmål:

- *Hvordan jobber elevgrupper med algebra når aktivitetene legges til et energigjenvinningsanlegg?*
- *Hva er elevenes opplevelser av disse aktivitetene når de skjer på denne bedriften?*

Som teoretisk rammeverk for analyse av empirien, har jeg tatt utgangspunkt i noen av grunnideene i det sosiokulturelle læringsprinsippet, semiotikk og Steinbrings epistemologiske trekant, matematiske representasjoner, inquiry og realistisk matematikkundervisning. Jeg har også nevnt litteratur som omtaler algebraisk tenkning, matematikk utenfor skolekonteksten, hvorfor algebra er så vanskelig og alternativt syn på forholdet mellom aritmetikk og algebra.

Klassen ble filmet under plenumssamlingene, og ei gruppe på fem elever ble filmet under arbeidsøktene og intervjuet i etterkant. Transkripsjon av filmopptak sammen med mine notater og elevbesvarelsene i heftene, dannet empirien til dette studiet. Funnene blir i dette studie analysert og drøftet i forhold til det nevnte teoretiske rammeverk og forfattere som er trukket frem i litteraturdelen.

Funnene viser at dette var en trygg læringsatmosfære der elevene var støttende stillaser for hverandre, og begynnende forståelse av funksjonsbegrepet skjedde innenfor den proksimale sone for utvikling. Funn som bekrefter at bruk av språk er sentralt under medieringen av kunnskap, finner vi også. Elevene gav uttrykk for at de neppe hadde klart dette alene, men fordi de samarbeidet og diskuterte i gruppene, klarte de "akkurat" å løse disse oppgavene. Jeg oppfattet at elevene var motiverte og arbeidet ivrig, og de gav uttrykk for at de likte denne måten å jobbe på og ville gjerne ha mer undervisning på denne måten. Elevene ble trigget på deres kreative resonnement gjennom oppgavene som gav muligheter og utfordringer, både til høyt og lavt presterende elever. Dette studie støtter opp om teorien at inquiry-inspirerte oppgaver skaper en undrende læringsatmosfære blant elevenesom igjen gir læringsutbytte. De gav uttrykk for at det var lettere å lære på denne måten, og de fikk noen faglige aha-opplevelser under veis. Det var meningsfylte matematikkoppgaver når de kunne knytte algebra til en kontekst fra det virkelige liv. Studiet viser også hvordan elevene oppnådde større forståelse når de klarte å kombinere konteksten sammen med de matematiske symboler og funksjonsbegrepet.

Som pedagogisk implikasjon, peker jeg til slutt på viktigheten av å skille mellom *oppgaver som skal stimulere til undring og refleksjon,* og *oppgaver som skal automatisere ferdigheter.* Det fremgår at utforskende undervisningsopplegg bør organiseres i en tredeling: *felles introduksjon, arbeidsøkt i grupper* og *oppsummering i plenum.* Når elevene jobber med algebra, er det viktig at elevene får muligheter til å knytte dette til flere representasjoner: *kontekst, naturlig språk, illustrasjoner, tabeller, grafer* og *symboler*. Spesialisering kontra generalisering i læringsprosesser, bør drøftes i hele undervisningsløpet. Etter mitt syn vil et *endret syn på aritmetikkundervisningen* i småskolen, gi bedre vekstvilkår for den abstrakte opplæringen i matematikk når elevene blir eldre.

Abstract

"Meaningful mathematics tasks?" is a case study related to 9th grade in Norwegian lower secondary school that visited Returkraft, an energy recovery facility in Kristiansand. During a full day on this enterprise, they worked with tasks that were designed in connection with this study. *"Algebra på Returkraftskolen"* is based on competence goals for functions and includes two student booklets, one for study preparation at school and the other for enterprise visit. The students were guided around Returkraft, then worked in group with tasks from business context and finally summary in plenary. Based on this teaching program, I have asked two research questions:

- *How do the group of students work with algebra when activities take place in an energy facility?*
- *What are the students' experiences of these activities when they take place in this business?*

As a theoretical framework for analysis of empirical data, I have based it on some of the basic ideas in the socio-cultural learning principle, semiotics and Steinbrings epistemological triangle, mathematical representations, inquiry and realistic mathematics education. I also mentioned literature reviewing algebraic thinking, mathematics outside the school context, why algebra is so difficult and alternative view on the relationship between arithmetic and algebra.

The class was filmed during plenary sessions, and a group of five students were filmed during work sessions and interviewed afterwards. Transcript of this recording, my notes and student works in the booklets, formed the empirical data for this study. The findings are analysed and discussed in relation to the theoretical framework and the authors who are mentioned in the literature section.

The findings show that this was a safe learning atmosphere where students were supportive scaffolding for one another, and an incipient understanding of the functions concept took place in the proximal zone of development. Findings, which confirm that the use of language is central in mediating the knowledge, are also found here. Students expressed that they had not managed this alone, but because they cooperated and discussed in groups, they just managed to solve these tasks. I perceived that the students were motivated and worked hard, and they expressed that they liked this way of working and would like to have more teaching in this way. Students were triggered on their creative reasoning through tasks that give opportunities and challenges to both high and low-performing pupils. This study supports the theory that inquiry-influenced tasks create a learning conjecturing atmosphere among the students and gives learning outcome. They commented that it was easier to learn this way, and they got some professional eye-opening experiences during the day. It was meaningful mathematics tasks when they could link algebra to a context of real life. The study also shows how students achieved greater understanding when they managed to combine context with the mathematical symbols and function concept.

As educational implication, I emphasize the importance of distinguishing between *tasks to stimulate curiosity and reflection,* and *tasks to automate skills.* It appears that exploratory training programs should be organized in a tripartite: *introduction, work session in groups* and *summary in plenary.* When students work with algebra, it is important that students get opportunities to link it to different representations: *context, natural language, illustrations, tables, graphs* and *symbols*. Specialization versus generalization in learning processes should be discussed through all the years training in mathematics. In my view, *an altered view on learning arithmetic* in primary school provides better growing conditions for the abstract instruction in mathematics when students get older.

1 Innledning

Jeg er midt i 50-årene og en atypisk student på masterprogrammet i matematikkdidaktikk. Broderparten av mine medstudenter står på terskelen til å trå inn i sin yrkeskarriere på ett eller annet nivå i skoleverket. Jeg har vært der i et langt liv, har opplevd mye spennende, men har fortsatt mye å lære. Jeg har alltid følt meg privilegert som har fått lov til å ha et så fantastisk yrke, der en lærer noe nytt hver dag. *Det går sikkert an å være noe annet enn lærer, men fy for et liv,* sier jeg ofte med et lite glimt i øyet til mine unge poder som snart skal gjøre sine valg for fremtiden. Jeg skylder derfor å gi en utfyllende innledning og begrunnelse for mine valg.

1.1 Min utdanning og jobb

Jeg har vært grunnskolelærer i 34 år og har undervist på alle trinn. Fra 1996-2003 var jeg leder av en fådeltskole, og i disse årene ble interessen for det sosiokulturelle læringssyn vekket hos meg. I en fådelt skole blir elever fra flere klassetrinn undervist på én gang. Og en av mine oppgaver som leder, var å drive pedagogisk utviklingsarbeid i denne settingen. Jeg søkte pedagogisk hjelp hos LUFS (Landslaget for udelte og fådelte skoler) og høyskoler som hadde fådeltpedagogikk i fagkretsen, og på den måten dukket læringsteoriene til blant annet Vygotsky opp i ulike sammenhenger. De siste 10 årene har jeg for det meste undervist på ungdomstrinnet i en fulldelt skole.

Foruten allmennlærerutdanning, har jeg siden i min karriere tatt videreutdanning i matematikk (70 studiepoeng), biologi (60 studiepoeng), fysikk (19 studiepoeng), musikk (120 studiepoeng) og religion/etikk/livssyn (14 studiepoeng). Med fullført masterprogram i matematikkdidaktikk, kan jeg nå legge nye 120 studiepoeng til min CV. Siden jeg hele tiden har undervist i 2/3 stilling ved siden av studiet, har jeg fordelt arbeidet på denne masteroppgaven over halvannet år.

1.2 Inspirasjon til masterprogrammet

Fra 2004-2007 deltok jeg og to av mine kollegaer i to parallelle utviklingsprosjekter ved Høgskolen i Agder: *Læringsfelleskap* og *IKT & Læring i matematikk,* og målet var å fremme bedre muligheter for læring i matematikk. Innenfor disse utviklingsprosjektene valgte vi å fordype oss i problemformuleringen: *Når gir IKT medlæring i matematikk?* Fra 2007-2010 var min skole også deltakere i et annet prosjekt: *Teaching Better Mathematics,* og fokus var på *community* og *inquiry.* Selv om også nye ansikter dukket opp, var likevel flere av de samme deltakerne fra det første prosjektet, som også var involvert i TBM, og med ny status ble høgskolen nå endret til Universitetet i Agder.

Årene fra 2004 til 2010 var en fruktbar vekstperiode for meg som matematikklærer. Jeg fikk faglig påfyll gjennom flere workshop på høgskolen/universitetet, samtidig som didaktikerne derfra var observatører i mine matematikktimer. Gjennom påfølgende samtaler drøftet vi min undervisning, og det kom ofte opp forslag til endringer av oppleggene som ble prøvd ut og evaluert. Erfaringer fra disse prosjektene var noe av årsaken til at jeg valgte å starte på masterprogrammet i matematikkdidaktikk.

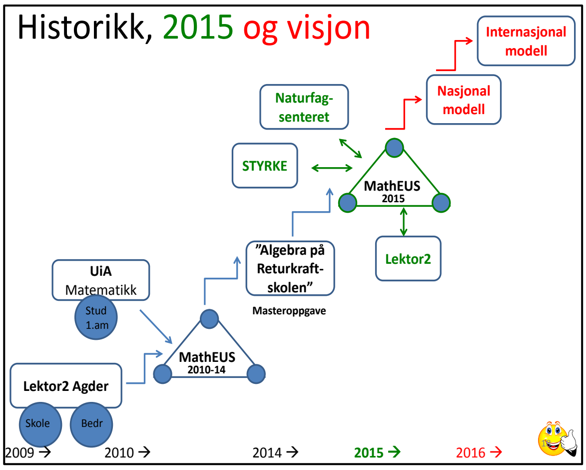
1.3 Masterstudiet i matematikkdidaktikk

De rene matematikkfagene på masterprogrammet er selvfølgelig nyttige, men likevel er det de didaktiske fagene som føles mest relevante for meg i hverdagen på ungdomsskolen. A*rbeidsmetoder, moderne teknologi, forskningsmetoder & læring og undervisning i matematikk* har vært inspirerende. Tidligere har forskning stort sett vært ukjent for meg, men gjennom denne videreutdanningen har jeg lest mange artikler, og det har skapt ei bro til min praksis i skolestua. Innen didaktikk har det vært satt hovedfokus på algebra som også ble mitt valg av fordypningsemne. Min erfaring er at dette er nyttig innsikt for meg som matematikklærer i grunnskolen.

1.4 Inspirasjon til masteroppgaven

I prosjektet MathEUS4 for professor Maria Luiza Cestari, fikk vi masterstudenter i oppgave å lage noen algebraoppgaver knyttet til bedriften Returkraft. Dette skulle gjennomføres med elever fra to ungdomsskoler i Agder i forbindelse med et bedriftsbesøk. Jeg jobbet sammen med to lærere fra videregående skole, og vi utarbeidet noen oppgaver. Vår gruppe hadde 25 elever som besøkte Returkraft, og i løpet av én skoletime arbeidet de seg gjennom vårt opplegg. Vi fikk gode tilbakemeldinger fra både elevene og lærerne som deltok. Det var en annerledes kontekst for elevene, og jeg observerte at elevene arbeidet ivrig med oppgavene, og mitt inntrykk var at de opplevde dette som meningsfylt matematikk.

Cestari har ledet tilsvarende MathEUS-prosjekt siden 2010, et samarbeid mellom *"Enterprise", "University"* og *"School"*. Høsten 2014 ble hun pensjonist, og før hun sluttet, valgte jeg å kalle inn aktuelle partnere for å evaluere prosjektet. Alle var interessert i at hennes idé skulle leve videre, og det er med glede jeg erfarer at MathEUS-prosjektet nå videreføres av yngre krefter ved UiA. I tillegg vil også Anne Vegusdal, koordinator i Lektor2-ordningen, forske på dette unike samarbeidet. Foreløpig har hun fått tildelt forskningsmidler til et forprosjekt. Oversikten til høyre illustrere starten på MathEUS, hvordan hun plasserer mitt undervisningsopplegg *Algebra på Returkraftskolen* i historikken og hennes visjon å videreføre denne modellen både nasjonalt og internasjonalt.



Figur 1.1. Vegusdals[1] PowerPoint på Kristiansands kommunes konferanse i 2014.

Undervisningsopplegget, *Algebra på Returkraftskolen,* består av er to hefter jeg har designet i dette studiet. Et hefte (A) til forberedelsen på skolen, mens det andre heftet (B) var beregnet til bruk under bedriftsbesøket den dagen elevene var på Returkraft. Mitt opplegg i denne masteroppgaven, som bygger på mine erfaringer fra MathEUS4, er beregnet på ungdomsskoleelever og deres møte med funksjonsbegrepet. Det har blitt godt mottatt av Returkraft, og tanken er å tilby dette til andre interesserte skoler. Det har blitt laget en informasjonsfilm fra én av alle de klassene som har gjennomført *Algebra på Returkraftskolen* i inneværende skoleår. Prosjekt STYRKE som er et samarbeid mellom sju kommuner i Knutepunkt Sørlandet, har også vist interesse for mitt opplegg og bekostet opptrykk av heftene. Det er spennende å erfare interessen rundt mitt masterprosjekt, og det er også meningsfylt for meg å oppleve at arbeidet kanskje kan bære frukter og bli til nytte i fremtiden.

1.6 Hvorfor algebra

Min erfaring er at algebra er et krevende emne. "*Matematikk var lett helt til vi begynte med alfabetet,"* sa engang en elev ved vår skole. Gjennom egen skolegang, har også jeg opplevd algebra som regneprosesser etter bestemte regler uten at det var så mye knyttet til virkeligheten. Men jeg har alltid likt matematikk og var derfor motivert for en slik manipulering med formler og uttrykk. Likevel oppfatter jeg at når elevene ikke opplever oppgavene som relevante og meningsfylte, blir de ikke alltid så motiverte. Kanskje er det de algebraiske aktiviteter i en skolekontekst som gjør det vanskelig for elevene å se sammenhengen med det virkelige liv? Derfor ønsket jeg å studere hvordan elevgruppene jobber med algebra når de kommer på en bedrift og får gruppeoppgaver fra en slik kontekst. Blir dette meningsfylte matematikkoppgaver? Og hva var elevenes opplevelser av slike aktiviteter utenfor den vanlige skolekonteksten?

1.7 Returkraft og skolens kompetansemål

Returkraft er et nytt energigjenvinningsanlegg som forbrenner omtrent 130 000 tonn restsøppel i året. Forbrenningsovnen varmer opp vann, og vanndamp under høyt trykk driver en turbin som produserer strøm. Varmt vann blir også sendt som fjernvarme rundt i distriktet. Røyken fra forbrenningen blir renset for farlige stoffer før den blir sluppet ut i friluft. Jeg oppfatter Returkraft som en moderne bedrift som håndterer viktige sider av miljøproblematikken i vår tid. For få år siden var det tillatt å deponere dette avfallet i naturen, men et endret miljøsyn har satt en stopper for denne muligheten.

Returkraft har et viktig budskap å formidle, og de har valgt å ansette en bedriftspedagog som tar imot besøk fra barnehage til videregående skole og legger til rette for omvisning og undervisning. Det gir interessante muligheter å samarbeide med en slik bedrift. Er det mulig å arbeide med noen av kompetansemålene i matematikk gjennom et bedriftsbesøk og oppleve et meningsfylt undervisningsopplegg i Returkrafts arealer? Det er også andre kompetansemål fra læreplanen som kan knyttes til denne bedriften: fornybar energi, strømproduksjon, grunnstoffer, kjemiske reaksjoner, vann, gasser og ikke minst aktuelle miljøspørsmål. Og data fra prosessen er tilgjengelig og gir muligheter for mange oppgaver i tilknytning til et slikt besøk.

1.8 Forskningsspørsmål

På bakgrunn av det overnevnte, har jeg stilt disse to forskningsspørsmålene:

- *Hvordan jobber elevgrupper med algebra når aktivitetene legges til et energigjenvinningsanlegg?*
- *Hva er elevenes opplevelser av disse aktivitetene når de skjer på denne bedriften?*

På grunn av min interesse for det sosiokulturelle læringssyn, har jeg valgt å sette fokus på *elevsamarbeid.* Og min erfaring med *algebra* som et krevende emne i ungdomsskolen, gjorde også dette emne aktuelt i forbindelse med mitt studie. Men å legge matematikk-aktivitetene til en ny kontekst, var en idé som vokste frem gjennom min deltakelse i masteropplæringen i *forskningsmetoder, læring og undervisning i matematikk* og *MathEUS4.* Jeg ble nysgjerrig på å finne ut av hvordan elevgrupper på ungdomstrinnet jobber med algebra i en realistisk kontekst utenfor skolestua, og spørre dem hvordan de selv opplevde slike aktiviteter. Ble dette meningsfylte matematikkoppgaver?

Jeg designet dette som et casestudie, der jeg har satt fokus på elevgruppene, deres aktiviteter og opplevelser, og jeg fokuserer ikke på lærerrollen, lærebøker og lignende. For å prøve å besvare forskningsspørsmålene, har jeg valgt å analysere elevheftene, mine observasjonsnotater og transkripsjonene fra filmopptakene. Og for å begrense empirien, har jeg kun gjort dybdedykk i ei elevgruppe, samtidig som jeg har flere interessante funn fra også de andre elevgruppene i klassen. Jeg har prøvd å analysere mine funn i lys av relevante teorier og aktuell litteratur.

I teoridelen har jeg valgt det sosiokulturelle læringsperspektivet, semiotikk og Steinbrings epistemologiske trekant, matematiske representasjoner, inquiry og realistisk matematikkundervisning bl.a. knyttet til Freudenthal. I litteraturdelen har jeg tatt med noe fra artikler om algebraisk tenkning og trening, matematikk utenfor skolekonteksten, undervisning i algebra og synet på forholdet mellom aritmetikk og algebra.

Jeg har i hovedsak valgt å vektlegge kompetansemålene som omhandler funksjonsbegrepet i ungdomsskolen i tillegg til noe fra kompetansemålene i naturfag rundt emnene miljøproblematikk og energibegrepet. Hovedfokus har vært på matematikkfaget, og jeg ønsket å få større innsikt i elevenes tanker, diskusjoner, undringer, refleksjoner, spørsmål, strev, undersøkelser, aktiviteter og opplevelser når dette skjedde i en annen kontekst enn det normale klasserommet. Jeg har mange års erfaring fra skolestua, og ofte vært på ulike bedrifter med ungdomsskoleelever, men det var nytt for meg å gjennomføre et matematikkopplegg i tilknytning til et slikt bedriftsbesøk.

Dette studiet har vært både lærerikt og spennende for meg, og jeg håper at mine resultater kan være et bidrag til det nasjonale fokuset på matematikkfaget og de bekymringsfulle resultatene de seinere år. Jeg antar at enhver matematikklærer med kjærlighet til sitt fag, er begjærlig etter å finne ut av om noe kan endres i hans eller hennes undervisning for å oppnå et mer tilfredsstillende faglig resultat hos den oppvoksende slekt.

I dette studiet har jeg hatt to vinklinger: *Hvordan jobbet elevgruppene,* og *hva var deres opplevelser* å jobbe med slike algebraoppgaver i en bedriftskontekst. Hovedspørsmålet har vært å få svar på om dette var *meningsfylte matematikkoppgaver.* Det er også tittelen på denne masteroppgaven, og mitt mål har vært om jeg til slutt kan konkludere om spørsmålstegnet kan erstattes med et utropstegn eller ikke!

2 Mine egne erfaringer

Siden jeg har gjennomført dette studiet etter mange års erfaring som matematikklærer, har jeg valgt å utdype noen av mine opplevelser gjennom dette kapitlet. Jeg antar at disse har hatt betydning for de valg jeg har gjort. Min begrunnelse for å gjennomføre denne videreutdanningen, kommer i hovedsak fra en indre motivasjonen hos meg selv for å bli en dyktigere pedagog der jeg underviser i dag, i tillegg til oppfordring fra en av mine samarbeidspartnere på UiA om å ta mastergrad i matematikkdidaktikk. Gjennom et lang liv som pedagog i grunnskolen, har det vært noen viktige spørsmål som stadig har dukket opp igjen og igjen: Hvordan kan jeg skape en meningsfylt undervisning for elevene i matematikk? Hvorfor oppleves spesielt algebra så vanskelig og lite meningsfylt for ungdomsskoleelevene? Hvordan har jeg selv lært matematikk? Hvorfor tenker vi lærere så forskjellig om undervisningen i matematikk?

2.1 Meningsfylt matematikk for elevene

Jeg har kalt mitt studie for *Meningsfylte matematikkoppgaver?* med et spørsmåltegn til slutt. Jeg ønsket å la noen elever gjennomføre et undervisningsopplegg på Returkraft og forske på om de opplevde dette meningsfylt. Hva er meningsfylt for dagens ungdomsskoleelever? Jeg oppfatter at hvis en klarer å motivere elevene for oppgaven som skal gjøres, de jobber iherdig og gir uttrykk for at de lærer noe, så er det meningsfylt for dem. Jeg har flere ganger opplevd de fantastiske øyeblikk når elevene har lært noe nytt. *"Kult", "topp", "så bra"* osv. er uttrykk de spontant kan si når matematiske utfordringer går opp for dem, og kroppsspråk og mimikk gir uttrykk for det sammen. Da er det mye matematikk-aktivitet i gang og lite utenom-prat, da jobber de iherdig, da er ikke timene lange og kjedsomme. Det er en naturlig og indre motivasjon som driver verket. Et lite smil fra en elev som har klart å løse ei vanskelig matematisk nøtt, varmer godt i hverdagen. Da er det gøy å være lærer! I enkelte matematikkprosjekter i forbindelse med KappAbel/UngeAbel-konkurranser i matematikk, har jeg spesielt opplevd denne indre driven fra elevene. De blir så mottakelige for ny kunnskap når det er dette de trenger for å komme seg videre med de matematiske utfordringene de står i. I forbindelse med en av konkurransene, hadde elevene valgt å forske på en pendel. Da trengte de kunnskap om både sinus og cosinus, og etter at de hadde målt hvordan kulas utslag minket med tiden og plottet inn alle punktene i GeoGebra, måtte de streve med å finne et funksjonsuttrykk for denne hyperbelen som gikk langt ut over klassens nivå! Og et algebraisk uttrykk for pendelens svingetid i forhold til lengden på tråden $T \approx 2\sqrt{l}$, var også meningsfylt for mange elever.

2.2 Min erfaring med algebra

Min erfaring er at algebra i ungdomsskolen fort kan bli noe fjernt og svevende for mange elever. Det samme har jeg selv erfart som voksen student i matematikk. Når foreleser på universitetet presenterer ferdige symboler og uttrykk, uten å bruke nok tid på hva symbolene egentlig representerer og viser hvilken sammenheng det er mellom dem, blir resten av timen meningsløs for meg. Men når jeg som student setter meg ned i mitt lønnkammer og repeterer hva symbolene representerer, og gjerne illustrere sammenhengen mellom dem, blir den abstrakte matematikken igjen meningsfylt for meg.

Jeg spurte ei gang en ungdomsskoleklasse om poenget med å lære algebra. Halve klassen mente at de aldri fikk bruk for det, og den andre halvdel trodde de kanskje fikk bruk for det i videregående skole. Jeg har også spurt kona mi om hun hadde hatt bruk for algebraen hun lærte på skolen. Men nei, det hadde hun aldri hatt bruk for. *"Algebra var noe som ikke var knyttet til virkeligheten,"* sa hun. Jeg har en følelse at siden mange elever ikke forstår hensikten med opplæring i algebra, mister de også motivasjon for faget. Kanskje opplever noen at det er nå de mister taket på matematikken. Lærebokas opplegg med mange algebraiske lover og regler blir fort meningsløs pugg for elevene. Men når matematikkoppgavene er hentet fra det virkelige liv, blir det mer meningsfylt?

2.3 Konkreter og ulike representasjoner

Jeg reflekterer over at vi i småskolen ofte velger å bruke konkreter når elevene skal jobbe med matematikk, og dette oppleves antakelig som meningsfylt for dem. Men en slik tilnærming har vi lett for å glemme når elevene blir eldre. Men jeg oppfatter at det er like viktig at matematikken skjer i meningsfylte kontekster i ungdomsskolen. I mitt studie har jeg tatt utgangspunkt i det virkelige liv, en bedriftskontekst. Jeg har i mange år oppfordret mine elever til *å tegne* de matematiske problemer de skal løse, og i den seinere tid har jeg også gitt dem i oppgave å illustrere forskjellen på uttrykk som for eksempel $3x^3$ og $(3x)^3$. Gjennom dette studie har jeg vektlagt de matematiske symbolene, deres forståelse og innhold. Og jeg har prøvd å finne ut av om elevene oppnår dypere innsikt hvis de må uttrykke de matematiske begrepene med ulike representasjoner.

2.4 Hvordan underviser vi?

Jeg har reflektert over om selve undervisningen kan være årsak til noen av de problemene ungdommene har i algebra. Jeg har erfart at mange omtaler algebra som en opplæring i bestemte regler som må følges for å komme frem til et riktig svar.

I et uttrykk som dette: $\frac{6x^2y^4}{2x^3y^2}$, settes noen streker over symbolene (forkorte brøken) og ende opp med et mye enklere uttrykk. Men hva forstår elevene av det som skjer? Blir det en slags magi-matematikk? *Hokus pokus,* så forsvinner det noe både her og der! Og regelen om *bytte* og *skifte,* der en flytter over et tall eller en bokstav til den andre siden av likningen og skifter fortegn, skjønner elevene det? Jeg antar at dette kan oppleves som lite meningsfylt, og når alle disse reglene etter en tid er glemt, blir antakelig algebra ubrukelig for dem. Det er kanskje en effektiv måte for å klare seg gjennom en eksamen, men lite nyttig for fremtiden.

Samarbeid med andre lærere og min erfaring som sensor ved eksamen, har lært meg at vi matematikklærere tenker ulikt innen matematikkdidaktikk. Jeg oppfatter at mange matematikktimer starter med å presentere en fremgangsmåte, og deretter skal elevene trene på denne regel til den er automatisert. Læreboka er også svært sentral i faget. Å beherske algebraiske uttrykk, og kunne gjøre lovmessige endringer på en effektiv og sikker måte, er selvfølgelig et viktig mål, spesielt for dem som skal videre til høyere studier med matematikk i fagkretsen. Men veien frem, burde etter mitt syn settes på dagsorden blant oss lærere i ungdomsskolen.

I matematikktimene bruker jeg læreboka mindre enn tidligere, og inspirert av tankegangen rundt inquiry som jeg møtte i de omtalte didaktikkprosjektene på UiA, har jeg nok endret mitt syn på undervisningen i dette faget. Jeg har nå større fokus på en *spørrende* og *undrende* tilnærming til det som skal læres. Denne tankegangen har jeg også prøvd å anvende i forbindelse med design av elevheftene som ble brukt på Returkraft. Samtidig var det en utfordring når jeg også måtte ta hensyn til at dette undervisningsopplegget skulle passe for lærere som kanskje ikke hadde den samme tankegang innen matematikkdidaktikk som meg selv. De mest åpne og utforskende oppgavene krever nok en pedagog med innsikt og erfaring fra inquiry-tankegangen, og slike endringer skjer ikke i løpet av én dag på Returkraft. Derfor valgte jeg å være mer tilbakeholden under design av inquiry-inspirerte oppgaver enn mitt hjerte skulle ønske.

3 Teoretisk rammeverk

Dette studiet består av: design av to elevhefter, data fra elevene som arbeidet med dette undervisningsmateriellet og et intervju i etterkant av bedriftsbesøket. Gjennom dette kapitlet vil jeg presentere mitt teoretiske rammeverk som har vært et nyttig analyseverktøy når jeg har gjennomgått data fra undersøkelsen. I mitt første forskningsspørsmål spør jeg om *hvordan elevgrupper jobber med algebra når aktivitetene legges til et energigjenvinningsanlegg*. Siden dette knytter seg til *gruppearbeid*, vil jeg beskrive noen av grunnideene i *det sosiokulturelle læringsperspektivet.* Her vil jeg utdype Vygotskys (1978) bruk av *tegn* ("sign") som et redskap under medieringen. Og slike *tegn* og *symboler* hører inn under *semiotikken* som er det andre emnet som behandles. Deretter trekker jeg frem *Steinbrings epistemologiske trekant* (2006), som tar for seg forholdet mellom *tegn/symbol*, *begrep* og *kontekst.* Gjennom det nevnte forskningsspørsmålet, ønsket jeg å få innsikt i elevenes arbeid med *algebrabegrepet og dets symboler* knyttet til en *bedriftskontekst.*

Innen algebra har jeg spisset dette studiet mot *funksjonsbegrepet,* og elevene ble utfordret på å uttrykke dette med ulike *matematiske representasjoner,* og her trekker jeg inn Duval (2006), Janvier (1987) og Berg (2013a, 2013b). Oppgavene til dette undervisningsmateriellet er inspirert av *inquiry,* og i forbindelse med analysen av *hvordan* elevene jobbet, har jeg analysert dette i forhold til de seks inquiry-nøkkelelementene. Her i dette kapitlet vil jeg spesielt nevne noe av teorien som knytter seg til dette begrepet, men i kapittel 6 vil jeg utdype hvordan inquiry er implementert i forbindelse med oppgavedesignen. Det første forskningsspørsmålet dreier seg også om *konteksten* elevgruppene jobber innenfor, den ene siden i den epistemologiske trekant, og dette har jeg også knyttet til teorien fra realistisk matematikkundervisning og Freudenthals instituttet (Van den Heuvel-Panhuizen, 2003, Gravemeijer & Dorrman, 1999). Samtidig som jeg vil prøve å få svar på mitt første forskningsspørsmål, vil det gå hånd i hånd med det andre spørsmålet som etterspør *elevenes opplevelser av disse aktivitetene når de skjer på dette energigjenvinningsanlegget.* Beskriver de det som *meningsfylte matematikkoppgaver* å jobbe med undervisningsopplegg *Algebra på Returkraftskolen?*

3.1 Det sosiokulturelle læringsperspektivet

"Et gammelt og klassisk dilemma i psykologien er motsetningene mellom individet og det sosiale fellesskapet" (Imsen, 2000, side 152). Lev Semyonovitch Vygotsky (1896-1934) blir ofte nevnt i forbindelse med det sosiokulturelle læringsperspektivet. Hans teorier skiller ikke mellom det *sosiale* og *individuelle aspekt* med hensyn til læring slik andre læringsperspektiver gjør, men har et dialektikk fokus. *"[T]he most significant moment in the course of intellectual development, which gives birth to the purely human forms of practical and abstract intelligence, occurs when speech and practical activity, two previously completely independent lines of development, converge"* (Vygotsky, 1978, s. 24). Tale og språk i sosiale situasjoner er direkte knyttet til barnets utvikling av høyere mentale funksjoner. *"The greatest change in children's capacity to use language as a problem-solving tool takes place somewhat later in their development, when social speech...is turned inward...language thus takes on an intrapersonal function in addition to its interpersonal use"* (Vygotsky, 1978, s. 27).

Han fornekter ikke at biologisk modning spiller en rolle i utviklingen, men mener at denne utviklingen og sosiale forhold i miljøet blander seg med hverandre og danner en *sosio-biologisk* linje i barnets personlighet. Vygotsky poengterer at intellektuell utvikling og tenking kan knyttes til sosiale aktiviteter (Imsen, 2000).

Samtidig som vi utvikler oss i samspill med miljøet rundt oss, utvikler vi oss også som enkeltmennesker. Kunnskapen blir en del av oss, den blir *internalisert* (Säljö, 2001). Viktige begreper innen det sosiokulturelle læringsperspektivet er *interpersonale* kontra *intrapersonale* prosesser. Det siste begrepet inneholder barnets egne og indre oppfatninger av verden, mens *interpersonale* eller mellommenneskelige prosesser beskriver hvordan barnet kan *mediere* (formidle) sin oppfatning til andre og sine omgivelser (Vygotsky, 1978).

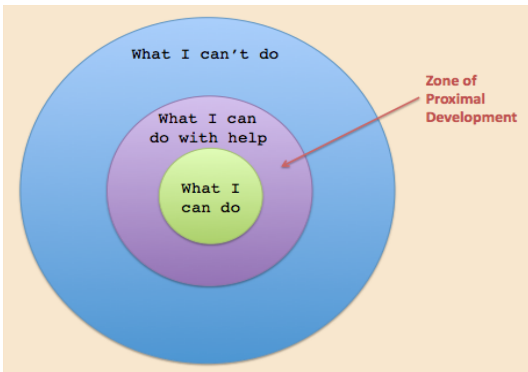
Behaviorismen påpeker en direkte sammenheng mellom stimulus og respons. Vygotsky setter inn et redskap mellom stimulus og respons og kaller det for *tegn* ("sign"). Mennesket lærer å erstatte selve tingen med språklige symboler i tankene (Imsen, 2000). Språklige tegn som trekkes inn i forholdet mellom stimulering og handling, kalles *mediering* (Vygotsky, 1978). Vygotsky hevder at mediering er grunnleggende for høyere psykologiske prosesser. *"Selv om Vygotsky legger vekt på miljøets og kulturens betydning for den intellektuelle utvikling, ligger det også innbakt i teorien at individet kan heve seg over den yte omverden og omskape den. Mediering gjennom språk hjelper individet til å kontrollere sine egne handlinger. Språket blir dermed viktige hjelpemidler for den selvstendige tenkningen"* (Imsen, 2000, s. 158).

Jeg har i dette studiet valgt å fokusere på det sosiokulturelle læringssyn. Samtidig har også Piaget (1896-1980) bidratt med et begrepsapparat om hva som skjer når vi lærer. Hans teori som gjerne plasseres innenfor den kognitivt-konstruktivistiske teoritradisjonen, har fått stor innflytelse i norsk skole (Imsen, 2000, Säljö, 2001). Elevene skulle helst etter hans syn, gjøre erfaringer på egen hånd uten at de voksne griper inn og forklarer. Og Säljö påpeker at dette strider mot det sosiokulturelle synet.

> *I et sosiokulturelt perspektiv er det neppe rimelig å anta at barns egne aktiviteter leder til at de "oppdager" de abstrakte kunnskapene om verden som finnes lagret i for eksempel vitenskapelig kunnskap. Kunnskapene finnes ikke hos objektene eller i hendelsene i seg selv, men i våre beskrivelser og analyser – det vil si i våre diskurser om dem. Og de er ikke så lette å oppdage på egen hånd!... I et sosiokulturelt perspektiv står kommunikasjon og språkbruk helt sentralt og utgjør bindeleddet mellom barnet og omgivelsene.* (Säljö, 2001, s. 63-64, 68)

Jeg har i mitt studie ikke valgt å problematisere de ulike læringssyn, men bare valgt å holde meg til det sosiokulturelle læringssynet både i design av undervisningsopplegg og i analysedelen.

Innenfor det sosiokulturelle læringsperspektivet går utviklingen fra det sosiale til det individuelle. Det barnet nå er i stand til å utføre i samspill med andre, kan det siden utføre alene. Innenfor det sosiokulturelle læringsperspektivet beskrives tre soner:



Figur 3.1. Den proksimale utviklingssone (Culatta , 2011)

- Det barnet kan klare alene uten hjelp fra andre.
- Det barnet kan klare ved hjelp og støtte av andre - den proksimale utviklings-sone.
- Det som ligger utenfor det barnet kan klare, selv om det får hjelp av andre.

Sosial interaksjon som *samarbeid* og *instruksjoner* er viktig for barnets utvikling . *"[T]he distance between the actual developmental level as determined by independent problem solving and the level of potential development as determined through problem solving under* *guidance or in collaboration with more capable peers"* (Vygotsky, 1978, p. 86).

Den pedagogiske utfordringen ligger i å utnytte utviklingssonen ved å stimulere barnet til å arbeide aktivt sammen med andre og gi hjelp og støtte til hverandre. På den måten kan barnet løftes mot den innerste sonen (figur 3.1) der de kan klare seg alene. Dette kan være en god pedagogisk synsvinkel, for det signaliserer at alle har et potensiale til utvikling. I følge Vygotsky må en pedagog orientere seg mot morgendagen i barnets utvikling og vende seg bort fra gårsdagens. På den måten kunne en vekke til live utviklingsprosesser som ligger i nærheten av den proksimale sone (Imsen, 2000). Säljö hevder at Vygotsky med begrepet *nærmeste utviklingssone,* vil fremheve at det interessante fra et psykologisk perspektiv ikke nødvendigvis er den kompetanse barnet allerede viser, *"men også hva som er potensialet i hans eller hennes forståelse og agering"* (2001, s. 125).

Imsen (2000) nevner at Vygorskys teori betyr at undervisningen ikke må bli lagt på et nivå som barnet behersker, men litt høyere slik at eleven har noe å strekke seg etter. Men det må heller ikke ligge utenfor det området som barnet har muligheter for å nå. *"Barnets utvikling og læring er også avhengig av samfunnets evne til å gi barnet del i de symbolske redskaper som er nødvendig for at utvikling skal skje. Det er et samspill med og under veiledning fra noen som kan og vet mer, at barnet får de begreper og oppfatninger som gjør det i stand til å gjøre de nødvendige sprangene i sin tenkning, som frigjør det fra ytre kontroll"* (Imsen 2000, s. 165).

I følge Säljö (2001) kan en utviklingssone sees på som *"en guiding inn i en bestemt kulturs eller delkulturs måte å oppfatte et fenomen på"* (s. 125). Han beskriver videre hvordan vi voksne kan opptre som kommunikative støtter (scaffolds) for barnet og være rekkverk som holder barnet på veien. Jeg oppfatter at både voksne og medelever kan være slike støttende stillaser som hjelper barnet fremover i utviklingen.

I mitt studie har jeg stilt dette forskningsspørsmålet: *Hvordan jobber elevgrupper med algebra når aktivitetene legges til et energigjenvinningsanlegg?* Jeg har satt fokus på hva som skjedde i *gruppene* og deres diskusjoner og samarbeid, og hvordan de ble guidet inn i algebrakulturen i lys av det sosiokulturelle læringsperspektivet. Jeg har ønsket å studere i hvor stor grad funksjonsbegrepet har blitt *internalisert* hos elevene, og hvordan de har brukt *tegn* når de skal *mediere* sine kunnskaper både i gruppearbeidene og i plenumssamlingene. Og disse *tegn* hører inn under *semiotikken* som nå vil bli utdypet.

3.2 Semiotikk

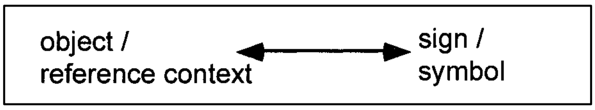
Semiotikk er *læren om tegn og bruken av tegn* (Universitetet i Oslo, 2010). I forrige avsnitt ble noen av grunnideene i det sosiokulturelle læringsperspektivet trukket frem, og der ble blant annet Vygotsky nevnt som satte inn *"sign"* eller *tegn* som et redskap mellom stimulus og respons. Generelt kan vi si at viktigheten av tegn for menneskets tenkning er ubestridt og fundamental (Steinbring, 2006). Thomas Aquinas har beskrevet semiotikk med den berømte definisjonen: *aliquid stat pro aliquo* - noe som står for noe annet (Daylight, 2015). Matematiske tegn kan sees på som *instrumenter* vi må bruke for å kode og beskrive matematisk kunnskap, for matematiske operasjoner og generalisering. Tegn er verktøy som vi bruker i kommunikasjon med andre mennesker og for å utvikle matematisk kunnskap. Den historiske utvikling av matematikken viser at semiotiske representasjoner var en forutsetning for utvikling av matematisk tenkning (Duval, 2006).

Semiotikk er også omtalt som semiologi. Læren ble definert av en av dens grunnleggere, Ferdinand de Saussure, og forklart med *studiet av tegnenes liv i samfunnet*. Termen semiotikk ble brukt på lignende måte allerede på 1600-tallet av John Locke, og har røtter helt tilbake til antikken. Men som tverrvitenskapelig analyseverktøy ble semiotikken grunnlagt av den amerikanske filosofen Charles Sanders Peirce. Han skiller mellom ikon (mening basert på visuell likhet for eksempel ei tegning av tingen), indeks (mening basert på kausale relasjoner for eksempel piler, punkter som er merket) og symbol (mening basert på konvensjoner for eksempel sinus og cosinus) (Svendsen, 2011).

3.2.1 Tegn og symboler

Steinbring (2005) skiller mellom tegn og symboler. Han henvder at tegn er viktig med hensyn på dets semiotiske funksjon. Det står for noe annet. *"According to the semiotic function, the mathematical sign stands in relationship to „something else", thus to an opposing object, usually called the reference object"* (Steinbring, 2005, s. 21).

Et matematisk tegn kan være et tall, en bokstav, et diagram osv. Et symbol har også den samme semiotiske funksjonen som et tegn, men i tillegg inneholder den en indre relasjonell struktur. F eks vil symbolet *17,5* indikere posisjonssystemet.



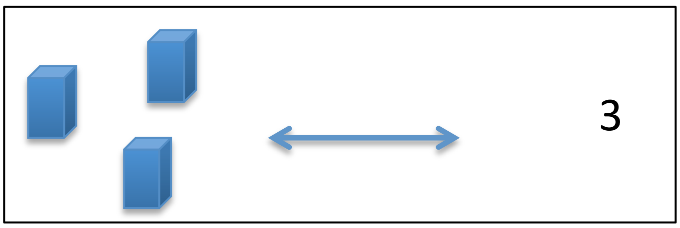
Figur 3.2. Sammenhengen mellom et objekt og et matematisk tegn (Steinbring, 2005, s. 21)

Steinbring (2006) nevner at matematiske tegn og symboler har to funksjoner:

1. *En semiotisk funksjon* der de matematiske tegn står som symbol for noe
2. *En epistemologisk funksjon* der symbolet spiller en rolle innenfor rammen av den matematiske kunnskap.

I følge Duval (2006) er den viktigste rollen for tegnene, ikke å stå for matematiske objekter, "*but to provide the capacity of substituting some signs for others*" (s. 106). Han nevner tallsystemet som et eksempel og hvordan tegnet *"0"* tilhørere et kraftfullt semiotisk system i vårt titallssystem.

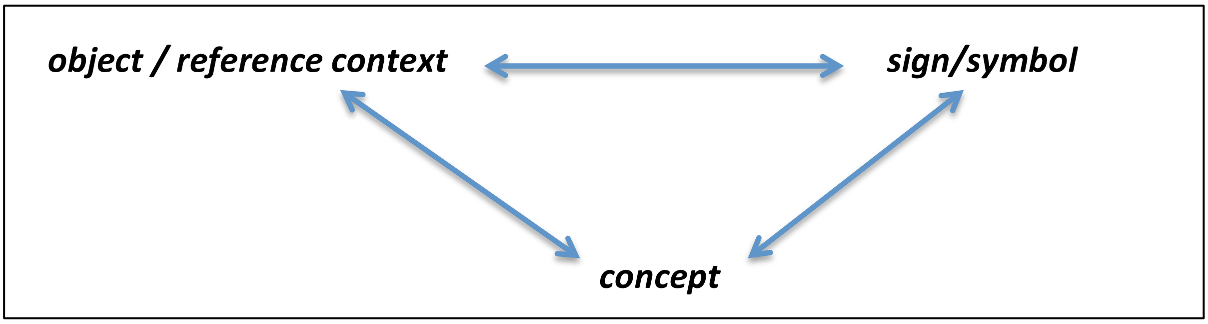
De matematiske tegn og symboler relateres til *noe annet* som Steinbring kaller *object / reference context* som står i en slags sammenheng til tegnene. Den semiotiske funksjonen kan forståes slik: Tegnet 3 kan stå for tallmengden 3.



Figur 3.3. Den semiotiske funksjonen

3.2.2 Den epistemologiske trekant

Men som nevnt over, har tegn og symboler også *en epistemologisk[2] funksjon.* De har en rolle som bærer av matematisk kunnskap. Men denne kunnskapen er ikke gitt, men må tolkes og forståes av brukeren. En elev kan ikke tilegne seg matematisk kunnskap ved å se på tegn og figurer. Matematikk krever visse tegn eller symboler for å holde en oversikt over og kode kunnskap. På Returkraft møtte elevene en kontekst med mange data knyttet til prosessene på Returkraft (søppelmengde, energi, kjemiske stoffer til rensing osv.). Temaet i undervisningsopplegget er funksjoner som inneholder matematiske tegn og symboler, og i koplingen mellom disse tegn/symboler og referansekonteksten, finner vi de matematiske begrepene som knytter seg til både funksjonssymbolene og objektene på bedriften. Sammenhengen mellom dem kan illustreres som en trekant, *den epistemologiske trekant. "The connection between the mathematical signs, the reference contexts and the mediantion between signs an reference context which is influenced by the epistemological conditions of mathematical knowledge can be represented in the epistemological triangle"* (Steinbring, 2006 s. 135).



Figur 3.4. Den epistemologiske trekant (Steinbring, 2006, s. 135).

Steinbring (2006) beskriver at den epistemologiske trekant modellerer en semiotisk mediering mellom *objekt/referanse-kontekst* og *tegn/symbol*, samtidig som dette blir formet av den epistemologiske påvirkning betinget av den matematiske kunnskapen som knyttes til *begrepene*. Den matematiske kunnskapen har ikke bare hatt innflytelse på relasjonen mellom objekt og symbol, men også på konstruksjon av ny, generell matematisk kunnskap. Hjørnepunktene i denne epistemologiske trekant er ikke faste punkter som danner en bestemt trekant, men disse tre referansepunktene danner et balansert og gjensidig støttende system. På samme tid må ikke denne epistemologiske trekant sees uavhengig av eleven. Den gjensidige handlingen mellom de tre hjørnene i trekanten knyttes til læringsprosessen hos eleven. Samspillet mellom symboler og objekter og den nødvendige struktur må aktivt bli produsert av elevene i samarbeid med andre, samtidig som dette sees i sammenheng med de matematiske begreper.

Denne epistemologiske trekant kan brukes som modell når usynlige matematisk kunnskap ved hjelp av relasjonsrepresentanter og strukturer skal bygges i elevsamspillet (Steinbring, 2006). Matematisk kunnskap kan beskrives som usynlig, fordi den kan ikke som andre vitenskaper måles og studeres med instrumenter, men må møtes gjennom symboler og tegn (Duval, 2006).

> *This relation of mathematical knowledge to the learners' activities opens the perspective to the more general cultural context in which the development of mathematical knowledge is embedded. Mathematical knowledge cannot be revealed by a mere reading of mathematical signs, symbols, and principles. The signs have to be interpreted, and this interpretation requires experiences and implicit knowledge – one cannot understand these signs without any presuppositions. Such implicit knowledge, as well as attitudes and ways of using mathematical knowledge, are essential within a culture. Therefore, the learning and understanding of mathematics requires a cultural environment.* (Steinbring, 2006 s. 136)

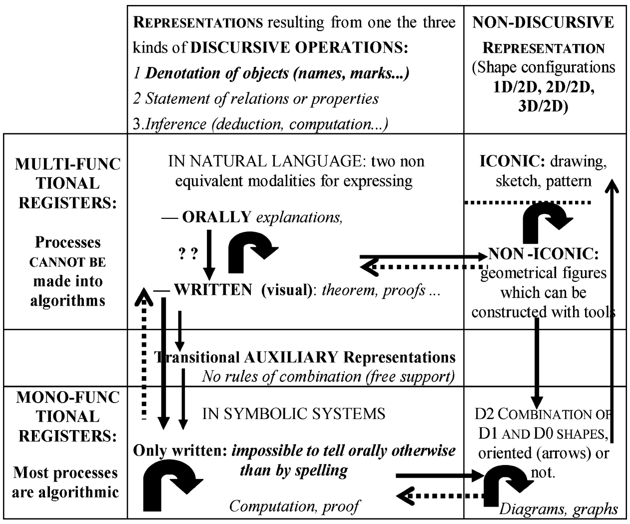
I dette undervisningsopplegget møtte klassen en bedriftskontekst og ble presentert for prosesser og data som de brukte i forbindelse med matematikkoppgavene. Hovedfokus i dette studiet er om disse matematikkoppgavene ble *meningsfylte* for elevene når symbolene i de algebraiske uttrykk ble knyttet til objekter fra prosessene på bedriften. *Hvordan jobber elevgruppene med algebra når aktivitetene legges til et energigjenvinningsanlegg?* Gjennom dette forskningsspørsmålet ønsket jeg å finne ut av om elevene i relasjonen mellom data fra dette bedriftsanlegget (object/ reference context) og funksjonsuttrykkene (sign/symbol) klarte å bruke den matematiske kunnskap (concept) de hadde fra før og tilegne seg ny kunnskap. I forbindelse med analysedelen av dette, har jeg spesielt fokusert på Steinbergs epistemologiske triangel. Gjennom elevintervjuet med fokus på *elevenes opplevelser,* knyttet til det andre forskningsspørsmålet, prøvde jeg å få svar på om hva slags kunnskap de hadde fått av funksjonsbegrepet og hvordan de ville beskrive sine følelser å jobbe på denne måten. Var det motiverende og meningsfylt?

3.3 Matematiske representasjoner

Den epistemologiske trekant knyttet til mitt studie, beskriver relasjonene mellom *bedriftskonteksten*, *algebraiske symboler* og *funksjonsbegrepet.* Men en funksjon kan også uttrykkes på flere måter enn bare med tegn og symboler (for eksempel $f(x) = 2{,}6x$). Når jeg har prøvd å få svar på *hvordan elevgruppene jobbet med algebra*, har jeg også hatt fokus på hvordan de klarte å uttrykke et slikt funksjonsuttrykk med ulike matematiske representasjoner og hvordan de svitsjet mellom dem. Jeg vil her trekke inn teorier fra Duval (2006) og Janivier (1987) som beskriver nettopp dette å jobbe innenfor ulike matematiske representasjoner og kunne skifte mellom dem. Berg (2013a) påpeker også viktigheten for forståelsen av funksjonsbegrepet, å ha aksess til flere ulike semiotiske representasjoner. Dette studiet stiller spørsmål om dette var *meningsfylte matematikkoppgaver,* og da oppfatter jeg at teorien i dette kapitlet kan være et rammeverk når jeg har prøvd å få svar på mine to forskningsspørsmål, både om *hvordan elevene jobbet med algebra og deres opplevelser av disse aktivitetene.*

Mason, Graham og Johnston-Wilder (2011) beskriver tre representasjonsmodi etter Bruner: *enaktiv*, *ikonisk* og *symbolsk*. Enaktiv modus betyr at eleven manipulerer fysiske objekter som de kjenner. Den ikoniske modus refererer til bilder som ser ut som hva de representerer, mens den symbolske modus refererer til merker og tegn som blir brukt til å representere noe, etter konvensjon. Det er en sammenheng mellom disse tre modi og spesialisering / generalisering. Meningen med spesialisering er å manipulere kjente objekter for å få en formening om hva som foregår generelt. Når en skal artikulere sammenhenger, uttrykker en generalisering, og når dette blir konsist formulert, kan en bruke symbolsk representasjonsmodus. På veien over fra det konkrete til symbolene, kan en bruke ulike ikoniske representasjoner.

Fra en epistemologisk synsvinkel er det forskjell på matematikk og andre vitenskaper (Duval, 2006). Astronomi, fysikk, kjemi, biologi og lignende vitenskaper kan en bruke instrumenter for å måle forskjellige objekter, mikroskop/teleskop for å forstørre og undersøke dem, men i matematikk har vi kun kontakt med objektene gjennom symboler og semiotiske representanter. Duval beskriver det som *"[t]he cognitive paradox of access to knowledge objects"* og spør: "*[H]ow can they distinguish the represented object from the semiotic representation used if they cannot get access to the mathematical object apart from the semiotic representations?"* (2006, s. 107). Og evnen til å gå fra et representasjonssystem til et annet er ofte det kritiske punktet for fremdrift i læringsprosessen og for problemløsning i matematikk.



Figur 3.5. Duvals skjema for transformasjoner (2006, s.110).

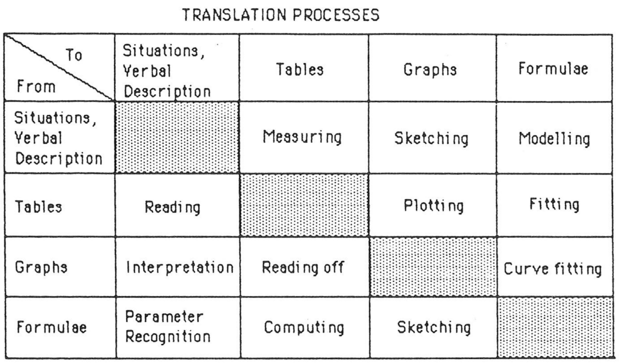
	Navn, egenskaper, regler, sammenhenger og utregninger	**Visuell representasjoner**
Registeret som ikke stilles opp på en bestemt måte.	Naturlig språk: muntlig eller skriftlig	Tegning, skisse, mønster og geometriske figurer
Registre som knyttes spesifikt til matematikk	Skriftlige symbolske systemer, utregning, matematiske bevis	Diagrammer, grafer

Figur 3.6. Min forenklede oversikt over Duvals representasjonsregistre

Jeg har laget en forenklet oversikt (figur 3.6) over Duvals *"classification of the registers that can be mobilized in mathematical processes"* (figur 3.5). Han kaller dem *representasjonsregistre,* men de har sine røtter tilbake fra Descartes *La Geométrie*. Ikke alle semiotiske systemer er registre, kun dem som tillater transformasjon av representantene. Og det er to typer transformasjoner av semiotiske representanter: "*Treatments* (behandling) og *conversions* (konvertering). *Behandlingstransformasjoner* skjer innenfor det samme registeret, for eksempel løsning av ei likning med de samme notasjonene, mens *konverterings-transformasjoner* inneholder et skifte av registre uten å endre objektet det betegner. For eksempel gå fra en liknings algebraiske notasjon til grafisk representasjon av den samme.

Men Duval (2006) beskriver også en nivåforskjell med tanke på *treatments* og *conversions: "Conversion is a representations transformation, which is more complex that treatment because any change of register first requires recognition of the same represented object between two representations whose contents have very often nothing common"* (s. 112).

I følge Janvier (1987) er mange enige i at bruk av symboler i matematisk tenkning er fundamental, men når en skal bruke symbolene, ser det ut til at translasjonsprosessene generelt blir oversett. *"By a translation process, we mean the psychological processes involved in going from one mode of representation to another, for example, from an equation to a graph"* (s. 27). Han beskriver de ulike representasjonene og translasjonsprosessene i dette diagrammet til venstre. Janvier har her fylt ut de ulike overganger med enkelte stikkord. En kan for eksempel gå direkte fra en f*ormel* til å tegne en *graf.* Slike overganger fra en representasjon til en annen kalte Duvall for *conversions,* mens Janviere bruker begrepet *translasjon.* De grå feltene som har navnet *transposisjoner* hos Janvier, tilsvarer *treatments* hos Duvall. Jeg oppfatter at Duvall generelt beskriver matematiske representasjoner, mens Janvier spesifikt behandler funksjonsbegrepet og dets ulike *"modes of representation"*(s. 27). Når en skal benytte Janviers matrise, kan en selvfølgelig vurdere de ordene han har valgt for å beskrive krysningspunktene og kanskje lage sine egne.


TRANSLATION PROCESSES

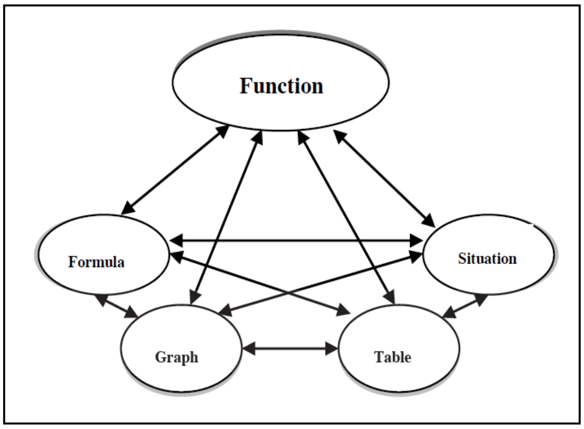
From \ To	Situations, Verbal Description	Tables	Graphs	Formulae
Situations, Verbal Description		Measuring	Sketching	Modelling
Tables	Reading		Plotting	Fitting
Graphs	Interpretation	Reading off		Curve fitting
Formulae	Parameter Recognition	Computing	Sketching	

Figur 3.7. Janviers diagram over de ulike translasjonsprosesser (1987, s. 28)

> *The reader most probably feels a little uneasy about how a few cells were filled in, or about the name given to a few processes. He is kindly invites to fill those cells from scratch and discover the source of his hesitation. In fact, the quasi-impossibility of defining (at least uniquely) a few processes arises from the ill-defined context in which a particular translation is achieved. Despite this limitation, this array is very useful in that gives a total picture of the question and helps us to single out and illustrate a variety of its aspects."* (Janvier 1987, s. 28)

Fremstillingen i en slik matrise har sine begrensninger, men kan likevel være nyttig for å gi et bilde av de ulike aspekter ved funksjonsbegrepet.

Berg (2013a) har også illustrert de ulike matematiske representasjoner knyttet til begrepet *"funksjon"* og tilhørende overganger (figur 3.8). Hun nevner også det skille det er mellom det matematiske objekt *"funksjon"* og de ulike semiotiske representasjoner i tillegg til transformasjonene mellom de ulike representasjonene. Hun understreker viktigheten av å ha aksess til minst to ulike semiotiske representasjoner for det samme matematiske objekt og være i stand til å gå fra en representasjon til en annen samtidig som en kan skille det matematiske objektet fra representasjonene.



Figur 3.8. Funksjon og de ulike representasjonene (Berg, 2013a, s. 66)

Duvalls behandling og konvertering, Janviers transposisjoner og translasjoner og Bergs illustrasjon av det samme, har vært verktøy jeg har benyttet i analysen av elevaktivitetene på Returkraft. Elevene arbeidet noen ganer innenfor det samme representasjonsregisteret, og andre ganger fikk de i oppgave å gå fra et register til et annet. Jeg oppfatter at Duval beskriver det som et nødvendig, men kritisk punkt i læringsprosessen. Og elever som har lært å gå fra det ene til det andre registre, samtidig som de har fått mulighet til å reflektere over den semiotiske representasjonen innenfor ett register, vil være bedre rustet enn elever som ikke har innsikt i disse sammenhengene.

Duvals skille mellom *treatment* og *conversion* kan også relateres til det *syntaktiske* og *semantiske* aspekt ved algebra (Berg, 2013b) Det syntaktiske aspekt referer til de matematiske regler som gjelder når vi skal regne med symbolene. Duval kalte det treatment når vi gjennomførte behandlingstransformasjon innenfor det samme registeret. Vi løser for eksempel ei likning ved hjelp av spesielle matematiske regler. Mens det semantiske aspekt knyttes til meningen bak matematiske symbol og uttrykk, og det er nødvendig å ha innsikt i meningen bak symbolene hvis vi skal skifte registre (conversion) og uttrykke det samme med en helt annen representasjon. Hvis elevens forståelse av funksjonsbegrepet blir mer meningsfylt for elevene, vil det da være lett for dem å gjennomføre en konverteringstransformasjon? Eller vil et systematisk arbeid med *treatment* og *conversion* gi elevene en bedre forståelse av algebrabegrepene, og derfor mer meningsfylt matematikk? Jeg har tatt hensyn til både Duvals, Janvier og Bergs klassifisering av registre i design av oppgaver og har brukt dette i analyse av resultatene fra observasjonene, da jeg skal skulle prøve å få svar på om *hvordan elevgruppene jobbet med algebra når aktivitetene legges til et energigjenvinningsanlegg.*

Under det sosiokulturelle læringsprinsippet (avsnitt 3.1) nevnte jeg at Vygotsky beskriver et redskap mellom stimulus og respons som han kaller *tegn*. Mennesket lærer å erstatte selve tingen med språklige symboler i tankene (Imsen, 2000), og at språklige tegn trekkes inn når elevene skal *mediere* sin oppfatning til medelever og læreren (Vygotsky, 1978). *Semiotikk* (avsnitt 3.2) er læren om tegn og bruk av tegn (Universitetet i Oslo, 2010). Og i *den epistemologiske trekant* (Steinbring, 2006) har vi en nyttig modell på den semiotiske formidlingene mellom en *kontekst* som i mitt studie er data fra Returkraft og *tegn* som knytter seg til algebrasymbolene, samtidig som dette former den epistemologiske påvirkning betinget av den matematiske kunnskapen knyttet til det spesifikke algebrabegrepet som jeg valgte i mitt undervisningsopplegg. I avsnitt 3.3 har jeg vist at funksjonssymbolene er én matematisk representasjon, men det er også nyttig å arbeide systematisk med ulike representasjoner for at elever skal få en dypere innsikt i funksjonsbegrepet. *Tegn, symboler og matematiske representasjoner* har derfor vært sentralt når jeg har analysert *hvordan elevgruppene jobbet med algebra på dette energigjenvinningsanlegget.* Men elevene kan *jobbe* med matematikk på flere ulike måter. I mitt første forskningsspørsmål har jeg ønsket å undersøke *hvordan elevgruppene jobbet*. Jeg vil her i teoridelen, men også seinere i litteraturdelen, dvele en del med ulike syn på den didaktiske tilnærming i matematikkundervisningen. For meg som gjennom sju år har deltatt på to utviklingsprosjekt med fokus på *inquiry*, var det naturlig å ta i bruk denne teorien både i design av oppgavene, men også som et rammeverktøy i min analyse av *hvordan elevene jobbet* og *deres opplevelser av å jobbe på denne måten.*

3.4 Inquiry

Jeg har tidligere i avsnitt 2.4 omtalt hvordan jeg oppfatter at lærere underviser i matematikk med ulike tilnærminger. I et seinere avsnitt (5.4) vil jeg utdype noe mer om hvorfor algebra er så vanskelig i norsk skole og trekke frem Naalsunds forskningsarbeid (2012) som omtaler den *"normale"* lærerstyrte timen med påfølgende oppgaveløsning. Hun anbefaler heller aktiviteter som *utforskning, forklaring*, *diskusjon* og *begrunnelse* for å løfte standarden til internasjonalt nivå. Gjennom mitt samarbeid med HiA/UiA fra 2003 til 2010 har begrepene *community og inquiry* vært sentrale, og for meg har det blitt en viktig del av min undervisning i matematikk. Det første stikkordet, *community,* peker tilbake på det sosiokulturelle læringsperspektivet som ble omtalt i starten av dette teorikapitlet, mens det andre, *inquiry,* vil jeg nå utdype.

Mitt første forskningsspørsmål er *hvordan jobber elevgrupper med algebra når aktivitetene legges til et energigjenvinningsanlegg?* I et forsøk på å få svar på *hvordan de jobber,* har jeg knyttet dette studiet opp mot inquiry, og jeg vil bruke denne teorien som et rammeverktøy i analysen og diskusjonen i kapittel 8 og 9. Men for å spore elevene inn i en slik læringsatmosfære, har jeg brukt oppgavedesignen som et virkemiddel, og dette punkt vil jeg utdype mer i kapittel 6. Det andre forskningsspørsmålet lyder slik: *Hva er elevenes opplevelser av disse aktivitetene når de skjer på denne bedriften?* Her ønsket jeg blant annet å få svar på om deres strev med inquiry-inspirerte oppgaver, opplevdes *meningsfylt* for dem.

Inquiry kan betrakte fra flere sider:

- Inquiry-inspirerte *matematikkoppgaver* (Jaworski et al., 2007 s. 15)
- inquiry som *verktøy i undervisningen* og
- inquiry som *en væremåte* (Fuglestad, 2009)

I forbindelse med inquiry-inspirerte matematikkoppgaver nevner Jaworski:

> ***Inquiry tasks*** *might be seen as those tasks which engage pupils with mathematics, encourage them to ask their own mathematical questions and to explore or investigate to find answers. They might involve open ended problems in which there is not a simple right answers, so that pupils have think deeply about the mathematics involved to engage with the problem.*
> (Jaworski et al., 2007, s.14)

Under en forelesning på LBM-konferansen stilte hun følgende spørsmål[3]: *"What do inquiry tasks offer?"* Hun trakk fram at oppgavene bør engasjere elevene. De bør være enkel i åpningen slik at alle elevene kommer i gang, og det må være muligheter for ulike løsningsmetoder. Det bør også være utfordringer på ulike nivåer, mente hun.

Hvordan kan det skje i praksis? Fuglestad[4] anbefaler å gi åpne oppgaver med flere svar. De bør utfordre til eksperimentering og kunne løses på mange nivåer. Under en forelesning på

UiA beskrev Borgersen[5] begrepet *"rike matematikkoppgaver"*. Etter hans mening er det en hovedutfordring å gi elevene muligheter for å erfare matematisk tenkemåte. Det kan skje gjennom rike matematikkoppgaver, og han pekte også på at oppgavene må være åpne.

Inquiry kan som sagt også oppfattes som en væremåte og et verktøy. Det blir en måte å opprettholde og gi næring til den nysgjerrighet og utforskertrang som barn kommer til verden med[6]. Generell del av læreplanverket peker på det samme under emnet "Det skapende mennesket":

> *Barns nysgjerrighet er en naturkraft. De er fulle av lærelyst, men også av uvitenhet og usikkerhet (...) Barns nyfikenhet er et forbilde for alle som skal utvikle seg og lære (...) Barn og unge er naturleg forvitne, fabulerande og eksperimenterande. (*Kirke-, utdannings- og forskningsdepartementet, 1996, s. 21 og 24)

I følge Jaworski[3] kan inquiry beskrives slik: *"asking questions and seeking answers; seeing problems and seeking solutions; wondering; exploring; investigating; looking critically."* Hun pekte også på inquiry *"as a tool and as a way of being"*. Som verktøy kan inquiry brukes til å stille spørsmål og gi muligheter til å utforske problemer, mens inquiry som en væremåte som skaper matematisk engasjement.

Jeg vil samle inquiry i disse seks nøkkelelementene: *spørre, undersøke, skape, diskutere, reflektere* og *undre*. De kan også sees på enkelt elementer eller som en sammenhengende dynamisk prosess[7].

Borgersen[5] trakk fram Mason og Davis som påpeker at vi må hjelpe elevene til å tenke matematisk, og det skjer ved å etablere et positivt og støttende læringsmiljø. Og det kan skje når elevene stimuleres til å stille spørsmål og uttrykke sine tanker, kalt *"conjecturing atmosphere"*.

Lithner[8] holdt et foredrag under Novemberkonferansen i 2013 og trakk frem at et sentralt problem innen matematikkundervisningen, er at mange lærere bruker en mengde ubegripelige regler og prosedyrer som elevene må lære utenat. Den vanligste måte å løse matematikkoppgaver er ved *"imiterende resonnement"*. I stedet mente han at en bør la elevene løse matematikkoppgaver via *"kreativ resonnement"* der elevene selv må konstruere løsningsmetoder. Men det krever alternative matematikkoppgaver som er designet på en annen måte.

Han trakk fram et design eksperiment, der de hadde laget noen matematikkoppgaver som ble systematisert under begrepet *"Algorithmic Reasoning"* (AR). Der viste de elevene en fremgangsmåte på hvordan oppgavene skulle løses, og deretter skulle elevene prøver å gjøre det samme. AR-oppgavene var omtrent tilsvarende de vi finner i vanlige matematikkbøker. Først kommer et eksempel, en regel eller fremgangsmåte, og så får elevene mange oppgaver som skal løses på denne måte. Den andre typen oppgaver som utfordret det kreative resonnementet kom under kategorien *"Creative Mathematically founded Reasoning"* (CMR). Disse kunne ikke løses etter en bestemt algoritme.

Forskningen på dette designstudiet viste at imitasjonslæringen, der elevene løste AR-oppgaver med bestemte algoritmer som de hadde lært, var svært effektiv på kort sikt, men ineffektiv på lang sikt, og ledet ikke til at elevene utviklet den matematiske begreps-forståelsen. Elevene brukte lengre tid på disse CRM-oppgavene enn AR-oppgaver, fordi de ikke hadde muligheter til å anvende bestemt algoritmiske fremgangsmåte. Men i det lange perspektiv, var det de elevene som hadde jobbet med CRM-oppgavene som klarte seg best ved re-tester en tid etter første test. Han konkluderte med at slike oppgaver gav størst lærdom i det lange perspektivet. Vi tenker kanskje at det er de mest begavede elevene som profilerer på en matematikk-undervisning som utfordrer deres kreativitet. Men tvert imot var det nettopp de elevene med lavest kognitiv index som hadde mest igjen for en slik arbeidsmåte.

Når det gjaldt design av oppgaver, skilte han mellom *"imitative"* og *"creative"* oppgaver. De første var slike AR-oppgaver der det var gitt en oppskrift på løsningsmetode. De andre var CMR-oppgaver, der eleven selv måtte finne ut av løsnings-metodene. Jeg oppfatter at John Lithner føyer seg inn i rekken av forskere som peker på en forskende og utprøvende tilnærming i matematikk-undervisningen for å gi elevene større begrepsforståelse i matematikk. Lithner påpekte at selv etter over 30 år med forskning, er det den tradisjonelle måten å undervise på og tradisjonelle oppgaver (AR) som dominerer.

Figur 3.9. Algebra på Returkraftskolen, hefte B side 20.

I mitt studie har jeg kun hatt mulighet til å påvirke gjennom det skriftlige undervisnings-opplegget i elevheftene. I eksemplet til venstre fra elevheftet B kan en se en *delvis åpen oppgave.* Jeg har laget en graf, og elevene skal forklare hva den viser. Det fins flere mulige forklaringer, og grunnen til at den ikke går gjennom origo, kan være så mangt. Samtidig har jeg valgt å skrive inn *"Antall timer"* og *"KALK i kg"* på aksene. Derfor måtte elevene velge noe som har med kalk-doseringen å gjøre. Hvis jeg skulle designet en enda mer åpen og inquiry-inspirert oppgave, kunne jeg tatt bort både verdier og navnene på aksene. Det hadde skapt enda flere muligheter for kreative løsninger og kunne utløst en flott diskusjon i plenum. Men jeg valgte dette bort, fordi jeg var usikker på om elevene og læreren hadde grepet denne muligheten. I hvor stor grad den enkelte lærers væremåte er inquiry-inspirert eller om vedkommende bruke inquiry som verktøy i undervisningen, vil avhenge av hvor mye vedkommende kjenner til dette og har tro på en slik tilnærming. Alt for åpne og utforskende oppgaver kan oppleves frustrerende for både elever og lærere som er uerfaren med en slik tilnærming til lærestoffet. For flere år siden hadde jeg besøk av lærere fra andre skoler som skulle se på min matematikk-undervisning. Etterpå utbrøt en lærer: *"Slike åpne oppgaver kunne jeg aldri ha gitt mine elever. Det hadde blitt kaos."* I avsnitt 6.5 vil jeg beskrive hvordan jeg har designet oppgavene i et forsøk på å skape en ønsket læringsatmosfære i *Algebra på Returkraftskolen*.

I den grad jeg har klart å designe oppgaver med en viss grad av inquiry-inspirasjon, har jeg studert om disse seks nøkkelelementene: *spørre, undersøke, skape, diskutere, reflektere og undre* har preget arbeidet i elevgruppene da de jobbet på Returkraft. Jeg vil også i denne masteroppgaven drøfte om disse oppgavene utløste det Lithner kalte *kreavtiv resonnment,* når ikke elevene fikk presentert en ferdig oppskrift på løsning av oppgavene. I tillegg til å observere og analysere mine funn om *hvordan elevene jobbet*, vil jeg også prøve å få svar på om denne inquiry-måten å jobbe på, *opplevdes motiverende* for elevene. I så fall kan det være momenter som kan trekkes inn når jeg skal konkludere om *Algebra på Returkraftskolen* var *meningsfylte matematikkoppgaver* eller ikke. Men min erfaring er at det meningsfylte for elevene, ofte er knyttet til noe realistisk. Jeg har tidligere nevnt at algebra i matematikkundervisningen, ofte kan bli meningsløs manipulering med symboler. Dette studiet knytter seg til en energigjenvinningsbedrift, noe virkelig fra dagliglivet. Hvordan blir det å jobbe med algebra i en slik realistisk kontekst?

3.5 Realistisk matematikkundervisning

I opplegget på Returkraft, er målet at elevene skal arbeide i en virkelig kontekst med de matematiske utfordringer. Det første forskningsspørsmålet: *Hvordan jobber elevgrupper med algebra når aktivitetene legges til et energigjenvinningsanlegg?* peker på bruk av en realistisk kontekst utenfor skolestua. Studiet har som overskrift: *Meningsfylte matematikkoppgaver?* Gjennom begge forskningsspørsmålene ønsket jeg å få svar på om overskriften kan endres fra *et spørsmålstegn* til *et utropstegn.* Oppgaver knyttet opp mot denne bedriftskonteksten og situasjonen de var på under besøket på Returkraft, og alle data til undervisningsopplegget er hentet fra reelle tall fra prosessen.

Realistic Mathematics Education (RME) er knyttet til Nederland og en reform av matematikkundervisningen (Van den Heuvel-Panhuizen, 2003). Røttene til denne teorien går tilbake til tidlig på 1970-tallet da Freudenthal og hans kollega startet det hele gjennom IOWA, Instituut Ontwikkeling Wiskunde Onderwijs (Institutt for utvikling av matematikk-undervisning), forgjenger til Freudenthal instituttet. Bruk av *realistiske kontekster* skulle være en tilnærming til matematikkundervisningen. I RME skulle elevene lære matematikk ved å utvikle og anvende matematiske begreper og verktøy gjennom dagligdagse problemer og situasjoner som var *meningsfylte* for dem.

Context problems spiller en stor rolle i *realistic mathematics education* (RME). Slike oppgaver brukes bevisst som en motiverende faktor fra starten og fremover i lærings-prosessen. I RME defineres *problems* som oppgaver fra situasjoner som erfaringsmessig er reelle i forhold til elevene (Gravemeijer & Dorrman, 1999).

En aktivitetsbasert interpretasjon av matematikken kan påvirke både målet for matematikkundervisningen og undervisningsmetodene (Van den Heuvel-Panhuizen, 2003). Freudenthals primære fokus var på å lære matematikk i *en meningsfylt sammenheng.* Feudenthal var imot å skille matematikken fra den virkelige verden og undervise ferdiglaget aksiomer.

En vanlig tilnærming til lærestoffet er å forenkle komplekse matematiske emner og dele dette opp i mindre enheter (Gravemeijer & Dorrman, 1999). Og så underviser hver del etter en sekvens som selvfølgelig er logisk fra et matematisk synspunkt. En lærer oppfatter disse komponentene som en del av det hele, men elevene ser kanskje bare hver del som en liten brikke i et puslespill, uten at de klarer å se hele bilde. Og enda verre er det hvis de ikke skjønner at det fins en helhet. En bedre tilnærming er at vi ser etter situasjoner som kan fungere som startpunkt for undervisningssekvensene, og gi elevene videre muligheter for kognitiv vekst.

Freudenthal kritiserer tradisjonell matematikkundervisning fordi en ofte starter undervisningen med de ferdige matematiske resultatene. En bør heller starte undervisningssekvensen med *matematiske aktiviteter* fremfor å gå inn i et *ferdiglaget system*. *"For him [Freudenthal] the core mathematical activity is 'mathematizing', which stands for* *organizing from a mathematical perspective. Freudenthal sees this activity of the students as a way to reinvent mathematics"* (Gravemeijer & Dorrman, 1999, s. 116).

Freudenthal påpeker at formell matematikk vokser frem under *elevaktiviteter* og bør skje i *meningsfylte kontekster* (Gravemeijer & Dorrman,1999). Men det som er meningsfylt for elevene i dag, er ikke noe statisk. Det skjer stadig en utvikling etter hvert som elevene lærer mer og mer i læringsprosessen.

I mitt studie har jeg prøvd å lage *en realistisk kontekst* for elevene når jeg har tatt utgangs-punkt i en virkelig bedrift og data fra denne søppelforbrenningen. Vil beskrivelsen her gjennom teorien fra Freudenthal og RME kunne kjennes igjen i mitt undervisningsopplegg? Funksjonsbegrepet er det algebraiske emnet som er i fokus for å beskrive sammenhengen mellom søppelmengde og energigjenvinningen. Men dette undervisningsopplegget starter ikke med ferdige forklaringer og fremgangsmåter for å løse funksjonsoppgavene. Jeg har derimot designet *inquiry-oppgaver* som kanskje kan *skape en annen læringsatmosfære* enn den tradisjonelle norske matematikktimen som Naalsund (2012) beskriver, og som jeg vil komme tilbake til i avsnitt 5.3. *Den realistiske bedriftskonteksten*, *funksjonsbegrepet* og *symbolbruken* er videre beskrevet i avsnitt 3.2.2 med teorien fra Steinbrings epistemologiske trekant (2006). Tegn og symboler er spesielt utdypet under emnet semiotikk, men funksjonssymbol er bare én av flere aktuelle representasjoner som det er viktig å kunne svitsje mellom. Hele undervisningsopplegget *Algebra på Returkraftskolen,* bygger på noen av grunnideene i det sosiokulturelle læringsperspektivet der blant annet elevene jobber i grupper og må bruke tegn og symboler som redskap for å kunne mediere sine matematiske oppfatninger til de andre i klassen.

Jeg oppfatter at dette undervisningsopplegget på Returkraft kan fungere som en start når elevene skal ta fatt på kompetansemålene om funksjonsbegrepet. Jeg har stilt spørsmål om *hvordan elevgruppene jobbet* i Returkraft-konteksten, og *hvordan de opplevde denne måten å jobbe på*. I de siste kapitlene i dette studiet, har jeg analysert mine funn ved hjelp av det teoretiske rammeverk som her er trukket frem, og prøvd å få svar på om dette var *meningsfylte matematikkoppgaver* for elevene. *Algebra på Returkraftskolen* er som nevnt knyttet spesifikt til funksjonsbegrepet. Jeg har derfor videre valgt å gå litt dypere inn i teorien som knytter seg til både funksjons- og variabelbegrepet, og trukket frem ulike definisjoner. Jeg har også beskrevet den historiske utvikling algebra har hatt fra tidligere tider til lærebøkene som brukes i matematikkundervisningen i dag.

4 Funksjons- og variabelbegrepet

Jeg har i starten av dette studie trukket frem mine egne opplevelser som elev, og mine refleksjoner som lærer i forbindelse med algebraundervisningen. Jeg har beskrevet at algebra ofte fremstår som meningsløs manipulering med formler og uttrykk, og oppgaver som skulle løses etter bestemte regler og fremgangsmåter, uten at en alltid skjønte hvorfor. Overskriften til dette studiet har jeg kalt: *Meningsfylte matematikkoppgaver?* Jeg tenker for det første at det er viktig at læreren har en korrekt og klar forståelse av det begrepet som han eller hun skal undervise i. Hvis ikke, kan vedkommende være med på fordunkle og gjøre matematikken unødvendig forvirrende for elevene. For det andre antar jeg at algebraen blir mer meningsfylt for elevene etter hvert som de får innsikt i og forståelse av hva det ligger i de ulike begreper. Her er det funksjonsbegrepet som de skal jobbe med. Gjennom design av matematikkoppgavene har jeg hatt i baktanke at elevene skal få en viss innsikt i ulike funksjoner, og få en begynnende forståelse av dette begrepet. Mine funn og analyser av *elevgruppene som jobbet med dette på et energigjenvinningsanlegg*, og elevstemmen som i ettertid beskrev sine *opplevelser,* vil antakelig kunne gi svar på om dette ble uforståelig magi-matematikk eller *meningsfylte oppgaver.*

I ungdomsskolen møter elevene algebra som uttrykk og formler, likninger og funksjoner. Når en memorerer tilbake til egen skolegang, opplevde jeg funksjoner som et uttrykk med y på venstre side og et algebraisk uttrykk med x eller x^2 på høyre side. Lærerens oppskrift var å lage en tabell og velge noen verdier for x og regne ut tilhørende y-verdier. Disse punktene ble deretter plottet inn i et koordinatsystem og dermed var en i mål. Først som voksen begynte jeg å reflektere over betydningen av de ulike parameterne i et funksjonsuttrykk. Jeg har også hatt et bilde av funksjonsbegrepet som en *"maskin"* der en puttet inn et tall i den ene enden, og ut av den andre kommer det et annet tall etter en bestemt sammenheng. Denne *maskin*-metaforen og *omgjøringsbeskrivelsen* har jeg også sett i flere lærebøker helt opp til universitetsnivå. Jeg er i dag usikker på om en slik fremstilling bygger opp om god og meningsfylt forståelse av funksjonsbegrepet. Er det tallet som endrer seg eller er det bedre å forklare funksjonsbegrepet for de unge med en bestemt sammenheng mellom to tallmengder? Jeg oppfatter at det er viktig å ha kjennskap til *definisjoner av funksjonsbegrepet* for å være i stand til å vurdere hvordan en didaktisk vil legge dette frem for elevene på en best mulig måte.

4.1 Definisjoner av funksjonsbegrepet

Noen matematikere har i tidligere tider prøvd å gi en definisjon av funksjonsbegrepet. Euler (1707- 1783) gav først denne definisjon*: "A function of a variable quantity is an analytical expression composed in any way whatever from that variable and numbers and constant quantity"* (Burton, 2003, s. 571). Noe seinere kom denne: *"If, therefore, x denotes a variable quantity, then all quantities which depend upon x in any way or are determined by it are called functions of it"* (Burton, 2003, s. 572).

Fourier (1768-1830) har gitt denne definisjon: *"The function f(x) represents a succession of values or ordinates each of which is arbitrary….We do not suppose these ordinates to be subject to a common law; they succeed each other in any manner whatever, and each of them is given as if it were a single quantity"* (Burton, 2003, s. 572). Mens Dirichlet (1805-1859) kom med denne definisjonen i 1837: "*y is a function of the variable x, defined on the interval a < x < b, if to every value of the variable x in this interval there corresponds a definite value of the variable y. Also, it is irrelevant in what way the correspondence is established"* (Burton, 2003, s. 572).

Vi ser her at begrepet har hatt en utvikling fra en vag og ufullstendig definisjon av Euler, til noe mer korrekt fremstilling av Dirichlet der også entydigheten blir presisert. Enkelte lærebøker bygger antakelig på slike definisjoner. Men fremstillingen av funksjonsbegrepet som en bestemt korrespondanse eller "mapping" mellom to mengder finner vi definert innen abstrakt algebra: *"A function ϕ mapping X into Y is a relation between X and Y with the property that each $x \in X$ appears as the first member of exactly one ordered pair (x , y) in ϕ. Such a function is also called a map or mapping of X into Y. We write ϕ: $X \longrightarrow Y$ and express $(x , y) \in \phi$ by $\phi(x) = y$. The domain of ϕ is the set X and the set Y is the codomain of ϕ. The range of ϕ is $\phi[X] = \{\phi(x) | x \in X\}$"* (Fraleigh 2014 s. 4).

Det epistemologiske aspektet ved funksjonsbegrepet kan bli en utfordring for elevene, og hvis læreren selv har en uklar oppfatning av begrepet, kan det gi ekstra utfordringer i opplæringsfasen. Jeg oppfatter at definisjonen til Fraleigh (2014) er presis selv om det også er andre korrekte måter å si det samme på. Funksjonsbegrepet er en beskrivelse av en kopling *("mapping")* mellom to mengder, og denne sammenhengen er entydig på den måten at til én *x*-verdi fins én og bare én *y*-verdi, men én *y*-verdi kan ha flere *x*-verdier. Det siste møter ungdomsskoleelevene i potensfunksjonene som for eksempel i uttrykk som $f(x) = x^2$.

Her på Returkraft møter elevene kun lineære funksjoner som er bijektive (dvs både injektive og surjektive), og de har en avgrenset, positiv definisjons- og verdimengde. Alle funksjonene er injektive fordi de har en entydig (1-1 mapping) sammenheng mellom *x*- og *y*-verdier. Til én *x*-verdi fins kun én *y*-verdi. Samtidig er disse funksjonene surjektive, fordi hele verdimengden har definerte *x*-verdier. En god del av oppgavene vil dreie seg om energiverdier i funksjonens *verdimengde* som har en kopling fra en bestemt vekt på søppelmengde i *definisjonsmengden* som blir brent for å oppnå denne energien. Verdiene på søppelmengden som er den uavhengige variabelen *x*, kan variere fra 0 til omtrent 130 000 tonn. Men elevene vil også oppleve at denne *mappingen* mellom uavhengig og avhengig variabel kan variere.

Sammenhengen mellom søppelmengden som blir brent hver måned og energien de klarer å omdanne, er ikke lik fra måned til måned. Derfor er også stigningstallet en variabel som blir kalt *k*. Jeg vil i dette studie beskrive hvordan elevene klarte å forholde seg til disse ulike variablene i funksjonsuttrykket $y = kx$, for i uttrykket varierer også *x* og *y*, men har andre funksjoner enn k-variabelen. Noen ganger kjente elevene *k*-verdien, valgte fritt en *x*- verdi og fant tilhørende *y*-verdi. Andre ganger kjente de en bestemt *x*- og *y*-verdi og skulle regne seg fram til *k*-verdien. Jeg oppfatter at Returkraft-konteksten gir anledning til å gripe fatt i denne problematikken. Rapportene fra bedriften viser disse mulighetene. Jeg har valgt å studere hvordan elevene arbeidet med det generelle funksjonsuttrykket og de ulike funksjonene til variablene *x*, *k* og *y* når de var på dette energigjenvinningsanlegget.

4.2 Definisjoner fra lærebøker og Utdanningsdirektoratet

I læreverket Maximum for 9. klasse er funksjonsbegrepet forklart slik: *"En funksjon er en regel som viser sammenhengen mellom størrelser som kan ha ulike verdier, og som er avhengig av hverandre"* (Tofteber, Tangen, Stedøy-Johansen & Alseth, 2014, s. 68). Forfatterne beskriver dette som å putte inn et tall i en maskin, og den gir deg et nytt tall og spør hva maskinen gjør med tallene. I Sirkel for 10. klasse er begrepet forklart slik: *"En funksjon er en sammenheng der det for hver x-verdi er en og bare en y-verdi"* (Torkildsen & Maugesten, 2008, s. 13).

Sinus som brukes i 1T undervisningen på første år i videregående skole, har denne forklaringen: *"y er en funksjon av x hvis hver mulig verdi av x gir nøyaktig én verdi av y"* (Oldervoll mf. 2009, s. 90). Og i Calculus som brukes i matematikkundervisningen på høyskoler og universiteter, blir funksjonsbegrepet forklart med denne maskinen *"der du kan putte et tall x inn, et tall som bearbeides av maskinen. Resultatet av denne bearbeidelsen er et tall f(x) som blir spyttet ut"* (Lorentzen, Hole & Lindstrøm, 2003, s. 36).

Utdanningsdirektoratet bruker denne forklaringen: *"Ein funksjon beskriv endring eller utvikling av ein storleik som er avhengig av ein annan, på ein eintydig måte. Funksjonar kan uttrykkjast på fleire måtar, til dømes med formlar, tabellar og grafar. Analyse av funksjonar går ut på å leite etter spesielle eigenskapar, som kor raskt ei utvikling går, og når utviklinga får spesielle verdiar"* (Utdanningsdirektoratet (2014b). Og Nilsen[9] konkluderer med følgende: "*There are different ways of defining functions, and its epistemological aspects of this concept could be challenging for students."*

I forrige avsnitt siterte jeg ulike definisjoner på funksjonsbegrepet. Her i lærebøkene ser vi ulike forklaringer. Alle har ikke presisert entydigheten, at til én x-verdi fins det kun én korresponderende y-verdi. Funksjonens definisjons- og verdimengde og "mappingen" mellom dem $\phi: X \longrightarrow Y$ er også fraværende.

4.3 Variabelbegrepet

I mitt studie inngår design av et undervisningsopplegg. Jeg oppfatter at det derfor er viktig å ha en viss innsikt i både variabelbegrepet og didaktisk kompetanse på hvordan en bør fremstille de algebraiske symbolene for elevene. I dette og neste avsnitt vil jeg utdype dette.

Problematikken som er nevnt i forrige avsnitt, krever noe mer utdyping av x, k og y i funksjonsbegrepet. Generelt i algebra møter vi *variabelbegrepet*, og Usiskin (1999) nevner at dette begrepet er mangesidig og trekker frem disse eksemplene:

- $A = LW$ kalles en *formel*
- $40 = 5x$ kalles *en likning*
- $\sin x = \cos x * \tan x$ kalles *en identitet*
- $1 = n * \frac{1}{n}$ kalles *et forhold*
- $y = kx$ kalles *et funksjonsuttrykk*

I det generelle funksjonsuttrykket $y = mx + b$ møter vi kombinasjon av forskjellige måter å bruke begrepet variabel på. x opptrer som en uavhengig variabel (argument), y som en avhengig variabel (funksjonsverdien) og m og b som parametere. Hvis vi for eksempel vet at linja går gjennom punktet (6,2) og har stigning 11, så kan vi sette dette inn for x, y og m og finne den ukjente verdi b. Her blir m en konstant og ikke lenger en parameter. b endrer seg fra parameter til en ukjent verdi som vi skal finne. Hvis vi ser på litteraturen, har begrepet variabel blir forklart slik: *"A variable is a literal number that may have two or more values during a particular discussion"* (Hart, 1951, sitert av Usiskin, 1999, s. 8). *"Roughly speaking, a variable is a symbol for which one substitutes names for some objects, usually a number in algebra. A variable is always associated with a set of objects whose names can be substituted for it. These objects are called values of the variable"* (May and Van Engen, 1959, sitert av Usiskin, 1999, s. 8).

Ligningen $y = 2x + 3$ er egentlig en spesiell lineær sammenheng mellom to variabler x og y. Men siden x og y kan variere, er egentlig ligningen generell på den måten at den representerer et uendelig antall ordnede par som tilfredsstiller denne sammenhengen. Ved å gjøre stigningstallet og krysningen med y-aksen generell, så vil ligningen $y = ax + b$ representere alle punktene i planet, men også uendelig mange ligninger. x og y variablene representerer data inn og ut, mens verdiene til a og b er det som spesialiserer den generelle familien med lineære ligninger. a og b kalles ofte for parametere (Mason et al., 2011). Å tolke og drøfte hva de ulike variablene betyr i funksjonsuttrykket, tror jeg kan være lærerikt og med på å skape mening for den unge. Hvis jeg husker riktig, var slike diskusjoner fraværende i min egen opplæring. Jeg mener vi fikk presentert formelen, og puttet inn ulike x-verdier for å finne funksjonsverdier, og satte disse tallparene inn i koordinatsystemet for å tegne en graf. Det var faktisk først som voksen det gikk opp for meg hvordan en kan tolke de ulike variablene i funksjonsuttrykk. Bruk av glidere i GeoGebra kan være et pedagogisk hjelpemiddel for å få elevene til å se hva som skjer når variablene i et funksjonsuttrykk endrer seg. Men bruk av digitale verktøy har ikke vært så lett å få til i forbindelse med bedriftsbesøket på Returkraft.

Melisani og Spagnolo (2009) nevner at det er et problem at variabelbegrepet kan ha ulike betydninger i ulike kontekster. En bokstav kan f eks stå for et generalisert tall i en sammenheng, mens den samme bokstaven representerer en verdi i ei likning som vi skal finne svar på. Når det samme symbolet brukes i ulike betydninger og ulike symboler har identisk funksjon, kan det bli problematisk for elever.

Jeg tenker at hvis elevene i de mindre klassene blir forklart at uttrykket $2e + 3e$ kan bety 2 epler + 3 epler = 5 epler, kan det være med å skape problemer når oppgaven blir $2e \cdot 3p$, og elevene prøver en multiplikasjon mellom 2 epler og 3 pærer. Og hvis de skal lage et algebraisk uttrykk for forholdet mellom antall lærere og elever på en skole, vil kanskje mange bli usikker på om en bør velge formelen $1L = 10E$ eller $1E=10L$ for å beskrive at det er 1 lærer pr 10 elever. En bør tydelig få frem for elevene at variabler alltid representerer tall. Noe av problematikken er kanskje at elevene møter like symboler som representerer ulike objekter. I dette undervisningsopplegget vil k bety1000 i kW, men representere *en variabel* i funksjonsuttrykket. Hvordan klarer elevene seg i denne symbolverdenen, der kanskje vi voksne tar det som en selvfølge at de unge hoder klarer å svitsje mellom de ulike forklaringene?

Nilsen[9] antyder også at det kan være en utfordring at variabelbegrepet kan ha ulike betydninger i ulike kontekster, og det kan derfor være krevende for elever å uttrykke forskjellen mellom ukjente, variabler og parameter. Han oppfordrer derfor til bevissthet rundt den ulike bruk av variabelbegrepet i opplæringen. Det har jeg prøvd å ta hensyn til i design av mine elevhefter og om jeg har lykkes, vil jeg komme tilbake til.

4.4 Den historisk utviklingen

Algebra har en historisk utvikling som har endt opp med de symboler og formler vi bruker i dag. Gravemeijer og Dorrman (1999) anbefaler å ta utgangspunkt i denne historiske utviklingen som matematikk har gjennomlevd når en skal designe oppgaver. Torkildsen (2006) mener at en ikke bør starte med en formel, men lar det være sluttproduktet i en prosess der matematisk resonnering har spilt en sentral rolle. Han sier at vi bør la den *retoriske*, *synkoperte* og *symbolske* algebraen leve side om side inntil elevene blir fortrolig med det algebraiske symbolspråket. Et eksempel på denne utvikling beskriver han slik:

Retorisk: *Overflaten er lik 49 pluss 28 gange høyden*
Synkopert: *Overflate = 49 + 28 · høyden*
Symbolsk: *O = 49 + 28h*

Torkildsen anbefaler å introdusere algebra i konkrete sammenhenger, og mener at et grundig arbeid med å skape omforme og tolke uttrykk bør danne basis i grunnskolens algebra. Først da vil øvingen på omforming av rene algebraiske uttrykk virke meningsfylt.

