UNIVERSITETET I AGDER

Problemløsning i en muntlig kontekst

En kvalitativ studie av elevers tilnærming til problemløsnings - prosess i matematikk

LENE ASK ANDREASSEN

VEILEDER
Niclas Larson

Universitetet i Agder, 2019
Fakultet for teknologi og realfag
Institutt for matematiske fag

Forord

Med denne masteroppgaven avslutter jeg masterstudiet mitt i matematikkdidaktikk ved Universitetet i Agder. Tiden har vært lang og til tider både utfordrende og krevende, men hovedsakelig har tiden vært utrolig inspirerende og veldig læringsrik for videre arbeid med utvikling og forbedring av egen undervisning og ulike pedagogiske ressurser i matematikk. Jeg har lært mye om matematikk og matematikkdidaktikk som allerede har ført til en endring i egen undervisningspraksis og lærerprofesjon. Endringen og utviklingen går i stor grad ut på at jeg nå introduserer og implementerer i egen undervisning andre oppgavetyper som fordrer mer samarbeid, utforsking, muntlig deltagelse og selvstendighet enn jeg tidligere gjorde.. Oppgaver i matematikk kan eksistere og begrenses til bare å være de rent regnetekniske og instrumentelle, men oppgaver kan også utformes og karakteriseres som de mer kreative og utforskende. Egen forskning kan vise til at elevene i mindre grad er vant til oppgaver som oppmuntrer til kritisk tenkning, muntlig aktivitet og bruk av alternative strategier og løsningsmetoder. Elevene har ofte erfaring med et fag kontekstualisert i en altfor forutsigbar ramme med lite muntlig aktivitet utenom det å bare besvare spørsmål fra læreren om riktig svar på en oppgave. Ved en dekontekstualisering av matematikkfaget vil faget forhåpentligvis fremstå som mer spennende, muntlig og uforutsigbart hvor elevene vil erfare og oppleve mer selvstendighet, kritisk tenkning, bruk av alternative strategier, engasjement og samarbeid. Jeg har alltid brent for matematikk og det å få elever til å føle mestring, motivasjon og troen på seg selv. Elevene må føle at kognitiv innsats vil betale seg og på sikt, og at innsatsen vil øke deres matematiske kompetanse og forståelse. Mange elever har liten selvtillit og tro på egne matematiske ferdigheter, og de har ofte gitt opp før de overhodet har begynt å prøve å løse en oppgave i matematikk. Elevene har ofte en forståelse av at det er bare en fast bestemt måte å løse en oppgave på, og at det ikke er tillat å utforske andre alternative løsningsmetoder. Jeg har derfor tiltro til at en av forutsetningene for å få til dette er å introdusere elever for et fag som ikke i all hovedsak består av ferdig oppstilte regnestykker og ferdig gitte logaritmer.

Først og fremst vil jeg takke veilederen min Niclas Larson som har bidratt betydelig gjennom sin gode faglige kompetanse innenfor det matematikkdidaktiske, men og det rent skrivetekniske. Jeg takker også egne elever, som har vært så imøtekommende og latt meg observere en av sine matematikktimer i 1T, men og latt meg intervjue noen av dem i etterkant av observasjonene, Dette har gjort det mulig for meg å antyde noe om tendenser rundt oppgaveløsning og problemløsning, strategier, muntlighet og kompetanse i matematikk. Familien min har også vært utrolig viktig i denne forsknings og skriveprosessen, ved å være overbærende og tålmodig med hensyn til all tid som har gått med til å gjennomføre denne studien.

Kravet til muntlighet og problemløsning i matematikk er et krav LK06 eksplisitt har løftet frem som en del av de grunnleggende ferdighetene i faget. De grunnleggende ferdighetene ble implementert i alle fag, i hensikt å øke både læringsutbyttet og ferdighetsnivået i det enkelte fag. De grunnleggende ferdighetene videreføres i den nye læreplanen som blir innført høsten 2020, samtidig som problemløsning blir en av de seks kjerneelementene i den nye læreplanen. Prosessen med å gjennomføre denne studien, har derfor bunnet ut i brennende ønske om å skape kreative, selvstendige, kunnskapsrike og nysgjerrige elever, som blir motiverte for videre arbeid med matematikk og realfag i videre arbeids og yrkesvalg. Arbeidet med denne oppgaven har allerede resultert i endring av egen undervisningspraksis, hvor det å samtale og diskutere ulike strategier for å løse mer problemløsende oppgaver i matematikk, nå i mye større grad enn tidligere spiller en viktig rolle. Ønsket med studien er å motivere meg selv og muligens andre lærere til å tilrettelegge for en undervisningspraksis som i størst mulig grad øker elevenes dybdelæring i matematikk. På bakgrunn av dette ble denne masteroppgaven en realitet.

Universitetet i Agder, mai 2019
Lene Ask Andreassen

Sammendrag;
Temaet og fokuset til denne masteroppgaven har vært å studere hvilke strategier elever bruker i samtale med utgangspunkt i en problemløsende oppgave i matematikk, som blir presentert for eleven, men og hvilken matematisk kompetanse de benytter i løsning av oppgaven. Følgende forskningsspørsmål har ligget til grunn for denne studien;

1. *Hvilke strategier bruker elever i løsning av problemløsningsoppgave i matematikk?*

2. *Hvilken betydning har elevens matematiske kompetanse for elevens deltagelse i problemløsningsprosess?*

Det teoretiske rammeverket som ligger til grunn for denne studien er den sosiokulturelle læringsteorien hvor Vygotsky sin teori er helt sentral. Videre vil det bli presentert forskning om problemløsning og ulike problemløsningsmodeller, samt forskning rundt strategier brukt i problemløsningsprosessen. Forskning om matematisk tenkning, kompetanse og muntlighet i matematikk vil også danne grunnlaget for teorikapittelet.

Egen studie tar utgangspunkt i både observasjon og intervju av elever i en autentisk matematikktime fra en av landets videregående skoler. Empirien til egen studie består av transkripsjon av samtalene mellom elevene i løsning av problemløsningsoppgave og i tillegg transkripsjon av samtaler hvor jeg som deres faglærer intervjuer noen utvalgte elever i etterkant av løsningsprosessen.

Resultatene fra analysen av studien sitt empiriske materiale viste til en sammenheng mellom betydningen av elevenes kompetanse og elevenes bruk av strategier. Elevene benyttet i all hovedsak disse seks ulike problemløsningsstrategiene; visuelle representasjoner, definisjoner og notasjoner, analogi, hypotese og bevis, monitorering og logisk resonnement. Studien har ikke hatt interesse av kronologien, slik at strategiene ikke nødvendigvis står oppført i den rekkefølgen som de fant sted. Studien anerkjente problemløsingsprosessen som en syklisk prosess, hvor eleven forflytter seg mellom de ulike fasene i prosessen.

Interessante spørsmål til videre forskning vil være å studere hvordan elevene organiserer selve problemløsningsprosessen og hvordan de samtaler rundt løsningen.

Abstract;

The theme and focus of this thesis has been to study which strategies students use in conversation based on a problem-solving task in mathematics, which is presented to the student, but also which mathematical competence they use in the solvingprocess. The following research questions have been the basis for this study;

1 *What strategies do students use in solving a problem solving tasks in mathematics?*

2 *What importance does the student's mathematical competence have for the pupil's participation in a problem-solving process?*

The theoretical framework that underlies this study is the socio-cultural learning theory in which Vygotsky is central. Furthermore, research will be presented on problem solving and various problem-solving models, as well as research on strategies used in the problem-solving process. Research on mathematical competence and oral mathematics will also form the basis for the theory chapter.

Own study is based on both observation and interview of students in an authentic mathematics lesson from one of the country's upper secondary schools. The empirical study of one's own study consists of the transcription of the conversations between the students in solving the problem-solving task and in addition the transcription of the conversations where I as their teacher interviews some selected students after the solution process.

The results of the analysis of the study's empirical material showed a connection between the importance of the pupils competence and the students use of strategies. The pupils mainly used these six different problem solving strategies; visual representations, definitions and notations, analogy, hypothesis and evidence, monitoring and logical reasoning. The study has not been interested in the chronology, so the strategies are not necessarily listed in the order in which they took place. The study recognized the problem-solving process as a cyclical process, where the student moves between the different phases of the process.

Interesting questions for further research will be to study how the students organize the actual problem-solving process and how they talk about the solution.

Innholdsfortegnelse

1 INNLEDNING

«Du kan ikke lære et menneske noe: du kan bare hjelpe det til å oppdage det i seg selv» Galileo Galilei (1564-1642).

1.1 Bakgrunn

Morgendagens samfunn vil stille nye krav for deltagelse i alt fra hverdagsliv til yrkesliv og samfunnsdeltagelse. Ludvigsen utvalget, oppnevnt ved kongelig resolusjon, avga i 2015 en rapport til Kunnskapsdepartementet (NOU, 2015 :8). En rapport som hadde til hensikt å vurdere grunnskoleopplæringen opp mot et fremtidig samfunns – og arbeidsliv. Rapporten beskriver en teknologiutvikling som skaper andre kommunikasjonsformer, samhandlinger og samarbeid i samfunnet og ellers, samtidig som rapporten beskriver et større behov for kompetanse i blant annet matematikk. Mer behov for dybdelæring i skolen blir en gjennomgående beskrivelse av rapportens innhold. De beskriver fire kompetanseområdet som sentrale for fremtidens skole; «– fagspesifikk kompetanse – å kunne lære – å kunne kommunisere, samhandle og delta – å kunne utforske og skape» (NOU, 2015:8, s. 20-22). Man kan derfor antyde noe om et behov i den fremtidige skolen for en mindre overflatisk undervisning med mer gjennomgående kompetansemål gjennom grunnskoleløpet samtidig som man etterspør en undervisning som i større grad utvikler elever med evne til å kommunisere og delta i matematiske prosesser i klasserommet og samfunnet ellers. Gjennom flere år, både som lærer og nå student, har jeg interessert meg for det undervisningsmetodiske i skolefaget matematikk, med utgangspunkt i at både erfaring og forskning kan vise til en relativt statisk og ensformig undervisningspraksis i faget (Alrø & Skovmose, 2002; Mellin-Olsen, 1996; Streitlien, 2009). I matematiske læreprosesser i en skolekontekst har kommunikasjon også tradisjonelt vært styrt av lærer med hans eller hennes forklaring, som i større eller mindre grad, er sentrert rundt løsning av oppgaver fra læreboka. Elevene jobber så avslutningsvis med samme type oppgave som er gjennomgått (Alrø & Skovmose, 2002; Alseth, Breiteig & Brekke, 2003; Hundeland, 2010). Jon Kristian Smidt (2009) beskriver, fra et norskfaglig perspektiv, en klasseromspraksis i norsk skole hvor samtale i stor grad er sentrert rundt oppgaver og oppgaveløsning. Samtale kan man derfor anta, fungerer som en lærers viktigste verktøy i introduksjon og diskusjon rundt løsning av oppgaver, samtidig som man kan anta at samtale har sin eksistens i en slik kontekst. Per Sigurd Hundeland (2010) har undersøkt hva matematikklærere i videregående opplæring vektlegger i egen undervisning. Han fant ut at utfordringer oppstår i møtet mellom skolens institusjonelle krav og eleven sitt behov for individuell tilpasning. Hundeland beskriver matematikkundervisning som en kompleks og sammensatt virksomhet, men en virksomhet som allikevel er relativ entydig rundt læreren som den mest avgjørende enkeltfaktoren for elevens læring.

PISA[1] og TIMMS[2] har flere ganger målt temperaturen på norske elevers kompetanse og ferdigheter i blant annet matematikk, og beskriver mulige årsaker til norske elevers dårlige prestasjoner i skolefaget matematikk. Mange av hypotesene peker på forhold utenfor klasserommet, som for eksempel læreplaner, forskrifter, ressurser, sosioøkonomiske forhold og lignende. Dette er forhold, som jeg i liten grad kan påvirke, så denne studiens sitt utgangspunkt blir å studere klasserommet isolert sett, da dette er en arena som jeg i stor grad kan påvirke ved didaktiske og pedagogiske valg ved egen undervisning. Klasserommet er hovedarena for undervisning og læringsprosesser i matematikk, og jeg som matematikklærer har en ikke ubetydelig innflytelse på disse. Intensjonen med studien er ikke å bedømme og vurdere enkeltelevers valg av strategi, men mer diskutere og reflektere over valg som gjøres, og hvilke premisser og vilkår disse valgene legger eller kan legge for utvikling av elevenes egne matematiske kompetanse som gjør eleven mest mulig i stand til å møte samfunnet og arbeidslivet sine fremtidige krav.

1.2 Problemstilling og Forskningsspørsmål

Med utgangspunktet i de presenterte statusrapportene i norsk matematikkopplæring, er problemstillingen for denne studien som følger: *Hvilke strategier benytter elever i videregående opplæring for å delta i problemløsning i i matematikk?*

I hensikt å besvare problemstillingen er følgende to forskningsspørsmål formulert*:*

Hvilke strategier bruker elever i løsning av problemløsningsoppgave i matematikk?

Hvilken betydning har elevens matematiske kompetanse for elevens deltagelse i problemløsningsprosessen?

---

[1] Hentet fra https://www.uv.uio.no/ils/forskning/prosjekter/pisa/resultater/

[2] Hentet fra https://www.udir.no/contentassets/7b41d7e958ad41cc8596f58dfd4838d1/timss_2015_hovedresultater.pd

Strategier og arbeidsmåter i forbindelse med problemløsning blir anerkjent som to likeverdige sanksjoner i denne studien. Strategi som begrep anvendes om hvordan man løser en oppgave og hvilken plan man legger til grunn for løsning av oppgaven (Bjuland, 2002). Studien arbeider også ut fra en forståelse av at lærerens didaktiske og pedagogiske valg har stor betydning for eleven sin forståelse av, holdning og tilnærming til skolefaget matematikk. Studien vil fremlegge forskning som er gjort på samtale og muntlighet i matematikk, og særegne egenskaper til hvordan matematikkundervisning er organisert i klasserommet. Samtale og muntlighet anses av studien som kjennetegn på mer problemløsende arbeidsprosesser i faget men og som viktig for å bygge og utvikle matematisk kompetanse. Problemstillingen og forskningsspørsmålene skal gjennom analyse av studiens empiri diskuteres nærmere i diskusjons- og drøftingskapittelet og prøves besvares i kapitelet om avslutningen og perspektiver på avslutningen.

1.3 Bakgrunn for interesse og valg av oppgave

Stieg Mellin-Olsen (1996) var en norsk professor som gjennom sin forskning kom frem til at slavisk regelbruk og repetitiv oppgaveløsning var i stor grad veldig representative kjennetegn på norsk matematikkundervisning. Når man tolker dette opp mot hva Smidt (2009) beskriver om i hvilken kontekst samtale finner sin eksistens i norsk skole, forstår man hvor stor betydning hvilke oppgaver læreren introduserer for elevene gjennom sin undervisningspraksis har. Hvis oppgavene kun har som funksjon å drille elevene i en bestemt algoritmisk tenkning blir elevene i liten grad rustet for å løse oppgaver hvor de selv kan og bør velge egne strategier og algoritmer. Mellin-Olsen beskriver eksistensen av en tradisjonell oppgavediskurs i skolefaget matematikk. Mellin-Olsen kaller måten lærerne snakker om håndteringen av kunnskapen på, for oppgavediskursen, og beskriver dette som *et språk* og en *praksis* som læreren utøver med tilknytning til skolen og til matematikkundervisningens tradisjon. Mellin-Olsen hevdet også at det er farten som er kjernen i oppgavediskursen. Med dette mente han at lærere i altfor stor grad er opptatt av å få elever gjennom pensum, da læreren ofte tar i bruk ord som; kjøre, gjennomkjøring og rase gjennom, og elevene blir vurdert etter hvor langt de er kommet i oppgaverekken (Mellin-Olsen, 1996). Mona Nosrati & Kjersti Wæge (2015) skriver i en artikkel fra Matematikksenteret at;

> Det finnes ikke absolutte regler for hvordan god matematikkundervisning kan oppnås, men at vi bør bevege oss vekk fra ideen om at matematikk hovedsakelig består av regler og algoritmer som må læres utenat, er ganske sikkert. Fokuset bør snarere rettes mot de rike tankeprosessene som underligger matematisk aktivitet (s.2).

Formålet med studien er derfor å komme frem til noen konklusjoner rundt problemløsende arbeidsprosesser og strategier i matematikk, muntlighet og matematisk kompetanse hos elever på videregående nivå, samtidig som studien jobber ut fra en antagelse om at morgendagens samfunn vil etterspørre og kreve elever med mer selvstendig, muntlig og kritisk kompetanse i matematikk. Jeg vil både se på hvilke strategier elever bruker i problemløsingsprosesser samtidig som jeg vil se på hvilken betydning elevenes matematiske kompetanse har å si for elevenes deltagelse med å løse oppgaven.

1.4 Strukturering av studien

Denne studien er strukturert i åtte kapitler. I kapittel en begrunnes valg av tema etterfulgt av presentasjon og avgrensning av problemstillingen. Deretter beskriver kapittel to det kontekstuelle rammeverket for studien. I kapittel tre fremlegges relevante teorier som blir fundamentet for drøftingene og diskusjonene av funnene gjort i studien. Forskningsmetodiske valg og vitenskapsteoretiske tilnærminger og redegjørelser sammen med studiens relabilitet og validitet blir belyst i kapittel fire. Kapittel fem presenterer det empiriske materialet som danner grunnlaget for studien, og resultatene vil bli drøftet og diskutert i kapittel seks. Kapittel syv vil oppsummere og trekke konklusjoner ut fra resultatene av eventuelle funn basert på hva som ble drøftet og diskutert i kapittel seks. Helt avslutningsvis vil det i kapittel åtte legges frem noen betraktninger på avslutningen og noen didaktiske implikasjoner. I dette siste kapittelet vil det også redegjøres for hvilken betydning resultatene av studien vil kunne ha å si for egen profesjonsutvikling og klasseromsforskning. I tillegg vil det legges frem andre mulige og interessante forskningsspørsmål som har dukket opp underveis i denne forskningsprosessen, og som kan virke spennende å skulle undersøke ved en eventuell senere forskningsprosess

2 KONTEKST

Omgivelsene er viktig for å forstå hva som formidles og hvordan det skal tolkes. En klasseromskontekst er på samme tid både kompleks og unik, men med noen helt klare felles egenskaper og beskrivelser, som studien velger å presentere i det kommende kapittelet.

2.1 De grunnleggende ferdighetene

Med integreringen av Kunnskapsløftet i 2006 kom integreringen av de fem grunnleggende ferdighetene. I Kunnskapsløftets læreplaner for de ulike fagene er de fem grunnleggende ferdighetene integrert i kompetansemålene «på det enkelte fags premisser». I tillegg er det i hver læreplan et innledende avsnitt som beskriver hvordan ferdighetene er en del av kompetansen i faget og på hvilken måte de kan gjenfinnes i kompetansemålene. På denne måten har lærere i alle fag fått et ansvar for å støtte elevenes læring med hensyn til de grunnleggende ferdighetene, og dermed for å ivareta dette i undervisningen i sine fag. I Kunnskapsløftet står det at de grunnleggende ferdighetene både er integrerte i kompetansemålene, samtidig som de også er en del av disse (Kunnskapsdepartementet, 2016).

De fem grunnleggende ferdighetene er *å kunne uttrykke seg muntlig, å kunne uttrykke seg skriftlig, å kunne lese, å kunne regne og å kunne bruke digitale verktøy*. I matematikk beskrives to av de fem grunnleggende ferdighetene *å kunne uttrykke seg muntlig og å kunne regne,* slik:

> - Å kunne uttrykke seg muntlig i matematikk innebærer å gjøre seg opp en mening, stille spørsmål, argumentere og forklare en tankegang ved hjelp av matematikk. Det innebærer også å være med i samtaler, kommunisere ideer og drøfte problemer og løsningsstrategier med andre.(..)
>
> - Å kunne regne i matematikk innebærer å bruke symbolspråk, matematiske begreper, framgangsmåter og varierte strategier til problemløsning og utforskning som tar utgangspunkt både i praktiske, dagligdagse situasjoner og i matematiske problemer (…)(Kunnskapsdepartementet 2016, s.4-5).

Selve begrepet 'grunnleggende ferdigheter' betyr ikke at det handler om ferdigheter på et elementært nivå, men om ferdigheter som er grunnleggende for læring og utvikling gjennom hele det trettenårige løpet. (Aasen et al., 2012). Den muntlige ferdigheten blir derfor å forstå som et redskap og verktøy til bedre å oppnå dypere læring i faget, og anses som en forutsetning for læring. Hilde Traavik, Oddrun Hallås og Anne Ørvig (2009) skriver i sin bok:

> Skal elevene derfor utvikle tanker og forstå ulike fag- og livsområder, trenger de å beherske ord, begreper, termer og faguttrykk som brukes på de enkelte områdene. Dette er en svært viktig grunn til at læreplanen har integrert de fem grunnleggende ferdighetene (s. 21).

Cay Gjerustad, Erica Waagene og Kari Vea Salvanes (2015) skriver i NIFU sin sluttrapport, om implementeringen av grunnleggende ferdigheter på skolenivå, og deres studie kan vise til at gjennomføringen av de grunnleggende ferdighetene ikke har gått helt som forventet etter innføringen. Deres studie baserer seg på intervjuer med 588 grunnskoler, 100 videregående skoler, 17 fylkeskommuner og 13 kommuner om integreringen av de grunnleggende ferdighetene som redskap for læring. Rapporten sammenlikner resultatene fra undersøkelsene som ble gjennomført hvert halvår både i 2012 og i 2014. Undersøkelsene er basert på en rammeavtale fra Utdanningsdirektoratet om å utføre spørreundersøkelser rettet mot skoler og skoleeiere for å dekke Utdanningsdirektoratets kunnskapsbehov til enhver tid (Gjerustad et al., 2015, s. 3). I hovedsak var det liten forskjell i resultatene på disse to undersøkelsene, og rapporten velger derfor å behandle funnene samlet. Undersøkelsene kunne vise til at små skoler både har et mer fokus og et mer systematisk arbeid med de grunnleggende ferdighetene enn de større skolene, og den grunnleggende ferdigheten *å lese* er den som i større grad blir arbeidet med og involvert i fagene. Som en oppsummering kommer det frem at både rektorer og lærere er svært oppmerksomme på de grunnleggende ferdighetene, men uten at det ser ut til å ha fått særlig store konsekvenser for undervisningen (s. 67-76). Arbeidet med ferdighetene oppfattes dermed mer som et anliggende for den enkelte lærer mer enn for skolen som fellesskap. Når muntlighet og utforskende samtale matematikk i stor grad blir et læreranliggende, kan gjennomføringsgraden i veldig stor grad også bli veldig varierende.

Jorunn Møller, Tine S. Prøitz og Petter Aasen (2009) beskriver et utviklingsarbeid av læreplaner som har gått i retning av økt handlingsfrihet og ansvar for lærere, samtidig som elevenes læringsutbytte har blitt styrket. Som tidligere læreplaner stiller Kunnskapsløftet store krav til at opplæringen skal være tilpasset elevenes ulike forutsetninger og behov. Den muntlige ferdigheten handler ikke om ferdigheter på et grunnleggende nivå, men om ferdigheter som gir grunnlag for læring og utvikling i alle fag. Den muntlige ferdigheten i matematikk er dermed ikke noe som kommer i tillegg til å løse matematiske oppgaver, den er en forutsetning for forståelse og innsikt i faget. Evalueringsrapporten, *Kunnskapsløftet – tung bør å bære?* kan også konkret vise til ganske nedslående resultater i integreringen av de fem grunnleggende ferdighetene i fag, inkludert matematikk (Møller et al.,2009)

2.2 Kjerneelementer

På Utdanningsdirektoratet sin hjemmeside står det om fagfornyelsen og innføring av nye læreplaner som vil skje høsten 2020. De innfører *kjerneelementene*, som vil beskrive definisjoner av det viktigste elevene skal lære i hvert fag. Kjerneelementene er et forarbeid til innføring av nye læreplaner. Med kjerneelementene menes både det viktigste innholdet, og det elevene må lære for å kunne mestre og å bruke faget. Det kan altså være kunnskapsområder, metoder, begreper, tenkemåter og uttrykksformer (Utdanningsdirektoratet, 2018, 2019).

Kjerneelementene skal prege innholdet og progresjonen i læreplanene og bidra til at elevene over tid utvikler forståelse av innhold og sammenhenger i faget (Utdanningsdirektoratet, 2018).

> Kjerneelementet *utforsking og problemløsning* innebærer at elevene leter etter mønstre og finner sammenhenger. Elevene skal legge mer vekt på strategiene og framgangsmåtene enn på løsningene. Problemløsing handler om at elevene utvikler en løsningsmetode på et problem de ikke kjenner fra før. Algoritmisk tenking er viktig i prosessen med å utvikle strategier og fremgangsmåter og innebærer å kunne bryte ned et problem i delproblem som kan løses systematisk (Utdanningsdirektoratet, 2018).

Egen studie anser resultatene fra rapporten til Sten Ludvigsen og hans utvalgsmedlemmer som sentrale bidragsytere i innføring av ny læreplan. Rapporten kunne vise til et behov for en matematisk kompetanse i den fremtidige skole, hvor både dybdelæring, samarbeid, muntlighet, problemløsning og modellering vil være viktig for matematisk kompetanse for å imøtekomme nåtidens og det fremtidige samfunn sine krav. Studien beskriver ikke teorier rundt modellering i matematikk, men jobber ut fra en forståelse av at modellering i større grad handler om mer reelle og virkelighetsnære problem som overføringes ved hjelp av matematiseringer til en mer skolekontekst, for så til slutt blir validert opp mot det opprinnelige reelle problemet. Modelleringer handler derfor om stadig forflytninger mellom det reelle og det matematiske (Ferri, 2018). For å avgrense oppgaven blir derfor ikke teori om modellering eller andre aktuelle teorier om sentrale temaer integrert i denne masteroppgaven, ikke på bakgrunn av viktighetsgrad, interesse eller relevans, men oppgavetypen sin begrensning.

2.3 Problemløsning som didaktisk metode

Didaktikkens hovedoppgave er å beskrive systematisk og prinsipielt hva som tilhører det pedagogiske kunnskapsområdet og den pedagogiske disiplinen. Lærerens tilnærming til både undervisningsformer og valg av pedagogisk støttemateriale, som blant annet oppgaver og lærebok, har ifølge Allan Schoenfeld (1992) stor betydning for om hvorvidt elevene utelukkende utvikler mekaniske ferdigheter eller ei. Den læreren som i stor grad gjennom sin undervisning benytter bare rene rutine og eller drilloppgaver kan derfor komme til å formidle matematikkfaget som et fag som i all hovedsak etterspør oppgaver med kun et riktig svar og en riktig løsningsmetode mer enn alternative måter å løse oppgaven på.

Å arbeide med problemløsningsoppgaver i undervisningen som metode er en mer utfordrende metodisk innfallsvinkel til faget for læreren da læreren hverken kan være forberedt på hva som kan komme frem av løsningsforslag eller strategier brukt til å løse oppgaven eller hva elevene etterspør av faglig støtte eller veiledning. George Pólya (1957) og John Mason og John Davis (1991) har et syn på problemløsning om at dette ikke er noe som kan læres bort gjennom fastsatte regler og oppsett, og erfaring blir av disse teoretikerne ansett som den viktigste faktoren for å mestre dette. Disse teoretikerne mener at for at en oppgave i matematikk skal kunne kalles problemløsning må ikke metoden for å løse problemet allerede være kjent for problemløseren. Allan Schoenfeld (1992) på sin side sammenligner problemløsning og engasjement, og han mener at et problem må kunne engasjere for å defineres som problemløsning.

Metodiske valg anser jeg som veldig betydningsfull for elevenes læringsutbytte, forhold og forventninger til skolefaget matematikk. Jeg arbeider både med høyt presterende og lavt presterende elever daglig i mitt virke som lærer på videregående skole. Mange elever har mye følelser og tanker rundt matematikkfaget. De elevene som har de dårligste erfaringene og den laveste mestringstroen har ofte sterke følelser tilknyttet matematikkfaget, og en tro på at innsats ikke betaler seg. Egen erfaring er at disse følelsene ofte går på fagets karakteristiske kjennetegn, og hvordan de tidligere har blitt introdusert for dette faget gjennom undervisning. Jeg tror at disse dårlige erfaringene gjort av enkelte men ofte mange elever kan tilskrives metodiske valg gjort av lærer, som går på relative monotone og forutsigbare strukturer. Ved å jobbe mer problemløsende vil elevene i mye større grad både utfordres og overraskes av fagets semantikk og innhold. Elevene som jeg forsket på i denne masteroppgaven var stort sett høyt presterende, og de likte og mestret de forutsigbare rammene i faget. Ved å jobbe problemløsende vil elevene i mye større grad engasjeres og utfordres på rike tankeprosesser og muligheter for løsning. Jeg vil i diskusjonsdelen av analysen komme frem til noen tanker rundt problemløsning som didaktisk metode og hvordan elever ser ut til å mestre denne metoden.

2.3.1 Den didaktiske kontrakt

Begrepet klassekultur er et overordnet begrep som innebærer holdninger, verdier og normer i den enkelte klasse. Oppbygging av en klassekultur er derfor en kompleks prosess som innebærer å bygge opp en kontekst med sett av normer og regler for interaksjoner og samhandlinger innenfor den enkelte klasse. Line Wittek ((2011) beskriver at konteksten i seg selv og måten den formes av deltakerne på, tilbyr deltakerne strukturer og ressurser som peker i retning av visse handle- og tenkemåter, men avgrenser seg fra andre (s.110).

