UNIVERSITETET I AGDER

Tiendeklassingers problemløsningsstrategier i matematikk.

En studie av et utvalg tiendeklassingers strategibruk under arbeid med tre problemløsningsoppgaver i matematikk.

ANNE KARLSEN

VEILEDER
Per Sigurd Hundeland

Universitetet i Agder, 2017
Fakultet for teknologi og realfag
Institutt for matematiske fag

Forord

Hvis noen hadde sagt til meg at jeg kom til å ta en mastergrad da jeg begynte på grunnskolelærerutdanningen for fem år siden, vet jeg ikke om jeg hadde trodd på det. Likevel sitter jeg her, nesten fem år senere, og har skrevet masteroppgave. Til tross for at det har vært mange tunge tak gjennom kanskje spesielt de siste to årene, angrer jeg ikke på at jeg har valgt å utdanne meg til lærer. Jeg gleder meg til å begynne å jobbe, og håper at jeg kan formidle til elevene mine at matematikk er nyttig, spennende og gøy - ikke et fag som er reservert for noen få som har et spesielt matematikktalent.

Jeg kom tilbake til Norge i desember 2016 etter å ta tilbrakt høstsemesteret ved University of Victoria, i Canada. Etter noen hektiske måneder der, var jeg nokså sliten og lite motivert til å gå i gang med det som for meg fremsto som et stort forsknings- og skriveprosjekt. Takket være gode venner og familie som har støttet og oppmuntret meg kom jeg i gang med planleggingsarbeidet og etter hvert også med skrivearbeidet. Masterprosjektet tok form, og ble stadig mer givende å jobbe med jo mer som kom på plass. Om ikke annet, har jeg lært mye om hva som skal til for å gjøre et godt forskningsarbeid og om hvordan man kan lære av andres forskning. Erfaringene jeg har gjort meg i løpet av de siste årene vil forhåpentligvis komme til nytte når jeg nå snart skal ut i arbeidslivet.

Jeg ønsker å rette en stor takk til min flinke veileder, Per Sigurd Hundeland, som gjennom hele denne perioden har kommet med gode og konstruktive tilbakemeldinger og som også har besvart mine mange spørsmål. Takk også til skolen hvor jeg fikk gjennomføre datainnsamlingen min, til elevene ved tiende trinn som var villige til å delta, og til lærerne der som hjalp meg å tilrettelegge for dette.

Anne Karlsen

Universitetet i Agder

Mai 2017

Sammendrag

Denne masteroppgaven handler om et utvalg tiendeklassinger og deres strategibruk under arbeid med tre problemløsningsoppgaver i matematikk. I Kunnskapsløftet finnes det jeg vurderer som nokså ambisiøse kompetansemål knyttet til hva elever skal mestre etter tiende trinn med hensyn til effektiv og strategisk problemløsning. Likevel har jeg fått inntrykk av at dette er et kompetansemål som ikke vies altfor mye oppmerksomhet. Jeg ønsket derfor å undersøke hvordan elever arbeider med ulike typer problemløsningsoppgaver i matematikk, altså oppgaver som de ikke umiddelbart vet hvordan de kan løse ved hjelp av en kjent fremgangsmåte.

I min gjennomgang av forskningslitteratur knyttet til temaet, fant jeg adskillige studier som hadde undersøkt matematisk problemløsning og knyttet dette opp mot «self-efficacy» eller mestringstro. Mestringstro handler om hvordan mennesker vurderer sin egen evne til å utføre gitte oppgaver. I neste omgang vil disse vurderingene få konsekvenser for deres prestasjoner, motivasjon og utholdenhet i ulike sammenhenger. Når det gjelder matematisk problemløsning, har forskere funnet en sammenheng mellom elevers mestringstro og deres prestasjoner – desto høyere mestringstro elever har, desto bedre presterer de i mange tilfeller under arbeid med problemløsningsoppgaver.

Jeg valgte på bakgrunn av dette å utforme to forskningsspørsmål, hvorav det første er: *Hvilke typer strategier bruker et utvalg tiendeklassinger under arbeid med tre problemløsningsoppgaver i matematikk?* For å belyse dette spørsmålet, satte jeg sammen et rammeverk med ni kategorier som jeg ønsket å bruke som utgangspunkt for å sortere elevenes strategibruk. Disse hentet jeg fra forskningslitteratur og fra annen litteratur om problemløsning. Jeg valgte også ut tre problemløsningsoppgaver som jeg ville bruke i datainnsamlingen, og forsøkte å vurdere hva slags strategityper jeg kunne forvente å se i bruk med utgangspunkt i hvordan disse var utformet.

Mitt andre forskningsspørsmål er følgende: *Hvilken sammenheng er det mellom elevers mestringstro når det gjelder problemløsningsoppgaver og deres strategibruk under arbeid med disse?* Med utgangspunkt i annen forskning på området, hadde jeg en tanke om at elever med høy mestringstro ville være flinke til å velge strategier som var hensiktsmessige i arbeidet med hver enkelt oppgave. Jeg forsøkte å måle elevenes mestringstro ved hjelp av et egenvurderingsskjema der de innledningsvis vurderte sine egne problemløsningsferdigheter samt vanskelighetsgraden til de tre oppgavene de hadde fått utdelt og hvor sikre de følte seg på å klare å løse hver av oppgavene. Skjemaet utarbeidet jeg etter å ha studert annen forskning som har hatt til hensikt å måle mestringstro.

Datamaterialet mitt består av videoopptak og lydopptak fra tre sekvenser á omtrent 30 minutter hver, der to og to tiendeklassinger fyller ut egenvurderingsskjemaene, samarbeider om å forsøke å løse tre problemløsningsoppgaver og deretter svarer på noen få spørsmål knyttet til dette. Analysen baserer seg i hovedsak på videoopptakene og elevenes kladdeark samt transkripsjoner av alt som blir sagt i løpet av de tre sekvensene. Jeg har forsøkt å forstå og plassere elevenes strategibruk i de ni kategoriene fra rammeverket mitt så langt det har vært mulig. Elevenes utsagn og notater blir presentert i analysen der jeg synes disse er interessante i forhold til å belyse og forstå deres strategibruk.

Etter å ha studert elevenes arbeid og forsøkt å kategorisere det jeg observerte, satt jeg igjen med utsagn eller notater som jeg kunne plassere i samtlige av de ni kategoriene mine. Noen

typer strategier forekommer etter min mening hyppigere enn andre, og noen er så å si fraværende. Bakgrunnen for at det fordeler seg slik er det vanskelig å si noe sikkert om, men jeg tror at det kan ha mye å si at jeg valgte nettopp de tre problemløsningsoppgavene som jeg valgte. Aspekter knyttet til elevene, deres matematikkferdigheter, erfaringer og karaktertrekk vil selvsagt også spille en rolle her.

Jeg kunne ikke besvare det andre forskningsspørsmålet mitt før jeg nærmest hadde avsluttet arbeidet med det første, fordi jeg trengte en oversikt over de ulike elevenes strategibruk før jeg kunne holde denne opp mot egenvurderingen deres. Med utgangspunkt i datamaterialet mitt, kan jeg ikke konkludere med at jeg ser noen form for sammenheng mellom elevers mestringstro og deres strategibruk. Mine funn støtter heller ikke opp under hypotesen jeg hadde innledningsvis om at elever som gir uttrykk for høyere mestringstro ville velge mer hensiktsmessige strategier under arbeidet med de tre oppgavene.

Selv om undervisning om ulike problemløsningsstrategier kan være bra, peker forskningen på at den viktigste faktoren for å utvikle gode problemløsningsevner er at man får mulighet til å jobbe med et mangfold av matematiske problemer.

Matematikkdidaktisk forskning går fremover med små skritt. Mitt bidrag kan forhåpentligvis inspirere lærere til å legge til rette for at elever får mulighet til å arbeide mer med problemløsning i matematikkfaget.

Summary

In this study I have looked at a sample of tenth graders and the types of strategies they apply while attempting to solve three problem solving tasks in mathematics. According to the national Norwegian mathematics curriculum, students are supposed to be able to apply problem solving strategies flexibly and efficiently by the time they finish grade 10. My impression is that mathematics teachers in general tend to put more emphasis on other goals and learning outcomes, the ones that will be tested in particular. With that as a backdrop, I wanted to investigate how students undertake different kinds of problem solving tasks; that is tasks that the students do not immediately know how to solve by the use of an algorithm or a formula.

My review of previous research related to problem solving led me to multiple studies that investigated the connection between problem solving performance and self-efficacy. Self-efficacy has to do with how people assess their ability to perform certain tasks. Ultimately these kinds of assessments have the power to influence people's performance, motivation and stamina. When it comes to mathematical problem solving, researchers have found correlations between students' self-efficacy beliefs and their problem solving abilities. Students that report to having a higher level of self-efficacy have been found to outperform their less confident counterparts in several areas, mathematical problem solving being one of them.

I wanted to have a look at two research questions, of which the first is: *What kinds of strategies do a sample of tenth graders apply while working on three problem solving tasks in mathematics?* In order to gain insight into this question, I built a framework that consists of nine categories in order to use it as a basis for my analysis. The framework was inspired by literature from research and other kinds of literature related to mathematical problem solving. I also decided on three problem solving tasks that I wanted to use in my data collection, and I tried to reflect on the types of strategies that would be reasonable to expect on the basis of those tasks.

My second research question is: *What kind of connection is there between students' self-efficacy beliefs regarding problem solving tasks and the strategies they apply while working on solving these?* Based on my literature review I initially hypothesized that students with a high level of self-efficacy would be better at purposefully choosing strategies while attempting to solve the three tasks. I tried to measure the students' levels of self-efficacy by having them fill out a self-assessment form. They were asked to rate their own problem solving abilities, the level of difficulty they perceived in each of the three tasks, and their level of confidence with regards to actually solving the tasks. I created the form after having looked at other studies that had attempted to measure self-efficacy.

In my data collection, I gathered data in the form of video recordings and audio recordings from three sequences of approximately 30 minutes each, where two tenth graders at a time were asked to fill out the self-assessment forms, then collaborate to try and solve the three tasks at hand and eventually took part in an interview where I asked them a few questions. My analysis is based mainly on the video recordings, the students' notes, and written transcripts of everything that was said during the three sessions. I have attempted to understand and categorize my observations in the nine pre-made categories from my framework as far as possible. The students' utterances and pictures of their notes are included in the analysis whenever I find that these can shed some light on how the students think and strategize.

After having studied and tried to categorize my observations, I was left with utterances or notes that I thought fit into all of my nine categories. The way I see it, some kinds of strategies occur quite frequently, while others rarely occur. There can be several reasons for this distribution, but I think that the three problem solving tasks that I chose play a major role. Aspects that have to do with the students, their mathematical knowledge, previous experiences and characteristics probably also influence their application of strategies.

I was not able to find an answer to my second research question until my analysis and conclusion for my first research question was close to finished. I relied on a final categorization of each student's strategy use in order to compare it with their self-assessment. Based on my limited data, I was not able to find any kinds of connections between students' self-efficacy beliefs and their application of strategies. Neither do my findings support my initial hypothesis that students that report to having higher self-efficacy beliefs would be more efficient and accurate in their application of strategies while working on the three problem solving tasks.

Even though learning about problem solving strategies can be beneficial, researchers seem to agree that the best way to enhance problem solving abilities is by gaining experience through practice. This kind of experience is accumulated through attempts at solving many different kinds of mathematical problems.

Research in mathematics education rarely takes leaps forward, for the most part it moves forward by taking little steps at a time. My contribution can hopefully play a part when it comes to inspiring teachers to facilitate more opportunities for problem solving in mathematics.

Innholdsfortegnelse

1 Innledning

Norske ungdomsskoleelevers matematikkprestasjoner i de senere år har på mange områder vært alt annet enn oppløftende (Kunnskapsdepartementet, 2015). Blant tiendeklassingene som fullførte grunnskolen i juni 2015, fikk én av fire karakteren 1 eller 2 i matematikk, og disse tallene utgjør en svak økning av lavpresterende elever sammenlignet med tidligere år (ibid.). Den nedadgående kurven er også synlig på elevenes eksamensresultater, hvor hele 42 % av elevene som hadde skriftlig eksamen i matematikk fikk en av de to laveste karakterene (ibid.). Matematikk er også det skolefaget hvor norske elever på landsbasis har lavest gjennomsnittskarakter, med 3,5 (Statistisk Sentralbyrå, 2016). Kunnskapsminister Torbjørn Røe Isaksen uttaler følgende i forbindelse med de nedslående resultatene: «Vi kan ikke sitte stille og se på at én av fire elever går ut av ungdomsskolen uten å kunne regne skikkelig. Disse elevene vil kunne få problemer med å fullføre videregående skole og å skaffe seg en jobb» (Kunnskapsdepartementet, 2015).

De svake resultatene og myndighetenes ønske om å snu den nedadgående trenden har i neste omgang ført til økt oppmerksomhet rundt lærernes kompetanse og yrkesutøvelse. Fra og med høsten 2017 endres den ordinære grunnskolelærerutdanningen fra å være et fireårig til å bli et femårig utdanningsløp (Kunnskapsdepartementet, 2016; Meld. St. 28, 2016). Dette er en del av regjeringens lærersatsing, der målet er å heve lærernes faglige og pedagogiske kompetanse (Kunnskapsdepartementet, 2014). I det offisielle dokumentet «Lærerløftet», under overskriften «Gode lærere», hevdes følgende: «Lærere som er faglig trygge, er mindre bundet til faste opplegg og metoder. De kan variere og videreutvikle undervisningen. De gir krevende oppgaver og oppfordrer elevene til abstrakt tenkning» (Kunnskapsdepartementet, 2014, s. 16). Disse utsagnene kan tolkes som et forsøk på å rettferdiggjøre det økte fokuset rundt lærernes faglige og teoretiske kunnskap, samt innholdet i og lengden på utdanningsløpet deres. Hvorvidt denne tilnærmingen fører til en målbar forbedring når det gjelder norske elevers matematikkunnskaper, gjenstår å se.

I løpet av de siste årene har det vært en utvikling både nasjonalt og internasjonalt der man ser at verdien av å memorere formler og fremgangsmåter er liten hvis målet er å utvikle matematiske kunnskaper som kan anvendes utenfor skolesammenheng (Holm, 2012; Lesh & Zawojewski, 2007; Verschaffel, Depaepe & Van Dooren, 2014). Praktisk og teoretisk modellering og problemløsning samt evne til kritisk å vurdere statistikk og annet tallmateriale vil være sentrale verktøy for at den oppvoksende generasjon skal kunne ta del i fremtidens samfunnsliv (Utdanningsdirektoratet, 2015c). Evne til blant annet problemløsning er en av de kognitive kompetansene som løftes frem i OECD-satsingen «Education 2030», som har til hensikt å kartlegge hvilke kunnskaper og ferdigheter det vil være bruk for i medlemslandene i tiden frem mot 2030 (Meld. St. 28, 2016). I NOU 2015:8, «Fremtidens skole», vektlegges også evne til problemløsning og kritisk tenkning som fremtidsrettede kompetanseformer, noe som begrunnes med at «Samfunnet er preget av kompleksitet og krevende globale utfordringer, og behovet for kompleks problemløsning vil sannsynligvis øke i arbeidslivet» (s. 34). Problemløsningskompetanse, både i matematikkfaget og generelt, er med andre ord en kompetanse man som lærer bør arbeide for at elevene får mulighet til å tilegne seg og utvikle i løpet av grunnskolen, både i matematikkfaget og på tvers av fag. Internasjonale undersøkelser, som for eksempel PISA-undersøkelsen, tester også elevenes problemløsningskompetanse (Nortvedt & Pettersen, 2016). Matematikkoppgavene i undersøkelsen består ikke av ferdig oppstilte regnestykker, men heller av problemer der elever må kjenne igjen de ulike komponentene og deretter ta i bruk matematikkfaglig kunnskap for å finne en løsning (ibid.).

Kunnskapsløftet omtaler fem grunnleggende ferdigheter som skal integreres og arbeides med i alle fag (Utdanningsdirektoratet, 2015a). Å beherske disse ferdighetene innebærer å kunne regne, å kunne lese, å kunne bruke digitale verktøy i tillegg til å kunne uttrykke seg skriftlig og muntlig. Disse ferdighetene hevdes å utgjøre «grunnleggende forutsetninger for læring og utvikling i skole, arbeid og samfunnsliv» og omtales i tillegg som «avgjørende redskaper for læring i alle fag» (ibid.). Regning som grunnleggende ferdighet i matematikk beskrives slik: «Å kunne rekne i matematikk inneber å bruke symbolspråk, matematiske omgrep, framgangsmåtar og varierte strategiar til problemløysing og utforsking som tek utgangspunkt både i praktiske, daglegdagse situasjonar og i matematiske problem» (Utdanningsdirektoratet, 2015b). Regning som tverrfaglig kompetanse er igjen inndelt i ulike delferdigheter, og på det høyeste av fem nivåer finner man elever som «bruker et variert utvalg problemløsingsstrategier og kan begrunne metodevalg» (Utdanningsdirektoratet, 2015c). Evne til effektiv og strategisk problemløsning kan med utgangspunkt i dette tolkes som en indikasjon på at en elev i hvert fall i noen grad mestrer regning som grunnleggende ferdighet.

1.1 Begrunnelse for valg av oppgave

Gjennom arbeidet med denne oppgaven har jeg til hensikt å utforske temaet matematisk problemløsning, med fokus på undertemaet problemløsningsstrategier. Jeg har ikke tidligere i mitt utdanningsløp fordypet meg i dette, men problemløsningsferdigheter er etter regjeringens utsagn å dømme noe en faglig kompetent og trygg lærer behersker. Samtidig er dette ferdigheter man som lærer bør kunne tilrettelegge for og veilede elever i prosessen med å tilegne seg. Jeg har opplevd i praksis at problemløsningsoppgaver kan være interessante for langt flere enn bare de flinkeste elevene, og jeg tror at mange elever kan ha både nytte og glede av å jobbe med denne typen oppgaver som et supplement til andre arbeidsmåter. Basert på min egen erfaring fra praksis i ungdomsskolen og fra samtale med lærere som underviser i matematikk, har jeg fått inntrykk av at matematisk problemløsning er noe som sjelden nevnes eller bevisst undervises i. Praksis på dette området vil selvsagt variere fra skole til skole og fra lærer til lærer. På bakgrunn av dette og i tillegg til andre erfaringer jeg har gjort meg i løpet av min tid som lærerstudent, fant jeg ut at problemløsningsoppgaver og problemløsningsstrategier var noe jeg ville se nærmere på.

1.2 Problemløsning i et historisk perspektiv

Matematikk, eller regning, har vært en del av grunnopplæringen helt siden Norge fikk sin første skolelov i 1739 (Thune, 2015; Tønnessen, 2011). I løpet av 1900-tallet fikk høyere utdanning en stadig økende status, og særlig i etterkrigstiden var det bred oppslutning om at utdanning var nøkkelen til velstand og utvikling (Meld. St. 22, 2011). Innholdet i faget har derimot hatt tidvis svært ulik karakter i dette tidsrommet. Innledningsvis var innholdet valgt ut på bakgrunn av utelukkende praktiske hensikter, men etter som årene har gått, har skolematematikken kommet til å romme også en rekke andre kompetanseformer (Thune, 2015; Utdanningsdirektoratet, 2013). Evne til modellering og matematisk problemløsning, kritisk vurdering av statistikk og markedsføring samt bruk av digitale verktøy er eksempler på dette. Skolens matematikkfag har vært i stadig endring, og kommer trolig i tiden fremover til å være rettet mot at elevene skal tilegne seg kompetanser og holdninger som vil være viktige i fremtidens samfunn (NOU 2015: 8, 2015). Endringene som vil bli synlige i den norske skolen skjer ikke i et vakuum, men er i økende grad parallelle med utviklingen i andre deler av den vestlige verden (Holm, 2012; NOU 2015: 8, 2015).

Et lite tilbakeblikk når det gjelder matematikkfagets innhold, viser at mot slutten av 1950-tallet ble det med USA i spissen iverksatt omfattende endringer av skolens matematikkpensum (Schoenfeld, 1992) Disse endringene fant sted etter at det ble klart at

Sovjetunionen hadde et forsprang på resten av verden når det gjaldt romfart (Schoenfeld, 2007b). Både i USA og etter hvert også i Norge ble det innført såkalt «ny matematikk» (også kalt moderne matematikk) i form av matematiske temaer som i stor grad var mer abstrakte enn det elevene tidligere hadde jobbet med (Holm, 2012; Schoenfeld, 1992). I Norge fikk den nye matematikken innpass i Mønsterplanen for grunnskolen, M74, og gjorde seg gjeldende ved at emner som blant annet funksjoner, vektorregning, algebra og en rekke ulike matematiske symboler ble innført og tatt i bruk (Holm, 2012). Resultatet av omleggingen ble den samme i Norge som i USA, nemlig at elevene ikke bare mislyktes i å tilegne seg den nye matematikken, men også at de heller ikke tilegnet seg tilstrekkelige ferdigheter i blant annet de fire regneartene (Holm, 2012; Schoenfeld, 1992).

Som en motsats til den «nye» matematikken, ble slagordet «Back to basics» toneangivende for den neste matematikkundervisningstrenden (Schoenfeld, 1992). I USA, hvor utviklingen lå noen hakk foran Norge, ble det på 70-tallet lagt stor vekt på at elevene skulle utvikle basisferdigheter og tabellkunnskaper, før de oppdaget at elevenes prestasjoner var like dårlige som under den foregående læreplanen (ibid.). Her til lands var det stadig fokus på basisferdigheter inntil Mønsterplanen av 1987 ble implementert (Holm, 2012). Til tross for at de satset sterkt på basisferdigheter, viste det seg at resultatene uteble og satsingen ble avløst av en ny trend: problemløsning (Lester, 1994; Schoenfeld, 1992).

Fra begynnelsen av 80-tallet i USA og fra slutten av 80-tallet i Norge gjorde problemløsning sitt store inntog i skolens matematikkpensum (Holm, 2012; Lester, 1994; Schoenfeld, 1992). For første gang ble problemløsning definert som et eget hovedemne i M87 (Kirke- og Undervisningsdepartementet, 1987). Retningslinjene for praksis i klasserommet var derimot ikke tydelig definert. Også i USA var implementeringen av problemløsning et nybrottsarbeid, der oppgavene som ble omtalt som problemløsningsoppgaver i realiteten ofte var synonymt med enkle tekstoppgaver (Schoenfeld, 2007b).