Hvis vi skulle tidfeste algebraens historiske utvikling, kan de tre hovedgruppene beskrives slik (Harper, 1987):

1. *Retorisk algebra* tilhører perioden før Diophantus (før 250 e.Kr). Da ble alt skrevet med ren tekst, og symboler ble ikke brukt for ukjente størrelser.
2. *Synkopert algebra* (250-1600 e.Kr.). Fra nå av ble bokstaver tatt i bruk for å uttrykke ukjente størrelser for eksempel $4 + x = 7$. Diophantus introduserte dette ved å løse likninger med både en og to ukjente, men han brukte bare ett symbol. Den andre ukjente ble uttrykt som en lineær kombinasjon av den første (f eks x og $x + 4$). Seinere ble to bokstaver introdusert for to ulike og ukjente størrelser.
3. *Symbolsk periode* (etter 1600 e.Kr.) ble introdusert med Vieta (1540-1603) som også brukte bokstaver for gitte størrelser og kalte dem for *species* (arter). Tall representert med slike bokstaver, hadde ingen spesifikk størrelse, men kunne variere. I uttrykket $x + y = a$ kan a være en gitt størrelse som kan variere og være alle tall. x og y er derimot variabler med en korrelasjon eller algebraisk sammenheng og bestemmelse.

Vi finner matematisk resonnering av generelle metoder i kinesiske manuskripter og Rhindpapurusen fra Egypt 2000-1000 år f.Kr. De var kommet langt, for det fins systemer av likninger og Pytagoras´ teorem på irakiske tavler med kileskrift fra den samme tidsperiode (Mason et al., 2011).

På 1300-tallet levde f eks Nichole Oresme som tegnet grafer for ulike situasjoner og visualiserte problemer. Han beskrev hvordan geometriske elementer som linjer eller rektangler kunne representere verdier på variabler, og disse rektanglene kunne settes langs en horisontal akse som kunne representere tidsintervallene (Gravemeijer & Dorrman, 1999). Navnet algebra er knyttet til Mohammed ibn-Musa Kwarizmis bok al-jabr fra Irak omkring 800-1000 e.Kr. Men symboler ble først tatt i bruk her i Vesten av Viète på 1600-tallet. I den samme periode konverterte Descarte geometri til algebra, og Newton gikk over til å løse algebraiske likninger og tok i bruk komplekse tall (Mason et al., 2011).

Et annet studie har sett på utviklingen av elevers algebraiske resonnering og fant at denne utvikling korresponderte med den historiske utvikling (Harper, 1987). Når Pimm (1995) behandler emnet tradisjon, nevner han at en kineser har sagt at i matematikk må vi først lære av forfedrene. Vi er arvinger av en tradisjon, og i skolen bør en kombinere en innføring i tradisjonen, samtidig som en skal gi opplæring for fremtiden. Det blir liksom å se både *bakover* og *fremover*. I kapittel 6 om design av oppgaver, vil jeg komme tilbake til hvordan jeg har tatt hensyn til den historiske utvikling av algebra og spesielt Torkildsens anbefalinger, når jeg laget matematikkoppgavene som elevene jobbet med på Returkraft.

4.5 Kompetansemålene

Kompetansemålene for 10. klasse i norsk skole beskrives i disse to punktene:

- *lage funksjonar som beskriv numeriske samanhengar og praktiske situasjonar, med og utan digitale verktøy, beskrive og tolke dei og omsetje mellom ulike representasjonar av funksjonar, som grafar, tabellar, formlar og tekstar*
- *identifisere og utnytte eigenskapane til proporsjonale, omvendt proporsjonale, lineære og kvadratiske funksjonar og gje døme på praktiske situasjonar som kan beskrivast med desse funksjonane.* (Utdanningsdirektoratet 2014b)

Jeg oppfatter at Utdanningsdirektoratet harmonerer med min definisjon av funksjonsbegrepet og mine didaktiske tanker rundt undervisningsopplegget *Algebra på Returkraftskolen.* Direktoratet peker på ordet *samanhengar* som jeg har redegjort for tidligere, og de nevner også praktiske situasjoner, og da bør vel en bedriftskontekst høre inn her. Når de deretter nevner *beskrive* og *tolke*, så er det noe jeg har behandlet i forbindelse med Steinbrings epistemologiske trekant avsnitt 3.2.2 Funksjonens *ulike representasjoner* som også er nevnt her, har vært omtalt i avsnitt 3.3, og det samme kommer jeg tilbake til når jeg omtaler design av elevheftene i kapittel 6.

I forhold til prikkpunkt to i kompetansemålene over, er det først og fremst *lineære funksjoner* knyttet til *praktiske situasjoner* som jeg har vektlagt i mitt undervisningsopplegg. Jeg har knyttet flere oppgaver til begrepene *uavhengig* og *avhengig* variabel for å få frem egenskapene til funksjonsbegrepet, egenskapene til de ulike variablene og forståelsen av den *mappingen* som skjer mellom definisjonsmengde og verdimengde. Jeg vil seinere i denne masteroppgaven beskrive og drøfte hvordan elevene jobbet med funksjons- og variabelbegrepet i undervisningsopplegget *Algebra på Returkraftskolen.*

I dette kapitlet har jeg prøvd å få frem hvor viktig det er for oss lærere å kjenne til korrekte definisjoner av de ulike matematiske begreper vi skal undervise i. Da er vi i bedre stand til å forklare for elevene hvorfor en kan løse oppgavene på den ene eller andre måten. En kan også gi dem en korrekt innsikt i den abstrakte matematikkulturen. Siden variabelbegrepet kan ha ulike betydninger, kan det være krevende for elevene å holde oversikt over forskjellene. Da er det selvfølgelig viktig at vi lærere har et bevisst forhold til dette og ikke forvirrer den oppvoksede slekt med feilaktige eller dunkle forklaringer.

Jeg har også satt et spørsmålstegn med måten noen av dagens lærebøker fremstiller funksjonsbegrepet, men siden jeg i dette studiet har begrenset det i forhold til undervisningsmateriell, vil jeg ikke bruke plass på å utdype dette noe mer. Derimot har jeg pekt på at under emnet funksjoner, kan det være nyttig å kjenne til algebraens historiske utvikling, og dette har jeg prøvd ut under design av dette undervisningsopplegget. Jeg vil utdype dette noe mer i kapittel 6.

Jeg oppfatter at utenom didaktisk kompetanse, er det også nødvendig at vi lærere har en dypere innsikt i de rene matematiske fagområder. I dette undervisningsopplegget er det funksjons- og variabelbegrepet som har vært i fokus. Jeg håper at dette kapitlet har vært avklarende i så henseende, og for meg har det vært en nødvendig plattform under design av elevheftene der jeg har ønsket å få avklart om dette var *meningsfylte matematikkoppgaver.*

I det neste kapitlet vil jeg trekke frem litteratur som kan gi mer innsikt i matematisk tenkning og utfordringer med dagens algebraundervisning i en vanlig skolekontekst. Hvordan kan et endret syn på forholdet mellom aritmetikk og algebra forebygge unødvendige problemer når elevene møter den generaliserte matematikken i ungdomskolen? Hvordan kan småskolelærere for de yngste barna, legge den rette grunnvollen i matematikkundervisningen som vi ungdomsskolelærere kan bygge videre på, uten først å måtte drive med avlæring av uklare og misvisende begreper? Trenger vi en endring i algebraundervisningen i norsk skole for å gjøre det mer meningsfylt for elevene, og løfte de matematiske resultater på høyde med andre land vi ønsker å sammenlikne oss med? Dette er noe som vil bli behandlet i det neste kapitlet, og det vil jeg også bruke under min analyse og drøftinger når jeg studerer *hvordan elevgruppene jobber med algebra på denne energigjenvinningsbedriften*. Og disse funn blir sammenholdt med *elevenes opplevelser.*

5 Gjennomgang av litteratur

Dette studiet er knyttet til funksjonsbegrepet innen algebra. Mason et al. (2011) har utdypet algebraisk tenkning og trening som har vært nyttig for meg i min undervisning, men også nå i forbindelse med denne masteroppgaven. Av ulike årsaker er algebra didaktisk krevende, og undersøkelser viser at norske elever har problemer med dette emnet (Utdanningsdirektoratet, 2014a). Kan *konteksten* ha betydning for forståelsen, og vil matematikkaktiviteter lagt til en bedrift være *meningsfylte* for elevene? I følge Bakhtin er det et viktig pedagogisk prinsipp, at den læringskonteksten som skolen organiserer, ikke må være for ulik den konteksten som kunnskapen skal anvendes i utenfor skolen (Imsen, 2000). Jeg vil i dette kapitlet nevne eksempel fra et studie av gatebarn i Brasil og Naalsunds forskning (2012) på hvorfor nettopp *algebra* er så problematisk for elevene. Kapitlet avsluttes med Schliemann, Carraher og Brizuela (2007), som stiller spørsmålet om noen av problemene med algebra, har sin årsak i undervisningen de første skoleårene og vårt syn på *forholdet mellom aritmetikk og algebra.*

I forbindelse med elevenes besøk på dette energigjenvinningsanlegget, har jeg en del data i tillegg til et intervju av noen elever for å høre deres tanker om mitt undervisningsopplegg. Empirien i dette studie, har jeg brukt i forhold til litteraturen som her er nevnt. Med utgangspunkt i det første forskningsspørsmålet om *hvordan elevene jobber i denne konteksten*, vil jeg drøfte dette i forhold til generell algebraisk tenkning (Mason et al., 2011), og gatebarns kontekstorienterte matematikkløsninger (Carraher, Carraher & Schliemann, 1985). Videre vil jeg bruke både det første og andre forskningsspørsmålet for å få frem om *Algebra på Returkraftskolen* benyttet metoder som Naalsund (2012) anbefaler.

5.1 Algebraisk tenkning og trening

Generalisering ligger i hjertet av algebraisk tenkning (Mason et al., 2011). Men det må gjøres valg med hensyn til hvilke representasjonsformer som passer best når vi skal beskrive generaliserte sammenhenger. En sammenheng kan uttrykkes symbolsk som en formel $y = mx + b$, i en tabell, med ord eller som bilde (graf eller et diagram). Noen variable kan bare ta spesielle verdier, som heltall eller halve tall og blir kalt diskrete variable. Andre kan anta alle verdier på tallinja og kalles kontinuerlige variable. Grafer viser sammenhenger mellom to størrelser (ofte notert som x og y). For å lese en sammenheng fra en graf, er det nyttig å tenke den som mengden av alle punkter som tilfredsstiller et krav. Grafer kan også bli sett på som et objekt. Ei rett linje kan uttrykkes symbolsk og bli bestemt av to distinkte punkter eller et punkt og et stigningstall.

Skolealgebra handler om å uttrykke generaliteter og om å utvikle mestringsfølelse for manipulering av disse generalitetene. Det algebraiske språket blir brukt til å fange opp og uttrykke selve ideen om strukturer. (Mason et al., 2011). I mine oppgaver som elevene har jobbet med på Returkraft, har elevene tegnet flere grafer. Det er kontinuerlige grafer på formen $y = kx$. Jeg vil seinere drøfte hvilken forståelse elevene har av dette generelle uttrykket.

5.2 Matematikk utenfor skolekonteksten

Det er studier som viser at uformelle prosedyrer lært utenfor skolen ser ut til å være effektive (Carraher et al., 1985). I Brasil var det et område som var preget av omstreifende arbeidere og mangel på utdanning. Disse menneskene dreiv med gatesalg, skoreparasjoner og liknende, og barna hjalp foreldrene med salg. Og barna klarte gjerne å løse mange matematiske problemer som hoderegning. I studiet ble det gjennomført to typer tester – en uformell og en formell. Den uformelle testen var knyttet til barnas daglige miljø, i en arbeidssituasjon på et gatehjørne eller marked. Den formelle testen ble utført hjemme hos barna, men barna ble nå presentert ferdig oppstilte regnestykker. Resultatene var at:

- Kontekstoppgaver var enklere å løse enn oppgaver uten kontekst
- Ikke stor forskjell mellom uformell test og tekstoppgaver
- Konflikt mellom den pedagogiske antakelse at barn først lærer matematiske operasjoner og deretter lærer å bruke dem – her er det motsatt
- Dagligdags problemløsning er annerledes enn det som er lært i skolen – strategiene her er mental manipulasjon av mengder (grupperer dem) , mens i skolen er det manipulasjon av symboler. Manipulasjon av mengder har selvfølgelig begrensninger i forhold til manipulasjon av symboler.

Disse gatebarna klarte seg med matematikken i sitt eget miljø, men fikk problemer når konteksten var en annen. Konteksten er sentral i mitt studie. En bedrift som brenner søppel er kanskje ikke i utgangspunktet en kjent kontekst for elevene. Men de fikk først omvisning i energigjenvinningsanlegget før de begynte på matematikkoppgavene. Og på den måten var det mer forståelig og kjent for elevene hva oppgavene dreide seg om.

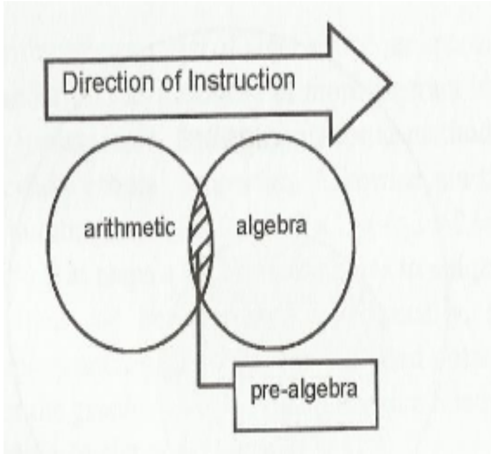
5.3 Undervisning i algebra

Norge deltar i de internasjonale studiene Trends in Mathematics and Science Study (TIMSS) og Programme for Student Assessment (PISA). I TIMSS[10] måles f. eks. elevene i 8. klasse i emneområdene *tall, algebra, geometri* og *statistikk*. TIMSS- og PISA[11]-undersøkelsene gir informasjon om kunnskapene til elever, og fra analyser av enkeltoppgaver kan vi slutte at norske elever er svake i algebra (Utdanningsdirektoratet, 2014a), og de presterer signifikant svakere i dette emnet enn elever i mange andre land (Grønmo, Onstad, Nilsen, Hole, Aslaksen & Borge, 2012; Grønmo & Onstad, 2013). Elever vil trenge god kunnskap i algebra innen flere retninger i høyrere utdanning og i yrker som f eks teknologi, økonomi, helse, naturvitenskap og realfagundervisning. Tidligere studier har vist at mangelen på algebra-kunnskaper hos norske elever kan føre til problemer for den enkelte og for samfunnet.

Hvorfor er algebra så vanskelig? Naalsund (2012) viser i sin doktoravhandling at undervisningen av algebra i norsk skole er preget av lærerstyrt undervisning etterfulgt av individuell oppgaveløsning. Hun fant også en viss grad av usikkerhet hos elevene, og forklaringene til oppgaveløsningene var gjennomsyret av: *Jeg vet ikke.* Dette studiet antyder at for mange elever er algebra meningsløs manipulasjon av symboler, og at det er vanskelig å forstår systemet bak reglene. I følge Naalsund bruker norske lærere mindre tid enn et internasjonalt gjennomsnitt til aktiviteter som utforskning, forklaring, diskusjon og begrunnelse. Det er metoder som kan være viktig å vektlegge hvis en ønsker å utvikle en dypere forståelse av begreper og sammenhenger hos elevene. Fra den ene siden er automatiske ferdigheter viktig når en skal løse oppgaver nøyaktig og effektivt, men fra den andre side bør dette være mer enn rutinemessige ferdigheter, for en bør være i stand til å bruke slike prosedyrer både fleksibelt og kreativt. En begrepsmessig forståelse er nødvendig for å kunne reflektere, forklare, logisk begrunne sin valg og løse oppgaver på en meningsfylt, fleksibel og kreativ måte. Naalsund konkluderer at den vanlige norske måten å undervise i algebra, kan se ut til å være utilstrekkelig hvis en skal nå disse mål.

Men det kan også være andre årsaker til at elever har problemer med dette emne. Algebra opererer på et høyt abstraksjonsnivå sammenliknet med aritmetikk og geometri (Malisani & Spagnolo, 2009). Det har lenge vært en rådende oppfatning at aritmetikk og algebra er forskjellige temaer som står en i en bestemt rekkefølge til hverandre (Schliemann, Carraher og Brizuela, 2007). Det har vært illustrert som vi ser på figur 5.1.

Elevenes svake kompetanse og til-kort-komming i deres resonnement, har vært tilskrevet barnets begrenset kognitive utvikling, og problemer med algebra har vært knyttet til denne utvikling. Det har blitt hevdet at når elever har problemer med algebraiske instruksjoner, er det fordi de fortsatt opererer på det konkrete plan. Både historisk og individuell utvikling skiller aritmetisk tenkning fra algebraisk tenkning, og dette har vært gitt som forklaring på at 12-13-åringer ikke er i stand til å løse for eksempel første grads likninger med ukjente på begge sider av likhetstegnet: $38x + 72 = 56x$ (Schliemann et al., 2007).



Figur 5.1. Vanlig syn på rekkefølgen av aritmetikk, pre-algebra og algebra (Schliemann, Carraher og Brizuela, 2007, s. xi)

Mange elever kommer til algebraundervisningen med overbevisning om at likhetstegnet representerer en operator som produserer et svar på høyre side, mens oppgaven står på venstre side. Schliemann et al. (2007) beskriver at de første årene på skolen har det vært fokusert på å finne et bestemt svar. Elevene har heller ikke arbeidet med kommutative, assosiative eller distributive egenskaper[12]. De har ikke brukt matematiske symboler for å uttrykke forhold mellom mengder, og heller ikke brukt bokstaver for å uttrykke et generelt tall eller en variabel. Derfor har de store problemer med å arbeide med ukjente, og skjønner ikke at ekvivalent transformasjon på begge sider av ei likning, ikke gjør noe med de korrekte verdiene. Det blir hevdet at elevenes problemer med algebra reflekterer hvordan de har lært matematikk i de første årene på skolen. Det blir gitt noen eksempler på hvordan kortsiktige og matematiske unøyaktigheter blant de yngste barna kan skape problemer seinere:

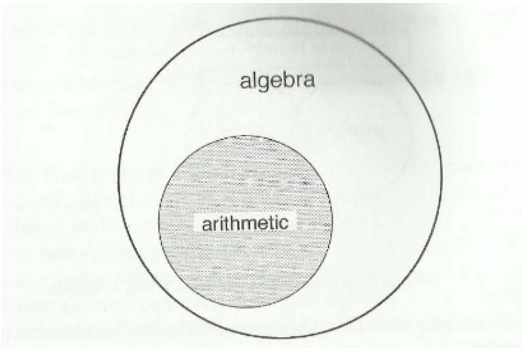
- Likhetstegnet er et operasjonstegn som kommer før svaret.
- En kan ikke subtrahere et stort tall fra et lite tall.
- Multiplikasjon er det samme som repeterende addisjon.
- Enkelte heltall ($\neq 0$) kan ikke divideres på hverandre.
- Det er et veldig trykk i aritmetikken på å få et tall til svar.

En slik opplæring av de yngste elevene, gir både matematiske og pedagogiske utfordringer når en skal til med algebra. Det har vært gjort forskning som viser at barn helt ned i småskolen, kan løse likninger med ukjente på begge sider av likhetstegnet, for eksempel: $8 + x = 3x$ (Schliemann et al., 2007). Oppgaven ble gitt verbalt, uten at den formelle likningen ble vist til disse små elevene. Men elevene laget sin egen notasjon og tegning for å organisere informasjonen, organisere sine tanker og fant til slutt det riktige svaret ved hjelp av gjett og prøv. Dette forsøket viste at elevene trengte hjelp til å lage illustrasjoner av det verbale problemet, og ingen av barna brukte sportant figurer som symbol for ukjente. Men når de ved litt veiledning var vist denne muligheten, brukte de dette i nye og tilsvarende oppgaver med ukjente verdier. I følge Schliemann et al. (2007) viser dette at ungdomsskole-elevenes problemer med ukjente på begge sider av likhetstegnet ikke nødvendigvis er så sterkt knyttet til den kognitive utviklingen som en tidligere har antatt.

Mange forskere har vist til eksistens av et kognitivt gap mellom aritmetikk og algebra i et forsøk på å forklare hvorfor mange ungdommer har problemer med å lære algebra. De hevder at mange ungdommer antakelig ikke hadde kommet langt nok i kognitiv utvikling for å lære algebra. Schliemann et al. (2007) har derimot gjennom deres forsøk med tidlig algebra vist at selv unge elever kan lære å resonnere algebraisk. Selvfølgelig spiller veksten en sentral rolle i utvikling av matematisk resonnering, og deres forskning viser at begreper trenger lang tid for å modnes hos elevene. Matematisk forståelse er en individuell konstruksjon som overføres og utvides gjennom sosial interaksjoner samtidig som eleven tar i bruk kulturelle systemer og matematiske verktøy. Læring og undervisning i algebra må bygge på barnas basisforståelse og lede dem til generalisering og mer kompleks og eksplisitt kunnskap. For å nå dette, må vi instruere barna i aktiviteter som kan utvide deres basis forståelse og deres første, enkle symbolbruk.

Yngre elever lærer matematikk gjennom resonnering omkring ulike typer av situasjoner og aktiviteter: kjøpe, selge, mål og lignende. Hovedutfordringen når det gjelder kontekst er hvordan abstrakt kunnskap om matematiske objekter og strukturer kan komme ut av erfaring og resonnering av spesielle situasjoner. Selv om oppgaver knyttet til en kjent kontekst og tall kan hjelpe til å gi mening i matematiske sammenhenger og strukturer, må vi også være klar over at algebraisk kunnskap ikke kan bli fullt begrunnet ved å tenke på spesielle tall. Det går an å arbeide med rene tallrelasjoner som ikke assosieres med en spesiell kontekst eller fysiske størrelser.

Schliemann et al. (2007) startet med å gi elevene funksjonstabeller relatert til to rekker. De fant ut at elevene kunne fylle ut tabellen uten så mye ettertanke. Men når de ble utfordret på *"guess-my-rule",* måtte de tenke seg om. Og det samme når ikke tallene kom systematisk i økende rekkefølge. *"Det er vanlig å tenke at algebraen er en utvidelse av aritmetikken, eller en videreutvikling av aritmetikken. Men å bruke aritmetikk krever algebraisk tenkning siden det er de implisitte generalitetene det forventes at eleven skal internalisere"* (Mason et al., 2011, s. 365). Pre-algebra blir ofte sett på som en overgang fra aritmetikk til algebra. En alternativ måte å se dette på er at aritmetikk bare er en del av algebraen, og at en i aritmetikken bare behandler spesielle tall og mål i stedet for generelle eksempler.



Figur 5.2. Alternativt syn på sammenhengen mellom aritmetikk og algebra (Schliemann et al., 2007, s. xii)

Naalsund (2012) beskriver her en vanlig norsk matematikkundervisning og anbefaler å vektlegge *utforskning, forklaring, diskusjon* og *begrunnelse*, omtrent det samme som inquiry som ble omtalt i teoridelen. Jeg har spesielt vektlagt dette under design av undervisningsmateriellet, og det vil jeg utdype i det neste kapitlet. Seinere vil jeg komme tilbake til hvordan elevene som deltok i mitt studie, beskrev den vanlige matematikkundervisningen sammenliknet med *deres opplevelse* av undervisningsopplegget på Returkraft. Jeg vil også trekke frem *hvordan elevgruppene jobbet med disse algebraoppgavene* og analysere dem i forhold til litteraturen som er nevnt i dette kapitlet. Spesielt finner jeg Schliemann et al.´s alternative syn på sammenhengen mellom aritmetikk og algebra, interessant og spennende.

6 Design av oppgaver

Som lærer er det en del av hverdagen min å lage oppgaver til elevene eller finne fram til noen utfordringer som kan gi elevene noe mer enn alle de tradisjonelle matematikk-oppgavene i læreverket. Denne gangen var det helt påkrevet å designe matematikkoppgavene selv. Jeg skulle jo bruke data fra bedriften i forbindelse med funksjonsbegrepet, og slike oppgaver fins jo ikke. Samtidig som det var en utfordring å lage *Algebra på Returkraft* med oppgaver knyttet til et energigjenvinningsanlegg, skulle jeg også gjennom dette undervisningsopplegget ta hensyn til mine forskningsspørsmål, og oppgavene skulle ta utgangspunkt i teoretisk rammeverk og litteratur som er omtalt i kapittel 3 og 5. I tillegg skulle matematikkoppgaven eksemplifisere og virkeliggjøre det teoretiske fagstoffet som er nevnt om funksjons- og variabelbegrepet i kapittel 4. Og hovedfokus har hele tiden vært å få svar på om dette var *meningsfylte matematikkoppgaver.* Noen ganger under veis kunne jeg føle på om oppgaven kunne bli for omfattende innenfor en masteroppgaver på 30 studiepoeng og halvannet års deltidsarbeid.

6.1 Konteksten

Matematikkaktivitetene i dette forskningsprosjektet er stort sett knyttet til Returkraft. Elevene brukte 1-2 skoletimer på hefte A på skolen før bedriftsbesøket. Hovedtyngden av undervisningsopplegget (elevhefte B) ble lagt til en hel skoledag i forbindelse med bedriftsbesøket.

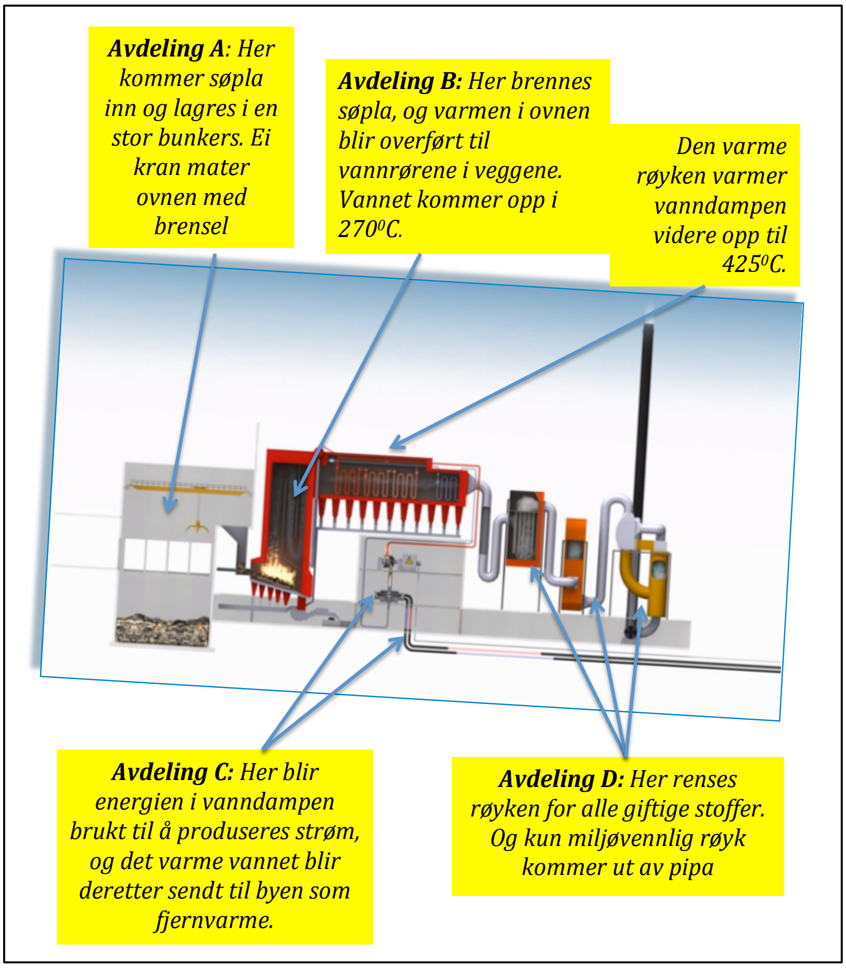
Denne bedriften er et moderne forbrenningsanlegg som ligger på Langemyr like nord for Kristiansand (Returkraft AS, 2014). Restavfall fra husholdningene og næringsavfall fra ulike bedrifter blir brent i en stor ovn. I ovnsveggene er det 100 km med vannrør, og her blir vann varmet opp til damp på ca 270 ^{0}C. Videre i kjelen blir den varme røyken fra bålet utnyttet for å varme vanndamp ytterlig opp under høyt trykk til 425 ^{0}C. Denne varme vanndampen med 50 bars trykk driver en turbin/generator som produserer elektrisitet som selges gjennom det vanlige strømnettet. Og det varme vannet blir deretter kondensert til mellom 80-120 ^{0}C og transportert i rørledninger til byen og solgt som vannbåren fjernvarme.

Røykgassen inneholder giftstoffer og sotpartikler. Derfor tilføres røyken kull og kalk før støv, tungmetaller og dioksin fanges opp av 900 filterposer. For å fjerne nitrogenoksyd-gasser (NOx), føres gassen gjennom en katalysator der den tilsettes ammoniakk. Til slutt blir røykgassen vasket med vann i et vasketårn for det som måtte være igjen av miljøskadelige stoffer før hvit, luktfri røyk slipper ut av pipa. Returkraft har ansatt en bedriftspedagog som har omvisning for både barn og voksne, fra barnehage til fagskoleelever i videregående opplæring. Da er fokus på søppel og miljøbedriften Returkraft. I mitt opplegg er dette kombinert med opplæring i algebra. Det er beregnet på ungdomsskoleelever som er i startfasen på opplæring om funksjoner. Opplegget har blitt godt mottatt av ledelsen ved Returkraft, og det er meningen at det skal være en del av deres undervisningstilbud til ungdomsskolene. Heftene er trykt opp, og skolene kan bestille både hefter og besøk på bedriften for å gjennomføre *Algebra på Returkraftskolen*. I tillegg har UiA laget en liten demo-film fra en av alle de klassene som til nå har takket ja til dette tilbudet. (https: //uia. mediaspace. kaltura. com/media/ Matematikk+på+Returkraft/0_o0pjm6sf).

Jeg oppfatter det meningsfylt hvis disse heftene kan brukes mer enn bare til denne masterforskningen. På Returkraft har de innredet et amfi i 1. etasje som kan brukes til plenumssamlinger. Her har de data og prosjektør til felles fremvisninger. I 5. etasje har de innredet to skolestuer eller klasserom med gruppebord og et mindre amfi. Ellers er bedriften skilt mellom kontorer og selve produksjonshallen. Opphold i hallen krever visse sikkerhetstiltak: hjelm, vest og leder som har gjennomført sikkerhetskurs. I kontrollrommet som ligger i 6. Etasje, overvåkes prosessen kontinuerlig 24 timer i døgnet året rundt. Èn gang i året stopper produksjonen i tre uker for å rengjøre utstyret. I bunnen av ovnen kan elevene se inn på flammene gjennom et varmesikkert glass.

For at ikke bedriften skal bli for uoversiktlig for elevene, valgt jeg å dele den inn i fire avdelinger:

A) Bunkers der søpla fra bilene tømmes
B) Søppelbrenning i ovnen og produksjon av vanndamp
C) Fra vanndamp til strøm og fjernvarme
D) Renseavdelingen



Figur 6.1. Algebra på Returkraftskolen. Hefte A side 11.

Under bedriftsbesøket arbeidet elevene spesielt med oppgaver fra de tre første avdelingene før lunsj og renseavdelingen etterpå.

6.2 Oppgavedesign

Konteksten var Returkraft, og utfordringen var å designe et undervisningsopplegg som tok hensyn til den historiske utviklingen når algebraen skulle presenteres, som problematiserte teorien rundt semiotikken, prøvde ut representasjonsovergangen og samtidig bar preg av inquiry og det som Lithner[8] kalte *CMR*–oppgaver som ikke kunne løses med bestemt algoritmer, men som utfordret elevenes *kreativ resonnement.*

6.2.1 Symbolenes ontogenese

Dagens symboler har hatt en utvikling som er omtalt i avsnitt 4.4. I design av dette undervisnings-opplegget har jeg tatt utgangspunkt i disse symbolenes ontogenese[13]. Jeg har startet med ren tekst som tidligere er

energi	er lik	et tall	multiplisert med	søppel
energi	=	et tall	·	søppel

eller enda kortere som en matematisk **formel:**

$$y = k * x$$

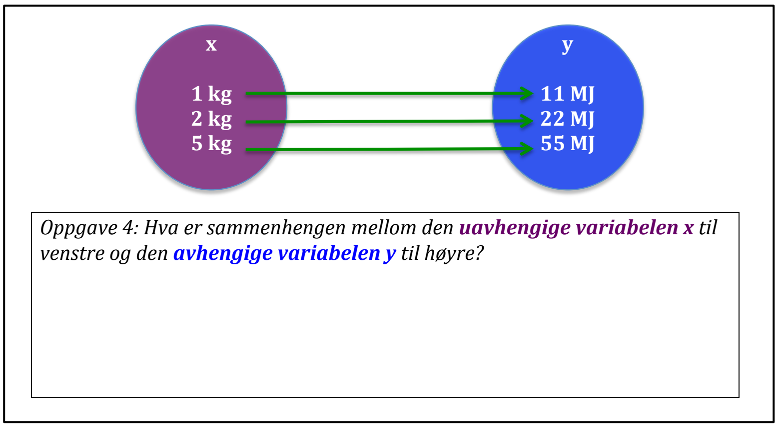
Figur 6.2. Algebra på Returkraftskolen. Hefte B side 7.

omtalt som retoriske algebra (Torkildsen, 2006) slik våre forfedre skrev ned de matematiske utfordringer i tidligere tider. Deretter har jeg fortsatt med synkopert algebra for til slutt å ende opp med den symbolske algebra vi bruker i dag. Eksempl 6.2 fra elevheftet B side 7, viser hvordan dette ble designet.

Det algebraiske sluttproduktet er formelen *f(x) = kx,* men alle elevaktivitetene fra starten prøvde å lede dem på veien til dette abstrakte uttrykket. Freudenthal mener at en kan ikke forvente at elevene skal gjenoppdage alt i matematikken av seg selv, derfor snakker han om en ”*guided reinvention”.* Ideen hans er at elevene skal ha et eierforhold til kunnskapen de erverver seg og se den som sin egen. (Gravemeijer & Dorrman, 1999). Jeg har prøvd å la illustrasjoner og forklaringer i heftene guide elevene gjennom *algebraens historiske utviklingen,* og jeg har i mitt studie hatt fokus på om dette ble meningsfylte for dem og gav dem en god forståelse av de abstrakte matematiske symbolene.

6.2.2 Matematiske symboler i oppgavene

Jeg antar at læren om semiotikk må være viktig for en lærer som underviser i algebra. Elevene møter mange nye og for dem ukjente tegn og symboler, og hvis de ikke klarer å knytte dette til hva disse symbolene representerer, blir de kanskje mye magi og uforståelig manipulering i matematikktimene. I emnet funksjoner, møter elevene blant annet symbolene *f(x)=kx,* og symbolet representerer også kunnskaper om selve begrepet funksjoner (uavhengig og avhengig variabel, konstanter, definisjonsmengde, verdimengde osv.) Jeg ha valgt å la elevene ”tygge” på disse begrepene i elevheftene, både i forberedelseshefte de har på skolen (hefte A) og det heftet de arbeidet med på Returkraft (hefte B).



Figur 6.3. Algebra på Returkraftskolen. Hefte A side 7.

På Returkraft møtte elevene først lineære funksjoner på formen $y = kx$ og med y som den avhengige variabelen. Variabelen k er en parameter som varierte i de ulike situasjoner elevene møtte i sine oppgaver. Men når de kjente til forholdet mellom en bestemt x og y, opptrådte k som en konstant. Mason et al.´s (2011) teorier rundt variabelbegrepet som tidligere er omtalt i avsnitt 4.3, er her prøvd ut. Jeg har designet oppgaver der de skulle finne denne k-en ved hjelp av data om x og y. I andre sammenhenger er k bestemt, og de fant alle tallparene som passer til det valgte funksjonsuttrykket. I slutten av første økt på bedriften og i elevenes videre arbeid etter lunsj, ble y erstattet med symbolet *f(x)*. Også her ble det interessant å observere hvordan elevene strevde med denne overgangen, hvordan de oppfattet det nye symbolet og også problematikken rundt symbolendringer til *g(x), h(x)* osv.

*Hvorfor tror du at **k** kalles en **konstant** selv om den kan ha forskjellige verdier, mens både **x** og **y** kalles **variabler** fordi de kan variere?*

Figur 6.4. Algebra på Returkraftskolen. Hefte B side 11.

I elevheftene har jeg lagt stor vekt på begrepene *uavhengig* og *avhengig variabel* for nettopp å skille mellom variablene *x* og *y*. Jeg har brukt begrepet *konstant* og symbolet *k* om parameteren som viser sammenhengen mellom *x* og *y*. Jeg må innrømme at som matematikklærer har jeg lagt for lite vekt på forskjellen på variabelbegrepet i de ulike sammenhenger det opptrer. I dette studie var det derfor spennende å se hvordan disse elevene jobbet med variabelbegrepet da de kombinerte det med data fra en bedrift. Jeg har tidligere i avsnitt 4.3 nevnt Nilsen[9] som mener at det kan være utfordrende for elevene å uttrykke forskjellen mellom ukjente, variabler og parameter. Han oppfordrer derfor til bevissthet rundt den ulike bruk av variabelbegrepet i opplæringen. I mitt undervisningsopplegg har jeg nettopp prøvd å være bevisst på dette. I seinere kapitler vil jeg vise til resultater av denne vektleggingen og drøfte om symbolene på denne måten ble meningsfylt matematikk for elevene.

6.2.3 Representasjoner

Noen elever har sterk visuell preferanse for informasjon, mens andre foretrekker symboler. Alle elever vil dra nytte av å få informasjon på parallelle måter som kan tolkes som å være ekvivalente (Mason et al, 2011). Skolematematikken innen emnet funksjoner pleier ofte å gå én vei: fra formel, til tabell og deretter til graf. Det var slik jeg selv lærte det. Første gang jeg møtte et annet tankegods, var under et foredrag på et verksted i TBM-prosjektet, der Berg[14] trakk fram viktigheten av å la elevene få trening i å variere mellom ulike representasjoner for funksjoner: situasjon, tabell, graf og formel. Elever som får trening på å variere alle de fire uttrykksmåtene, får et mye sterkere fundament innen funksjonsbegrepet, hevdet hun.

Ved design av elevheftene har jeg prøvd å ta hensyn til disse møtepunktene. Noen ganger har jeg startet med en situasjon og oppgitt eksempel på søppelmengde og varmeenergien som blir produsert, og så skulle elevene finne sammenhengen og lage tabell, graf og formel. Andre ganger har jeg oppgitt en formel, og elevene skulle bruke denne til å fremstille funksjonen som en graf. Jeg har også gitt en formel, og så skulle elevene knytte den til noe av det som skjer i renseprosessen. Til slutt har jeg gitt grafen, og elevenes oppgave var å tolke denne. Jeg vil seinere komme tilbake til hvilke funn jeg kan vise til i denne forbindelsen.

Jeg oppfatter at en slik tankegang som jeg har brukt i design av heftene, støttes av både Duval (2006), Janvier (1987) og Berg (2013b) som jeg tidligere har omtalt i avsnitt 3.3. Matrisen nedenfor har sin parallell i Janviers diagram (1987, s 28). Her gis en oversikt og eksempler på oppgaver fra elevhefte B som nettopp skal trene elevene i de ulike overgangene og også gi dem øvelse innenfor samme representasjon (merket grått i diagrammet)

til / *fra*	***kontekst***	***Tabell***	***Graf***	***formel***
kontekst	*side 3*	*side 4*	*side 25*	*side 23*
tabell	*side 10*	*side 4/5*	*side 14 nederst*	*side 14 midten*
graf	*side 20 øverst*	*side 14 øverst*	*side 19*	*side 20 nederst*
formel	*side 21 øverst*	*side 9 øverst*	*side 21 nederst*	*side 7*

Figur 6.5.Eksempler på oppgaver fra Algebra på Returkraftskolen, hefte B, satt inn i diagrammet til Janvier (1987, s 28).

6.2.4 Inquiry

Jeg har også tilstrebet at matematikkoppgavene som elevene skal jobbe er, bærer preg av en viss grad av inquiry. Hvis en lykkes med det, vil forhåpentligvis oppgavene etter Jaworskis mening (2007), engasjere elevene, utfordre dem til å stille spørsmål, få dem til å undre seg, utforske og undersøke for å finne svar. I tillegg kan slike oppgaver skape diskusjoner og få elevene til å reflektere over matematikken fremfor kun å være opptatt av å finne ett riktig svar med én riktig fremgangsmåte.

Jeg har i teoridelen også nevnt Lithner[8] som i sitt studie hadde undersøkt forskjellen på oppgaver som kunne systematiseres under begrepet *Algorithmic Reasoning* (AR) og mer åpne oppgaver som utfordret elevenes kreative resonnement og ble kalt *Creative Mathematically founded Reasoning* (CMR). Dette har jeg også hatt i tankene under mitt arbeid med utviklingen av matematikkoppgavene.

Jeg tenker at oppgaveheftene må ha lav inngangsterskel slik som vi ser i eksemplet til høyre. Da kan alle i klassen være med, også de matematisk svakt-presterende elevene, og gjennom et sosiokulturelt fellesskap kan elevene sammen arbeide seg gjennom de ulike utfordringer. Det er ikke bare én vei til mål, men flere muligheter. Det er ikke meningen at alle elevene skal komme gjennom alt, derfor vil de mest krevende oppgavene stå i slutten av hver arbeidsøkt som en ekstra utfordring for de mest begavede elevene.

1.1 Returkraft mottar avfall

Les dette høyt og svar på spørsmålene: Mathur er på avdeling A. Her tømmes søpla i en stor bunker. I løpet av ett år leveres ca 130 000 tonn søppel. Returkraft tar betaling for å brenne søpla vår. Nå skal dere hjelpe Mathur med å sende regninger til forskjellige kommuner som leverer søppel. Prisen er 1300 kr for 1 tonn søppel.

Hva må de betale for 2 t (tonn) søppel?

Hva må de betale for 4 t søppel?

Hva må de betale for 6 t søppel?

Figur 6.6. Oppgave fra Algebra på Returkraftskolen hefte B side 3.

Her har du en oversikt over antall tonn søppel som ble brent i ovnen og antall MWh strøm som ble solgt hver måned i 2013:

	Jan	Feb	Mar	Apr	Mai	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Des
Brensel til ovn i tonn	12693	10696	10296	10689	10901	11050	11811	11889	6633	12796	11827	12316
Salg av strøm i MWh	5721	4722	4773	5666	5962	6573	6723	7369	2210	7730	6777	7269

Mathur har funnet k-verdien for én av månedene i 2013 og laget denne tabellen:

***y:* strøm**	**0**	**8595**	**17190**	**34381**	**57301**	**74491**
***x:* søppel**	**0**	**15 000**	**30 000**	**60 000**	**100 000**	**130 000**

Du skal finne ut hvilken måned det kan være. Vis hvordan du har regnet for å komme frem til svaret.

Elevheftet B som elevene fikk utlevert på Returkraft, var delt i to. Den første delen jobbet elevene med før lunsj, den andre etterpå. Alle startet på del 2 selv om det fortsatt var flere oppgaver igjen i del 1. Derfor har også del 2 en lav inngangsterskel og forutsetter ikke at alt er gjennomgått i del 1. Men for at ikke ettermiddagen skulle bli en repetisjon av den første økta, var veien kortere til oppgaver som gav større utfordringer for elevene.

Figur 6.7. Oppgave fra Algebra på Returkraftskolen, hefte B side 10 og 11

I forbindelse med design av elevheftene og begrepet inquiry, har jeg hatt noen dilemmaer. Jeg oppfatter at *"inquiryinspirerte oppgaver"* ikke nødvendigvis er et entydig begrep. Her er det en flytende overgang fra låste oppgaver som skal gjøres på en bestemt måte med ett fasitsvar, til åpne oppgaver med flere løsningsmuligheter og flere rette svar. Blir oppgavene for radikale for en lærer som ikke er vant til inquiry-tankegangen, vil en slik undervisnings-situasjon antakelig ikke bli så positiv for vedkommende. Jeg har derfor bevisst valgt den gylne middelvei i design av *Algebra på Returkraftskolen.* En lærer som er godt kjent med begrepet inquiry, vil med rette stille spørsmål ved opplegget om hvorfor ikke oppgavene var mer åpne. Men under mine valg har jeg hatt i tankene en tradisjonell norsk lærer og elever som er vant til at fremgangsmåtene først presenteres og deretter jobber elevene med oppgavene. Men jeg har ikke kopiert dette, men prøvd å gi flere oppgaver der elevene blir utfordret på deres kreative evner for å finne en fremgangsmåte og en løsning. I oppgaven figur 6.7 har jeg vist et slikt eksempel.

Mitt mål har vært at klassen skulle oppleve opplegget på Returkraft som positivt og tankevekkende, og antakelig legge merke til at tilnærming var annerledes enn den de var vant til. Her går elevene i gang med heftene uten at læreren skal forklare noe. Jeg vil i kapitlene 8 og 9, vise hva jeg oppnådde av resultater i forhold til måten jeg designet disse heftene.

6.3 Fra design til observasjon

Når en skal designe et undervisningsopplegg som andre skal gjennomføre, er det ikke sikkert at ukjente lærere bruker det på den måten som en selv har tenkt. Det kan jo være frustrerende å være til stede og oppleve at dette blir gjennomført annerledes enn min hensikt har vært da jeg utviklet oppgavene. For meg har det vært spennende å være med på reisen fra de første ideene vinteren 2014, design av undervisningsopplegget gjennom sommerhalvåret, til senhøstes samme år da 9. klasse fra *Timpis* ungdomsskole gjennomførte dette ledet av *Per,* en fremmed lærer som jeg aldri hadde truffet før. Min rolle disse "finaledagene" var å være observatør og samle data til mitt studie: *Meningsfylte matematikkoppgaver?* Hensikten med undervisningsopplegget *Algebra på Returkraftskolen* var å få svar på mine to forskningsspørsmål: *Hvordan jobber elevgrupper med algebra når aktivitetene legges til et energigjenvinningsanlegg? Hva er elevenes opplevelser av disse aktivitetene når de skjer på denne bedriften?*

Figur 6.8. Algebra på Returkraftskolen. Forsidene på hefte A og B.

7 Metodologi

I dette kapitlet vil jeg beskrive hvordan klassen og spesielt den lille elevgruppen på fem jenter til dybdestudiet ble valgt ut. Valg av metoder er nok påvirket av mine erfaringer fra MathEUS4. Her vil jeg beskrive hvilke forskningsmetoder jeg har valgt og hvordan dette ble gjennomført. Jeg vil også utdype mine valg av analysestrategier for å få svar på mine to forskningsspørsmål og få bekreftet eller avkreftet om dette var m*eningsfylte matematikkoppgaver.* Til slutt gir jeg til kjenne mine etiske betraktninger i forbindelse med forskningen, og hva jeg har gjort for å oppnå så høy grad av reliabilitet og validitet som det var mulig å få til.

7.1 Forskningsdesign

Mitt studie *"Meningfylte matematikkoppgaver?"* er et kvalitativt studie, og Bryman (2012) beskriver slike studier på denne måten: *"Qualitative research is a research strategy that usually emphasizes words rather than quantification in the collection and analysis of data"* (s. 380). Kvalitativ forskning brukes når en ønsker å undersøke og beskrive menneskers opplevelse og erfaringer, og gjennom analyse prøver en å finne mening i datamaterialet (Mediesenteret Høgskolen i Bergen, 2012).

I dette studiet har jeg også benyttet det Bryman (2012) beskriver som mikro-etnografisk tilnærming med deltakende observasjon. Han beskriver dette som *mikro*, fordi forskningen går over begrenset tid. Jeg har benyttet mikro-etnografisk tilnærming, fordi dette dreier seg om én vanlig klasse, og hovedfokus var konsentrert om ei elevgruppe på fem elever. I tid varte opplegget kun én skoletime til forberedelse, en skoledag på Returkraft og én time til intervju i etterkant. Alt skjedde i løpet av ca ei uke. Jeg involverte meg i den sosiale konteksten og var *deltaker* ved å observere og stille spørsmål mens elevene arbeider med matematikkheftene.

Bryman beskriver ulike kombinasjoner for *etnografi* (2012, s. 434), og jeg valgte *"closed setting/overt"* -rolle, fordi dette begrenset seg til en liten gruppe elever, men de var informert om at jeg var student som skulle observere det de arbeidet med. De fikk beskjed om ikke bare å skrive svarene, men også hvordan de tenkte og brukte dataene for å komme frem til løsningene. De måtte også levere inn alt til slutt. Jeg valgte at de skulle skrive med penn for ikke å ha mulighet til å viske ut. Hvilke rolle hadde jeg som *deltakende observatør* og *etnograf*? Bryman nevner flere grader av denne rollen. Han beskriver Participating Observer slik: *"Participates in group's core activities but no as a full member."* (Bryman 2012, s. 442) Men under rollen *"Partially Participapting Observer"* skriver han det er omtrent det samme som *"Participating Observer",* men det var ikke bare observasjonene som er hoved dataene i undersøkelsen. (Bryman 2012, s. 443). Intervju og bruk av dokumenter var også en kilde til datainnsamlingen. Dette opplegget er også en case studie. Bryman beskriver ulike research design (2012, s. 50) og definerer case study slik: "*The basic case study entails the detailed and intensive analysis of a single case."* (2012, s. 66) Mitt studie består av 27 elever fra en 9. klasse i Agder. Alle fikk de samme to heftene og oppgavene skulle løses som gruppearbeid med unntak av hefte A som læreren valgte å gjennomgå i fellesskap. Noen resultater har jeg hentet fra flere av gruppenes arbeid, men hovedfokus har vært på én gruppe. Data fra plenumssamlingene har jeg også brukt.

7.2 Utvalg

Utvalg av skolen til dette studie skjedde ved at jeg henvendte meg til Anne Vegusdal som er koordinator i Lektor2, og spurte om noen av hennes kontaktskoler kunne være aktuelle til dette forskningsprosjektet. Etter kort tid hadde hun opprettet en kontakt mellom meg og matematikklærer *Per* ved *Timpis ungdomsskole* i Agder. Jeg har aldri hatt noe samarbeid med denne skolen tidligere, og læreren var helt ukjent for meg. Dette var en normal 9. klasse med 27 elever som skulle delta.

Per delte ut mitt informasjonsskriv til elevene i forkant av oppstart. Elevene fikk i oppdrag å fylle ut svarslippen sammen med foreldrene og eventuelt krysse av for godkjenning av deltakelse i forskningsprosjektet. Jeg hadde også gitt Per i oppgave å dele inn klassen i grupper a 5-6 elever. Da jeg besøkte klassen i forbindelse med at de gjennomgikk forberedelsesheftet på skolen, var det seks elever som ikke hadde returnert den nødvendig godkjenning. To av de elever som hadde levert, ønsket ikke å delta på intervju. Før bedriftsbesøket var det derfor kun to av de elevgruppene læreren hadde laget, der samtlige hadde gitt sin godkjenning til å delta på alt, også intervjuet. Jeg skulle i mitt studie velge ut én gruppe som skulle dybde-studeres og intervjues. Jeg valgte derfor å filme disse to gruppene. Før økt nummer to på Returkraft, testet jeg lyden, og begge kunne brukes. Jeg valgte bare tilfeldig den ene av disse to gruppene og opplyste dem ved oppstart etter lunsj at de var valgt ut til den gruppen jeg skulle studere nøyere og intervjue. Det var ei ren jentegruppe med disse fem elevene: *Ina, Siw, Rut, Eva* og *Liv.* Videre i denne masteroppgaven har jeg ofte omtalt dem som *dybdegruppa.*

7.2 Valg av metoder til datainnsamling

Dette studiet består både av design av et undervisningsopplegg, observasjon av elevaktiviteten og et intervju av ei elevgruppe. Filmopptak og lydopptak ble benyttet i forbindelse med besøket på Returkraft og intervjuet i etterkant av bedriftsbesøket.

7.2.1 Idéfasen

Valg av metoder og mange av mine ideer til dette studiet, har sin bakgrunn i mine erfaringer fra MathEUS4. Tidlig på nyåret 2014, laget jeg det første utkastet til en idé for dette undervisningsopplegg (vedlegg 13.1). Tidsplan for dagsbesøket på Returkraft, todeling av elevheftene og valg av kompetansemålene fra læreplanen ble gjort. For å få større eierforhold til bedriften og større forståelse av produksjonen, valgte jeg også å ha flere møter med noen av de ansatte på bedriften, og jeg brukte tid på å følge prosessene i kontrollrommet. Underveis har jeg også vært deltaker på flere omvisninger, også for voksne.

7.2.2 Pilotundersøkelse

Elevheftene var stort sett ferdig designet ved skolestart høsten 2014, og jeg følte behov for å prøve dette ut før gjennomføringen med forskningsklassen. I utgangspunktet var en slik pilotundersøkelse ikke planlagt. Derfor valgte jeg ut min egen klasse. Jeg avtalte omvisning ved Returkraft og testet ut undervisningsopplegget på skolen med hefte A og noen dager seinere på bedriften med hefte B. Jeg ønsket å gi Trine Folkman ved Returkraft en anledning til å ta en prøveomvisning av de delene som skulle inngå i mitt undervisningsopplegg. Hun hadde nettopp overtatt som vikar for bedriftspedagog Birgitte Wergeland. Utprøvingen var nyttig, og jeg gjorde noen korrigerer i hefte B og litt endringer på omvisningen (vedlegg 13.10 & 13.11). Det ble også tid til en ny generalprøve i oktober, men nå med en annen klasse ved min skole og to av mine kollega som aktive lærere. Min rolle denne gangen var bare å være til stede uten å gjøre noe. Siste gjennomkjøring var etter min vurdering optimal i forhold til det jeg forventet. Nå var alt klart til *forskningsklassen* og *finaledagene* i november 2014.

7.2.3 Observasjon og notater

Under forberedelses-timen på Timpis ungdomsskole, var jeg til stede og gjorde notater. Før finaledagene, hadde jeg laget et lite notat (vedlegg 13.12) som skulle hjelpe meg under min observasjon på Returkraft. Mine notater var det Bryman (2012, side 450) kaller *"jottet notes"* eller *"scratch notes"*. Jeg gikk rundt blant elevene med en liten notatbok og notere ned stikkord, korte sitater og observasjoner jeg la spesielt merke til. Hvert notat ble knyttet til elevenes referansenummer.

7.2.4 Film og lydopptak

Selv om jeg gjorde notater under gjennomføringen, var det transkribering av elevstemmene og analyse av dem som gav mest informasjon til mitt studie. Jeg valgte å bruke to filmkamera og to digitale lydopptakere under gruppearbeidet før lunsj. Grunnen til det var sikkerhet. Selv om jeg bare skulle bruke ei gruppe til dybdestudie, kunne uforutsette ting skje slik at den ene gruppas opptak ble ubrukelig. Skolestua er fordelt på to rom over to etasjer med ei direkte vindeltrapp mellom rommene. Disse to gruppene som jeg tok opptak av, var plassert i hver sin etasje i tilfelle bakgrunnsstøyen var forskjellig. Før andre arbeidsøkt, lyttet jeg gjennom noe av opptakene og fant ut at begge kunne brukes. Etter lunsj var det derfor kun den ene gruppa med fem jenter som jeg tok opptak av. Film og lyd fra den andre gruppa ble slettet. Under transkribering brukte jeg mest filmopptakene, men av og til var lyden utydelig, og da kunne jeg sjekke med det andre lydopptaket som hadde gått parallelt. Under plenumssamlingene benyttet jeg bare ett filmkamera.

7.2.5 Intervju

Bryman (2012) beskriver ulike former for intervju. Under kvalitative intervjuer beskriver han "semi-structured interview" på denne måten: *"The researcher has a list of questionas or fairly specific topics to be covered, often referred to as an interview guide, but the interviewee has a great deal of leeway in how to reply."* (s. 471) Jeg gjennomførte et semi-strukturert intervju med den samme gruppa som blir filmet under begge øktene på Returkraft. Jeg brukte både film og ekstra lydopptak også under intervjuet på skolen noen dager etter bedrifts-besøket. Hele gruppa ble intervjuet på én gang. Under intervjuet vektla jeg i utgangspunktet det andre forskningsspørsmålet: *Hva er elevenes opplevelser av disse aktivitetene når de skjer på denne bedriften?* Jeg hadde på forhånd utarbeidet en intervjuguide (vedlegg 13.6) med noen hovedspørsmål og noen underspørsmål. Hovedspørsmålene dreide seg om hvordan elevene opplevde å arbeide med matematikk på Returkraft, hvordan de syntes oppgavene var, om samarbeidet fungerte, organiseringen i undervisningsopplegget osv.

Jeg prøvde å følge Kvales kriterier for et suksessfullt intervju (Kvales (1996) sitert i Bryman 2012 side 475). Han lister det opp i 12 punkter som kan forklares med at det er viktig å ha innsikt i emnet og klare mål for intervjuet. En bør stille enkle og korte spørsmål og gi elevene tid til både å tenke og svare. Jeg som stiller spørsmål, bør lytte oppmerksom og vise elevene empati. Jeg bør respondere til det som er viktig og holde styring på hva en skal finne ut. En må være forberedt på utfordringer og legge merke til hva som sies i forhold til det som har vært sagt tidligere. Til slutt blir en minnet om å ikke tillegge dem meninger de ikke har sagt, ikke snakke for mye selv slik at elevene blir passive, og huske på den etiske siden og sikre elevenes anonymitet. Under analysen av film/lyd fra intervjuet, hadde jeg fokus på å finne ut av om elevene hadde opplevd dette som *meningsfylte matematikkoppgaver.*

7.2.6 Elevheftene

Alle elevene fikk to hefter. De brukte penn, linjal og lommeregner. Hvis de gjorde feil, måtte de stryke over tekst/utregninger. På den måten kunne jeg kanskje avdekke hva som hadde skjedd og hvordan de hadde tenkt. Elevheftene ble samlet inn rett etter at elevene har brukt dem.

Elevhefte A (vedlegg 13.16) ble gjennomgått på skolen som forberedelse. Det var på totalt 12 sider, men kun fem av sidene skulle alle elevene gjennomgå. I dette heftet stod det litt informasjon om Returkraft, noe om energi og en liten matematisk start på begrepene uavhengig og avhengig variabel. Det var også noen få oppgaver som skulle løses og en side til felles oppsummering.

Elevhefte B (vedlegg 13.17) ble brukt under bedriftsbesøket. Det var på 28 sider og er delt i to med oppgaver fra tre avdelinger før lunsjpause og én etter. Det var ikke meningen at alle elevene skulle løse alle oppgavene. På slutten av del 1 var det tatt med noen krevende oppgaver for de raskeste og mest begavede elevene. Etter pausen startet elevene felles på side 16 og arbeidet seg videre i heftet. Det var to felles oppsummeringssider som skulle brukes i forbindelse med plenumssamlingene. Også del to sluttet av med noen krevende oppgaver hvis det skulle bli aktuelt. Alle elevheftene, mine skriftlige notater og transkribering av film/lyd fra gruppearbeidene, plenumssamlingene og intervjuet dannet empirien til denne masteroppgaven: *Meningsfylte matematikkoppgaver?*

7.3 Gjennomføring med forskningsklassen

Læreren hadde valgt å dele dem i seks grupper a 4-5 elever på hver gruppe. To grupper var rene guttegrupper, tre grupper var rene jentegrupper og kun ei gruppe var blanding av kjønn. Under intervjuet med den ene elevgruppen jeg valgte til dybdestudiet, kom det frem at de hadde ulikt karakternivå internt i denne gruppa uten at det ble sagt noe mer om det.

Fredag 7. november 2014 besøkte jeg forskningsklassen, hilste på elevene og fortalte hva jeg holdt på med og hva de skulle være med på. Jeg var til stede i en vanlig matematikktimene for å bli litt kjent med dem. Påfølgende mandag gjennomførte de forberedelsesheftet på skolen. Under mitt besøk på skolen den dagen, var det to elever som var fraværende og fortsatt seks elever som ikke hadde returnert den nødvendig godkjenning. To av de elever som hadde levert, ønsket ikke å delta på intervju. Mellom forberedelsesdagen på skolen og bedriftsbesøket var det flere elever som hadde levert den nødvendig godkjenningen til læreren. Til slutt var det kun tre elever, som tilhørte samme gruppe, som hadde "glemt lappen hjemme". Under arbeidsøktene på Returkraft onsdag 12. november, gjorde jeg ikke noen observasjonsnotater fra denne gruppen. Under plenumssamlingene sørget jeg for at elevgruppene ble plassert slik i amfiet at disse tre elevene hele tiden var utenfor kameravinkelen. Etter besøket ble deres elevhefter makulert og ikke brukt i mitt videre arbeid. Disse tre elevene hadde ikke noe muntlig innlegg under fellessamlingene, og derfor var det ikke nødvendig å slette deler av lydopptakene.

Læreren hadde avsatt én skoletime til forberedelsesheftet og undervisningen skjedde i plenum. De leste gjennom hefte side for side og løste oppgavene. Jeg var bare observatør og gjorde mine notater. En time til forberedelse var noe i korteste laget, og de fikk ikke tid til oppsummering. I veiledning til læreren hadde jeg anbefalt 1-2 timer, men Per med Timpis ungdomsskole hadde gitt beskjed på forhånd at han ikke ønsket å bruke mer enn én time på dette.

På Returkraft-dagen fulgte vi stort sett tidsplanen. Først startet Trine Folkman med en felles velkomst i amfiet og delte ut hjelm, vest og headset til hver elev. Headset brukes fordi det er høyt støynivå i produksjonslokalene, og for at elevene skal høre hva hun som guide forteller. Hun gjennomførte første omvisning før elevene gikk til skolestua og arbeidet seg gjennom første del av elevhefte B. Elevene satt gruppevis, tre grupper i 5. og tre i 4. etasje i skolestua. Læreren og hans assistent *"Ulf"* hjalp elevene. Jeg gikk rundt og gjorde mine notater, mens to utvalgte grupper ble filmet. Da det nærmet seg lunsjtid, fikk alle elevene utdelt mat og drikke. Etter en liten pause, samlet klassen seg i amfiet i 1. etasje. Denne økten ble litt kortere enn beregnet, og læreren valgte bort en del av oppgavene på denne oppsummeringssiden. Her filmet jeg elevene, med unntak av de tre som ikke hadde levert godkjenning.

Så var det neste omvisning i renseavdelingen og deretter gikk de tilbake til skolestua til arbeid med del to av elevheftet. Til slutt var det felles oppsummering i amfiet og *"takk for i dag."* Under arbeidsøkten fortsatt jeg med filming av ei elevgruppe, og selv var jeg videre observatør og gjorde notater. Under oppsummeringene valgte jeg kun å filme hele klassen med ett kamera uten ekstra lydopptak. Noen få dager seinere, fredag 17. november, besøkte jeg skolen igjen og intervjuet denne lille elevgruppa med fem jenter.

7.4 Analysestrategier

I analysen har jeg hentet data fra transkriberingen, fra notater og elevenes arbeid i de to elevheftene. Hovedmålet for meg har vært å få svar på mine to forskningsspørsmål, og i den forbindelse har jeg prøvd å lete etter funn fra ulike vinkler, gjennom ulike "briller" som jeg har brukt. Brillene er knyttet til det teoretiske rammeverket i kapittel 3 og litteraturdelen kapittel 5. I kapittel 8 har jeg først og fremst trukket frem funn og analysert dem, uten spesifikt å trekke paralleller til tidligere referanser, mens i drøftingsdelen kapittel 9 har jeg derimot knytte dette opp mot det teoretisk rammeverket og litteraturdelen som har vært beskrevet i kapittel 3 og 5.

7.4.1 Transkribering

Alle filmopptak og lydopptak fra de to arbeidsøktene og et intervju med de fem jentene, ble transkribert. Det samme ble de to plenumsopptakene fra hele klassen. Til sammen var det omtrent tre og halv time med opptak. Jeg har tidligere nevnt hvorfor jeg valgte å bruke både film og lydopptak. Det viste seg underveis i transkriberingen at det var nødvendig noen ganger å spille av begge deler for å kunne høre tydeligere hva som ble sagt. Metoden som ble benyttet er beskrevet i litteraturen (Bryman 2012, s 524, http://seanrintel.com/key1/). Transkriberingskodene ligger i vedlegget (vedlegg 13.15). Jeg nummerte linjene. Setningsstruktur og tegnsetning er skrevet slik den ble oppfattet. Siden det totalt var 3,5 timer med opptak, ble alt gjennomgått, og det ble utarbeidet en oversikt der viktige datafunn ble merket (vedlegg 13.23-13.27). Etterpå ble kun disse delene transkribert. Derimot valgte jeg å transkribere stort sett hele elevintervjuet, siden dette er de viktigste data i forbindelse med mitt andre forskningsspørsmål.

7.4.2 Notater

Under besøket på skolen da klassen gjennomgikk forberedelsesheftet, og på de to arbeidsøktene på Returkraft, var jeg til stedet som observatør og gjorde notater. Dette resulterte i ca 3 sider med data (vedlegg 13.13 & 13.14). Jeg hadde på forhånd valgt å bruke koder for hva jeg skulle se etter (vedlegg 13.12). Det var det sosiokulturelle læringsperspektivet, semiotikk, den epistemologiske trekant, matematisk representasjon, inquiry og elevenes opplevelser som var mine stikkord til kodingen. Jeg knyttet også notatene til tidspunkt og sider i elevheftene. Alle elevene ble kodet med referansenummer som siden ble kodet om til nye navn.

7.4.3 Elevhefter

Jeg har etter bedriftsbesøket gjennomgått elevbesvarelsene i heftene med unntak av de tre som jeg ikke fikk godkjenning fra. De ble makulert like etter finaledagene. Jeg har laget oversiktsmatrise (vedlegg 13.20) der jeg kodet med tallet 3 hvis oppgaven var løst helt rett med stor grad av forståelse. De fikk tallkoden 2 hvis den derimot var løst mer omtrentlig med nesten riktig svar. Hvis elevene hadde svart feil og misforstått, fikk de tallet 1. Jeg merket også hvilke oppgaver som ikke var gjort med kode 0. På den måten kunne jeg også se hvor langt de rakk i de to arbeidsøktene. Jeg har også gjennomgått plenumssamlingene og sett hva elevene har skrevet i heftene (vedlegg 13.19, 13.21 & 13.22)

7.4.4 Koding av transkribering

Transkriberingen er hentet fra film/lydopptakene. Da jeg var ferdig med finaledagene, hadde jeg omtrent tre og en halv time med opptak. Arbeidsøktene var fra den lille gruppa på fem elever, og der hadde jeg opptak som i tid varte: 01:07:26 + 00:54:18. Det ble til sammen omtrent to timer. Fra plenumssamlingene var det 00:12:16 + 00:20:02 som blir totalt en halv time. Intervjuet hadde en tidslengde på 00:47:56 eller ca tre kvarter. Totalt ble det ca 7 sider (vedlegg 13.28 & 13.30) med transkribering fra elevgruppas arbeid i skolestua og 2,5 sider (vedlegg 13.29 & 13.31) fra plenumssamlingene. Intervjuet som ble transkribert i sin helhet, ble på hele 8 sider (vedlegg 13.32)

7.4.5 Dataanalyse

Jeg har valgt å stille disse to forskningsspørsmål: *Hvordan jobber elevgrupper med algebra når aktivitetene legges til et energigjenvinningsanlegg? Hva er elevenes opplevelser av disse aktivitetene når de skjer på denne bedriften?* Under analysen var det disse to spørsmålene jeg har prøvd å få svar på. I teori og litteraturdelen, har jeg valgt å nevne en del fra ulike forfattere.

7.5 Etiske betraktninger

Klassen var ikke tilfeldig i den forstand, at samtlige skoler i Agder hadde like stor sjanse til å bli valgt ut. Men valget ble ikke styrt av meg og mitt kjennskap til skoler jeg tidligere har hatt samarbeidet med. At denne skolen var knyttet til Lektor2-ordningen, kan jo peke mot at det er en skole som er interessert i å sette realfag på dagsordenen. Jeg kjenner ikke til hva denne klassen hadde deltatt på innen Lektor2. Det var kun fem elever som jeg skulle bruke som informanter til mitt dybde studie. De var klar over dette, og det kan ha hatt betydning for deres innsats. Under arbeidsøktene kunne jeg ikke observere så store forskjeller på elevgruppene, og oversikten over antall oppgaver som ble besvart i hefte B, viser heller ikke at denne gruppa skilte seg markert ut. Men de kan jo ha jobbet mer seriøst hele tiden siden de visste at de ble filmet.

Det var viktig å beholde anonymiteten til skolen, læreren og elevene. Prosjektet er meldt til Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste AS (vedlegg 13.7), og jeg har fått godkjennelse der (vedlegg 13.8). Jeg har sendt forespørsel og godkjenningsbrev til elever og foresatte om deltakelse i dette forskningsprosjektet (vedlegg 13.3). Der har de blitt orientert om bakgrunn og formål med dette studiet, hva det innebar å delta, hva som skjedde med informasjonen og at det var frivillig å delta. De er også gjort oppmerksom på at selv om de har gitt sin tillatelse, kan de når som helst trekke sitt samtykke uten å oppgi noen grunn. Da vil alle opplysninger om eleven bli makulert på forsvarlig måte. De kunne velge mellom tre nivåer på sitt samtykke: 1. At elevbesvarelsen kunne brukes i forskningsprosjektet. 2. At de ble filmet under bedriftsbesøket og 3. At de var villig til å bli intervjuet etter bedriftsbesøket. Omtrent det samme brevet ble også sendt til lærer, rektor og Returkraft (vedlegg 13.4 & 13.5).

Alle elevene ble tildelt et referansenummer som bestod av en bokstav og et to-sifrert tall. Under utarbeidingen av referansenumrene, prøvde jeg å spre kombinasjonene slik at forvekslinger skulle unngås. Alle elevene fikk et lite plastskilt foran seg, slik at jeg kunne notere ned hvem som sa hva. De brukte de samme referansenumrene på alle de skriftlige elevbesvarelser som ble levert inn. I ettertid ble hvert referansenummer koplet mot et pseudonym, et fiktivt navn på tre bokstaver. Disse navnene stemmer i forhold til kjønnet på elevene. Alt sensitivt materiale og koblingsnøkler blir oppbevart etter avtale med NSD. På den måten har jeg sikret dem stor grad av anonymitet. Selv ikke elevene vet hva de selv heter i min masteroppgave. Navnet på skolen og lærere i masteroppgaven ble også anonymisert. Skolen har fått pseudonymet *Timpis ungdomsskole* og det eneste som er oppgitt, er at den ligger i Agder. Læreren har jeg kalt *Per* og hjelpelæreren *Ulf.* Dette er en vanlig 9. klasse med 27 elever med ulik faglig kompetanse i matematikk. Jeg kjenner ikke til om noen av elevene hadde individuelle opplæringsplaner eller om det var satt inn andre spesielle tiltak i denne klassen. Under forberedelsesdagen var det innom en hjelpelærer i deler av timen uten at jeg kjenner til om det var spesielle grunner for det. På Returkraftdagen var Ulf med som medlærer. Kun navnet på bedriften, guiden og jeg er omtalt med våre korrekte navn.

7.6 Reliabilitet og validitet

"What is it that makes the study believable and Trustworthy?" spør Robson (2002, s. 93). Og svarer: *"In this connection validity and generalizability are central consepts."* Det er nødvendig å kvalitetssikre dette studie for at det i størst mulig grad skal være gyldig og fremstå som troverdig. Derfor bør en vurdere både denne forskningens *reliabilitet* og *validitet*. *Reliabilitet* dreier seg om forskningens pålitelighet. Hvis en gjør tilsvarende undersøkelse flere ganger, vil en da få tilnærmet samme svar? (Svartdal, 2009). Robson forklarer begrepet med *"the consistency or stability of a measeure; for example, if it were to be repeated, would the same result be obtained?"* (Robson 2002, side 93). *Validitet* kan forklares med gyldighet og gir uttrykk for i hvilken grad man ut fra resultatene av et forsøk eller en studie kan trekke gyldige slutninger om det man har satt seg om formål å undersøke. Robson forklarer det slik: *"Validity is concerned with whether the findings are 'really' about what they appear to be about. Generalizability refers to the extent to which the findingo f the enquiry are more generally applicable outside the specifics of the situation studied."* (2002, s. 93) En kan også forklare validitet med holdbarhet og dokumentbarhet (Dahlum, 2014, Svartdal, 2014). Måler en test det den skal måle? En kan skille mellom *en indre, en ytre og økologisk validitet.*

7.6.1 Høy reliabilitet?

For at mitt studie skal ha høy reliabilitet er det viktig at jeg som forsker er grundig, forsiktig og ærlig i mitt studie og dette må også komme frem gjennom forskningsrapporten (Robson, 2002). Det er alltid en fare for at en som observatør kan misforstå, og subjektive syn kan styre mine valg av data og analyse (Cohen et al., 2011). Jeg har derfor prøvd å skille mellom *objektive funn* og vise til elevers skriftlige produkt eller en nøyaktig referering av samtalen gjennom transkriberingsklipp, og *min tolkning* av det som har skjedd. I et slikt kvalitativt studie, vil min rolle kunne ha stor betydning. Mine tidligere erfaringer, mine holdninger og meninger vil fort spille inn på reliabiliteten og utgjøre en trussel for påliteligheten. Siden jeg til vanlig er lærer, så jeg tidlig at dette var den største utfordringen for meg i dette studie. Det er ikke så lett å observere at elever har feiloppfatninger uten å gripe inn. Samtidig ville det gitt et annet resultat som ikke ville vært troverdig. Jeg håper at min refleksjon rundt denne problematikken har minimalisert utfordring. Ved å velge en fremmed klasse og en fremmed lærer, håpet jeg at min nøytralitet ble beholdt. Ledende spørsmål kunne også influere på forskningsresultatet. I mitt semi-strukturerte intervju prøvde jeg å stille så åpne spørsmål som mulig.

7.6.2 Den indre validiteten

Når det gjelder *den indre validitets troverdighet* til dette studie, beskriver litteraturen at ett av tiltakene er å være involvert med utvalget over lengre tid (Robson, 2002). Mitt studie begrenser seg til en times møte med Per på forhånd der jeg informerte ham om opplegget, og han svarte *ja* til å delta. Jeg var også til stede en vanlig matematikktime i klassen for å bli litt kjent med dem, og de kunne få et visst forhold til meg. Så var jeg observatør mens klassen en annen dag gjennomgikk mitt undervisningsopplegg elevhefte A på skolen. Returkraftdagen var jeg sammen med dem fra klokken 09.00 til 13.30, det vil si fire og en halv klokketime. Til slutt hadde jeg kontakt med de fem jentene under intervjuet som varte en snau skoletime på tre kvarter. Selv om dette var svært begrenset, følte jeg likevel at jeg ble litt kjent med dem i denne perioden, og treffpunktene som strakk seg over 4 skoledager fra 7. til 17. november, mener jeg øker den indre validiteten noe, fremfor om jeg kun hadde møtt dem én gang. Men jeg vil likevel påpeke at hvis jeg hadde valgt å være til stede i flere vanlige undervisningstimer før *Algebra på Returkraftskolen* ble gjennomført og kanskje også deltatt på eventuell oppfølgingssekvenser av læreren i ettertid, så hadde det vært en bedre løsning. Hvis en bruker flere metoder for å samle data og sjekke informasjonen opp mot hverandre, er det en nyttig måte for å øke den indre validiteten (Robson, 2002). Jeg valgte å bruke både filmopptak med lyd og eget digital lydopptak i tillegg. Jeg var observatør og noterte under arbeidsøktene. I tillegg til alle disse data, har jeg også elevheftene fra både skolen og Returkraft.

7.6.3 Den ytre validiteten

Med hensyn til den ytre validitets troverdighet, allmenngyldighet og overførbarhet til en generell tilnærming i matematikkundervisningen, så er det kanskje ikke så aktuelt i kvalitative studier. I mitt tilfelle forsket jeg på hvordan elevgruppene jobber med funksjonsbegrepet når konteksten var Returkraft. Et annet emne fra algebra hadde kanskje gitt andre resultater. Jeg har tidligere beskrevet dette som en mikroetnografisk studie med min rolle som observatør. Det empiriske materialet vil være elevheftene, observasjonsnotater og transkripsjonene. Men dette vil likevel være av begrenset verdi. Jeg kan finne ut noe om hvordan denne klassen jobbet med funksjonsproblematikken innen algebra, og spesielt hvordan fem elever løste denne utfordringen. Det er jo et svært begrenset materiale. Når det gjelder å ta i bruk bedrifter som kontekst for opplæring, er dette studie kun knyttet til én bedrift. Og kanskje den ikke er helt sammenliknbar med enhver annen bedrift. Når vi derfor tenker på generalisering av mine funn i forhold til den vanlige matematikkundervisningen, så håper jeg leseren kjenner seg igjen i noe av den problematikken jeg nevner fra mine egne erfaringer med algebra som elev, og mine erfaringer som lærer i undervisningen i ungdomsskolen. I avsnittet 10.2 vil jeg peke på overføringsverdien til den vanlige undervisningen i klasserommet. Jeg vil prøve å gi så detaljert, rik og grundig beskrivelse i de videre kapitler slik at andre kan avgjøre om forskningsresultatene er overførbare til den generelle algebraundervisningen i skolen (Cohen et al., 2011).

7.6.4 Den økologiske validitet

Den tredje gruppen kalles økologisk og angår om undersøkelsen gjennomføres under betingelser som eksperimentet skal si noe om. Jeg har stilt forskningsspørsmålet: *Hvordan jobber elevgrupper med algebra når aktivitetene legges til et energigjenvinningsanlegg?* Og dette foregår nettopp på Returkraft som er et slikt anlegg. Jeg har også valgt funksjonsbegrepet. Utfordringen kommer kanskje når andre ønsker å bruke noen av mine tanker i andre bedrifter med andre emner fra matematikkpensumet. Vil de oppleve det samme og har det overføringsverdi? Er mine resultater allmenngyldige og kan generaliseres? Kanskje det kan være en oppfordring til andre å fortsette her med andre emner, andre bedrifter og andre nivåer i opplæringen. Jeg har tidligere nevnt Anne Vegusdals planlagte forskning rundt fremtidige MathEUS-prosjekt i trekantsamarbeid mellom masterstudenter ved universitetet, skolene og bedrifter. I skrivende stund er hun i gang med sitt forprosjekt, men har spennende vyer hvis hun får anledning til å gå i gang med sitt hovedprosjekt som peker både mot andre bedrifter og en nasjonal / internasjonal modell. Kanskje hennes arbeid kan være en fortsettelse av mitt bidrag med dette studie?

8 Funn og analyse

Mine forskningsspørsmål lyder slik: *Hvordan jobber elevgrupper med algebra når aktivitetene legges til et energigjenvinningsanlegg? Hva er elevenes opplevelser av disse aktivitetene når de skjer på denne bedriften?* For å prøve å få svar på disse spørsmål, har jeg gått gjennom elevheftene, filmopptakene og mine notater, og jeg kommer her til å trekke frem funn som viser hvordan elevene jobber med algebra på denne bedriften. Jeg har samtidig dvelt ved intervjuet der elevenes egne stemmer kommer frem. For å gå i dybden og analysere funnene systematisk, har jeg valgt å se dette gjennom ulike *"briller"*. Disse brillene eller synsvinklene, knytter seg mot det teoretiske rammeverk og litteraturen som jeg har omtalt i tidligere kapitler. Fra dette kapitlet og videre vil besvarelsene på mine to forskningsspørsmål gå hånd i hånd. I det ene øyeblikket vil jeg trekke frem funn fra elevgruppenes arbeid på Returkraft, og i neste øyeblikk nevne hvordan elevene selv beskriver dette. Begge forskningsspørsmålene har være ledestjernene mine i mitt studie for å bekrefte eller avkrefte masteroppgavens sentral spørsmål og tittel: *Meningsfylte matematikkoppgaver?*

8.1 Det sosiokulturelle læringsprinsippet

Når jeg skal betrakte mine data med det sosiokulturelle læringsprinsippets briller, hva finner en da av interessante funn? Jeg har tidligere redegjort for viktigheten av samarbeid og vekstmuligheter for barnet ved mer å se på morgendagens muligheter fremfor hva det kan i dag. Og jeg har også beskrevet hvordan mediering er grunnleggende for høyere psykologiske prosesser (Vygotsky, 1978). I det første forskningsspørsmålet har jeg spesifikt spurt etter *hvordan elevgruppene jobber*, og det vil jeg prøve å gi svar på her gjennom funn og analyser.

8.1.1 Funn og analyse fra mine observasjoner

Den dagen elevene var på Returkraft, jobbet alle med hefte B. I arbeidsøkten før lunsj holder *lyse grønn gruppe* på med en oppgave på side 4. Gruppen som består av *Mia, Ann, Tua, May og Møy,* er usikre på hvordan de skal finne den uavhengige variabelen som korresponderer med 1 950 000 kr. Fra mine observasjonsnotater har jeg notert at Ann har feil på lommeregner. Tua sier: *"Dette må være feil."* Jeg observerer at de hjelper hverandre: *"Må vi ikke ta 1 950 000 delt på 1300?"* Tua spør om symbolet "÷ " er "*delt på*" tegnet.

Hjelp Mathur med å regne ut hva kommunene skal betale eller hvor mye søppel de har levert:

Antall tonn med søppel (uavhengig variabel)	Regningen (avhengig variabel)
7 t	
11 t	
14 t	
	26 000 kr
350 t	
	1 950 000 kr

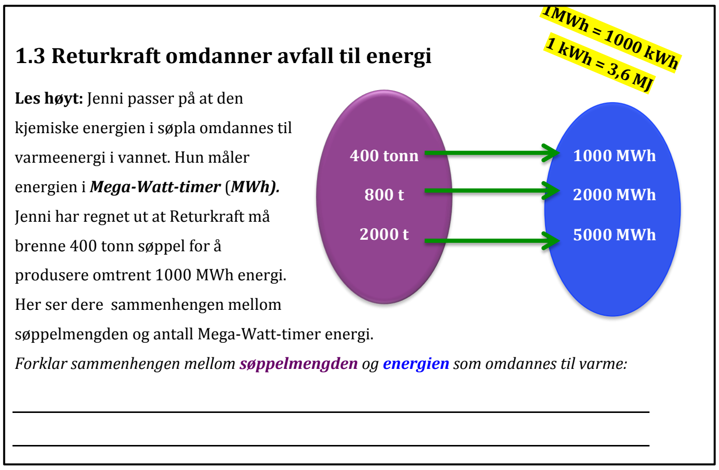
Figur 8.1. Algebra på Returkraftskolen, hefte B side 4

Denne observasjonen viser en viss usikkerhet, men det kan se ut til at det er en *betryggende læringsatmosfære* slik at elevene tør spørre hverandre og hjelpe hverandre for å finne den uavhengige variabelen som korresponderer med en regning på 1 950 000 kr. Tua tør også spørre om divisjonstegnet på lommeregneren.

Rett etter har jeg notert meg fra den samme gruppa, at May spør: *"Hvis vi ganger 0 med 11,1 blir det 0? "* De diskuterer om 0 kg med søppel blir 0 MJ med energi. Ann sier: *"Nå har jeg gjort en feil. Ser at det ikke blir rett."*. Deretter prøver de å få en oversikt over hva symbolene betyr: *M* er *Mega* og *k* står for *kilo* og det er *tusen,* kommer de frem til i fellesskap.

Det er antakelig ikke en selvfølge for elevene at en faktor som multipliseres med 0, gir 0 til produkt. Innen gruppa får de også mulighet til drøfte symbolene *M* og *k* og hva de står for. Vi ser her at elevene er støttende stillaser for hverandre. Og de arbeider innenfor deres proksimale sone for utvikling. De er usikre alene, men sammen forklarer de for hverandre, og det de diskuterer er innenfor det de antakelig har mulighet til å forstå. Jeg antar at 0-problematikken har de lært tidligere på skolen, men likevel er det elever på dette nivået som fortsatt kan være usikkre. Her har de mulighet for å få slik kunnskap mer sikker. Også divisjonstegnet ble nevnt, og jeg antar at de har brukt lommeregnere i lang tid, men så er det likevel enkelte elever som er litt usikre på hva symbolet betyr. Her får de en fin anledning til å spørre sine medelever og få sikrere begreper. Når jeg har gått til disse elevenes besvarelse på denne oppgaven i elevheftene har samtlige skrevet *1500 t* i ruten som korresponderer med *1 950 000 kr,* og det er rett. I tillegg har Tua skrevet *"*$x \cdot 1300$*"* i margen, en begynnende formel for sammenhengen.

Rosa gruppe som består av *Ada, Evy*, *Unn* og *Eli*, strever med å finne sammenhengen mellom søppelmengde og energien som blir omdannet til varme. De holder på med en oppgave på side 6 (figur 8.2). Det kan se ut for meg som begrepet *sammenheng* er krevende for dem. Ada spør: *"Er det ikke det dobbelte opp?"* Eli forslår: *"Det står en formel her."* De leter etter det dobbelte av 400 t som skulle bli 800 MWh og Ada gir uttrykk for at hun ikke skjønner dette. Eli spør igjen: *"Er det ikke en formel her?"* og hun peker på denne gule markering øverst på siden. Ada spør: *"Hva er kWh?"* De har problemer med å forstå oppgaven, og ordet *"sammenheng"* er vanskelig. De leter sammen etter en løsning. Læreren henvender seg til gruppa og sier at de må prøve å finne *sammenhengen* mellom *den fiolette* og *den blå ringen. "Hva må du gange 400 med for å få 1000?"* spør han. Eli svarer at vi må gange med 2,5, for hun hadde tatt 1000/400. Men hun spør igjen om hva er *sammenhengen*? Evy har nå et forslag til løsning for gruppa: *"Det er jo en sammenheng. Du deler 1000/400 for å få 2,5 og det er en sammenhengen:* $t \cdot 2{,}5 = MWh$*."*


1.3 Returkraft omdanner avfall til energi

Les høyt: Jenni passer på at den kjemiske energien i søpla omdannes til varmeenergi i vannet. Hun måler energien i ***Mega-Watt-timer*** **(*MWh*).** Jenni har regnet ut at Returkraft må brenne 400 tonn søppel for å produsere omtrent 1000 MWh energi. Her ser dere sammenhengen mellom søppelmengden og antall Mega-Watt-timer energi.

Forklar sammenhengen mellom ***søppelmengden*** *og* ***energien*** *som omdannes til varme:*

Figur 8.2. Algebra på Returkraftskolen, hefte B side 6

Vi ser her hvordan elevene samarbeider for å finne ut av problemet. Noen leter etter en formel som de kan bruke. Men ordet *sammenheng* er vanskelig å forstå, og det er kanskje grunnen til at de ikke vet hva de skal gjøre. I denne sekvenser ser vi at læreren går inn som veileder og peker på at de skal finne en sammenheng mellom den fiolette og blå ringen og gir dem et tips når han stiller dette spørsmålet: *"Hva må du gange 400 med for å få 1000?"* Det virker som dette hintet hjelper dem videre. For nå sier Eli at hun har prøvd å dividere den avhengige variabelen 1000 MWh på 400 tonn og fått et svar. Men det kan se ut som hun ikke forstår hva svaret egentlig betyr. Men Evy har antakelig forstått noe mer, for det jo hun som kommer med en løsning.

I den *orange gruppen* som består av *Bia, Odd, Tom, Xia* og *Isa*, kan det se ut til også å være en del usikkerhet. De har klart å svare på sammenhengen mellom uavhengig og avhengig variabel side 6 som elevene over strevde med. Samtlige fem har skrevet i sine elevhefter: "*Du ganger den uavhengige variabelen med 2,5 for å få den avhengige variabelen."*

Nå skal du finne en gjennomsnittlig k-verdi. Se i driftsrapporten under. I hele 2013 ble det produsert 340 840 MWh energi, samtidig som det ble puttet inn 133 597 tonn søppel i ovnen.

Driftsrapport — Returkraft

Desember 2013 = Årsrapport 2013

		Desember		Hittil i år			Hele
		2013		2012	2013		2013
		Faktisk	Budsjett	Faktisk	Faktisk	Budsjett	Budsjett
Produksjon							
Avfall til anlegg	Tonn	10 813	12 196	132 496	138 620	131 490	131 490
Brensel til ovn	Tonn	12 316	12 196	129 747	133 597	131 490	131 490
Brensel til ovn	Tonn/h	16,6	16,9	15,7	16,1	16,4	16,4
Produksjon kjel	MWh	32 789	31 032	324 176	340 840	344 358	344 358
Produksjon kjel	MW	44,3	43,0	39,2	41,0	43,0	43,0
Brennverdi	MJ/Kg	11,5	11,0	10,8	11,1	11,0	11,0

Hvor mye energi får de ut av 1 tonn søppel? Vis hvordan du tenker, men utregningen kan du ta på lommeregneren.

Figur 8.3. Algebra på Returkraftskolen, hefte B side 8

Figur 8.3 er det eksempel på en oppgave der elevene skal finne ut av hvor mye energi Returkraft får ut av ett tonn med søppel. De skal hente ut opplysningene fra driftsrapporten. Jeg har notert under mine observasjoner at Isa foreslår at de skal ta det største delt på det minste, mens Xia heller foreslår: *"Deler begge på seg selv."* Hun forteller at hun har prøvd å ta 133 597: 133 597 og 340840: 340 840 og fikk 1 til svar. Odd sier: *"Jeg tok minus og da finner jeg forholdet."* Isa foreslår med forsiktig stemme: *"340840 : 133597 = 2,55."* Men de andre i gruppa hører ikke etter. Nå foreslår Xia: *"De skal ganges."* Tom spør om hva *k*-verdien er. Odd har tydeligvis problemer med begrepet *forhold* og blandet med begrepet *forskjell,* derfor holder han lenge på at de måtte bruke *minus* for å finne forholdet. Matematikken blir etterhvert klarere for gruppa. De diskuterer begrepene *forhold* og *sammenheng,* og de mener at det ikke er det samme.

Her legger vi merke til at det er mye forvirring. Hvordan skal de finne denne sammenhengen? Forslagene fra gruppa er *"den største delt på den minste"* , *"dele begge to på seg selv"* og Odd foreslår å bruke regnearten *subtraksjon* for å finne forholdet. Isa foreslår en brukbar løsning, men hun er kanskje en svak elevstemme i gruppa som ikke når gjennom til de andre. Når jeg ser etter i elevheftene, har alle fem skrevet: *340 840 : 133 597* $\approx$ *2,6.* Xia, Isa og Tom har valgt å skrive ned svaret med sju desimaler før avrunding. De to andre har kun svart *2,6.* Deres skriftlige notat underbygger også det som blir sagt. Xia har skrevet opp *133 597 : 133 597* og fått 1 til svar! Og flere har skrevet: *2,6 MWh - 1 tonn.* Det kan se ut til at de nå har fått en viss forståelse, og det er noe de kollektivt har kommet frem til. Selv om hver enkelt kanskje med unntak av Isa, har en viss grad av usikker kunnskap og forståelse, klarer de liksom sammen å komme frem til en rett løsning og tankegang.

Milleur bruker fortsatt den samme formelen for å finne sammenhengen mellom x og y:

$$y = k * x$$

Hun setter opp utregningen på denne måten:

$$4\,000 = k * 130\,000$$

$$\frac{4000}{130\,000} = \frac{k * \cancel{130\,000}}{\cancel{130\,000}}$$

$$0{,}03 = k$$

Se på utregningen til Milleur. Diskuter i gruppa hvordan hun har regnet ut k-verdien.

Figur 8.4. Algebra på Returkraftskolen, hefte B side 17

Etter lunsj har jeg også notert noen observasjoner fra gruppene som viser hva som skjer i samspillet internt i gruppene. På side 17 i heftet arbeider de med søppel og giftstoffene (figur 8.4). Her møter de en helt annen *k*-verdi enn tidligere på dagen. Hvorfor blir den så liten? Jeg har notert at Eli kaller det en likning: *"Finner ut hva x og y er?"* Evy sier: *"Så lite og så stort tall."* Unn i denne *rosa gruppe* har en forklaring. Hun mener at grunnen er at de har delt på et så stort tall, derfor blir svaret så lite.

Her ser vi et eksempel på at gruppa diskuterer og det kan se ut til at Unn har innsikt i problematikken når divisor er mye større enn dividenden. Hun opptrer som støttende stillas for resten av gruppa som kanskje ikke har like stor innsikt. Når denne rosa gruppa har skrevet ned sine svar i elevheftene, har de denne gangen brukt ulike svar som viser hvilken innsikt hver enkelt av dem har (figur 8.5).