Guy Brousseau introduserte begrepet *den didaktisk kontrakt*, hvor det ilegges en forventning om at eleven skal lære, og læreren forventer å undervise (Skott, Jess & Hansen, 2008, s 421). Begrepet den didaktiske kontrakt beskriver de felles og gjensidige holdningene, oppfatningene og forventningene som eksisterer i klasserom mellom lærer og elever, og som er typiske for undervisningskontekster. Den didaktiske kontrakten er implisitt, og kommer derfor kun til syne når den blir brutt.

> In a teaching situation, prepared and delivered by a teacher, the student generally has the task of solving the (mathematical) problem she is given, but access to this task is made through interpretation of the questions asked, the information provided and the constraints that have been imposed, which are all constants in the teacher's method of instruction. These (specific) habits of the teacher are expected by the student and the behaviour of the student is expected by the teacher; this is the didactical contract. (Brousseau, 2002, s 225)

Som en del av den didaktiske kontrakt har læreren og eleven noen forventninger til hverandre. Morten Blomhøj (1994) er en som har forsket på innhold og konsekvenser av den didaktiske kontrakten. Blomhøj beskriver karakteristiske trekk ved undervisningssituasjoner i matematikk, didaktiske situasjoner, hvor eksistensen av noen helt klare gjensidige oppfatninger sammen med holdninger og forventninger hos både lærere og elever er helt tydelige (s. 36). Egen studie tolker derfor at i klasserommet og i matematikkfaget er det noen helt klare holdninger, oppfatninger og forventninger mellom lærere og elever som må ses på som en kulturell og sosialt akseptert premiss for undervisning.

Blomhøj (1994) er en av didaktikerne som gjennom sine studier har kommet frem til at det er når den didaktiske kontrakten brytes at læring vil finne sted. Han beskriver kontrakten som et mulig hinder for at elevene skal lære noe om samfunnet, om det som eksisterer utenfor skole og klasserom. Videre argumenterer Blomhøj for at elevene i stor grad er opptatt av å være trofaste mot den didaktiske kontrakten i klasserommet, og derfor blir kontrakten en styrende faktor for elevenes læring. Elevene holder seg derfor strengt til den utregningsmetoden som læreren har forklart for dem, heller enn å prøve å bruke egne strategier og metoder. Slik oppstår det situasjoner hvor læreren feilaktig bedømmer elevene til å forstå hva de har regnet ut, nettopp fordi de har kommet frem til riktig svar, heller enn at han underveis har oppmuntret og veiledet elevene mot matematisk forståelse og bruk av egne strategier. Blomhøj argumenter derfor for at elevene i større eller mindre grad trenger å bryte den didaktiske kontrakten, både for å selv ta styringen over virksomheten i klasserommet, men like mye for å selv forstå og lære det matematiske som er forventet av dem å beherske og kunne.

Denne masteroppgaven undersøker hvilke strategier elever bruker i løsning av en problemløsningsoppgave i matematikk, og det må derfor taes hensyn til elevenes forventninger til oppgaven, men like mye hensyn til at diskusjonene som opptrer i de ulike gruppene kan være noe som enkelte av elevene hverken har en forventning om eller betydelig erfaring med. Manglende deltagelse i diskusjonene som fant sted i gruppene kan derfor være en følge av den didaktiske kontrakten. Elevene kan i tillegg til manglende deltagelse i de ulike diskusjonene rundt på gruppene holde seg trofaste til lærerens tidligere brukte strategier og algoritmer på liknende oppgaver gitt tidligere i matematikkundervisningen, langt mer enn å utforske på alternative strategier og algoritmer. Elevene på gruppene kan man anta derfor i større grad vil holde seg til hva de tror er forventet av dem i denne konteksten langt mer enn at de selv fokuserer på deres læringsutbytte eller utvikling.

3 TEORETISK FORANKRING

I det følgende kapittelet vil studiens teoretiske grunnlag bli presentert. Den presentert teorien i dette kapittelet vil bli drøftet og diskutert i kapittel seks opp mot funn og resultater som blir presentert i analysen.

3.1 Læringsteori

I Norge er læreplanen til enhver tid det autorative styringsdokumentet for all undervisning (Kunnskapsdepartementet, 2006). I dagens læreplan er problemløsing nevnt i forbindelse med den grunnleggende ferdigheten, å regne i matematikk. Bruk av varierte strategier i problemløsning er eksplisitt nevnt som en del av den grunnleggende ferdigheten å regne i Kunnskapsløftet, men også mer implisitt beskrevet som en del av den muntlige ferdigheten. Tilpasset opplæring og variert undervisning har også bidratt til at problemløsning har fått sin plass innenfor en skolekontekst i matematikk. Synet på læring og læringsprosesser påvirker i stor grad førende læreplan. I denne studien vil jeg ta for meg et sosiokulturelt syn på læring, både fordi det i stor grad gjennomsyrer gjeldende læreplan, men i like stor grad fordi samtale, refleksjon og problemløsning står sentralt innenfor dette læringssynet.

Russeren Lev Vygotsky (1896-1934) anses som grunnleggeren av det sosiokulturelle synet på læring. Han var en av de første psykologene som anerkjente mennesket som kulturvesen. Vygotsky var i tillegg opptatt av kommunikasjon, og han mente at kunnskap var noe som i stor grad ble konstruert sosialt i kollektive språkformer, og gitt av kulturen. Elevens kunnskaper, holdninger, tanker og verdigrunnlag utvikler seg derfor i samspill med andre, og ikke individuelt (Cole et al., 1978; Imsen 2005, s.265; Lyngsnes & Rismark, 2009, s.61). Vygotsky hevdet at språket kom før tanken, og at det direkte resulterer i at elevene må ha et språk for å kunne tenke. Han mente at språket styrer tankene, og språket derfor blir en forutsetning for den intellektuelle utviklingen. Tankene blir til gjennom språket (Cole et al., 1978). Vygotsky mente at kunnskap er produktet av samspillet mellom individ og miljø, mens forståelse kan betraktes som noe sosialt og kulturelt, ikke bare fysisk. Slik blir språket helt avgjørende for hvordan man opplever og forstår omgivelsene og verden rundt seg. Vygotsky sitt bidrag til å forstå læring som en sosial avhengig prosess, er tanken om den nærmeste utviklingssone (zone of proxymal development, ZPD) (Cole et al., 1978; Doolittle, 1997). Vygotsky definerte den nærmeste utviklingssone slik; «Det er avstanden mellom det faktiske utviklingsnivået bestemt av problemløsing, og nivået på potensiell utvikling bestemt av problemløsing med hjelp av en voksen eller samarbeid med kapable andre» (oversatt fra Doolittle., 1997, s.85).

3.1.1 Dybdelæring

«Dybdelæring handler om at elevene gradvis utvikler sin forståelse av begreper og sammenhenger innenfor et fag-, kunnskaps, - eller kompetanseområde» (Gamlem & Rogne 2015, s. 7).

Ludvigsenutvalget avla en rapport til Kunnskapsdepartement i 2014, hvor de fremhevet dybdelæring som et helt sentralt element i opplæringen, og de beskriver i rapporten at elevene mestrer dette er selve kjernen i skolens virksomhet (NOU 2014:7). Utvalget skriver at dybdelæring innebærer å knytte nye ideer til allerede kjente begreper og prinsipper, slik at ny forståelse kan brukes til problemløsning i nye og ukjente sammenhenger (NOU 2014:7). Denne påstanden ble videre fulgt opp i rapporten året etter, hvor utvalget skriver at elevene i norsk skole lærer for overfladisk (NOU 2015:8). Lærerne *feier igjennom* et omfattende lærestoff fordi de må *komme igjennom* alt, og elevene får ingen dypere forståelse av det de lærer. Dermed glemmer de det de har lært, og de opplever ikke at det de lærer på skolen er relevant for dem. Ludvigsenutvalget spør etter dybdelæring (NOU 2015:8). Læringsmiljøer som fremmer læring preges av blant annet;

- Elevene deltar i kommunikasjon og samarbeid
- Elevene engasjeres aktivt i egen læring og forstår egne læringsprosesser

Elevene får utvikle dybdeforståelse og får hjelp til å se sammenhenger (NOU 2015:8, s.74).

Arild Raaheim (2011) professor i universitetspedagogikk, har stilt seg kritisk til måten vi tester elevene på i norsk skole, som ved for eksempel bruk av flervalgsprøver, såkalte multiple choice tests. Raaheim mener at disse testene fører til at studentene utvikler en detaljorientert læringsstrategi. Elevene vil med andre ord i sin læring, være på jakt etter å pugge, og i mindre grad løsrive seg fra detaljer. Raaheim konkluderer med at hvis vi ønsker oss kritiske studenter, og med det menes studenter om er i stand til å vurdere og analysere kunnskap for i neste omgang å overføre det de har lært til det virkelige liv, så må vi legge opp til vurderingsordninger som tester nettopp dette. Men vi må også legge opp undervisningen på en måte som stimulerer til slik aktivitet.

Dybdelæring handler om å kunne sette andre begreper og ideer sammen, og kunne anvende disse i liknende og egnede situasjoner. Eleven lærer på denne måten å tenke abstrakt og dermed å kunne bygge ny og utvidet kunnskap, og etter hvert bli en kyndig utøver, som handler intuitivt, kontekstuelt og reflektert. For denne studien vil dybdelæring tolkes i sammenheng med problemløsning, da studien anser problemløsning som et godt utgangspunkt for dybdelæring, men like mye at denne studien anser dybdelæring som fremmende gjennom arbeidsprosesser hvor elevene jobber problemløsende

3.2 Matematisk kompetanse

«Kompetanse er å tillegne seg og anvende kunnskaper og ferdigheter til å mestre utfordringer og løse oppgaver i kjente og ukjente sammenhenger og situasjoner. Kompetanse innebærer forståelse og evne til refleksjon og kritisk tenkning» (Meld. St 28 (2015-2016) 28, s. 28).

Matematisk kompetanse er et sammensatt begrep. Kunnskapsløftet bygger i stor grad på en rapport fra Uddannelsesstyrelsen i Danmark (Niss & Jensen, 2002). Rapporten, som ble til under ledelse av Mogens Niss, beskriver matematisk kompetanse som sammensatt av åtte delkompetanser, se figur 3.2. Alle disse kompetansene må trenes opp, slik at de kan virke sammen i et hele, og kunne tas i bruk når det oppstår situasjoner som må løses ved hjelp av matematikk.. Mogens Niss & Thomas Højgaard Jensen (2002) beskriver matematisk kompetanse slik;

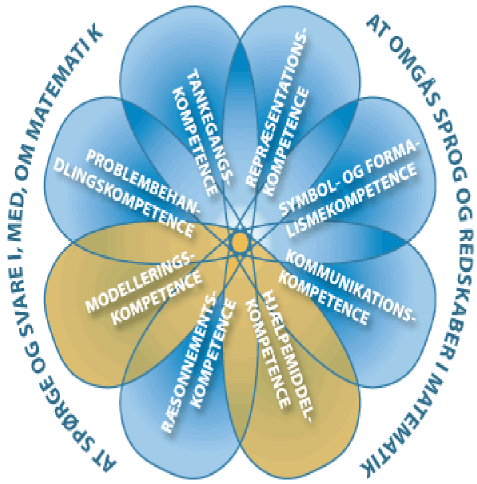
«Matematisk kompetanse handler om «at have viden om, at forstå, udøve, anvende og kunne tage stilling til matematik og matematik virksomhed i en mangfoldighed af sammenhænge, hvori matematik indgår eller kan komme til at indgå» (s. 43).

For at elevene skal kunne utvikle matematisk kompetanse, må de derfor ifølge Niss og Jensen bruke og øve opp de ulike delkompetansene. Det er viktig å være klar over at kompetansene vanskelig kan skilles fra hverandre, og at matematisk aktivitet tar i bruk mange av kompetansene på en gang. Læreren kan likevel lage opplegg som trener spesielle kompetanser gjennom valg av oppgaver, aktiviteter og ikke minst arbeidsmåter. Mona Røsseland (2005) skriver at den danske rapporten til Niss og Jensen vender seg bort fra den pensumbaserte beskrivelsen av matematikkfaget, og foreslår i stedet at hensikt og utbytte med undervisning i matematikk karakteriseres ved hjelp av de åtte kompetansene som det er ønskelig at elevene utvikler (s.12).

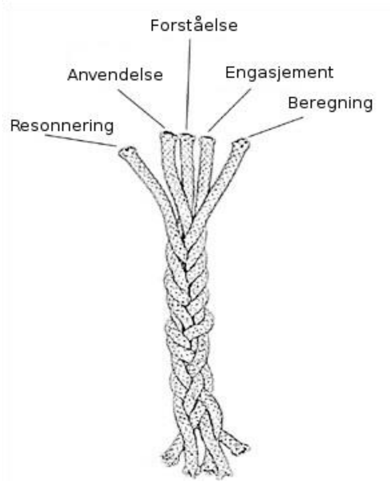
I de ulike oppgavetypene i de nasjonale prøvene i Norge blir elevene testet ut i de ulike kompetansene inspirert av modellen til Niss og Jensen. Profiler av elevene blir utformet på hver enkelt elev i etterkant av gjennomføringen av de nasjonale prøvene, og disse profilene beskriver elevens ulike kompetansenivå i de ulike kompetansene (ibid). Det har også skjedd et endringsskifte i norsk skole ved innføringen av L97. I dagens skole er det nå et mer fokus på hvilke strategier elevene bruker og hvilken begrepsforståelse de har mer enn bare det rent algoritmiske og regnetekniske (ibid). I stortingsmelding nummer 28 defineres kompetanse som det å løse ukjente oppgaver kritisk og selvstendig (Meld.st, 28 (2015-2016)). Problemløsning handler om oppgaver man tidligere ikke har løst, og man umiddelbart ikke vet hvordan å løse (Mason & Davis, 1991). Det å mestre problemløsing kan derfor ifølge John Mason og John Davis sammenliknes med det å ha kompetanse i matematikk tolket i lys av stortingsmeldingen sin beskrivelse av kompetansebegrepet. Polariseringsprosesser foregår til stadighet mellom dybdelæring, tradisjonell undervisning og problemløsing i norske skoledebatter og skolerelaterte forskningsartikler.. Elevene har ved problemløsing ikke en oppskrift eller en mal på hvordan de skal løse det problemet de står ovenfor. Elevene må derfor ta selvstendige valg tilpasset problemet, fordi de må knytte allerede kjente begreper, definisjoner, algoritmer og algoritmisk tankeprosesser til det nye og mer ukjente problemet de står ovenfor.. Denne studien tolker det derfor dithen at det derfor er klare likhetstrekk mellom det å jobbe problemløsende i matematikk, dybdelæring og utvikle kompetanse i faget.

Niss og Jensen beskriver tankegangskompetansen som elevens evne til å utøve matematisk tenkning og kjenne igjen karakteristiske spørsmål, samtidig som elevene skal ha en ide om hvilke svar som er forventet til de ulike oppgavene i matematikk. Matematisk tenkning som blir nærmere beskrevet i kapittel 3.5 berører også bevissthet rundt karakteristiske spørsmål i matematikk. Denne bevisstheten innebærer å ha forståelse, kjennskap til og evne til å bruke matematiske begreper. En stor del av det å ha matematisk kompetanse blir derfor både å kunne abstrahere og generalisere det matematiske, men samtidig ha evnen til å kunne skille mellom hva som er et bevis og de mer diffuse og løse påstandene og antagelsene. Problemløsing innebærer at elevene selv skal ta stilling til hvilke strategier som kan være hensiktsmessige å bruke, samtidig som elevene selv må avgjøre hva som er beskrevet i oppgaven og oppgaveteksten og hvilke algoritmer som da er hensiktsmessig å bruke. Funnene i egen forskning kunne vise til at elevene stilte seg spørsmål som gikk på hva oppgaven formidlet og hvordan denne formidlingen samsvarte med det de allerede kunne noe om. Elevene som jeg forsket på viste til tankegangskompetanse ved at de både stilte spørsmål innad i gruppa om både kvalifiseringer og inndelinger av likesidete trekanter, og hvordan de basert på det de allerede visste skulle løse oppgaven videre. Tankegangskompetansen kan derfor ofte være vanskelig å skille fra resonnementskompetansen som i følge Niss og Jensen er evne til å kunne håndtere ulike representasjoner av matematiske forhold. Resonnementene må kunne følges opp og bedømmes matematisk. Forståelse av de ulike styrkene og svakhetene til de ulike forbindelsene er derfor noe som elevene må ha kjennskap og kunnskap til. Representasjonskompetansen innebærer i tillegg å kunne omforme, definere og ha forståelse av de ulike representasjonene, som for eksempel bevis. Kompetanse i modellering handler om strukturering av situasjonen som skal besvares og løses. Problembehandlingskompetansen på sin side handler om evnen til å kunne finne og formulere problemstillinger, behandle og løse disse på flere og ulike måter (Niss & Jensen, 2002).

FIGUR 3.2



(Niss, M., & Jensen, T.H. 2002. s,45)



(Kilpatrick, Swafford & Findell 2001, s 117)

I USA ble matematisk kompetanse definert, som resultat av et stort forskningsarbeid, se figur 3.2, ledet av Jeremy Kilpatrick (2001). Den matematiske kompetansen ble visualisert gjennom en tråd, for å tydeliggjøre at matematisk kompetanse kan forstås som tråder i et tau. Trådene i tauet må utvikles samtidig for å styrke forbindelsen dem imellom. Ved å jobbe parallelt med de ulike trådene tilrettelegge det for solid kunnskap, tilpasningsdyktighet og nyttighet i arbeidet med å skape matematisk forståelse hos eleven. Det er ikke slik at ikke bare en av trådene kan arbeides med i kortere perioder, men størsteparten av tiden bør eleven arbeide med å utvikle alle trådene samtidig. Mens Niss og Jensen definerer og beskriver mer inngående begrepet matematisk kompetanse, innførte og erstattet Kilpatrick og hans kolleger begrepet matematisk kompetanse med *mathematical proficiency*. Kilpatrick og hans kolleger inkluderer også holdninger i sitt kompetansebegrep, *mathematical proficiency*. Noe annet som skiller de to modellene er inkludering av tråden som Kilpatrick og hans kolleger kaller engasjement. Denne tråden symboliserer en produktiv holdning som handler om å bli i stand til å se og oppleve matematikk som et verdifull, nyttig og fornuftig verktøy å beherske. Læreren er ifølge Kilpatrick og hans kolleger den viktige brikken i denne delen av «kompetansen», fordi elevene blir påvirket av lærerens engasjement og dette engasjementet vil også påvirke de eksisterende normene i faget.

Richard Skemp (1976), en stor pioner innenfor matematisk utdanning, har definert matematisk kompetanse, og han delte den inn i *instrumentell* og *relasjonell* kompetanse. Skemp beskriver den relasjonelle kompetansen på den ene siden som «både å vite hva som skal gjøres, og hvorfor». Ifølge Skemp består den instrumentelle kompetansen på den andre siden, som et sett *fikserte opplegg* for å utføre matematiske oppgaver, hvor forhåndsgitte steg for steg-prosedyrer følges. Læringen består i å lære stadig flere slike opplegg. Relasjonell kompetanse karakterisere av Skemp som en kompetanse, hvor den som eier denne er i stand til å konstruere flere måter å løse en oppgave på. Dybdelæring kan derfor i stor grad tolkes i lys av Skemp sin relasjonelle kompetanse. Hvis eleven kun har opparbeidet seg instrumentell forståelse, vil eleven ha vanskeligheter med å benytte egen kompetanse i å løse andre type oppgaver enn kun de tidligere praktiserte.

3.3 **Matematiske oppgaver**

I matematikkfaget jobber elevene i stor grad med oppgaver, både med og uten veiledning av lærer. Med tanke på hvor mye av tiden som brukes på oppgaveløsning er det derfor viktig at oppgavene er gode og reflekterer de læringsmål man har i matematikkfaget. Ifølge Schoenfeld (1992) har begrepet problemløsning vært brukt til alt fra øvingsoppgaver til mer utfordrende og «profesjonelle» oppgaver. Problemløsningsoppgaver har også ofte blitt forbundet med tekstoppgaver (Björkqvist, 2007). Ole Björkqvist (2007) understreker også nødvendigheten av at den som er satt til å løse det matematiske problemet opplever et eierforhold til problemet. Mason og Davis (1991) definerer, som skrevet i forrige kapittel, en problemløsningsoppgave som en oppgave hvor den personen som blir satt til å løse oppgaven ikke umiddelbart vet hvordan oppgaven skal løses. Det blir derfor ikke selve oppgaven som danner kriteriet for hvorvidt oppgaven skal kunne defineres som en problemløsningsoppgave eller ei, men hvem oppgaven presenteres for.

Mary Kay Stein, Margaret Schwan Smith, Edward A. Silver og Marjorie Henningsen (2000) har gjennomført studier som undersøkte hvilken type tenkning og kognitiv innsats ulike oppgaver fordrer. Dette kalte de oppgavenes kognitive krav. De identifiserte fire ulike nivåer for kognitive krav i matematikkoppgaver. Disse ulike kravene er:

1. *Memorering*.
2. *Prosedyrer uten forbindelser*.
3. *Prosedyrer med forbindelser.*
4. *Å gjøre matematikk* (Stein et al., 2000).

De to første punktene kategoriseres som oppgaver med lave kognitive krav, mens de to siste anses som oppgaver med høye kognitive krav. Edward Silver & Mary Kay Stein (1996) undersøkte også oppgaver og fant ut at oppgaver som involverte flere løsningsstrategier og representasjoner, og i tillegg hvor elevene ble spurt etter forklaring, var gode oppgaver. Tanken bak utforming av oppgaven som jeg satte egne elever til å løse var at denne oppgaven skulle kreve mer av elevene enn bare ren memorering og reproduksjon av kunnskap, som de laveste nivåene i modellen til Stein og hennes kolleger kunne vise til (Stein et al., 2000). Oppgaven var tenkt å skulle kreve en høyere kognitiv innsats av elevene enn bare ren algoritmisk tenkning, og ble av meg tolket til å være en oppgave på nivå 4, da oppgaven ikke ga noen hint eller henvisning til bruk av konkret algoritme eller spesiell løsningsmetode og elevene måtte selv innhenter relevant erfaring og kunnskap for å bruke disse formålstjenlig i løsning av oppgaven. I tillegg ble elevene oppfordret til å bruke tid på oppgaven, diskutere løsningsstrategier med hverandre og møte oppgaven med utforskende øyne. Min implementering av oppgaven påvirket dermed også elevenes kognitive innsats i møtet med oppgaven. Egen tolkning er at kategoriseringen og defineringen av oppgaven i større grad er individavhengig enn hva som nødvendigvis uttrykkes gjennom modellen til Stein og hennes kolleger. Det vil si at elevenes kognitive innsats i like stor grad er avhengig av hvordan pedagogen igangsetter oppgaven gjennom sin undervisningspraksis som bare hvordan oppgaven fremstår. Dette begrunnes i egne funn som kunne vise til at elevene som ikke var spesielt glade i å hverken diskutere eller utforske i veldig stor grad, koblet seg i mer eller mindre grad litt av, og de bidro lite muntlig og ga heller ikke mye kognitive innsats utover rent regneteknisk. Dette var elever som jeg ved min rolle som faglærer visste var veldig sterke faglige men som ikke likte å hverken utforske eller prøve ut ulike algoritmer. Disse elevene visste som regel derimot akkurat hva å gjøre til enhver tid, og de hadde et stort repertoar av både løsningsstrategier og algoritmer. Dette kom også frem under intervjuene, da jeg valgte å intervjue to av disse elevene som i liten grad bidro, men kunne vise til gode resultater i alle vurderingssituasjoner som vi hadde hatt dette skoleåret frem til da. En av de andre grunnene til lite kognitiv innsats fra enkeltelever, kan også være at oppgaven lå over hva elevene selv forventet å skulle mestre, og derfor ga de bare litt opp. Mer om dette kommer i diskusjons- og drøftingskapittelet.

3.4 Den matematiske samtalen

For å kommunisere matematiske ideer, selv om de ikke er språklige fenomen, krevers et språk, og dette kan man kunne kalle matematikkens språk Den mest åpenbare forskjellen mellom matematikkens språk og det naturlige språket er det matematiske språket sitt symbolsystem. Symbolsystemet innebærer eksistensen av de flerfoldige fagrelaterte notasjonene og begrepene og i tillegg har også matematikken sin egen grammatikk og syntaks (Pimm, 1987). David Pimm mener at det matematiske språket ikke er et språk i den mening at det ikke er noe første, talte språk. Det matematiske språket er også til forskjell fra det naturlige språket, i første omgang et skriftspråk Det kan derfor forstås som at det å skrive matematikk, blir synonymt med det å gjøre matematikk. Det muntlige språket ses i undervisningssituasjoner som et redskap til å få matematikken til. Ses dette i relasjon til språket som formidlingsredskap, blir det aktuelt å tenke gjennom hva en søker å formidle. Det vil være forskjell på om man søker å formidle matematisk innhold eller om man søker å hjelpe elever til å gjøre matematikk. Pimm skriver at det finnes en del pedagogiske gevinster ved å se matematikken som et språk, og til og med å få det til å likne et språk, ved å legge opp matematikkundervisningen litt lik det som gjøres i fremmedspråk. Ved denne tilnærmingen vil ikke skriftspråket bli utgangspunkt for det muntlige språket, men snarere en annen tilnærming til det matematiske stoffet. Begge språkene vil være to jevngode tilnærminger til fagstoffet, og begge helt nødvendige for å skape matematisk forståelse.

3.5 Matematisk tenkning

At matematisk tenkning har en sentral plass innenfor problemløsning i matematikk synes det å være en voksende enighet om (Mason & Davis, 1991; Schoenfeld, 1992, 2016). Matematisk tenkning omfatter flere områder og inneholder flere ulike aspekter. Oppfatninger om detaljer og inndelinger i kategorier innenfor matematisk tenkning kan variere blant de ulike forskerne men på tross av disse ulike oppfatningene eksisterer en viss konsensus for at matematisk tenkning består av følgende fem kategorier (Schoenfeld, 1992, s. 348):

1. Kunnskapsdatabase
2. Problemløsningsstrategier
3. Kontroll og monitorering
4. Oppfatninger og følelser
5. Praksis

Når jeg oppsummerer resultatene av observasjonene og intervjuene mine min tar jeg også utgangspunkt i inndelingen til Schoenfeld når jeg beskriver elevenes mulige forutsetninger for å delta i løsning av oppgaven jeg gav dem. Alan Schoenfeld (1992) mener at *kunnskapsdatabasen* representerer det man allerede kan og vet, inkludert også eventuelle misoppfatninger og eventuell kunnskap som er feil memorert. Observasjonene gjort i denne studien kunne også vise til at elevene hadde en ulik kunnskap med tanke på oppgaven de ble satt til å løse. Noen av gruppene brukte mye tid innledningsvis på å diskutere og forstå hva begrepet likesidet trekant innebar. Observasjonene viste også at ulike elever brukte ulike *problemløsningsstrategier* for å løse samme oppgave.

Elevene vil også gjennom å arbeide gjentagende med problemløsing i matematikk utvikle et større repertoar av strategier. Pólya (1957) understrekte derimot at hvis elever drilles og trenes i å få et større repertoar av problemløsningsstrategier vil det ikke lenger kalles en problemløsningsstrategi men mer som en algoritme for å løse en bestemt type oppgave.

Den neste kategorien *kontroll og monitorering* inngår i kategorien metakognisjon. Schoenfeld (1992, 2016) mener at under dette punktet er det naturlig å nevne *selv-regulering*. Selv-regulering, mener Schoenfeld, kan identifiseres som stadiet i problemløsningsprosessen hvor man går tilbake for å både sjekke gyldigheten til hva man har kommet frem til i forhold til det opprinnelige problemet, men også stadiet hvor man foretar en kontroll og status over de avgjørelsene og beregningene man har foretatt for å sjekke gyldigheten med tanke på å komme videre med problemet. Når elever jobber i smågrupper, som elevene som jeg observerte gjorde, får elevene muligheter for å stille monitorerende spørsmål til hverandres løsningsforslag, og elevene får på denne måten muligheter til å både argumentere for egne og andres matematiske forståelse og løsningsforslag. Elevene får derfor satt ord på hva de tenker, samtidig som de får satt tanker og ideer inn i en matematisk kontekst. (Bjuland, 2002: Carlsen, 2008, 2010).

Det vil være utfordrende å skulle forklare og utdype kort fjerde kategorien *oppfatninger og følelser* i modellen til Schoenfeld da dette er et stort forskningsfelt. Man kan tenke seg til at elever gjennom et skoleløp har jobbet med et ukjent antall matematiske problem hvor de har gjort seg erfaringer, og hvor disse erfaringene på en eller annen måte vil komme til uttrykk gjennom at elevene gjenkjenner tankemønstre og følelser tilknyttet ulike oppgaver som går på tidligere ulik erfaring av mestring ved tilsvarende eller liknende oppgaver. Den siste kategorien *praksis* henger nøye sammen med undervisningskunnskap og undervisningskvalitet hos eleven.

