

Lærerens bruk av ressurser i algebraundervisningen

En undersøkelse om tre læreres bruk av ressurser i
algebraundervisningen på 8. trinn

INGRID THU FRAFJORD

VEILEDERE

Unni Wathne
Jorunn Reinhardtsen

Universitetet i Agder, 2019

Fakultet for teknologi og realfag
Institutt for matematiske fag

Forord

Med denne masteroppgaven avslutter jeg min 5-årige utdanning på Universitetet i Agder. Det har vært fem spennende og lærerike år, som til tider også har vært krevende. Gjennom de to siste årene på masterutdanningen i matematikk, har jeg fått mange nye innsikter i matematikkundervisningen og jeg har sett viktigheten av å lære med forståelse. Gjennom arbeidet med denne oppgaven har jeg sett hvor mange ressurser som tilbys til læreren, men også hvor viktig det er å være kritisk i bruk av dem og hvordan en tilpasser ressursene til egen undervisning.

Undervisningen i algebra er noe jeg tidligere har gruet meg litt til å undervise i, da jeg syntes det er et utfordrende emne. Etter arbeidet med denne oppgaven og gjennom inspirasjon fra de tre lærerne, er dette noe jeg virkelig ser frem til å undervise i! Så først ønsker jeg å takke lærerne som sa ja til å bli med på dette prosjektet, uten dere hadde det ikke blitt en oppgave i det hele tatt.

Jeg ønsker også å takke mine medstudenter på grunnskolelærerutdanningen. Takk for at dere har gjort mine fem år på lærerutdanningen til noe jeg virkelig kommer til å savne.

Jeg vil også takke venner og familie som har hjulpet med korrekturlesing, vært med som støttespillere, holdt motivasjonen min oppe og har hatt forståelse for at jeg har vært i min masterboble.

Til slutt vil jeg takke mine veiledere for trivelige møter med gode og konstruktive tilbakemeldinger.

En stor og viktig del av livet er nå over, og jeg ser frem til å sette mine tanker om læring i matematikk ut i praksis.

Ingrid Thu Frafjord
Kristiansand, mai 2019

Summary

This is a research project on teachers use of resources in algebra. Algebra is a large subject, and I have therefore decided to focus on algebraic expressions and how the teacher introduces this subject to their students. The term *resource* is a broad concept, and I have therefore chosen to clarify both the human and material resources being used by the teachers while tutoring.

The research question I want to answer is:

What resources do three teachers put into use in tasks concerning the teaching of algebra in 8th grade, and how do they use these resources?

To answer this, I have collected data materials based on three teachers. I have completed a semi-structured interview with each one of the teachers, where the teachers in advance received an interview guide. This way, the teachers could prepare themselves and arrange resources to discuss in the interview.

I based my thesis around Adler's work. In Adler (2000), she defines different resource types: human, cultural and material resources. Further in Adler (2012), she described human resources as knowledge resources. The knowledge resources are my analytics in this task, and thus play a huge role in the analysis of my data material. Every teacher is represented with the help of the knowledge resources in the result chapter.

Other theories which are relevant are: the teachers use of the textbook (Brown, 2009), resources used to adjust teaching (Klette, 2007; Nosrati & Wæge, 2015), the teachers understanding in mathematics (Skemp, 1976) and regular misconceptions in algebra (Brekke, 2000; Knuth, Alibali, McNeil, Weinberg & Madison, 2005).

By analyzing the use of resources among the three teachers I found that the use of the curriculum, the textbook, digital resources, manipulatives and using the students as resources for each other where the resources most commonly used. Although the three teachers use the same resources, they use the resources differently and they rely on different knowledge resources.

Sammendrag

Dette er en undersøkelse om lærerens bruk av ressurser i algebra. Algebra er et stort emne og jeg har derfor fokusert på bokstavuttrykk og hvordan læreren introduserer dem til elevene. Også begrepet *ressurs* er et bredt begrep. I denne oppgaven vil jeg belyse både de menneskelige og materielle ressursene som blir tatt i bruk av læreren i undervisningen.

Forskningsspørsmålet jeg ønsker å besvare er:

Hvilke ressurser tar tre lærere i bruk i arbeid med algebraundervisningen på 8. trinn, og hvordan brukes disse?

For å besvare denne problemstillingen har jeg samlet inn et datamateriell basert på tre lærere. Jeg har gjennomført et semistrukturert intervju med hver lærer, hvor de på forhånd fikk tilsendt intervjuguiden. På denne måten kunne lærerne forberede seg på forhånd og ta med eventuelle ressurser til intervjuet, slik at disse kunne prates om.

Jeg har hovedsakelig brukt Adler som utgangspunkt for oppgaven. I Adler (2000) definerte hun ulike typer ressurser: menneskelige, kulturelle og materielle ressurser. Videre i Adler (2012) kalte hun menneskelige ressurser for kunnskapsressurser. Kunnskapsressursene er mitt analyseverktøy i denne oppgaven, og spiller dermed en stor rolle i analyseringen av datamaterialet mitt. Hver lærer blir presentert gjennom bruk av kunnskapsressursene i kapittelet om resultater.

Annen teori som er relevant er lærerens bruk av lærebok (Brown, 2009), ressurser brukt til å tilpasse undervisningen (Klette, 2007, Nosrati & Wæge, 2015), lærerens forståelse i matematikk (Skemp, 1976) og vanlige misoppfatninger innen algebra (Brekke, 2000; Knuth, Alibali, McNeil, Weinberg & Madison, 2005).

Ved å analysere hvilke ressurser som ble brukt mest, dersom en ser på bruken blant alle tre lærerne er det Læreplanen, læreboken, digitale hjelpemidler, konkretiseringer og elevene som en ressurs for hverandre som går igjen. Selv om det er de samme ressursene som går igjen hos alle tre lærerne, er bruken veldig ulik og lærerne trekker på ulike kunnskapsressurser i bruk av samme ressurs.

Innholdsfortegnelse

1.0 Innledning	9
1.1 Bakgrunn	9
1.2 Forskningsspørsmål og metode	10
1.3 Oppbygning av oppgave	10
2.0 Teori	11
2.1 Begrepsforklaring: Ressurs	11
2.2 Ulike typer ressurser	11
2.2.1 Menneskelige ressurser	11
2.2.2 Kulturelle ressurser	11
2.2.3 Materielle ressurser	12
2.3 Kunnskapsressurser	12
2.3.1 Matematisk kunnskap	12
2.3.2 Hverdagskunnskap	12
2.3.3 Læreplanskunnskap	13
2.3.4 Profesjonell kunnskap	13
2.4 Curriculum materials	13
2.4.1 Kopiering, tilpasning og improvisering	14
2.5 Ressurser i bruk til tilpasset opplæring	14
2.5.1 Pedagogisk differensiering	14
2.5.2 Akselerasjon, berikelse og motivasjon	15
2.6 Bruk av konkreter i matematikk	15
2.7 Forståelse i matematikk	16
2.8 Algebra	18
2.8.1 Algebra i læreplanen	18
2.8.2 Begrepsforståelse: Likhets tegnet og variabel	19
2.8.3 Introduksjon av algebra i lærebøker	20
3.0 Metode	21
3.1 Datainnsamling	21
3.1.1 Intervju og bruk av intervjuguide	21
3.1.2 Valg av lærere	22
3.1.3 Lærerne	22
3.1.4 Læreverkene	22
3.1.5 Valg av matematisk tema	22
3.2 Behandling av data	23
3.2.1 Analyseverktøy og analyseprosessene	23
3.3 Reliabilitet, validitet og metode for datainnsamling	25
3.3.1 Reliabilitet	25
3.3.2 Validitet	25
3.3.3 Metode av datainnsamling	26
3.4 Etske betraktninger	26
4.0 Analyse av resultat	29
4.1 Sophus	29
4.1.1 Matematisk kunnskap	29
4.1.2 Hverdagskunnskap	30
4.1.3 Læreplanskunnskap	31
4.1.4 Profesjonell kunnskap	31
4.2 Berit	35
4.2.1 Matematisk kunnskap	35

4.2.2 Hverdagskunnskap.....	36
4.2.3 Læreplanskunnskap	36
4.2.4 Profesjonell kunnskap.....	38
4.3 Grete.....	40
4.3.1 Matematisk kunnskap	40
4.3.2 Hverdagskunnskap.....	41
4.3.3 Læreplanskunnskap	41
4.3.4 Profesjonell kunnskap.....	42
5.0 Diskusjon	47
5.1 Læreplanen som en ressurs	47
5.2 Lærebok som en ressurs	49
5.3 Digitale hjelpemidler som en ressurs	51
5.4 Konkretiseringer som en ressurs	53
5.5 Elevene som en ressurs for hverandre.....	55
7.0 Konklusjon	57
7.1 Lærerens bruk av ressurser	57
7.2 Vurdering av metode og analyse	58
7.3 Perspektivering.....	59
7.0 Litteraturliste.....	61
8.0 Vedlegg	65
8.1 Vedlegg A: Informasjonsskriv til læreren.....	65
8.2 Vedlegg B: Intervjuguide.....	68
8.3 Vedlegg C: Froskehopp-oppgave	69
8.4 Vedlegg D: Rammeproblem.....	70
8.5 Vedlegg E: Blantons spørsmålsstrategier	71

1.0 Innledning

Algebra er et emne som jeg har, via egen skolegang og praksis gjennom lærerutdanningen, fått et inntrykk av at både lærere og elever har et litt ambivalent forhold til. For elevenes del kan dette være et tema som forbindes med både frustrasjon og glede, ut fra deres møte med algebra og bokstaver i matematikken. Gjennom praksis har jeg fått inntrykk av at undervisningen rundt bokstavuttrykk er et tema som er vanskelig å arbeide med. Utfordringen ligger i at for første gang skal læreren introdusere et tema som er hovedsakelig abstrakt og de erfarer selv at elevene syntes det er utfordrende. En av lærerne jeg intervjuet til denne oppgaven beskrev flere elevers arbeid med bokstaver som «De håndterer det ofte som et puslespill hvor de noen ganger finner den riktige biten, andre ganger finner de den ikke, og de vet egentlig ikke helt hvilken bit de leter etter». Jeg syntes selv at dette sitatet beskriver godt hvordan man som lærer kan erfare elevenes arbeid og manges mangler i forståelsen av hva bokstavene i algebraen og uttrykkene faktisk betyr. Og det er akkurat derfor jeg ønsket å skrive denne oppgaven med fokus på bokstavuttrykk og hvordan læreren underviser, for å få en bedre innsikt i temaet selv for egen undervisning senere.

1.1 Bakgrunn

Begrepet ressurs er et vidt begrep og kan derfor være vanskelig å definere. Flere vil gjerne kalle en ressurs en kilde som kan brukes for å skape en nytte eller goder. Jeg vil også tro de fleste tenker først og fremst på fysiske objekter som penger, mat, materialer når de tenker på ressurser, selv om det også innebærer menneskelige handlinger og ressurser.

Læreboken er, og har over lengre tid vært, lærerens utgangspunkt i undervisningen (Remillard, 2005). Valverde, Bianchi, Wolfe, Schmidt og Hohaug (2002) presenterte en stor analyse i forhold til lærebøker og lærerens bruk av dem. De så at læreboken er en av de mest brukte ressursene i forhold til matematikkundervisningen og er det både lærere, elever og foreldre bruker boken som en kilde til matematikk. Samme analyse viste også at læreboken spiller en stor rolle i introduksjonen av et matematisk tema og at læreboken ofte er brukt som et hjelpemiddel for å konkretisere læreplanen til undervisningen gjennom eksempler, opplegg og oppgaver. Chavez-Lopes (2003) så også at antall sider innenfor hvert emne er bestemmende for hvor mye tid læreren bruker på stoffet og elevenes prestasjoner. Med andre ord viser tidligere forskning at læreboken spiller en stor rolle i lærerens matematikkundervisning.

På grunn av at læreboken er den ressursen som blir brukt mest og påvirker lærerens undervisning i størst grad, er det også læreboken det er forsket på. Tidligere trodde en at læreren kun presenterte det som stod i lærebøkene, som betydde i praksis at alle elever som brukte samme lærebok lærte på samme måte. Senere har en funnet ut at læreren har en stor påvirkningsgrad på hvordan lærestoffet blir presentert, selv om en tar utgangspunkt i samme bok (Remillard, 2005). Lærerens kunnskaper fra før av påvirker dermed bruken av læreboken i stor grad.

Samtidig har også bruken av digitale hjelpemidler blitt mer vanlig på grunn av tilgang på datamaskiner og internett på de fleste skoler. Dermed bruker lærere mer internettbaserte ressurser i sin undervisning (Gueudet & Touche, 2009).

Adler (2000) så gjennom en studie av lærere på hvordan de brukte ulike ressurser i klasserommet. Gjennom arbeidet fokuserte de på lærerens egne menneskelige ressurser, altså deres kunnskaper som de tilegner seg gjennom å lære og være lærere og hvilke de bruker i undervisningen. Ved å definere også lærerens kunnskaper som en ressurs, blir begrepet *ressurser* bredere enn å kun tenke på de materielle ressursene i klasserommet som ressurser, noe som blir brukt videre i denne oppgaven.

Opp gjennom årene har også tilgangen til digitale hjelpemidler økt betraktelig. Lærere har tilgang på ulike ressurser ut fra hva skolen velger å satse på, både når det kommer til læringsplattformer, tilgang til digitale oppgaver og læreverk.

1.2 Forskningsspørsmål og metode

På bakgrunn av tidligere forskning og egne erfaringer i klasserommet har jeg et ønske om å se hvordan ulike lærere bruker ressurser i klasserommet i undervisning av algebra. Her gjelder både materielle ressurser som lærebøker, oppgaver og objekter, men også lærerens menneskelige ressurser. Begrepene vil bli nærmere definert i kapittel 2 om teori.

Problemstillingen jeg ønsket å svare på er:

Hvilke ressurser tar tre lærere i bruk i arbeid med algebraundervisningen på 8. trinn, og hvordan brukes de?

Temaet algebra, som er utgangspunktet for forskningen, er et bredt tema. Jeg ønsker derfor å spesifisere at når jeg skriver om algebra videre i oppgaven tar jeg utgangspunkt i algebra beskrevet i læreplanen for matematikk: «algebra i skolen generaliserer talrekning ved at bokstavar eller andre symbol representerer tal» (Utdanningsdirektoratet, 2013, s. 3). Jeg vil hovedsakelig ta utgangspunkt i elevens første møter med bokstaver og bokstavuttrykk på åttende trinn, men gjennom lærerens bruk av ressurser.

Jeg har brukt en kvantitativ metode med intervju som utgangspunkt for min datainnsamling. Som det kommer frem i forskningsspørsmålet er det tre lærere som er intervjuet. Alle lærerne arbeider på ungdomstrinnet og har undervist i algebra på 8. trinn.

1.3 Oppbygning av oppgave

Gjennom dette kapitlet har jeg sett kort på tidligere forskning innen brukt av ressurser i matematikk, da med fokus på lærebok som er den mest brukte ressursen. Videre i kapittel 2.0 Teori, vil jeg presentere teorien som er relevant i min oppgave. Her vil jeg først ha en begrepsavklaring for begrep som vil brukes videre i oppgaven, da med et fokus på begrepet *ressurs* og ulike typer av ressurser som vil være relevant videre. Jeg presenterer også teorien bak mitt analyseverktøy og annen teori som er relevant for senere diskusjon rundt resultat. Til slutt presenterer jeg relevant teori rundt mitt matematiske tema; algebra med fokus på bokstavuttrykk.

I kapittel 3.0 metode presenterer jeg hvilket forskningsdesign jeg har brukt i oppgaven. Her vil også analyseverktøyet mitt bli presentert, og hvilke tilpasninger jeg har gjort med teorien bak til min forskning. Videre presenterer jeg hvilken datainnsamling som er brukt for denne oppgaven før jeg videre diskuterer oppgavens reliabilitet, validitet og etiske hensyn jeg som forsker var nødt til å ta underveis.

Videre presenterer jeg relevante resultat jeg fikk gjennom datainnsamlingen, i forhold til min problemstilling, i kapittel 4.. Her presenteres både utdrag fra intervjuene, sammen med analysen min. Analysen av resultatene blir videre diskutert i kapittel 5, med bakgrunn i relevant teori som tidligere ble presentert.

Til slutt vil jeg konkludere i kapittel 5. Her vil jeg komme med en konklusjon ut fra resultatene og diskusjon i tidligere kapittel. Jeg vil også se litt på hvordan denne oppgaven kan bli sett på i en større sammenheng, i tillegg til hvordan den er relevant for egen og andres undervisning videre.

2.0 Teori

2.1 Begrepsforklaring: Ressurs

Adler (2000) er tydelig på at begrepet ressurs strekker seg lengre enn bare til materielle objekter. Når man for eksempel i skolen snakker om «mangel på ressurser», refererer en gjerne til at det er for få lærebøker eller annet materiale en bruker i undervisningssituasjoner. Som nevnt blir det altså ofte brukt om fysiske objekter, substantiver. Adler tenker litt annerledes: hun gjør begrepet resource om til et verb: re-source. Dette betyr at en bruker fysiske ressurser og gjennom den interaksjonen som skjer mellom objektet og mennesket selv, så er det ressursen. Resource blir med andre ord gjort om til et verb (Adler, 2000).

Adler skriver videre i sin artikkel at en lærers «suksess» ikke er avhengig av antall ressurser. Det finnes rike skoler som ikke tilbyr god nok skolegang for sine elever, og det finnes skoler hvor lærerne må improvisere med det de har tilgjengelig og likevel lykkes. Likevel skylder matematikklærere på mangel på ressurser dersom det er vanskeligheter i undervisningen, uavhengig av hvilke ressurser skolen har tilgang på (Adler, 2000).

2.2 Ulike typer ressurser

Under vil jeg beskrive hvordan Adler (2000) har kategorisert, navngitt og beskrevet ulike typer ressurser. Disse definisjonene vil jeg også bruke senere i oppgaven, med et hovedfokus på de menneskelige ressursene siden det er intervju av læreren som er i sentrum.

En vanlig tilnærming innen ressurser på en læringsinstitusjon er å fokusere på materielle og menneskelige ressurser som kan beskrives som de grunnleggende ressursene. Innen de materielle ressursene gjelder blant annet infrastrukturen til skolen, bygningen, vann, elektrisitet, pulter, stoler, penn og papir. Dette er med andre ord ressurser en tar ganske for gitt i Norge da de aller fleste skolene har tilgang på akkurat dette, med mindre elever og lærere må oppholde seg midlertidig i andre bygg på grunn av oppussing i skolebygget. Grunnleggende menneskelige ressurser handler mer om, som det ligger i ordet, menneskene. Da refererer man til lærertetthet, klassestørrelser og kvalifikasjoner hos lærerne. Vi vet at de grunnleggende ressursene ikke er nok for å skape gode læringssituasjoner og jeg vil derfor se på en litt grundigere kategorisering av ressurser i bruk, som er spesielt knyttet til matematikkundervisningen. Her deles de inn i Menneskelige, kulturelle og materielle ressurser og jeg vil beskrive dem ut i fra Adlers (2000) definisjoner.

2.2.1 Menneskelige ressurser

I denne kategorien er det læreren selv som er nøkkelressursen, hvor det er mer enn dens formelle kvalifikasjoner som gjør læreren til en ressurs. Det som også gjør læreren til en ressurs er kunnskapen læreren sitter inne med. Det gjelder hvilke matematikkunnskaper læreren har og hvordan de brukes i undervisningen. Hva elevene undervises i og hvordan de presenteres avhenger av lærerens egne matematikkunnskaper og holdninger. På samme måte har lærerens pedagogiske og didaktiske kompetanse en stor rolle, og da spesielt hvordan disse knyttes til den matematiske kunnskapen som læreren er i besittelse av. De menneskelige ressursene innebærer også hvordan læreren bruker teori og erfaring til å tilpasse undervisningen til alle elevene og hvordan de utnytter de materielle ressursene som er tilgjengelige på skolen.

2.2.2 Kulturelle ressurser

Innen kulturelle ressurser er det to hovedressurser som alle lærerne må bruke og ta hensyn til: Språket og tiden. Språket er fler-dimensjonalt og brukes ulikt i ulike settinger. Det er en kulturell ressurs i form av at det er språket elevene bruker for å lære, og det er språket som brukes for å ta i mot instruksjoner. Det er også en sosial ressurs som innebærer lærerens ordlegginger i klasserommet og kommunikasjonen med og mellom elevene. Her vektlegges at

lærerne kommuniserer på den måten at elevene ser på hverandre som intellektuelle ressurser, og ikke kun ser på læreren og tekstboka som ressurser. Hvilken type språk som blir tatt i bruk i klasserommet påvirkes mye utenfra, da både av hjemmet, miljøet rundt elevene og tidligere erfaringer fra skolen.

Tid er, som nevnt, også en kulturell ressurs som må tas hensyn til. Hvordan timeplanen er lagt opp, skoletimenes lengder, hvordan skoleåret ser ut og legges opp i forhold til andre fag og ferier er en stor del av planleggingen til en lærer. Timeplanen kan også legge opp til begrensninger for elevers muligheter til å få lekser, og den kan sette begrensninger i lærerens tid til å planlegge eller endre sin skolepraksis.

2.2.3 Materielle ressurser

Materielle ressurser innebærer så mangt, og det kan derfor være nyttig å gjøre forskjell på teknologi, materiale til bruk i skolematematikken, matematiske objekter og hverdagslige objekter. Ressurser innen teknologi kan være alt fra krittavler til avanserte datamaskiner. Konkretiseringer som er ment som å hjelpe elevene med å forstå matematikken lettere er materialer innen skolematematikken. Dette innebærer blant annet tekstbøker eller geobrett. Når en starter å arbeide mer akademisk, bruker en ofte matematiske objekter for å visualisere de abstrakte ideene. Dette kan være alt fra en representasjon av et triangel, et magisk kvadrat eller et komplekst teorem. Men det er ikke bare matematiske objekter en kan bruke i arbeid med matematikken, også hverdagslige objekter. Dette er objekter en ofte har rundt seg i hverdagen, som brukes til å konkretisere matematikken. Eksempler på dette er penger, historier, kalkulator eller linjal. Objektene har altså ikke en direkte sammenheng med matematikken, men brukes i hverdagslige settinger som kjøp og salg, måling og kommunikasjon.

2.3 Kunnskapsressurser

Gjennom en studie av fem lærere undersøkte Adler (2012) hvilke kunnskaper lærerne brukte i sin undervisning. Hun delte kunnskapen inn i fire brede domener som alle lærerne var innom i sin undervisning: matematisk kunnskap, hverdagskunnskap, profesjonell kunnskap og pensumkunnskap. Fokuset er med andre ord på læreren og hvilke kunnskaper de tar i bruk for å bruke de materielle og kulturelle ressursene som er beskrevet i kapittel 2.3. Nedenfor vil jeg beskrive de fire kunnskapsdomenene og hva de enkelte innebærer

2.3.1 Matematisk kunnskap

Denne kunnskapsdomenen innebærer fire kategorier innen matematisk kunnskap og som er tatt utgangspunkt i dagens læreplan i Sør-Afrika, men som man også kan finne i vår læreplan. Den første er at *matematiske objekter har egenskaper og matematiske aktiviteter følger konvensjoner*. Et eksempel på dette er at ved et koordinatsystem vil man alltid skrive koordinatene med x-koordinaten først, deretter y-koordinaten. *Kunnskapen* innen prosedyrer er også elementær innen matematikkunnskapene. Dette innebærer at i flere matematiske aktiviteter er det godkjente prosedyrer som de fleste følger. Et eksempel er at når en skal addere to brøker er det første steget at man finner en felles nevner før man adderer sammen tellerne. Matematikken kan også *begrunnes gjennom empiri*. Det betyr at man kan gjennom bruk av eksempler motbevise antakelser, eller bruke tall til å teste antakelser. Man bruker også generaliseringer og bevis til å argumentere og begrunne innen matematikken. Gjennom generaliseringer kan en bevise at en antakelse alltid er sann.

2.3.2 Hverdagskunnskap

Her gjelder den kunnskapen læreren bruker som ikke handler om selve matematikken. Denne hverdagskunnskapen knyttes gjerne til den matematiske kunnskapen, noe som kan være utfordrende for mange matematikklærere. Eksempler på hvor en knytter hverdagslige

elementer med matematikken er for eksempel når man triller en terning så vet man hvordan de ulike tallene vil fremkomme over tid, og når en introduserer algebrauttrykk og forenkling kan en eksemplifisere med bananer eller epler osv. Den dagligdagse kunnskapen ligger gjerne i hvordan en setter den matematiske kunnskapen inn i en kontekst.

2.3.3 Læreplanskunnskap

I Adler (2012) kalles denne domene for *curriculum knowledge*, noe som kan være vanskelig å oversette. Innen denne kunnskapsdomenen er det hvordan læreren forholder seg til læreplanen og kompetansemål. Men også hvordan lærebøker brukes i undervisning. Lærere bruker skriftlig pensum og setter det inn i en kontekst som passer seg selv og elevgruppen. Gjennom Adlers undersøkelse så hun at flere av lærerne avgjorde om noe var riktig å si eller ikke ved hjelp av hva som stod i lærebøkene.

2.3.4 Profesjonell kunnskap

Profesjonell kunnskap innebærer all den kunnskapen læreren har fått gjennom egen opplæring og praksis. I Adlers studie fortalte fem lærere at de brukte det elevene slet med i undervisningen som grunnlag for neste undervisningstime. Her er det derfor viktig at læreren kjenner til misoppfatninger og tankemåter elevene kan ha. Hvordan læreren knytter sammen sine faglige kunnskaper med didaktiske kunnskaper er også sentralt, for eksempel i tilpasningen av undervisningen.

2.4 Curriculum materials

Curriculum materials er som nevnt, et vanskelig begrep å definere på norsk. Dette er et stort begrep på som inneholder mye på engelsk, men som vi trenger flere begreper for å definere på norsk. Det engelske ordet curriculum kan både brukes om læreplaner, kompetansemål, pensum og lærebøker. I Remillard (2005) brukes både «curriculum materials», «curriculum» og «textbook» om hverandre, om den samme tingen: publiserte ressurser som er laget for lærere og elever i opplæring. I denne oppgaven er «curriculum materials» oversatt til det norske begrepet som er henviset til i teorien.