Evy: "*K-verdien er så liten fordi hvis du har 4000 Epler og du skal dele det På 130 000 personer så får hver person veldig lite av et eple.*"

Eli: "*Fordi ~~x~~ hvist du deler på noe som er sote eks:* $\frac{300}{1700}$ *= 0,17 så svar blir mindre en~~t~~ en hel. Eks: hvist du har 6 epler til 76 personer mindere en ett helt eple, hver.*"

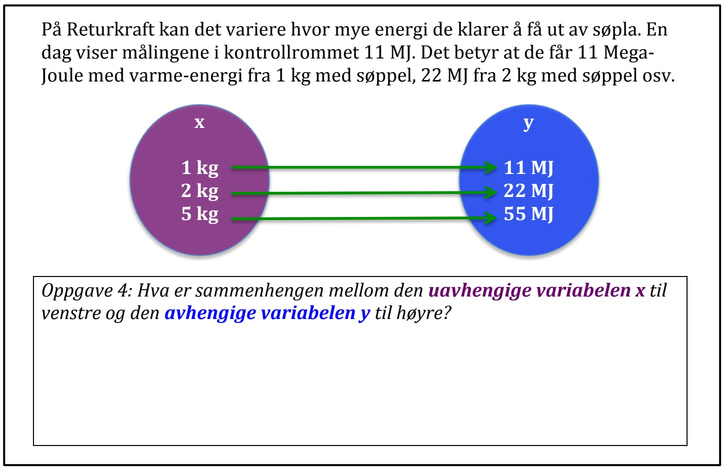
Ada: "*K-verdien er så liten fordi hvis du deler et tall på noe som er større F.EKS : y og x oppe. blir det under 1. fordi x er et mye større tall en y. EKS: 14 epler til 47 personer. ville man fått mindre en et halvt eple hver.*"

Unn: " *Fordi hvis du deler et ~~tall~~ på noe som er større eks 14÷47 blir det jo under 1 fordi 47 er mye høyere enn 14. eks 14 epler til 47 personer. vil man få under et halvt eple hver.*"

Figur 8.5. Rosa gruppes svar på oppgave side 17 i Algebra på Returkraftskolen, hefte B

Vi får et inntrykk av diskusjonen de har hatt. Epler og personer har antakelig vært løftet frem som eksempel i gruppa og noen tall går igjen. Både Ada og Unn bruker 14 epler og 47 personer. Evy har valgt 4000 epler og 130 000 personer som knytter seg mer til oppgaven i heftet. Eli har valgt sitt eget talleksempel. Men det ser likevel ut til at gruppa nå har forståelse av utfordringen med divisjon der kvotienten blir mindre enn 1. Diskusjonen i gruppa fører til en felles forståelse. Det er jo også interessant å legge merke til at de ikke skriver av hverandre, men gir hver sin skriftlig forklaring ut fra diskusjonen.

Under forberedelsen på skolen to dager før besøket på Returkraft, var klassen samlet og elevene satt to og to. I utgangspunkt var timen ledet av læreren. Elevene fulgte med på felles opplesning, og deretter arbeidet de med oppgavene stort sett hver for seg. Jeg observerte ikke denne form for diskusjoner, spørsmål og hjelp til hverandre som vi ser i gruppene på Returkraft. Likevel kan vi spore at enkeltelever får hjelp av sidekameraten. Læreren gikk rundt og hjalp elever som hadde problemer med oppgavene. Jeg har notert at elevene fikk beskjed om å gjøre oppgave 2 og 3. Så observerte jeg at Eli fikk hjelp av læreren, Bia forklarte oppgaven for Unn, og Liv forklarte oppgaven for Jon.


På Returkraft kan det variere hvor mye energi de klarer å få ut av søpla. En dag viser målingene i kontrollrommet 11 MJ. Det betyr at de får 11 Mega-Joule med varme-energi fra 1 kg med søppel, 22 MJ fra 2 kg med søppel osv.

Oppgave 4: Hva er sammenhengen mellom den ***uavhengige variabelen x*** *til venstre og den* ***avhengige variabelen y*** *til høyre?*

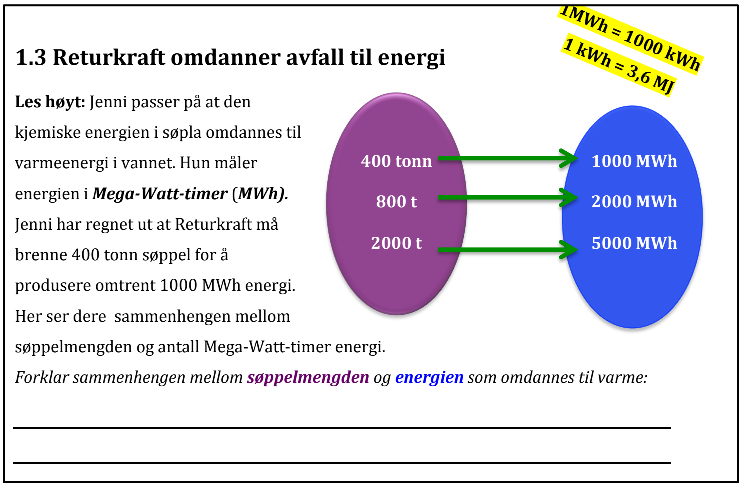
Figur 8.6. Algebra på Returkraftskolen, hefte A side 7

Jeg har også notert fra skolen at lærer Per leste oppgave 4 (figur 8.6), og deretter skulle de jobbe alene. Flere elever kommer ikke i gang med en gang. Eli og Siw måtte ha litt hjelp av læreren. Mine notater viser at jeg har noen enkeltobservasjoner av læreren eller medelever som hjelper. Så også her på skolen ser vi hvordan flinkere elever og læreren kan guide og opptre som støttende stillas for den andre. Men jeg får likevel et inntrykk av at det er forskjell fra observasjonene under gruppearbeidet på Returkraft, der elevene i mye større grad samarbeidet for å komme frem til et svar. På skolen skulle de løse 6 oppgaver alene, og elevbesvarelsene fra dette i hefte A er forskjellig fra resultatene i hefte B, som ble besvart som gruppearbeid på Returkraft. På skolen er det en god del oppgaver som elevene hoppet over eller svarte feil på, og mange svar har jeg kun vurdert til 2 av 3 poeng, fordi besvarelsen ikke er fullgod. Figur 8.14 viser resultatet fra hefte B, og her er det mange oppgaver som jeg har vurdert til 3 poeng.

Jeg oppfatter at disse fire første eksemplene som er nevnt fra mine notater på Returkraft, gir en viss innsikt i *hvordan disse elevgruppene jobbet med algebra når aktivitetene var lagt til denne bedriften.* De overnevnte avsnitt er knyttet til det første forsknings-spørsmålet, og jeg vil videre i kapittel 9 drøfte dette i forhold til det teoretiske rammeverk fra avsnitt 3.1. der noen av ideene fra det sosiokulturelle læringsprinsippet ble tatt opp.

8.1.2 Funn og analyse fra transkripsjonene

Dette som nå er nevnt, er kun knyttet til mine observasjoner og notater. Hva skjer med de fem jenter i min dybdegruppe? Under gruppearbeidet før lunsj, har vi flere eksempler på hvordan de jobber sammen. Gruppa er kommer til oppgave 1.3 øverst side 6 (figur 8.7). Dette var den samme oppgaven som rosa gruppe arbeidet med og som er beskrevet tidligere. Her har vi et utdrag fra transkripsjonen fra samtalen mellom elevene der de diskuterer denne oppgaven:


1.3 Returkraft omdanner avfall til energi

Les høyt: Jenni passer på at den kjemiske energien i søpla omdannes til varmeenergi i vannet. Hun måler energien i ***Mega-Watt-timer*** (***MWh).*** Jenni har regnet ut at Returkraft må brenne 400 tonn søppel for å produsere omtrent 1000 MWh energi. Her ser dere sammenhengen mellom søppelmengden og antall Mega-Watt-timer energi.

Forklar sammenhengen mellom ***søppelmengden*** *og* ***energien*** *som omdannes til varme:*

Figur 8.7. Algebra på Returkraftskolen, hefte B side 6

(102) **Eva:** Vi skal jo finne på en måte (bruker hendene som ei skålvekt) (.)
(103) **Rut:** sammenhengen,
(104) **Eva:** sammenhengen.
(105) **Rut:** Da tar du jo 400 gange x, nei.
(106) **Eva:** Da får du jo –
(107) **Rut:** det er jo 400 gange, nei,
(108) **Rut:** hvis du tar 400 og deler på 2 liksom, så får du det (peker på den blå ellipsen).
(109) **Siw:** Hvis du tar 400 tonn delt på 1000.
(110) **Rut:** Hva finner du da?
(111) **Liv**: Ta omvendt. Ta 1000 delt på 400.
(112) **Rut:** Hva finner du da?
(113) **Liv**: Hvis du tar 1000 delt på 400. Vent litt: Ett tonn er lik 2,5 MWh.
(114) **Eva:** Hæ?
(115) **Liv:** Ett tonn er lik 2,5 MWh.
(116) **Rut:** Hvordan regnet du ut det? Tok du bare -
(117) **Liv:** jeg tok 1000 delt på
(118) **Rut:** delt på 4.
(119) **Liv:** 1 t er lik 2,5 MWh (3.0) (De skriver dette i heftet).

Her strever de også med begrepet *sammenhengen* slik rosa gruppa gjorde. Men vi legger merke til samarbeidet mellom jentene for å finne denne sammenhengen. Skal vi dele 400 på

1000 eller motsatt? Jeg registrerer at de fleste jentene i gruppa er med på diskutere oppgaven og hva de skal svare.

Når jeg ser etter i heftene, har fire av dem skrevet: *"*$x \cdot 2{,}5 =$ *den uavhengige variabelen".* Eva har derimot valgt å skrive " $x \cdot 2{,}5$*"* og forklart at *"x = den uavhengige variabel".* Flere av dem har også brukt bokstaven *U* og *A* under de to ellipsene. Det kan se ut som de prøver å få forståelse for begrepene *uavhengig* og *avhengig* variabel, men jeg får også et visst inntrykk av at disse begrepene fortsatt er uklare for flere av dem. Likevel gir de ikke opp. Jeg oppfatter at dette funnet viser et eksempel på elever som jobber innenfor den proksimale sone for utvikling, som jeg vil drøfte i neste kapittel.

Når de kommer til oppgaven på side 9 (figur 8.8), har de fortsatt usikre begreper, men her skal de forklare hva de fire ulike symbolene betyr.

Forklar hva disse symbolene betyr:

y	
=	
2,6	
x	

Figur 8.8. Algebra på Returkraftskolen, hefte B side 9

(226) **Liv:** Men hva er uavhengig og avhengig? (3.0)
(227) **Eva:** y, er det avhengig eller uavhengig?
(228) **Liv:** y er energi.
(229) **Siw:** y er den uavhengige, den kan variere, og x er liksom (.) den her ser du liksom.
(230) **Eva:** x er den uavhengige, fordi hvis du brenner så mye søppel, så får du så mye energi (viser med hendene).
(231) **Siw:** Ja, så det har ikke noe å si. Den kan variere.
(232) **Eva:** Det er søpla som kan variere (viser igjen med hendene).
(233) **Siw:** Ja, ja (5.0).
(234) **Ina:** Så da er den ikke avhengig.
(235) **Rut:** Er det ikke y er den avhengige?
(236) **Siw**: Jo.

Her strever jentene igjen med begrepene. Hva er *y*? *"Den avhengige eller uavhengige?"* spør Liv, og Eva stiller det samme spørsmålet. Det kan se ut som de er usikre og det er kanskje noe underlig når en sammenlikner med svaret som Eva har skrevet i hefte på den forrige oppgaven som er trukket frem. Hun var der den eneste av disse fem som skrev at *"x = den uavhengige variabel".*

Var likevel ikke begrepet så sikkert? Men når Siw prøver å argumentere for at *y* er den uavhengige variabelen, siden den kan variere, så griper Eva ordet i gruppa og forklarer at det er *søpla* som kan variere. Hun bruker hendene for å vise hva hun mener. Nå opptrer hun som guiden for de andre og prøver å overbevise dem om hva som varierer.

Vi legger merke til at i løpet av denne korte argumentasjonen fra Eva, blir Siw overbevist, og så følger noen av de andre etter. Under diskusjonen kan det se ut til at det er mye forvirring blant dem. Men de velger likevel å diskutere og sammen prøve å komme frem til forståelsen av både begrepene *sammenheng, uavhengig* og *avhengig variabel*. I elevheftene har disse fem jentene skrevet den forklaringen til symbolene (figur 8.9).

y	*Energien du får – avhengig variabel*
=	*er lik (er det samme som)*
2,6	*et varierende tall (K-verdien) / sammenhengen*
x	*søppel – uavhengig variabel*

Figur 8.9. Dybdegruppas felles forklaring av symbolene på side 9 i Algebra på Returkraftskolen, hefte B.

Alle har skrevet omtrent det samme, og som lærer ville jeg gitt dem full uttelling på denne besvarelsen. Under samtalen rett før, rådet det likevel en stor grad av usikkerhet. Som jeg har antydet, virker det som Eva var den første av disse fem som ble overbevist om at siden søpla varierer, så må det være den som kalles *uavhengig variabel*. Dette funnet knytter seg først og fremst til det første forskningsspørsmålet som dreier seg om *hvordan elevgruppene jobbet med algebra på et energigjenvinningsanlegg.*

Men hvordan var elevenes *opplevelser å jobbe* sammen på denne måten i gruppa? Det er jo mer knyttet til det andre forskningsspørsmålet, og da må vi til mitt intervju av disse fem jentene etter bedriftsbesøket for å lete etter svar. Hvordan beskriver de deres opplevelser å jobbe på denne måten innenfor det sosiokulturelle læringsprinsipp? Merket de noe til det? Fra intervjuet legger jeg merke til Livs stemme:

(5) **Liv:** Egentlig var det veldig greit at vi satt i grupper (.) eller (latter) eller veldig, veldig bra liksom (.) og diskutere det, og diskuterer det sammen (.) og løse det sammen, holdt jeg på å si, og hjalp hverandre eller sånn, hvis noen ikke forstod det.

Her beskriver Liv denne diskusjonen som skjer når elevene sitter sammen. *"Egentlig var det veldig greit at vi satt i grupper … og diskuterte … og hjalp hverandre … hvis noen ikke forstod det."* De ser ut til å være en god opplevelse å sitte sammen og hjelpe hverandre. Det oppleves ikke meningsløst eller bortkastet. Jeg får inntrykk av at siden de samarbeider innenfor den proksimale sone, så opplever de det som utviklende. Siw gir her uttrykk for at hvis du er i tvil om noe, så blir du mer sikker når andre har tenkt likt med deg. Da er det sannsynligvis riktig.

(11) **Siw:** Og det er kanskje lettere å jobbe sammen hvis det er noe du er litt i tvil om, så får du det som bevis fra de andre at de også har tenkt sånn, og da er det mer sannsynlig at det er riktig kanskje.

Innen noen av grunnideene fra det sosiokulturelle læringssyn, er det viktig at oppgavene ligger innenfor den proksimale sone for utvikling. Det vil si at de er *"passe vanskelige"*. De skal ikke være så lette at det bare blir øvelse på noe de kan. De skal heller ikke være så vanskelig at de ikke skjønner noe i gruppa og blir frustrert, og selv om de kanskje fikk hjelp av læreren, var det over deres nivå. Men derimot oppfatter jeg at hvis oppgavene er passe utfordrende slik at de klarer det sammen i gruppa eller eventuelt med litt hint fra læreren, så er nivået optimalt. Under intervjuet utfordrer jeg elevene på dette: *"Var oppgavene for lette, passelig eller for vanskelige?"*

(262) **Liv:** Jeg synes det var ganske passelig. Det var ganske passe utfordrende liksom.
(263) **Eva:** Passe til vanskelig, på slutten ble det litt komplisert.
(264) **Siw:** Jeg kan ikke si at jeg hadde klart det like bra hvis jeg ikke hadde snakket med de, jeg hadde ikke skjønt.
(265) **Evert:** Hvis vi skal vurdere oppgavene i forhold til den gruppa dere hadde, (---) hva tenker du om de oppgavene, lette, middels eller for vanskelig?
(266) **Siw:** Jeg synes de var middel til vanskelig.

(267) **Ina:** Jeg synes ikke egentlig de første var så veldig lette heller (latter). Jeg skjønte det jo når vi diskuterte de, men jeg synes også de var passelig, og så ble det vanskeligere etter hvert.

Svarene varierer fra *passelig* til *utfordrende.* Jeg legger merke til at Siw sier: *"Jeg kan ikke si at jeg hadde klart det like bra hvis jeg ikke hadde snakket med de, jeg hadde ikke skjønt."* Hun hadde ikke klart det uten de andre medelevene. Oppgavene var utfordrende for dem, men ved hjelp av hverandre klarer de å få det til. Ina sier noe av det samme: *"Jeg synes ikke egentlig de første var så veldig lette heller (latter). Jeg skjønte det jo når vi diskuterte de, men jeg synes også de var passelig, og så ble det vanskeligere etter hvert."*

I intervjuet blir elevene spurt om forskjell på oppgavene på Returkraft i forhold til de vanlige matematikkoppgavene i læreboka.

(291) **Ina:** Jeg er ikke helt sikker, men jeg synes i grunnboka er det veldig variert. Ok, noen er skikkelig lette og da er det kjedelig og andre, det hjelper ikke å forstå det en gang. Jeg greier ikke å skjønne det engang. Men jeg synes i heftet liksom, det kan gått hende det at vi samarbeide da, eller at vi diskuterer og sånn, at det ble letter, men det var sånn passelig, sånn at jeg greide det liksom akkurat på en måte.

Jeg legger her merke til at Ina sier at når hun jobber med oppgaver fra matematikkboka på skolen, så var det kjedelig hvis de var for lette. Det betyr kanskje at de ikke er innenfor hennes proksimale sone for utvikling, men hører hjemme på nivået som hun behersker alene. Det oppleves kjedelig å jobbe med det en alt kan. Men noen ganger er det selvfølgelig nødvendig å trene på noe en kan, for å oppøve sikkerhet og hurtighet, og da må elevene ofte gjøre det samme om og om igjen. Da er ikke hensikten å lære noe nytt.

Andre ganger er oppgavene på skolen alt for vanskelig, sier Ina. Det betyr kanskje at de er på et nivå som ligger utenfor det eleven kan klare å løse på nåværende tidspunkt. Det som tidligere er omtalt som nivået utenfor den proksimale sone for utvikling. Men her i heftet, *Algebra på Returkraftskolen,* beskriver hun oppgavene som *"sånn passelige",* sånn at hun greide de liksom akkurat på en måte.

Bruk formelen f(x) = 0.03x og finn x eller y. Fyll inn i denne tabellen:

x			40 000					120 000
y	0	300				2700		

Figur 8.10. Algebra på Returkraftskolen, hefte B side 18

Etter lunsj er det fortsatt et godt samarbeid mellom elevene i min dybdegruppe. Nå er oppgavene mer krevende, og det gir større utfordringer for dem. De holder på med denne oppgaven til venstre som er fra side 18 i elevheftet. Her har de fått formelen $f(x) = 0{,}03x$ og de skal fylle inn noen *x*- og *y*- verdier i tabellen som kan passe i forhold til funksjonsuttrykket.

(53) **Eva**: For å finne y-en så må du ta 0,03 gange x.
(54) **Siw**: Ja.
(55) **Eva**: For å finne x-en må du ta 0,03 delt på y.
(56) **Siw:** Hva gjør vi når begge to er tomme?
---
(60) **Rut:** Jeg skjønner ingen ting av dette.
(61) **Eva:** Da tar vi 0,03 delt på 300.
(62) **Rut**: Hvorfor det?
(63) **Eva:** For å finne y.
(64) **Rut:** Du skulle jo bruke det.
(65) (Siw og Eva forklarer det for Rut)

(66) **Rut:** y var f-en.
(67) **Liv:** Hvis dere ikke husker det: Den blå er y-en, på en måte, og den lilla er alltid søppel på en måte hvis du tenker.
(68) **Rut:** Og du skal finne ut hva x-en er.
(69) **Siw:** Ja.
(70) **Rut:** Og dere har regnet ut at dere må dele, hvordan vet dere det?
(71) **Eva**: Det motsatte av ganging er jo deling.
(72) **Rut:** Det er jo mye bedre å skrive opp som et algebra da er du helt sikkert.

Vi ser her hvordan Rut strever med å forstå hvorfor vi skal ta *0,03* delt på *300.* Hun sier rett ut: *"Jeg skjønner ingen ting av dette."* Filmen viser at både Siw og Eva gjør et forsøk på å forklare dette for Rut. Liv prøver å henvise til de to fargede ellipsene som har vært brukt tidligere: *" Hvis dere ikke husker det: Den blå er y-en, på en måte, og den lilla er alltid søppel på en måte hvis du tenker."* Men Rut har fortsatt problemer og spør: *"Og dere har regnet ut at dere må dele, hvordan vet dere det?"* Det er interessent å legge merke til hvordan elevene hjelper hverandre når én av dem har problemer med å forstå.

Her ser vi også hvordan de jobber i elevgruppa, og det er data til mitt første spørsmål som nettopp dreide seg om dette. En elev kommer med et forslag til løsning: *"For å finne y-en, må du ta 0,03 gange x."* Dette blir bekreftet av en annen elev i gruppa. Og den første fortsetter med den andre muligheten når du har *x* og skal finne *y*: *"For å finne x-en må du ta 0,03 delt på y."* Men gruppa får virkelig en utfordring når Rut ikke skjønner noen ting av det som blir foreslått. Da går de i gang for å hjelpe henne videre. Var denne oppgaven på et nivå som Rut ikke kunne nå, selv med hjelp fra sine medelever i gruppa? Hvordan følte Rut det når hun møtte matematiske utfordringer på Returkraft? Hva var hennes opplevelser av disse matematiske aktivitetene på bedriften? Under intervjuet stilte jeg noen spørsmål direkte til henne.

(301) **Rut:** Jeg synes dette emne var vanskelig liksom, i forhold til det jeg pleier og egentlig syns om sånn vanlige ting da, så syns jeg dette var vanskeligere.
(302) **Evert:** Dette emnet var vanskeligere enn det du har i boka?
(303) **Rut:** Ja, jeg synes det er liksom sånn.
(304) **Evert:** Synes du matte er lett?
(305) **Rut:** Ja.
(306) **Evert:** Så var det litt utfordrende likevel?
(307) **Rut:** Ja, jeg syns.
(308) **Eva:** Det er nok mer vanskelig er vi er vant med eller en annen type.
(309) **Rut:** Litt mer avansert med alle de bokstavene, selv om jeg synes algebra går greit så lenge du tar sånn.
(310) **Eva:** Finn x.
(311) **Rut:** Ja finn x-en , hva x-en er. Men jeg synes dette var litt mer avansert når du skulle ta det inn i en (.) nei jeg vet ikke (latter), jo finne ut den dere sammenhengen eller jeg skjønte ikke helt hva det betydde.
(312) **Evert:** Men så klarte du det likevel?
(313) **Rut:** Ja til tider, ja, jo, jo, ja.
(314) **Evert:** Er ikke det litt gøy?
(315) **Rut:** Jo det er jo det (smiler).
(316) **Evert:** Du sier at dette er avansert, så får du det til allikevel.

Rut mener selv at hun klarer seg greit i matematikk. Det går greit når hun jobber i læreboka på skolen, men på Returkraft ble det større utfordringer. I matematikktimene i algebra er hun vant til å skulle finne ut hva *x* er. Men her var det mange andre kompliserte spørsmål, blant annet om *sammenhengen.* Men når jeg utfordrer henne med spørsmålet: *"Men så klarte du det likevel?"* og hun svarer: *"Ja til tider, ja, jo, jo, ja."* og kanskje trigger hennes følelser med spørsmålet: *"Er ikke det litt gøy?"* Så kommer det frem et smil: *"Jo det er jo det."* Jeg oppfatter at hun ikke er vant til å jobbe på denne måten i matematikk. Jeg vil komme tilbake til denne eleven under drøftingen i det neste kapittel. Til slutt bekrefter samtlige fem jenter at de liker å jobbe på denne måten.

Innenfor noen av ideene til det sosiokulturelle læringssynet er det viktig med hjelp av en flinkere medelev eller lærer. Jeg har tidligere gitt flere eksempler på hvordan de hjalp hverandre, og i avsnittet fra mine observasjoner fra de andre gruppene, gav jeg også et eksempel der læreren kommer inn med litt hjelp til elevene. Men hvordan opplevde elevene denne situasjonen når de måtte løse matematikkoppgaver sammen i ei gruppe i forhold til å sitte alene i klasserommet med oppgavene? Kunne de lært mer av å sitte alene? Samtlige fem elever i gruppa svarer umiddelbart *"nei"* på det spørsmålet. Men hva sier de når de blir spurt om å gi eksempler på samarbeid?

(334) **Rut:** Jeg ble forklart det der´ f og parentesen fordi at de -
(335) **Evert:** f av x
(336) **Siw:** Den her skjønte jeg ikke.
(337) **Rut:** Du skulle først forklare den til meg.
(338) **Siw:** Så fant jeg ut at jeg hadde tatt heilt feil.
(339) **Evert:** Hva var det de forklarte for deg?
(340) **Siw:** Det var den her siden som jeg ikke skjønte så mye av. Men det var bare noe som ikke stemte, følte jeg. Når jeg begynte å skrive, så kunne de bare ta noen tall og det skjønte jeg ikke hvorfor.
(341) **Rut:** Ja det var den jeg heller ikke skjønte.
(342) **Siw:** Hvorfor kan du bare ta noen tall. Må de ikke henge sammen?
(343) **Evert:** Hvem forklarte det for deg?
(344) **Siw:** Eva.

Siw forteller at hun skulle forklare Rut hva *f(x)* betydde, men når hun skulle sette ord på sin forståelse, fant hun ut at hun ikke egentlig forstod det. Men så kommer Eva til og forklarer det for flere av dem. Her har vi et eksempel på hvordan Siw skal mediere sin egen oppfatning av dette symbolet, og når hun hører sin egen stemme, skjønner hun at det ikke kan være riktig. Men Eva kan på en bedre måte meddele sin oppfatning til de andre. Her er det tydelige at viktige læringsprosesser har skjedd på Returkraft. Jeg vil i neste kapittel drøfte hvordan vi kan sammenlikne disse funn med teorien.

Jeg har i teoridelen nevnt at det er ikke lett å oppdage abstrakte kunnskaper på egen hånd, men gjennom diskurser, analyser og beskrivelser kan barnet få innsikt i dette. Jeg har ovenfor gitt eksempler på at elevene i gruppene har gjort dette, når de har strevd med funksjonsbegrepet. Jeg har beskrevet hvordan elevene har både diskutert og analysert tallene for å forstå begrepet *sammenheng.* De har prøv å komme frem til løsning. Jeg oppfatter at disse eksemplene kan være med på å gi svar på mitt første forskningsspørsmål: *Hvordan jobber elevgrupper med algebra når aktivitetene legges til et energigjenvinningsanlegg?* Og jeg vil i kapittel 9 og 10 drøfte og konkludere om disse funn beskriver *meningsfylte matematikkaktiviteter* eller ikke.

Men lærte elevene noe av disse matematikkaktivitetene på Returkraft? Jeg hadde prøvd å designe oppgaver og lagt opp til matematiske aktivitetsøkter som skulle berøre noen av grunnideene i det sosiokulturelle læringsprinsippet. En kan vel neppe kalle matematikksaktiviteter meningsfylte, hvis det ikke skjer noen læring. En viktig hensikt med *Algebra på Returkraftskolen* var jo at elevene skulle sitte igjen med *en begynnende forståelse av funksjonsbegrepet.*

Under oppsummeringen i elevheftet skulle elevene skrive *hva de hadde lært om funksjoner.* Da er det kun 3 elever som ikke har svart eller gir uttrykk for at de ikke har lært noe. Blant de andre elevsvarene er det det noe ulikt, men mange nevner *"sammenhengen mellom uavhengig og avhengig variabel."* På spørsmålet *hva en kan bruke funksjoner til,* er det 11 som ikke har svart eller gitt et svar som ikke er så meningsfylt. Blant de andre elevsvarene, er det mange som nevner at en kan bruke funksjoner *"til å finne sammenhenger".*

Under intervjuet valgte jeg å undersøke hva slags innsikt elevene hadde fått av dette begrepet. Jeg stilte et spørsmål til dem om de kort kunne forklare hva *funksjoner* er.

(412) **Siw:** Sammenhengen mellom to tall.
….
(417) **Eva:** Jeg trodde det var mye mer komplisert.
(418) **Rut:** …Å ja, sammenhengen mellom to tall er jo bare å ta det delt på det liksom, så finner du sammenhengen.
(419) **Liv:** Funksjoner, sammenhengen mellom to tall til som overskrift.
(420) **Siw**: Er det alt liksom?
(421) **….**
(422) **Siw:** Å ja, nå skjønte jeg det faktisk.
(423) **Rut:** Hvorfor sa du ikke det før?

Disse elevene har gjennom mye strev kommet frem til at når de nå møter funksjonsbegrepet, så tenker de på en bestemt sammenheng mellom to tall. Tidligere har Rut sagt at hun likte algebra bedre når hun bare skulle finne en *x*. Da var det lett. Men når hun nå skulle finne *"den dere sammenhengen"* så skjønte hun ikke hva det var. Men så viser den lille samtalen over at flere av dem gir uttrykk for at nå har de begynt å få grepet på dette.

En kan få inntrykk av at de også under intervjuet kom til større forståelse. *"Å ja, nå skjønte jeg det faktisk"* og *"Hvorfor sa du ikke det før?"* Dette viser hvor viktig det er å samtale med elevene om det de har jobbet med. I mitt opplegg hadde jeg lagt opp til to plenumssamler etter de to undervisningsøktene. Dette som elevene her sier til meg under intervjuet, burde kanskje ha kommet frem under disse oppsummeringene på Returkraft. Men siden jeg i mitt studie har valgt bort å fokusere på lærerrollen, er det ikke hensiktsmessig å bruke tid på analyse og drøftinger av dette.

Jeg har i dette kapitlet prøvd å lete etter funn og analysert dem i forhold til noen av grunnideene i det sosiokulturelle læringsprinsippet. Jeg har trukket frem mange eksempler på kommunikasjonen i elevgruppene, samarbeid og elevaktiviteter innenfor deres proksimale sone for utvikling, og jeg vil komme tilbake til dette under drøftingsdelen og relatere dette til det teoretiske rammeverk og litteratur som er nevnt tidligere i kapittel 3 og 5. Jeg har prøvd å få frem *hvordan elevgruppene jobber* og *elevenes opplevelser av disse aktivitetene*. Jeg har valgt å samle det i beskrivelsen: *En samhandlende læringskultur* som også er overskriften til drøftingen av dette i kapittel 9. I neste avsnitt vil jeg gå over til å vise til funn og analyse innenfor det som jeg vil beskrive som en *"conjecturing atmosphere".*

8.2 Inquiry

Jeg har i teoridelen avsnitt 3.4 nevnt at inquiry kan betraktes fra flere sider. Her vil jeg trekke frem noen funn og analysere dem i forhold til dette inquiry-begrepet. Det er også de samme delene av forskningsspørsmålene: *hvordan elevgruppene jobber* og *elevenes opplevelser av disse aktivitetene,* som jeg fortsatt har fokus på. I drøftingskapitlet har jeg valgt å trekke trådene fra det som er nevnt her i avsnitt 8.2, til teorien som tidligere er beskrevet, og jeg har valgt å beskrive mine funn av en *conjecturing atmosphere* eller *en undrende atmosfære.*

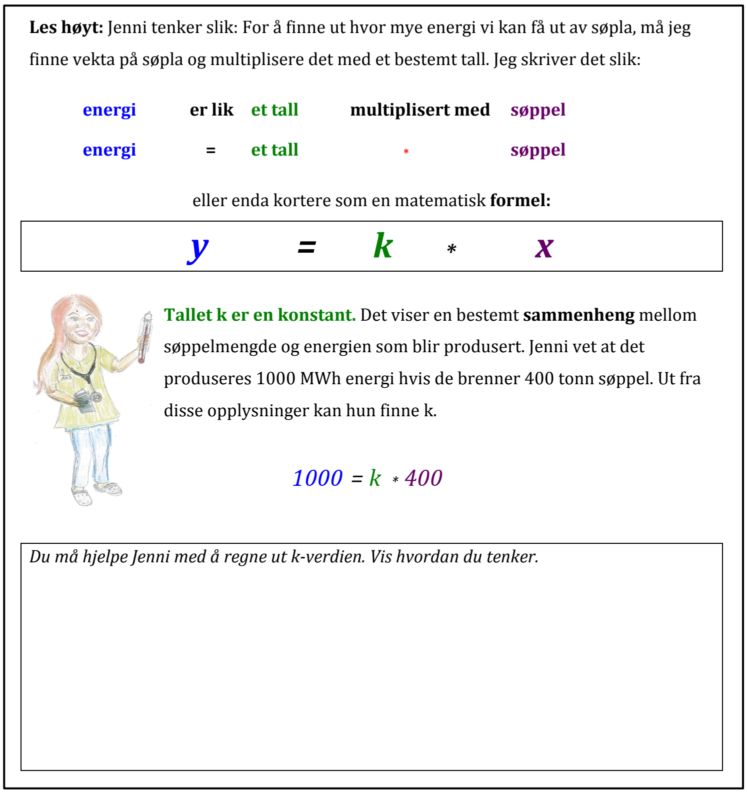
8.2.1 De seks nøkkelelementene i inquiry

Hvis en tar på seg inquiry-brillene, hva leter vi da etter? Jeg har i teoridelen avsnitt 3.5 nevnt disse seks nøkkel-elementene: *spørre, undersøke, skape, diskutere, reflektere* og *undre,* som kan være kjennetegn på inquiry. *Hvordan jobbet elevene med elevheftet B på Returkraft?*

Jeg har allerede nevnt under den forrige vinklingen, at det var veldig *diskusjon* rundt begrepene uavhengig variabel, avhengig variabel og sammenhengen. Men disse *diskusjonene* resulterer i *refleksjoner* rundt begrepene. Vi ser at det stilles mange *spørsmål* internt i gruppa og av og til også til de voksne pedagogene som er til stede.

(1) **Liv:** Vi skriver x gange 1300 er lik hvor mye du må betale. Så kan vi skrive sammenhengen (utydelig).

Liv har *skapt* seg formelen *"x gange 1300"*. Jeg oppfatter at de prøver gjennom *diskusjon* og *refleksjon* å *skape* seg en forståelse av disse begrepene. Med de forrige brillene, fant vi flere eksempler på hvordan elevene samarbeidet innenfor det sosiokulturelle læringsprinsippet. Her ser vi på hvordan dette samarbeidet skjer. Jeg har tidligere redegjort for i hvilken grad jeg har prøvd å designe inquiry-inspirerte oppgaver, og vi vil her lete etter funn og analysere om de kan knyttes til de nevnte seks nøkkelelementene: *spørre, undersøke, skape, diskutere, reflektere* og *undre.* Vi skal ta et nytt dybdedykk i vår lille jentegruppe. De holder nå på med en oppgave på side 7 i heftet (figur 8.11).


Les høyt: Jenni tenker slik: For å finne ut hvor mye energi vi kan få ut av søpla, må jeg finne vekta på søpla og multiplisere det med et bestemt tall. Jeg skriver det slik:

energi	**er lik**	**et tall**	**multiplisert med**	**søppel**
energi	=	**et tall**	·	**søppel**

eller enda kortere som en matematisk **formel:**

$$y = k * x$$

Tallet k er en konstant. Det viser en bestemt **sammenheng** mellom søppelmengde og energien som blir produsert. Jenni vet at det produseres 1000 MWh energi hvis de brenner 400 tonn søppel. Ut fra disse opplysninger kan hun finne k.

$$1000 = k * 400$$

Du må hjelpe Jenni med å regne ut k-verdien. Vis hvordan du tenker.

Figur 8.11. Algebra på Returkraftskolen, hefte B side 7

(157) **Liv:** Altså x gange søppel?
(158) **Siw**: Men den er jo inni den.
(159) **Ina:** Er det sånn at MWh er lik x gange …
(160) **Liv:** kunne de ikke skrive s?
(161) **Ina:** = svaret?
(162) **Liv**: Tallet k er en konsonant. Det viser en bestemt …(utydelig og svakt) (5.0).
(163) **Ina:** Hva er k?
(164) **Rut:** K er en konsonant?
(165) **Liv:** Skal vi ta 1000 delt på 400 så får vi det? (.) 2,5.
(166) **Rut:** Jenni vet at det produseres (.) energi … Er det ikke den da …
(167) **Liv:** det er bare å ta 1000 delt på 400 så får du 2,5. Er det ikke det?
(168) **Rut:** Jo, men du skulle jo finne ut hva den dere …
(169) **Eva:** 1000 er lik k gange 400.

Etter at teksten er lest, spør Liv: *"Altså x gange søppel?"* Ina: *"Er det sånn at MWh er lik x gange-?"*. Liv stiller igjen følgende spørsmål: *"Kunne de ikke skrive s?"* Og rett etter spør Ina: *"Hva er k?"*

Vi legger merke til at det blir stilt *mange spørsmål* i gruppa. De går også til teksten for *å undersøke* hva det stod skrevet. Liv leser: *"Tallet k er en konstant."* Og Rut leser også fra heftet: *"Jenni vet at det produseres energi.*" Vi kan kanskje karakterisere det som et *undrende* lærings-miljø. De undrer seg sammen ved å stille hverandre *spørsmål* til det de jobber med. De går også til teksten og *undersøker* der om de kan finne svar på problemet. De skal i heftene sine svar på utfordringen: *"Du må hjelpe Jenni med å regne ut k-verdien. Vis hvordan du tenker."* De kommer med flere forslag, og de *reflekterer* over k-verdien. Det kommer forslag om at den er 2,5. Men de skal jo også svare på hvordan de tenker for å regne den ut.

(179) **Eva:** Det er jo bare å ta vanlig ligning.
(180) **Rut:** Det er jo bare å ta tusen delt på 4 …
(181) **Eva:** = 400 (.).
(182) **Liv:** <u>What?</u>
(183) **Rut:** Å ja, men du kan bare ta …
(184) **Siw:** det er jo bare vanlig ligning, du må få vekk …
(185) **Liv:** 1000.
(186) **Siw:** K-en skal stå alene.
(187) **Liv:** 1000 delt på 400 er lik? (.)
(188) **Rut:** 1000 er lik k gange 400, og så må du ta og dele på k da eller dele på 400?
(189) **Liv:** 2,5 er lik k, sånn da (5.0).
(190) **Rut:** K er lik 1000 delt på 400.
(191) **Ina:** Så skal vi bare dele det da: 1000 delt på 400?
(192) **Rut:** Ja, da får du svaret.

De *diskuterer* ulike forslag som blir satt fram. Rut sier: *"Det er bare å ta tusen delt på 4"*. Siw vil løse det som en vanlig ligning. Rut er den som er ganske sikker og bekrefter Ina som spør om vi bare skal dele 1000 på 400. *"Ja, da får du svaret,"* sier Rut.

Det som er nevnt over, kan knyttes til svar på mitt første forskningsspørsmål: *Hvordan jobber elevgrupper med algebra når aktivitetene legges til et energigjenvinningsanlegg?* Her oppfatter jeg det er en læringsatmosfære der flere av de seks nøkkelelementene som kan være kjennetegn på inquiry-væremåten, går igjen blant elevene. I teoridelen har jeg beskrevet at inquiry kan betraktes fra flere sider: Inquiry-inspirerte matematikkoppgaver, inquiry som verktøy i undervisningen og inquiry som en væremåte.

I avsnitt 6.5 har jeg også problematisert mitt dilemma da jeg designet dette undervisningsopplegget. Fra den ene siden ønsket jeg at matematikkoppgavene skulle bære preg av inquiry som kunne engasjere elevene, utfordre dem til å stille spørsmål, få dem til å undring seg, utforske og undersøke for å finne svar og være åpne og gi muligheter for flere løsninger.

Fra den andre siden kunne det bli en krevende situasjon for en lærer som var ukjent med inquiry-tankegangen, og opplevelsen blant elevene kunne fort bli preget av usikkerhet og frustrasjon. Og en slik læringssituasjon ville neppe bygge opp om *"conjecturing atmosphere"* som tidligere er omtalt. Derfor valgte jeg den gylne middel, da jeg designet oppgavene i undervisningsopplegget *Algebra på Returkraftskolen*.

8.2.2 Utfordringene med inquiry-inspirert oppgave

Som antydet i forrige avsnitt, måtte jeg kanskje være litt mer tilbakeholden i forhold til det jeg helst ville. Likevel valgte jeg å utfordre disse elevene og være litt radikal med design av enkelte oppgaver. Jeg oppfatter at tegneoppgaven side 17 (figur 8.12a) var en noe mer åpen inquiry-inspirert oppgave som kunne skape *diskusjon, refleksjon, undring, spørsmål* osv. Det fins neppe en riktig fremgangsmåte og oppgaven har heller ikke ett rett svar. Det er helt åpent hvordan de bør tenke, og figuren som skal illustrere 4000 tonn farlige stoffer i riktig målestokk kan ha ulike former. Jeg velger å dvele litt ved denne oppgaven og se hva gruppene har svart.

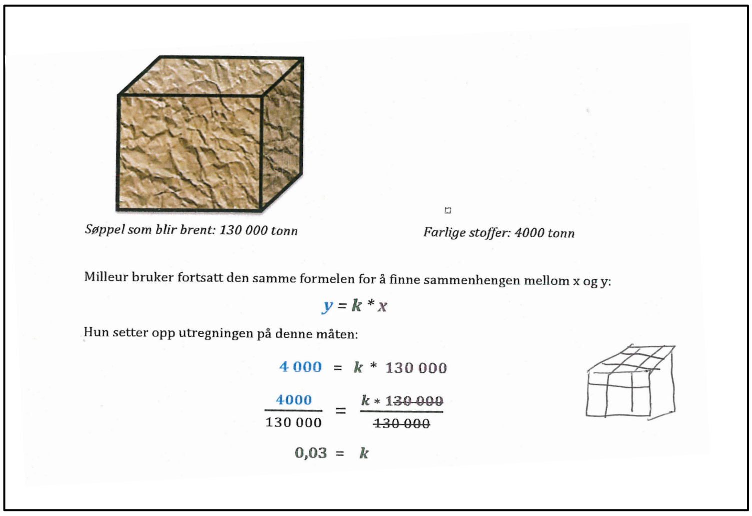
2.2 Sammenhengen mellom søppel og giftstoffene

Les dette: I løpet av ett år blir ca 130 000 tonn med søppel brent, og filterposene klarer å fange ca 4000 tonn med farlige stoffer. Under til venstre ser du en figur som skal illustrere av en stor haug med søppel som veier 130 000 tonn. Til høyre tegner du hvor stor haug du tror det blir med farlige stoffer som veier 4000 tonn. Prøv å få forholdet så riktig som mulig.

Søppel som blir brent: 130 000 tonn *Farlige stoffer: 4000 tonn*

Figur 8.12a. Algebra på Returkraftskolen, hefte B side 17

Først skal vi se litt på mine notater fra den orange gruppen mens de arbeidet med denne oppgaven. I den gruppen finner vi elevene Bia, Odd, Tom, Xia og Isa. De strever med tegningen og har laget en veldig liten terning i heftet. De diskuterer at de ikke vet hvor langt det er inn i figuren. De lurer også på om Rubins kube har 27 terninger. Ikke alle er enige, fordi det ikke er noe inni den, mens andre mener at vi må tenke oss at det er noen terninger inni den. De prøver å dele 130 000 / 27 og får 4814, men selv med dette svaret, endrer de ikke på størrelsen på figuren.



Søppel som blir brent: 130 000 tonn *Farlige stoffer: 4000 tonn*

Milleur bruker fortsatt den samme formelen for å finne sammenhengen mellom x og y:

$$y = k * x$$

Hun setter opp utregningen på denne måten:

$$4\,000 = k * 130\,000$$

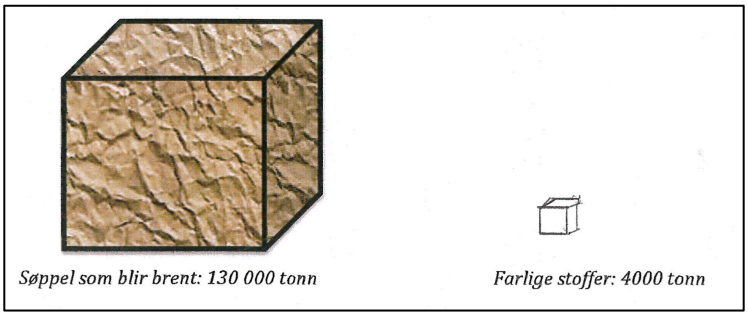
$$\frac{4000}{130\,000} = \frac{k * \cancel{130\,000}}{\cancel{130\,000}}$$

$$0{,}03 = k$$

Figur 8.12b. Toms løsning på oppgave side 17

Vi ser at en slik oppgave skaper *diskusjon* blant elevene. Hva er riktig svar? De har tegnet en veldig liten terning til høyre i heftet, men *undrer* seg over om det er riktig størrelse. Hvordan skal de finne ut av det, er det *spørsmålet* som svirrer i gruppa. Da kommer de på Rubins kube med 3 · 3 · 3 terninger, til sammen 27. Her *skapes* en idé med å sammenlikne ei skisse av en søppelhaug med en annet kjent gjenstand. Men når de *undersøker* kuben, blir de ikke enige om det er hjelp mot målet. Her blir det en viktig *refleksjon* i gruppen, de har ikke kuben foran seg, kun i sitt indre syn. Kun én elev i gruppa har tegnet den i sitt hefte og det er Tom som er tatt med her (figur 8.12b). Rubins kube inneholder ikke noen terninger inni den stor kuben. Andre mente at dette bildet er bra, for vi kan bare tenke oss at Rubins kube er full av terninger, og da blir det totalt 27 terninger. På Toms besvarelse ser vi at han har valgt å tegne en 2 · 3 · 3 kube nede til høyre, men han har kanskje ment 3 · 3 · 3. Vi kan iallfall se at ideen har vært til stede i denne gruppen. Som svar kan en se at han har tegnet et veldig lite kvadrat. Det er svaret som også de andre i gruppa har gitt på oppgaven.

Rosa gruppe har ikke svart på denne oppgaven. I mørkegrønn gruppe, som består av Lui, Kaj, Dag og Jon, har alle tegnet en terning. De har tenkt tredimensjonalt, men terningen som skal illustrere 4000 t med farlige stoffer er svært liten og ikke i riktig proporsjon i forhold til oppgavefiguren som illustrerer 130.000 tonn med søppel. Her ser vi hvordan Jon har tegnet terningen (figur 8.12c). De andre elevene i denne gruppa har nokså lik figur. Lyse grønn gruppe har også tegnet omtrent den samme størrelsen på figuren som mørkegrønn gruppe.



Figur 8.12c. Jons løsning på oppgave side 17

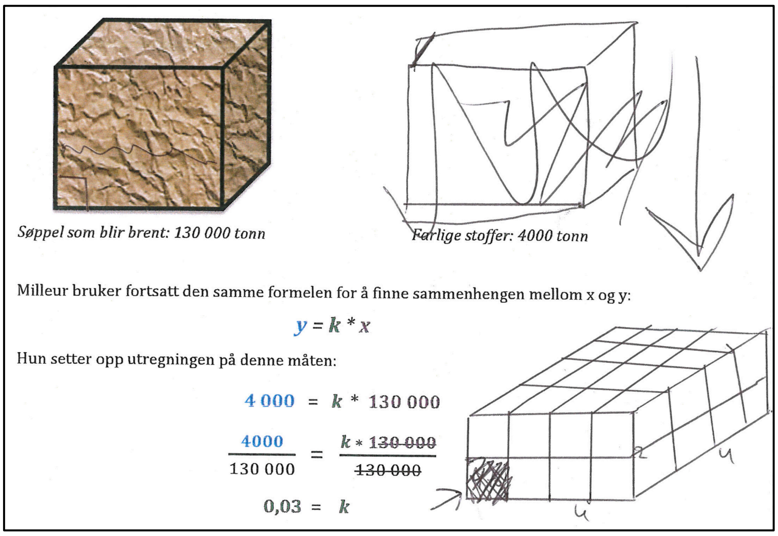
Jeg vil gjøre et dybdedykk i jentegruppa som jeg har tatt filmopptak fra. Det er Liv som leser oppgaven høyt. Etter at hun er ferdig, blir det litt faglig småprat i gruppa. Og Eva konstaterer følgende:

(3) **Eva:** Forholdet blir 0,3.

Liv spør om en ikke kan tegne den samme kuba og bare la noe være søppel. Hun viser i heftet sitt. Og resten av boksen er ingenting. Ina har skjønt hva Liv mente.

(14) **Liv:** Hvis dette er 130 000 tonn så må du dele det på 4000. (6.0)
(15) **Rut:** Det er jo noe feil her.
(16) **Liv:** 32,5. (12.0)
(17) **Rut:** Må det være like stort?
(18) **Liv**: Det skal være ca 4000 tonn og 130 000 tonn. Hvor mange ganger kan du? Du kan gange det 32 ganger Det er 1/32 av hele boksen. (.) Hvis du får plass til 32 bokser inni denne her liksom (viser heftet) så er en av disse boksene 4000 tonn. (småprat)
(19) **Liv:** Kan du ikke bare ta 8 gange 4? Det er lurt, det gjør jeg.
(20) **Rut**: Jeg skjønner ingen ting. (småprat og latter)
(21) **Liv:** Hvis du deler den på 4000 tonn, så får du 32, 5. Da har du plass til 4000 tonn 32 ganger, for å få det til å bli 130 000. Så 1/32 er 4000 tonn.
(22) **Rut:** Så det er 32 bokser inni den der?
(23) **Liv:** Og en av de boksene er 4000 tonn. Du kan liksom bare tegne 32 bokser.
(24) **Ina:** Du skal altså dele den opp i 32?
(25) **Eva:** Vi kan jo ikke bare ta fremsiden.
(26) **Liv:** Vi må finne volum.
(27) **Eva:** Volumet er 32.
(28) **Liv:** Hva kan du gange for å få volumet 32? Er det ikke grunnlinje, gange høyde gange bredde? Og dette er bredden.
(29) **Rut**: Å ja, er det bare 32 en vei?
(30) **Ina:** Hele volumet er 32.
(31) **Liv:** Hvis du tenker deg en boks som er tre dimensjonal (viser med hendene).
(32) **Liv:** Jeg vet hvordan vi kan gjøre det! (Nå er hun entusiastisk og rekker opp handa i været, rabler over det hun tidligere har tegnet)

I denne gruppa ser vi stor aktivitet. Eva tenker matematisk og abstrakt. *”Forholdet blir 0,3”,* sier hun. Det er kanskje bare en talefeil, jeg anta at hun mener 0,03 som står som k-verdi på denne siden i heftet. Men hennes forslag til tilnærming på denne oppgaven blir ikke fulgt opp. Eva *reflekterer* over forholdet mellom søppelmengde og giftstoffer og tenker at en slik tilnærming til løsning er mulig.



Figur 8.12d. Livs løsning på oppgave side 17

En slik *undrende tilnærming* til løsning av en oppgave bærer preg av en *”conjecturing atmosphere”.* Her *undrer* elevene seg frem til ulike forslag som kanskje kan gi løsning på oppgaven. Det neste forslaget kommer fra Liv om vi ikke bare kan tegne den sammen boksen og la noe være søppel. Vi har vist kopi fra hennes hefte (figur 8.12d), og vi kan se at hun har laget ei skisse til høyre av den samme boksen, men det ser ut til at hun ikke kom så langt at hun begynte å tegne inn søppelmengden. Hennes neste idé hun vil *undersøke,* er målingsdivisjon: Hvor mange terninger som illustrerer 4000 tonn er det plass til i den stor terningen som rommer 130 000 tonn? Hun kommer frem til 32,5 og gjennom avrunding velger hun 32 og leter etter to faktorer som gir produktet 32. *”Kan du ikke bare ta 8 gange 4? Det er lurt, det gjør jeg.”* Hun har *skapt* seg et bilde av giftmengden som er 1/32 deler av den store søppelhaugen, men gjennom *refleksjon* må hun prøve å uttrykke det.

Eva bringer inn et nytt moment i diskusjonen. Vi kan ikke tenke to-dimensjonalt. Her er det en haug og terning. Liv sier raskt: *”Vi må finne volum”* og Eva fortsetter: *”Volumet er 32.”* Her legger jeg merke til hvordan løsningen vokser frem innen elevgruppa der flere elevstemmer bidrar. Når inquiry preger gruppearbeidet, blir det tydelig forsterket i det sosiokulturelle læringsperspektivet som disse jentene jobber innenfor. Jeg legger merke til at Liv blir veldig entusiastisk i gruppa. *”Jeg vet hvordan vi kan gjøre det!”* Hun rekker opp handa, kanskje for å få oppmerksomheten, hun mener at hun har funnet løsningen.

(7) **Liv:** Hvis du skal ta lengde, gange høyde gange bredde, så kan du jo ta 4 gange 2 først som blir 8, så kan du gange det med 4, så får du 32. Så har du en volum boks.

---

(10) **Liv:** Fire gange 2 gange 4 da får de 8, gange 4 som blir 32. Så må du bare dele det på bokser.

(11) **Rut:** Så du mener det er 4 den veien, 2 den veien og 4 den veien. (småprat igjen)

(12) **Rut:** Nå har vi funnet ut av dette. Hva er det egentlig vi prøver å gjøre nå? (latter) Skal vi være så nøye? Skal vi ta akkurat sånn boks? (småprat mens de tegner)

(13) **Ina:** Å ja –

(14) **Siw:** ja, ja.

(15) **Ina:** (ser på Siw og gjentar lavt) Ja, ja. (.) Jeg skjønte det nå.

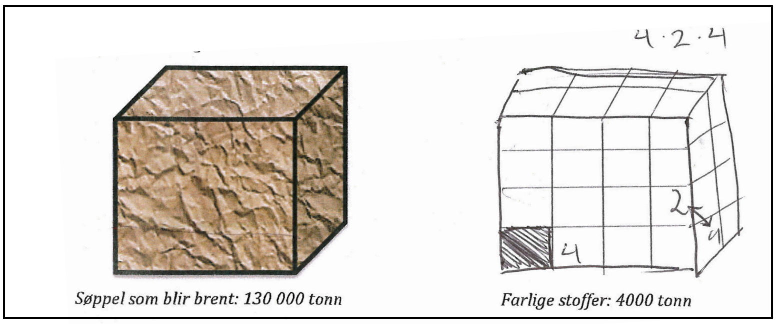
(16) **Liv:** Ikke helt presis, men det blir … (småprat)

(17) **Liv:** Det var bra. (De smiler og virker som de har forstått dette og er fornøyd med seg selv.)

Nå har virkelig gruppa fått tak på oppgaven. De prøver å finne tre faktorer som gir produktet 32. Og de mener selv at de nå har klart å komme frem til en løsning. Jeg legger spesielt merke til deres mimikk til slutt. Når jeg har transkribert, har jeg notert at *"De smiler og virker som de har forstått dette og er fornøyd med seg selv."* Her ser vi et tegn på ekte læringsglede og motiverte elever. Det er tilfredsstillende etter mye strev å komme frem til en løsning.

Kun denne gruppa av hele klassen har kommet frem til en løsning som er omtrent riktig. Hvis vi måler illustrasjonen på oppgaven, så viser frontpartiet 4 cm X 3,5 cm. Dybden må en bare gjøre et overslag på. Hvis vi antar at dybden også er 3,5 cm, vil volumet være 49 cm^3. Det betyr at hver cm^3 representerer ca 2650 tonn med søppel. I rett forhold blir 4 000 tonn med farlige stoffer ca 1,5 cm^3. Hvis de ønsker å fremstille det som en terning, blir sidene omtrent 1,1 cm hver vei. Når jeg måler på fronten på figurene til denne gruppa, får jeg følgende resultater:

- Ina: 1,1 cm X 1,0 cm
- Eva: 0,9 cm X 1.0 cm
- Siw: 1,1 cm X 1,3 cm
- Ruth: 1,0 cm X 0,6 cm
- Liv: 1,0 cm X 1,0cm



Figur 8.12e. Inas løsning på oppgave side 17

Søppelmengden oppgis ikke i volum, men i vekt. Siden vi ikke vet egenvekten på søppel, heller ikke for giftstoffene inklusiv kull og kalk som er brukt for å rense det ut, er det ikke lett å skulle gi én helt korrekt løsning.

Figuren i oppgaven er heller ikke ei kube, selv om det kanskje ser slik ut ved første øyekast. Disse utfordringer har kanskje ingen grupper drøftet. De har i alle fall ikke skrevet noe om det i elevheftene, og mine observasjoner og transkripsjoner viser heller ikke en slik diskusjon. Selv om oppgaven var åpen og gav muligheter for mange diskusjoner, ser vi at den har vært utfordrende for de fleste. Kun 5 elever har klart å gi en løsning som kan *"godkjennes"*.

Hva er elevenes opplevelser å jobbe på denne måten? Det knytter seg til det andre forskningsspørsmålet: *Hva er elevenes opplevelser av disse aktivitetene når de skjer på denne bedriften?*

Under intervjuet svarer Siw: *"Vi lærte mye eller jeg lærte mye."* Og når hun skal beskrive arbeidsøkten på Returkraft sier hun at her måtte de selv finne ut hvordan de skulle finne fram til svaret. Det var ikke likt med matematikkundervisningen på skolen der læreren gir deg en formel og sier: *"Sånn skal du regne."*

8.2.3 "What do inquiry tasks offer?"

Spørsmålet i denne avsnittstittelen, stilte Jaworski[3] på en LBM-konferanse. Der anbefalte hun også at slike oppgaver bør være enkle i åpningen slik at alle elevene kommer i gang. Hvis vi ser på oversikten over elevbesvarelsene fra heftene, legger vi merke til at mange grupper har fått til mye i starten. De grønne rutene med symbolet *"3"* viser at oppgavene er løst helt korrekt med stor grad av forståelse, mens gul rute med *"2"*, gir uttrykk for en noe mer unøyaktig løsning der eleven kun har noe forståelse. Rød rute symboliserer feil svar og hvit rute med symbolet *"0"* er oppgaver som ikke er løst.

Oppgave / Elev	1.1abc	11d	11e	12a	12b	13a	13b	14a	14b	14c	14d	15a	15b	15c	16a	16b	16c	16d	16e	18a	18b	18c	18d	21	22a	22b	23a	23b	24a	24b	24c	24d	24e	24f	25a	25b	25c	26a	26b	26c	27	28a	28b
Tor	3	3	2	3	3	3	3	3	0	3	1	2	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Lui	3	3	3	3	3	2	3	3	2	3	3	3	3	2	3	3	3	0	0	0	0	0	0	3	2	3	3	2	3	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Kaj	3	3	3	3	3	2	3	3	2	3	3	3	3	2	3	3	3	2	0	0	0	0	0	3	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Jon	3	3	3	3	3	2	3	3	2	3	3	3	3	2	3	3	3	0	0	0	0	0	0	3	2	3	3	2	3	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Dag	3	3	3	3	3	2	3	3	2	3	3	3	3	2	3	3	3	0	0	0	0	0	0	3	2	3	3	2	3	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Bia	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	3	0	1	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Odd	3	3	3	3	3	3	1	3	2	3	3	3	2	2	3	3	0	0	0	0	0	0	0	3	1	1	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tom	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	3	1	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Xia	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3	3	3	3	3	3	1	0	0	0	0	0	0	3	1	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Isa	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3	3	3	2	3	3	0	0	0	0	0	0	0	3	1	3	3	3	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Eva	3	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	1	0	0	0	0	0	0	3	3	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Rut	3	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	1	0	0	0	0	0	0	3	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Siw	3	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	1	0	0	0	0	0	0	3	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Liv	3	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	1	0	0	0	0	0	0	3	3	3	3	3	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Ina	3	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	1	0	0	0	0	0	0	3	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Mia	3	2	3	3	3	3	3	3	1	3	3	3	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	3	2	3	3	3	3	1	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Ann	3	2	3	3	3	3	3	3	1	3	3	3	3	2	3	3	0	0	0	0	0	0	0	1	2	3	2	3	3	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tua	3	2	3	3	3	3	3	3	1	3	3	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	1	2	3	2	3	3	3	3	1	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
May	3	2	3	3	3	3	3	3	1	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	3	2	3	3	3	3	1	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Møy	3	2	3	3	3	3	3	3	1	3	3	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	1	2	3	2	1	2	3	3	0	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Ada	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3	3	3	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	3	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Evy	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3	3	3	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Unn	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3	3	3	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	3	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Eli	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3	3	3	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	3	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Figur 8.13. Oversikt over elevbesvarelsene på oppgavene i Algebra på Returkraftskolen, hefte B.

Tors blå gruppe er ikke tatt med. Her var de tre elevene som ikke leverte godkjenning til å delta i dette studiet. Oversikten over bekrefter at oppgavene hadde en lav inngangsterskel. Spesielt oppgavene som ble løst før lunsj har de fleste elevene fått til mye på. Etter lunsj har det tydelig blitt noe vanskeligere. Vi legger merke til oppgave 2.2a som står som andre kolonne etter lunsj, der er det bare de fem jentene som har løst helt korrekt. Denne oppgaven er omtalt tidligere og handler om tegningen av gifthaugen i riktig målestokk i forhold til søppelhaugen illustrert som ei prisme. Etter lunsj er det spesielt lysegrønn og mørkegrønn gruppe som har kommet lengst, mens min dybdegruppe var blant dem som kom kortest.

Jaworski nevnte at slike inquiry-oppgaver bør engasjere elevene. Under første arbeidsøkt på Returkraft, har jeg et funn som viser hvordan nettopp disse oppgavene skaper matematisk engasjement.

(412) **Ina** (løfter lydopptaker): Har vi snakket i en halv time?
(413) **Rut:** Det går fort når vi har det gøy.

Her ser vi hvordan de spontant kommenterer at tiden har gått så fort. De har jobbet en god stund, og Ina løfter på lydopptakeren som ligger midt på bordet for å se hvor mye som er tatt opp. Det er allerede gått en halv time. Og Rut forklarer henne at tiden går fort når de har det gøy. Her har de ikke kommet lenger enn til side 7 i hefte under første økt før lunsj, og de har ennå ikke møtt de krevende utfordringene som de opplevde i den andre arbeidsperioden.

(449) **Liv:** Det var faktisk veldig gøy.
(450) **Siw:** Det er den beste mattedagen jeg har hatt.
(451) **Eva:** Det var så lett å bli engasjert.

Også elevene beskriver denne dagen på Returkraft som gøy. Siw sier at det er den beste mattedagen hun har hatt. Og vi legger merke til at Eva reflekterer over at det var lett å bli engasjert.

I elevheftene har også flere elever skrevet noe om sine opplevelser denne dagen. Blant svarene kan vi finne uttalelsene: ”*Dette var lærerikt og veldig gøy! Fortsett med dette* (Ada).” *”Jeg har lært at det er mye lettere enn det jeg trodde”* (Tua). ”*Det var veldig lærerikt… Jeg har blitt bedre i algebra”* (Liv). *”… syntes det var velig gøy å gjøre dette her på Returkraft”* (Rut). *”… det var en annen måte å lære på som var bra”* (Isa).

Hva er elevenes opplevelser av disse inquiry-oppgavene? Under intervjuet av dybdegruppen, kommer det frem hva de savnet.

(395) **Liv:** Det hadde vært greit hvis vi bare hadde fått det forklart i begynnelsen. Hva det var for noe. Fått en gjennomgang på det.

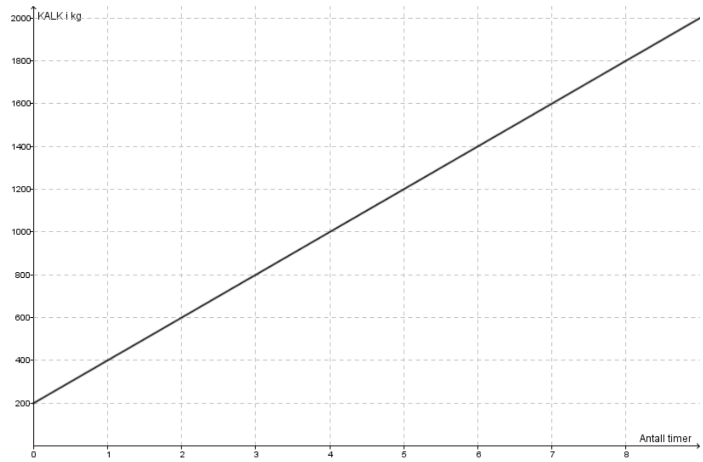
De er ikke vant til å jobbe på denne måten og savnet en oppskrift på hvordan de skulle gjøre det. Slike inquiry-oppgaver som er åpne, gir muligheter til flere løsninger og at elevene selv må finne ut av fremgangsmåten, er annerledes enn det mange elever er vant med. Dette funnet viser at min bekymring under design av oppgavene ikke var ugrunnet. Oppgavene var kanskje i grenselandet for hva slike uerfarne elever kunne klare å løse. Men selv om de savnet en fremgangsmåte, reflekterer de likevel over at det var nyttige oppgaver:

(60) **Eva:** Men det at vi skulle, ha det sånn, i amfiet, at vi skulle ha gått gjennom, det er jo kanskje det at dere ville at vi skulle finne ut av ting selv.
(61) **Liv:** Ja, det var egentlig litt bra på en måte og, at vi -
(62) **Eva:** =at vi ble litt mer sånn -
(63) **Siw:** =mer selvstendige.
---
(70) **Liv:** Jeg synes egentlig det var litt bra og på en måte
(71) **Eva:** =ja
(72) **Siw:** =fikk tenkt selv og
(73) **Liv:** =ja
(74) **Siw:** =nå måtte du finne selv ut av hvordan du skal komme frem til svaret for eksempel i stedet for at læreren gir deg en formel.

Her beskriver de sine opplevelser og refleksjoner over denne type oppgaver og aktiviteter som de jobbet med på Returkraft. Det føyer seg inn i besvarelsen av mitt andre forskningsspørsmål: *Hva er elevenes opplevelser av disse aktivitetene når de skjer på denne bedriften?* De har skjønt at jeg ønsket at de skulle finne ut av tingene selv, derfor gav jeg dem ikke en ferdig oppskrift som de pleide å få. Men de beskriver likevel denne uvante situasjonen positivt: *”Det var egentlig litt bra på en måte.” ”Vi ble litt mer sånn selvstendige.” Vi fikk tenke selv.”*

I teoridelen har jeg også nevnt Lithner[8] som skiller melleom AR-oppgaver der elevene får presentert en bestemt algoritmisk fremgangsmåte som de kan bruke og CRM-oppgaver som ikke kan løses på en bestemt måte. Da utfordres elevenes kreative resonnement. Tegneoppgaven som er omtalt i avsnitt 8.2.2, er vel nettopp en slik oppgave som ikke har en bestemt løsningsmetode, men det er mange måter elevene kan tenke på, for å komme frem én av mange løsninger. I teoridelen har jeg spesielt beskrevet at oppgaven på side 20 i elevhefte (figur 8.14), er en slik oppgave som utfordrer elevenes kreative resonnement. De har kun jobbet med funksjoner på formen $f(x) = kx$ og nå endrer dette seg til $f(x) = ax + b$. De skal prøve å forklare hva en slik graf viser og forklare hvorfor den ikke går gjennom origo. I

Her er også en graf. Legg merke til at den ikke går gjennom origo (0,0).



Forklar hva den viser, og prøv å finne en grunn for at den ikke går gjennom origo (0,0).

Figur 8.14. Algebra på Returkraftskolen, hefte B side 20.

oversikten som stod tidligere, kan en se at det kun var mørkegrønn gruppe med fire gutter som kom hertil etter lunsj. Hvis vi går til elevheftene, kan vi se hva de svarte. Kaj, Dag og Jon skriver: *"Ved oppstart er det 200 kg kalk,"* og de foreslår formelen *g(x) = 200x + 200.* Lui foreslår: *"Det er 200 kg kalk i maskinen fra før"* og har den samme formelen som de andre.

For dem var det antakelig ikke vanskelig å tolke en slik graf. Ut fra konteksten og aksebenevninger var det naturlig å foreslå at det måtte ha noe med kalk å gjøre og konstant-leddet representerer noe som er fra før eller ved oppstart. Kanskje var dette en gruppe med flinkere elever? Jeg legger spesielt merke til at Jon er i denne gruppa, og det er nettopp han som kommer med forslag til lærerens funksjonsuttrykk *B(x) = 50*x + 1000* som jeg skal omtale seinere.

Jeg har nevnt at inquiry kan betraktes fra tre sider: inquiry-inspirerte matematikkoppgaver, inquiry som et verktøy i undervisningen og inquiry som en væremåte. Lærerens væremåte var umulig for meg å påvirke. Og det ligger også utenfor dette studie. Jeg har kun rettet fokus mot elevene gjennom mine to forskningsspørsmål og studiet dreier seg om dette var *meningsfylte matematikkoppgaver* eller ikke.

Jeg har til nå lett etter funn og analysert hvordan elevene jobbet innenfor *det sosiokulturelle læringsperspektivet* og om læringsatmosfæren var *inquiry-inspirert*. Og fokus har vært på *hvordan elevgruppene jobber* og *elevenes opplevelser av disse aktivitetene* for å få svar på om dette var *meningsfylte matematikkoppgaver.* Når vil jeg mer rette blikket mot de matematiske symboler, deres semiotikk og ulike representasjonsmåter, og hvordan konteksten Returkraft har betydning for elevenes forståelse av begrepet funksjoner.

8.3 Semiotikk og den epistemologiske trekant

Jeg vil nå gå over til funn og analyse i forhold algebraens semiotikk, og under dette arbeidet har jeg fortsatt fokus på å få svar på forskningsspørsmålene: *Hvordan jobber elevgrupper med algebra når aktivitetene legges til et energigjenvinningsanlegg? Hva er elevenes opplevelser av disse aktivitetene når de skjer på denne bedriften?* Men nå blir det mer fokus på hvordan elevgruppene jobber med *algebra*, og da knyttet spesifikt mot funksjonsbegrepet og funksjonssymbolene.

Semiotikk er læren om tegn og bruk av tegn (Universitetet i Oslo, 2010). Og sammenhengen mellom konteksten, funksjonsbegrepet og symbolene blir sentral i forbindelse med at jeg har valgt å bruke *Steinbrings epistemologiske trekant* (2006, s. 135) som et analyseverktøy i mitt studie. I teoridelen avsnitt 3.3.2 har jeg beskrevet at denne modellerer en semiotisk formidling mellom *objekt/referanse, kontekst* og *tegn/symbol*, samtidig som dette blir formet av den epistemologiske påvirkning betinget av den matematiske kunnskapen som knyttes til begrepene. Og gjennom elevstemmen knyttet til intervjuet, vil jeg samtidig få frem hvordan de opplevde å jobbe med funksjonsbegrepet og symbolene innenfor denne konteksten.

Funksjonsbegrepet er knyttet til det hjørnet i den epistemologiske trekant som Steinbring kaller objekt/referanse. Det er den matematiske kunnskapen som skal læres her på Returkraft. I den sammenheng brukes symboler (som er det andre hjørnet i trekanten) både som en semiotisk funksjon der de står for noe og en epistemologisk funksjon der de spiller en viktig rolle innenfor rammen av den matematiske kunnskap.

I mitt undervisningsopplegg er også konteksten sentral. Begge forskningsspørsmålene peker på at disse *aktiviteter er lagt til en bedrift som driver med energigjenvinning.* Alle oppgavene er knyttet til den kontekst elevene er en del av denne dagen de besøker Returkraft. Tallene som de skal bruke i arbeid med funksjonsbegrepet, er hentet fra bedriftens rapporter og knyttet til produksjonen som elevene har fått omvisning i.

I min analyse vil jeg studere hvordan denne gjensidige handlingen mellom disse tre hjørnene i *den epistemologiske trekanten* knyttes til læringsprosessen hos eleven. Et viktig spørsmål er om disse matematikkoppgavene blir *meningsfylte* for elevene når symbolene i de algebraiske uttrykk knyttes til objekter fra prosessene på bedriften.

Elevene blir først presentert for formelen $y = 2{,}6x$. De har fra side 6 i elevheftet jobbet med at symbolet x representerer antall søppel som kastes i oven og brennes. Symbolet y representerer mengden kjemisk energi som omdannes til varmeenergi i denne prosessen på Returkraft. *k*-verdien *2,6* har de opplevd kan variere noe, og er den faktoren som beskriver sammenhengen mellom den uavhengige og avhengige variabelen. På side 9 i elevhefte skal de forklare hva disse symbolene representerer (figur 8.15). Vi skal først fordype oss i de fem jentenes forklaring av de fire symbolene de møter i det første funksjonsuttrykket: $y = 2{,}6x$.

2,6 • x betyr det samme som ***2,6x*** Derfor skriver Jenni fra nå av: ***y = 2,6x***

Forklar hva disse symbolene betyr:

y	
=	
2,6	
x	

Figur 8.15. Algebra på Returkraftskolen, hefte B side 9.

(198) **Eva:** Forklar disse symbolene.
(199) **Rut:** Det er jo helt forskjellig.
(200) **Siv:** y er svaret, er det ikke det?
---
(205) **Eva:** y er energi, er det det?
(206) **Ina:** Det står det.
(207) **Liv:** Et varierende tall, det grønne, 2,6 er et varierende tall (.) det kan vi skrive. (2.0)
---
(214) **Eva:** Det er jo sammenhengen.
(215) **Siv:** Sammenhengen. (utydelig) Det er den uavhengige og det er den avhengige.
(216) **Liv:** Jeg trodde du mente (utydelig).
(217) **Rut:** Var det sånn du mente, jeg trodde y var søppel eller tonn eller sånn.

Hva har elevene skrevet? Vi ser i figur 8.16a og 8.16b, at fire av dem har skrevet nokså lik forklaring i sine elevhefter. De har knyttet det mest mot begrepet funksjoner, mens Liv har dette med, men i tillegg har hun knyttet det mot konteksten på Returkraft, nemlig søppel og energi.

y	*avhengig variabel*	*y*	*energien du får – avhengig*
=	*er lik*	*=*	*er lik (er det samme som)*
2,6	*sammenhengen*	*2,6*	*et varierende tall (k-verdien)*
x	*uavhengig variabel*	*x*	*søppel - uavhengig*

Figur 8.16a. Elevsvarene til Eva, Ina, Rut og Siw på oppgave side 9.

Figur 8.16b. Elevsvaret til Liv på oppgave side 9.

Liv forklarer symbolet *y* med *energi* og symbolet *x* med *søppel.* Samtidig knytter alle sammen dette til funksjonsbegrepet der *x* representerer den uavhengige variabelen og *y* den avhengige. Det er jo interessant å se elevenes tankegang rundt symbolet likhetstegn. De har ikke den feiloppfatning som en del elever har at likhetstegnet er et operasjonstegn som kommer før svaret. Formelen er *y = 2,6x,* og Siw foreslår at *y* er svaret selv om det står foran likhetstegnet. De forklarer dette symbolet med *"er lik"* og *"det samme som"*.

Jeg har valgt å bruke Steinbrings epistemologiske trekant i min analyse. Jeg kommer nå til å sette inn den aktuelle konteksten, symbolene og begrepet elevene på Returkraft jobbet med.

Kontekst: *søppel, energien du får*

Symbol: *x y k =*

Funksjonsbegrepet: *uavhengig variabel, avhengig variabel, sammenheng*

Figur 8.17a. Den epistemologiske trekant brukt på oppgave side 9

I dette første tilfellet vil den epistemologiske trekant se slik ut som beskrevet på figur 8.17a. Vi legger merke til at det er piler mellom alle tre hjørnene. Og samtidig har jeg her beskrevet at elevene har en viss forståelse av dette ut fra forklaringene til symbolene vist i figur 8.16a og 8.16b.

Denne var en sekvens før lunsj. Vi vil videre se noe på en situasjon når elevene jobber i elevheftet på side 18 etter lunsj. Rut leser teksten i heftet (figur 8.18).

Jeg observerer at gruppen er opptatt med andre ting (drikkekoppene fra lunsjen) fremfor å følge med på det Rut leser. Hun stiller spørsmål til de andre under lesning: *Skjønte vi det?* Uten å få svar, leser hun videre, og opplesingen avsluttes tilsynelatende uten den store faglige konsentrasjonen i gruppen. Har de mistet motivasjonen, eller hvorfor er de nå så ukonsentrerte?

2.3 Vi bruker funksjonen for støvfilteret

Les dette: Milleur har funnet ut at forholdet mellom søppel **(x)** og filterstøvet som blir renset ut **(y)**, kan uttrykkes med denne formelen: **y = 0,03x**

Det betyr at hvis du multipliserer søppelmengden med konstanten **0,03**, finner du mengden med filterstøv. Dette er en formel for et funksjonsuttrykk. Mange matematikere liker å skrive det på denne måten: ***f(x) = 0,03x***

Symbolet ***f*** betyr at det er en funksjon, og symbolet **(x)** betyr at her er det x som varierer og velges fritt. Vi leser det slik: "f av x er lik 0,03x". I stedet for *f*(x) kan en kalle funksjoner for *g*(x), *h*(x), *i*(x) osv.

Figur 8.18. Algebra på Returkraftskolen, hefte B øverst side 18.

(46) **Rut**:…Symbolet f betyr at det er en funksjon, og symbolet (x) betyr at her er det x som varierer og velges fritt. Vi leser det slik: "f av x er lik 0,03x". I stedet for f(x) kan en kalle funksjoner for g(x), (latter) h(x), i(x) osv.(latter). 0,03x". I stedet for f(x) kan en kalle funksjoner for bla, bla, bla, bla, bla osv. …

Vi ser her av Ruts opplesning at den ikke er like seriøs mot slutten. Jeg observerer dette og prøver å få dem inn på sporet igjen ved å gripe fatt i uttalen av *f(x).* Jeg poengterer over for dem at i stedet for å si *f parentes x* kan de bare si *f av x*. Jeg registrerer at de har mistet tråden, men siden de ikke følger med på opplesningen, er det vanskelig å komme i gang igjen.

(53) **Rut:** Dette gikk egentlig rett inn det vi leste og rett ut.

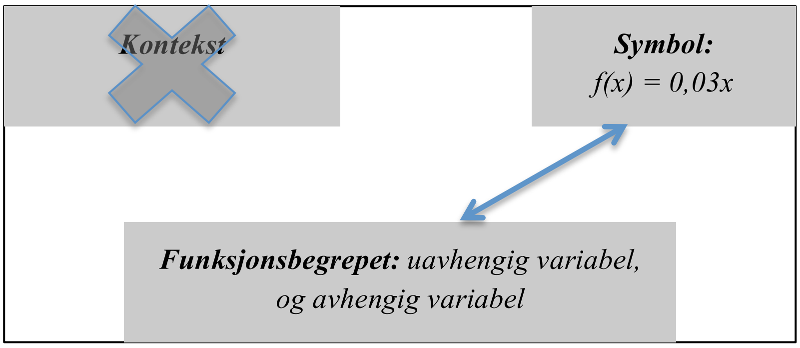
----

(57) **Eva:** Det var mye tall.
(54) **Rut:** Det var mye tall og mye å holde rede på.
(55) **Liv:** f av x.
(56) **Eva:** Mye bokstavuttrykk .
(57) **Rut:** Ja.
(58) **Evert:** Hva betyr f av x?
(59) **Rut:** Det er jo bare tall.
(60) **Liv:** f betyr funksjon.
(61) **Rut**: Sånn ja.
(62) **Liv:** Men funksjon og x er den uavhengige variabelen.
(63) **Evert:** Og f av x betyr?
(64) **Eva:** Funksjon?
(65) **Ina:** Uavhengige variabelen.
(66) **Evert:** f av x er det samme som …?
(67) **Ina**: Jeg husker ikke hvilken var hvilken.
(68) **Liv:** y som var den a:
(69) **Evert:** Og f av x var den…?
(70) **Siw**: Uavhengige (.) nei, avhengige.
(71) Evert: En av delene.
(72) **Siw:** Uavhengige.
(73) **Liv:** x var uavhengig,
(74) **Siw:** og så var y den avhengige.
(75) **Evert**: Og så har vi skiftet over til to uttrykk: f av x og x.
(76) **Siw**: Så da er x den uavhengige og f den avhengige.

Nå har elevene møtt et nytt symbol f(x) og det skaper store utfordringer når de skal plassere det inn i begrepene og konteksten. Først må de lære seg til å lese symbolet f(x): *"f av x."* I tillegg skal de prøve å forstå hva symbolet representerer i konteksten og hvordan dette blir i forhold til de tidligere symbolene *x* og *y* som det virket som de hadde full kontroll på før lunsj. De mener at *f* betyr funksjon. Men hvordan blir dette i forhold til begrepene uavhengig og avhengig variabel? Ina har glemt hvem som var hvem og Siw er litt usikker. Når Liv sier bestemt at *x* er fortsatt den uavhengige variabelen, konstaterer Siw at da må *y* være den avhengige og i dette tilfelle blir *f* den avhengige. Jeg oppfatter at de kanskje hadde forstått dette hvis bare symbolet *y* ble byttet ut med *f*, men hele symbolet *f(x)* skaper stor forvirring.

Jeg legger spesielt merke til at i denne delen av samtalen har de ikke knyttet symbolene til den kjente konteksten, men strever kun med forholdet mellom *"begrep"* og *"symbol"* i den epistemologiske trekant. Vi kan beskrive det som nå skjer på den epistemologiske trekant slik det er illustrert på figur 8.17b.

Avdekker jeg her noe av problematikken for elevene? Her er det usynlig kunnskap som elevene skal lære, og de velger ikke å knytte det mot konteksten i sin diskusjon. Men de ser kun på symbolet og prøver å knytte det til funksjonsbegrepet. Det viser seg her å være



Figur 8.17b. Oppgaven øverst side 18 der det kun skjer aktivitet mellom symbol og begrepet

besværlig for dem. Samtidig starter de økten med å være opptatt av noe annet og mister derfor læringstrykket i gruppa. Motivasjonen er ikke helt på topp. Men de går videre. De prøver nå å løse tabelloppgaven midt på side 18 i forhold til formelen de har fått oppgitt. Formelen er $f(x) = 0{,}03x$. Elevene skal fylle inn x- og y-verdier i tabellen (figur 8.19). Her har jeg valgt noen verdier, men det er også felter der de kan fritt velge den uavhengige og så regne ut den avhengige verdien.

Under samtalen videre holder fortsatt elevene utenfor konteksten. Men så spør Ina: *" Men er y søppelmengden eller er x?"* Og litt seinere det samme: *"Er det x-en som er søppelmengden?* "Og nå svarer Siw: *"Ja."* Men i dialogene videre holder de seg kun til symboler og tall, funksjonsbegrepene med avhengig og uavhengig variabel, og det er problematisk. Og til slutt utbryter Rut: *"Jeg skjønner ingen ting av dette."* I den videre sekvenser ser vi at Siw og Eva prøver å forklare dette for Rut.

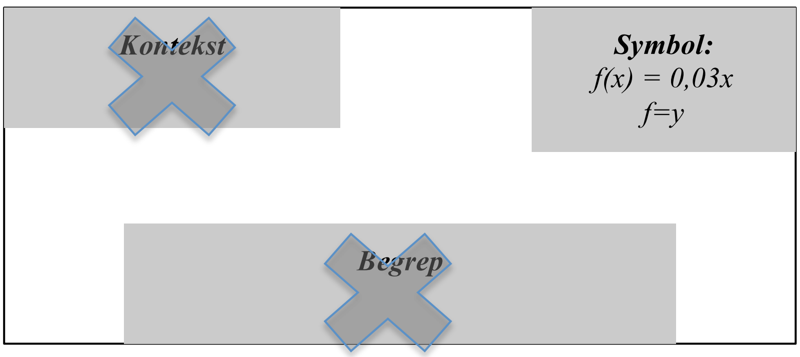
Bruk formelen f(x) = 0.03x og finn x eller y. Fyll inn i denne tabellen:

x			40 000					120 000
y	0	300				2700		

Figur 8.19. Algebra på Returkraftskolen, hefte B midt på side 18.

(119) **Rut**: Hva mener en med den parentesen? (34.51)
(120) **Eva**: f parentes x?
(121) **Rut**: Ja.
(122) **Eva**: f skal stå for x, det er ikke noe vi skal regne ut.
(123) **(---)**
(124) **Rut**: Da er det egentlig vekk fra den. Så du skal finne ut hva x-en er? Så du vil ha den til å stå alene? Så der gjør du egentlig bare sånn. Minus 0,03 for da får du den ved siden av.
(125) **Eva**: Det, det blir feil.
(126) **Rut**: Det er jo riktig hvis en skal regne algebra. (.) Nei, nei nei. Det står jo sånn: f(x). Jeg trodde det stod f, men de henger jo sammen, så da bare deler du på 0,03.

Dette blir vanskelig. Det er ikke lett å skjønne hvordan de forklarer dette. Rut ønsker å bruke algebra på dette. En kan undre seg over hva hun mener med det. Jeg har noen ganger fått inntrykk at hun mener å løse slike uttrykk som ei likning. I det videre arbeid ser noen av dem liksom bort fra *(x)* som en del av symbolet *f(x)* og sier at *f* er det samme som *y*. Rut er den som gir sterkest uttrykk for sin frustrasjon. Det er kanskje ikke så merkelig at



Figur 8.17c. Oppgave midt på side 18 der det kun skjer aktivitet innenfor det ene hjørnet i trekanten: symbol.

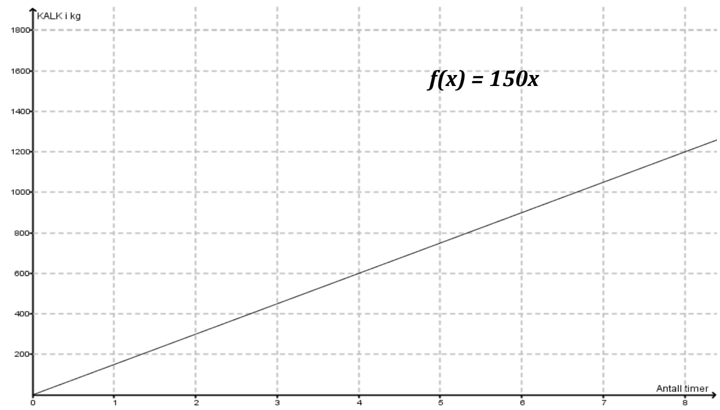
dette blir en veldig krevende situasjon for elevene. Nå har de også kuttet ut båndene til funksjonsbegrepet, og prøver å forstå symbolet alene. På figur 8.17c har jeg på nytt tegnet den epistemologiske trekant der jeg oppfatter de er i øyeblikket. Det er ingen tråder til de to andre hjørnene.

Likevel er det interessant å legge merke til at når jeg sjekker elevheftene, har alle gruppene med unntak av lysegrønn gruppe fått fullt skår på denne oppgaven (figur 8.19). Lysegrønn gruppe har kun funnet henholdsvis *x* og *y* verdier der den ene er oppgitt. De har ikke valgt noen verdier selv. Dermed har de ikke gjort feil, men ikke fullgod besvarelse. Jeg legger merke til at elevene løser den matematiske oppgave korrekt, men likevel er det kanskje mye forvirring om forståelse av det nye symbolet *f(x).* Og de har ikke nevnt et ord hvordan dette knyttes til konteksten eller til funksjonsbegrepet. Det blir liksom en automatisert utregning. De har skjønt at de må dividere eller multiplisere med 0,03 for å fylle ut tabellen. Og det klarer de å gjøre uten forståelse.

Liv leser videre på side 19 om bruk av kalk i forbindelse med renseprosessen i filterposene (figur 8.20).

2.4 Bruk av kalk

Les dette: Kalk reagerer med de farlige gassene i røyken og blir til små partikler som blir renset ut i filteret. Det varierer hvor mye kalkpulver Returkraft bruker. Hvis det er mye svovel, klor og fluor i røykgassen, må de øke doseringen til 200 kg kalk i timen. Hvis det er mindre farlige gasser, kan de redusere dette til150 kg/h. Her har du en graf som viser at Returkraft sprøyter inn 150 kg i timen:

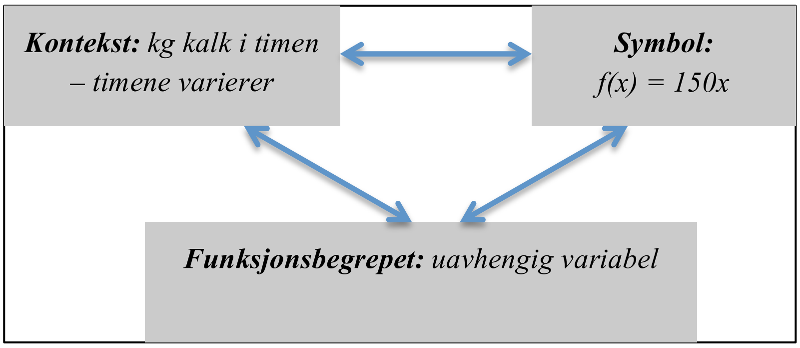


Figur 8.20. Algebra på Returkraftskolen, hefte B side 19.

(59) **Rut.** Kan vi ikke bare holde oss til en av de. Så skriver vi f eller x.
(60) **Liv:** Men jeg skjønner ikke f. Er det y?
(61) **Siw:** Det er f av x.
(62) (---)
(63) **Liv:** Hva er x og hva er y i denne oppgaven?
(64) (---)
(65) **Liv:** Det er y. y er streken. F(x) er streken. x er her. (peker på aksene)
(66) **Siw:** Det står jo her til og med at kalk er x-en, nei kalken er y-en, så er denne her y-en. (peker på grafen)
(67) (---)
(68) **Liv:** Er det feil?
(69) **Ulf:** x er alltid vannrett.
(70) **Siw:** Men x-en er det ukjente. Nå skjønner jeg. Det er tiden som er den ukjente.
(71) (---)
(72) **Ulf:** Men hva er det som varierer?

(73) **Eva:** Det er jo antall kg kalk i timen.
(74) **Ulf:** Hva er det som er avhengig av hvor mye kalk en må bruke.
(75) **Eva:** Timene du har holdt på.
(76) **Ulf:** Nettopp, og hva er det som varierer da?
(77) **Siw:** Timene.
(78) **Ulf:** Ja, det er timene som varierer.
(79) **Rut.** Så de er x. Er det den uavhengige?
(80) **Liv:** Timer er lik x.
(81) **Ulf:** Det står faktisk på aksen og her. Det står antall timer.
(82) **Eva:** Ja jeg vet det.
(83) **Liv:** Ja det står her.

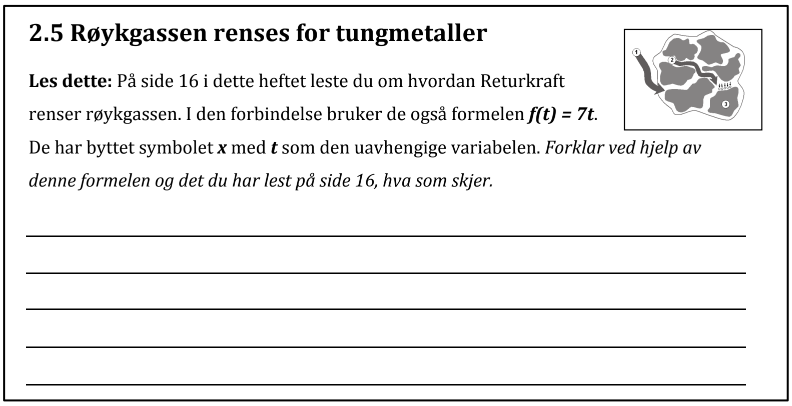
Fortsatt er det et problem med *f(x)* og forvirringen blir ikke mindre når de oppdager at det nå er timene som varierer. *"Hva er x og hva er y,"* spør Liv. Liv mener at *y* eller *f(x)* er streken. Hun fortsetter at *x* er kalken, men ombestemmer seg når hun oppdager at *"kalk"* står på *y*-aksen. Siw nærmer seg en forklaring når hun sier at *x* er den ukjente, og det er tiden. Det er tiden som varierer! Nå begynner de å knytte symbolene til konteksten igjen. *x* representerer antall timer som varierer og som er den uavhengige variablene. Og *y* er den avhengige og representerer hvor mye kalk de må bruke. Fortsatt kan ikke disse funnene vise *hvor stor* forståelse de nå har fått av formelen *f(x) = 150x,* og de ulike symbolene i dette uttrykket, spesielt *f(x).* Men vi ser at de nå igjen har tatt i bruk konteksten i strevet med å få tak på begrepene. Og de opererer igjen med alle sidene i den epistemologiske trekant. Det kan se ut til at uttrykket har blitt noe klarere for dem: *Det er timene som varierer, og det er x.* Rut spør også om *x* er den uavhengige variabelen. Og de har også forstått at dette dreier seg om antall kg kalk i timen. I forhold til starten, har elevgruppa mye mer faglig innsikt nå igjen.



Figur 8.17d. Den epistemologiske trekant brukt på oppgave side 19

Hvis vi gjennom analyse av dette skulle prøve å knytte disse funn til Steinbrings epistemologiske trekant, ville det antakelig sett ut slik som figur 8.17d.

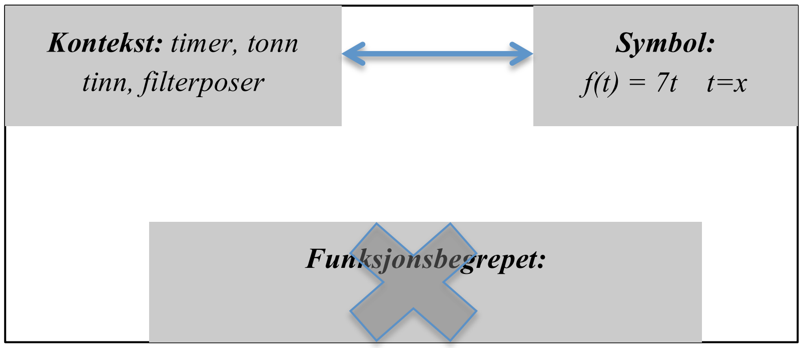
Vi forlater vår lille dybdegruppe på 5 jenter og ser på mine observasjonsnotat fra lysegrønn gruppe fra side 21 i elevheftet (figur 8.21). De diskuterer symbolet: *f(t) = 7t.* Ann mener at *t* betyr timer, mens Tua mener *t* betyr tonn fordi på timer bruker vi symbolet *h*. Ann sier at *"en av dem må være på 7 tonn."* En av elevene foreslår at *t* betyr tinn. May sier: "Det står at *t* er byttet med *x*." De diskuterer hva *f(x)* betyr. Noen mener at *f* betyr filterpose.


2.5 Røykgassen renses for tungmetaller

Les dette: På side 16 i dette heftet leste du om hvordan Returkraft renser røykgassen. I den forbindelse bruker de også formelen ***f(t) = 7t***. De har byttet symbolet ***x*** med ***t*** som den uavhengige variabelen. *Forklar ved hjelp av denne formelen og det du har lest på side 16, hva som skjer.*

Figur 8.21. Algebra på Returkraftskolen, hefte B side 21.