3.6 Problemløsing

Et matematisk problem kan forklares på flere ulike måter, men i denne studien defineres et problem som en oppgave hvor eleven ikke umiddelbart vet hvordan å løse denne eller hvordan man kommer seg videre i løsningsprosessen (Borgersen, 1994; Mason & Davis, 1991; Mason, Burton & Stacey, 2010; Pólya, 1957; Schoenfeld, 1992, 2016). Med bred erfaring som lærer både i videregående skole og ungdomsskole, og i tillegg et år på barneskole, har jeg erfart at veldig mange lærere identifiserer og behandler problemer i matematikkfaget som matematiske oppgaver som skal utføres. Oppgaver som har til hensikt å gi trening i en bestemt løsningsteknikk, ofte kalt rutineoppgaver, har dermed blitt identifisert som problemer (Schoenfeld, 1992, 2016). Et annet karakteristisk kjennetegn på en problemløsningsoppgave er kravet til engasjement (Mason & Davis, 1991; Schoenfeld, 1992, 2016). Kanskje den mest kjente og brukte modellen som illustrerer problemløsingsprosessen er modellen til George Pólya (1957). Pólya sin problemløsningsmodell er ikke utformet til å fungere som en mal for hvordan problemløsning bør gjøres, men modellen har mer til hensikt å bidra til å bevisstgjøre problemløseren over hvilke faser som inngår i problemløsning slik at problemløseren lettere kan strukturer eget arbeid (Mason & Davis, 1991). Pólya (1957) sin problemløsingsmodell er inndelt i fire steg:

1. Å forstå problemet
2. Å utarbeide en plan
3. Å gjennomføre planen

4. Å se tilbake

Modellen til Pólya er syklisk. Dette medfører at de fire stegene nødvendigvis ikke må følges kronologisk. Den første fasen er der hvor problemløseren analyserer og prøver å forstå selve problemet, slik som å forstå og avdekke hvilke betingelser som er nødvendig for å løse problemet og hvilke opplysninger og informasjon som er gitt i oppgaven. Det er avgjørende i denne fasen at problemløseren forstår de ulike begrepene, notasjonene og skrivemåtene som fremgår av selve oppgaven og oppgaveteksten. Gjennom å utforme og eller skissere en egen modell eller tegning av selve problemet kan det være enklere å forstå hva selve problemet egentlig innebærer. Det kan virke selvsagt at man må forstå problemet før man kan gå videre med å løse det, men faktum er at mange elever går i gang med å løse problemet før de i det hele tatt har lest alt hva som står, eller satt seg tilstrekkelig inn i hva som berører selve det matematiske problemet. Gjennom å understreke nødvendigheten av å forstå problemet, vil også elever som arbeider med problemløsning være mer bevisste på denne fasen (Mason & Davis, 1991, s. 37).

Noen problemløsningsstrategier er mer fremtredende enn andre i modellen til Pólya, som den analogiske. Pólya beskriver at å sammenlikne er helt naturlig for oss som mennesker;

«Analogy pervades all, our thinking our everyday speech and our trivial conclusion…..All sorts of analogy may play a role in the discovery of the solution and we should not neglect any sort» (Polya, 1957, s. 37-38).

Pólya beskriver oss som heldige hvis vi kan finne et enklere eksempel å sammenlikne det nåværende problemet med. Matematisk presisjon kan beskrives med analogi (Pólya, 1957). En løsning på et problem som eleven gjenkjenner eller er fortrolig med på bakgrunn av sammenlikning med et annet tilsvarende løst problem, kan fungere som en mal ved etterligning. Richard Skemp (1976) beskriver at forskjellen mellom den relasjonelle og instrumentelle forståelsen i matematikk er elevens ulike evne til å bygge begrepsmessige strukturer *(skjemaer)* og å mestre å se sammenhenger og relasjoner mellom de ulike begrepene. Ved å i større grad jobbe problemløsende i matematikk tolker jeg det dithen at eleven i større grad blir rustet til å se disse sammenhengene, og at denne arbeidsformen derfor i større grad fremmer den relasjonelle kompetansen til eleven. Analogiske strategier innebærer å sammenlikne og å se sammenhenger mellom det matematiske man står ovenfor med hva man tidligere matematisk har erfart. Problemløseren oppfordres og instrueres gjennom modellen til Pólya også til å bruke hjelpe element for å enklere løse en mer sammensatt og kompleks oppgave. I trigonometriske og andre geometriske oppgaver kan det ofte være svært nyttig å tegne opp ulike hjelpelinjer for å gjøre oppgaven enklere å løse. En annen nyttig strategi for å løse det matematiske problemet kan være å anta problemet løst for å finne nyttige hjelpe-elementer.

Modellen til Pólya har vært til inspirasjon for andre studier, som studien til John Mason og John Davis (1991) som også velger å dele problemløsningsprosessen inn i fire steg eller tre faser;

1. Specialising/spesialisering
2. Conjecturing/ hypotesetesting
3. Convincing/overbevisningsfasen
4. Generalising/generalisering

1. Inngangsfasen
2. Angrepsfasen
3. Vurderingsfasen

Modellen til Mason og Davis er heller ikke en lineær modell Fasen med spesialisering kaller Mason og Davis for inngangsfasen. Aktivitetene i denne fasen innebærer erkjennelse av hva man allerede kan og vet og utforming av en videre plan med det matematiske problemet. Begrepet matematisk tenkning kobles opp mot steget med spesialisering, og begrepet er videreutviklet av Mason og Davis (1991). Spesialisering viser til fasen med utprøving, forenkling, og manipulasjon for å trygge senere avgjørelser rundt valg av løsningsmetode.. Mason og Davis (1991) understreker at fasen med spesialisering inneholder å søke etter alternative løsningsmetoder som muligens både er enklere å bruke men like mye mer legitimt akseptert blant flere til å løse det aktuelle matematiske problemet de står ovenfor.. Ved å forenkle problemet kan man også muligens oppdage mer generelle mønstre som også kan brukes til å løse andre liknende problemer, slik at man nærmer seg veien mot vurderingsfasen, generaliseringsprosessen. Fasen hvor man arbeider med løsning av det matematiske problemet, kjennetegnes av de to matematiske prosessene *conjecturing* og *convincing*. Angrepsfasen karakteriseres av bevegelig testing og modifiseringer, og hvor convincing er prosessen hvor man tester resultatet av hva man kom ut med fra prosessen med conjecturing.

Utfallet av testen må ikke nødvendigvis lede til et resultat eller et behov for modifikasjoner men like mye lede til en tilbake manøver til fasen med spesialisering slik at prosessen igjen starter på et nytt.

Hans Erik Borgersen (1994) har sett nytten i å utvide den mer generelle modellen til Pólya til å bestå av syv trinn;

- analysering/definering, tegning/modell, kvalifisert gjetting (utprøving/feiling), hypoteseutvikling, bevisutvikling, refleksjon og generalisering.

Borgersen vektlegger den matematiske utforskingsprosessen med hypotesetesting og bevis til å bringe matematikkfaget nærmere vitenskapsfaget i skolesammenheng. Alan Schoenfeld (1992) på sin side er kanskje den som er mest kjent for å ha videreutviklet Pólya sin fire-trinn modell. Ifølge Schoenfeld er et problem for en elev først et problem når eleven har gjort den til sitt eget. Problemet skal være vanskelig for eleven å løse, ikke på et regneteknisk nivå, men mer på et intellektuelt nivå (Schoenfeld, 1992). Selve problemløsningsprosessen har Schoenfeld inndelt i seks faser; å lese, å analysere, å utforske, å planlegge, å implementere og å sjekke. Studien til Schoenfeld viste til at den erfarne matematikeren ikke begynner med ustrukturert forskning før han er overbevist om at han arbeider i riktig retning, mens elevene ofte følger følgende strategi; «Read, make a decision quickly, and pursue that direction come hell or high water» (Schoenfeld, 1992, s. 356). Selv om de ulike forskerne på problemløsningsprosessen har ulike valg med tanke på inndelingen og navnevalg av problemløsningsprosessen, så er det enighet rundt selve hovedtrekkene i selve denne prosessen.

Problemløsningsstrategiene slik de fremstår i Pólya sin bok; *How to solve it*, har blitt kritisert for å være «more descriptive rather than prescriptive» (Schoenfeld, 1992, s. 353). Bakgrunnen for denne påstanden er at utøvere av matematikk og mer matematisk kyndige på problemløsning kan gjenkjenne seg i oppramsingen av strategier som Pólya beskriver til hvert steg, men oppramsingen er derimot vanskelig å lære for de mindre matematisk kyndige. Mason og Davis (1991) og John Mason, Leone Burton og Kaye Stacey (2010) har et større fokus på metakognitive ferdigheter, og vektlegger både hvordan den som leser deres litteratur både kommer seg fremover i deres problemløsningsprosess men like mye hvordan personen tar kontroll over egen matematisk tenkning.

3.6.1 Problemløsing i smågrupper

Denne studien bygger på et sosiokulturelt læringssyn, hvor medierende verktøy er sentrale artefakter for å nå ut i den nærmeste utviklingssone (Cole et.al, 1978; Lyngsnes & Rismark, 2010). Medierende verktøy kan være alt fra kulturelle verktøy som tekstbøker, kalkulatorer, matematiske symboler til medelevene (Carlsen, 2008). Martin Carlsen beskriver medierende verktøy som noe som forbinder det subjektive med det objektive, og hvor elevene blir den subjektive mens selve det matematiske problemet blir det objektive.

Egen studie tar utgangspunkt i problemløsing i små grupper på 4 – 5 elever, og hvor man kan tolke og forstå elevene som fungerende medierende verktøy for hverandre mens de forsøter å løse selve oppgaven de fikk utdelt av meg. Arbeid med problemløsing i smågrupper kan derfor forstås i lys av den sosiokulturelle læringsteorien. Problemløsning i smågrupper krever aktiv deltagelse. hvor elevene gjennom diskusjon knyttet til problemet vil kunne bidra med ulike perspektiver, tanker og oppdagelser som oppstår rundt løsning av oppgaven som de løser sammen.

Det har skjedd et generasjonsskifte i måten å oppfatte og tolke matematikkfaget og undervisning i matematikk på. Tidligere ble matematikk i en skolekontekst av de fleste unisont oppfattet, akseptert og møtt som et fag hvor det individuelle arbeidet var fremtredende, mens nå blant både lærere og elever er det en gryende forståelse av et fag hvor matematisk tenkning og matematiske løsningsprosesser i større grad bør foregå sammen med andre. Dette gir et godt utgangspunkt for å implementere problemløsningsoppgaver i smågrupper.

I følge Bjuland (2002) vil arbeid i smågrupper fordre mer aktiv deltagelse enn i litt større grupper. Smågrupper bør ifølge Bjuland bestå av 3 – 5 elever da det i større grad vil gi rom for fruktbare diskusjoner elevene imellom, fordi alle elevene vil kunne bidra med og dele sine perspektiver på løsning og løsningsprosesser samtidig som de vil gjennom samarbeid kunne sette ord på eventuelle ideer, aspekter, utfordringer og hindre de skulle møte på underveis i løsning av problemet (Bjuland 2002; Carlsen, 2008, 2010). Klassen min bestod av 25 elever, så jeg inndelte klassen i 6 grupper, hvor den ene gruppen bestod av 5 elever, mens de andre bestod av 4 elever. Jeg inndelte elevene etter hvem som til vanlig jobbet best sammen, og 4 av gruppene bestod av enten bare jenter eller gutter, mens 2 av gruppene bestod av begge deler. Elevene i klassen var stort sett høyt presterende i faget, men det var også elever i klassen som var på et mer middels faglig nivå i matematikk. I følge Bjuland er det hensiktsmessig at gruppene er inndelt etter faglig nivå. Inndelingen kan enten være at de lavt presterende plasseres i gruppe sammen med de middelspresterende, hvis ikke kan også de middels presterende elevene grupperes sammen med de høyt presterende. 8 av elevene i denne klassen var middels presterende, mens resten var høyt presterende, så disse 8 elevene ble derfor fordelt på alle de 6 ulike gruppene. Ved denne inndelingen ble derfor gruppene i størst mulig grad homogene. Alle gruppene, utenom 1 av gruppene, bestod derfor av en middels presterende elev mens resten var høyt presterende. Den ene jentegruppen som bestod av 4 jenter, var derimot sammensatt av 3 middels presterende elever og 1 høyt presterende.

3.7 Teoriens relevans for oppgaven

Studien anser problemløsningsprosesser som viktig for å øke elevers begrepsforståelse, kompetansenivå og ferdighet i faget. Studiens pedagogiske og didaktiske grunnlag tar utgangspunkt i en sosiokulturell læringsteori, hvor læring forstås, som noe sosialt anliggende, og som konstrueres. gjennom språk og kultur i en kontekst. Det ble derfor naturlig og hensiktsmessig å kople den sosiokulturelle læringsteorien opp både mot muntlighet, matematisk tenkning og problemløsing.. Denne masteroppgaven arbeider i tillegg ut fra et syn om at problemløsning vil være en god arbeidsmetode og innfallsvinkel i matematikk for å fremme dybdelæring og den matematiske kompetansen.

Det er hele veien underveis foretatt valg og bortfall av teorier på bakgrunn av relevans til forskningsspørsmålet, men i like stor grad evne til å korrespondere med egen forståelse og oppfattelser av det studerte. Det er også mange interessante sider ved muntlighet og problemløsing i matematikk som ikke blir diskutert og drøftet i denne studien, på bakgrunn av begrensninger som foreligger i det å skrive en masteroppgave. De valgte og beskrevet teoriene er tolket og drøftet opp mot egne funn. Denne prosessen medfører nødvendigvis til at noen tilpasninger og tolkninger har blir foretatt når egne funn blir diskutert og drøftet i lys av presenterte teorier. på bakgrunn av egen tolkning, men og oppgaven sin særegne kontekst. Innenfor skoleforskning vanskeligjøres det å skape eksakte like rammer og kontekster for to forskningsprosjekt, ved at det er elever som i stor grad studeres, og disse er i større eller mindre grad ulike. I diskusjons - og drøftingsdelen vil resultatene fra analysen diskuteres og drøftes i lys av tidligere forskning og da må det kunnes medberegnes og vektlegges at tolkninger og tilpasninger er foretatt underveis i studien.

4 METODE

«Metodelære dreier seg blant annet om hvordan vi kan gå fram for så langt som mulig å undersøke om våre antakelser er i overensstemmelse med virkeligheten eller ikke» (Johannessen, Tufte & Christoffersen, 2016, s. 26).

I dette kapittelet vil jeg presentere valg av metoder som er brukt i hensikt å besvare problemstillingen og forskningsspørsmålene. Først vil det presenteres valg av metode, etiske betraktninger sammen med reliabilitet og validitet, utvalgsstrategi, empirisk innsamling og avslutningsvis analyse av data.

4.1 Forskningsdesign

Askheim og Grennes (2008) skriver i sin bok at å designe betyr å planlegge. Når man skal gjennomføre en studie er det mange valg som man skal ta stilling til, som blant annet hva og hvem man skal undersøke, og hvordan denne undersøkelsen skal gjennomføres.. I en studie er det disse valgene som betegnes som forskningsdesign (Johannessen, Tufte & Christoffersen 2016, s. 69).

Louis Cohen, Lawrence Manion og Keith Morrison (2007) presenterer flere mer eller mindre like definisjoner på casestudiet som metode. En av definisjonene er; «Case studies can penetrate situations in ways that are not always susceptible to numerical analysis» (s. 253). Siden denne masteroppgaven omfatter forskning på en klasse, en gruppe med elever, klassifisereres den som et casestudie. «Casestudier kan ha ulike formål, hvor et av disse formålene er å utvikle en helhetsforståelse av den ene enheten som studeres. Denne enheten betraktes da som unik og vitenskapelig interessant i seg selv, uten at den nødvendigvis betraktes som en del av et større univers» (Grønmo, 2011, s. 90). Dag Ingvar Jacobsen (2015) forklarer at å gå i dybden i et fenomen, er et forsøk på å få frem så mange nyanser og detaljer som mulig. Eget ønske var å gjennomføre et praksisnært masterprosjekt hvor ønsket var å avdekke eventuelle funn rundt elevers bruk av strategier i løsning av en problemløsningsoppgave. Tanken var at denne klassen var representativ også for andre klasser i videregående opplæring, og siden problemløsning blir løftet frem sammen med modellering som et av kjerneelementene i den nye læreplanen er tanken at eventuelle funn vil være med å avdekke beskrivende kvaliteter ved elevers strategier og kompetanse i prosesser med problemløsning og være et veldig aktuelt tema i forbindelse med innføringen av ny læreplan.

Mary Brekke og Tom Tiller (2013) skriver om den nærværende og forskende læreren som ideologisk i skolen som organisasjon, og de beskriver at gjentagende systematisk arbeid, refleksjon og evaluering er det som skal til for å bedre praksis. Den forskende og nærværende læreren er sentral i det Brekke og Tiller kaller *den nye skoleveien*. De vil bort med skillet mellom forskere som forsker og lærere som underviser. Visjonen deres er at læreren også skal bli forsker. Tom Tiller fremhever med utgangspunkt i sin egen studie fra engelsk skole på 1980 tallet, at læring i skolens arbeid er bedre enn faglig påfyll. Tiller fremhever betydning av å ta elevenes perspektiv og søke etter undervisning som skaper mening, og gjør andre gode (Brekke & Tiller, 2013). Jeg vil derfor som elevenes lærer komme til unike muligheter ved min nærhet til hva jeg ønsket å studere. Eget ønske er nettopp at denne masteroppgaven ikke bare blir en ren akademisk rapport, men også et redskap for meg, og muligens andre, i profesjonsutviklingen som lærer.

Valg av metode er knyttet til egen interesse og kritiske perspektiv rundt undervisning og undervisningsmetodikk i matematikk. Skole og utdanningssystem er i stor grad forsknings- og vitenskapsbasert, men mye forskning kan vise til relative statiske undervisningsmetoder uavhengig av nye forskningsresultater som måtte foreligge. Hensikten med studien er ikke å komme frem til endelig løsning eller prosedyre, men mer å vise til gode eksempler som i stor grad avdekker hvilke strategier elever bruker i løsning av en mer utforskende oppgave i matematikk.

4.2 Kontekst og tema

Studien ble gjennomført på en av landets store videregående skoler i en klasse hvor elevene har valgt fordypning i realfag allerede i første klasse. Alle elevene i denne klassen skal ha fordypning innenfor fysikk, FY1 og FY2 og realfagsmatematikk, R1 og R2 i VG2 og VG3. Man kan derfor anta at dette er elever med god motivasjon i og for faget, men like mye at de har en god matematisk kompetanse og matematisk interesse i og for faget. Ved oppstart av skoleåret ble det gjennomført en test av elevene i matematikk, og denne testen, kartleggeren[3],

[3] Kartleggeren er digitale tester som inneholder et komplett system med førtest og ettertest for basisfagene norsk, engelsk og matematikk. Resultatene er tilgjengelige i lærermodulen med en gang

kunne vise til at elevene hadde et høyere matematisk kunnskapsnivå i ulike tema innenfor matematikk i forhold til den ordinære norske eleven i matematikk, se vedlegg 2. Studien arbeider ut fra en forståelse av at en høy matematisk kompetanse innebærer at elevene også er i besittelse av mange ulike strategier til å løse ulike matematiske problemer. Elevene hadde hatt meg som faglærer i matematikk i omtrent seks måneder, helt siden skolestarten i august inneværende skoleår. Studien ble gjennomført i begynnelsen av mars samme skoleår. Temaet for oppgaven var geometri og muligens trigonometri. Jeg skriver muligens trigonometri fordi elevene akkurat hadde blitt ferdig med kapittelet om trigonometri, og derfor sannsynligvis hadde en forventning om at oppgaven innebar at de skulle bruke en av de trigonometriske definisjonene og eller formlene for å løse oppgaven. Jeg hadde derimot utformet oppgaven på en slik måte at den ikke etterspurte eller henviste til noen spesifikk løsningsmetode eller bruk av noen utvalgte strategier, se kapittel 5.1.

4.3 Valg av metode

For å undersøke hvilke strategier elever bruker i en problemløsningsprosess i matematikk har jeg gjennomført en kvalitativ studie. Kvalitative studier er godt egnet når man som forsker søker en mer dyptgående beskrivelse av en spesifikk praksis eller setting (Mertens, 2009). Kvalitative studier søker å forstå og beskrive menneskers opplevelse av et fenomen, en hendelse eller erfaring (Mertens, 2009). I følge Donna Mertens (2009) skal valg av metode begrunnes ut fra tre aspekter; egen vitenskapsteoretisk posisjon, forskningsspørsmålet og ulike praktiske forhold.

4.3.1 Hermeneutisk tilnærming

Tove Thagaard (2018) beskriver i sin bok de etiske dilemmaene som man som forsker står overfor i forskningsprosesser, og hun hevder at forståelsen man utvikler gjennom forskningsprosessen må ses i sammenheng med hvilken forståelse forskeren går inn med i forskningsprosessen (s. 37). Kvalitative metoder innebærer derfor et viktig grunnlag for ulike sentrale hermeneutiske fortolkende retninger. Deltagelsen i egen studie vil derfor nødvendigvis ha betydning for forståelsen og tolkningen av samtalene både fra

---

elevene har fullført testene. Elevprofiler og arbeidsplaner (IAP-er) genereres i Kartleggeren uten noen form for inntasting av resultater (http://kartleggeren.no/)

observasjonene og intervjuene på bakgrunn av både egen forforståelse men like mye hvilken forståelse og oppfattelse jeg utviklet og anerkjente i selve forskningsprosessen.

4.3.2 Fenomenologisk tilnærming

Steinar Kvale og Svend Brinkmann (2015) skriver at i en fenomenologisk tilnærming til forskningsdata vil denne ta utgangspunkt i den enkeltes opplevelser. Det som blir av betydning er hvordan personen opplever situasjonen og like mye hva personen tenker og føler om den aktuelle situasjonen. Ved bruk av intervju som metode i studien anerkjennes en fenomenologisk tilnærming til datamaterialet brukt i studien, da de semistrukturerte intervjuene etterspurte elevene sitt personlige syn og personlige oppfatning av det studerte. Det fenomenologiske perspektivet har som utgangspunkt at virkeligheten er slik elevene oppfatter det. Sosiale fenomen blir derfor i studien tolket og lagt frem ut fra elevenes perspektiv, og blir belyst ut fra elevenes egne meninger og eksakte beskrivelse.

4.4 Etiske betraktninger

Louis Cohen, Lawrence Manion og Keith Morrison (2007) understreker viktigheten av å opptre etisk korrekt ovenfor deltagere i studier og at deltagernes verdighet blir bevart. Navn på elever, navn på skole og klasse er derfor fiktive eller blir ikke referert til i studien i hensikt å sikre anonymitet. Navn på intervjuobjekt og navn på deltagere i de ulike samtalene trenger heller ikke samsvare. Der hvor det er hensiktsmessig å belyse funn i analysen blir det eksplisitt referert til navn og eventuelle sammenhenger mellom intervjuobjektet og gruppedeltakeren i tekstavsnittet hvor dette blir henvist til. Det fremkommer heller ikke annen informasjon underveis som kan bidra i identifiseringsprosesser. Slik er det forsøkt å sikre full konfidensialitet. Lydopptak og notater ble også slettet etter gjennomføringen av studien.

Jeg informerte elevene muntlig om studien sin interesse i forkant av selve gjennomføringen. I tillegg hadde samtykkeerklæring til foresatte også blitt utdelt og samlet inn uken før selve gjennomføringen. Selve problemstillingen ble endret på underveis når analysen av funn ble gjennomført. Ved gjennomføring av det første intervjuet kom det frem noen veldig interessante funn når denne eleven samtalte med deg. Dette funnet sammen med også analysen av observasjonene gjorde til at fokuset og problemstillingen til denne studien ble endret. Denne endringen i problemstillingen og forskningens fokus ble da informert muntlig til elevene, samtidig som det ble sendt ut mail til foresatte om den samme endringen. Det kom ingen tilbakemeldinger på dette, hverken fra foresatte eller elever. I den utdelte samtykkeerklæringen som ble sendt ut ved forskningens oppstart, se vedlegg 1, ble foresatte informert om studiens hensikt, mål og fokus. Dette ble gjort siden elevene var under myndighetsalder. I samtykkeskjemaet ble elever og foresatte informert om muligheten for å trekke seg fra studien til enhver tid, og usikre eller negative elever ble gitt muligheten for heller å delta i en annen klasse sin matematikkundervisning på samme skole, i samme matematikkurs, 1T. Alle de forespurte elevene valgte å delta i studien, men tre av elevene skrev at de ikke ønsket å delta i intervjuene. Dette ble også tatt hensyn til i gjennomføring av studien. I tillegg takket også to av elevene nei til å delta i intervjuene, når jeg dagen etter observasjonen og dagen før intervjuene spurte de om deltagelse. De hadde ikke gitt beskjed om dette i forkant eller skriftlig på samtykkeerklæringsskjemaet. Dette ble også selvfølgelig tatt hensyn til og ikke gjort noe stort nummer ut av. I stedet for valgte jeg meg ut to nye elever å spørre, og disse to elevene svarte ja umiddelbart. Disse to elevene hadde tilsvarende rolle i observasjonen som de to først spurte. Elevene hadde gjennom skoleåret vist til sammenliknbar kompetanse og resultater på prøvene, samtidig som de hadde sammenliknbare bidrag i gruppearbeidet som jeg da allerede hadde hørt på flere ganger.

Siden denne studien inneholder behandling og lagring av lydopptak av personer, var prosjektet mitt meldepliktig til Norsk Samfunnsvitenskapelig datatjeneste (NSD), Personvernombudet for forskning (NSD, 2019). Ved å ha meldt fra og fått denne studien godkjent, er den vurdert som et gyldig forskningsprosjekt i forhold til bestemmelsene i personopplysningsloven, med prosjektnummer 448244, se vedlegg 5.

4.4.1.Reliabilitet og validitet

Denne studien har blitt prøvd gjennomført ved å oppfylle krav om reliabilitet og validitet. Reliabilitet går på hvor pålitelig og troverdig mine data er. Validitet går på om jeg ved mitt valg av metode faktisk undersøker det jeg vil undersøke, og i hvilken grad fenomenene som undersøkes reflekteres (Kvale & Brinkmann, 2015).

Validitet blir ofte erstattet med begrepet *bekreftbarhet* innenfor kvalitativ forskning. Det viser til i hvilken grad en metode undersøker det den er ment å undersøke (Grønmo, 2011; Kvale & Brinkmann, 2015). I hensikt å styrke tilliten til egne funn er det i studien brukt metodetriangulering (Grønmo, 2011, s. 56). Studien har derfor brukt metodene observasjon og intervju for i størst mulig grad legitimere egne funn.. “Triangulation is a powerful way of demonstrating concurrent validity, particularly in qualitative research "(Cohen et al., 2007, s. 141 sitert Campbell & Fiske, 1959). Hvis ulike metoder om samme fenomen viser til høyt samsvarende funn, øker det sannsynligheten for at resultatene er valide. Hvis ulike metoder gir avvikende resultater, bør ikke dette nødvendigvis behandles negativt, men kan medføre til dannelse av nye teorier eller definisjoner (Cohen et al., 2007). Triangulering benyttes derfor i studien for å etterstrebe mest mulig validitet og tillit til egne funn.

Skolen som organisasjon og sosialt system vil nødvendigvis ha visse utfordringer med hensyn til tillit og transparens, da det forhåpentligvis vil oppstå utfordringer med gjenskaping av situasjoner og etterprøving av resultater (Grønmo, 2011). Egen rolle både som elevenes faglærer og forsker krevde og fordret bevissthet rundt både deltagelse og posisjonering underveis i forskningen. I tillegg krevde det bevissthet av meg grunnet min dobbeltrolle, hvordan egne funn ble nedskrevet i en slik form at de reflekterte en så riktig fremstilling av det som ble studert som mulig. For at forskningen skal være av så valid karakter som mulig, må også forskeren etterstrebe transparens og ærlighet i prosessen, som har ledet frem til å få vite det forskeren hevder å vite, slik at andre kan vurdere validiteten. Det å forske på egne elever ga meg en unik mulighet til å ha nærhet til det studerte, men gjorde det muligens samtidig utfordrende å skulle holde avstand. Dette begrunnes i at det kan oppstå visse utfordringer å belyse data så nøytralt og objektiv som mulig på bakgrunn av egen dobbeltrolle.

Reliabilitet blir ofte erstattet med begrepene troverdighet og pålitelighet. I kvalitativ forskning er det vanskelig å skulle reproduserer intervjuer og observasjoner i pedagogiske kontekster, da disse er unike og avhengig av komplekse forhold mellom flere aktører, atmosfæren rundt disse og artefaktene som blir tatt i bruk (Cohen et al., 2007; Grønmo, 2011; Kvale & Brinkmann, 2015). Noen tilfeldige elever ble utvalgt etter observasjonene, og dette utvalget i seg selv lagde noen begrensninger. Reliabiliteten til egne funn kunne muligens ha blitt styrket ved å ha gjennomført flere intervjuer. Det antas at reliabiliteten er mest utsatt knyttet opp mot intervjuene. Denne antagelsen baseres på bakgrunn av størrelsen på utvelgelsen, men i like stor grad på bakgrunn av egen dobbeltrolle. Elevene kan derfor ha avgitt svar og meninger under intervjuene som er preget av deres tillitsforhold til meg også som deres lærer. Hvorvidt dette kan ha påvirket resultatene positivt eller negativt, eksisterer det derimot usikkerhet rundt.

Gjennom en godt dokumentert analysedel, bør jeg anta at avslutningen og avsluttende betraktninger er den delen av studien som er lettest tilgjengelig for andre. Denne delen er ment å skulle legitimere funn, og være forankret i analysedelen. Det er allikevel viktig å få frem at med tanke på studiens omfang og kontekstuelle ramme eksisterer det noen begrensninger. Denne begrensningen medfører at studien har mer til å hensikt å antyde noe om noe, mer enn å legitimere. Jeg tror allikevel at studien kan vise til tendenser rundt problemløsing, strategier matematisk kompetanse og muntlighet i matematikk.