Nittitallet medførte også noen endringer i forhold til problemløsningens plass i skolematematikken, både i og utenfor Norge. I L97, læreplanen for den tiårige grunnskolen som ble gjeldende for norsk skole fra og med høsten 1997, var problemløsning ikke lenger et hovedområde (Kirke-, undervisnings- og forskningsdepartementet, 1996) . Det ble likevel trukket frem som et mål for opplæringen at elevene skulle «stimuleres til å bruke (…) sine ressurser og sine kunnskaper til å finne løsningsmetoder og – alternativer gjennom undersøkende og problemløsende aktivitet» (ibid., s. 158). I målene for ungdomstrinnet nevnes problemløsningsoppgaver og – strategier under hovedområdene «Matematikk i dagliglivet» og «Tall og algebra» (ibid., s. 166-169). I USA oppsto det i denne perioden en utdanningspolitisk drakamp som har blitt omtalt som «the math wars» (Schoenfeld, 2007b). Kilden til konflikten var en mulig omlegging av matematikkfaget, fra en tradisjonell tilnærming til en mer forsknings- og erfaringsbasert tilnærming basert på retningslinjer utviklet av The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). Til tross for lovende resultater fra elever som hadde brukt materiell som fulgte de nye retningslinjene, var det sterke krefter som motarbeidet endringsarbeidet og fastholdt at mestring av pensum var viktigere enn forståelse (ibid.). Konflikten har ikke blitt omtalt like mye i de senere år, men det finnes fortsatt store uenigheter mellom de som støtter en reformbasert tilnærming og de som vil holde på de tradisjonelle læreplanene (Schoenfeld, 2007b).

Ved innføringen av Kunnskapsløftet i 2006 var problemløsning fortsatt inkludert under hovedområdet «Tall og algebra» (Utdanningsdirektoratet, 2013). Etter tiende trinn skal elevene ifølge kompetansemålene være i stand til å «analysere samansette problemstillingar, identifisere faste og variable storleikar, kople samansette problemstillingar til kjende løysingsmetodar, gjennomføre berekningar og presentere resultata på ein formålstenleg måte» (Utdanningsdirektoratet, 2013). Hvorvidt, hvordan og i hvor stor grad det jobbes spesifikt med å utvikle akkurat disse ferdighetene i grunnskolen, er det ikke godt å si noe om. Mange av begrepene i det overnevnte kompetansemålet kan oppfattes som nokså vage og situasjonsbestemte, noe som i neste omgang kan bidra til å vanskeliggjøre vurderingen av elevenes måloppnåelse på dette punktet. I tillegg kan det være nærliggende å anta at når lærere både nasjonalt og internasjonalt rapporterer om et omfattende tidspress, vil kompetansemål som er mer håndgripelige samt kunnskaper og ferdigheter som vil bli testet være fokus for det som skjer i klasserommet (Hargreaves, 2003; Skaalvik & Skaalvik, 2009, 2014).

1.3 Presentasjon av forskningsspørsmål

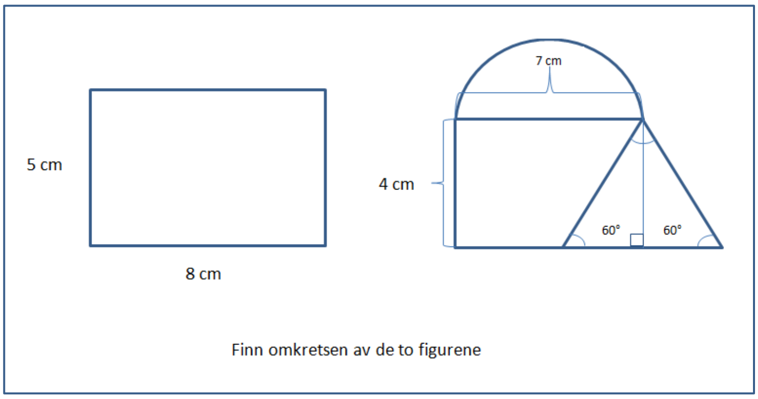
I utgangspunktet hadde jeg kun tenkt å undersøke elevers problemløsningsstrategier, men etter å ha studert annen forskningslitteratur om emnet, fant jeg ut at jeg ønsker å studere to aspekter ved problemløsning; nemlig strategier og mestringstro. Jeg ble derfor rådet til å ha to forskningsspørsmål, og valgte å følge dette rådet. Det første spørsmålet jeg ønsker å finne ut noe om, er:

«Hvilke typer strategier bruker et utvalg tiendeklassinger under arbeid med tre problemløsningsoppgaver i matematikk?»

Mitt andre forskningsspørsmål er følgende:

«Hvilken sammenheng er det mellom elevers mestringstro når det gjelder problemløsningsoppgaver og deres strategibruk under arbeid med disse?»

Store norske leksikon definerer problemløsning som «målrettet aktivitet for å løse en for individet ny oppgave, dvs. en situasjon hvor tilvante aktiviteter ikke gir det ønskede resultat» (2012). Innenfor matematikkfaget vil det altså være snakk om en situasjon der elever arbeider målrettet for å løse en oppgave, men der de må benytte seg av andre fremgangsmåter enn de ville ha brukt ved løsning av rutineoppgaver. Mangel på en konkret og allment akseptert definisjon på hva matematisk problemløsning innebærer har ført til at mange former for praksis i løpet av de siste tiårene påberopt seg å være nettopp det (Lester, 1994; Törner, Schoenfeld & Reiss, 2007). Litt av vanskeligheten med å definere begrepet kan ha noe å gjøre med at definisjonen er individavhengig (Björkqvist, 2003). Menneskers ulike bakgrunnskunnskaper og erfaringer vil være avgjørende for hvorvidt en oppgave oppfattes som en rutineoppgave eller ei. I tillegg vil noen forskere inkludere et motivasjonsaspekt, det vil si hvorvidt den som blir tildelt eller står overfor et problem faktisk er interessert i problemet eller motivert for å finne en løsning (ibid.). For de



Figur 1.3.1: Å finne omkretsen av rektangelet til venstre vil sannsynligvis være en rutineoppgave for mange ungdomsskoleelever, mens å finne omkretsen av figuren til høyre i større grad kan tenkes å være et matematisk problem.

fleste ungdomsskoleelever vil det å finne omkretsen av et rektangel der lengdene på sidene er oppgitt, være en rutineoppgave, det vil si hvis de umiddelbart vet hvordan de skal gå frem. Blir de derimot konfrontert med å skulle finne omkretsen av en annen form for geometrisk figur, som attpåtil er sammensatt av ulike figurer og der bare enkelte sidelengder er oppgitt, må de finne en annen måte å gripe oppgaven an på (jf. figur 1.3.1). Mange elever vil i en slik situasjon stå overfor et matematisk problem ut i fra slik jeg velger å forstå definisjonen. Jeg forstår et matematisk problem som en oppgave der den eller de som skal løse problemet ikke umiddelbart kjenner til en algoritme eller fremgangsmåte de kan bruke. Schoenfeld (1985, s. 11) forklarer det slik: «The problem solver does not have easy access to a procedure for solving the problem – a state of affairs that would make the task an exercise rather than a problem».

Om en eller flere av oppgavene jeg har valgt ut (jf. 10.1) enkelt lar seg løse ved at elevene bruker for eksempel en algoritme, har jeg altså ikke lyktes i å velge ut oppgaver som er «problemer» for de aktuelle elevene. Oppgaver som lar seg løse ved at elever benytter en kjent algoritme eller innøvd prosedyre velger jeg å omtale som rutineoppgaver. Typiske eksempler på rutineoppgaver vil ofte finnes i lærebøker, der elevene blir introdusert for en ny ferdighet eller fremgangsmåte med utgangspunkt i et eksempel, og deretter skal drilles i å anvende denne fremgangsmåten ved å løse liknende oppgaver, gjerne med andre tallkombinasjoner (Schoenfeld, 1992).

I den ene oppgaven som jeg ber elevene om å løse, skal de måle opp nøyaktig én liter med vann ved hjelp av to bøtter som rommer henholdsvis fem og sju liter. Denne oppgaven kunne også ha vært gitt som en praktisk oppgave uavhengig av matematikkfaget, der elevene fysisk kunne ha målt opp vann. Strategiene deres i en slik setting ville kanskje ha vært helt annerledes enn med blyant og papir på et grupperom. Dette er noe jeg må ta høyde for i analysen. Jeg tilbyr heller ikke konkretiseringsmateriell eller andre hjelpemidler enn blyant og papir, noe som kan ha en begrensende effekt på elevenes strategibruk.

Det andre forskningsspørsmålet mitt handler om mestringstro. Dette begrepet («self-efficacy») er hentet fra Bandura (1997). Han definerer begrepet på følgende måte: «Perceived self-efficacy refers to beliefs in one's capabilities to organize and execute the courses of action required to produce given attainment» (Bandura, 1997, s. 3). Mestringstro handler altså om hva man tenker om sin egen evne til å utføre gitte oppgaver. Høy mestringstro innebærer at man har stor tro på å klare noe. Lav mestringstro vil derimot gi seg utslag i at man nærmest forventer å mislykkes med noe hvis man i det hele tatt prøver. Bandura (1997) refererer til en studie av Collins (1982) hvor det kom frem at grunnskoleelevers mestringstro hadde innvirkning på problemløsningsferdighetene deres i matematikk. Studien min er ikke egnet til å undersøke denne sammenhengen i dybden, da dimensjonene er altfor små. Jeg har likevel valgt å inkludere dette aspektet fordi flere forskere har gjort funn som tyder på at mestringstro spiller en potensielt stor rolle når det gjelder elevers matematikkprestasjoner (Hackett & Betz, 1989; Hoffman, 2010; Pajares & Kranzler, 1995; Pajares & Miller, 1994). Konseptet mestringstro er interessant og relevant for meg som kommende matematikklærer, i likhet med andre faktorer som potensielt kan påvirke elevers prestasjoner og innsats i faget.

1.4 Oppgavens oppbygning

Oppgaven er inndelt i ti kapitler. Dette første kapittelet har inneholdt en innledning hvor jeg har forklart bakgrunnen for studien min (jf. 1.1), fulgt av et forsøk på å gi en liten innføring i problemløsningens plass i skolematematikken nasjonalt og internasjonalt (jf. 1.2) samt at jeg har presentert de to forskningsspørsmålene jeg har til hensikt å undersøke (jf. 1.3). I kapittel 2 oppsummerer jeg noen tidligere studier knyttet til ulike sider ved matematisk problemløsning og undervisning. Deretter følger et teorikapittel, kapittel 3, hvor jeg gjør rede for de ni strategitypene som jeg har som utgangspunkt for å kategorisere elevenes arbeid i analysen. Kapittel 3 inneholder også en utdyping av hvordan elevers mestringstro i tidligere forskning har vist seg å ha potensielt stor betydning for deres matematikkprestasjoner. Jeg redegjør for metodevalg, gjennomføring, strategi for analyse og etiske betraktninger i kapittel 4.

Det mest omfattende kapittelet er kapittel 5. Der analyserer jeg gruppenes arbeid med hver av de tre oppgavene før jeg sammenligner gruppene og diskuterer hvorfor det kan tenkes at de velger å gjøre det de gjør. Jeg forsøker også å konkludere med hensyn til de to forskningsspørsmålene mine med utgangspunkt i datamaterialet jeg har analysert. Kapittel 6 inneholder en liten oppsummering av studien og eventuelle funn. I kapittel 7 trekker jeg frem hva jeg mener jeg har lært av prosjektet mitt samt hva jeg kunne og burde gjort annerledes. Helt til slutt, i kapittel 8, forsøker jeg å peke på hva man eventuelt kan lære av studien min når det gjelder praksis i klasserommet. Referanselisten finnes i kapittel 9, og vedleggene i kapittel 10.

2 Tidligere forskning på problemløsning

I dette kapittelet presenterer jeg forskning som handler om problemløsning. Jeg har i hovedsak valgt ut studier som jeg mener har relevans for meg som matematikklærer eller som er relevante i forhold til denne masterstudien. Kjente teoretikere og forskere innenfor dette feltet, som for eksempel Alan Schoenfeld, George Pólya og Frank K. Lester, har jeg derfor valgt å vie en del oppmerksomhet.

Det er som nevnt et uttalt mål at norske elever skal bli gode problemløsere, men det finnes ulike oppfatninger om hva man bør gjøre for å oppnå dette (Lester, 1994; Utdanningsdirektoratet, 2013). Skal man tro forskningen, finnes det ingen enkle snarveier man som lærer kan benytte seg av hvis man vil legge til rette for at elever skal bli dyktige problemløsere (Lester, 1994). Det har faktisk kommet frem at selv å lære elever om spesifikke problemløsningsstrategier eller fremgangsmåter har liten effekt når det gjelder å forbedre deres generelle problemløsningsferdigheter (Lester, 1994; Mayer, 1998; Schoenfeld, 1985). Imidlertid har det også vist seg at elevers problemløsningskompetanse øker gradvis når de får bryne seg på mange forskjellige typer oppgaver, helst over et lengre tidsrom (Lester, 1994; Pólya, 1957). Systematisk planlagt og gjennomført undervisning i problemløsning med rom for utprøving har også vist seg å ha en god effekt (Lester, 1994; Schoenfeld, 1992). Elevers læringsutbytte synes altså å ha sammenheng med hvorvidt de faktisk får prøve seg på å løse oppgaver og får erfaringer med å bruke forskjellige strategier, i motsetning til en teoretisk tilnærming fra lærerens side som ikke er knyttet opp mot spesifikke scenarier. Opplæring i hvilke strategier som finnes kan sees på som en form for tørrtrening, men denne typen informasjon vil være til liten hjelp om elevene ikke også får prøve seg på å løse faktiske oppgaver av ulike slag. Under arbeid med problemløsningsoppgaver er det ikke summen av kunnskap om strategier eller matematiske ferdigheter som er avgjørende for suksess, men heller hvorvidt man vet når det er hensiktsmessig å bruke ulike ferdigheter og fremgangsmåter (Mayer, 1998; Verschaffel et al., 2014).

Når det gjelder praksis i klasserommet, anbefaler Lester og Mau (1993) at læreren velger ut oppgaver som legger til rette for samarbeid mellom elevene, og som har en vanskelighetsgrad som er overkommelig, men samtidig utfordrende. Rellensmann og Schukajlow (2016) undersøkte nylig i hvilken grad matematiske problemer med eller uten en link til virkeligheten ble opplevd som interessante av elever. De tok høyde for varierende vanskelighetsgrad på oppgavene, og fant at elever viste mer interesse for «rene» matematiske problemer enn for problemer som var linket til virkeligheten. Det har tidligere blitt hevdet at problemløsningsoppgaver er mer verdifulle når de imiterer det virkelige livet eller dagligdagse situasjoner, men Hiebert et al. (1996) mener at dette ikke på noe vis er avgjørende. Funnene i disse to studiene kan også være en pekepinn på at man ikke nødvendigvis må lete etter «ekte» scenarier når man som lærer skal velge ut problemløsningsoppgaver til bruk i klasserommet (Hiebert et al., 1996; Rellensmann & Schukajlow, 2016). Hiebert et al. (1996) anbefaler at man i undervisningen tar utgangspunkt i problemer som får elevene til å undre seg, lete etter løsninger eller se etter sammenhenger. De hevder at elevene vil ha større utbytte av å jobbe med problemer som de selv er nysgjerrige på å finne ut av.

I noen tilfeller kan erfaringer med å ha løst liknende oppgaver være til hjelp ved matematisk problemløsning (Silver, 1981). Han refererer til Krutetskii som i 1976 publiserte funn som tyder på at elevers evne til å benytte seg av slike tidligere erfaringer er kvalitativt ulike hvis man sammenligner gode og mindre gode problemløsere (Silver, 1981, s. 54-55). Hovedforskjellen som trekkes frem, er at effektive problemløsere i større grad har evne til å huske strukturelle aspekter ved oppgaver de har løst før, mens mindre effektive problemløsere har tendens til å huske spesifikke detaljer ved tidligere oppgaver, hvis de i det hele tatt husker noe. Silver (1981) finner de samme tendensene i sin forskning. Han hevder også med bakgrunn i studien at funnene kan være en indikasjon på potensielt store individuelle forskjeller når det gjelder hva elever husker, og at dette kan være nært knyttet til problemløsningsevne (ibid.). Verschaffel et al. (2014) oppsummerer studier som har undersøkt matematiske problemer som blir presentert i ulike kontekster, både i matematikkfaget og i andre settinger, og peker på at konteksten vil være avgjørende for hvordan man tenker og løser problemer. De fant også at elever ofte mislykkes i å løse matematiske problemer som de burde være i stand til å løse ved hjelp av ferdighetene de besitter (Verschaffel et al., 2014). Dette fenomenet mener de kan ha sammenheng med at elevers tenkning under arbeid med problemløsning ofte er konsentrert rundt overfladiske aspekter ved oppgavene som ikke er særlig relevante når det gjelder å faktisk løse problemet (ibid.).

Lærerens tilnærming til lærestoffet og undervisningsformene man velger spiller ifølge Schoenfeld (1992) en viktig rolle når det gjelder å forebygge at elever utvikler nærmest utelukkende mekaniske ferdigheter. Han hevder at den enkelte lærers syn på matematikkfaget og på matematikkens egenart vil bli manifestert i form av hvordan vedkommende opptrer i klasserommet. Læreres holdninger vil i neste omgang kunne påvirke hvordan elever forholder seg til matematikk (ibid.). En lærer som i stor grad benytter rutineoppgaver i undervisningen kan komme i skade for å formidle at matematikkoppgaver bare har ett riktig svar og én riktig løsningsmetode (ibid.). Elever som utvikler et slikt tankesett kan møte på store utfordringer når de blir konfrontert med oppgaver av en annen art, der de for eksempel blir bedt om å utforske et problem eller utforme en hypotese som de skal undersøke. En annen konsekvens av en slik tilnærming er at elever ikke blir vant til selv å finne løsningsmetoder, men i stedet ender opp med å forvente at læreren skal presentere disse. Sist, men ikke minst, kan en uhensiktsmessig tilnærming fra lærerens side føre til at elever lettere gir opp i møte med nye og ukjente oppgaver hvis disse ikke lar seg løse innen kort tid (ibid.). Elever som lett gir opp, kan ha utviklet en oppfatning om at man bør kunne løse samtlige matematikkoppgaver uten å legge ned nevneverdig mye tid eller krefter (ibid.).

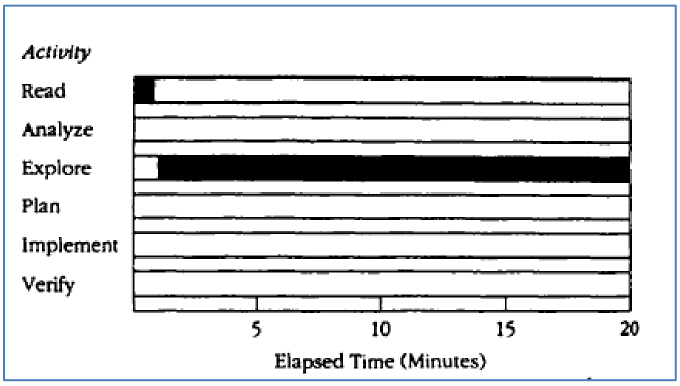
Hva hver enkelt elev faktisk lærer av å jobbe med problemløsningsoppgaver, er i stor grad avhengig av hvordan oppgaven blir løst, hvilke aspekter ved oppgaven eleven tar utgangspunkt i og ikke minst hvilken form for støtte læreren tilbyr (Weber, 2005). Han eksemplifiserer dette med å hevde at elever som regel vil sitte igjen med et minimalt læringsutbytte hvis de løser oppgaver ved å kopiere en fremgangsmåte fra en annen oppgave og bare endre noen variabler(ibid.). Når det gjelder læringsutbytte, fremhever Pólya (1957) viktigheten av at læreren ikke hjelper verken for mye eller for lite, i og med at eleven bør gjøre en god del av arbeidet selv hvis de skal ha noe igjen for det. Hvor mye, og på hvilken måte læreren bør hjelpe hver enkelt elev, er dermed også personavhengig (Schoenfeld, 1992). En lærer som kjenner elevene sine godt og har en nokså klar oppfatning av hva den enkelte mestrer i større eller mindre grad, vil ha bedre forutsetninger for å kunne tilby hjelp «i rette tid» enn en lærer som ikke kjenner elevene i like stor grad. Jeg forstår det som at Pólya (1957) også regnet med at læreren skulle ha god kjennskap til den enkelte elev, i og med at han anbefaler at læreren må forsøke å sette seg i elevens sted og prøve å forstå hva som går for seg i elevens hode.

Arbeid med problemløsningsoppgaver krever også betydelig mer av læreren enn det å jobbe med rutineoppgaver, i form av at læreren i mindre grad kan forberede seg på hvilke spørsmål, misforståelser og ulike tilnærminger elevene måtte ha (Schoenfeld, 1992). For at en lærer skal kunne håndtere denne typen situasjoner på en god måte, må de ifølge Schoenfeld (1992) være trygge på seg selv og bevisste egne begrensninger. Gode og hensiktsmessige måter å følge opp elevers spørsmål og innspill på er også noe som utvikles i praksis og på bakgrunn av erfaringer man gjør seg i undervisningssituasjoner (ibid.). Til tross for at det kreves mye av læreren å skulle undervise og veilede elevene i problemløsning, er ifølge Schoenfeld (1992) belønningen man får hvis man lykkes verdt alt strevet. Han peker på at det å tilegne seg reelle problemløsningsferdigheter er mye mer verdifullt for elevene på lang sikt enn det meste annet som inngår i skolens matematikkpensum.

Elever som jobber med læreverk der matematiske problemer har en sentral plass, vil sammenlignet med elever som bruker mer tradisjonelle læreverk utvikle en dypere forståelse av matematiske begreper (Verschaffel et al., 2014). Undervisning som har en problembasert tilnærming har vist seg å i større grad bidra til at elever utvikler metakognitive ferdigheter, blant annet når det gjelder å finne og anvende problemløsningsstrategier (ibid.). På den andre siden har undervisningspraksis der mestring av lærestoffet er synonymt med reproduksjon av innøvde fremgangsmåter, formler og algoritmer ikke gitt like gode resultater. I tillegg har det kommet frem at elever som fikk utradisjonell, problembasert undervisning i større grad uttrykte positive holdninger til matematikkfaget (Stein, Boaler & Silver, 2003).