Forskere innen *curriculum* skiller begrepet i tre deler: «formal curriculum», «intended curriculum» og «enacted curriculum» (Remillard, 2005), som jeg oversetter til formell, planlagt og gjennomført læreplan. Formell læreplan innebærer mål og aktiviteter som er utarbeidet av politikere eller designet i en tekstbok. I Norge vil denne biten innebære både Læreplanen og kompetansemålene som er satt av politikere, og mål og aktiviteter som lærebøkene som brukes i skolen har satt. Planlagt læreplan er hva læreren planlegger hva som skal skje i klasserommet før undervisningen. Og gjennomført læreplan er hva som faktisk skjer i klasserommet. Det er den gjennomførte læreplanen en kanskje er mest opptatt av, da man kan studere relasjonen mellom de skriftlige tekstene som er laget til undervisningssammenheng og læreren.

Tidligere tenkte en at pensum og mål var fastsatt utenfra og læreren formidlet bare det som var bestemt at læreren skulle lære elevene. Dette har til en grad forandret seg, noe som en ser ved å forske på relasjonen mellom de skriftlige tekstene og læreren selv, ved å for eksempel forske på relasjonen mellom den formelle, den planlagte og den gjennomførte læreplanen. Her har man sett at læreren selv har en aktiv rolle i formidlingen av pensum, og er ikke bare en som overfører hva som står i et kompetansemål eller en lærebok. Undersøkelser gjennom tidene har vist at læreboken er en av hovedressursene til lærere i undervisningssammenheng, men det er store forskjeller på hvordan lærebøkene blir brukt (Remillard, 2005). En som har undersøkt hvordan lærebøkene kan bli brukt er Brown (2002) som jeg vil beskrive under.

2.4.1 Kopiering, tilpasning og improvisering

Brown (2002) gjorde en omfattende undersøkelse om hvordan tre lærere på mellomtrinnet brukte læreboken i sin undervisning. På bakgrunn av denne undersøkelsen kategoriserte han bruken av læreboken inn i tre kategorier: «offloading», «adapting» og «improvising». Disse tre begrepene har jeg selv oversatt til kopiering, tilpasning og improvisering. Det er ikke slik at en lærer kun hører til i en av kategoriene, men en kan kjenne de tre kategoriene igjen i ulike elementer i undervisningen. Et annet viktig poeng Brown kommer med er at den ene kategorien nødvendigvis ikke er bedre enn den andre, noe som gjør at en kan ikke vurdere hvor god en lærer er, kun basert på hvilken kategori som blir mest brukt i undervisningen. Nedenfor vil jeg beskrive de tre kategoriene som beskriver ulike grader av bruk av lærebok og materiale grundigere.

Hva som ligger i de tre begrepene er nokså selvforklarende. Gjennom kopiering menes at læreren bruker en oppgave eller en aktivitet som er beskrevet i boken akkurat slik den står der, både når det kommer til hvordan oppgaven skal løses eller hvordan aktiviteten organiseres. Når en tilpasser bruker en gjerne lærebok som utgangspunkt, men gjør om slik at den passer til elevene på en best mulig måte eller til lærerens andre ressurser som er tilgjengelige. Gjennom improvisering går en bort fra det som er lagt opp fra bokens side, og sette gjerne i gang en diskusjon eller går inn på andre emner og problemer som elevene tar opp underveis.

Brown (2009) beskriver også disse tre begrepene ved å beskrive en undervisningstime. I denne undervisningstimen ønsket læreren at elevene selv skulle organisere timen, og brukte da en timeplan for å vise hvordan hun guidet elevene. Hun opparbeidet seg god nok kunnskap om emnet slik at hun kunne hjelpe elevene i riktig retning ut fra deres startpunkt. Den samme læreren brukte igjen en timeplan for å hjelpe elevene gjennom en prosess i kalkuleringen. Her tok hun stegene direkte fra læreboken og fortalte høyt til elevene, samtidig som hun viste hvordan det skulle gjøres på tavlen. For å konkludere hva som hadde blitt gjort i timen initierte læreren en diskusjon i klassen basert på hva de hadde lært fra læreboken. Her oppstod det uforventede spørsmål og diskusjoner ut fra elevenes inntrykk som læreren måtte svare på.

Læreren veiledet elevene til å organisere seg selv ved å bruke læreboken til å tilpasse dens innhold til sin klasse, materialer og lærerens egne ressurser. Når læreren skulle lære bort hvordan man løste en type oppgave og hvilke kalkulasjoner en bruker, kopierte læreren direkte fra en lærebok. Og når hun initierte til diskusjon var dette improvisasjon, da hun hadde minimal avhengighet til pensum. Dette er et klart eksempel på at gjennom en undervisningstime kan alle tre kategoriene være til stede i klasserommet.

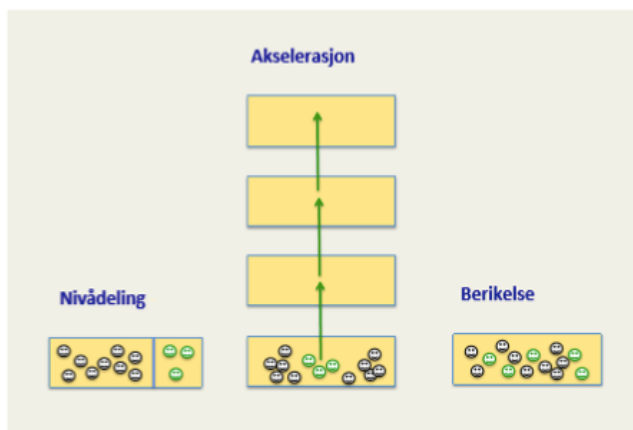
2.5 Ressurser i bruk til tilpasset opplæring

2.5.1 Pedagogisk differensiering

Pedagogisk differensiering er en måte å løse utfordringen i undervisningen i forhold til hvordan en kan tilpasse undervisningen til enkeltelever uten å dele opp klassen etter nivåer. Man er altså opptatt av å ivareta elevenes individuelle forskjeller uten å sortere elevene etter prestasjoner (Klette, 2007). Bruk av arbeidsplaner, er en ressurs for å kunne muliggjøre pedagogisk differensiering. «Enkelt sagt referer arbeidsplaner til et dokument som skriftliggjør hva elevene skal gjøre i de ulike skolefagene, på skolen og hjemme, inkludert innleveringer, skriftlige dokumentasjoner etc. Svært ofte strekker denne perioden seg over en lengre arbeidsperiode (to-tre uker)» (Klette, 2007, s. 348). Gjennom bruk av arbeidsplanen kan en differensiere til elever i forhold til elevens progresjon, mengde av oppgaver og vanskelighetsgrad (Klette, 2007).

2.5.2 Akselerasjon, berikelse og motivasjon

Tilpasset undervisning er et fokus i norske skole og hvordan en kan tilpasse undervisningen til de høytpresterende elevene praktiseres i ulik grad i den norske skolen. Det er tre mulige tiltak som ofte blir brukt i undervisningen: nivådeling, akselerasjon eller berikelse. Nivådeling er at man fysisk deler elevene opp i ulike grupper basert på prestasjonen og resultatene til elevene. Med akselerasjon menes at en tilbyr elevene å ta matematikk på et nivå som tilsvarer pensum en eller flere klasser over. Dette kan gjøres enten i egne grupper eller ved å la dem ta del i eldre klassers undervisning. Berikelse defineres mer ut fra at en tilpasset undervisning foregår i heterogene klasser. Da er fokuset på at en tar i bruk rike oppgaver som har lav inngangsterskel hvor elevene har muligheter til å arbeide på ulike vis (Wæge & Nosrati, 2015).



Bilde 2. 1: Illustrerer begrepene nivådeling, akselerasjon og berikelse ut fra hvordan undervisningen er organisert.

Ved å tilpasse undervisningen ved bruk av berikelse i klasserommet, er ikke dette kun en fordel for de høytpresterende elevene. Nosrati og Wæge (2015) presenterer også ulike faktorer som øker elevens indre motivasjon i matematikkundervisningen, hvor jeg ønsker å presentere noen nedenfor:

- Oppgaver og aktiviteter som problemløsningsoppgaver, praktiske oppgaver, oppgaver fra dagliglivet og åpne oppgaver.
- Samarbeid.
- Elevene blir oppmuntret til å utvikle egne løsningsstrategier
- Fokus på læringsprosessen og utvikling av forståelse i matematikk.

Alle faktorene ovenfor kan brukes samlet dersom en bruker heterogene grupper til å arbeide med åpne oppgaver og at læreren åpner opp for ulike løsningsforslag.

2.6 Bruk av konkrete i matematikk

Ordet konkrete kan ha ulike betydninger, men videre i oppgaven defineres konkrete på samme måte som Klaveness bruker begrepet i en artikkel i Tangenten:

I dagligtalen betyr det å konkretisere noe at vi gjør noe mer håndgripelig. Det er lett å overføre denne betydningen til det vi i matematikkundervisning har kalt konkrete, og forstå konkrete er noe som nettopp skal visualisere matematikken – gjøre den konkret. Vi snakker om konkretene som et oversettelsesledd, at vi bruker konkrete for å få til forståelse av den abstrakte matematikken. Men konkretene har flere oppgaver i matematikkundervisningen enn det. De kan for eksempel også brukes til utforskning og til å gjøre matematikken mer anvendt. (Klaveness, 2010, s. 27)

Dersom vi ser på forskning på hvordan konkrete brukes, er ikke tanken rundt bruk av konkrete i matematikken for å forstå abstrakte ideer helt ny. Piaget (1952) skrev at barn ikke er mentalt modne nok til å ta tak i og forstå abstrakte, matematiske konsepter presentert med ord eller symboler alene og trenger derfor mange erfaringer med konkrete og tegninger for at en skal lære. Også Skemp (1987) teorier støtter at elevens tidligere erfaringer og møte med fysiske objekter former basisen for senere læring på et abstrakt nivå.

Matematikk er kanskje derfor det faget man har brukt mest konkrete og materialer for å konkretisere og vise frem nytt pensum for elevene. Konkrete gir elevene en mulighet til å forstå abstrakte konsepter innen matematikken ved å knytte konseptene til konkrete ideer. Mange lærere støtter tanken om å bruke konkrete, men dens effektivitet for elevens læring er tvetydig (Moyer, 2001; Clements & Samara, 2007). Men selv om lærere generelt sett er positive til bruk av konkrete, viste en forskning av Howard (1997) at bruken av konkrete blir mindre jo høyere klasse en elev går i. Av lærere på barneskolen oppga 55 prosent at de brukte konkrete som en ressurs i hver undervisningstime, mens blant ungdomsskoleelevene gjaldt dette kun fire prosent av lærerne. Også en annen forskning av Gilbert og Bush (år) viste at blant 103 lærere på åttende trinn, at erfarne lærere bruker mer konkrete enn nyutdannede.

For at konkrete skal ha en verdi mener Clements (1999) at læreren må reflektere på elevens ulike representasjoner for matematiske ideer for å hjelpe dem med å utvikle en abstrakt forståelse. Dette kan være en utfordring for lærere da de kan ha mangel på matematiske kunnskaper til å transformere matematiske ideer til konkrete representasjoner (Ball, 1990). Videre mener Ball (1992) at bruken av konkrete da nødvendigvis ikke fører til læring.

Mye forskning antyder også at konkrete ofte blir brukt for å fremme synet om at matematikk er gøy (Perkilä, 2003). Moyer (2001) så gjennom en studie hvor hun så på bruken av konkrete blant ti barneskolelærere. Der så hun at det ikke var et stort fokus på koblingen mellom arbeidet med konkreten og den faktiske matematikken elevene skulle lære. Konkretene ble hovedsakelig brukt for at elevene skulle ha det gøy. Hun så også at lærerne brukte mer konkrete som en ressurs for å ha det «gøy» i en introduksjonsbit og i avslutningsbiten, og veldig sjeldent i arbeidet med pensumet. Da var fokuset på arbeid med penn og papir. En ulempe med en slik bruk av konkretene er at det kan sende et signal til elevene om at utforskning, som en gjerne gjør når en bruker konkrete, ikke er «ekte» matematikk – at man kun arbeider med matematikk når en arbeider individuelt med oppgaver i egen skrivebok.

2.7 Forståelse i matematikk

Skemp (1976) så gjennom sin praksis og samtale med andre matematikklærere at forståelse kan ha to meninger. Disse to betydningene ble navngitt instrumentell og relasjonell forståelse. Disse begrepene brukes enda når det snakkes om elevens forståelse og læring innen matematikk. Kort sagt knyttes ofte instrumentell forståelse opp mot tradisjonelle undervisningsformer, mens relasjonell forståelse ofte forbindes med mer undersøkende fremgangsmåter i arbeid med faget (Nosrati & Wæge, 2015). Hvordan undervisningen legges opp i forhold til den matematiske forståelsen knyttes sterkt opp mot lærerens egne matematiske kunnskaper, innen Adlers (2012) kunnskapsressurser. Nedenfor vil jeg se på fordeler og ulemper med de to ulike måtene å arbeide med matematikkfaget, i følge Skemp.

Skemp skriver at han tidligere ikke så på instrumentell forståelse som forståelse i det hele tatt, han så på det heller som regler uten begrunnelse. Likevel er det den instrumentelle forståelsen som de fleste lærerne fokuserer på i klasserommet. Men betyr det at den instrumentelle forståelsen er dårligere enn den relasjonelle? Skemp skriver om tre fordeler rundt den instrumentelle matematikken i forhold til den relasjonelle. Den første fordelen, som er også

gjør derfor flere lærere lærer bort instrumentell forståelse er at instrumentell matematikk ofte er lettere å forstå. En kan godkjenne noen elementer i matematikken som kan være vanskelig å forstå ellers, som for eksempel at dersom et multipliserer to negative tall med hverandre vil en få et positivt tall som svar. Dette er regler som lærere og elever heller kan memorere og en kan raskt regne mattestykker og få riktig svar. Her ligger også den neste fordel, at man kan raskt regne ut regnestykkene. Da kan man også sjekke raskt om svaret er riktig, gjennom bruk av en fasit. En får altså en belønning oftere og raskere, noe som kan være spesielt viktig for elever som sliter med motivasjonen. Instrumentelle oppgaver består ofte av færre matematiske ideer i en oppgave, noe som gjør at en kan få et svar raskere, men også mer pålitelig innen instrumentelle oppgaver enn relasjonelle.

Dersom en ser på relasjonell forståelse i forhold til instrumentell forståelse er det også flere fordeler med å arbeide relasjonelt. En av fordelene er at det er lettere å tilpasse kunnskapen en lærer gjennom en oppgave til nye oppgaver. Gjennom relasjonell forståelse er ikke målet kun å vite hvordan en operasjon fungerer, men også hvorfor. Dermed kan en relatere en metode til et problem, og deretter relatere den samme metoden til nye problemer. Ved å fokusere på hvorfor en utregningsmetode fungerer kan det gjøre det lettere å huske metoden eller en formel da den er satt i en kontekst, og en vet hvorfor det fungerer.

Dette gir et paradoks: relasjonell forståelse er vanskeligere å lære, men lettere å huske når man først har lært det. I stedet for å huske mange ulike regler, som for eksempel formel for areal av ulike geometriske figurer, bruker en kunnskapene om de ulike geometriske figurene til å «utlede formelen selv», som gjør at en som elev kan lettere se om en bruker riktig formel i stedet for å ha pugget alle formlene. Dersom en utleder disse formlene selv i stedet for å bare gi formelen til elevene, kan det være mye mer tidkrevende for lærerens del og må da gjerne nedprioritere andre delemner innen matematikken (Skemp, 1976).

Selv om det kan være enkelt å si at relasjonell forståelse er det en som lærer burde lære bort i undervisningen, er det altså flere grunner til at man ikke har stort fokus på det. Som nevnt er det et tidkrevende arbeid, men forståelsen kan også være vanskelig for mange elever. Derfor kan det være lettere å vise elevene bare hvordan oppgaven utføres i stedet for hvorfor, da det kun er prosedyren eleven trenger å kunne til eksamen. En annen grunn for at en ikke har fokus på relasjonell forståelse i undervisningen er at dersom man kommer som nyutdannet og ønsker fokus på det, mens det er fokus på instrumentell undervisning på skolen, kan det være vanskelig å komme gjennom med sine ideer (Skemp, 1976).

Som en kan se av avsnittene over er det fordeler og ulemper med både instrumentell og relasjonell forståelse. Igjen kan det være at en tenker at relasjonell er bedre for elevens læring enn instrumentell. Dette forsket Jo Boaler (1998) på ved å se på to ulike skoler som hadde ulike kulturer for læring. Amber Hill hadde fokus på individuelt arbeid, som stort sett var styrt av lærebok og tradisjonell undervisning. Phoenix Park hadde derimot mer fokus på åpne oppgaver som de arbeidet med i heterogene grupper. Andelen elever som arbeidet men oppgavene sine var høyere på Amber Hill, mens motivasjonen blant elevene som arbeidet på Phoenix Park var høyest. Holdningene til matematikken generelt var ulike hvor de som hadde instrumentell, lærebokstyrt undervisning kun så på matematikk som mange regler en måtte huske, så elevene på Phoenix Park en større nytteverdi av matematikken i hverdagen. Boaler ga begge klassene en lik, åpen oppgave, hvor elevene fra Amber Hill slet med å vite hva de skulle gjøre da de ikke kunne tolke den. Der de ble testet på selve matematikken, mestret de det godt. Under eksamen på slutten av året så man på resultatene at skolene hadde liten forskjell i resultatet og scoret ganske likt.

2.8 Algebra

Hva som innebærer i algebraundervisningen i skolen bestemmes i Læreplanen. Det er den lærerne skal følge, både når det kommer til faget. Her har vi en Læreplan for matematikk (Utdanningsdirektoratet, 2013) og en Overordnet del (Kunnskapsdepartementet, 2015). I undervisningen er det hovedsakelig to begreper elever har misoppfatninger rundt: variabler og likhetstegnet. Dette er tegn og symboler elevene arbeider med gjennom store deler av grunnskolen, men gjennom arbeidet med algebra kan møtet med dem føles annerledes og det oppleves for mange som noe helt nytt og utfordrende. Nedenfor skriver jeg om ulike tolkninger elever kan ha om disse begrepene. Jeg vil også kort se på Kongelf (2015) sin analyse av hvordan algebra introduseres for elever i lærebøker, med et fokus på Faktor som er en av lærebøkene han har sett på som også brukes av lærerne i denne oppgaven.

2.8.1 Algebra i læreplanen

Overordnet for alle lærere er Læreplanen, som er kilden til hva elevene skal kunne når de har gjennomført skolegangen. Den inneholder også hvilken rolle læreren har og hva elevene også skal utvikle seg innen utenom det faglige. Blant annet er tilpasset undervisning sentralt hvor «undervisningen må tilpasses ikke bare fag og stoff, men også alderstrinn og utviklingsnivå, den enkelte elev og den sammensatte klasse» (Kunnskapsdepartementet, 2015, s. 10).

Formålet med matematikkundervisningen er mer enn bare kompetansemålene. Eleven må tilegne seg matematisk kunnskap for kunne ta en del i og forstå prosesser i samfunnet senere. «Matematisk kompetanse inneber å bruke problemløsning og modellering til å analysere og omforme eit problem til matematisk form, løyse det og vurdere kor gyldig løysinga er». I arbeidet med matematisk kompetanse setter også læreren i et ansvar om å legge opp undervisningen til elevene i form av arbeidsformer og organiseringer som blir brukt «Opplæringa vekslar mellom utforskande, leikande, kreative og problemløysande aktiviteter og ferdighetstrening. (...) Elevane må utfordras til å kommunisere matematikk skriftleg, munnleg og digitalt» (Utdanningsdirektoratet, 2013, s. 1).

Også innen læreplanen i matematikk er det noen punkter som veileder hvordan undervisningen skal legges opp i alle emner, også innen algebra og bokstavregning. Blant annet er det at elevene skal ha grunnleggende ferdigheter i matematikk som er en del av fagkompetansen. Denne innebærer blant annet muntlige og skriftlige ferdigheter og å kunne regne;

Munnlege ferdigheiter i matematikk inneber å tale om matematikk. Det inneber å gjere seg opp ei meinig, stille spørsmål, og argumentere ved hjelp av både eit uformelt språk, presis fagterminologi og omgrepsbruk. (...) å kunne skrive i matematikk (...) det inneber å bruke matematiske symbol, og det formelle matematiske språket til å løyse problem og presentere løysingar. (...) å kunne rekne som grunnleggjande ferdigheit inneber å bruke symbolspråk, matematiske omgrep, framgangsmåtar og varierte strategiar i problemløsning og utforskning som tek utgangspunkt i både praktiske, daglegdagse situasjonar og i matematiske problem. (Utdanningsdirektoratet, 2013, s. 1)

De grunnleggende ferdighetene skal elevene tilegne seg gjennom sin skolegang, noe som de skal arbeide med gjennom arbeid med kompetansemålene presentert nedenfor.

Dersom en ser på kompetansemålene som lærerne skal ha som utgangspunkt i undervisningen, blir algebra presentert sammen med tall slik at overskriften blir «tal og algebra». Her er det tre kompetansemål som direkte kan knyttes til kapitlet om algebra og den delen av algebraen som spesifikt går på bokstavuttrykk blant kompetansemålene som går til ungdomsskolen:

- behandle, faktorisere og forenkle algebrauttrykk, knyte uttrykka til praktiske situasjonar, rekne med formlar,
- analysere samansette problemstillingar, identifisere faste og variable storleikar, kople samansette problemstillingar til kjende løysingsmetodar, gjennomføre berekningar og presentere resultatata på ein formålstenleg måte
- bruke tal og variablar i utforsking, eksperimentering og praktisk og teoretisk problemløysing og i prosjekt med teknologi og design

(Utdanningsdirektoratet, 2013, s. 8)

Samtidig er det også et kompetansemål fra mellomtrinnet som er relevant, og som viser at elevene skal være kjent med bokstaver i matematikken gjennom formler. Noen elever har kanskje til og med møtt dem i arbeid med tallmønstre og figurer.

- utforske og beskrive strukturar og forandringar i geometriske mønstre og talmønstre med figurar, ord og formlar

(Utdanningsdirektoratet, 2013, s. 7)

2.8.2 Begrepsforståelse: Likhetstegnet og variabel

I forbindelse med algebraundervisningen og bruk av bokstaver i matematikken er det spesielt to begreper som elevene møter utfordringer med når det kommer til forståelse av. Nedenfor vil jeg presentere hvilke misoppfatninger elever kan ha rundt begrepene *variabel* og *likhetstegnet*.

Elever har på forhånd erfaringer med variabler, selv om de kanskje ikke kjenner til ordet. Dette kan være i form av at de vet at en appelsin koster fem kroner, og at de må betale ulikt ut fra hvor mange appelsiner de skal kjøpe. Innen algebra kan en skrive dette med kun tall og bokstaver som fungerer som variabler. På samme måte kan en da skrive $2*1 + 1$, $2*2 + 2$, $2*3 + 2$, ... til $2x + 2$ som en generell form, noe som er nytt for elevene.

Når en introduserer algebra med bokstaver møter elevene på mange nye utfordringer. Küchemann (1978) så på 13-, 14-, og 15-åringers forståelse av variabelbegrepet og så at de aller fleste elevene så på bokstavsymbolene som en etikett for et objekt, eller som objektet i seg selv. En annen, liten gruppe så på bokstavsymbolene som en ukjent verdi, men verdien var allerede satt. Den minste gruppen med elever så på bokstavene som en verdi som kan variere, at den representerte ulike verdier (Knuth, Alibali, McNeil, Weinberg & Madison, 2005).

På samme måte som med variabler, er også elevene godt kjent med likhetstegnet og de bruker det flittig i matematikkundervisningen fra første klasse. Gjennom skolegangen på grunnskolen ser man at elevene ikke ser på likhetstegnet som et tegn for likhet, men heller et tegn som symboliserer en aritmetisk operasjon. I arbeidet med oppgaver som $a + b = ?$ støttes denne tankegangen og har liten nytte for elevene i arbeidet med pre-algebra. gjennom å oppklare mange elevers misoppfatninger rundt likhetstegnet ved å få dem til å se på det som et tegn for likhet, vil også overgangen til algebra og likninger være enklere for elevene (Küchemann, 1978).

Når en i tidlig alder regner ut enkle regnestykker som $7 + 9 =$, sier man ofte at likhetstegnet står for «blir lik». På samme måte bruker man likhetstegnknappen på en kalkulator for å finne svaret på et regnestykke. Dette fører til at en får en slags «venstre til høyre»-effekt. På denne måten kan det bli vanskeligere for elever å ha forståelse for at $7x + 11 = 13x - 19$ kan gi mening (Bergsten, Häggström & Lindberg, 1997; Brekke, 2000).

2.8.3 Introduksjon av algebra i lærebøker

Lærebøker blir tatt i bruk i de fleste skoler og av lærere i undervisningen. Som nevnt i innledningen spiller læreboken generelt en stor rolle i undervisningen blant mange lærere, som for eksempel at antall sider innenfor hvert emne er bestemmende for hvor mye tid læreren bruker på stoffet i sin undervisning (Chavez-Lopes, 2003). Schmidt (2001) så også at læreboken spiller en sentral rolle i implementeringen av læreplanen, som i enkelte tilfeller kan avvike betraktelig fra den formelle læreplanen. Ved bruk av lærebok i undervisning, har Grønmo og Ostad (2009) forsket på elevaktiviteten i klasserommet. De så at elever arbeider mye alene med oppgaver i lærebøkene sine og forklarer sjeldent svarene sine.

Siden 2000 har det ikke fantes et senter som har autorisasjon til å godkjenne lærebøker, noe som betyr at i praksis kan hvem som helst skrive en lærebok i matematikk. Og siden da har det vært lite forskning på disse emnene. Kongelf (2015) har sett på hvordan ulike lærebøker har introdusert algebra, og ser at en gjennomgående ting som går igjen i alle lærebøkene han analyserte, er at ingen av dem knytter algebra opp mot elevens tallforståelse selv om «tall og algebra» er overskriften i læreplanen. Samtidig har oppgavene som er presentert i kapitlene et lite fokus på variabelbegrepet og handler heller i hovedsak på algebramanipulasjon (Kongelf, 2015, s. 104).

Et av eksemplene som er tatt opp som er presentert i Faktors grunnbok handler om to ungdommer som en skal skrive uttrykk for aldersforskjellen mellom dem. I følge Kongelf (2015) ser man her tydelig hvordan variabelbegrepet ikke kommer frem. Dette gjennom at når en hevder at en alder varierer i et konkret eksempel, så gir dette lite mening. Her forsterkes elevens inntrykk av at en bokstav i matematikken står for en ukjent, men fast verdi.