4.4.2 Utvalg

Utvalget består av 25 elever i en studiespesialiserende klasse som allerede i VG1 har valgt fordypning i realfag. Man kan derfor gå ut fra at disse elevene er mer motiverte for og kunnskapsrike i realfagene enn hva andre elever på studiespesialiserende er. Ved å ha være elev i denne klassen, har de allerede bundet seg til å ta fordypning i både fysikk og realfags matematikk i andre og tredje klasse. Elevene hadde i gjennomsnitt et karaktersnitt på over 4,8 poeng fra ungdomstrinnet, og alle elevene hadde oppnådd karakteren fire eller bedre i standpunkt i matematikk fra ungdomstrinnet. På videregående trinn til jul hadde elevene oppnådd 4,9 i snitt i matematikk, og hvor den laveste karakteren utgitt var en treer og den høyeste var en sekser.

4.5 Empiri

I dette kapittelet vil det bli presentert hvilke metoder som ble brukt for å innhente det empiriske materialet som danner grunnlag for studien. Empirien stammer fra transkriberte samtaleutdrag både fra observasjonene og intervjuene.

4.5.1 Observasjon

Eget materiale som danner grunnlaget for analyse stammer fra observasjoner av elever som gruppevis løser en problemløsningsoppgave i matematikk. Deltakende observasjon innebærer at forskeren selv samler inn data ved å se og høre på aktører mens de handler eller samhandler, uttrykker meninger eller er involvert i hendelser. For best å kunne se og høre, fordres en tilstedeværende forsker sammen med aktørene. Den beste måten er ofte å delta i aktørenes egen virksomhet. Forskeren blir da både deltaker og observatør (Grønmo, 2011, s. 141).

Donna M. Mertens, (2009), beskriver både fordeler og ulemper med passiv observasjon og hun mener at det eksisterer flere fordeler og ulemper med observasjon som metode. Fordeler er at observasjon, ved å observere en hendelse eller prosess, kan ha som fordel at den gir informasjon om hva som faktisk foregår i den aktuelle situasjonen, og metoden er fleksibel i den grad at den muliggjør tilpasning til ulike hendelser som oppstår fortløpende Ulemper med metoden er at det kan være vanskelig å tolke og kategorisere informasjon samtidig som det kan være stor fare for at man som observatør kan påvirke situasjonen og deltakerne. I følge Cohen et al. (2007) har observasjon som metode og sin styrke i at den gir valide data.

> The use of immediate awareness, or direct cognition, as a principle mode of research, thus have the potential to yield more valid or authentic data than would otherwise be the case with mediated or inferential methods (s. 456).

Studien anerkjenner observasjon som en god og velegnet metode for å antyde noe om elevenes strategier brukt under løsningsprosessen. Dette begrunnes på bakgrunn av en forståelse om at elevenes deltagelse i minst mulig grad skulle bli forstyrret eller preget av egen deltagelse og tilstedeværelse, samtidig som jeg ved min deltagelse fikk en unik nærhet til hva jeg ønsket å se undersøke. Jeg satt derfor stille i et hjørne i et annet klasserom under gjennomføringen. Elevene hadde på forhånd ikke fått noen hint eller stikkord om hvordan de kunne gå frem for å løse oppgaven. Elevene hadde også fått eksplisitt beskjed om i forkant av gjennomføringen at observasjonene ikke på noen som helst måte skulle bli gjenstand for vurdering med tanke på den mer formelle vurderingen i faget. Elevene ble også oppfordret til å opptre undrende og utforskende i møtet med oppgaven, samtidig som de ble utfordret til å være kreative i valg av løsningsmetoder. Samtalene ble tatt opp med diktafoner og elevenes egne mobiltelefoner. Klassen ble delt inn i seks grupper, ut fra hvor elevene satt. Elevene hadde plassert seg sammen de elevene de også vanligvis satte seg sammen med både ut fra hvem de trivdes sosialt sammen med, men også jobbet best sammen med. To av gruppene ble værende i klasserommet de opprinnelig satt i, mens de fire andre gruppene gikk i andre ledige klasserom eller grupperom på skolen.

4.5.1.1 Analysen av samtalene

Først når jeg begynte å analysere tenkte jeg å transkribere alt hva som ble sagt. Etter å ha brukt en hel uke bare på å transkribere en av gruppesamtalene tok jeg en avgjørelse om at dette ble for tidskrevende å skulle utføre. I tillegg anså jeg at resultatet nødvendigvis hverken ville bli noe mer nøyaktig eller ville gi noen flere funn. Derfor bestemte jeg meg for å høre på lydopptakene av de resterende fem gruppesamtalene flere ganger for så å velge meg ut bare deler av disse samtalene å transkribere. Dette på bakgrunn av både et ønske om å gjengi bare deler av alle samtalene, men like mye at de gjengitte samtaleutdragene skulle være generaliserende i sin semantiske form for den totale taletiden for alle de observerte samtalene. Det ble derfor avsatt mye tid til transkripsjon av samtalene da studien er av den oppfatning at det er i denne fasen at relabiliteten og validiteten vil bli mest utfordret. Prosessen med å transkribere samtalene ble derfor både tidskrevende og grundig utført.

4.5.1.2 Transkripsjon

For å kunne analysere og studere samtaler nøye, eksisterer det noen utfordringer rundt det å skrive ned ord som blir sagt. Transkripsjon innenfor språkvitenskapen er å overføre tekst i en ny form, blant annet fra muntlig til skriftlig form. Enhver transkripsjon er en reduksjon av fakta siden det er tilnærmet umulig å få med alle detaljene fra en samtale ned på et papir. Det er derfor viktig å påpeke at transkripsjonen ikke er data ((Hutchby & Wooffit, 2008). De observerte samtalene og intervjuene er utgangspunktet for analysen i studien, og transkripsjon ble et viktig verktøy som muliggjorde det å analysere samtalene mer nøyaktig. Transkripsjon ble derfor sammen med lydopptak en god metode å få med seg hva alt som faktisk ble sagt og formidlet under observasjonene. Bruk av transkribering bidrar derfor til en større presisjon, og forhindrer at man baserer analysen på mer intuitive antagelser. Ved å skrive ned hva som faktisk blir sagt, begrenses derfor mulige bruk av fortolkninger og antagelser. Ulike språkforskere har arbeidet frem forskjellige systemer for transkripsjon, og disse settene av symboler kalles transkripsjonsnøkler. Vanlig praksis er å velge ut det fra transkripsjonsnøkkelen som er relevant for ens eget prosjekt, og det hender også at samtaleforskere blander symboler fra ulike systemer, om dette tjener deres arbeid. Transkripsjonen her i denne oppgaven, bygger delvis på konvensjonene som er utviklet av Gail Jefferson (Nielsen & Nielsen, 2011). Jefferson brukes gjerne innenfor retningen samtaleanalyse, fordi det er spesielt utviklet med tanke på å fange opp sekvensielle trekk ved samtalene, og blir ansett som velegnet for å kategorisere og definere strategiene elevene bruker på gitte tidspunkt (se vedlegg 3).

4..5.2 Intervjuene

Observasjon av elevene i samtale med meg ble også muliggjort ved bruk av diktafon. Lydopptakene fra observasjonene gav meg tilgang til hva de uttalte og formidlet, men ga meg nødvendigvis ikke tilgang til tankene og refleksjonene deres. Jeg bestemte meg derfor for å intervjue åtte utvalgte elever i etterkant av observasjonene. Intervjuene ble tatt opp ved hjelp av diktafon i hensikt å kunne fokusere på hva elevene faktisk sa under intervjuene. Studien anser det å ikke være låst til å skrive ned hva elevene sa samtidig som man skulle høre på og få med meg alt de sa, som en god metode til å ikke heller under intervjuene bygge funn på antagelser. Å skulle skrive ned samtidig som man skulle lytte til hva elevene sa, ble av studien ansett til å kunne påvirke og berøre studiens resultater.

Målet med intervjuene var å få et innblikk i elevenes tanker og refleksjoner rundt problemløsingsprosesser i matematikk og muntlighet i matematikk. I følge Kvale og Brinkmann, (2015), prøver en i kvalitative forskningsintervju å se verden fra elevenes synspunkt, deres opplevelse av verden og deres erfaringer. For at intervjuene skal være gode og gyldige som metode må gode og hensiktsmessige intervjuspørsmål utvikles. Kvale og Brinkmann hevder at desto kortere og klarere spørsmål utformes, og jo lengre intervjuresponsen er, desto bedre. Lange og mange spørsmål kan medføre at personen som blir intervjuet bare husker deler av spørsmålet, og responderer bare på dette. Colin Robson (2002) advarer også mot bruk av ledende spørsmål og sjargong. Dersom ledende spørsmål stilles kan intervjupersonen føle forpliktelse ovenfor svar, og gi svar han eller hun tror den som stiller spørsmålet, ønsker, og på denne måten svekke studiens validitet (Robson, 2002).

I egen studie valgte jeg å gjøre semistrukturerte intervjuer. Et semistrukturert intervju følger en overordnet intervjuguide, som sikrer at man kommer inn på de samme spørsmålene og temaene i alle intervjuene, men hvor man allikevel inntar en fri rolle til denne guiden. Dermed heller intervjuet mer mot et åpent intervju, mer enn et strukturert (Johannessen, Tufte og Christoffersen, 2016). For meg som forsker var dette av stor betydning, da jeg i intervjuet ønsket å få frem elevens syn på og erfaring med muntlighet og problemløsning i matematikk. Kvale og Brinkmann, (2015), beskriver viktigheten av å finne en balanse i intervjusituasjonen mellom det frie og spontane og det rigide og strukturerte. I denne masteroppgaven anses derfor intervjuene til å være av både semistrukturert og kvalitativ art. Elevene ga også uttrykk for i ettertid av intervjuene å ha lært noe om egne læreprosesser i matematikk, da de i intervjuene ble gitt muligheter til å reflektere over disse prosessene. En av styrkene til det kvalitative intervjuet er nettopp at eleven kan få ny innsikt i fenomenet det forskes på (Kvale & Brinkmann, 2015).

I utarbeidelse av intervjuguide var målet mitt mer å sikre at alle relevante emner ble dekket og spurt om, mer enn å følge en direkte oppskrift angående konkrete og systematiske spørsmål, se vedlegg 4. Etter å ha gjennomført det første intervjuet, snevret jeg også intervjuguiden ytterligere inn, da denne eleven avgav svar, som gjorde at det ble en større interesse fra min side å vinkle studien mer mot problemløsende prosesser mer enn samtale og kommunikasjonsmønstre i matematikk. I like stor var grunnen for endringen i intervjuguiden at det ble tydelig for at spørsmålene var for mange og for ufokuserte. Jeg lagde meg derfor bare to overordnede kulepunkt med noen underliggende punkter som jeg i de siste syv intervjuene baserte utspørringen fra. De to overordnet temaene var problemløsningsprosesser og muntlighet i matematikk. Kvalitative undersøkelser gir rom for å komme tettere på det man studerer, og gir moderate muligheter til å gå i dybden på hvert enkelt spørsmål. Man kan derfor enkelt komme opp med og stille oppfølgingsspørsmål eller nye spørsmål der hvor det måtte føles naturlig og nødvendig i et semistrukturert intervju (Johannessen, Tufte & Christoffersen, 2016 s. 148).

Innledningsvis i forskningsprosessen var fokuset mitt mer på samtale og kommunikasjonsmønstre i matematikk, hvor den tredelte samtalestrukturen står sterkt (Alrø & Skovsmose, 2002; Brousseau, 2002; Cobb & Yackel, 1996; Lampert, 1990; Lee, 2007; Mehan, 1979; Pimm, 1987; Sinclair & Coulthard 1975; Streitlien, 2009; Wells, 1993, 1999; Wæge 2007). På bakgrunn av hva som kom frem i det første intervjuet men like mye i diskusjonene som ble gjennomført under observasjonene ble problemstillingen og forskningsspørsmålene i egen masteroppgave endret og vinklet mer mot problemløsning og strategier sammen med elevenes matematiske kompetanse. Etter å ha lest meg opp om problemløsing som en del av masterstudiet i matematikkdidaktikk på Universitet i Agder fattet jeg interesse for dette temaet. Denne interessen bunnet ut i at jeg så viktigheten av å jobbe mer utforskende i matematikk i skolen. Egen erfaring er at matematikk i all hovedsak gjennomføres ved at læreren har en kort introduksjon om et tema på tavla for at elevene så skal jobbe individuelt med instrumentelle og rent regnetekniske oppgaver i læreboka. Siden jeg vet at utdanningsdirektoratet med fagfornyelsen har beskrevet problemløsing som en av de fem kjerneelementene, så løfter de frem problemløsing som helt sentralt for å lære matematikk. Kilpatrick, Swafford og Findell (2001) fremhever på sin side problemløsing som arenaen hvor alle tråder av matematisk kunnskap konvergerer. Det ble derfor på bakgrunn av hva som kom frem underveis i forskningen veldig spennende, viktig og høyaktuelt å endre fokuset fra samtale til mer muntlige problemløsingsprosesser i matematikk, gjennomført gruppevis.

4.6 Analyse av data

Arbeidet med analysen i studien vil ikke være en avgrenset del av forskningsprosessen, men være et kontinuerlig arbeid når man som forsker inntrer i forskningsprosessen (Postholm, 2007). May Britt Postholm (2007) skriver at det er mulig å la seg inspirere av ulike analytiske tilnærminger for å finne ut hvilken metode som er best ut fra sitt eget unike datamateriale. Egen forskning bygger på en kvalitativ metode med hermeneutisk og fenomenologisk tilnærming, og jeg har benyttet analysestrategier som ivaretar dette på best mulig måte. *Den konstant komparative metode, Grounded Theory,* hvor koding og kategorisering har sin sentrale plass har derfor vært til inspirasjon for studien (Postholm, 2007). Gjennom bruk av kvalitative forskningsmetoder fikk jeg tilgang på mye data og informasjon, som jeg etter å ha lyttet til hva jeg tok opp på diktafon flere ganger, startet arbeidet med å sortere ut hva som var relevant og spennende for egen studie. For studien ble det relevant å nøyere beskrive de observasjonene der hvor elevene gjennom samtale viste til strategier de benyttet for å løse problemløsningsoppgaven, men like mye hvilken matematisk kompetanse og kunnskapsdatabase de allerede hadde og hvilken betydning denne hadde for deres løsningsprosess og valg av strategier. Egen status som elevenes faglærer i matematikk er av studien ansett som en ressurs i denne sammenheng, på bakgrunn av egen dypere innsikt i elevenes bruk av strategier innenfor andre type oppgaver enn bare den introduserte.

Ut fra eget materiale startet en deskriptiv analyse hvor koding og kategorisering ble foretatt for å redusere mengde materiale. Kvale og Brinkmann (2015) skriver at målet for dette arbeidet er å utvikle kategorier som på best mulig måte formidler og beskriver informantenes opplevelser og handlinger. Ved å ta utgangspunkt i transkripsjonene både fra observasjonene og intervjuene ble det etter hvert hensiktsmessig å kategorisere ytringene og elevenes samtalebidrag utefra hvilke funn som ble oppdaget. Det var seks strategier som elevene i stor grad forholdt seg til og benyttet, og det ble derfor naturlig å dele analysen inn i kapitler navngitt etter disse strategiene. I disse kapitlene er ulike samtaleutdrag fremstilt på bakgrunn av deres generaliserende rolle for de andre samtalene. Andre kapitler blir også presentert i analysen fordi de berører egen studie sin problemstilling og forskningsspørsmål. Muntlighet i matematikk, matematisk kompetanse og matematisk tenkning blir også tildelt egne kapitler i analysen på bakgrunn av deres relevans til egne funn og studien sitt fokus. Siden studiens ønske var å beskrive og tolke problemløsning og strategier sammen med matematisk tenkning og matematisk kompetanse det ble det derfor naturlig og hensiktsmessig å analysere funn i lys av modellene om matematisk kompetanse, matematisk tenkning og problemløsning som har blitt presenter i kapittel 3.2, 3.5 og 3.6.

5 ANALYSE

«Research involves both analysis (the taking things apart) and synthesis (the putting things together). We gather data» (Stake, 2010, s. 133).

Empirien til denne masteroppgaven består av lydopptak fra observasjon av elever inndelt i seks grupper. Fem av gruppene bestod av fire elever, mens den siste gruppen bestod av fem elever, totalt tjuefem elever. Alle gruppene løste i samarbeid en oppgave som de fikk utdelt på ark av meg, i begynnelsen av observasjonen. Det empiriske materialet som danner bakteppet for denne masteroppgaven består i tillegg av lydopptak fra åtte ulike intervju som jeg gjennomførte to dager etter observasjonen. Jeg valgte meg ut en elev fra hver av de seks gruppene, samtidig som jeg i tillegg til den ene eleven valgte meg ut to elever til fra den gruppa som bestod av fem elever. Fra denne spesifikke gruppa valgte å intervjue tre elever, fordi det i denne gruppa var en elev i hovedsak som bidro til løsning av oppgaven, mens de fire andre i liten grad bidro muntlig til å løse oppgaven. Jeg valgte derfor å intervjue henne som i stor grad løste oppgaven uten hjelp eller forslag fra de andre. I tillegg valgte jeg også å intervjue to av jentene som bidro i liten eller ingen grad til å løse oppgaven. Intervjuene ble gjennomført to dager etter observasjonen for å forhindre at elevene hadde glemt både hva de sa og tenkte rundt løsning av oppgaven. Det blir i denne masteroppgaven kun gjengitt de sekvensene der hvor elevene viser til strategier som de benytter for å løse oppgaven, men det blir også gjengitt sekvenser der hvor elevene erfaringer og forhold til muntlighet i matematikk ble delt med meg.

I denne problemløsingsprosessen fikk elevene større spillerom enn hva de vanligvis var vant til. Med dette mener jeg at forventninger er klart tilstede med tanke på at det er en forventning om at elevene gruppevis gjennom samarbeid skal klare å løse oppgaven, men det eksisterer ikke hverken noen algoritmisk spesifikasjon eller en oppfordring om en metodisk eksplisitt fremgangsmåte i oppgaven. Videre forventes det at elevene innbyrdes i gruppa skal diskutere med hverandre om noe er uklart eller usikkert med tanke på hvordan å gå frem for å løse oppgaven, men like mye forventes det at elevene ikke skal oppsøke meg som lærer før de eventuelt står så fast at alle medlemmene på hver enkelt gruppe ikke maktet å komme videre med å løse oppgaven. Dette ble også elevene gruppevis informert om av læreren når elevene fikk utdelt hvert sitt eksemplar. Videre blir det bare brukt ordet lærer om egen rolle som elevenes faglærer i denne masteroppgaven.

Læreren skrev all informasjon rundt premissene for å løse oppgaven i tillegg opp på tavla slik at premissene ble synlige for elevene under hele den tiden som var avsatt til forskningsprosjektet. Elevene hadde ikke noe som helst tidspress på seg, da læreren hadde skrevet på tavla at hele økta på 90 minutter kunne brukes hvis dette skulle vise seg å være nødvendig. Derfor visste hver enkelt elev at det var først hvis de skulle stå helt fast at læreren kunne, men ikke minst burde oppsøkes. Alle elevene hadde blitt informert av meg at hovedfokuset var ikke for meg å legitimere alle svar som oppgaven ville resultere i, men at fokuset for meg var å undersøke hvilke strategier de benyttet for å løse oppgaven. Den didaktiske kontrakten ble derfor utfordret ved at det ble gjennomført en litt annerledes undervisningspraksis og undervisningsopplegg enn både hva elevene og læreren var vant til.

I dette kapittelet vil jeg derfor presentere dataene som ble samlet inn og nødvendigvis tolket av meg, til å være de mest representative funnene med tanke på å besvare problemstillingen. Disse dataene blir heretter i egen studie bare referert til som forskningens empiri.

5.1 Oppgaven

Bildet under viser inngangspartiet til en realfagsleir. To lange tømmerstokker er bundet sammen slik at trekant ABC blir likesidet. Avstanden AB er 5,4 meter. Hver dag skal en lastebil komme med fersk brød og matvarer. Lastebilen har bredde 2,3 meter.

Hva er den største høyden bilen kan ha hvis den skal komme igjennom inngangspartiet?

5.1.1 Bakgrunn

Intensjonen med oppgaven var ikke at elevene skulle bruke en spesiell strategi eller for den saks skyld en bestemt algoritme for å løse oppgaven, men selv velge hvilke strategier de skulle bruke for å løse oppgaven. Tanken var at de forhåpentligvis kom til å bruke noen av de trigonometriske formlene de akkurat hadde lært for å løse oppgaven. Ikke fordi det var et krav fra meg eller en oppfordring fra meg når jeg introduserte oppgaven for elevene, men mer det faktum at erfaring tilsa meg at elever hadde en tendens til å bruke de algoritmene de senest hadde blitt introdusert for i løsning av oppgaver i påfølgende time. I denne masteroppgaven er derimot ikke fokuset på hvilke algoritmer elevene velger å bruke for å løse oppgaven, men mer hvilke strategier de i gruppa benytter for å komme frem til eventuelle algoritmer de benytter for å løse oppgaven de er satt til å løse.

5.2 Muntlighet i matematikk

Gjennom intervjuene kom det frem at elevene både hadde både litt ulik erfaring og forståelse av muntlighet i matematikk, men det kom også frem gjennom disse intervjuene at det tross alt var mange klare likhetstrekk i elevenes erfaringer. Seks av elevene hadde lite eller ingen erfaring med hverken muntlig undervisningspraksis eller muntlig vurderingspraksis i matematikk overhodet. Første gang de hadde hørt om og opplevd muntlig vurdering i matematikk var ved avsluttende muntlig eksamen på tiende trinn. Ei av de åtte elevene hadde derimot mye erfaring med muntlig aktivitet i matematikkfaget. Hun hadde hatt en lærer som ofte gjennom egen undervisningspraksis oppmuntret til diskusjoner og drøftinger i faget. Elevene fikk, fortalte hun, ofte oppgaver som de ble oppmuntret til å løse gruppevis i klassen. Hun beskrev også videre at de i liten grad fokuserte på strategiene de brukte, men at de fokuserte mer på hvilke ulike fremgangsmåter og ulike formler de brukte for å komme frem til svaret. Denne jenta var også ei av de med høyest matematisk kompetanse i klassen. Hun hadde oppnådd høyest mulig måloppnåelse på samtlige vurdering frem til nå i inneværende skoleår.

Ei av de andre åtte elevene som jeg intervjuet hadde kommet opp til muntlig eksamen i matematikk, noe hun også opplevde kun lystbetont og motiverende. Det var også denne erfaringen som avgjorde at hun besvarte spørsmålet mitt om muntlig erfaring i matematikk positivt. Hun fikk til og med høyeste karakter selv om hun ikke hadde erfaring med liknende vurderingssituasjoner fra tidligere. Her kommer et utdrag fra intervjuet med denne eleven;

Utdrag 1:

1. Lærer: Hva slags erfaring har du med å være muntlig i ↑matematikk
2. Elin:(..) <Egentlig ikke noe> **(..)** MEN jeg kom opp i muntlig i matte i tiende, og DER gjorde det jeg veldig bra. Jeg syntes at det var lettere enn vanlige prøver (.) >der hvor du bare skal gjøre oppgaver og finne rett svar<Å gjøre det bra ↓ mener jeg.
3. Lærer: Hvorfor tror du at du gjorde det så bra ↑da
4. Elin: (..) Jeg har jo alltid gjort matte sammen med venninnene mine ↑da(.) Vi gjorde alltid de vanskelige oppgavene vi fikk i lekse sammen, og °da klarte vi de nesten alltid° (..) = OG DER KUNNE VI PRATE OG IKKE BARE PUGGE FORMLER:
5. Lærer: Hvorfor tror du ↑det, at du klarte det BEDRE på ↑muntlig

((Elin smiler og ser på læreren, og det oppstår en pause før hun svarer))

6. Elin: (..) Jeg skjønte i hvert fall mye mere ↓ når jeg hørte hvordan andre tenkte (.) og sensoren var også BARE interessert i °hvordan jeg tenkte (.) og ikke bare svaret
7. Elin; =men læreren vil bare at VI skal gjøre vanlige oppgaver i ↓timene DA. >da trenger man bare å kunne og bruke formler< OG DET KAN °jeg jo°.
8. Lærer; Hva mener ↑DU
9. Elin; = OPPGAVER kan jo være ::problemløsning (..) oppgaver som er litt vanskelig (.) >hvor jeg kan tenke mer og bruke hodet<, °lissom°

Her kommer det frem at Elin opplevde og erfarte muntlig vurdering i matematikk som noe positivt, tross hennes manglende erfaring, og hun erfarte allikevel at det samtidig var noe hun mestret. Elin beskriver også i ytring nummer to at hun erfarte muntlig eksamen i matematikk som en enklere vurderingssituasjon enn de *vanlige prøvene*. Hva Elin definerer som *vanlige prøver* kommer også frem senere i samme ytring. Jeg spurte henne også senere i intervjuet om hun ikke hadde hatt noen muntlige fremføringer i matematikk på tidligere nivå i ungdomsskolen, men det mente hun at hun heller aldri hadde hatt. Hvis vi ser videre i ytring nummer seks så uttrykker Elin et ønske etter en mer muntlig basert undervisning i matematikk. Dette trolig på bakgrunn av hennes gode opplevelse og mestringsfølelse med denne type vurderingspraksis, samtidig som hun i ytring nummer fire anerkjenner diskusjon med andre og lytting til hvordan andre har tenkt rundt løsning av ulike oppgaver i matematikk som en god læringsfremmende arbeidsmetode i faget. Den muntlige ferdigheten i matematikk innebærer å kommunisere ideer og drøfte løsningsstrategier med andre, og Elin beskriver eksistensen av muntlighet i matematikk som en forutsetning og verktøy for å øke den matematiske kompetansen i ytring seks. Dette funnet samsvarer med intensjonen med implementeringen av Kunnskapsløftet med den muntlige ferdigheten i matematikk, hvor denne ferdigheten sammen med de fire andre er integrerte på bakgrunn av deres forutsetning for læring i faget.

Elin uttrykker i ytring seks, en forventning til, men samtidig en mistillit til, den matematikkundervisningen hun frem til nå har erfart. Den didaktiske kontrakten kan ifølge Brousseau (2002) reforhandles men da kan tidligere normer komme til å bli endret, og dette krever både tid og bevissthet av de involverte partene. Det er derfor først når de involverte partene kommer til enighet og behov for et skifte i undervisningspraksis at premissene for praksis kan reforhandles. I tilfellet med Elin hadde hun ikke frem til nå kjent på et behov etter et ønske om å endre undervisningspraksis fra bare skriftlig til mer muntligbasert undervisningspraksis. Dette synliggjøres i ytring nummer syv, hvor hun sier at læreren bare vil arbeide med oppgave i undervisningen, og siden det er noe hun mestrer så anerkjenner hun også dette som en motiverende og forutsigbar måte å jobbe på. Ut ifra Elin sin beskrivelse, så eksisterer det ikke noe forhandlingsrom og vilje til endring av praksis fra læreren sin side. Elin uttrykker videre i ytring nummer ti, at hun kjenner til hvordan man kan jobbe annerledes med oppgaver i matematikk mer enn hva hun er vant til. Elin sier i ytring nummer ni at når oppgavene er mer problemløsende må hun legge inn mer kognitiv innsats, og det krever at hun i større grad må konsentrere seg. Man kan derfor ut fra Elin sin beskrivelse anta at de rent regnetekniske og instrumentelle oppgavene som hun er vant til å gjøre i timene i liten grad krever noe annet av henne enn ren memorering. Hun uttrykker at for henne innebærer det å jobbe problemløsende, å jobbe med vanskeligere oppgaver uten hverken en fastsatt prosedyre eller krav om bruk av en bestemt strategi. Problemløsing for Elin er derfor oppgaver som krever både metakognitive ferdigheter og selvstendighet.

Jeg spurte også en av de andre elevene om hvordan han opplevde det å være muntlig i matematikk, og her er svaret hans:

Utdrag 2:

10. Vegard: JEG LIKER å prate med andre om hvordan de tenker rundt en oppgave (.) OG SPESIELT > når det er en vanskelig oppgave som jeg står litt fast i< DA HJELPER DET Å DISKUTERE ALTERNATIVE TENKEMÅTER
11. Lærer: Hvordan går du frem når du står fast, ↑som du sier

12. Vegard: Enten så skriver jeg ned (.) eller bare kladder da lissom hva jeg tenker og hva jeg vet, SÅ PLEIER jeg jo å klare da (.) ° Hvis ikke så snakker jeg med noen av de andre jeg pleier å jobbe sammen da° OG DA ↓ >GREIER vi det alltid<**.**

I begge disse utdragene kan man se at både Elin og Vegard hadde erfaring med samtaler i matematikk, da de selv pratet med andre elever i klassen om løsning av ulike oppgaver. Så selv om læreren aldri la opp til muntlige aktiviteter i klassen så igangsatte Elin og Vegard på eget initiativ egne dialoger og samtaler hvor det ble både utvekslet erfaringer og løsningsforslag til de litt mer utfordrende oppgaver. Vi kan også se i ytring nummer syv at Vegard opplever at det å stå fast i matematikk ikke er ensbetydende med å ikke klare å løse oppgaven, eller nødvendigvis er noe negativt. Han sier at hvis han skulle stå fast så hjelper det å diskutere alternative løsningsforslag med medelever. Vegard har derfor en erfaring med og en forståelse av at det å stå fast er noe naturlig og nødvendig i mer utfordrende oppgaver i matematikk, og at han gjennom samarbeid med andre etter hvert kommer til å klare å løse den aktuelle oppgaven. Dette kommer tydelig frem i ytring nummer ni hvor han sier høyt at det ikke er så farlig å stå fast, fordi han gjennom å samarbeide med andre, alltid klarer å løse alle oppgaver.