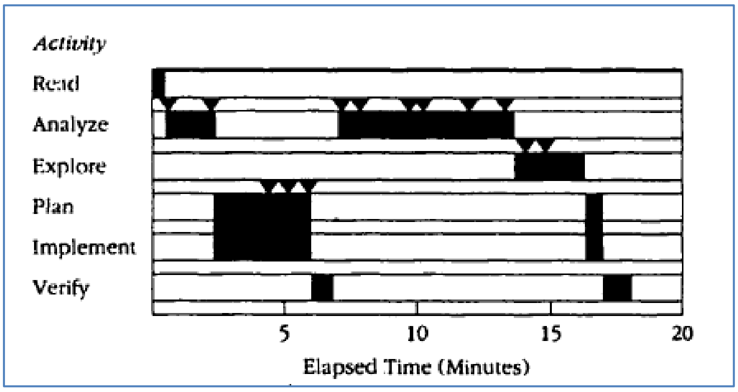
Pólya (1957) nevner også at lærere bør modellere problemløsing for elevene når de løser et problem på tavlen, ved at de stiller seg selv de samme spørsmålene som de ville stilt elevene i forhold til fremgangsmåte og strategivalg. Målet med denne typen modellering er at elevene etter hvert skal internalisere en slik måte å tenke på og kunne begrunne og reflektere over sine egne valg i løsningsprosessen (ibid.). Denne tilnærmingen brukte også Schoenfeld i sine problemløsningsfag på universitetsnivå, hvor studentene jobbet i grupper og ble stilt spørsmål av læreren som omhandlet hva de gjorde, hvorfor de gjorde akkurat det, og på hvilken måte de aktuelle valgene de tok i løsningsprosessen kunne være til hjelp for dem når det gjaldt å løse problemet (Verschaffel et al., 2014). Han rapporterte at studentene innledningsvis syntes det var ubehagelig å måtte redegjøre for sine valg og ofte fremsto som usikre på hvordan de skulle besvare spørsmålene de fikk (Schoenfeld, 1992). Imidlertid endret dette seg etter hvert som de ble vant til denne tilnærmingen, og ved slutten av semesteret hadde mange studenter internalisert prosessen med å stille seg selv spørsmål som fremmet refleksjon under problemløsning. Dette støtter Schoenfeld (1992) opp om når han hevder at det viktigste man kan gjøre som lærer, er å selv modellere den typen handlinger og holdninger man ønsker at elevene skal utvikle. Klasserommet bør være et sted der både elever og lærere har lov til å prøve og feile, der det er åpent for å teste ut ideer og hypoteser og der læreren velger ut oppgaver som lar seg løse ved hjelp av flere ulike tilnærminger (ibid.). I og med at elever har et mangfold av ulike erfaringer fra tidligere, vil det være utfordrende å forutsi hva den enkelte kan få til, men oppgaver som enten lar det være delvis opp til eleven selv hva de vil finne ut eller som det er mulig å gripe an fra flere ulike innfallsvinkler er som regel gunstige å bruke i klassesammenheng (Björkqvist, 2003). Dette kan også være gunstig i forhold til å øke elevers motivasjon (ibid.).

Schoenfeld (1992) undersøkte også hvordan elever jobbet med matematikkoppgaver som ikke var typiske rutineoppgaver sammenlignet med hvordan matematikere gikk frem under arbeid med den samme formen for oppgaver. Figur 2.1 og 2.2 er visuelle fremstillinger av det han fant. I figur 2.1 har han tatt utgangspunkt i hvordan to elever samarbeider om å løse en oppgave som for dem sannsynligvis er et matematisk problem. Han trekker frem at fremgangsmåten som figurene viser, er typisk for elevers arbeid med problemløsningsoppgaver og ikke rutineoppgaver. Under arbeid med den sistnevnte oppgavetypen blir elever som regel foreskrevet en fremgangsmåte for hva de skal gjøre og trenger deretter kun å implementere denne.



Figur 2.1: Tidslinje som viser hvordan mange elever jobber med en "non-standard" matematikkoppgave. Hentet fra Schoenfeld (1992, s. 356).

I sine analyser av over hundre videoopptak av elever som løser matematiske problemer, slår Schoenfeld (1992) fast at han observerer at elevene bruker fremgangsmåter som ligner den som er fremstilt i figur 2.1 i omtrent 60 % av tilfellene. Figur 2.2 er derimot en fremstilling av hvordan en matematiker jobber med et matematisk problem. En av de mest iøynefallende forskjellene, og som Schoenfeld også selv peker på, er hvordan matematikeren bruker omtrent halvparten av tiden på å analysere problemet og sørge for at han forstår hva han skal gjøre og hvilke muligheter og begrensninger han må forholde seg til. Det er også interessant at matematikeren beveger seg mellom de ulike aktivitetene og går tilbake til å analysere oppgaven etter å ha først prøvd ut en fremgangsmåte. Ifølge Schoenfeld er denne typen oppførsel noe han sjelden observerer hos studenter eller elever. Han konkluderer med at hvis man leser raskt gjennom oppgaveteksten og deretter velger en fremgangsmåte som man holder fast på til tross for at man ikke kommer noen vei, er man dømt til å mislykkes med denne formen for problemløsning. Evne til å kunne endre kurs når man ser at man ikke kommer til å oppnå det man i utgangspunktet ønsker, er slik sett sentralt for å bli en god problemløser. Gjennom instruksjon og øvelse endret mange av elevene sine arbeidsvaner på dette punktet, og endte opp med å en tilnærming til matematiske problemer som liknet mye mer på matematikerens arbeid (Schoenfeld, 1992). Uheldige arbeidsvaner kan altså avlæres.



Figur 2.2: Tidslinje som viser hvordan en matematiker jobber med en "non-standard" matematikkoppgave. Hentet fra Schoenfeld (1992, s. 356).

3 Teoretiske perspektiver

I min gjennomgang av tidligere forskning rundt problemløsningsstrategier, fant jeg ingen rammeverk som jeg umiddelbart kunne bruke i sin helhet. Dette kan det være mange grunner til, og en av dem kan være at mange tidligere prosjekter har dreid seg om problemløsningsoppgaver innenfor et spesifikt matematisk tema, som eksempelvis geometri eller algebra. I denne oppgaven ønsker jeg som nevnt å undersøke mer generelt hvilke strategier elever benytter seg av, uten at disse nødvendigvis er knyttet til et bestemt matematisk tema. For å skape et rammeverk for å kategorisere strategiene, valgte jeg derfor å låne og tilpasse ulike kategorier som tidligere har vært brukt i liknende forskning og som virket rimelige i forhold til de tre oppgavene jeg hadde valgt ut (jf. 10.1). Tre av kategoriene er hentet fra Bergqvist, Lithner og Sumpter (2004), to er hentet fra Gallagher og De Lisi (1994) og fire har jeg opprettet etter å ha lest annen litteratur om temaet samt forsøkt å reflektere rundt hva som er rimelig basert på oppgavearket. Noen av kategoriene vil sannsynligvis være overlappende, og noen vil kanskje være nærmest overflødige.

Enkelte løsningsstrategier er spesielt egnede innenfor enkeltområder av matematikk, mens andre lar seg bruke i mange ulike sammenhenger (Gick, 1986). For eksempel vil det ofte være hensiktsmessig å lete etter mønster eller regelmessigheter hvis man forsøker å løse en problemløsningsoppgave innenfor algebra, særlig hvis målet er å generalisere. Den samme strategien vil ikke nødvendigvis føre frem i like stor grad hvis målet er å løse en problemløsningsoppgave som omhandler for eksempel sannsynlighet. Fleksibilitet når det gjelder å bruke ulike innfallsvinkler og strategier blir løftet frem som et nøkkelord med hensyn til å utvikle gode problemløsningsferdigheter (Kilpatrick, Swafford & Findell, 2001). Min intensjon har vært å sette sammen et oppgaveark med det jeg har tenkt er forskjellige typer problemløsningsoppgaver, for å ved hjelp av disse innhente informasjon om hvorvidt elevene fleksibelt kan veksle mellom ulike strategier med utgangspunkt i hva som er mest hensiktsmessig.

3.1 Strategityper

Oppgavearket inneholder som nevnt tre nokså ulike problemløsningsoppgaver. Den første oppgaven er et kvadratisk rutenett som består av 5×5 ruter. Her skal elevene finne ut hvor mange kvadrater det finnes i figuren totalt. Hver rute kan være en del av flere kvadrater. Oppgave 2 er en oppgave som enkelt lar seg løse ved hjelp av et Venn-diagram, men som jeg tenker at det ellers kan være utfordrende å få til for tiendeklassinger. Her er det snakk om en speidergruppe der mange av speiderne har vært utsatt for opptil tre forskjellige uhell under en overnattingstur. Utfordringen for elevene ligger i å oppdage at noen speidere er regnet med i opptil sju forskjellige grupper. For å komme frem til det riktige svaret må elevene altså sortere informasjonen de får i oppgaveteksten og telle hver enkelt speider én gang. I den tredje oppgaven blir elevene bedt om å måle opp nøyaktig én liter med vann ved hjelp av to bøtter som rommer henholdsvis fem og sju liter. Bøttene inneholder ingen markeringer, og oppmålingen må skje ved at elevene heller vann frem og tilbake og heller ut vann, og fyller opp bøttene på nytt. De har tilgang til så mye vann de måtte ønske.

De første tre strategitypene som følger, stammer fra et forskningsarbeid som ble utført av Bergqvist, Lithner og Sumpter i svensk videregående skole. De har kategorisert enkeltelevers strategivalg under selvstendig arbeid som de har filmet og i etterkant analysert (Bergqvist et al., 2004). Til tross for at deres kategorisering er basert på utelukkende skriftlig arbeid, vurderte jeg det som at flere av strategitypene likevel kunne være aktuelle som en del av en dialog og et samarbeid mellom to elever. Jeg har også hentet to strategityper fra Gallagher og De Lisis (1994) forskning. Deres forskning fant også sted blant elever på videregående i USA (ibid.). I sin studie av høytpresterende elevers strategibruk under arbeid med det de beskriver som både konvensjonelle og ukonvensjonelle matematikkoppgaver, kom det frem at gutter presterte bedre enn jenter når oppgavene var av den sistnevnte typen (ibid.). Derimot presterte jenter bedre enn gutter under arbeid med konvensjonelle oppgaver (ibid.). De fant også at gutter jevnt over brukte flere ukonvensjonelle strategier enn jenter, det vil si strategier som elevene sannsynligvis ikke har lært i klasserommet, mens jenter i større grad benyttet seg av konvensjonelle strategier (ibid.). Datamaterialet deres ble samlet inn ved hjelp av observasjon, og intervju, samt elevenes skriftlige besvarelser. Noen av kategoriene de benyttet i analysen var etter min oppfatning delvis overlappende med kategoriene til Bergqvist et al. (2004), og jeg valgte av den grunn å utelate disse.

Som nevnt innledningsvis syntes jeg det var noe utfordrende å skulle sy sammen et begrepsrammeverk med utgangspunkt i tidligere forskning. I og med at de tre oppgavene elevene skal jobbe med er av såpass ulik karakter, tenkte jeg at jeg hadde bruk for ytterligere tre kategorier samt en oppsamlingskategori for eventuelle strategityper som jeg ikke hadde tatt høyde for. Posamentier og Krulik (1998) omtaler en rekke ulike problemløsningsstrategier i boken «Problem-solving Strategies for Efficient and Elegant Solutions», og med utgangspunkt i deres arbeid har jeg opprettet kategoriene visuell representasjon (VR) og organisering (O).

3.1.1 Algoritme (A)

En algoritme defineres av Store norske leksikon som «en fullstendig og nøyaktig beskrivelse av fremgangsmåten for løsning av en beregningsoppgave eller annen oppgave» (2015). Eksempler på dette innenfor matematikkfaget kan være hvordan man adderer to tall ved å stille dem opp under hverandre og adderer siffer med siffer, ulike formler hvor man kan erstatte variabler med tall for å finne arealet av ulike figurer eller andre prosedyrer som elever ofte pugger i løpet av grunnskolen. Strategitypen algoritme («Algorithmic Reasoning») går ut på at man i løsningsprosessen bruker en algoritme som forhåpentligvis kan bidra til å løse den aktuelle oppgaven (Bergqvist et al., 2004). De peker også på at det ikke er uvanlig at elever bruker algoritmer i mangel på andre, bedre strategier (ibid). I hele seks av sju tilfeller valgte elever i studien deres å bruke algoritmer som de mestret i større eller mindre grad (ibid.). For å bli definert som mer eller mindre vellykkede forsøk på algoritmebruk (A), vil begreper som «formel» eller utsagn som «vi må plusse/gange/dele» eller liknende være sentrale. Regnestykker som er stilt opp delvis eller i sin helhet vil også være typisk for denne strategitypen. Jeg velger å ta med denne kategorien fordi jeg tenker det er naturlig at elevene kan komme til å benytte seg av en eller flere algoritmer under arbeid med oppgavene, med mindre de velger å gjøre alle utregninger i hodet.

3.1.2 Veiledet løsning (VL)

Kategorien veiledet løsning («Piloted Reasoning») beskrives av Bergqvist et al. (2004, s. 72) som strategier der «en annen person kontrollerer strategivalgene som kunne ha blitt problematiske for problemløseren» (egen oversettelse). Elevenes strategibruk vil bli kategorisert som veiledet løsning (VL) hvis de ender opp med å spørre meg om hvordan de skal gå frem, komme seg videre, om de kan få et hint eller liknende. Spørsmål som omhandler å presisere hva oppgaven spør etter vil ikke bli inkludert i denne kategorien, da denne typen spørsmål har til hensikt å oppklare eventuelle utydeligheter ved oppgaven som jeg ikke er klar over på forhånd. Jeg kommer til å være villig til å gi hint eller foreslå hvordan elevene kan gripe oppgaven an, først og fremst for at de skal få mulighet til å benytte seg av veiledning som en løsningsstrategi hvis de ønsker det.

3.1.3 Tidligere erfaringer (TE)

Bergqvist et al. (2004, s. 72) forklarer denne strategitypen («Reasoning based on Established Experiences») som tilfeller der elevene tar utgangspunkt i tidligere erfaringer fra læringsmiljøet når de skal forsøke å løse et matematisk problem. I studien sin fant Bergqvist et al. (2004) at mange elever tok utgangspunkt i noe de husket fra tidligere når de forsøkte å finne en fremgangsmåte for å løse oppgavene de fikk utdelt. De hevder at disse erfaringene kunne være til hjelp i enkelte tilfeller, men at de ofte viste seg å være utilstrekkelige for å løse nye matematiske problemer (ibid.). Jeg utvider denne kategorien til også å inneholde eventuelle erfaringer elevene har gjort seg på fritiden eller utenfor klasserommet. Elevenes læringsmiljø er ikke kjent for meg og jeg vet slik sett ikke hvordan de har jobbet tidligere, men jeg kommer til å plassere strategier i denne kategorien basert på elevenes utsagn under problemløsningssekvensen. Eksempelvis utsagn som «en sånn oppgave har jeg sett/løst før» eller «dette ligner jo på den oppgaven vi hadde når…» tyder på at elevene støtter seg på tidligere erfaringer når de skal løse nye matematiske problemer. Hvis en eller flere elever har løst noen lunde identiske oppgaver før, kan dette naturlig nok også være med på å påvirke hvorvidt oppgavene de får av meg faktisk er problemer og ikke rutineoppgaver.

3.1.4 Logiske resonnementer (LR)

Kategorien «Logic, estimation, or insight» (Gallagher & De Lisi, 1994) velger jeg å omtale som "logiske resonnementer" for enkelhets skyld. Denne typen strategier blir av dem beskrevet som «anvendelse av matematiske prinsipper eller logikk, enten alene eller i kombinasjon med beregninger eller innsikt» (ibid, s. 206, egen oversettelse). Det er også verd å inkludere at denne typen resonnementer ifølge Gallagher og De Lisi (1994) generelt ikke er basert på omfattende utregninger eller algoritmer, men de kan være basert på enkelte utregninger gjort i hodet. Slik jeg ser det, er det mulig å løse oppgave 3 hjelp av denne strategien. Eksempelvis vil resonnementer som «hvis vi fyller opp syvlitersbøtta og heller over i femlitersbøtta, har vi to liter igjen i syvlitersbøtta» eller liknende bli kategorisert her. I oppgave 2 vil logiske resonnementer kunne være til hjelp når elevene skal finne ut at noen av speiderne er telt opptil sju ganger i de ulike gruppene og at dette er noe som de må ta hensyn til i prosessen med å komme frem til et svar. På samme måte kan ulike former for resonnementer bidra til at elevene finner antall kvadrater i oppgave 1, samt at de ser at det finnes kvadrater i fem ulike størrelser. Utregninger som elever tilsynelatende gjør i hodet vil jeg også i hovedsak plassere her.

3.1.5 Gjetting (G)

Til tross for at det vil være utfordrende å gjette seg frem til løsningen på oppgave 3, hvor elevene skal måle opp én liter vann, er det ikke umulig at elever kan finne på å gjette når det gjelder oppgave 1 og 2. I disse oppgavene skal de finne som nevnt finne antall kvadrater i et kvadratisk rutenett, og finne ut hvor mange speidere som kom seg gjennom en overnattingstur i villmarken uten uhell. På bakgrunn av dette velger jeg å inkludere gjetting som en kategori. Gallagher og De Lisi (1994) bruker denne betegnelsen på løsninger som tilsynelatende er basert på gjetting, og som ofte er basert på overfladiske aspekter ved de aktuelle oppgavene. Elever som gjetter vil ofte ha vanskeligheter med å forklare hvordan de har gått frem eller kunne begrunne hvorfor de har gjort som de har gjort eller kommet frem til de aktuelle tallene. Utsagn som uttrykker usikkerhet, eksempelvis «Jeg vet ikke hvordan vi skal finne det ut, så skal vi bare svare…» kan tyde på at elevenes svar er gjetninger, men slike utsagn må naturligvis tolkes i sammenheng.

3.1.6 Oppdeling av problemet (OP)

Å dele et sammensatt problem inn i flere, mindre oppgaver er ofte en nyttig problemløsningsstrategi som kan anvendes i mange sammenhenger (Gick, 1986; Posamentier & Krulik, 1998). Dette kan for eksempel innebære å forsøke å løse en tilsvarende, lettere oppgave, eller en deloppgave (Schoenfeld, 1985). Pólya (1957) nevner også denne strategitypen som en av flere ting man kan gjøre når man planlegger hvordan man skal løse en problemløsningsoppgave man ikke har sett før. Han foreslår at man kan formulere hva oppgaven spør etter på en annen måte, for eksempel ved å forenkle det man skal komme frem til og på den måten forsøke å løse en «hjelpeoppgave» før man tar fatt på originaloppgaven igjen (ibid.). Oppgave 1, det kvadratiske rutenettet som består av 5×5 ruter, kan forenkles ved at elevene i hver omgang finner antall kvadrater av som har dimensjonene 1×1, 2×2, 3×3, 4×4 og 5×5 ruter. Ved å bruke en slik strategi vil det også være mulig å se et mønster i hvordan antall kvadrater øker med antall ruter det er langs en side ganget med seg selv for hver gang. Et kvadrat inndelt i 4×4 ruter vil inneholde 4×4 flere kvadrater totalt enn et kvadrat av dimensjonene 3×3. Å løse enklere oppgaver av samme type kan på den måten bidra til en løsning av den aktuelle oppgaven (jf. 10.1). Oppgave 3 kan forenkles ved at elevene forsøker å finne enten 3 eller 6 liter, fordi de ser at dette er et forstadium til å finne én liter.

3.1.7 Visuelle representasjoner (VR)

Posamentier og Krulik (1998) omtaler det å tegne eller lage en form for visuell fremstilling som en nyttig form for problemløsningsstrategi, spesielt når det er snakk om geometriske problemer. Pólya (1957) nevner også at elever bør bruke tegning som et hjelpemiddel i løsningsprosessen hvis det er en figur forbundet med det aktuelle matematiske problemet. Slik jeg ser det, kan elevene under arbeid med oppgavearket ha utbytte av å tegne selv eller bruke illustrasjonene som er der. Om elever velger å tegne eller spore med blyanten over illustrasjonene, vil dette bli regnet som en visuell strategi. I tillegg vil manuell telling med utgangspunkt i de oppgitte figurene bli kategorisert her, noe som kanskje er spesielt aktuelt i kvadratoppgaven (oppgave 1). Jeg tilbyr ikke elevene noen form for konkretiseringsmateriell, men jeg tenker at tegninger eller figurer som de lager selv kan fungere som en form for konkretisering.

Betegnelsene visuelle strategier og visuelle representasjoner vil bli brukt litt om hverandre i analysedelen, men jeg henviser til forkortelsen VR i begge tilfeller. En visuell representasjon er slik jeg ser det en form for tegning eller figur, som består av noe annet enn bare tall eller ord. Visuelle strategityper kan slik jeg har valgt å definere det også inkludere hvordan elever bruker andres tegninger eller figurer, slik som de på oppgavearket, til å gjøre beregninger eller utregninger. De overnevnte aspektene vurderer jeg som såpass nært beslektet at jeg har valgt å samle disse strategitypene i samme kategori.

3.1.8 Organisering (O)

Enkelte problemløsningsoppgaver inneholder mye tekst, mange tall eller flere deloppgaver som man skal finne svar på. For å få oversikt over tall eller informasjon, kan det for eksempel være nyttig å lage en liste eller en tabell. Denne typen strategier vil på noen områder overlappe med visuelle representasjoner (VR) og oppdeling av problemet (OP), men jeg synes likevel den er verdt å nevne for seg selv. Jeg tenker det er naturlig at elever benytter seg av denne strategien i alle tre oppgavene, for eksempel ved å liste opp antall kvadrater av ulik størrelse, liste opp speidere som er utsatt for ett eller flere uhell og som et hjelpemiddel for å få oversikt over hvor mange liter de to bøttene inneholder til en hver tid i prosessen med å skulle måle opp en liter vann. (Posamentier & Krulik, 1998)

3.1.9 Uspesifiserte strategier (US)
Det er umulig å ta høyde for absolutt alle strategityper som kan være aktuelle, både fordi jeg ikke forsøker å replisere noen andres forskning og fordi jeg har satt sammen oppgavearket selv. Strategier som ikke synes å passe inn i noen av de overnevnte kategoriene og som jeg derfor ikke har mulighet til å kommentere nytteverdien til vil derfor bli klassifisert som uspesifiserte.