3.0 Metode

3.1 Datainnsamling

Denne studien er en kvalitativ studie. Dersom en ser på en kvalitativ studie i forhold til en kvantitativ har denne en mindre struktur og bærer mindre preg av at resultatene kan standardiseres. Fokuset ligger på at lærerens perspektiv og en kan dermed få rike og detaljerte svar. Fra min side som forsker, er målet å forstå lærerens tanker rundt et tema, ikke å generalisere dataene (Bryman, 2016).

3.1.1 Intervju og bruk av intervjuguide

Siden jeg ønsket å innhente data om læreres tanker og begrunnelser rundt et undervisningsopplegg bruker jeg intervju som metode for innhenting av data. Ved andre datainnsamlingsmetoder, som observasjon, ville en kunne hentet data om faktisk hva som blir gjennomført rundt elevene, men ikke hvilke valg og begrunnelser som ligger bak opplegget. Ved å bruke intervju ser man ulike perspektiver på en bestemt læringssituasjon (Wellington, 2015). Ved å bruke et semi-strukturert intervju, tok jeg utgangspunkt i noen spørsmål som jeg ønsket å få svar på, som ble satt i en intervjuguide. Å ha et semi-strukturert intervju betyr at forskeren har en liste over spørsmål, som her er referert til som intervjuguiden, men at den som blir intervjuet kan svare på spørsmålet på mange ulike måter (Bryman, 2016). Spørsmålene er ikke laget for å få korte, kontante svar, men heller for at forskeren skal få en innsikt i lærerens tanker og/eller praksis.

På forhånd så jeg på Kvaales (1996) punkter for et suksessfullt intervju. På bakgrunn av hans punkter, var det flere ting jeg ble oppmerksom på. Blant annet gjennomførte jeg et pilotintervju på en medstudent som var godt kjent innen emnet. Her fikk jeg klargjort at spørsmålene mine fikk frem det jeg ønsket å få mer kjennskap til, i tillegg til hjelp med noen omformuleringer. Intervjuguiden har klare spørsmål, men de er litt brede, noe som gjør det ekstra viktig at læreren får god betenkningstid og at de skal få avslutte setningene sine før jeg stiller oppfølgingsspørsmål/nytt spørsmål. Jeg tok ingen notater gjennom intervjuet slik at jeg hadde full konsentrasjon på hva læreren sa og da hadde mulighet til å spør videre dersom noe læreren sa var uklart (Bryman, 2016).

Informantene ble på forhånd tilsendt intervjuguiden som var utgangspunktet for samtalen under intervjuet. På grunn av at dette er et semi-strukturert intervju, er det rom for at jeg stilte oppfølgingsspørsmål dersom noe læreren sa var uklart eller at jeg ønsket mer informasjon om dette (Wellington, 2015). Lærerne ble på forhånd presentert for problemstillingen, noe som gjorde at de visste at fokuset lå på deres ressursbruk og hvordan disse brukes. De ble også oppfordret til å ha med eksempler på ressursene de tok i bruk og oppgaver som de ofte brukte i algebraundervisningen, da med fokus på arbeidet med bokstavuttrykk.

Rekkefølgen på hvordan lærerne besvarte spørsmålene var ikke viktig for meg. Siden lærerne allerede hadde fått tilsendt intervjuguiden, startet flere å prate uten at jeg stilte spørsmålene først. Under intervjuet var spørsmålene fleksible og ble gjerne ikke stilt ordrett slik de stod i intervjuguiden, men heller som en fortsettelse på noe de allerede hadde sagt dersom de kom inn på et av emnene som handlet om et av de andre spørsmålene. Rekkefølgen på spørsmålene var altså basert på hva lærerne fokuserte på når de snakket, men temaene i hvert intervju var like.

Intervjuene ble gjennomført på et stille sted uten forstyrrelser fra omgivelsene. De ble også gjort i lærerens miljø, altså på deres skole og etter deres timeplaner. Jeg fikk også tillatelse av dem alle til å bruke en båndopptaker under intervjuene.

3.1.2 Valg av lærere

Lærerne jeg ønsket til denne forskningen måtte ha to kriterier som jeg ønsket de skulle oppfylle: at de underviser i matematikk og at de arbeidet med ungdomsskoleelever. Jeg ønsket også å ha fire lærere slik at jeg fikk en bredde på dataene jeg skulle samle inn. Likevel var det viktig å ikke ha flere, slik at jeg ikke fikk for mye data å behandle i forhold til tiden vi har fått til bruk på masteroppgaven.

Jeg sendte ut mail til rektorer på ulike ungdomsskoler i to store kommuner i Sør-Norge. I mailen forklarte jeg kort hva forskningen skulle handle om, tiden det ville ta av læreren og med fokus på at jeg hadde muligheten til å tilpasse tidspunkt ut fra lærerens timeplan, men da innen gitte uker. Som svar fikk jeg enten at rektoren sendte mailen videre til matematikklærerne på trinnet, hvor jeg fikk ingen videre respons fra lærerene, eller så fikk jeg ikke svar i det hele tatt. Til slutt var jeg heldig og fikk navn på en spesifikk lærer av en rektor og tok direkte kontakt med henne, som gjerne ville være med på prosjektet. Denne læreren vil jeg videre i oppgaven referere til som Grete. Jeg tok også kontakt med en lærer som jeg kjenner til fra egen skolegang, hvor han sa ja til å bli med. Etter intervjuet kom vi i snakk om problemet med å finne lærere til prosjektet, og han tok derfor direkte kontakt med en av de andre matematikklærerne på trinnet som da valgte å stille opp. Disse lærerne har jeg videre kalt for Sophus og Berit.

3.1.3 Lærerne

Grete har arbeidet som lærer og undervist i 22 år og tok lærerutdanning med naturfag og matematikk med 60 studiepoeng innen hver av fagene. Senere har hun vært med på Ny Giv-lærer som er en statlig satsing for de svakeste elevene som har størst sjanse til å hoppe av skolen. I fjor tok hun også lærerspesialistutdanning i matematikk. Grete har med andre ord jevnlig fått påfyll av faglig kunnskap utenom gjennom praksis. Sophus har også arbeidet som lærer og undervist i 22 år. Han tok derimot allmennlærerutdanning, hvor han fikk 15 studiepoeng i matematikk under utdanningen. Mellom 2007 og 2009 videreutdannet han seg og tok fag slik at han nå har 60 studiepoeng i matematikk. Berit har arbeidet i skolen i 3 år, og undervist i matematikk alle tre årene. Hun fullførte Grunnskolelærerutdanningen for 5. til 10. klasse i 2016 og fikk også 60 studiepoeng i matematikk.

3.1.4 Læreverkene

Dette er ikke en studie om lærebokanalyse, likevel spiller noen lærebøker en sentral rolle i denne forskningsoppgaven. På forhånd hadde jeg lest forskning (som nevnes i kapittel 1.0 innledning og 2.0 Teori) om at læreboken er lærerens hovedressurs. Derfor har jeg også brukt tid til å se på kapittelet om algebra, med fokus på bokstavutregning, i lærebøkene lærerne brukte. Dette var for å være forberedt i intervjuet, men også for å bli kjent med læreverkene som lærerne bruker. Faktor er jeg allerede godt kjent med da det er oftest denne lærerene jeg har møtt gjennom praksis i lærerutdanningen har brukt. Gjennom Faktors nettsider har en også tilgang til noen av deres andre ressurser som jeg også har prøvd ut. Maximum, som er det andre læreverket som blir brukt av en av lærerene, var derimot et læreverk som var ganske nytt for meg. Derfor ble også en del av intervjuet med læreren som brukte Maximum brukt til å gå gjennom læreboken.

3.1.5 Valg av matematisk tema

Temaet er valgt på bakgrunn av min personlige motivasjon som er nevnt i innledningen, men også gjennom at gjennom praksis har lærere gitt meg et inntrykk av at algebra er et emne som er utfordrende for dem å undervise i. Dersom en ser på resultatene fra TIMSS de siste årene er også dette den kategorien elevene gjør det dårligst i. Dette er også en studie innen matematikdidaktikk, noe som gjør det naturlig å velge et matematisk tema.

3.2 Behandling av data

Hvordan dataene skulle behandles, både når det kommer til planlegging og gjennomføring var kanskje den mest tidkrevende delen av arbeidet med oppgaven. Selv om lærerne fikk de samme spørsmålene under intervjuene har man selvfølgelig ulike fokus fra lærerens side. Derfor kan kodingsprosessen være utfordrende.

3.2.1 Analyseverktøy og analyseprosessene

Jeg hadde blitt introdusert for Adlers (2012) gjennom veilederne mine, hvor jeg ble kjent med de fire kunnskapsressursene. Disse ressursene hadde jeg dermed tidlig i bakhodet, før jeg intervjuet lærerne og gjennom prosessen med å lage intervjuguide. Intervjuguiden er laget med kunnskapsressursene i bakhodet og spørsmålene er knyttet til ulike kunnskapsressurser. Det første spørsmålet er sterkt knyttet opp mot kunnskapsressursen om matematiske kunnskaper, men også læreplanskunnskaper. Gjennom spørsmålet om hvordan læreren presenterer temaet, kan alle kunnskapsressurser trekkes inn, ut fra hva læreren vektlegger i sitt svar. Innen utfordringer og tilpasninger er det hovedsakelig profesjonelle kunnskaper som trekkes inn, men også de andre kunnskapsressursene innen eksemplene som lærerene trekker inn. Med andre ord, er spørsmålene laget for at læreren skal ha muligheten til å vise hvordan de trekker på de ulike kunnskapsressursene, men de dekker også hovedområdene på hva en undervisningsperiode inneholder. På dette tidspunktet hadde jeg ikke valgt kunnskapsressursene som et analyseverktøy, men ønsket at de skulle spille en sentral rolle i min studie.

Etter at dataene hadde blitt samlet inn laget jeg raskt tankekart for hver lærer. Her trakk jeg ut hovedressursene som de brukte, da materielle ressurser, sammen med en egen *boble* hvor jeg skrev ned tanker rundt algebraundervisningen som var knyttet til misoppfatninger og didaktikk. I tankekartet la jeg videre inn piler til de ulike kunnskapsressursene der jeg kunne identifisere dem, sammen med annen teori som jeg allerede hadde lest på og som passet inn. Dette ble et komplekst system og det var vanskelig å finne en inndeling til videre arbeid som inkluderte alle funnene jeg ønsket.

På grunn av metoden som er brukt i denne studien, som er intervju av lærere, er det klart at det er læreren og lærerens tanker som er sentrale. Kunnskapsressursene går på akkurat dette; hvilke kunnskaper læreren trekker på i bruk av materielle ressurser. Derfor ble Adlers kunnskapsressurser mitt analyseverktøy for resultatene og dermed en naturlig inndeling videre i oppgaven. Selv om Adlers definisjoner er brukt som et utgangspunkt, er det noen endringer jeg måtte gjøre for å tilpasse dem til min oppgave og analysing av resultatene.

I forhold til de matematiske kunnskapene læreren har, går dette på alt fra kunnskaper om matematiske objekter til prosedyrer. I analyseprosessen til resultatene har jeg ikke skilt dem innen de fire kategoriene Adler har, på grunnlag av mitt datamateriell. Jeg føler at jeg ikke har nok data til å kunne si noe om hvilken del av matematisk kunnskap læreren trekker på. Mine data er basert på ett intervju med hver lærer og jeg har ikke observert hva som faktisk skjer i klasserommet og kommunikasjonen mellom lærer og elevene. Jeg kommer likevel til å diskutere litt rundt deres matematiske kunnskaper i kapittel 5.0 Diskusjon, men da hovedsakelig basert på Skemps (1976) bruk av begrepene instrumentell og relasjonell forståelse. Den instrumentelle forståelsen innen matematikk kan knyttes mot prosedyrekunnskapene innen Adlers definisjoner.

Innen domenene om hverdagskunnskaper og profesjonelle kunnskaper vil min analyse basere seg på Adlers definisjon. Jeg identifiserer hvilke objekter eller situasjoner læreren trekker inn i undervisningen og forbinder til den abstrakte matematikken. På samme måte som Adler, er dette en kunnskap som brukes når læreren trekker inn objekter som egentlig ikke har noe med

matematikken, men som brukes for å forklare matematiske ideer. Innen profesjonelle kunnskaper ser jeg på hvordan lærerne bruker det de har lært gjennom egen utdanning og praksis til å undervise. Lærerne gjør seg erfaringer i arbeid med tidligere klasser og den nåværende som endrer deres undervisning og syn på egen undervisning i bruk av ressurser.

Dersom en ser på kunnskapsressursen som jeg har oversatt til læreplanskunnskap, syntes jeg at oversettelsen kan være litt villedende. Dette er på grunn av begrepet *curriculum*, som jeg også nevnte i teoridelen. *Curriculum* er et vidt begrep som henviser blant annet til pensum, læreplan og lærebok, mens i Norge bruker vi egne begreper for hver del. Innen læreplanskunnskap, handler det både om kunnskapene læreren har om læreboken, hvordan den tilpasses, men også læreplanen og læreplanen i forhold til læreboken. Med tanke på at man i Norge ikke har noen som kvalitetssjekker lærebøkene og passer på at disse følger læreplanen, kan man ikke si at dersom en lærer har god kjennskap til læreboken, har en også nødvendigvis kjennskap til læreplanen som faktisk er den en lærer skal forholde seg til i undervisningen.

I resultatdelen presenteres hver lærer ved hjelp av en tabell som er laget basert på transkripsjonene av intervjuet. Her har jeg sett på hvor mange ganger lærerne trekker fra de ulike kunnskapsressursene. På bakgrunn av hvordan curriculum er oversatt til norsk, har jeg valgt å dele denne kategorien i to: hvilke kunnskaper som omhandler læreboken og kunnskapene som omhandler læreplanen. En slik tabell ser slik ut:

Matematisk kunnskap	6
Hverdagskunnskap	1
Læreplanskunnskap	10
Hvor om: lærebok	8
Hvor om: Læreplan	2
Profesjonell kunnskap	17

Tabell 3. 1

Tabellen viser altså hvilke kunnskaper læreren trekker på når han snakker i intervjuet, og fordelingen mellom dem.

Adlers kunnskapsressurser, som er analyseverktøyet mitt, ble også brukt videre i resultatdelen. Hver lærer blir presentert for seg selv, med en introduksjon ved hjelp av en tabell som Tabell 3.1. Deretter presenteres utdrag fra intervjuene som viser hvordan lærerne trekker på de ulike kunnskapsressursene, i forhold til en materiell og/eller en kulturell ressurs. Begrepene materiell og kulturell ressurs er også tatt fra Adler (2000), og er beskrevet i kapittel 2.3 Ulike typer ressurser. For å kategorisere og sortere dataene mine har jeg tatt utgangspunkt i disse definisjonene. Ved bruk av et Excel-ark har jeg et skjema i tre kolonner: *materiell/kulturell ressurs, kunnskapsressurs, (hvor i teksten): hva*. Ved å bruke transkripsjonene har jeg tatt for meg hele intervjuet og identifisert hvilke materielle/kulturelle ressurser læreren tar i bruk, sammen med hvilke ressurser de trekker kunnskaper fra. Under har jeg tatt med et utdrag fra tabellen jeg laget fra intervjuet med læreren Grete:

Grete		
Materiell/kulturell ressurs	Kunnskapsressurs	(Hvor i teksten): Hva
Læreplanen	Læreplanskunnskap	(4): Undervisning styrt
Lærebok	Læreplanskunnskap	(4) Styres av lærebok
Lærebok	Læreplanskunnskap	(4) For å gi elevene struktur
Problemløsningsoppgaver	Profesjonell kunnskap/læreplanskunnskap	(6): Boka gjør en ting, de vil introdusere bokstaver tidligere
Matematikksenteret	Profesjonell kunnskap/matematisk kunnskap	(8): Froskehoppoppgave, til matematisk sammenheng

Tabell 3. 2

Ved å bruke tabellen fikk jeg en bedre oversikt over mine funn, og gjorde skriveprosessen enklere. Jeg kunne nå sortere innenfor hver kunnskapsressurs og trekke ut de materielle/kulturelle ressursene som ble hovedsakelig brukt og presentere dem ved hjelp av kunnskapsressursene. En utfordring er at, som en kan se i de to nederste rutene under *kunnskapsressurs*, er at ved bruk av en ressurs i en situasjon kan læreren trekke på flere kunnskapsressurser. Dette kommer frem ved at utdraget blir presentert under begge kunnskapsressursene med fokus på hvordan kunnskapen kommer frem.

I diskusjonskapittelet har jeg sett tilbake på tankekartene jeg laget helt i starten etter intervjuene, sammen med tabellene som ser ut som Tabell 3.2. Overskriftene i dette kapittelet er da basert på de fem mest brukte materielle/kulturelle ressursene som går igjen hos alle tre lærere hvor kunnskapsressursene kommer frem under hver materiell/kulturell ressurs som ble brukt.

3.3 Reliabilitet, validitet og metode for datainnsamling

Dersom en ser på begrepene validitet, reliabilitet og generalisering er disse tre begrepene i kvalitativ forskning i forhold til kvantitativ litt ulikt. Innen kvantitativ er det ofte ulike målinger som er sentrale, noe som ikke er et mål innen kvalitativ. Dersom en har en kvantitativ forskning og bruker intervju som datainnsamlingen, bruker en også ofte mer strukturerte intervju. Disse kan gi mindre rom for tolkning, da det oftere er mer lukkede spørsmål. Jeg vil videre se hvilken betydning disse begrepene har for min studie.

3.3.1 Reliabilitet

Reliabilitet kan deles opp i to deler, ekstern og intern reliabilitet. Ekstern reliabilitet handler om i hvilken grad studien er gjentakbar og intern reliabilitet går på at dersom det er flere enn en forsker, vil det være enighet om det de hører gjennom resultatet (Bryman, 2016). Siden jeg er den eneste forskeren på dette prosjektet, er det kun førstnevnte som er relevant for meg. Siden dette er et intervju med fire ganske store spørsmål, kan det være at dersom en hadde spurt lærerne på ny, kunne fokuset ha endret seg litt. Siden forskningen baseres på lærerens tanker og praksis gjennom hele arbeidet med bokstavregning, noe som kan være over et tidsrom på noen uker, kan lærerne svare litt annerledes i form av for eksempel andre eksempeloppgavene de presenterer. Likevel vil jeg tro at dersom settingen er lik, og lærerne hadde fått samme informasjon på forhånd, vil hovedessensen være lik. Dette på grunn av at spørsmålene er basert på sentrale elementer i undervisningen, som læreren uansett må tenke over før de skal undervise innen bokstavuttrykk selv. Så med mindre læreren har fått nye erfaringer og kunnskaper som endrer deres praksis, ville resultatene i alt være like.

3.3.2 Validitet

På samme måte som en skiller reliabilitet i ekstern og intern, kan en også skille validitet i det samme. Ekstern validitet refererer til hvordan funnene kan bli generalisert utenfor denne studien og intern validitet handler om studiens troverdighet. Er det en overenskomst mellom resultatene og slutningene (Bryman, 2016)? LeCompte og Goetz (1982) sier at ekstern validitet er en svakhet innen kvalitativ forskning, noe det også er i denne studien. Jeg har intervjuet kun tre lærere. Selv om jeg kan se likheter i bruk av noen kunnskapsressurser i

forhold til en materiell/kulturell ressurs, kan ikke studien generaliseres. Likevel vil jeg tørre og påstå at man kan se de samme tendensene som en ser i denne studien, spesielt når det kommer til hvilke ressurser som blir brukt, også hos andre lærere. Dette føler jeg at jeg kan si på bakgrunn av at flere funn i min forskning stemmer overens med tidligere forskning.

I motsetning til den eksterne validiteten, sier LeCompte og Goetz (1982) at den interne validiteten ofte er styrken i en kvalitativ forskning. Dette handler blant annet om at læreren selv forklarer sin praksis og tanker bak, uten begrensninger i forhold til formuleringer i spørsmålene eller tid. For å øke den interne validiteten spurte jeg ofte i intervjuet om læreren kunne utdype, slik at om noe var usikkert kunne de oppklare usikkerheten min. Samtidig har jeg også brukt utdrag fra transkripsjonene fra intervjuene og presentert dem i resultatdelen sammen med min analyse. På denne måten kan også leseren se at jeg som forsker ikke har antatt slutninger uten innhold.

3.3.3 Metode av datainnsamling

Som jeg har presentert tidligere, er intervju min inngang til data. Intervju er sammen med observasjon, de to mest brukte datainnsamlingsmetodene som er brukt innen kvalitativ forskning (Bryman, 2016). Jeg ser også at det hadde vært flere fordeler for å ta i bruk observasjon i stedet eller i tillegg til intervju, hvor Bryman (2016) presenterer noen fordeler med observasjon i forhold til intervju. I Adlers (2012) forskning brukte hun både intervju og observasjon, og det var gjennom observasjonene hun identifiserte kunnskapsressursene hos sine lærere. Gjennom observasjon får en også med lærerens kroppsspråk, men kanskje det viktigste; kommunikasjonen mellom lærer og elev. Flere av kunnskapene lærerene trekker på handler om akkurat dette, hvordan de kommuniserer med elevene og elevene med hverandre. Lærerens rolle i en elevaktivitet og hvordan matematikken presenteres. Dette er noe jeg får begrenset innsikt i via et intervju, da en kun får lærerens side som forteller om hvordan timene foregår og hva som fokuseres på. Gjennom ett intervju med hver lærer hvor læreren står fritt til å velge hva som skal fremmes til meg som forsker, og når den perioden de skal ta utgangspunkt i er hele perioden med undervisning om bokstavuttrykk, er det naturligvis umulig å dekke alt. Jeg får rett og slett bare innsikt i det læreren velger å fortelle om.

Så, hvorfor valgte jeg å samle inn data gjennom et intervju? Siden jeg hadde en relativt kort tidsperiode er observasjon krevende. Jeg hadde allerede bestemt meg for å ha bokstavregning som mitt matematiske emne, noe som også hadde gjort det utfordrende å finne en lærer som underviser elevene sine innen denne tidsperioden. Jeg hadde også tatt mer tid fra læreren, hvor gjennom observasjon hadde vært rundt 3-4 timer for hver lærer i 2-3 uker, mens gjennom intervju trengte jeg mellom 45-80 minutter. Jeg erfarte også hvor vanskelig det var å få tak i lærere som ønsket å bli med, noe jeg tror hadde vært enda mer krevende om jeg hadde bedt om observasjon. Gjennom intervjuet fikk jeg også muligheten til å spørre dersom noe var klart. Siden temaet var såpass konkret, og for et bestemt klassetrinn, fikk jeg gjennom intervjuene innsikt i hele perioden med undervisning av bokstavuttrykk, sammen med lærerens begrunnelser og tanker.

3.4 Etske betraktninger

Som forsker er det flere etiske betraktninger en er nødt til å ta hensyn til, da hovedsakelig i forhold til intervjuobjektene mine. Før arbeidet med datainnsamling startet søkte jeg til Norsk Samfunnsvitenskapelige Datasenter (NSD), hvor jeg fikk forskningsprosjektet mitt godkjent. Jeg fulgte også ut en mal fra NSD for et samtykkeskjema som alle lærerne fikk tilsendt før de sa ja til å bli med. I dette vedlegget lærerne ble tilsendt fikk de klar informasjon om hva prosjektet handlet om og hva jeg krevde av dem i forhold til tid. Samtidig var jeg også klar på de kunne når som helst trekke seg fra intervjuet, få innsikt i dataene mine om dem og at de

gjennom hele arbeidet skulle holdes helt anonyme. All datamateriell er kryptert og personlig informasjon er ikke tilgjengelig for andre enn meg selv.

Både før og under intervjuet sa jeg til lærerne at mitt mål ikke var å måle dem på noe vis, men se deres tilnærming til bokstavuttrykksundervisningen sammen med bruk av ressurser. Intervjuprosessen skulle med andre ord ikke bli en byrde for læreren, eller at de gjennom prosessen føle at de måtte si det de trodde jeg ville høre, ikke hva de faktisk gjorde i undervisningen. Oppgavene var også laget på den måten at de var brede, noe som gjorde at lærerne ikke satt igjen med følelsen av å ikke kunne svare.

4.0 Analyse av resultat

Dette kapitlet er delt opp ut fra de tre lærerne. Her vil hver lærer bli presentert. Først i form av tabellen om de ulike kunnskapene lærerne har tatt i bruk i forhold til en helhet, hvor jeg videre vil gå inn på hver enkelt av kunnskapsressursene med utdrag fra transkripsjonene.

4.1 Sophus

Som nevnt tidligere har Sophus arbeidet i skolen i 22 år, og det er kanskje derfor han desidert trekker oftest fra sin profesjonelle kunnskap. De materielle ressursene han trekker på mest er ressursene som tilbys av læreverket som er brukt på skolen, Faktor. Dette gjelder både innen vurdering, oppgaver og tilpasningen av opplæringen. Han trekker ofte linjer til hvordan han opplever bruken av disse ressursene i undervisningen. Derfor har jeg oftest kategorisert at han trekker på sin profesjonelle kunnskap, da det er gjennom erfaringene med ressursene han vurderer dem.

Matematisk kunnskap	3
Hverdagskunnskap	3
Læreplanskunnskap	7
Hvor om: Lærebok	5
Hvor om: Læreplan	2
Profesjonell kunnskap	20

Tabell 4. 1

Videre presenterer jeg utdrag fra transkripsjonen fra intervjuet, med hvorfor og hvordan han trekker på de ulike kunnskapene i bruk av læreverkets ressurser og andre ressurser tatt i bruk i hans undervisning med bokstavuttrykk.

4.1.1 Matematisk kunnskap

Gjennom å definere hva algebraundervisningen innebærer bruker Sophus den materielle ressursen Læreplanen og kompetansemålene. Algebra er ikke noe de møter for første gang i åttende klasse, men de har hatt erfaringer med det gjennom matematikkundervisningen fra tidligere årstrinn:

Hvis du «pinpointer» det direkte til 8. trinn, så tenker man kanskje mer algebra som en helhet under læreplanen. (...) Bokstaver og bokstavuttrykk treffer de ganske tidlig, uten å kalle det for algebraiske uttrykk. (...) Bokstaver som substitutter i generelle formler går jo tidlig inn i beregning av areal, omkrets og slike ting som det. Og i andre generelle formelbegreper der man bytter ut bokstaver med tall og jobber videre med det.