Vi ser at i denne gruppa er det også stor grad av forvirring med symbolene, spesielt *"t"* og *"f"*. For disse elevene prøver de å knytte symbolet *"t"* til *"timer", "tonn", "tinn"* eller en erstatning for *"x"*. Symbolet *"f"* kan kanskje bety *"filterpose"!* Det er kanskje ikke vanskelig å være enige i at disse elevene trengte litt veiledning for å komme inn på rett spor igjen. Den epistemologiske trekant vil her se slik ut slik som figur 8.17e illustrerer.

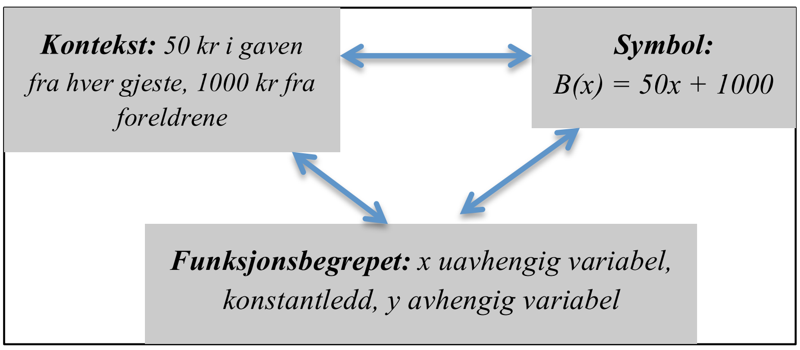


Figur 8.17e. Oppgave side 21der jeg kun finner en sammenheng mellom kontekst og symbol.

Vi har sett at *f(x)* var et krevende symbol. Hva skjer i oppsummeringsøkten før elevene går hjem. Det er lærer Per som leder økten. Han har ikke valgt å ta frem dette symbolet. Men velger først å fokusere litt på selve funksjonsbegrepet og hva elevene mener de har lært om dette i dag. Så velger han å skrive formelen $B(x) = 50x + 1000$ på lerretet foran elevene og sier at han har valgt å kalle funksjonen for B, "for det handler om bursdag." Han spør til slutt om det er noen som kan forklare dette.

(33) **Jon:** Hvor mye penger du får til bursdagen.
(34) **Per:** Vi får til bursdag ja.
(35) **Jon:** Hvor mye penger du får.
(36) **Per:** Hvor mye penger du får, hvordan ser du det av B(x) = 50x + 1000
(37) **Jon:** Jeg tenkte kanskje at 50 kr og x er hvor mange som kommer.
(38) **Per:** (latter) Ok, x er hvor mange som kommer, og hva er de andre greiene da?
(39) **Jon:** 1000, de får du av foreldrene dine.

Her ser vi at Jon klarer å knytte symbolene til en ny kontekst. B står for bursdag, x er en variabel for antall som kommer i selskapet og alle har med seg 50 kr i gave. Og konstantleddet til slutt på 1000 uttrykker gaven fra foreldrene. Her har Jon tatt i bruk konteksten for å forstå symbolene, og det ser ut til at han også har innsikt i begrepet funksjoner, men jeg er noe usikker i hvor stor grad. Han sier ikke så mye om det, men bruker begrepet helt rett. Jeg velger å analysere disse funnene og uttrykke det i trekanten på figur 8.17f.



Figur 8.17f. Den epistemologiske trekant brukt på lærerens bursdagsfunksjon

(40) **Ann:** På den variabelen (x i Pers bursdagsligning) kan det liksom være hvilket som helst som du kan sette inn, du kan bare finne på noe eller noe sånn. Når er det bursdag? Kunne det vært noe annet?
(41) **Per:** Det kunne jo det.
(42) **Ann:** Så det er ikke noe fasitsvar på den?

(43) **Per:** Nei for det er en variabel, så funksjonen, den avhengige variabelen, det du får ut av bursdagen, det du får igjen, det du sitter igjen med, det er jo avhengig av hvor mange som kommer.

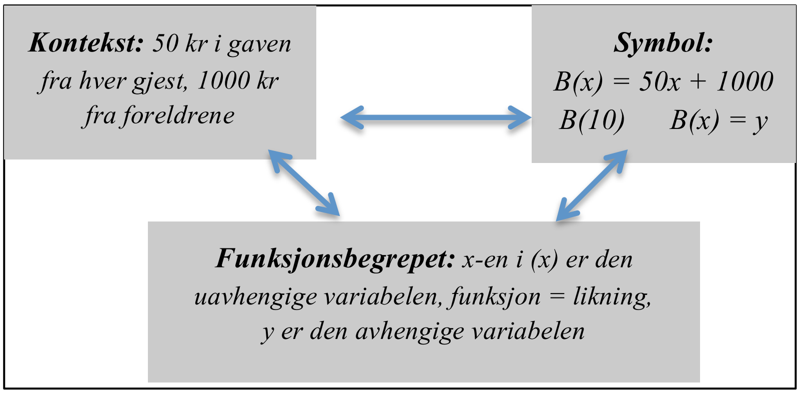
Her ser vi at lærer Per prøver å knytte symbolet mot begrepet *avhengig variabel:* Det du sitter igjen med er jo avhengig av hvor mange som kommer i bursdagen.

(54) **Siw:** Den B(x), kan du skrive det som y? Sånn egentlig? Eller er det feil?
(55) **Liv:** Den er jo ukjent, så du kan jo si hva du vil.
(56) **Per:** Hvis det stod 10 stykker som kom, så hadde det stått B(10). Så da hadde x-verdien vært 10.
(57) **???**: Jeg skjønte det, hvis du skal skrive den som ei ligning da.
(58) **Per:** Men når du setter inn en verdi for x, så er det ikke noe ligning lenger, da har du de tallene du trenger for å regne ut hvor mye.

Her spør Siw om B(x) kan erstattes med *y*, men får ikke bekreftelse på dette av Per. Hun er usikker for hun sier: *"Eller er det feil?"* Liv mener at siden *B(x)* er ukjent, så kan en si hva en vil. Hva mener hun med det? Men læreren velger å forklare at *x* i *(x)* kan erstattes med en valgt *x*-verdi f eks *B(10)* hvis det kom 10 gjester. Deretter er det en elev som sier at han/hun skjønner det hvis det kan skrives som ei likning og indirekte bekrefter Per dette, men mener at det ikke lenger er ei likning, for nå har du et tall som gjør at du kan regne det ut. Er det så lurt å kalle et funksjonsuttrykk for likning? Det skal jeg komme tilbake til i drøftingsdelen.

(61) **Siw:** Men den B(x), kan du egentlig skrive den som en y?
(62) **Per:** Ja.
(63) **Siw:** Så egentlig er det bare sånn et.
(64) **Per:** Ja.
(65) **Rut:** Man da må det vel stå y liksom 50 gange y pluss 1000.
(66) **Per:** y er lik 50 gange x pluss 1000 for eksempel.
(67) **Siw:** Å ja.
(68) **Rut:** Så det må ikke være samme?
(69) **Per:** Nei. De står på hver sin side av likhetstegnet. Så y er det du får ut, den avhengige variabelen.
---
(72) **Tua:** Kan x-en i parentes være y uten at x-en på den andre siden må være y?
(70) **Rut:** Ja, det var det jeg lurte på.
(71) **Per:** Den x-en i parentes den kommer av den uavhengige variabelen. Hva vi har kalt den uavhengige variabelen, står inni parentesen.

Endelig får Siw bekreftet av læreren at *B(x)* er det samme som *y*. Og nå ser det ut til at hun får en større forståelse for hele funksjonsuttrykket. Rut er fortsatt forvirret, og jeg oppfatter at hun strever med symbolet *x* i parentesen på venstre side og *x* som uavhengig variabel på høyre side av funksjonsuttrykket. Jeg har tidligere i prosessen sett at hun foreslo å dele med *x* på begge sider av funksjonsuttrykket og dermed oppfatter jeg at hun tenker et funksjonsuttrykk som ei likning. Dette viser hvor viktig det er for oss lærere å



Figur 8.17g. Den epistemologiske trekant brukt igjen på lærerens bursdagsfunksjon med utvidet innsikt

poengtere forskjellen mellom de forskjellige algebraiske uttrykk og variabelbegrepet slik jeg har beskrevet i avsnitt 4.3. Dette skal jeg også komme tilbake til i kapittel 9. Jeg vil til slutt sette hele denne sekvensen med bursdagsformelen inn i Steinbrings epistemologiske trekant og prøve å analysere hvor mine funn passer inn (figur 8.17g).

Jeg har her beskrevet hvordan elevgruppene jobbet under arbeidsøktene og i plenum med symbolene i funksjonsuttrykkene. Og i hvilken grad de klarte å knytte symbolene til konteksten Returkraft og de kjente elementene: søppel, energi, kalk osv. Jeg har også gjennom analysen sett på hvilke begreper som etter hvert vokste frem hos elevene og hva som forvirret dem. Jeg har knyttet mitt første forskningsspørsmål: *Hvordan jobber elevgrupper med algebra når aktivitetene legges til et energigjenvinningsanlegg?* direkte til Steinbrings epistemologiske trekant og prøvd å anvende den i analysen av mine funn fra bedriftsbesøket. I drøftingsdelen vil jeg prøve å sammenholde dette med teorien som tidligere er omtalt.

Jeg vil også ta et dykk inn i min jentegruppe og spørre etter elevstemmen som kan gi svar på mitt andre forskningsspørsmål: *Hva er elevenes opplevelser av disse aktivitetene når de skjer på denne bedriften?* Under intervjuet stilte jeg følgende spørsmål til dem i forbindelse med semiotikken: Hvordan opplevde elevene dette?

(171) **Rut:** Det står jo f parentes x, ikke sant, og så er lik 2,6 x. Og da skjønte jeg ikke liksom, hva står den x-en for, men så var jo den egentlig bare den samme som f-en der. Det skjønte jeg ikke liksom fordi hvis du for eksempel skulle finne ut av noe, så tok du liksom og delte, så hvordan tok du f parentes x og delte det. Det skjønte jeg ikke.

Jeg oppfatter at Rut er den som ble mest forvirret på Returkraft, og her bekrefter hun min antakelse. Hun strever med symbolene og spesielt *x*. Her har vi funn som viser at hun kanskje tenker likning og vil dele med *x* på begge sider av uttrykket $f(x) = 2{,}6x$. Kanskje hun tenker at svaret da blir $f = 2{,}6$? Jeg griper fatt i denne uttalelsen fra Rut og spør de andre i gruppa hva de tenker når de hører hva Rut har strevd med på Returkraft.

(175) **Siw:** Jo fordi jeg har jo akkurat det samme som Rut, jeg trodde jo at den gjorde noe, den var der fordi noe skulle regnes ut eller sånn. Men så nå vi gikk gjennom oppsummering så sa han jo at den var jo bare, var jo egentlig bare, f-en var jo det samme som x, men bare skrevet som f fikk jeg forståelse for.
(176) **Evert:** Men det var forvirrende?
(177) **Siw:** Det var litt forvirrende.

Her ser vi at lærerens bekreftelse overfor Siw at $B(x)$ er det samme som *y,* løste hennes utfordring. Da forstod hun det. Det viser viktigheten av å forklare hva symbolene betyr. Men hun beskriver det som forvirrende før hun forstod det.

(180) **Ina:** Ja, det var liksom når du plutselig bytta om, når du plutselig satt y her og i en annen oppgave så ble jeg også litt sånn.
(181) **Evert:** Det likte du ikke
(182) **Ina:** Litt sånn forvirret, jeg ble enda mer forvirret..
(183) **Evert:** Det forvirret deg å bytte disse symbolene?
(184) **Ina:** Ja

Her drøfter jeg problematikken med Ina. Hun var også forvirret av bytte fra *y* til $f(x)$. Igjen er det spørsmål om symbolet og forståelsen. Hva er den semiotiske funksjonen til dette symbolet? Jeg velger å trekke inn konteksten videre i intervjuet og utfordrer dem hva $f(x)$ og *x* representerer på Returkraft og når dette ble lettere å forstå.

(207) **Siw:** Energi og -
(208) **Eva:** =søppel .
---
(242) **Rut:** Hva står den f-en for egentlig?
(229) **Eva:** Funksjon.
(230) **Liv:** Funksjon av x
(231) **Rut:** Det visste jeg.
---
(234) **Eva:** På det eksemplet Tore gav, med den bursdagen, så skrev han b parentes x.
(235) **Rut:** For bursdag.
(236) **Siw:** Kan du bare finne på en bokstav liksom?
(237) ----
(238) **Rut:** Ja akkurat kanskje, jeg synes det eksemplet b var lettere å forstå, det var kanskje noe, ikke noe heilt oppi det fjerne holdt jeg på å si, funksjon og sånn, en bursdag, noe som skjer liksom.

Her knytter elevene problemene til tidspunktet når vi innførte det nye symbolet *f(x).* Men når det ble knyttet til bursdag var det lettere å forstå. Rut beskriver *f(x)* med ordene *"heilt oppi det fjerne."* Men det klarner litt for dem når f står for funksjon. Og Rut beskriver at da læreren brukte B for bursdag, så var det noe hun kjente. Da ble det knyttet til en kontekst for henne.

Vi skal også se hva elevene har skrevet til slutt i oppsummeringen på side 27 i elevheftene. Spørsmålet er: *Hva ha du lært om funksjoner i dag?* Blant svarene finner vi disse utsagnene i flere av heftene: *"Uavhengig og avhengig variabler". "Formler til ulike variabler." "y = kx." "Funksjoner kan vise sammenheng mellom to størrelser."* Jon og Kaj fra mørkegrønn gruppe har svart at de har lært *"at en kan skrive f(x) i stedet for y."* Dag fra den samme gruppa, har skrevet at han har lært *"om f(x) og g(x) formlene."* Hvis en ser på oversikten over antall oppgaver som er utført, er det denne og lysegrønn gruppe som kom lengst.

I dette avsnittet om *semiotikk og den epistemologiske trekanten,* har jeg spesielt rettet fokus mot *algebra* og *energigjenvinningsanlegg* i forskningsspørsmålet: *Hvordan jobber elevgrupper med algebra når aktivitetene legges til et energigjenvinningsanlegg?* Algebraens semiotikk, og sammenhengen mellom *konteksten Returkraft*, *funksjonsbegrepet* og *symbolene* har vært analysert i forbindelse med elevgruppenes arbeid, plenumssamtalene og elevenes skriftlige arbeid i heftene. *Hva er elevenes opplevelser av disse aktivitetene når de skjer på denne bedriften?* Jeg har samtidig løftet frem elevstemmene for å få innsikt i hvordan de ville beskrive disse matematikkaktivitetene med krevende symboler og begreper. Og grunnen har vært for å kunne få svar på masteroppgavens hovedspørsmål, om dette var *meningsfylte matematikkoppgaver* eller ikke.

$f(x) = 2{,}6x$ er formelen som ble mye brukt på Returkraft. Men en formel er bare én av flere måter å beskrive en funksjon. Denne formelen kan knyttes til konteksten forbrenning av søppel og omdanning fra kjemisk energi til varme-energi. Men en kan også beskrive disse data fra bedriften i en tabell eller som en graf. Vi vil nå gå over til å se på mine funn og analyse av dem i forhold til ulike representasjoner av funksjonsbegrepet.

8.4 Representasjoner

I avsnitt 3.3 har jeg trukket frem ulike teorier som omtaler viktigheten av forståelse av ulike representasjoner når vi arbeider med algebra og spesifikt funksjoner. Mason et al. nevner tre representasjonsmodi (2011), og under den siste gruppen refererer de til merker og tegn som blir brukt til å representere noe, etter konvensjon. Duval (2006) problematiserer matematikkfaget kontra andre vitenskaper, der en i matematikk kun har kontakt med objektene gjennom symboler og semiotiske representasjoner. Han beskriver to typer transformasjoner: *treatments* og *conversions*. Når Janvier (1987) behandler funksjoner, kaller han arbeid innenfor samme representasjon for *transposisjon,* mens overgang til en annen representasjon for *translasjon*, og han mener at det siste blir oversett i arbeid med funksjonsbegrepet. Til slutt i teoridelen har jeg også nevnt Berg (2013), som følger opp både Duval og Janvier og nevner også det det *syntaktiske* og *semantiske* aspekt ved algebra.

Fortsatt vil jeg her lete etter funn og analysere om de kan gi svar på *hvordan elevgruppene jobber med funksjoner,* og om dette oppleves som *meningsfylte matematikkoppgaver* når disse funksjonene er knyttet mot prosesser i dette *energigjenvinningsanlegget*? Fokus er rettet mot begge forskningsspørsmålene.

I avsnitt 6.2.3 der jeg har omtalt design av oppgavene, har jeg vist en matrise hvordan jeg har laget oppgaver som tar hensyn til overnevnte teori:

til / *fra*	***kontekst***	***tabell***	***Graf***	***formel***
kontekst	*side 3*	*side 4*	*side 25*	*side 23*
tabell	*side 10*	*side 4/5*	*side 14 nederst*	*side 14 midten*
graf	*side 20 øverst*	*side 14 øverst*	*side 19*	*side 20 nederst*
formel	*side 21 øverst*	*side 9 øverst*	*side 21 nederst*	*side 7*

Figur 8.22. Eksempler på oppgaver fra Algebra på Returkraftskolen, hefte B satt inn i diagrammet til Janvier (1987, s.28)

Jeg har laget oppgaver der elevene skal arbeide innenfor den samme representasjonen. Det er dette Duval kaller *treatments* og Janvier *transposisjon,* og det er dette som er merket grått i matrisen over. Andre matematikkoppgaver utfordrer elevene til å skifte fra en representasjon til en annen. Duvall kaller dette *conversions* og Janvier *translasjon*, og dette kan sees som hvite ruter over.

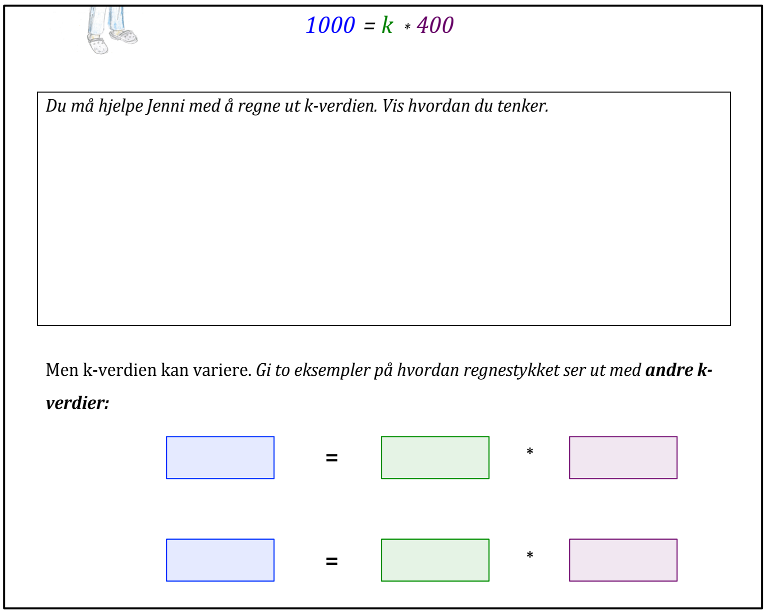
Etter teorien som jeg tidligere har beskrevet, skal det være mer krevende å skifte fra en representasjon til en annen enn å arbeide innenfor samme representasjon. Jeg vil nå med utgangspunkt i mitt forskningsspørsmål se på hvordan elevgruppene jobber med funksjonsbegrepet her på Returkraft.

8.4.1 Behandling innenfor samme representasjon

Matrisen over viser at vi finner eksempler på slike oppgaver på side 3, side 4/5, side 19 og side 7 i *Algebra på Returkraftskolen,* hefte B. På side 3 skal elevene svare på oppgaver som stiller spørsmål om hvor mye kommunene må betale for søpla som leveres på Returkraft. På side 4/5 skal elevene bruke "Brennverdi 11,1 MJ/kg" fra tabellen i driftsrapporten og fylle ut en ny tabell som viser hvordan sammenhengen blir mellom antall kg søppel og energien som utvinnes av søpla. Oppgaven side 19 som elevene arbeidet med etter lunsj, dreier seg om behandling av grafer. Elevene møter en ferdig graf som viser at kalkforbruket er 150 kg i timen. De skal lage en ny graf som viser at forbruket har økt til 200 kg i timen. Den siste oppgaven som hører inn under *"treatments"* og gjelder formel til formel, finner vi på side 7 i elevheftet. Der har de fått oppgitt formelen $1000 = k \cdot 400$ og funnet ut at k må være *2,5*. De skal lage nye formler med andre k-verdier.

Hvis vi ser på oversikten over elevbesvarelsene som tidligere er vist i avsnitt 8.2.3, har alle elevene gitt riktige svar på oppgavene side 3 (1.1 a, b og c) og oppgave 1.2 a side 4 og 5. Når det gjelder oppgave 2.4a side 19, finner vi riktig svar fra alle unntatt Liv og Tor som ikke har svart på oppgaven og Møy som bare har fått 2 poeng.

I Liv si gruppe som også er min dybdegruppe, så var dette den siste oppgaven de rakk å gjøre. Eva og Liv har svart på oppgave 2.3b, mens resten av gruppa har tegnet grafen. Liv er den eneste som ikke har gjort oppgave 2.3a. Jeg antar at det var rett i avslutning av arbeidsøkten, og siden hun har beskrevet funksjonsuttrykket, oppfatter jeg at hun har forstått oppgaven.


$1000 = k * 400$

Du må hjelpe Jenni med å regne ut k-verdien. Vis hvordan du tenker.

Men k-verdien kan variere. *Gi to eksempler på hvordan regnestykket ser ut med* ***andre k-verdier:***

= *

= *

Figur 8.23. Algebra på Returkraftskolen, hefte B side 7.

Den siste oppgaven som utfordrer dem å gå fra formel til formel, finner vi på side 7. (figur 8.23). Her er det mange feil og løsninger som ikke er fullgode. Kun dybde-gruppa har fått full uttelling på sine løsninger. Oppgaven står i forbindelse med formelen $y = k \cdot x$ der verdiene $y = 1000$ og $x = 400$ er valgt, og elevene skal finne k som da blir *2,5*. De skal prøve å lage to andre regnestykker med formelen, men k skal ha en annen verdi enn 2,5. Dybdegruppen som har riktig løsning, har valgt å skrive:

$$1000 = 2 \cdot 500 \text{ med } k\text{-verdi} = 2$$
$$1000 = 4 \cdot 250 \text{ med } k\text{-verdi} = 4$$

Figur 8.24a. Elevbesvarelser fra dybdegruppen på oppgaven fra Algebra på Returkraftskolen, hefte B side 7.

Lysegrønn gruppe som jeg har vurdert til feil løsning har prøvd seg med dette uttrykket som svar på denne oppgaven:

$$k = 2{,}5 \cdot 4000$$
$$1000 = 2{,}5 \cdot k$$

Figur 8.24b. Elevbesvarelser fra lysegrønn gruppe på oppgaven fra Algebra på Returkraftskolen, hefte B side 7.

De andre gruppene som jeg har gitt delvis rett, har riktig uttrykk, men de har glemt å endre å velge andre k-verdier enn 2,5 slik det stod i oppgaven. Det kan se ut som det ikke var så problematisk for elevene å arbeide innenfor samme representasjon med unntak av oppgaven side 7. Jeg vil i drøftingsdelen komme tilbake til hvorfor mange av elevene fikk problemer med denne oppgaven. Kan det være uklar oppgavedesign eller kan dette tyde på at teorien ikke stemmer? Både Duval og Janvier nevner at det er mer krevende med konvertering fra en representasjon til en annen. La oss se på det.

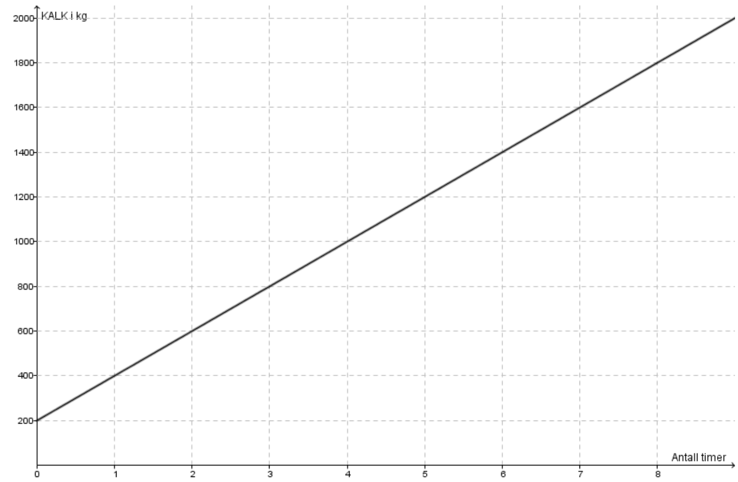
8.4.2 Konvertering fra en representasjon til en annen

Vi skal først se på overgangen fra kontekst til tabell, graf og formel. Oppgavene finner vi på henholdsvis side 4, 25 og 23. I den første oppgaven har de lest at søppel koster kr 1300 pr tonn å levere på Returkraft. De skal fylle ut en tabell som viser sammenhengen mellom søppelmengde og regningen. Det er oppgave 1.1e. Her har nesten alle elevene løst oppgaven riktig. Den andre oppgaven på side 25 med nummer 2.7 har ingen rukket å løse. Heller ikke oppgaven på side 23.

Den andre overgangen er fra tabell til kontekst, graf og formel, og oppgavene finner vi på side 10 og 14. Oppgaven fra tabell til graf har nummer 1.6b, og de skal vurdere tallene i tabellen og forklare hvorfor en verdi skiller seg ut fra de andre. Samtlige grupper som har rukket å svare på denne oppgaven, har svart korrekt at dette dreier seg om september når ovnen rengjøres. Fra tabell til graf og formel side 14, var det ingen av gruppene som rakk.

Den tredje overgangen fra graf til kontekst, tabell og formel finner vi på side 14 og 20. På side 20 møter elevene en lineær graf som ikke går gjennom origo, og de skal lage en aktuell kontekst og formel (figur 8.25). Oppgavene har nummer 2.4 e og f. Det er bare lysegrønn og mørkegrønn gruppe som har kommet til denne oppgaven, og begge har løsninger som jeg har vurdert som fullgode.

Her er også en graf. Legg merke til at den ikke går gjennom origo (0,0).



Forklar hva den viser, og prøv å finne en grunn for at den ikke går gjennom origo (0,0).

Hvordan tror du formelen til denne funksjonen blir?

Figur 8.25. Algebra på Returkraftskolen, hefte B side 20.

Tua har skrevet noe som er strøket over: *"~~startpunktet (det laveste taller) er ikke mindre enn 200 kg~~."* Alle de andre på lysegrønn gruppe har gitt et fullgodt svar: *"De har mistet 200 kg kalk"* og oppgitt formelen: $g(x) = 200 \cdot x + 200$. Mørkegrønn gruppe har svart: "*Ved oppstart er det allerede 200 kg kalk"* og formelen: $g(x) = 200x + 200$. Lui i denne gruppa har en annen versjon på kontekst med følgende ordlyd: *"Det er 200 kg kalk i maskinen fra før."* Oppgaven fra graf til tabell på side 14 er oppgave 1.8a som ingen grupper rakk.

Den siste overgangen fra formel til kontekst, tabell og graf finner vi på side 9 og 21. Ingen grupper begynte på side 21, men side 9 har alle gjort. Det er oppgave 1.5b (figur 8.26). Igjen viser det seg at alle elevene fikk høyeste poeng med unntak av Odd og Mia. Odd har kun en liten feil i utregningen i tabellen, de andre er riktige og Mia noe tilsvarende med et annet tall. Jeg oppfatter dette som små slurvefeil.

Jenni vil lage en tabell som viser sammenhengen mellom søppel og energi når vi bruker formelen y = 2,6x. Her har Jenni valgt x-verdier. *Du skal bruke formelen, regne ut de riktige y-verdiene og sette dem inn i tabellen.*

x: **søppel**	0	15 000	30 000	60 000	100 000	130 000
y: **energi**						

Figur 8.26. Algebra på Returkraftskolen, hefte B side 9.

Jeg finner ikke så gode

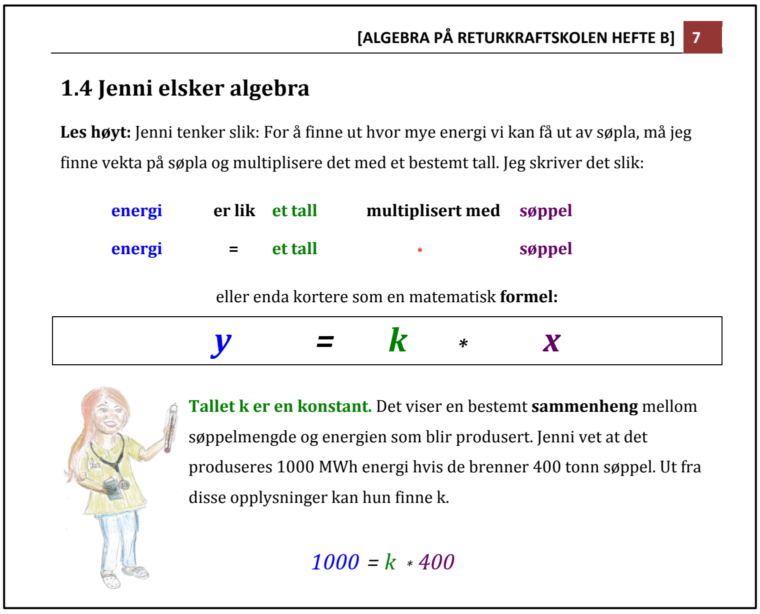
eksempler på problemer med overgang fra en representasjon til en annen. Når jeg undersøker hvordan *elevgruppene jobbet med algebra-representasjoner*, og disse aktivitetene var lagt til konteksten Returkraft, finner jeg lite eller ingenting som underbygger det Duval og Janvier beskriver i sin teori. Jeg vil komme tilbake til dette i drøftingsdelen kapittel 9. Når jeg nå retter blikket mot mitt andre forskningsspørsmål som dreier seg om *elevenes opplevelser av disse aktivitetene,* så finner jeg heller ikke her noe som tyder på at de uttrykker at det ene er lettere enn det andre.

Et spørsmål en kan vurdere, er om oppgavedesignen er årsak til at jeg ikke finner noen funn. Når jeg har drøftet funksjons- og variabelbegrepet, har jeg også drøftet algebraens historiske utvikling. Den måten funksjonssymbolene blir fremstilt på i dag, har gjennomgått en lang utvikling opp igjennom historien. Jeg har tidligere nevnt at vi bør ta hensyn til denne utviklingen, når en skal føre elevene inn i det algebraiske symbolspråket.

8.4.3 Den historiske utvikling

Jeg har i avsnitt 4.4 beskrevet algebraens historisk utvikling som har endt opp med de symboler og formler vi bruker i dag. Der nevnte jeg Gravemeijer og Dorrman (1999) som anbefaler å ta utgangspunkt i denne historiske utviklingen som matematikk har gjennomlevd når en skal designe oppgaver, og Torkildsen (2006) som mener at en ikke bør starte med en formel, men lar den være sluttproduktet i en prosess der matematisk resonnering har spilt en sentral rolle. Han sier at vi bør la den retoriske, synkoperte og symbolske algebraen leve side om side, inntil elevene blir fortrolig med det algebraiske symbolspråket. Torkildsen anbefaler å introdusere algebra i konkrete sammenhenger, og mener at et grundig arbeid med å skape omforme og tolke uttrykk bør danne basis i grunnskolens algebra. Først da vil øvingen på omforming av rene algebraiske uttrykk virke meningsfylt.

Mitt studie har som hovedmål å få svar på om dette var meningsfylte matematikk-oppgaver. Samtidig var det en utfordring når en kun skulle følge én klasse over så kort tid. Hvis dette punktet skulle få mening, burde jeg ha sett på opplæringsløpet innen algebra over en lengre tidsperiode. Men siden jeg synes det er et viktig punkt, valgte jeg å ta med dette momentet i design av oppgaver, og det er først og fremst på side 7 i elevheftet dette kommer tydeligst til syne (figur 8.27).


[ALGEBRA PÅ RETURKRAFTSKOLEN HEFTE B] 7

1.4 Jenni elsker algebra

Les høyt: Jenni tenker slik: For å finne ut hvor mye energi vi kan få ut av søpla, må jeg finne vekta på søpla og multiplisere det med et bestemt tall. Jeg skriver det slik:

energi	**er lik**	**et tall**	**multiplisert med**	**søppel**
energi	**=**	**et tall**	*	**søppel**

eller enda kortere som en matematisk **formel:**

$$y = k * x$$

Tallet k er en konstant. Det viser en bestemt **sammenheng** mellom søppelmengde og energien som blir produsert. Jenni vet at det produseres 1000 MWh energi hvis de brenner 400 tonn søppel. Ut fra disse opplysninger kan hun finne k.

$$1000 = k * 400$$

Figur 8.27. Algebra på Returkraftskolen, hefte B side 7.

Her har jeg valgt å starte med å skrive funksjonsuttrykket med ren tekst (retorisk algebra): *"energi er lik et tall multiplisert med søppel."* Deretter fremstiller jeg dette med en blanding av tekst og symboler (synkopert algebra): "$energi = et\ tall \cdot søppel$." Og til slutt ender dette i kun bokstaver og tegn (symbolsk algebra) $y = k \cdot x$. Hvordan har elevene arbeidet med dette? Jeg vil prøve å få svar på hvordan elevgrupper jobber med algebra når de får presentert det på denne måten. Jeg har til hensikt å føre dem inn i det moderne symbolspråket som vi bruker i dag, men forklare det trinnvis på den måten disse symbolene har utviklet seg.

(155) Rut leser fra side 7 øverst.
(156) **Rut:** *"... energi er lik et tall multiplisert med søppel."*
(157) **Liv:** Altså x gange søppel?
(158) **Siw**: Men den er jo inni den.
(159) **Ina:** Er det sånn at MWh er lik x gange-
(160) **Liv:** Kunne de ikke skrive s …
(161) **Ina:** = svaret?
(162) **Liv**: "*Tallet k er en konsonant. Det viser en bestemt …*"(utydelig og svakt) (5.0).
(163) **Ina:** Hva er k?
(164) **Rut:** k er en konsonant.

Den første utfordring de møter, er begrepet *multiplikasjon.* Liv spør: *"Altså x gange søppel?"* Hun må ha en bekreftelse på at multiplikasjon betyr *gange.* Her møter vi et generelt didaktisk problem, skal vi lærere bruker ordet *multiplikasjon* eller *gange*? Jeg oppfatter at gange er det vanligste, men så erstatter vi dette av og til med multiplikasjon, og da er det flere elever som ikke husker hva ordet betyr.

Liv har kanskje ikke fått med seg ideen og foreslår at dette betyr "*x gange søppel."* Men det er jo feil, og Siw retter henne og sier at søpla er inni x-en: "Men den er jo inni den." Jeg oppfatter at Siw har skjønt at *x* representerer antall tonn med søppel.

Ina prøver deretter å knytte dette til konteksten. Hun sier: "*MWh er lik x gange – ".* Det kan se ut som hun har forstått at symbolet *y* representerer energi med benevning MWh, og det er jo helt korrekt i forhold til det hun arbeidet med på forrige side.

Jeg har tidligere vist at disse jentene i dybdegruppen var litt forvirret på dette tidspunkt hva symbolene betydde. I kapitlet 8.1.2 har jeg vist at de på side 6 skulle forklare sammenhengen mellom søppelmengden og energien, og når jeg ser etter i heftene, har fire av dem skrevet: *"*$x \cdot 2{,}5 =$ *den uavhengige variabelen".* Eva har derimot valgt å skrive " $x \cdot 2{,}5$*"* og forklart at *"x = den uavhengige variabel".* Her hadde kun Eva en viss innsikt hva symbolet *x* betydde.

Denne oppgaven som tar utgangspunkt i å føre elevene inn i den historiske utvikling, kommer på side 7. Det er vanskelig å finne holdepunkt som viser at de har skjønt min intensjon. Da burde de kanskje ha lest de tre setningene som nesten kommer under hverandre, fra retorisk gjennom synkopert til symbolsk algebra. Men det kan se ut som de leser litt og går i gang med å finne k-verdien.

Når de kommer til side 9 og skal gi en oppsummering av hva symbolene *y, =, 2,6* og *x* betyr, har de klart det. Det er fortsatt litt forvirring blant dem, men de ender opp med en korrekt fremstilling som jeg har vist i figur 8.9. Jeg kommer tilbake til dette punktet i kapittel 9 når jeg skal drøfte mine funn og analyser i forhold til teorien jeg tidligere har beskrevet.

Jeg har samlet mine drøftinger av disse funn og analyser fra både avsnitt *8.3 Semiotikk og den epistemologiske trekant* og avsnitt *8.4. Representasjoner* under en hovedoverskrift som jeg har kalt *Det epistemologiske aspekt* i kapittel 9. Der vil jeg drøfte det som her i kapittel 8 er kommet frem i forhold til forskningsspørsmålene: *Hvordan jobber elevgrupper med algebra når aktivitetene legges til et energigjenvinningsanlegg? Hva er elevenes opplevelser av disse aktivitetene når de skjer på denne bedriften?* I de to siste avsnittene har jeg spesielt hatt fokus på semiotikken knyttet til funksjoner, sammenhengen mellom konteksten, symbolene og funksjonsbegrepet. Og til slutt trukket frem de ulike representasjoner for funksjonsbegrepet som elevgruppen har jobbet med. Vi skal fortsatt ha fokus på algebraen, men nå rette blikket mot elevenes tenkemåte når de møter slike algebraiske uttrykk her på Returkraft.

8.5 Elevenes algebraisk tenkemåte

I denne masteroppgaven har jeg nevnt at algebra er et krevende emne for norske elever, og de presterer signifikant svakere i dette emnet enn elever i mange andre land (Grønmo et al., 2012; Grønmo & Onstad, 2013). Det er også min erfaring som lærer. Jeg har tidligere pekt på at for mange elever er algebra ofte meningsløs manipulasjon av symboler. Naalsunds studiet, *Why is algebra so difficult?* (2012), viser at algebra i norsk skole er preget av lærerstyrt undervisning etterfulgt av individuell oppgaveløsning. Schliemann et al. (2007) hevder at mange forskere har vist til eksistens av et kognitivt gap mellom aritmetikk og algebra som en forklaring på mange ungdommers problemer med å lære algebra, men de velger å problematisere vårt syn på forholdet mellom aritmetikk og algebra og tidspunktet for når vi bør begynner opplæringen i algebra.

Under mitt arbeid med å finne svar på forskningsspørsmålene, vil jeg gjennomgå intervjuet med dybdegruppa og se hvordan de beskriver forskjellen på en vanlig matematikktime og aktivitetene de møtte på Returkraft. *Og hva er deres opplevelser?* Jeg vil også ha de overnevnte referansene som bakteppe når jeg skal analysere funnene fra empirien på Returkraft. *Hvordan jobber elevgruppene med algebra her på et energigjenvinningsanlegg?* Er det de samme utfordringer som er nevnt når jeg har trukket frem tidligere studier i litteraturdelen kapittel 5?

8.5.1 Matematikkaktivitetene på Returkraft kontra den vanlige matematikktimen

Jeg besøkte elevene noen dager før bedriftsbesøket, under en vanlig matematikktime. Da ble de introdusert for begrepene gjennomsnitt, median, typetall og variasjonsbredde. Jeg oppfattet at de hadde arbeidet noe med dette tidligere. Elevene ble delt inn i grupper og skulle løse noen oppgaver, og etterpå var det oppsummering i fellesskap. Var dette en vanlig måte denne klassen jobbet på i matematikk? Jeg spurte min dybdegruppe under intervjuet om hva som er forskjellen på en vanlig matematikktime på skolen og opplegget på Returkraft.

(111) **Rut:** Oppsummering.
(112) **Evert:** Pleier ikke dere det?
(113) **Siw:** Nei.
(114) **Rut:** Vi tar ikke opp svarene.
(115) **---**
(116) **Rut:** Vi pleier egentlig ikke å jobbe i grupper, det var første gang.
(117) **Evert:** Det var første gang?
(118) **Rut:** Ja: (latter)
(119) **Evert:** Men når dere jobber alene i vanlige mattetimer, da altså (.)
(120) **Siw:** Da regner vi til det er slutt på timen og så går vi ut.
(121) **Evert:** Ja, dere har ikke oppsummering?
(122) **Siw:** Nei.
(123) **Rut:** Det er egentlig litt dumt. Fordi (.) da kan du liksom lære av andres feil, han sa vi skulle begynne med noe sånn der (.) beste feil eller noe sånn, så skulle han skrive opp på tavla, men vi har bare hatt det tre ganger.

Her beskriver elevene en vanlig matematikktime på skolen. De jobber mye alene. Den ene gangen jeg besøkte dem i en vanlig matematikktime, og de jobbet i grupper, var ikke vanlig organisering for dem. Da hadde de også oppsummering på slutten av timen. Heller ikke det var vanlig. Da pleide de å regne til slutten av timen og ta friminutt. Elevene reflekterer selv over at det er litt dumt at de ikke pleier å ha oppsummering, for da kan de lære av hverandre.

Rut sier: *"Det er egentlig litt dumt. Fordi (.) da kan du liksom lære av andres feil …"*. Her kommer det frem at elevene selv opplevde at plenumsøktene på Returkraft var nyttige. De synes det er litt dumt at de ikke gjør slik i vanlige timer. Jeg oppfatter at de kanskje opplevde disse oppsummeringsøktene læringsrike og meningsfylte på Returkraft.

Elevene forteller også mer om forskjellen på *Algebra på Returkraftskolen* og den vanlige matematikkundervisningen på skolen. På Returkraft var det ingen felles informasjon fra begynnelsen, men elevene måtte gå til heftene og selv finne ut hva de skulle gjøre. De fikk heller ikke presentert en fremgangsmåte, det måtte de finne ut av selv. Dette var uvant for dem.

(64) **Evert:** Er dere vant til at læreren går gjennom det på forhånd -
(65) **Flere:** =ja
(66) **Evert:** =og så regner dere oppgaver?
(67) **Flere:** Ja.
(68) **Evert:** Var det uvant dette og ikke få det på forhånd?
(69) **Flere:** Ja.
(70) **Liv:** Jeg synes egentlig det var litt bra og på en måte
(71) **Eva:** =ja.
(72) **Siw:** =fikk tenkt selv og
(73) **Liv:** =ja
(74) **Siw:** =nå måtte du finne selv ut av hvordan du skal komme frem til svaret for eksempel i stedet for at læreren gir deg en formel: Sånn skal du regne liksom. Nå fikk vi mer vite (.) nå måtte vi selv finne ut av hvordan vi måtte komme frem til det og litt sånn.

Her ser vi hvordan elevene videre beskriver sin normale matematikktime. På starten av timen går læreren gjennom noe i fellesskap og så regner de oppgaver. Her på Returkraft opplevde elevene at de ikke fikk en slik informasjon på forhånd. Men de måtte selv finne ut av det. Her sier de at de vurderer det som "litt bra" og grunnen er at de *"fikk tenkt selv"*. Du måtte "*finne selv ut hvordan du skal komme frem til svaret … i stedet for at læreren gir deg en formel."*

8.5.2 Algebra i matematikkundervisningen

Jeg har tidligere nevnt at algebra er et krevende emne for elevene og at det kan være noe ulikt syn på forholdet mellom aritmetikk og algebra. Hvordan opplevde elevene dette emne på Returkraft og hva slags tanker har de generelt på emnet? Jeg stilte dem spørsmålet: *Når dere hører ordet algebra, hva tenker dere da på?*

(361) **Siw:** Tall.
(362) **Ina:** Jeg er ikke helt sikker.
(363) **Eva:** Bokstaver.
(364) **Rut:** Bokstavuttrykk.
(365) **Liv:** Bokstavuttrykk.
(366) ---
(367) **Siw:** Tall og bokstaver som er satt sammen på en spesiell måte.
(368) **Evert:** Tenker du tall er algebra?
(369) **Siw:** Nei.
(370) **Liv:** Ikke bare tall, men 4a og 4b.

Ina er ikke helt sikker hva algebra er, mens flere av de andre beskriver det som *"tall"*, *"bokstaver"* og *"tall og bokstaver satt sammen på en spesiell måte."* Når jeg da utfordrer dem på om vanlige tall er algebra, svarer de *"nei"*, men *4a* eller *4b* er algebra. Hvor sikre begrepet har disse elevene om algebra? Jeg skal i drøftingsdelen komme tilbake til dette. Men Eva har sine egne tanker om definisjonen på Algebra.

(371) **Eva**: Jeg føler det er å finne x (---) finne det ukjente liksom.
(372) **Evert:** Det er algebra?
(373) **Eva:** Ja.

Jeg oppfatter at Eva knytter algebra til det å løse likninger. Finne den ukjente. Jeg kan ikke finne at noen av elevene nevner ulike sider ved variabelbegrepet som vi tidligere har nevnt at vi generelt møter i algebra. Jeg spurte dem også om deres syn på tidspunkt for start av algebraundervisning:

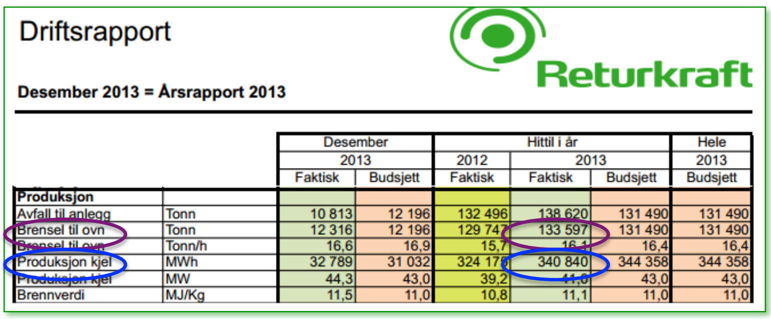
(374) **Evert:** Begynner dere nå å lære algebra, eller har dere lært -
(375) **Liv:** =vi lærte det i 8.
(376) **Evert:** Ikke i første klasse? (latter)
(377) **Siw:** Nei, vi begynte i 8.

Vi ser at disse elevene tenker slik de fleste gjør, at det er i ungdomsskolen de starter på alvor med opplæring i algebra. Jeg ønsket også å få svar på elevene tanker og følelser om algebraemnet. Jeg spurte dem om hvordan de oppfattet algebra, om det var lett, middels eller vanskelig å lære:

(381) **Liv:** Vanskelig i begynnelsen, men med en gang jeg klarte det, var det ganske lett.
(382) **Rut:** Jeg synes det var nokså lett, og det var litt gøy å løse likninger, for det var sånn kryssord, der du fant ut, så kunne du sette prøve og så ble det riktig. Litt gøy (latter).
(383) **Eva:** Jeg synes det er ganske greit egentlig.
(384) **Ina:** Jeg synes det er sånn midt i mellom.
(385) **---**
(386) **Siw:** Jeg synes det er vanskelig (latter)
(387) **Evert:** Hvorfor synes du algebra er vanskelig?
(388) **Siw:** Jeg skjønner det ikke helt, hvordan jeg skal gjøre det. (latter)
(389) **Evert:** Du vil ha en fremgangsmåte?
(390) **Siw:** Og av og til er det en annen, nei jeg vet ikke. Av og til gjør man det på en annen måte, og da blir man litt forvirret.

Her ser vi at elevene har ulik oppfatning av algebra. Eva og Rut synes det er ganske greit og lett. Rut beskriver å løse likninger som å løse et kryssord. For henne er det antakelig en tilfredsstillende å finne et svar som gir en korrekt løsning. Hun sier at det er gøy når hun setter prøve og finner ut at svaret er rett. Ina synes det er sånn *"midt i mellom",* mens Liv beskriver det som vanskelig til å begynne med, men når hun klarer det, *"er det ganske lett."* Siw opplever det vanskelig og har problemer med å finne en fremgangsmåte. Noen ganger skal en bruke denne metoden, andre ganger skal det gjøres annerledes. Det er litt forvirrende mener hun.

8.5.3 Manipulering eller meningsfylt forståelse?



		Desember 2013 Faktisk	Desember 2013 Budsjett	Hittil i år 2012 Faktisk	Hittil i år 2013 Faktisk	Hittil i år 2013 Budsjett	Hele 2013 Budsjett
Produksjon							
Avfall til anlegg	Tonn	10 813	12 196	132 496	138 620	131 490	131 490
Brensel til ovn	Tonn	12 316	12 196	129 747	133 597	131 490	131 490
Brensel til ovn	Tonn/h	16,6	16,9	15,7	16,1	16,4	16,4
Produksjon kjel	MWh	32 789	31 032	324 17[illegible]	340 840	344 358	344 358
Produksjon kjel	MW	44,3	43,0	39,2	41,0	43,0	43,0
Brennverdi	MJ/Kg	11,5	11,0	10,8	11,1	11,0	11,0

Figur 8.28. Algebra på Returkraftskolen, hefte B side 8.

I avsnitt 1.4 *Jenni elsker algebra,* har de fått den generelle formelen for funksjons-begrepet $y = kx$. I oppgave 1.4c får de oppgitt to bestemt verdier for x og y og de skal regne ut k. I neste oppgave 1.4d skal de lage en generell formel med denne k-verdien og finne x og y verdien som har den rette sammenhengen. På figur 8.28 ser vi driftsrapporten fra Returkraft som de henter ut de nøyaktige tallene fra. Oppgavene som elevene fikk, var formulert slik: *Hvor mye energi får de ut av 1 tonn søppel?*

Samtlige elever løser den øverste oppgaven helt korrekt. De klarer å hente ut tallene av driftsrapporten og skriver 340 840 : 133597 = 2,55 og runder det av til 2,6. Flere har også skrevet $k = y : x$ antakelig for å vise hvordan de har regnet ut den rette *k*-verdien.

I oppgave 1.4d står det: $y = k \cdot x$. *Rund av den nye k-verdien du fant til én desimal og lag noen regnestykker med formelen over. Du velger fritt en x-verdi og regner ut y-verdien som passer til.* Eksempler på hvordan de har svart på den siste oppgaven:

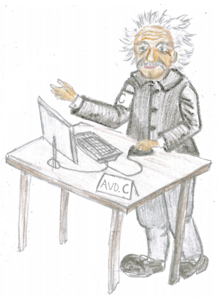
*2,6 * 1300 = 3380*	*2,6 * 10 = 26*	*1300 = 2,6 * 500*	*y = 2,6 * x*
*12316 * 2,6 = 32789*	*8580 = 2,6 * 3300*	*78 = 2,6 * 30*	*130000=2,6*5000*

Figur 8.29. Elevbesvarelsene på oppgave 1.4d

Ut fra de resultater vi ser her, kan en antyde at elevene har god forståelse for hvordan de skal finne *k*-verdien, sammenhengen mellom uavhengig og avhengig variabel. Ut fra formelen $y = kx$, klarer flere å omforme den til $k = y : x$ og da er det lett å finne svaret.

Les høyt: Vinni har ansvar for produksjon av strøm og fjernvarme. Vanndampen driver en turbin-generator som produserer strøm, men bare 1/5 eller 20 % av den totale energien selges som strømenergi.

Hvis 1 tonn søppel blir omdannet til 2,5 MWh varmeenergi, hvor mye av dette selges som strømenergi?



Her har du en oversikt over antall tonn søppel som ble brent i ovnen og antall MWh strøm som ble solgt hver måned i 2013:

	Jan	Feb	Mar	Apr	Mai	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Des
Brensel til ovn i tonn	12693	10696	10296	10689	10901	11050	11811	11889	6633	12796	11827	12316
Salg av strøm i MWh	5721	4722	4773	5666	5962	6573	6723	7369	2210	7730	6777	7269

Figur 8.30. Algebra på Returkraftskolen, hefte B side 10.

På side 10 og 11 i heftet møter de Vinni som blant annet tar seg av strøm. Først får de vite at kun 1/5 eller 20 % av den totale energien selges som strøm (figur 8.30). De skal regne ut hvor mye 1 tonn med søppel blir omdannet til i strøm. Det var kun 6 elever fra til sammen to grupper som ikke rakk å komme hertil. Alle de andre elevene som fikk tid til å gjøre dette, svarer korrekt 0,5 MWh.

På neste side skal de finne den nye k-verdien. De blir spurt i oppgave 1.6.c om å finne sammenhengen mellom søppelmengde og strømmen i to fritt valgte måneder. Det er kun 10 elever fra tre grupper som har fått tid til å løse denne oppgaven. Men av disse 10 elevene er det kun 4 elever fra mørkegrønn gruppe som har løst den korrekt. De har valgt mars og juli og finnet k-verdier på henholdsvis 0,5 og 0,6. Jeg legger merke til at de løser den som en likning:

$$4773 = k \cdot 10296$$
$$4773 : 10296 = k \cdot 10296 : 10296$$
$$0{,}5 = k$$

Figur 8.31. En av elevsvarene fra mørkegrønn gruppe på oppgave 1.6.c

De 6 andre har derimot valgt å dividere feil: brensel *(x)* : strøm *(y)* og får *k*-verdier på 2,2 og 1,7 fra henholdsvis januar og juni. Fem av disse er Eva, Rut, Siw, Liv og Ina fra dybdegruppen min. I tillegg har Xia fra den orange gruppa rukket å finne k-verdien fra én måned. Men også hun dividerte motsatt og fikk 1,6 til svar.

Min antydning at elevene hadde forståelse for hvordan de skulle finne k-verdien for sammenhengen mellom uavhengig variabel og avhengig variabel blir ikke så sikker etter dette funnet. Her kan det virke som de mer tar to tilfeldige tall og dividerer. Og siden de tidligere har funnet *k*-verdier på omkring 2-2,5, er det kanskje ikke så unaturlig med de nye tallene. Men jeg kan ikke se at det er noen refleksjon rundt dette i forhold til oppgavestarten der kun 1/5 part av energien blir solgt som strøm. Her kan en mer få en oppfatning at noen av elevene driver med tallmanipulering ut fra hva som de synes passer best.

I avsnitt 8.4 viste jeg til funn og analyser av semiotikken og den epistemologiske funksjonen til funksjonsuttrykket. Her i dette kapitlet har jeg prøvd å rette blikket mot elevenes algebraiske tenkemåte og deres opplevelser av algebra generelt. Jeg oppfatter at det kan være nyttig både for å få frem elevenes *opplevelser av disse aktivitetene* og også for å kunne svare på *hvordan de jobber med algebra på et energigjenvinningsanlegg*. Konteksten er noe ulik den vanlige undervisningen på skolen. Jeg vil derfor til slutt ta for meg kontekstens betydning for mitt svar på dette studiets hovedspørsmål: *Meningsfylte matematikkoppgaver?* I drøftingskapitlet vil jeg samle mine funn og analyser både fra dette kapitlet og 8.6 om kontekstens betydning under felles overskrift som jeg har kalt *Undervisning i algebra*. Her vil jeg drøfte om mine svar på forskningsspørsmålene kan si noe om hvordan vi lærere bør forholde oss til dette emne når vi skal lære opp de unge.

8.6 Kontekstens betydning

Begge forskningsspørsmålene peker mot en spesifikk kontekst. Returkraft er et energigjenvinningsanlegg som brenner søppel, og den kjemiske energien blir omdannet til varmeenergi som igjen blir solgt som fjernvarme og elektrisitet. Dette er en annerledes kontekst for elevene enn den normale undervisningen i matematikk på skolen. Hvilken betydning har dette i forhold til elevenes matematikkaktivitet under opplæring i algebra?

Jeg har i teoridelen avsnitt 3.5 nevnte Realistic Mathematics Education (RME) og Freudenthal der "*context problems*" spiller en viktig rolle (Gravemeijer & Dorrman, 1999). Freudenthals primære fokus var på å lære matematikk i en meningsfylt sammenheng, og han var imot å skille matematikken fra den virkelige verden og undervise ferdiglaget aksiomer. Freudenthal hevder at formell matematikk vokser frem under *elevaktiviteter* og bør skje i *meningsfylte kontekster*. Kan jeg finne eksempler på at det var motiverende for elevgruppene å jobbe med algebraaktiviteter på en bedrift? I litteraturdelen avsnitt 5.2 har jeg også trukket frem Carraher et al. (1985) som har studert gatebarn i Brasil, som det viser at kontekst-oppgaver var enklere å løse enn oppgaver uten kontekst. Hva er elevenes opplevelse av disse aktivitetene når de skjer i denne spesielle konteksten og hvordan virker den inn på deres arbeid med funksjonsbegrepet?

(112) **Rut:** Jeg synes du lærte mer av eller liksom å gå rundt der og ser at faktisk blir dette brukt til noe i stedet for at du sitter bare der og ser, ok det er bare masse tall og bokstaver liksom. Så du ser mer hva det blir brukt til da.

(113) **Liv:** Ja, så gjorde vi oppgaver om akkurat det som hun pratet om, og vi satt og gjorde oppgaver om det, og det var veldig bra ja, følte jeg, for da forstod jeg det hun pratet om, enn at vi gikk rundt og pratet om noe annet på en søppelfabrikk, holdt jeg på å si.

Her beskriver Rut og Liv hvordan de opplevde å arbeide med algebra knyttet til det de hadde sett under omvisningen på bedriften. Rut gir uttrykk for at det føltes meningsfylt *"å gå rundt der og ser at faktisk blir dette brukt til noe"* fremfor å sitte på skolen med masse tall og bokstaver. Og det meningsfylte knytte hun til at du *"ser hva det blir brukt til."* De sier at de knytter tallene de jobbet med i heftene til *noe virkelig*, *en realistisk kontekst.* Det gjør det meningsfylt, meningsfylte matematikkoppgaver. Det var oppgaver fra noe de hadde opplevd.

(114) **Evert:** Det du sa med at du jobbet med noen tall som du ikke forstod noe av, hva tenkte du da på, tenkte du på skolen da?
(115) **Rut:** Nei, nei men du eller sånn du ser liksom at du kan virkelig bruke det,
(116) **Liv:** =ja
(117) **Rut:** =du bruker det i også i hverdagen.

Igjen ser vi at elevene ser koplingen mellom algebra og virkeligheten. *"Du ser liksom at du kan virkelig bruke det,"* sier Rut og fortsetter: *"du bruker det også i hverdagen."* De regner ikke på noe er abstrakt og fjernt, men det er noe som virkelig blir brukt.

(93) **Evert:** Det var annerledes. Var det flere ting som var annerledes?
(94) **Rut:** Ja vi opplevde det jo, det dere -
(95) **Eva:** =vi så det -
(96) **Rut:** =vi var jo på Returkraft og så hvordan ting fungerte og det gjør det jo litt gøyere og du kan regne med det (.) ja, du kan regne med det da og, i stedet for at du da blir fortalt om det -
(97) **Siw:** =sånn er det liksom.
(98) **Liv:** Det er sjeldent vi får vite hvorfor vi skal lære.
(99) **Siw:** Det er liksom: Sånn er det og sånn skal det være, det er ingen som (.) det er bare sånn er det liksom. Av og til kan du tvil. Hvorfor er det sånn, kan man gjøre det noe annerledes eller noe sånn? Når vi var på Returkraft, så fikk vi liksom (.) vi så liksom ting for oss når vi begynte å regne, så så vi liksom hvordan det var. Og det syns (.) jeg synes det var veldig bra i alle fall.
(100) **Liv:** Ja

Elevene beskriver igjen tydelig hvordan de opplever vanlig matematikkundervisning i klasserommet og hvordan de opplevde *Algebra på Returkraftskolen*. De beskriver at ofte vet de ikke hvorfor de skal lære denne matematikken. De får bare beskjed om at *"sånn er det og sånn skal det være."* For elevene var det en stor kontrast til opplegget på Returkraft. De beskriver det slik at der ble det gøyere når de opplevde virkeligheten og skulle regne på det de hadde sett. Jeg oppfatter at elevene gir uttrykk for at dette var meningsfylte matematikkoppgaver. Det virker som konteksten hjalp dem til forståelsen av matematikkoppgavene, og ved å besøke en bedrift, ble det meningsfylt for dem å lære om funksjoner i matematikk. Det var gøyere å regne med oppgaver når de hadde sett *"hvordan disse ting fungerte."*

Læreren spør dem hva de har lært om funksjoner i oppsummeringsøkten. I den forbindelsen skulle de løse en oppgave der Returkraft produserte mindre en av månedene i året. Kunne de finne ut av det? Oppgavene var knyttet til konteksten.

(17) **Tua:** Det er lett. Det er mye lettere enn jeg trodde. (ikke hørbart) tabellen med måneder. Vi skulle finne ut av hvorfor det var mindre i en måned enn de andre.
(18) **Per:** Ja.
(19) **Tua:** Og da var det lettere fordi vi gikk gjennom det før da på omvisningen og da sa de da på en praktisk måte da, da kunne jeg vite at det var september, for hun hadde allerede sagt at i september hadde de stengt i tre uker.
(20) **Per:** Ja, så det var ikke bare en tabell som ikke hadde noe med virkeligheten å gjøre.

På Tuas svar legger vi merke til at hun beskriver matematikkoppgaven som lett, fordi det var knyttet til konteksten og omvisningen på bedriften. Og læreren repliserer at det har noe med virkeligheten å gjøre.

Jeg oppfatter at vi også i dette avsnittet har sett på hvordan *elevgrupper jobber med algebra* og *deres opplever av disse aktivitetene i denne konteksten.* Det har jo vært mine to forskningsspørsmål fra starten av dette studie, og målet har vært å få et svar på om dette ble *meningsfylte matematikkoppgaver.* Jeg oppfatter at min analyse av disse siste funn, gir nyttig innsikt når jeg i neste kapittel skal drøfte dette.

9 Drøftinger

Jeg har valgt å dele dette kapitlet inn i fire hovedavsnitt: *En samhandlende læringskultur*, *"Conjecturing atmosphere", Det epistemologiske aspekt* og *Undervisning i algebra.* Dette er fire ulike synsvinkler og "briller" jeg vil bruke når jeg skal drøfte de funn og analyser som er beskrevet i kapittel 8. I starten av dette studiet stilte jeg to forskningsspørsmål:

- *Hvordan jobber elevgrupper med algebra når aktivitetene legges til et energigjenvinningsanlegg?*
- *Hva er elevenes opplevelser av disse aktivitetene når de skjer på denne bedriften?*

Det første spørsmålet drøfter jeg her ut fra funn og analyser av mine notater, transkripsjoner og elevbesvarelser som er nevnt i forrige kapittel. Her retter jeg søkelyset mot elevgruppene og vil studere hvordan de jobber. I det andre forskningsspørsmålet er det elevstemmene som skal frem. Da skal de fortelle om sine opplevelser da de var på Returkraft. Hovedkildene til disse data vil naturligvis være fra transkripsjonen av intervjuet med den lille elevgruppen med fem jenter fra 9. klasse ved Timpis ungdomsskole. I det neste kapitlet vil jeg prøve å antyde svar på disse to forskningsspørsmål og forsøke å konkludere om dette var *meningsfylte matematikkoppgaver* eller ikke.

9.1 En samhandlende læringskultur

Dette første avsnittet har jeg kalt *"en samhandlende læringskultur",* og her tar jeg utgangspunkt i noen av grunnideene i det sosiokulturelle læringsprinsipp der spesielt Vygotsky er sentral. I avsnitt 3.1 under teoretisk rammeverk, har jeg valgt å beskrive sider ved dette læringsperspektivet, og jeg vil nå drøfte mine data fra avsnitt 8.1 i lys av en slik læringskultur. Mitt første forskningsspørsmål dreier seg om elevgrupper og hvordan de jobber, og da dreier det seg om en kultur i matematikkundervisningen. Hvordan kommuniserer de med hverandre, hvordan opptrer de som støttende stillas for hverandre og hvordan har matematikkunnskapene blitt internalisert hos disse unge gjennom aktiviteter i en slik samhandlende læringskultur?

I avsnitt 8.1.1 beskrev jeg mine funn og analyser av observasjonsnotatene til flere av de gruppene som jobbet med heftet B av *Algebra på Returkraftskolen.* Først har jeg trukket frem lysegrønn gruppe som arbeidet med en oppgave på side 4. Her har jeg beskrevet funn som viste at de tydelige hjalp hverandre og var støttende stillas for hverandre. Det var en viss usikkerhet i gruppa, men det var en læringsatmosfære som gjorde at de turte spørre og hjelpe hverandre. *"Må vi ikke ta 1 950 000 delt på 1300?"* Og samtlige elever i gruppa har klart å fylle ut tabellen korrekt. Den samme usikkerhet har jeg også trukket frem fra rosa gruppe. Her kom læreren inn og ba dem prøve å finne sammenhengen mellom den fiolette og den blå ringen. De samarbeidet, og med dette hintet fra læreren kom de nærmere en løsning.

Dette stemmer med det jeg tidligere har trukket fram fra Säljö (2001) som nevner at voksne kan opptre som støtter (scaffolds) for barnet og være rekkverk som holder barnet på veien. I teoridelen har jeg også sitert Vygotsky: *"... problem solving under guidance or in collaboration with more capable peers."* (Vygotsky, 1978, p. 86) En høyere presterende medelev kan også være den kapable personen som kan være støttende stillas for de andre i gruppa. Det samme har jeg nevnt om Unn som antakelig hadde best innsikt i den rosa gruppa når det gjaldt det forhold at når divisor er så mye større enn dividend, blir kvotienten liten. Med Unns innsikt og hennes støtte, klarte samtlige i gruppa å gi en forklaring på hvorfor denne verdien var så liten. Det er interessant å se at alle fire i gruppa skrev ned sine *egne* forklaringer. Jeg oppfatter dette som et resultat av en samhandlende læringskultur der en flinkere medelev hjalp de andre til å vokse i innsikt og forståelse. For meg ser det ut til at disse fire på dette området, ligger på grensen mellom nivået *for vekst og utvikling* og nivået på *kunnskap de behersker alene* (se figur 3.1). De trengte litt hjelp, men i neste øyeblikk klarte de å gi sine personlige definisjoner.

Jeg tenker at elever er ulike og kan ha sterkere og svakere kompetanse på flere områder i matematikkens verden. En elev kan ha større innsikt i flere matematiske begreper og ha en viss kunnskap og forståelse fra hovedområdene i faget, men ikke så flink til å kommunisere logiske resonnementer med et klart matematisk formspråk. En annen elev kan behandle de matematiske representasjoner og formler på en sikker måte og kan også klare avanserte utregninger på en presis og hurtig måte, men lite kreativ når de må lete etter ulike løsninger og kanskje ta i bruk nye innfallsvinkler. En tredje elev kan ha god modellerings- og problemløsningskompetanse, men svak når vedkommende skal presentere disse løsningene på en oversiktlig, systematisk og overbevisende måte. Som lærer har jeg opplevd hvordan elever med ulik kompetanse, kan være støttende stillaser for hverandre i en samhandlende læringskultur, og det ser vi også her av de eksempler jeg allerede har nevnt og de som følger på videre.

Säljö nevner at utviklingssonen kan sees på som *"en guiding inn i en bestemt kulturs eller delkulturs måte å oppfatte et fenomen på"* (2001, s.125). Her er målet å lede disse ungdommene inn i matematikkulturen og hvordan funksjonsbegrepet beskrives. Jeg har i kapittel 4 trukket frem en del om kulturens definisjon av både funksjons- og variabelbegrepet. Jeg nevnte der definisjonen til Fraleigh: *"A function ϕ mapping X into Y is a relation between X and Y with the property that each $x \in X$ appears as the first member of exactly one ordered pair (x , y) in ϕ. Such a function is also called a map or mapping of X into Y. We write ϕ: X $\longrightarrow$ Y and express $(x , y) \in \phi$ by $\phi(x) = y$. The domain of ϕ is the set X and the set Y is the codomain of ϕ. The range of ϕ is $\phi[X] = \{\phi(x) | \, x \in X\}$"* (2014 s. 4).

I starten av elevheftene har jeg prøvd å guide dem inn i begrepene *uavhengig* og *avhengig variabel* og *sammenhengen* mellom denne *"mappingen"*. De fleste gruppene strevde med denne innsikten. Lysegrønn gruppe skulle sette inn aktuelle verdier for *x* og *y* i oppgaven på side 4 og hadde sine problemer som allerede er nevnt. Rosa gruppe skulle forklare sammenhengen mellom uavhengig og avhengig variabel på side 6, og det samme strevde orange gruppe med. Men med disse matematikkoppgavene fikk de en begynnende innsikt og innføring i denne delen av matematikkens verden. Og i elevgruppene skjedde det mange diskusjoner for å forstå begrepet *"sammenheng"*. Ada på rosa gruppe sa: *"Skjønner ikke dette."* Og læreren fulgte opp med å si de skal prøve å finne sammenhengen mellom uavhengig og avhengig variable. Igjen spurte Eli: *Hva er sammenhengen?* Men Evy kom nærmere mål da hun konkluderte: *"Du deler 100/400 for å få 2,5 og det er en sammenheng."*

Dybdegruppa med de fem jentene, hadde en tilsvarende diskusjon og analyse av relasjonen mellom *x* og *y*. Rut sa: *"Du tar jo 400 gange x, nei."* og Rut prøvde å reflektere over hva de da fikk: *"Da får du jo – Hvis du tar 400 og deler på 2…"*. Siv fulgte opp med forslaget: "*400 tonn delt på 1000"* og Rut spurte igjen: "*Hva finner du da?"* Liv mente det er omvendt og at de heller skulle ha tatt *1000 delt på 400.* Vi ser at de strevde og strevde for å få fatt på begrepet *sammenheng.* Vi så også at de brukte tale og språk i denne sosiale situasjonen, og det skjedde *en gradvis utvikling av de høyere mentale funksjonene* slik som Vygotsky (1978) hevder, og som jeg har nevnt i avsnitt 3.1. Elevene fikk tydeligvis større og større innsikt i viktige matematiske begrep som jeg også vil trekke frem i den videre drøftingen.

De prøvde å beskrive deler av funksjonsbegrepet, de analyserte og diskuterte. Säljö (2001) nevner også at kommunikasjon og språkbruk er helt sentralt og utgjør bindelegget mellom barnet og omgivelsene. Han nevner at det er ikke lett å oppdage abstrakte kunnskaper på egen hånd, men gjennom diskurser, analyser og beskrivelser kan barnet få innsikt i abstrakt vitenskapelig kunnskap. Jeg oppfatter at vi nettopp erfarte dette her. Under intervjuet blir de fem jenten utfordret på å forklare deres tanker om funksjonsbegrepet. De nevnte da *sammenheng mellom uavhengig og avhengig variabel,* mellom *x* og *y*, søppel og energi, ja sammenheng mellom to tall. Fraleighs definisjon (2014, s. 4) hadde blitt deres egen kunnskap. Og denne kunnskap hadde blitt oppdaget gjennom kommunikasjon og språkbruk i gruppene, slik jeg har beskrevet at Säljö hevder i teoridelen. Jeg har også der nevnt at Säljö beskriver at dette synes som stridende mot Piaget som hevder at barnet gjennom å gjøre og oppleve, får innsikt uten at andre griper inn og forklarer. Her i dette kapitlet viser alle eksemplene hvordan elevene i disse gruppene samarbeider for å øke hver enkelt elevs innsikt og forståelse, og i enkelte tilfeller kommer også læreren inn med noen hint.

Samtidig som vi utvikler oss i samspill med miljøet rundt oss, utvikler vi oss også som enkeltmennesker. Kunnskapen blir en del av oss, den blir *internalisert* (Säljö, 2001). Hva slags kunnskap har hver enkelt av disse elevene fått gjennom dette undervisningsopplegget? I forrige kapittel har jeg også trukket frem noe fra elevenes svar i heftene. De fleste gir en forklaring som jeg vil vurdere som en *"begynnende innsikt i funksjonsbegrepet".* De beskriver det med *"sammenhengen mellom uavhengig og avhengig variabel",* og *funksjoner* forklarer de kan brukes til *"å finne sammenhenger."*

Dybdegruppa har også forklart funksjonsbegrepet som en sammenheng mellom uavhengig og avhengig variabel. Og faktisk kan det se ut som at de under intervjuet fikk enda større innsikt og forståelse: *Å ja, nå skjønte jeg det faktisk"* og *"Hvorfor sa du ikke det før?"* Jeg har ikke valgt å gå direkte inn på hver enkelt elevs kunnskap, siden forskningsspørsmålet dreide seg om hvordan *elevgruppene* jobbet. Det var den *samhandlende læringskulturen* som var i fokus for meg denne gangen, men vi ser også her viktigheten av samtalen og samhandling med en kapabel voksen (Vygotsky, 1978) som kan gi muligheter for innsikt og vekst. Jeg vil poengtere viktigheten av en felles oppsummering og samtale mellom elev-elev og elev-lærer i plenum.

Jeg oppfatter at disse 9. klasse-elevene fikk noen oppgaver som ikke lå på et nivå som de behersket, men litt høyere, slik at de fikk noe å strekke seg etter. Imsen (2000) nevner at en slik tankegang hører til Vygotskys teori. Og Säljö hevder at Vygotsky med begrepet *nærmeste utviklingssone* ikke mener den kompetanse barnet allerede har, "*men også hva som er potensialet i hans eller hennes forståelse og agering."* (2001, s. 125) Disse elevene har ganske sikkert både multiplisert og dividert mange tall i matematikkoppgavene på skolen, men det var antakelig nytt for dem å se på "mappingen" mellom *"the domain of ϕ (the set X)"* og *"the codomain of ϕ (the set Y)"* og finne ut av en måte å regne ut denne sammenhengen. *Hva en elev kan klare sammen med flinkere medelever eller ved hjelp av læreren i dag, kan vedkommende klare alene i morgen.* Slik har jeg ofte tenkt selv om Vygotskys proksimale sone for utvikling.

I avsnitt 8.1 er det beskrevet at elevene opplevde disse oppgavene som utfordrende, men samtidig ikke vanskeligere enn at de akkurat klarte å løse dem sammen. Da Ina beskrev oppgavene i heftet på Returkraft, sa hun at de var *"passelige vanskelig",* men legg merke til hvorfor: Hun begrunnet det med *samarbeidet* og *diskusjonen* i gruppa. Hennes siste kommentar synes jeg er viktig å legge merke til. Hun sa: *"... det var sånn passelig, sånn at jeg greide det liksom akkurat på en måte."* Her synes jeg hennes refleksjoner peker på *Vygotskys Zone of Proximal development.* Hun følte at oppgavene var *akkurat passelig,* slik at hun sammen med de andre fikk det til. Hun klarte det i fellesskapet denne dagen på Returkraft, og i fremtiden kan det kanskje bli noe hun kan klare alene uten hjelp fra andre.

Hva var elevenes opplevelser? Likte elevene denne måten å jobbe med matematikkaktiviteter på? Jeg har i avsnitt 2.1 beskrevet mine egne erfaringer fra mange år i skolen. Når er elevene motiverte i matematikktimene og når lærer de noe nytt? Hva er *meningsfylte matematikk-oppgaver* for de unge? Jeg beskrev der de fantastiske øyeblikk for meg som lærer, når elevene gjennom tale, kroppsspråk og mimikk kunne gi uttrykk for ekte læringsglede. I det forrige kapitlet viste jeg til intervjuet der jeg spurte elevene om de likte å jobbe med disse oppgavene på Returkraft. Samtlige fem i dybdegruppa svarte ubetinget "ja". Nå kan det jo være de svarte dette fordi jeg spurte dem, og kanskje de ikke turte svare noe annet, selv om jeg poengterte overfor dem at de måtte være ærlige og kun si det de mente, ikke det de trodde jeg ville like å høre. Men jeg antar allikevel at de snakket sant, og kan underbygge min antakelse av en liten samtale jeg hadde direkte med Rut som flere ganger var frustrert på Returkraft. Hun beskrev at hun klarte seg greit i matematikk og jobbet uten så store problemer i matematikkboka på skolen. Under algebra likte hun best å finne x. Jeg antar at hun mente det var lett å løse likninger. Men på Returkraft var det komplisert, sa hun. Jeg sa da: *"Men så klarte du det likevel?"* Og hun svarer: "*Ja til tider, ja, jo, jo, ja*." Og i fortsettelsen kom det frem at dette var *litt gøy*. Det lille smilet som kom i tillegg til utsagnet: *"Jo det er jo det"* varmet mitt hjerte. Her oppfatter jeg at mitt lærerhjerte møtte et elevhjerte som kanskje hadde opplevd dette strevsomt og komplisert, for hun var ikke vant til denne undervisningsformen. Men når hun fikk tenkt seg om, skjønte hun at hun hadde lært noe på Returkraft, og det var faktisk gøy å lære det på denne måten. For meg er dette signaler på motiverte elever som jobber med meningsfylte matematikkoppgaver.

Vygotsky (1987) nevner at *intrapersonale* prosesser er barnets indre oppfatninger av verden, mens *interpersonale* prosesser beskriver hvordan barnet kan mediere (formidle) sin oppfatning til andre og sine omgivelser. Jeg oppfatter at vi blant funnene har et eksempel på dette skille mellom disse prosessene, da Siw forklarte for Rut hva symbolet $f(x)$ betydde. Hun sa noe, men skjønte at det ble feil. Siw hadde en indre oppfatning av begrepet, men da hun satte ord på sine tanker og formidlet det til Rut, gikk det opp for henne at hun ikke hadde helt riktig forståelse. Men Eva som antakelig hadde noe større innsikt, klarte å mediere dette slik at Rut forstod det.

Vygotsky mener at mediering er grunnleggende for høyere psykologiske prosesser. Selv om han legger vekt på miljøets og kulturens betydning for den intellektuelle utvikling, ligger det også innbakt i teorien at mediering gjennom språk hjelper individet i den selvstendige tenkningen. (Imsen, 2000). Dette har vi flere eksempler på da elevene gjennomførte *Algebra på Returkraftskolen*. Ina syntes matematikkoppgavene på Returkraft føltes lettere å forstå fordi de *samarbeidet* og *diskuterte*. Siw gav også uttrykk for nesten det samme: *"Jeg kan ikke si at jeg hadde klart det like bra hvis jeg ikke hadde snakket med de ..."* Elevene selv registrerte at da de snakket sammen og formidlet sine tanker til hverandre, skjedde det en utvikling på det intellektuelle plan. De forstod mer og klarte å løse matematiske utfordringer som de opplevde som kompliserte. Disse ulike elevene tilhører ett klassemiljø og er en del av skolekulturen, og hver stemme har betydning både for fellesskapet og den enkeltes selvstendige tenkning.

Et alternativ til mitt undervisningsopplegg om funksjoner, hadde vært at læreren hadde forklart hva dette begrepet var og gitt dem oppskriften på løsning av slike oppgaver, og deretter individuell trening til de kunne dette. Hva hadde skjedd hvis disse 5 jentene hadde sittet alene og jobbet med disse oppgavene? Det er ikke lett å få et sikkert svar uten å prøve det ut, men en kan likevel få en viss oppfatning at det nettopp er *den samhandlende læringskulturen* som har resultert i den utviklingen vi kan spore hos gruppene.

Av og til er jeg vitne til lærerdiskusjoner rundt organiseringen av elevene i matematikk. Enkelte ønsker nivå-gruppering, der elevene deles inn i grupper etter deres kompetanse i faget. Jeg kjenner til noen som har prøvd ut en slik modell med flere ulike nivåer der elevene er delt inn på tvers av parallellklassene. Men en slik fast organisering kan fort komme i konflikt med lovverket og hva som regnes som stuerent i dagens skolenorge. Jeg oppfatter derimot at mange lærere i vårt land har klassen samlet rundt en felles lærebok, mens elevene har muligheter til å velge forskjellige nivåer i boka når de skal regne oppgaver. Svake elever i matematikk får hjelpeundervisning med spesielle oppgaver som er tilpasset dem. En alternativ organisering er å skape en læringsarena der det er rom for alle elevene i klassen til å jobbe med det samme matematikkproblemet. Da er det *en samhandlende læringskultur* som står i fokus. Oppgavene som gis, har så lav inngangsterskel at alle elevene har noe å gå i gang med. Men samtidig er oppgavene så rike, at det er nok av utfordringer for de mest begavede matematikkelevene. Tanken fra min side når jeg designer slike oppgaver i min skolehverdag, er at alle elevene skal jobbe innenfor deres proksimale sone for utvikling. Jeg starter med en felles introduksjon, deretter en økt med elevaktiviteter i grupper og til slutt oppsummering i plenum.

Dette undervisningsopplegget på Returkraft har med seg noen elementer fra en slik tankegang. Jeg valgte bort lærerens første introduksjonsdelen og prøvde heller å gi den som skriftlig informasjon i heftet. Men jeg beholdt gruppeaktivitetene og oppsummeringen. Og tanken min var at den andre plenumssamlingen også skulle være en slags introduksjon til gruppearbeidet etter lunsj.

De første oppgavene var svært enkle, men etter hvert ble det mer kompliserte oppgaver. Min utfordring under design av *Algebra på Returkraftskolen*, var å ta høyde for at kanskje ikke denne fremmede læreren og klassen var vant til en slik tankegang. Skal en få til en god *samhandlende læringskultur*, er det etter mitt syn nødvendig med *åpne oppgaver* som kan løses på flere måter. Inquiry er stikkordet, og jeg vil drøfte det nærmere når jeg skifter briller under neste hovedavsnittet som jeg har kalt *conjecturing atmosphere.* Noen elever kan kanskje løse slike åpne oppgaver på en enkel og praktisk måte, mens andre kan prøve å finne ut av komplekse matematiske utfordringer som de kanskje selv stiller seg under prosessen. Oppsummering i klassefelleskap kan da vise bredden av løsningsmuligheter fra hele klassen, og for elever som er vitne til nye innfallsvinkler innenfor deres egen proksimale sone, kan det forhåpentligvis være muligheter for vekst også under en slik plenumssamling.

Jeg vil belyse det med et eksempel. I min 10. klasse på Samfundets skole gav jeg dem dette spørsmålet: *Hvor mye mindre blir lengden på et tau når en knytter en knute på det?* Jeg gav dem tau med ulike tykkelser som de kunne bruke. Noen grupper klarte å finne noen svar på de tautykkelsene de prøvde ut på, andre klarte å finne en sammenheng mellom tautykkelsen og hvor mye kortere lengden ble, mens de dyktigste elevene klarte å uttrykke denne sammenhengen med et funksjonsuttrykk. Til slutt drøftet vi uttrykket: $y = L_0 - 10{,}6dx$ der L_0 representerer startlengden på tauet, d var diameteren på tauet og x antall knuter. Vi ser at det var utfordringer selv for høyt presterende elever.

I år har jeg noen flinke elever i 10. klasse som forserer matematikkopplæringen ved å hospitere på videregående skole i kurset 1T. Tre timers undervisning på Kristiansands Katedralskole Gimle (KKG) og to timer med regneoppgaver hos meg på vår skole. Det siste gjennomfører de ved å sitte i ei gruppe for seg selv. Erfaringen min er at disse nesten ikke deltar i den vanlige matematikkundervisningen for 10. trinn, og deres "stemme" er i lite grad berikende i den samhandlende læringskulturen i klassen. Rapporten *Matematikk i norsk skole anno* 2014 (Utdanningsdirektoratet, 2014a) drøfter i avsnitt 8.2: *Alternativer til forsering i faget* (s. 94). De problematisere dette og skriver at elevene ikke nødvendigvis lærer noe mer, men blir bare fortere ferdig. De nevner at Wai Yi Feng i *Conceptions of enrichment* (2005) drøfter ulike sider ved *"enrichment"* i matematikkundervisningen der både høyt og lavt presterende elever får passende utfordringer. Dette er enhetsskolens ideal om tilpasser opplæring for alle ved pedagogisk differensiering. Men dette krever ikke bare høy matematikkompetanse hos læreren, men også *høy matematikkdidaktisk kompetanse*. De skriver at Elevundersøkelsen[15] viser at for mange elever er ikke opplæringen tilpasset slik. Det er interessant å legge merke til at de også peker på at *rike oppgaver* kan være til hjelp i denne sammenheng. Det er nettopp det samme jeg har erfart fungerer når jeg har prøvd å skape *en lærende samhandlingskultur.* Til slutt i kapitlet anbefaler arbeidsgruppen som har utarbeidet rapporten *Matematikk i norsk skole anno 2014,* at en bør utrede om å dele matematikkfaget i grunnskolen i en basisdel og en utvidet del. En kan selvfølgelig stille spørsmål om det er løsningen på matematikkproblematikken i grunnskolen, men det velger jeg ikke å drøfte her.

I denne sosiale konteksten som elevene arbeider innenfor, legger vi merke til at de tør spørre om en del trivielle spørsmål, men som for enkelte av dem hører med blant de usikre begreper. *Hva blir produktet når vi multipliserer med 0?* kom opp i lysegrønn gruppe. I den samme gruppe spurte en elev om *divisjonstegnet* på lommeregneren. Vil elevene spørre om dette i plenum? Min erfaring fra skolehverdagen er at elevene ofte gir uttrykk for at de ikke alltid tør spørre om det de er litt usikker på. Det kan fort bli flaut og dumt, føler de. Som lærer må en arbeide hardt for å skape en slik atmosfære i klasser at ingen spørsmål er for enkle eller dumme. Noen ganger kan vi lære veldig mye av en feil, må jeg fortelle dem. Men jeg har en oppfatning at i mindre grupper er det ikke så farlig å vise sin usikkerhet. Da er det lettere å være støttende stillaser for hverandre. Et slikt lærende fellesskap der elevene er trygge og har en grunnleggende holdning at de undrer seg sammen, vil etter mitt syn være et godt læringsmiljø for vekst og utvikling. Og denne *undrende atmosfæren* som må råde i læringsmiljøet, har jeg kalt *conjecturing atmosphere*, og disse brillene vil jeg nå skifte til.

9.2 "Conjecturing atmosphere"

I denne drøftingsdelen skal jeg prøve å antyde svar på mine to forskningsspørsmål: *Hvordan jobber elevgrupper med algebra når aktivitetene legges til et energigjenvinningsanlegg? Hva er elevenes opplevelser av disse aktivitetene når de skjer på denne bedriften?* Jeg oppfatter at i det forrige avsnittet fikk jeg frem en beskrivelse av hvordan elevene jobbet denne dagen på Returkraft, og hva som var deres opplevelser av å jobbe innenfor en slik samhandlende læringskultur. Jeg har pekt på tegn som viser at elevene opplevde de lærte mye av hverandre og klarte flere oppgaver, nettopp fordi de kunne kommunisere og samarbeide. Det var også funn som bygger opp om et bekreftende svar på at dette var meningsfylte matematikkoppgaver. Jeg observerte læringsglede, og elevene bekreftet det under intervjuet. Men før jeg vil trekke konklusjonene i kapittel 10, vil jeg også drøfte alle de andre vinklingene eller brillene som jeg brukte i forrige kapittel, fra inquiry avsnitt 8.2 til kontekstens betydning i 8.6.

Dette avsnittet har jeg kalt *conjecturing atmosphere* som en kanskje her kan prøve å oversette med *en undrende læringsatmosfære*. Her møter vi begrepet inquiry, og dette begrepet vil jeg drøfte i forhold til mine to forskningsspørsmål. I det teoretiske rammeverket avsnitt 3.4 har jeg omtalt begrepet, og innenfor en slik undrende atmosfære vil jeg også henvise til Naalsunds doktoravhandling og hennes anbefalinger for å løfte standarden på algebraundervisningen til et internasjonalt nivå. Jaworski et al (2007) og Fuglestad (2009) trekker frem at oppgavene bør engasjere elevene og være åpne og Borgersen[5] nevnte Mason og Davis, som sier at vi må hjelpe elevene til å tenke matematisk, og det skjer ved å etablere et positivt og støttende læringsmiljø. Og det kan skje når elevene stimuleres til å stille spørsmål og uttrykke sine tanker, kalt *"conjecturing atmosphere".*

Jeg har i forrige avsnitt *den samhandlende læringskulturen*, vist at elevene på Returkraft stilte hverandre trivielle spørsmål som neppe hadde blitt spurt i plenum. Jeg har vist at en slik læringskultur skapt ut fra *et sosiokulturelt læringssyn,* stimulerte dem til å stille spørsmål, og har allerede på den måten antydet at kjennetegnene på *en undrende atmosfære* var til stede.

Jeg har i avsnitt 8.2 trukket frem noen eksempler fra arbeidsøktene på Returkraft, hvordan elevene jobbet med oppgavene, og analysert dette i forhold til de seks nøkkelelementene: *spørre, undersøke, skape, diskutere, reflektere* og *undre* som stikkord i forhold til begrepet inquiry. Naalsund (2012) har omtalt den normale lærerstyrte time med påfølgende oppgaveløsninger, og vi har sett at elevene savnet dette. Hun anbefaler aktiviteter som *utforskning, forklaring*, *diskusjon* og *begrunnelse* for å løfte standarden til internasjonalt nivå. Det er omtrent de samme som inquiry-nøkkelelementene.

Hvordan jobber elevgrupper med algebra når aktivitetene legges til et energigjenvinnings-anlegg? Dette var mitt første forskningsspørsmål. Vi ser gjennom *conjecturing atmosphere*-brillene at elevene hadde ikke oppgaver de kunne besvare i full fart, det var ikke nødvendigvis bare oppgaver som kunne løses etter bestemt regler og prosedyrer. Men de hadde oppgaver som gav rom for undring og refleksjon. De undret seg sammen, de stilte spørsmål, de kom med ulike løsningsforslag, de "ristet" i begrepene for å finne den rette forståelse, de søkte etter løsninger. Dette var en tidkrevende prosess, og læreren måtte ha *"is i magen"* for ikke å være så fort til å gi dem en løsning. Men jeg har tro på at denne tiden er vel anvendt. De får et mye sikrere begrep når de selv skaper kunnskapene gjennom denne inquiry-prosessen.

Jeg har under drøftingen til en samhandlende læringskultur, trukket fram mange eksempler som like godt kunne vært brukt her under denne overskriften: *conjecturing atmosphere*. Jeg har vist mange eksempler på disse seks inquiry-nøkkelelementer. Derfor vil jeg ikke bruke så mye plass til å trekke frem ytterligere eksempler.

"Hva er k?" "Skal vi ta 1000 delt på 400?" Slike *spørsmål* blir stilt for å få et bestemt svar i gruppa. Andre spørsmål som *"Hvorfor skal vi gange?"* blir antakelig stilt fordi eleven ikke er fornøyd med et enkelt svar, men vil vite begrunnelsen. Jeg oppfatter at begge arbeidsøktene er fylt med spørsmål på spørsmål.

Velger elevene *å undersøke*? I noen eksempler fra transkripsjonen kan vi se at de går tilbake til oppgaven og leser igjen. Kan vi finne svaret her? Jeg oppfatter at de leter etter en løsning. Hva var det teksten sa?

Skape er også ett av nøkkel-elementene i inquiry. Under avsnitt 8.2.1 har jeg vist et eksempel på at Liv prøvde å lage seg en formel: *x gange 1300.* De har jobbet en del med et funksjonsuttrykk på formen $y=kx$ der både y og x er kjente verdier og de skulle finne k: $1000 = k \cdot 400$. De fant ut at de vil løse dette som en likning og bare ta *tusen delt på 400, da har du svaret.* De har selv skapt seg en fremgangsmåte for å finne stigningstallet i et funksjonsuttrykk, der de har fått oppgitt to sammenhengende verdier i en lineær funksjonsuttrykk uten konstantledd. Disse elevene hadde ikke fått oppgitt én måte å løse slike utfordringer på, men de skapte den selv. De omformet funksjonsuttrykket til et uttrykk med én ukjent, og de visste hvordan de skulle løse det. De skapte liksom sin egne algoritme for å løse slike utfordringer.

Det neste stikkordet er *diskutere*. Det var utallige diskusjoner i gruppene, og jeg vil nøye meg med å trekke frem ett eksempel: Rut sa: ”*Og den uavhengige variabelen det er x, er det ikke?”* Dette har hun jo rett i, men Liv var uenig og sa: ”*Nei, det er 1300.”* Men Rut skjønte ikke dette og repliserte: *”Uavhengig, da vet vi jo ikke.”* Selv om gruppa seinere fant ut av dette, endte denne diskusjonen på dette tidspunkt at de kommer frem til en feil oppfatning av sammenhengen mellom uavhengig og avhengig variabel.

Reflektere er det neste nøkkelelementet. Også her kunne jeg ha vist til mange eksempler på hvordan elevene tenkte over og uttrykte hva de etter hvert fant ut. I forbindelse med at de skulle hjelpe Jenni å finne k-verdien har de fått oppgitt $1000 = k \cdot 400$. Hvordan skulle de finne svaret? *”K-en skal stå alene,”* sa Siw. Og da Ina hadde overhørt diskusjonen blant gruppa og spurt for å konstatere at de bare skulle ta 1000 delt på 400, så skjønte Rut: *”Ja, da får du svaret.”* Mens de strevde med denne oppgaven, reflekterte de igjen over hva de egentlig skulle finne ut. *”Du skulle jo finne ut hva den dere 1000 er lik k gange 400…”*

Kan en finne eksempler på elever som *undrer* seg over noe i dette arbeidet? Mens dybdegruppa prøvde å finne ut av problematikken rundt uavhengig og avhengig variabel, var det kanskje vanskelig for Eva å henge med. Hun undret seg over at *”det er først uavhengig og så avhengig?”* Rut mente at det ikke hadde noe å si, for den uavhengige variabelen var *1300* og ikke *x*, hadde Siw sagt. Da de samme jentene Eva og Rut konstaterte at det bare er å ta tusen delt på fire undret antakelig Liv seg over dette, hun sa: *”What?”* Dette forstod hun lite av. Men gjennom refleksjon og hjelp av de andre, skjønte hun like etterpå at *”2,5 er lik k.”*

Oppgavene hadde en viss grad av inquiry, og elevene måtte *spørre, undersøke, skape, diskutere, reflektere* og *undre* for å komme frem til en løsning. Det var ikke bare én rett løsning på alle oppgavene. Jeg oppfatter at disse seks nøkkelelementene beskriver en læringsatmosfære der inquiry er rådende. Jeg kunne ha gitt mange eksempler på dette fra denne dagen på Returkraft, men for at ikke denne masteroppgaven skal bli for langdryg, velger jeg kun å gi noe få eksempler som kan vise at vi finner dette her. Jeg har tidligere prøvd ut andre oppgaver med mine egne elever og brukt filmkamera under gruppearbeidet for å kunne analysere hva som skjedde der. Den gang opplevde jeg også at en virkelig god inquiry-oppgave satte i gang disse stikkordprosessene, og jeg fant også en slags syklus der elevene startet med å stille spørsmål, fortsatte med å undersøke, skape et forslag til løsning, diskuterte det og reflekterte over sitt svar, mens de undret seg over om dette kunne være den eneste løsningen og satte fram nye spørsmål til gruppa. Syklusen fortsatt flere runder, og resulterte i en dypere og dypere innsikt i de matematiske begrepene.