3.2 Mestringstro og matematikk
Det andre forskningsspørsmålet mitt handler om mestringstro og om hvorvidt det finnes en sammenheng mellom denne og strategitypene elever bruker under arbeid med problemløsningsoppgaver. Begrepet mestringstro («self-efficacy») har sitt opphav i arbeidet til kanadieren Albert Bandura (1986). Han forklarer det på følgende måte:

> *"Perceived self-efficacy is defined as people's judgments of their capabilities to organize and execute courses of action required to attain designated types of performances. It is concerned not with the skills one has but with judgments of what one can do with whatever skills one possesses"* (Bandura, 1986, s. 391).

Mestringstro har altså å gjøre med hvordan mennesker selv vurderer sine egne ferdigheter og sin evne til å utføre gitte oppgaver. Hvilke ferdigheter man faktisk besitter, er i denne sammenheng mindre relevant (Bandura, 1986, 1997; Reeve, 2015). Elevers mestringstro og forventninger knyttet til egne prestasjoner har betydning for innsatsen de er villige til å legge ned, både i arbeidet med matematikk og andre fag (Bandura, 1986; Holm, 2012). I neste omgang vil deres opplevelser med og erfaringer fra matematikkfaget være med på å farge deres forventninger i møte med nye oppgaver (Holm, 2012). Elever som opplever å mestre de fleste matematikkoppgaver, vil ofte utvikle høyere mestringstro på dette området enn elever som sjelden opplever at de får til det de prøver på. Mestringstro er en faktor når det gjelder både læringsstrategier og utholdenhet, og elever med høy mestringstro vil ofte også utvise en økt faglig innsats (Hoffman, 2010; Holm, 2012).

Tilsvarende vil elever som forventer å mislykkes og som har lav mestringstro være tilbøyelige til å legge ned mindre innsats i noen sammenhenger (Bandura, 1986, 1997). Når man forventer at man ikke kommer til å klare en oppgave, vil det være mer sannsynlig at man legger ned mindre innsats, sier seg fornøyd med middelmådige resultater eller gir opp hvis man møter på hindringer (Bandura, 1986; Reeve, 2015). Pajares (1996) peker også på at elever som tviler på sin egen evne til å bruke ferdigheter de besitter, ofte vil forsøke å unngå situasjoner der de aktuelle ferdighetene kreves. I tillegg kan en slik vurdering av egne ferdigheter føre til at elever lettere gir opp hvis de ikke klarer å løse en oppgave i løpet av kort tid (Bandura, 1986; Pajares, 1996).

Høy mestringstro har altså vist seg å kunne fremme akademiske prestasjoner mens lav mestringstro vil tilsvarende kunne ha motsatt effekt (Hoffman, 2010; Pajares, 1996). Hoffman og Spatariu (2008) fant i sin studie at mestringstro hadde innvirkning på nøyaktighet og effektivitet ved løsning av hoderegningsoppgaver i matematikk. Studenter som rapporterte om høyere mestringstro presterte bedre enn de som vurderte sine egne ferdigheter som middelmådige eller dårlige. De undersøkte også effekten av å spørre studentene om hvordan de tenkte og hvorfor de gjorde det de gjorde underveis (ibid.). Resultatene fra studien deres tyder på at slike spørsmål hadde størst effekt på de studentene som ikke allerede var kategorisert som høytpresterende. Dette kan skyldes at individene i den sistnevnte studentgruppen allerede stiller seg selv slike spørsmål mens de arbeider. Basert på disse funnene anbefaler de at lærere bevisst stiller spørsmål til elever som har til hensikt å fremme refleksjon rundt fremgangsmåter og strategivalg, noe som i neste omgang kan tenkes å bidra til en økt bevissthet på dette området (ibid.).

Pajares og Miller (1994) undersøkte sammenhengen mellom blant annet elevers mestringstro og deres prestasjoner under arbeid med matematikkoppgaver innenfor emnene aritmetikk, algebra og geometri. Når det gjaldt elevenes egenvurdering av sin evne til å løse disse matematikkoppgavene, vurderte et stort flertall seg som over middels sikre på at de kunne få ting til. De brukte en Likert-skala med fem punkter, hvor 1 representerte at man mente at man ikke kunne få til en viss oppgave («no confidence») og 5 representerte at man var helt sikker på at man kunne få til oppgaven («complete confidence»). Gjennomsnittet blant elevene var en sikkerhet på 4,09 på alle oppgavene. Etter å ha sammenlignet elevenes vurderinger med hva de faktisk fikk til, kom det frem at 57 % hadde overvurdert ferdighetene sine, mot 20 % som undervurderte seg selv. I studien sin fant de også en tydelig sammenheng mellom mestringstro og oppgaveløsningsfrekvens, hvor elever med høyere mestringstro klarte flere oppgaver enn de som rapporterte om lavere mestringstro. De anbefaler på bakgrunn av dette at lærere er klar over dette aspektet når de skal vurdere hva som ligger til grunn for elevers prestasjoner i matematikk.

Også andre studier har også funnet at elever er overdrevent selvsikre når de skal vurdere sine egne matematikkferdigheter (Hackett & Betz, 1989; Pajares, 1996; Pajares & Kranzler, 1995). Pajares (1996) fant i en studie av høytpresterende elever at gutter gav uttrykk for noe høyere mestringstro enn jenter, til tross for at prestasjonene deres var noe svakere. Han fant også at andelen elever som over- eller undervurderte sine egne prestasjoner var større hos normalpresterende elever enn hos høytpresterende elever (ibid.). I studien til Pajares og Kranzler (1995) overvurderte et stort flertall av elevene sine egne problemløsningsevner. Hele 86 % av de 329 elevene som deltok, vurderte sine egne prestasjoner som bedre enn de var i realiteten. Elevene ble bedt om å vurdere hvorvidt de mente de hadde klart å løse hver av de 18 problemløsningsoppgavene de hadde jobbet med. I gjennomsnitt trodde elevene som overvurderte seg selv at de hadde klart å løse 5,5 flere oppgaver enn det som faktisk var tilfelle. I denne sammenheng er det verdt å nevne at høy mestringstro i seg selv ikke automatisk fører til gode resultater – elevene må naturligvis også beherske ferdighetene som trengs for å løse de aktuelle oppgavene (Schunk, 1991).

4 Metode

Datamaterialet som denne oppgaven bygger på, ble samlet inn på tiende trinn ved en middels stor ungdomsskole i Sør-Norge. Innsamlingen fant sted i mars 2017. De seks elevene som har deltatt i forskningen ble ikke valgt ut på bakgrunn av spesielle kjennetegn eller karakteristikker. Det eneste kriteriet jeg stilte til deltakerne var at foreldrene deres hadde gitt samtykke til at de deltok i studien, samt at de selv kunne tenke seg å være med. Til innsamlingen benyttet jeg som nevnt et oppgaveark med tre problemløsningsoppgaver, et egenvurderingsskjema, en intervjuguide og et ark med tre oppgaver fra læreverket Faktor 3.

4.1 Presentasjon av metode

Forskningsdesignet til denne studien er en form for «multiple case study» eller studie av tre såkalte «caser» (Wellington, 2015, s. 177). Jeg velger i det følgende å bruke det engelske begrepet, fordi det ikke finnes noen god norsk oversettelse når det er snakk om mer enn én case. Case study som metode kjennetegnes av at man tar utgangspunkt i en eller flere caser som man undersøker grundig (Mertens, 2015; Wellington, 2015). Eksempler på case kan være en person, en gruppe, en hendelse eller en organisasjon (Mertens, 2015). Mine tre caser er de tre parene av elever som jobber med tre problemløsningsoppgaver som de får utdelt av meg. Ved å benytte et case study-design står man som forsker nokså fritt med hensyn til hvordan man ønsker å samle inn data, da det er casen(e) som skal være i fokus, og ikke spesifikke metoder (ibid.).

Hensikten med case studies er å utvikle en dyp og grundig forståelse av fenomenet eller casen man undersøker (Mertens, 2015; Wellington, 2015). En ulempe med dette designet er dermed at selv om en slik studie kan gi detaljert og mangfoldig informasjon om et fenomen, vil denne informasjonen ha begrenset overførbarhet (Wellington, 2015). Først når det samme fenomenet har vært undersøkt gjentatte ganger, helst ved hjelp av de samme metodene og innenfor de samme rammene, er det mulig å se etter fellestrekk (ibid.). Hvis det finnes slike, kan disse i neste omgang vise seg å gjelde også for andre caser av samme slag (ibid.). Ved å studere tre caser i stedet for bare én, får jeg et litt bedre grunnlag for å kunne generalisere. Å undersøke mer enn én case vil på den måten kunne styrke validiteten til resultatene fra studien (Mertens, 2015; Wellington, 2015).

Jeg gjennomførte datainnsamlingen i tre omganger. I hver av disse omgangene hentet jeg to elever som jeg tok med inn på et annet rom hvor vi kunne jobbe uforstyrret. Innledningsvis ba jeg elevene om å lese gjennom de tre problemløsningsoppgavene på arket (jf. 10.1), deretter fylte de ut egenvurderingsskjemaet (jf. 10.3) og så ble de bedt om å samarbeide om å forsøke å løse oppgavene. Avslutningsvis brukte jeg noen minutter på et oppfølgingsintervju med utgangspunkt i spørsmålene i intervjuguiden, hvor jeg blant annet ba dem sammenligne de tre problemløsningsoppgavene med tre lærebokoppgaver som jeg hadde kopiert opp (jf. 10.2; 10.5). Samtlige tre datainnsamlingssekvenser varte i omtrent 30 minutter. Sekvensene ble filmet, og jeg tok også opp lyd ved hjelp av diktafon og mobiltelefon. Analysen baserer seg først og fremst på videoopptakene samt elevenes skriftlige besvarelser og kladdeark.

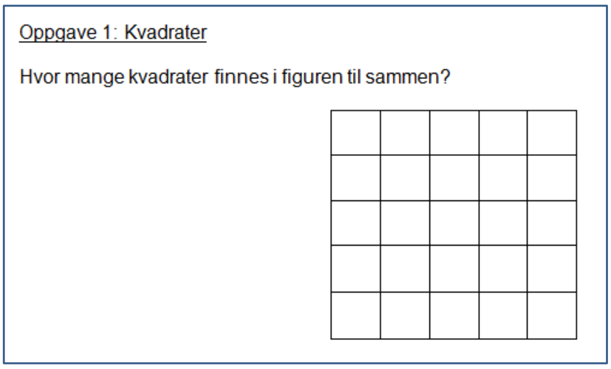
4.2 Begrunnelse for valg av metode

Det er mange ting som skal ordnes før en datainnsamling. For det første må man finne en skole der en eller flere lærere er villige til å gi deg tilgang til elever på det aktuelle trinnet. For det andre må elevene få godkjenning til å delta av foreldrene sine. Sist, men ikke minst, ønsket jeg at det skulle være frivillig for elevene å delta i prosjektet. Å forsøke å overtale eller nærmest tvinge noen til å delta var aldri et alternativ. Det var på bakgrunn av disse tingene at jeg endte opp med de seks elevene som har deltatt i studien. Jeg valgte å ha datainnsamlingen på tiende trinn, fordi jeg tenkte at det ville gi meg et bedre grunnlag for å vurdere om elevene faktisk har nådd læreplanmålene i Kunnskapsløftet som er knyttet til problemløsning (Utdanningsdirektoratet, 2013). Elever på lavere trinn kan potensielt utvikle seg mye på dette området i løpet av den tiden de har igjen på ungdomsskolen.

Elevene jobbet i par, og det var flere grunner til dette. Først og fremst tenkte jeg at det ville være greiere for elevene å jobbe sammen med noen enn å jobbe alene, og da særlig siden jeg er en person de ikke kjenner. Det er ikke uvanlig at elever snakker i munnen på hverandre, og jeg vurderte det som at arbeidet med å transkribere kunne bli omfattende og vanskelig hvis det var mange ulike personer involvert. Ved å la to elever jobbe sammen tenkte jeg også at det var mindre sjanse for at en av dem ville «melde seg helt ut» og trekke seg tilbake, noe jeg har observert at fort kan skje ved ulike former for gruppearbeid.

4.2.1 Oppgavearket

Elevene fikk utdelt tre oppgaver som jeg hadde tenkt kom til å være problemløsningsoppgaver for dem ut ifra definisjonen jeg har valgt å bruke (jf. 1.3). De tre oppgavene er forskjellige av natur og berører ulike matematiske temaer, noe som er et bevisst valg. Det var også meningen å velge ut oppgaver som elevene ville synes var litt spennende, da det har kommet frem at elever er villige til å jobbe hardere og mer konsentrert hvis de synes arbeidet er interessant (Mayer, 1998). Bakgrunnen for å bruke tre ulike oppgaver var at jeg ønsket å gi elevene mulighet til å anvende et så bredt spekter av strategier som mulig. Samtidig håpet jeg at oppgaver fra forskjellige emner ville fungere som en slags forsikring mot at alle oppgavene ble veldig lette eller veldig vanskelige, alt ettersom elevene tidligere innenfor hvert enkelt emne har jobbet mye eller lite med problemløsning. Jeg tenkte også at om jeg for eksempel hadde gitt dem tre oppgaver innenfor samme emne, ville det ha vært større sannsynlighet for at de hadde forsøkt å bruke de samme strategiene igjen og igjen, uten å starte fra bunnen av på hver enkelt oppgave. I så fall måtte jeg ha endret problemstillingen til å omhandle elevers strategier under arbeid med problemløsningsoppgaver innenfor for eksempel geometri. Med utgangspunkt i problemstillingen min ønsket jeg i stedet å undersøke mer generelt hvorvidt tiendeklassingene i studien min er effektive og kreative problemløsere, uavhengig av hvilket matematisk tema det er snakk om.



Figur 4.2.1: Oppgave 1 fra oppgavearket elevene jobbet med, jf. vedlegg 10.1.

Oppgave 1 (jf. figur 4.2.1) består av et kvadratisk rutenett og er en tilpasning av en oppgave fra Lam, Seng, Hoong, Jaguthsing og Guan (2011, s. 102). I den opprinnelige oppgaven brukes et rutenett som består av 7x7 ruter, men jeg valgte å lage et rutenett med dimensjonene 5x5 ruter for at oppgaven skulle bli litt mer overkommelig. Ved å redusere størrelsen på figuren noe, tenkte jeg også at det ville være mulig for elevene å telle seg frem til et svar hvis de måtte ønske det. Jeg valgte å ta denne oppgaven med på oppgavearket fordi jeg håpet den ville være interessant for elevene, samtidig som jeg antok at det ikke ville være mulig å komme frem til et svar umiddelbart uten å bruke en eller annen type strategi. I og med at problemløsningssekvensene ble filmet, ville jeg også ha mulighet til å følge med på hva elevene pekte på mens de arbeidet.

Oppgave 2: Speiderturen

40 uerfarne speidere var på overnattingstur i villmarken. I løpet av turen skjedde følgende:

- 14 av dem falt ut i innsjøen
- 13 brant seg på brennesler
- 16 gikk seg vill i skogen under rebusløpet
- Tre av dem både brant seg på brennesler og falt i innsjøen
- Fem stykker både falt i innsjøen og gikk seg vill
- Åtte speidere brant seg på brennesler og gikk seg vill
- To stykker var så uheldige at de både gikk seg vill, brant seg på brennesler og falt i innsjøen.

Hvor mange speidere kom seg gjennom turen uten å ha noen uhell?

Figur 4.2.2: Oppgave 2 fra oppgavearket elevene jobbet med, jf. vedlegg 10.1.

Den andre oppgaven på arket, som jeg har valgt å kalle «speiderturen», er hentet fra Posamentier og Krulik (1998, s. 141) (jf. figur 4.2.2). Jeg skrev om oppgaveteksten litt da jeg oversatte den fra engelsk til norsk, men beholdt alle de opprinnelige tallene. Jeg valgte denne oppgaven fordi jeg vurderte det som en oppgave man kan løse på mange forskjellige måter, og som dermed ville gi elevene mulighet til å benytte seg av mange forskjellige strategityper. Oppgaven var presentert i et kapittel som omhandlet strategier med å lage en visuell representasjon for det aktuelle problemet. Ved første øyekast kan elever kanskje bli fristet til å legge sammen de tre første tallene. Om de gjør det, vil de forhåpentligvis innse at dette må være feil, da de ender opp med et tall som er større enn det totale antall speidere, henholdsvis 43 og 40. Hvis elevene gjør denne feilen, vil de forhåpentligvis prøve ut en annen strategi i neste omgang.

Oppgave 3: Oppmålingsutfordring

Dere har to tomme bøtter, den ene rommer nøyaktig 7 liter og den andre rommer nøyaktig 5 liter. Det er ingen markeringer inni eller utenpå bøttene som viser hvor 1 liter, 2 liter osv. er. Dere har også tilgang til så mye vann dere måtte ønske, men dere har ikke noe annet å oppbevare vannet i enn bøttene. Hvordan kan dere, kun ved hjelp av disse to bøttene, måle opp nøyaktig 1 liter med vann?

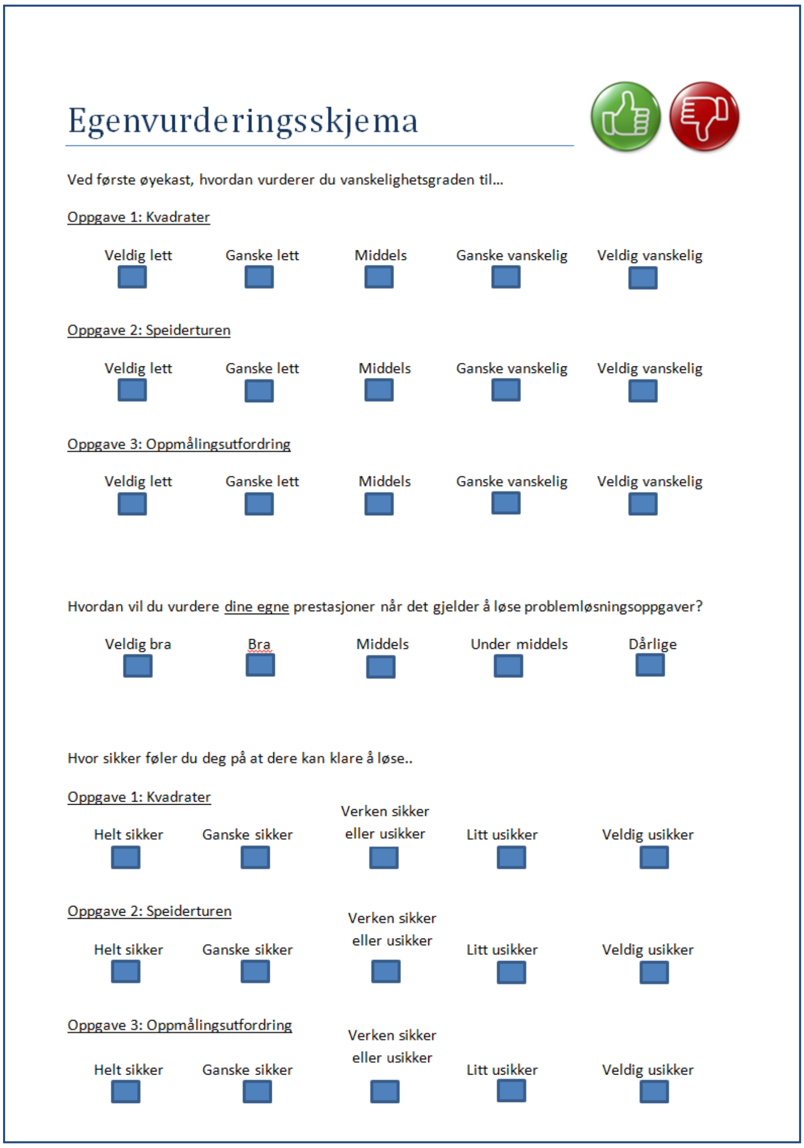
Figur 4.2.3: Oppgave 3 fra oppgavearket elevene jobbet med, jf. vedlegg 10.1.

I oppgave 3 skal elevene forsøke å finne en måte å måle opp nøyaktig én liter med vann på ved hjelp av to bøtter som rommer henholdsvis fem og sju liter (jf. figur 4.2.3). Denne oppgaven ble jeg først introdusert for på en forelesning under mitt utvekslingssemester ved University of Victoria, i Canada. Jeg syntes umiddelbart det var en spennende og annerledes oppgave. Etter å ha bestemt rammene for forskningen min og planlagt ytterligere i forhold til hva som var mulig å gjennomføre, fant jeg en liknende oppgave i Lam et al. (2011, s. 72). I deres oppgave skal man måle opp fire liter vann ved hjelp av bøtter som rommer tre og fem liter. Jeg sammenlignet de to oppgavene, men fant ut at jeg likte den førstnevnte oppgaven best. Dessuten ville jeg ha mulighet til å gi elevene et hint om å forsøke å finne 3 eller 6 liter som et forstadium til å finne én liter hvis de ble stående fast.

På oppgavearket elevene fikk utdelt, er tittelen på oppgave 3 «Oppmålingsutfordring». Jeg kommer i analysen til å omtale oppgaven som «bøtteoppgaven», mest fordi jeg tenker det vil gjøre det lettere for leseren å huske hvilken oppgave jeg refererer til.

4.2.2 Egenvurderingsskjemaet

Det var utfordrende å skulle lage et egenvurderingsskjema for å finne ut noe om elevers mestringstro, i og med at mestringstro er et abstrakt konsept som ikke nødvendigvis lar seg måle slik man måtte ønske det (jf. figur 4.2.4; 10.3). Påstandene på arket som omhandler elevenes vurderinger av sine egne ferdigheter i møte med de aktuelle oppgavene, er modellert etter studier av Parker, Marsh, Ciarrochi, Marshall og Abduljabbar (2014) og Pajares og Miller (1994). De bruker Likert-skalaer med henholdsvis fire og fem punkter på sine skjema, og jeg valgte derfor valgte å utforme mitt skjema på en liknende måte. Min Likert-skala har fem punkter fordi jeg har inkludert «verken sikker eller usikker» som et avkrysningsalternativ. Jeg vurderte det som at listen av alternativer ble mer uttømmende ved at jeg utvidet den. Toland og Usher (2016) hevder at det kan virke mot sin hensikt å ha veldig mange kategorier når man ønsker å undersøke elevers mestringstro, og jeg valgte derfor å ha så få kategorier som mulig, samtidig som jeg ville inkludere alle alternativer jeg mente var aktuelle.