Utdrag 4.2

Han ser på kompetansemålene i Læreplanen og hva elevene har arbeidet med tidligere. Han har sett at å arbeide med formler, som formelen for areal eller omkrets for ulike geometriske figurer, er arbeid med algebraiske uttrykk, selv om elevene ikke kaller det for det. Derfor bruker han disse forkunnskapene elevene har i introduksjonsdelen av algebra på åttende trinn. Da gjennom oppgaver som:

(...) dersom en har et kvadrat og en vil lage et generelt uttrykk om hva formelen for omkrets og areal av et kvadrat. At en har $s+s+s+s$ og $s*s$, det er en oppgave hvor en kan få med de aller fleste. (...) Videre, hvordan kan en skrive et uttrykk for arealet av et halvt kvadrat (...)

Utdrag 4.3

Sophus bruker formelen for areal og omkrets av et kvadrat for å illustrere bruk av bokstaver i en formel. Ved å ta et utgangspunkt i formler elevene kjenner til kan Sophus dra oppgaven videre, slik han har gjort i dette eksempelet ved at elevene skal skrive et uttrykk for arealet av et halvt kvadrat. Han bruker kompetansemålene i Læreplanen, som beskrevet i utdrag 4.2, som en ressurs til hvordan undervise bokstavuttrykk til elevene og bygge på videre fra formler til regning/manipulering av bokstavuttrykk. Gjennom sin matematiske kunnskap trekker han paralleller til det kjente i introduksjon av det ukjente, ved å manipulere med kjente formler.

I tillegg til å bruke formler som et utgangspunkt for algebraundervisningen, brukte også Sophus figur tall for første gang hvor elevene skulle se etter mønster:

Forrige gang la jeg dette fagbegrepet litt ned og så på figur tall, så etter mønster. Satte på bokstaver som skulle symbolisere en allmenngyldighet. Bygget på de forkunnskapene elevene hadde, i forhold til arealberegninger, for å få litt «kjøtt på bokstavene». (...) At det er et innhold i bokstavuttrykket.

Utdrag 4.4

Det matematiske objektet figur tall blir brukt som en ressurs for å visualisere abstrakte ideer. Elevene så etter mønster blant figurene og sammen med lærer prøvde de å generalisere ved hjelp av bokstaver. Sophus brukte sin matematiske kunnskap til å knytte figur tallene til algebra, slik at elevene kunne få et bilde av hvordan bokstavene innen algebra kan settes i en sammenheng innen matematikken.

Gjennom bruk av læreverkets ressurser og ressursene som er nevnt over, som Læreplan, figur tall, velger Sophus hvordan undervisningen skal bli lagt opp. Læreverkets ressurser blir brukt som vurderingsform. Og han ser at det han ønsker elevene skal lære i hans undervisning strider i mot med det som elevene blir vurdert i:

Oppgavene på prøven er ganske instrumentelle. Og en tenker ofte at elevene skal lære noe mer enn det instrumentelle og så legger man opp til undervisningsmessig at det de skal lære kunnskap og man blir prøvd i det instrumentelle. (...) Jeg prøver og vil mot relasjonell forståelse. Vi ser jo at det er mange som drar en fordel av det.

Utdrag 4.5

Gjennom eksempler på oppgaver, som utforskning av formler og figur tall, fremmer Sophus at elevene skal se sammenhenger i matematikken. Han ser selv at prøven som han bruker til å vurdere elevene ikke fokuserer på sammenhenger, men heller instrumentell læring. Det er gjennom hans forståelse av matematikken og observasjoner i egen undervisning i forhold til oppgavene på Faktors prøve at en ser Sophus' matematiske kunnskaper.

4.1.2 Hverdagskunnskap

Algebra er et tema som bygger på mange abstrakte ideer, som kan være vanskelig å forstå for mange elever. Derfor har Sophus prøvd å bruke konkrete i undervisningen slik at det skal være mer begripelig for elevene:

Fordi vi har brukt konkrete; vi har brukt non-stop (ler), vi har brukt spill, at «det» symboliserer det, og det symboliserer det, og du kan ikke putte ulike ting i samme sekk. Vi opplever at det har liten overføringsverdi når det skal bli abstrakt. Så leter fortsatt, på det 22. året etter den koden der man går fra konkret til det abstrakte, og en får med gjerne enda flere.

Utdrag 4.6

Hvordan Sophus skal få elevene å trekke læringen gjennom konkretiseringer til det abstrakte er utfordrende. Han har prøvd på mange måter å konkretisere, gjennom å trekke på sine hverdagskunnskaper. Dette er noe han syntes er utfordrende.

I matematikktimene har Sophus prøvd å bruke situasjoner eller konkrete fra hverdagen som en ressurs for å knytte matematikken til noe elevene er kjent med. På samme måte prøver han også å knytte hverdagssituasjoner utenom matematikktimene til matematikken, og et eksempel han fortalte om i intervjuet var:

Hadde sløyd tidligere på dagen, og da sitter de og måler og skal ha halvparten av lengden på en planke, noe som ble vanskelig for elevene. Jeg prøvde å forklare hvordan eleven kunne dele planken i to deler – «dette er ikke matte, nå har jeg sløyd!». Så sa vi til han at dette er jo matematikk. «nei, dette er ikke matte! Hold matten borte, nå har jeg sløyd!»

Utdrag 4.7

Eleven ser ikke sammenhengen med matematikken og når den kan brukes i hverdagen, og kan se det som et fag som er litt for seg selv. Gjennom forklaringer om hvordan eleven kunne finne ut av hvordan planken kunne deles i to ulike deler, fikk eleven det til. Sophus brukte altså planken og situasjonen i sløyd til å knytte hverdagen til matematikken.

4.1.3 Læreplanskunnskap

I kapittel 4.1.1 om matematisk kunnskap ble Sophus' matematiske kunnskap beskrevet i bruk av Læreplanen. I det samme utdraget, utdrag 4.2, kan man også se hans læreplanskunnskaper:

Hvis du «pinpointer» det direkte til 8. trinn, så tenker man kanskje mer algebra som en helhet under læreplanen. (...) Bokstaver og bokstavuttrykk treffer de ganske tidlig, uten å kalle det for algebraiske uttrykk. (...) Bokstaver som substitutter i generelle formler går jo tidlig inn i beregning av areal, omkrets og slike ting som det.

Utdrag 4.2

Her ser vi at Sophus har kunnskaper om hva elevene har møtt gjennom barneskolen og hvilke kompetansemål i Læreplanen som elevene har arbeidet med, og som han kan bygge videre på. Den nåværende Læreplanen består av hovedområder som er delt inn i kompetansemål som elevene skal kunne etter ungdomsskolen. Denne inndelingen av Læreplanen har påvirket hvordan Sophus' legger opp undervisningen og hvilke andre ressurser som tas i bruk:

6: (...) læreplanen som kanskje gjennomgår størst endring er matematikken, der man skal konkret inn på hva som skal gjennomgås hvert år – noe som ikke har vært tidligere. Så vi har nok vært litt styrt av hvordan læreverkene har lagt det opp.

Utdrag 4.8

En av grunnene for at han styres av læreboken, er inndelingen i Læreplanen. Læreboken er konkret på hvordan undervisningen kan deles inn, noe Læreplanen ikke er. Han bruker derfor læreboken som en hovedressurs i undervisningen.

4.1.4 Profesjonell kunnskap

Gjennom undervisning i algebra og bokstavuttrykk over flere år har Sophus erfart at elevene ofte mister motivasjonen med en gang de skal ha om algebra. Sist gang han introduserte emnet prøvde han å legge selve ordet *algebra* bort og heller fokusere på å finne mønster i figurtall:

Bare ordet algebra er jo nok til at flere av elevene får flass og midtskill. (...) Forrige gang la jeg dette fagbegrepet litt ned og så på figurtall, så etter mønster. Satte på bokstaver som skal symbolisere en allmenngyldighet. Det som var interessant var hvem av elevene som fikk «gøyfaktoren» av det, og det var kanskje ikke de elevene jeg trodde på forhånd skulle få det.

Bygget på de forkunnskapene de hadde, i forhold til arealberegninger, for å få litt «kjøtt på bokstavene». Så trekke dette sammen med algebraiske uttrykk og sortere.

Utdrag 4.9

Han erfarte at gjennom å bruke figurtall før han gikk over på den formelle algebraregningen, fikk han med seg flere elever enn han har fått med seg tidligere år. Gjennom sin profesjonelle kunnskap og erfaringer, har han nå begynt å endre litt mer på sin egen undervisning. En slik type undervisning som er basert på mer utforskning og hvor elevene kan hjelpe hverandre er noe Sophus ønsker å ha mer av i undervisningen. Men også gjennom denne type undervisning er det utfordringer:

Jeg prøver og vil mot relasjonell forståelse. Vi ser jo at det er mange som drar en fordel av det. Utfordringen der er å sette sammen grupper som – nivå differensiering er det jo ingen forskningsmessige belegg på at det er fungerende. Så når man setter sammen grupper må man ha en gjennomtenkt tanke om hvordan man setter det sammen. Hvem som kan bidra med hva innad i et arbeid og klare å dra med seg videre når en for eksempel skal jobbe individuelt.

Utdrag 4.10

Sophus har hatt gode erfaringer med å ha en mer utforskende undervisningsstil i algebra. Likevel erfarer han at å sette elevene i grupper slik at elevene kan være en kulturell ressurs for hverandre, er vanskelig. Han ser at flere av elevene har en fordel av denne type arbeid, og prøver derfor gradvis å endre på undervisningen sin.

I arbeidet med algebra er det noen misoppfatninger han ser igjen hos flere av elevene, som handler om arbeidet med de fire regneoperasjonene i bokstavregningen:

Det krever en del ferdigheter i forarbeidet. For det er sammensatte kunnskaper det er bygget på. Vi aksepterer at $a \cdot a = a^2$, men vi ser jo gjentakende feilmønster, at det ofte blir $2a$. Og på samme måte at $2a+2b=4ab$.

Utdrag 4.11

Sophus legger merke til at det er ikke bare bokstavene i seg selv som kan være problemet, men forarbeidet. Dersom elevene ikke er trygge på de fire regneoperasjonene, vil det være problematisk når en legger inn enda et element, som bokstaver i uttrykk.

Under kapittel 4.1.3 om læreplanskunnskap så man hvordan Sophus bruker læreboken som et utgangspunkt for undervisningen på grunn av mangel på inndeling i Læreplanen. Gjennom bruk av læreboken har han møtt på noen problemer, spesielt i forhold til undervisningen innen algebra og likninger:

Ofte når en velger læreverk så blir en litt låste. Vi gjør gjerne ikke en dyp nok analyse av læreverket og tar oss gjerne ikke tid nok til, vi skummer gjerne, «og dette ser bra ut». Og så møter vi slike utfordringer som for eksempel at algebra innføres som «hva er algebra» og så settes det gjerne opp en historisk kontekst, og så går man ganske raskt inn på bokstaver. Og så hopper man over til likninger og det også forundrer meg litt med det Faktorverket fordi jeg syntes at (..) når vi bygde stein på stein så klarte jeg kanskje å fange flere elever. Nå syns jeg kanskje forvirringen ble litt større.

Utdrag 4.12

Ved at Sophus bruker for liten tid til arbeidet ved å analysere læreboken, møter han på utfordringer i undervisningen. For første gang brukte han Faktors verk som har bokstavuttrykk og likninger i samme kapittel, noe han så skapte problemer for elevene. Forvirringen blant dem var stor når han fulgte læreboken slavisk som dette, i forhold til slik han har gjort tidligere.

Læreverket Faktor tilbyr også andre materielle ressurser som han har tatt i bruk. Dette er blant annet et målark, hvor elevene kan se hva de må kunne for å oppnå de ulike karakterene:

Jeg kjenner litt sånn overdreven bruk av målarket. Når det første eleven spør om er «hva er vurderingskriteriet på dette emnet?», det bli en del av dagligspråket vårt. «Hvorfor må vi lære det?» Jo fordi det er en del av vurderingskriteriene. Men dette er hentet ut fra kompetansemålene og «knekt» ned.

Utdrag 4.13

Målarket er laget for at kompetansemålene skal være lettere å håndtere fra elevenes side. Likevel opplever Sophus at å bruke denne ressursen gjør at elevens fokus blir kun på målene og ikke læringen i seg selv.

Andre ressurser som blir brukt fra samme læreverket er de ferdige tentamenene og prøver til vurdering av elevene, også innen algebra:

Etter vi har hatt prøven legger jeg ut løsningsforslaget. Vi bruker Faktor sin prøve med tilpasninger til klassen. Å ta prøver direkte fra læreverket, må en være litt varsomme. (...) Oppgavene på prøven er ganske instrumentelle. Og en tenker ofte at elevene skal lære noe mer enn det instrumentelle og så legger man opp til undervisningsmessig at det de skal lære kunnskap og man blir prøvd i det instrumentelle. Dersom man går utenfor og designe egne prøver i forhold til dette.. Jeg leste om noen som har gjennomført samarbeidsprøver og det høstes kjempeinteressant ut. Men du skal ha noen tanket i hodet samtidig i forhold til det.

Utdrag 4.14

Gjennom bruk av Faktors vurderingsprøver, ser han at oppgavene er vanskelige. Han har de siste gangene med algebraundervisning prøvd å la elevene utforske litt mer enn tidligere, som en ser i utdrag 4.14, men vurderingsformen er den samme. Han ser at dette kan stride litt mot hverandre, og kan være inne på tanken med å utforske andre vurderingsformer.

Likevel er Sophus klar på at selv om en slik prøve fra Faktor blir sett på som en vurdering av læring, bruker han det som vurdering for læring:

Måten vi bruker dette på i etterkant, for det er jo vurdering for læring, selv om elevene ser på det som at en blir dømt til en karakter i et fag. Men det interessante er at vi ser på hva som mestres og hva må vi jobbe videre med for å mestre det til eksamen.

Utdrag 4.15

Selv om algebra blir introdusert for elevene formelt for første gang i åttende klasse, har også lærebøkene for hele ungdomsskolen lagt opp til at en har litt om dette temaet på hvert årstrinn. Dette gjør at Sophus bruker det elevene får som resultater på denne prøven som et utgangspunkt i undervisningen om algebra på niende trinn også.

En annen ressurs som han bruker i forhold til å vurdere elevene underveis i undervisningen er å bruke et blankt ark:

Jeg gir gjerne elevene et blankt ark med noen punkter/oppgaver elevene skal kunne, som kun tar noen få minutt, og samler den inn for å sjekke om vi er på rett spor, får de med seg disse tingene, er det noe jeg burde terpe på, er det noe jeg ikke har vært tydelig nok på? Så fanger jeg opp dette

Utdrag 4.16

Her bruker Sophus noen oppgaver som er sentrale for det de har arbeidet med gjennom uka, til å vurdere elevene. Oppgavene hentes fra det de har arbeidet med i en arbeidsplan gjennom uka, hvor oppgavene til planen er hentet fra oppgaveboken Faktor. Vurderingen gjennom å bruke et blant ark er ikke en formell vurdering som de får karakter på, men blir brukt for å vurdere egen undervisning og hvordan han kan tilpasse neste ukes undervisning for elevene.

Sophus har en del digitale hjelpemidler som brukes som ressurs for elevene i algebraundervisningen. Noen av ressursene er ferdige ressurser fra læreverket, mens andre er ressurser som han har sett gjennom egen erfaring har funket og derfor brukt videre. Sophus har brukt videoer som en ressurs for omvendt undervisning, slik at elevene kan se på videoer og få forklaringer hjemme, hvor han har ulike erfaringer i tilbakemeldinger blant elever:

Det vi ser kanskje fungerer best med digitale hjelpemidler innen algebra er nok når vi lager egne videoer, omvendt undervisning. Oppgaver som er gitt i hjemmearbeid, så publiseres videoen som et løsningsforslag. Det er det vi har fått god respons på, men er relativt tidkrevende. Og så har også forlagene videoer, for eksempel Lektor Thue. Hans videoer er en del av læreverket på skolen. De brukes litt men opplever vel at de som har størst bruk for han, ikke er interessert. Og de elevene ga bedre respons på det som vi lagde selv.

Utdrag 4.17

Elevene har både hatt tilgang til videoer som er laget av Lektor Thue, gjennom Campus Inkrement, som elevene bruker lite. Derfor prøvde lærerne på trinnet å lage videoer selv som et løsningsforslag som de fikk god respons på. På bakgrunn av elevenes responser er det nå sjeldent de bruker videoene som er ferdige, og lager heller egne når de har tid til det.

På samme måte bruker ikke elevene Google Classroom som er skolens plattform særlig mye. Også her måtte Sophus finne andre ressurser slik at de fikk med flere elever dersom det var noe de skulle legge ut.

Vi har også en facebookgruppe for elevene hvor vi av og til publiserer løsningsforslag for diskusjoner, der vi klarte å fange flere enn jeg hadde trodd. (...) Elevene var sjeldent på itslearning og classroom osv, så da måtte vi gå til der elevene er. Det å tilby elevene et tilbud der de er, av og til – ikke noe vi kan gjøre hele tiden, men å vise at jeg er der, er tilgjengelig for å diskutere disse tingene, det har nok og fungert i at en får elever til å sitte å gnure litt lengre. Både de som har en egen motivasjon for det – de «flinke», men og de man kanskje hadde tenkt at ikke brydde seg så mye.

Utdrag 4.18

Også her opplevde de at dersom de la ut diskusjoner eller løsningsforslag på elevenes egne plattformer er det større engasjement rundt og de fikk med seg flere elever. Også disse erfaringene har gjort at læreren har endret sin praksis i hvor også informasjonen kommer ut. Likevel er Sophus klar på at det alltid er viktig å variere: Det er mange spennende ting å gjøre, men utfordringen er og kanskje å ikke hoppe på for mange ting om gangen».

En siste digital ressurs som brukes er digitale oppgaver. Her brukes oppgavene som også er en ressurs fra læreverket Faktor. Likevel ser han at ofte er oppgavene ikke nødvendige, da det er store likheter mellom oppgavene i boken og de digitale oppgavene:

Men foreløpig har vi valgt faktors digitale foran Kikora. Men i flere områder har de «satt strøm på læreboka», at det er animert fra læreboka. (...) De bruker ikke de digitale øvingsoppgavene

Utdrag 4.19

I tillegg til at oppgavene ikke var noe særlig ulike i forhold til oppgavene i boken, opplevde han også at de ikke brukes med mindre han sa til elevene at de måtte gjøre dem.

4.2 Berit

Gjennom å se på Tabell 4.20, ser en raskt kunnskapene Berit trekker på, at det er læreboken som er hovedressursen som blir brukt. Ved å bruke læreboken som et utgangspunkt for bokstavuttrykksundervisningen, trekker hun på sin læreplanskunnskap.

Matematisk kunnskap	4
Hverdagskunnskap	3
Læreplanskunnskap	10
Hvor: om lærebok	10
Hvor: om Læreplan	0
Profesjonell kunnskap	6

Tabell 4.20

Videre ønsker jeg å presentere hvordan hun trekker på sine kunnskapsressurser og hvilke materielle ressurser hun bruker. Som nevnt er læreboken den mest brukte ressursen, så det vil også komme frem hvilke kunnskapsressurser hun tar i bruk ved bruk av læreboken, da det ikke kun handler om læreplanskunnskapen som en kan tro.

4.2.1 Matematisk kunnskap

Berit bruker læreboken en hovedressurs i sin undervisning, hvor oppgaveboken er delt inn i tre nivåer. Disse nivådifferansierte oppgavene arbeider elevene med både på skolen og hjemme. Grunnboken som også hører til Faktor er det oppgaver som brukes til samme nytte, men oppgavene der er ikke delt inn i nivåer. På trinnet til Berit deler de derfor disse oppgavene inn selv:

De har vi delt opp i nivåer selv, på en måte. Det i oppgaveboka er delt inn i nivåer selv. Så har vi sett i grunnboka og delt dem inn i nivåer selv. Så vi da legger inn i en arbeidsplan som de får hver uke. Og det er oppgaver som er både til skole og lekser. Så det de ikke gjør på skolen må gjøres hjemme. Så noen har veldig lite lekser, andre har helt greit med lekser – ikke mye.
Utdrag 4.21

De bruker Grunnboken som en ressurs for oppgaver som elevene skal arbeide med i løpet av temaet algebra, på samme måte som med andre temaer. Ved å dele oppgavene inn i nivåer, er Berit nødt til å se på hver enkelt oppgave og dele dem inn i det nivået oppgaven passer. På samme måte må lærerne sammen ha vært enige om hva elevene innen hvert nivå skal kunne. Berit og lærerne på trinnet må brukt sine matematiske kunnskaper for å dele dem inn.

For elevene som sliter med Kategori 1 (som er navnet på den gruppen som arbeider med oppgaver på nivå 1), som er det enkleste nivået, har Berit tatt i bruk en annen bok av Faktor som heter Alternativ bok. I denne boken kan elevene fylle tallene rett inn. Det hender at elevene bruker Alternativ bok og syntes den er for enkel, men oppgavene på Kategori 1 er for vanskelige. Da lager Berit egne hefter til elevene:

For noen blir også alternativ bok for lett og Kategori 1 for vanskelig, så da lager vi egne arbeidshefter. Det er det ofte at vi må gjøre for å få mer mengdetrening. I alternativ bok går de fort over på neste type oppgave. Så den men mengdetreninga kommer mer utenom.
Utdrag 4.22

Når elevene syntes den boken de vanligvis bruker blir for vanskelig, brukes Alternativ bok som en ressurs til disse elevene. Men i overgangen fra denne boken til Kategori 1 trenger elever ekstra hjelp, noe som fører til at Berit lager egne arbeidshefter. Hun ser at det er lite mengdetrening i Alternativ bok, og bruker oppgavene de allerede har gjort som et utgangspunkt for flere mengdetreningsoppgaver. Det krever matematisk kunnskap innen algebra for å kunne lage flere slike oppgaver som bygger seg opp mot oppgavene på Kategori 1.

4.2.2 Hverdagskunnskap

I undervisningen om bokstavuttrykk bruker Berit konkretiseringer som en ressurs for å hjelpe elevene med å forstå de abstrakte ideene innen algebra. Hun bruker ulike konkretiseringer, blant annet hverdagslige situasjoner som elevene kjenner til:

Som jeg husker så er det vell at vi på en måte bygger oss opp, ja siden jeg sa epler da – dersom vi vet prisen på epler, si den koster 15 kr/kg, så hvor mye koster 1 kg epler? Hvor mye koster 2 kg? Hvor mye koster 3 kg? Osv, til vi ser et mønster. Og da bytter vi ut antall med x . Det er vell litt den måten jeg fokuserer på det i hvertfall.

Utdrag 4.23

Berit bruker objekter elevene kjenner til, i dette tilfellet epler, som et hjelpemiddel for elevene til å se sammenhenger mellom antall kjøpte epler. Epler har lite å gjøre med den formelle matematikken, men gjennom kjøp av flere epler kan elevene komme frem til en generalisering av pris for et ukjent antall epler. På samme måte bruker Berit også andre situasjoner til det samme formålet:

Først ville jeg at de skal lage slike uttrykk selv. De får gitte situasjoner og sånn som jeg sa, eller alderen til folk, at du vet den ene alderen og ikke den andre, aldersforskjellen for eksempel. Og så lage egne sånne uttrykk.

Utdrag 4.24

Her ser man hvordan Berit bruker andre liknende situasjoner, som for eksempel at en skal lage uttrykk til alderen på mennesker eller uttrykk for aldersforskjellen på mennesker. Hun lager disse uttrykkene til elevene, basert på hverdagen, hvor elevene skal selv lage bokstavuttrykk som passer.

Også hverdagslige objekter blir brukt av Berit for å konkretisere variablene i bokstavuttrykkene. Da bruker hun poser med en ukjent mengde kuler i:

Det har vi også gjort med poser med kuler. Og tenke at det er x -en da. Så hvis en har 4 poser, så gjør vi det om til at posene er x . Så si vi har 4 poser, da kan vi si at det blir $4x$.

Utdrag 4.25

Antall kuler i hver pose blir brukt som en konkretisering for den ukjente bokstaven x , og antall poser er synlig for elevene. På denne måten knytter hun hverdagslige objekter som ikke har en direkte sammenheng med matematikk, til matematikken, her: bokstavuttrykk.

4.2.3 Læreplanskunnskap

Hovedressursen som Berit bruker i sin matematikkundervisning er læreboken, og det er også denne hun henvender seg til i hennes undervisning og planlegging. Dette inkluderer også hvordan bokstavregning introduseres til elevene på åttende trinn:

Der har jeg ikke vært i gamet lenge, så da har jeg tatt utgangspunkt i boka og ser hva de har gjort. Og da har de en liten innføring i hva bokstaver kan stå for, ja variabler og hva x er. Bytte ut da, for eksempel for prisen på epler eller sånne ting.

Utdrag 4.26

Gjennom bruk av epler som eksempel, kan knyttes til Berits hverdagskunnskaper (se kapittel 4.2.2). Men gjennom denne delen av utdraget, bruker hun også læreplanskunnskap. Læreboken brukes som en ressurs til hvordan undervisningen skal bli lagt opp og hvilken type oppgaver elevene skal møte. På samme måte bruker hun også læreboken som en ressurs til hva som skal fokuseres på i undervisningen, og når. I snakk om bokstavuttrykk blir introdusert på noe vis tidligere enn når elevene møter det gjennom kapittelet «Tall og algebra» i Faktor er også boken utgangspunktet for hva som skal undervises i og ikke:

Ja for slik boka er lagt opp så er det ingen spesielle formler og sånt i starten. Det er for det meste enkel regning og regnerekkefølge. Så starter de med parenteser rett før de starter med algebra. Men det er som sagt ikke noe jeg har tenkt over.

Utdrag 4.27

Berit bruker altså læreboken som en veiledning i hva som hører til innen hvert tema, og siden læreboken ikke har noe pre-algebra i de tidligere kapitlene, er ikke dette noe Berit heller har fokus på i sin undervisning heller.

Berit bruker også læreboken som en ressurs for å tilpasse undervisningen til elevgruppen sin:

Sånn hovedregel er at siden boka, hehe, siden jeg følger den så fint, så har jo den.. ettersom algebraen kommer ganske ute i 8. klasse så har elevene sånn ca funnet sitt nivå. De kan jo variere fra kapittel, at en er på kategori 3 i et kapittel og kapittel 2 i et annet. Så sånn naturlig inndeling er litt ut fra nivå, i hvertfall med hvilke oppgaver som de jobber med på skolen og hvilke de jobber med i lekser, da de blir gitt ut fra nivåene.