Det som er viktig etter slike arbeidsøkter, er at vi lærere kan få frem elevstemmene i plenum, og la dem fortelle hvordan de har tenkt og hva de har kommet frem til. Det er etter min erfaring en svært krevende økt for læreren. Du skal samle trådene, du skal få frem essensen, du skal få frem elevenes tanker, deres undringer, deres jakt etter løsninger og kanskje det også kan dukke opp mange ideer som du ikke selv har tenkt over. Jeg hadde antakelig brukt denne muligheten i større grad enn det Per valgte på Returkraft. Spesielt den første oppsummeringsøkten ble veldig kort. Den andre likte jeg bedre, og det kommer jeg til å drøfte i forbindelse med det epistemologiske aspektet og semiotikken.

I teoridelen har jeg skrevet en del om oppgavedesign, om inquiry-inspirete oppgaver og nevnt flere gode forslag fra Jaworski et al, (2007), Fuglestad (2009) og Borgersen [5]. Her blir det foreslått å gi åpne oppgaver med flere svarmuligheter som bør utfordre til eksperimentering og kunne løses på mange nivåer. Begrepet *”rike oppgaver”* blir nevnt. I avsnitt 8.2.2 har jeg analysert hvordan elevgruppene jobbet med en slik oppgave på Returkraft. De fikk sett ei tegning som skulle illustrere en søppelhaug på 130 000 tonn, og så ble de utfordret til å tegne en haug med farlige stoffer som skulle tilsvare 4000 tonn, og forholdet skulle være så riktig som mulig. Her skjer det mye spennende undringer og refleksjoner blant elevgruppene.

Orange gruppe sammenliknet dette med Rubins kube og prøvde å dele 130 000 på 27. Under funn har jeg nevnt Toms besvarelse som viser at han har prøvd å tegne denne Rubins kube, men ikke fått det helt til. Størrelsesforholdet er også feil. Rosa gruppe har bare gitt opp, mens noen av de andre gruppene har laget ei tredimensjonal tegning av en liten terning, men størrelsen er langt fra rett.

I dybdegruppa kan vi følge ei utvikling fra gruppas start på problemet til de kom fram til en brukbar løsning. De valgte målingsdivisjon 130 000 / 4000 og fant ut at den farlige stoffmengden går 32,5 ganger opp i den store søppelhaugen. Det er jo interessent å se at disse velger målingsdivisjon fremfor delingsdivisjon. Er dette bevisst eller tilfeldig? Liv sa: *”Da har du plass til 4000 tonn 32 ganger for å få det til å bli 130 000.”* Og Rut spurte: *”Så det er 32 bokser inni den der?”* Jeg oppfatter at de tenkte bevisst målingsdivisjon. Etter hvert vokste det frem at de må gå over fra 2-dimensjon til 3-dimensjonal tenkning. *”Vi må finne volumet,”* sa Liv. Ina fortsatte: *”Hele volumet er 32.”* Elevene var antakelig ikke vant til en slik åpen oppgave, og kanskje var det grunnen til at noen grupper ikke har svart eller bare laget en liten terning og tenkt at den viser at mengden 4000 tonn er mye mindre enn 130 000 tonn. Det visuelle rundt volumbegrepet er normalt krevende for elevene på dette trinnet. Det er ikke så lett å forstå seg på at noe minker eller øker i tre retninger på én gang. Jeg har ikke noen notater som viser hvordan gruppen har drøftet denne oppgaven med unntak av orange gruppe som jeg observerte og dybdegruppa som jeg har filmet. Den siste er mest interessant, for de var de eneste som klare å gi en ”godkjent” løsning. Deres terninger/prismer har omtrent riktig størrelse i forhold til søppel-prisme.

Transkripsjonen fra denne oppgaveløsningen gir tydelig svar på mitt forskningsspørsmål: *Hvordan jobber elevgrupper med algebra når aktivitetene legges til et energigjenvinningsanlegg?* Jeg oppfatter at atmosfæren i elevgruppen var preget av nøkkelelementene fra inquiry: *spørre, undersøke, skape, diskutere, reflektere* og *undre*. Her var det mange spørsmål som blir stilt i gruppa. Underveis kom de med noen forslag til løsninger som de undersøkte. De skapte selv fremgangsmåten de ønsket å bruke: målingsdivisjon med avrunding for å få lettere tall. De diskuterte løsningsmodellene, og vi finner en refleksjon rundt 2D og 3D. Det holdt ikke å finne to faktorer som gir 32 til svar. De måtte finne 3 faktorer under volumbegrepet og endte på $4 \cdot 2 \cdot 4$. Én av disse prismene tok de ut og tegnet som løsningssvar.

Jeg savner en diskusjon rundt prisme/terning-problematikken siden ikke min tegning hadde like mål på bredde, lengde og høyde. Det er heller ingen drøftinger om problemet med å tegne en 3D figur. Dybden inn i bildet blir jo ikke målbar, men kun som perspektivtegning. Vi ser her at oppgaven gir rike muligheter for elever som hadde lyst til å utforske disse mulighetene, men jeg tror at da måtte eleven være vant til å se etter slike utfordringer i de rike matematikkoppgavene. Her oppfatter jeg at vi hadde elever som ikke var vant til en slik tilnærming på oppgaver, og det kan se ut som de var vant til å løse oppgaver som kun hadde ett svar.

Men en kan lære elevene opp til takle slike utfordringer. I vår i år fikk mine elever en liten ball og følgende oppgave: *”Bruk denne ballen til å finne ut noe matematisk. Det er kun lov å slippe ballen, og gruppa skal bestemme hva dere vil undersøke. Det er et krav at det* *matematiske resultatet skal fremstilles på GeoGebra som en graf."* Dette var nok introduksjon til at alle elevene gikk i gang og jobbet aktivt i store deler av timen. Noen slapp ballen fra en bestemt høyde og undersøkte hvor høyt den spratt hver gang til den lå stille på gulvet. De ulike høydene ble plottet inn i et koordinatsystem, og løsningen ble en hyperbel som de prøvde å finne formelen til. Ei annen gruppe valgte å slippe ballen fra ulike høyder og telle antall ganger den spratt opp igjen før den lå i ro. Sammenhengen mellom høyden og antall sprett ble plottet inn.

Hva var elevgruppenes opplevelser av disse inquiry-oppgavene på Returkraft? Dybdegruppa gav uttrykk for at oppgavene var greie fra starten og de gav uttrykk for at på grunn av samarbeidet var det mulig å løse oppgavene. I teoridelen har jeg nevnt Jaworski som mente at oppgavene burde være enkle i åpningen slik at alle kunne komme i gang. Gjennom intervjuet får jeg bekreftet at disse oppgavene som var designet i *Algebra på Returkraftskolen* var av en slik art. Og oversikten over elevløsningene viser det samme. Alle har kommet i gang og i hovedsak har de klart å løse de fleste oppgavene korrekt fra begynnelsen, men så har problemene kommet etter hvert. Likevel er det få oppgaver som er løst feil. Det ser ut til at de fleste gruppene har kommet frem til et riktig svar. Det gir meg en antakelse at disse oppgavene var slik at de gav muligheter for alle i starten, men etter hvert ble de mer og mer krevende. Vi kan se i dybdegruppa at enkelte gir uttrykk for at de ikke skjønner noe. Rut sa jo ei gang: *"What?"*

For meg som lærer har det vært et viktig mål i min matematikkundervisningen å skape en læringsarena preget av "*conjecturing atmosphere"* for alle elevene i klassen. Jeg har ofte hatt elever i klassen som har strevd i matematikkfaget. Noen har hatt sakkyndig vurdering fra Pedagogisk-Psykologisk tjeneste (PPT) og egen individuell opplæringsplan. Det utløser ofte ekstra ressurser til spesialpedagog eller assistent i matematikktimene. Hvordan skal slike ressurser utnyttes? Skal elevene tas ut av timene og ha et eget opplegg? Skal elevene sitte i klassen med sine egne oppgaver?

Noen ganger klarer jeg å designe oppgaver som gir muligheter for alle. Samtlige elever i klassen kan være med på starten av oppgaven. Alle har noe å arbeide med. Men oppgavene er likevel så *"rike"* at den kan gi utfordringer for alle, også de høyt presterende elevene. Når oppsummeringen da skal skje, kan alle være med. Alle har et eierforhold til denne oppgaven. De elevene som strever i faget, kan fortelle hvordan de løste problemene fra begynnelsen, og etter hvert kan elever med større innsikt i faget overta. Det skaper en fellesfølelse at alle kan være sammen om den samme oppgaven. Og kanskje gir også slike situasjoner en mulighet for noen å strekke seg litt. Jeg har flere opplevelser fra min tid som matematikklærer at noen ganger har også elever som ikke nødvendigvis ligger på karaktertoppen i faget, kommet med geniale forslag til løsninger.

I min klasse har jeg ei jente som kanskje noen ville putte i kategorien "midt på treet" i matematikk. Hun kan ofte gi uttrykk for at matematikk er vanskelig. Vi jobbet med oppstilt divisjon på papir uten lommeregner og oppgaven var 32 : 0,64 =. Slike oppgaver er ikke så lette for selv flinke elever i matematikk. Grunnen er at de får mye mindre trening i oppstilt divisjon i forhold til min generasjon som vokste opp uten lommeregner. Men gjennom vanlig utregning av oppstilt divisjon kom vi frem til et svar. Så sier denne jenta: Kan vi ikke bare gjøre det om til brøk? $\frac{32}{1}:\frac{64}{100} =$ Brøkregning med divisjon behersker mange elever, og de gjorde dette raskt om til multiplikasjon av den inverse brøken: $\frac{32}{1}\cdot\frac{100}{64}$. De så fort at forkorting 32 i 64 gir 2 i nevner og endte opp med det enkel hoderegningsstykket: 100/2 = 50. Jeg oppfattet dette som en kreativ måte å løse kompliserte målingsdivisjoner på når disse må skje på papir uten lommeregner. Men hva med denne jenta? Hun tilførte fellesskapet i klassen ny innsikt ved å kombinere tidligere kunnskap. De visste hvordan de skulle uttrykke 0,64 som brøk. De visste hvordan de løser en brøkoppgave med divisjon. Men det var hennes kreativitet som tilførte fellesskapet denne måten å løse divisjonen på. Mitt spørsmål til dem som ivrer for nivågruppering: Hvilket nivå skulle denne jente plasseres på? Jeg vil anta at selv de høyt presterende elevene hadde mye å lære av hennes tankegang. Jeg synes også dette eksemplet fra min hverdag peker på mulighetene til å skape en undrende læringsatmosfære under enhetsskoletanken. Der er det vekstmuligheter for alle..

Her på Returkraft ser vi noe av det samme fellesskapet. Alle gruppene jobber med det samme. Det har en lav inngangsterskel slik at alle elevene er med. De klarer å løse mange oppgaver sammen, men de hadde neppe klart det alene, slik de selv vurderer det. Under oppsummeringen hadde de mye å bringe til torgs i fellesskapet. Jeg vil her kun nøye meg med å antyde at kanskje læreren kunne ha utnyttet plenumssamlingene enda mer enn han valgte å gjøre, men som tidligere kommentert er lærerrollen ikke med i dette studiet.

Hvordan opplevde elevene disse oppgavene? I elevheftene har flere elever beskrevet sine tanker rundt slike matematikkoppgaver. De brukte ord som *"lærerikt"* og *"gøy"* og anbefalte å fortsette med slike oppgaver. De mente selv de hadde blitt bedre i algebra og noen følte det var en lettere måte å lære på. I henhold til Jaworski et al (2007) og Fuglestad (2009) kan slike inquiry-oppgaver skape engasjement hos elevene, og jeg oppfatter at mine funn bekrefter at en slik tilnærming til lærestoffet skapte motiverte elever denne dagen på Returkraft. Selv om flere elever gav uttrykk for positiv omtale av undervisningsopplegget, var det også enkelstemmer som fortsatt følte seg litt usikre på funksjonsbegrepet.

I intervjuet gav dybdegruppa uttrykk for at dette var annerledes oppgaver. De var ikke vant til å jobbe på denne måten. De beskriver dem som slitsomme, mer utfordrende og vanskeligere enn de vanlige matematikkoppgavene fra læreboka. De savnet en fremgangsmåte og en forklaring fra begynnelsen på hvordan de skulle gjøre det. Det var de vant til! En kan spørre om oppgavene egentlig var mer krevende, eller om det var denne endrede tilnærmingen til stoffet de opplevde som frustrerende og mer krevende? Jeg har i designdelen problematisert at jeg vurderte denne utfordring da jeg skulle lage *Algebra på Returkraftskolen*. I hvor stor grad turte jeg lage inquiry-inspirerte oppgaver? Kanskje det nettopp er dette elevene her gir uttrykk for? Men når de skal vurdere hva de har lært denne dagen, konstaterer Siw at både hun og de andre lærte mye, og hun begrunner det med at de selv måtte finne ut av fremgangsmåten.

Jeg har i teoridelen nevnt Lithner[8] som viser til skille mellom tradisjonelle AR-oppgaver som kan løses med bestemte regler og prosedyrer og bruk av *imiterende resonnement,* og CMR oppgaver med krever et *kreativ resonnement.* Elevene må i det siste tilfelle selv designe løsningsmetodene. Han anbefaler det siste hvis en ønsker å utvikle elevenes begrepsforståelse i matematikk. Han sier også at en slik tilnærming tar mer tid, men er mer effektiv på lang sikt. Og han hevder at det er de elevene med lavest kognitiv index som har mest igjen for en slik arbeidsmåte. Nå har ikke jeg i mitt studie undersøkt hva slags kunnskap disse elevene fra Timpis ungdomsskole hadde igjen en viss tid etter besøket. Heller ikke sammenliknet denne elevgruppen med andre elever som lærer om funksjoner på en tradisjonell måte. Men likevel vil jeg her trekke frem et lite glimt fra en kommentar jeg hadde til lærer Per under den andre oppsummeringsøkten i amfiet. Han hadde gitt elevene noen minutter til summing over funksjonsbegrepet, hva de hadde lært, og vi to overhørte Liv og Siw som pratet sammen:

(32) **Liv**: Funksjoner er på en måte formler med uavhengig og avhengig variabler, forskjellige former, med de uavhengige og avhenge, jeg tror det i alle fall.

(33) **Siw:** Ja, det er det jeg har skrevet. (7.0)

Det overrasket tydelig læreren hva de nå tenkte om funksjonsbegrepet. Jeg vil anta at han hadde vært lærer for flere ungdomsskoleklasser som hadde jobbet med funksjoner, fylt inn tabeller for *x* og *y* og tegnet mange grafer.

(34) **Evert:** Har du hatt elever før, som har forklart funksjoner, det er når vi har med uavhengige og avhengige variabler?
(35) **Per:** Aldri! (latter)

Disse to elevene hadde jobbet på Returkraft med funksjonsbegrepet og oppfattet at det var *"formler med uavhengig og avhengig variabler"*. Lærer Per hadde aldri opplevd at hans elever hadde forklart funksjonsbegrepet på denne måten. Det hadde vært spennende å møtt disse elevene seinere og intervjuet dem om funksjonsbegrepet. Var dette en kunnskap som ble varig? Min klasse har også besøkt Returkraft og arbeidet med det samme. Når jeg i ettertid har jobbet med funksjonsbegrepet, kunne jeg henvise til det som skjedde på bedriften. De hadde fått noen knagger å henge begrepene på.

Den mørkegrønne gruppa med de fire guttene som hadde rukket den åpne oppgaven på side 20, hadde gode forslag til begrunnelsen for at grafen ikke gikk gjennom origo. De hadde ikke lært noe om dette før, men klarte allikevel å komme med et godt forslag. En kan undre seg over om de hadde klart dette ved tradisjonell måte å jobbe med funksjonsuttrykket. Jeg tenker på en arbeidsform der en får en formel, setter inn noen x-verdier i en tabell for å finne rette y-verdier og plotter punktene inn i et koordinatsystem og til slutt trekker grafen. Jeg er enig med Lithner at når en gir slike *"Creative Mathematically founded Reasoning"* (CMR) som ikke har gitt en bestemt fremgangsmåte eller algoritme som elevene skal bruke, så utfordres deres kreative resonnement.

I dette studiet ser en hvordan begrepene *"vokste frem"* underveis. De hadde ikke fått dette forklart fra begynnelsen, de hadde ikke fått en bestemt fremgangsmåte som oppgavene skulle løses på, men dette måtte de selv prøve å finne ut av det. Jeg antar at dette gir mer varig kunnskap hos disse elevene.

Jeg har i de to første avsnittene drøftet både det sosiokulturelle læringsperspektivet og begrepet inquiry. Og i denne masteroppgaven har jeg fokus på om dette ble *meningsfylte matematikkoppgaver* når elevene har arbeidet innenfor en slik lærings-atmosfære. Jeg har valgt å dele dem opp i *en samhandlende læringskultur* og *conjecturing atmosphere,* men jeg oppfatter likevel at disse to vinklingene henger nøye sammen. Det samme husker jeg fra min deltakelse i de tidligere omtalte matematikkprosjektene ved UiA. Da møtte jeg begrepene Inquiry and Learning Communities in Mathematics. Dette inneholder ordet *inquiry* som vi strevde lenge med å finne en god norsk oversettelse på og det andre som kan oversettes med *læringsfellesskap i matematikk.* I mitt hode er dette et uttrykk for *en fabulerende* og *eksperimenterende* tilnærming i matematikkfaget innenfor *et lærende fellesskap*! Jeg vil anta at tidligere Kirke-, utdannings og forskningsminister, Gudmund Hernes, som var planmakeren bak *Den generelle delen* av læreplanen fra 1997, hadde gledet seg over denne beskrivelse! Det er nettopp slik han beskriver elevene under *Det skapende menneske (*Kirke-, utdannings- og forskningsdepartementet, 1996, s. 21 og 24).

I konklusjonskapitlet vil jeg også trekke frem "*enrichment"* i matematikkundervisningen der både høyt og lavt presterende elever får passende utfordringer som løsning på enhetsskolens ideal, om tilpasset opplæring for alle ved pedagogisk differensiering. I dette avsnittet har jeg drøftet at når elevene får inquiry-inspirerte rike oppgaver, kan det skape en undrende læringsatmosfære i klassen. Og min analyse fra Returkraft viser at det var slik *disse elevene jobbet med algebra*. Igjen har jeg noen svar på mitt første forskningsspørsmål. Det er ikke en lettvint måte å tilrettelegge for læring på, men den har antakelig lengre læringseffekt, uten at jeg har dette med i mitt studie. Slike inquiry-oppgaver og en slik undrende atmosfære, begeistret elevene, og de ble engasjerte. Samtidig når jeg skal besvare mitt andre forskningsspørsmål, så beskriver elevene det som krevende når de ikke fikk presentert en fremgangsmåte som de kunne bruke på disse oppgavene. Jeg vi i neste kapittel konkludere om en slikt *"conjecturing atmosphere"* oppleves meningsfylt for elevene.

Nå vil jeg skifte briller og mer ser på det epistemologiske aspekt ved det som skjedde på Returkraft. Når elevene møtte funksjonssymbolene i denne bedriftskontekst, hva slags innsikt fikk de i dette matematiske begrepet?

9.3 Det epistemologiske aspektet

Epistemologi[1] kalles ofte for erkjennelsesteori, og epistemologien arbeider med spørsmålet om hvordan man oppnår kunnskap. Ordet kan også forklares med læren om kunnskap. Under dette avsnittet vil jeg drøfte mine funn og analyser fra avsnittene om semiotikk og den epistemologiske trekant (8.3) og matematiske representasjoner (8.4). Også når jeg tar på epistemologi-brillene, vil jeg kommentere og drøfte det ut fra begge mine forskningsspørsmål. I det ene øyeblikket blir det en vurdering av *det som skjedde blant elevgruppene på dette energigjenvinningsanlegget*, og i det andre øyeblikket ønsker jeg å få frem *elevenes opplevelser.* Jeg vil under veis drøfte hvor viktig det er å gi elevene en korrekt og grundig innsikt i variabelbegrepet.

9.3.1 Semiotikk

Semiotikk har tidligere i avsnitt 3.2 blitt forklart med *læren om tegn og bruken av tegn* (Universitet i Oslo, 2010). Og Duval (2006) nevner at tegn er verktøy som vi bruker i kommunikasjon med andre mennesker og for å utvikle matematisk kunnskap. Steinbring (2005) skiller mellom tegn og symboler og forklarer det slik at tegn kan være et tall eller en bokstav som står som representant for noe annet, en semiotisk funksjon, mens *symbol* også inneholder noe mer, en epistemologisk funksjon for eksempel en indre relasjonell struktur der *17,5* også indikerer vårt titallssystem.

I dette undervisningsopplegget holder vi oss til funksjoner. Og her på Returkraft møtte elevene mange symboler f eks: $y = kx$, $f(x) = 2{,}6x$, $g(x)$, $B(x)=50x + 1000$, $f(t) = 7t$, $f(x) = ax + b$ osv. Det er en komplisert matematisk verden en skal føre disse ungdommer inn i!

Det ser ut til at elevene etter litt strev klarte å knytte en semiotisk funksjon til symbolene $y=kx$. y stod for størrelsen på varmeenergien og x stod for antall tonn med søppel som ble brent. k stod for et tall som måtte brukes for at likhetstegnet skulle bli korrekt. De hadde i alle fall en riktig oppfatning av dette tegnet. Også den epistemologiske funksjonen til disse symbolene fikk de tak på. y spilte rollen som den avhengige variabelen innenfor funksjonsbegrepet, x stod for den uavhengige variabelen, og k stod for en konstant som uttrykte sammenhengen mellom verdiene til x og y.

Men da de møtte $f(x)$, begynte problemene. De hadde store problemer med å forstå både den semiotiske og epistemologiske funksjonen dette symbolet har. Tanken fra min side som har designet undervisningsopplegget, var at de fleste elevgruppene kanskje ikke rakk å lese side 12 og 13 under økten før lunsj. Men under den første oppsummeringen skulle dette drøftes med alle. Det skjedde ikke. Læreren valgte å korte ned på denne plenumssamlingen og løftet ikke frem det nye symbolet til samtale i klassen. Selv om jeg hadde brukt litt tekst for å forklare at f(x) representerte den samme funksjonen som y, var det tydelig at dette ikke nådde inn i de unge hoder. Jeg fant at elevene i dybdegruppa var litt fraværende og opptatt med andre ting, mens dette ble lest i gruppa. Det som skjedde videre denne andre økten, var problematisk for flere av dem.

Jeg har i avsnitt 8.3 trukket frem at læreren under andre oppsummeringsøkten kom opp med formelen $B(x) = 50x + 1000$. Mine funn viser at det var forløsende for noen av elevene. *B* var en god representant for bursdag, og elevene gav uttrykk for at da begynte de å skjønne at de kunne bruke ulike bokstaver som navn på funksjonene. Læreren viste også at *(x)* representerte den uavhengige variabelen og nevnte at *B(10)* betydde at det var 10 gjester i selskapet. Jeg oppfatter at han var heldig med sitt valg av funksjon og ved å vise *B(10),* fikk han frem den epistemologisk funksjon til dette symbolet som vi ikke kan uttrykke på samme måte hvis vi bare bruker *y* som representant for den avhengige variabelen. Jeg synes min analyse viser at det var klokt av læreren å velge denne bursdagsfunksjonen. Heldigvis hadde han en flink elev som raskt kom med en god forklaring på symbolene.

I ungdomsskolen har jeg opplevd at lærebøkene fort svitsjer mellom symbolet *y* og *f(x).* En kan fort ta det som en selvfølge at elevene skal forstå denne sammenhengen. Men her har jeg avdekket at dette ikke er tilfelle.

9.3.2 Steinbrings epistemologiske trekant

Her har jeg valgt å drøfte mine funn fra avsnitt 8.3 i forhold til Steinbrings epistemologiske trekant (2006). Vi ser der at elevene strevde litt med funksjonssymbolene før lunsj, men etter hvert klarte de å uttrykke hva hvert symbol representerte. Men etter lunsj ble det mye vanskeligere.

Jeg har vist til oppgaven på side 9, der de skulle skrive en kort forklaring til symbolene $y = 2{,}6x$. Dette klarer de greit. Under analysen av samtalen, fant jeg at de arbeidet innenfor alle de tre sidene i den epistemologiske trekanten. Symbolet har jeg nevnt, men de knyttet dette til konteksten på Returkraft, både søppel og energi. I tillegg hadde de også tak i det generelle funksjonsbegrepet med uavhengig og avhengig variabel, og sammenhengen mellom dem. Jeg oppfatter at denne måten å jobbe på, gav elevene en god innsikt og forståelse.

Men etter lunsj skjer det ikke på samme måte. I oppgaven øverst side 18, prøvde de bare å knytte bånd mellom symbolet *f(x)* og funksjonsbegrepet. De glemte konteksten. Og i neste oppgave på samme side, ble ikke problemene mindre. Når jeg analyserte funnene i forhold til den epistemologiske trekant, fant jeg at de kun jobbet innenfor det ene hjørne i trekanten. De prøvde å forstå selve symbolet uten å bruke konteksten eller den delen av funksjonsbegrepet de hadde innsikt i tidligere. De kom ikke noen vei på denne måten å arbeide på! Men da de gikk videre til oppgaven på side 19, kom de tilbake på rett spor og fant "connection" mellom konteksten fra Returkraft som denne gangen var kalk og antall timer og funksjonsbegrepet. I den siste oppgaven (side 21) har jeg hentet mine funn fra en annen gruppe. Det blir jo feil å skulle sammenlikne denne med det som skjedde i dybdegruppa. Men i lysegrønn gruppe jobbet de med symbolet f(t) = 7t. Under min analyse prøvde de å knytte symbolet til kontekst som kanskje kunne passe på Returkraft: timer, tonn, tinn og filterposer. Men det er helt fraværende å drøfte dette mot funksjonsbegrepet, og derfor førte det antakelig ikke frem for dem.

Under oppsummeringsøkten har jeg allerede nevnt at læreren presenterte formelen $B(x) = 50x + 1000$. Når jeg analyserte mine funn med Steinbrings epistemologiske trekant, kan jeg antyde at alle tre sidene var her representert. Jeg er noe usikker på i hvor stor grad samtalen knyttet seg til funksjonsbegrepet, men jeg velger å antyde at det ligger implisitt i noen av uttalelsene. Jon beskriver formelen $B(x) = 50x + 1000$ og forklarer hva de ulike symbolene representerer og hvilken funksjon de har.

Men mot slutten ble også likningsbegrepet trukket inn og blandet med funksjonsbegrepet. Jeg har under funnene kommentert at det kan se ut som minst en elev i dybdegruppa tenkte likninger når hun fikk presentert ulike funksjonsuttrykk. Under oppsummeringen kommer det samme frem, og her fikk en elev noe uklart svar fra læreren.

(58) **Per:** Men når du setter inn en verdi for x, så er det ikke noe ligning lenger, da har du de tallene du trenger for å regne ut hvor mye

I avsnitt 4.3 har jeg nevnt en del om variabelbegrepet. Usiskin (1999) trekker frem ulike eksempler på at dette begrepet er mangesidig. *40 = 5x* kaller han *en likning og y = kx et funksjonsuttrykk.* Melisani og Spagnolo (2009) nevner at det er et problem at variabelbegrepet kan ha ulike betydninger i ulike kontekster. Nilsen[9] antyder også at det kan være en utfordring at variabelbegrepet kan ha ulike betydninger i ulike kontekster, og det kan derfor være krevende for elever å uttrykke forskjellen mellom ukjente, variabler og parameter. Han oppfordrer derfor til bevissthet rundt den ulike bruk av variabelbegrepet i opplæringen. Det kan se ut til at her har vi et eksempel der en ikke viser elevene forskjellen på ei likning og et funksjonsuttrykk. Jeg vil anta at denne eleven fra dybdegruppa ikke ble mindre usikker etter dette.

Jeg oppfatter at Steingbrings epistmologiske trekant var anvendelig i min analyse. Han sier selv: *The connection between the mathematical signs, the reference contexts and the mediantion between signs an reference context which is influenced by the epistemological conditions of mathematical knowledge can be represented in the epistemological triangle"* (Steinbring, 2006 s. 135). Og jeg viser til eksempler på at en slik teori er nyttig både for å forstå hva som skjer i elevgruppene når de jobber med slike algebra-aktiviteter innenfor en bestemt kontekst. Men den kan også være nyttig når en som lærer skal planlegge undervisningen. En bør tenke over om en kan knytte de krevende algebra-symbolene til kjente kontekster for elevene, og samtidig ta på alvor det spesifikke algebrabegrepet og hva det inneholder. Når elevene får denne innsikten, viser mitt studie at de forstår mer, blir mer motivert og matematikkoppgavene blir mer meningsfylte for dem.

Mitt studie viser at det er nødvendig å ta på alvor den utfordring det er for elevene på dette nivået å møte algebra, symboler og generelle uttrykk og formler. For voksne matematikere er det kanskje en selvfølge, men ikke for de unge som møter dette for første gang. Når jeg leser konas strikkeoppskrift eller kikker på avansert matematikk som jeg ikke har vært lært noe om, er det helt "gresk" for meg. Jeg mister motet og tenker fort at dette forstår jeg ingenting av. Men for dem som kjenner til dette, oppleves denne symbolverden som kjent og meningsfull. Jeg oppfatter at avstanden mellom *ikke forståelse* og *meningsfylte symboler*, kan noen ganger være liten. Her på Returkraft virker det som den mørkegrønne gruppen har fått en mye bedre innsikt i denne symbolverdenen enn de fleste andre i klassen. Kanskje burde det vært en bedre forklaring i elevheftene før de gikk i gang med *f(x)?* Kanskje burde dette vært gjenstand til diskusjon i plenum etter første arbeidsøkt. I elevheftene er det et par sider som forklarer nærmere om funksjonsbegrepet, og der forklares det en del om dette symbolet som var så vanskelig. Men disse sidene var i utgangspunkt beregnet på de aller raskeste elevene, og det målet nådde ingen av elevene i denne forskningsklassen. I oppsummeringssiden til første plenumssamtale, er det én av oppgavene som oppfordrer til å forklare hva disse symbolene betyr: *f(x) = 2,6x.* Men læreren valgte ikke å bruke tid på dette. Her kan en stille spørsmål ved om en drøfting i fellesskap, hadde gitt elevene et bedre grunnlag for å gå i gang med andre del av oppgaveheftet? Jeg vil poengtere viktigheten av en god plenumssamtale til oppsummering og forberedelse til det videre arbeidet.

9.3.3 Matematiske representasjoner

Når det gjelder representasjonene og teoriens problematisering av Duvals (2006) *treatments* og *conversions* eller Janviers (1987) *transposisjon* og *translasjon* beskrevet i det teoretiske rammeverk 3.3, har ikke mitt studie avdekket de store forskjellene. I utgangspunktet skulle oppgaver innenfor den samme representasjonen være lettere å løse enn å gå fra en representasjon til en annen. Men mine funn og analyser i avsnitt 8.4, har likevel ikke avdekket de store forskjellene. Noen av de oppgavene som skulle avdekke denne utfordringen, var blant de siste i arbeidsøktene som ingen fikk tid til. De andre oppgavene som kom tidligere i elevheftet, løste de fleste elevene korrekt enten om det var treatments eller concersions.

Jeg har i teoridelen vist til Berg (2013) som har illustrert de ulike matematiske representasjoner knyttet til begrepet funksjoner og overgangene mellom dem. Hun understreker viktigheten i matematikk å ha aksess til minst to ulike semiotiske representasjoner for det samme matematiske objekt og være i stand til å gå fra en representasjon til en annen samtidig som en kan skille det matematiske objektet fra representasjonene. Jeg oppfatter at jeg har tatt hensyn til dette i elevheftene og gitt elevene mange oppgaver der de skulle uttrykke den samme funksjonen på ulike måter. Samtidig har de hatt mange oppgaver der de skulle drøfte objektet *funksjon*. Jeg antar at denne måten å jobbe på har gitt dem en viss forståelse av dette matematiske begrepet, og en plattform for klassen å arbeide videre på, når de kom hjem til sin egen skole igjen og møtte dette på nytt.

Selv om jeg ikke kan vise til spesielle funn som bekrefter teorien til Duval og Janvier, vil jeg likevel gi uttrykk for mine egne erfaringer som lærer i ungdomsskolen. Etter at jeg ble klar over matrisen til Janvier (1987, s. 28), har jeg alltid vært nøye med å la elevene gå fra ulike representasjoner av funksjonsbegrepet til de andre. Jeg har også erfaring fra andre algebraiske sammenhenger å utfordre elevene på ulike representasjoner. Og ikke minst gir det viktige erfaringer innenfor Bergs syntaktiske og semantiske aspekt ved algebra. Når elever f eks skal tegne et algebraiske uttrykk, lage en kontekst til det samme, så må de ha innsikt og forståelse av det abstrakte uttrykket (det semantiske aspekt). Men de trenger også trening på å manipulere et abstrakt uttrykk og forkorte/utvide for å komme frem til et annet tilsvarende uttrykk som er det samme (syntaktiske aspekt).

Jeg prøvde i undervisningsopplegget *Algebra på Returkraftskolen,* å utvikle formelen $y = k \cdot x$ ved å etterligne den historiske utviklingen fra retorisk algebra med tekst, synkopert med litt blanding av tekst og symboler for til slutt å ende opp i dagens måte å uttrykke et funksjonsuttrykk på som tidsmessig kan knyttes til den symbolske periode fra Vieta (1600) til i dag. Jeg valgte å følge Harpers (1987) fremstilling av algebraens historie og hans studie som viser at denne utvikling korresponderer med elevenes utvikling av den algebraiske resonneringen. Ut fra analyse av mine funn, kan jeg ikke se at dette har hatt merkbar betydning i mitt studie. På det tidspunkt i undervisningsøkten hadde elevene fortsatt litt forvirrede begreper om funksjoner, men den dypere forståelsen, kom de frem til litt lengre ute i undervisningsøkta. Om design av oppgavene som fulgte anbefalingene til Gravemeijer og Dorrman (1999) og Torkildsen (2006) kan ha hatt en innvirkning på disse elevene, er det vanskelig å si noe sikkert om. Før lunsj hadde de ikke så store problemer med å komme frem til en forståelse av funksjonsbegrepet. Kanskje hadde denne fremstilling en viss betydning likevel?

Etter lunsj endret jeg *y* til *f(x),* men brukte ikke den historiske utvikling til å føre elevene inn i dagens symbolbruk. Denne gangen legger vi merke til at elevene fikk mye større problemer. De fleste elevene møtte dette symbolet første gang på side 18 i arbeidsøkten etter lunsj. Jeg hadde skrevet denne lille teksten i heftet: *Milleur har funnet ut at forholdet mellom søppel (x) og filterstøvet som blir renset ut (y), kan uttrykkes med denne formelen: y = 0,03x. Det betyr at hvis du multipliserer søppelmengden med konstanten 0,03, finner du mengden med filterstøv. Dette er en formel for et funksjonsuttrykk. Mange matematikere liker å skrive det på denne måten: f(x) = 0,03x Symbolet f betyr at det er en funksjon, og symbolet (x) betyr at her er det x som varierer og velges fritt. Vi leser det slik: "f av x er lik 0,03x". I stedet for f(x) kan en kalle funksjoner for g(x), h(x), i(x) osv.*

Vi ser at jeg valgte en annen tilnærming til et nytt symbol, og dette symbolet skaper mye frustrasjon. En kan også undre seg over om en kunne ha oppnådd en mykere overgang hvis en hadde brukt noe mer plass i elevheftet ved innføringen av dette og tenkt historisk utvikling ved design av formelen. Kanskje kunne en brukt en slik fremgangsmåte:

Antall tonn med filterstøv	***er lik***	***et tall***	***multiplisert med***	***søppelmengden som brennes***
Filterstøvfunksjonen(der søppelmengden varierer)	***er lik***	***et tall***	***multiplisert med***	***søppelmengden***
Filterstøvfunksjonen f (der søppelmengden varierer)	=	***et tall***	*	***søppelmengden x***
avhengig variabel f(x)	=	***0,03***	*	***uavhengig variabel x***
f (x)	=	***0,03***	*	***x***
f (x)	=	***0,03x***		

Figur 9.1. Forslag til innføring av f(x) = 0,03x med vekt på symbolets historiske utvikling.

Ovenfor i dette avsnittet som jeg har kalt *Det epistemologiske aspekt,* har jeg drøftet mine funn og analyser både fra semiotikken, den epistemologiske trekant og matematiske representasjoner. I forskningsspørsmålene er det stilt spørsmål ved elevenes arbeid med algebra knyttet mot en energigjenvinnings-kontekst. Teorien og litteraturen har vist at det er flere hensyn å ta i den didaktiske tilnærmingen til et slikt krevende emne for ungdomsskoleelever, og jeg oppfatter at i min drøftingsdel har jeg fått frem en del momenter som viser hvordan elevene jobbet, deres utfordringer og deres opplevelser. Når ble dette for krevende, og når kom de frem til en meningsfylt oppfatning av funksjonsbegrepet?

Jeg oppfatter at ved å sammenholde empirien fra Returkraft-dagen og elevenes beskrivelse av disse algebraaktivitetene, kan det gi holdepunkt for å konkludere om dette var meningsfylte matematikkoppgaver. Dette vil jeg komme tilbake til i neste kapittel. Før jeg slutter, vil jeg også bruke noe plass på å drøfte *undervisningen i algebra*.

9.4 Undervisning i algebra

Under dette avsnittet vil jeg drøfte de to siste avsnittene fra funn og analyse-delen i forrige kapittel: *Elevenes algebraiske tenkemåte* (8.5) og *kontekstens betydning* (8.6). I dette undervisningsopplegget har jeg valgt at elevene skal jobbe med funksjoner fra kompetansemålene for 10. klasse. Jeg vil også med denne vinklingen, drøfte om dette ble meningsfylte matematikkoppgaver. Og fortsatt vil det skje ved at jeg prøver å antyde svar på mine to forskningsspørsmål.

9.4.1 Elevenes oppfatning av algebraundervisningen

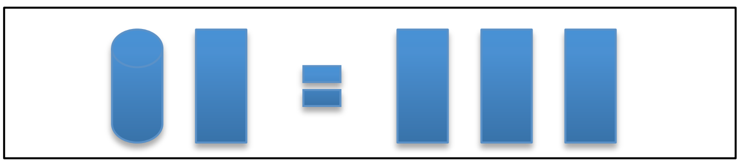
Jeg har trukket frem elevene beskrivelse og deres tanker om algebra. De oppfattet at det var bokstaver og bokstavuttrykk. Og hvis det skal være med tall, måtte det i tilfelle være både bokstaver og tall, ikke bare tall. I litteraturen beskrives algebra som generalisering av aritmetikken. *"Det er vanlig å tenke at algebraen er en utvidelse av aritmetikken, eller en videreutvikling av aritmetikken. Men å bruke aritmetikk krever algebraisk tenkning siden det er de implisitte generalitetene det forventes at eleven skal internalisere."* (Mason, Graham & Johnston-Wilder, 2011, s. 365). Her kommer det også frem tanker om undervisningen i aritmetikk. *Den "krever algebraisk tenkning."* Jeg har også trukket frem studiet fra

Schliemann et al. (2007) der de utfordrer den normale oppfatningen av forholdet mellom aritmetikk og algebra. De har illustrert det på to ulike måter. I det første tilfelle (figur 5.1) tenker en seg at elevene i de første opplæringsårene får aritmetiske oppgaver. Når de blir eldre, kan de starte med algebraundervisningen. Elevenes svake kompetanse og til-kort-komming i deres resonnement, har vært tilskrevet barnets begrenset kognitive utvikling, og problemer med algebra har vært knyttet til denne utvikling. Mange forskere har vist til eksistens av et kognitivt gap mellom aritmetikk og algebra, i et forsøk på å forklare hvorfor mange ungdommer har problemer med å lære algebra. De hevder at mange ungdommer antakelig ikke hadde kommet langt nok i kognitiv utvikling for å lære algebra. Schliemann et al. har gjennom deres forskning vist at selv unge elever kan lære å resonnere algebraisk. Derfor har de også illustrert en annen måte å se sammenhengen på mellom aritmetikk og algebra, og den fins som figur 5.2 i min litteraturdel. De beskriver denne alternative måten å se dette på, at *aritmetikk bare er en del av algebraen,* og at en i aritmetikken bare behandler spesielle tall og mål i stedet for generelle eksempler.

Under intervjuet kan vi se at disse elevene fra Timpis ungdomsskole hadde den vanlige oppfatningen at de hadde startet med algebra i ungdomsskolen. Jeg vil anta at mange elever og lærere ville ha svart det samme. Jeg vil også her trekke frem at i en revisjon av læreplanene våre i 2013 ble det lagt inn nye kompetansemål i algebra etter både 4. og 7.trinn (Utdanningsdirektoratet, 2013). I rapporten *"Matematikk i norsk skole anno 2014"* "er det forslag fra arbeidsgruppen om *"Styrkingen av algebra i læreplanen bør følges opp ved å sette fokus på god matematikkopplæring"* (Utdanningsdirektoratet, 2014a, s. 51).

Jeg kjenner ikke til at det er et endret syn på forholdet mellom aritmetikk og algebra, men viktigheten av å starte med algebra tidligere og legge større vekt på dette emnet, kan en i alle fall se konturer av. Det hadde vært interessant å drøfte dette alternative synet blant lærerne på småskolen og mellomtrinnet og kanskje også i lærerutdanningen for GLU 1-7.

Ville et slikt alternativt syn i matematikkundervisningen endret elevenes oppfatning av algebra? Kanskje en kunne ha unngått en del feiloppfatninger som Schliemann et al. (2007) beskriver ofte må avlæres, når elevene på alvor tar fatt på algebra? Det er mange algebraiske aktiviteter lærerne på småskole- og mellomtrinn kan drive på med uten å overlesse dem med symboler som x og y. Men elevene kan få utfordringer og lage sine egne symboler og notasjoner. De trenger sikkert litt veiledning og hjelp i starten for å guide dem inn i en slik tankegang. Men Schliemann at al. har vist at selv små barn kan løse kompliserte algebraiske oppgaver som denne ligningen med den ukjente på begge sider av likhetstegnet: $8 + x = 3x$. I ungdomsskolen ville en kanskje gripe det an med regler for løsning av likninger og flytte x-en over på den andre siden og byttet regnetegnet, og da er vi alt i gang med den uforståelige manipuleringen etter bestemte regler som elevene ikke forstår og glemmer fort. Den kreative læreren på småskolen klarer sikkert med en muntlig fortelling sammen med ei tegning, gi dem en slik oppgave uten å nevne x: *Nils og Ole var på butikken. Nils kjøpte en brusboks til 8 kr og ei pakke med fotballkort. Ole kjøpte 3 pakker med fotballkort. Men de betalte akkurat det samme. Hva kostet fotballkortene?*



Figur 9.2. Forslag til illustrasjon av oppgave om kjøp av fotballkort og brus

Under intervjuet med elevene fra Timpis ungdomsskole, kom det frem at den vanlige matematikktimen passer til Naalsunds (2012) karakteristikk av matematikkundervisningen i norsk skole. Det var ikke vanlig med oppsummering og diskusjoner omkring løsningene, men elevene jobbet individuelt til det var friminutt. Jeg legger merke til at selv elevene opplevde at oppsummeringsfasen var en viktig læringsarena. Da kunne de lære av hverandre, lære av hverandres feil. Funnene mine viser også at elevene hadde den ”normale” oppfatning av algebra som en meningsløs manipulering med symboler. Det rådet en viss grad av usikkerhet blant dem som Naalsund (2012) også viser til blant norske elever. Opplegget på Returkraft var annerledes for dem, og det ble litt utfordrende å skulle klare seg uten den normale introduksjonen fra starten av timen der læreren forklarte dem reglene for dagens oppgaver. Fra den ene siden gav elevene uttrykk for at de savner dette. De sa det hadde vært mye bedre hvis jeg hadde gitt dem mer forklaring fra begynnelsen, sa de. Fra den andre side gir de uttrykk for at de likte denne form for undervisning og kunne gjerne ha noe tilsvarende igjen i andre emner i matematikk. På slutten av intervjuet kommer de med forslag til emner. Hvorfor ønsket de å lære disse emnene på denne måten? *”Fordi det var gøyere.” ”Lettere å lære det som er vanskelig.” ”Du fikk sånn aha-opplevelse.”*

Jeg har tidligere beskrevet hvordan jeg legger opp min egen undervisning når jeg gir åpne oppgaver til hele klassen. Da starter jeg med en felles introduksjon, fortsetter med ei arbeidsøkt der elevgruppene jobber med oppgaven og avslutter med en felles oppsummering i plenum. I undervisningsopplegget Algebra på Returkraftskolen, hadde jeg kuttet ut introduksjonsdelen og heller valgt å skrive litt i heftene. Kanskje det hadde vært lurere å latt elevene fått en felles introduksjon til disse oppgavene? Det kan være at en da kunne ha unngått en del av frustrasjonen som kom til syne, spesielt etter lunsj. Den første oppsummeringsøkten kunne ha inneholdt en start til neste økt. Samtidig oppfatter jeg at en del av de oppgavene jeg hadde satt opp på side 15 til plenumssamtale, var også en introduksjon til renseoppgavene etter lunsj. Problemet var at læreren kortet ned denne sekvensen og gjennomgikk ikke disse oppgavene.

Er det motiverende for elevene å jobbe på denne måten som de opplevde på Returkraft? Halvveis i arbeidsøkten før lunsj løftet Ina lydopptakeren og så hvor mye som var tatt opp. *”Har vi snakket i en halv time?”* spurte hun. Rut svarte: *”Det går fort når vi har det gøy.”* Under intervjuet sa Siw: ”*Vi lærte mye eller jeg lærte mye.”* Rut syntes vanligvis at matematikk var lett, men på Returkraft var det litt mer utfordrende og krevende. Men når jeg spurte henne om det var gøy når hun klarte å få det til likevel, fikk jeg et smil tilbake, og hun sa: ”*Jo det er jo det.”* Jeg velger å tro at disse signalene fra elevene uttrykker at elevene var motivert og sitter igjen med inntrykk at dette var en meningsfylt undervisningssituasjon. De opplevde noe som de ikke vanligvis opplever gjennom den tradisjonelle undervisningen. De drøftet også om dette kun var en positiv opplevelse fordi de kom seg ut av skolestua. Selvfølgelig var dette også et viktig moment. Det hadde ikke vært det samme om de hadde vært på Returkraft hver dag. Men deres opplevelser av denne form for matematikkaktivitet skildret de med mange positive ord.

Disse elevene var også preget av en instrumentell tilnærming til løsninger av oppgavene. Hvis de klarte å sette opp en ligning og huske fremgangsmåten, så gikk det greit. *”Det er jo mye bedre å skrive opp som et algebra, da er du helt sikkert.”* De er ikke vant til læringssituasjon der de i samarbeid med de andre skal lete seg frem til et svar uten bestemte løsningsmetoder. Men likevel ser det ut til at utregningen av *k*-verdien har skjedd med liten ettertanke, for da de ble utfordret på andre verdier, der sammenhengen skulle være mellom søppel og strøm, reflekterte flere av elevene ikke over at denne verdien bare skulle være ca 20 %. Ei gruppe klarte det korrekt, og det er den mørkegrønne gruppe som utmerket seg i flere sammenhenger. Kanskje de andre elevene ikke var vant til å reflektere over hva de egentlig gjør når de jobber med algebra. Og den oppfordring til drøfting og refleksjon rundt funksjonsuttrykket var fraværende.

9.4.2 Konteksten Returkraft

Vi ser at elevene var positive til bedriftsbesøket og til å ha matematikk på Returkraft. De gav uttrykk for at det var mer meningsfylt enn vanlige matematikktimer. *"Du ser liksom at du kan virkelig bruke det."* De opplevde at matematikk ikke var bare noe de lærte på skolen, men det var knyttet til det virkelige liv. *"Du bruker det i hverdagen."* På skolen visste de ikke alltid hva de skulle bruke dette til. Jeg har nevnt Liv som sa at det er sjeldent de på skolen får vite hvorfor de skal lære noe. Men annerledes var det her på Returkraft, her opplevde de den matematiske virkeligheten.

Jeg har i avsnitt 3.5 nevnt Realistic Mathematics Education (RME) og Freudenthal. De arbeidet for en reform av matematikkundervisningen der en skulle bruke *realistiske kontekster* som en tilnærming til matematikkundervisningen. I RME skulle elevene lære matematikk ved å utvikle og anvende matematiske begreper og verktøy gjennom dagligdagse problemer og situasjoner som var *meningsfylt* for dem (Van den Heuvel-Panhuizen, 2003). Jeg oppfatter at dette undervisningsopplegget på en bedrift kan være et eksempel på en realistisk kontekst, og funnene viser at dette ble meningsfylt for elevene med en slik tilnærming. Gravemeijer & Dorrman (1999) nevner at realistiske oppgaver kan brukes bevisst som en motiverende faktor fra starten og fremover i lærings-prosessen. Freudenthals primære fokus var å lære matematikk i *en meningsfylt sammenheng.* Feudenthal var imot å skille matematikken fra den virkelige verden og undervise ferdiglaget aksiomer. (Van den Heuvel-Panhuizen, 2003). Han kritiserer tradisjonell matematikkundervisning fordi en ofte starter undervisningen med de ferdige matematiske resultatene. Han anbefaler at en heller bør starte undervisningssekvensen med *matematiske aktiviteter* fremfor å gå inn i et *ferdiglaget system*. (Gravemeijer & Dorrman, 1999)

Oppgavene på Returkraft var motiverende for elevene. Vi har flere eksempler at det var strevsomt og frustrerende fordi det var krevende å forstå, men elevene var ivrige og gav uttrykk for glede at de allikevel fikk det til. Og det er vel det som er ekte læringsglede. Når en har strevd en stund for å få innsikt, så blir det glede når en har fått ny kunnskap. I litteraturdelen har jeg nevnt Carraher et al. (1985) som hadde studert barna til gateselgere i Brasil og deres måter å regne på. De testet deres kompetanse i matematikk ved å gi dem oppgaver som var knyttet til en kjent kontekst og oppgaver uten konteksten. Jeg oppfatter at mine funn og analyse av dem støtter en slik tankegang. Når elevene fikk oppgaver knyttet til en kontekst de kjente fra omvisningen på bedriften, var det både lettere å få til og mer meningsfylt. Tua sa *"at det var lettere fordi de gikk gjennom det på omvisningen."*

9.4.3 Målstyring

Emnet elevene skulle jobbe med på Returkraft, var funksjoner. Jeg har i avsnitt 4.5 sitert disse. Jeg oppfatter at elevene på Timpis ungdomsskolen gjennom undervisningsopplegget Algebra på Returkraftskolen har laget funksjoner som beskriver numeriske sammenhenger og praktiske situasjoner, og de har også jobbet med å beskrive og tolke dem. Elevene har også fremstilt funksjoner med ulike representasjoner som nevnt her i kompetansemålet. De har kun holdt seg til lineære funksjoner og i hovedsak proporsjonale uten konstantledd. Hele undervisningsopplegget har vært knyttet til praktiske situasjoner. Jeg oppfatter at vi med dette undervisningsopplegget har jobbet med mange av de elementene som er nevnt av Utdanningsdirektoratet.

10 Konklusjon, pedagogisk implikasjon og avsluttende bemerkninger

Som overskrift til dette studie har jeg stilt spørsmålet: *Meningsfylte matematikkoppgaver?* Jeg vil først prøve å antyde svar på de to forskningsspørsmålene for gjennom dem å konkludere om dette var *meningsfylte oppgaver* eller ikke. Deretter vil jeg peke på pedagogiske implikasjoner som kan være et bidrag til endringer mot en bedre undervisning i algebra. Og til slutt vil jeg gi noen avsluttende bemerkninger og tanker til dette studiet.

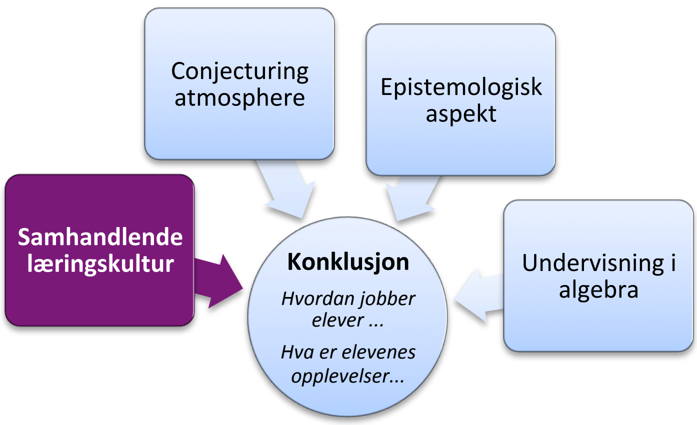
10.1 Konklusjon

Gjennom undervisningsopplegget *Algebra på Returkraftskolen*, hadde jeg lagt opp til en forberedende fase på skolen, omvisninger på bedriften og deretter to arbeidsøkter som gruppearbeid med felles oppsummeringer i auditoriet. I etterkant intervjuet jeg dybdegruppa for å høre deres opplevelser av disse matematikkaktivitetene. Empirien fra dette har dannet utgangspunkt for mine funn, analyser og drøftinger, og ut fra dette vil jeg nå trekke en konklusjon på dette studiet.

Jeg har jeg drøftet mine funn og analyser gjennom fire avsnitt: *en samhandlende læringskultur* (9.1), *"conjecturing atmosphere"* (9.2), *det epistemologiske aspekt* (9.3) og *undervisning i algebra* (9.4). Dette var fire synsvinkler og "briller" ut fra det teoretiske rammeverk (kapittel 3) og litteraturdelen (kapittel 5). Og jeg brukte dette, sammen med mine egne erfaringer (kapittel 2), definisjoner av begreper (kapittel 4) og ideene bak design av opplegget (kapittel 6), da jeg i forrige kapittel drøftet mine funn og analyser som var beskrevet i kapittel 8. Metodologien i dette studiet, er beskrevet i kapittel 7. Her i de neste avsnitt vil jeg gi svar på mine to forskningsspørsmål: *Hvordan jobber elever med algebra når aktivitetene legges til et energigjenvinningsanlegg? Hva er elevenes opplevelser av disse aktivitetene når de skjer på denne bedriften?*

10.1.1 Samhandlende læringskultur

Jeg hadde designet dette undervisningsopplegget med tanke på noen av grunnideene i det sosiokulturelle læringsprinsippet (Vygotsky, 1978; Imsen, 2000; Säljö, 2001), og jeg ønsket å studere hvordan elevene samarbeidet i en slik kultur. Jeg har i drøftingsdelen avsnitt 9.1, nevnt at både lærer og elever kan opptre som støttende stillas (scaffolds). Og i dette studiet har vi sett hvordan elever med ulik kompetanse kan hjelpe hverandre i en slik samhandlende læringskultur.



Figur 10.1. Konklusjon ut fra perspektivet: Samhandlende læringskultur.

Under teoridelen har jeg en illustrasjon av den proksimale utviklingssone (figur 3.1), og i drøftingsdelen har jeg trukket frem hvordan elevene strevde innenfor de ulike soner i denne modellen. Kunnskapen ble etter hvert internalisert, og det enkelte elever i det ene øyeblikket ikke forstod, klarte de sammen å finne en løsning på. Jeg har også vist eksempel på at de videre klarte å gi sine individuelle forklaringer. Det bekrefter min oppfatning av

Vygotskys Zone of Proximal development, at *"hva en elev kan klare sammen med flinkere medelever eller ved hjelp av læreren i dag, kan vedkommende klare alene i morgen."*

Som svar på mitt *første forskningsspørsmål i lys av en samhandlende læringskultur*, vil jeg konkludere at vi har flere funn som viste at elevene var støttende stillaser for hverandre, og det skjedde læring da elevene jobbet på den måten med oppgaver innenfor deres proksimale sone for utvikling. En slik samhandlings arena, gav en trygg læringsatmosfære for elevene. Teorien beskriver at det er viktig å bruke språk og samtale for læring, og en slik læringskultur gav rom for dette både under gruppearbeid, men også i oppsummeringsøktene. Elevene viste også stor iver i arbeidet på dette energigjenvinningsanlegget.

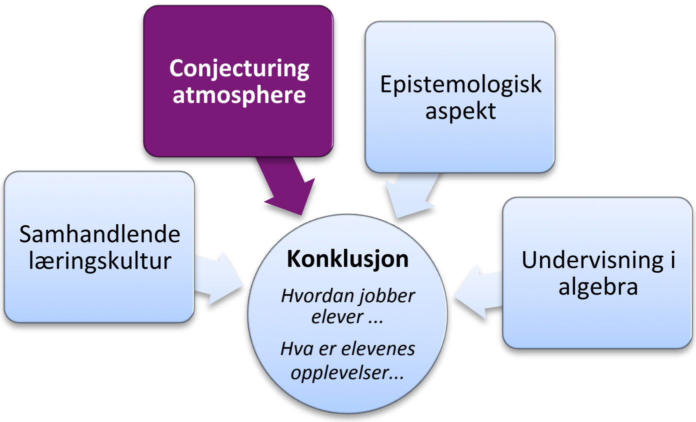
Som svar på mitt *andre forskningsspørsmål i lys av den samme læringskulturen*, gav elevene selv uttrykk for at denne samhandlingen var grunnen til at de *"akkurat"* klarte disse utfordringene. De mente at de ikke hadde klart dette alene, og tilskriver *samarbeidet* og *diskusjonene* som grunner for at de kom frem til løsninger på oppgavene. De uttrykte glede både på Returkraft og etterpå, da de skulle beskrive hva de hadde opplevd. Alle gav uttrykk for at de likte å jobbe på denne måten, og ønsket mer av dette i undervisningen.

Jeg vil derfor hevde at dette var motiverte elever som jobbet med meningsfylte matematikkoppgaver innenfor en samhandlende læringskultur. Og elevene selv uttrykte at samarbeidet var årsak til at de klarte å løse oppgaver som de neppe hadde klart alene.

10.1.2 "Conjecturing atmosphere"

Det er mye litteratur som anbefaler en læringsatmosfære som består av utforskning og diskusjoner - en undrende tilnærming til lærestoffet (Kirke-, utdannings- og forskningsdepartementet, 1996; Jaworski et al., 2007; Fuglestad, 2009; Naalsund, 2012). I tillegg har de samme og andre forskere nevnt dette på konferanser eller i andre sammenhenger slik jeg har beskrevet det i avsnitt 3.4 (Jaworski[3]; Fuglestad[4] ; Borgersen[5]; Wathne & Lohne[6]; Wathne & Lohne[7]; Lithner[8]). Mitt studie viser at disse elevene ikke var vant til en slik *"conjecturing atmosphere"* fra den vanlige matematikkundervisningen på skolen. Flere ganger gav de uttrykk for at de skulle ønske at de hadde fått presentert en fremgangsmåte, og så kunne de løst oppgavene. Jeg har vist til forskning at det siste ikke nødvendigvis gir en kunnskap og forståelse som huskes av elevene så lenge, men når de må bruke sine kreative resonnementer for å finne løsninger, gir det mer langvarig læringseffekt. Å undersøke langtidskunnskapene på disse elevene, går langt ut over rammene for dette studiet. Jeg har kun observert og intervjuet elevene innenfor en kort tidsramme. Hva de sitter igjen med om funksjonsbegrepet, vil kun lærerne som har dem i resten av ungdomsskolen og inn i videregående skole, kunne svare på. Men observasjoner under arbeidet på Returkraft og mitt intervju med en elevgruppe i etterkant, har likevel gitt meg noen holdepunkt til min konklusjon. Jeg har i diskusjonsdelen vist hvordan funksjonsbegrepet vokste frem gjennom arbeidsøktene og oppsummeringene. Uten at jeg kjente til nivået på min dybdegruppe, oppfattet jeg både under observasjonene, gjennom analyse av funnen og ut fra det se selv sa, at de hadde ulike kompetanse i matematikk. Men likevel var alle med. Noen tok mer initiativ i gruppa og snakket ofte, men vi hørte likevel alle. Det var en læringsatmosfære som inkluderte alle elevene. Selv de elever som jeg oppfattet som lavere presterende i matematikk, kom med noen spørsmål eller forslag under arbeidet. Jeg vil konkludere at dette undervisningsopplegget utløste en inquiry atmosfære blant elevene som kan beskrives med disse stikkordene: *spørre, undersøke, skape, diskutere, reflektere og undre.* Elevene beskrev dette som en uvant arbeidssituasjon og følte det utfordrende og slitsomt. Men samtidig ønsket de å ha mer av dette. De opplevde en glede når de etter mye slit kom frem til en løsning. De bekreftet at dette var "gøy".

Som svar på mitt *første forskningsspørsmål i lys av en "conjecturing atmosphere",* vil jeg peke på det er flere funn som bekrefter at elevgruppene jobbet innenfor de seks nøkkelelementene fra inquiry. Og denne atmosfære gav næring til elevenes nysgjerrighet og utforskertrang som igjen påvirker deres motivasjon og gjorde matematikkaktivitetene meningsfulle. Mine funn viser også at elevene var engasjerte og løste mange oppgaver, og vi kan gjennom analysen se hvordan elevenes kunnskap og forståelse vokste i løpet av undervisningsøktene. Her har elevene blitt utfordret på sitt kreative resonnement, og det skal i følge andre studier gir mer varig kompetanse. Jeg vil også konkludere at disse oppgavene var designet slik at det gav muligheter for hele klassen å jobbe med de samme oppgavene, såkalte rike oppgaver. Jeg vil knytte dette undervisningsopplegget til begrepet *"enrichment",* som er forklart med at både høyt og lavt presterende elever får passende utfordringer.



Figur 10.2. Konklusjon ut fra perspektivet: "Conjecturing atmosphere".

I forbindelse med mitt *andre forskningsspørsmål i lys av den samme undrende atmosfære*, vil jeg trekke frem at selv om elevene gav uttrykk for at dette var en arbeidsform som var krevende, opplevde de det likevel som gøy og beskriver at det var så lett å bli engasjert. Det var uvant for dem å ikke få en ferdig fremgangsmåte, men likevel konkluderte de med at de ønsket mer av slike oppgaver i matematikkundervisningen. De konstaterte at de hadde lært mye denne dagen, og begrunnet det med at de selv måtte finne ut av fremgangsmåten. De opplevde også oppgavene som lette fra begynnelsen, og mer krevende etter hvert.

Jeg vil derfor konkludere at det var engasjerte og motiverte elever som jobbet med mitt undervisningsopplegg: Algebra på Returkraftskolen. Oppgavene var designet slik at det skapte en undrende læringsatmosfære og gav passelige utfordringer for alle, uansett om de i utgangspunktet var høyt eller lavt presterende i matematikk. Elevenebesvarelsene viste at de fikk en grunnleggende innsikt i funksjons-begrepet, og elevene selv gav uttrykk for at de lærte mye.

10.1.3 Det epistemologiske aspektet

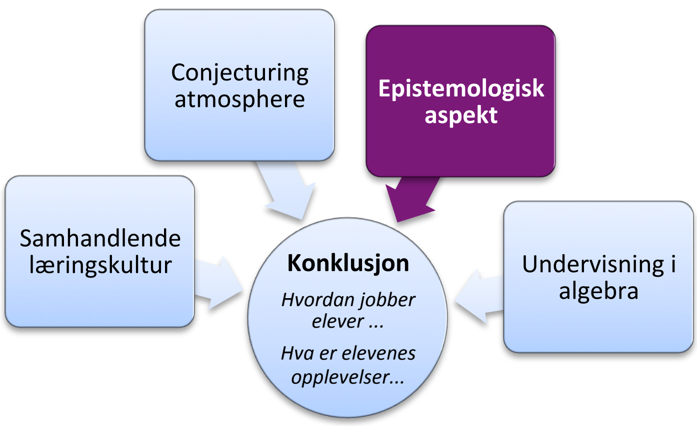
I dette studie har jeg satt fokus på algebra og den sammenheng det er mellom *symbolbruken, funksjonsbegrepet* og *bedriftskonteksten* som oppgavene var knyttet til (Usiskin, 1999; Burton, 2003; Lorentzen, Hole & Lindstrøm, 2003; Steinbring, 2006; Torkildsen & Maugesten, 2008; Oldervoll et al., 2009; Universitetet i Oslo, 2010; Svendsen, 2011; Fraleigh, 2014; Utdanningsdirektoratet, 2014b; Daylight, 2015). Det kan se ut til at elevene fikk en god innsikt i funksjonssymbolene $y = kx$ (Steinbring, 2005; Duval, 2006; Mason et al. 2011). De klarte å forklare hva hvert symbol representerte både i bedriftskonteksten, men også innenfor funksjonsbegrepet. De behersket også å uttrykke dette med ulike representasjoner (Duval, 2006; Janvier, 1987; Berg, 2013a): *kontekst, graf, tabell og formel.* Denne varierte måten å jobbe på, gav elevene en begynnende innsikt i funksjonsbegrepet og dets uttrykk gjennom ulike representasjoner. (Berg 2013b) I mitt studie kan jeg ikke finne at det var større utfordringer å gå fra en representasjon til en annen, enn å arbeid innenfor én bestemt representasjon. Men det ble en krevende overgang for elevene, da symbolet *y* ble endret til *f(x)*.

Jeg har avdekket at når elevgruppene i mitt studie klarte å knytte sammen konteksten, symbolene og funksjonsbegrepet, fikk de større forståelse for matematikken (Melisani & Spagnolo, 2009). Oppgavene ble mer meningsfylte. Men når de bare jobbet innenfor ett eller eventuelt to av den epistemologiske trekantens hjørner, var det mye mer krevende å få innsikt i utfordringene, og spesielt symbolene ble uforståelige.

Jeg har lagt merke til at i læreverk for ungdomsskolen og eksamensoppgaver brukes både *y, f(x), T(x), G(t)* og likende symboler for den avhengige variabelen i funksjonsuttrykket. Jeg vil her påpeke at mitt studie viser at denne varierte skrivemåten kan være en stor utfordring for elever på ungdomsskolenivå, og derfor bør vi lærere ta denne problematikken på alvor, når vi behandler funksjonsbegrepet. Jeg legger også spesielt merke til at når læreren til slutt valgte et funksjonsuttrykk knyttet til konteksten gebursdag, ble symbolene med én gang mye lettere å forstå.

Under design av elevheftene, hadde jeg hatt den historiske utviklingen til algebra som bakteppe (Harper, 1987; Gravemeijer & Dorrman, 1999; Torkildsen, 2006). Men i dette studiet kan jeg ikke si noe sikkert om hvilken betydning det har hatt for elevenes oppfatning og forståelse. I arbeidsøkten før lunsj da uttrykket $y = kx$ ble presentert, skjedde det nettopp gjennom en historisk fremstilling. Men da uttrykket $f(x) = kx$ ble presentert i andre økt, var det ikke en tilsvarende historisk fremstilling i elevheftene. Samtidig utelot læreren å introdusere dette nye symbolet under plenumssamlingen, og elevene i dybdegruppa var ukonsentrert da de tok fatt på dette i elevheftet. Det blir derfor umulig å si noe sikkert om hvilke av disse grunnen som har hatt størst negativ innflytelse. Jeg tillater meg likevel å antyde viktigheten av en slik historisk utvikling når en skal veilede de unge inn i matematikkens symbolverden. Mitt studie viser at den første arbeidsøkten, da jeg hadde brukt dette, var den økten som elevene opplevde lettest og mest meningsfylt.

Gjennom plenumssamlingene ble det repetisjon og oppklaring av det enkelte grupper var usikre på. Elevene selv etterlyste introduksjon før gruppearbeidet, og de gav uttrykk for at de opplevde de oppsummerende plenumsamtalene som viktige. Jeg vil i avsnittet pedagogisk implikasjon, ta dette med under forslag til organisering av arbeidsøkter i matematikk



Figur 10.3. Konklusjon ut fra perspektivet: Epistemologisk aspekt.

Som svar på mitt *første forskningsspørsmål i lys av det epistemologiske aspektet*, vil jeg konkludere: Når elevene jobbet med algebraoppgaver og klarte å knytte bånd mellom konteksten (energigjenvinningsanlegget), symbolene og matematikk-begrepene, fikk de en god forståelse og en grunnleggende innsikt i funksjonsbegrepet. Når disse bånd mellom hjørnene i den epistemologiske trekant ikke var så tydelige, var det mye mer usikkerhet blant elevene. De klarte også å vise funksjonsbegrepet med flere ulike representasjoner. Fremstillingen av algebrauttrykkene ved å ta hensyn til den historiske utvikling, kan ha hatt en viss betydning for forståelsen av symbolene $y = kx$.

Som svar på mitt *andre forskningsspørsmål i lys av det samme aspektet,* vil jeg trekke frem at elevene opplevde uttrykket $y = kx$ enklere å forstå enn $f(x) = kx$. De beskrev det problematisk da denne endringen skjedde. Jeg kan ikke konkludere sikkert om hva som var årsaken til dette: manglende introduksjon av læreren, manglende historisk fremstilling i elevheftene eller tilfeldigheter som ukonsentrerte elever. Men elevene beskrev under intervjuet at da funksjonsuttrykket ble knyttet til bursdag, en kjent kontekst, ble symbolene letter å forstå igjen.

Jeg vil derfor konkludere at elevenes forståelse og innsikt i symbolenes semiotiske og epistemologiske funksjon, var størst når elevene klarte å skape en link mellom en kontekst, et symbol og tilhørende matematisk begrep. Men når de ikke fikk tak på denne sammenhengen, ble symbolene meningsløse. Mitt studie har ikke avdekket om det var større utfordringer å fremstille et matematisk begrep med ulike representasjoner enn behandle begrepet innenfor den samme representasjonen. Når det gjelder betydning av den historiske fremstillingen av algebrauttrykk, kan jeg kun antyde at det kan ha hatt en viss betydning under den første arbeidsøkten da elevene fikk presentert symbolene på denne måten. Jeg vil også påpeke at elevene savnet en felles introduksjons-økt før gruppearbeidet. Og dette studiet viser tydelig at elevene hadde store utfordringer med ulike symboler for den avhengige variabelen i funksjonsformelen.

10.1.4 Undervisning i algebra

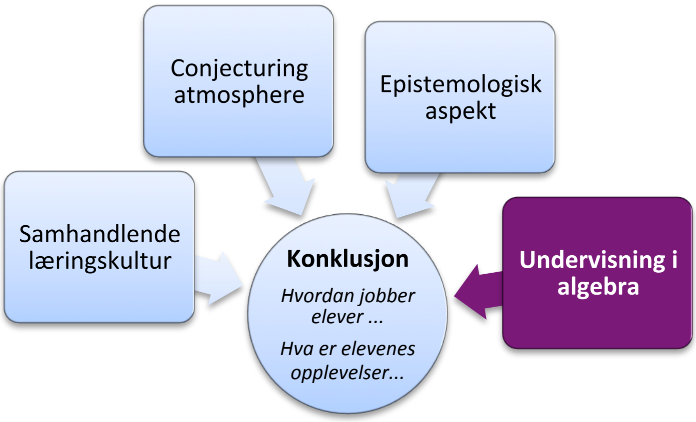
Jeg har drøftet elevenes algebraiske tenkemåte og kontekstens betydning (Carraher et al., 1985; Gravemeijer & Dorrman, 1999; Van den Heuvel-Panhuizen, 2003; Mason et al., 2011). I dette studiet har jeg avdekket at også disse elevene var vant til *"den vanlige måten"* å bli undervist på i algebra, men om denne klassen føyer seg inn i rekken av norske elever som gjør det gjennomsnittlig svakt i matematikk, vet jeg ikke (Malisani & Spagnolo, 2009; Grønmo, Onstad, Nilsen, Hole, Aslaksen & Borge, 2012; Grønmo & Onstad, 2013; Utdanningsdirektoratet, 2014a). De gav uttrykk for at de savnet oppsummeringsøkter i vanlige matematikktimene (Naalsund, 2012) og opplevde disse på Returkraft som berikende. Elevene beskrev gruppearbeidet på bedriften som annerledes og mer krevende. Men da de evaluerte matematikkaktivitetene på dette energigjenvinningsanlegget, så konkluderte de at det var gøyere, og det var lettere å lære det som var vanskelig på denne måten. *"Du fikk sånn aha-opplevelser,"* sa de. Det peker på at de opplevde dette meningsfylt.

Elevene hadde en snever oppfatting av algebrabegrepet og blandet funksjonsbegrepet med andre algebraiske uttrykk (Usiskin, 1999; Mason et al., 2011). Det bekrefter viktigheten for oss lærere å være presis i forhold til begrepene overfor elevene i vår undervisning (Usiskin, 1999; Burton, 2003; Lorentzen, Hole & Lindstrøm, 2003; Steinbring, 2006; Torkildsen & Maugesten, 2008; Oldervoll et al., 2009; Universitetet i Oslo, 2010; Svendsen, 2011; Fraleigh, 2014; Utdanningsdirektoratet, 2014b; Daylight, 2015). Jeg har i drøftingsdelen antydet at det kunne være berikende å starte med algebra tidligere og kanskje se aritmetikken som en del av algebra (Schliemann et al., 2007; Malisani & Spagnolo, 2009). Det ser i alle fall ut til å være et ønske også fra Utdanningsdirektoratet.

Dette studie er knyttet til en bedriftskontekst. Elevene gav uttrykk for at det var mer meningsfylt enn vanlige timer, det var knyttet til det virkelige liv, og de skjønte hvorfor dette var viktig å lære. Elevene sa også at oppgaver var lette å løse fordi de hadde hatt omvisning og kjente konteksten. Jeg har til slutt i drøftingsdelen vist til hvilke deler av kompetansemålene i matematikk disse elevene hadde jobbet med på Returkraft.

Med fokus på *undervisningen i algebra*, vil jeg spesielt i forhold til *det første forsknings-spørsmålet*, trekke frem at elevenes snevre syn og usikre begrep om algebra, preget deres måte å jobbe på. Ut fra mine drøftinger i forrige kapittel, vil jeg konkludere at det var motiverende for dem å jobbe innenfor en slik realistisk kontekst, og det var mange kompetansemål fra Læreplanen dette undervisningsopplegget hadde for seg denne dagen og som elevene jobbet mot.

Når det gjelder *det andre forskningsspørsmål,* så beskrev elevene disse matematikk-aktivitetene som gøyere enn vanlige matematikktimer. Selv om de var mer krevende enn det de var vant med, så følte de det var lettere å lære det som var vanskelig på denne måten, og de fikk noen faglige aha-opplevelser under veis. Dette er tegn på motiverte elever som opplevde meningsfylte matematikk-oppgaver på Returkraft. De kommenterte også at oppsummeringsøktene opplevdes berikende.

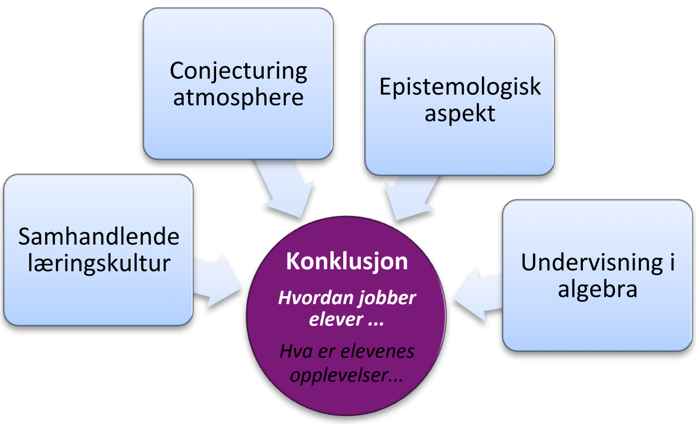


Figur 10.4. Konklusjon ut fra perspektivet: Undervisning i algebra.

Jeg mener derfor til vi kan konkludere at undervisningsopplegget Algebra på Returkraft-skolen, skapte motiverte elever som opplevde dette som meningsfylte matematikkoppgaver. Matematikkaktiviteter knyttet til det virkelig liv, gir større muligheter for dypere forståelse. Og når oppgavene er fra en kjent kontekst, blir det lettere å løse krevende oppgaver. Oppsummeringsøkter beskrev elevene som viktige.

10.1.5 Oppsummering i henhold til mine forskningsspørsmål

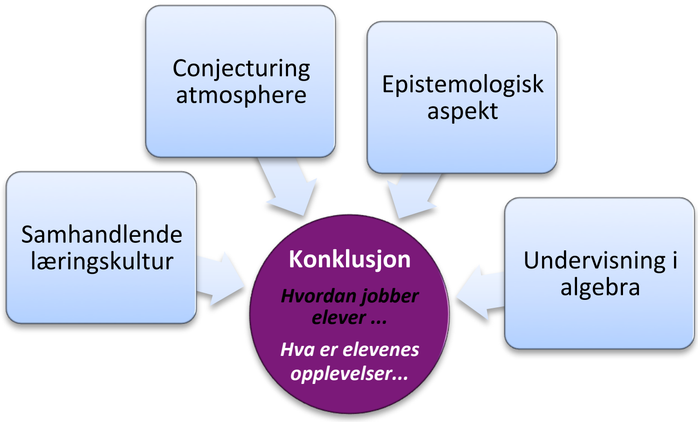
Jeg har i starten av dette studie stilt to forskningsspørsmål. Som oppsummerende konklusjon, har jeg valgt å svare slik:



Figur 10.5. Konklusjon ut fra det første forskningsspørsmålet.

Hvordan jobber elever med algebra når aktivitetene legges til et energigjenvinningsanlegg? *Som samlet svar på dette første forskningsspørsmålet vil jeg konkludere at disse elevene jobbet innenfor en samhandlende læringskultur denne dagen, og jeg vil beskrive atmosfæren som en undrende tilnærming til løsninger av disse matematikk-oppgavene. Det kan se ut som undervisningsopplegget Algebra på Returkraftskolen, traff alle elevene, for de virket engasjerte og motiverte for algebra-aktivitetene uavhengig av ulike faglige forutsetninger. Jeg vil derfor peke på at mitt studie bekrefter at inquiry-inspirerte oppgaver kan være med på å skape en* *inquiry-væremåte blant elevene, her kalt "conjecturing atmosphere". Elevenes forståelse og innsikt i symbolenes semiotiske og epistemologiske funksjon, var avhengig av om de klarte å skape en link mellom en kontekst, et symbol og tilhørende matematisk begrep.* ***Mitt studiet viser at når slike algebraaktiviteter legges til et energigjenvinningsanlegg, skaper det motiverte og engasjerte elever.***

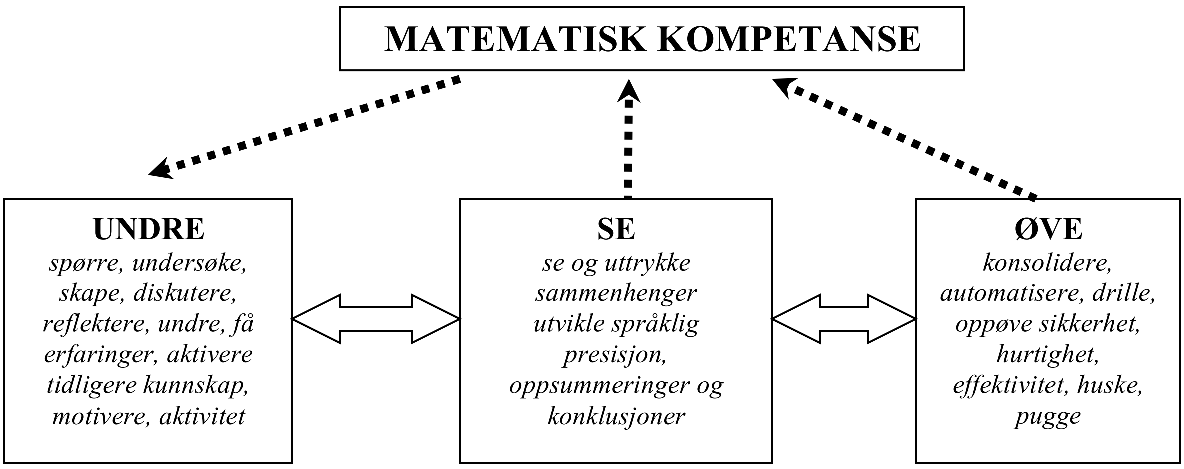
Hva er elevenes opplevelser av disse aktivitetene når de skjer på denne bedriften?
Som svar på det andre forskningsspørsmålet vil jeg trekke frem at elevene selv sa at disse matematikkaktivitetene skapte motivasjon og engasjement hos dem. Elevene opplevde varierende forståelse av symbolene. Enkelte ganger var det lettere å forstå, spesielt når symbolene var knyttet fra en kjent kontekst. Men nye og ukjente symboler ble fort meningsløse for dem. De gir uttrykk for at matematikk-oppgaver fra det virkelige liv gav muligheter for større forståelse og var lettere å løse, selv om de også kunne være krevende. Elevene uttrykte at de savnet en felles introduksjon før gruppearbeidet, og de påpekte samtidig at oppsummerings-øktene i dette undervisningsopplegget var lærerike. ***Dette studie har avdekket at elevene selv beskriver seg som engasjerte og motiverte, og de opplevde dette som meningsfylte matematikkoppgaver. De uttrykker at forståelsen av algebra var nær knyttet til konteksten.***



Figur 10.6. Konklusjon ut fra det andre forskningsspørsmålet.

10.2 Pedagogisk implikasjon

Undervisning er en krevende kunst. Utdanning til "*den gode læreren",* en for mange en livslang prosess, det er min personlige opplevelse etter over 30 år i skolestua. Noen ganger kan det være nyttig å ha noen enkle illustrasjoner som ledestjerner i det daglige virket som didaktikere i skolen. Jeg vil prøve å samle mine tanker etter dette studiet i noen illustrasjoner som kan hjelpe meg og eventuelt andre matematikklærere som leser dette.



Figur 10.7. Ulike faser for å bygge matematiske kompetanse.

Vårt mål som didaktikere i matematikk i grunnskolen, er å legge til rette for at barn og unge kan bygge kompetanse i faget. Figur 10.7 illustrerer en modell som vår skole har utviklet og bruker i undervisningen, og som selvfølgelig har vært i min underbevissthet i dette studie.

- Feltet til venstre skal illustrere en læringssituasjon der en prøver å føre elevene inn i en matematisk undring. I mitt studie har jeg kalt den "conjecturing atmosphere". Der er det noe som skal undersøkes, utforskes, diskuteres, og en kan oppfordre elevene til å være kreative og stille spørsmål, mens de arbeider seg frem mot et mål. Firkanten til venstre kan gjerne være en illustrasjon av det som skjedde i gruppeøktene på Returkraft med min forskningsklasse.
- "Se-" feltet i midten viser viktigheten av å knytte sammen de løse trådene elevene har erfart og funnet ut av i undre-fasen. Her skal en prøve å få frem sammenhenger, oppsummere og reflektere over det elevene har forsket på. Jeg synes plenumssamtaler på klassenivå er nyttige til dette, men selvfølgelig kan det også skjer på andre måter. På Returkraft hadde jeg lagt inn to oppsummeringsøkter som jeg hadde tenkt kunne gi rom for denne læringssituasjonen.
- Så kommer høyre felt der elevene skal øve og få en sikker og effektiv måte å arbeide med de matematiske områdene. Dette er også en viktig arbeidsøkt, men var ikke aktuell den dagen elevene var på Returkraft.

I mitt undervisningsopplegg *Algebra på Returkraftskolen*, har jeg vektlagt det venstre og midtre felt. Jeg oppfatter at norsk skole er gjennomsyret av en tankegang at vi presentere en fremgangsmåte for elevene, og bruker mye tid kun på høyre felt. Det er selvfølgelig svært viktig, men hvis en som pedagog glemmer det to andre feltene, gir en kanskje ikke elevene den nødvendige langvarige matematiske kompetanse som de burde få.

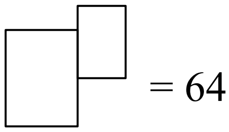
Som et ledd i å arbeide på denne måten, oppfatter jeg at det også er viktig hvordan disse *undre*- og *se*-øktene er organisert. Hvis for eksempel elevene skal arbeide med det venstre feltet i figur 10.7, kan det være klokt å starte med en god introduksjon til de oppgavene elevene skal arbeide med. Under konklusjonsdelen i dette studiet, har jeg nevnt at elevene selv etterlyste en slik introduksjonsfase (avsnitt 10.1.3).

Etter at elevene har jobbet med en utforskende oppgave, er det nyttig å komme sammen igjen i plenum for at elevene kan fortelle for hverandre hva de har funnet ut. Da skal elevene presentere de ulike løsninger, og i fellesskap skal vi prøve å samle trådene og oppsummere og konkludere for å bygge matematisk kompetanse. Av erfaring vil jeg gi uttrykk for at dette kan være en krevende utfordring for læreren.

Figur 10.8. Forslag til faser i arbeid med inquiry-inspirerte oppgaver

Slike utforskende oppgaver har ikke alltid én bestemt løsning. Det kan dukke opp kreative løsninger som kanskje ikke alltid er så lett for læreren å avgjøre om dette også kan være et brukbart svar. Og som didaktiker er det viktig å kunne få overblikket over alle elevaktivitetene og resultatene, og trekke ut essensen og det viktigste i forhold til det matematiske tema vi har fokus på.

Jeg har tidligere omtalt slike utforskende inquiry-inspirerte oppgaver. De bør være åpne, ha lav inngangsterskel slik at alle i klassen kan være med, og gjerne ha muligheter for flere løsninger. Det bør være anledning til å gå i dybden for dem som har kompetanse til det. Et eksempel på en slik oppgave kan være denne:



Figur 10.9. Inquiry-inspirert oppgave

Mine elever hadde jobbet litt med potenser og hadde fått en begynnende kompetanse på dette. Jeg hadde en kort introduksjon der vi drøftet et par muligheter i forhold til oppgavene over. I det store rektanglet skulle de velge et grunntall, og i den lille skulle eksponenten stå som passet slik at svaret ble 64. Elevene forslo $8^2 = 64$ og $4^3 = 64$. Fins det andre muligheter? spurte jeg. Kan grunntallet være negativt og svaret likevel 64? Og hva slags grunntall passer til svaret 64, hvis eksponenten er en brøk? Kan eksponenten være negativ?

Når elevene har utforsket dette en stund, kommer oppsummeringsøkten der en skal trekke ut den matematiske kompetansen. Noen elever kan glede seg over sine forslag som 2^6 og 64^1, men har kanskje muligheter til å følge med nå andre har funnet ut at også $4096^{\frac{1}{2}} = 64$. Det neste spørsmålet blir hvorfor også dette stemmer.

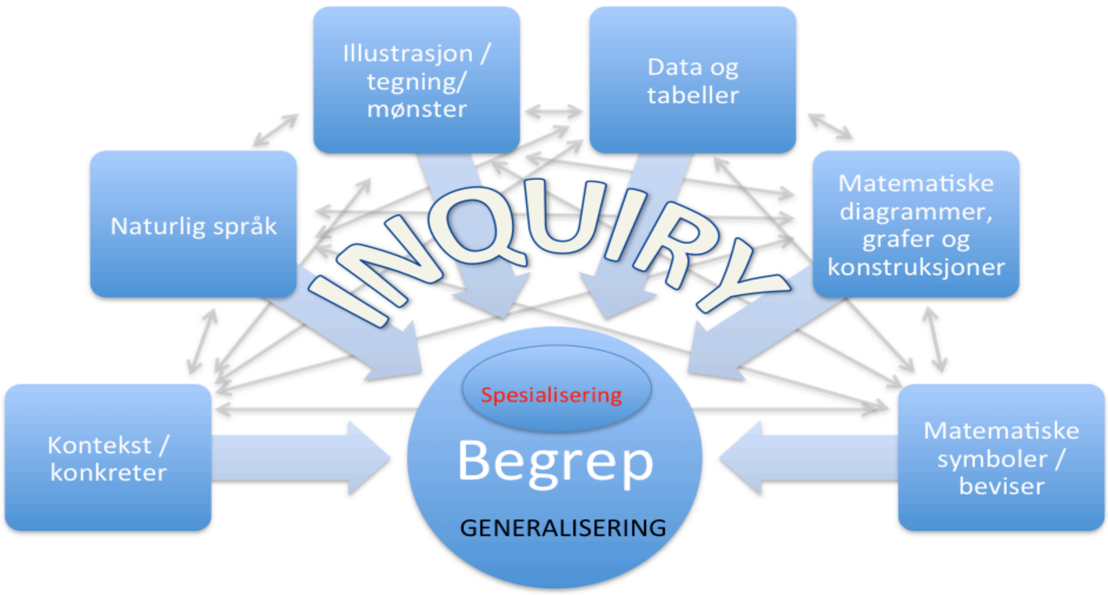
Algebra har vært presentert som et problemområde innen matematikk for norske elever. Hvordan bør en tenke rundt undervisningen i dette emnet? En måte å imøtekomme elevenes snevre oppfatning av algebra generelt og deres feiloppfatninger, kan bedres hvis vi lærere alltid er presise i forhold til de matematiske begrepene, og han eller hun bruker tid på å forklare sammenhenger og forskjeller. Jeg vil i denne sammenheng spesielt henvise til kapittel 4 om funksjons- og variabelbegrepet.

Figur 10.10. Alternativt syn på sammenhengen mellom aritmetikk og algebra (Schilemann et al., 2007 s. Xii)

Jeg har i drøftingsdelen antydet at det kunne være berikende å starte med algebra tidligere og kanskje se aritmetikken som en del av algebra. Jeg oppfatter at en tankegang rundt *tidlig algebraundervisning* er veien å gå for å få et bedre resultat blant norske elever. Og et endret syn på forholdet mellom aritmetikk og algebra blant lærerne som underviser de yngre elevene, ville etter min vurdering være mer fruktbart for all matematikkundervisning. Når en starter med tallene blant de yngste elevene, er dette bare en spesialisering av det generelle. Jeg vil slå et slag for Schliemann et al.´s alternative syn på sammenhengen mellom aritmetikk og algebra (2007).

I dette studie har jeg vist til egen erfaring og litteratur som beskriver at ofte kan algebra-undervisningen være preget av manipulering av uforståelige matematiske symboler. Jeg har også i denne masterbesvarelsen trukket frem Steinbrings epistomologiske trekant (2006), Duvals representasjonsregistre (2006), Janviers translasjonsprosesser (1987) og Bergs (2013a) drøfting knyttet til funksjonsbegrepet. Og i denne sammenheng har jeg brukt egne eller forfatternes illustrasjoner for å vise dette.

Her under avsnittet pedagogisk implikasjon, vil jeg til slutt presentere en modell som jeg mener kan være nyttig å anvende i algebraundervisningen. Jeg vil sette den frem til prøve blant matematikkdidaktikere, om den også kan brukes innenfor alle emner i faget. Modellen er inspirert av både det teoretiske rammeverk og litteraturen jeg har nevnt i dette studiet, men også mine resultater fra elevenes arbeid med *Algebra på Returkraftskolen.* I tillegg er egne erfaringer fra mange år som matematikklærer innebygd i modellen.



Figur 10.11. Egen didaktisk modell for meningsfylt undervisning i matematikk.

Jeg har i dette studie brukt Steinbrings epistemologiske trekant (2006, s 135) som teoretisk rammeverk. Og i mitt studie har jeg erfart hvor meningsfylt det ble for elevene i det øyeblikk de klarte å knytte bånd mellom symbolene, konteksten og funksjonsbegrepet (avsnitt 9.3.2). I min modell er dette tatt med i de tre nederste feltene: *kontekst – begrep – matematiske* symboler.

Men jeg oppfatter at Duvals representasjonsregistre forenklet i min figur 3.6, har med seg andre viktige momenter: naturlig språk, tegning, skisse, mønstre, geometriske figurer, diagrammer, grafer og matematiske bevis. Janvier nevner noe av det samme i sitt diagram for funksjoner (figur 3.7), og han beskriver translasjonsprosessene mellom kontekst, tabell, graf og former. Og Bergs figur 3.8, viser også sammenhengen mellom representasjonene og begrepet funksjon. Alle disse momentene har jeg bygd inn i min modell ved også å ta med de fire øverste feltene: *naturlig språk – illustrasjon – data – diagrammer*, i tillegg til de tre førstnevnte.

Bruk av symbolenes historiske utvikling kan en også finne igjen her ved å gå fra feltet *naturlig språk* til *matematiske symboler*. Mason at al.´s (2011) beskrivelse av generalisering og spesialisering (avsnitt 5.1) ligger plassert i "hjertet" på min modell: *Begrep.* Og mine piler i modellen skal uttrykke at det er viktig å ha aksess til flere matematiske representasjoner i opplæringen for å bygge solid kompetanse hos den oppvoksende slekt.

Bergs (2013b) skille mellom algebraens syntaktiske og semantiske aspekt finner vi også i min modell. Når elevene utfører matematiske beregninger med symboler, enten aritmetiske eller algebraiske, jobber de etter min idé innenfor feltet nede til høyre. Men for å gi elevene og innsikt i matematikkens semantiske aspekt, løses denne didaktiske utfordringen ved å knytte bånd til ett eller flere andre felter i min modell. Jeg har tidligere i avsnitt 2.3 fra egne erfaringer, beskrevet hvordan jeg har latt elevene tegne algebraiske uttrykk som $3x^2$ og $(3x)^2$ og drøftet forskjellen. Da knytter vi bånd mellom *symbolfeltet* nede til høyre og *illustrasjonsfeltet* nesten øverst til venstre i min modell. Og hvis jeg utfordrer elevene til å uttrykke disse algebraiske uttrykk med *naturlig språk*, gir jeg dem aksess til enda en ny representasjon. Det kunne for eksempel være: ”$3x^2$ betyr at du har et ukjent tall som du multipliserer med seg selv, og produktet multipliserer du deretter med tre. $(3x)^2$ betyr at du har et ukjent tall som du multipliserer med tre. Dette produktet blir deretter kvadrert.”