Egenvurderingsskjema

Ved første øyekast, hvordan vurderer du vanskelighetsgraden til...

Oppgave 1: Kvadrater

Veldig lett	Ganske lett	Middels	Ganske vanskelig	Veldig vanskelig

Oppgave 2: Speiderturen

Veldig lett	Ganske lett	Middels	Ganske vanskelig	Veldig vanskelig

Oppgave 3: Oppmålingsutfordring

Veldig lett	Ganske lett	Middels	Ganske vanskelig	Veldig vanskelig

Hvordan vil du vurdere dine egne prestasjoner når det gjelder å løse problemløsningsoppgaver?

Veldig bra	Bra	Middels	Under middels	Dårlige

Hvor sikker føler du deg på at dere kan klare å løse..

Oppgave 1: Kvadrater

Helt sikker	Ganske sikker	Verken sikker eller usikker	Litt usikker	Veldig usikker

Oppgave 2: Speiderturen

Helt sikker	Ganske sikker	Verken sikker eller usikker	Litt usikker	Veldig usikker

Oppgave 3: Oppmålingsutfordring

Helt sikker	Ganske sikker	Verken sikker eller usikker	Litt usikker	Veldig usikker

Figur 4.2.4: Egenvurderingsskjemaet som ble brukt under datainnsamlingen, jf. vedlegg 10.3.

4.2.3 Oppgavene til sammenligning

Under intervjuet ba jeg elevene sammenligne problemløsningsoppgavene de nettopp hadde jobbet med, med tre andre oppgaver som jeg hadde på et ark (jf. figur 4.2.5; 10.2). De tre oppgavene til sammenligning var hentet fra oppgaveboka til læreverket som benyttes ved den aktuelle skolen, nemlig Faktor (Hjardar & Pedersen, 2008). Oppgavene i boka er innenfor hvert kapittel delt inn i tre kategorier; 1, 2 og 3, hvor kategori 3 er mest utfordrende. Jeg valgte ut tre oppgaver fra kategori 2 fordi jeg ikke kjente elevene eller visste hvilket nivå de kom til å være på, men jeg antok at det fra lærebokforfatternes side var meningen at de fleste burde kunne få til disse oppgavene. Oppgavene er hentet fra kapitlene «Tall og algebra», «Likninger og ulikheter» og «Statistikk, kombinatorikk og sannsynlighet», og fra undertemaene «Problemløsing», «Problemløsing og likninger» og «Sannsynlighet ved én eller flere hendelser».

Oppgaver fra Faktor 3 oppgavebok

1.214 Sara er fem år eldre enn broren sin. De er 25 år til sammen. Sett opp en likning for å finne ut hvor gammel broren til Sara er.

4.212 En ferietur til Moskva koster 5500 kr med 25 % merverdiavgift. Sett opp en likning for å finne ut hvor mye ferieturen koster uten merverdiavgift.

6.218 Hanna kaster et pengestykke fire ganger. Tegn et trediagram og finn antallet mulige utfall. Bruk *K* for krone og *M* for mynt.

Figur 4.2.5: De tre oppgavene fra Faktor 3 som elevene sammenlignet med problemløsningsoppgavene de hadde jobbet med, jf. vedlegg 10.2.

Blant de tre oppgavene fra Faktor, valgte jeg å inkludere to oppgaver som ifølge lærebokforfatterne er problemløsingsoppgaver for middels flinke tiendeklassinger, nemlig disse: «Sara er fem år eldre enn broren sin. De er 25 år til sammen. Sett opp en likning for å finne ut hvor gammel broren til Sara er» (s. 12) og «En ferietur til Moskva koster 5500 kr med 25 % merverdiavgift. Sett opp en likning for å finne ut hvor mye ferieturen koster uten merverdiavgift» (s. 108). Min umiddelbare tanke var at dette sannsynligvis og forhåpentligvis ikke ville være matematiske problemer slik jeg definerer det for en gjennomsnittlig tiendeklassing, men jeg valgte å ta dem med på arket av ren nysgjerrighet. Jeg synes også det er interessant at det foreskrives en oppskrift for elevene for hvordan de skal løse disse «problemene», nemlig «sett opp en likning». Nettopp det at det ikke finnes en ferdig oppskrift, algoritme eller fremgangsmåte for hvordan man skal jobbe er slik jeg ser det en viktig forskjell mellom problemløsningsoppgaver og andre typer øvingsoppgaver eller rutineoppgaver (jf. 1.3).

4.2.4 Avsluttende intervju

MA-502: Intervjuguide til datainnsamling

1. Hvilken oppgave syntes dere var vanskeligst?
   - Hvorfor?

2. Hvilken oppgave syntes dere var lettest?
   - Hvorfor?

3. Sammenligne med tre oppgaver fra Faktor 10 (eget ark):

   Hvordan vil dere beskrive disse tre oppgavene fra Faktor 10 sammenlignet med de tre oppgavene dere nettopp har løst?

4. Hva tenker dere man kan gjøre for å komme seg videre hvis man blir sittende helt fast mens man jobber med en problemløsningsoppgave?

5. La oss si at Per ser på en matteoppgave og tenker at den ser litt vanskelig ut sånn med en gang. Tror dere det har noe å si om han føler seg sikker på at han kan klare å løse en oppgave for om han faktisk klarer det eller ikke?
   - Hvorfor/hvorfor ikke?

Figur 4.2.6: Intervjuguiden som ble brukt under datainnsamlingen, jf. vedlegg 10.2.

Intensjonen med å ha en oppfølgingssamtale med elevene, var å få litt mer dybdeinformasjon om fenomenene jeg ønsket å undersøke; problemløsningsstrategier og mestringstro. Spørsmål 1 og 2 (jf. figur 4.2.6) stilte jeg fordi jeg ønsket å oppklare om de tre oppgavene elevene fikk utdelt faktisk var «problemer» for dem slik jeg velger å forstå definisjonen (jf. 1.3). Ved å spørre elevene hvilken oppgave de syntes var henholdsvis lettest og vanskeligst, håpet jeg å få informasjon om hvorvidt de mente at de hadde en løsningsmetode klar med en gang, eller om de måtte tenke seg om litt for å finne ut hvordan de skulle gå frem. Spørsmål 3 stilte jeg samtidig som elevene fikk utdelt et ark med tre oppgaver fra matematikklæreverket som brukes på den aktuelle skolen (jf. figur 4.2.5). Hensikten med spørsmålet var å finne ut om elevene ser noen forskjeller mellom problemløsningsoppgaver og oppgaver som jeg tok utgangspunkt i ville være rutineoppgaver for dem. Oppgavene jeg valgte ut som eksempler, var hentet fra temaene algebra, likninger og kombinatorikk.

Ved å stille elevene spørsmål om hva de tenker man kan gjøre hvis man blir sittende fast under arbeid med en problemløsningsoppgave, ønsket jeg å finne ut hva slags ressurser de mener de har tilgang til. Jeg ønsket også å finne ut om de var innstilt på at man må være fleksible i løsningsprosessen og muligens endre eller bytte ut den opprinnelige løsningsstrategien. Avslutningsvis spurte jeg dem om de tror hva en person tenker om sine egne evner og om vanskelighetsgraden til en oppgave har innflytelse på hvorvidt vedkommende klarer å løse oppgaven. Spørsmålet ble litt langt og kronglete formulert, men jeg klarte rett og slett ikke å finne en bedre måte å formulere det på. Dette siste spørsmålet stilte jeg for å få informasjon om elevenes tanker rundt konseptet mestringstro, uten å bruke begrepet eksplisitt, og for å finne ut om de tror at dette er en faktor som kan påvirke hvordan man presterer i matematikk. Alle fem spørsmålene hadde jeg så godt det lot seg gjøre linket opp mot forskningsspørsmålene mine, og jeg spurte ikke om andre ting enn det jeg mente var relevant (Wellington, 2015).

Forskeren skal ikke spille en ledende rolle i en intervjusituasjon, da hensikten er å få frem tankene og meningene til intervjuobjektene (Wellington, 2015). Informantene i studien var ikke valgt ut på bakgrunn av spesielle karakteristikker som de innehar, men var i noen grad et tilfeldig utvalg av tiendeklassinger ved den aktuelle skolen. De tanker og synspunkter som de gir uttrykk for under intervjuet vil kanskje i noen grad være representative for jevnaldrende elever, men det er vanskelig å slå fast. Fire av de fem spørsmålene i intervjuguiden er utformet som åpne spørsmål, fordi jeg ønsket å legge til rette for at elevene skulle kunne komme med sine innspill uten at de hadde inntrykk av at jeg var ute etter spesifikke svar. Det er nettopp dette som kjennetegner åpne spørsmål (Kvale & Brinkmann, 2009; Wellington, 2015).

Wellington (2015) peker også på viktigheten av at det etableres en form for relasjon mellom intervjueren og informantene før intervjuet finner sted. I mitt tilfelle gikk jeg ikke inn for å etablere en slik relasjon, men elevene hadde sett meg da jeg var innom klasserommene deres og informerte om studien og delte ut samtykkeskjema. Jeg var på den måten ikke en helt ukjent person. Intervjuguiden inneholder heller ikke etter mitt skjønn sensitive eller utleverende spørsmål som jeg så for meg at informantene ville være motvillige til å besvare foran en fremmed (jf. figur 4.2.6; 10.2).

Intervjuene hadde en mellomting mellom en strukturert og halvstrukturert form (Postholm & Jacobsen, 2011). Dette innebar at jeg hadde en intervjuguide med fem spørsmål som jeg ville stille til alle elevparene, samtidig som at det var rom for å stille oppfølgingsspørsmål til de ulike elevene som kunne være forskjellige fra gruppe til gruppe (Postholm & Jacobsen, 2011; Wellington, 2015). Jeg valgte å strukturere intervjuet slik fordi jeg anså det som viktig å få stilt spørsmålene i intervjuguiden til samtlige elever. Elevenes responser på disse kunne etter min mening være verdifulle bidrag i prosessen med å skulle forstå og analysere datamaterialet i etterkant. Utformingen av spørsmålene gjorde jeg i flere omganger, og jeg fikk flere av mine medstudenter til å gi meg tilbakemelding. Målet med dette var å utforme spørsmålene på en måte som ikke kunne misforstås og der det var tydelig hva jeg spurte om. Tvetydige eller uklare spørsmål bør man ikke bruke, og jeg ønsket etter beste evne å sikre meg mot det (Kvale & Brinkmann, 2009; Wellington, 2015).

Jeg hadde innledningsvis en tanke om at hvert intervju skulle ta mellom fem og ti minutter, avhengig av hvor mye de ulike elevene hadde å komme med på hvert enkelt punkt. I og med at jeg ikke kjente elevene, var det vanskelig å forestille seg hvor lang tid det kom til å ta. Etter å ha studert datamaterialet har jeg sett at jeg brukte omtrent fem minutter på intervjudelen med hver av de tre gruppene.

4.3 Strategi for datahåndtering og analyse

Det har vært viktig for meg å ivareta personvernet til de involverte i studien, og jeg har derfor tatt alle nødvendige forhåndsregler for å sikre deres anonymitet. Alt av datamateriale som kan være personidentifiserende, har blitt oppbevart forsvarlig. Alle navn i studien er fiktive navn og skal ikke kunne spores tilbake til enkeltindivider. Videoklipp og lydklipp har vært lagret på OneDrive, en passordbeskyttet nettsky som ingen andre enn jeg har tilgang til. Disse klippene vil bli slettet når masterprosjektet er avsluttet i juni 2017.

Det første jeg gjorde etter å ha gjennomført datainnsamlingen, var å transkribere alt som ble sagt under de tre sekvensene. Jeg transkriberte med utgangspunkt i videoklippene fordi disse hadde bedre lydkvalitet enn de andre lydopptakene. Ved å bruke videoene som utgangspunkt kunne jeg også legge til kommentarer i parentes om hva som skjedde samtidig hvis dette var relevant eller oppklarende i forhold til det som ble sagt. Jeg har forsøkt å transkribere mest mulig ordrett, og har derfor tatt med pauseord som «eh» og «uhm». Bruk av slike ord kan være tegn på nøling eller usikkerhet, og det kan noen ganger være interessant i forhold til å forstå det som skjer. Enkelte utsagn som refereres til i analysedelen er modifisert, det vil si at småord som «eh», «liksom», «okei» og liknende har blitt tatt bort når jeg har vurdert det som at disse ikke har en funksjon i forhold til innholdet i det som blir sagt. Ved å ta bort disse, ønsket jeg også å øke lesbarheten til transkripsjonene. Fullstendige transkripsjoner fra samtlige av de tre datainnsamlingssekvensene finnes som vedlegg i henholdsvis 10.6, 10.7 og 10.8.

Jeg skrev deretter ut alle transkripsjonene og kodet datamaterialet ved hjelp av forkortelsene jeg hadde laget for de ulike strategiene. For å skille de ulike aspektene fra hverandre, brukte jeg fargede tusjer når jeg markerte i transkripsjonene. Jeg laget også oversiktslister på ark hvor jeg tok for meg hver elev enkeltvis og hver gruppe enkeltvis. Etter å ha studert datamaterialet mitt gjentatte ganger, laget jeg tabeller over hvilke typer strategier jeg mente at de ulike elevene brukte under arbeid med hver av de tre oppgavene. På bakgrunn av disse tabellene, egenvurderingsskjemaene og elevenes utsagn under intervjudelen kunne jeg så forsøke å se etter eventuelle sammenhenger mellom mestringstroen og strategibruken deres.

Før jeg gjennomførte datainnsamlingen hadde jeg en forventning om å observere et mangfold av ulike strategier i bruk, og jeg antok at disse ville variere både fra oppgave til oppgave og fra elevpar til elevpar. Posamentier og Krulik (1998) hevder at de fleste matematiske problemer blir løst ved at problemløseren tar i bruk mer enn bare én strategi. Det var derfor interessant å undersøke om dette var tilfelle i min studie. Om det kan se ut til å være en sammenheng mellom mestringstro og strategier i datamaterialet mitt, forventer jeg basert på tidligere forskning at det vil gi seg utslag i at elever med høyere mestringstro er mer effektive og sofistikerte i sine strategivalg og eventuelt raskere og mer nøyaktige når det gjelder å komme frem til en løsning. Basert på annen forskning er det er også mulig å se for seg at elever som ikke tror de klarer å løse en oppgave kan være tilbøyelige til å bare gjette eller rett og slett gi opp (Bandura, 1997; Pajares & Miller, 1994).

Innledningsvis hadde jeg ingen klare formeninger om hvilke strategier jeg kom til å observere hyppigst, da dette kan være veldig personavhengig. Jeg forventet derimot å se at elevparene kanskje alle brukte liknende strategier når de jobbet med henholdsvis oppgave 1, 2 og 3. I og med at jeg ikke forsøkte å skaffe informanter basert på spesielle kjennetegn, som for eksempel matematikkfaglige prestasjoner, syntes jeg det var vanskelig å lage hypoteser selv med utgangspunkt i tidligere forskning. Strategitypene jeg mener jeg observerte, har jeg forsøkt å plassere i de ni kategoriene som ble presentert i kapittel 3.1.

4.4 Validitet og reliabilitet

Validitet eller gyldighet handler om i hvilken grad datamaterialet i en studie faktisk representerer fenomenet som man ønsker å undersøke (Christoffersen & Johannessen, 2012).

Dette innebærer at forskere må vurdere hvorvidt metodene de bruker i datainnsamlingen er egnede til å finne informasjon om det de vil undersøke. Hvis man velger ut noen få individer som representanter for en større gruppe, vil validiteten til resultatene man får være avhengig av i hvilken grad disse enkeltindividene er representative for mangfoldet innenfor sin populasjon. For å øke validiteten til en studie, bør man også prøve å komme utenom eventuelle feilkilder hvis det lar seg gjøre, og ellers i det minste være bevisst på at de finnes og kan påvirke resultatene (Silverman, 2001). En mulig feilkilde kan for eksempel være at forskerens tilstedeværelse kan påvirke resultatene i en studie hvor datainnsamlingen gjøres ved hjelp av observasjon. Forskere som slurver på dette punktet risikerer at hele studien deres er bortkastet, fordi de til syvende og sist ikke har grunnlag for å trekke konklusjoner på bakgrunn av datamaterialet sitt.

Forskningsprosjektet mitt er inspirert av tidligere forskning, men rammeverket for å kategorisere elevenes strategibruk har jeg satt sammen selv. Når jeg i analysen mener at jeg observerer en viss type strategi i bruk, har jeg forsøkt å bygge opp under disse tolkningene ved å referere til elevenes utsagn og notater. Det kan ikke være noen tvil om at elevene bruker forskjellige former for strategier når de jobber med oppgavene, men om mine ni kategorier rommer disse på en god måte, er en annen sak. Et annet rammeverk kunne ha lagt grunnlag for en helt annen form for kategorisering, og det er jeg klar over.

Reliabilitet i forskning handler om en vurdering av påliteligheten til dataene man har samlet inn (Christoffersen & Johannessen, 2012). For å ivareta påliteligheten til en studie, må forskere gjøre et godt og grundig forarbeid i tillegg til å være nøyaktige både under innsamlingen, behandlingen, oppbevaringen og analysen av det aktuelle datamaterialet (Postholm & Jacobsen, 2011). Pålitelighet innenfor forskning innebærer også at andre skal kunne komme frem til liknende konklusjoner som forskeren som har gjennomført studien med utgangspunkt i det samme datamaterialet (Silverman, 2001).

Jeg har i denne studien jobbet deduktivt, det vil si at jeg utformet studien min på bakgrunn av teori om det jeg ønsket å undersøke (Christoffersen & Johannessen, 2012). Annen forskning om problemløsning og problemløsningsstrategier la grunnlag for utvelgelsen av oppgaver til datainnsamlingen, og egenvurderingsskjemaet laget jeg etter å ha studert hvordan andre forskere hadde forsøkt å kartlegge elevers mestringstro. I den påfølgende analysedelen forsøker jeg å holde datamaterialet mitt opp mot det teoretiske rammeverket jeg presenterte i kapittel 3.

Schoenfeld (2007a) introduserer begrepene «trustworthiness», «generality» og «importance» som utgangspunkt for å vurdere forskningsprosjekter ved hjelp av tre spørsmål. Spørsmålet som handler om troverdighet («trustworthiness»), er følgende: «Hvorfor skal vi tro på det forfatteren sier?» (egen oversettelse) (Schoenfeld, 2007a, s. 81). Som forfatter av denne oppgaven vil jeg svare at det er opp til den enkelte hva de ønsker å ta med seg fra studien min, men i min analyse av datamaterialet har jeg i hvert fall forsøkt å underbygge mine tolkninger og konklusjoner så godt det har latt seg gjøre. Det vil selvsagt være rom for å tolke datamaterialet på andre måter, men jeg har i hvert fall hatt et ønske om å redegjøre for hvordan jeg har tenkt i prosessen og hvilke aspekter ved elevenes arbeid jeg har tatt utgangspunkt i. Schoenfeld (2007a) nevner også at troverdig forskning bør kunne repliseres. Alt materiell som jeg har brukt i studien min finnes som vedlegg, og jeg mener også at jeg har gjort rede for hvordan jeg gikk frem under datainnsamlingssekvensene. Det burde derfor være mulig å replisere den praktiske delen av forskningen min. Om resultatene hadde blitt noen lunde de samme med andre tiendeklassinger som informanter, er det derimot vanskelig å si noe om.

Det andre spørsmålet handler om overførbarhet («generality») og lyder som følger: «Til hvilke situasjoner eller kontekster kan forskningen ha overføringsverdi?» (egen oversettelse) (Schoenfeld, 2007a, s. 81). Til dette vil jeg si at om jeg hadde brukt det samme rammeverket til å analysere hvordan noen andre elever hadde jobbet med de samme problemløsningsoppgavene, tror jeg ikke det er usannsynlig at det hadde vært noen likheter mellom elevenes strategibruk. Denne vurderingen gjør jeg på bakgrunn av flere faktorer. Norge har, i motsetning til for eksempel USA og Canada, en nasjonal læreplan som samtlige nitten fylker må forholde seg til (Schoenfeld, 2007b; Tønnessen, 2011). Dette fører igjen til at alle elever blir testet og vurdert på samme måte når de går ut av grunnskolen. Antall læreverk innenfor hvert enkelt fag i grunnskolen er også begrenset, og basert på erfaringer fra praksis og som vikar vil jeg hevde at matematikklæreverket Faktor brukes på et flertall av ungdomsskolene jeg har vært innom. Mange jevnaldrende elever har dermed sannsynligvis jobbet med noen lunde samme lærestoff som tiendeklassingene i studien min, og det er slik sett ikke urimelig å anta at de har liknende bakgrunnserfaringer.

En tredje faktor som spiller inn, er det faktum at det finnes en nasjonal rammeplan for hva lærerutdanningen i Norge skal inneholde (Kunnskapsdepartementet, 2017). Til tross for at det tilbys lærerutdanning ved ulike utdanningsinstitusjoner, vil det likevel være en god del likheter mellom hva disse utdanningsløpene inneholder. Læreres yrkesutøvelse vil selvsagt være svært personavhengig, men deres faglige og pedagogiske bakgrunn vil ofte være nokså lik. En fjerde faktor er at elvene i Norge jevnt over er nokså like (Kjærnsli & Jensen, 2016). Jeg mener ikke at det at det ikke finnes store individuelle forskjeller mellom henholdsvis enkeltelever eller enkeltskoler, men sammenlignet med en del andre vestlige land er elevmassen i Norge nokså homogen (ibid.). Dette står i kontrast til hvordan det i for eksempel USA, eller andre europeiske land som Frankrike, er betydelige sosioøkonomiske forskjeller mellom elever fra høyere og lavere samfunnslag (ibid.). For å finne ut noe mer om studiens overføringsverdi, kunne det vært interessant å gjennomføre en liknende studie på et annet klassetrinn eller en annen skole. En annen innfallsvinkel kunne ha vært å studere strategibruken til elever med henholdsvis høy eller lav måloppnåelse i matematikk.