Utdrag 4.28

Når de kommer til kapittelet om algebra har elevene allerede arbeidet med læreboken en god stund, og læreren har vært i kontakt og blitt kjent med elevene i sin klasse. Elevene arbeider med nivådifferansierte oppgaver som skolearbeid og hjemmearbeid, som de finner i læreverket og som allerede er delt inn i nivåer. Berit bruker altså læreboken som en ressurs som hun tilpasser til sin klasse som er delt inn i ulike nivåer. I algebraundervisningen er elevene allerede kjent med hvilket nivå i læreboken de ligger på generelt, med noen unntak hvor de går et nivå opp eller ned for et emne.

I kapittel 4.2.1 ble Berits matematiske kunnskap sett på gjennom inndelingen av Faktors Grunnboks oppgaver i nivåer, i utdrag 4.21: «De har vi delt opp i nivåer selv, på en måte. Det i oppgaveboka er delt inn i nivåer selv. Så har vi sett på grunnboka og delt dem inn i nivåer selv. Så vi da legger inn på en arbeidsplan som de får hver uke». Her ser vi også læreplanskunnskaper. Berit og resten av lærerne på trinnet tilpasser læreboken de bruker til sitt bruk og deres klasser. De bruker også oppgavene fra læreboken til lekser. Leksene blir lagt inn på en arbeidsplan som er delt inn i tre kategorier, basert på nivå. Oppgavene i lærebøkene brukes som en ressurs for å tilpasse oppgavene elevene skal gjøre, gjennom en arbeidsplan.

På samme måte som at læreboken brukes for å tilpasse undervisningen til de lavtpresterende elevene, brukes den også for de som presterer høyt:

Men sånn som i 8. så går vi heller mer over på noen som forstår ting med en gang og da finner vi frem 9. klasse- boka, eller 9.klasseboka fra et annet læreverk. Slik at det kan være litt andre oppgaver.

Utdrag 4.29

Hun bruker læreboken for å finne oppgaver til elevene som trenger utfordringer i arbeidet med bokstavuttrykk. Da hentes inn læreboken for niende klasse, enten fra Faktor eller fra andre læreverk som elevene kan arbeide individuelt med.

4.2.4 Profesjonell kunnskap

Som vi så under Hverdagskunnskap, prøver Berit å få elevene til å skjønne at bokstavene faktisk er noe. Likevel er det en ting Berit ikke knytter til bokstavene i uttrykk når hun snakker om bokstavene a og b:

Jeg har også hørt fra andre steder at de bruker mye a og b, og kaller dem appelsiner og bananer, men det har ikke jeg gjort og det er egentlig bevisst fordi jeg har hørt at da ser de appelsiner og bananer i alle mulige oppgaver i senere tid og klarer ikke å se noe annet.

Utdrag 4.30

Gjennom samtaler med andre lærere eller tidligere medstudenter har hun fått fortalt at dersom en kaller a for appelsiner og b for bananer er disse objektene det eneste elever vil knytte til bokstavene, noe som vil være utfordrende i andre oppgaver. For at elevene hennes ikke skal utvikle de samme misoppfatningene, har hun tatt dette videre til sin undervisning og passer på at appelsin og banan ikke blir brukt i algebraundervisningen.

I stedet for å kun bruke oppgaver hvor bokstavene skal assosieres til en situasjon, brukes også bokser på tavlen. Da skriver Berit opp uttrykk / likninger på tavlen hvor den ukjente symboliseres med en rute og elevene skal finne ut hva som gjemmer seg bak.

Det er mye sånn tegning av bokser på tavla. Og så bytter vi den boksen ut med en bokstav. Sånn hvilke tall passer inn i rutene/boksene? Så det kan vi også bruke en boks og tenke «hva gjemmer seg inne i boksen?».

Utdrag 4.31

På denne måten varierer hun undervisningen slik at elevene får et inntrykk av at denne ruten står for et tall, som kan overføres til at bokstavene står for det samme.

I undervisningen bruker Berit en målprøve for å evaluere elevene underveis i arbeid med bokstavuttrykk. Hun bruker sin profesjonelle kunnskap til å bruke svarene fra elevene på denne målprøven til å tilpasse neste ukes undervisning:

Som oftest så er det ved en målprøve. Altså, utvalgte oppgaver fra det mest grunnleggende, og kanskje en litt mer vanskelig oppgave for å se hvor mange som virkelig mestrer det i slutten av uka. Og av og til tar jeg inn bøker for å se hva de har gjort. (...) Målprøvene blir da brukt til å se videre hvem trengs å følges ekstra med på i ulike temaer. Og hvis jeg da, da bruker jeg timene med styrk (ekstralærer) til å sette sammen grupper med folk som ikke til enkeltoppgaver. Så har brukt de målprøvene til det. Hva må vi gå gjennom på nytt? Er det en stor elevgruppe som må ta det på nytt, eller må vi ta det for hele klassen, eller bare ta ut enkeltelever.

Utdrag 4.32

Undervisningen styrer ikke bare hvordan og hva Berit skal undervise i uken etter, men også hvordan andre ressurser, som en ekstralærer, kan brukes. Eller om elevene skal settes i grupper hvor noen repeterer ekstra mye, eller om det er noe hele klassen trenger.

Faktor Alternativ bok brukes ikke bare til elever som syntes det var utfordrende med oppgaver fra Kategori 1 i oppgaveboken. Berit har også brukt Alternativ bok som en ressurs for elever med lav motivasjon i arbeidet med oppgaver:

Eller de elevene som aldri får gjort noe ellers, aldri kommer i gang.. Så er det liksom en hjelp til at de føler de har gjort noe. Og en kommer ganske langt da det bare er et par oppgaver på hver side og de føler mestring. (...) Dersom de ikke føler at de klarer noe, så har de heller ikke noe motivasjon til å jobbe videre (...) Mange gjør seg ferdig med de oppgavene og opplever mestring, og vil da prøve seg på kategori 1.

Utdrag 4.33

Berit har erfart at dersom elever kan få en mestringsfølelse og at det går fremover, er Alternativ bok en god ressurs for akkurat dette. Hun kan altså ved å tilby disse elevene den boken få dem til å prøve seg videre på oppgavene på Kategori 1 etterpå.

For oppgaver til elevene og som en aktivitet i klasserommet har Berit også brukt digitale hjelpemidler, da som også er en ressurs til lærerene gjennom Faktors læreverk. Campus Inkrement har videoer som er tilgjengelig for elevene hele tiden. I algebraundervisningen brukte hun en video fra Lektor Thue som en introduksjon for elevene i bokstavregning:

Sist gang jeg underviste algebra på 8. klasse så brukte vi omvendt undervisning i algebra som ligger på Campus Inkrement. Så når jeg hadde dette emnet sist så brukte vi de videoene. Der hvor de blir introdusert for enkle bokstavuttrykk hjemme, før de møter opp i første undervisningstime. Så de har sett det litt før og de skal der svare på en enkel oppgave hjemme så jeg fikk se hvordan det gikk før jeg startet undervisningen. Og da har en jo ofte vært at dersom noen har full mestring på de oppgavene der får starte selvstendig med en gang fordi de har ofte den motivasjonen til å starte med de oppgavene slik at resten av klassen kan ha en slags gjennomgang hvor det ofte blir tavleundervisning.

Utdrag 4.34

Ut fra at elevene arbeider med en digital oppgave hjemme, etter å ha fått en introduksjon fra videoen, kan Berit se hvordan elevene har løst disse oppgavene og legge undervisningen opp etter det. Her bruker hun sin profesjonelle kunnskap, ved å tilpasse undervisningen ut fra elevenes svar. På samme måte erfarer hun at gjennom å vise denne videoen først, kan også en liten gruppe elever arbeide for seg selv i stedet for å være med på en ny gjennomgang i klassen.

Faktor har også noen digitale oppgaver som Berit bruker i undervisningen. Disse oppgavene brukes av elevene hovedsakelig når de er ferdig med oppgavene som var satt opp på deres arbeidsplan:

Eller så er de digitale oppgavene på Faktor sine nettsider er også greie, i hvertfall i begynnelsen når de kan trykke videre og ser x-er, og telle sammen. Men det er ganske like oppgaver som i boka bare at de står på skjermen. Oppgavene der blir mest brukt som ekstraoppgaver dersom de er ferdig med arbeidsplanene sine. Så da får de jo rett/galt så får hele tiden vurdering. Og at de ligger gratis ute så de trenger ingen innlogging eller noe slikt.

Utdrag 4.35

Hun erfarer at oppgavene fint kan brukes som ekstraoppgaver da de er lett tilgjengelig og de får vurdering direkte av programmet.

4.3 Grete

Grete trekker ganske jevnt fra alle kunnskapsressursene, utenom hverdagskunnskap. Dette kan ha noe med at hun fokuserer heller på at elevene skal finne matematiske sammenhenger, gjennom møte med formler, geometriske figurer og prosedyrer de kjenner til fra før. Gjennom arbeidet med bokstavuttrykk fortalte hun lite om hverdagssituasjoner som ble brukt. Grete har også arbeidet og undervist i matematikk i over 22 år, noe som gjør at hun har lang erfaring å trekke kunnskaper fra. Både gjennom egen praksis og utdanning, har hun blitt kjent med ulike ressurser som brukes nå, som forskning, lærebok, digitale oppgaver og rike oppgaver.

Matematisk kunnskap	6
Hverdagskunnskap	1
Læreplanskunnskap	10
Hvor om: lærebok	8
Hvor om: Læreplan	2
Profesjonell kunnskap	17

Tabell 4.36

Jeg vil videre presentere utdrag fra transkripsjonene som jeg syntes viser hvordan hun trekker på de ulike hverdagskunnskapene i arbeid med ressurser.

4.3.1 Matematisk kunnskap

Kapittelet om algebra kommer ganske sent i åttendeklasse og Grete ser på det som viktig at elevene møter og arbeider med bokstaver før algebra introduseres formelt:

Vi prøver og få det litt inn før en starter temaet. (...). Så vi har brukt algebraiske uttrykk tidligere, gjennom for eksempel problemløsningsoppgaver med litt rike oppgaver, så det er ikke helt ukjent når vi kommer til bokstavene så er det ikke helt nytt, men jobber med dem gradvis for å få de inn i løpet av året.

Utdrag 4.37

For å finne slike oppgaver som Grete kan bruke i arbeidet før algebra introduseres formelt, som er rike, bruker hun oppgaver fra læreboken eller digitale hjelpemidler som en ressurs. En av oppgavene som Grete ofte bruker er «Froskehopp»-oppgaven¹ som er hentet fra Matematikksenteret. Denne brukes sammen med «Fem praksiser»², hvor en blant annet skal tenke gjennom på forhånd hvordan elevene vil løse denne oppgaven:

Det går på at du tenker gjennom hvordan elevene kan tenke på oppgavene. Så går du litt rundt og ser hvem som tenker hva. Da velger en rekkefølge og de presenteres for klassen.

Utdrag 4.38

Ved å bruke slike oppgaver, sammen med denne forskningen som en ressurs for å få elevene til å finne matematiske sammenhenger, krever det mye av lærerens matematiske kunnskaper. Hun må på forhånd kunne løse oppgaven med flere, ulike prosedyrer. Hun må også kunne identifisere løsningsmetoder som bygger på de samme matematiske ideene og kategorisere dem. På samme måte må hun også ha kompetanse til å gjenkjenne ulike prosedyrer når hun

¹ Se Vedlegg C for å lese oppgaven

² Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., and Hughes, E. K. *Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move beyond Show and Tell*. *Mathematical Thinking and Learning: An International Journal* 10.4 (2008): 313-40. Web.

observerer klassen og skal velge en rekkefølge på elevenes bidrag ut i fra hva hun ønsker elevene skal sitte igjen med.

I undervisningen brukes Kikora som en ressurs for oppgaver. I Kikora kan Grete velge ut oppgaver som ulike grupper med elever skal gjøre og i denne utvelgelsesprosessen bruker Grete sine matematiske kunnskaper i arbeidet med å velge ut oppgaver:

I Kikora lager jeg slik at noen oppgaver går til noen i klassen, mens andre går på et basisnivå så jeg kan finne oppgaver på barneskolen til de elevene som trenger det. Men da må du som lærer sitte og plukke som kan være en ulempe, selv om det er noen fordeler med det og fordi da er du nødt til å sette deg mer inn i hvilke oppgaver elevene løser og du ser oppgavene mer skikkelig.

Utdrag 4.39

4.3.2 Hverdagskunnskap

Grete har brukt brikker i oppgaver, som for eksempel problemet om bilderammer³. Dette er en oppgave hun har hentet fra læreboken Maximum, i kapitlet om algebra, men hun bruker oppgaven tidligere på året som en inngang til å bruke bokstaver. Da bruker elevene brikker for å prøve seg frem og finne frem til sammenhenger.

Bruker det før elevene kommer til algebra. hvor en har et bilde og lager en «ramme» av brikkene. Så er det dersom en øker, hvordan øker det? Her bruker jeg ofte observasjonsskjemaet og går rundt, og en vil få mange ulike svar. Noen svarer med ord, andre med bokstaver osv. for å vise at det er mange riktige svar. Ypperlig utprøvningsoppgave.

Utdrag 4.40

Her bruker altså læreboken som en ressurs for å finne oppgaver. Hun bruker også brikker som en ressurs for at elevene raskt kan øke og minske mengden brikker i rammen. Hun bruker en situasjon om en bilderamme som består av deler, noe elevene kan ha arbeidet med på tidligere årstrinn i kunst og håndverk, til at elevene skal finne en sammenheng mellom størrelse på bilde og økning i brikker en trenger til rammen.

4.3.3 Læreplanskunnskap

Grete sier ganske tidlig at «Vi blir jo selvfølgelig styrt av læreplanen», men på hvilken måte da blir ikke eksplisitt forklart. Likevel når jeg spør hva Grete mener innebæres i bokstavuttrykkundervisningen for elevene, er fokuset på bokstavene og at man gjennom dem kan uttrykke generelle sammenhenger:

Det innebærer en forståelse av bokstaver brukes i matematikk først og fremst. Gjennom ulike formler som de egentlig kan fra før, gjennom å finne frem til egne matematiske sammenhenger, gjennom å bruke dem i forbindelser som, i for eksempel i modelleringsoppgaver hvor en kommer frem til noe eller gjennom figurtall, altså uttrykke generelle sammenhenger.

Utdrag 4.41

Fokuset ligger altså på at gjennom bruk av bokstaver i utregningen kan elevene uttrykke generelle sammenhenger som ligger tett opp mot kompetansemålet om «bruke tal og variabler i utforskning, eksperimentering og praktisk og teoretisk problemløsning (...)».

Grete blir ikke bare styrt av læreplanen, men bruker også Læreboken Maximum som en sentral ressurs i sin undervisning:

³ Se Vedlegg D for oppgaven

Så har vi en lærebok som jeg syntes er ganske bra. Jeg syntes da at Maximum er genial i forhold til det å utfordre elevene til å tenke matematikk selv og komme frem til matematiske sammenhenger. Men det krever jo mye mer av læreren enn for eksempel Faktor gjør. Men vi kan støtte oss ganske bra, men den er litt vanskelig for en del svake elever.

Utdrag 4.42

Boken styrer rekkefølgen i undervisningen, men også hvilke oppgaver som brukes i undervisningen. Boken kan være litt vanskelig for noen elever, noe som betyr at Grete må gjøre noen ekstra tilpasninger for at boken skal kunne brukes til fordel for hele klassen. Noen av elementene i Maximum som kan gjøre den utfordrende er:

Maximum ha veldig få mengdetreningsoppgaver og legger vekt på når en har gjort en oppgave eller sett på eksempelet så vil den neste oppgaven være litt annerledes, så en må tenke gjennom og forstått eksempelet for å få det til. Det er veldig få oppgaver en bare kan fortsette på samme måte. Og det har sine fordeler og ulemper. Så vi bruker mange oppgaver utenom læreboka fra andre verk og vi lager mange oppgaver selv.

Utdrag 4.43

Grete har gått gjennom boken og virkelig sett på oppgavene. I flere tilfeller klarer hun ikke tilpasse Maximum til klassen og må hente inn oppgaver som er lettere fra andre læreverker. Dette er da for oppgaver til mer mengdetrening, da det ikke tilbys i Maximum, men også oppgaver som er enklere da noen elever ikke får til oppgaver i deres læreverker.

I noen tilfeller brukes oppgavene fra læreboken, men at Grete tilpasser oppgaven til å passe sin klasse og sitt eget mål for hva elevene skal kunne. Et eksempel på det er hvordan algebra blir presentert i Maximum og hvordan Grete bruker introduksjonsoppgaven i undervisningen sin:

I Maximum syntes jeg det er ganske bra lagt opp, spesielt innen algebra. Så følger bokas progresjon, men det kan av og til være litt vanskelig og da bytter vi ut noen oppgaver. Her har de flere oppgaver som jeg snakket om at de starter enkelt slik at alle blir med. Men flere ganger tar jeg oppgavene her og kjører dem på tavla i stedet for at de ser i boka, som for eksempel denne oppgaven (Berit peker på en oppgave om figur tall). Da kan jeg tegne opp det jeg ønsker og det kan bli ryddigere for elevens del og ikke se alt som er rundt eksempelet i boka og tar det av og til litt lenger på tavla og gjør færre oppgaver.

Utdrag 4.44

Her bruker Grete oppgaven slik den er lagt opp i Maximum som en ressurs for egen undervisning, men tilpasser den til klassen. Hun presenterer oppgaven del for del i stedet for at hele oppgaven blir presentert samtidig for elevene.

4.3.4 Profesjonell kunnskap

Gjennom undervisningen i flere temaer i matematikk bruker man bokstaver. Enten for å vise til formelen for areal i en geometrisk figur eller som et navn på en geometrisk figur. Dette har Grete gjort seg noen tanker rundt:

Altså vi bruker jo bokstaver i matematikken på mange måter, uten å tenke på hva elevene tenker på bokstavene som. Så den der forståelsen om hva bokstavene er i de sammenhengene en bruker bokstavene, en skriver $A =$ formelen til et areal, så tenker en på en helt annen måte enn i en formel eller en funksjon.

Utdrag 4.45

Grete sier at de derfor hele tiden prøver å snakke om bokstavene og hvordan de brukes i ulike settinger. Hun legger også opp til å bruke oppgaver gjennom hele året slik at de naturlig kommer i snakk om bokstavene som elevene skal møte formelt i kapittelet om algebra:

Vi prøver og få det litt inn før en starter temaet. Siden vi blir litt styrt av læreboka og vi jobber ganske likt på denne skolen med 4 paralleller så kommer kapittelet om algebra som kapittel 5 og da har vi det sent på året. Så vi har brukt algebraiske uttrykk tidligere, gjennom for eksempel problemløsningsoppgaver med litt rike oppgaver, så det er ikke helt ukjent når vi kommer til bokstavene så er det ikke helt nytt, men jobber med dem gradvis for å få de inn i løpet av året. (...) I 8. klasse lager elevene selv formelen for et trapes fordi det kan de ikke fra barneskolen og da har du jo at de to parallelle sidene kan kalles a og b, så har de jo brukt bokstaver og da blir det naturlig å snakke om variabler.

Utdrag 4.46

Siden de tar utgangspunkt i rekkefølgen på kapitlene fra læreboken, kommer temaet rundt bokstavregning sent på året. Derfor syntes Grete det er viktig at elevene kjenner til bruken av algebraiske uttrykk tidlig på året. Hun bruker derfor rike oppgaver for å introdusere bokstavene tidlig. Også i åttende klasse får hun elevene til å utforske og komme frem til formelen for areal og omkrets av et trapes, siden det er en av de geometriske figurene de ikke tar for seg på barneskolen. Hun sier at siden det er snakk om to parallelle linjer, som elevene gjerne kaller for bokstaver og kan variere ut fra størrelsen på trapeset. Hun sier derfor at det er naturlig å snakke om variablene, selv om de ikke har kommet til kapittelet om variabler enda.

En annen oppgave hun bruker tidlig på året er at elevene skal finne summen av tre påfølgende tall. Da er målet at i hvert fall noen av elevene skal komme frem til en generell formel:

En annen oppgave vi bruker tidlig på året er summen av de 3 påfølgende tall, hvordan utvikler det seg. Det er ikke alle som kommer helt videre, men noen kommer frem til en generell formel om hvordan dette fungerer. Vi må bruke oppgaver som gjør at alle får til noe – alle kan for eksempel legge sammen tre tall som kommer etter hverandre. Så ser vi at de som ikke følger kompetansemålene for ungdomstrinnet kan være med og få til noe. Så kan vi også kjøre det slik at en først jobber individuelt, så i grupper, deretter presentere felles, så får en jo med langt flere enn om de skal jobbe med oppgaver selv.

Utdrag 4.47

Gretes profesjonelle kunnskap sees her gjennom observasjonene hun har gjort i arbeid med denne oppgaven. Hun ser at ved bruk av denne måten å arbeide på, at det er en oppgave med høyt tak, men lav inngangsterskel, gjør at hver elev kan bidra og få til noe – både alene og i grupper. På samme måte at dersom hun setter dem i grupper, får hun med seg flere elever enn dersom de arbeider individuelt. Dette er noe hun har lært gjennom erfaringer med å arbeide med slike oppgaver.

Som nevnt introduseres algebraundervisningen ved å bruke figurtall, noe elevene også har blitt introdusert for tidligere. I arbeid med figurtallene, både som en pre-algebra-aktivitet men også som en introduksjon, har Grete erfart at brikker er en god ressurs for at elevene skal selv se for seg de neste figurtallene:

Vi bruker en del klosser og brikker når vi arbeider med dette her. Klossene i algebra, så i stedet for å tegne, kan en legge ut figurene med klosser i stedet og telle. Dersom vi former om på oppgavene, og det blir mer visuelt. Det er noen da som har formelen på et øyeblikk. Vi sliter litt med å finne konkreter på negative tall, men ellers har dette gjort introduksjon av likninger også bra.

Utdrag 4.48

Ved å bruke klosser blir arbeidet mer tidsbesparende og det er mindre arbeid for elevene i forhold til om de måtte ha tegn opp figurene. Brikkene brukes altså for at elevene kan visualisere figurtallene for seg selv.

Grete bruker flere ressurser som hun har gjennom sitt arbeid med dem i algebraundervisningen, fått noen tanker rundt. Hun bruker flere digitale hjelpemidler, blant annet for å finne oppgaver til å bruke i undervisningen. Et eksempel er Matematikksenteret, hvor hun har hentet blant annet «Froskehopp»-oppgaven, som jeg skrev om i utdrag 4.38 under matematisk kunnskap, og en tauoppgave hvor det er fokus på variabler:

Men jeg synes uansett den overgangen der når en skal begynne å regne med bokstavuttrykk, den er kjempevanskelig uansett hvor mye en har jobbet med konkrete. En annen jeg også pleier å ha for å starte med dette emnet og regning med $2a + 4b$, så pleier vi å bruke en tauoppgave. (...) Den oppgaven er nok en av de mest vellykkede av de vi har kommet frem til for å få frem det variabelbegrepet.

Utdrag 4.49

Gjennom denne oppgaven med tau introduserer Grete variabler, og da i enkle uttrykk som elevene skal legge ut på bakken ved hjelp av tau. Det ser ut som at hun har prøvd andre oppgaver tidligere, men har sett gjennom bruk av denne i undervisningen at det er tauoppgaven som har vært mest vellykket. For at elevene skal få tilgang på oppgavene hun henter fra nettsider som Matematikksenteret, brukes Classroom fra Google som en ressurs for å dele.

Hun bruker også digitale hjelpemidler som en ressurs for elevenes selvstendige arbeid i klasserommet. Da brukes blant annet Kikora, som hun ikke bare bruker sine matematiske kunnskaper når hun arbeider med programmet som nevnt under utdrag 4.39, men også profesjonelle kunnskaper. Hun har opplevd både fordeler og ulemper med Kikora:

I kikora lager jeg slik at noen oppgaver går til noen i klassen, mens andre går på et basisnivå så jeg kan finne oppgaver på barneskolen til de elevene som trenger det. Men da må du som lærer sitte og plukke som kan være en ulempe, selv om det er noen fordeler med det og fordi da er du nødt til å sette deg mer inn i hvilke oppgaver elevene løser og du ser oppgavene mer skikkelig.

Utdrag 4. 50

Fordelen med Kikora er at Grete kan tilpasse oppgavene til enkeltelever/grupper, men det er tidkrevende. Det krever også at læreren setter seg inn i hver enkelt oppgave. Selv om det er tidkrevende, er det en måte å tilpasse oppgavene til enkeltelever, uansett hvilke forutsetninger eleven har. En annen digital ressurs som brukes er Faktors digitale oppgaver, på Campus Inkrement, som er lagt opp litt annerledes:

Den bygger jo på Faktors læreverk og det er veldig enkle oppgaver. Her kan elevene jobbe litt selv og sjekke. Men det er veldig greit, spesielt for svake elever så kan sjekke at de får til noe.

Utdrag 4.51

Disse oppgavene brukes hovedsakelig for at elevene kan sjekke og vurdere seg selv. I tillegg til å bruke disse to, har også Maximum en egen nettressurs. Den er veldig ny, så Grete har ikke fått brukt den i undervisning i algebra enda. Hun håper derimot at det er en ressurs hun kan ta i bruk når hun skal ha åttende klasse neste år, da dette er en adaptiv nettressurs som tilpasser seg hver enkelt elev selv.