Ellen var den eneste av elevene som jeg intervjuet som hadde gode og mangfoldige erfaringer med det å være muntlig i matematikk.

Utdrag 3:

13. Lærer: Hvilket forhold har du til det å være muntlig ↑i matematikk.
14. Ellen: = *<VI pratet ALLTID i mattetimene på ungdomsskolen>*. Vi fikk en gruppevenn i matte, en (….) *LÆRINGSPAR *kaltes det (.) tror jeg*.NEI *<Læringspartner het det<* °som vi lissom alltid skulle jobbe og DISKUTERE sammen med°

(..)

15. Lærer: Hvordan jobbet dere ↑ sammen
16. Ellen: = ÅH, ja**::** hver gang vi fikk en OPPGAVE, skulle vi prate med sidemannen, gruppevennen, om hvordan vi tenkte om løsningen. DET LÆRTE >jeg mye av<.
17. Ellen:= >OG SÅ °ville° ↓ALLTID °hun lærern at vi skulle komme med flere forslag til å løse oppgavene, lissom°<. *Det var alltid ↓ BRA*

Her kommer det frem under intervjuet at Ellen hadde mye erfaring med det å være muntlig i matematikk. I ytring nummer fjorten beskriver Ellen en klasseromskultur hvor diskusjon og samarbeid var en stabilisert integrert del av faget. I ytring nummer seksten beskriver hun også en delingskultur, hvor elevene skulle legge frem sine tanker rundt løsning av oppgaven, men like mye lytte til hva sidemannen hadde kommet frem til. Hvis vi ser videre på ytring nummer sytten, så kommer det frem at Ellen's tidligere matematikklærer ønsket at elevene selv skulle komme frem til egne løsningsforslag, og man kan tenke seg til at alle forslag ble møtt med respekt. Latteren kan tolkes som at Ellen opplevde dette positivt, men man kan også tolke latteren som en usikker bekreftelse om hvorvidt dette var riktig eller ei. Senere i intervjuet kommer det derimot frem at latteren nok veldig trolig kom av Ellen sitt positive inntrykk av det å bli tatt på alvor uavhengig av om løsningsforslaget var riktig eller ei. Jeg kommer også nærmere tilbake til Ellen og hennes strategier i kapittelet om analogiske strategier.

5.3 Matematisk kompetanse

Det kom frem intervjuene at elevene liker å jobbe med mer utfordrende oppgaver da de oppfatter det som mye morsommere og motiverende enn å jobbe med de mer tradisjonelle oppgavene i matematikk boka. Vilde sier i sitt intervju, se utdrag fire, at hun ønsker at vi skal ha flere sånne typer oppgaver som de fikk av meg til observasjonsøkta, fordi disse type oppgavene alltid kommer på heldagsprøver og andre store prøver. Motivasjonen hennes for å arbeide i timene med mer av slike type mer utfordrende oppgaver, kommer derfor av et ønske om å gjøre det bedre på prøver og i vurderingssituasjoner, ikke nødvendigvis for å lære bedre og eller lære mer om matematikk og matematisk tenkning. Hun sier, i ytring nummer nitten, at det er dumt at de bare har de lette oppgavene i timene, for det er de vanskelige som kommer på prøvene. Hun sier med dette at hun føler at hun trenger å øve på de mer utfordrende oppgavene i timene for å skulle mestre å løse disse på prøvene.

Utdrag 4:

18. Lærer; Hva synes ↑ du om oppgaven
19. Vilde; DEN var bra. JEG LIKER °sånne oppgaver° ↓Det er jo disse oppgavene som ALLTID kommer på prøvene (..) SÅ SKJØNNER IKKE °hvorfor lærerne ikke gjøre flere sånne i timene°. FØRST <da klarer man sånne på store prøver>.

Dette utdraget var veldig representativt for alle de syv intervjuene, hvor jeg kom inn på oppgaver i matematikk og vurdering. Elevene likte oppgaven, og de kunne ikke forstå hvorfor lærerne ikke implementerte og introduserte flere slike typer oppgaver i timene. Vilde beskriver i ytring nummer nitten et behov for mer drilling og øvelse i å løse de mer vanskelige oppgavene med tanke på mestring i store og viktige vurderingssituasjoner. Vilde beskriver en kultur hvor elever øver på oppgaver i timene, som ikke kan sammenliknes med oppgaver de samme elevene blir introdusert og bedt om å løse på store og viktige prøver Vilde mener at de som elever burde få øvelse i å regne ut slike typer mer problemløsende oppgaver også i timene. Kun ved å øve på slike typer oppgaver vil elever kunne bli bedre på å mestre også disse på prøvene, sier hun.

Utdrag 5:

20. Lærer; vurdering i matematikk. KAN DU si noe ↑ om det
21. Simen; °Jaaa°(..) >Hva mener du ↑egentlig<
22. Lærer; ↑Prøver. Hvordan gjør du det på ↑ prøver
23. Simen; _ÅH; JA. Har jeg øvd mye, *så gjør jeg det jo bra*, >men hvis jeg ikke kan alle formlene og sånn, da går det DÅRLIG.

Her ser vi et eksempel på at Simen i ytring atten sier at det som har betydning for hans karakter og måloppnåelse i matematikk er hans evne til å memorere et ukjent antall formler. Senere i samme intervju kom det også frem at han syntes matematikk var vanskelig fordi det var så lett å glemme hvilken formel man skulle bruke til den enkelte oppgaven. Simen er derfor av den oppfatning av at vurdering og prestasjon i matematikk er det samme som grad av evne til å memorere og pugge formler, og i tillegg å vite akkurat når og hvor man skal bruke de enkelte formlene. Simen sier også videre i intervjuet at selv om han skulle få feil svar, så liker han disse problemløsningsoppgavene, både fordi han ikke da vet hvilke formler han skal bruke men like mye at det da er mer alternative løsningsmetoder til hver oppgave. Videre i intervjuet beskriver han en oppfatning av at læreren i disse problemløsningsoppgavene har et helt annet fokus enn på de vanlige oppgavene. Simen sier at han i disse type oppgavene ikke gir deg feil eller minuspoeng fordi man eventuelt bruker en annen metode enn hva læreren tidligere har vist ved liknende oppgaver eller hvilken løsningsmetode han selv har tiltenkt oppgaven. Andre vurderingskriterier medfører at Simen liker denne oppgavetypen i enda større grad enn de mer tradisjonelle oppgavene, fordi det foreligger andre vurderingskriterier på disse prøvene.

5.4 Matematisk tenkning

Gjennom alle samtlige syv intervjuer kom det frem at elevene ønsket flere utforskende og problemløsende oppgaver i matematikk. Oppgaver som de definerte som oppgaver som de ikke nødvendigvis visste hvilke regler de skulle bruke. I intervjuet med Ada kom dette frem:

Utdrag 6:

24. Lærer; Hvordan likte du ↑ oppgaven
25. Ada; (..) ° egentlig ganske bra° (.) <Bare at det er > ALLTID eller det er det >som er det vanskelige> Å VITE HVILKEN FORMEL man skal bruke. ↓ PÅ skolen jobber man jo som regel med ↑ sinussetningen (..) Og da er ALLE °oppgavene denne timen om sinussetningen° (…) OG DA ↓ lærer man jo ikke så mye (…) I HVERT FALL IKKE (…) ° man blir i hvert fall ikke noe smartere i matte °.

Her ser vi at Ada beskriver en kultur hvor kreativ tenkning ikke blir tilgodesett av lærer i veldig stor grad. Ada beskriver også et overdrevent fokus på formler og repeterende oppgaver, mest sannsynlig akkurat like de læreren har vist utregning til på tavla. Matematikk oppfattes av samtlige syv elever, som et veldig statisk og forutsigbart fag, med en veldig monoton og kjedelig undervisningspraksis.
I intervjuet med Simen kom dette frem:

Utdrag 7:

26. Lærer: Hender det at du ↑ står fast
27. Simen: JA, OFTE (.) ° eller i hvert fall noen ganger°
28. Lærer: Hvordan reagerer du ↑ da
29. Simen; (..) NOEN ganger ° blir jeg veldig frustrert ° OG ↓ OPPGITT
30. Lærer: Hva gjør du da, for å komme deg ↑ videre
31. Simen; < Jeg åpner boka og finner SOM regel SVARET der>

Simen uttrykker her frustrasjon når han blir stående fast med en oppgave, men sier samtidig i ytring nummer tjueseks at han vet som oftest hvordan han skal klare å løse oppgaven; han må bare se i læreboka for der finner han som oftest svaret. Jeg spurte ham videre under intervjuet om hvordan boka kunne hjelpe ham, og da svarte han at han hadde en liten peil om hvilken algoritme som muligens var smart og bruke, og åpnet derfor boken på denne siden. Simen fortalte meg at han da som regel klarte å løse oppgaven, fordi han trengte bare å huske formelen. Simen uttrykte ikke frustrasjon og håpløshet rundt det å stå fast, fordi han hadde selv noen ideer om hvordan han skulle komme seg videre i løsningsprosessen. Det å stå fast i en løsningsprosess er også noe som Simen er vant til, og blir derfor en naturlig del av det å tenke matematikk.

5.5 Problemløsningsstrategier

Alle elevene i klassen virket motiverte for å løse oppgaven etter at de ble inndelt i grupper. Hver gruppe fikk med seg en diktafon hver. To av gruppene ble igjen i klasserommet, mens de fire andre gruppene gikk på ulike grupperom for å få mer ro. På samtlige av gruppene var det en av gruppemedlemmene som leste oppgaveteksten høyt for de andre. Dette kapittelet om selve problemløsningsprosessen har jeg inndelt i seks underkapitler, fordi det ble synlig for meg etter å ha transkribert store deler av de observerte samtalene, at strategien kunne inndeles i seks ulike strategier uavhengig av rekkefølgen. Det er ikke slik at jeg ikke kommer til å beskrive andre strategier underveis i disse underkapitlene, men de blir ikke nødvendigvis diskutert videre i kapittel seks. Elevene gjennomførte hele tiden bevegelig testing, og denne strategien blir ikke eksplisitt beskrevet i dette kapittelet, fordi studien anerkjenner denne strategien som en del av strategien hypotese og bevis. De ulike strategien opptrer heller ikke i studien i den rekkefølgen som de nødvendigvis fant sted. Studien er ikke opptatt av kronologien til strategiene, slik at det er mer interesse rundt kategoriseringen og antallet mer enn når de opptrer i problemløsingsprosessen.

Det var et omfattende arbeid å skulle transkribere samtalene, og jeg hørte på samtalene opptil mange ganger for å gjengi hva som ble sagt mest mulig riktig. Tanken var at jeg skulle transkribere alle de observerte samtalene, men forstod underveis at dette var et langt mer omfattende arbeid enn først påtenkt å utføre i sin helhet, så justeringer og forenklinger ble foretatt underveis. Disse justeringene gjorde til at jeg hørte på samtalene opptil flere ganger, og så valgte jeg ut relevante deler av enkelte samtaler å transkribere. Disse valgene ble gjort på bakgrunn av disse delene på best mulig måte var generaliserende i sin semantiske form

5.5.1 Visuelle representasjoner

Fem av gruppene startet med å løse oppgaven ved å tegne opp en hjelpefigur. Den siste figuren manipulerte den likesidete trekanten visuelt inne i hodet, for så å komme frem til de målene som gjorde at de kjente til hypotenusen og den ene kateten slik at de kunne bruke-Pytagoras setning.

Utdrag 8:

32. Henrik: >NÅR VI DELER OPP TREKANTEN, OG TREKKER NED NORMALEN FRA DET ENE HJØRNET I TOPPEN< *° så får vi to rettvinklede trekanter 30,60 og 90 grader. Da kan vi bare bruke Pytagoras (…). DA ER JO <hypotenusen det dobbelte av den korteste (.) kateten.
33. Ulrik: =jaaaa, ° men da må vi trekke fra ↓lastebilen°
34. Henrik: = JA, SELVFØLGELIG. >*Så må vi ta fem komma to minus to komma tre, og dele det på to*<.
35. Oscar: =< hvorfor dele på ↑ to>
36. Henrik: = Ser du det ikke foran ↑deg. DET SOM BLIR >igjen på sidene<.

Her ser vi i ytring nummer trettito at Henrik forklarer hvordan han har tenkt med oppdelingen av trekanten. Han forklarer også videre i samme ytring hvordan og hvorfor han fremprovoserer dette bildet, fordi han vet egenskapene til en trekant hvor gradene på vinklene er 30, 60 og 90 grader. Henrik trenger ikke å visualisere bildet han har i hodet ned på et ark, fordi han er trygg på hvordan denne oppdelingen skal bidra til to nye trekanter. Vi ser videre i ytring nummer trettifem at Oscar sliter med å henge med på den raske forklaringen til Henrik. Oscar behøver en mer inngående forklaring av Henrik, og muligens også en konkret tegning for å fullt ut forstå det Henrik prøvde å forklare for ham og de andre på gruppa. På en av de andre gruppene kom dette frem:

Utdrag 9:
(Etter alle på gruppa har diskutert litt frem og tilbake, avbryter Sarah den som har ordet, og sier)

37. Sarah: = Da begynner vi med å tegne opp figuren, ikke ↑ sant
38. Emilie: (.) Joooo, men trenger vi det da. Når figuren allerede er ↑tegnet opp.
39. Sarah: = *° jeg vet, men jeg liker alltid å gjøre det jeg ↓da°*. OG SKRIVE PÅ TALLA (..) °>og seksti graders vinklene<°.

I dette samtaleutdraget kan vi se at Sarah avbryter foregående tur, fordi hun vil selv tegne opp trekanten i sin egen kladdebok. Emilie får tenkt seg litt om, og mener at dette ikke er nødvendig, fordi det allerede er en tegning av lastebilen og inngangen til realfagsleiren. Dette motargumenterer Sarah i sin neste taletur ved å bekjenne at det liker hun alltid å gjøre. Prosessen med å tegne en hjelpefigur har tydeligvis Sarah erfart har vært en god støtte når hun tidligere har løst geometriske oppgaver i matematikk. Sarah føler at det å tegne en tegning er nødvendig for henne selv når det allerede er en tegning av hva som blir beskrevet i oppgaven. Hun setter også på tallstørrelse til tilhørende sider og vinkler. Først da har hun manipulert tegningen slik at hun føler at den gir mening.

Utdrag 10:

40. Silje: DA TEGNER VI TREKANTEN.
41. Nora: = JA, ↓ Det er lurt.

(Alle jentene på gruppa tegner opp i stillhet. Alle på gruppa feller ned normalen fra C ned på AB. Tina er den som først avbryter stillheten)

42. Tina: ° Da burde vi klare å løse oppgaven°. OG NÅ SER VI JO AT * VI MÅ BRUKE PYTAGORAS*.

Her ser vi at Silje på vegne av alle i gruppen bestemmer at de skal tegne trekanten. Hun viser selvsikkerhet rundt valget om å tegne trekanten som et godt første valg for å videre løse oppgaven. Ingen på gruppa protesterer, så hennes valg av strategi møter tillit og respekt fra de andre. Nora sier også i ytring nummer førtien at det var et lurt valg av strategi. Derfor kan man tenke seg til at det å først tegne hjelpefigur til geometriske oppgaver er noe Tina og de andre tydeligvis har god erfaring med. Gjennom en reduksjon av problemet ned til noe forståelig og løsningsbart ved hjelp av hjelpefiguren som jentene har tegnet hver og en i sin egen skrivebok, klarer Tina å se at det er Pytagoras setning de kan bruke for å løse oppgaven, se hennes ytring i ytring nummer førtito. Prosessen med å tegne opp trekanten krever forståelse. Tina prøver å tydeliggjøre for seg selv hva oppgaven går ut på, og først ved å omformulere dette for seg selv ved hjelp av å tegne en tegning viser Tina at hun greier å koble Pytagoras opp mot oppgavens intensjon.

5.5.2 Definisjoner og notasjoner

Det var overraskende at to av gruppene viste usikkerhet rundt begrepet likesidet trekant, og hva som kjennetegnet en slik trekant. Gruppen med de fem jentene brukte mye tid på å diskutere hva som kvalifisert en trekant til å være likesidet.

Utdrag 11:

43. Silje: likesidet trekant. °Hva er det ↑ igjen°
44. Line: = >litt usikker<
45. Tina: =DET ER IKKE JEG: <det er noe med 45 grader og greier<
46. Silje: Stemmer det. (..) OG en 90 ↑graders

Her ser man at jentene på denne gruppa er veldig usikker på hva som menes med en likesidet trekant, og hele den første delen av løsningsprosessen bruker de på å bli enige om hva som menes med en likesidet trekant. Når jeg spurte en av jentene i intervjuet om hvorfor de brukte så lang tid på dette, så forklarte hun meg at for å klare å løse oppgaven måtte de hente ut all den informasjonen som oppgaven beskrev. Siden oppgaven brukte begrepet likesidet var det helt avgjørende å forstå hva det innebar at en trekant var likesidet, mente denne eleven. Når jeg senere spurte henne i intervjuet hvorfor dette var så viktig, sa hun at det kunne hende at det var noe med vinklene i trekanten.

Ved å se på dette samtaleutdraget for man at en stor del av den innledende fasen i problemløsingsprosessen ble brukt til å kategorisere begrepet likesidet trekant. I ytring nummer førtifem kan vi se at Tina kobler likesidet trekant opp mot vinkler på 45 grader. Hvis Tina hadde vært helt trygg og sikker på at vinkelsummen i alle trekanter er 180 grader ville hun da kunne ha resonnert seg frem til at dette ikke kunne stemme. Dette under forutsetning av at hun visste kjennetegnene på en likesidet trekant er at alle sider er like lange, og alle vinklene er like store. Denne gruppa var også den eneste av gruppene som endte opp med en feil størrelse på maksimal høyde av lastebilen. Man bør derfor være observant på at formuleringen i oppgaveteksten, og bruk av matematiske begreper og notasjoner kan være viktig og helt sentrale i å styre elevenes tankegang.

Elevene beveget seg ved hjelp av den visuelle strategien lenger vekk fra muligheten til å gjennomføre riktige matematiske beregninger. De koblet begrepet likesidet trekant til tegningen de fikk når de tegnet opp trekanten og trakk opp normalen fra C ned til AB. Hvis vi ser på samtaleutdrag 10 og 11, så ser vi at de først bruker den visuelle strategien, og tegner opp en likesidet trekant, og trekker normalen fra C ned på AB, som inndeler trekant ABC inn i 2 rettvinklede trekanter. Hvis vi ser på ytring nummer 42 og 45 ser vi at Tina ved å omformulere oppgaven ved å tegne kobler den opp mot Pytagoras og nitti graders vinkel. Omformuleringen og definisjonen av trekanten trenger ikke å foregå ved ord, og kan gjerne være i form av visuell støtte i en hjelpetegning. Tegningen for Tina sin del fungerer som en delvis støtte i hennes læreprosess ved at hun kobler Pytagoras formel og rettvinklet trekant til oppgaven. Men denne omformuleringen skaper også for henne noen misoppfatninger rundt vinkel og vinkelstørrelser. Dette kom også til syne senere i løsningsprosessen når de skulle beregne lastebilen sin maksimale høyde, og denne ble feil estimert.

5.5.3 Analogi

På den gruppen hvor det var noen veldig faglig sterke gutter, begynte gruppedeltakerne veldig fort etter å ha tegnet seg et visuelt bilde av trekanten i hodet, å sammenlikne det problemet som de var satt til å løse med andre liknende oppgaver som de tidligere hadde erfaring med. Her er hva Vegard sa:

Utdrag 12:

47. Vegard: = NÅ VET JEG DET. >*Du deler trekanten inn i rettvinklede trekanter, hvor vinklene er 30, 60 og 90 grader<*. Da VET vi jo at hypotesen er dobbelt så lang: Husker dere ikke den oppgaven som Lene tok på ↑tavla (..) OG skrev 2x og x. da bruker vi jo bare Pytagoras:: Det er enkelt, da:
48. Stein; [det er ikke noe x her DA]
49. Vegard: = NEI, VI VET JO DEN ° korte siden her da°. *Allikevel så vet vi jo da også hypotenusen*. DEN ER *enklere den her*

(Stein smiler og nikker til Vegard og de andre på gruppen. Alle begynner å regne ut i boka si).

Her ser vi at Vegard sammenlikner oppgaven med en oppgave som klassen hadde løst tidligere. Stein er ikke enig i at det er en samme type tross at Vegard påstår dette. Stein på sin side påstår ikke at det er en sammenheng mellom oppgavene, fordi han i ytring 48 uttaler at det ikke er noen x i den oppgaven de er satt til å løse her. Stein har også gjennom Kartlegger testen og vurderingssituasjoner generelt vist til en betydelig lavere matematisk kompetanse enn Vegard. Vi kan observere også i dette samtaleutdraget at Stein sin kompetanse i faget befinner seg på et mer instrumentelt nivå da han har et fragmentarisk og instrumentelt fokus på løsningsforslaget til Vegard. Vegard mestrer å overføre det han lærte om utregning av ukjente sider i en liknende trekant som de to han har oppdelt den opprinnelige likesidete trekanten inn i. Vegard har ikke et så detaljfokus som Stein, fordi Vegard er i stand til å tilpasse den kunnskapen han har allerede har om utregninger av ukjente sider i en slik trekant til en nye men liknende kontekst. Analogi handler også om å forklare vanskelige ting på en enklere måte, og dette kommer frem i ytring nummer førtini, hvor Vegard bryter ned informasjonen til Stein i mindre muligens mer håndterbare begreper. Vegard, i motsetning til Stein, anerkjenner gyldigheten til hva han tidligere har lært til å omfatte flere kontekster enn kun den han ble introdusert for først. Stein definerer det han tidligere lærte om ukjente størrelser på sider i trekanter ikke til å kunne sammenliknes med den størrelsen han nå er satt til å finne ut av.

En av de andre gruppene gjenkalte også kilder fra deres lagringsminne. Se bare på dette utdraget;

Utdrag 13:

50. Ella: Har vi lært noe liknende tidligere. NOEN som ↑husker
51. Janne: (..) Jaaa:: Var det ikke noe med en ↑oppgave::
52. Liv: [JO. Vi lærte om det, °husker dere ↑°ikke…]

(gruppa begynner å prate om tidligere oppgaver, og flere av jentene husket opptil flere liknende oppgaver som de nå har brytet oppgaven ned til. De to som ikke opprinnelig husket det, kobler seg på, og alle elevene begynner å regne ut i hver sin bok)

Her ser vi et eksempel på hvordan elevene gjennom diskusjon og samtale gjør slik at alle sammen klarer å fullføre beregningene av høyden på lastebilen. Kunnskapen som Liv i ytring femtito refererer til handler om erfaringen hun har med å ha løst en liknende oppgave tidligere, og kunnskapen er derfor overførbar til en annen liknende men frem til nå ukjent kontekst. Vi kan observere at Ella i ytring nummer femti prøver å få alle til å gjenkalle kilder fra minnet som vil kunne hjelpe dem til å løse oppgaven. Det kan virke som hun selv ikke husker eller forstår å løse oppgaven, ved at hun uttaler *noen* veldig høyt og med trykk i stemmen. Sammen som gruppe gjennom diskusjon og samtale mestrer de allikevel å koble på kilde og mål. Målet for gruppa er å beregne den største mulige størrelsen til lastebilen ut fra kunnskap eller kilden de har i minnet om liknende oppgaver de har løst før.

5.5.4 Hypoteser og bevis

Å uttrykke seg presist er en stor del av matematikkfaget. Matematikk er som et eget språk med sin særegne uttrykksmåte og bruk av begreper og notasjoner. Den grunnleggende muntlige ferdigheten i matematikk handler om ikke om en ferdighet på et elementer nivå, men mer som en ferdighet som er grunnleggende for hele det trettenårige løpet (Aasen et al., 2012). Elevene lærer derfor gjennom å være muntlig i matematikk, og når egne elever ble plassert i smågrupper ble de nærmest presset til å skulle komme med et muntlig bidrag til diskusjonene som oppstod. I diskusjoner blir det også ofte stilt spørsmål og avgitt svar. Egne elever ble gjennom oppfordring fra meg oppmuntret til å møte oppgaven utforskende, og de ble også oppmuntret til å stille ulike hypoteser som skulle besvares underveis. Ved å stille seg undrende og ved å stille ulike hypoteser nærmer også matematikkfaget seg mer mot de naturvitenskapelige fagene. I tillegg er det å avgjøre sannhetsverdien en svært viktig side innenfor matematikk faget. Her kommer et lite utdrag fra en av diskusjonene på en av gruppene;

Utdrag 14:

53. Tom: hva med å forsøke å dele opp trekanten, for da kan vi kanskje få en rettvinklet trekant. °Det gjorde vi forrige time hvis dere ↑husker°.
54. Oscar: = JA, DET VAR ↓LURT.
55. Tom: Ja, >* se her*<

(Viser de andre hvordan han har tenkt ved å dele opp trekanten i to ved å felle normalen fra C ned på AB. Alle følger med og smiler til hverandre)

56. Kristian: Det var SKIKKELIG lurt, og da kan vi bruke Pytagoras og sikkert noen av de trigonomi eller noe ↑formlene:
57. Tom: [Jaaa:: Da har vi mange muligheter, men vi bruker Pytagoras først da. For den kan alle så godt. Åsså må vi bare ta ved halve lastebilens bredde og det på sidene].

(Alle nikker og er enige, og begynner å regne. Alle får samme svaret og sier svaret høyt og nikker og smiler til hverandre.)

58. Oscar: Stemmer svaret vår med det vi SA:: *og det vi skulle finne* ↑ut, og gjorde vi det ↑riktig.

(Oscar ser bort på Tom og smiler)

Her kan vi observere at elevene blir enige om hvilken algoritme å bruke. I ytring nummer femtitre kommer Tom med en hypotese om hvordan han antar at de kan løse oppgaven ved også å henvise til et eksempel som de tydeligvis hadde beregnet i forrige time. Eksempelet og forslaget blir uten motargumenter verifisert som en god metode av de andre. Mye av grunnen til dette kan komme av at Tom blir av mange ansett til å være den flinkeste i klassen. Han hadde sist høst deltatt i Abel[4] konkurransen og kommet videre fra innledende runder. Mange av elevene godtar derfor Tom sitt eksempel som verifikasjon.

I ytring nummer femtiåtte kan vi observere hvordan Oscar gjennom bevegelig testing mellom hypotese og bevis prøver å legitimere prosessen. Gjennom systematiseringer vil det derfor være mulig å gjøre oppdagelser som kan legitimere hva de på gruppa har funnet ut.

5.5.5 Monitorering

Hvis man også tolker ytring nummer femtiåtte fra utdrag nummer fjorten ser man hvordan Oscar stiller et monitorerende spørsmål ved å se seg tilbake og spørre de andre på gruppa hva de egentlig skulle finne ut og sammenlikne det med hva de nå hadde beregnet. Ser vi også på utdrag tretten kan vi også observere hvordan Ella i ytring nummer femti oppfordrer de andre på sin gruppe til å se seg tilbake og sammenlikne oppgaven med noe de har lært tidligere.

I alle gruppene ble det underveis stilt spørsmål om hva oppgaven egentlig spurte om. Se bare på dette samtaleutdraget fra en av gruppene;

Utdrag 15:

59. Tor: =((avbryter en av de andre på gruppa som mener at han har funnet ut det riktige svaret på oppgaven)). Hva var det egentlig oppgaven spurte om da; kan en lastebil være nesten 3 meter da. Høres ikke det mye ut ↑da. Hvordan gjorde DU det ↑da ((henvendt mot Trude)).
60. Trude: = Jo: men det er svaret da. Vi har jo gjort det riktig da
61. Tor: [Ja, JEG fikk i hvert fall det svaret]
62. Trude: = JA, og DA er det riktig ↑°da°

(Tor smiler)

Her observeres det Tom som måler seg i de andres respons i sin ytring nummer sekstien, og smiler når Trude i sin neste ytring bekrefter hans påstand. I tillegg kan vi i Tor sin første ytring i dette utdraget stiller monitorerende spørsmål som «hva var det egentlig oppgaven spurte om» og «hvorvidt høyden til en lastebil kan være nesten 3 meter».

Ifølge Schoenfeld (1992) er fordelen med monitorerende spørsmål at elevene utvikler kognitive ferdigheter. Hvis vi ser på Tor sin ytring nummer femtini kan vi avslutningsvis

[4] Niels Henrik Abels konkurransen matematikk konkurranse er en konkurranse i matematisk problemløsing for elever i den videregående skolen. (Les mere; https://abelkonkurransen.no/nb/)

observere hvordan han ved å henvende seg til Trude og spør henne om hvordan hun gjorde det, øker sin kognitive innsats i oppgaven. Det er ikke slik at vi kan konkludere med at han nødvendigvis ikke har lagt inn en kognitiv innsats i løsning av oppgaven tidligere, men dette kan eksplisitt bekreftes med denne ytringen.

5.5.5 Logisk resonnement

Det som var positiv å observere gjennom lyttingen og transkripsjonen av de ulike samtalesekvensene var elevenes fokus på at matematikk ikke bare innebærer regning, formler, tall og merkelige bokstaver.

Utdrag 16:

63. Lise: Vi skulle jo lissom finne ut noe ↓da, høyden på lastebilen ↑lissom
64. Janne: [JA: men vi må jo regne ut først da]
65. Lise: [Ja, selvfølgelig, men svaret må stemme da vet du]
66. Lise: = Ja::, >men det vet vi jo ikke med en gang da, men kanskje etter ↑hvert<
67. Janne: Nei men en lastebil kan ikke være 10 meter da, *selv om vi SKULLE finne en smart måte å regne det ut på*.