Som jeg tidligere har beskrevet, har jeg jobbet med inquiry-begrepet i mange år, og det har også preget min tankegang som didaktiker i matematikk. Jeg har opplevd at dette har båret frukter. Vår skole er kjent for gode resultater i matematikk gjennom mange år. Selvfølgelig har vi også flere lavt presterende elever og resultatene kan variere noe fra klasse til klasse, men jevnt over har i gjennomsnitt ligget en god del over det norske gjennomsnittet. Derfor er motivasjonen min fortsatt til stede for å tenke i disse baner. Jeg har i min modell overrislet de matematiske translasjonsprosesser med begrepet inquiry, og da tenker jeg på de tre vinklingene som jeg har beskrevet i avsnitt 3.4:

- Inquiry-inspirerte *matematikkoppgaver* (Jaworski et al., 2007 s. 15)
- inquiry som *verktøy i undervisningen* og
- inquiry som *en væremåte* (Fuglestad, 2009)

10.3 Avsluttende kommentarer

Etter å ha dokumentert mitt studie gjennom denne masterbesvarelsen, kunne det passe å runde av med noen avsluttende kommentarer om mitt personlige utbytte, hvorfor jeg synes dette studiet er viktig, hvem som bør lese det, og hva som kunne være interessant å forske videre på.

10.3.1 Personlig utbytte

Selv om jeg har mange års erfaring som matematikklærer i grunnskolen, har dette studiet vært svært nyttig og lærerikt for meg, og jeg merker selv hvordan jeg har endret meg under veis mens jeg har holdt på med denne videreutdanningen. For meg personlig har målet med å oppnå en mastergrad i matematikk-didaktikk, vært drevet av en indre motivasjon for å bli en dyktigere lærer der jeg er i dag. Jeg stortrives som ungdomsskolelærer og kunne ikke tenke meg noe annen jobb. Og med denne ballast, blir det enda mer spennende å møte de unge i fremtiden og tilrettelegge en samhandlende læringskultur gjennomsyret av *”conjecturing atmosphere”* i matematikktimene.

10.3.2 Hvorfor dette studiet er viktig

Tidlig i denne masteroppgaven, beskrev jeg at norske elever ikke gjør det så godt i matematikk, karakternivået er bekymringsfullt. Og algebra er det emnet som peker seg ut som et problemområdet. Mange elever oppfatter algebra som en uforståelig og meningsløs manipulering med symboler. Her har jeg studert elevene som jobbet med et krevende emne i en virkelig kontekst, og mine konklusjoner har jeg alt beskrevet: Det var meningsfylte matematikkoppgaver! Jeg har i dette studie vist hvordan vi lærere kan hjelpe de unge med å tilrettelegge for en mer meningsfylt matematikkundervisning og på den måten gjøre et forsøk på å motarbeide den negative trender som en har sett i faget i flere år.

Jeg oppfatter at det er to viktige sider hvis en skal være en god matematikklærer. Det ene går på lærerens kompetanse i de rene matematiske fag. Vi bør ha en solid faglig ballast som vi kan anvende når vi skal møte de unge i matematikktimene. Det er ikke nok å bare kunne litt mer enn elevene. Og jeg oppfatter det kritikkverdig hvis elever møter en lærer med uklar innsikt og feiloppfatninger i sentrale matematiske begrep. Det bør være en selvfølge at vi lærere bør tilrettelegge for de unge med matematikkens *"gull, sølv eller edelstener",* og ikke med ubrukelig *"tre, høy eller halm"* som siden må brennes opp. Jeg håper at dette studie gir innsikt i disse forskjellene. Det er viktig at læreren fra dag én bygger på en solid grunnmur i faget. Derfor har jeg foreslått at et endret syn på sammenhengen mellom aritmetikk og algebra, kan gi de unge en bedre matematikkundervisning fra småskolen, og som vi kan bygger videre på i ungdomsskolen.

10.3.3. Hvem dette studie er viktig for

Jeg tror dette studie kan være viktig for masterstudenter når de skal delta i fremtidige MathEUS-prosjekter (avsnitt 1.4). Her kan de finne inspirasjon til utarbeidelse av nye matematikkoppgaver og få starthjelp når de skal søker etter aktuelle teoretiske rammeverk og litteratur for sitt eget studie.

Dette studie kan også være viktig for lærere som velger å delta med sin klasse med *Algebra på Returkraftskolen.* Jeg beskrev i starten (avsnitt 1.4) at dette undervisningsopplegget er trykt opp i flere eksemplarer og ligger klart hvis andre skoler og klasser vil gjennomføre det. Da kan det være en god lærerveiledning å lese deler eller hele min masteroppgave.

Jeg tror også dette studie kan være viktig for den gjennomsnittlige norske allmennlæreren som bare har minstekravene i faget for å kunne undervise i ungdomsskolen, og som ønsker å oppnå et høyere faglig nivå hos elevene. Som lærer har vi en tendens til å undervise slik vi selv opplevde det som elev. Dette studie viser at det er behov for å tenke annerledes. En faglærer i matematikk med mange studiepoeng i de rene matematiske fag og med PPU som tillegg for å få undervisningskompetanse, kan sikkert også få noen tips. Mange universitetsundervisninger i matematikk er ikke alltid så gode forbilder for undervisningen i grunnskolen.

10.3.4. Videre studier

Under veis har jeg flere ganger kommentert lærerrollen i mitt studiet. Jeg hadde avgrenset denne masteroppgaven til kun å gjelde elevene. Men det hadde vært interessant å gjennomført et tilsvarende studie og hatt fokus på læreren.

Jeg har også antydet at et slik undervisningsopplegg som jeg har designet, gir mer langvarig kunnskap enn tradisjonell opplæring i algebra. Det hadde vært interessant å gjennomført et studie som hadde gått over lengre tid og sammenliknet elever som hadde fått forskjellig opplæring i algebra. Hva var mest meningsfylt for elevene og hva hadde størst langtidseffekt?

11 Noter

1 Vegusdal, A. (2014, november) *Fra PowerPoint brukt på Kristiansand kommunes konferanse 11.11. 2014 i forbindelse med satsing på forskning og søknad om FoU-midler fra Forskningsrådet.* Kristiansand: Ernst Hotel

2 Epistemologi kalles ofte for *erkjennelsesteori* og epistemologien arbeider med spørsmålet om hvordan man *oppnår kunnskap* (hentet 10. mars 2015 fra: http://filosofi.no/epistemologi/). Ordet kan også forklares med *læren om kunnskap* (hentet 10. mars 2015 fra: http://radikal.net/filosofi/epistemologi/). I ordbøker forklares epistemologi: *læren som grunnlaget for all viten* eller *vitenskapsteori* (hentet 10.mars 2015 fra: http://www.nob-ordbok.uio.no/perl/ordbok.cgi?OPP=+Epistemologi&bokmaal=+&ordbok=bokmaal

3 Jaworski, B (2009, september) *Avslutningsforedrag av professor Barbara Jaworski fra Loughborough University (og UiA) Tittel: Becoming inquirers in learning and teaching mathematics. Lær bedre matematikk - undring og utforsking.* Konferanse 23. – 24. september 2009 på Universitetet i Agder

4 Fuglestad, B (2007, desember). *Erfaringssamling. Ideer og eksempler fra arbeidet*. Forelesning på LBM-verkstedet 5. desember 2007. Kristiansand: UiA

5 Borgersen, H. E. (2004, september). *Rike matematikkoppgaver presentert av Hans Erik Borgersen på KUL-verkstad den 1. september 2004.* Kristiansand: UiA

6 Wathne, U. & Lohne, K.(2012, februar) *Forelesning på videreutdanningsprogrammet: Matematikkompetanse for kvalitet.MA-914 Funksjoner*. Kristiansand: UiA

7 Wathne, U. & Lohne, K.(2011, oktober) *Forelesning på videreutdanningsprogrammet: Matematikkompetanse for kvalitet.MA-913 Tall og Algebra*. Kristiansand: UiA

8 Lithner, J. (2013, novmeber). *Att lära matematik genom kreativa eller imitativa resonemang.* Plenumsforedrag på Novemberkonferansen den 28. november 2013. Trondheim: NTNU

9 Nilsen, H. K. (2014, mars). *The concept of variable from elementary algebra to the teaching and learning of functions – An epistemological analysis based on didactical research literature.*" Trial lecture den 5. Mars 2014. Kristiansand: UiA

10 TIMSS en sammenlignende studie av realfagundervisning i skolen på ulike klassetrinn, hovedsaklig 4. og 8. klasse. Mer enn 50 land var med i 2003, og mer enn 65 land i 2007. Hentet 5. april 2014 fra http://www.timss.no/timss05_om.html

11 PISA måler 15-åringers kompetanse i lesing, matematikk og naturfag. Undersøkelsen gir også informasjon om andre forhold ved skolen, som elevenes interesser, holdninger og deres oppfatninger av undervisning og læringsmiljø. Resultater sammenliknes på tvers av land og over tid. Hentet 12. mai 2015 fra http://www.uv.uio.no/ils/forskning/prosjekt-sider/pisa/

12 Kommutative egenskaper: $a + b = b + a$ og $a * b = b * a$
Assosiative egenskaper: $(a + b) + c = a + (b + c)$ og $(a * b) * c = a * (b * c)$
Distributive egenskaper: $a * (b + c) = (a * b) + (a * c)$

13 Symbolenes ontogenese: læren om symbolenes historiske utvikling.

14 Berg, C. V. (2009, april). *Funksjoner*. Forlesning på LBM-verksted den 29. april 2009. Kristiansand: UiA

15 Elevundersøkelsen: Utdanningsdirektoratet arrangerer brukerundersøkelser for at elever, lærere og foreldre skal få si sin mening om læring og trivsel på skolen. Skolen kan invitere elever fra 5. trinn til og med Vg3 til å svare på spørsmålene i Elevundersøkelsen. Elevundersøkelsen er obligatorisk å gjennomføre på 7. og 10. trinn og på Vg1 i høstsemesteret. (Hentet 22. april 2015 fra http://www.udir.no/Laringsmiljo/Elevundersokelsen/#Formalet-med-undersokelsene)

12 Referanse

Berg, C. V. (2013a). Introducing an inquiry-based approach in mathematics teacher education: focus on student teachers' reflections. In B. Grevholm, P. S. Hundeland , K. Juter, K. Kislenko, & P. E. Persson (Eds.), *Nordic research in mathematics education, past, present and future*. Oslo: Cappelen Damm.

Berg, C. V. (2013b) Enhancing mathematics students teachers´content knowledge: Conversion between semiotic representations. In B. Ubuz, C. Haser, & M.A. Mariotti (Eds.) *Proceedings of the eighth congress of the European Society for Research in Mathematics Education,* (s. 2946-2955). Ankara, Turkey: Middle East Technical University.

Bryman, A. (2012). *Social research methods*. Oxford: Oxford University Press

Burton, D. M. (2003). *The history of mathematics: An introduction*. New York, NY: McGraw-Hill.

Carraher, T. N., Carraher, D. W. & Schliemann, A. D. (1985). Mathematics in the streets and in schools. *British Journal of Developmental Psychology, 3*, 21-29.

Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. (2011). *Research methods in education* (7. utg.). Abingdon, Oxon: Routledge.

Culatta, R. (2011). *Zone of Proximal Development.* Innovative learning. Hentet 14. april 2015 fra http://www.innovativelearning.com/educational_psychology/development/zone-of-proximal-development.html

Dahlum, S. (2014). *Validitet i samfunnsvitenskap.* Store norske leksikon. Hentet 23. februar 2015 fra https://snl.no/validitet_i_samfunnsvitenskap

Daylight, R. (2015): *The difference between semiotics and semiology.* Academia. Hentet 24. februar 2015 fra http://www.academia.edu/4771675/The_difference_between_semiotics_and_semiology
-
Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprenhension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics,* 61, 103-131. doi: 10.1007/s10649-006-0400-z

Fraleigh, J. B. (2014). *A first course in abstract algebra.* USA: Pearson

Freudenthal, H. (1999). *Revisiting Mathematics Education. China Lectures.* Kluwer Academic Publishers, Dordrecht. The Netherlands.

Gravemeijer, K. & Dorrman, M. (1999). Context problems in realistic mathematics education: A calculus course as an example. *Educational Studies in Mathematics*, 39,111-129.

Grønmo, L.S., T. Onstad, T. Nilsen, A. Hole, H. Aslaksen & I.C. Borge (2012). *Framgang, men langt fram. Norske elevers prestasjoner i matematikk og naturfag i TIMSS 2011*. Oslo: Akademika forlag.

Grønmo, L., S. og Onstad, T. (2013). *Opptur og nedtur. Analyser av TIMSS-data for Norge og Sverige.* Oslo: Akademika forlag.

Harper, E. (1987). Ghosts of Diophantus. *Educational Studies in Mathematics*, *18*, 75-90.

Imsen, G. (2000). Elevens verden. Innføring i pedagogisk psykologi. 3. opplag. Oslo: Tano Aschehoug

Janvier, C. (1987). Translation processes in Mathematics education. In Janivier, C. (Eds.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics.* New Jersey: Lawrence Erbaum Associates.

Jaworski B., Fuglestad A.B., Bjurland R., Breiteig T., Goodchild S. og Grevholm,B. (2007*).* *Læringsfellesskap i matematikk.* Kristiansand: Caspar Forlag AS

Kirke-, utdannings- og forksningsdepartementet. (1996*). Læreplan for fag i 10-årig grunnskole.* Oslo: Forfatteren.

Lorentzen, L., Hole, A. Og Lindstrøm, T. (2003) *Kalkulus – med én og flere variable.* 4. opplag. Oslo: Universitetsforlaget

Malisani, E. & Spagnolo, F. (2009). From arithmetical thought to algebraic thought: The role of the "Variable". *Educational Studies in Mathematics*, *71*(1), 19-41. doi: 10.1007/s10649-008-9157-x

Mason, J., Graham, A. & Johnston-Wilder, S. (2011). *Å lære algebraisk tenkning.* Bergen: Caspar Forlag AS.

Mediesenteret Høgskolen i Bergen (2012). *Kvalitative metoder.* Hentet 1. mai 2015 fra http://kunnskapsbasertpraksis.no/kritisk-vurdering/kvalitativ-metode/

Naalsund, M. (2012). *Why is algebra so difficult? A study of Norwegian lower secondary students' algebraic proficiency.* Oslo: University of Oslo

Oldervoll, T., Orskaug, O, Vaaje, A., Hanisch, F. & Hals, S. (2009). *Sinus 1T Matematikk for Vg1 Studieforberedende program.* Oslo: Cappelen Damm AS

Returkraft AS. (2014, 24. mai). *Returkraftmagasinet 2010.* Hentet 24. mai 2014 fra http://returkraft.no/docs/Returkraftmagasinet-2010.pdf

Robson, C. (2002). *Real world research: A resource for social scientists and practitioner - researchers* (2. utg.). Oxford: Blackwell Publishing.

Schliemann, A., D., Carraher, D., W. & Brizuela, B., M. (2007). *Bringing out the algebraic character of arithmetic.* New Jersey: Lawrence Erlbaum Associated, Inc., Publishers.

Steinbring, H. (2005). *The construction of new mathematical knowledge in classroom interaction: An epistemological perspective.* New York, NY: Springer.

Steinbring, H. (2006). What makes a sign a mathematical sign? – An epistemological perspective on mathematical interaction. *Educational Studies in Mathematics,* 61, 133-162. DOI: 10.1007/s10649-006-5892-z

Svartdal, Frode (2009). *Reliabilitet.* Store norske leksikon. Artikkel hentet fra papirutgaven av leksikonet, utgitt i 2005-2007. Artikkelen har ingen navngitt forfatter, men knyttet til Svartdal som fagkonsulent. Hentet 23. februar 2015 fra https://snl.no/reliabilitet

Svartdal, Frode (2014). *Validitet i psykologi.* Store norske leksikon. Hentet 23. februar 2015 fra https://snl.no/validitet_i_psykologi

Svendsen, L. F. H. (2011) *Semiotikk.* Store norske leksikon. Hentet 8. august 2014 fra https://snl.no/semiotikk

Säljö, E. (2001) *Læring i praksis. Et sosiokulturelt perspektiv.* Oslo: J.W. Cappelens foralg a.s.

Torkildsen, S. H. (2006). Veier til algebra. *Tangenten,* (1), 11-20.

Tofteber, G. N., Tangen, J., Stedøy-Johansen, I. M. og Alseth, B. (2014). *Maximum 9 Grunnbok. Matematikk for ungdomstrinnet.* Oslo: Gyldendal undervisning

Torkildsen, S. H. Og Maugesten, M. (2008). *Sirkel 10B Grunnbok. Matematikk for ungdomstrinnet.* Oslo: Aschehoug

Universitetet i Oslo. (2010). Bokmålsordboka og Nynorskordboka. *Semiotikk.* Hentet 8. August 2014 fra http://www.nob-ordbok.uio.no/perl/ordbok.cgi?OPP=+semiotikk&begge=+&ordbok=begge

Usiskin, Z. (1999). Conceptions of school algebra and uses of variables. In B. Moses (Ed.), *Defining* *algebraic thinking and an algebra curriculum, K-12* (pp. 7-13). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Utdanningsdirektoratet (2013). *Reviderte læreplaner.* Hentet 24. april 2015 fra http://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Kompetansemaal/?arst=98844765&kmsn=583858936

Utdanningsdirektoratet (2014a). *Matematikk i norsk skole anno 2014.* Hentet 13. august 2014 fra http://www.udir.no/Tilstand/Forskning/Rapporter/Ovrige-forfattere/Matematikk-i-norsk-skole-anno-2014/

Utdanningsdirektoratet (2014b). *Læreplan i matematikk fellesfag – kompetansemål.* Hentet 1. oktober 2014 fra http://www.udir.no/Lareplaner/Finn-lareplan/endringer/Reviderte-lareplaner/#Matematikk

Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2003). The didactical use of models in realistic mathematics education: An example from a longitudinal trajectory on percentage. *Educational Studies in Mathematics*, 54, 9-35

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

13 Oversikt over vedlegg

- Vedlegg 13.1: Første utkast til opplegg 23. janaur 2014
- Vedlegg 13.2: Prosjektbeskrivelse
- Vedlegg 13.3: Godkjenningsbrev til elever og foresatte
- Vedlegg 13.4: Godkjenningsbrev til skolen og lærere
- Vedlegg 13.5: Godkjenningsbrev til Returkraft
- Vedlegg 13.6: Intervjuguide
- Vedlegg 13.7: Meldeskjema til NSD
- Vedlegg 13.8: Godkjenning fra NSD
- Vedlegg 13.9: Tidsplan for studiet
- Vedlegg 13.10: Notat etter pilot august 2014
- Vedlegg 13.11: Revidert plan for gjennomføring
- Vedlegg 13.12: Obersvasjonsmomenter til mitt studie
- Vedlegg 13.13: Observasjonsnotater fra skolen
- Vedlegg 13.14: Observasjonsnotater under bedriftsbesøket
- Vedlegg 13.15: Transkribsjonssymboler
- Vedlegg 13.16: Elevhefte A
- Vedlegg 13.17: Elevhefte B
- Vedlegg 13.18: Oversikt over elevhefte A – oppgaver
- Vedlegg 13.19: Oversikt over elevhefte A – oppsummering
- Vedlegg 13.20: Oversikt over elevhefte B – oppgaver
- Vedlegg 13.21: Oversikt over elevhefte B – oppsummering
- Vedlegg 13.22: Elevenes opplevelser fra heftene
- Vedlegg 13.23: Notater fra skolen 10.11.2014
- Vedlegg 13.24: Notater fra Returkraft 12.11.2014
- Vedlegg 13.25: Oversikt over film/lyd før lunsj
- Vedlegg 13.26: Oversikt over film/lyd plenum 1
- Vedlegg 13.27: Oversikt over film/lyd etter lunsj
- Vedlegg 13.28: Oversikt over film/lyd plenum 2
- Vedlegg 13.29: Oversikt over film/lyd intervju
- Vedlegg 13.29: Transkribering før lunsj
- Vedlegg 13.30: Transkribering plenum 1
- Vedlegg 13.31: Transkribering etter lunsj
- Vedlegg 13.32: Transkribering oppsummering 2
- Vedlegg 13.33: Transkribering intervju

Vedlegg 13.1: Første utkast til opplegg 23. januar 2014:

BESØK PÅ RETURKRAFT

Et informasjonshefte sendes til klassen som skal besøke Returkraft. Dette leses gjennom før besøket.

Undervisningspakke fra RETURKRAFT

Tidsplan besøksdagen:

09.00-09.15	**Samling i amfi: Generell info om Returkraft med vekt på energi**
09.15-09.45	**Omvisning i prosesshallen**
09.45-10.00	**Samling i amfi: Presentasjon av oppgave A**
10.00-10.45	**Gruppearbeid i skolestue + xxx**
10.45-11.00	**Matpause**
11.00-11.30	**Samling i amfi. Gjennomgang av gruppeoppgavene**
11.30-11.45	Mer informasjon om Returkraft med vekt på miljø.
11.45-12.00	Presentasjon av oppgave B
12.00-12.45	Gruppeoppgave i skolestue +
12.45-13.15	Samling i amfi. Gjennomgang av gruppeoppgavene
13.15-13.30	Avslutning av dagen.

Matematikk

Kompetansemål etter 10. årstrinn:

Tal og algebra

IDÈ

- behandle, [illegible]torisere [illegible]g forenk[illegible]gebraut[illegible]kk, knyte uttrykka til praktiske situasjonar[illegible]ekne m[illegible] formlar, pa[illegible]tesar [illegible] brøkuttrykk
- løyse likni[illegible]r og u[illegible]skapar av fø[illegible] grad[illegible] likningssystem med to ukjende og bruke dette [illegible] å løys[illegible]praktiske og [illegible]retisk[illegible]problem
- analysere s[illegible]ansett[illegible]roblemstilli[illegible]ar, ide[illegible]fisere faste og variable storleikar, kople samansette[illegible]oblem[illegible]lingar til k[illegible]de løys[illegible]gsmetodar, gjennomføre berekningar og presentere [illegible]ultata [illegible]stenleg m[illegible]
- bruke tal og variablar i utforsking, eksperimentering og praktisk og teoretisk problemløysing

Funksjonar

- lage funksjonar som beskriv numeriske samanhengar og praktiske situasjonar, med og utan digitale verktøy, beskrive og tolke dei og omsetje mellom ulike representasjonar av funksjonar, som grafar, tabellar, formlar og tekstar
- identifisere og utnytte eigenskapane til proporsjonale, omvendt proporsjonale, lineære og kvadratiske funksjonar og gje døme på praktiske situasjonar som kan beskrivast med desse funksjonane

Naturfag

Kompetansemål etter 10. årstrinn:

Mangfold i naturen (Bærekraftig utvikling)

- observere og gi eksempler på hvordan menneskelige aktiviteter har påvirket et naturområde, identifisere ulike interessegruppers syn på påvirkningen og foreslå tiltak som kan verne naturen for framtidige generasjoner

Fenomener og stoffer (Energi for framtiden)

- vurdere egenskaper til grunnstoffer og forbindelser ved bruk av periodesystemet
- forklare hvordan vi kan produsere elektrisk energi fra fornybare og ikke-fornybare energikilder
- gjøre enkle beregninger med arbeid, energi og effekt

Evert Dean

Vedlegg 13.2: Prosjektbeskrivelse

Prosjektbeskrivelse med fremdriftsplan for masteroppgaven:

"Meningsfylte matematikkoppgaver? En casestudie fra ungdomsskoleelevers aktiviteter knyttet til algebra på en bedrift."

Masterstudent: Evert Dean
Supervisor: førsteamanuensis Claire Vaugelade Berg
Universitetet i Agder – Fakultet for teknologi og realfag – Institutt for matematiske fag
Prosjektperiode februar 2014 – juni 2015

Forskningen i denne masteroppgaven er knyttet til to områder:

- Design av materiell som skal brukes i forbindelse med bedriftsbesøket. Det består av et informasjonshefte om Returkraft og et elevhefte med algebraoppgaver for ungdomsskoleelever knyttet til bedriften Returkraft.
- En ungdomsskoleklasse gjennomgår informasjonsheftet på skolen og gjennomfører deretter et bedriftsbesøk på Returkraft. Under besøket arbeider elevene med disse algebraoppgavene som er designet i denne bedriftskonteksten.

Forskningsspørsmål:

- *Hvordan jobber elever med algebra når aktivitetene legges til Returkraft?*
- *Hva er elevenes opplevelser av disse aktivitetene når de skjer på denne bedriften?*

Fremdriftsplan
2014

- **Februar:** Møte med Returkraft og flere drøftinger med professor Maria Luiza Cestari som har vært leder av MathEUS-prosjektet som denne masteroppgaven tar utgangspunkt i. Første møte med supervisor. Leting og nedlasting av litteratur/journaler om emnet.
- **Mars:** Utarbeiding av brev som skal brukes til forskerdelen, prosjektbeskrivelse og fremdriftsplan. Innhenting av godkjenning fra NSD. Møte med UiA-Returkraft-Skolene om et fremtidig "trekantsamarbeid" som bygger på denne masteroppgaven.
- **April:** Besøk på Returkraft og deltakelse i omvisninger for å bli inspirert til oppgavene som skal utarbeides. Litteraturlesning.
- **Mai-august:** Utarbeiding av elevheftene i samarbeid med Returkraft og UiA. Presentasjon av planene for masteroppgaven på et mandagsseminar på UiA for å få noen tips. Litteraturlesning.
- **September:** Trykking av elevheftene. Kontakt med aktuell skole, klasse og lærer. Innhente tillatelse fra deltakerne. Avtale gjennomføring av bedriftsbesøket.
- **Oktober-november:** Gjennomføre, informasjonsmøte med lærere, bedriftsbesøk og intervju.
- **Desember:** Utarbeide oversikt over forskningsmateriellet og dataen som er innhentet og planlegge bearbeiding og analyse.

2015

- **Januar-februar:** Transkribering og analyse av forskermateriellet.

- **Mars-april:** Skriving av masteroppgaven. Presentasjon av resultatene på et mandagsseminar.
- **Mai**: Siste finpuss og innlevering 25. mai.
- **Juni**: Eksamen

Det utarbeides et lite informasjonshefte om Returkraft og hva som skjer der:
- Omdanning av kjemisk energi til strøm og oppvarming av vann til fjernevarme.
- Rensing av farlige kjemiske stoffer fra røyken etter søppelbrenningen
- Informasjonsfilm om Returkraft

Dette gjennomgås av læreren på skolen før bedriftsbesøket. Omfang 1-2 skoletimer.

Bedriftsbesøket strekker seg over en hel skoledag og har flg tidsplan:

08.30.09.00	Transport til Returkraft
09.00-09.10	Informasjon av bedriftspedagog Birgitte Wergeland. Utdeling av vest og hjelm.
09.10-09.55	Omvisning på bedriften av Birgitte Wergeland
09.55-10.45	Arbeidsøkt 1: Oppgaveløsning fra elevheftet, ansvar matematikklærerne ved skolen
10.45-11.10	Oppsummering av oppgaveløsningene i plenum, ansvar matematikklærerne
11.10-11.30	Lunsj, ansvar Birgitte Wergeland
11.30-11.45	Felles start på nye oppgaver, ansvar matematikklærerne ved skolen
11.45-12.35	Arbeidsøkt 2: Oppgaveløsning fra elevheftet, ansvar matematikklærerne ved skolen
12.35-13.05	Oppsummering av oppgaveløsningen i plenum, ansvar matematikklærerne
13.05-13.15	Avslutning og innlevering av hjelm og vest, ansvar Birgitte Wergeland
13.20-13.50	Transport tilbake til skolen

Det utarbeides et elevhefte som skal brukes under de to arbeidsøktene med oppsummering i plenum. Første økt har hovedfokus på søppel som brennes og omdanning av kjemisk energi til strøm og fjernvarme. Andre økt har hovedfokus på filtrering av farlige kjemiske forbindelser fra søppelforbrenningen.

Elevheftet tar utgangspunkt i emnet algebra, og oppgavene designes og forankres i tidligere forskning og litteratur innen matematikkdidaktikk. Siden matematikktimene også skjer på en bedrift, vil en bygge på forskning og litteratur som omtaler dette. Oppgavene i algebra er nær knyttet til data fra bedriften.

To elevgrupper blir filmet i arbeidsøktene og hele klassen i plenumssamlingene når de drøfter løsninger. Kun én elevgruppe blir transkribert og analysert. Den andre gruppen er bare en back-up-løsning i tilfelle opptaket i den første gruppen ikke er tilfredsstillende. Elevbesvarelsene fra hele klassen og spesielt denne ene gruppen inngår i analysen. I etterkant av bedriftsbesøket blir 4-5 elevene i den ene utvalgte gruppen intervjuet.

Inspirasjonen til masteroppgaven er hentet fra kurset MA-404 Learning and Teaching Mathematics for professor Maria Luiza Cestari. Oppgavene og forskningsspørsmålene bygger på erfaring fra MERG 20/MathEUS IV-prosjektsamarbeidet mellom (Enterprise, University and School) Returkraft, to skoler i Agder og UiA, vinteren 2014.

Etter 33 år i grunnskolen med erfaring fra 1.-10. klasse og med matematikk i fagkretsen i alle disse årene, er det mange didaktiske spørsmål som har dukket opp. Ikke minst innen algebra. Etter flere års samarbeid med UiA i prosjektene KUL og TBM/LMB, har en fått erfaring fra hva som kan gi en fruktbar undervisningsarena for den oppvoksende slekt. De dårlige matematikkresultatene i Norge er bekymringsfulle, men når en samtidig har prøvd ut andre tilnærminger enn "den tradisjonelle matematikktimen", og ser at dette gir gode resultater, så gir det inspirasjon til også å tenke utradisjonelt ved å legge undervisningen til en bedrift. Mine observasjoner og opplevelser i vinter pirrer nysgjerrigheten på en slik tilnærming til fagstoffet og kompetansemålene.

Ideen er at disse elevheftene kan brukes i etterkant til bedriftsbesøk for mange ungdomsskoleklasser i Agder. Et fortsatt "trekantsamarbeid" mellom Returkraft, UiA og ungdomsskolene kan være en vinn-vinn-situasjon for alle deltakere:

- Skolene kan få en annen tilnærming til et problemområde innen matematikk som kan være motiverende for elevene.
- Returkraft kan få et kvalitetsprodukt å tilby ungdomsskolene som vil besøke dem.
- Universitetet kan få en unik arena til observasjon og praksis for studenter innen lærerutdanning og masterprogrammet, men også muligheter for fremtidige forskere som ønsker å ta fatt på et phD-program.

Kristiansand 18. mars 2014.
Evert Dean

Vedlegg 13.3: Godkjenningsbrev til elever og foresatte

Forespørsel og godkjenningsbrev til elever og foresatte om deltakelse i forskningsprosjektet:

"Meningsfylte matematikkoppgaver? En casestudie fra ungdomsskoleelevers aktiviteter knyttet til algebra på en bedrift."

Bakgrunn og formål

I noen år har studenter på UiA laget noen matematikkoppgaver som har vært gjennomført av ungdomsskoleelever under et bedriftsbesøk på Returkraft. I forbindelse med en masteroppgave i matematikkdidaktikk ved Universitetet i Agder, har vi nå laget et noe mer gjennomarbeidet og større opplegg innen algebra. Det starter med 1-2 timers forarbeid på skolen der en gjennomgår et informasjonshefte om bedriften og løser noen oppgaver. Etter denne forberedelsen, vil heftene bli samlet inn. Deretter blir det et besøk på Returkraft med vekt på matematikkoppgaver knyttet til søppelforbrenning, energiutvinning og rensing av miljøgifter. I forbindelse med et slikt besøk, skal det forskes på elevene om de opplever slike matematikktimer meningsfylt og motiverende. Det er to spørsmål vi ønsker å undersøke:

- *Hvordan jobber elever med algebra når aktivitetene legges til Returkraft?*
- *Hva er elevenes opplevelser av disse aktivitetene når de skjer på denne bedriften?*

Vi har valgt elever fra en skole som det kan være aktuelt for å delta på dette opplegget i fremtiden.

Hva innebærer deltakelse i studien?

Forskningsprosjektet betaler busstransport t/r Returkraft og serverer gratis lunsj til deltakerne. Når elevene er på bedriftsbesøket, ønsker vi å filme elever og elevgrupper. Filmen skal brukes til analyse i forskningsarbeidet. Elevene får utlevert et nytt hefte som de skal arbeide med på bedriften. Også disse heftene leveres inn for at vi kan studere hvordan elevene har løst oppgavene. I etterkant av besøket vil ca 4-5 elever bli intervjuet. Vi ønsker å sette fokus på hvordan elevene jobber med slike matematikkoppgaver knyttet til bedriften, og hvordan de opplever å arbeide med slike oppgaver på en bedrift. Er dette motiverende og meningsfylt?

Hva skjer med informasjonen om elevene og lærerne?

Alle personopplysninger vil bli behandlet konfidensielt. Elevhefter som elevene skal skrive i, gis et referansenummer. "Nøkkelen" mellom referansenummer og navnliste oppbevares adskilt og nedlåst. Også videoopptak blir lagret i tråd med instruks og tillatelse fra

Personvernombudet for forskning. Vi ber med dette om tillatelser til å samle inn denne typen data. I masteroppgaven blir både skolen, lærere og elever anonymisert med et pseudonym (andre navn). Når forskningsarbeidet er avsluttet, blir alt forskningsmateriale makulert og slettet på forsvarlig måte. Prosjektet skal etter planen avsluttes juni 2015.

Frivillig deltakelse

Det er frivillig å delta, og foresatte og eleven kan når som helst trekke sitt samtykke uten å oppgi noen grunn. Dersom dere trekker dere, vil alle opplysninger om eleven bli makulert på forsvarlig måte.

Dersom du har spørsmål til studien, kan du ta kontakt med

- **Evert Dean** (lærer på Samfundets skole og masterstudent på UiA)
    - tlf 95 18 55 45 / mail: evert.dean@samfundet.org

- **Claire Vaugelade Berg** (førsteamanuensis UiA og veileder i forskningsprosjektet)
    - tlf 97 75 18 48 / mail: claire.v.berg@uia.no

Studien er meldt til Personvernombudet for forskning, Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste AS.

Kristiansand, 24. oktober 2014

Evert Dean *Claire Vaugelade Berg*

Vedlegg 13.4: Godkjenningsbrev til skolen og lærere

Forespørsel og godkjenningsbrev til skolen og lærere om deltakelse i forskningsprosjektet:

"Meningsfylte matematikkoppgaver? En casestudie fra ungdomsskoleelevers aktiviteter knyttet til algebra på en bedrift."

Bakgrunn og formål

I noen år har masterstudenter på UiA i samarbeid med Returkraft laget noen matematikkoppgaver som har vært gjennomført av ungdomsskoleelever under et bedriftsbesøk. I forbindelse med en masteroppgave i matematikkdidaktikk ved UiA, har vi nå laget et noe mer gjennomarbeidet og større opplegg som også kan brukes i fremtiden. Det starter med 1-2 timers forarbeid på skolen der en gjennomgår et informasjonshefte om bedriften. Deretter blir det et besøk på Returkraft med vekt på algebraoppgaver knyttet til søppelforbrenning, energiutvinning og rensing av miljøgifter. I forbindelse med et slikt besøk, skal det forskes på elevene og hvordan de opplever slike matematikktimer. Det er to spørsmål vi ønsker å undersøke:

- *Hvordan jobber elever med algebra når aktivitetene legges til Returkraft?*
- *Hva er elevenes opplevelser av disse aktivitetene når de skjer på denne bedriften?*

Vi har valgt en skole i Agder som det kan være aktuelt for å delta på dette opplegget i fremtiden.

Hva innebærer deltakelse i studien?

Læreren som skal delta, vil få nødvendig informasjon i forkant av prosjektet. Da blir det også muligheter for å stille eventuelle spørsmål. Matematikklæreren får materiell som skal gjennomgås i klassen før bedriftsbesøket. En hel skoledag må settes av til bedriftsbesøket. Forskningsprosjektet betaler busstransport t/r Returkraft og serverer gratis lunsj til deltakerne. Bedriftpedagogen på Returkraft har ansvar for omvisning av elevene, felles informasjon og servering av lunsj. Matematikklæreren til elevene har ansvar for selve arbeidsøktene og plenumssamtalene etterpå. Elevene får utlevert et hefte som de skal arbeide med. På Returkraft vil enkelte elever/elevgrupper som vi har fått godkjenning fra, bli filmet. Lærerne som deltar på bedriftsbesøket, kan også bli filmet. I etterkant av besøket vil ca 4-5 elever bli intervjuet. Alle elevheftene blir samlet inn etter arbeidsøktene. Vi ønsker å sette fokus på hvordan elevene jobber med slike matematikkoppgaver innen algebra der alt er knyttet til bedriften, og hvordan de opplever slike matematikktimer på en bedrift. Er dette motiverende og meningsfylt?

Hva skjer med informasjonen om elevene og lærerne?
Alle personopplysninger vil bli behandlet konfidensielt. Elevheftene som elevene skal skrive i, gis et referansenummer. Koblingsnøkkelen mellom referansenummer og navnliste oppbevares adskilt og nedlåst. Også videoopptak blir lagret i tråd med instruks og tillatelse fra Personvernombudet for forskning. Vi ber med dette om tillatelser til å samle inn denne typen data. I masteroppgaven blir både skolen, lærere og elever anonymisert med et pseudonym. Når forskningsarbeidet er avsluttet, blir alt forskningsmateriale makulert og slettet på forsvarlig måte. Prosjektet skal etter planen avsluttes juni 2015.

Frivillig deltakelse
Det er frivillig å delta i studien, og du kan når som helst trekke ditt samtykke uten å oppgi noen grunn. Dersom du trekker deg, vil alle opplysninger om deg bli makulert på forsvarlig måte.

Dersom du har spørsmål til studien, kan du ta kontakt med

- **Evert Dean** (lærer på Samfundets skole og masterstudent på UiA)
  - tlf 95 18 55 45 / mail: evert.dean@samfundet.org

- **Claire Vaugelade Berg** (førsteamanuensis UiA og veileder i forskningsprosjektet)
  - tlf 97 75 18 48 / mail: claire.v.berg@uia.no

Studien er meldt til Personvernombudet for forskning, Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste AS.

Kristiansand, 24. oktober 2014

Evert Dean Claire Vaugelade Berg

Vedlegg 13. 5: Godkjenningsbrev til Returkraft

Forespørsel og godkjenningsbrev til Returkraft om deltakelse i forskningsprosjektet:

"Meningsfylte matematikkoppgaver? En casestudie fra ungdomsskoleelevers aktiviteter knyttet til algebra på en bedrift."

Bakgrunn og formål

I noen år har masterstudenter på UiA laget noen matematikkoppgaver som har løst av ungdomsskoleelever under et bedriftsbesøk. I forbindelse med en masteroppgave i matematikkdidaktikk ved UiA, har vi laget et noe mer gjennomarbeidet og større opplegg som også kan brukes av dere i fremtiden. Det starter med 1-2 timers forarbeid på skolen der en gjennomgår et informasjonshefte om bedriften. Deretter blir det et besøk på Returkraft med vekt på algebraoppgaver knyttet til søppelforbrenning, energiutvinning og rensing av miljøgifter. I forbindelse med et slikt besøk, skal det forskes på elevene og hvordan de opplever slike matematikktimer. Det er to spørsmål vi ønsker å undersøke:

- *Hvordan jobber elever med algebra når aktivitetene legges til Returkraft?*
- *Hva er elevenes opplevelser av disse aktivitetene når de skjer på denne bedriften?*

Vi har valgt en skole i Agder som det kan være aktuelt for å delta på dette opplegget i fremtiden.

Hva innebærer deltakelse i studien?

Det vil i forkant bli noe samarbeid mellom masterstudenten og ansatte på Returkraft i forbindelse med at informasjonsheftet og matematikkoppgavene skal lages. En hel skoledag høsten 2014 må settes av til bedriftsbesøk. Forskningsprosjektet betaler busstransport t/r Returkraft for klassen og lunsj til deltakerne. Ansatte hos dere har ansvar for omvisning av elevene og felles informasjon. Matematikklærerne til elevene har ansvar for selve arbeidsøktene og plenumssamtalene etterpå. Elevene får utlevert et hefte som de skal arbeide med. På Returkraft vil enkelte elever/elevgrupper som vi har fått godkjenning fra, bli filmet. Lærerne og ansatte på Returkraft som deltar på dette besøket, kan også bli filmet. I etterkant av besøket vil ca 4-5 elever bli intervjuet. Alle elevheftene blir samlet inn når bedriftsbesøket er over. Vi ønsker å sette fokus på hvordan elevene jobber med slike matematikkoppgaver innen algebra der alt er knyttet til bedriften, og hvordan de opplever slike matematikktimer på en bedrift. Er dette motiverende og meningsfylt?

Hva skjer med informasjonen om bedrift, elevene og lærerne?

Alle personopplysninger vil bli behandlet konfidensielt. Elevheftene som elevene skal skrive i, gis et referansenummer. Koblingsnøkkelen mellom referansenummer og navnliste oppbevares adskilt og nedlåst. Også videoopptak blir lagret i tråd med instruks og tillatelse fra Personvernombudet for forskning. Bedriftens navn: Returkraft, blir brukt i masterbesvarelsen, men skolens navn, bedriftsansatte, lærere og elever blir anonymisert med et pseudonym. Når forskningsarbeidet er avsluttet, blir alt forskningsmateriale makulert og slettet på forsvarlig måte. Prosjektet skal etter planen avsluttes juni 2015.

Frivillig deltakelse
Det er frivillig å delta i studien, og ansatte kan når som helst trekke sitt samtykke uten å oppgi noen grunn. Hvis en av de ansatte på bedriften trekker seg fra deltakelse i forskningsprosjektet, kan en benytte andre ansatte som er villige til å overta. Alle opplysninger blir makulert på forsvarlig måte.

Dersom du har spørsmål til studien, kan du ta kontakt med

- **Evert Dean** (lærer på Samfundets skole og masterstudent på UiA)
    - tlf 95 18 55 45 / mail: evert.dean@samfundet.org

- **Claire Vaugelade Berg** (førsteamanuensis UiA og veileder i forskningsprosjektet)
    - tlf 97 75 18 48 / mail: claire.v.berg@uia.no

Studien er meldt til Personvernombudet for forskning, Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste AS.

Kristiansand, 24. oktober 2014

Evert Dean *Claire Vaugelade Berg*

Vedlegg 13.6: Intervjuguide

Intervjuguide

Organisering
Jeg vil gjennomføre et semi-strukturert intervju med den samme gruppa som også blir filmet på Returkraft. 4-5 elever intervjues etter bedriftsbesøket og gjennomføres på den skolen de går på. Det benyttes filmopptak under intervjuet. Hele gruppa intervjues på én gang.

Fokus

Under intervjuet vektlegges det andre forskningsspørsmålet: *Hva er elevenes opplevelser av disse aktivitetene når de skjer på denne bedriften?*

Intervju-guide
Velkommen, jeg skal nå stille dere noen spørsmål for at dere kan fortelle hvordan dere opplevde å være på Returkraft

- *Hvordan opplevde dere å arbeide med matematikkoppgaver på Returkraft?*
    - *Hva var bra med dette?*
    - *Hvorfor tror dere at det var bra?*
    - *Hva var dårlig med dette?*
    - *Hvorfor tror dere det var dårlig?*
    - *Hva var annerledes enn vanlige timer på skolen?*

- *Hvordan synes dere oppgavene var?*
    - *Hva var bra med disse oppgavene?*
    - *Hvorfor tror dere at de var bra?*
    - *Hva var dårlig med disse oppgavene?*
    - *Hvorfor tror dere at de var dårlige?*
    - *Var det noen forskjell på de oppgavene dere fikk før lunsj og de oppgavene dere fikk etterpå?*
    - *Var oppgavene for lette, passelige eller for vanskelige?*
    - *Hvis du sammenlikner disse oppgavene med de oppgavene som står i lærebøkene, hva synes du? Hva er forskjellig?*
    - *Likte du å jobbe med disse oppgavene her på Returkraft?*

- *Hvordan fungerte samarbeidet i gruppa?*
    - *Kunne noe vært gjort annerledes?*
    - *Hadde du lært mer av å sitte alene å arbeide i heftet på Returkraft?*
    - *Kan du gi eksempler på at gruppa forklarte noe til deg slik at skjønte det.*

- *Hvordan synes dere at det var å sitte sammen etterpå i amfiet og diskutere løsningene på oppgavene?*
    - *Kunne det ha vært gjort på en annen måte?*
    - *Hva lærte du i denne oppsummeringen av læreren som du ikke hadde lært i gruppa tidligere?*

- *Når dere hører ordet algebra, hva tenker dere da på?*
    - *Oppfatter dere at algebra er noe som er lett å lære, vanskelig eller midt i mellom?*
    - *Hvorfor er det slik?*
    - *Hvordan opplevde dere å jobbe med funksjoner på Returkraft?*
    - *Hva har dere lært om funksjoner under besøket på Returkraft som dere ikke kunne tidligere?*
    - *Forklar hvor du har sett algebra i det du har gjort i dag.*
    - *Har du fått en annen forståelse hva funksjoner ~~algebra~~ er etter dette besøket? Forklar hvorfor.*

- *Har dere lyst til å lære andre matematikkemner på denne måten?*
    - *I tilfelle ja, hvilke emner da?*
    - *Hvorfor har dere lyst til å lære de på denne måten?*
    - *I tilfelle nei, hvorfor ikke?*

- *Har du noen forslag til forbedringer hvis andre klasse skal gjøre det samme?*

- *Er det noe mer dere har lyst til å fortelle som dere ikke har blitt spurt om?*

Vedlegg 13.7: Meldeskjema til Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste AS (NSD)

Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste AS
NORWEGIAN SOCIAL SCIENCE DATA SERVICES

MELDESKJEMA

Meldeskjema (versjon 1.4) for forsknings- og studentprosjekt som medfører meldeplikt eller konsesjonsplikt (jf. personopplysningsloven og helseregisterloven med forskrifter).

1. Prosjekttittel		
Tittel	Meningsfylte matematikkoppgaver? En casestudie fra ungdomsskoleelevers aktiviteter knyttet til algebra på en bedrift	
2. Behandlingsansvarlig institusjon		
Institusjon	Universitetet i Agder	Velg den institusjonen du er tilknyttet. Alle nivå må oppgis. Ved studentprosjekt er det studentens tilknytning som er avgjørende. Dersom institusjonen ikke finnes på listen, vennligst ta kontakt med personvernombudet.
Avdeling/Fakultet	Fakultet for teknologi og realfag	
Institutt	Institutt for matematiske fag	
3. Daglig ansvarlig (forsker, veileder, stipendiat)		
Fornavn	Claire Vaugelade	Før opp navnet på den som har det daglige ansvaret for prosjektet.Veileder er vanligvis daglig ansvarlig ved studentprosjekt. Veileder og student må være tilknyttet samme institusjon. Dersom studenten har ekstern veileder, kan biveileder eller fagansvarlig ved studiestedet stå som daglig ansvarlig.Arbeidssted må være tilknyttet behandlingsansvarlig institusjon, f.eks. underavdeling, institutt etc. NB! Det er viktig at du oppgir en e-postadresse som brukes aktivt. Vennligst gi oss beskjed dersom den endres.
Etternavn	Berg	
Akademisk grad	Doktorgrad	
Stilling	Førsteamanuensis	
Arbeidssted	Universitetet i Agder	
Adresse (arb.sted)	Gimlemoen 25, Postboks 422	
Postnr/sted (arb.sted)	4604 Kristiansand	
Telefon/mobil (arb.sted)	38141728 / 97751848	
E-post	claire.v.berg@uia.no	
4. Student (master, bachelor)		
Studentprosjekt	Ja ● Nei ○	NB! Det er viktig at du oppgir en e-postadresse som brukes aktivt. Vennligst gi oss beskjed dersom den endres.
Fornavn	Evert	
Etternavn	Dean	
Akademisk grad	Lavere grad	
Privatadresse	Bydalssløyfen 67	
Postnr/sted (privatadresse)	4628 Kristiansand	
Telefon/mobil	38032094 / 95185545	
E-post	evert.dean@samfundet.org	
5. Formålet med prosjektet		
Formål	Masteroppgave i forbindelse med mastergrad i matematikkdidaktikk	Redegjør kort for prosjektets formål, problemstilling, forskningsspørsmål e.l. Maks 750 tegn.
6. Prosjektomfang		
Velg omfang	● Enkel institusjon ○ Nasjonalt samarbeidsprosjekt ○ Internasjonalt samarbeidsprosjekt	Med samarbeidsprosjekt menes prosjekt som gjennomføres av flere institusjoner samtidig, som har samme formål og hvor personopplysninger utveksles.
Oppgi øvrige institusjoner		
Oppgi hvordan samarbeidet foregår		
7. Utvalgsbeskrivelse		

Utvalget	En ungdomsskoleklasse	Med utvalg menes dem som deltar i undersøkelsen eller dem det innhentes opplysninger om. F.eks. et representativt utvalg av befolkningen, skoleelever med lese- og skrivevansker, pasienter, innsatte.
Rekruttering og trekking	Disse rekrutteres fra en skole. Student avtaler med en skole å delta med en tilfeldig klasse.	Beskriv hvordan utvalget trekkes eller rekrutteres og oppgi hvem som foretar den. Et utvalg kan trekkes fra registre som f.eks. Folkeregisteret, SSB-registre, pasientregistre, eller det kan rekrutteres gjennom f.eks. en bedrift, skole, idrettsmiljø, eget nettverk.
Førstegangskontakt	Student kontakter en skole og spør om de vil tillate at en klasse deltar i undersøkelsen	Beskriv hvordan førstegangskontakten opprettes og oppgi hvem som foretar den. Les mer om dette på våre temasider.
Alder på utvalget	■ Barn (0-15 år) □ Ungdom (16-17 år) □ Voksne (over 18 år)	
Antall personer som inngår i utvalget	30	
Inkluderes det myndige personer med redusert eller manglende samtykkekompetanse?	Ja ○ Nei ●	Begrunn hvorfor det er nødvendig å inkludere myndige personer med redusert eller manglende samtykkekompetanse. Les mer om Pasienter, brukere og personer med redusert eller manglende samtykkekompetanse
Hvis ja, begrunn		
8. Metode for innsamling av personopplysninger		
Kryss av for hvilke datainnsamlingsmetoder og datakilder som vil benyttes	□ Spørreskjema □ Personlig intervju ■ Gruppeintervju ■ Observasjon □ Psykologiske/pedagogiske tester □ Medisinske undersøkelser/tester □ Journaldata □ Registerdata ■ Annen innsamlingsmetode	Personopplysninger kan innhentes direkte fra den registrerte f.eks. gjennom spørreskjema, intervju, tester, og/eller ulike journaler (f.eks. elevmapper, NAV, PPT, sykehus) og/eller registre (f.eks. Statistisk sentralbyrå, sentrale helseregistre).
Annen innsamlingsmetode, oppgi hvilken	Skriftlig elevarbeid	
Kommentar		
9. Datamaterialets innhold		
Redegjør for hvilke opplysninger som samles inn	Hvordan elevene jobber med matematikkoppgaver. Hva som er elevenes opplevelse av matematikkaktivitetene.	Spørreskjema, intervju-/temaguide, observasjonsbeskrivelse m.m. sendes inn sammen med meldeskjemaet. NB! Vedleggene lastes opp til sist i meldeskjema, se punkt 16 Vedlegg.
Samles det inn direkte personidentifiserende opplysninger?	Ja ● Nei ○	Dersom det krysses av for ja her, se nærmere under punkt 11 Informasjonssikkerhet. Les mer om hva personopplysninger er NB! Selv om opplysningene er anonymiserte i oppgave/rapport, må det krysses av dersom direkte og/eller indirekte personidentifiserende opplysninger innhentes/registreres i forbindelse med prosjektet.
Hvis ja, hvilke?	□ 11-sifret fødselsnummer ■ Navn, fødselsdato, adresse, e-postadresse og/eller telefonnummer	
Spesifiser hvilke	navn	
Samles det inn indirekte personidentifiserende opplysninger?	Ja ● Nei ○	En person vil være indirekte identifiserbar dersom det er mulig å identifisere vedkommende gjennom

Hvis ja, hvilke?	Hvilken skole og klasse vedkommende tilhørere	bakgrunnsopplysninger som for eksempel bostedskommune eller arbeidsplass/skole kombinert med opplysninger som alder, kjønn, yrke, diagnose, etc.
Samles det inn sensitive personopplysninger?	Ja ○ Nei ●	
Hvis ja, hvilke?	□ Rasemessig eller etnisk bakgrunn, eller politisk, filosofisk eller religiøs oppfatning □ At en person har vært mistenkt, siktet, tiltalt eller dømt for en straffbar handling □ Helseforhold □ Seksuelle forhold □ Medlemskap i fagforeninger	
Samles det inn opplysninger om tredjeperson?	Ja ○ Nei ●	Med opplysninger om tredjeperson menes opplysninger som kan spores tilbake til personer som ikke inngår i utvalget. Eksempler på tredjeperson er kollega, elev, klient, familiemedlem.
Hvis ja, hvem er tredjeperson og hvilke opplysninger registreres?		
Hvordan informeres tredjeperson om behandlingen?	□ Skriftlig □ Muntlig □ Informeres ikke	
Informeres ikke, begrunn		

10. Informasjon og samtykke

Oppgi hvordan utvalget informeres	■ Skriftlig □ Muntlig □ Informeres ikke	Vennligst send inn informasjonsskrivet eller mal for muntlig informasjon sammen med meldeskjema. NB! Vedlegg lastes opp til sist i meldeskjemaet, se punkt 16 Vedlegg. Dersom utvalget ikke skal informeres om behandlingen av personopplysninger må det begrunnes. Last ned vår veiledende mal til informasjonsskriv
Begrunn		
Oppgi hvordan samtykke fra utvalget innhentes	■ Skriftlig □ Muntlig □ Innhentes ikke	Dersom det innhentes skriftlig samtykke anbefales det at samtykkeerklæringen utformes som en svarslipp eller på eget ark. Dersom det ikke skal innhentes samtykke, må det begrunnes.
Innhentes ikke, begrunn		

11. Informasjonssikkerhet

Direkte personidentifiserende opplysninger erstattes med et referansenummer som viser til en atskilt navneliste (koblingsnøkkel)	Ja ● Nei ○	Har du krysset av for ja under punkt 9 Datamaterialets innhold må det merkes av for hvordan direkte personidentifiserende opplysninger registreres. NB! Som hovedregel bør ikke direkte personidentifiserende opplysninger registreres sammen med det øvrige datamaterialet.
Hvordan oppbevares navnelisten/ koblingsnøkkelen og hvem har tilgang til den?	Alle skriftlige elevbesvarelser gis et referansenummer. Koblinsnøkkelen mellom referansenummer og navnliste oppbevares adskilt fra hverandre. Koblingsnøkkelen fins kun fysisk på papir og oppbevares nedlåst, og det er kun studenten som har tilgang til dette dokumentet.	
Direkte personidentifiserende opplysninger oppbevares sammen med det øvrige materialet	Ja ○ Nei ●	
Hvorfor oppbevares direkte personidentifiserende opplysninger sammen med det øvrige datamaterialet?		
Oppbevares direkte personidentifiserbare opplysninger på andre måter?	Ja ● Nei ○	

Spesifiser	Minnekort fra videoopptak/lydopptak oppbevares nedlåst. Kun masterstudent har tilgang til dette.	
Hvordan registreres og oppbevares datamaterialet?	□ Fysisk isolert datamaskin tilhørende virksomheten □ Datamaskin i nettverkssystem tilhørende virksomheten □ Datamaskin i nettverkssystem tilknyttet Internett tilhørende virksomheten □ Fysisk isolert privat datamaskin ■ Privat datamaskin tilknyttet Internett ■ Videoopptak/fotografi □ Lydopptak ■ Notater/papir □ Annen registreringsmetode	Merk av for hvilke hjelpemidler som benyttes for registrering og analyse av opplysninger. Sett flere kryss dersom opplysningene registreres på flere måter.
Annen registreringsmetode beskriv		
Behandles lyd-/videoopptak og/eller fotografi ved hjelp av datamaskinbasert utstyr?	Ja ● Nei ○	Kryss av for ja dersom opptak eller foto behandles som lyd-/bildefil. Les mer om behandling av lyd og bilde.
Hvordan er datamaterialet beskyttet mot at uvedkommende får innsyn?	Minnepenn, minnebrikker og utskifter oppbevares nedlåst.	Er f.eks. datamaskintilgangen beskyttet med brukernavn og passord, står datamaskinen i et låsbart rom, og hvordan sikres bærbare enheter, utskrifter og opptak?
Dersom det benyttes mobile lagringsenheter (bærbar datamaskin, minnepenn, minnekort, cd, ekstern harddisk, mobiltelefon), oppgi hvilke	Bearbeidet materiale lagres kun på minnepenn og oppbevares nedlåst når en ikke arbeider med dette. Bærbar PC som brukes til bearbeiding er beskyttet med brukernavn og passord.	NB! Mobile lagringsenheter bør ha mulighet for kryptering.
Vil medarbeidere ha tilgang til datamaterialet på lik linje med daglig ansvarlig/student?	Ja ○ Nei ●	
Hvis ja, hvem?		
Overføres personopplysninger ved hjelp av e-post/Internett?	Ja ○ Nei ●	F.eks. ved bruk av elektronisk spørreskjema, overføring av data til samarbeidspartner/databehandler mm.
Hvis ja, hvilke?		
Vil personopplysninger bli utlevert til andre enn prosjektgruppen?	Ja ○ Nei ●	
Hvis ja, til hvem?		
Samles opplysningene inn/behandles av en databehandler?	Ja ○ Nei ●	Dersom det benyttes eksterne til helt eller delvis å behandle personopplysninger, f.eks. Questback, Synovate MMI, Norfakta eller transkriberingsassistent eller tolk, er dette å betrakte som en databehandler. Slike oppdrag må kontraktsreguleres Les mer om databehandleravtaler her
Hvis ja, hvilken?		
12. Vurdering/godkjenning fra andre instanser		
Søkes det om dispensasjon fra taushetsplikten for å få tilgang til data?	Ja ○ Nei ●	For å få tilgang til taushetsbelagte opplysninger fra f.eks. NAV, PPT, sykehus, må det søkes om dispensasjon fra taushetsplikten. Dispensasjon søkes vanligvis fra aktuelt departement. Dispensasjon fra taushetsplikten for helseopplysninger skal for alle typer forskning søkes Regional komité for medisinsk og helsefaglig forskningsetikk
Kommentar		
Søkes det godkjenning fra andre instanser?	Ja ● Nei ○	F.eks. søke registereier om tilgang til data, en ledelse om tilgang til forskning i virksomhet, skole, etc.
Hvis ja, hvilke?	Forskning i skole	

13. Prosjektperiode		
Prosjektperiode	Prosjektstart:01.08.2014 Prosjektslutt:01.07.2015	Prosjektstart Vennligst oppgi tidspunktet for når førstegangskontakten med utvalget opprettes og/eller datainnsamlingen starter. Prosjektslutt Vennligst oppgi tidspunktet for når datamaterialet enten skal anonymiseres/slettes, eller arkiveres i påvente av oppfølgingsstudier eller annet. Prosjektet anses vanligvis som avsluttet når de oppgitte analyser er ferdigstilt og resultatene publisert, eller oppgave/avhandling er innlevert og sensurert.
Hva skal skje med datamaterialet ved prosjektslutt?	■ Datamaterialet anonymiseres □ Datamaterialet oppbevares med personidentifikasjon	Med anonymisering menes at datamaterialet bearbeides slik at det ikke lenger er mulig å føre opplysningene tilbake til enkeltpersoner.NB! Merk at dette omfatter både oppgave/publikasjon og rådata. Les mer om anonymisering
Hvordan skal datamaterialet anonymiseres?	Navn på skole og elever i masteroppgaven blir anonymisert. Alt datamateriale blir permanent slettet og elevbesvarelser og notater fra forskningen blir makulert på sikker måte. Kun navn på bedriften Returkraft oppgis i masteroppgaven.	Hovedregelen for videre oppbevaring av data med personidentifikasjon er samtykke fra den registrerte. Årsaker til oppbevaring kan være planlagte oppfølgningsstudier, undervisningsformål eller annet. Datamaterialet kan oppbevares ved egen institusjon, offentlig arkiv eller annet. Les om arkivering hos NSD
Hvorfor skal datamaterialet oppbevares med personidentifikasjon?		
Hvor skal datamaterialet oppbevares, og hvor lenge?		
14. Finansiering		
Hvordan finansieres prosjektet?	Masterstudenten er også lærer på Samfundets skole, og alle kostnader til videreutdanning betales av skolen.	
15. Tilleggsopplysninger		
Tilleggsopplysninger		
16. Vedlegg		
Antall vedlegg	3	

Vedlegg 13.8: Godkjenning fra Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste AS (NSD)

Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste AS
NORWEGIAN SOCIAL SCIENCE DATA SERVICES

Harald Hårfagres gate 29
N-5007 Bergen
Norway
Tel: +47-55 58 21 17
Fax: +47-55 58 96 50
nsd@nsd.uib.no
www.nsd.uib.no
Org.nr. 985 321 884

Claire Marie Berg
Institutt for matematiske fag Universitetet i Agder
Serviceboks 422
4604 KRISTIANSAND S

Vår dato: 24.03.2014 Vår ref: 38217 / 3 / LT Deres dato: Deres ref:

TILBAKEMELDING PÅ MELDING OM BEHANDLING AV PERSONOPPLYSNINGER

Vi viser til melding om behandling av personopplysninger, mottatt 18.03.2014. Meldingen gjelder prosjektet:

38217	*Meningsfylte matematikkoppgaver? En casestudie fra ungdomsskoleelevers aktiviteter knyttet til algebra på en bedrift*
Behandlingsansvarlig	*Universitetet i Agder, ved institusjonens øverste leder*
Daglig ansvarlig	*Claire Marie Berg*
Student	*Evert Dean*

Personvernombudet har vurdert prosjektet og finner at behandlingen av personopplysninger er meldepliktig i henhold til personopplysningsloven § 31. Behandlingen tilfredsstiller kravene i personopplysningsloven.

Personvernombudets vurdering forutsetter at prosjektet gjennomføres i tråd med opplysningene gitt i meldeskjemaet, korrespondanse med ombudet, ombudets kommentarer samt personopplysningsloven og helseregisterloven med forskrifter. Behandlingen av personopplysninger kan settes i gang.

Det gjøres oppmerksom på at det skal gis ny melding dersom behandlingen endres i forhold til de opplysninger som ligger til grunn for personvernombudets vurdering. Endringsmeldinger gis via et eget skjema, http://www.nsd.uib.no/personvern/meldeplikt/skjema.html. Det skal også gis melding etter tre år dersom prosjektet fortsatt pågår. Meldinger skal skje skriftlig til ombudet.

Personvernombudet har lagt ut opplysninger om prosjektet i en offentlig database, http://pvo.nsd.no/prosjekt.

Personvernombudet vil ved prosjektets avslutning, 01.07.2015, rette en henvendelse angående status for behandlingen av personopplysninger.

Vennlig hilsen

Katrine Utaaker Segadal

Lis Tenold

Kontaktperson: Lis Tenold tlf: 55 58 33 77
Vedlegg: Prosjektvurdering

Dokumentet er elektronisk produsert og godkjent ved NSDs rutiner for elektronisk godkjenning.

Avdelingskontorer / *District Offices:*
OSLO: NSD. Universitetet i Oslo, Postboks 1055 Blindern, 0316 Oslo. Tel: +47-22 85 52 11. nsd@uio.no
TRONDHEIM: NSD. Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet, 7491 Trondheim. Tel: +47-73 59 19 07. kyrre.svarva@svt.ntnu.no
TROMSØ: NSD. SVF, Universitetet i Tromsø, 9037 Tromsø. Tel: +47-77 64 43 36. nsdmaa@sv.uit.no

Kopi: Evert Dean evert.dean@samfundet.org

Personvernombudet for forskning

Prosjektvurdering - Kommentar

Prosjektnr: 38217

Utvalget informeres skriftlig om prosjektet og samtykker til deltakelse. Informasjonsskrivet er godt utformet. Det innhentes samtykke fra foresatte for at ungdommen deres kan delta, ungdommen samtykker da sammen med sin foresatt/e.

Personvernombudet legger til grunn at forsker etterfølger Universitetet i Agder sine interne rutiner for datasikkerhet. Dersom personopplysninger skal lagres på privat pc/mobile enheter, bør opplysningene krypteres tilstrekkelig.

Personvernombudet legger videre til grunn at for de elever som ikke ønsker å delta at det finnes ett reelt alternativt opplegg slik at det frivillighetsperspektivet ivaretas.

Forventet prosjektslutt er 01.07.2015. Ifølge prosjektmeldingen skal innsamlede opplysninger da anonymiseres. Anonymisering innebærer å bearbeide datamaterialet slik at ingen enkeltpersoner kan gjenkjennes. Det gjøres ved å slette direkte personopplysninger (som navn/koblingsnøkkel) og slette/omskrive indirekte personopplysninger (identifiserende sammenstilling av bakgrunnsopplysninger som f.eks. bosted/arbeidssted, alder og kjønn) samt slette videoopptak

Vedlegg 13.9: Tidsplan for studiet

23.01.14	Første idé til undervisningsopplegg er laget
05.02.14	Evert Dean (ED) hadde møte med bedriftspedagog Birgitte Wergeland (BW) og Returkraft (RK) Hun var interessert i å knytte kontakt mot masterstudent.
06.02.14	ED møte med professor Maria Luiza Cestari (MLC) der jeg presenterte mine ideer. Hun var udelt positiv.
12.02.14	ED møte med førsteamanuensis Ingvald Erfjord og drøftet mitt forslag til masteroppgave og veien videre etter MLC
02.2014	ED flere møter med MLC
28.02.14	ED første to veiledningstimer med førsteamanuensis Claire Vaugelade Berg (CVB). Presentasjon av ide og døftet emnet og forskningsspørsmål
03.2014	Arbeid med Forespørsel til deltaker, intervjuguide, prosjektbeskrivelse, tidsplan, introduksjon 1 og meldeskjema
18.03.14	Forslag til informasjon og forespørselsbrev til foreldre/elever/lærer/rektor/RK
18.03.14	Prosjektbeskrivelse
18.03.14	Intervjuguide
18.03.14	Veiledningssamtale time nr 3.-4. med CVB
18.03.14	Sender søknad om godkjenning av prosjekt.
24.3.14	Godkjenning fra NSD
??.03.14	Omvisning med Fagskolen og Jostein Mosby (JM) på RK
02.04.14	Omvisning med 8. klasse fra Haumyrheia og BW på RK
04-05 2014	Arbeid med elevhefte 1
12.05.14	Margrethe Hanssen leverer de ferdige tegnene av figurene til elevheftene.
04.06.14	ED møte med BW og JM på RK
10.06.14	ED veiledningssamtale med CVB 5.-6. time
11.06.14	ED møte med JM og observasjon i kontrollrommet
06.2014	Arbeid med elevhefte 2
07.2014	Arbeider videre med finpuss av elevhefte 1 og gjorde ferdig første utkast på elevhefte 2
04.08.14	ED møte med Trine Folkman (TF) og Anne Vegusdal (AV) på RK. Veien videre. (BW i svangerskapspermisjon)

05.08.14	Første utkast til invitasjon til ungdomsskolene i Kristiansand om algebraopplegget ved RK
06.08.14	Revisjon av elevheftene og opptrykk til 10. Klasse.
08.2014	Arbeider videre med litteraturdelen.
19.08.14	ED møte med AV, og STYRKE. Kunne det være aktuelt med å få dette under STYRKE?
22.08.14	10. klasse Samfundets skole prøver ut forebredelsesheftet (A) på skolen. ED lærer.
27.08.14	10. klasse Samfundets skole på RK og hefte B. Gunnar Andersen og ED var lærere. TF omviser.
08.2014	Arbeidet med litteratur/teoridel til masteroppgaven
30.08.14	AV hadde fått kontakt med aktuell skole for forskningen
03.09.14	ED veiledning 7-8- time med CVB
09.09.14	ED første møte med matematikklæreren til forskningsklassen. AV var med
25.09.14	Revisjon av omvisning og tidspunktene på bedriftsbesøket
09.2014	Oppdeling av litteratur/teoridel i kapitler
06.10.14	Revisjon av elevheftene og opptrykk til 9. klasse
15.10.14	9. klasse Samfundets skole tester ut forberedelseshefte (B) på skolen. Trond Even Wanner lærer.
22.10.14	9. klasse fra Samfundets skole på RK og testet ut elevhefte B. TF omviser på RK
22.10.14	Mail fra CVB om AV og ED ville være med på informasjonsmøte i Telemark i januar.
23.10.14	Revisjon av innbydelse til algebraopplegget ved RK
24.10.14	Siste revisjon av elevheftene. Sendt til korrekturlesning
24.10.14	Ny kontakt og avtaler med matematikklæreren til forskningsklassen
10.2014	Skriver metodedelen til masteroppgaven
29.10.14	ED leverer elevhefte A og godkjenningsbrevene til forskningsklassen
03.11.14	ED gir info om algebraopplegget på Pedagogisk senter for matematikklærerne I Kristiansand.
03.11.14	Sendte observasjonsoversikt/datainnsamling til CVB
04.11.14	Kommentarer fra CVB på observasjonsoversikt/datainnsamling
06.11.14	Bearbeidet observasjonsoversikt/datainnsamling

07.11.14	Klargjøring og test av lyd/film-opptak
07.11.14	ED besøker forskningsklassen, hilser på eleven og samler inn godkjenningsbrevene.
10.11.14	1 time forbedredelse på forskningsklassen med elevhefte A. ED observerer og filmer.
12.11.14	Bedriftsbesøket på RK med forskningsklassen og elevhefte B. TF omviser. ED observerer og filmer.
17.11.14	Intervju med elevene
19.11.14	Drøfting med Samfundets skole (ED), UiA (CVB), Lektor2 (AV), Returkraft (TF) hvordan dette opplegget skal fortsette på UiA etter nyttår.
12.2014	Melding at CVB er langtidssykemeldt, får ny veileder.
27.01.15	Arbeid med oversikt over elevheftene,
28/29.1.15	Transkribering av elevintervju
29.01.15	ED veiledning 9. time med HKN.
02.02.15	Presentasjon av min masteroppgaver på UiA mandagsseminar
Uke 6-7	Oversikt over filmopptak og transkripsjoner
13.02.15	ED veiledning 10. time med HKN
Uke 8-9	Bearbeiding av tidligere arbeid + start på funn/analyse
06.03.15	ED veiledning 11. time hos HKN
Uke 11	Redigering av kap 3-7 etter veiledningen
Uke 12-13	Ferdig med første utkast til funn/analyse kap 8 og drøfting kap 9
Uke 15	Skrev ferdig kap 10 og 11
10. 04.15	ED veiledning 12. time hos HKN
Uke 16-17	Finpuss på kap 1-7, revidering av kap 8 og 9 ut fra veiledningen
30.4.15	ED veiledning 13. time hos HKN
Uke 18	Revidering av spesielt de siste kapitlene
Uke 19	HKN ei uke til gjennomlesning, ED trykkfeil og forslag til småendringer i formuleringer
11.5.15	ED veiledning 14. time hos HKN
Uke 20-21	Siste finpuss.
19.5.15	Innlevering

Vedlegg 13.10: Notat etter pilot august 2014

Notat etter pilotprosjektet med 10. Klasse Samf. skole

23 elever + 2 lærere - **Planlagt agenda:**

08.50-09.05	Informasjon om bedriften
09.10-09.40	Omvisning: kontrollrom, ovn, oppvarming ved røykgass, strømgenerator, se inn i ovn, aske, kondensering til fjernvarme
09.45-11.00	Matematikkoppgaver
11.00-11.15	Matpause
11.20-11.40	Oppsummering i amfiet
11.45-12.00	Omvisning: kull/kalk, ammoniakk-prosessen, scrubber og pipe
12.05-13.05	Matematikkoppgaver
13.10-13.30	Oppsummering og takk for i dag

Transport: Det var vanskelig å få buss til kl 08.20. Den kom kl 08.40, og vi var på Returkraft kl 08.55 og med toalettbesøk var elevene klar til info kl 09.00.

Info v/Trine: Helt topp. Hun tok utgangspunkt i søppeltrekanten. Dette hadde ikke elevene hatt om tidligere. Brukte kun 10 minutter.

Omvisning: Trine ledet elevene med heis til kontrollrommet i 6. etg, forbi ovn og oppvarmingsdel av gass til 425 grader, ned til ovnsdører og aske i 1. etg og deretter til skolestua. Flott omvisning. Dette tok 30 minutter. En passerer ovnsdør og aske andre ganger, og dette kan med fordel heller legges til etter lunsj på vei til amfi. Foreslår at vi heller legger inn et besøk rundt generator. Kunne kanskje ha fokusert sterkere på den horisontale fabrikk-delen som varmer opp vanndampen til 425 grader. Kunne kanskje også ha fokusert på at det varme vannet blir ført inn i dampgeneratoren og deretter blir det varme vannet sendt i rør som fjernvarme til byen. Går det an å gå forbi disse steder?

Arbeidsøkt 1: Startet kl 09.40 og de fleste var ferdig med oppgavene kl 10.45. Oppgavene fungerte greit, og elevene trengte ikke så mye hjelp. De fleste gruppene fungerte bra, men ei gruppe jobbet i ulikt tempo. Kunne fokusert sterkere på at alle i gruppa må gå frem i samme tempo. Elevene var veldig sultne på slutten. Lurt å slutte av kl 10.45. Elevene virket motivert på oppgavene. Kunne kanskje lagt inn noe ekstra slik at ikke de ble ferdige med alt. Kunne kanskje fokusert sterkere på funksjonstransformasjonen 1-1 og muligheter for flere verdier i definisjonsmengden mappes til samme element i verdimengden, f eks $k = 0$ eller tatt med kvadratfunksjon om gasstrykk eller liknende. Utfordringer til de aller flinkeste?

Lunsj: Elevene hadde med seg niste og Returkraft spanderte kaffe + juice på oss. Vi spiste i skolestua og det fungerte topp. Elevene ble litt utrolige på slutten og det er mer enn nok med pause frem til 11.15.

Oppsummering: Vi vandret pr trapp fra skolestua i 5. etg til amfiet i 1. Nå kunne elevene ha stoppet ved ovnsdøra og askestasjonen. Vi hadde problemer med prosjektør, men gjennomgikk oppsummering side 12. Oppsummering startet kl 11.25-11.45. Ok tidsbruk.

Omvisning: Trine ledet elevene til 2 etg og gikk forbi filterposene, katalysator og frem til scrubber og pipe. Et flott sted å stå og fin plakat. Topp at de kunne se ut på pipa. Flott informasjon til elevgruppa. Kunne en fokusert sterkere på filterposene og katalysatoren? Kunne en først samlet seg i 2. etg og forklart renese-prosessen, og deretter tatt turen opp i 3. eller 4. og sett nøyere på filter-tanken og katalysatortanken? Fin omvisning.

Arbeidsøkt 2: Startet kl 12.05 og ble avsluttet kl 13.00. Nå var oppgavene mer krevende for elevene. Opplevde at i ei gruppe var det en elev som ramlet av fra de andre, men fikk sporet dem tilbake igjen. Svært lærerik økt, og flere av de svakere elevene var helt med! Det er helt nødvendig å bruke så mye tid på prosessene rundt utregning av konstanten (k). Selv i andre økt etter så mye trening, var det fortsatt usikkerhet rundt dette. De fleste elevene kom til xxxxxx. (sjekk dette i heftene)

Oppsummering: Vi gjennomgikk side 23 fra kl 13.15-13.30. Trine sluttet av med "takk for i dag". Kunne kanskje fokusert mer på annen bruk av funksjonsbegrepet. Det var ei gruppe som begynte å drøfte det med meg, og det trakk jeg fram på oppsummering. Men kanskje det hadde vært nyttig med flere eksempler. For svakere elever var det problematisk å forholde seg til at symbolet $f(x)$ var det samme som y. Denne sammenhengen burde vært tydeligere. Kunne en gjort noe mer rundt x-en i magen på f?

Huskeliste:

- Lærer eller elever må ha med skriveutstyr: linjal, blyant, viskelær og lommeregner + niste fra skolen til skolestua
- Lærer må ha delt inn elevene før besøket i 5 X 5.
- Det bør være med 2 matematikklærere på besøket. En i hver etg.
- Elevene må huske å ta med seg hefte + blyant ned i amfi etter lunsj. De må også ha med ørepluggene til neste omvisning når de går ned.
- Returkraft må ordne med bord og stoler til disse 5 gruppene (hvis det ikke står slik til vanlig)
- Lærer må sende elevliste (+ navn på lærere) til Returkraft før besøket

Vedlegg 13.11: Revidert plan for gjennomføring

ALGEBRA PÅ RETURKRAFTSKOLEN

for en ungdomsskoleklasse

Før besøket:

- Skolen bestiller opplegget av Returkraft og sørger for transport besøksdagen.
- Returkraft sender et klassesett av *Hefte A* til skolen
- Lærer sender ei elevliste + navn på aktuelle lærere/assistenter til Returkraft
- Elevhefte A gjennomgås på skolen.
- Læreren deler inn elevene i 5-er-grupper.
- Elevene må ha med niste, skrivesaker, linjal og lommeregner på besøksdag.

Besøksdagen:

09.00-09.15	Velkommen v/Returkraft. Informasjon om bedriften og utdeling av vest, hjelm og head-set.
09.15-09.45	1. omvisning v/Returkraft. Tar heisen i to puljer opp i 6. etg og besøker kontrollrommet. Fra kontrollrommet går en ut i produksjonshallen og kjenner på ovnen. Fokuserer deretter på kjel som varmer vannet til 425 ^{0}C. Går ned til generator i 4. etg og går rundt rommet. Fokuserer deretter på vannet som sendes som fjernvarme til byen. Går til slutt opp i 5. etg til skolestua.
09.45-11.00	Gruppearbeid: Første del av hefte B. Ansvar for faglig hjelp til elevene: skolens matematikklærere.
11.00-11.15	Lunsjpause i skolestua. Elevene har med niste, Returkraft spanderer drikke.
11.15-11.45	Vi tar heis ned i 1. etg til amfiet. Oppsummering v/skolens matematikklærer.
11.45-12.05	2. omvisning v/Returkraft Vi går inn i hallen i 1. etg og ser på aske fra ovnen. Går opp i 2. etg og ser inn i ovnen . Ser deretter på posefilter, katalysator, scrubber og pipe. Vi går til slutt opp i 5 etg, ser mer på posefilter og katalysator og går tilbake til skolestua.
12.05-13.05	Fortsettelse av gruppearbeidet: Andre del av hefte B. Ansvar for faglig hjelp til elevene: skolens matematikklærere.
13.05-13.25	Vi tar heisen ned i 1. etg og samles i amfiet. Innlevering av utstyr. Oppsummering v/skolens matematikklærer.
13.25-13.30	Takk for i dag v /Returkraft.

Vedlegg 13.12: Observasjonsmomenter til mitt studie

"Meningsfylte matematikkoppgaver? En casestudie fra ungdomsskoleelevers aktiviteter knyttet til algebra på en bedrift."

Innsamling av data i forbindelse med min masterforskning:

Forberedelse på skolen:

- Jeg er til stede mens læreren/elevene gjennomgår hefte A og noterer hvis det kommer frem momenter fra observasjonslisten under (1.-5.).
- Jeg filmer også forberedelsen på skolen.
- Jeg samler sammen hefte A fra forberedelsen på skolen.

Bedriftsbesøk på Returkraft:

- Elevheftene fra Returkraft hefte B, samles sammen fra alle elevene.
- Jeg filmer og tar lydopptak fra to grupper for å sikre meg brukbar data. Kun den ene gruppa transkriberes og analyseres. Jeg velger tilfeldig to grupper der alle elevene har gitt sin godkjenning på alle tre pkt fra bekreftes-skjemaet. En gruppe fra 5. etg og en gruppe fra 4. etg i tilfelle lydforholdene skal være ulike slik en har opplevd tidligere.
- Jeg observerer alle gruppene på Returkraft og notere mine observasjoner. Det kan være aktuelt å stille enkle, åpne spørsmål til enkeltelever eller elevgrupper. Eksempler på åpne spørsmål: *Hvordan har du/dere tenkt her? Hvordan kom du/dere frem til det svaret?*

Hva skal jeg se etter på Returkraft? Først og fremst data til det første forskningsspørsmålet: ***Hvordan** jobber elever med algebra når aktivitetene legges til Returkraft?* Jeg vil prøve å knytte mine observasjoner til teoridelen av min masteroppgave:

1. **Det sosiokulturelle læringsperspektivet:**
   a. Hvordan hjelper elevene hverandre i gruppene?
   b. Hvordan arbeider elevene innenfor/utenfor den proksimale sone for utvikling?
2. **Semiotikk**
   a. Hvordan oppfatter elevene symbolenes semiotiske funksjon?
   b. Hvordan oppfatter elevene symbolenes epistemologiske funksjon?
3. **Den epistemologiske trekant**
   a. Hvordan oppfatter elevene symbolene som brukes i undervisningsopplegget?
   b. Hvilken rolle har bedriftskonteksten på elevenes arbeid i matematikk?
   c. Hvordan oppfatter elevene funksjonsbegrepet som de arbeider med i dag?
4. **Matematisk representasjon**
   a. Konvertering (conversions) fra en representasjon til en annen (situasjon/kontekst, formel, graf og tabell). Hvilke konverteringsprosesser arbeider elevene med?
   b. I forbindelse med konvertering, hvordan klarer elevene å bevare det semantiske aspekt ved algebra (meningen, forståelse)
   c. Behandling (treatment) innenfor én representasjon. Hvordan bruker elevene det syntaktiske aspekt ved algebra (regneregler)?

5. **Inquiry**
    a. Observerer jeg inquiry blant elevene når de arbeider? Tegn: spørre, undersøke, skape, diskutere, reflektere og undre.
    b. Brukes de matematiske representasjonene til hjelp i diskusjoner og lignende?

Intervju på skolen etter bedriftsbesøket:

- Intervju av samme elevgruppe som ble filmet på Returkraft og knyttes spesielt til det andre forskningsspørsmålet: *Hva er elevenes opplevelser av disse aktivitetene når de skjer på denne bedriften?*
- Intervjuguiden benyttes. Filmopptak under intervjuet transkriberes.

6.11.2014

Vedlegg 13.13: Observasjonsnotater fra skolen

Mandag 10. November 2014
Observasjon på skolen
(Ikke filming og ikke lyd, kun observasjon)
Alle elevene sitter 2 og 2. Klassen har 27 elever, Tua og Evy er borte denne timen . Klassens matematikklærer styrer opplegget, en hjelpelærer er til stede i deler av timen.

12.16 Utdeling av hefter, penn, kodebrikke, linjal og lommeregner

12.23 Start. Læreren: "Vi blader rundt til side 3." Læreren leser, men samtidig holder han på å starte data/prosjektør. Lærer: "Hva er deponi?" Læreren må forklare. Forteller om Tangen som tidligere var et deponi, og her luktet det i sommer i forbindelse med graving. Noen av elevene kjente til lukta. Læreren forklarer hvorfor det ble forbudt med deponi. Medlærer leser resten av side 3, mens læreren ordner filmen.

12.30 Filmen: "Slik virker det." Alle elever følger nøye med. Helt stille i klassen. Tor sitter og tegner under filmen og løser oppgave 1.

12.33 Alle sitter fortsatt og følger med på filmen. Ada velger å ikke følge med et par minutter under filmen og sitter og ser ned.

12.35 Filmen ferdig. De får beskjed om å gjøre oppgave 1. Alle tegner aktivt og det er helt stille i klasserommet. Tor er kommet veldig langt, men vedkommende har jo tegnet mens filmen gikk. Ina får noen tips av lærer. Eva og Rut ser bak i heftet side 11 for å få noen ideer til tegningen. Ina ser på side 5.

12.37 Ada kikker også på side 5, mens Ina nå ser på side 11 for å få noen tips til tegningen.

12.40 Kaj, Tom og Mia leser på ekstrastoffet side 4.
Dag og Mia er ferdige. Dag leser på neste side.

12.42 De blader om til side 5 og læreren forteller innholdet om energi. Eva og Unn fortsetter å tegne. Siw understreker viktige ting med gul farge. Møy sitter og tegner noe for seg selv. Mia har begynt å svare på oppgave 3. Læreren fortsetter å lese fra midt på side 5. Liv har svart på oppgave 2, mens læreren leser. Ina sitter og tegner i en annen bok. Unn markerer også viktige opplysninger med gul farge.

12.48 Elevene får beskjed om å gjøre oppgave 2 og 3. Liv leser side 6. Eli får hjelp av læreren. Bia forklarer oppgaven for Unn. Liv forklarer oppgaven for Jon. Mia og Dag leser på side 6.

12.55 Lærer leser og forklarer litt før oppgave 4. De fleste elevene starter å skrive på oppgavene. Følgende elever kommer ikke i gang med en gang: Mia, Møy, Siw. Ina, Ann og Ada. Eli og Siw må ha litt hjelp av læreren til oppgave 6.

13.05 Avslutning av timen. De rakk ikke oppsummeringen. Alle heftene ble samlet inn, men elevene fikk tilbud om kopi av ekstralesning. Jeg vet ikke om noen takket ja til dette.

Utvelgelse av gruppe
Læreren hadde delt klassen inn i 6 grupper a 4-5 elever. Kun to grupper hadde alt i orden mht bekreftelsen fra foreldrene til både deltakelse og intervju. Disse to ble valgt ut til filming. En av disse gruppene ble valgt ut til intervju.

Vedlegg 13.14: Observasjonsnotater under bedriftsbesøket

Onsdag 12. November 2014
Observasjon på Returkraft
(+Filming/lyd 2 grupper før lunsj. I pausen sjekket jeg lyden og valgte å fortsette filming/lyd av ei gruppe etter lunsj)
Fikk flere godkjenninger på onsdag. Nå mangler jeg fra 3 elever, og disse var alle på sammen gruppe. Inger observasjoner eller filming fra denne gruppa. Elevheftene er makulert., og ingen data fra disse elevene er gjennomført. Plasserte gruppene i amfiet slik at jeg ikke skulle filme den gruppa som manglet godkjenninger.
Jeg hadde delt ut kodebrikker, hefter og utstyr før elevene kom. Valgte gruppe med Eva, Rut, Siw, Liv og Ina og Lui, Kaj, Jon og Dag til filming/lyd før lunsj fordi de var de eneste som hadde godkjent alle tre pkt i brevet.
I pausen sjekket jeg lyden og valgte kun å fortsette film/lyd med den første gruppen og slettet film/lyd fra den andre. Etter transkribering er alt slettet.

08.55 Ankomst Returkraft
09.00 Trine ønsker velkommen og gir kort info om søppelberget og den omvendte avfallstrekanten. Alle elevene følger nøye med. (6)
09.15 Utdeling av hjelm, vest, hårnett, headset
09.20 Start på omvisning
09.25 Kontrollrom
09.35 Mot ovn
09.37 Info om ovn/kjel
09.40 Turbin/generator
09.42 Skolestue
09.45 I gang.

Lyse grønn gruppe: Mia, Ann, Tua, May og Møy
Rosa gruppe: Ada, Evy, Unn og Eli
Orange gruppe: Bia, Odd, Tom, Xia og Isa
Rød gruppe: Eva, Rut, Siw, Liv og Ina
Mørke grønn gruppe: Lui, Kaj, Jon og Dag
Blå gruppe: Tor + 3 elever som ikke leverte godkjenning til deltakelse i forskningen. Ingen data er tatt med fra denne gruppen med unntak av Tors arbeid i heftene.

09.50 **Lyse grønn gruppe** holder på med oppgaven øverst side 4: Ann har feil på lommeregner. Tua: ”Dette må være feil.” De hjelper hverandre: ”Må vi ikke ta 1 950 000 delt på 1300?” (5) Tua: ”Er ÷ delt på tegnet?” (2)
(Side 5) May: ”Hvis vi ganger 0 med 11,1 blir det 0. ” De diskuterer om 0 kg med søppel blir 0 MJ med energi. (2). Ann: ”Nå har jeg gjort en feil. Ser at det ikke blir rett.”(5). May: ”Den M-en der er Mega og K står for ….” Tua: ”… kilo.” Ann: ”… det er tusen.” (2).
(Side 6) May: ”Vi må dele det for å finne samme 400 delt på 1000 er lik 0,4.” (3)

10.07 **Rosa gruppe** holder på med side 6. Ada: ”Er det ikke det dobbelte opp?” Eli: ”Det står en formel her.” (De leter etter det dobbelte 400 t → 800 MWh). Ada: ”Skjønner ikke dette.” Eli: ”Er det ikke en formel her?” (Peker på gul markering øverst på siden) Ada: ”Hva er kWh?” (2) (De har problemer med å forstå oppgaven. Ordet ”**sammenheng”** er vanskelig. De leter etter et svar. Læreren kommer og sier at de skal prøve å finne sammenhengen mellom den fiolette og den blå ringen. Hva må du gange 400 med for å få 1000?) Eli: ”Gange med 2,5. Jeg tok 1000/400. Ta 2,5 tonn for å …”. Eli: ”Det er jo en formel. Hva er sammenhengen?” (2) Evy: ”Det er jo en **sammenheng.** Du deler 1000/400 for å få 2,5 og det er en **sammenheng.** t* 2,5 = MWh. (5)

10.16 **Orange gruppe** holder på med hefte side 7 Xia: "Vi kan velge hvilken som helst k. K = 5. 5* 46 = 230. Tom: "Hva skjer hvis k = 500?" Bia: "500 er alt for mye." (Det blir en diskusjon hva k er. Bia forklarer for de andre) (2-3)
Hefte side 8. Isa: "Det er det største delt på det minste." Xia: "Deler begge på seg selv." 133 597: 133 597 og 340840: 340 840 og fikk 1! Odd: Jeg tok minus og da finner jeg forholdet." Isa foreslår med forsiktig stemme: "340840 : 133597 = 2,55" (Men de andre i gruppa hører ikke etter på Isa) Xia: "De skal gange." Bia ser på side 9. Det står jo her. Tom: Hva er k-verdien.(Odd har problemer med begrepet forhold og blandet med begrepet forskjell, derfor holder han lenge på at de måtte bruke minus for å finne forholdet. Begrepsforskjellen blir forklart. (2) Deretter tolker de at 1 t må ganges med 2,5 for å få 2,6. Tolkning av k. Diskuterer begrepene forhold og sammenheng. De mener at det ikke er det samme. (2)
10.50 Maten kom
10.55 Lunsj
10.20 Vi går ned i amfiet
10.25 Lærer har oppsummering i amfiet. Dette er filmet.
10.45 Ny omvisning. Jeg gjorde klart i skolestua og sjekket lyd/bildet på gruppene og bestemte meg at gruppa i 5. Etg skulle filmes/lydopptak videre og intervjues.
12.05 De kommer til skolestua. Avtaler med rød gruppa at det er ok at de blir intervjuet i etterkant av bedriftsbesøket.
12..15 **Rosa gruppe** holder på med side 17. Eli: "Det er jo en ligning. Finner ut hva x og y er." Evy: Så lite og så stort tall." Unn: "Det har delt det på et mye større ." (De diskuterer hvorfor et lite tall delt på et stort tall blir et veldig lite tall." (2)
12.20 **Orange gruppe** holder på med heftet side 17. De strever med tegningen. De har tegnet en veldig liten terning i heftet. Men er det riktig størrelse? De diskuterer at de ikke vet hvor langt det er inn i figuren. De diskuterer også Rubins kube om den har 27 terninger. Ikke alle er enige fordi det ikke er noe inni den. Mens de andre mente at vi måtte tenke oss at det er noen inni. De prøver å dele 130 000 / 27 og får 4814, men ser ut som de ikke endrer på sine figurer. (4)
12.35 **Lyse grønn gruppe** side 21. De diskuterer symbolene f(t) = 7t. U57: "t betyr timer." Tua: "t betyr tonn fordi timer er h." Ann: "En av dem må være på 7 tonn." Tua: "Er det den rene lufta." May: "t er ikke tinn. Det står at t er byttet med x." (De diskuterer hva f(x) betyr. Noen mener at f betyr filterpose.) (2).
12.55 Avslutning i skolestua
13.00 Oppsummering i amfi som er filmet
13.30 Takk for i dag.

Koder til teksten
(1) Sosiokulturelle læringsperspektivet
(2) Semiotikk
(3) Den epistemologiske trekant
(4) Matematisk representasjon
(5) Inquiry
(6) Elevenes opplevelser / meningsfylt?

Vedlegg 13.15: Transkripsjonssymboler

Ved transkribering vil jeg bruke vanlige notasjonssymboler som brukes til konversasjonsanalysen

nei	legger trykk på ordet
?	spørsmålsintonasjon
:	forlenget lyd
-	ordet blir kuttet, avbrutt ord
(.)	indikerer en svært kort pause
(1.5)	pause i sekunder
=	fortsetter rett etter, forlenget stavelse
(latter)	beskriver det som skjer
(---(0,5)	ord som forsvinner
.hh	trekker pusten

(Bryman 2012, s 524, http://seanrintel.com/key1/)

Vedlegg 13.16: Elevhefte A

Til læreren

Du og klassen skal snart besøke Returkraft og arbeide med algebra. Det er viktig at dere gjennomgår dette heftet før besøket. Du bør beregne 1-2 skoletimer, og en mulighet er å gjennomgå heftet i samlet klasse. Heftet består av noen tekster som f eks kan leses høyt i samlet klasse. Side 4 og 6 er skrevet med mindre skrift og er kun ekstrastoff for de raskeste elevene som har lyst til å lære noe mer. Hele klassen bør se filmen ***Returkraft: Slik virker det*** som du finner på www.returkraft.no. Den tar ca 5 minutter. Det er også noen oppgaver i heftet som bør gjøres, og dere trenger en lommeregner til noen av dem. **Det aller viktigste står på side 3, 5, 7 og 8.**

Dette opplegget kommer inn på miljølære i praksis, men har hovedfokus på begrepet **funksjoner** fra matematikkpensumet. Det passer for ungdomsskoleelever og holder seg stort sett kun til lineære funksjoner som er proporsjonale. Algebra kan være et vanskelig emne for ungdomsskoleelever, og noen opplever det som fjernt og en slags magisk manipulering uten forståelse. Med dette opplegget på Returkraft ønsker en å vise elevene hvordan algebra kan brukes i livet utenfor skolen. Det er et mål at elevene skal oppleve dette som *meningsfylte matematikktimer* samtidig som de kan reflektere over den viktige oppgaven Returkraft gjør for miljøet vårt.