Grete har gjennom sin tid som lærer i matematikk, hvor hun da underviser i algebra og bokstavuttrykk, sett igjen flere elementer i elevenes forståelse som ikke er til stede. Da kan også regningen med bokstaver være spesielt utfordrende:

Og gjerne en sammenheng for at de forstår dårlig er at de fortsatt har lærere som sier at for eksempel $2a + 2b$ så har du 2 appelsiner og 2 bananer, så det er jo ikke rart at de ikke forstår. Så dersom de møter den type lærere så er det ikke rart de sliter.. men det som og gjør at de ikke forstår det kan og være dårlig tallforståelse og grunnleggende ferdigheter. Dersom alle elevene som kommer på ungdomstrinnet kan alle kompetansemålene fra barneskolen så hadde det vært mye lettere. Dersom du strever med å gange sammen to tall og streve med gangetabellen og plutselig skal gange med bokstaver og så skal bokstavene være tall osv.
Utdrag 4.52

Grete bruker aldri appelsiner og bananer som et eksempel for å konkretisere algebraen til elevene i undervisningen. Men hun har også erfart at problemet ofte ligger dypere når det kommer til vanskeligheter innen bokstavregning, som ligger i tallforståelsen og grunnleggende ferdigheter. Samtidig som at bokstavregningen i seg selv kan være vanskelig å forstå:

Men det vanskeligste for elevene å forstå, det er den overgangen – selv om vi prøver å bruke et mer praktisk utgangspunkt – så er den overgangen mellom konkrete og abstrakt den vanskeligste overgangen.
Utdrag 4.53

Elevene hennes har også ofte slitt med overgangen fra konkret til abstrakt. Hvordan hun prøver å konkretisere algebraen før de går over til et abstrakt nivå, står under delkapittelet om hverdagskunnskaper. Hva Grete tror er løsningen for at en skal få med seg elevene i denne overgangen og kunne «tette hull» fra tidligere skoleår, er gjennom mer tid:

Jeg tror vi må bruke mer tid, tid og mengdetrening – ikke av samme type oppgaver om igjen. Men av litt ulike varianter, det å bruke tid og bruke matematikk som et språk og snakke sammen, tror jeg er viktig. Og at de ikke får en gitt fremgangsmåte. Om en har kommet frem til en fremgangsmåte, selv om man ikke helt klare å gjøre det i en liknende situasjon, så tror jeg de forstår.
Utdrag 4.54

Grete ønsker å få en økning av tid og matematikktimer som en ressurs for å kunne dra med seg hele elevgruppen. Denne tiden trenger hun til flere mengdetreningsoppgaver i undervisningen. Gjennom samtaler og at elevene utforsker selv til fremgangsmåter, prøver hun nå å bruke i undervisningen rundt bokstavuttrykk.

Gjennom videreutdanning har Grete blitt kjent med forskning som støtter hennes måte å undervise på, hvor det blant annet er mye fokus på klasseromssamtaler. Under matematiske kunnskaper skrev jeg om hvordan Grete brukte fem praksiser, sammen med oppgaven fra Matematikksenteret. I tillegg til Fem praksiser, brukes også Blantons spørsmålsark⁴ og samtaletrekk⁵:

⁴ Grete sendte meg Blantons spørsmålsstrategier etter intervjuet. Spørsmålene hadde hun selv oversatt til norsk. Finnes som *Vedlegg E*

⁵ Wæge, K. Samtaletrekk - Redskap I Matematiske Diskusjoner. *Tangenten* 26.2 (2015): 22-27. Web

Jeg syntes at når en skal jobbe med elevens algebraiske tankegang så syntes jeg at Blantons spørsmålsstrategier er gode. Har oversatt de til norsk om hvordan en stiller gode spørsmål til elevene. Så bruker jeg også de samtaletrekk i forhold til den 5 praksiser. For eksempel at en venter slik at elevene får tid til å rekke opp hånda. Det er disse jeg har hatt mest praktisk nytte av. Og så stemte det godt overens med det jeg hadde brukt uten å forankre det i noe teori. Da er det også lettere å overbevise andre.

Utdrag 4.55

Grete bruker forskningsartikler fra studiet som støtte i sin egen undervisning. Hun fikk gjennom dem bekreftet at måten hun allerede underviste, hadde forankring i noe forskning. Samtidig så bruker hun også forskningen som en ressurs i form av hvordan hun organiserer undervisningen, gjennom fem praksiser, og hvordan hun stiller spørsmål og kommuniserer med elevene når de arbeider med bokstaver, gjennom Blantons spørsmålsstrategier og samtaletrekk.

Siden Grete har et fokus på at elevene sammen skal finne matematiske sammenhenger, er også arbeidet i grupper sentralt. Grete erfarer at elevene er vandt med en annen praksis fra tidligere årstrinn, noe som kan skape litt forvirringer for elevenes del når de kommer til hennes klasse:

Når elevene kommer her i 8. klasse så tror mange at matematikk er et fag hvor en skal sitte for seg selv og jobbe med oppgaver raskest mulig etter at læreren har snakket litt med tavla. Men vi prøver og få dem til å tenke at du må samarbeide, du må tenke selv og skal selv komme frem til matematiske sammenhenger.

Utdrag 4.56

Men når elevene i undervisningen arbeider mye i grupper og hvor sammenhengene er i fokus, kan hun heller ikke ha vurderinger i form av individuelle prøver hvor man vurderes ut fra ferdighetstreningsoppgaver.

Så hadde vi heller oppgaver som den froskehoppoppgaven som de skal jobbe i grupper og skrive hvordan de løste den og levere inn eller presentere som en vurdering. Dersom vi ikke vil ha matte som et fag der en sitter alene og jobber, må en også ha andre vurderingsformer enn individuelle prøver.

Utdrag 4.57

I stedet for en individuell prøve brukte Grete Froskehopp-oppgaven som en oppgave for å vurdere dem. Videre i intervjuet forteller også Grete at de prøver seg på ulike vurderingsformer på grunn av gode erfaringer med slike vurderingsformer som dette. Neste steg er å prøve samarbeidsprøver.

5.0 Diskusjon

Ved å ta utgangspunkt i resultatene over har jeg sett etter de kulturelle og materielle ressursene som er mest brukt av alle tre lærerne. De ressursene som lærerne har tatt i bruk mest er Læreplanen, lærebok, digitale hjelpemidler, konkretiseringer og elevene i seg selv. Videre skal jeg drøfte lærernes bruk av disse ressursene for å besvare forskningsspørsmålet: Hvilke ressurser tar tre lærere i bruk i arbeid med algebraundervisningen på 8. trinn, og hvordan brukes disse?

5.1 Læreplanen som en ressurs

Sophus og Grete sier gjennom intervjuene at undervisningen innen algebra blir styrt av Læreplanen. Læreplanen er laget som en veiledning for lærerne og opplæringen skal følge denne veiledningen. Dersom en ser på hvordan algebra kommer til uttrykk i Læreplanen for matematikk og hvordan lærerne bruker dette i sin undervisning, er det flere situasjoner hvor lærerne legger opp undervisning som står i tråd med Læreplanen.

Sophus og Grete har et stort fokus på hvordan de kan introdusere algebra ved å bygge på elevenes forkunnskaper. Dette står i tråd med Generell del i Læreplanen som går på at «læring skjer ved at det nye forstås ut fra det kjente» (Kunnskapsdepartementet, 2015, s. 10). Ved å bruke det elevene kjenner til fra før, da spesielt bruk av formler for areal og omkrets som de har brukt gjennom barneskolen og i emner før de starter med algebra, blir brukt mye (se utdrag 4.2 og 4.45). De bygger dermed på elevenes forkunnskaper som en inngang til algebraundervisningen. Sophus bruker formelen for areal og omkrets av et kvadrat for å få en inngang på manipulering av algebrauttrykk. Et eksempel er når elevene skal gå fra uttrykk for areal av et kvadrat til arealet for et halvt kvadrat (utdrag 4.3). Gjennom en slik oppgave blir elevene introdusert for hvordan man regner med bokstaver, sammenhengen mellom hvordan bokstavene blir brukt i formler og hvordan bokstavene blir brukt i algebra, samtidig som de blir kjent med variabelbegrepet siden han ikke gir dem et spesifikt kvadrat.

Grete prøver å introdusere bokstaver jevnt over hele året, da de ikke introduserer emnet om algebra før sent på 8. trinn (se utdrag 4.46). Da blir ikke arbeidet med bokstaver helt nytt når elevene blir introdusert for algebra formelt. På samme måte som Sophus baserer Grete algebraundervisningen på deres tidligere kunnskaper i form av bruk av formler (Utdrag 4.41). Ved å se på kompetansemålene fra «etter 7. trinn» skal elevene være kjent med å bruke formler i arbeid med omkrets og areal av geometriske figurer (Utdanningsdirektoratet, 2013, s. 7). I 8. klasse har Grete bedt elevene om å lage formelen for areal av et trapes (utdrag 4.46). Elevene blir da kjent med å bruke bokstaver som variabler. Dersom elevene får til å bruke variablene i utformingen av formelen, vil en slik oppgave støtte et syn om at en bokstav står for en ukjent verdi som kan variere (Küchemann, 1978). Men selv om elevene kjenner til bruken av bokstaver i formler, er det ikke sikkert de ser sammenhengen med bokstavene i senere arbeid med formell algebra. Forståelsen av bokstavene i ulik bruk er det viktig at læreren har innblikk i og gjør elevene oppmerksom på denne sammenhengen slik som Grete (se utdrag 4.45) og Sophus (utdrag 4.3) har gjort, i stedet for å ta den for gitt.

Figurtall blir brukt av både Sophus og Grete som en introduksjon til algebra. Grete bruker figurtall tidligere på året som en «pauseoppgave» hvor elevene skal utforske og finne mønstre, men tar det opp igjen som en mer formell introduksjon til algebraen senere. Det samme gjorde Sophus for første gang. Ved at elevene får utforske, lete etter mønstre, både sammen og alene er i tråd med Læreplanen i matematikk. Elevene får utviklet sin matematiske kompetanse (Utdanningsdirektoratet, 2013, s. 2). Hvordan elevene får utbytte av en slik oppgave har også mye med lærerens rolle i undervisning. Dersom aktiviteten i stor grad er lærerstyrt er det lite rom for utforskning blant elevene og de får ikke muligheten til å

være kreative og utvikle den matematiske kunnskapen. Læreren må kunne styre undervisningen, og likevel legge opp til at elevene utforsker selv.

Rike oppgaver med lav inngangsterskel er noe Grete har som mål å bruke mest mulig av. Her kan hun få med elever med ulike forutsetninger. I utdrag 4.47 ser en hvordan hun bruker at elevene skal finne en formel for summen av tre påfølgende tall. Gjennom et slikt arbeid som hun beskriver, utvikler en elevenes skriftlige og muntlige grunnleggende ferdigheter i faget (Utdanningsdirektoratet, 2013, s. 4). Gjennom å først gå gjennom oppgaven og lete etter sammenhenger individuelt, før en videre arbeider i grupper er tilpasset opplæring til alle elevene. I følge Nosrati og Wæge (2015) kalles slik inndeling for berikelse i forhold til tilpasning til de høytpresterende elevene, i tillegg til at de kan være med å løfte opp de lavtpresterende. Her kan de i samarbeid utforske og være kreative. Elevene får bidratt med ulike strategier å løse oppgaven på. Ved at løsningsmetodene blir presentert høyt i klassen utvikles spesielt elevenes muntlige ferdigheter ved at de kan bruke det matematiske språket for å presentere løsningene. Sammen kan elevene vurdere hverandres løsninger og hvor gyldige de er, og utvikle deres *matematiske kompetanse* (Utdanningsdirektoratet, 2013).

Sophus bruker en ressurs fra Faktor, som er et målark for å sjekke at elevene kan det de skal innen kompetansemålene i Læreplanen. Denne har også elevene tilgang på og elevene kan sjekke deres oppnåelse ved å bruke Faktors digitale oppgaver. Her kommer det opp et skjema når en har fullført oppgavene som viser hvilke mål de kan og ikke. Målene er hentet direkte fra kompetansemålene. Som Sophus poengterer selv syntes han bruken av målarket blir overdrevent og at fokuset fra elevens del ligger for mye på målarket (se utdrag 4.13). Ved å bruke et slikt målark som en ressurs for at elevene skal mestre kompetansemålene i matematikk, kan man møte utfordringer og elevene lærer bare litt av det som faktisk er den formelle Læreplanen (Remillard, 2005). Innholdet i den generelle delen og resten av læreplanen i matematikk er også noe læreren skal legge til rette for. Ved at Faktor tilbyr et slikt målark, kan ha skylden i at elevene sitter igjen med kun kunnskap om kompetansemålene.

I Sophus' undervisning har han oppgaver i timene som står i tråd med Læreplanen i matematikk, hvor fokuset ligger på utforskende matematikk og relasjonell forståelse (Skemp, 1976). Oppgavene som brukes for individuelt arbeid er derimot instrumentelle, på samme måte som oppgavene som er på prøven som brukes som vurderingsform (se utdrag 4.14). Disse er også laget av læreverket Faktor, og ligger tett opp mot å vurdere deres måloppnåelse innen kompetansemålene. På samme måte utvikler de også elevenes ferdigheter gjennom instrumentelle oppgaver med fokus på prosedyrearbeid, som også er en del av den matematiske kompetansen. Denne vurderingsformen brukes på hele skolen, blant annet også i klassen til Berit som har et stort fokus på ferdighetstrening i sin undervisning.

Dersom en ser på introduksjonen til hver lærer i kapittel 4 hvor resultatene ble presentert, ser en at de gjennom intervjuet sjeldent viste deres læreplanskunnskaper i form av hvilken rolle Læreplanen hadde i deres undervisning. Både Sophus og Grete nevnte derimot at Læreplanen styrer undervisningen deres. Grete nevnte ikke Læreplanen som en ressurs gjennom hele intervjuet. Om dette skyldes at hun har lite kunnskaper om hvordan Læreplanen skal veilede hennes matematikkundervisning eller noe annet er vanskelig å si. Likevel kan det vise at Læreplanen ikke har en stor påvirkning i hennes undervisning utenom kompetansemålene. Selv om de to andre lærerne nevner i liten grad hvordan Læreplanen har innvirkning i deres undervisning, ser en hvordan den Generelle del og Læreplanen for matematikk kommer til uttrykk gjennom bruk av deres matematiske og profesjonelle kunnskaper. Bøkene, spesielt Faktor, ligger tett opp mot kompetansemålene så ved å bruke det læreverket i undervisningen,

ligger den planlagte læreplanen fra lærerens del tett opp mot den formelle læreplanen i forhold til kompetansemålene.

5.2 Lærebok som en ressurs

Læreboken påvirker lærernes undervisning i ulik grad, men en felles faktor for dem alle er at rekkefølgen på hvordan undervisningen skal legges opp er etter boken (se utdrag 4.8, 4.27 og 4.46). En av grunnene til at læreboken har denne store rollen kan ligge i utdraget fra Sophus, at siden Læreplanen i matematikk ikke er delt opp innen hva elevene skal lære på hvert enkelt trinn, kan det være enklere å følge læreboken. Læreplanen skal nå endres og skal gå mer konkret inn på hva som skal læres på hvert trinn, så det hadde vært interessant å se om læreboken har samme rolle etter hvert.

I utdrag 4.12 problematiserer Sophus at han ofte bruker læreboken som en hovedressurs uten å analysere den grundig først. I algebraundervisningen har Faktor lagt bokstavregning og likninger under samme kapittel, som han erfarer forvirrer elevene. Han bruker boken ut fra den formelle læreplanen (Remillard, 2005), altså bruker aktivitetene etter bokens intensjon. Noe som han har erfart fungerer dårligere enn slik han har brukt en tidligere lærebok. Dersom en bruker Browns (2009) begreper rundt bruk av lærebok, vil dette utdraget tilsi at han kopierer hovedsakelig boken til sin undervisning, noe som kan gå ut over hans elevers forståelse dersom boken ikke passer til deres forutsetninger.

Også Berit bruker boken som utgangspunkt for undervisningen, noe en også ser gjennom valg av oppgaver, da spesielt i introduksjonen. I utdrag 4.26 sier hun at hun tar utgangspunkt i boken og ser hvordan den introduserer algebra. Hun bruker oppgaver som for eksempel pris på et ukjent antall epler, alder og aldersforskjell for å introdusere bokstaver i uttrykk til elevene. Også hun kopierer oppgavene fra boken og over til tavleundervisning. Men ved at Berit viser oppgavene på tavlen i stedet for boka, tilpasser hun også oppgaven fra boka til elevene sine. Andre situasjoner hvor Berit er nødt til å tilpasse eller improvisere i forhold til elevenes responser kan naturligvis skje, men i forhold til hennes planlagte læreplan (Remillard, 2005) kopierer hun hovedsakelig i arbeid med lærebokens oppgaver. Et problem med å kopiere slike oppgaver fra læreboken er at oppgavene ikke er kontrollert og godkjent av en statlig komite (Kongelf, 2015). Kongelf analyserte også oppgavene som Berit har brukt i sin undervisning, og oppgavene var med på å gi elevene misoppfatning i forhold til variabelbegrepet. I følge Küchemann (1978) har de fleste elevene en forståelse av at bokstavene står for en fast verdi, noe som kan oppstå gjennom at bokstaver blir introdusert gjennom alder. Dersom en tar utgangspunkt i en person, er det ikke naturlig at alderen kan variere uten videre. En alder er et bestemt tall dersom en ser på alderen på et gitt tidspunkt. Eksempelet om antall kg epler som blir kjøpt (se utdrag 4.23) kan også tolkes på samme måte. Ved å lage et uttrykk for pris av eplene kan gi elevene et syn på bokstavene som en ukjent verdi som varierer. Men som elev tenker en kanskje at målet med oppgaven er å finne ut hva man må betale når en kommer til kassen, som igjen kan føre til forståelsen om at det er en ukjent, men fast verdi.

En oppgave som Berit bruker, som også er fra læreboken er oppgaver med ruter som den ukjente. Igjen, tilpasser hun oppgavene fra boken til at de gjøres på tavlen (se utdrag 4.25) i plenum i stedet for individuelt arbeid slik boken har lagt det opp (Brown, 2009). Oppgavene går på at det er ruter i stedet for bokstaver, som er symbolet for en ukjent. Dette er i overgangen fra arbeid med algebra i form av bokstavuttrykk til likninger. Ved å bruke slike oppgaver hvor man skal fylle inn ruten for den ukjente slik at likningen stemmer, kan hjelpe elevene til å skjønne at likhetstegnet står for likhet og ikke «regn ut» slik som flere elever tenker i følge Küchemann (1978) og Brekke (2000). Problemet rundt likhetstegnet er det ingen andre som har nevnt. Her er det i overgangen mellom algebra og likninger, men

Küchemann (1978) så også at elever tenker ofte på likhetstegnet som et tegn som symboliserer en aritmetisk operasjon. Dette kan skape misoppfatninger som at $2a + 2b$ ofte ender opp som $4ab$ (se utdrag 4.11), da gjerne fordi elevene ikke ser på $2a + 2b$ som et gyldig svar og heller prøver å manipulere dem sammen til å bli et svar som for dem passer til misoppfatningen om at likhetstegnet er en «regn ut»-knapp. Arbeidet med hva likhetstegnet faktisk betyr starter ofte i arbeid med likninger. Likevel ser en at elevene sliter med det allerede når en arbeider med manipulering av bokstavuttrykk. Derfor burde arbeidet med at likhetstegnet ikke er et tegn for «regn ut» til ett svar også være relevant i arbeidet med uttrykk med bokstaver.

Som nevnt fokuserer Grete mye på at elevene skal lære det ukjente, gjennom det kjente. Derfor bruker hun oppgaver gjennom hele året hvor elevene møter på bokstaver i form av figurtall, formler og leting etter mønstre. Hun bruker fortsatt lærebok som utgangspunkt, men improviserer underveis i form av å hente inn oppgaver andre plasser der hun føler boken har mangler. Dette er i en kontrast til Berit som følger boken nokså slavisk. I Faktor er det ikke lagt opp til noen pre-algebra-aktiviteter, noe som gjør at Berit heller ikke har det i sin undervisning (se utdrag 4.27). Hun bruker altså boken som en ressurs for hva som skal være med i undervisningen, både av opplegg, oppgaver og emner. Likevel legger læreboken opp til å knytte algebraen til dagligdagse situasjoner, som nevnt ovenfor, og på denne måten knytter hun det ukjente med det kjente, som også står i tråd med den Generelle delen av Læreplanen (Kunnskapsdepartementet, 2015, s. 10).

Grete nevner flere ganger at hun er fornøyd med hvordan Maximum er lagt opp, og bruker derfor boken som utgangspunkt i undervisningen av algebra (se utdrag 4.42 og 4.44). Boken legger opp til at elevene skal utforske sammenhenger i undervisningen, noe som kan være utfordrende for noen elever. Derfor bruker Grete ofte oppgavene fra læreboken som et utgangspunkt for undervisningen og tilpasser den heller til klassen (se utdrag 4.44). Som nevnt bruker Grete oppgaven om figurtall tidlig på året, men boken bruker figurtall som en introduksjon til algebra. Hun bruker altså oppgave om figurtall flere ganger i løpet av 8. klasse. Både som en pre-algebra-aktivitet og som introduksjon når de kommer til kapittelet om algebra. Når de kommer til kapittelet bruker hun altså et matematisk konsept som elevene kjenner til fra før og kanskje er kjent med hvordan man kan se etter mønster. Ved at hun tar oppgaven på tavlen i stedet for å vise oppgaven i boken er en del av tilpasningen til klassen (Brown, 2009), da hun skriver opp informasjonen elevene trenger steg for steg i stedet for at elevene møter all informasjon ved å se på eksempelet i boka. Videre improviserer (Brown, 2009) hun ved å dra oppgaven om figurtall lenger enn det læreboken legger opp til. På denne måten kan hun bruke mer tid på en oppgave enn å gjøre flere oppgaver. Hennes gjennomførte læreplan er med andre ord annerledes enn den planlagte læreplanen fra lærebokens side (Remillard, 2005).

For å tilpasse undervisningen til elevene i klassen bruker både Sophus og Berit oppgavene i læreboken som en ressurs. Elevene i begge klassene får utdelt en arbeidsplan hver uke hvor det legges inn oppgaver i tre kategorier, som hver er for nivåene i læreboken. Fordelen med at kapittelet om algebra kommer sent på året i Faktorbøkene er at elevene allerede er kjent med nivået de ligger på ellers, noe som gjør Berits arbeid med å finne riktig nivå til hver elev i perioden enklere (se utdrag 4.28). Hos begge lærerne brukes arbeidsplanen for å gi elevene en oversikt over oppgaver som skal gjøres hjemme og på skolen, hvor oppgavene tas fra oppgaveboken til Faktor. Ved å bruke denne arbeidsplanen, får de tilpasset undervisningen til elevene ved å gi oppgaver ut fra hver elevs forutsetninger. Dette kaller Klette (2007) i sin artikkel for pedagogisk differensiering, noe en kan se på som nivådeling (Nosrati & Wæge, 2015), uten å fysisk skille elevene i nivåer. De arbeider med ulike oppgaver i samlet klasse.

Ved å bruke en arbeidsplan som en ressurs i pedagogisk differensiering, åpner en også for å trekke inn oppgaver dersom oppgavene fra det laveste nivået blir for vanskelig. Da endres også arbeidsplanen hvor de kan trekke inn andre oppgaver som fra Alternativ bok eller hefter laget basert på Faktors oppgavebøker (se utdrag 4.22 og 4.33). Berit legger ikke bare inn andre oppgaver til elever som synes oppgavene i oppgaveboken blir for vanskelig som en ressurs for å muliggjøre pedagogisk differensiering. Oppgaver fra læreboken for 9. trinn brukes også til høyt-presterende elever (se utdrag 4.29). Dette er noe Nosrati & Wæge (2015) kaller for akselerasjon. Elevene arbeider individuelt med oppgaver fra høyere trinn for å få mer utfordrende oppgaver. Selv om læreren er tilgjengelig for å hjelpe elevene i oppgaveløsingen, er det ikke en selvfølge at elevene spør om hjelp om de sitter fast. Mulighetene er store for at elevene arbeider seg til misoppfatninger innen algebra, dersom de ikke får god nok veiledning. De får ikke undervisning i dette pensumet innen algebra, kun oppgavene. Dette kan spesielt være en utfordring om elevene allerede har utviklet en misoppfatning, i for eksempel forbindelse med variabelbegrepet som Küchemann (1978) så at de fleste elevene hadde, og arbeidet videre uten at denne misoppfatningen blir oppdaget.

Ulike lærebøker krever ulik kompetanse fra læreren. Grete erfarer at å arbeide med Maximum gir elevene større muligheter til å finne matematiske sammenhenger, men den er mer krevende for læreren enn for eksempel Faktor. Det er også forskjeller på hvordan læreren bruker læreboken i sin undervisning. Berit har få profesjonelle kunnskaper å trekke fra da hun er nylig ferdigutdannet og bruker derfor boken. Å bruke læreboken slik hun gjør, gjør også at planleggingen kan ta kortere tid, da hun tilpasser oppgavene i læreboken til tavleundervisning. Grete har gjennom sin profesjonelle kunnskap sett at hun ønsker å tilpasse oppgavene enda mer ut fra elevenes forutsetninger. Hun drar oppgavene litt lenger enn slik de er lagt opp til i undervisningen slik at elevene får undersøkt mer i samme oppgave.

Hvordan en bruker oppgavene fra læreboken i undervisningen kan også stå på lærerens matematiske kunnskaper. Ved å prøve og legge opp undervisningen til å ha samtaler om matematikken krever det at læreren kan identifisere hva eleven skal frem til av strategier. Dersom en ikke klarer det, får en heller ikke til å veilede eleven ut fra elevens strategi. Dersom læreren kun har ett svar som er riktig, vil det være lettere å styre undervisningen i forhold til å si om svaret er riktig eller galt. Å ha undervisning basert på instrumentell forståelse krever mindre enn relasjonell, noe en kan se gjennom Skemps (1976) fordeler og ulemper med de ulike forståelsene.

5.3 Digitale hjelpemidler som en ressurs

Alle tre lærerne arbeider i en kommune som tilbyr Chromebooks og tilgang til Google Classroom til alle lærerne og elevene i kommunen. På denne måten kan de legge ut planer, oppgaver, linker og annen informasjon. Denne plattformen brukes hver uke av alle lærerne. Et unntak er Sophus som opplevde at elevene sjeldent var inne og oppdaterte seg på informasjonen som lå der, og tar derfor også Facebook i bruk. Her kunne han legge ut løsningsforslag eller utgangspunkt for diskusjoner som han da kunne ta opp i klasserommet senere. Han erfarte at gjennom Facebook fanget han med flere elever enn han trodde (se utdrag 4.18), og gjennom den erfaringen bruker han oftere Facebook som en ressurs i å nå ut til elever og trekker på sin profesjonelle kunnskap.

Lærerne bruker digitale hjelpemidler som en ressurs for individuelt arbeid hos elevene. Læreverket Faktor har en nettressurs med oppgaver på tre nivåer som alle tre lærerne tar i bruk. Berit og Sophus tar den i bruk for å kunne gi ekstraoppgaver til elevene (se utdrag 4.34 og 4.19). De nevner også at oppgavene er like oppgavene som er i oppgaveboken. Ved at elevene også kan velge nivå på oppgaver de skal arbeide, blir også bruken av Faktors digitale oppgaver en ressurs for å muliggjøre pedagogisk differensiering (Klette, 2007). Likevel kan

man lure på nyttigheten av oppgavene. Dersom de er like oppgavene som de allerede har gjort fra oppgaveboken, er det da kun for å sette elevene i et arbeid eller finnes det læring i disse oppgavene også? Oppgavene i oppgaveboken er nokså instrumentelle og fokuserer på ferdighetstrening, noe som også skal være en del av opplæringen (Utdanningsdirektoratet, 2013, s. 1). Samtidig får også elevene raskt tilbakemeldinger fra nettsiden som gjør at elevene kan bli vurdert fortløpende på oppgavene der og da. Dette kan gi elevene en belønning der og da, som kan hjelpe elevene som sliter med motivasjon (Skemp, 1976). På slutten av oppgavene i et nivå gir Faktor tilbakemelding til eleven om hvilke mål som er oppnådd og hvor det er mangler. Siden dette er oppgaver som fokuserer på få matematiske ideer om gangen og på grunn av den raske vurderingen, bruker Grete denne ressursen for de svake elevene (se utdrag 4.51).