Til sist berører Schoenfeld (2007a) aspektet med viktigheten eller verdien («importance») til en studie. Spørsmålet han stiller for å undersøke dette aspektet ved forskningen, er kort og godt: «Hvorfor skal man bry seg?» (egen oversettelse) (Schoenfeld, 2007a). Min kommentar her er at evne til både teoretisk og praktisk problemløsning sannsynligvis vil være en viktig kompetanse å utvikle med tanke på hva som vil kreves av både unge og eldre i årene fremover (Meld. St. 28, 2016; NOU 2015: 8, 2015; Utdanningsdirektoratet, 2015c). I tillegg er det som nevnt innledningsvis kompetansemål i Kunnskapsløftet som handler om problemløsning, og det er derfor noe som man på sett og vis må gjøre rom for i matematikkundervisningen (Utdanningsdirektoratet, 2013). Gjennom min studie har jeg undersøkt konkret hvordan elever jobber med problemløsningsoppgaver, samt at jeg refererer til forskningslitteratur som handler om dette og om hvordan man kan legge til rette for eller selv jobbe med å utvikle sine problemløsningsferdigheter (jf. 2). Jeg håper også at jeg med studien min kan inspirere lærere både i grunnskolen og i videregående skole til å sette av tid til mer problemløsning i matematikktimene. Før jeg begynte arbeidet med denne studien, var jeg ikke klar over at forskere hadde funnet at elevers mestringstro hadde vist seg å ha såpass stor innflytelse på matematikkprestasjonene deres. Økt bevissthet rundt dette aspektet kan være positivt i forhold til å forstå hvorfor elever presterer som de gjør i matematikkfaget (jf. 3.2).

4.5 Etiske betraktninger

Etter at jeg hadde bestemt meg for hva jeg ønsket å undersøke, sendte jeg inn søknad til personvernombudet ved NSD (Norsk senter for forskningsdata) hvor jeg beskrev prosjektet mitt og hva jeg så for meg at det kom til å innebære. Søknaden ble behandlet og godkjent (jf. 10.9). I mellomtiden kontaktet jeg flere ungdomsskoler for å få til en avtale angående mulighet for datainnsamling. Da dette var i orden, lot jeg matematikklæreren til de aktuelle tiendeklassingene se over oppgavearket mitt og komme med innspill med hensyn til vanskelighetsgrad og rekkefølge. Læreren mente at vanskelighetsgraden ville være passelig for elever på tiende trinn. Neste trinn ble å ferdigstille samtykkeskjema til elevene på det aktuelle trinnet (jf. 10.4). Skjemaet ble utformet med utgangspunkt i en mal fra NSD sine nettsider. Etter at jeg hadde vært innom tiendeklassingene på skolen, delt ut samtykkeskjema og informert om studien min, fikk de en uke på seg til å levere det tilbake til læreren sin med foreldrenes underskrift. Datainnsamlingen ble så planlagt å finne sted etter fristen for å levere skjemaet og etter avtale med den aktuelle læreren.

Ingen elever kunne bli valgt ut til å delta i studien uten at foreldrene deres hadde gitt samtykke til dette. Prosjektet mitt var beskrevet i detalj på skjemaet elevene fikk med seg hjem, og min kontaktinformasjon var også inkludert hvis enten elever eller foresatte måtte ønske å ta kontakt (jf. 10.4). Lydopptak og videoklipp fra datainnsamlingen har vært oppbevart forsvarlig og har kun vært tilgjengelige for meg. Disse vil bli slettet når dette masterprosjektet er ferdigstilt i juni 2017. Alle navn i oppgaven er fiktive, og skal ikke kunne spores tilbake til enkeltindivider på noen som helst måte.

Jeg kjenner som nevnt ikke elevene som deltok i studien, og jeg vet ingen ting om deres måloppnåelse eller prestasjoner i matematikkfaget eller i andre fag. Mine tolkninger av deres strategibruk, mestringstro og i noen tilfeller matematikkferdigheter eller karaktertrekk som utholdenhet og nøyaktighet i løsningsprosessen, er kun *mine* tolkninger. I min omtale av elevene har jeg hatt et ønske om å være objektiv men samtidig respektfull. Det er uendelig mange faktorer som kan ha bidratt til at hendelsesforløpet ble som de ble under datainnsamlingen, og jeg ønsker å presisere at jeg baserer mine tolkninger på de tingene elevene sa og gjorde i løpet av den korte tiden vi hadde sammen. Mine oppfatninger av elevene kan være veldig annerledes enn hvordan en annen forsker i samme situasjon ville oppfattet dem. Jeg har derfor forsøkt så langt det har vært mulig å referere til elevenes utsagn og notater for å underbygge min forståelse av dem og deres strategibruk.

Forskningsetiske retningslinjer vektlegger tre typer hensyn man bør ta (Christoffersen & Johannessen, 2012). For det første, må man ivareta informantenes rett til *selvbestemmelse og autonomi* (ibid., s. 41). Dette innebærer at informantene i studien skal vite hva de går til hvis de velger å delta i en studie, samt at de har mulighet til å trekke seg fra forskningsprosjektet når som helst og uten å oppgi en grunn eller være redd for at det skal få negative konsekvenser for dem selv. Jeg har forsøkt å forholde meg til dette så godt det har latt seg gjøre, blant annet ved at jeg beskrev prosjektet mitt i detalj på samtykkeskjemaet som elevene fikk med seg hjem (jf. 10.4). Min kontaktinformasjon var inkludert i tilfelle foreldre eller elever hadde spørsmål vedrørende studien. På informasjonsskrivet står det også at man når som helst kan trekke seg uten å oppgi noen grunn og at jeg i så fall kommer til å slette alt av datamateriale som kan knyttes til vedkommende.

Det andre hensynet handler om å *respektere informantens privatliv* (Christoffersen & Johannessen, 2012). I hovedsak handler dette om at konfidensiell informasjon må oppbevares på en trygg måte, og at det i den endelige publikasjonen skal det ikke være mulig å spore datamaterialet tilbake til informantene på noen som helst måte (ibid.). Med hensyn til dette har jeg tatt alle grep som jeg mener har vært nødvendige for at personvernet til de involverte elevene skal bli ivaretatt. Datamaterialet som kan være personidentifiserende har vært oppbevart forsvarlig og utenfor andres rekkevidde. Alle navn som nevnes i oppgaven er fiktive med unntak av mitt eget, og jeg har unnlatt å oppgi informasjon om skolen eller elevene utover det jeg vurderer som helt generelle opplysninger.

Tredje og siste punkt i retningslinjene er knyttet til forskerens *ansvar for å unngå skade* (Christoffersen & Johannessen, 2012). Først og fremst er dette viktig under ulike former for medisinsk forskning, men i overført betydning er det også relevant i andre sammenhenger (ibid.). I tilfellet med min studie er det ikke snakk om å unngå fysisk skade, men jeg tok meg selvfølgelig i vare for å ikke si eller gjøre noe før, under eller etter datainnsamlingssekvensene som av informantene kunne bli oppfattet som upassende eller krenkende.

5 Analyse og diskusjon

I denne delen tar jeg først for meg de tre elevparene enkeltvis og kategoriserer deres strategibruk på bakgrunn av de ni kategoriene jeg har valgt; algoritme (A), veiledet løsning (VL), tidligere erfaringer (TE), logiske resonnementer (LR), gjetting (G), oppdeling av problemet (OP), visuell representasjon (VR), organisering (O) og uspesifiserte strategier (US) (jf. 3.1 for utdyping av kategoriene). Oppgavene blir presentert kronologisk i samme rekkefølge som de forekommer på oppgavearket. Elevenes strategibruk vil bli holdt opp mot de teoretiske perspektivene jeg har valgt å benytte (jf. 3).

Mestringstro, og elevutsagn som kan knyttes opp mot dette, behandles i 5.4. I delkapittel 5.5 kommer jeg først til å sammenligne elevenes og gruppenes strategibruk under arbeidet med hver av de tre oppgavene. For å gjøre dette, har jeg valgt å lage fremstillinger i form av tabeller. Etter å ha studert elevenes strategibruk kommer jeg til å undersøke om det finnes sammenhenger mellom disse og hvordan de vurderer sine egne evner, noe som gjøres med utgangspunkt i hva den enkelte har svart på egenvurderingsskjemaet.

5.1 Gruppe 1 – Mats og Lars

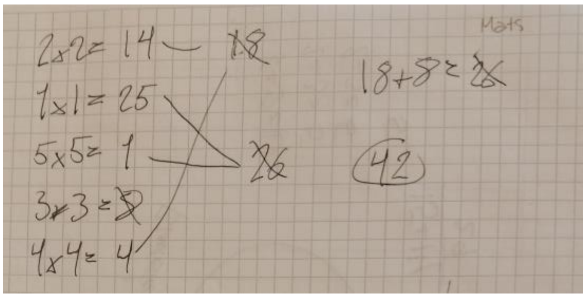
Som nevnt ble elevene valgt ut blant de som hadde gitt samtykke til deltakelse i prosjektet, men jeg forsøkte ikke å skaffe meg noen form for informasjon om elevene utover det. I dette elevparet oppfatter jeg det som at Mats tar mye av føringen. Han snakker betydelig mer enn Lars i løpet av oppgaveløsningssekvensen og intervjudelen, samt at han nokså egenhendig løser oppgave 2 og oppgave 3 uten å rådføre seg nevneverdig med Lars underveis. Bakgrunnen for dette er det vanskelig å si noe om, i og med at det kan være mange faktorer som spiller inn.

5.1.1 Oppgave 1

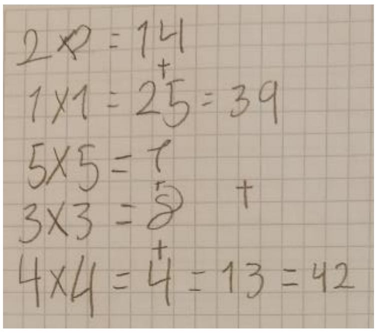
Elevene begynner oppgaveløsningen med å studere oppgave 1. Mats ser ut til å se med én gang at figuren består av tjuefem små kvadrater samt ett stort kvadrat. Dette tolker jeg som et logisk resonnement (LR). Han ser også ut til å se at det er flere kvadrater inni figuren, men har ikke umiddelbart en systematisk tilnærming for å telle opp disse. Han bruker baksiden av pennen til å spore omkretsen av mindre kvadrater inni det store kvadratet (VR), men jeg tolker det som en form for utprøving mens han prøver å finne en bedre fremgangsmåte. På videoklippet ser jeg at han beveger pennen litt sporadisk frem og tilbake mens han teller, jf. linje 10. Lars har i mellomtiden studert figuren, og ber om å få en oppsummering av hva Mats har funnet så langt. Deretter kommer han med et verdifullt innspill hvor han peker på at det finnes kvadrater i ulike størrelser. Han sporer omrisset av disse, noe jeg kategoriserer som en visuell strategi kombinert med logisk resonnement (VR+LR) (jf. linje 13 og 15).

8 M: Uh.. Det er fem gange fem.. eh.. kvadrat? Det vil si at.. det er jo en (viser med håndbevegelse at hele figuren er et kvadrat). Inni her er det tjuefem (viser til de små kvadratene inni figuren), så da blir det.. eh, tjueseks
9 L: Ja
10 M: (liksomtegner små kvadrater inni figuren med baksiden av pennen) tjuesyv, tjueåtte.. (stopper opp) hmm.. (studerer figuren)
11 L: Hvor mange firkanter er inni her?
12 M: Det er jo tjuefem inni hele figuren.. og hele figuren er én (viser på figuren på Lars sitt oppgaveark)
13 L: Ja.. Men hva med sånn? (tegner et 2×2-kvadrat med blyanten i lufta over arket)
14 M: Eeh, ja, 2 gange 2..
15 L: Og så sånn.. og så sånn.. (markerer kvadrater av dimensjonene 3×3 og 4×4 med utgangspunkt i venstre hjørne på figuren)

På bakgrunn av innspillet fra Lars, velger Mats å gå systematisk til verks for å finne alle kvadratene, sortert etter størrelse. Når Lars i linje 15 foreslår at det finnes kvadrater i forskjellige størrelser, vil jeg tolke dette som at han bruker strategien med å dele opp problemet (OP). Listen Mats lager som et hjelpemiddel, vil jeg kategorisere som organisering av data (O), jf. figur 5.1.1. Til tross for at listen guttene lager er nesten komplett, gjør de en feil i utregningen. Mats velger å regne i hodet når han skal legge sammen antall kvadrater som de har funnet, og starter med å legge sammen delsummene 25+1=26, 14+4=18 og 18+8=26. Jeg antar at han bare er unøyaktig når han skal addere 26+26 og dermed ender opp med 42 og ikke 52. Lars har også regnet ut delsummene 14+25=39 og 1+8+4=13 på sitt kladdeark (jf. figur 5.1.2). Han har stilt opp 39 og 13 under hverandre på en måte som gjør at jeg tolker det som at han hadde tenkt å bruke addisjonsalgoritmen (A) for å legge sammen tallene. Idet han sannsynligvis skal til å gjøre det, sier Mats at han har kommet frem til 42. Lars velger å skrive opp dette som svar uten å gjøre ferdig sin egen utregning, jf. figur 5.1.2. Guttene fant altså 52 av de 55 kvadratene som figuren består av, men på grunn av unøyaktighet i utregningen ender de opp med å svare 42.



Figur 5.1.1: Mats sin liste over kvadrater i ulike størrelser samt utregning av oppgave 1. Strategityper brukt: oppdeling av problemet, organisering, logisk resonnement.



Figur 5.1.2: Lars sin liste og oppregning av oppgave 1. Strategityper brukt: oppdeling av problemet (OP) og organisering (O).

Under arbeidet med oppgave 1 observerer jeg fire ulike strategier i bruk: logiske resonnementer (LR), utregninger gjort på bakgrunn av visuelle representasjoner (VR), oppdeling av problemet og organisering av delsummene (O). Jeg oppfatter det som at Lars hadde tenkt å benytte addisjonsalgoritmen til å addere 13 og 39 (jf. figur 5.1.2), men han får som nevnt ikke anledning til å fullføre dette. Jeg kan derfor ikke slå fast at strategien algoritme (A) ble tatt i bruk.

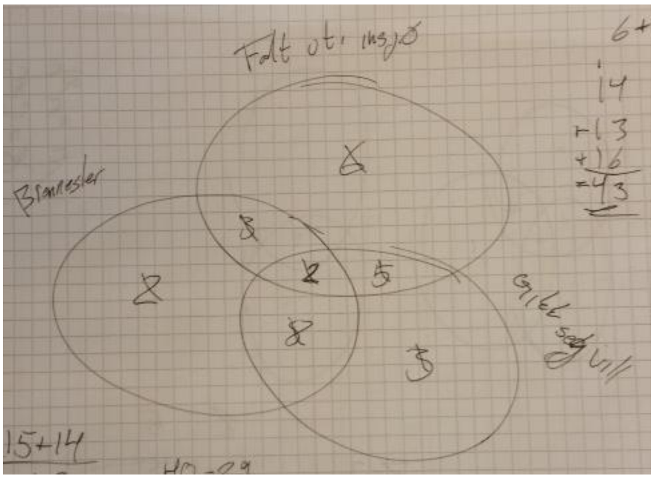
5.1.2 Oppgave 2

Mats tar styringen også når det gjelder oppgave 2. Før jeg synes det virker som Lars i det hele tatt har satt seg inn i hva oppgaveteksten spør etter, har Mats funnet en fremgangsmåte (jf. linje 31-36). Det at Mats leser raskt gjennom oppgaveteksten og deretter går i gang med å implementere en fremgangsmåte, samsvarer med Schoenfeld (1992) sine observasjoner av elevarbeid. Mats kommer først i gang og jeg mener med utgangspunkt i dette at strategiene som fører til løsning av oppgave 2 kan knyttes til Mats og i mindre grad til Lars. Det er ikke mulig å vite hvordan Lars ville ha gått frem om ikke Mats hadde kjent til hvordan man lager et Venn-diagram, noe som jeg i utgangspunktet ikke regnet med at tiendeklassinger hadde lært. Jeg får også bekreftet dette av Mats, som sier at han har lært seg Venn-diagram med to ellipser ved hjelp av internett (linje 45).

31 L: Det er 40 uerfarne speidere på overnattingstur i villmarken..
32 M: Mhm
33 L: Ehm, okei
34 M: Fjorten av de falt i..
35 L: Også..

36 M: Jeg føler egentlig at vi må lage en type Venn-diagram.. Liksom, i stedet for bare to, så er det tre.
37 L: Eeeeh.. Hva mener du?
38 M: Jo, Venn-diagram, da er det som regel to og så er det (tegner opp et Venn-diagram med to ellipser).. ulikheter her og her (peker på de to områdene av ellipsene som ikke overlapper hverandre) og så er likhetene mellom de to tingene der (peker i midten av diagrammet der ellipsene overlapper hverandre)
39 L: Hvordan..?
40 M: Altså, da lager vi.. tre.. for da.. (tegner opp Venn-diagram med tre ellipser) dette i innsjøen, brennesler og gikk seg vill (peker på en av ellipsene for hver gang) og så er det… disse to lages her (peker på området der to av ellipsene overlapper hverandre) disse to her, og disse to her, og så er det de to stykkene, de to som gjorde alle tre er her (peker i midten av diagrammet der alle tre ellipsene overlapper hverandre)

Å lage et Venn-diagram er en form for visuell strategi (VR). I boka som jeg hentet oppgaven fra, demonstrerer forfatterne hvordan man kan løse den ved hjelp av et Venn-diagram (Posamentier & Krulik, 1998, s. 141). Likevel forventet jeg ikke at noen av elevene skulle tegne opp et slikt diagram fordi jeg vet at dette ikke er noe som vanligvis inngår i ungdomsskolens matematikkpensum. Å kunne lage et Venn-diagram nevnes heller ikke i Kunnskapsløftets læreplanmål for hva elever skal kunne etter 10. trinn (Utdanningsdirektoratet, 2013).



Figur 5.1.3: Mats sitt Venn-diagram. Strategityper brukt: visuell representasjon (VR), logisk resonnement (LR), tidligere erfaringer (TE), oppdeling av problemet (OP).

Mats vet hvordan han skal lage et Venn-diagram med to ellipser, som vil si at han tar utgangspunkt i en tidligere erfaring (TE) når han skal løse oppgave 2. At han ikke vet at han må trekke fra de to speiderne som er felles for alle tre ellipsene når han skal fylle ut rommene som overlapper mellom to ellipser, er sånn sett ikke så rart, jf. figur 5.1.3. Dette gjør imidlertid ingenting for det endelige svaret, siden han vet at hver enkelt ellipse totalt skal inneholde antallene som er oppgitt i oppgaveteksten, henholdsvis 14, 13 og 16. At Mats trekker fra tallene som overlapper med de andre ellipsene, vil jeg tro er delvis på bakgrunn av sine tidligere erfaringer (TE) med Venn-diagram og også på bakgrunn av et logisk resonnement (LR) siden han ikke tidligere har laget et slikt diagram med mer enn to ellipser. Selve utfyllingen av diagrammet vil jeg kategorisere som en oppdeling av problemet (OP), i og med at han bruker tallene i oppgaveteksten systematisk for å regne ut tallene som skal stå i de ulike delene av ellipsene.

61 M: Og.. tre stykker brant seg på brennesler og falt i innsjøen (skriver «3» i det siste området der to ellipser overlapper hverandre). 16 gikk seg vill i skogen.. minus åtte, det blir åtte, minus fem, det er.. tre
62: L: Så tre..
63 M: Gikk seg vill
64 L: Gikk seg vill
65 M: Bare det
66 L: Okei
67 M: Ehm.. 13 brant seg på brennesler.. minus åtte, det blir... fem, minus tre som blir to (skriver «2» på arket)

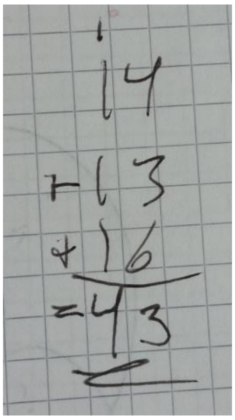
68 L: To bare..
69 M: To bare brennesler
70 L: Okei

Mats har etter hvert fylt ut hele Venn-diagrammet, og er klar for å bruke det som utgangspunkt for å finne svaret på oppgave 2. Før han får gjort dette, kommer imidlertid Lars på banen igjen, og guttene ender opp med å ta et sidespor som fører dem i en annen retning.

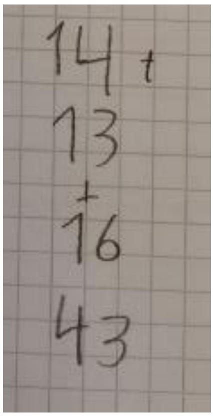
73 M: Så må vi bare plusse sammen disse tallene, så.. (begynner å skrive opp tallene som står i Venn-diagrammet)
74 L: Gutten min, det er bare å plusse sammen de (peker på 14, 13 og 16 på oppgavearket. Guttene ser på hverandre. Mats smiler og slår seg for panna.)
75 M: Åh, wow.. (begge ler) Ja, det er det.

Begge guttene legger sammen 14+13+16 på kladdearkene sine. Her benytter begge seg av addisjonsalgoritmen (A), jf. figur 5.1.4 og 5.1.5. Etter at begge guttene har regnet seg frem til 43, velger jeg å blande meg inn for at de eventuelt skal kunne få brukt Venn-diagrammet til noe.

82 M: 43. Mmmh. Men..
83 A: Vil du lese oppgaven en gang til, og se om du tror at..
84 M: Vi har 40 uerfarne speidere.. Så det blir feil.. (peker på arket hvor han har summert og kommet frem til 43)

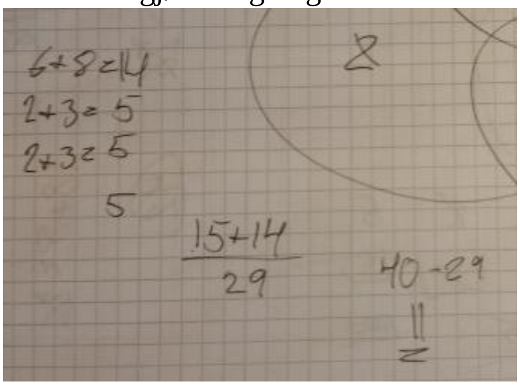


Figur 5.1.4: Mats sin første utregning av oppgave 1. Strategityper brukt: algoritme (A)



Figur 5.1.5: Lars sin første utregning av oppgave 1. Strategityper brukt: algoritme (A)

Jeg tolker det som at Mats bruker et logisk resonnement (LR) når han kommer frem til at 43 må være feil, siden han innser at antall speidere som ble utsatt for uhell ikke kan overstige det totale antall speidere. Han flytter deretter fokus tilbake til Venn-diagrammet og legger sammen alle tallene som står inni ellipsene. For å få dette til noterer han delsummer, men han bruker ingen tradisjonelle algoritmer (jf. figur 5.1.6). Delsummene vil jeg kategorisere som en oppdeling av problemet (OP), siden disse til sammen utgjør utregningen av det endelige svaret. Han kommer til slutt frem til at 29 speidere var involvert i uhell, før han trekker disse fra de opprinnelige 40 speiderne, noe jeg vil kategorisere som et logisk resonnement (LR). Mats konkluderer med at elleve speidere slapp unna uten uhell, og Lars godtar dette uten videre. Svaret er riktig, selv om Venn-diagrammet ikke er helt riktig med tanke på fordelingen av tallene.