Her er et godt eksempel hvordan resonneringen foregikk på de ulike gruppene. Alle gruppene var veldig opptatt av å legitimere og kontrollere eget resultat opp mot virkeligheten. Selv om ingen ga uttrykk for noen direkte erfaring med lastebiler og høyden på slike, så hadde elevene en formening om at de måtte i hvert fall prøve å bruke fornuften. Et eksempel på dette kommer frem i Lise sin ytring nummer sekstifem hvor hun uttaler at det må være en form for logisk sannhetsverdi i det svaret de kommer frem til. Hun viser her til at matematikk handler mye mer om enn bare å utføre beregninger, manipulere symboler og sette inn ulike størrelser i formler. Hvis vi ser på Lise sin ytring nummer sekstiseks kan vi observere at hun anser at matematikken her også handler om å oppdage mønstre, gjennomføre resonnementer og argumentere logisk. Janne på sin side igjen kommer med et moteksempel og et logisk resonnement om at en lastebil ikke kan være så mye som ti meter i hvert fall. Her viser hun til at matematikk er en måte å tenke på, og en aktivitet som både kan være ekstremt kreativ og utfordrende, og samtidig ikke nødvendigvis gi rett svar, selv om de skulle regne ut på en fin måte. Vi kan observere også i dette samtaleutdraget at de to jentene er ivrige og interesserte i å ta nye taleturer og å komme med bidrag til løsningsprosessen. Gruppa beskriver et logisk resonnement som en logisk tankerekke som gjennom kritisk tenkning fører til et svar, som da ikke nødvendigvis bør oppfattes som matematisk korrekt før man har vært litt kritiske også til resultatet av beregningene.

6 DISKUSJON OG DRØFTING

Tiden er kommet for å «sette sammen» de ulike delene, for etter analyse følger syntese (Stake, 2010)

6.1 Oppsummering av studiens resultater

I dette kapittelet vil resultatene av hva som kom frem i analysen diskuteres og drøftes. Kapittel seks er også inndelt i de samme kategoriene som kapittel fem i forsøk på å synliggjøre hvilke funn som til enhver tid diskuteres og drøftes.

6.2 Diskusjon og drøfting av resultatene

Målet med denne studien har vært å undersøke hvilke strategier elevene benytter i løsning av en problemløsingsoppgave i matematikk, samtidig som jeg også har undersøkt hvilken betydning elevenes matematiske kompetanse har å si for deres deltagelse i denne prosessen. De resultatene som diskuteres og drøftes i dette kapittelet er de funnene som anerkjennes som spennende og legitimerende for egen forskningsprosess. Hensikten med dette kapittelet er derfor å sammenfatte analyseresultatene, og gjøre resultatene lettere tilgjengelige og synlige, for så å diskutere funnene i lys av det teoretiske rammeverket til studien.

6.2.1 Oppgaven

Oppgaven var tenkt utformet som en oppgave hvor elevene skulle tenke ikke algoritmisk ved at de skulle måtte innhente relevant erfaring og bruke denne formålstjenlig. Oppgaven viste eksplisitt til begrepet likesidet trekant, men utover det henviste oppgaven kun til lengden på en av sidene og bredden til lastebilen. Utover det skulle elevene selv innhente kunnskap og teori om vinkler i likesidete trekanter, midtnormaler, like lengder, inndelinger og andre trekanter. Det var først når elevene skulle tilnærme seg en løsning av mulig høyde ved å systematisk jobbe med disse sidene av oppgaven at elevene skulle tenke algoritmisk. Det var tenkt av meg når jeg utformet oppgaven at elevene skulle være usikre og ukjente med en slik oppgave, og at de ville bruke tid både på å formulere hva det var de ønsket å løse og samtidig definere hvilke omveier det var nødvendig å gå. Jeg håpet derfor at oppgaven skulle bidra til rike diskusjoner rundt mulige løsninger av oppgaven. Ifølge Stein og hennes kolleger (2000) kan oppgaver grupperes i fire kategorier og hvor oppgaver i kategori fire representerer oppgaver utenfor ren algoritmisk tankegang og memorering. Oppgaven som jeg utformet var derfor inspirert av modellen til Stein med hennes kolleger når denne ble utformet.

Ved at elevene selv skulle overvåke egen kognitiv prosess måtte de aktivt analysere oppgaven, og dette arbeidet skulle kreve en betydelig kognitiv innsats. I etterkant tolker jeg det dithen at elevene i større grad enn jeg antok forstod hvordan de skulle løse oppgaven. På alle gruppene begynte de å definere begrepet likesidet trekant, og mange av elevene kjente til at en likesidet trekant kunne inndeles i to rettvinklede trekanter. Når flere av elevene i tillegg kjente til at begge de rettvinklede trekantene hadde en tredve graders vinkel og en seksti graders vinkel gikk det raskt å løse oppgaven. Det var kun en av de seks gruppene som ikke kjente til at i en slik trekant var hypotenusens lengde det dobbelte av den minste katetens lengde. Oppgaven anerkjennes derfor ikke som en så krevende oppgave som først antatt på bakgrunn av elevenes kjennskap og kompetanse om slike trekanter. Ser vi dette funnet i lys av teori av Mason og Davis (1991) som definerer en problemløsingsoppgave som en oppgave hvor elevene ikke umiddelbart vet hvordan de skal løse denne kan vi være litt kritisk til beskrivelsen av denne oppgaven som problemløsende. Dette på bakgrunn av at fem av gruppene etter å ha inndelt trekanten inn i to mindre trekanter umiddelbart visste hvordan videre fremdrift i løsningsprosessen ville foregå, og nesten umiddelbart satte i gang med å løse oppgaven..

6.2.2 Muntlighet i matematikk

Det kom tydelig frem under intervjuene at de fleste elevene var ukjente med et systematisk muntlig arbeid i matematikk. Pimm (1987) beskriver det matematiske språket som særegent med sin egen syntaks og symbolsystem. Tolkes funnene i egen studie opp mot teori av Pimm og elevenes manglende erfaring med muntlig undervisningspraksis kan flere av elevenes begrensende kjennskap til defineringen av den likesidete trekanten komme av deres manglende erfaring med muntlighet i matematikk. Ved å ha jobbet systematisk med diskusjoner og drøftinger i matematikk ville elevene ha blitt utfordret på å skulle ha definert ulike matematiske begreper og notasjoner. Egen studie har vist til Gjerustad og hans kolleger sin forskningsrapport fra 2015 hvor de kan vise til ganske nedslående resultater fra implementeringen av de grunnleggende ferdighetene. Allikevel kan det observeres i samtaleutdrag en at Elin med manglende erfaring fra muntlig undervisningspraksis presterte bra på muntlig eksamen, men like mye at hun følte at denne vurderingskonteksten både var motiverende og inspirerende. Det at hun presterte så godt kan mest sannsynlig komme av at hun underveis i sitt skoleløp hele tiden har praktisert å diskutere de vanskelige oppgavene de ble satt til å løse sammen med venninner. Elin har derfor selv sørget for å ha opparbeidet seg matematisk forståelse og kompetanse ved ha diskutert ulike oppgavetyper med sine venninner. I samtaleutdrag to kunne vi observere Vegard som uttrykte god erfaring med å diskutere alternative måter å løse en oppgave på med sine kamerater. Egne funn kunne derfor vise til at elevene, uavhengig av lærerens undervisningspraksis, hadde god erfaring med det å være muntlig i matematikk. Det kom frem at hvis de ikke hadde diskutert mulige løsninger med medelever hadde de langt oftere ikke klart å løse de mer utfordrende oppgaver. Ellen på sin side, kan vi se i utdrag nummer tre, hadde mye og systematisk erfaring med muntlighet i matematikk. Hun hadde opplevd muntlighet som en involverende og sentral side ved faget. Læreren hadde i tillegg oppmuntret elevene til å finne alternative løsningsforslag til de ulike oppgavene han eller hun presenterte for elevene. Kunnskapsløftet beskrev også den muntlige ferdigheten og for så vidt de andre ferdighetene som grunnleggende for læring og utvikling i fagene. Skal vi se på uttalelsene til Elin, Vegard og Ellen har de uavhengig av deres erfaring likt syn på rollen som muntlighet i matematikk burde spille i matematikk undervisningen. Ellen på sin side har fått et naturlig syn på at et matematisk regnestykke ikke nødvendigvis bare har en mulig måte å løses på. Det blir derimot litt avhengig av elevene hvorvidt de får det samme synet som Ellen på eksistensen av andre alternative løsningsmetoder i matematikkfaget. Under observasjonene kom det tydelig frem at elevene var fornøyde med å ha løst oppgaven, og da ikke var særlig interessert i å finne andre mulige løsningsmetoder. Jeg hadde oppfordret dem til å møte oppgaven både undersøkende og med bruk av flere og alternative løsningsstrategier. Elevene var allikevel lite motiverte og interesserte etter å løse oppgaven på andre alternative måter når de endelig hadde kommet frem til et svar som de var fornøyde med. Dette tenker jeg kan i stor grad komme av deres forhold og syn på matematikk som et ensidig fag med bare et riktig svar. Læreren har derfor et stort ansvar ved sin undervisning å formidle faget som et mer åpent og spennende fag, hvor det er flere veier frem til svaret.

6.2.3 Matematisk kompetanse

Det kom frem i studien at elevene følte at de hadde litt utilstrekkelig kompetanse i matematikk når det kom til de mer formelle vurderingssituasjonene i faget. Ser man på utdrag nummer fire kommer det frem at Vilde erkjenner at hun trenger mer øvelse i å løse de mer utfordrende oppgavene i matematikk, fordi disse type oppgavene er alltid de som kommer på prøvene. I Stortingsmelding nummer 28 beskrives matematisk kompetanse som evnen til å mestre utfordringer og løse oppgaver i både kjente og ukjente sammenhenger. Vilde viser allikevel i samtaleutdraget at hun stiller seg kritisk til manglende opplæring i å løse slike oppgaver samtidig som hun reflekterer over egne manglende ferdigheter i å løse slike oppgaver. Gjennom observasjonen av alle diskusjonene som foregikk på de ulike gruppene viste nesten samtlige av elevene til et stort engasjement rundt det å ønske å klare å løse oppgaven. Elevene ønsket å beherske hva som var forventet i selve oppgaven, samtidig som de så det som nyttig å skulle klare å løse oppgaven. I følge Kilpatrick og hans kolleger (2001) handler engasjement i matematikk om en produktiv holdning og en opplevelse av å se matematikk som et nyttig verktøy. Hvorvidt elevene anså faget som nyttig på bakgrunn av min observasjon eller ikke det er jeg derimot litt usikker på.

Alle elevene i klassen hadde et stort engasjement i faget og et ønske om å prestere i faget. I og med at jeg også var elevenes faglærer hadde elevene gjennom samtalene som vi systematisk hadde hatt gjennom året beskrevet matematikk som et nyttig og nødvendig fag. Bakgrunnen for at egne elever så det som et nyttig fag var deres ønske om å komme inn på prestisjefulle studier etter videregående. Det var derfor nødvendig for dem å oppnå en respektabel karakter i matematikk. Allikevel kom det frem under observasjonen at flere av elevene hadde liten faglig forutsetning for både å forstå og mestre å løse oppgaven. Skemp (1976) skiller mellom instrumentell og relasjonell kompetanse. Oppgaven var en tekstoppgave som i følge Mason og Davis (1991) ofte er forbundet med problemløsingsoppgaver. Elevene beskrev for meg gjennom intervjuene at det ikke var noen problem at oppgaven innehold tekst, for det var de vant til. Elevene opplyste meg om at det som gjorde oppgaven litt utfordrende var det at de var usikre på begrepet likesidet trekant med tanke på å finne ut størrelser på sider. Denne studien har vist til teorier om en sammensatt matematisk kompetanse (Niss &Jensen (2002); Kilpatrick et al. (2001)) og gjennom intervjuene og observasjonene kom det frem at oppgaven fordret selvstendighet av elevene. Elevene skulle selv komme frem til hvilke algoritmer de kunne bruke for å løse oppgaven, samtidig som de skulle mestre å skulle klare å dele opp figuren i mindre komplekse figurer. På den gruppen hvor bare en av jentene hadde en høy matematisk kompetanse, mens de resterende tre jentene hadde en lavere matematisk kompetanse mestret ikke elevene å løse oppgaven riktig. Den jenta som hadde en høy matematisk kompetanse var ei jente som ofte var forsiktig i diskusjoner og muntlige aktiviteter i klassen. Denne gruppa fokuserte i veldig stor grad på begrepet likesidet trekant.

Elevene skulle selv se forbindelsene i oppgaven og kunne bruke ulike representasjoner. En kompetansebeskrivelse går langt utover det å bare skulle analysere observasjonene og intervjuene slik at det blir vanskelig å skulle definere elevenes matematiske kompetanse ut fra dette. Kompetansebegrepet går derfor langt mer direkte på undervisningen og hvordan læreren tilrettelegger for kompleksiteten gjennom egen undervisningspraksis som ved bruk av kommunikasjon og diskusjon i klassen. Allikevel har jeg valgt å skulle beskrive hvilken betydning elevenes matematiske kompetanse har for deres deltagelse i løsningsprosessen. Når jeg gjennom analysen av observasjonen og intervjuene så på taletid og vilje til muntlig deltagelse, kom det tydelig frem for meg at de elevene med høyeste måloppnåelse var også de samme elevene som deltok mest i diskusjonene. Intervjuene kunne også vise til at de elevene med lavere matematisk kompetanse enn de andre var også mer usikre på egne strategier og ferdigheter i faget. Det var i stor grad de med høyest kompetanse og ikke minst måloppnåelse i klassen som freidig og modig tok ordet og foreslo bruk av ulike strategier og algoritmer. Skemp (1976) beskriver den instrumentelle kompetansen som kompetansen hvor elevene har sett med fikserte opplegg tilgjengelige. På den gruppen hvor elevene hadde en middels kompetanse utenom ei av jentene var det et stort fokus på algoritmer og formler. Elevene brukte Pytagoras når de sent i løsningsprosessen beregnet høyden på lastebilen, men det var elevenes manglende kunnskap om kjennetegnene på en slik trekant som var grunnen til deres feilaktig beregninger. Den faglig sterke jenta som mest sannsynlig visste kjennetegnene på en likesidet trekant valgte heller ikke å ta ordet og komme med løsningsforslag. Rutine oppgaver som kan besvares med rutineferdigheter og standardiserte algoritmer kan heller ikke ifølge flere forskere betegnes som et matematisk problem. Et matematisk problem er derfor ikke absolutt men relativ i forhold til den personen som er satt til å løse dette (Mason & Davis, 2002; Pólya, 1957; Schoenfeld, 1992). Gruppa som derfor sleit med å løse oppgaven kan derfor i større grad ha blitt kognitivt utfordret og hatt mest faglig utbytte av å ha forsøkt å løse oppgaven enn de andre gruppene selv om de innledningsvis fokusert i stor grad på regnetekniske sider ved oppgaven. På denne gruppa ble det etter hvert rike diskusjoner rundt begrepet likesidet trekant og kjennetegn, og dette kunne ved en senere anledning ha bidratt til rike og fruktbare diskusjoner hvis læreren hadde tatt tak i dette.

I følge modellen til Niss og Jensen (2002) er representasjonskompetanse elevenes evne til å avkode, forstå, tolke og kunne bruke ulike representasjoner av matematiske objekter. Den ene jentegruppa både avkodet, tolket og brukte begrepet likesidet trekant. Det var først når de skulle begynne å beregne størrelsen på høyden at deres forståelse av begrepet likesidet trekant gav dem feil resultat. Allikevel la de ned mye kognitiv innsats, og de brukte riktig og samme algoritme som de andre gruppene for å løse oppgaven. Det var derfor under symbol og formalisme delen av kompetansebegrepet til Niss og Jensen (2002) at elevene ikke mestret å oversette begrepet likesidet trekant fra det mer dagligdagse språket til det mer formelle matematiske språket. Noe annet man kunne tydelig observere var at på bakgrunn av oppgavens kognitive krav var at noen av elevene bare ga opp. De med høyere matematisk kompetanse viste derfor til en høyere kognitiv kondisjon enn de elevene med lavere matematisk kompetanse. Dette kan diskuteres i sammenheng også med elevenes selvtillit og engasjement i faget, og ifølge Kilpatrick (2001) bør man kontinuerlig og systematisk jobbe med de ulike delene av kompetansebegrepet samtidig gjennom et skoleår. Gjennom intervjuene kom det også frem at elevene manglet erfaring med diskusjoner og muntlige arbeidsprosesser i matematikk, og man kunne tenke seg til at ved slik undervisningspraksis kunne elevene i større grad fått muligheter til å utvikle og utvide egen matematiske kompetanse.

6.2.4 Visuelle representasjoner

Under observasjonene kom det frem at i den innledende fasen av problemløsingsprosessen valgte fem av de seks gruppene å tegne opp trekanten som representerte inngangspartiet til realfagsleiren. Når alle elevene på gruppa hadde tegnet trekanten opp, så felte de ned en midtformal og de fikk delt inn trekanten i to rettvinklede trekanter. Ved å manipulere trekanten fikk de som Henrik kan vise til i samtaleutdrag nummer åtte, en oversikt over hva de vet om dette spesielle tilfellet. Denne fasen er hva Mason og Davis (1991) referer til som spesialisering, og hvor hensikten er å skape selvtillit til å oppdage eventuelle mønstre og egenskaper på veien mot å nærme seg mot det mer generelle, som å beregne størrelser. Den visuelle strategien kan derfor ses i sammenheng med fasen spesialisering, erkjennelsen av hva man faktisk kan og vet. Denne fasen handler om matematisk tenkning og det Schoenfeld (1992) beskriver som kunnskapsdatabasen. Elevene forsøkte å få en oversikt over hva de allerede hadde i minnet om likesidete trekanter, samtidig som elevene synes at det å tegne opp trekanten ga dem et bedre eierskap til hva de faktisk var satt til å beregne. Vi kan se i samtaleutdrag nummer ni at Sarah uttrykker tilfredstillelse ved å alltid tegne opp hva de faktisk vet, uavhengig av om at det allerede eksister en figur i oppgaven. Det tenker jeg er for at elevene ønsker å få et eierskap til oppgaven. Mason og Davis (1991) og Schoenfeld (1992) beskriver engasjement som kjennetegn på en mer problemløsende oppgave. Kilpatrick (2001) beskriver engasjement som en viktig del for læreren gjennom sin undervisning å tilrettelegge for i hensikt å bygge matematisk kompetanse. Elevene var tydelig engasjert på sine grupper og de elevene som ikke umiddelbart begynte å tegne opp trekanten startet etter hvert når flere på gruppene etter hvert begynte. På den ene guttegruppa kom det også frem først når de begynte å tegne opp trekanten, at en av guttene ikke kjente til vinkelstørrelser og sammenhengen mellom størrelser på sidene i en slik trekant. Underveis mens denne eleven tegnet av trekanten ved å se på sidemannen begynte det å bli forståelig og tydelig for ham, Vygotsky beskriver den nærmeste utviklingssonen som eleven sin potensielle utvikling, og det er en sosial avhengig prosess (Cole et al., 1978; Doolittle, 1997). Gruppene i mitt forskningsprosjekt var i stor grad homogene. Det var minst en av elevene på hver gruppe som var et lite unntak i form av en litt lavere matematisk kompetanse på hver gruppe. Jeg intervjuet også tre av disse unntakene, og det var i stor grad disse elevene som uttrykte at gjennom prosessen med å diskutere og løse oppgaven hadde de lært mye. Flere av de med lavere matematisk kompetanse var i større grad enn de andre veldig detaljstyrte når de visualiserte oppgaven. Ved hjelp av å tegne opp oppgaven var det tydelig at elevene fikk delt opp problemet i mer håndterbare biter. Den visuelle strategien kan derfor i stor grad sammenliknes med en oppdelingsstrategi.

Hvis elevene derimot var usikre på hva som kjennetegnet en likesidet trekant, som vi kunne observere på den ene jentegruppa, ble den visuelle støtten i form av en tegning mer en vei vekk fra det mer generelle. Den visuelle strategien kan sammenliknes med hva Borgersen (1984) kaller angrepsfasen til Mason og Davis (1991) Borgersen deler inn angrepsfasen i to parallelle prosesser, analysere/definere og tegning/modell. Elevene som jeg undersøkte anvendte også tegning og modell i den fasen hvor de angrep det matematiske problemet.

6.2.5 Definisjoner og notasjoner

En viktig del av problemløsing er å forstå problemet og de begrepene og notasjonene som blir brukt i oppgaven. De ulike forskerne har navngitt og inndelt problemløsingsprosessen i ulike faser uten at det er de helt store ulikhetene. Som jeg diskuterte i forrige kapittel, navngir Borgersen (1984) de to første prosessen hvor elevene angriper problemet som å analysere/definere og tegning/modell. Ser vi på utdrag nummer elleve har elevene på denne gruppa et behov for å definere trekanten for å kunne angripe problemet. Schoenfeld (1992, 2016) navngir de to første fasene i inngangsfasen som å lese og analysere. Pólya (1957) på sin side kaller denne fasen for et behov etter å forstå problemet. I ytring nummer førtifem beskriver Tina at hun nå har forstått hva oppgaven beskrev og hvilke definisjoner og notasjoner som ble brukt i denne, og hun gir signal ved å prate raskt og bestemt at hun er klar til å fortsette. Elevene viser derfor til et behov etter å forstå både hva som blir beskrevet men like mye hva dette innebærer før de går i gang med å løse oppgaven. Jeg tolker derfor at egne funn samsvarer med både modellene til Borgersen (1984), Mason og Davis (1991), Pólya (1957) og Schoenfeld (1992, 2016). Dette begrunnes i at de ulike forskerne har inndelt problemløsingsprosessen ulikt, og i ulike trinn, men i bunn og grunn samsvarer inndelingen.

6.2.6 Analogi

Når elevene møter det nye problemet i form av min oppgave så prøver de å imøtekomme dette ved å koble på eksisterende kunnskap. De lager analogier. Se bare på utdrag nummer tolv hvor Vegard prøver å få de andre på gruppa til å huske en oppgave som de tidligere hadde løst i samarbeid med læreren på tavla. Vegard prøver derfor gjennom samtale å hjelpe de andre også til å huske hva de hadde beregnet forrige uke.

Analogisk resonnement er et kraftig verktøy innenfor problemløsing. Schoenfeld (1992, 2016) beskriver problemløsing som en prosess som har som overordnet mål å fokusere på å oppdage mønstre langt mindre memorere og reprodusere formler. Ser vi derimot på noen av elevene som jeg forsket på resonnerte de i hensikt å muligens koble på noe som hørtes fornuftig ut. I utdrag nummer tretten forsøker også Janne å få de andre elevene til å huske en liknende oppgave som de hadde løst tidligere. Gjennom diskusjonen som oppstod på gruppa ble etter hvert alle klar over denne sammenhengen mellom en tidligere oppgave og den de nå var satt til å løse. Skemp (1976) kaller ferdig sett med fikserte regler og oppsett for en mer instrumentell kompetanse, og jeg vil driste meg i å sammenlikne noe av det jeg observerte når elevene dro analogier mellom eksisterende og påkrevd matematisk kompetanse med Skemp (1976) sin teori om instrumentell forståelse. Flere av gruppene forsøkte ved analogier å bryte ned oppgaven i noe de hadde lært om tidligere. Det ble derfor et overdrevent fokus på algoritmiske oppsett og rent regnetekniske detaljer. Det ble i langt mindre grad fokus på hvorfor og hvordan dette kunne henge sammen. Hvilken som helst abstraksjon eller generalisering bruker derimot underliggende analogier, så man kan anta at elevene er i en prosess mer mot en generaliserende fase mer enn bare en reproduktiv fase. Egen studie kunne også vise til gjennom intervjuene at alle elevene som ble intervjuet vurderte egen innsats i løsning av oppgaven som langt mer krevende enn bare ren reproduksjon av formler og memorering.

6.2.7 Hypotese og bevis

Ser vi på utdrag nummer fjorten og Tom sin første ytring kommer han med et forslag til å dele opp trekanten for så å kunne beregne lengder. Han beviser så egen hypotese i ytring nummer femti syv hvor han bekrefter legitimiteter i egen hypotese. Det var derimot ingen av gruppene som la frem noen hypoteser før etter å ha fått kontroll over hva oppgaven spurte etter og hvilken informasjon oppgaven gav. Etter å ha fått kontroll over hva de allerede kunne om beregninger som denne oppgaven trengte og krevde, fremsette gruppemedlemmene ulike hypoteser, som gikk på enten hva skal vi gjøre for å klare å løse oppgaven, hvilke muligheter har vi og hvordan skal vi gå frem for å løse oppgaven. Hele veien foregikk det bevegelig testing mellom strategiene hypotese og bevis. De ulike strategiene gikk derfor inn i hverandre, overlappet hverandre og fulgte heller ikke en kronologisk fast rekkefølge. Dette samsvarer med de ulike problemløsingsmodellene som denne masteroppgaven viser til i kapittel 3.6.

Gjennom samarbeid på smågrupper bruker elevene både hverandre og ulike andre oppgaver som medierende verktøy i problemløsingsprosessen. Martin Carlsen (2008, 2010) beskriver en subjektiv og en objektiv side ved ulike artefakter, og egen forskning kan i stor grad sammenliknes med teori til Carlsen. På de ulike gruppene var det ulike diskusjoner og samtaler som oppstod på bakgrunn av ulike elever på ulike grupper, mens oppgaven var statisk og lik på alle gruppene. Det var derfor spennende å observere ulike hypoteser som ble fremsatt, men relativt like resultater på de ulike gruppene. Det var kun på den ene gruppa hvor elevene kom til et ulikt resultat enn hva de andre gruppene hadde beregnet, allikevel hadde selve løsningsprosessen store likheter med de andre.

Både Mason og Davis (1991), Pólya (1957) og Schoenfeld (1992, 2016) vektlegger bevisets rolle i sine problemløsingsteorier. Problemløsing består i følge deres teorier å se tilbake, vurdere svaret og overbevise andre om de resonnementene som har blitt utført medfører riktighet. Bevis er derfor et sentralt tema i deres teorier, og står generelt sterkt innenfor matematikken. Ser vi på utdrag nummer femten og Trude sin ytring nummer seksti bekrefter Trude resultatet av beregningen på bakgrunn av at de må ha gjort det riktig. Hun beviser derfor resultatet som gruppa har kommet frem til på bakgrunn av egen tiltro og refleksjon over riktig fremgangsmåte. Siden Tor anses av klassen som en av de med høyest matematisk kompetanse bekrefter hun svaret som et legitimt svar siden Tor også har fått det samme resultatet som henne. Mason og Davis (1991) beskriver refleksjon som kanskje den viktigste fasen for å utvikle matematisk tenkning, generalisering, og det er vanskelig å lære av sine erfaringer uten å reflektere over hva de har gjort.

6.2.8 Monitorering

Gruppene brukte i stor grad monitorerende strategier underveis og mot slutten av løsningsprosessen. Monitorerende strategi foregikk ved at elevene systematisk gikk tilbake til oppgaveteksten for å verifisere hva oppgaven etterspurte for å kvalitetssikre egen prosess så langt. Ser vi igjen på utdrag nummer femten kan vi observere hvordan Tor i ytring nummer femtini stiller spørsmål om hva som egentlig ble spurt om i oppgaven for å verifisere både fremgangsmåte og resultat. Kontroll og monitorering inngår i følge Schoenfeld (1992, 2016) i kategorien metakognisjon som en del av den matematiske tenkningen. Tor sjekker ut gyldigheten av hva de har kommet frem til ved å sjekke resultatet opp mot det opprinnelige problemet. Dette kan forstås i lys av teorien til Schoenfeld da Tor ønsker å stoppe opp for å foreta en status over problemløsingsprosessen så langt både med tanke på beregninger og løsningsmetode. Elevene viser derfor til en kognitiv innsats utover ren memorering og regneteknisk fokus.

6.2.9 Logisk resonnement

Under både observasjonene og intervjuene fikk jeg delvis innsyn i hvordan elevene resonnerte i forbindelse med løsning av oppgavene. Ser vi i samtaleutdrag seksten hvordan Lise og Janne resonnerer over hva de skulle finne ut og validiteten av hva de har beregnet kan dette sammenliknes med hva Mason og Davis (1991) identifiserer som prosessen med spesialisering. De to elevene tar utgangspunkt i høyden til en reell lastebil og forsøker å avgjøre hvorvidt en høyde på en lastebil kan være over ti meter eller ei. Lise kommer opp med en hypotese om at de ikke kan vite dette med en gang, men kanskje etter hvert. Lise kommer derfor opp med en hypotese, *conjecturing*, om at de kommer til å kunne legitimere resultatet underveis i løsningsprosessen. Janne på sin side prøver å overbevise Lise, *convincing*, at høyden ikke kan være over ti meter i hvert fall.

Vi ser i utdrag nummer to at Vegard uttrykker hva Mason og Davis (1991) beskriver som en viktig del av den matematiske tenkningen. Vegard sier i ytring nummer ni at hvis han står fast, så legger han oppgaven litt bort for å ta seg en tenkepause for så å ta oppgaven frem igjen, og hvis han da mot all sannsynlighet ikke skulle klare å løse oppgaven, da diskuterer han løsningsforslag med andre medelever, og da klarer han å løse oppgaven, alltid. Vegard har derfor en positiv erfaring med det å stå fast, ved at han ved å diskutere eget og andres løsningsforslag med medelever alltid tilslutt klarer å løse oppgaven. Han sier også senere i intervjuet at disse oppgavene og hvordan han tilslutt klarte å løse disse for alltid blir noe han husker. Vegard har derfor erfart at det å stå fast medfører gode muligheter for læring, noe som er i tråd med hva Mason og Davis (1991) beskriver i sin artikkel.