Grete bruker hovedsakelig Kikora som ressurs for oppgaver på nett (se utdrag 4.38). Her kan også elevene velge oppgaver ut fra nivå, men den gir også muligheten for at Grete kan velge ut oppgaver til hver enkelt elev/grupper med elever. På denne måten kan hun i stor grad muliggjøre pedagogisk differensiering (Klette, 2007). Elevene kan også her få tilbakemeldinger fortløpende som kan gi dem økt mestringsfølelse (Skemp, 1976). Likevel krever dette mer av læreren da når det kommer til tid og kunnskaper. I forhold til Faktors nettressurs hvor oppgavene allerede er lagt inn, må læreren ta seg ekstra tid til å gå gjennom oppgavene, samtidig gjenkjenne oppgaver ut fra hvilken målgruppe hun leter etter oppgaver til. Samtidig er fordelen at Kikora gir muligheten til å tilpasse oppgavene enda mer til alle elevene, enten om det er gjennom å hente inn oppgaver som hører til kompetansemålene for barnetrinnet eller oppgaver som gir større utfordringer.

Kikora og Faktors digitale oppgaver krever med andre ord ulike kunnskaper fra lærerens side. Ved å bruke Faktors oppgaver er det ganske selvdrevent. Eneste er at læreren må være oppmerksom på at elevene gjør oppgavene som passer best nivåmessig for eleven. Siden de har temaet om algebra sent på året, har elevene allerede et utgangspunkt for nivå. Kikora derimot, krever mer av lærerens matematiske kunnskaper for å finne oppgaver til hver elevgruppe.

Læreverket Faktor tilbyr også videoer laget av Lektor Thue som er en gjennomgang av oppgaver fra oppgaveboken til Faktor og liknende oppgaver. Disse brukes av Berit som en introduksjon til temaet algebra og uttrykk (se utdrag 4.34), mens Sophus bruker dem slik at elevene kan se gjennomgangene hjemme (se utdrag 4.17). Gjennom videogjennomgangene er det også oppgaver hvor elevene skal skrive inn svar og kan sjekke seg selv. Disse oppgavene er instrumentelle og har fokus på prosedyrer (Skemp, 1976), men på samme måte som introduksjonen i Faktors grunnbok, så tar den også utgangspunkt i hverdagssituasjoner for elevenes del. Hvordan elevene svarer på disse oppgavene kan Berit sjekke før hun har undervisning. Elevene som svarer riktig på disse oppgavene får muligheten til å arbeide videre med oppgaver i bokens mens Berit har felles undervisning for resten av klassen. Man kan gjerne se på dette som en form for akselerasjon (Nosrati & Wæge, 2015), da elevene som presterer på sjekk-oppgavene i Campus Inkrement hjemme, får arbeide videre og lengre enn resten av elevene i klassen. Siden læreboken ikke har lagt opp til aktiviteter om bokstaver tidligere i året, er det da denne gjennomgangen av Lektor Thue som er elevenes første møte med begrepet *variabel*. Dersom de heller ikke er med i introduksjonen fra lærerens side, kan begrepsforståelsen forbli ufullstendig. Selv om en får riktig svar på oppgavene i videoen og lærer en prosedyre, betyr ikke dette at man nødvendigvis har en forståelse for hva man gjør. Dette kan gjøre at elevene møter på problemer senere dersom denne misoppfatningen blir utfordret.

Sophus bruker videoene fra Campus Inkrement i mindre grad på grunn av dårlige tilbakemeldinger fra elevenes del. Dermed prøvde de å lage egne videoer som ble brukt for at elevene kunne se et mulig løsningsforslag. På denne måten kan elevene bruke videoene fra Sophus for å vurdere sin egen løsningsmetode i sammenlikning med den som vises på videoen. Ved at elevene vurderer sin egen strategi i forhold til en annen kan også eleven utvikle sin matematiske kompetanse (Utdanningsdirektoratet, 2013, s. 1).

På samme måte som de digitale oppgavene stiller også bruken av de ulike videoene fra lærerens del. Campus Inkrement har ferdige videoer med oppgaver som vurderer elevene og læreren har tilgang på elevenes resultater. Faktor gjør med andre ord halve jobben for læreren gjennom å tilby slike ressurser. Likevel erfarer både Berit og Sophus at elevene ikke liker oppgavene noe særlig, og gjennomgår dem ikke med mindre de må. Ved å lage egne videoer, erfarer Sophus at flere elever ser på dem. Men det krever også tid fra lærerens ellers travle hverdag til å lage videoer. Det krever profesjonelle kunnskaper innen hvordan oppgaven skal presenteres i videoen, hvordan bruke programmet til å lage video og kunnskaper om elevers forståelse og forutsetninger. Matematiske kunnskaper gjennom hvordan de matematiske begrepene brukes i videoen, og om den er for å vise en prosedyre eller om elevene også skal få en forståelse for noe.

5.4 Konkretiseringer som en ressurs

Som nevnt tidligere har alle tre lærerne et fokus på å ta et utgangspunkt i noe elevene er kjent med fra før, noe som står i tråd med Generell del i læreplanen (Kunnskapsdepartementet, 2015, s. 10). De setter den abstrakte matematikken inn i en situasjon for å gjøre den mer håndgripelig ved hjelp av konkretiseringsmaterieell (Klaveness, 2010).

Berit er den læreren som knytter matematikken mest til hverdagssituasjoner av de tre lærerne i algebraundervisningen. Hun bruker både pris av epler og alder som eksempler i undervisningen. Elevene blir også bedt om å lage den type oppgaver selv (se utdrag 4.24). Her må læreren vurdere elevenes uttrykk, da elevene kan lage situasjoner selv som minner mer om likninger enn uttrykk. Altså at verdien for bokstaven ikke kan variere i deres eksempel, men heller blir en ukjent, fast verdi. En oppgave som også blir brukt av Berit er poser med kuler (se utdrag 4.25). Oppgaven går på at hun har med poser med et ukjent antall kuler i , hvor kulene står for den ukjente x og antall poser er et kjent tall. Uttrykket $4x$ vil derfor stå for fire poser med et ukjent antall kuler i . På samme måte som oppgavene nevnt med epler og alder, kan også dette være en oppgave som fører til misoppfatninger blant elevene. Ved at en snakker om et ukjent antall kuler i i en pose, kan det føre til at elevene ser på bokstaven x som et symbol for en fast, ukjent verdi, som er en vanlig misoppfatning (Küchemann, 1978). Da spesielt om elevene faktisk får poser med et visst antall kuler i som de ikke kjenner til og skal være en konkretisering for x . Ofte brukes slike konkretiseringer med materialer, som i dette tilfelle poser med kuler, mer for gøy enn læringens del (Perkilä, 2003).

Sophus nevner i utdrag 4.6 at han syntes det er vanskelig å finne konkretiseringer som elevene klarer å dra videre i arbeid med de abstrakte ideene senere. Han har brukt spill og at ulike bokstaver representerer ulike ting, men finner ikke noe som fungerer. Å finne situasjoner fra hverdagen som hjelper elevene med å lære matematikken, altså å bruke hverdagskunnskap, kan være noe av det vanskeligste for en lærer, i følge Adler (2012). Konkretene, som her: spill og representasjoner, kan ha blitt mer brukt for at elevene skal ha synet på at matematikk er gøy enn for selve læringens del (Perkilä, 2003). Om utfordringen med å finne konkrete som transformerer matematiske ideer til konkrete representasjoner ligger i mangel på matematiske kunnskaper, som Ball (1990) mener kan være en faktor, eller ikke er ikke noe jeg kan si basert på denne datainnsamlingen, men det kan være en faktor.

Ved å bruke matematiske objekter, som ulike geometriske figurer, kan en også konkretisere algebraen. Eksempler på slik bruk er Sophus' som bruker formelen for areal og omkretsen av et kvadrat (se utdrag 4.3) eller elevene i Gretes klasse som selv lager formelen for areal av et trapes (se utdrag 4.46). Da kan elevene arbeide med bokstaver og lære hvordan man kan manipulere uttrykk, ved hjelp av de fire regneartene i arbeid med formler de kjenner til fra før. Siden elevene ikke får konkrete eksempler på lengder på de geometriske figurene, men skal arbeide med formlene, kan også slike oppgaver bidra til at elevene får en forståelse av at bokstavene står for ukjente verdier som ikke er faste, men varierer, noe som er en forståelse få elever har i følge Küchemann (1978). Ved å bruke formler som en inngang til algebraen kan også elevene selv se hvordan bokstavene som er brukt i formlene og som de har arbeidet med i mange år, har samme egenskaper som bokstavene i uttrykk innen algebraen.

En oppgave Grete også bruker for å konkretisere variabelbegrepet er en tauoppgave. Her får elevene i grupper utdelt to typer tau med ulik lengde og farge. Alle gruppenes taulengder er forskjellige og hver farge på et tau representerer en bokstav. Videre ropte Grete ut uttrykk som elevene skulle legge ut på bakken ved hjelp av tauene. Her er samtalen med elevene etterpå like viktig som aktiviteten i seg selv. Læreren må snakke med elevene om hva det har å si at med det samme algebraiske uttrykket, trakk elevene ulike lengder bortover med tauet. Hun må kunne klare få dem til å se sammenhengen mellom tauene som representerte bokstavene og hvordan dette skal representere at bokstavene i uttrykk er variabler. Likevel vil jeg tro det er viktig å tenke på hvilke bokstaver en bruker i en slik oppgave. Har man grønne og blå tau, og bruker uttrykk med bokstavene g og b , kan det skape et inntrykk av at bokstavene i algebrauttrykk også står for en slags etikett for et objekt (Küchemann, 1978), og som i dette tilfellet er at b -en er en etikett for *blått tau* og ikke lengden som varierer i alle gruppenes tau.

På samme måte som at en må være forsiktig i navngiving av hvilken bokstav en bruker på tauene i oppgaven over, er det også andre konkretiseringer som aldri blir brukt i algebraundervisningen akkurat fordi de ikke ønsker at elevene skal forstå bokstavene som en etikett for objekter (Küchemann, 1978). Dersom en ser på bokstavene som blir brukt for en ukjent verdi i for eksempel en lærebok, brukes ofte bokstavene a og b . Derfor bruker verken Grete eller Berit (se utdrag 4.52 og 4.30) appelsiner og bananer som eksempler for å konkretisere a og b til å representere noe annet.

Både Sophus og Grete bruker figurtall som et utgangspunkt for å introdusere algebraemnet og hvordan elevene kan bruke algebra til å generalisere (se utdrag 4.9 og 4.44.) Gjennom figurer som utvikler seg i et visst mønster får elevene starte å utforske hvordan de henger sammen. Her kan de telle, tegne, eller bruke brikker som Grete har erfart fungerer bra og er tidsbesparende (se utdrag 4.48) i arbeidet med å finne frem til hvordan figurene øker i størrelse i forhold til hverandre. Videre setter de på bokstaver som skal symbolisere en generell formel for figurtallene. Her knytter lærerne tall sammen med bokstavene, slik Læreplanen legger opp til i arbeid med algebra i form at de kaller hovedområdet for «tal og algebra» (Utdanningsdirektoratet, 2013, s. 3). Elevene får en innsikt over hvordan tallene for hver figur inngår i et system og ved hjelp av bokstaver kan de generalisere for en hvilken som helst størrelse av figur i den tallrekken.

Ved å konkretisere matematikken må læreren trekke av alle sine kunnskaper. Jeg tenkte først at konkretiseringer hovedsakelig går på lærerens hverdagskunnskaper i form av hvordan man kan trekke hverdagslige situasjoner sammen med matematikken, slik Berit gjør i sin undervisning. Men ser gjennom analysering av resultatene, sammen med kjennskap til teori at i hvilken grad konkretiseringsmaterieell fungerer i undervisningen går mer på lærerens matematiske kunnskaper. Som lærer må en kunne reflektere over elevers ulike mulige

representasjoner for matematiske ideer for å hjelpe dem å utvikle en abstrakt forståelse (Clements, 1999). Dette kan være utfordrende for en lærer, og her kommer også den profesjonelle kunnskapen inn i forhold til misoppfatninger. Det er viktig å kjenne til ulike misoppfatninger som elevene kan sitte med, da spesielt i forhold til begreper som brukes ofte i matematikken. Algebra er et emne som for mange kan bli sett på som et isolert tema, men bokstavene og variabler, likhetstegnet brukes gjennom hele skolegangen. Er ikke læreren oppmerksom på mulige misoppfatninger og forståelser elever kan ha av sentrale konsepter, er det også vanskelig å oppdage elevene som har misoppfatninger eller å finne konkretiseringsmaterieell som vil øke deres forståelse innen abstrakte ideer. I følge Ball (1990) betyr ikke bruk av konkrete nødvendigvis læring, da lærerens matematiske kunnskaper ikke er gode nok til å få til å knytte konkretene til matematikken.

5.5 Elevene som en ressurs for hverandre

Ved at elevene er en ressurs for hverandre menes at læreren legger opp til at elevene blir en kulturell ressurs (Adler, 2000). Elevene ser da ikke bare læreren som ressursen i klasserommet som sitter på kunnskapen, men også hverandre. Grete bruker gruppearbeid ofte i undervisningen slik at elevene sammen kommer frem til matematiske sammenhenger. Dette er noe Sophus de siste årene har brukt mer av enn tidligere.

Til forskjell fra de andre lærerne, grunner Grete en del av hennes praksis i forskning hun ble kjent med gjennom videreutdanning. Fem praksiser (Stein et al., 2008) er en organiseringsform hun bruker ofte. Gjennom for eksempel oppgaven om rammeproblemet. Dette er en oppgave som blir hentet fra læreboken Maximum under kapittelet om algebra, men Grete bruker den som en aktivitet før elevene har kommet til emnet. Dette er en oppgave som tar utgangspunkt i at elevene skal lage rammer ut av brikker til bilder i ulike størrelser, så noen kjenner kanskje igjen en slik type oppgave fra arbeid med faget kunst og håndverk fra tidligere årstrinn. Her arbeider elevene i grupper for å utforske og finne sammenhenger. Elever med ulike forutsetninger er satt sammen som er en berikelse (Nosrati & Wæge, 2015) for høytpresterende elever og en ressurs i form av at elevene kan forklare hverandre. Ved å arbeide i grupper blir også elevene tvunget til å kommunisere matematikken både muntlig og skriftlig, som Læreplanen sier at elevene skal kunne (Utdanningsdirektoratet, 2013). Samarbeid og at elevene finner denne sammenhengen selv i stedet for at den blir levert til dem er også en av faktorene som øker elevens indre motivasjon i matematikkundervisningen (Nosrati & Wæge, 2015)

Elevene blir oppfordret til å bruke egne løsningsstrategier, som også øker elevenes indre motivasjon (Nosrati & Wæge, 2015). Ved at Grete dermed velger rekkefølgen på elevenes løsninger, kan hun legge dem ut i fra den rekkefølgen hun ønsker de skal presenteres. Som mål er det at de skal gå fra de konkrete og tellbare tilfellene i rammeoppgaven, til hvordan det kan regnes ut dersom det er snakk om en stor, ukjent størrelse på bildet. Når Grete har brukt denne oppgaven i sine klasser har hun erfart at elevene kommer med ulike løsninger, noen svarer med ord og andre med bokstaver (se utdrag 4.40) noe som gjør arbeidet hennes enklere når løsningsforslagene rekkefølge skal bestemmes. Her kan Grete sette opp elevenes rekkefølge fra løsningene som er skrevet med ord og opp til de som har fått til å uttrykke det med bokstaver. Og det er her den viktigste, men kanskje den vanskeligste delen av undervisningen: forbinde de ulike løsningene sammen og til de matematiske ideene, og vurdere løsningene. Dette er en del av den matematiske kompetansen elevene skal utvikle (Utdanningsdirektoratet, 2013), da spesielt i forhold til å kunne vurdere andre og egne løsninger. Elevene presenterer sine egne løsningsmetoder ved hjelp av et matematisk språk, og det er elevenes løsninger som brukes som et utgangspunkt for videre læring, ikke læreren som presenterer sin løsning av svaret.

Elevene lærer med andre ord av hverandre, men med læreren som en veileder og som styrer organiseringen. Grete bruker Blantons spørsmålsstrategier for å bygge elevenes algebraiske tenkning, hvor mange av spørsmålene tar utgangspunkt i at elevene skal vurdere sine løsninger i forhold til de andre elevenes løsninger. Eksempler på disse spørsmålene er «Marta, er du enig i Jack? Hvorfor/hvorfor ikke?» og «Hva gjør løsningene deres ulike?». Elevene blir også utfordret i den grunnleggende ferdigheten om å kunne uttrykke seg muntlig (Utdanningsdirektoratet, 2013) gjennom spørsmål som «Ville du brukt et annet argument for å overbevise vennene dine enn for å overbevise læreren? Hvorfor?». Her må elevene omformulere sine svar og gjerne forklare annerledes til sine medelever, som også kan trene dem i hvordan en senere kan bli bedre medelever som hjelpere i arbeid i grupper.

En slik organisering hvor Grete bruker gruppearbeid som organiseringsform og gruppenes løsninger som utgangspunkt for undervisningen, bruker hun også til froskehopp-oppgaven. Her brukes også Fem praksiser, sammen med Blantons spørsmålsstrategier. Froskehopp-oppgaven ble også videre brukt som en vurderingsform for elevene i grupper (se utdrag 4.57). Elevene bruker altså også hverandre som ressurser når de skal bli vurdert. Grete vurderer elevene på samme måte som undervisningen hennes legges opp til, da innen algebraundervisningen.

Sophus ønsker å bruke mer arbeid med gruppearbeid i undervisningen og ønsker at elevene skal ha en mer relasjonell forståelse innen matematikken enn det han har lagt opp til tidligere (se utdrag 4.10). Han sliter derimot med hvordan grupper skal bli satt sammen. Han ønsker heterogene grupper, men ser at det er en utfordring med hvordan alle i gruppen kan bidra med noe. Gjennom arbeidet i grupper har han kanskje sett at det er flere elever som ikke bidrar i form av at de gjør lite. Dette er noe også Boaler (1998) så i sin sammenligning av de to skolene med ulike undervisningsmetoder. I klassen hvor elevene arbeidet med undersøkende matematikk var andelen elever som ikke var delaktige i noe arbeid større enn de som arbeidet tradisjonelt.

Ved å få elevene til å se på hverandre som en like stor ressurs er en krevende jobb for læreren. Et verktøy for å få til dette er Fem praksiser (Stein et al., 2008) sammen med Blantons spørsmålsstrategier. Men et slikt arbeid krever mye av lærerens matematiske kunnskaper i form av å finne ulike løsninger som hun forventer at elevene kan komme med, samtidig som å gjenkjenne disse og nye løsningsmetoder elevene kommer med som en ikke har forventet.

Sophus har også erfart at det ikke er alle elevene som klarer å dra det de har arbeidet med i gruppearbeidet til når de skal arbeide individuelt. Her kan problemet ligge når en skal trekke linjer mellom elevenes besvarelser og det en faktisk ønsker elevene skal lære, med andre ord hvordan en får den gjennomførte læreplanen til å være tilnærmet lik den planlagte læreplanen (Remillard, 2005). Læreren må bruke tid i undervisningen på hvordan løsningen går fra konkret til generell, men også sammenhengen mellom den generelle løsningen og hvordan algebra er en måte å «generalisere tallregning ved at bokstaver eller andre symbol representerer tall» (Utdanningsdirektoratet, 2013, s. 3). Gjennom at de forstår sammenhengen mellom metoden til problemet, kan de videre tilpasse den samme metoden til nye problemer. Dersom en får til dette som lærer, kan elevene utvikle relasjonell forståelse innen arbeid med algebra (Skemp, 1976).

7.0 Konklusjon

7.1 Lærerenes bruk av ressurser

Min undersøkelse av lærerenes bruk av ressurser støtter analysen til Valverde et al. (2002) om at læreboken er en av de mest brukte ressursene i et klasserom. Læreboken ble brukt som et utgangspunkt for undervisningen til alle tre lærerne. Likevel er det store ulikheter i hvordan boken brukes, også blant Sophus og Berit som bruker samme lærebok på samme skole. Berit er læreren som styres mest av læreboken og en ser at læreboken er ressursen som brukes for å implementere Læreplanen i undervisningen, som Grønmo og Ostad (2009) også har sett. Den matematiske kunnskapen hun viser gjennom oppgavene hun forteller om, handler hovedsakelig om prosedyrer. Noe som kan komme av at oppgavene i læreboken er instrumentelle og med fokus på ferdighetstrening, og det er læreboken hun hovedsakelig henter oppgaver fra.

Lærernes bruk av Læreplanen er derimot litt uklar. Ingen av lærerne nevner spesifikt hvordan den påvirker dem i undervisningen, og Berit nevner den ikke i det hele tatt. Likevel ser en hvordan den i ulik grad påvirker undervisningen deres. Alle legger vekt på den Generelle del (Kunnskapsdepartementet, 2015). Berits undervisning bærer preg av ferdighetstrening som er en del av den matematiske kompetansen eleven skal utvikle (Utdanningsdirektoratet, 2013). Grete har et større fokus på problemløsning og modelleringsoppgaver hvor elevene skal vurdere deres egne løsninger som er et annet aspekt av den matematiske kompetansen. Mens Sophus varierer ved at han underviser ved hjelp av problemløsningsoppgaver, mens oppgavene elevene arbeider med individuelt har fokus på ferdighetstrening.

Digitale hjelpemidler har, som Gueudet, Pepin & Trouche (2012) skrev, en økende rolle i klasserommet. Lærerne bruker dem både som en plattform for informasjon og en samleplass for oppgaver, og som ressurs for å både finne oppgaver og gi oppgaver til elevene. De fleste læreverkene tilbyr også nettressurser, hvor Faktor og Maximum er intet unntak. Sophus og Berit bruker Faktors oppgaver hovedsakelig som ekstraoppgaver, mens Grete bruker dem til svake elever som da får fortløpende tilbakemeldinger av programmet. Hun bruker i tillegg Kikora som en ressurs som muliggjør pedagogisk differensiering (Klette, 2007).

For elevenes forståelse i algebra er det flere ressurser som brukes, da spesielt konkretiseringer i ulike former. Da er det i hovedsak begrepsforståelse som er i fokus, da elevenes forståelse av *variabler*. Grete hadde et stort fokus på å gradvis introdusere bokstaver i arbeidet med matematikk slik at elevene fikk over tid flere møter med arbeid med bokstaver. Sophus introduserte også bokstavene i form av at elevene selv skulle utforske sammenhenger og bruke bokstaver for å finne en generell sammenheng mellom figur tall. I denne introduksjonen fikk han gode tilbakemeldinger fra elevene, og han fikk med seg flere elever enn han tidligere hadde fått. Gjennom sin profesjonelle kunnskap har han endret sin fremtidige praksis. Både Sophus og Grete har et fokus på at elevene skal prate matematikk sammen, i form av for eksempel gruppearbeid rundt utforskende oppgaver. Dette er i følge Nosrati og Wæge (2015) ypperlig for elevene, både i forhold til motivasjon og forståelse. Likevel erfarer begge lærerne at det fortsatt er utfordrende når elevene skal arbeide med manipulering av bokstavuttrykk, da det kan bli for abstrakt for dem. De leter begge etter «den algebraiske nøkkelen», hvor svaret kan ligge i at deres matematiske kunnskaper ikke strekker til i arbeid med å konkretisere elevenes mulige matematiske ideer (Ball, 1990).

Når det kommer til bruk av kunnskapsressurser er profesjonskunnskapen den Sophus og Grete trakk oftest på, noe som henger sammen med at de har undervist i 22 år hver og har derfor mange erfaringer som har gitt dem kunnskaper og noe å sammenlikne med. Dette stemmer overens med Adlers (2012) tidligere forskning om at lærerenes profesjonelle kunnskap spiller

en stor rolle i forholdet mellom læreren og lærebok. Dette ser en tydelig i Grete og Sophus' praksis hvor de tilpasser bruken av læreboken basert på tidligere erfaringer. Basert på deres kunnskaper om Læreplanen bruker de også sin matematiske kunnskap, sammen med sin profesjonelle for å tilpasse undervisningen på de områdene læreboken ikke strekker til. Berit har derimot liten erfaring som lærer, og hennes undervisning baseres hovedsakelig på læreboken. I aktivitetene hun viser og trekker på de andre kunnskapsressursene er også i forhold til læreboken og hvordan den kan tilpasses til egen praksis.

Dersom en ser på de tre lærernes bruk av ressurser er det noen bemerkninger jeg har gjort meg. I Gretes undervisning ser en mange elementer som står i tråd med Læreplanen i matematikk og Overordnet del. Hun har fokus på at elevene skal se sammenhenger og ha forståelse for matematikken hovedsakelig gjennom gruppearbeid og samtaler, i arbeid med problemløsningsoppgaver. Her skal elevene selv utvikle løsningsstrategier. Dette betyr at uten noe kontroll fra lærerens side, kan enkeltelever løse oppgaver kun ved hjelp av tegninger andre strategier som ikke krever bruk av algebra. Med andre ord er det muligheter for at noen elever ikke lærer hvordan en arbeider med bokstaver i uttrykk, og dermed ikke blir opplært innen ferdighetstrening, som også er et element i Læreplanen.

Sophus ser ut til å være midt i en endring av sin praksis. Undervisningen består av flere utforskende problemløsningsoppgaver, mens vurderingene er hovedsakelig instrumentelle. Vil elevene se en sammenheng mellom undervisning og vurderingskriterier? Og klarer Sophus å knytte de konkrete ideene, som kommer frem gjennom problemløsningsoppgaver sammen med de abstrakte matematiske ideene, slik at elevene kan bruke dem i arbeid med manipulering av bokstavuttrykk? Her kan Sophus være i mangel av matematiske kunnskaper eller profesjonelle kunnskaper, i form av mangel på ressurser som hjelper ham i dette arbeidet.