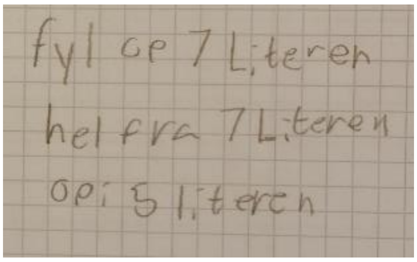


Figur 5.1.6: Mats sin utregning av Venn-diagrammet. Strategityper brukt: oppdeling av problemet (OP), logisk resonnement (LR), visuell representasjon (VR)

Som nevnt er det altså Mats som står for mesteparten av arbeidet når det gjelder løsningen av oppgave 2. Han løser denne i hovedsak ved hjelp av visuelle strategier (VR), logiske resonnementer (LR) og sin tidligere erfaring (TE) Venn-diagram. Strategitypene algoritme (A) og oppdeling av problemet (OP) mener jeg at han også tar i bruk. I dette tilfellet vurderer jeg det som at Mats bruker sine tidligere erfaringer (TE) på en hensiktsmessig måte, siden han ved hjelp av disse lykkes med å løse oppgave 2 (Bergqvist et al., 2004).

5.1.3 Oppgave 3

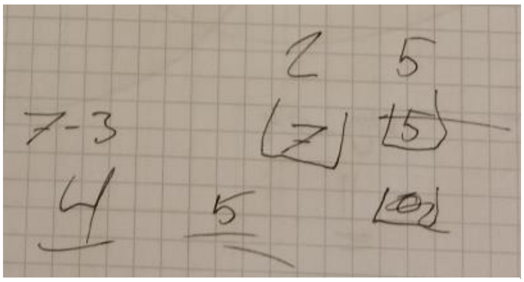
Oppgave 3 handler om de to tomme bøttene som man skal bruke til å måle opp én liter med vann. Mats sier innledningsvis at han har «løst en veldig liknende bøttegreie fra før» (linje 98). Dette tolker jeg som at han støtter seg på tidligere erfaringer som strategi (TE). Lars går i gang med et skriftlig logisk resonnement (LR) på arket sitt (jf. figur 5.1.7), før følgende dialog utspiller seg:



Figur 5.1.7: Lars sine notater til oppgave 2. Strategityper brukt: logisk resonnement (LR).

99 M: (Leser hva Lars har skrevet). Om man gjør det, så kan man få to liter igjen i 7-litersbøtta
100 L: Mhm, men så lurer jeg på hvordan du kan få det til å bli én?
101 M: Ja men altså, men.. Fra 7-litersbøtta til 5-litersbøtta, da er det to liter igjen.. i syverbøtta og.. fullt i femmerbøtta. (tegner opp på arket)
102 L: Ja

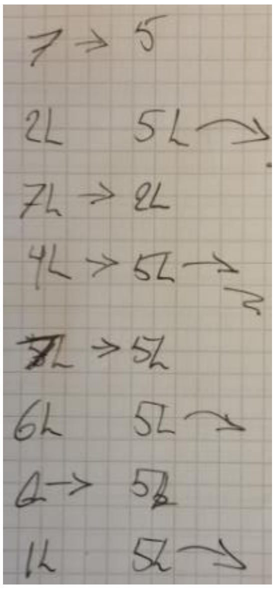
Jeg forstår det som at Lars i første omgang hadde tenkt å finne en måte å halvere de to literne på (jf. linje 100). Mats har derimot en annen strategi, som kanskje er basert på noe han husker fra da han jobbet med en liknende oppgave. I hovedsak benytter han seg av et logisk resonnement (LR), han kladder også noen tall (US) samt at han tegner opp to bøtter (VR) (jf. figur 5.1.8). Mats resonnerer ganske raskt i hodet (LR), og det ser ut som at han skjønner at han er inne på noe når han har klart å finne frem til fire liter:



Figur 5.1.8: Mats sine tegninger til oppgave 3. Strategityper brukt: visuell representasjon (VR), logisk resonnement (LR), uspesifisert strategi (US).

111 M: Ja, fire. Og.. Fire.. eh.. Nei, da er det bare plass til én liter der (refererer til femlitersbøtta).. Nei, på grunn av da blir det seks (refererer til syvlitersbøtta).. Ja, ja, ja, ehh.. Og så tar du.. Vent, hva var det jeg tenkte? Syv minus tre, det blir fire, så heller du ut femmerbøtta.. ehm. Du heller ut femmerbøtta sånn at.. og så legger du det vannet oppi der, da er det plass til en liter.. En liter, da får du seks, og så tømmer du ut femmerbøtta igjen, da har du.. og så fyller du opp til femmerbøtta er full, da har du én liter igjen i syverbøtta.. Om det gir noe mening.
112 L: Jeg forsto ikke helt

Jeg tror at Mats på dette tidspunktet vet at han har løst oppgaven, men han er villig til å bruke en annen strategi siden Lars gir uttrykk for at han ikke følger det muntlige resonnementet i linje 111. Som et hjelpemiddel i prosessen med å forklare hvordan han har tenkt, lager Mats en liste over innholdet i de to bøttene når vann helles frem og tilbake (jf. figur 5.1.9).



Figur 5.1.9 (til høyre)**:** Mats sin liste over innholdet i de to bøttene. Strategityper brukt: logisk resonnement (LR), organisering (O).

Lista vil jeg kategorisere som en organisering av tallene (O). Mats får avslutningsvis forklart Lars hvordan han har tenkt ved hjelp av lista og et muntlig logisk resonnement (LR).

Også oppgave 3 blir nokså egenhendig løst av Mats, med noen få innspill fra Lars underveis. Jeg vil si at oppgaven i hovedsak ble løst ved hjelp av logiske resonnementer (LR), men Mats sin oversiktsliste (O) gir en god forklaring på hvordan han har tenkt for å komme frem til svaret. Hvorvidt Mats sine tidligere erfaringer (TE) var til hjelp i denne sammenheng, har jeg ikke mulighet til å uttale meg om med utgangspunkt i hva han sa og gjorde under arbeid med oppgaven. Bøttene som Mats tegnet opp (VR) vurderer jeg som overflødige når det kom til å faktisk løse oppgaven (jf. figur 5.1.8).

5.1.4 Intervju

Når det er tid for å stille elevene noen oppfølgingsspørsmål, tar Mats styringen også der. På spørsmål om hvilken oppgave de synes var vanskeligst, svarer Mats at han synes det var oppgave 3, men at han hadde trodd oppgaven med speiderne skulle være mye vanskeligere (linje 150). Lars sier seg enig (linje 152). Akkurat der og da glemmer jeg å spørre hvorfor de syntes bøtteoppgaven var vanskeligst, men jeg kommer tilbake til det på et senere tidspunkt i intervjuet. Følgende dialog utspiller seg da:

171 A: (…) Jeg tror jeg glemte å spørre, hvorfor synes dere den med bøttene var vanskeligst, egentlig?
172 M: Eeh, det var på grunn av at.. det er ikke sånn vi pleier å tenke til vanlig, tenker jeg.
173 A: Ikke så mange sånne i matteboken?
174 M: Nei
175 A: Nei?
176 M: Nei, det er liksom, jeg har én sånn en oppgave på tre år og den var fra internett

Jeg synes utsagnene fra Mats er interessante, først og fremst fordi det vitner om at problemløsningsoppgaver som ikke er direkte relatert til kapitler i læreboken kanskje i liten grad brukes i undervisningen. Ved en gjennomgang av Faktor 3 oppgavebok fant jeg svært få oppgaver som jeg vil klassifisere som gode problemløsningsoppgaver ut fra slik jeg velger å forstå definisjonen (Hjardar & Pedersen, 2008). Hva matematikklæreverkene vektlegger har vist seg å kunne påvirke både elevers motivasjon, forståelse og problemløsningsferdigheter (Stein et al., 2003; Verschaffel et al., 2014). Jeg spør deretter hvilken oppgave de synes var den letteste, og de er enige om at det var oppgave 1, kvadratoppgaven. Mats begrunner dette med å si at «Vel, det er jo egentlig bare å telle så mange ruter man ser» (linje 158). Elevene vet ikke hvorvidt de faktisk har klart å løse alle oppgavene, men jeg tolker det som at de selv er nokså sikre på det.

Jeg deler deretter ut arket med de tre oppgavene som jeg har hentet fra Faktor 3 (jf. 10.5), og ber elevene sammenligne disse oppgavene med de tre problemløsningsoppgavene som de nettopp har arbeidet med. På spørsmål om det finnes forskjeller mellom oppgavetypene, trekker Mats først frem en nokså overfladisk forskjell, nemlig hvilke matematiske tema som berøres (jf. linje 164). Når jeg spør om det er noen forskjeller mellom hvordan man må jobbe når man skal løse oppgavene på de to arkene, ser Mats at det står en instruksjon i oppgave 6.218, nemlig «tegn trediagram». Utover dette har guttene ingen kommentarer.

162 M: Ja, det er veldig lett å se at det er helt forskjellig oppgavetype
163 A: Hva er forskjeller, liksom? Hva er det du tenker..?
164 M: Det er at man skal sette opp likninger og regne med prosent
165 A: Mhm, så det er regneartene du tenker?
166 M: Ja

Det er bare Mats som svarer når jeg spør hva de tenker man kan gjøre hvis man blir stående fast mens man jobber med en problemløsningsoppgave. Jeg tenker i etterkant at jeg burde ha spurt Lars om han hadde noe å komme med. Basert på utsagnene til Mats, forstår jeg det som at han er klar over at man noen ganger må gå tilbake eller prøve en annen fremgangsmåte når noe viser seg å ikke føre frem:

178 M: Det er egentlig bare å prøve de tingene man klarer å tenke på
179 A: Mhm
180 M: Og om ikke det går, eller om ikke det stemmer helt, bare prøve å regne på en annen måte

På bakgrunn av disse spørsmålene synes jeg at jeg får bekreftet at oppgavene jeg har valgt ut er matematiske problemer, og i hvert fall ikke rutineoppgaver, for begge elevene. Dette er til tross for at Mats har erfaringer (TE) som er til hjelp for dem i løsningsprosessen, da særlig i oppgave 2. Det mest interessante som kommer frem, synes jeg imidlertid er at Mats gir uttrykk for å ha liten erfaring med problemløsningsoppgaver som liknet på oppgave 3 fra skolesammenheng. Læreverket som benyttes ved den aktuelle skolen, tror jeg kan også kan være en faktor her.

5.2 Gruppe 2 – Silje og Oda

De to jentene som utgjør gruppe 2 virker som de gode venninner og komfortable med å skulle samarbeide. Når det gjelder det faglige oppfatter jeg Silje som noe mer ressurssterk, og i hvert fall mer nøyaktig enn Oda. Jeg synes det virker som at Silje er villig til å bruke mer tid på hver enkelt oppgave og jeg også synes hun viser større utholdenhet når de ikke umiddelbart kommer frem til en løsning. Hvorvidt jentene har jobbet mye eller lite med liknende problemløsningsoppgaver tidligere, vet jeg ikke.

5.2.1 Oppgave 1

Jentene bruker betraktelig kortere tid på oppgave 1 sammenlignet med de andre to elevparene. Oda kommenterer nokså med én gang og uten å telle på figuren at det store kvadratet består av tjuefem små kvadrater. Dette tolker jeg som et logisk resonnement med utgangspunkt i bildet av figuren (LR+VR), siden hun tilsynelatende regner i hodet. Det virker som at Silje har sett at det er kvadrater i flere forskjellige størrelser og at oppgaven slik sett ikke er fullt så simpel som den kan synes ved første øyekast (jf. linje 6). Følgende dialog oppstår:

6 S: (…) Og så er hele én.. så da er det tjueseks.. Men hvis vi ser.. på de der.. så er det på en måte fire i én (sporer omriss av 2×2-kvadrater inni figuren. Ingen av disse overlapper hverandre.)
7 O: Ja.. Men liksom, hvis vi gjør sånn.. da er det jo en som ikke er (legger blyanten loddrett etter to av de små rutene. Refererer til at det blir et 2×3-rektangel på den andre siden av blyanten)
8 A: Dere kan tegne på arket óg, hvis dere vil det, det er ikke farlig..
9 S: Okei.. sånn (tegner opp et 2×2-kvadrat nederst i venstre hjørne på figuren). Så er det en, to.. men.. uh..
10 O: Jeg tenker.. Jeg tenker det er tjueseks.
11 S: Jeg tror det er flere.. For se her.. (tegner opp 2×2-kvadrater i de resterende tre hjørnene til figuren) Tjuefem, tjueseks, tjuesyv, tjueåtte, tjueni, tretti
12 O: Ja.. Skal vi si det?
13 S: Ja.

Jeg forstår det som at Silje bruker en visuell strategi (VR) når hun i linje 6 og 9 finner kvadrater av dimensjonene 2×2 inni figuren. Til tross for at Silje viser at det finnes kvadrater i andre størrelser enn 1×1 og 5×5, hevder Oda i linje 10 at hun tror det er 26 kvadrater totalt. Jeg vil klassifisere dette som gjetting (G), både på bakgrunn av den korte tiden jentene har brukt på å studere figuren og fordi Silje nettopp har påpekt og vist at det sannsynligvis finnes flere kvadrater enn de 26 som er mest iøynefallende.

Begge jentene har på egenvurderingsskjemaet vurdert oppgaven som «ganske lett». Dette tenker jeg kan være med på å påvirke hvor mye tid og krefter de er villige til å legge ned i arbeidet med oppgaven. Jeg tar selvkritikk på at jeg ikke presiserer i oppgaveteksten at hver enkelt rute kan være en del av flere forskjellige kvadrater samtidig, da denne informasjonen kanskje kunne ha vært til hjelp for jentene. Ellers spør elevene i både gruppe 1 og gruppe 3 om dette, slik at jeg får mulighet til å opplyse dem om det.

Jentene bruker bare to strategityper som de har nytte av under arbeidet med oppgaven 1, nemlig logiske resonnementer (LR) og visuelle strategier (VR). Odas tilsynelatende gjetting (G) er ikke medregnet her. Elevene ender opp med å svare 30 på bakgrunn av det de finner ut ved hjelp av de overnevnte strategiene, noe som er langt unna fasiten (55).

5.2.2 Oppgave 2

Jentene går så i gang med oppgave 2, speiderturen, uten å repetere hva oppgaveteksten spør om. Sannsynligvis støtter de seg på det de fikk med seg da de leste gjennom oppgaven i forbindelse med egenvurderingen innledningsvis. Begge jentene har hver sin strategi klar nærmest umiddelbart:

21 O: Okei, neste oppgave. Tenk igjennom..
22 S: Da burde vi skrive ned sånn informasjon, liksom..
23 O: Ja, jeg tenker.. Jeg tror jeg skal plusse alt det sammen. 14 pluss 13 pluss 16 (stiller opp ved hjelp av addisjonsalgoritmen)
24 S: Okei, men du vet på den der.. (peker på fjerde punkt i oppgaveteksten til oppgave 2) Tre av de.. så er.. da er de inni der, liksom. Da er ikke det tre ekstra.

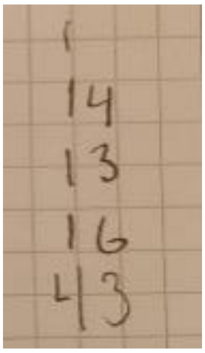
Oppgave 2: Speiderturen

40 uerfarne speidere var på overnattingstur i villmarken. I løpet av turen skjedde følgende:

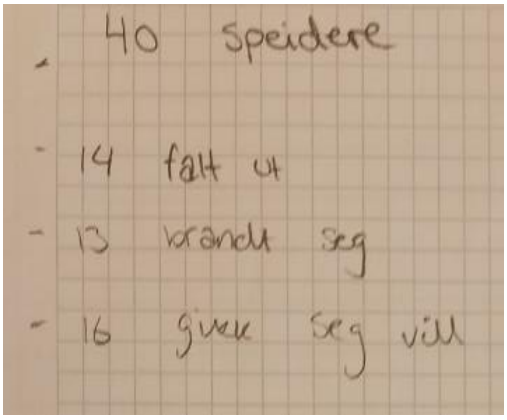
- 14 av dem falt ut i innsjøen
- 13 brant seg på brennesler
- 16 gikk seg vill i skogen under rebusløpet
- Tre av dem både brant seg på brennesler og falt i innsjøen
- Fem stykker både falt i innsjøen og gikk seg vill
- Åtte speidere brant seg på brennesler og gikk seg vill
- To stykker var så uheldige at de både gikk seg vill, brant seg på brennesler og falt i innsjøen.

Hvor mange speidere kom seg gjennom turen uten å ha noen uhell?

Figur 5.2.1: Oppgaveteksten til oppgave 2

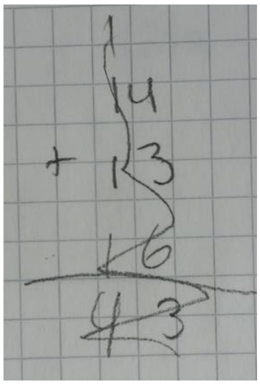


Figur 5.2.2: Odas første utregning av antall speidere som ble utsatt for uhell. Strategityper brukt: algoritme (A).



Figur 5.2.3: Siljes liste over informasjonen i oppgave 2. Strategityper brukt: organisering (O).

Det at jentene knapt leser oppgaveteksten før de begynner å arbeide, er ifølge Schoenfeld (1992) ikke uvanlig når elever jobber med problemløsning (jf. 2). Siljes utsagn i linje 22 forstår jeg som at hun vil bruke strategien organisering (O). Hun gir uttrykk for at hun vil sortere informasjonen i oppgaveteksten på en eller annen måte. Oda, derimot, gir uttrykk for at hun vil bruke en algoritme (A), nærmere bestemt addisjonsalgoritmen (jf. linje 23). Hun velger også å stille opp tallene under hverandre for så å addere dem, jf. figur 5.2.2. Silje velger å lage en liste over noe av informasjonen i oppgaveteksten, som jeg mener er en form for organisering (O), jf. figur 5.2.3. Det kan hende at Silje har tatt seg litt bedre tid til å studere oppgaveteksten og underpunktene, siden hun i linje 24 påpeker at de tre speiderne som både brant seg på brennesler og falt i innsjøen ikke kommer i tillegg til speiderne som allerede er nevnt. I mellomtiden adderer Oda 14+13+16 og får 43 til svar. Jeg synes det virker som at hun ikke helt vet hva hun kan bruke summen til eller hva den representerer, som altså er det totale antall uhell som fant sted under speiderturen. På videoklippet ser jeg at hun lener seg tilbake på stolen, før følgende dialog finner sted:



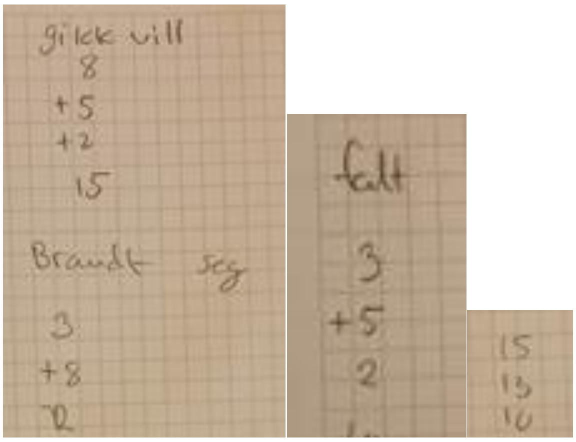
Figur 5.2.4: Siljes første addisjon av speidere som har vært utsatt for uhell. Strategityper brukt: algoritme (A).

27 Det går ikke, hehe
28 S: Bare se. 14 pluss.. ble det.. 43?
29 O: Nei, pluss 16..
30 S: (skriver utregningen på kladdearket sitt. Bruker addisjonsalgoritmen. Får 43 til svar) Nå må vi tenke logisk!
31 O: Hehe, tenke smartere
32 S: Fem st.. Åja! (stryker ut utregningen hun nettopp har gjort) Nei, nei, se her! (peker på oppgaveteksten) Fem stykker både falt i innsjøen og gikk seg vill.
33 O: Ja
34 S: Da er jo de óg inni der
35 O: Ja?
36 S: Åja
37 O: Du må telle de med

Nå har også Silje addert de tre første tallene og kommet frem til 43, men hun velger å stryke ut regnestykket sitt fordi hun skjønner at det ikke kan stemme (jf. figur 5.2.4). Jeg synes det virker som om jentene er noe uenige om hvordan de skal forstå oppgaven på dette tidspunktet. Silje gir i linje 30 uttrykk for at de må «tenke logisk», noe jeg forstår som at hun mener strategitypen logisk resonnement (LR) vil være til hjelp i løsningsprosessen. Jeg tenker at en form for logisk resonnement er helt nødvendig for å forstå at antall speidere som ble utsatt for uhell ikke kan overstige 40, siden det er det totale antall speidere som var med på turen. Til tross for at det virker som at begge jentene har innsett dette, er det likevel utfordrende for dem å komme seg videre.

40 S: Hvis vi teller.. alle som er, liksom..
41 O: Jeg tenkte å telle..
42 S: ..innblanda i innsjøen.. Nei, men det blir jo..
43 O: Tre.. tre.. fem, seks, åtte.. seksten, eh, atten.. (sukker) åtte.. åtte gikk seg vill (teller på fingrene, holder opp åtte fingre) åtte.. (tar opp de to siste fingrene) vent litt.. (noterer på kladdearket) åtte pluss fem (hvisker, skriver på kladdearket, bruker addisjonsalgoritmen) pluss to.. åtte..
44 A: Hva er det du legger sammen nå?
45 O: De.. som har gått seg vill (peker på oppgaveteksten)
46 A: Ja, du samler opp alle steder det står at noen har gått seg vill?
47 O: Ja

Oda forsøker enda en gang å legge sammen tall for å finne frem til svaret på oppgaven. Hun bruker addisjonsalgoritmen for å regne ut delsummer for hvor mange speidere som er involvert i de ulike uhellene. Ved å finne tre ulike delsummer som til sammen skal utgjøre et svar, ender hun opp med å dele opp problemet (OP). Disse delsummene er basert på tallene som er oppgitt i de fire nederste punktene i oppgaveteksten til oppgave 2 og inkluderer ikke 14, 13 og 16, jf. figur 5.2.5. Jeg ber Silje lese det siste spørsmålet i oppgaveteksten enda en gang i håp om at det kan hjelpe dem på riktig vei.