6.3 Egen vurdering av forskningen

Til tross for at det har vært tidskrevende og til tider veldig utfordrende å gjennomføre dette masterprosjektet, vil jeg hevde at det på samme tid både har vært både spennende og lærerikt. Utfordringene kom når alle de transkriberte sekvensene fra de ulike samtalene fra både observasjonene og intervjuene skulle begrenses ned til de sekvensene som på best mulig måte generaliserte alle de utelatte sekvensene. I tillegg ble det utfordrende i starten å skulle finne et passende analyseverktøy å anvende for å undersøke egen empiri. Underveis i analyseprosessen ble det synlig og åpenbart for meg at mitt materiale måtte tilpasses en sammenblanding av de ulike problemløsingsmodellene. Det er allikevel de ulike problemløsingsmodellene som er beskrevet i teoridelen som har vært til inspirasjon for min analyse. Jeg har lest meg opp på mye forskningslitteratur både om problemløsning, matematisk tenkning og matematisk kompetanse. Hva det innebærer å være muntlig i matematikk og hvilke utfordringer en skolekontekst har hatt med involvering og implementering av muntlighet i klasserommet har også vært lærerikt å studere. Elevene i eget forskningsprosjekt kunne også vise til manglende og lite erfaring med muntlig undervisningspraksis og muntlige vurderingsformer i faget.

Mye av forskningen som denne masteroppgaven benytter er av relativ eldre årgang. Mye av forskningen er fra nitti-tallet og begynnelsen av to tusen-tallet. Noe av forskningen er også fra helt tilbake til femti og sytti tallet. Dette gjelder spesielt forskning om problemløsning og matematisk tenkning sammen med muntlighet og matematisk kompetanse. Bakgrunnen for at jeg valgte å ta utgangspunkt i disse studiene er relevansen til egne funn og egen studie, men samtidig det faktum at disse forskerne fremdeles høster stor tillit og anerkjennelse ved at de blir henvist til i mange nye publikasjoner om samme eller liknende temaer.

En av utfordringene med gjennomføringen av egen studie var som tidligere nevnt å finne et passende analyseverktøy å bruke for å analysere egne funn Jeg tok derfor utgangspunkt i modellene til Borgersen (1994), Mason og Davis (1991), Pólya (1957) og Schoenfeld (1992) og tilpasset disse modellene til egne funn. Det kom tydelig frem underveis i transkriberingen at strategiene som elevene benyttet i løsning av oppgaven begrenset seg til syv ulike strategier. De syv ulike strategiene har derfor fått sitt eget underkapittel i analysedelen til studien. Selv om det var syv ulike strategier, var det noen av strategiene som ble benyttet i større grad enn andre. Det som hadde vært spennende hvis jeg skulle ha forsket videre på samme tema var å undersøke hvorvidt de samme strategiene hadde blitt benyttet i samme størrelsesorden hvis jeg hadde benyttet og forsket på andre elever og andre oppgaver. Funn som viste til hvilken matematisk kompetanse elevene benyttet ble i stor del knyttet opp mot og inspirert av forskningen til både Niss (2002) og Kilpatrick med kolleger (2001). I kapittelet hvor elevenes funn rundt matematiske tenkning blir presentert er funnene analysert i lys av teori av Schoenfeld (1992).

Noen ting jeg ville ha endret på hvis jeg skulle ha gjennomført forskningen på nytt hadde vært å bruke en annerledes oppgave, som i enda større grad var mer sammensatt. Med mer sammensatt oppgave mener jeg en oppgave som ikke nødvendigvis allerede hadde visuell støtte i form av et bilde, men like mye inneholdt størrelser og begreper som elevene ikke hadde så stor erfaring med. Elevene i egen studie brukte relativt kort tid til å avgjøre og bestemme at oppgaven skulle løses ved hjelp av Pytagoras. Alle løste oppgaven ved hjelp av Pytagoras, og det var bare en av gruppene som benyttet ulike trigonometriske formler for å løse oppgaven. Samtlige av gruppene diskuterte hvilke ulike typer trekanter som ble vist i figuren som var avbildet og beskrevet, og elevene diskuterte og drøftet på hver enkelt gruppe de ulike kjennetegnene på de ulike trekantene. Jeg ser derfor i etterkant at jeg ville ha valgt en oppgave som behandlet og viste til størrelser og definisjoner som elevene i enda mindre grad var kjent med eller hadde erfaring med. Dette begrunner jeg ut fra en tro om at studien da ville ha vist til et større mangfold i resultater og funn. Samtidig ved å ha oppmuntret elevene til å bruke Pytagoras og tangens ville jeg ha fokusert prosessen mer mot metode enn algoritme. Elevene ville da i større grad fått rom til å diskutere strategier mer enn hvilken formel som de skulle benytte. Elevene ville da samtidig blitt mer oppmuntret til å vurdere ulike metoder opp mot hverandre mer enn algoritmer.

7 AVSLUTNNG

For å besvare problemstillingen; «Hvilke strategier benytter elever i videregående opplæring for å delta i problemløsning i matematikk» og med påfølgende forskningsspørsmål*;* «Hvilke strategier bruker elever i løsning av problemløsningsoppgave i matematikk», er det nødvendig å trekke frem de strategiene som elevene i den klassen som jeg forsket på benyttet. I løsning av oppgaven som elevene fikk utdelt av meg fikk elevene helt fritt spillerom, slik at jeg i liten grad ønsket å påvirke hvilke strategier elevene brukte, langt mindre påvirke hvilken algoritme elevene valgte å bruke. I tillegg ble elevene av meg oppfordret til å opptre utforskende i møtet med oppgaven. Det eksisterer utallige bra strategier slik at det handler om å velge blant disse, og disse er også individavhengige. Man kan derfor tenke seg til at ved å i større grad fokusere på enkeltelever mer enn elever som en del av en gruppe, at studien kunne ha vist til flere strategier enn de som blir beskrevet i denne oppgaven. Denne studien har derfor muligens kunne ha observert flere strategier enn de som er blitt beskrevet, men har på bakgrunn av studien sitt fokus og begrensning valgt å inndele strategiene i seks kategorier. Dette er også gjort for å bidra til å gjøre egne funn mer oversiktlig og tydelig fremstilt. Jeg vil videre i dette kapittelet beskrive både hvordan og i hvilken grad de ulike seks strategiene ble brukt av elevene som jeg undersøkte.

Det var seks strategier som ble av studien anerkjent som de som på best mulig måte legitimerte funnene. De seks strategiene som elevene i ulikt omfang benyttet var; visuelle representasjoner, definisjoner og notasjoner, analogi, hypotese og bevis, monitorering og logisk resonnement. Egen empiri kunne vise til at strategiene ikke heller nødvendigvis fant sted i en lineær kontekst. Den strategien som alle elevene i gruppene benyttet i veldig stort omfang var den visuelle. Samtlige av gruppene begynte å løse oppgaven ved å tegne opp et bilde med de størrelsene som oppgaveteksten beskrev. Noen av gruppene trakk også opp hjelpelinjer for å dele opp trekanten i andre type trekanter. Den ene gruppen tegnet ikke trekanten opp på nytt, men lagde seg visuelle bilder i hodet, hvor de trakk opp hjelpelinjer, slik at den likesidete trekanten ble inndelt i to rettvinklede trekanter. Dette kom frem gjennom samtalene denne gruppa hadde, hvor tegningen de beskrev var ment for å stabilisere deres indre bilder. Intensjonen med oppdelingen for samtlige av gruppene var å lage rettvinklede trekanter ut av den store likesidete trekanten. De manipulerte derfor tegningen for å forenkle tegningen av trekanten i mindre rettvinklede trekanter slik at oppgaven ble enklere å skulle løse for elevene selv. Alle gruppene benyttet Pytagoras setning som algoritmisk verktøy i selve løsningsprosessen. Det som var overraskende for meg var at ingen valgte å benytte noen av de trigonometriske definisjonene og formlene som elevene de siste tre ukene hadde hatt undervisning i og løst mange oppgaver om. Ut ifra dette kan jeg konkludere med at elevene føler større mestringstro til Pytagoras algoritme enn de trigonometriske definisjonene og algoritmene.

Noen av de andre strategiene som gruppene benyttet var hypotese og bevis. Studien velger å navngi disse to samlet i en kategori, da funn kunne vise til at det foregikk en bevegelig testing mellom hypotese og bevis helt frem til elevene anså resultatet som endelig. Elevene fremsatte en hypotese som de gjennom diskusjon på gruppa ble enige om å forkaste eller ei, og gjennom samarbeid testet de denne hypotesen ut, og elevene kom frem til et svar. Alle gruppene opptrådde nysgjerrige og motiverte, og stilte flere hypoteser innledningsvis i problemløsingsprosessen. Underveis i prosessen var der derimot også flere av gruppene som stoppet opp og stilte spørsmål, både til hva de hadde kommet frem til, men like mye hvordan de hadde kommet frem til det de hadde. Nye hypoteser ble da stilt ut fra et ønske både å legitimere egne resultater, men like mye for å finne andre løsningsalternativer. Fire av gruppene stoppet kontinuerlig opp gjennom systematisk fremdrift i løsningsprosessen for å validere eventuelle resultater av utregningene så langt. Man kan tenke seg til at det var på grunn av usikkerhet rundt resultater så langt, men like mye at usikkerheten kom av et ønske om å lage nye hypoteser for å opptre utforskende gjennom hele prosessen. Jeg hadde eksplisitt oppmuntret til utforskende møter i møte med oppgaven ved implementeringen av oppgaven i oppstarten av prosessen. Fire av de seks gruppene avsluttet også hele problemløsingsprosessen med å avgjøre seg imellom om gyldigheten og validiteten til størrelsen de som gruppe hadde kommet frem til. En stor del av matematikk er å avgjøre sannhetsverdien i hva som er funnet ut, så dette var ikke overraskende funn. Samtlige av gruppene brukte også mye tid på definering og indoktrinering av begrepet likesidet trekant.

Elevene manglet referanser å sammenlikne med når de skulle bedømme lastebilens høyde. Derfor var det utfordrende for alle elevene å bedømme gyldigheten til resultatet de kom frem til på grunn av manglende kunnskap om høyder på lastebiler. Funn kunne derfor vise til at elevene gjennom analogi prøvde å definere høyde og resultat av beregninger utført underveis ved å prøve å gjenskape likhet til situasjoner og relasjoner til tidligere korresponderende beregninger. Gjennom diskusjonene som foregikk på gruppene ble det hele veien stilt monitorerende spørsmål, hvor elevene gjennom metakognisjon avgjorde hvor vellykket problemløsingsprosessen skulle defineres som. Elevene stilte hele tiden spørsmål underveis for å kvalitetssikre resultatet av utregningene som ble foretatt. Den monitorerende strategien anses derfor av egen studie som helt avgjørende for problemløsing, spesielt i smågrupper. Alle gruppene, utenom en, trakk avslutningsvis logiske konklusjoner ut fra de gitte forutsetningene, og avgjorde validiteten i hva den enkelte gruppa hadde funnet ut.

Funn i egen forskning kunne vise at elevenes kompetanse hadde betydning for elevenes deltagelse i problemløsningsprosessen. Det kom tydelig frem under analysen at elevene med god kompetanse i matematikk både hadde stor mestringstro og tillit til egne evner, men disse elevene hadde også vilje til muntlig deltagelse og involvering. Egne funn kunne vise til at de åtte elevene med lavere matematisk kompetanse enn sine medelever deltok i påfallende mindre grad i den muntlige problemløsningsprosessen som foregikk på de ulike gruppene. Kun på den gruppen hvor en av elevene hadde høyere kompetanse enn de andre deltok elevene mer i løsning av oppgaven. Dette vil kunne antyde at elever er redd for å vise egen usikkerhet og manglende evner ovenfor medelever. Jeg intervjuet også to av elevene fra denne gruppen, og de forklarte meg at de ikke likte å prate om egne matematiske beregninger hvis de ikke var helt trygge på legitimiteten i hva de hadde regnet ut. Egen forskning kunne derfor vise til at elevenes matematiske kompetanse hadde betydning for elevenes involvering. Homogene grupper økte derfor muligheten for flere elever å delta, mer enn de heterogene gruppene gjorde.

Selvoppfatningen hadde også veldig stor betydning for hvordan elevene angrep problemløsningsoppgaven. Læring innebærer endringsprosesser, og elevene med lavere kompetanse i faget hadde hverken vilje eller lyst til å ta den risken. Intervjuene underbygde også funnene gjort i observasjonene. Dette funnet samsvarer med teori om *Growth* og *Fixed Mindset.* Mindset uttrykker noe personen tenker om noe. En tenkemåte som fremmer endring er Growth Mindset, mens Fixed Mindset er en mer fastlåst tenkemåte som hindrer endring (Dweck, 2017). Denne studien viste derfor til funn som viste at elever med høy matematisk kompetanse var ivrige i problemløsingsprosesser, og de hadde tenkesett som var endringsvillig. De samme elevene var hverken redde for å feile, redde for å velge feil strategi eller algoritme, men de var også nysgjerrige og viste interesse for å bruke andre strategier enn hva de nødvendigvis var vant til. Det var ikke så at de ikke brukte de strategiene de vanligvis brukte, men ved å utforske begynte de å tenke litt annerledes enn hva de var vant til, og de kom til andre algoritmer og andre tenkemåter enn de vanligvis var vant til å bruke. De seks elevene i denne klassen som hadde en lavere matematisk kompetanse hadde mer fastlåste tenkemåter hvor de ga opp hele problemløsingsprosessen hvis de ikke umiddelbart forstod hvilken algoritme og strategi å bruke. De elevene med høy matematisk kompetanse viste også til høyere kognitiv kondisjon, ved at de holdt ut lenger når de eventuelt stod litt fast i løsningsprosessen.

Dybdelæring handler om å se sammenhenger som du senere kan bruke i andre situasjoner (NOU 2014:7; Gamlem & Rogne, 2015). Egne funn kunne vise til at problemløsing som metode muliggjorde elevene å komme til situasjoner hvor de ikke umiddelbart visste hva å gjøre. I disse situasjonene måtte de da bruke selvstendige strategier som veldig ofte på en eller annen måte medførte sammenlikninger med tidligere erfaringer. Samtalene kunne vise til at elevene prøvde å manipulere oppgaven til å likne noe liknende de hadde prøvd å løse. Dybdelæring inneholder ulike orienteringer hos elevene mer enn bare den overflatiske og rent regnetekniske læringen. Funn gjort i både observasjonene og intervjuene viste til motstand mot de vanligvis etablerte normene. Dette kan ses i sammenheng med den didaktiske kontrakten til Guy Brousseau (1997). Det som derimot var et overraskende funn, var at det i like stor grad var de mer faglige sterke elevene som uttrykte tilhørighet til den mer tradisjonelle undervisningspraksisen. Elevene uttrykte gjennom intervjuene at det å sitte stille og gjøre oppgaver var motiverende og til og med gøy. Inspirerende var et uttrykk den ene eleven brukte. Jeg drister meg til å konkludere med at dette er på bakgrunn av økende mestringsfølelse og mestringstro gjennom å fullføre flere og flere oppgaver uten hjelp. Alle elevene formidlet på samme side en usikkerhet rundt vurderingssituasjoner hvor ofte disse mer problemløsende oppgavene dukket opp. Alle elevene uttrykker derfor et behov for å praktisere mer problemløsende aktiviteter da de ønsket å prestere i vurderingssituasjonene.

8 AVSLUTTENDE BETRAKTNINGER

I dette avsluttende kapittelet vil jeg fremlegge betraktninger rundt didaktiske implikasjoner og videre forskning.

8.1 Didaktiske og pedagogiske implikasjoner

For å si noe om pedagogiske og didaktiske implikasjoner kan det være hensiktsmessig å vite noe om både min rolle i forskningen, men like mye elevenes rolle i forskningsproblematikken. Formålet med denne studien har vært å undersøke hvilke strategier som elevene benytter når de løser en problemløsningsoppgave i matematikk samtidig som det har blitt undersøkt hvilken betydning elevenes matematiske kompetanse har for deres deltagelse i denne prosessen. Jeg har hatt en dobbeltrolle til elevene som jeg har studert i denne studien, både som forsker og deres faglærer til vanlig. Det har gitt meg en unik tilgang til mer data og dypere innsikt tilknyttet til hva jeg har ønsket å studere i denne studien. Denne tilgangen er ikke en del av denne forskerprosessen, men kunne brukes som ressurs når resultatene av analysen ble diskutert og drøftet. Jeg har derfor kanskje helt ubevisst benyttet deler av denne innsikten når jeg har analysert og drøftet egne funn. Denne innsikten vil derimot ikke være en del av diskusjonene og drøftingene men mer en støtte å lene diskusjonene og drøftingene på der hvor det skulle være hensiktsmessig. Samtidig som tidligere nevnt i oppgaven kan elevenes deltagelse i forskningen også kunne være påvirket av min rolle som deres faglærer og ikke bare min rolle som forsker.

Det kom frem under intervjuene at elevene likte å jobbe problemløsende i matematikk, både fordi det var mer utfordrende men også mer motiverende. Motiverende var en definering på problemløsing som gikk igjen i alle intervjuene. En av elevene beskrev en hverdag med konfrontering med mye problemløsende virksomheter. Denne eleven likte å spille dataspill på fritiden. Spill er et viktig kulturelt medium i dagens høyteknologiske samfunn, og denne eleven forklarte meg at i de ulike spillene var det ofte at han måtte løse ulike problemer. Han forklarte meg at kompetansen og kunnskapen han hadde opparbeidet seg gjennom å spille ulike spill var veldig lik det å jobbe problemløsende i matematikk. Gjennomføringen av semistrukturerte intervju ga meg derfor en innsikt i hva elevene tenkte om problemløsing og muntlighet i matematikk. Alle elevene syntes at det var mer krevende, men de følte også at det var veldig motiverende når de klarte å løse en slik mer problemløsende oppgave. I tillegg kom det frem at alle elevene følte at det alltid var slike mer problemløsende oppgaver som kom på prøvene, så de uttrykte et behov etter å jobbe mer problemløsende også i timene. Ved å jobbe med tilsvarende oppgaver i timene, og få mulighet til å diskutere ulike strategier og løsningsmetoder med medelever ville det gi dem mer erfaring med og kompetanse i det å løse ulike problemløsingsoppgaver ved senere anledninger. Hvorvidt den oppgaven som ble brukt i egen studie er nok problemløsende eller ei er ikke en del av diskusjonene i denne oppgaven, men dette hadde vært en interessant diskusjon med tanke på kjerneelementene som blir innført ved ny læreplan neste høst.

Gjennom å invitere elevene til å løse en problemløsningsoppgave i smågrupper hvor oppgaven hverken henviser til eller krever en spesiell algoritme eller løsningsmetode, vil resultere i ulikhet og mangfold. Ulike strategier ble benyttet i selve løsningsprosessen, men den algoritmiske tenkningen var relativ homogen og således begrensende i sin form. Observasjonen av de ulike gruppediskusjonene avdekket derimot rike diskusjoner og drøftinger på hver gruppe tross lik algoritmisk tenkning og valg av lik utregningsmetode. Flere av elevene hadde misoppfatninger både til matematiske begreper og notasjoner. Elevene var gode på å veilede hverandre i situasjonene hvor det kom frem at elevene tenke ulikt. Det som var positivt å observere var at responsen på de ulike forslagene som kom frem alltid ble møtt positivt og konstruktivt. Responsen på forslag som en eller flere på gruppa mente var feil, ble møtt med positivet og konstruktivitet, samtidig som engasjerte alle elevene i kritisk tenkning. Resultatet av denne observasjonen har derfor vist meg hvor viktig det er å avsette tid i undervisningen til felles diskusjoner enten i plenum eller på grupper på tilbudte løsningsforslag fra elevene i klassen. Disse diskusjonene er viktig uavhengig av om løsningsmetoden eller svaret er riktig eller ei. Studien anser uriktige løsningsmetoder og uriktige beregninger som like viktig å diskutere som de matematisk korrekte. Man kan alltid regne med at det sitter flere elever rundt i klassen som har utført de samme uriktige beregningene som blir foreslått. Ved å møte misoppfatninger positivt og konstruktivt forstås dette derfor som nyttig for at sikre at alle elevene oppnår forståelse og innsikt i samme eller liknende oppgaver i etterkant og ved senere anledninger. Like mye vil slik respons bidra til rike diskusjoner og mer muntlig aktivitet og deltagelse fra flere, nettopp ved at bidrag blir møtt positivt og med respekt. Positiviteten og respekten vil derfor heller ikke i senere situasjoner hindre elever til deltagelse i muntlige prosesser i matematikk, da de har god erfaring med at bidrag mottas positivt og respektfullt. I tillegg vil de forhåpentligvis føle at diskusjonene rundt misoppfatningene og kjennskapen til andre strategier og løsningsmetoder for å løse en oppgave vil øke deres egen matematiske kompetanse.

8.2 Videre forskning

Ved å gjennomføre denne studien har det kommet opp flere andre interessante forskningsspørsmål som har fattet min interesse. Disse spørsmålene har ikke denne oppgaven gitt anledning til å forske på grunnet en slik masteroppgave sine begrensninger.

Ved videre forskning kunne det vært interessant å undersøke og rette fokuset mot mer samtale og samtaletyper i matematikk og hvordan det rett og slett samtales i faget. Da ville jeg ha gått nærmere inn på både kommunikasjonsmønstre, taletid og vilje til deltagelse fra elevenes side. I forlengelse av denne viljen til deltagelse kunne det ha vært interessant å undersøke hvordan elevene organiserer selve problemløsingsprosessen og hvilken betydning den matematiske kompetanse har å si for deres deltagelse. Problemløsningsoppgaver i matematikk og hvilken betydning lærerens implementering av oppgavene har å si for elevenes kognitive innsats og engasjement hadde også vært spennende å undersøke nærmere ved en senere anledning. Utforming av gode problemløsningsoppgaver og gode didaktiske opplegg hvor implementering av mer problemløsende metoder i matematikk er fremtredende, tror jeg også vil bli veldig spennende og relevant å forske på med tanke på innføring av ny læreplan. Egen erfaring tilsier meg at det er mange lærere som både er usikre på hvordan slike oppgaver bør og kan utformes, men like mye hvordan slike oppgaver kan implementeres og igangsettes på en god måte gjennom undervisningspraksis og undervisning. Min mening er at mange lærere og elever tenker og tror at en problemløsningsoppgave må være ulik de vanlige oppgavene i læreboka. Underveis i denne masteroppgaven har jeg derimot henvist til forskning som viser til at det er hvordan læreren velger å jobbe med oppgavene og igangsetter disse gjennom sin undervisning som bestemmer hvorvidt de skal være problemløsende eller ei. Prosessen med å skrive denne masteroppgaven har derfor resultert i en enda større nysgjerrighet på andre sider ved problemløsing enn hva jeg har forsket på i denne studien.

Å arbeide med problemløsing innenfor en skolekontekst vil utvikle elevenes tankesett og selvstendighet i møte med ulike oppgaver i matematikk. Arbeid med problemløsing i smågrupper vil gjøre at flere elever får muligheter til å bidra i diskusjoner rundt eventuelle misoppfatninger og gode løsningsforslag fra de andre elevene på gruppa. Diskusjoner vil kunne avdekke eventuelle misoppfatninger som enkeltelever har. Avdekkingen av misoppfatninger og alternative løsningsmetoder vil kunne bidra til rike kompetansefremmende diskusjoner blant elevene i klassen. Like mye vil diskusjonene kunne bidra til å øke elevenes kompetanse og evne til å jobbe problemløsende i matematikk, men også eventuelle andre fag. Egen forståelse er at systematisk arbeid med muntlig problemløsing i smågrupper og plenum i matematikk vil bidra til å utvikle elever som er bedre rustet til å møte arbeidslivets krav mer selvstendige, kvalifiserte og allmenndannende.

9 REFERANSER

Aasen, Møller, Rye Ottesen, Prøitz og Hertzberg, (2012*) Kunnskapsløftet som styringsreform - et løft eller et løfte? Forvaltningsnivåenes og institusjonenes rolle i implementeringen av* *reformen*. (Rapport 20/2012) UIO/Oslo: NIFU, Institutt for lærerutdanning og skoleforskning. Hentet 8. februar fra https://www.udir.no/globalassets/filer/tall-og-forskning/rapporter/2012/fire_slutt.pdf

Alrø, H. & Skovsmose, O. (2002). *Dialogue and learning in mathematics education; intention, reflection, critique*. Dordrecht: Kluwer Academic,

Alseth, B., Breiteig, T. & Brekke, G. (2003). *Endringer og utvikling ved R97 som bakgrunn for videre planlegging og justering – matematikkfaget som kasus.* Notodden/ Telemark: Telemarksforskning.

Askheim, O., G., A. & Grennes, T. (2008). *Kvalitative metoder: for markedsføring og organisasjonsfag*. Oslo: Universitetsforlaget.

Bjuland, R. (2002). *Problem solving in geometry Reasoning processes of student teachers working in small groups: A dialogical approach*. Bergen: Publisert doktorgradsavhandling. Universitetet i Bergen.

Bjòrqvist, O. (2007). Matematisk problemløsning. I.B. (red.). *Matematikk for skolen*. Bergen; Fagbokforlaget. (s. 51-70).

Blomhøj, M. (1994). *Ett osynligt kontrakt mellan elever och lärare*. Nämnaren nr. 4. (s.6 - 9). Hentet 7. februar 2019 fra http://ncm.gu.se/media/ncm/matematiklyftet/TM04A_03_blomhoj.pdf

Borgersen, H. E. (1994). Open ended problem solving in geometry. *Nordisk Matematikkdidaktikk, 2*, (s. 6-35).

Borromeo Ferri, R. (2018). *Learning How to Teach Mathematical Modelling in School and Teacher Education;* (s. 13–39). Springer International Publishing.

Brekke, M & Tiller, T. (red). (2013*). Læreren som forsker. Innføring I forskningsarbeid I skolen.* Oslo: Universitetsforlaget.

Brousseau, G. (2002). *Theory og didactial situations in mathematics.* Balacheff, N., Cooper, M., Sutherland, R., Warfield, V. (Ed.). Mathematics Education Library. Dordrecht: Kluwer Academic Publisher.

Carlsen, M. (2008). *Appropriating mathematical tools through problem solving in collaborative small- group settings.* Pubisert doktorgradsavhandling. Kristiansand: University of Agder.

Carlsen, M. (2010). Appropriating geometric series as a cultural tool: a study of student collaborative learning. *Educational Studies in Mathematics, 74*. (s. 95–116).

Cobb, P. & Yackel, E. (1996). Constructivist, emergent, and sociocultural perspectives in the context of developmental research, *Educational Psychologist 31 (3/4). (s.*175 – 190). Lawrence Erlbaum Associates, Inc. Hentet 26. desember. 2018 fra: https://www.tlu.ee/~kpata/haridustehnoloogiaTLU/constructivsit.pdf

Cohen, L., Manion, L. & Morrison K. (2007*). Research Methods in Education, Sixth edition*. New York, Routledge. Hentet 29. januar 2019 fra; https://islmblogblog.files.wordpress.com/2016/05/rme-edu-helpline-blogspot-com.pdf

Cole, M., John-Steiner, V., Scribner, S., & Souberman, E. (Red.) (1978). *Mind in society – the development of higher psychological processes.* Cambridge, Massachusetts: Harvard university press. Hentet 9. januar 2019 fra: https://books.google.no/books?hl=no&lr=&id=Irq913lEZ1QC&oi=fnd&pg=PR13&dq=Vygotsky,+LS.,+1978,+Mind+in+society+%E2%80%93+the+development+of+higher+psychological+processes,+Cambridge,+Massachusetts%3B+Harvard+university+press&ots=HaEqC8Cnpd&sig=pOkw7KC88xji0F1egPoR9pwRwqk&redir_esc=y#v=onepage&q=Vygotsky%2C%20LS.%2C%201978%2C%20Mind%20in%20society%20%E2%80%93%20the%20development%20of%20higher%20psychological%20processes%2C%20Cambridge%2C%20Massachusetts%3B%20Harvard%20university%20press&f=false

Doolittle, P. E. (1997). Vygotsky`s zone of proximal development as a theoretical foundation for cooperative learning. *Journal on Excellence in College Teaching. 8(1),* s 83 – 103. Hentet 8. april 2019 fra http://www.proactiveteaching.org/pdfs/91.pdf

Dweck, C. (2017). *Mindset- Changing the way you think to fullfil your potential. (Updated edition.).* England: Little, Brown Book Group.

Gamlem, S., M. & Rogne, W. (2015). *Dybdelæring i skolen*. Norge: Pedlex Norsk skoleinformasjon.

Gjerustad, C., Waagene, E. & Salvanes, K., V. (2015). *Spørsmål til Skole – Norge høsten 2014. Resultater og analyser fra Utdanningsdirektoratets spørreundersøkelse blant skoler og skoleeiere.* (Rapport 3/2015). Oslo: NIFU, Nordisk Institutt for studier av innovasjon, forskning og utdanning. (s. 67-76). Hentet 8. Februar 2019 fra https://brage.bibsys.no/xmlui/bitstream/handle/11250/275372/NIFUrapport2015-3.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Grønmo, S. (2011). *Samfunnsvitenskapelige metoder.* Bergen: Fagbokforlaget.