Berits undervisning baseres hovedsakelig på læreboken. Oppgavene som brukes er hovedsakelig instrumentelle og med fokus på ferdighetstrening. Arbeid i grupper og utforskende oppgaver blir ikke nevnt. Dette er også en del av Læreplanen i matematikk, som læreren skal følge. Læreboken kan komme i veien for at Læreplanen faktisk blir implementert i undervisningen. Om dette kommer av lave Læreplanskunnskaper i form av kunnskaper om Læreplanens innhold, er ikke noe jeg kan konkludere med men det kan være en faktor. Samtidig er Berit nokså nyutdannet, noe som betyr at hun har mange oppgaver å sette seg inn i, både av elever, foreldre, fagstoff og alt som hører til i en ny lærerhverdag. Derfor kan bruken av læreboken gjøre at en får mer tid til andre aspekter av lærerjobben som kan føles viktigere.

7.2 Vurdering av metode og analyse

Gjennom arbeidet med denne oppgaven har jeg prøvd å besvare mitt forskningsspørsmål som går på lærerens bruk av ressurser. Likevel er det noen ting jeg har tenkt på både under arbeidet og i ettertid av arbeidet, som kunne ha styrket oppgaven. Blant annet hvordan lærerens omgivelser påvirker deres bruk av ressurser. På de fleste skolene er det skoleledelsen eller fagansvarlig som velger læreverk og hvilke nettressurser en skal ha tilgang på. Det er med andre ord andre faktorer enn lærerens egne valg av ressurser som spiller inn i hvilke ressurser læreren tar i bruk i klasserommet. Gjennom Sophus' vurderinger av både lærebok og læreverkets nettressurs har han over tid sett flere elementer i dem som han ikke er spesielt fornøyd med, for eksempel hvordan boken er organisert, at prøvene hovedsakelig er basert på instrumentelle oppgaver og at nettoppgavene er like som oppgavene i oppgaveboken. Likevel er læreboken og læreverkets ressurser sentrale i hans praksis. Ved å undersøke skolenormen blant matematikklærerne på skolen hans og deres bruk av ressurser, kunne det gjerne gitt en bedre innsikt i dette.

Likevel føler jeg at datainnsamlingen min har vært relevant for å besvare forskningsspørsmålet. Målet var å se på lærerens bruk, med muligheter for at læreren kan forklare deres bruk og tankene bak denne bruken. Samtidig kunne oppgaven blitt styrket med et større datamateriell, for eksempel gjennom observasjon. Da kunne man sett hva som faktisk har foregått i praksis. I forhold til intervjuene som ble gjennomført, syntes jeg det er viktig å poengtere at dette er tre intervjuer på rundt 50 minutter hver. Dette betyr at læreren umulig kan ha nevnt alle ressursene læreren bruker i algebraundervisningen på 8. trinn, og spesielt ikke alle bruksområdene en ressurs har. Samtidig kan det også ha skjedd misoppfatninger i forhold til begrepet ressurs, og at læreren ikke har kommet på alle ressursene de faktisk bruker. Denne oppgaven beskriver store aspekter ved lærernes undervisning innen algebra, men langt i fra alle.

Hensikten med denne forskningen har ikke vært å vurdere lærerne og deres undervisning ut fra hvordan ressursene blir brukt i deres algebraundervisning. Da spesielt ikke i form av hvor «suksessfulle» de er i undervisningen. Likevel er det muligheter for at mine holdninger for matematikkundervisningen kan skinne gjennom. Samtidig er det nok umulig at jeg ikke legger mitt «avtrykk» igjen i denne oppgaven. Allerede i utarbeidingen av analyseverktøyet, som er basert på Adlers (2012) kunnskapsressurser som er tilpasset til mitt datamateriell. Jeg har gjennom min forståelse av hva de fire kunnskapsressursene innebærer, kategorisert dataene fra hver lærer. Her kan andre, med andre tolkninger, kanskje ha sortert annerledes og med det fått andre resultater når det kommer til lærerens bruk av kunnskapsressurser.

7.3 Perspektivering

Siden dette er en undersøkelse som kun baseres på tre lærere kan den derfor ikke generaliseres. Likevel vil nok flere lærere kunne sammenlikne deres egen bruk av ressurser med en av lærerne i denne oppgaven. Som nevnt er læreboken den ressursen som ble mest brukt av de tre lærerne, noe som stemmer godt overens med lærebokbruken blant lærere generelt (Kongelf, 2015). Likevel syntes jeg at de tre lærerne viser hvordan læreboken kan brukes på ulike måter, da de tre lærerne bruker læreboken nokså ulikt. På denne måten kan en bred gruppe av lærere kjenne igjen sin egen bruk blant en av de tre lærerne – eller som en kombinasjon av dem. Dette gjelder på samme måte med bruken av de andre ressursene i undervisningen, da spesielt nettressursene.

Ved å se på teori, sammen med analyseringen av dataene har jeg sett at valget av hvilke ressurser en tar i bruk, kan i stor grad påvirke undervisningen. Faktor er et læreverk som tilbyr det meste en lærer trenger til undervisningen i arbeid med alle emner i matematikkundervisningen: prøver, tentamener, løsningsforslag, målark basert på kompetansemålene, digitale oppgaver, ulike lærebøker til elevene og Campus Inkrement. Dersom en tar i bruk alle disse ressursene, med ingen eller liten tilpasning til sin elevgruppe, kan hverdagen som matematikklærer være relativt enkel. Dersom lærebokens formelle læreplan er tilnærmet lik den planlagte Læreplanen (Remillard, 2005) er denne bruken av ressurser problemfri. Men siden det ikke finnes noen nasjonal komité som kvalitetssjekker lærebøkene, om den står i tråd med Læreplanen, er det da viktig at læreren gjør. Det er Læreplanen læreren først og fremst skal ha som utgangspunkt, ikke læreboken.

Gjennom arbeidet med denne oppgaven er det en lærer jeg har bemerket meg, Sophus. I intervjuet vurderer han flere av ressursene han bruker og forteller om erfaringer med ulike ressurser. Her kommer det flere ganger frem at ressursene han bruker, er litt motstridende i forhold til undervisningen han ønsker å gjennomføre i matematikk. Han ønsker mer bruk av grupper og samtaler, noe han bruker mer og mer av i undervisningen. Dette ser han utfordringer med i forhold til gruppesammensetninger og hvordan elevene får utbytte av

samarbeid når de skal arbeide individuelt. I analysen av hans praksis, sammen som Gretes, som har flere ressurser tilgjengelig når det kommer til gruppearbeid og samtaler som brukes mye i hennes undervisning, har jeg lurt på om Sophus' praksis hadde endret seg mer om han også hadde tilgang på slike ressurser (som *Fem praksiser*, annet læreverk, *Samtaletrekk*)? En slik overgang som Sophus er i nå ville nok vært lettere med relevante ressurser tilgjengelig. Og jeg vil tro at nå når en ny Læreplan er på vei, med større fokus på forståelse enn pugging, vil nok flere lærere endre sin praksis og havne i samme situasjon som Sophus.

I løpet av arbeidet med denne oppgaven har læringsutbytte mitt vært stort. Jeg har også fått muligheten til å reflektere mye over hvordan jeg ønsker å introdusere algebra til mine fremtidige elever. Selv om jeg har liten erfaring utenom praksis i regi av universitetet, har jeg fortsatt en lang og god utdanning innen matematikkfaget som jeg kan trekke kunnskaper fra. Da både i form av teori fra forelesninger og gjennom arbeidet med denne oppgaven. Jeg har også fått en tro på at matematikk kan både ha fokus på at elevene skal ha det gøy og få forståelse for faget, det trenger ikke å være motsetninger slik Moyer (2001) ser det ofte er i undervisningen til lærerne hun undersøkte. Algebra er kanskje et emne som er komplekst, og bygger på flere av elevenes forkunnskaper som kan være utfordrende når de må bruke så mange på én gang. Likevel, dersom undervisningen fokuserer på at elevene skal forstå, vil det i det lange løp også være lettere for eleven (Skemp, 1976). I arbeidet med forståelse blant elevene er det også viktig at en som lærer er oppmerksom på elevers mulige misoppfatninger, slik at en har dette i bakhodet både i valg av oppgaver til undervisning, lekser og vurderinger, men også for å kunne fange opp elevene som først får en misoppfatning. Gjennom påfyll i min profesjonelle kunnskap, føler jeg meg tryggere i egen matematiske forståelse, og som lærer som har muligheten til å tilpasse undervisningen rundt bokstaver gjennom konkretiseringer og andre ressurser jeg har blitt kjent med i denne forskningen.

7.0 Litteraturliste

- Adler, Jill. (2000). "Conceptualising Resources as a Theme for Teacher Education." *Journal of Mathematics Teacher Education* 3.3: 205-24. Web.
- Adler, J. (2012). Knowledge Resources in and for School Mathematics Teaching. I G. Gueudet, B. Pepin & L. Trouche (red.), *From Text to 'Lived' Resources: Mathematics Curriculum Materials and Teacher Development* (Vol. 7, s. 3-22: Springer.
- Ball, D. L. (1990). *The mathematical understandings that preservice bring to teacher education*. *Elementary School Journal* 90, 449-466.
- Ball, D.L. (1992). *Magical hopes: Manipulatives and the reform of math education*. *American Educator* 16(2), 14-18, 46-47.
- Bergsten, C., Häggström, J., Lindberg, L. (1997). *Algebra för alla*. Göteborg: Nämnaren.
- Brekke, G. *Veiledning Til Algebra: F, H Og J*. (2000). Bokmål[utg.]. ed. Oslo: Nasjonalt Læremiddelsenter. Print.
- Brown, M. W. (2009). The teacher-tool relationship: theorizing the design and use of curriculum materials. In J. T. Remillard, B. A. Herbel-Eisenmann & G. M. Lloyd (Eds.), *Mathematics teachers at work: connecting curriculum*
- Bryman, A. (2012). *Social research methods*. Oxford: Oxford University press.
- Chávez-López, O. (2003). From the textbook to the enacted curriculum: textbook use in the middle school mathematics Classroom. University of Missouri.
- Clements, D. H. (1999). *Concrete manipulatives, concrete ideas, Contemporary Issues in Early Childhood*. 45-60
- Clements, D. H., & Samara, J. (2007). Effects of a preschool mathematics curriculum: Summary research on the *Building Blocks* project. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38, 136– 163.
- Gilbert, R. K., & Bush, W. S. (1988). Familiarity, availability, and use of manipulative devices in mathematics at the primary level. *School Science and Mathematics*, 88, 459– 469.
- Grønmo, L. S. & Onstad, T. (2009). Tegn til bedring. Norske elevers prestasjoner i matematikk og naturfag i TIMSS 2007. Oslo: Unipub.
- Gueudet, G., Pepin, B. & Trouche, L. (2012). Introduction. In G. Gueudet, B. Pepin & L. Trouche (Eds.), *From text to "lived" resources: mathematics curriculum materials and teacher development* (pp. ix–xiii). Dordrecht: Springer.
- Howard, P., Perry, B., & Tracey, D. (1997). Mathematics and manipulatives: Comparing primary and secondary mathematics teachers' views. Paper presented at Australian Association for Research in Education, Brisbane, Australia.
- Knuth, E. J., Alibali, M. W., McNeil, N. M., Weinberg, A., Stephens, A. C. (2007). *Middle School Students' Understanding of Core Algebraic Concepts: Equivalence & Variable*. *Mathematical thinking and learning*, 9:3, 249-272. DOI: 10.1080/10986060701360910

Klaveness, Elise. (2010). *Konkretiseringsmateriell og Abstraksjonsmateriell*. Tangenten 21.1: 27-53. Web.

Klette, K. (2007). Bruk av arbeidsplaner i skolen – et hovedverk for å realisere tilpasset opplæring? Norsk Pedagogisk Tidsskrift, 91 (4), 344–358.

Knuth, E. J., Alibali, M. W., McNeil, N. M., Weinberg, A., Stephens, A. C. *Middle School Students' Understanding of Core Algebraic Concepts: Equivalence & Variable*.

Kongelf, T. R. (2015). Introduksjon av algebra i matematikkbøker for ungdomstrinnet i Norge. Nordic Studies in Mathematics Education, 20:(3-4), 83–109.

Küchemann, D. (1978). *Childrens understanding of numerical variables*. Mathematics in School, 7(4), 23-26.

Kunnskapsdepartement. (2015). *Den generelle delen av læreplanen*. Hentet fra: https://www.udir.no/globalassets/upload/larerplaner/generell_del/generell_del_lareplanen_bm.pdf

LeCompte, M. D., and Goetz, J.P. (1982). *Problems and Reliability and Validity in Ethnographic Research*, Review of Educational Research, 52: 31-60

Moyer, P. S. (2001). *Are We Having Fun Yet? How Teachers Use Manipulatives to Teach Mathematics*. Educational Studies in Mathematics. 175-97. Web.

Nosrati, M., & Wæge, K. (2015). Sentrale kjennetegn på god læring og undervisning i matematikk. Trondheim: Nasjonalt senter for matematikk i opplæring. Lastet ned 04.05.2019 fra: <https://utdanningsforskning.no/artikler/sentrale-kjennetegn-pa-god-laring-og-undervisning-i-matematikk/>

Perkkilä, P. (2003). Primary school teachers' mathematics beliefs and teaching practices. Third Conference of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 3, Bellaria, Italia, Febrero).

Piaget, J. (1952). *The Child's Conception of Number*, Humanities Press, New York

Remillard, Janine T. "Curriculum Materials in Mathematics Education Reform: A Framework for Examining Teachers' Curriculum Development." Curriculum Inquiry 29.3 (1999): 315-42. Web.

Remillard, J. T. (2005). *Examining Key Concepts in Research on Teachers' Use of Mathematics Curricula*. Review of Educational Research, 75(2), 211-246. doi: 10.2307/3516049

Remillard, J. T., B. A. Herbel-Eisenmann, and G. M. Lloyd. (2009) *Mathematics Teachers at Work : Connecting Curriculum Materials and Classroom Instruction*. New York: Routledge. Print. Studies in Mathematical Thinking and Learning.

Schmidt, W. (2001). *Why schools matter: a cross-national comparison of curriculum and learning*. San Francisco: Jossey-Bass.

Skemp, R. R. (1976). Relational Understand and Instrumental Understanding. *Mathematics Teacher* 77, 20-26. Hentet fra: <http://mrchadburn.co.uk/wp-content/uploads/2017/10/Skemp-Relational-and-Instrumental-Understanding.pdf>

Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., and Hughes, E. K. *Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move beyond Show and Tell*. *Mathematical Thinking and Learning: An International Journal* 10.4 (2008): 313-40. Web.

Uribe-Florez, Lida J., and Wilkins, Jesse L.M. (2010). "Elementary School Teachers' Manipulative Use. (Report)." *School Science and Mathematics* 110.7. 363. Web.

Utdanningsdirektoratet. (2013). Læreplan i matematikk fellesfag. Hentet fra: <http://data.udir.no/k106/MAT1-04.pdf>

Valverde, G., Bianchi, L., Wolfe, R., Schmidt, W., & Houang, R. (2002). *Textbooks And Educational Opportunity According to the Book*. s. 1-20. Springer

Wellington, J. (2000). *Educational Research: Contemporary issues and practical approaches*. London: Continuum

Wæge, K. (2015). *Samtaletrekk – Redskap I Matematiske Diskusjoner*. *Tangenten* 26.2. 22-27. Web.

Vil du delta i forskningsprosjektet «Lærerens bruk av ressurser i algebra»?

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å se på **lærerens bruk av ressurser** innen algebra i undervisningen på ungdomstrinnet fra ulike læreres perspektiv. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål

Dette er en masteroppgave som skal skrives våren 2019.

Som fremtidig matematikklærer er noe av det viktigste for meg å ha en god forståelse innen matematikk og didaktikk. Algebra er et emne som mange elever sliter med i faget og jeg ønsker derfor å komme ut i skolen med en bred forståelse innen emnet. Derfor vil ønske jeg å se hva lærerne i skolen gjør nå. Jeg har valgt en tilnærming på dette ved å se på lærerens bruk av ressurser for å se hvordan disse blir brukt i undervisningen i algebra. Jeg gir intervjuguiden til deg på forhånd og spør hvilken tilnærming du ville brukt for å introdusere algebra i din klasse. Fokuset vil ligge på begrunnelsene bak dine valg.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

Universitetet i Agder, avdeling Kristiansand er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Jeg spør deg som lærer i matematikk på ungdomstrinnet, som er kjent med temaet algebra. Du vil være en av 3-5 intervjuobjekter i denne masteroppgaven.

Hva innebærer det for deg å delta?

Det kommer til å være et personlig intervju, med lydopptak. Opplysningene vil krypteres ved lagring hvor jeg er den eneste med adgang til dataene, og dataene vil bli slettet ved prosjektslutt. Intervjuet vil vare i ca 30-45 minutter.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykke tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle opplysninger om deg vil da bli anonymisert. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?

Prosjektet skal etter planen avsluttes i mai/juni 2019. Da slettes all informasjon om deg.

Dine rettigheter

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg,
- å få rettet personopplysninger om deg,
- få slettet personopplysninger om deg,
- få utlevert en kopi av dine personopplysninger (dataportabilitet), og
- å sende klage til personvernombudet eller Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Hvor kan jeg finne ut mer?

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- Universitetet i Agder, Kristiansand ved Unni Wathne (telefon: 38141696, epost: unni.wathne@uia.no) og Jorunn Reinhardttsen (telefon: 38142254, epost: jorunn.reinhardttsen@uia.no)
- Prosjektansvarlig: Ingrid Thu Frafjord (telefon: 47818773, epost: ingrif14@uia.no)
- Vårt personvernombud: Ina Danielsen (telefon: 45254401, epost: ina.danielsen@uia.no)
- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS, på epost (personvernombudet@nsd.no) eller telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

Prosjektansvarlig

Unni Wathne & Jorunn Reinhardttsen

Ingrid Thu Frafjord

Samtykkeerklæring

Samtykke kan innhentes skriftlig (herunder elektronisk) eller muntlig. NB! Du må kunne dokumentere at du har gitt informasjon og innhentet samtykke fra de du registrerer opplysninger om. Vi anbefaler skriftlig informasjon og skriftlig samtykke som en hovedregel.

- Ved skriftlig samtykke på papir, kan du bruke malen her.
- Ved skriftlig samtykke som innhentes elektronisk, må du velge en fremgangsmåte som gjør at du kan dokumentere at du har fått samtykke fra rett person (se veiledning på NSDs nettsider).
- Hvis konteksten tilsier at du bør gi muntlig informasjon og innhente muntlig samtykke (f.eks. ved forskning i muntlige kulturer eller blant analfabeter), anbefaler vi at du tar lydopptak av informasjon og samtykke.

Hvis foreldre/verge samtykker på vegne av barn eller andre uten samtykkekompetanse, må du tilpasse formuleringene. Husk at deltakerens navn må fremgå.

Tilpass avkryssingsboksene etter hva som er aktuelt i ditt prosjekt. Det er mulig å bruke punkter i stedet for avkryssingsbokser. Men hvis du skal behandle særskilte kategorier personopplysninger og/eller de fire siste punktene er aktuelle, anbefaler vi avkryssingsbokser pga. krav om eksplisitt samtykke.

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *Læreres tilnærming innen algebra*, og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

å delta i personlig intervju

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet, ca. Mai/juni 2019.

(Signert av prosjektdeltaker, dato)

8.2 Vedlegg B: Intervjuguide

Hva er din utdanning og når gjennomførte du din utdanning?

Har du tatt noen kurs, videreutdanning og/eller etterutdanning i matematikk?

Hvor lenge har du undervist i matematikk?

Hvor mange timer underviser du i matematikk i uka?

Hva omfatter temaet bokstavuttrykk på 8. trinn?

- Hva er sentralt?

Hvordan introduserer du temaet «tall og algebra»?

- Har elevene blitt introdusert for sentrale begreper innen bokstavregning tidligere?

Hva kan være utfordrende for elevene å forstå innen temaet om bokstavuttrykk?

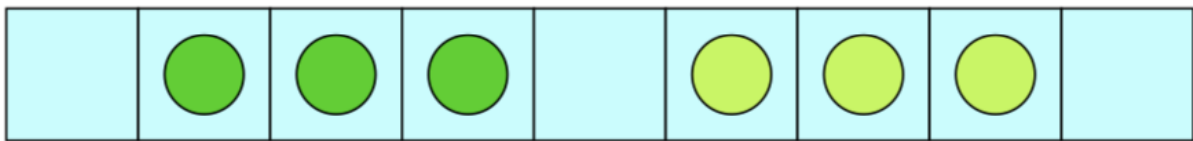
Hvilke ressurser bruker du for å tilpasse undervisningen til hele elevgruppen?

8.3 Vedlegg C: Froskehopp-oppgave

FROSKEHOPP

En lysegrønn og en mørkegrønn froskefamilie sitter på vannliljeblader. Det er tre lysegrønne og tre mørkegrønne frosker og midt i mellom dem er det et ledig vannliljeblad. Den ene familien vil gjerne bytte plass med den andre, og froskene kan flytte seg på følgende måter:

1. De lysegrønne froskene flytter mot venstre og de mørkegrønne mot høyre.
2. De kan hoppe til et ledig naboblاد eller over en annen frosk til et ledig blad.
3. Det er ikke plass til mer enn én frosk på et blad
4. Oppgaven er ferdig når de to familiene har byttet plass.



OPPGAVER

- A. Still opp tre mørkegrønne og tre lysegrønne brikker på et rutemønster slik som på figuren (bruk knapper, mynter eller noe annet, men det må være to ulike typer, så familiene skilles fra hverandre)
- B. Når du har klart det, gjør det en gang til. Denne gangen teller du antall hopp.
- B. Når du har klart det, gjør det en gang til. Denne gangen teller du antall hopp.
- C. Prøv samme oppgave med en frosk på hver side. Hvor mange hopp må til? Prøv også med to frosker på hver side.
- D. Lag en tabell der du fører opp antall frosker på den ene siden i én kolonne og antall hopp fra de starter til alle har byttet plass i en annen kolonne. Prøv å finn en sammenheng mellom tallene i de to kolonnene.
- E. Gjett hvor mange hopp som trengs når det er fire frosker på hver side. Sjekk om det stemmer.

Vanskeligere

- F. Gjett hvor mange hopp som trengs når det er 50 eller 100 frosker på hver side.
- G. Kan du finne en formel som gjør at du kan regne ut antall hopp uansett hvor mange frosker som er på hver side?

Hentet fra:

<https://www.matematikkenteret.no/sites/default/files/attachments/page/Likninger%20og%20algebra.pdf>

8.4 Vedlegg D: Rammeproblem

Eksempel 4

Rikke lager bilderammer av kvadratiske mosaikkbiter. Sidene i mosaikkbitene er 1 cm lange.

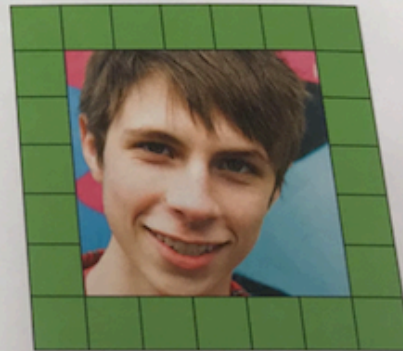
- Én av rammene til Rikke er til et kvadratisk bilde som er $5 \cdot 5$ cm. Hvor mange mosaikkbiter trenger Rikke til denne rammen?
- Skriv med ord hvor mange mosaikkbiter Rikke må ha til en kvadratisk ramme når du vet lengden på sidene til bildet.
- Skriv et algebraisk uttrykk for antall mosaikkbiter Rikke trenger til en ramme rundt et bilde der sidene er n cm lange. n er hele centimeter.

Løsningsforslag

- Figuren viser at det er fem mosaikkbiter på hver side, pluss én mosaikkbit i hvert hjørne. Det vil si:

$$4 \cdot 5 + 4 = 20 + 4 = \underline{24}$$

Rikke trenger 24 mosaikkbiter
til denne rammen



Bildet er tatt fra Maximums grunnbok.

8.5 Vedlegg E: Blantons spørsmålsstrategier

Dokumentet under ble tilsendt til meg fra læreren i etterkant av intervjuet hvor hun informerte om at de selv hadde oversatt spørsmålene til norsk.

Spørsmålsstrategier for bygging av algebraisk tenkning (Blanton s. 104)

Be elevene dele og forklare sine ideer (f. Eks strategier, modelleringer, teorier og forklaringer):

- Har noen en teori de vil dele?
- Hvordan modellerte du problemet?
- Hvordan modellerte du tenkingen din?
- Hvorfor brukte du akkurat denne modellen? Hvordan hjalp denne deg å finne løsningen?
- Hvilken strategi brukte du?
- Hvordan fikk du svaret ditt?
- Hva står n for i besvarelsen din?

Be elevene finne likheter og ulikheter i deres ideer (f.eks strategier, modelleringer, teorier og forklaringer):

- Marta, er du enig med Jack? Hvorfor/hvorfor ikke?
- Fikk noen en annen løsning?
- Hva gjør at ideene deres ulike?
- Finnes det en bedre måte å organisere informasjonen?
- Ville du brukt et annet argument for å overbevise vennene dine enn for å overbevise læreren? Hvorfor?

Be elevene finne og beskrive teorier om mønster og forhold?

- Ser du/dere noe som alltid skjer?
- Ser du/dere noe som alltid er sant?
- Hvordan vil du/dere beskrive det som hovedsakelig skjer her?
- Kan du beskrive mønsteret ditt (forholdet) med ord?
- Kan du beskrive mønsteret ditt (forholdet) med symboler?
- Hvordan kom du fram til mønsteret ditt?

Be elevene rettferdiggjøre teoriene dine:

- Hvordan vet du om teorien alltid vil være sann/riktig?
- Hvordan vet du at løsningen din alltid vil stemme?
- Hvordan vil du overbevise vennene dine?
- Hvordan vil du overbevise foreldrene dine?

Be elevene utvikle mer sofistikerte metoder for å uttrykke sine matematiske ideer:

- Hvordan kan du beskrive dette forholdet/besvarelsen ved å bruke symboler (bokstaver) i stedet for ord?
- Hvordan kan vi representere denne ukjente mengden? Hvordan kan vi representere denne varierende mengden? Finnes det en bokstav eller et symbol vi kan bruke for å representere «dette», noe som er enklere å skrive enn hele navnet eller hele mengden med ord?