På Returkraft må elevene ha med niste, skrivesaker, linjal og lommeregner. De får drikke.

Kompetansemål fra 10. årstrinn knyttet til dette opplegget på Returkraft

Matematikk

Funksjonar

- lage funksjonar som beskriv numeriske samanhengar og praktiske situasjonar, med og utan digitale verktøy, beskrive og tolke dei og omsetje mellom ulike representasjonar av funksjonar, som grafar, tabellar, formlar og tekstar
- identifisere og utnytte eigenskapane til proporsjonale, omvendt proporsjonale, lineære og kvadratiske funksjonar og gje døme på praktiske situasjonar som kan beskrivast med desse funksjonane

Naturfag

Mangfold i naturen

- observere og gi eksempler på hvordan menneskelige aktiviteter har påvirket et naturområde, identifisere ulike interessegruppers syn på påvirkningen og foreslå tiltak som kan verne naturen for framtidige generasjoner

Fenomener og stoffer

- forklare hvordan vi kan produsere elektrisk energi fra fornybare og ikke-fornybare energikilder
- gjøre forsøk og enkle beregninger med arbeid, energi og effekt

Bakgrunnen for oppgaven

Oppgavene i dette heftet og heftet dere får på Returkraft, er utarbeidet i forbindelse med min masteroppgave i matematikkdidaktikk ved Universitetet i Agder 2014/2015. Tittelen på forskningsprosjektet "Meningsfylte matematikkoppgaver? En casestudie fra ungdomsskoleelevers aktiviteter knyttet til algebra på en bedrift." Jeg vil rette en stor takk til veileder, førsteamanuensis Claire Vaugelade Berg, ved UiA og en takk til alle ansatte ved Returkraft for velvillig hjelp i denne forbindelse, spesielt takk til Birgitte Wergeland, Trine Folkman og Jostein Mosby. Takk også til min kollega Margrethe Hanssen som har laget illustrasjonene til Mathur, Jenni, Vinni og Milleur.

Dette undervisningsopplegget har sitt utspring i MERG/MathEUS-prosjektene som har vært et flerårig samarbeid mellom professor Maria Luiza Cestari (UiA), Anne Vegusdal (Lektor2), og noen ungdomsskoler på Agder og Returkraft. Jeg håper et slikt samarbeid kan fortsette også etter at dette masterprosjektet er avsluttet. Det er en stor glede for meg at Anne Vegusdal, som koordinator for Lektor2-ordningen, har involvert seg i opplegget.

Jeg er utdannet allmennlærer og har vært lærer i grunnskolen i over 30 år. Ved siden av undervisning har jeg tatt videreutdanning i matematikk, biologi, fysikk, musikk og religion/etikk/livssyn. Våren 2015 avslutter jeg mastergraden i matematikkdidaktikk med denne forskningen knyttet til Returkraft.

Kristiansand, oktober 2014
Evert Dean

Litt informasjon til alle elevene om Returkraft

Du skal snart besøke Returkraft på Langemyr. Dette hefte skal gi deg litt informasjon om bedriften og forberede deg på realfagdagen der.

Tidligere ble mye søppel lagt på avfallsplasser i naturen og dekket med jord. Der skulle det ligge og råtne over mange år. 1. juli 2009 ble det forbudt å deponere nedbrytbart restavfall på fyllinger. Nå skulle denne søpla til anlegg og brennes opp.

Returkraft, som startet opp i 2010, er et forbrenningsanlegg som tar imot søppel fra store deler av Aust- og Vest-Agder. Søppelbiler tømmer søpla i en stor bunker. Herfra plukkes avfallet opp av en stor grabb, slippes ned i ovnen og skyves inn på ei stor rist. I løpet av én time blir søpla helt utbrent og aska faller ned fra rista og blir ført ut av ovnen.

Ovnen er over 30 meter høy. Her kan det bli veldig varmt, og Returkraft utnytter denne varmen og kalles derfor et *energi-gjenvinningsanlegg*. I veggene i ovnen er det mange km med vannrør. Varmen fra ovnen varmer vannet i rørene. Da blir det mye vanndamp, og dampen driver en turbin-generator som produserer strøm. Deretter blir det varme vannet sendt i rør til Kristiansand og solgt som fjernvarme. Varmen fra vannet kan brukes til oppvarming og varmt vann i leiligheter og butikker, og gågata i byen blir varmet opp om vinteren av vannrør som ligger i bakken.

Noe av problemet med å brenne søppel er alle de giftige gassene i røyken. På Returkraft blir disse miljøgiftene renset bort før miljøvennlig røyk slippes ut av ei 75 meter høy pipe.

Se filmen: *Returkraft: Slik virker det* på www.returkraft.no

Oppgave 1: Lag ei enkel tegning som viser hva som skjer på Returkraft.

Hvis du blir ferdig før de andre, kan du lese litt på neste side.

Ekstra lesestoff for deg som vil vite noe mer om Returkraft

Returkrafts energigjenvinningsanlegg på Langemyr i Kristiansand er den største miljøsatsingen på Agder på flere tiår. Det kostet nærmere 1,5 milliarder kr å bygge Returkraft, og energien i avfallet som brennes der, tilsvarer nesten den energien som brukes i 20 000 eneboliger. Daglig kommer det ca 20-30 lastebiler med søppel til Returkraft og tømmer til sammen 500 t avfall i bunkeren. Det blir mer enn 130 000 t søppel som brennes der i året.

Forbrenningsovnen er 30 meter høy, 9 meter bred og 18 m lang. Den veier 2000 t. Minst èn gang i året må den slukkes og kjøles ned. Da skal den rengjøres innvendig. Siden metallet i ovnen utvider seg og trekker seg sammen etter som ovnen er varm eller kald, er den ikke festet til gulv eller vegger, men henger fritt fra taket. Ved full fyr ”spiser” den gigantiske ovnen 16 t med avfall i timen, og det er over 1000 ^{0}C i ovnen. Det er viktig med så høy temperatur, for da forbrennes de svært giftige dioksingassene, som vi ikke vil ha ut i naturen! For å få til en optimal forbrenning, trengs det enorme mengder luft som blåses inn i ovnen, 80.000 m^3 luft i timen!

100 km vannrør ligger tett i tett i ovnsveggen. Først blir vannet varmet opp til ca 270 ^{0}C, som er kokepunktet ved 50 bars trykk. Deretter brukes røykgassen til å varme opp vanndampen enda mer, slik at temperaturen når 425 ^{0}C. Hver time blir 72 t med vann til vampdamp. Glohet damp med 50 bars trykk, blir presset inn i en turbin som driver en generator som lager strøm. Dette lille kraftverket produserer strøm nok til 5000 husstander.

Etterpå kondenseres dampen til vann på 80-120 ^{0}C. Varmt vann føres i rør til byen, og via flere titalls km med rørledninger forsynes mange hundre husholdninger og bedrifter med vannbåren varme. Energien i denne fjernvarmen tilsvarer et middels stort kraftverk.

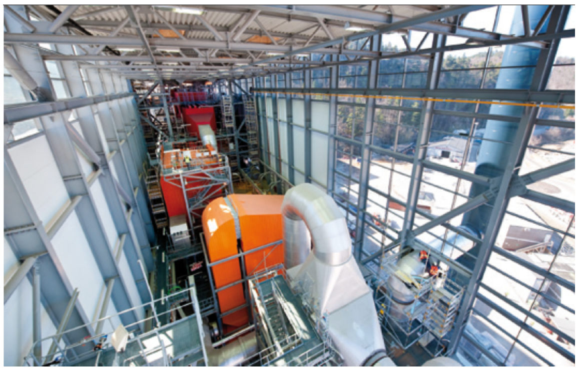
Røykgassen fra forbrenningsovnen tilsettes kalk og aktiv kull og føres gjennom posefilter. Filteret fungerer som en støvsuger der partiklene i røyken fanges opp. 903 poser fanger opp støv, tungmetaller og dioksiner, og 4000 t filterstøv sendes årlig til spesialdeponi.

Røykgassen tilsettes deretter ammoniakk (NH_3) og går gjennom en katalysator som fjerner nitrogenoksyd-gasser (NOx). Det sørger for at disse skadelige gassene ikke kommer ut i naturen.

$$4\,NO + 4\,NH_3 + O_2 \rightarrow 4\,N_2 + 6\,H_2O$$
$$NO + NO_2 + 2\,NH_3 \rightarrow 2\,N_2 + 3\,H_2O$$

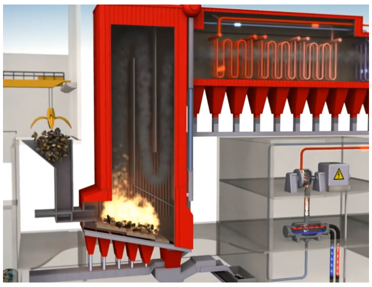
Til slutt blir røykgassen vasket ytterlig for miljøskadelige stoffer i Scrubber. Det er et vasketårn som fjerner rester av klor og svovelforbindelser og det som måtte være igjen av støv og tungmetaller etter posefiltrene. I vasketårnet dusjes røyken med finstøvet vann. Det som til slutt slipper ut gjennom pipa, er hvit, luktfri røyk som består av vanndamp, CO_2, nitrogen og oksygen, som er naturlige bestanddeler i lufta.

Returkraft er en svært fremtidsrettet og miljøvennlig bedrift!



Dette bør du vite om energi før besøket

Energi kan oversettes med *evnen til å utføre et arbeid*. Det fins energi i mange ting, f eks i varmt vann, mat, bensin, strøm og søppel. Det er ikke så lett å se energien med øynene våre, men vi vet at den er der.



Energi fins i mange ulike former, og den kan gå fra én form til en annen:

- **Kjemisk energi** fins i søppel. Denne energien kan vi få ut av søpla hvis vi brenner den.
- **Varme-energi** fins i varm luft og varmt vann.
- **Bevegelses-energi** fins i en maskin som sviver. Energien i denne bevegelsen kan f eks lage strøm.
- **Potensiell energi eller stillings-energi.** Ved et kraftverk samles vann fra bekker og elever bak en stor demning. Vannet har potensiell energi og føres i rør mot skovler som driver en generator. På den måten omdannes energien til strøm.

Returkraft brenner søppel, og energien i søpla blir omdannet til varmt vann. Vanndampen blir ført inn i en turbin/generator og får den til å svive og lage strøm. Men energien i det varme vannet kan brukes til mer. Det sendes i rør til Kristiansand. Her kan bedrifter og boliger utnytte det varme vannet til oppvarming.

Energi måles i joule (J) og kilo-watt-timer (kWh). Du trenger f eks 4200 J med energi for å varme 1L vann fra 20 ^{0}C til 21 ^{0}C (+1 grad). En elektrisk ovn på 1000 W som har varmet en hel time, har brukt 1kWh med energi. Hvert år omdanner Returkraft flere hundre millioner kWh med kjemisk energi fra søpla til energi i andre former. Returkraft selger denne energien både som strøm og fjernvarme.

Oppgave 2: Tegn eller beskriv hvordan energien i søpla på Returkraft omdannes til energi i andre former.

Oppgave 3: På Returkraft selger de ikke all energien som fins i søpla. Hva kan grunnene være til det?

Hvis du blir ferdig før de andre, kan du lese litt på neste side.

Ekstra lesestoff for deg som vil lære noe mer om energi

Returkraft brenner mer enn 130 000 tonn søppel i året. Ett tonn (1 t) tilsvarer tusen kilogram (1000 kg). Ordet kilo betyr 1 000 og forkortes med bokstaven *k*. I stedet for å skrive tusen gram (1000 g), kan vi forenkle det og skrive 1 kg.

Energi kan bli oppgitt i joule (J). Men energi som blir solgt som strøm eller fjernvarme, blir ofte oppgitt som kiloWatt-time (kWh). Det er bestemt at 1 kWh er det samme som 3 600 000 J eller 3 600kJ. Det kan f eks bety at hvis du setter på en ovn hjemme på 1000 Watt og lar den varme i en hel time, har du brukt 3600 kJ med energi eller 1 kWt. Du legger kanskje merke til at *time* forkortes med bokstaven *h*. På latin heter time *hora*, og derfor har vi blitt enige om å bruke bokstaven *h* slik at folk i alle land kan forstå det.

Hver år selger Returkraft mange millioner *kilo-Watt-timer* (kWh) med fjernvarme og strøm. I forbindelse med energi, brukes forkortelser som *kilo* (k), *mega* (M), *giga* (G) og *tera* (T). Det er for å unngå store tall med mange nuller.

Kilo = 1 000
Mega = 1 000 000
Giga = 1 000 000 000
Tera = 1 000 000 000 000

Hvis vi løfter et lodd på 100 gram opp 1 meter i løpet av ett sekund, bruker vi 1 J med energi på ett sekund. Det viser hvor effektive vi er. 1 W betyr at vi bruker 1 J hvert sekund. Hvis f eks Returkraft produserer 43 MW varmeenergi, betyr det at de klarer å omdanne 43 000 000 J kjemisk energi til varme hvert sekund i ovnen.

Motoreffekter oppgis i hestekraft. 1 kilowatt (1 kW) = 1,36 hestekrefter (hk). Hvis du har en båtmotor med 9,9 hk, er motoreffekten ca 13,5 kW. Hvis du bruker denne motoren i 1 time, bruker du 13,5 kWh energi.

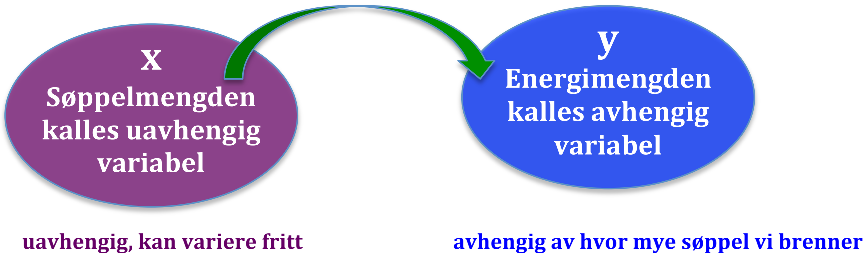
Det kan virke forvirrende med kW og kWh. Litt enkelt forklart kan vi si at en ovn på 1000 Watt bruker 1kW strøm hele tiden for å varme opp rommet. Men når vi har hatt denne ovnen på i en hel time, har vi brukt 1 kiloWatt-**time** (1 kWh) energi.

Ekstraoppgave: Se filmen *Avfall, lys og varme.* http://returkraft.no/skoleundervisning/til-laerer

Les og samtal om overføring av energi

Vekta på søpla som brennes varierer. Når vi i matematikkspråket skal skrive et symbol for et ukjent tall eller et tall som kan variere, kan vi bruke en bokstav. Her vil vi bruke bokstaven ***x*** som symbol for søppelvekta. Søppelvekta kan variere fritt, for Returkraft kan velge å brenne ett, tjue eller hundre tonn med søppel. Dette **varierende** og **uavhengige** tallet kalles en **uavhengig variabel.**

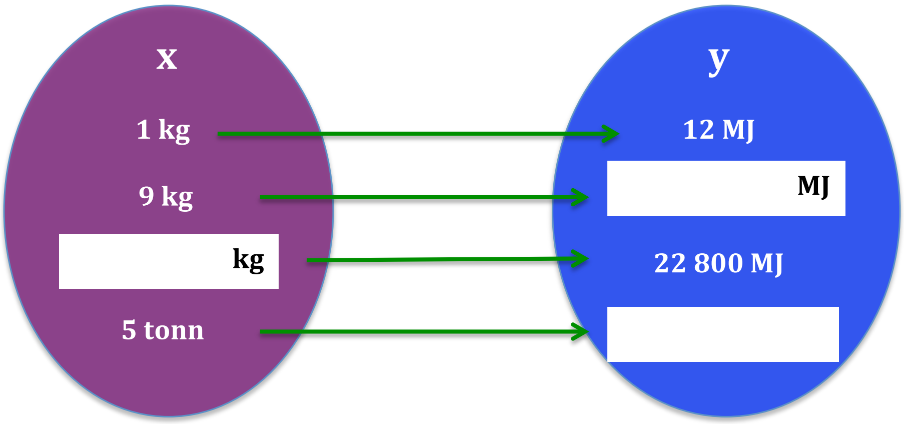
Den kjemiske energien i søpla som blir brent opp, blir omdannet til varmeenergi. Denne energien er også et ukjent tall som kan variere, men dette tallet er ikke helt fritt. Det er avhengig av hvor mye søppel vi brenner. Vi velger å bruke bokstaven ***y*** som symbol for denne energimengden. Dette **varierende**, men **avhengige** tallet kalles en **avhengig variabel.**



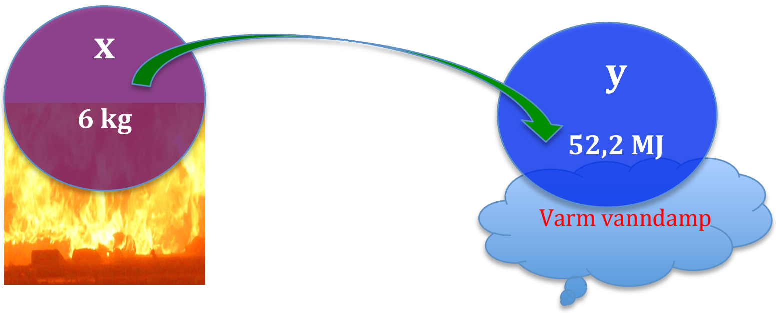
På Returkraft kan det variere hvor mye energi de klarer å få ut av søpla. En dag viser målingene i kontrollrommet 11 MJ. Det betyr at de får 11 Mega-Joule med varme-energi fra 1 kg med søppel, 22 MJ fra 2 kg med søppel osv.

Oppgave 4: Hva er sammenhengen mellom den ***uavhengige variabelen x*** *til venstre og den* ***avhengige variabelen y*** *til høyre?*

Oppgave 5: En annen dag viser målingene i kontrollrommet 12 MJ. Vi kan tenke slik: ***For hver kilo med søppel som blir brent, får de 12 MJ med varmeenergi.*** *Bruk denne sammenhengen og fyll ut det som mangler.*



Oppgave 6: En vinterdag med mye snø brenner søpla dårligere. På Returkraft finner de ut at 6 kg søppel blir omdannet til 52,2 MJ med energi.



Finn den nye sammenhengen mellom x og y denne vinterdagen. Vis hvordan du finner den.

Felles oppsummering i klassen

Hva har du lært i matematikk i dette heftet?

Hva har du lært i naturfag i dette heftet?

Nå kan du glede deg til en hel realfagdag på Returkraft.
Vi kan dele gjenvinningsanlegget Returkraft i 4 avdelinger:

- Avdeling A: Bunkeren med søppel som kommer inn
- Avdeling B: Søppelforbrenning og utvinning av energi
- Avdeling C: Omdanning av energi til strøm og fjernvarme
- Avdeling D: Rensing av røyk slik at utslippet fra Returkraft er miljøvennlig

På Returkraft er det mange ansatte, men i dette opplegget skal du møte 4 "ansatte" som har utdanning innen realfag fra universitetet:

Mathur er utdannet innen matematikk, og du finner ham på avdeling A. Han har ansvar for søppelpriser og søppelvekt. Han holder oversikt over antall søppelbiler som kommer inn og sørger for at krana jevnlig mater ovnen med nok søppel slik at temperaturen i ovnen er stabil.

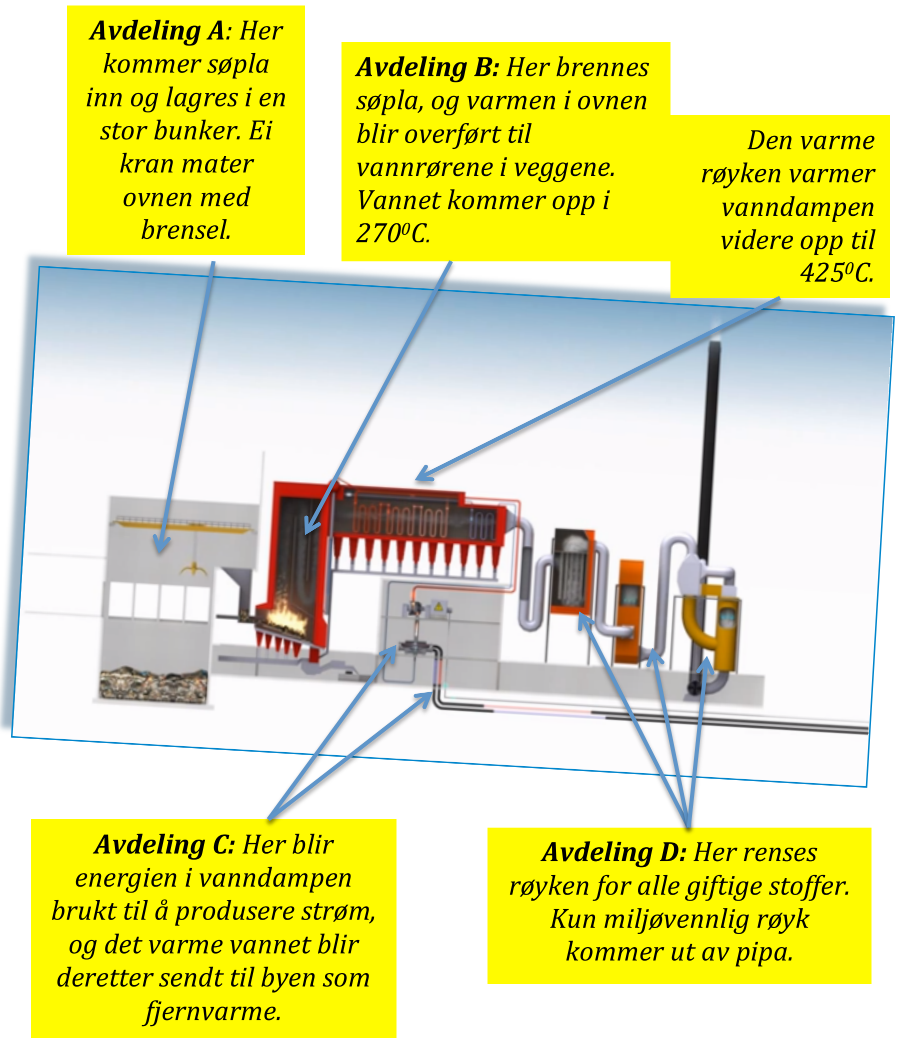
Jenni har ansvar for ovnen og oppvarming av vannet. Hun er utdannet fysiker og er ekspert på termodynamikk. Hun er leder for avdeling B i bedriften og overvåker at Returkraft hele tiden gjenvinne så mye energi som mulig. Jenni sørger for at vanndampen som sendes til avdeling C har riktig temperatur og trykk.

Vinni er utdannet maskiningeniør og er ekspert på el-kraft. Han har ansvar for at den varme vanndampen driver turbinen/generatoren som produserer strøm og at det varme vannet blir sendt som fjernvarme til byen. Dette er avdeling C.

Milleur er en dyktig, fransk kjemiker, og hun har ansvar for avdeling D. Her blir røykgassen renset for de miljøfarlige stoffene slik at Returkraft er blant de beste miljøbedriftene i verden.

Program for realfagdagen på Returkraft:

- Felles informasjon i auditoriet
- Omvisning i avdeling A, B og C
- Oppgaveløsing i grupper
- Lunsj
- Felles oppsummering i auditoriet
- Omvisning i avdeling D
- Oppgaveløsing i grupper
- Oppsummering i fellesskap og avslutning i auditoriet




lektor2
Returkraft

Vedlegg 13.17: Elevhefte B

Til elevene

I dag skal dere ha en hel dag med realfag på Returkraft. Dere skal få litt informasjon, gå rundt på anlegget og arbeide i grupper med matematikk.

Dette heftet er delt i to. Første del skal dere arbeide med før lunsj og andre del etterpå. Det er ikke meningen at alle skal rekke alle oppgavene. I dag er det viktigere å forstå hva dere gjør enn å finne svar på så mange oppgaver som mulig.

1. Les tekstene høyt for hverandre i gruppa og diskuter problemet.
2. Deretter prøver dere å løse oppgavene, og alle skriver ned et forslag til løsning i sitt eget hefte. Ikke vær redd for å si ifra hvis dere ikke forstår dette. Hjelp hverandre og søk gjerne hjelp hos læreren.
3. Alle i gruppa må jobbe med de samme oppgavene samtidig.

Plan for dagen

09.00-09.15	Velkommen, utdeling av vest, hjelm og head-set.
09.15-09.45	1. omvisning: Kontrollrommet, ovnen, kjelen og generatoren.
09.45-11.00	Gruppearbeid i skolestua: Første del av dette heftet.
11.00-11.15	Lunsjpause.
11.15-11.45	Oppsummering i amfiet.
11.45-12.05	2. omvisning: aske, ovnsdørene, posefilter, katalysator, Scrubber og pipe.
12.05-13.05	Fortsettelse av gruppearbeidet: Andre del av heftet.
13.05-13.25	Oppsummering i amfiet.
13.25-13.30	Takk for i dag

NB! Du har ikke lov til å gå alene i fabrikkområdet. Du må alltid ha med en person som har gjennomgått et sikkerhetskurs.

Oppgavene i dette heftet og det heftet du fikk på skolen før besøket på Returkraft, er utarbeidet i forbindelse med min masteroppgave i matematikkdidaktikk ved Universitetet i Agder 2014/2015. Tittelen på forskningsprosjektet: "Meningsfylte matematikkoppgaver? En casestudie fra ungdomsskoleelevers aktiviteter knyttet til algebra på en bedrift."

Kristiansand, oktober 2014
Evert Dean

1.1 Returkraft mottar avfall

Les dette høyt og svar på spørsmålene: Mathur er på avdeling A. Her tømmes søpla i en stor bunker. I løpet av ett år leveres ca 130 000 tonn søppel. Returkraft tar betaling for å brenne søpla vår. Nå skal dere hjelpe Mathur med å sende regninger til forskjellige kommuner som leverer søppel. Prisen er 1300 kr for 1 tonn søppel.

Hva må de betale for 2 t (tonn) søppel?

___

Hva må de betale for 4 t søppel?

___

Hva må de betale for 6 t søppel?

___

Les høyt: Antall tonn søppel som blir levert, kan variere fritt og uavhengig fra 0 til mange tusen tonn! Dette tallet kalles i matematikk-språket for en **uavhengig variabel.**

Men regningen Mathur skal sende til kommunene, er avhengig av antall tonn med søppel som blir levert. I matematikk-språket kaller vi dette tallet for en **avhengig variabel**.

Det er en sammenheng mellom søppelmengden **(uavhengig variabel)** og regningen **(avhengig variabel).** *Forklar denne sammenhengen.*

___

___

___

___

___

___

Hjelp Mathur med å regne ut hva kommunene skal betale eller hvor mye søppel de har levert:

Antall tonn med søppel (uavhengig variabel)	Regningen (avhengig variabel)
7 t	
11 t	
14 t	
	26 000 kr
350 t	
	1 950 000 kr

1.2 Energien i søpla

Les høyt: Returkraft brenner søppel og produserer varmt vann. I gjennomsnitt ble 1 kg søppel omdannet til 11,1 MJ (Mega-Joule) med varmeenergi i 2013. Det kalles i tabellen for **brennverdi.**

Driftsrapport

Returkraft

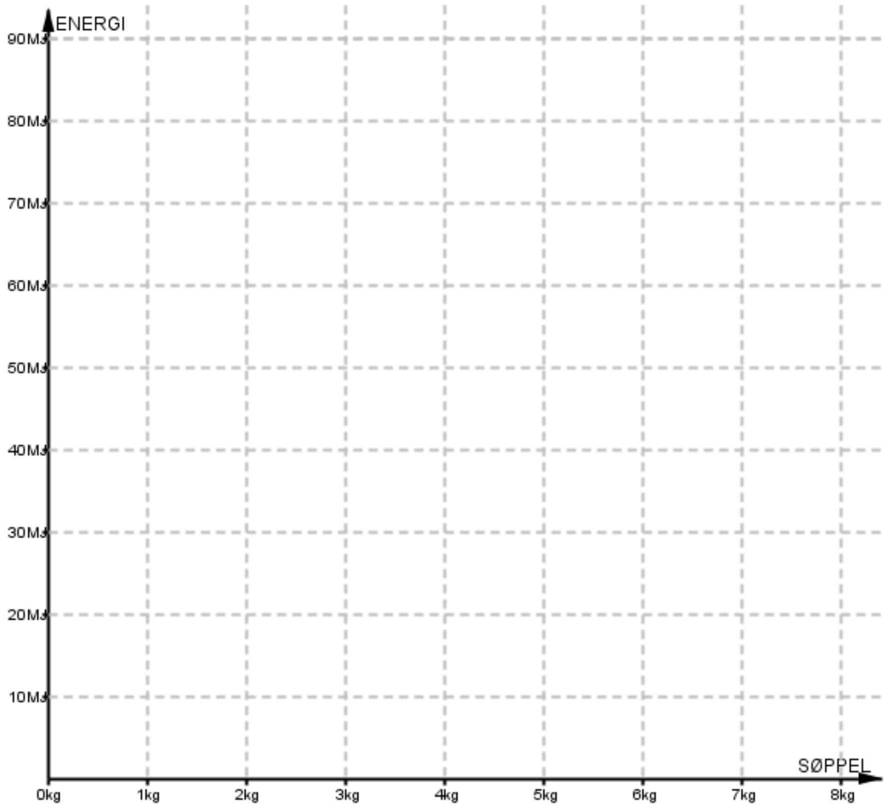
Desember 2013 = Årsrapport 2013

		Desember		Hittil i år			Hele
		2013		2012	2013		2013
		Faktisk	Budsjett	Faktisk	Faktisk	Budsjett	Budsjett
Produksjon							
Avfall til anlegg	Tonn	10 813	12 196	132 496	138 620	131 490	131 490
Brensel til ovn	Tonn	12 316	12 196	129 747	133 597	131 490	131 490
Brensel til ovn	Tonn/h	16,6	16,9	15,7	16,1	16,4	16,4
Produksjon kjel	MWh	32 789	31 032	324 175	340 840	344 358	344 358
Produksjon kjel	MW	44,3	43,0	39,2	41,0	43,0	43,0
Brennverdi	MJ/Kg	11,5	11,0	10,8	11,1	11,0	11,0

Søppelmengden kan variere. *Fyll ut tabellen under som viser sammenhengen mellom søppelmengde* ***(uavhengig variabel)*** *og energi* ***(avhengig variabel).***

Avhengig variabel: energi		**11,1 MJ**					
Uavhengig variabel: søppel	**0 kg**	**1 kg**	**2 kg**	**3 kg**	**5 kg**	**6 kg**	**8 kg**

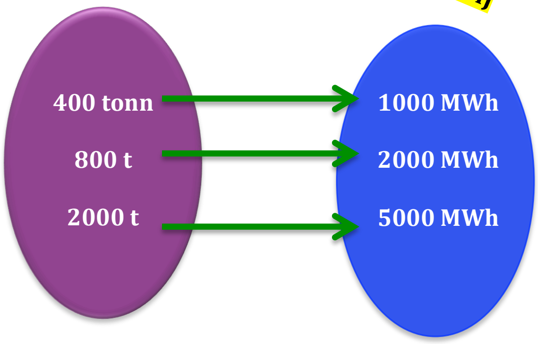
Dette kan også fremstilles med en graf i et koordinatsystem. Horisontalt finner vi antall kg søppel. Vertikalt finner vi energien i det varme vannet. *Du må hjelpe Mathur med å merke punkter i koordinatsystemet som viser sammenhengen mellom søppelmengden og energien. 1 kg søppel tilsvarer 11,1 MJ energi osv.*



1MWh = 1000 kWh
1 kWh = 3,6 MJ

1.3 Returkraft omdanner avfall til energi

Les høyt: Jenni passer på at den kjemiske energien i søpla omdannes til varmeenergi i vannet. Hun måler energien i ***Mega-Watt-timer*** (***MWh).*** Jenni har regnet ut at Returkraft må brenne 400 tonn søppel for å produsere omtrent 1000 MWh energi. Her ser dere sammenhengen mellom søppelmengden og antall Mega-Watt-timer energi.



*Forklar sammenhengen mellom **søppelmengden** og **energien** som omdannes til varme:*

Her ser du driftsrapporten fra Returkraft med de faktiske tallene for desember 2013:
12 316 tonn søppel ble brent, og det ble omdannet til **32 789 MWh energi.**

Driftsrapport

Desember 2013 = Årsrapport 2013

		Desember		Hittil i år			Hele
		2013		2012	2013		2013
		Faktisk	Budsjett	Faktisk	Faktisk	Budsjett	Budsjett
Produksjon							
Avfall til anlegg	Tonn	10 813	12 196	132 496	138 620	131 490	131 490
Brensel til ovn	Tonn	12 316	12 [illegible]96	129 747	133 597	131 490	131 490
[illegible]	Tonn/h	[illegible]	1[illegible],9	15,7	16,1	16,4	16,4
Produksjon kjel	MWh	32 789	[illegible]032	324 175	340 840	344 358	344 358
[illegible]	MW	44,3	43,0	39,2	41,0	43,0	43,0
Brennverdi	MJ/Kg	11,5	11,0	10,8	11,1	11,0	11,0

Hvilken sammenheng eller forhold finner du mellom disse to tallene? Vis utregningen her:

1.4 Jenni elsker algebra

Les høyt: Jenni tenker slik: For å finne ut hvor mye energi vi kan få ut av søpla, må jeg finne vekta på søpla og multiplisere det med et bestemt tall. Jeg skriver det slik:

energi	**er lik**	**et tall**	**multiplisert med**	**søppel**
energi	=	**et tall**	*	**søppel**

eller enda kortere som en matematisk **formel:**

$$y = k * x$$

Tallet k er en konstant. Det viser en bestemt **sammenheng** mellom søppelmengde og energien som blir produsert. Jenni vet at det produseres 1000 MWh energi hvis de brenner 400 tonn søppel. Ut fra disse opplysninger kan hun finne k.

$$1000 = k * 400$$

Du må hjelpe Jenni med å regne ut k-verdien. Vis hvordan du tenker.

Men k-verdien kan variere. *Gi to eksempler på hvordan regnestykket ser ut med **andre k-verdier:***

	=		*	
	=		*	

Nå skal du finne en gjennomsnittlig k-verdi. Se i driftsrapporten under. I hele 2013 ble det produsert 340 840 MWh energi, samtidig som det ble puttet inn 133 597 tonn søppel i ovnen.

Driftsrapport

Returkraft

Desember 2013 = Årsrapport 2013

		Desember		Hittil i år			Hele
		2013		2012	2013		2013
		Faktisk	Budsjett	Faktisk	Faktisk	Budsjett	Budsjett
Produksjon							
Avfall til anlegg	Tonn	10 813	12 196	132 496	138 620	131 490	131 490
Brensel til ovn	Tonn	12 316	12 196	129 747	133 597	131 490	131 490
Brensel til ovn	Tonn/h	16,6	16,9	15,7	16,1	16,4	16,4
Produksjon kjel	MWh	32 789	31 032	324 17[illegible]	340 840	344 358	344 358
Produksjon kjel	MW	44,3	43,0	39,2	41,0	43,0	43,0
Brennverdi	MJ/Kg	11,5	11,0	10,8	11,1	11,0	11,0

Hvor mye energi får de ut av 1 tonn søppel? Vis hvordan du tenker, men utregningen kan du ta på lommeregneren.

$$y = k * x$$

Rund av den nye k-verdien du fant til én desimal og lag noen regnestykker med formelen over. Du velger fritt en x-verdi og regner ut y-verdien som passer til.

1.5 Mengden avfall endrer seg

Les høyt: Returkraft bruker **k-verdien *2,6.*** Jenni skriver denne formelen: $y = 2{,}6 * x$

Alle matematikere ønsker å skrive formler så korte som mulig, og derfor har alle blitt enige om at vi kan sløyfe multiplikasjonstegnet mellom tall- og bokstavsymboler.

$2{,}6 * x$ betyr det samme som $2{,}6x$ Derfor skriver Jenni fra nå av: $y = 2{,}6x$

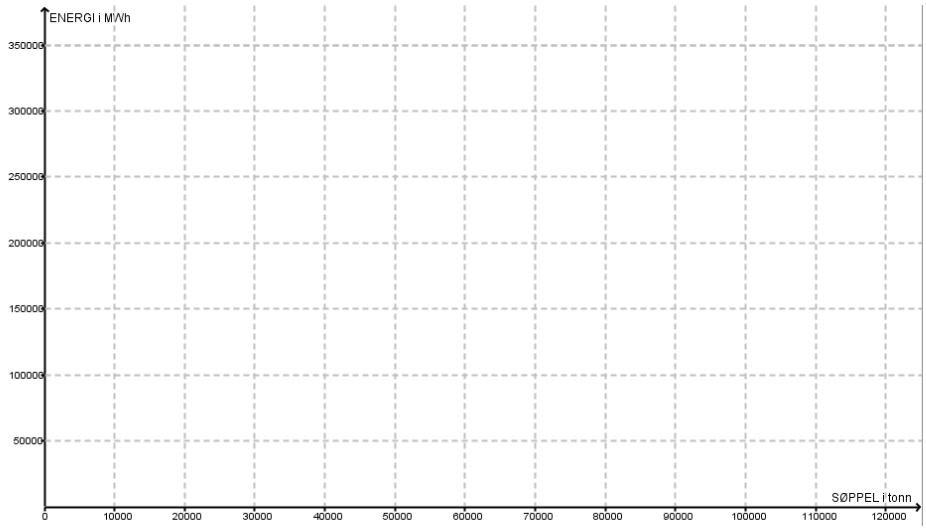
Forklar hva disse symbolene betyr:

y	
=	
2,6	
x	

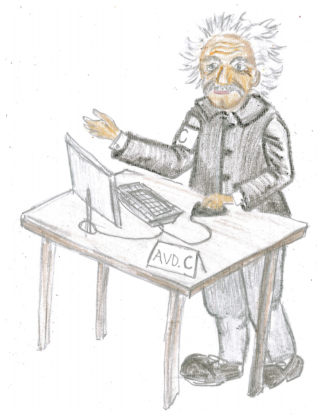
Jenni vil lage en tabell som viser sammenhengen mellom søppel og energi når vi bruker formelen y = 2,6x. Her har Jenni valgt x-verdier. *Du skal bruke formelen, regne ut de riktige y-verdiene og sette dem inn i tabellen.*

x: **søppel**	0	15 000	30 000	60 000	100 000	130 000
y: **energi**						

Bruk de verdiene som står i tabellen på forrige side, sett inn punktene i dette koordinat-systemet og tegn grafen:



1.6 Noe av energien blir solgt som strøm:



Les høyt: Vinni har ansvar for produksjon av strøm og fjernvarme. Vanndampen driver en turbin-generator som produserer strøm, men bare 1/5 eller 20 % av den totale energien selges som strømenergi.

Hvis 1 tonn søppel blir omdannet til 2,5 MWh varmeenergi, hvor mye av dette selges som strømenergi?

____

Her har du en oversikt over antall tonn søppel som ble brent i ovnen og antall MWh strøm som ble solgt hver måned i 2013:

	Jan	Feb	Mar	Apr	Mai	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Des
Brensel til ovn i tonn	12693	10696	10296	10689	10901	11050	11811	11889	6633	12796	11827	12316
Salg av strøm i MWh	5721	4722	4773	5666	5962	6573	6723	7369	2210	7730	6777	7269

En måned blir det brent mindre søppel i ovnen enn ellers. *Hvilken måned skiller seg ut fra de andre, og hvorfor tror du det er slik?*

____

____

Her bruker vi fortsatt den samme generelle formelen:

$$y = kx$$

men nå er det en annen sammenheng mellom x og y.

x er den uavhengige variabelen, og det er fortsatt søppelmengden som blir brent.

y er den avhengige variabelen, men nå er dette kun den delen av energien som blir brukt til å produsere strøm. Det er noe nytt.

k er forholdet mellom disse to tallene.

Velg to måneder fra tabellen på forrige side og finn sammenhengen eller forholdet mellom søppelmengde og strømmen som blir solgt disse månedene. Rund av til én desimal. Vis hvordan du tenker når du regnet.

Mathur har funnet k-verdien for én av månedene i 2013 og laget denne tabellen:

y: **strøm**	**0**	**8595**	**17190**	**34381**	**57301**	**74491**
x: **søppel**	**0**	**15 000**	**30 000**	**60 000**	**100 000**	**130 000**

Du skal finne ut hvilken måned det kan være. Vis hvordan du har regnet for å komme frem til svaret.

Hvorfor tror du at ***k*** *kalles en* ***konstant*** *selv om den kan ha forskjellige verdier, mens både* ***x*** *og* ***y*** *kalles* ***variabler*** *fordi de kan variere?*

1.7 Funksjoner, hva er det?

Les høyt: I dag har dere lært noe om sammenhengen mellom tall. Tenk deg at i disse sirklene til høyre fins det en mengde tall.
Du kan fritt velge et tall blant alle de tallene som fins i den **fiolette sirkelmengden,** og når du har valgt et tall, vil det kun være ett tall i den **blå sirkelmengden** som passer helt nøyaktig.
I matematikk pleier vi ofte å skrive et symbol for et ukjent tall eller et tall som kan variere. Her bruker vi symbolet x for alle tallene i den **fiolette sirkelmengden** som vi kan velge blant. For tallene som passer helt nøyaktig i den **blå sirkelmengden,** bruker vi symbolet y.

Tenk på denne sammenhengen:

1 tonn søppel blir omdannet til 3 MWt energi.

Tallet **1**, som vi finner i den fiolette sirkelmengden, står en i en sammenheng med tallet **3** i den blå sirkelmengden. Matematisk kan vi skrive denne sammenhengen slik:

$$x \mapsto 3x$$

Du velger et tall (x) helt fritt i den fiolette sirkelmengden, og så multipliserer du dette tallet med 3 for å finne det andre tallet i den blå sirkelmengden som står i en bestemt sammenheng. Det nye tallet kaller vi y.

$$x \mapsto 3x = y$$

Hvis du velger at **x** er tallet 2, tenker du **3** * 2 = 6. Da er y = 6.
Hvis du velger at **x** er tallet 5, tenker du **3** * 5 = 15. Da er y = 15.
En slik ordning mellom to mengder med tall kalles i matematikken for **en funksjon**. Vi bruker symbolet f .

På Returkraft kan de brenne mellom 0 og 130 000 tonn med søppel i året. Hvis ovnen er slukket, brenner de ikke noe søppel. I løpet av én time kan de brenne 15 t søppel, i løpet av én dag 350 t og én måned 10 000 t. Alle disse tallene finner du i den fiolette figuren. Det kalles i matematikken for **definisjonsmengde** med symbolet D_f.

For å finne tallet i den blå sirkelen som hører sammen med tallet i den fiolette, må du multiplisere med et bestemt tall. Dette tallet kalles **en konstant**.
Hvis f eks konstanten er 3, vil du finne en slik sammenheng:

- Ikke søppelbrenning: 3 * 0 = 0
- 1 time: 3 * 15 = 45
- 1 dag: 3 * 350 = 1050
- 1 måned: 3 * 10 000 = 30 000
- 1 år: 3 * 130 000 = 390 000

Alle disse svarene finner du i den blå figuren, og de kalles for funksjonens **verdimengde** med symbolet **V_f.**

Når vi jobber med funksjoner, kan vi tenke at det går en tråd mellom ett tall i den fiolette sirkelen til ett bestemt tall i den blå. Tallet 15 i den fiolette kan ikke gå til flere ulike tall i den blå. Kun ett, og det er 45.

For at alle skal skjønne at en formel er en funksjon, pleier matematikere å skrive:

$f(x) = 3x$ i stedet for $y = 3x$.

f(x) uttales: ***f av x.*** Symbolet ***f*** viser at det er en funksjon, og **x**-en som står i parentesen, er de verdiene vi kan velge fra den fiolette sirkelen. Hvis vi skriver: $f(350) = 3 * 350 = 1050$, betyr det at **x** = 350 og **y** blir da 1050. Hvis du jobber med mange ulike funksjoner på én gang, har du lov til å gi dem forskjellige navn. Prøv å lese disse formlene:

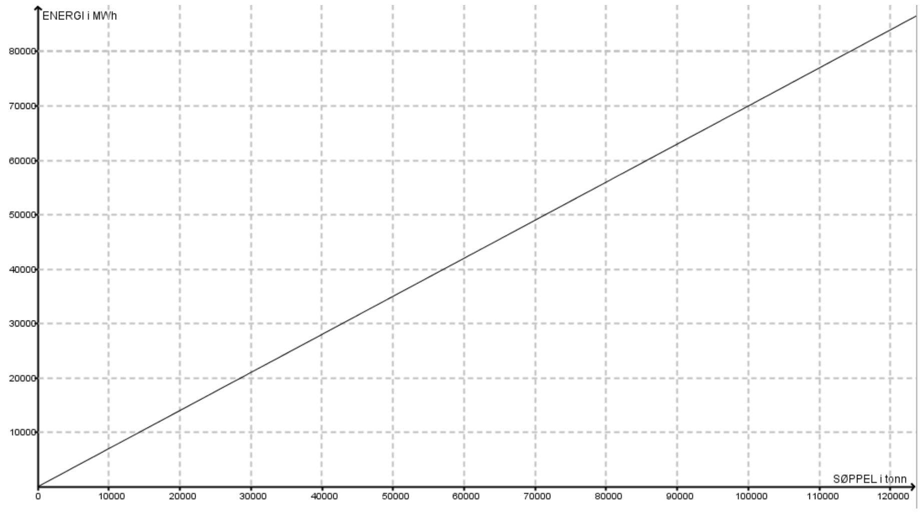
$f(x) = 2,6x$ $g(x) = 0,55x$ $h(x) = 1,7x$

x-verdiene i **definisjonsmengden** (D_f) kalles **uavhengig variabler**. Men så regner du ut hva **y** må bli ved å sette inn et tall for x i funksjonsformelen: ***f(x)= 2,6x***. Og svaret på utregningen er en **avhengig variabel**, og du finner disse svarene (y) i funksjonens **verdimengde** (V_f).

Tallet foran ***x*** kalles **konstant.** Den viser hvor mye vi skal multiplisere ***x***-verdiene med for å finne ***y.***

1.8 Energi som fjernvarme

Vinni har laget denne grafen for salg av fjernvarme:



Fyll inn noen aktuelle verdier i denne tabellen:

x					
y					

Finn et funksjonsuttrykk (formel) som passer med disse verdiene:

g(x) =

Vinni påstår at tallet 100 000 MWh ikke fins i funksjonens ***verdimengde****. Hvorfor ikke?*

____

____

Hva er den laveste verdien i ***definisjonsmengden*** *til denne funksjonen?*

____

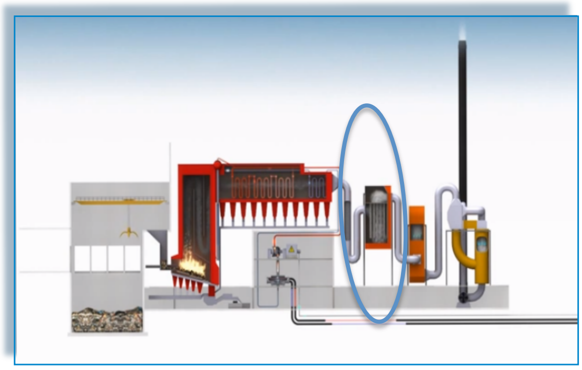
NÅ ER DET LUNSJ!

1.9 Felles oppsummering i plenum ledet av læreren

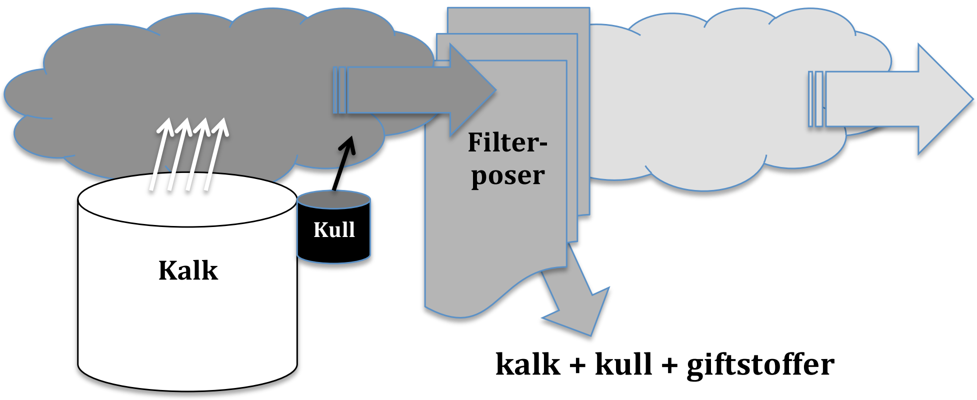
Uavhengig variabel:
Avhengig variabel:
Konstant:
Hvordan kan du finne sammenhengen mellom x og y?
Hva er en graf i et koordinatsystem?
Hva er en tabell?
Gi eksempler på formler som er funksjoner.
Hva er forskjellen på en graf som har formelen $y = 2x$ og $y = 3x$
Hva betyr symbolene: $f(x) = 2{,}6x$

Tips til læreren: *Dere kan snakke sammen om disse spørsmålene. Elevene kan også skrive ned sine egne svar eller de svarene dere kommer frem til i fellesskap. Hvis du har skrevet ned disse spørsmålene på forhånd og lagret det på en minnepenn, kan du vise dette på utstyret til Returkraft og bruke det i forbindelse med gjennomgangen.*

2.1 Filterposene



Les dette: Røykgassen fra ovnen sprøytes med kull- og kalkpulver før røyken går gjennom 900 filterposer. Kull og kalk reagerer med tungmetaller og giftige gasser. Disse giftene blir partikler som henger seg fast i filtrene mens røyken går videre. Filterposene fungerer som en støvsuger der partiklene blir samlet opp. Mange tonn filterstøv sendes til spesielle avfallsplasser (spesialdeponi) for sikker lagring. Milleur har ansvar for rensing av røykgassen.



2-3 uker hvert år må de stoppe produksjonen på Returkraft. Da skal ovnen renses og utstyret vedlikeholdes. Men ellers er det som regel full produksjon hele døgnet, hele uken gjennom. I 2013 var det 8316 timer med produksjon.

Hvert år blir 4 000 tonn med filterstøv med gift renset ut av røyken. Hvor mange kg med gift blir det hver time? Sett opp regnestykket og finn svaret på lommeregneren.

2.2 Sammenhengen mellom søppel og giftstoffene

Les dette: I løpet av ett år blir ca 130 000 tonn med søppel brent, og filterposene klarer å fange ca 4000 tonn med farlige stoffer. Under til venstre ser du en figur som skal illustrere av en stor haug med søppel som veier 130 000 tonn. Til høyre tegner du hvor stor haug du tror det blir med farlige stoffer som veier 4000 tonn. Prøv å få forholdet så riktig som mulig.

Søppel som blir brent: 130 000 tonn *Farlige stoffer: 4000 tonn*

Milleur bruker fortsatt den samme formelen for å finne sammenhengen mellom x og y:

$$y = k * x$$

Hun setter opp utregningen på denne måten:

$$4\,000 = k * 130\,000$$

$$\frac{4000}{130\,000} = \frac{k * \cancel{130\,000}}{\cancel{130\,000}}$$

$$0{,}03 = k$$

Se på utregningen til Milleur. Diskuter i gruppa hvordan hun har regnet ut k-verdien.

Forklar hvorfor denne k-verdien er så liten.

2.3 Vi bruker funksjonen for støvfilteret

Les dette: Milleur har funnet ut at forholdet mellom søppel **(x)** og filterstøvet som blir renset ut **(y)**, kan uttrykkes med denne formelen: **y = 0,03x**

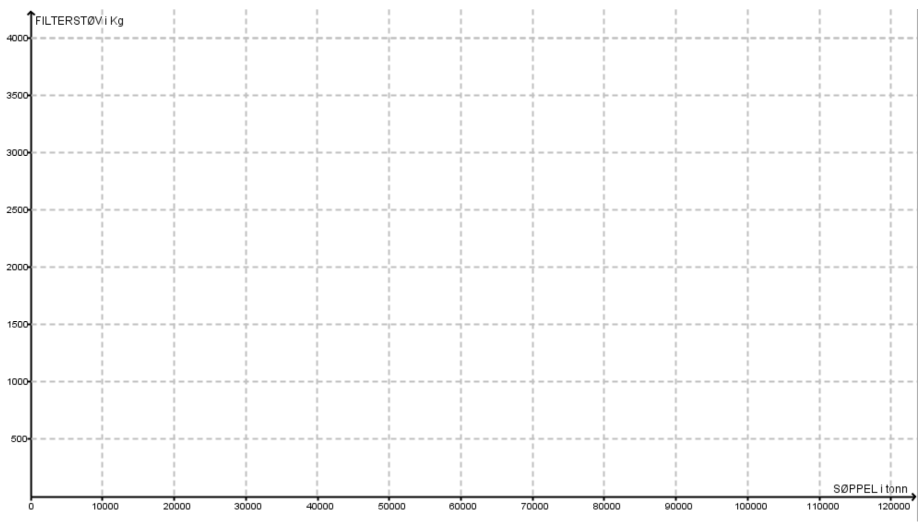
Det betyr at hvis du multipliserer søppelmengden med konstanten **0,03**, finner du mengden med filterstøv. Dette er en formel for et funksjonsuttrykk. Mange matematikere liker å skrive det på denne måten: ***f(x) = 0,03x***

Symbolet ***f*** betyr at det er en funksjon, og symbolet **(x)** betyr at her er det x som varierer og velges fritt. Vi leser det slik: "f av x er lik 0,03x". I stedet for *f*(x) kan en kalle funksjoner for *g*(x), *h*(x), *i*(x) osv.

Bruk formelen f(x) = 0.03x og finn x eller y. Fyll inn i denne tabellen:

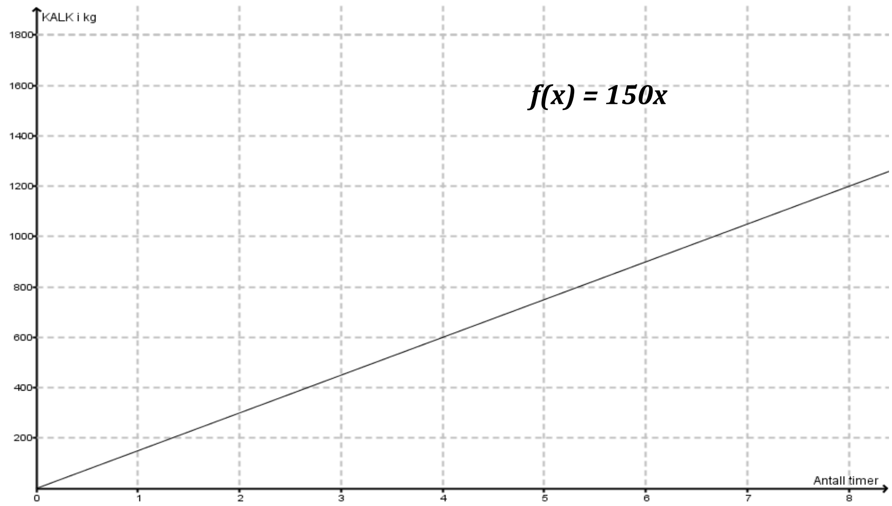
x			**40 000**					**120 000**
y	**0**	**300**				**2700**		

Bruk disse verdiene til å lage en graf. Sett inn to tallpar og trekk ei rett linje.

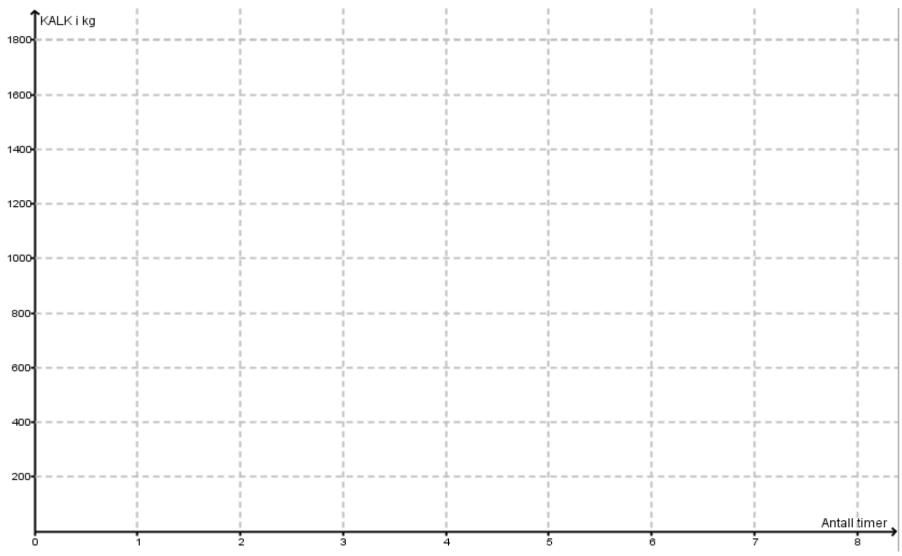


2.4 Bruk av kalk

Les dette: Kalk reagerer med de farlige gassene i røyken og blir til små partikler som blir renset ut i filteret. Det varierer hvor mye kalkpulver Returkraft bruker. Hvis det er mye svovel, klor og fluor i røykgassen, må de øke doseringen til 200 kg kalk i timen. Hvis det er mindre farlige gasser, kan de redusere dette til150 kg/h. Her har du en graf som viser at Returkraft sprøyter inn 150 kg i timen:



Lag en ny graf g(x) som viser at kalkmengden har økt til 200 kg i timen.

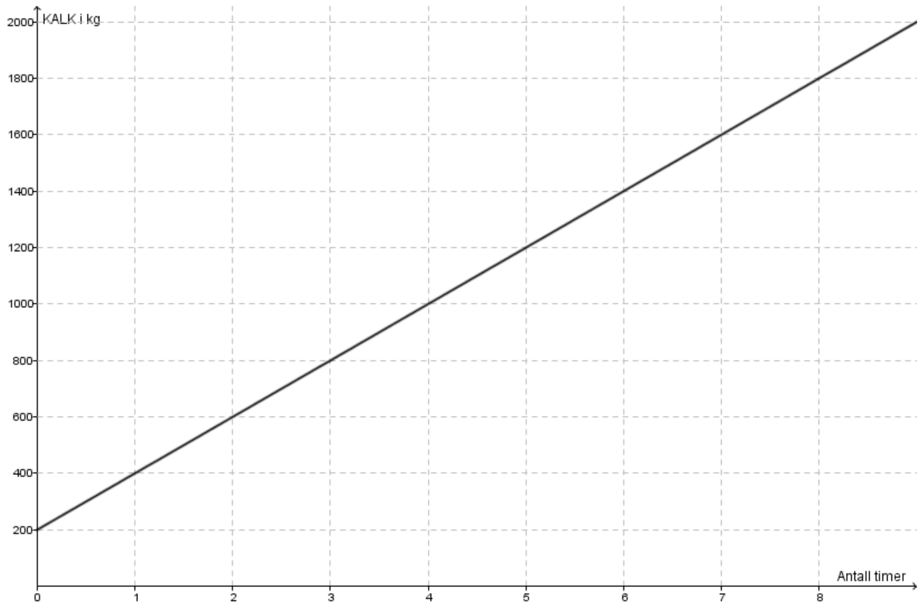


Hva blir formelen til funksjonen g(x) hvis de sprøyter inn 200 kg i timen?

Hva er forskjellen på disse to formlene?

*Ofte kalles **k (konstanten)** for **stigningstallet**. Hvorfor tror du de bruker dette navnet?*

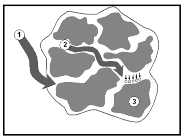
Her er også en graf. Legg merke til at den ikke går gjennom origo (0,0).



Forklar hva den viser, og prøv å finne en grunn for at den ikke går gjennom origo (0,0).

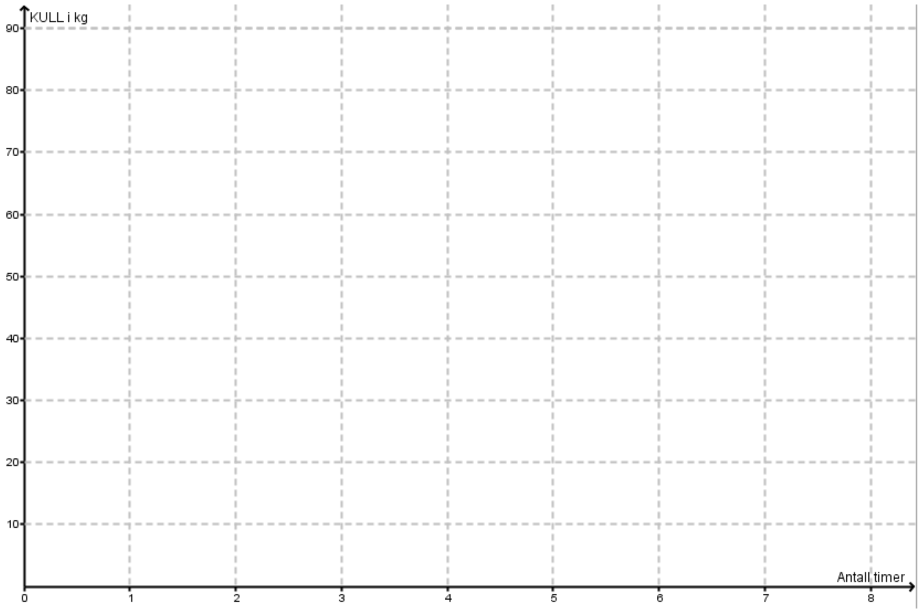
Hvordan tror du formelen til denne funksjonen blir?

2.5 Røykgassen renses for tungmetaller



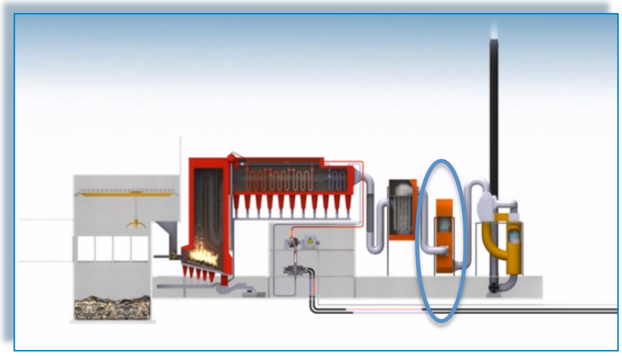
Les dette: På side 16 i dette heftet leste du om hvordan Returkraft renser røykgassen. I den forbindelse bruker de også formelen ***f(t) = 7t***. De har byttet symbolet ***x*** med ***t*** som den uavhengige variabelen. *Forklar ved hjelp av denne formelen og det du har lest på side 16, hva som skjer.*

*Tegn en graf som passer til formelen **f(t) = 7t**.*



Denne grafen ligner på grafene på side 19. Hvordan er det mulig når de avhengige variablene er så forskjellige?

2.6 Katalysator



Les dette: I røykgassen fins det også nitrogenoksyd (NOx) som er svært forurensende for naturen. Ved forbrenningen i ovnen reagerer noe av nitrogenet med oksygen og lager gassen. Returkraft bruker ammoniakk for å bli kvitt denne miljøgiften. Etter filterrensingen går røyken gjennom en katalysator. Her blir røykgassen sprøytet med ammoniakk (NH_3). Det skjer en kjemisk reaksjon og resultatet blir til nitrogen (N_2) og vann (H_2O), som er helt naturlige deler av lufta vi puster i.

$$4\,NO + 4\,NH_3 + O_2 \rightarrow 4\,N_2 + 6\,H_2O$$
$$NO + NO_2 + 2\,NH_3 \rightarrow 2\,N_2 + 3\,H_2O$$

Her ser du en driftsrapport fra Returkraft. Lag en formel og en graf på neste side som kan passe til katalysatoren.

Driftsrapport

Returkraft

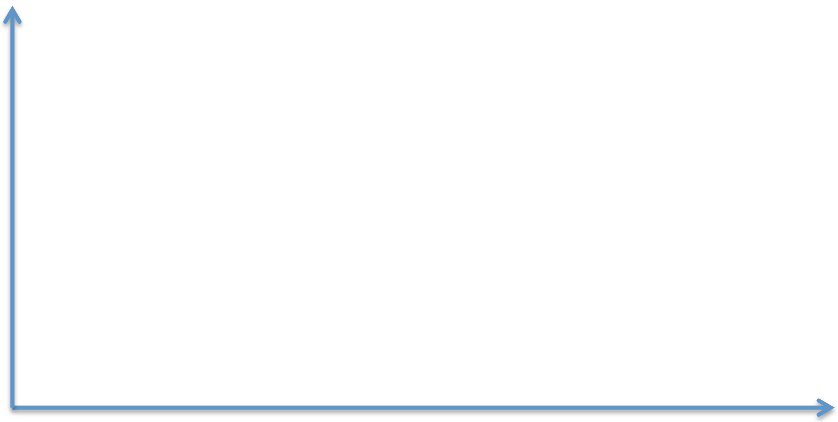
Desember 2013 = Årsrapport 2013

		Desember		Hittil i år			Hele
		2013		2012	2013		2013
		Faktisk	Budsjett	Faktisk	Faktisk	Budsjett	Budsjett
Forbruk							
Kalk	kg/tonn brensel	8,6	12,6	12,0	12,0	13	13
Kull	kg/tonn brensel	0,40	0,35	0,36	0,37	0,35	0,35
Filterstøv	kg/tonn brensel	36	41	41	41	41	41
Strømforbruk	KWh/h	1 590	1 700	1 565	1 627	1 700	1 700
Ammoniakk	kg/tonn brensel	2,5	2,3	2,3	2,2	2,3	2,3
NaOH	kg/tonn brensel	0,5	0,10	0,1	0,5	0,1	0,1
Oversize	kg/tonn brensel	6,0	7,0	7,0	8,2	7,0	7,0
Aske	% av brensel	20,6	22,0	21,3	20,9	22,0	22,0

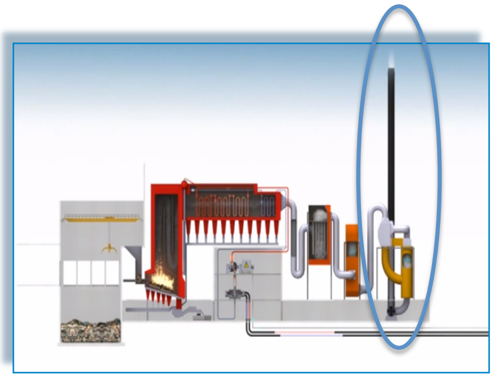
Skriv ned hvilke tall du har valgt fra driftsrapporten:

Formel:

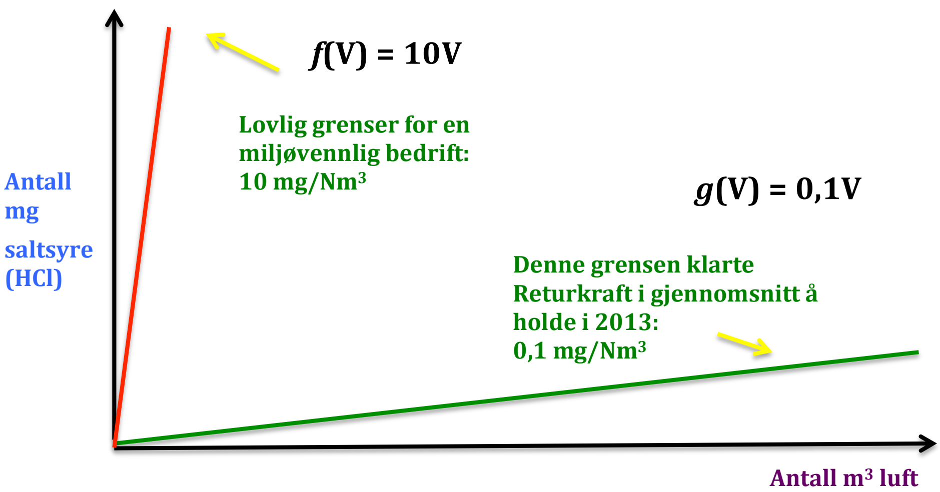
Graf: (husk verdier på aksene)



2.7 Scrubber og pipe



Les dette: Til slutt blir røykgassen vasket i Scrubber. I et vasketårn fjernes rester av klor og svovelforbindelser og det som måtte være igjen av støv og tungmetaller etter posefiltrene. I vasketårnet dusjes røyken med finstøvet vann. Det som til slutt slipper ut gjennom pipa, er hvit, luktfri røyk som består av vanndamp, CO_2, nitrogen og oksygen. Dette er naturlige bestanddeler i lufta vår. Men selv med så omfattende renseprosesser, vil det allikevel alltid være veldig, veldig små mengder med giftstoffer som er igjen i røyken og kommer ut av pipa. Staten har laget regler for hvor mye Returkraft har lov til å slippe ut. Det er f eks bestemt at grensen for saltsyre (HCl) er 10 mg pr kubikkmeter (m^3) røyk med normalt (N) trykk. Det skrives 10 mg/Nm^3. Det betyr at det er lov til å være 10 mg (0,01 gram) med saltsyre i en kubikkmeter med røyk uten at det regnes som skadelig for miljøet. Men Returkraft klarer å holde dette tallet på 0,1 mg/Nm^3 eller 0,0001 gram pr kubikkmeter. Det betyr at de kun slipper ut 1/100 i forholdet til det de har lov til! Symbolet for den **uavhengige variabelen** er nå endret til **V** (volum). Forskjellen mellom resultatene på Returkraft og lovlig grense kan fremstilles slik:



Here er en oversikt over statens grenser for utslipp av giftstoffer og resultatene fra Returkraft fra 2013. Alle tallene er mg/NM^3:

Stoffer	Statens grenser	Resultatene fra Returkraft
HCl	10	0,1
SO_2	50	2,7
Støv	10	1,6
CO	50	4,4
TOC	10	1,2
HF	1	0,0
NO_x	200	30

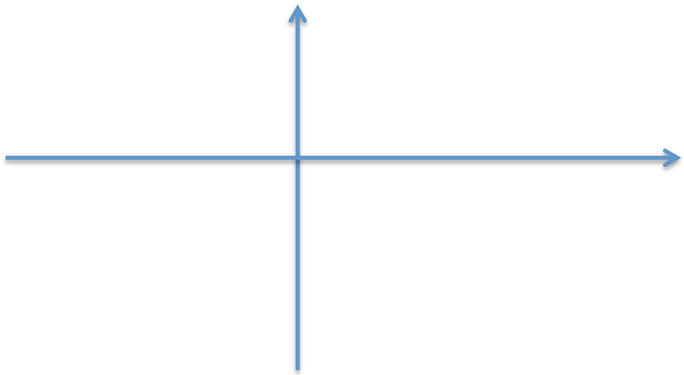
Velg ut en av de andre giftstoffene og vis forskjellen på grafene mellom lovlig grense og resultatet fra Returkraft i dette koordinatsystemet. Skriv også formelen for grafen.

2.8 Lineære funksjoner

I dag har du jobbet med **lineære funksjoner**, og grafene til slike funksjoner er alltid rette linjer. Det er nok å kjenne to punkter for å tegne ei rett linje. Disse lineære funksjonene kan skrives på formen ***y = kx***. I matematikkspråket sier vi at ***y*** og ***x*** er **proporsjonale størrelser.** To størrelser som øker eller minker i samme forhold, kaller vi proporsjonale størrelser, og symbolet ***k*** kalles da **proporsjonalitetskonstanten.** Grafen til slike funksjoner går gjennom origo (0,0). I dag har alle x-er og y-er vært positive, for søppelmengden som kastes i ovnen kan ikke være f eks minus 5 tonn, og vi kan heller ikke omdanne dette til negativ energi. Men andre ganger går grafene fra minus uendelig til pluss uendelig. De matematiske symbolene som brukes for lineære funksjoner, kan være forskjellige, men uttrykker det samme forholdet. Det er lurt å kjenne dem igjen!

f(x) = kx **g(x) = ax** **y = mx**

Proporsjonalitetskonstanten kan noen ganger være negativ. Hvordan tror du grafen da ser ut? F eks **g(x) = -5x** *Prøv å tegne grafen her:*



Noen ganger er det også aktuelt med et lite tillegg. Hvis de f eks søler ut noe kalk som ikke kan brukes, går det totalt med litt ekstra. Da går ikke grafen gjennom origo, men krysser litt oppe på den vertikale aksen (y-aksen). Den mengden med stoff som er sølt ut, blir alltid i tillegg til den mengden de bruker. Grafen blir seende slik ut:

Funksjonsuttrykket er på formen ***f(x) = ax + b*** der ***a*** viser stigningen på grafen og kalles **stigningstallet**. Men ***b*** er et tillegg og kalles **konstantleddet.** Symbolene ***f(x) = ax + b*** passer for alle lineære funksjoner. Hvis ***b*** = 0, forsvinner det siste leddet og uttrykket blir ***f(x) = ax.*** **<u>Det er de lineære funksjonene som er proporsjonale, og som du har jobbet mest med i dag.</u>** *Men hva tror du skjer med* ***f(x) = ax + b*** *hvis* ***a = 0*** *og* ***b = 5****?*

2.9 Felles oppsummering i plenum

Hva har du lært om funksjoner i dag?

Hva kan vi bruke funksjoner til?

Hvilken betydning har Returkraft når det gjelder miljøvern og fremtiden?

Tips til læreren: *Dere kan snakke sammen om disse spørsmålene. Elevene kan også skrive ned sine egne svar eller de svarene dere kommer frem til i fellesskap. Hvis du har skrevet ned disse spørsmålene på forhånd og lagret det på en minnepenn, kan du vise dette på utstyret til Returkraft og bruke det i forbindelse med gjennomgangen.*


TAKK FOR I DAG!
lektor2
Returkraft

Vedlegg 13.18: Oversikt over elevhefte A - oppgaver

Elevhefte A: Oversikt over oppgavene

Elevkode/ oppgavenr	1	2	3	4	5	6	
Tor	2	2	2	3	3	3	
P43							ikke godkjent deltak.
W36							ikke godkjent deltak.
D44							ikke godkjent deltak.
Lui	2	2	2	3	3	3	
Kaj	2	3	1	3	3	3	
Jon	2	2	2	3	3	3	
Dag	2	2	2	3	3	2	
Bia	2	3	2	3	3	0	
Odd	3	2	1	3	3	3	
Tom	2	2	2	3	3	3	
Xia	2	2	3	3	3	3	
Isa	1	2	0	3	3	2	ikke godkjent intervju
Eva	3	2	2	3	2	3	
Rut	2	3	1	3	3	0	
Siw	3	2	2	3	3	3	
Liv	3	2	2	3	3	3	
Ina							ikke levert heftet
Mia	2	2	2	0	3	0	
Ann	3	2	2	3	3	3	
Tua							fravær
May	2	2	0	3	3	3	ikke godkjent intervju
Møy	2	3	1	3	3	2	
Ada	3	3	0	3	3	0	
T64							fravær
Unn	2	2	0	0	0	0	
Eli	2	2	2	2	3	3	
	2,24	2,24	1,48	2,67	2,81	2,14	

1	Tegn av hva som skjer på Returkraft
2	Tegn/beskriv hvordan energien omdannes
3	Hvorfor selges ikke all energi
4	Sammenhengen mellom to tallsom er hoderegning
5	Oppgitt sammenheng, finn tall som mangler
6	To krevende verdier, finn sammenhengen

3	Detaljert tegning/forklaring som viser stor forståelse/rett utregning
2	Omtrentlig tegning/forklaring som viser at en har noe forståelse/nesten rett utregning
1	Ikke forstålig tegning /forklaring, feil forståelse/feil utregning
0	Ikke gjort

Vedlegg 13.19: Oversikt over elevhefte A - oppsummering

Elevhefte A: Oppsummering

Elevkode/oppgavenr	Hva har du lært i matematikk?	Hva har du lært i naturfag?	
Tor	0	0	
P43			ikke godkjent deltakelse
W36			ikke godkjent deltakelse
D44			ikke godkjent deltakelse
Lui	0	0	
Kaj	0	0	
Jon	0	0	
Dag	0	0	
Bia	0	0	
Odd	0	0	
Tom	Jeg har lært om måling av energi	Forskjellige typer energi	
Xia	0	0	
Isa	0	0	ikke godkjent intervju
Eva	0	0	
Rut	0	0	
Siw	0	0	
Liv	0	0	
Ina			ikke levert heftet
Mia	0	0	
Ann	0	0	
Tua			fravær
May	0	0	ikke godkjent intervju
Møy	0	0	
Ada	0	0	
Evy			fravær
Unn	0	0	
Eli	0	0	

Vedlegg 13.20: Oversikt over elevhefte B – oppgaver

Oppgavehefte
B oversikt

Elevkode/oppgave	1.1abc	1.1d	1.1e	1.2a	1.2b	1.3a	1.3b	1.4a	1.4b	1.4c	1.4d	1.5a	1.5b	1.5c	1.6a	1.6b	1.6c	1.6d	1.6e	1.8a	1.8b	1.8c	1.8d	2.1	2.2a	2.2b	2.3a	2.3b	2.4a	2.4b	2.4c	2.4d	2.4e	2.4f	2.5a	2.5b	2.5c	2.6a	2.6b	2.6c	2.7	2.8a	2.8b
Tor	3	3	2	3	3	3	3	3	0	3	1	2	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P43																																											
W36																																											
D44																																											
Lui	3	3	3	3	3	2	3	3	2	3	3	3	3	2	3	3	3	0	0	0	0	0	0	3	2	3	3	2	3	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Kaj	3	3	3	3	3	2	3	3	2	3	3	3	3	2	3	3	3	2	0	0	0	0	0	3	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Jon	3	3	3	3	3	2	3	3	2	3	3	3	3	2	3	3	3	0	0	0	0	0	0	3	2	3	3	2	3	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Dag	3	3	3	3	3	2	3	3	2	3	3	3	3	2	3	3	3	0	0	0	0	0	0	3	2	3	3	2	3	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Bia	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	3	0	1	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Odd	3	3	3	3	3	3	1	3	2	3	3	3	2	2	3	3	0	0	0	0	0	0	0	3	1	1	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tom	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	3	1	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Xia	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3	3	3	3	3	3	1	0	0	0	0	0	0	3	1	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Isa	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3	3	3	2	3	3	0	0	0	0	0	0	0	3	1	3	3	3	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Eva	3	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	1	0	0	0	0	0	0	3	3	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Rut	3	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	1	0	0	0	0	0	0	3	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Siw	3	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	1	0	0	0	0	0	0	3	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Liv	3	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	1	0	0	0	0	0	0	3	3	3	3	3	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Ina	3	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	1	0	0	0	0	0	0	3	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Mia	3	2	3	3	3	3	3	3	1	3	3	3	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	3	2	3	3	3	3	1	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Ann	3	2	3	3	3	3	3	3	1	3	3	3	3	2	3	3	0	0	0	0	0	0	0	1	2	3	2	3	3	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tua	3	2	3	3	3	3	3	3	1	3	3	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	1	2	3	2	3	3	3	3	1	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
May	3	2	3	3	3	3	3	3	1	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	3	2	3	3	3	3	1	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Møy	3	2	3	3	3	3	3	3	1	3	3	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	1	2	3	2	1	2	3	3	0	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Ada	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3	3	3	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	3	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Evy	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3	3	3	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Unn	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3	3	3	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	3	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Eli	3	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3	3	3	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	3	3	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

3	Detaljert tegnin/forklaring som viser stor forståelse/rett utregning
2	Omtrentlig tegning/forklaring som viser at en har noe forståelse/nesten rett utregning
1	Ikke forstålig tegning /forklaring, feil forståelse/feil utregning
0	Ikke gjort

Vedlegg 13.21: Oversikt over elevhefte B – oppsummering

Elevhefte B: Oppsummering

Elev/oppg	Uavhengig variabel	Avhengig variabel	Konstant	Sammenheng x og y	Graf	Tabell	Eksempler formler	forskjell 2x og 3x	Hva betyr f(x)=2,6x	Hva har du lært om funksjoner	Hva kan vi bruke funksjoner til	Returkraft og miljøvern/frem tid
Tor	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Hvordan Returkraft funker	0
P43												
W36												
D44												
Lui	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Sjekke energi fra søppel	finne ut hvor mye det kommer av noe	Viktig rolle
Kaj	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Kan skrive f(x) i stedet for y	0	Miljøvennlig måte å få vekk søppel pg lage strøm/varmvann
Jon	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Kan skrive f(x) i stedet for y	0	Stor betydning for fremtiden, ren røyk
Dag	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Lært om f(x) og g(x), uavhengig og avhengig variabel	0	Miljøvennlig måte å få vekk søppel
Bia	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Formler av uavhengig og avhenig variabel, sammenheng mellom størrelser	0	Beskytter miljøet vårt
Odd	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Bruke funksjoner i ulike tilfeller	Kan bruke det til å regne ut jobb ting	Hvis alle var som Returkraft hadde det vært veldig bra
Tom	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Lært om uavhengig og avhenig variabel	Beregne mengde, priser og behov	Stor betydning, driver miljøvennlige tiltak og gir varme strøm
Xia	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Lært mye men husker ikke hva funksjoner er	Er ikke helt sikker	Bedre for miljøet
Isa	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Lært om funksjoner på en annen måte som var bra	Er ikke helt sikker	Stor betydning
Eva	et ukjent tall som varierer	avhengig av den uavhengige	sammenheng mellom avhengig og uavhengig	0	Viser hvordan noe forandrer seg	0	y=kx	0	0	Lært formler til ulike variabler	Sammenhengen mellom avhenig og uavhengig variabel	Stor betydning, varmer opp vann
Rut	et ukjent tall som varierer	0	sammenheng mellom avhengig og uavhengig	A:U=k	Viser hvordan noe forandrer seg	0	0	0	0	Lært å bruke det, nytt for meg, veldig gøy.	finne sammenhengen	Stor betydning for fremtiden, ren røyk
Siw	0	avhengig av den uavhengige	sammenheng mellom avhengig og uavhengig	0	Viser hvordan noe forandrer seg	0	y=kx	0	0	Formler med uavhengige og avhengige variabler	finne sammenhengen	Stor betydning
Liv	et ukjent tall som varierer	et ukjent tall som varierer etter den uavhengige variabelen	Sammenheng mellom A og U	Dele den uavhengige variabelen på den avhengige	Viser hvordan noe forandrer seg	0	0	0	0	Lært om formler til uavhenige og avhengige variable, grafer, blitt bedre i algebra	finne sammenhenger	Stor betydning for fremtiden, ren røyk
Ina	et ukjent tall som varierer	0	Sammenheng mellom A og U	Dele den uavhengige variabelen	Viser hvordan noe forandrer seg	0	0	0	0	formler i ulike variabler	finne sammenhenger	Stor betydning
Mia	0	0	0	0	0	0	0	0	0	stigningstall forandrer seg	regne ut grafer	ombruk og gjenvinning
Ann	0	0	0	0	0	0	0	0	0	stigningstall	0	bra jobb for miljøet
Tua	0	0	0	0	0	0	0	0	0	lettere enn det jeg trodde, formler med uavhengige og avhengige variabler	bruke funksjoner til å finne ukjente tall	brenner mijøvennlig
May	0	0	0	0	0	0	0	0	0	stigningstall	regne ut grafer	ombruk og gjenvinning
Møy	0	0	0	0	0	0	0	0	0	ingenting	fremstille to forskjellige ting	viktig for fremtiden
Ada	0	0	0	0	0	0	0	0	0	funksjon viser sammenhengen mellom to størrelser	vise sammenhengen mellom to størrelser	Lærerikt
Evy	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Funksjoner viser sammenhengen mellom to størrelser	0	0
Unn	0	0	0	0	0	0	0	0	0	formler med uavhengige	0	0
Eli	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Bra for miljø

Vedlegg 13.22: Elevenes opplevelser fra heftene

Fra elevheftene:

Hva er elevenes opplevelser av disse aktivitetene når de skjer på denne bedriften?

Ada: *Dette var lærerikt og veldig gøy! Fortsett med dette.*

Tua: *Jeg har lært at det er mye lettere enn det jeg trodde.*

Liv: *Det var veldig lærerikt…Jeg har blitt bedre i algebra.*

Rut: … *syntes det var velig gøy å gjøre dette her på returkraft.*

Isa: *… det var en annen måte å lære på som var bra.*

Xia: *Har sikkert lært mye, men husker ikke hva funksjoner er. Er ikke helt sikker.*

Isa: *Jeg er ikke helt sikker* (på hva vi kan bruke funksjoner til).

Møy: (Hva har du lært om funksjoner i dag?) *Ingenting. Vet ikke* (hva vi kan bruke funksjoner til).

Vedlegg 13.23: Oversikt over film/lyd før lunsj

	Oversikt over gruppa som løser Hefte B før lunsj	
00:00:00	Rigger seg til i gruppa	
00:00:30		
00:01:00		
00:01:30	Leser side 3 øverst	
00:02:00	Løser de tre øverste oppgavene på side 3	
00:02:30		
00:03:00		
00:03:30	Leser side 3 nederst to ganger.	
00:04:00		
00:04:30	Diskuterer avh og uavh / sammenhengen	
00:05:00	SammenhengenVARIABEL-BEGREPET	
00:05:30		
00:06:00	Diskuterer med Evert om sammenhengen	
00:06:30		
00:07:00		
00:07:30	dyrere å levere mer søppel?	
00:08:00	sammenhengen	
00:08:30	Sosikulturelle læringssyn!	
00:09:00	Skriver ned svaret på oppgaven side 3 nederst.	
00:09:30	1300 er den uavhengige!	
00:10:00		
00:10:30	Leser side 4 øverst og løser oppgaven. NB: Lett å jobbe innenfor en representasjon	
00:11:00		
00:11:30		
00:12:00		
00:12:30	Oppgave 1.2. Leser høyt. Diskutere tokning av empirien.	
00:13:00	Løser tabellen side 5 øverst.	
00:13:30		
00:14:00	Leser om grafen side 5	
00:14:30	Gå fra tabell til graf. Legg merke til B42: Må vi bare gjette? Legg merke til 44,4 må huske å hoppe over 4 og 7.	
00:15:00		
00:15:30		
00:16:00		
00:16:30	Hjelper hverandre. Sosikulturelt læringssyn!	
00:17:00		
00:17:30		
00:18:00	Leser 1.3 side 6 øverst.	
00:18:30		
00:19:00	Diskuterer begrepet sammenhengen, uavhengige og avhengige	
00:19:30		
00:20:00	Feilen fra side 3 kommer opp igjen. Diskuterer sammenhengen	
00:20:30	Utforskning, spørrende tilnærming.	
00:21:00		
00:21:30	Uavhengig og avhengig	
00:22:00	Steinbring kontekst,	
00:22:30		
00:23:00	Leser Driftsrapport side 6 nederst.	
00:23:30		
00:24:00	Finner sammenhengen.	
00:24:30		
00:25:00		
00:25:30		
00:26:00	Leser side 7	
00:26:30		
00:27:00	Diskuterer symbolene	
00:27:30	Jobber innenfor samme representasjon, lett!	
00:28:00		
00:28:30		
00:29:00	Diskuterer valg av k på side 7 nederst. Variabel	
00:29:30		
00:30:00	Hjelper hverandre, sosiokulturelt læringssyn.	
00:30:30		
00:31:00		
00:31:30		
00:32:00		

00:32:30	Det går fort når vi har det gøy.	
00:33:00	Leser fra side 8	
00:33:30	Letter nå å finne k! Regner ut oppgave øverst side 8	
00:34:00		
00:34:30		
00:35:00		
00:35:30	Leser nederst side 8	
00:36:00	Løser oppgave nederst, bruk av variabler x og y	
00:36:30		
00:37:00		
00:37:30		
00:38:00		
00:38:30	Leser høyt fra side 9 øverst	
00:39:00	Forklaring av symbolene. Steinbring!	
00:39:30	k er sammenhengen eller et varierende tall	
00:40:00	y er ?	
00:40:30	Hva er =?	
00:41:00	Forståelse av den uavhengige og avhengige	
00:41:30		
00:42:00	Leser nederst side 9	
00:42:30	Fra formel til tabell	
00:43:00	Leser helt nederst side 9, trykkfeil skaper forvirring.	
00:43:30		
00:44:00		
00:44:30		
00:45:00	**Avklaring av feilen!**	
00:45:30	Overgang fra tabell til graf. Mer problematisk enn tidligere pga verdiene på x-aksen	
00:46:00	Hjelper hverandre!	
00:46:30		
00:47:00		
00:47:30		
00:48:00		
00:48:30	Diskusjon med lærer om grafen	
00:49:00		
00:49:30	Ikke stolpediagram, men linjediagram	
00:50:00	Trekker fra pkt til pkt,	
00:50:30	Ikke rett linje	
00:51:00	Egentlig være rett, hvorfor ikke	
00:51:30	Hvor mange punkter trenger dere for å lage ei rett linje?	
00:52:00		
00:52:30	Jeg skjønte ikke det	
00:53:00		
00:53:30	Forklaring	
00:54:00		
00:54:30	Aha! Men hvor går linja?	
00:55:00		
00:55:30		
00:56:00		
00:56:30		
00:57:00	Leser side 10.	
00:57:30	Jobber med prosent,	
00:58:00	Leser en gang til	
00:58:30		
00:59:00		
00:59:30	Hjelper B42 med prosent, Vygotsky.Men lå utenfor den Proximale sone	
01:00:00		
01:00:30		
01:01:00		
01:01:30		
01:02:00	Leser videre på side 10	
01:02:30	Leser i tabellen at det er september.	
01:03:00		
01:03:30	Hopper over det nederst på siden, fordi vi skjønner det	
01:04:00	Leser øverst side 11	
01:04:30	Diskusjoner om hvilken sammenheng det er snakk om.	
01:05:00	Ingen diskusjon om feil valg av fremgangsmåte?	
01:05:30		
01:06:00		

01:06:30	Nesten snittet?	
01:07:00		
01:07:30		

Vedlegg 13.24: Oversikt over film/lyd plenum 1

	Oversikt over 1. plenum	
	Hva skjer	Teori/stikkord
00:00:00	Tilrigging	
00:00:30	Slå opp på side 15. Oppsummering	
00:01:00		
00:01:30	Uavhenig variabel	
00:02:00	May svarer først	Steinbring
00:02:30	Siw	variabel mot kontekst
00:03:00	Bia	påvirker
00:03:30	Tom	
00:04:00		
00:04:30	Tua	kontekst
00:05:00	Avhengig variabel Liv svarer først	steinbring
00:05:30		
00:06:00	Konstant Eva svarer først	teori, teori
00:06:30	Fant konstanten Liv svarer først	
00:07:00	skriv det ord - jente svarer	representasjonsskifte
00:07:30		
00:08:00	Liv	
00:08:30	graf	
00:09:00	Ann + ukjent jente	
00:09:30		
00:10:00	Tabell Jon	
00:10:30		
00:11:00		
00:11:30	Eksempler på formler	
00:12:00		

Vedlegg 13.25: Oversikt over film/lyd etter lunsj

	Oversikt over gruppa som løser Hefte B etter lunsj
00:00:00	Tilrigging
00:00:30	
00:01:00	
00:01:30	
00:02:00	
00:02:30	
00:03:00	
00:03:30	
00:04:00	
00:04:30	
00:05:00	Starter på 2.1
00:05:30	
00:06:00	
00:06:30	
00:07:00	Diskuterer
00:07:30	
00:08:00	
00:08:30	
00:09:00	Fant ut av det
00:09:30	
00:10:00	
00:10:30	
00:11:00	Leser 2.2.
00:11:30	
00:12:00	Diskuterer tegningen som illustrer søppelbjerget og farlige stoffer
00:12:30	Liv er mest aktiv i oppgaveløsningen
00:13:00	Inquiry
00:13:30	
00:14:00	
00:14:30	
00:15:00	
00:15:30	
00:16:00	
00:16:30	
00:17:00	
00:17:30	
00:18:00	
00:18:30	
00:19:00	
00:19:30	Leser resten av side 17
00:20:00	De diskuterer hvorfor k verdien er så liten
00:20:30	forholdet
00:21:00	
00:21:30	
00:22:00	
00:22:30	
00:23:00	
00:23:30	
00:24:00	
00:24:30	
00:25:00	
00:25:30	Leser 2.3
00:26:00	
00:26:30	
00:27:00	Leser f(x) og ler
00:27:30	Forståelsen av symbolene
00:28:00	
00:28:30	Hva var vanskelig? Tolkning av f(x) = 0,03 x NB!
00:29:00	
00:29:30	
00:30:00	Hva er x og hva er y?
00:30:30	
00:31:00	
00:31:30	Forholdet og utfylling av tabellen
00:32:00	

00:32:30	Knyttes til tidligere blå farge
00:33:00	Bedre å skrive opp som et algebrastykket
00:33:30	
00:34:00	
00:34:30	
00:35:00	Tolkning av symbolene
00:35:30	
00:36:00	Tolkning av f(x)
00:36:30	
00:37:00	
00:37:30	
00:38:00	Diskuterer hva det betyr å dele på mindre enn 1
00:38:30	Er noe av problemet at de forlater konteksten og forholder seg kun til tallene og symbolene?
00:39:00	
00:39:30	
00:40:00	
00:40:30	
00:41:00	
00:41:30	
00:42:00	
00:42:30	
00:43:00	Over til graf
00:43:30	
00:44:00	
00:44:30	
00:45:00	
00:45:30	
00:46:00	Kun ett pkt for å tegne den rette linjen.
00:46:30	
00:47:00	
00:47:30	
00:48:00	
00:48:30	
00:49:00	
00:49:30	
00:50:00	Leser 2.4.
00:50:30	
00:51:00	Er f(x) lik y?
00:51:30	
00:52:00	Diskuterer hva som er x og hva som er y
00:52:30	Timene den ukjente!
00:53:00	
00:53:30	
00:54:00	
00:54:30	
00:55:00	
00:55:30	
00:56:00	
00:56:30	
00:57:00	
00:57:30	
00:58:00	
00:58:30	
00:59:00	
00:59:30	
01:00:00	
01:00:30	
01:01:00	
01:01:30	
01:02:00	
01:02:30	
01:03:00	
01:03:30	
01:04:00	
01:04:30	
01:05:00	
01:05:30	
01:06:00	

01:06:30	
01:07:00	
01:07:30	

Vedlegg 13.26: Oversikt over film/lyd plenum 2

	Oversikt over plenum 2	
	Hva skjer	Teori
00:00:00	Tilrigging	
00:00:30		
00:01:00	Sitte i ro i 5 minutter og fylle ut	
00:01:30		
00:02:00		
00:02:30	Lærer forklarer begrepet funksjon	
00:03:00	Ulf og Per går rundt og hjelper	
00:03:30	Liv forklarer funksjoner til Siw	Begrepet funksjoner
00:04:00	Evert til Per	OBS
00:04:30	Elev forklarer Ulf om grafen	
00:05:00	Evy og Ada	funksjoner
00:05:30		
00:06:00		
00:06:30		
00:07:00		
00:07:30		
00:08:00	Felles oppsummering: Hva har du lært om funksjoner i dag?	
00:08:30	Siv og Ada	Funksjoner
00:09:00		
00:09:30		
00:10:00	Tua	Kontekst forklare en tabell
00:10:30		Sier noe om oppgavene, konteksten
00:11:00	Liv	Graf ett punkt for en strek
00:11:30	b(x) = 50*x + 1000	bursdagsfunksjon
00:12:00		tolkning av uttrykket
00:12:30	Jon	
00:13:00		
00:13:30		
00:14:00		
00:14:30	Evy	
00:15:00	Hvilken betydning har Returkraft mht miljøvern og fremtiden	
00:15:30	Fortsatt bursdag Unn	
00:16:00	Variabel	
00:16:30	Ann	
00:17:00	May	
00:17:30		Symbol
00:18:00	Eva	
00:18:30	y = b(x) - Rut	
00:19:00	Tua	
00:19:30		
00:20:00		
00:20:30		
00:21:00		

Vedlegg 13.27: Oversikt over film/lyd intervju

	Oversikt over gruppa som ble intevjuet	
	Spm	**Teori / stikkord**
00:00:00	Tilrigging	
00:00:30		
00:01:00		
00:01:30		
00:02:00		
00:02:30		
00:03:00		
00:03:30		
00:04:00		
00:04:30		
00:05:00		
00:05:30		
00:06:00		
00:06:30	Hvordan opplevde dere å arbeide med matematikk på Returkraft? Hva var bra med dette?	
00:07:00		Sosikulturelle læringssyn
00:07:30		
00:08:00		Konteksten
00:08:30	Hvorfor tror dere det var bra?	
00:09:00		
00:09:30	Hva var dårlig med dette?	
00:10:00		Følte det var bra.
00:10:30		
00:11:00	Hvorfor tror dere det var dårlig?	
00:11:30		Inquiry/vanlig matematikktime
00:12:00	Vant til at læreren presentere en fremgangsmåte?	Kontekst, hva skal vi bruke det til
00:12:30	Var var annerledes enn vanlige timer på skolen?	
00:13:00		Kontekst
00:13:30		
00:14:00	Var det mer som var annerledes?	Oppsummering
00:14:30		Ikke grupper, jobber alene
00:15:00		Oppsummering
00:15:30	Hvordan synes dere oppgavene var? Hva var bra med disse oppgavene?	Bare trekke streken
00:16:00		
00:16:30		Symbolene
00:17:00	Hvorfor tror dere at de var bra?	Kontekst
00:17:30	Ekte form?	
00:18:00		Konteksten
00:18:30		
00:19:00	Hva var dårlig med disse oppgavene?	
00:19:30	Var dere surrete	Symbolene
00:20:00		
00:20:30		
00:21:00		
00:21:30		
00:22:00		
00:22:30		
00:23:00		Uavhengig og avhengig
00:23:30		
00:24:00		
00:24:30		Symboler
00:25:00		Bursdag
00:25:30		
00:26:00		
00:26:30		
00:27:00		
00:27:30		
00:28:00	Var oppgavene for lette, passelige eller for vanskelige?	Gruppearbeidet
00:28:30		
00:29:00		
00:29:30		
00:30:00	Hvordan var disse oppgavene i forhold til dem dere jobber med på skolen?	