Hundeland, P., S. (2010). *Matematikklæreres kompetanse. En studie om hva lærere på videregående trinn vektlegger i sin matematikkundervisning.* Publisert doktorgradsavhandling. Kristiansand: Universitetet i Agder. Hentet 1.januar 2019 fra: https://brage.bibsys.no/xmlui/bitstream/handle/11250/2393979/Hundeland_Thesis_UiA_2010.pdf?sequence=3

Hutchby, I & Woofitt, R. (2008). *Conversation Analysis. (*Second Edition.) Cambridge: Polity Press

Imsen, G. (2005). *Elevens verden. Innføring i pedagogisk psykologi*. (4. utgave). Oslo: Universitetsforlaget.

Jacobsen, D., I. (2015). *Hvordan gjennomføre undersøkelser? Innføring I samfunnsvitenskapelig metode*. (3. Utgave). Norge: Høyskoleforlaget.

Johannessen, A., Tufte, P. A. & Christoffersen, L. (2016). *Introduksjon til samfunnsvitenskapelig metode.* (5.utgave). Oslo: Abstrakt Forlag.

Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (2001). *Adding + up. Helping Children Learns Mathematics, Mathematics Learning Study Committee.* Washington DC: Center for Education. Division of Behavioral and Social Sciences and Education, National Research Council, National Academy Press, Hentet 4. januar 2019 fra: file:///C:/Users/leneaska/Downloads/9822.pdf

Kunnskapsdepartementet. (2016) *Læreplan i matematikk fellesfag*. MAT1---04. Hentet 13. januar 2019 fra: https://www.udir.no/kl06/MAT1-04

Kunnskapsdepartementet. (2018). *Fornyer innholdet i skolen*. Oslo: Regjeringen.no Hentet 8. februar 2019 fra https://www.regjeringen.no/no/aktuelt/fornyer-innholdet-i-skolen/id2606028/?expand=factbox2606064

Kvale, S. & Brinkmann, S. (2015). *Det kvalitative forskningsintervju*. (3.utg.). Oslo; Gyldendal Akademisk.

Lampert, M. (1990). When the problem is not the question and the solution is not the answer *American educational research journal*, volume 27, number 1-spring 1990, N0 1, (s. 29-63). Hentet 22.januar 2019 fra: https://people.ucsc.edu/~gwells/Files/Courses_Folder/ED%20261%20Papers/Lampert%20Question%20not%20answer.pdf

Lee, Y., A.(2007). *Third turn position in teacher talk: Contigency and the work of teaching*, Journal of Pragmatic 39, (s. 1204-1230). Hentet 22.januar 2019 fra: https://www.academia.edu/612407/Lee_Y._2007_._Third_turn_position_in_teacher_talk_Contingency_and_the_work_of_teaching._Journal_of_Pragmatics_39_1204-1230

Leer, L., G. (2009). *Vurdering av matematisk problemløsing*. Masteroppgave NTNU. Hentet 15.januar 2019 fra: https://brage.bibsys.no/xmlui/bitstream/handle/11250/258617/350712_COVER01.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Lyngsnes, K., & Rismark, M. (2009). *Didaktisk arbeid (*3. opplag). Oslo: Gyldendal Norsk Forlag.

Mason, J., Stacey, K., & Burton, L. (2010). *Thinking Mathematically* (2. utgave). England: Pearson.

Mason, J., & Davis, J. (1991*). Fostering and substaining mathematics thinking through problemsolving.* Victoria/Australia*:* Deakin University Press.

Mehan, H.(1979). *Learning lessons: Social organization in the classroom,*. Cambridge/MA: Harvard University Press.

Meld. St. 28 (2015 – 2016). Oslo: Regneringen.no. Hentet 18.februar 2019 fra: https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/meld.-st.-28-20152016/id2483955/sec1

Mellin-Olsen, S. (1996). Oppgavediskursen i matematikk. Rekonstruksjon av en diskurs. *Tangenten, 2/1996*, (s.9–15). Oslo: Caspar Forlag. Hentet 17.januar 2019 fra: http://www.caspar.no/tangenten/1996/oppgavediskurs.html

Mertens, D. M. (2009). *Research and evaluation in education and psychology. Integrating diversity with quantitative, qualitative, and mixed methods*. (3.utgave). London: Sage Publications, Inc.

Møller, J., Prøitz T., S., & Åsen, P. (red), (rapport 42/2009), *Kunnskapsløftet – tung bør å bære? Underveisanalyse av styringsreformen i skjæringspunktet mellom politikk, administrasjon og profesjon.* Universitetet i Oslo, Det utdanningsvitskaplege fakultet. Oslo: NIFU STEP. Hentet 8. januar 2019 fra: https://brage.bibsys.no/xmlui/bitstream/handle/11250/279950/NIFUrapport2009-42.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Nielsen, F. & Nielsen B. (2011). *Samtaleanalyse. (*3.opplag). Frederiksberg: Forlaget Samfundslitteratur.

Niss, M., & Jensen, T.H. (2002). *Kompetencer og matematiklæring*. København: Undervisningsministeriet, Roskilde Universitetscenter. Hentet 2.januar 2019 fra: http://static.uvm.dk/Publikationer/2002/kom/hel.pdf

Nosrati, M. & Wæge, K. (2015). *Sentrale kjennetegn på god læring og undervisning i matematikk.* Oslo: Matematikksenteret. Hentet 18.januar 2019 fra: https://www.matematikksenteret.no/sites/default/files/attachments/product/150629korr.%20Sentrale%20kjennetegn%20pa%CC%8A%20god%20l%C3%A6ring%20og%20undervisning%20i%20matematikk.pdf

NOU 2014:7 (2014). *Elevens læring i fremtidens skole. Elevenes læring i fremtidens skole - Et kunnskapsgrunnlag*. Oslo: Departementenes sikkerhets- og serviceorganisasjon Informasjonsutvikling. 2014. Hentet 5.januar. 2019 fra: https://www.regjeringen.no/contentassets/e22a715fa374474581a8c58288edc161/no/pdfs/nou201420140007000dddpdfs.pdf

NOU 2015:8. (2015). *Fremtidens skole. Fornyelse av fag og kompetanser*. Oslo: Departementenes sikkerhets- og serviceorganisasjon Informasjonsutvikling. 2015. Hentet 5.januar 2019 fra: https://www.regjeringen.no/contentassets/da148fec8c4a4ab88daa8b677a700292/no/pdfs/nou201520150008000dddpdfs.pdf

NSD. Norsk Senter for Forskningsdata. Hentet 3. januar 2019 fra http://www.nsd.uib.no/

Pimm, D. (1987). *Speaking mathematically*: *Communication in mathematics classrooms.* London: Routledge & Kegan Paul.

Polya, G. (1957). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. (2.utg.). Princeton: Princeton University Press.

Postholm, M., B. (red.) (2007). *Forsk med! Lærere og forskere I læringsarbeid*. Lærerbiblioteket. Damm.

Raaheim, A. (2011). *Læring og undervisning*. Oslo: Fagbokforlaget.

Robson, C. (2002). Real world research; *A resource for social scientistic and practitioner researcher.* (2.utgave). Oxford: Blackwell Publishing.

Røsseland, M. (2005). Hva er matematisk kompetanse. *Tangenten 1/2005*, (s. 12-18). Oslo: Caspar Forlag. Hentet 8.april 2019 fra http://www.caspar.no/tangenten/2005/rosseland_1_2005.pdf

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In F. K. Lester & M. National Council of Teachers of (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*: Vol. 2. (s. 334-370). Charlotte, N.C: Information Age

Schoenfeld, A., H. (red.) (2016). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics (Reprint). *Journal of Education. 196. Number 2. 2016.* Hentet 26. Mars 2019 fra https://journals.sagepub.com/doi/pdf/10.1177/002205741619600202

Silver, E., A. & Stein, M., K. (1996). The quasar project: The «revolution of the possible»in mathematics instructional reform in urban middle schools. *Urban Education, 30(4),* s 475-521. Hentet 27. Februar 2019 fra https://www.researchgate.net/publication/249696174_The_Quasar_Project_The_Revolution_of_the_Possible_in_Mathematics_Instructional_Reform_in_Urban_Middle_Schools

Sinclair, J., M. & Coulthard, M.(1975). *Towards an analysis of discourse.* Oxford: Oxford University Press.

Skemp, R. (1976). *Relational and Instrumental Understanding*. Mathematics teaching, Bulletin of the Association of Teachers of Mathematics, 77. (s. 1–16). Hentet 6. januar 2019 fra: https://alearningplace.com.au/wp-content/uploads/2016/01/Skemp-paper1.pdf

Skott, J., Jess, K. & Hansen, H., C. (2008) *Matematikk for lærerstuderende. Delta. Fagdidaktik.* Danmark: Forlaget Samfundslitteratur.

Smidt, J. (2009). *Norskdidaktikk – ei grunnbok*, Matre, S., (red), Oslo: Universitetsforlaget

Stake, R. (2010). *Qualitative Research. Studying How Things Work*. New York; London: The Guilford Press. Hentet 1.mai 2019 fra: file:///C:/Users/leneaska/Downloads/Qualitative_Research__Studying_How_Things_Work.pdf

Stein, M., K., Smith, M., S., Henningsen, M., A. & Silver, E., A. (2000). *Implementing standards-based mathematics instruction: A casebook for professional development,* New *York* Teachers College Press.

Steinbring, H. (2006). What makes a sign a mathematical sign? At epistemological perspective on mathematical interaction. *Educational Studies in Mathematics, 61,* s. 133 – 162. Hentet 20. desember 2018 fra: http://www.edumatec.mat.ufrgs.br/artigos/esm_2008_v68/6semiotic.pdf

Streitlien, Å. (2009). *Hvem får ordet og hvem har svaret?* Oslo: Universitetsforlaget.

Thagaard, T. (2018). Systematikk og innlevelse. En innføring i kvalitative metoder. (5. utgave). Oslo: Fagbokforlaget.

Traavik H., Hallås, H. & Ørvig, A. (2009). *Grunnleggende ferdigheter i alle fag*. Oslo*:* Universitetsforlaget.

Utdanningsdirektoratet (2018). *Kjerneelementer – fag i grunnskolen og gjennomgående fag i vgo.* Læreplanverket – Fagfornyelsen. Hentet 8. februar fra https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/fagfornyelsen/kjerneelementer/

Utdanningsdirektoratet (2019). *Nye læreplaner i grunnskolen og gjennomgående fag i vgo – hva skjer når? Hentet* 13.februar 2019 fra: https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/fagfornyelsen/hva-skjer-nar-i-fornyelsen-av-fagene/

Utdannings-og forskningsdepartementet. (2017). *Lærelyst-tidlig innsats og kvalitet i skolen.* (St.meld.nr.21 2016-2017). Oslo: Utdannings-og forskningsdepartementet. Hentet 28.desember 2018 fra: https://www.regjeringen.no/contentassets/71c018d2f5ee4f7da7df44a6aae265bc/no/pdfs/stm201620170021000dddpdfs.pdf

Wells, G. (1993). Reevaluating the IRF sequence: A proposal for the articulation of theories of activity and discourse for the analysis of learning and teaching in the classroom. *Linguistic and education, 5. (*s.1-37).

Wells, G. (1999). *Dialogic Inquiry, Towards a sociocultural practice and theory of education,* Cambridge/England: Cambridge University Press.

Wæge, K. (2007*). Elevens motivasjon for å lære Matematikk og undersøkende matematikkundervisning. Trondheim desember 2007. Doktoravhandling for graden philosophiae doctor.* Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet. Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen Fakultet for informasjonsteknologi, matematikk og elektroteknikk Institutt for matematiske fag. NTNU. Det skapende universitet. Hentet 22.januar 2019 fra; https://core.ac.uk/download/pdf/52105964.pdf

10 VEDLEGG

Vedlegg 1

Vil du delta i forskningsprosjektet
" Samtalen som pedagogisk læringsverktøy i matematikk"?

Dette er et spørsmål om ditt barn til å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å forske på: reflekterende og utforskende samtaler i matematikk. I dette skrivet gir jeg deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for ditt barn.

Formål

Jeg skal skrive en masteroppgave om problemløsning og hvordan både læreren igangsetter dette arbeidet ved hjelp av samtale, og hvordan elevene gruppevis samtaler og bruker strategier for å løse oppgaven. Foreløpige forskningsspørsmål er som følger:

1. Hvilke strategier bruker læreren i samtale, for å invitere elever til utforskende og reflekterende møte med matematikken?

2. Hvilke strategier bruker elever i reflekterende og utforskende samtale i løsning av problemløsningsoppgave i matematikk?

Ansvarlige for forskningsprosjektet er Universitetet i Agder.

Hvorfor ditt barn får spørsmål om deltagelses
Siden jeg er lærer i matematikk kurset 1T for ……. , ønsker jeg å forske på faglig sterke elever og deres evne til å møte matematikken reflekterende og utforskende gjennom samtale.. Hele klassen får spørsmål om deltagelse.

Hva det innebærer å delta?

Jeg kommer til å gi elevene en problemløsningsoppgave, som de i grupper på 3-4 skal samtale for å løse. Jeg kommer til å delta i denne økten, da jeg er deres faglærer i 1T, men ikke delta i løsning av selve oppgaven, men i refleksjonssamtalen som vi vil gjennomføre mot slutten av timen.. Jeg kommer til å ta en felles helklassesamtale i slutten av økten. Jeg kommer til å ta opp alle samtalene og helklassesamtalen som vil oppstå. Opptak vil skje ved hjelp av diktafon. På bakgrunn av disse samtalene vil jeg ta ut 3 – 4 elever påfølgende time, for å intervju disse elevene. I dette intervjuet kommer jeg til å spørre om deres erfaringer rundt løsningsprosessen og samtidig deres generelle oppfatning av samtale rundt løsning av slike oppgaver, og deres erfaring med å jobbe utforskende i matematikkfaget. Jeg tar lydopptak og notater også fra disse intervjuene.

Hvis ønskelig, kan dere som foresatte få se /intervjuguiden på forhånd. Det er bare å ta kontakt.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis man velger å delta, kan man når som helst trekke samtykke tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle opplysninger om ditt barn vil bli anonymisert. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser hvis man ikke vil delta eller senere velger å trekke seg. Det vil heller ikke på noen måte påvirke ditt barns vurdering i faget.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Jeg vil bare bruke opplysningene til formålet jeg har fortalt om i dette skrivet. Jeg vil behandle opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

- Det vil bare være meg og min veileder som vil få tilgang til opplysningene jeg innhenter gjennom lydopptakene og notatene jeg gjør meg underveis.
- Navn på elever vil bli erstattet med koder, og eventuell annen informasjon vil bli lagret på en minnepenn som vil lagret i en safe under skriveprosessen.

Masteroppgaven vil bli publisert, men deltagerne vil ikke være gjenkjennbare, da de vil ha fiktive navn.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?

Prosjektet skal etter planen avslutte juni 2019. Etter prosjektslutt, vil alle notater og personopplysninger bli slettet. Beskriv hva som skjer med personopplysninger og eventuelle opptak ved prosjektslutt.

Dine rettigheter

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg,
- å få rettet personopplysninger om deg,
- få slettet personopplysninger om deg,
- få utlevert en kopi av dine personopplysninger (dataportabilitet), og
- å sende klage til personvernombudet eller Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra UiA har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- *Universitetet i Agder, UiA)* ved *Niclas Larson I studentprosjekt må kontaktopplysninger til veileder/prosjektansvarlig fremgå, ikke kun student*
- Vårt personvernombud: *(sett inn navn på personvernombudet hos behandlingsansvarlig institusjon)*
- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS, på epost (personvernombudet@nsd.no) eller telefon: 55 58 21 17

Med vennlig hilsen
Lene Ask Andreassen

Prosjektansvarlig
(Lene Ask Andreassen/Niclas Larson)

Samtykkeerklæring

.
Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *(sett inn tittel)*, og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- ☐ å delta i *samtale som vil bli tatt opp med diktafon.)*
- ☐ å delta i *intervju.*

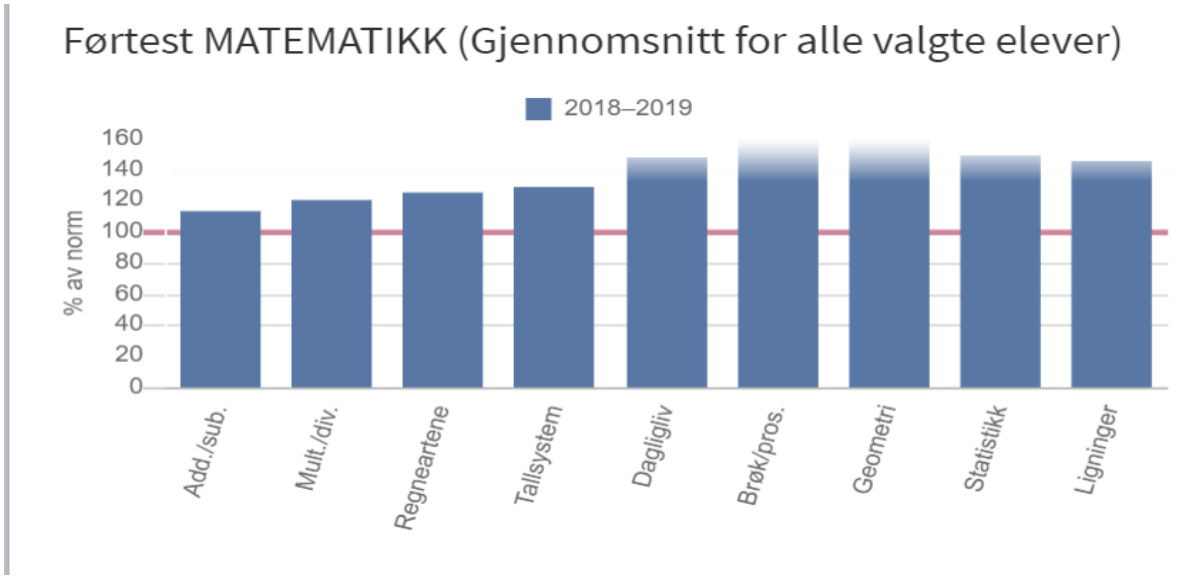
Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet, ca. *Juni 2019.*

(Signert av elev, dato) (Signert av foresatt, dato)

Vedlegg 2

KARTLEGGERN RESULTATER

Her er hva som står på Fagbokforlaget sin hjemmeside om kartleggeren;» Kartleggeren er et markedsledende, nettbasert kartleggings- og rådgivningsverktøy for rask og enkel testing av elevenes kunnskapsnivå i norsk, engelsk og matematikk og kan brukes fra 5. trinn – VG1. Verktøyet er ingen konkurrent til de nasjonale prøver men et utfyllende redskap og helt læreverkuavhengig». Lærerne sparer mye tid og krefter!
Den røde horisontale linjen viser kunnskapsnivået til den ordinære norske eleven i matematikk. En score på under 100% anses av den videregående skolen som elevene går på, som bekymringsfull hva gjelder beherskelse og gjennomføringsgrad av et studiespesialiserende programområde. For yrkesfaglige utdanningsprogram gjelder en score på under 60% som bekymringsfullt. I klassen var gjennomsnittet for klassen hele %, og klassens laveste score var på %, mens klassens laveste score var på %.



Vedlegg 3

TRANSKRIPSJONSNØKKEL

Transkripsjonsnøkkelen brukt i studien bygger på Gail Jefferson (1989). *Conversation: an interdiciplinary perpective*, (s. 171-172), sitert i Femø Nielsen og Beck Nielsen. (2005) *Samtaleanalyse. (*s. 244-245) som er en bearbeidelse av Gail Jefferson transkripsjonskonvensjoner.

Tegn	Betydning
(.)	**Pause på 1 sekund**
(..)	**Pause på 2 sekunder**
(…)	**Pause på mer enn 3 sekunder**
:	**Forlengelse av foregående lyd**
::	**Ytterligere forlenging**
<u>ord</u>	**Trykksterkt ord eller stavelse**
[ord], [ord]	**Overlappende tale**
ord	**Lattermild tale**
°ord°	**Lav styrke på stemmen**
ORD	**Høy styrke på stemmen**
↑ (pil opp)	**Stigende intonasjon i ytringsdelen som følger etter tegnet**
↓ (pil ned)	**Synkende intonasjon i ytringsdelen som følger etter tegnet**
<kanskje det>	**Sakte snakk**
>kanskje det<	**Raskt snakk**
=	**En etterfølgende tur som opptrer direkte fra den**

	forrige
(())	**Kommentar fra transkribtør som angår kommentarer som ikke nødvendigvis gjelder det uttalte**

Vedlegg 4

INTERVJUGUIDE

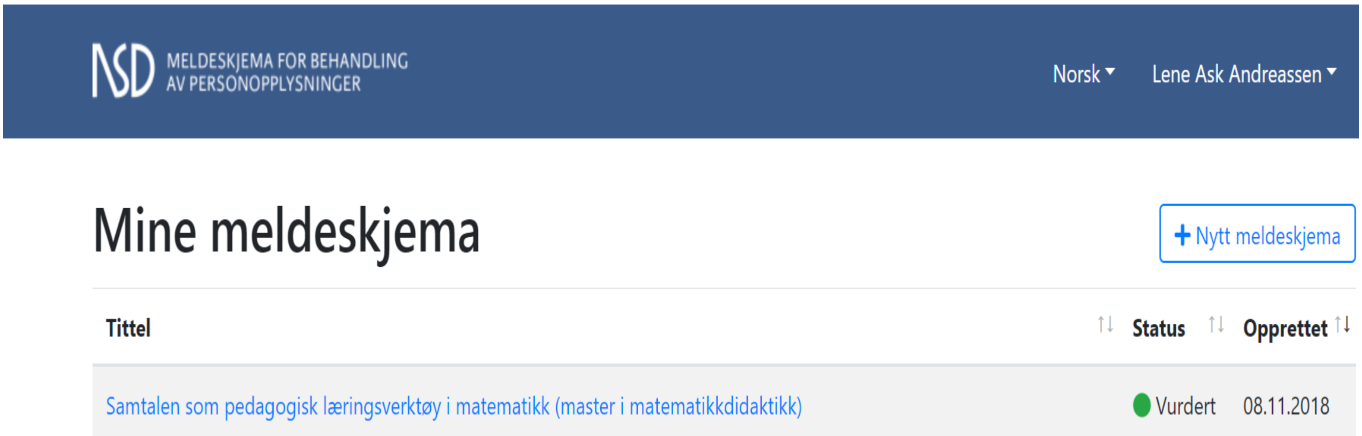
Problemløsningsprosess

- ❖ Oppgaven
- ❖ Løsningsprosessen
- ❖ Hvordan gikk du/dere frem
- ❖ Tenkemåter
- ❖ Hva gjør du når du løser utfordrende oppgaver
- ❖ Stå fast
- ❖ Gruppe i forhold til individuell

Muntlighet

- ❖ Erfaring med muntlighet i matematikk
- ❖ Læring og læringsutbytte

Vedlegg 5



Selve dokumentet med godkjenning;

NSD MELDESKJEMA FOR BEHANDLING AV PERSONOPPLYSNINGER | Norsk | Lene Ask Andreassen

Meldeskjema 448244

Skriv ut

Sist oppdatert
21.02.2019

Hvilke personopplysninger skal du behandle?

- Navn (også ved signatur/samtykke)
- Lydopptak av personer
- Bakgrunnsopplysninger som vil kunne identifisere en person
- Andre opplysninger som vil kunne identifisere en fysisk person

Type opplysninger

Du har svart ja til at du skal behandle bakgrunnsopplysninger, beskriv hvilke
Jeg vil identifisere elevene som faglig sterke,og at elevene går på en av landets videregående skoler i første klasse.

Du har svart ja til at du behandler andre opplysninger som vil kunne identifisere en person, beskriv hvilke
At elevene går på en forskerlinje som har fordypning i realfag,

Skal du behandle særlige kategorier personopplysninger eller personopplysninger om straffedommer eller lovovertredelser?
Nei

Prosjektinformasjon

Prosjekttittel
Samtalen som pedagogisk læringsverktøy i matematikk (master i matematikkdidaktikk)

Prosjektbeskrivelse
forskningsspørsmål:
1. Hvilke strategier bruker læreren i samtale, for å invitere elever til utforskende og reflekterende møte med matematikken?
2. Hvilke strategier bruker elever i reflekterende og utforskende samtale i løsning av problemløsningsoppgave i matematikk?
Forskningsspørsmålet er todelt da jeg både vil fokusere på lærerens strategier som blir brukt til å invitere elever til utforskende samtale i løsning av problemløsningsoppgave i matematikk, men samtidig vil jeg fokusere på hvilke strategier elever bruker i samtale rundt løsning av oppgaven.
Forskningsspørsmålene skal diskuteres og prøves besvares nærmere i diskusjonskapittelet:

Fagfelt
Matematikk og naturvitenskap

Dersom opplysningene skal behandles til andre formål enn behandlingen for dette prosjektet, beskriv hvilke
Nei

Begrunn behovet for å behandle personopplysningene
Jeg skal først bruke diktafon til opptak av samtaler som oppstår på bakgrunn av løsning av problemløsningsoppgave i matematikk, og så intervjue elevene som deltar i den samtalen som jeg velger å transkribere og gjengi, med anonymiserte navn,

Prosjektbeskrivelse

Prosjektbeskrivelse Master Lene Ask Andreassen.docx

Ekstern finansiering

Type prosjekt
Studentprosjekt, masterstudium

Ekstern finansiering

Type prosjekt
Studentprosjekt, masterstudium

Kontaktinformasjon, student
Lene Ask Andreassen, leneaska@vfk.no, tlf: 47611069

Behandlingsansvar

Behandlingsansvarlig institusjon
Universitetet i Agder / Fakultet for teknologi og realfag / Institutt for matematiske fag

Prosjektansvarlig (vitenskapelig ansatt/veileder eller stipendiat)
Niclas Larson, niclas.larson@uia.no, tlf: 38142404

Skal behandlingsansvaret deles med andre institusjoner (felles behandlingsansvarlige)?
Nei

Utvalg 1

Beskriv utvalget
elever på forskerlinjen, VG1, Thor Heyerdahl vgs, antatt høy matematisk forståelse

Rekruttering eller trekking av utvalget
Jeg forsker på alle elevene som svarer ja på informasjonsskrivet om tillatelse

Alder
16 - 16

Inngår det voksne (18 år +) i utvalget som ikke kan samtykke selv?
Nei

Personopplysninger for utvalg 1
- Lydopptak av personer

Hvordan samler du inn data fra utvalg 1?

Deltakende observasjon

Grunnlag for å behandle alminnelige kategorier av personopplysninger
Samtykke (art. 6 nr. 1 bokstav a)

Hvem samtykker for ungdom 16 og 17 år?
Foreldre/foresatte

Informasjon for utvalg 1

Informerer du utvalget om behandlingen av opplysningene?
Ja

Hvordan?
Skriftlig informasjon (papir eller elektronisk)

Informasjonsskriv

Informasjonsskriv foresatte uten spor.docx

Utvalg 2

Beskriv utvalget
3 til 4 elever fra klassen.

Rekruttering eller trekking av utvalget
på bakgrunn av hva som kommer frem i samtalene som jeg tar opp velger jeg ut 3 - 4 elever å intervjue. Jeg trekker ut et utvalg ut fra hva jeg finner interessant i samtalene som jeg tar opp med diktafon, maks fire stykker, og intervjuer disse elevene

Alder
16 - 16

Inngår det voksne (18 år +) i utvalget som ikke kan samtykke selv?
Nei

Personopplysninger for utvalg 2
- Navn (også ved signatur/samtykke)
- Lydopptak av personer

Hvordan samler du inn data fra utvalg 2?
Personlig intervju

Vedlegg
intervuguide.docx

Grunnlag for å behandle alminnelige kategorier av personopplysninger
Samtykke (art. 6 nr. 1 bokstav a)

Hvem samtykker for ungdom 16 og 17 år?
Foreldre/foresatte

Informasjon for utvalg 2

Informerer du utvalget om behandlingen av opplysningene?
Ja

Hvordan?
Skriftlig informasjon (papir eller elektronisk)

Informasjonsskriv
Informasjonsskriv foresatte.doc

Tredjepersoner

Skal du behandle personopplysninger om tredjepersoner?
Nei

Dokumentasjon

Hvordan dokumenteres samtykkene?
- Manuelt (papir)

Hvordan kan samtykket trekkes tilbake?
Ved enten muntlig eller skriftlig beskjed enten fra barnet eller foresatt, kan samtykket trekkes tilbake. De må ikke oppgi grunn for å trekker samtykke tilbake.

Hvordan kan de registrerte få innsyn, rettet eller slettet opplysninger om seg selv?
De skal hvis ønskelig få se både transkriberte samtaler, notater og selve teksten skrevet, hvis ønskelig.

Totalt antall registrerte i prosjektet
1-99

Tillatelser

Skal du innhente følgende godkjenninger eller tillatelser for prosjektet?

Behandling

Hvor behandles opplysningene?
- Maskinvare tilhørende behandlingsansvarlig institusjon

Hvem behandler/har tilgang til opplysningene?
- Prosjektansvarlig
- Interne medarbeidere

Tilgjengeliggjøres opplysningene utenfor EU/EØS til en tredjestat eller internasjonal organisasjon?
Nei

Sikkerhet

Oppbevares personopplysningene atskilt fra øvrige data (kodenøkkel)?
Ja

Hvilke tekniske og fysiske tiltak sikrer personopplysningene?
- Opplysningene anonymiseres
- Opplysningen krypteres under lagring

Varighet

Prosjektperiode
19.11.2018 - 23.05.2019

Skal data med personopplysninger oppbevares utover prosjektperioden?
Nei, alle data slettes innen prosjektslutt

Vil de registrerte kunne identifiseres (direkte eller indirekte) i oppgave/avhandling/øvrige publikasjoner fra prosjektet?
Nei

Tilleggsopplysninger

b246