00:30:30		
00:31:00		
00:31:30		Gruppearbeid
00:32:00		
00:32:30		
00:33:00		
00:33:30		
00:34:00		
00:34:30		
00:35:00		Gøy
00:35:30	Likte du å jobbe med disse oppgavene på Returkraft?	Likte det
00:36:00	Hvordan fungerte samarebeidet i gruppa? Kunne noe vært gjort annerledes?	
00:36:30	Hadde du lært mer av å sitte alene å arbeide i heftet	Gruppe
00:37:00		
00:37:30		Bare ta en k-verdi side 7
00:38:00		
00:38:30		
00:39:00	Hvordan var det å sitte i amfiet?	
00:39:30		
00:40:00	Hva lærte	Oppsummering, bursdag
00:40:30	Hva er algebra?	Deres tanker om algebra
00:41:00		Algebra i 8. klasse
00:41:30		Følelser om algebra
00:42:00		
00:42:30		
00:43:00		
00:43:30	Funksjon og fabrikken	Kontekst
00:44:00	Hva er funksjoner?	
00:44:30		Sammenhengen
00:45:00		
00:45:30	Andre emner?	
00:46:00		
00:46:30		
00:47:00		
00:47:30		Følelser for opplegget
00:48:00		

Vedlegg 13.28: Transkribering før lunsj

Elevgruppe på 5 elever arbeidet med del 2 av hefte B på Returkraft før lunsj.

(1) **Liv:** Vi skriver x gange 1300 er lik hvor mye du må betale. Så kan vi skrive sammenhengen (utydelig)
(2) **Siv:** x-en er det liksom hvor mye tonn det skal være?
(3) **Liv:** JA, det er liksom tonn søppel
(4) **Eva:** Men da tar vi jo den -
(5) **Liv:** =ja, men hvorfor skal vi gange
(6) (prater i munnen på hverandre)
(7) **Siv:** Men det står ikke i antall regninger du må betale
(8) **Rut:** Det er jo antall kroner du må betale
(9) **Siv:** Men hvis du skriver de der da, så får du liksom -
(10) **Eva:** Uavhengig variabel gange (.) nei
(11) **Liv:** Avhengig variabel er avhengig variabel gange uavhengig variabel er lik hvor mye
(12) du må betale
(13) **Eva:** Ja
(14) **Liv:** Jeg er sikker. Fordi x, avhengig av x og uavhengig er 1300
(15) **Siv:** Men hvis vi skrive det med avhengig
(16) **Liv:** Avhengig variabel gang, pluss uavhengig gange (.) avhengig variabel
(17) **Siv:** gange -
(18) **Liv:** =gange uavhengig variabel er lik regninga
(19) **Siv:** Ja
(20) **Rut:** Og den uavhengige variabelen det er x, er det ikke?
(21) **Liv:** Nei, det er 1300.
(22) **Rut:** Uavhengig, da vet vi jo ikke
(23) **Liv:** Avhengig, den er uavhengig av den og er uavhengig av den, det 1300 gange 6
(24) **Rut:** Ja
(25) **Eva:** Det er først uavhengig og så avhengig?
(26) **Rut:** Det har ikke noe å si
(27) **(---)** Går til side 4
(28) **Liv:** Hjelp Mathur med å regne (.) Sju tonn (.) Da er det bare å ta sju gange den. (.) Da er det bare å ta den. (.) Sju gange (utydelig)
(29) **Rut:** Og ja, da kan en bare gjør det
(30) **Liv:** Ja vi har kalkis
(31) **Rut:** Ok, skal vi finne ut hvor mange tonn det er , da må vi jo bare (.) 1300 var det ikke det
(32) **Eva:** Jo, 9100
(33) **Liv:** 9100
(34) **Rut:** På hvilket
(35) **Liv:** På første, først
(36) **Rut:** (latter)
(37) **Liv:** Og 11 gange
(38) **Eva:** 4000, nei 14300
(39) **Liv:** Ja
(40) **Rut:** Og det er fjortentusen
(41) **Eva:** 300
(42) **Siv:** 300
(43) **Rut:** Og den andre er 1000, nei 18200 (.).
(44) **Liv:** Og da må du bare dele på 1300
(45) **Rut:** Ja (.)
(46) **Liv:** 26 (4.0) 20
(47) **Rut:** 20 (.) Husk å skrive tonn (15.0)
(48) **Liv:** 455 000
(49) **Rut:** 455
(50) **Liv:**
(51) **Rut:** Hvor mange nuller er det?
(52) **Siv:** Tre
(53) **Rut:** 1 500 er svaret
(54) (---)
(55) Liv leser videre på side 5
(56) **Liv:** Det er jo bare å ta, 0 er 0. 1 er 11,1
(57) **Rut:** Må vi bare gjette oss frem?
(58) **Eva:** Er ikke det 11, 22, 33..
(59) **Rut:** Så må vi finne 11 og bare tippe litt?
(60) **Liv:** Det er bare å ta ca litt
(61) **Rut:** i stedet for å måle,
(62) **Liv:** Ta sånn ca her og så skrive 11,1
(63) **Ina:** I stedet for å måle
(64) **(latter)**
(65) **Rut:** Og skulle vi bare –
(66) **Liv:** 11,1 er med og så 2 (.)
(67) **Rut:** Gjør vi bare sånn? (.) Å ja skulle (.) Var det kryss vi skulle ha?
(68) **Liv:** Nei!
(69) **(prat i munnen på hverandre – latter)**
(70) **Liv:** Hvis du setter kryss, kan du bare dra opp

(71) **Rut:** Vi kan velge liksom
(72) **Liv:** Ja, ja.
(73) **Ina:** Er det ikke bare ta sånn ca oppover
(74) Rut: Jo (6.0)
(75) **Liv:** Nei vent litt, nå blir det feil her. 1, 2, 3 vi må ikke ta 4.
(76) **Ina:** Den står ikke her, det går ikke det (peker i heftet til Rut)
(77) **Siv:** Det går ikke det (peker i heftet til Rut)
(78) Rut: Å ja, skulle vi bare følge den
(79) **Siv:** Og ikke 4 (12.0)
(80) **Liv:** 7, ikke 6, å ja 6 (6.0)
(81) **Liv:** 88,8 (5.0)
(82) **Liv:** Jeg bare trekker sånn strek (4.0)
(83) **Rut:** Å nei
(84) **Ina:** Hva tok du?
(85) **Rut**: Jeg har ikke tenkt (.) Her er det 11,1
(86) **Ina:** 22,2 ; 33,3
(87) **Rut:** Litt lenger opp
(88) **Liv:** Sånn, sånn blir det jo (hun viser heftet til de andre)
(89) **Rut:** Må vi ikke ha det litt lengre opp
(90) (prater i munnen på hverandre
(91) (---)
(92) Rut leser på side 6 øverst.
(93) **Rut:** Det er i alle fall det at (.) sammenhengen (3.0)
(94) **Eva:** Søppelmengden er det lilla 400 tonn
(95) **Rut:** Ja (.)
(96) **Liv:** Og det er energi (4.0) Tusen mega-watt-timer
(97) **Rut:** Åtte, det er jo bare det, fire, det er den uavhengige (peker på den lilla), uavhengige, og det er den, nei det er den avhengige (peker igjen på den lilla) og det er den uavhengige (peker på den blå), er det ikke?
(98) **Ina:** Jeg tror ikke det er sånn her. (2.0)
(99) **Siv:** Jo, den er avhengig av den, det er den uavhengige og det er den avhengige. Den er avhengig av hva som er i den. (Peker i heftet til Ina)
(100) **Ina:** Det er jo sant
(101) **Rut:** For det er jo søppel, det er jo hvor mye søppel det er (peker på lilla ellipse i heftet) og det kommer ut (peker på blå ellipse). (7.0) Det er jo det samme, du tar uavhengig gange avhengig, nei
(102) **Eva:** Vi skal jo finne på en måte (bruker hendene som ei skålvekt) (.)
(103) **Rut:** sammenhengen
(104) **Eva:** sammenhengen
(105) **Rut:** Da tar du jo 400 gange x, nei
(106) **Eva:** Da får du jo –
(107) **Rut:** Det er jo 400 gange nei
(108) **Rut:** Hvis du tar 400 og deler på 2 liksom, så får du det (peker på den blå ellipsen)
(109) **Siv:** Hvis du tar 400 tonn delt på 1000
(110) **Rut:** Hva finner du da?
(111) **Liv:** Ta omvendt. Ta 1000 delt på 400
(112) **Rut:** Hva finner du da?
(113) **Liv:** Hvis du tar 1000 delt på 400. Vent lit: Ett tonn er lik 2,5 MWh
(114) **Eva:** Hæ?
(115) **Liv:** Ett tonn er lik 2,5 MWh
(116) **Rut:** Hvordan regnet du ut det? Tok du bare -
(117) **Liv:** Jeg tok 1000 delt på
(118) **Rut**: Det på 4.
(119) **Liv:** 1 t er lik 2,5 MWh (3.0) (De skriver dette i heftet).
(120) **Rut:** Er lik 2,5?
(121) **Liv:** Ja.(.) Men: da vet vi, da er jo (.)
(122) **Rut:** Da vet vi jo det, da er en-
(123) **Siv:** Ett tonn er lik
(124) **Liv:** Ett tonn er lik 2,5 MWh.
(125) **Rut**: Så da produserer det , hvis du ett tonn med søppel så produserer det 2,5 MWh. (.) Og da er det jo bare å skrive at sammenhengen, det er jo bare 1 gange -
(126) **Eva**: Det er jo bare 400 gange 2,5 (.) så får du sånn som det
(127) Ina: Det er jo sant
(128) **Rut:** Det må vi bare -
(129) **Liv:** JA, Det er jo egentlig bare det at den, den (den lilla ellipsen) er jo (.) av:hengig (2.0)
(130) **Rut:** Det er jo riktig det
(131) **Liv:** Den er jo 2,5 og da blir (.)
(132) **Eva:** Sammenhengen er 2,5 (.)
(133) **Liv:** Hva skal vi skrive (.)
(134) **Siv:** Uavhengig (.) uavhengig er
(135) **Liv:** Er ikke den avhengig av 2,5
(136) **???:** Nei
(137) **Rut:** Den er avhengig av -
(138) **Eva:** = av den.
(139) **Rut:** Ja
(140) **Liv:** Nei:
(141) **Rut**: <u>Jo</u>

(142) **Eva:** Hvis den hadde fått ett tonn mer, så hadde den forandret seg (Eva peker i heftet til Liv, Liv nikker)
(143) **Siv:** Men den hadde ikke forandret seg hvis den ikke hadde forandret seg (Siv peker i heftet til Liv).
(144) **Liv:** Vi må skrive gange 2,5 da, i stedet for 1300, så ganger vi det med 2,5 for å få den ….(vifter med hendene)
(145) (prat i munnen på hverandre)
(146) **Rut:** Liv, Liv, du tar jo x gange 2,5
(147) **Liv:** Ok, x gange 2,5 er lik (.) uavhengig eller avhengig?
(148) **Eva:** æm:
(149) **Rut:** Den avhengige variabelen
(150) **Liv:** Er lik den avhengige (.)
(151) **Rut**: variabelen (15.0)
(152) **Eva:** Men x, er det den uavhengige eller avhengige?
(153) **Liv:** Den uavhengige.
(154) (---)
(155) Rut leser fra side 7 øverst.
(156) **Rut:** *"… energi er lik et tall multiplisert med søppel"*
(157) **Liv:** Altså x gange søppel?
(158) **Siv**: Men den er jo inni den.
(159) **Ina:** Er det sånn at MWh er lik x gange-
(160) **Liv:** Kunne de ikke skrive s?
(161) **Ina:** =svaret?
(162) **Liv**: "*Tallet k er en konsonant. Det viser en bestemt* …"(utydelig og svakt) (5.0)
(163) **Ina:** Hva er k?
(164) **Rut:** K er en konsonant?
(165) **Liv:** Skal vi ta 1000 delt på 400 så får vi det? (.) 2,5
(166) **Rut:** *"Jenni vet at det produseres (.) energi …"* Er det ikke den da –
(167) **Liv:** Det er bare å ta 1000 delt på 400 så får du 2,5. Er det ikke det?
(168) **Rut:** Jo, men du skulle jo finne ut hva den dere
(169) **Eva:** 1000 er lik k gange 400
(170) **Ina:** Er lik tallet-
(171) **Rut:** Ja -
(172) **Ina:** =selv?
(173) **Rut:** Du har jo funnet det ut her.
(174) **Eva:** Det er jo bare vanlig ligning
(175) **Ina:** Er det ikke 2,5
(176) **Rut:** Hva er det du skulle få? Er det k
(177) **Siv:** Hva k-en er
(178) **Ina:** Er ikke k 2,5?
(179) **Eva:** Det er jo bare å ta vanlig ligning
(180) **Rut:** Det er jo bare å ta tusen delt på 4–
(181) **Eva:** =400 (.)
(182) **Liv:** What?
(183) **Rut:** Å ja, men du kan bare ta
(184) **Siv:** Det er jo bare vanlig ligning, du må få vekk
(185) **Liv:** 1000
(186) **Siv:** K-en skal stå alene
(187) **Liv:** 1000 delt på 400 er lik? (.)
(188) **Rut:** 1000 er lik k gange 400 og så må du ta og dele på k da eller dele på 400?
(189) **Liv:** 2,5 er lik k, sånn da (5.0)
(190) **Rut:** K er lik 1000 delt på 400
(191) **Ina:** Så skal vi bare dele det da: 1000 delt på 400?
(192) **Rut:** Ja, da får du svaret.
(193) **(**---)
(194) **Ina** (løfter lydopptaker): Har vi snakket i en halv time?
(195) **Rut:** Det går fort når vi har det gøy.
(196) **(**---)
(197) Rut leser øverst side 9.
(198) **Eva:** Forklar disse symbolene.
(199) **Rut:** Det er jo helt forskjellig.
(200) **Siv:** Y er svaret, er det ikke det?
(201) (de prater i munnen på hverandre)
(202) **Liv:** Du kan ikke skrive at det er k-verdien fordi x (utydelig), tallet k er et tall med søppel, multiplisert med søppel, her står det energi er lik
(203) **Siv:** Kan ikke bruke (.)
(204) **Liv:** det er jo det som en regner med
(205) **Eva:** Y er energi, er det det?
(206) **Ina:** Det står det.
(207) **Liv:** Et varierende tall, det grønne, 2,6 er et varierende tall (.) det kan vi skrive (2.0)
(208) **Rut:** Nei:, vi kan ikke det.
(209) **Siv:** Nei:
(210) **Eva:** Ett tall, k-verdi.
(211) **Rut:** Jo
(212) **Eva:** Det kan vi bare skrive.
(213) (.)
(214) **Eva:** Det er jo sammenhengen
(215) **Siv:** Sammenhengen. (utydelig) Det er den uavhengige og det er den avhengige

(216) **Liv:** Jeg trodde du mente (utydelig)
(217) **Rut:** Var det sånn du mente, jeg trodde y var søppel eller tonn eller sånn
(218) (noe utydelig prat)
(219) **Siv** henvendt til Ulf: Skal vi skrive uavhengig, avhengig og sammenhengen?
(220) **Ulf:** Det kan dere jo.
(221) **Siv:** For det er jo den uavhengige, og det den avhengige og det er sammenhengen.
(222) **Ulf:** Mm
(223) **Ina:** Men hva er = da?
(224) **Rut:** At det er likt på begge sider.
(225) **(**---)
(226) **Liv:** Men hva er uavhengig og avhengig? (3.0)
(227) **Eva:** Y, er det avhengig eller uavhengig?
(228) **Liv:** Y er energi.
(229) **Siv:** Y er den uavhengige, den kan variere, og x er liksom (.) den her ser du liksom
(230) **Eva:** X er den uavhengige, fordi hvis du brenner så mye søppel, så får du så mye energi (viser med hendene)
(231) **Siv:** Ja, så det har ikke noe å si. Den kan variere
(232) **Eva:** Det er søpla som kan variere (viser igjen med hendene)
(233) **Siv:** Ja, ja (5.0)
(234) **Ina:** Så da er den ikke avhengig.
(235) **Rut:** Er det ikke y er den avhengige?
(236) **Siv**: Jo
(237) **(**---)
(238) (elevene holder på med grafen side 9
(239) **Evert:** Hvor mange punkter trengte dere for å lage den linjen?
(240) **Rut:** 1, 2, 3, 4, 5, 6. 1, 2, 3, 4. (2.0) Jeg hoppet over 60 000.
(241) (De prater i munnen på hverandre)
(242) **Evert:** Du svarte meg ikke, hvor mange trenger dere for å lage denne linja?
(243) **Eva:** 1, 2, 3, 4, 5, 6. 6.
(244) **Evert:** Må du alltid ha 6 punkter for å trekke ei rett linje?
(245) Eva: Nei. For å ha ei rett linje?
(246) **Evert:** Sånn ei linje.
(247) **Liv:** To
(248) **Evert:** To stykker? Gi eksempler på to punkter
(249) **Eva:** 0 og
(250) **Evert:** 0 har du
(251) **Eva:** Da trenger du ett
(252) **Evert:** Hm, hm
(253) **Eva:** Å ja
(254) **Siv:** Egentlig kunne du bare tatt det ene?
(255) **Rut:** Jeg skjønte ikke det.
(256) (---)
(257) **Ina** lese oppgaven øverst side 11
(258) **Siv:** Hallo, skal vi regne med den minste og den største da?
(259) **Rut:** Ja, kan du ikke bare ta den -
(260) **Eva:** Men de to månedene, skal vi regne ut mellom de to månedene, skal vi ikke regne ut forholdet mellom brensel og salg av strøm?
(261) **Rut:** Jo
(262) **Liv:** Jo, de to tallene her sånn
(263) **Ina:** Oktober.
(264) **Liv:** Januar og -
(265) **Eva:** =januar og februar.
(266) **Liv:** Januar, ok, januar
(267) **Rut:** Her skulle du finne -
(268) **Liv:** Vi tar januar og juni
(269) **Rut:** Å ja, var det sånn? At vi skulle finne ut januar, hva som var forskjellen der og hva som er forskjell i februar
(270) **Eva:** Søppelmengde og strøm
(271) **Rut:** Januar delt på
(272) **Liv:** Bare ta -
(273) **Rut**: =det delt på det.
(274) **Liv:** 12 693 skal jeg dele på (2.0) 2,218 som rundes av til 2,2. Og nå tar vi juni under.
(275) (småprat)
(276) **Rut:** Så har du juni.
(277) **Liv:** 11 050 delt på (5.0) 1,681 som rundes av til 2
(278) **Rut:** Hva ble svaret?
(279) **Liv:** 1,681
(280) **Siv:** Er ikke det det gylne snittet? Nei det er 1,618, det var nesten.
(281) (småprat)

Vedlegg 13.29: Transkribering plenum 1

Elevene sitter samlet **1. Gang** i amfiet. Økten ledes av lærer Per.

(1) **Per:** Hvordan kan vi beskrive den uavhengige variabelen? (.) Flott, masse hender. May.
(2) **May:** Det er det at, når du brenner søppel, så vet du ikke hvor mye søppel du brenner. Så det (.) nei (.)
(3) **Per:** Kjør på, ikke la deg bry deg (.)
(4) **May:** Du er uavhengig på en måte, du er ikke avhengig av noe. Det kommer helt an på hvor mye søppel du brenner.
(5) **Per:** Ja, vi kan få noen som supplerer. Men det er bra May. Siw.
(6) **Siw:** Det er på en måte et tall som ikke et bestemt tall, det er ikke det tallet det skal være, men det kan være forskjellige. Det er et ukjent tall.
(7) **Per:** Det er et ukjent tall, det varierer. Ja. Flott. Har dere fått noe annet? Bia.
(8) **Bia:** (kan ikke oppfattes)
(9) **Per:** Du bestemmer ikke hvor mye det er
(10) **Bia:** (kan ikke oppfattes)
(11) **Per:** Det kommer bare inn. Ok. Kunne vi ha valgt det?
(12) **Bia:** Den avhengige variabelen er avhengig av hvor mye den uavhengige er
(13) **Per:** Ja, ok. Vi kan jo bestemme den uavhengige hvis vi sier at nå har vi nok søppel. Er dere med på det? Vi kan på en måte -
(14) **Bia:** Men vi vet ikke hvor mye søppel er der.
(15) **Per:** Nei, ikke sant.
(16) **Bia:** Det er nok.
(17) **Per:** Det er nok. Ja. Det er en uavhengig variabel. Ok. Noen andre tanker? Tom.
(18) **Tom:** Den uavhengige variabelen påvirker den avhengige variabelen.
(19) **Per:** Flott. Den påvirker. Hvilken måte påvirker den? Hvis du har (3.0) var du med på den videre? Hvis du? Hvordan påvirker den hvis du har (.)
(20) **Tom:** F eks hvis vi har ett kg søppel, da er det den uavhengige variabelen, hvis vi har liksom, (.) ja det gir så eller så mye gass eller noe
(21) **Per:** Ja, ok. Hvis du har lite søppel så vil det gi lite gass, er det sånn det er, og har du masse søppel så vil det gi mye gass?
(22) **Tom:** Ja
(23) **Per:** Men vil det være like mye? Vil tallet være likt
(24) **Tom:** Nei
(25) **Per:** Nei. Det kommer vi til på neste her.
(26) (---)
(27) **Per:** Avhengig variabel da. Hvordan skal vi beskrive den? Hva er den avhengige variabelen for noe? Liv.
(28) **Liv:** Den varierer etter hvordan, hva tallet på den uavhengige er, så den er avhengig av den uavhengige, på en måte. Avhengig av tallet.
(29) **Per:** Den er avhengig av et annet tall. Flott. Er dere med på dette?
(30) **Flere:** Ja
(31) **Per:** Den avhengige variabelen er avhengig av den uavhengige, hæ? Den som endrer seg. Men den avhengige variabelen da, vil den også endre seg? Eller er den fast?
(32) (en elev svarer, men kunne ikke oppfatte det)
(33) **Per:** Den heter jo variabel, flott, den vil også endre seg. Hva var dette konstantleddet, det som ble skrevet som k, hva stod det tallet for. Konstantleddet her. (.) Nå har vi snakket om uavhengig variabel og avhengig variabel. Så var det ett ledd til som dere var innom.
(34) **Eva:** Sammenhengen eller forholdet mellom de to
(35) **Per:** Ja flott. Sammenhengen eller forholdet mellom de to. Og hvordan fant dere, for det var en oppgave å finne den konstanten, hvordan fant dere konstanten her.
(36) **Liv:** Tok å delte de på hverandre så fikk vi k er lik
(37) **Per:** JA, er det samme hvilken vi deler på hvilken her?
(38) **Liv:** Avhengig delt på den uavhengige, tror jeg.
(39) **Per:** Ja, og hvis vi skrev det med bokstaver, hvis y var den avhengige variabelen og x var den uavhengige så var det y/x så fant vi k verdien. Kan dere si med ord hva denne k-verdien gav oss for noe? Hva betydde den for noe? Det var mange av gruppene som snakket om det: Ja da betyr det ja at - Har du et forslag?
(40) **???:** At pr tonn. Sånn eller hvor mye tonn, nei, eller ett tonn er 2,6 sånn energi eller mega watt timer.
(41) **Per:** Ja, ikke sant. Hvis den uavhengige variabelen var hvor mye søppel du puttet inn i tonn så var k-verdien 2,6, så kunne vi finne den avhengige variabelen med å gange 2,6 med hvor mye søppel. Da fant vi y-verdien. Flott.
(42) (---)
(43) **Per:** Hva beskriver en graf i et koordinatsystem? (.) Hva beskriver grafen for noe? (4.0) Dere begynte først å plotte noen koordinater inn i et koordinatsystemet, ikke sant, og etterpå trakk dere ei linje så det ble en graf. Husker dere den oppgaven. Men hva er en graf? (4.0) Er det vanskelig å svare på? Hva viser, hvis vi ser på den grafen som vi har tegnet, hva viser den oss?
(44) **Ann:** Hvor mye liksom, hvor mye energien og tonnene stiger
(45) **Per:** Ja, det viser hvor mye den stiger. Ok. May
(46) **May:** Det viser hvor mye den forandrer seg. Den kan jo være at den synke også.
(47) **Per:** Ja.

Vedlegg 13.30: Transkribering etter lunsj

Elevgruppe på 5 elever arbeidet med del 2 av hefte B på Returkraft etter lunsj.

Oppgave side 17

(1) Liv leser øverst side 17.
(småprat)
(2) **Rut:** OK, den veier så mange tonn.
(3) **Eva:** Forholdet blir 0,3
(4) **Liv:** Hvor tar du 0 henne?
(5) **Rut:** Så riktig som mulig, at virker det ikke som det
(3.0)
(6) **Rut:** Dette går ikke - jeg er ikke helt i matte-humør i dag
(småprat)
(7) **Siw:** Skal vi tegne den dere?
(8) **Ina.** Jeg tror det.
(9) **Siw:** Skal du tegne den ca?
Liv spør om en ikke kan tegne den samme kuba og bare la noe være søppel. Hun viser i heftet sitt. Og resten av boksen er ingenting.
(småprat)
Ina har skjønt hva Liv mente, for hun gjentar det samme.
(10) **Eva:** Vi må tegne hvor stor haug det blir.
(11) **Liv**: Det er ikke så farlig, for vi kan ha en haug inni en boks
(12) **Rut**: Det kan vi.
(13) **Ina**: Vi gjør bare det.
(13.0)
(14) **Liv:** Hvis dette er 130 000 tonn så må du dele det på 400.
Liv tar lommeregneren (6.0)
(15) **Rut:** Det er jo noe feil her.
(16) **Liv:** 32, 5
(12.0)
(17) **Rut:** Må det være like stort?
(18) **Liv**: Det skal være ca 4000 tonn og 130 000 tonn. Hvor mange ganger kan du? Du kan gange det 32 ganger Det er 1/32 av hele boksen. (.) Hvis du får plass til 32 bokser inni denne her liksom (viser heftet) så er en av disse boksene 4000 tonn.
(småprat)
(19) **Liv:** Kan du ikke bare ta 8 gange 4? Det er lurt, det gjør jeg.
(20) **Rut**: Jeg skjønner ingen ting.
(småprat og latter)
(21) **Liv:** Hvis du deler den på 4000 tonn, så får du 32, 5. Da har du plass til 4000 tonn 32 ganger for å få det til å bli 130 000. Så 1/32 er 4000 tonn.
(22) **Rut:** Så det er 31 bokser inni den der.
(23) **Liv:** Og en av de boksene er 4000 tonn. Du kan liksom bare tegne 32 bokser
(24) **Ina:** Du skal altså dele den opp i 32?
(25) **Eva:** Vi kan jo ikke bare ta fremsiden
(26) **Liv:** Vi må finne volum
(27) **Eva:** Volumet er 32
(28) **Liv:** Hva kan du gange for å få volumet 32? Er det ikke grunnlinje, gange høyde gange bredde? Og dette er bredden.
(29) **Rut**: Å ja, er det bare 32 en vei?
(30) **Ina:** Hele volumet er 32
(31) **Liv:** Hvis du tenker deg en boks som er tre dimensjonal (viser med hendene)
(32) **Liv:** Jeg vet hvordan vi kan gjøre det! (Nå er hun entusiastisk og rekker opp handa i været, rabler over det hun tidligere har tegnet)
(33) **Liv:** Hvis du skal ta lengde, gange høyde gange bredde så kan du jo ta 4 gange 2 først som blir 8 så kan du gange det med 4 så får du 32. Så har du en volumboks
(34) **Rut**: fire
(35) **Liv**: Jeg skulle hatt noe sånn at jeg kunne ha gjort det på nytt da.
(36) **Liv:** Fire gange 2 gange 4 da får de 8 gange 4 som blir 32. Så må du bare dele det på bokser.
(37) **Rut:** Så du mener det er 4 den veien, 2 den veien og 4 den veien.
(småprat igjen)
(38) **Rut:** Nå har vi funnet ut av dette. Hva er det egentlig vi prøver å gjøre nå? (latter) Skal vi være så nøye? Skal vi ta akkurat sånn boks?
(småprat mens de tegner)
(39) **Ina:** Å ja –
(40) **Siw:** Ja, ja
(41) **Ina:** (ser på Siw og gjentar lavt) Ja, ja. (.) Jeg skjønte det nå
(42) **Liv:** Ikke helt presis, men det blir
(småprat)
(43) **Liv:** Det var bra.
De smiler og virker som de har forstått dette og er fornøyd med seg selv.
(---)
(44) **Rut** leser oppgaver 2.3 side 18: Milleur, eller hva du kan kalle det, har funnet ut at forholdet mellom søppel (x) og filterstøvet som blir renset ut (y), kan uttrykkes med denne formelen: y = 0,03x (.) Hm.

(45) **Rut:** Skjønte vi det? (3 av jentene er opptatt av å rydde noen kopper mens Eva leser)
(46) **Rut** leser videre: Det betyr at hvis du multipliserer søppelmengden med konstanten 0,03, finner du mengden med filterstøv. Dette er en, dette er en formel (de sammen jentene sitter fortsatt og fikler med koppene) for et funksjonsuttrykk. Mange matematikere liker å skrive det på denne måten: f(x) = 0,03x Symbolet f betyr at det er en funksjon, og symbolet (x) betyr at her er det x som varierer og velges fritt. Vi leser det slik: "f av x er lik 0,03x". I stedet for f(x) kan en kalle funksjoner for g(x), (latter) h(x), i(x) osv.(latter). 0,03x". I stedet for f(x) kan en kalle funksjoner for bla, bla, bla, bla, bla osv. Bruk formelen (latter) f(x) = 0.03x og finn x eller y. Fyll inn i denne tabellen:
(47) **Evert:** I stedet for å si f parentes x kan dere si f av x.
(48) **Rut:** f?
(49) **Evert:** F av x
(50) **Rut:** av?
(51) **Ina:** av?
(52) **Evert:** Kan bruke det ordet, f av x. I stedet for f parentes x
(53) **Rut:** Dette gikk egentlig rett inn det vi leste og rett ut.
(54) **Liv:** Det eneste vi må gjøre er å gange med 0,03, jeg tror i alle fall at du må gange den med 0,03, og der må du dele med 0,03
(55) **(**---)
(56) **Evert henvendt til Rut:** Du sa det gikk rett inn og rett ut. Hva var vanskelig?
(57) **Eva:** Det var mye tall.
(58) **Rut:** Det var mye tall og mye å holde rede på.
(59) **Liv:** F av x
(60) **Eva:** Mye bokstavuttrykk
(61) **Rut:** Ja
(62) **Evert:** Hva betyr f av x?
(63) **Rut:** Det er jo bare tall
(64) **Liv:** F betyr funksjon
(65) **Rut**: Sånn ja
(66) **Liv:** Men funksjon og x er den uavhengige variabelen
(67) **Evert:** Og f av x betyr?
(68) **Eva:** funksjon:?
(69) **Ina:** Uavhengige variabelen
(70) **Evert:** F av x er det samme som
(71) I**na**: Jeg husker ikke hvilken var hvilken.
(72) **Liv:** Y som var den a:
(73) **Evert:** Og f av x var den
(74) **Siw**: Uavhengige (.) nei, avhengige
(75) E**vert**: En av delene
(76) **Siw:** Uavhengige
(77) **Liv:** X var uavhengig
(78) **Siw:** og så var y den avhengige
(79) **Evert**: Og så har vi skiftet over til to uttrykk: f av x og x
(80) **Siw**: Så da er x den uavhengige og f den avhengige
(81) (---)
(82) **Liv:** Da må du dele det på 0.03 og der må du gange det
(83) **Ina:** Men er y søppelmengden eller er x?
(84) **Siw:** Han sa jo at x var den uavhengige, nei, den avhengige og y var den uavhengige.
(85) **Ina:** Ja det vet jeg
(86) **Siw**: Så du må bare finne -
(87) **Liv:** Det var jo omvendt. I stedet for der å gange, så deler vi –
(88) **Siw**: Ja, ja
(89) **Ina**: Er det x-en som er søppelmengden? (.)
(90) **Siw:** Ja
(91) **Ina**: Ok
(92) **Rut:** Egentlig det vi skal er å bruke formelen f av x (.) altså avhengige, er det samme som 0,03 x (latter)
(93) **Ina**: Det står jo
(94) **Rut:** Og det skal vi gjøre med dette. Og her ser du f eks at Her så vet du hva y-en er
(95) **Liv:** du skal fortsatt gange y
(96) **Eva**: For å finne y-en så må du ta 0,03 gange x
(97) **Siw:** Ja
(98) **Eva**: For å finne x-en må du ta 0,03 delt på y
(99) **Siw:** Hva gjør vi når begge to er tomme?
(100) (---)
(101) **Liv**: Vi finner forholdet mellom alle og ser hvordan det blir.
(102) (---)
(103) **Rut:** Jeg skjønner ingen ting av dette.
(104) **Eva:** Da tar vi 0.03 delt på 300.
(105) **Rut**: Hvorfor det?
(106) **Eva:** For å finne y.
(107) **Rut:** Du skulle jo bruke det.
(108) (Siw og Eva forklarer det for Rut)
(109) **Rut:** y var f-en
(110) **Liv:** Hvis dere ikke husker det: Den blå er y-en, på en måte, og den lilla er alltid søppel på en måte hvis du tenker.
(111) **Rut:** Og du skal finne ut hva x-en er

(112) **Siw:** Ja
(113) **Rut:** Og dere har regnet ut at dere må dele, hvordan vet dere det?
(114) **Eva**: Det motsatte av ganging er jo deling.
(115) **Rut:** Det er jo mye bedre å skrive opp som et algebra da er du helt sikkert.
(116) (Siw prøver å forklare det igjen for Rut)
(117) **Rut:** Er det ikke sånn det ser ut egentlig.
(118) (Igjen en god del prat mellom Rut, Siw og Ina som det er umulig å høre)
(119) **Rut**: Hva mener en med den parentesen (34.51)
(120) **Eva**: f parentes x?
(121) **Rut**: Ja
(122) **Eva**: F skal stå for x, det er ikke noe vi skal regne ut.
(123) **(**---)
(124) **Rut**: Da er det egentlig vekk fra den. Så du skal finne ut hva x-en er? Så du vil ha den til å stå alene? Så der gjør du egentlig bare sånn. Minus 0,03 for da får du den ved siden av. (Se i heftet hva hun har skrevet)
(125) **Eva**: Det, det blir feil.
(126) **Rut**: Det er jo riktig hvis en skal regne algebra. (.) Nei, nei nei. Det står jo sånn: f x. Jeg trodde det stod f, men de henger jo sammen, så da bare deler du på 0,03
(127) **(**---)
(128) **Siv**: F-en er den og og da må vi dele den der på det der´.
(129) **Rut**: For å finne f-en?
(130) **Siw**: F-en er y.
(131) **Rut**. Og det er 300?
(132) **Siw**: Ja
(133) **Rut**: Ta 300 delt på 0,03?
(134) **Siw**: Det er jo det vi har sagt hele tiden.
(135) **Rut**: Dere forklarte det ikke sånn.
(136) **Siw**: Nå kan du det i alle fall.
(137) **Rut**: Jeg skjønte det, men jeg følte dere gjorde noe annet.
(138) **(**---)
(139) **Eva**: For å få y, må vi da 0,03 gange med x
(140) **Rut**: For å finn f så må vi gjøre det sånn. For å finne f, så må du (7) gang med x? (.) Så da tar du 0,03
(141) (---)
(142) **Liv:** Det blir akkurat som det her: (Liv tegner grafen). (.)
(143) **Siw:** Ja vi må alltid gjøre det i fremtiden.
(144) (---)
(145) **Siw:** Akkurat, se der akkurat (hun viser grafen til Eva)
(146) **Liv:** Jeg får sånn perfect
(147) **Siw:** (Hun løfter armene og virket begeistret) Jeg fikk også det. Det er sånn perfect, akkurat der du skal ha det.
(148) **Rut:** Du tar bare 0 først
(149) **Siw:** Ja og så den siste og så setter du på alle punktene, og da får du akkurat
(150) (---)
(151) **Liv:** Ja du får riktig hvis du bare setter på den siste.
(152) (---)
(153) **Liv:** I sava. Jeg fikk helt perfekt. Nå får du det helt riktig.
(154) **Rut:** Det er litt gøy
(155) **Siw:** Nå forstod jeg det.
(156) (---) (De jobber svært ivrige)
(157) **Liv** leser oppgave 2.4.
(158) **Eva**: Da er f(x) lik 200x.
(159) **Rut.** Kan vi ikke bare holde oss til en av de. Så skriver vi f eller x
(160) **Liv:** Men jeg skjønner ikke f. Er det y?
(161) **Siw:** Det er f av x
(162) (---)
(163) **Liv:** Hva er x og hva er y i denne oppgaven?
(164) (---)
(165) **Liv:** Det er y. Y er streken. F(x) er streken. X er her (peker på aksene)
(166) **Siw:** Det står jo her til og med at kalk er x-en, nei kalken er y-en, så er denne her y-en (peker på grafen)
(167) (---)
(168) **Liv:** Er det feil?
(169) **Ulf:** X er alltid vannrett.
(170) **Siw:** Men x-en er det ukjente. Nå skjønner jeg. Det er tiden som er den ukjente.
(171) (---)
(172) **Ulf:** Men hva er det som varierer?
(173) **Eva:** Det er jo antall kg kalk i timen
(174) **Ulf:** Hva er det som er avhengig av hvor mye kalk en må bruke
(175) **Eva:** Timene du har holdt på
(176) **Ulf:** Nettopp, og hva er det som varierer da?
(177) **Siw:** timene
(178) **Ulf:** Ja det er timene som varierer
(179) **Rut.** Så de er x. Er det den uavhengige?
(180) **Liv:** Timer er lik x
(181) **Ulf:** Det står faktisk på aksen og her. Det står antall timer
(182) **Eva:** Ja jeg vet det.
(183) **Liv:** Ja det står her.

(184) (---)
(185) **Eva:** For hver time så øker den 200 kg
(186) **Ulf:** Så bruker den 200 kg

Vedlegg 13.31: Transkribering oppsummering 2

Elevene sitter **samlet 2. Gang** i amfiet. Økten ledes av lærer Per.

(1) **Liv** til Siw: Funksjoner er på en måte formler med uavhengig og avhengig variabler, forskjellige former, med de uavhengige og avhenge, jeg tror det i alle fall.

(2) **Siw:** Ja, det er det jeg har skrevet. (7.0)

(3) **Evert:** Har du hatt elever før, som har forklart funksjoner, det er når vi har med uavhengige og avhengige variabler?

(4) **Per:** Aldri! (latter)

(5) (---)

(6) **Per:** Jeg vil gjerne høre et par stemmer hva dere har lært om funksjoner. Er det noen som har skrevet ned hva dere har lært?

(7) **Siw:** Det er formelen med uavhengig og avhengig variabler

(8) **Per:** En formel med uavhengige og avhengige variabler. Flott. Ada.

(9) **Ada:** Vi har lært at funksjoner kan vise sammenhengen mellom to funksjoner (latter)

(10) **Per:** Mellom to funksjoner, ja.

(11) **Ada:** Kan vise sammenhengen mellom to størrelser.

(12) **Per:** To størrelser. Flott. Har du noe eksempel?

(13) **Ada:** Eksempel?

(14) **Per:** På de to størrelsene. Hva kan det være for noe?

(15) **Ada:** Det dere, hva hette det, diagram-greian. (latter) Det dere på oppgave (.) 2.4 da viser det liksom hvor mange, på den grafen (latter) hvor mye det øker i timen, kg øker i timen.

(16) **Per:** Ja, hvor lang tid det går og hvor mye kalk du må putte inn, det er de to størrelsene, tida og mye kalk du må ha inn. Flott. (---) Er det noen andre ting dere har lært, noe mer dere har lært om funksjoner i dag? (.) Tua.

(17) **Tua:** Det er lett. Det er mye lettere enn jeg trodde. (ikke hørbart) tabellen med måneder. Vi skulle finne ut av hvorfor det var mindre i en måned enn de andre.

(18) **Per:** Ja

(19) **Tua:** Og da var det lettere fordi vi gikk gjennom det før da på omvisningen og da sa de da på en praktisk måte da, da kunne jeg vite at det var september, for hun hadde allerede sagt at i september hadde de stengt i tre uker

(20) **Per:** Ja, så det var ikke bare en tabell som ikke hadde noe med virkeligheten å gjøre.

(21) **Tua:** Nei, for jeg tror ikke jeg liksom hadde funnet det ut bare sånne (3.0 forstyrret) dersom jeg ikke hadde hørt noe av det før da . Gå gjennom ting litt før er veldig bra og det gjør det mye lettere. Jeg synes oppgavene var veldig bra forklart. Og at det var lett å skjønne det da.

(22) **Per:** Så bra. Liv.

(23) **Liv:** Vi lærte at de forskjellige grafene, hvis de hadde det samme forhold, kunne du bare sette på den siste hvis du begynte med null, kunne du sette på den siste og så kunne du trekke ei linje, og da kunne du sette på punkter på de andre etterpå, og da fikk du helt presise.

(24) **Per:** Du trengte ikke å tippe sånn ca her

(25) **Liv:** Hm

(26) **Per:** Så bra.

(27) (---)

(28) **Per:** Jeg tenkte jeg skulle prøve (.) å lage en funksjon. B(x) er lik, altså B(x) er bursdag for B, hæ, og den er sånn som dette. (han skriver B(x) = 50*x + 1000 dataen som vises på skjermen for elevene) Det stjernetegnet er gange, hæ?. (.) Så lurer jeg på om dere kan på en måte forklare hva er det som står her, hva er det vi egentlig ser? (.) For dette er en helt ukjent funksjon for dere. Dere har jobbet med funksjoner som handler om søppel inn og energi ut. Nå har jeg kalt denne B, for den handler om bursdag. Er det noen som klarer å kople det til det som står her? (.) Jon.

(29) **Jon:** Hvor mye penger du får til bursdagen.

(30) **Per:** Vi får til bursdag ja.

(31) **Jon:** Hvor mye penger du får.

(32) **Per:** Hvor mye penger du får, hvordan ser du det av B(x) = 50x + 1000

(33) **Jon:** Jeg tenkte kanskje at 50 kr og x er hvor mange som kommer.

(34) **Per:** (latter) Ok, x er hvor mange som kommer, og hva er de andre greiene da?

(35) **Jon:** 1000, de får du av foreldrene dine.

(36) **(---)**

(37) **Ann:** På den variabelen (x i Pers bursdagsligning) kan det liksom være hvilket som helst som du kan sette inn, du kan bare finne på noe eller noe sånn. Når er det bursdag? Kunne det vært noe annet?

(38) **Per:** Det kunne jo det.

(39) **Ann:** Så det er ikke noe fasitsvar på den?

(40) **Per:** Nei for det er en variabel, så funksjonen, den avhengige variabelen, det du får ut av bursdagen, det du får igjen, det du sitter igjen med, det er jo avhengig av hvor mange som kommer. May.

(41) **May:** Det står jo B(x). B er bursdag, så er den x-en der. Er den alltid der til sammen?

(42) **Rut:** Hvorfor har du den x-en der?

(43) **Per:** Det var ikke alle som kom så langt i heftet. Men i heftet så viser de at en funksjon sier vi, funksjonen her B er avhengig av x, det er x-en i parentes bak

(44) **?**??: Å ja

(45) **Per:** Det er bare en måte å skrive et funksjonsuttrykk på, i stedet for å skrive y som vi begynte med. (.) Så funksjonen B er avhengig av hva x er. Det er egentlig det det står her i det første uttrykket.

(46) **May**: X-en på hvilken side da, x-en i parentes?

(47) **Per:** X-en er den samme.

(48) **May:** Så den x-en som står der er den samme som den som står der?

(49) **Per:** Ja

(50) (litt prat i munnen på hverandre)

(51) **Siw:** Den B(x), kan du skrive det som y? Sånn egentlig? Eller er det feil?

(52) **Liv:** Den er jo ukjent, så du kan jo si hva du vil

(53) **Per:** Hvis det stod 10 stykker som kom, så hadde det stått B(10). Så da hadde x-verdien vært 10.

(54) **???**: Jeg skjønte det, hvis du skal skrive den som ei ligning da

(55) **Per:** Men når du setter inn en verdi for x, så er det ikke noe ligning lenger, da har du de tallene du trenger for å regne ut hvor mye

(56) **?**??: Det som står på andre linje, du skal bare regne ut det.

(57) **Per:** Hm. Amalie.

(58) **Siw:** Men den B(x), kan du egentlig skrive den som en y?

(59) **Per:** Ja

(60) **Siw:** Så egentlig er det bare sånn et.

(61) **Per:** Ja

(62) **Rut:** Man da må det vel stå Y liksom 50 gange y pluss 1000

(63) **Per:** Y er lik 50 gange x pluss 1000 f eks

(64) **Siw:** Å ja

(65) **Rut:** Så det må ikke være samme?

(66) **Per:** Nei. De står på hver sin side av likhetstegnet. Så Y er det du får ut, den avhengige variabelen.

(67) **Siw:** Er svaret som den 50 gange 10 eller 50 gange 10 pluss 1000?

(68) **Per:** Jeg tror vi kunne ha holdt på ei stund til. Tua, siste ord.

(69) **Tua:** Kan x-en i parentes være y uten at x-en på den andre siden må være y?

(70) **Rut:** Ja, det var det jeg lurte på.

(71) **Per:** Den x-en i parentes den kommer av den uavhengige variabelen. Hva vi har kalt den uavhengige variabelen, står inni parentesen

(72) **Tua:** Så den må være samme. Om det står 50 gange y, da må det også stå y i parentesen eller kunne det stått x i parentesen også 50 gange y.

(73) **???:** Nei, det går ikke.

(74) **Per:** Nei, jeg vet ikke om jeg klarer å svare deg på det Tua, kan du skrive det ned, vi er tom for tid. Jeg prater med deg på bussen.

Vedlegg 13.32: Transkribering intervju

Intervju av ei gruppe på 5 elever 17.11. 2014. Det var den samme gruppen som ble filmet på Returkraft. Hovedfokus med intervjuet er å få svar på forskningsspørsmål 2: *Hva er elevenes opplevelser av disse aktivitetene når de skjer på denne bedriften?*

(452) **Evert:** Hvordan opplevde dere å arbeide med matematikkoppgaver på Returkraft? Da er det spesielt det hefte der og da dere satt i skolestua, jeg tenker på. Hva var bra med dette?

(.)

(453) **Rut:** Ja

(454) **Evert:** Ja, bare ta ordet.

(455) **Flere:** Ja, ja (.) (Latter) (.)

(456) **Liv:** Egentlig var det veldig greit at vi satt i grupper (.) eller (latter) eller veldig, veldig bra liksom (.) og diskutere det, og diskuterer det sammen (.) og løse det sammen, holdt jeg på å si, og hjalp hverandre eller sånn, hvis noen ikke forstod det.

(457) **Rut:** Ja

(458) **Evert:** Hvorfor var det bra fremfor å sitte alene?

(459) **Liv:** Vi (.)

(460) **Siw:** =vi fant liksom (.)

(461) **Eva:** =vi fikk en forklaring hvis du ikke skjønte det.

(462) **Siw:** Og det er kanskje lettere å jobbe sammen hvis det er noe du er litt i tvil om, så får du det som bevis fra de andre at de også har tenkt sånn, og da er det mer sannsynlig at det er riktig kanskje.

(463) **Evert:** Hm

(464) **Liv:** Ja

(465) **Evert:** Dere synes det var bra?

(466) **Flere:** Ja

(467) **Evert:** Var det noe annet bra på å sitte å arbeide med matematikkoppgaver på Returkraft?

(468) **Siw:** Vi lærte mye eller jeg lærte mye

(469) **Rut:** Jeg synes du lærte mer av eller liksom å gå rundt der og ser at faktisk blir dette brukt til noe i stedet for at du sitter bare der og ser, ok det er bare masse tall og bokstaver liksom. Så du ser mer hva det blir brukt til da.

(470) **Liv:** Ja, så gjorde vi oppgaver om akkurat det som hun pratet om, og vi satt og gjorde oppgaver om det, og det var veldig bra ja, følte jeg, for da forstod jeg det hun pratet om, enn at vi gikk rundt og pratet om noe annet på en søppelfabrikk, holdt jeg på å si.

(471) **Evert:** Det du sa med at du jobbet med noen tall som du ikke forstod noe av, hva tenkte du da på, tenkte du på skolen da?

(472) **Rut:** Nei, nei men du eller sånn du ser liksom at du kan virkelig bruke det,

(473) **Liv:** =ja

(474) **Rut:** =du bruker det i også i hverdagen.

(475) **Evert:** Eh (.) Jeg får oppfølger, selv om det er noen (.) det vil være noen spørsmål som kommer nå som dere alt har svart på, men jeg prøver om igjen i tilfelle noen flere vil si noe. Hvorfor tror dere at dette var, at dette var bra? (.) Dere sa det var bra, hvorfor tror dere at dette var bra? Jeg kommer til at det var dårlige, men hvorfor tror dere at det var bra?

(476) **Ina:** Vet ikke jeg, men det er kanskje fordi det var noe litt annerledes enn hva vi gjør til vanlig.

(477) **Flere:** Ja.

(478) **Ina:** Bare det at vi kommer oss ut lite granne og gjør litt (.) gjør litt annerledes oppgaver enn det vi pleier.

(479) **Evert:** Så hvis du hadde bodd på Returkraft og hadde hatt skolen der, så hadde det ikke vært bra.

(480) **Ina:** Jo, jo altså -

(latter)

(481) **Ina:** =ikke sånn (.) bare det at: (.) at vi gjør litt variasjon i det

(482) **Evert:** Hm, hm.

(483) **Liv:** Hvis vi hadde gått på skole der hver dag, hadde det sikkert ikke vært like spennende.

(484) **Evert:** Nei det var det jeg tenkte på, det å komme ut en dag er bra. Ja. (.) Hva var dårlig med dette? Bare vær bonn ærlig. Ikke svar det dere tror jeg har lyst til å høre. Hva var dårlig med dette?

(485) **Siw:** Det var kanskje litt lite tid til: å få gå gjennom heftet.

(486) **Liv:** Det hadde vært litt gøy hvis vi faktisk fikk gjort alle oppgavene

(487) **Siw:** Ja, at vi hadde fått gått gjennom de. Det var jo når han oppsummerte, så var det at det at vi fikk jo ikke gått gjennom noe og da visste vi ikke helt. Vi lærte ikke så mye om denne funksjonsbiten, vi kom ikke så mye inn på det. Og hadde vi hatt litt bedre tid, så hadde vi kanskje lært litt mer om det da.

(488) **Liv:** Ja det hadde vært veldig gøy om vi rakk å bli ferdig med del 1 holdt jeg på å si.

(489) **Siw:** Ja

(490) **Evert:** Er det flere ting som var dårlig?

(5.0)

(491) **Siw:** Nei, ikke som vi kommer på nå.

(492) **Liv:** Jeg synes egentlig det var veldig bra

(493) **Rut:** Ellers så kanskje vi kunne bli eller sånn. For det var jo veldig mye sånn at vi bare gikk rundt og så fortalte hun, så satte vi oss ned og jobbe i oppgaver. Vi fikk jo hjelp liksom, hvis vi spurte. Men det kunne kanskje vært noe sånn (.) at de lærte oss litt, i stedet for at vi satte oss, satte oss ned på blanke ark

(494) **Evert:** Mm

(495) **Rut:** synes jeg i alle fall

(496) **Evert:** Tenkte du da (.) hvordan kunne det ha foregått? Kan du gi et eksempel på hvordan det kunne ha skjedd? Nå vet du jo hvilke rom de har.

(497) **Rut:** Ja, hvis du satt i det dere (.)

(498) **Eva:** =amfiet kanskje

(499) **Rut:** =amfiet, og så kunne fortelle litt sånn hva det betydde og gå litt mer igjennom der det stod på de sidene bare sånn der forklart, så kunne de heller forklart det da.
(500) **Evert:** Ja
(501) **Siw:** Muntlig i stedet for at vi måtte lese det
(502) **Evert:** Ja
(503) **Rut:** Ja
(504) **Evert:** (.) Eee, nå kommer spørsmålet: Hvorfor tror dere at det var dårlig disse tingene dere har nevnt nå.
(4.0).
(505) **Siw:** Hæ?
(506) **Evert:** Dere har kanskje svart på det?
(507) **Ina:** Vi har vel svart på det.
(508) **Siw:** Ja
(3.0)
(509) **Liv:** Vi tror det var dårlig fordi vi ikke rakk å gjøre alle oppgavene (smil)
(latter)
(510) **Evert:** Ja
(511) **Eva:** Men det at vi skulle, ha det sånn, i amfiet, at vi skulle ha gått gjennom, det er jo kanskje det at dere ville at vi skulle finne ut av ting selv.
(512) **Liv:** Ja, det var egentlig litt bra på en måte og, at vi -
(513) **Eva:** =at vi ble litt mer sånn -
(514) **Siw:** =mer selvstendige.
(515) **Evert:** Er dere vant til at læreren går gjennom det på forhånd -
(516) **Flere:** =ja
(517) **Evert:** =og så regner dere oppgaver?
(518) **Flere:** Ja
(519) **Evert:** Var det uvant dette og ikke få det på forhånd?
(520) **Flere:** Ja
(521) **Liv:** Jeg synes egentlig det var litt bra og på en måte
(522) **Eva:** =ja
(523) **Siw:** =fikk tenkt selv og
(524) **Liv:** =ja
(525) **Siw:** =nå måtte du finne selv ut av hvordan du skal komme frem til svaret for eksempel i stedet for at læreren gir deg en formel: Sånn skal du regne liksom. Nå fikk vi mer vite (.) nå måtte vi selv finne ut av hvordan vi måtte komme frem til det og litt sånn.
(526) **Evert:** Jeg spør igjen nesten det samme: Er dere vant til at læreren presenterer en formel, nå valgte jeg å bruke ordet formel eller en fremgangsmåte eller sånn, og så gjør dere det?
(527) **Flere:** Ja, ja
(528) **Siw:** =han skriver for eksempel, skriver opp på tavle så skriver han formelen
(529) **Rut:** sånn skal
(530) **Siw:** =sånn skal man regne
(531) **Rut:** =vi blir ikke helt forklart hvorfor du skal gjøre det liksom og
(532) **Liv:** =hva det kan velg det til
(533) **Rut:** =ja.
(534) **Evert:** Var det da uvant og ikke få det sånn?
(535) **Siw:** Ja det var egentlig det
(536) **Rut:** =ja, du pleier å få formelen, så skal vi regne, bytte inn, sette inn og sånn
(537) **Siw:** Ja
(538) **Evert:** Ja, hm (.) Nå er vi inne på neste spørsmål. Hva var annerledes enn vanlige timer på skolen? Kan dere fortsette litt sånn. Hvis dere tenker der en vanlig mattetime på skolen og så tenker dere en mattetime på Returkraft. Kan dere prøv å si hva som var annerledes?
(539) **Liv:** Vi gikk rett inn på oppgavene med en gang og begynte å lese selv i grupper, vi er ikke så veldig ofte vi har grupper, bare inni mellom
(540) **Flere:** =ja -
(541) **Siw:** =av og til, bare to og to.
(542) **Liv:** Vi begynner nesten alltid at han står og fortelle og så skal vi jobbe med (---) oppgaver
(543) **Rut:** =oppgaver om det
(544) **Evert:** Det var annerledes. Var det flere ting som var annerledes?
(545) **Rut:** Ja vi opplevde det jo, det dere -
(546) **Eva:** =vi så det -
(547) **Rut:** =vi var jo på Returkraft og så hvordan ting fungerte og det gjør det jo litt gøyere og du kan regne med det (.) ja, du kan regne med det da og, i stedet for at du da blir fortalt om det -
(548) **Siw:** =sånn er det liksom.
(549) **Liv:** Det er sjeldent vi får vite hvorfor vi skal lære.
(550) **Siw:** Det er liksom: Sånn er det og sånn skal det være, det er ingen som (.) det er bare sånn er det liksom. Av og til kan du tvil. Hvorfor er det sånn, kan man gjøre det noe annerledes eller noe sånn? Når vi var på Returkraft, så fikk vi liksom (.) vi så liksom ting for oss når vi begynte å regne, så så vi liksom hvordan det var. Og det syns (.) jeg synes det var veldig bra i alle fall.
(551) **Liv:** Ja
(552) **Evert:** Var det flere ting som var annerledes fra en vanlig mattetime? Dette er veldig interessant for meg
(553) **Rut:** Ja ja
(554) **Evert:** For jeg har ikke dere som lærer, så jeg vet ikke hvordan deres mattetimer er, min elever hadde svart, selvfølgelig noe helt annet, for de har meg til vanlig.
(555) **Rut:** Ja
(556) **Evert:** Ja
(557) **Rut:** Hva som var mer annerledes?

(558) **Eva:** Vi hadde på en måte to sånn (3.0)

(559) **Evert:** Økter?

(560) **Eva:** Ja økter på en måte, gikk gjennom noe da og så hadde vi en pause og så så noe nytt noe og så -

(561) **Siw:** =og så gikk vi gjennom det, vi gikk gjennom hva som var

(562) **Rut:** =oppsummering.

(563) **Evert:** Pleier ikke dere det?

(564) **Siw:** Nei.

(565) **Rut:** Vi tar ikke opp svarene.

(566) **Evert:** Så jo det på den fredagen, var jo litt tilfeldig når jeg var her, da hadde jo dere sånn oppsummering på tavle?

(567) **Rut:** Vi pleier egentlig ikke å jobbe i grupper, det var første gang

(568) **Evert: =**det var første gang?

(569) **Rut:** Ja:

(latter)

(570) **Evert:** Men når dere jobber alene i vanlige mattetimer, da altså (.)

(571) **Siw:** =da regner vi til det er slutt på timen og så går vi ut.

(572) **Evert:** Ja, dere har ikke oppsummering?

(573) **Siw:** Nei.

(574) **Rut:** Det er egentlig litt dumt. Fordi (.) da kan du liksom lære av andres feil, han sa vi skulle begynne med noe sånn der (.) beste feil eller noe sånn, så skulle han skrive opp på tavla, men vi har bare hatt det tre ganger.

(latter)

(575) **Evert:** Det er veldig fint at dere er åpne, dere skjønner at det er derfor det er viktig at dere er anonyme, det er ingen som vet hva dere svarer. (2.0) Jeg går på neste spørsmål: Hvordan synes dere disse oppgavene var? Æ: Hva var bra med selve oppgavene? Hva var bra med disse oppgavene? Dere må gjerne si det ei gang til selv om dere har sagt noe. Hva var bra med disse oppgavene? Selvfølgelig hva som var dårlig også, men hva var bra med disse oppgavene? (Evert deler ut heftene til elevene) Dette er den der (heftet) på skolen, men det er først og fremst de på Returkraft. Hvis dere blader litt sammen. (7.0) Dere trenger ikke å si at den oppgaven var bra, men -

(576) **Rut:** =hva mener du?

(577) **Evert:** =hva var bra med de oppgavene? Dere er vant til å regne masse matteoppgaver, disse var sikkert helt annerledes enn det dere pleier å ha.

(578) **Rut:** Jeg synes den, den var litt bra, var ikke det den som du bare kunne trekke den streken?

(579) **Ina:** Jo.

(580) **Siw:** Jo, det var når vi lærte det der, vi lærte jo det der at, at vi bare kunne ta den siste, den synes vi var jo genialt, (---) det visste jeg ikke (hun tenker på når gruppa oppdager at de kunne trekke en lineær graf gjennom (0,0) og ett punkt i koordinatsystemet, de trengte ikke flere verdier)

(581) **Rut:** Det var litt gøy å: se.

(582) **Evert:** Hm. Var det flere ting som var bra med disse oppgavene?

(583) **Eva:** De dere forklaringene.

(584) **Siw:** Ja, det var godt forklart i teksten hva du skulle gjøre og?

(585) **Rut:** Ja, men jeg synes samtidig du gikk litt i surr, jeg vet ikke.

(586) **Liv:** Jo, men det var jo bare siden f, siden (---) kanskje ikke

(587) **Siw:** Så bytta du om på noen bokstaver og da (latter)

(alle prater i munnen på hverandre, ---)

(588) **Siw:** Da var det plutselig (.)

(589) **Rut:** Ja.

(590) **Siw:** Da falt vi av lasset.

(591) **Eva:** Og så de der´ bildene.

(592) **Siw:** Ja.

(593) **Liv:** Jeg likte det veldig bra.

(594) **Evert:** Og jeg tar neste spørsmål samtidig: Hvorfor tror dere disse oppgavene var bra? Vi kommer som sagt til det dårlige etterpå. Hvis dere sier: Ja, det var bra, men dere har ikke sagt veldig tydelig hvorfor det var bra. Men kan vi klare det sammen med: Hvorfor tror dere at de var bra?

(595) **Siw:** Det var nok fordi det var så godt, det var såpass godt forklart og du fikk liksom bilder og det var vist hvordan du for eksempel kunne gjøre det. Og det var veldig bra for da kunne du skjønne det mye bedre enn når du bare får i boka, i matteboka så står det bare en setning eller noe sånn hva du skal gjøre og så må du bare liksom gjøre det, men her var det veldig godt forklart.

(596) **Liv:** Ja.

(597) **Evert:** Hm.

(598) **Siw:** Men av og til var det også litt vrient å skjønne.

(599) **Rut:** Hvis du ser for eksempel her, så ser du at sånn er det, så må du gjøre sånn og sånn, så ser du liksom det i ekte form da.

(600) **Liv:** Ja.

(601) **Evert:** Si litt mer om det. (.) Det var interessant. Du ser det i ekte form.

(602) **Rut:** Ja du ser hvordan det fungerer. Her ser du at det går ned og blir brent og så går det sånn.

(603) **Siw:** Det er sånn det er

(604) **Evert:** Er det på grunn av illustrasjonen at det er bra? Eller er det andre ting som gjør at den oppgaven var bra?

(605) **Siw:** Det var fordi vi hadde gått og sett på hvordan det var kanskje.

(606) **Rut:** Ja.

(607) **Eva:** Da hadde vi bilde hvordan det var.

(608) **Siw:** Vi kunne kople med både regningen og det vi så.

(609) **Rut:** Du kunne sette det sammen.

(610) **Siw:** Ja det var noe system i det faktisk.

(611) **Liv:** Hvis du bare leser det uten bilder, for eksempel at kalk blir til (.) ja, kull, da skjønner du egentlig ikke hva de mener, ja.
(latter) (---)
(612) **Evert:** Hadde du forstått den tegningen hvis du ikke hadde vært på Returkraft?
(613) **Flere:** Nei.
(614) **Liv:** Jeg hadde jo forstått (alle prater i munnen på hverandre ---(12.0)
(615) **Siw:** Fikk det godt forklart og da var det ikke noe spørsmål liksom (.) om hva som skjedde på Returkraft.
(616) **Evert:** Æ: Dårlige oppgaver. Hva var dårlig med disse oppgavene? (.) Dere har nevnt en ting oppfatter jeg, i alt det dere har sagt. At dere ble, du sa det så greit, at dere ble litt surrete med de bokstavene.
(617) **Liv:** Du kom inn i en formel og plutselig var det litt annerledes, men så var det på en måte bundet sammen på en måte.
(618) **Evert:** Men klarte dere å redde dere i havn da? Eller følte dere på slutten av dagen at dere var helt surrete? Eller var det under veis dere ble surrete?
(619) **Ina:** Jeg ble litt –
(620) **Rut:** For eksempel det der´. Der stusset jeg litt f parentes x er lik 2,6x. Jeg skjønte liksom ikke det, parentes, om vi skulle regne det som en parentes.
(621) **Evert:** Hvilket symbol er det du ikke forstår, si det ei gang til for at vi skal få det med.
(622) **Rut:** Det står jo f parentes x, ikke sant, og så er lik 2,6 x. Og da skjønte jeg ikke liksom, hva står den x-en for, men så var jo den egentlig bare den samme som f-en der. Det skjønte jeg ikke liksom fordi hvis du for eksempel skulle finne ut av noe, så tok du liksom og delte, så hvordan tok du f parentes x og delte det. Det skjønte jeg ikke.
(623) **Evert:** Skjønner du det nå?
(624) **Rut:** Ja, for det var jo på en måte det samme som en f da, så det står jo for eksempel f er lik 2,6 x
(625) **Evert:** (---) Se hvilken oppgave hun peker på. Hvilken oppfatning har du av det? Vi tar ei runde. Dette er interessant for meg. Hvis du ser $f(x) = 2,6x$, hvordan oppfatter du det symbolet du?
(626) **Siw:** Jo fordi jeg har jo akkurat det samme som Rut, jeg trodde jo at den gjorde noe, den var der fordi noe skulle regnes ut eller sånn. Men så nå vi gikk gjennom oppsummering så sa han jo at den var jo bare, var jo egentlig bare, f-en var jo det samme som x, men bare skrevet som f fikk jeg forståelse for.
(627) **Evert:** Men det var forvirrende?
(628) **Siw:** Det var litt forvirrende.
(629) **Ina:** Men så var det også noe sånn at f var det samme som y. Stemmer det?
(630) **Rut:** Ja
(631) **Evert:** Bare si hvordan du tenker. Ikke samarbeid med de andre.
(632) **Ina:** Ja, det var liksom når du plutselig bytta om, når du plutselig satt y her og i en annen oppgave så ble jeg også litt sånn.
(633) **Evert:** Det likte du ikke
(634) **Ina:** Litt sånn forvirret, jeg ble enda mer forvirret..
(635) **Evert:** Det forvirret deg å bytte disse symbolene?
(636) **Ina:** Ja
(637) **Evert:** Du har ikke sagt noe, hvordan oppfatter du det?
(latter)
(638) **Evert:** Bare si dine oppfatninger.
(639) **Eva:** Mm jo.
(640) **Evert:** Er du forvirret i dag?
(641) **Eva:** Nei jeg skjønte det ganske greit egentlig siden det stod i teksten så da skjønte jeg det. Men når jeg først så det, så skjønte jeg det ikke.
(642) **Evert:** Kan du si hvordan du oppfatter det nå. Det gjør ingen ting om du sier det feil. Bare si hvordan du oppfatter det i dag
(643) **Eva:** Jeg oppfatter
(644) **Evert:** hvis du oppfatter noe.
(latter)
(645) **Eva:** At liksom f av x er det samme greia, det er bare det at du kan skrive f som en x at det ikke gjør noe.
(646) **Evert:** Hun nevnte y ho (peker mot Ina).
(647) **Eva:** Mm.
(648) **Liv:** Var det ikke noe det
(649) **Rut:** Jo.
(650) **Siw:** Jeg skjønte ikke noe av det.
(651) **Rut:** Jo fordi (---) jeg husker hva det var nå liksom, men.
(652) **Ina:** Nå er vi liksom ute av det igjen da.
(653) **Evert:** Men da dere hadde for eksempel denne formelen som det $y = 2,6\ x$ (Evert skriver det på et papir) Det var noe av det første dere jobbet med eller 2,5, var det ikke 2,5 dere hadde? Husker dere igjen var det var for noe nå i dag uten å kikke for mye i heftet?
(654) **Siw:** Det var det der´ uavhengig og -
(655) **Evert:** =ja -
(656) **Flere:** =og avhengig.
(657) **Evert:** Kan dere huske knytta mot Returkraft, kan dere huske hva det dreide seg om?
(658) **Siw:** Energi og -
(659) **Eva:** =søppel .
(660) **Rut:** Hva som kom ut?
(661) **Evert:** Hva gjorde du, hvis jeg tar deg, hva gjorde du med disse tallene (peker mot Siw), ikke blad så dere finner ut av det
(662) **Siw:** Nei, nå ble jeg sånn usikker.
(663) **Evert:** Ja, men.
(664) **Siw:** Men det var liksom, at den x-en det var for hvordan, det var den avhengige av den y-en, fordi y-en var liksom søpla som gikk inn og så var x-en den energien som ut av den.

(665) **Rut:** Var det ikke at du hadde så og så mye søppel og så kom det ut i.
(666) **Evert:** Hva gjorde du med det tallet for søppel, kan du huske det igjen
(667) **Rut:** Hva sa du?
(668) **Evert:** Hva gjorde du med det tallet for søppel?
(669) **Rut:** Hva du skrev?
(670) **Evert:** Hvordan regnet dere? Kan dere huske det?
(671) **Rut:** Ganga du ikke?
(672) **Evert:** Si akkurat det du tror.
(673) **Rut:** Nei, mener du hva jeg gjorde for å få det.
(674) **Evert:** Hvis du for eksempel hadde 400 kg søppel, hva gjorde du med det tallet 400?
(675) **Rut:** For å få det om til -
(676) **Evert:** =energi.
(677) **Rut:** Ja da stod det ikke sånn på andre siden at så stod det kanskje 500 søppel var om til -
(678) **Evert:** =1000.
(679) **Rut:** Så tok du 1000 delt på 500 og da fant du ut av (---) sammenhengen og hvordan det var liksom en er lik ja det, så da ganga du det bare oppover.
(680) **Evert:** Men med en gang du gikk over til å skrive f(x)=2,6x så ble det vanskelig?
(latter)
(681) **Rut:** Jeg skjønner ikke hvorfor du bare kan ha y, y parentes x (.)
(682) **Siw:** Hvorfor må vi skrive det så vrient?
(683) **Rut:** Eller hvorfor kan vi ikke bare ha den samme formelen?
(684) **Evert:** Kan vi svare ho?
(685) **Liv:** Er det samme formel?
(686) **Siw:** Er det ikke det?
(687) **Rut:** Nei, jeg vet ikke.
(latter)
(688) **Rut:** Nei nå ble jeg usikker.
(689) **Evert:** Det er lov til å bli usikker.
(690) **Siw:** Er du nødt til å skrive det på den vriene måten?
(691) **Evert:** Hvorfor må du skrive det på så vrien måte?
(692) **Eva:** Hvorfor det?
(693) **Rut:** Hva står den f-en for egentlig?
(694) **Eva:** Funksjon.
(695) **Liv:** Funksjon av x
(696) **Rut:** Det visste jeg.
(697) **Evert:** Det var noen som tippet på at det betydde filterposer.
(latter)
(698) **Evert:** Det betyr funksjon.
(699) **Eva:** På det eksemplet Tore gav, med den bursdagen, så skrev han b parentes x.
(700) **Rut:** For bursdag.
(701) **Siw:** Kan du bare finne på en bokstav liksom?
(702) **Evert:** Jeg synes det var veldig artig, b for bursdag, f for funksjon og r for Returkraft
(703) **Rut:** Ja akkurat kanskje, jeg synes det eksemplet b var lettere å forstå, det var kanskje noe, ikke noe heilt oppi det fjerne holdt jeg på å si, funksjon og sånn, en bursdag, noe som skjer liksom.

(Time out 2.5 minutter)

(704) **Evert:** Var det noen forskjell på de oppgavene dere fikk før lunsj og de oppgavene dere fikk etterpå?
(705) **Siw:** Jeg synes de etterpå var litt vanskeligere.
(706) **Rut:** Ja.
(707) **Liv:** Byttet vi ikke egentlig med en gang vi begynte til f av x.
(708) **Siw:** Det var det som ble litt vanskelig.
(709) **Evert:** Vanskelig punkt for dere?
(710) **Siw:** Mm
(711) **Evert:** Ok, hm (.) Hvis dere skal se oppgavene da, var de for lette, passelige eller for vanskelige? Nå må jeg ha alle, nå må dere bare si rett fra hjertet.
(712) **Rut:** Jeg vil si at de første var lette, så bygget de seg opp liksom. Jeg synes de siste var litt vanskelig å forstå liksom, og det var noe inni mellom: Hvorfor er det sånn liksom? (latter)
(713) **Liv:** Jeg synes det var ganske passelig. Det var ganske passe utfordrende liksom.
(714) **Eva:** Passe til vanskelig, på slutten ble det litt komplisert.
(715) **Siw:** Jeg kan ikke si at jeg hadde klart det like bra hvis jeg ikke hadde snakket med de, jeg hadde ikke skjønt.
(716) **Evert:** Hvis vi skal vurdere oppgavene i forhold til den gruppa dere hadde, (---) hva tenker du om de oppgavene, lette, middels eller for vanskelig?
(717) **Siw:** Jeg synes de var middel til vanskelig.
(718) **Ina:** Jeg synes ikke egentlig de første var så veldig lette heller (latter). Jeg skjønte det jo når vi diskuterte de, men jeg synes også de var passelig, og så ble det vanskeligere etter hvert.
(719) **Evert:** Grunnen til at jeg spør, jeg som lærer tenker hvis oppgavene er for lette, så er det kjipt og kjedelig i mattetimene, det er bare rett gjennom, det er bare barnemat. Hvis de er for vanskelige så dere ikke skjønner noen verdens ting, så er det kjipt og du sitter der som en dumming. Du skjønner ingen ting av det som foregår. Det er kjipe timer (---) Men hvis det er passelig: Å <u>ja</u>, nå fikk vi det til! Å <u>ja</u>, nå fikk vi det til! Da tenker jeg, da har dere en opplevelse av <u>Oi!</u> dette var litt bra, sånn tenker jeg.
(720) **Flere:** Ja.
(721) **Evert:** Men hvis du sammenlikner de oppgavene som dere hadde der med de oppgavene som dere har i mattetimene fra lærebøkene, hvordan vil dere beskrive de? Med sånn lett, middels, vanskelig. Hvis dere

sammenlikner en mattetimer som dere sitter og jobber med oppgaver i forhold til de oppgavene, hvordan vil dere beskrive det? Vi tar ei runde. Hva tenker du? (peker på A46)
(722) **Liv:** De vi har i mattetimene?
(723) **Evert:** Ja i forhold til de oppgavene dere jobbet med på Returkraft?
(724) **Liv:** Jeg synes de har sånn. Enten er de ekstremt lette for de som, ja, vet ikke (.) eller så har vi alt for vanskelig synes jeg.
(725) **Evert:** Snakker du om mattetimene nå?
(726) **Liv:** Ja i matteoppgavene.
(727) **Evert:** Men hvis du skal sammenlikne med disse? Hvordan føler du disse var i forhold til de du har på skolen?
(728) **Liv:** (.) Vet ikke.
(729) **Evert:** Du kan bare tenke på det.
(730) **Rut:** Vi har jo ikke, jeg føler at vi ikke har lært så mye om det der-
(731) **Siw:** =algebra.
(732) **Rut:** Nei, vi har jo lært om algebra, men funksjon, jeg føler vi ikke har lært så mye om det, så jeg vet ikke.
(733) **Evert:** Jeg tenkte ikke så mye på emnet, det er jeg klar over at dere ikke har hatt funksjoner, jeg tenker på de matteoppgavene dere jobber med vanligvis i timene.
(734) **Rut:** De synes jeg egentlig er nokså greie eller sånn, egentlig litt, de er nokså lette, sånn grunnboka, når du går videre til sånne der´
(735) **Liv:** =oppgaveboka -
(736) **Rut:** -oppgaveboka, så pleier liksom 2 å være sånn de vanskeligste da, og de er jo sånn at du må streve så av og til så skjønner du det ikke og av og til sånn <u>yes</u>, det klarte jeg.
(737) **Evert:** Men jeg klarte ikke helt å forstå hva du mente med oppgaven på skolen i forhold til disse. Er de på samme nivå, er de på skolen mye lettere, er disse?
(738) **Rut:** Jeg synes det er litt forskjellig, for det kommer an på hvilket nivå vi er på, vi er jo tre forskjellige nivåer.
(739) **Evert:** Det er jeg klar over, disse var ikke forskjellige nivåer. Men det var som dere sa at de gikk fra lette oppgaver eller kanskje sånn passelige oppgaver, sånn som du sa til fryktelig vanskelige. Hva tenker du i forhold til skolen? (peker på X22)
(740) **Eva:** Jo, (.) jeg, (.) ja (latter)
(741) **Evert:** Det er lov å svare pass. Har du noen tanker om det? (Peker på N33)
(742) **Ina:** Jeg er ikke helt sikker, men jeg synes i grunnboka er det veldig variert. Ok, noen er skikkelig lette og da er det kjedelig og andre, det hjelper ikke å forstå det en gang. Jeg greier ikke å skjønne det engang. Men jeg synes i heftet liksom, det kan gått hende det at vi samarbeide da, eller at vi diskuterer og sånn, at det ble letter, men det var sånn passelig, sånn at jeg greide det liksom akkurat på en måte.
(743) **Evert:** Du greide det liksom akkurat på en måte. Ja spennende!
(latter)
(744) **Evert:** Jeg likte det du sa, det var ikke for å gjøre det morsomt, men det var utrolig flott sagt. Det er akkurat <u>det</u>, det jeg drømmer om. Det skal være sånn at du klarer det akkurat ved hjelp av de andre. Så du har hatt den opplevelsen som jeg ønsker.
(745) **Ina:** Ja
(746) **Evert:** Veldig bra. Har du fått sagt noe? (peker på A24)
(747) **Siw:** Det er jo veldig mye som de andre har sagt, men i boka er enten oppgavene veldig lette eller veldig vanskelige, mens her var de, her holdt de sånn jevnt, at du sleit littegranne, men du klarte det hvis du virkelig ville det.
(samtalte litt om matematikknivået i gruppa, det var litt forskjellige)
(748) **Evert:** Hang dere med alle, eller tør noen å være så ærlig og si: Nei jeg klarte ikke å følge med gruppa. Du sa jo liksom at du klarte det <u>akkurat</u> med hjelp av de i gruppa (henvendt til N33) hva tenker dere andre om det?
(749) **Eva:** Jeg synes det var ganske greit.
(750) **Evert:** Du hang med?
(751) **Eva:** Ja.
(752) **Rut:** Jeg synes dette emne var vanskelig liksom, i forhold til det jeg pleier og egentlig syns om sånn vanlige ting da, så syns jeg dette var vanskeligere.
(753) **Evert:** Dette emnet var vanskeligere enn det du har i boka?
(754) **Rut:** Ja, jeg synes det er liksom sånn.
(755) **Evert:** Synes du matte er lett?
(756) **Rut:** Ja.
(757) **Evert:** så var det litt utfordrende likevel.
(758) **Rut:** Ja jeg syns.
(759) **Eva:** Det er nok mer vanskelig er vi er vant med eller en annen type.
(760) **Rut:** Litt mer avansert med alle de bokstavene, selv om jeg synes algebra går greit så lenge du tar sånn.
(761) **Eva:** Finn x.
(762) **Rut:** Ja finn x-en , hva x-en er. Men jeg synes dette var litt mer avansert når du skulle ta det inn i en (.) nei jeg vet ikke (latter), jo finne ut den dere sammenhengen eller jeg skjønte ikke helt hva det betydde.
(763) **Evert:** Men så klarte du det likevel?
(764) **Rut:** Ja til tider, ja, jo, jo, ja
(765) **Evert:** Er ikke det litt gøy?
(766) **Rut:** Jo det er jo det. (smiler)
(767) **Evert:** Du sier at dette er avansert, så får du det til allikevel.
(768) **Evert:** Likte <u>du</u> å jobbe med disse oppgavene på Returkraft? Nå er det litt sånn ja, nei.
(769) **Siw:** Ja.
(770) **Ina:** Ja.
(771) **Eva:** Ja.
(772) **Rut:** Ja.
(773) **Liv:** Ja.

(774) **Evert:** Alle likte det?
(775) **Flere:** Ja
(776) **Evert:** Så skal jeg gå litt på samarbeidet i gruppa. Hvordan fungerte samarbeidet i gruppa. Kunne noe vært gjort annerledes? Kunne gruppa vært sammensatt annerledes?
(777) **Siw:** Nei vi har egentlig veldig bra.
(778) **Ina:** Vi jobbet veldig bra.
(---)
(779) **Siw:** Vi kan diskutere uten at det blir sånn store skikkelige store diskusjoner
(780) **Rut:** Vi holder oss ofte til matten da enn å gå over til sånn -
(781) **Siw:** =sosialt.
(latter)
(782) **Evert:** Kunne du ha lært mer av å sitte alene?
(783) **Alle:** Nei.
(784) **Evert:** Kan du gi eksempler på at gruppa forklarte noe til deg slik at du skjønte det. Har dere ett eller to eksempler på at det forklarte gruppa mi, og da skjønte jeg det.
(785) **Rut:** Jeg ble forklart det der´ f og parentesen fordi at de -
(786) **Evert:** f av x
(---)
(787) **Siw:** Den her skjønte jeg ikke.
(788) **Rut:** Du skulle først forklare den til meg.
(789) **Siw:** Så fant jeg ut at jeg hadde tatt heilt feil.
(790) **Evert:** Hva var det de forklarte for deg?
(791) **Siw:** Det var den her siden som jeg ikke skjønte så mye av. Men det var bare noe som ikke stemte, følte jeg. Når jeg begynte å skrive, så kunne de bare ta noen tall og det skjønte jeg ikke hvorfor.
(792) **Rut:** Ja det var den jeg heller ikke skjønte.
(793) **Siw:** Hvorfor kan du bare ta noen tall. Må de ikke henge sammen?
(794) **Evert:** Hvem forklarte det for deg?
(795) **Siw:** Eva.
(796) **Evert:** Hva sa du til ho som gjorde at hun forstod det?
(797) **Eva:** Hun tenkte vel at det måtte være et fast mønster på de, siden du måtte fyll inn, du kunne bare ta andre k-verdier, og det skjønte ikke hun da.
(798) **Siw:** Jeg trodde det måtte være en fast.
(799) **Evert:** Men du skjønte det?
(800) **Eva:** Ja
(mye prat og forvirring om oppgaver som de mente at gruppa forklarte, men som egentlig de fant ut av selv)
(801) **Evert:** Hvordan synes dere at det var å sitte sammen etterpå i amfiet og diskutere løsningene på oppgavene? Dere har sagt litt om det før, men dere kan gjerne gjenta det. Kunne det vært gjort på en annen måte enn å sitte i amfiet og diskutere oppgavene?
(802) **Rut:** Jeg følte at vi var mer samlet da.
(803) **Eva:** Vi kunne fått litt mer tid.
(804) **Siw:** Vi fikk jo svar på det vi ikke skjønte og fant ut hva du gjorde feil, og da var det kanskje letter å forstå hva du kan gjøre riktig neste gang.
(805) (---)
(806) **Evert:** Lærte dere noe på oppsummeringen som dere ikke lærte på gruppa?
(807) **Eva:** Det eksemplet han hadde gjorde meg mer sikker på det jeg hadde lært.
(808) **Evert:** Og det eksemplet var?
(809) **Eva:** Bursdagsligningen.
(810) **Evert:** Så det var vellykket. Var det fordi vi klappet?
(latter)
(811) **Evert:** Ålreit. Når dere hører ordet algebra, hva tenker dere da på?
(812) **Siw:** Tall.
(813) **Ina:** Jeg er ikke helt sikker.
(814) **Eva:** Bokstaver.
(815) **Rut:** Bokstavuttrykk.
(816) **Liv:** Bokstavuttrykk.
(817) **Evert:** Vil dere følge på mer? Du sa tall.
(818) **Siw:** Tall og bokstaver som er satt sammen på en spesiell måte
(819) **Evert:** Tenker du tall er algebra?
(820) **Siw:** Nei.
(821) **Liv:** Ikke bare tall, men 4a og 4b
(---)
Evert: Hva tenker dere algebra er, er det 4a eller bare a?
(822) **Eva**: Jeg føler det er å finne x (---) finne det ukjente liksom.
(823) **Evert:** Det er algebra?
(824) **Eva:** Ja
(825) **Evert:** Begynner dere nå å lære algebra, eller har dere lært -
(826) **Liv:** =vi lærte det i 8.
(827) **Evert:** Ikke i første klasse?
(latter)
(828) **Siw:** Nei, vi begynte i 8.
(829) **Evert:** Oppfatter dere at algebra er noe som er lett å lære, vanskelig eller midt i mellom?
(830) **Liv:** Jeg synes det var ganske, eller midt i mellom til vanskelig
(831) **Evert:** Ikke tenkt på dette heftet, tenk på algebra generelt. (---)
(832) **Liv:** Vanskelig i begynnelsen, men med en gang jeg klarte det, var det ganske lett.

(833) **Rut:** Jeg synes det var nokså lett, og det var litt gøy å løse likninger, for det var sånn kryssord, der du fant ut, så kunne du sette prøve og så ble det riktig. Litt gøy (latter).
(834) **Eva:** Jeg synes det er ganske greit egentlig.
(835) **Ina:** Jeg synes det er sånn midt i mellom.
(836) **Evert:** Bare si det hjertet deres mener.
(837) **Siw:** Jeg synes det er vanskelig (latter)
(838) **Evert:** Hvorfor synes du algebra er vanskelig?
(839) **Siw:** Jeg skjønner det ikke helt, hvordan jeg skal gjøre det. (latter)
(840) **Evert:** Du vil ha en fremgangsmåte?
(841) **Siw:** Og av og til er det en annen, nei jeg vet ikke. Av og til gjør man det på en annen måte, og da blir man litt forvirret.
(842) **Evert:** Hvorfor er det midt i mellom? (henvendt til N33)
(843) **Ina:** Jeg vet ikke helt. Jeg synes det kan være vanskelig. Men hvis jeg får forklart det, så blir det mye lettere
(844) **Evert:** Hvordan opplevde dere da å jobbe med funksjoner på Returkraft, som faktisk er et emne i algebra?
(845) **Rut:** Jeg synes det var det vanskeligere.
(---)
(846) **Liv:** Det hadde vært greit hvis vi bare hadde fått det forklart i begynnelsen. Hva det var for noe. Fått en gjennomgang på det.
(847) **Evert:** Dere synes det er vanskeligere enn ligninger?
(848) **Alle:** Ja.
(849) **Evert:** Et enkelt spørsmål kanskje. Hva har dere lært om funksjoner på Returkraft som dere ikke kunne fra før?
(latter)
(850) **Evert:** Kunne dere noe om dette før?
(851) **Alle:** Nei.
(---)
(852) **Evert:** Hva er egentlig funksjoner? Si det veldig kort. Glem søppel og energi. Hva er funksjoner egentlig? Du skal forklare for en første klassing. Jeg har lest ordet funksjoner. Hva er det for noe?
(853) **Siw:** Æ:
(854) **Evert:** Hva er det vi har jobbet med hele tiden? Har dere noe inntrykk av det?
(855) **Siw:** Sammenhengen.
(856) **Evert:** Sammenhengen mellom-
(857) **Siw:** =mellom uavhengig og avhengig variabel.
(858) **Evert:** Glem de fremmedordene, si det på deres språk.
(859) **Rut:** X og y.
(860) **Evert:** Glem x og y. Sammenlikning?
(861) **Ina:** Søppel og energi.
(862) **Evert:** Ja, det var ett eksempel, sammenlikning søppel og energi eller, eller?
(863) **Siw:** Sammenhengen mellom to tall.
(864) **Evert**: Ja sammenhengen mellom to tall. (.) Det er funksjoner.
(865) **Siw:** Er det funksjoner?
(866) **Eva:** Er det alt?
(867) **Evert:** <u>Ja</u>.
(868) **Eva:** Jeg trodde det var mye mer komplisert.
(869) **Rut:** Så funksjoner er bare sammenhengen mellom to tall? (.) Å ja, sammenhengen mellom to tall er jo bare å ta det delt på det liksom, så finner du sammenhengen.
(870) **Liv:** Funksjoner, sammenhengen mellom to tall til som overskrift.
(871) **Siw**: Er det alt liksom?
(872) **Evert:** Ja.
(873) **Siw:** Å ja, nå skjønte jeg det faktisk.
(874) **Rut:** Hvorfor sa du ikke det før?
(875) **Evert**: Nå har dere oppdaget det selv. (---(5.0). Har dere lyst til å lære matematikk på denne måten.
(876) **Alle**: Ja
(877) **Evert:** Hvilke emner tror dere kunne være aktuelle? Vi glemmer funksjoner.
(878) **Liv:** Potenser.
(879) **Evert:** Potenser?
(880) **Liv:** Går det an egentlig?
(881) **Evert:** Potenser hadde det vært gøy å lære på denne måten?
(882) **Flere:** Ja(---)
(883) **Eva:** Målestokk. (---)
(884) **Evert:** Hvorfor har dere lyst å lære potenser og målestokk på denne måten?
(885) **Siw:** Fordi det var gøyere.
(886) **Liv:** Lettere å lære det som er vanskelig.
(887) **Siw:** Du fikk sånn aha-opplevelse.
(888) **Evert:** Men da hadde du ikke fått det som du ønsket, at det skulle stå som en overskrift.
(889) **Liv:** Hæ?
(latter)
(890) **Evert:** Du sa at det skulle stå som overskrift.
(891) **Liv:** Ikke at det skulle stå sånn masse og presentere det. Men bare akkurat det og ingenting mer.
(---)
(892) **Evert:** Har dere forslag til forbedringer hvis andre klasser skulle gjøre det samme som dere? (---) Du har kommet med et godt forslag at det burde stå som overskrift.
(893) **Eva:** Bare si noe om det.
(894) **Siw:** Bare fortelle litt mer om hvordan vi skal gjøre det, ikke alt liksom, de må finne ut noe.
(895) **Evert:** Men litt mer?

(896) **Siw:** Litt mer.
(897) **Liv:** Men ikke at det står alt for mye, for da blir man så tullete.
(---)
(898) **Evert:** Har dere mer å fortelle som jeg ikke har spurt om?
(---)
(899) **Rut:** Det var gøy å være der og ha på det utstyret, det var faktisk noe ekstra med det.
(900) **Liv:** Det var faktisk veldig gøy.
(901) **Siw:** Det er den beste mattedagen jeg har hatt.
(902) **Eva:** Det var så lett å bli engasjert.
(903) **A24:** Jeg så ikke så frem til det, jeg tenkte bare søppel og matte liksom, men da jeg kom der var det faktisk skikkelig gøy. Det var bedre enn forventet.