Figur 5.2.5: Odas addisjon av speidere som var utsatt for de ulike uhellene. Strategityper brukt: algoritme (A), oppdeling av problemet (OP).

61 S: Okei, uten uhell..
62 O: Ingen? Hehe
63 S: Jo jo, jeg tror det er noen.
64 O: ..falt i innsjøen (noterer på kladdearket)
65 S: Men det er jo litt rart, for vi har fått 43..

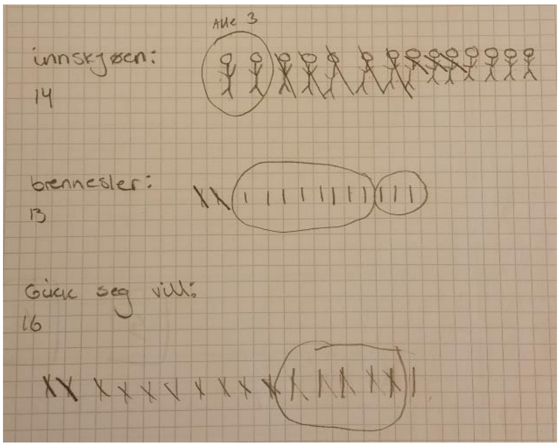
Når Oda i linje 62 foreslår «ingen», tolker jeg dette som gjetting (G). Hennes foreløpige utregninger har ikke vist seg å kunne brukes til noe. Silje påpeker videre at de har kommet frem til 43, men at det ikke ser ut til å stemme overens med det faktum at det bare er 40 speidere totalt. Plutselig ser det ut til å demre for Oda, og hun kommer med det som jeg tolker som et logisk resonnement (LR) (jf. linje 69):

69 O: Det står 13 brant seg, 16 gikk seg vill og 14 av de falt i innsjøen og da tenker vi at alle er én person.. alle er én sånn hver person, men noen av de gjorde jo flere ting?
70 S: Åja, begge delene!

På bakgrunn av denne nye innsikten setter jentene i gang igjen. Silje gir utrrykk for at hun vil tegne opp noe (VR), mens Oda vil teste ut (G) om det hun kom frem til da hun adderte speiderne fra de fire nederste punktene i teksten kan være riktig (38, jf. figur 5.2.5). Jeg velger å verken bekrefte eller avkrefte, men foreslår i stedet at jentene også tester Siljes metode for å se om de kommer frem til samme svar.

77 S: Bare tegne opp.. Kanskje det kan være noe (tegner strekmennesker på kladdearket)
78 O: 38? Er det riktig svar? (henvender seg til Anne) hehe
79 A: Hva har du gjort for å komme frem til det?
80 O: Jeg har bare sett på, liksom, hvor mange som gikk seg vill, også.. for det står her at fem gikk seg vill, åtte gikk seg vill, og da plusset jeg de, og hvor mange som, liksom, brant seg og hvor mange som, liksom, falt i innsjøen, og så bare plusset jeg de..

81 A: Du kan teste din og.. fremgangsmåte (peker på kladdearket til Silje) så ser vi om det går
82 S: Okei, okei.. Alle de falt ut i innsjøen.. (peker på tegningen av 14 strekmennesker) Så må vi finne..
83 O: Jammen, for eksempel, den personen (peker på et strekmenneske) falt i innsjøen, brant seg óg gikk seg vill
84 S: Mhm
85 O: To stykk gjorde det
86 S: Vi bare setter en ring rundt de
87 O: To stykk. Disse to (tegner en ring rundt to strekmennesker) gjorde alle tre
88 S: De gjorde.. alle tre? (noterer «Alle 3» ved ringen)
89 O: Alle tre, ja.. Men da må vi tegne 40 personer, hehe



Figur 5.2.6: Siljes tegning av speidere. Strategityper brukt: visuell representasjon (VR), logisk resonnement (LR).

Odas begrunnelse for hvorfor hun mener det er 38, synes jeg er nokså tynn, og jeg er derfor fristet til å kategorisere dette som en blanding av gjetting (G) og algoritmebruk (A). Antall speidere som henholdsvis gikk seg vill, brant seg og falt i innsjøen er allerede oppgitt i oppgavetekstens tre øverste punkter (jf. figur 5.2.1), og jeg forstår derfor ikke helt bakgrunnen for Odas utregninger her. Siljes tegninger vil jeg kategorisere som en visuell strategi (VR) (jf. figur 5.2.6). For å spare tid, foreslår jeg at Silje bare tegner streker som skal representere de resterende speiderne. Videre viser det seg at den visuelle fremstillingen kan være til hjelp når det gjelder å sortere informasjonen enda litt mer.

99 O: Å, men dette er så.. tenking, liksom..
100 A: Jeg synes dere er inne på noe bra, altså.
101 S: Er vi det?
102 O: Men jeg føler at siden de gjorde alle tre, så er jo de fortsatt en del av de som..
103 S: Hva om vi krysser de ut, da? Hvis de gjør alle tre, da krysser vi de ut. To der og to der (krysser ut to streker på «brennesler» og «gikk seg vill» på kladdearket) Ikke sant?
104 O: Ja?
105 S: Ja? For da er på en måte ikke de inni her, da står de allerede der

Jeg forstår det som at Silje her bruker en kombinasjon av et logisk resonnement og den visuelle representasjonen hun har laget seg (LR+VR), siden hun manipulerer oversikten sin ved å fysisk krysse ut noe. Jentene krysser ut streker og strekmennesker der det er speidere som har blitt utsatt for to og tre uhell. Basert på det følgende avsnitttet synes jeg det virker som at Silje har en større forståelse enn Oda for hvordan den visuelle strategien med å krysse ut speidere fungerer:

117 O: Og.. fem stykker falt i innsjøen og gikk seg vill.. (bøyer seg frem og krysser ut fem strekmennesker under «innsjøen» og «gikk seg vill»)
118 S: Nei. Hvorfor det?
119 O: Fordi de både falt i innsjøen og gikk seg vill
120 S: Men nå krysset jo du de ut.. de er jo der fortsatt
121 O: Men de falt ut i innsjøen
122 A: De kom opp fra innsjøen og..
123 S: Ja, de døde ikke
124 O: Nei, nei. Døde de som gikk seg vill?
125 S: Nei, men nå krysset du ut alle sammen, du må jo bare krysse ut én av de.
126 O: Hva mener du?
127 S: De er jo én plass.. Kan jeg låne viskelær?

128 O: Jeg skjønner ikke hva..
129 S: Se nå.. (visker ut de fem strekene som Oda krysset ut på «gikk seg vill») Nå krysset du de av på begge, akkurat som at de ikke levde.. (Oda ler)
130 A: Det hun sier, er at du må telle de i én av gruppene, på en måte.
131 S: For hvis ikke er alle borte.. Hvor mange tok du? En, to, tre, fire, fem (teller strekmennesker som Oda krysset ut under «innsjøen»)

Under Siljes ledelse fortsetter jentene å ringe inn og krysse ut speidere helt til de har jobbet seg gjennom de fire nederste punktene i oppgaveteksten (jf. figur 5.2.1). De velger så å telle opp antallet som ikke er ringet inn eller krysset ut, og finner ut at de sitter igjen med fem speidere. Dette blir også deres endelige svar på oppgave 2.

Jeg observerer at jentene bruker litt tid på å komme ordentlig i gang med oppgave 2 og jeg vet ikke hvordan det hele hadde endt om jeg ikke hadde vært tilstede. Noe av bakgrunnen for problemene de støtte på, tror jeg kan være knyttet til det faktum at de ikke tok seg tid til å lese nøye gjennom oppgaveteksten før de begynte å jobbe. Måten de arbeider på har visse likhetstrekk med hvordan Schoenfeld (1992) beskrev elevers arbeid med problemløsningsoppgaver. Jeg synes det kommer tydeligst frem med Oda, som tar et raskt blikk på oppgaveteksten og deretter bestemmer seg for at hun vil «plusse» (linje 23). Når denne fremgangsmåten ikke ser ut til å føre noen vei, virker det som hun er i villrede om hva hun skal gjøre. Å velge en mer eller mindre tilfeldig algoritme bare for å gjøre noe, kan også knyttes opp mot funnene til Bergqvist et al. (2004). Jeg tror kanskje Oda hadde gitt opp hele oppgaven om ikke Silje hadde vært der, men det kan jeg ikke vite sikkert.

Elevene er under arbeid med denne oppgaven innom strategityper som jeg vil plassere i seks av de ni kategoriene mine. De mest nyttige av disse vil jeg si er visuelle strategier (VR), logiske resonnementer (LR), organisering (O) og oppdeling av problemet (OP). Begge jentene bruker også algoritmer (A), men disse bruker de stort sett til å addere tall som ikke bidrar til oppgaveløsningen. Det som tilsynelatende er gjetting (G) fra Odas side, regner jeg heller ikke som spesielt verdifulle bidrag i denne sammenheng.

5.2.3 Oppgave 3

Jentene sier seg fornøyde med løsningen av oppgave 2, og går i gang med bøtteoppgaven. Dette er basert på deres egne utsagn en type oppgave som de har løst tidligere (TE) (jf. linje 155;156). Jeg har sett at slike oppgaver forekommer i mange ulike former, og er egentlig ikke overrasket over at de har gjort noe liknende før. Spørsmålet er heller hvorvidt de kan bruke disse erfaringene til noe. Det virker også som at jentene innledningsvis refererer til ulike erfaringer når det gjelder oppgaver som involverer bøtter; Silje har muligens sett eller løst en liknende oppgave hvor man skal gjøre en oppmåling ved å helle vann frem og tilbake, mens Oda tilsynelatende først relaterer oppgaven til det å finne volum av en sylinder eller å gjøre om mellom ulike måleenheter (jf. linje 156; linje 175).

155 S: Det har vi jo gjort før..
156 O: Jeg vet det.. Tror vi må måle sånn høyde og sånn
157 S: Tror du?
158 O: Vet ikke
159 S: Det er altså sånn.. Åå, vi har hatt det en gang

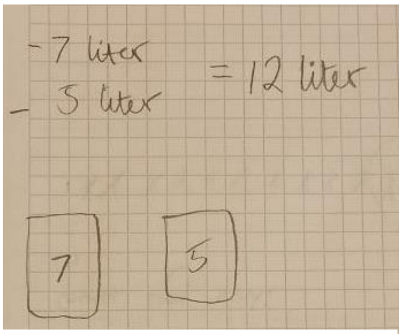
Jentene velger så å lese oppgaven høyt, før de begynner å diskutere:

163 S: Der er det fem og der er det syv
164 O: Ja, men hvis vi fyller den, så har vi fem liter
165 S: Ja

166 O: Og så overfører vi den til den med syv, så er det bare to liter igjen
167 S: Så deler vi den på to!
168 O: Men liksom, for det er det vi skal finne ut av..
169 S: Åja, for vi må finne nøyaktig, ja..
170 S: Jeg husker vi hadde denne oppgaven og da skrev jeg at vi måtte bruke tryllestav (begge jentene ler)

Siljes erfaring (TE) med en liknende oppgave synes å ha endt med at hun ga opp fordi hun ikke lyktes med å løse den (jf. linje 170). Denne erfaringen kan ha innvirkning på hvorvidt hun tror at de kan klare å løse bøtteoppgaven nå – enten i positiv eller i negativ forstand. Begge jentene har krysset av på egenvurderingsskjemaet at de verken er sikre eller usikre på om de kommer til å klare å løse oppgaven, og de har vurdert den som «ganske vanskelig». Oda henter også frem sine erfaringer (TE) med måleenheter (jf. linje 175; 179).

175 O: Okei, vent litt. Så.. Vi vet at en desiliter.. Nei, ti desiliter er en liter, og..
176 S: Men skal vi overføre den oppi her? (har tegnet to bøtter med inskripsjonene «5» og «7» på kladdearket sitt)
177 O: Neimen.. vi tenker ikke på det nå
178 S: Ja
179 O: Okei, så.. heh, en desiliter.. er.. nei, ti desiliter er en liter..



Figur 5.2.7: Siljes tegning av bøtter. Strategityper brukt: visuell representasjon (VR)

Silje velger å lage en tegning av to bøtter på kladdearket sitt (VR) (jf. figur 5.2.7), kanskje på bakgrunn av at det viste seg å være nyttig å ha en form for visuell fremstilling i oppgave 2. Jentene diskuterer det faktum at de har løst en liknende oppgave før, og at det egentlig ikke var så vanskelig. Silje adderer 7 og 5 og kommer frem til at bøttene rommer 12 liter til sammen. Denne addisjonen blir gjort uten at hun stiller opp tallene under hverandre, men jeg velger likevel å kategorisere dette som en form for algoritme (A). På dette tidspunktet vurderer jeg det som at jentene ikke ser ut til å komme noen vei, og velger derfor å gi dem et hint om å prøve å finne 3 liter selv om de ikke har bedt om det. Dette faller innenfor kategorien veiledet løsning (VL). Hvis det ikke hadde vært noen form for begrensning på tiden vi hadde til rådighet, ville jeg ikke ha gjort dette med mindre de hadde bedt om det. Likevel ser det ikke ut til at jentene kommer seg videre. Etter hvert spør Oda om de kan få et hint (VL), og jeg minner om at de kan prøve å finne tre liter:

212 O: Går det an å gi noe hint?
213 A: Hintet er jo finn tre liter først, så..
214 S: Ja.. Og det er bare med å, liksom (mimer med hendene at hun heller vann frem og tilbake)
215 A: Mhm
216 S: Det kan jo ikke være så vanskelig egentlig

Mot slutten av økta kommer jentene sammen med et resonnement (LR) om hvordan de kan måle opp to liter (jf. linje 224; 225). Hvis de hadde hatt bedre tid, er det ikke usannsynlig at de ved hjelp av flere slike, liknende resonnementer kunne ha kommet frem til løsningen på oppgaven.

224 O: Jeg tror ikke det.. Men.. Hvis vi fyller den helt opp (peker på syvliteren) og overfører der (peker på femliteren)
225 S: Da er det to liter igjen i den bøtta (peker på syvliteren) for de får jo ikke plass..
226 O: Ja
227 S: Jeg tror.. for vi hadde den en gang..

228 O: Ja.. men husker du?
229 S: Nei
230 S: Skal vi bare.. gi oss?
231 O: Ja, jeg tror det..

De velger å gi seg, både på grunn av tidsaspektet og kanskje også litt fordi de ikke synes de kommer noen vei. Til tross for at begge ga uttrykk for at de hadde løst en liknende oppgave tidligere, var disse erfaringene (TE) tilsynelatende til liten eller ingen hjelp i løsningsprosessen (Bergqvist et al., 2004). Det eneste de syntes å hente fra erfaringene sine, var det faktum at oppgaven ikke egentlig skulle være så vanskelig å løse. Jentene ser ut til å huske heller overfladiske aspekter ved det de har gjort tidligere, og ikke strukturelle aspekter som kunne ha vært til hjelp i løsningsprosessen (Silver, 1981; Verschaffel et al., 2014).

Elevene er innom strategitypen logiske resonnementer (LR), som jeg mener hadde vært tilstrekkelig for å løse oppgaven hvis de bare hadde klart å komme med flere slike etter hverandre. Ellers vil jeg vurdere Siljes addisjon (A) av det samlede innholdet i bøttene samt tegningen hennes av bøtter (VR) som lite hensiktsmessig strategibruk. Hennes addisjon kan igjen være et forsøk på å «gjøre noe» med tallene de har fått utdelt, uten at dette er noe videre gjennomtenkt (Bergqvist et al., 2004). Dette er også den eneste gangen jeg vurderer det som at strategitypen veiledet løsning (VL) er i bruk, først på mitt initiativ og deretter på initiativ fra Oda. Jentene får et hint, men det ser ikke ut til å hjelpe dem nevneverdig. Det at jeg ga dem et hint selv om de ikke hadde bedt om det, var kanskje ikke et eksempel på «hjelp i rette tid», men heller et tilfelle av «påtvunget hjelp fordi vi har begrenset tid» (Pólya, 1957).

5.2.4 Intervju

Med utgangspunkt i intervjuguiden begynner jeg med å spørre jentene hvilken oppgave de synes var den vanskeligste. Begge mener det var oppgave 3. På spørsmål om hvorfor de synes det, svarer Silje at «Den var bare så rar» (linje 245) mens Oda mener at «Det var ikke noe man kunne gjøre, regne liksom, høyden eller noe sånt.. som man kunne finne ut av» (linje 246). Jeg spør deretter hvilken oppgave de synes var lettest, og de er enige om at det var oppgaven med kvadratene. Silje begrunner dette med å si at «Man kunne liksom bare telle, man så alt, men på den (refererer til oppgave 2) måtte man skrive ned og plusse og regne» (linje 255). Jeg har forståelse for at jentene vurderer oppgavene slik, for til tross for at svarene deres på oppgave 1 og 2 ikke er riktige, har de i hvert fall svart noe. Oppgave 3 er annerledes enn de to andre oppgavene med tanke på at elevene kan vite med sikkerhet om de har løst den eller ikke. Enten klarer de å måle opp én liter eller så gjør de ikke det. På både oppgave 1 og 2 kan elevene svare det de tror er riktig, men uten å ha mulighet til å få det bekreftet eller avkreftet.

Jentene får deretter utdelt arket med oppgaver fra Faktor 3, og jeg ber dem sammenligne dem med hensyn til hvordan spørsmålene blir stilt og hvordan de må jobbe med dem. Umiddelbart kommenterer Silje at hun synes oppgave 1, kvadratoppgaven, og oppgave 4.212 likner. Oppgaven fra Faktor lyder som følger: «En ferietur til Moskva koster 5500 kr med 25 % merverdiavgift. Sett opp en likning for å finne ut hvor mye ferieturen koster uten merverdiavgift». Silje begrunner det med at hun tidligere har løst en oppgave som omhandlet prosent hvor hun skulle skravere en viss prosent av et kvadrat og at hver rute representerte en viss mengde. Likheten hun peker på mellom oppgavene vil jeg vurdere som overfladisk og ikke strukturell (Silver, 1981; Verschaffel et al., 2014). Å ha løst kvadratoppgaven vil neppe ha overføringsverdi når det gjelder å løse likningen, og omvendt (ibid.). På spørsmål om det er noen forskjeller mellom hvordan man må jobbe med problemløsningsoppgavene sammenlignet med oppgavene fra Faktor, utspiller følgende seg:

273 O: Jeg tror.. da må vi sette opp og finne.. jeg vet ikke.. hehe
274 S: Hmm..
275 A: Nei, fordi.. du er inne på noe med at der må dere sette opp (refererer til oppgavene fra Faktor). Må dere sette opp, liksom, på disse her på en spesiell måte? (peker på oppgavearket med problemløsningsoppgaver)
276 S: Nei, for her står det jo «sett opp», «sett opp», «tegn» (peker på oppgaveteksten i hver av oppgavene fra Faktor)
277 A: Mhm
278 S: Så de på en måte sier hva man skal gjøre, men de her kan man velge
279 O: Vi må sette opp en likning, liksom

I linje 275 er jeg klar over at jeg stiller et lukket spørsmål, noe som kan være ledende hvis elevene her oppfatter det som at jeg er ute etter et «ja». Det er med andre ord ikke sikkert at de hadde påpekt de samme tingene om jeg hadde formulert meg på en annen måte. Likevel synes jeg det virker som at Silje ser at det er noen grunnleggende forskjeller med hensyn til oppgaveformuleringene.

Jeg spør deretter jentene om hva de tenker de kan gjøre hvis de blir stående fast mens de jobber med en problemløsningsoppgave. Jeg eksemplifiserer det med å si at de har prøvd én mulighet, men så går det ikke, og så vet de ikke umiddelbart hva de skal gjøre i neste omgang. Oda sier at hun hadde sett i boka for å finne en liknende oppgave, mens Silje sier at hun ville ha «prøvd litt selv først, prøvd på mange forskjellige måter, og så spurt om hjelp» (linje 288). Det er på ingen måte feil å se i boka om man kan finne en liknende oppgave, og i mange tilfeller kan dette være en god idé hvis man står fast under arbeid med rutineoppgaver. På den andre siden, vil å løse oppgaver ved å koipere en fremgangsmåte fra et annet sted er ikke være spesielt gunstig med tanke på læringsutbytte (Weber, 2005). En annen utfordring med denne tilnærmingen ligger eventuelt i at en del problemløsningsoppgaver ikke likner på rutineoppgaver, og at man derfor ikke nødvendigvis får nevneverdig hjelp eller utbytte av å se på oppgaver i læreboken.

Gjennom intervjuet med jentene synes jeg at jeg får bekreftet at problemløsningsoppgavene jeg hadde valgt ut, er matematiske problemer for dem slik jeg forstår definisjonen. Jeg synes det er interessant at Oda, som virker mindre utholdende enn Silje under arbeidssekvensen, først og fremst ville tatt i bruk læreboken hvis hun ble stående fast. Det er likevel ikke sikkert at hun skjønte at jeg mente spesifikt i forhold til problemløsningsoppgaver og ikke i forhold til alle typer matematikkoppgaver. En annen forklaring kan være at hun har en annen forståelse av hva en «problemløsningsoppgave» er enn den jeg tar utgangspunkt i.

5.3 Gruppe 3 – Erik og Jonas

I det tredje elevparet er begge guttene er delaktige i å løse alle tre oppgavene, men Jonas har noen flere og lengre muntlige resonnementer enn Erik. Til tross for at de jobber i litt ulikt tempo, synes jeg de er flinke til å snakke sammen og forklare hverandre hvordan de har tenkt. I motsetning til elevene i gruppe 1, Mats og Lars, tar ikke disse elevene for gitt at det den andre sier er riktig. De er begge opptatte av å sjekke om det den andre sier faktisk stemmer og regne ut for seg selv før de slår seg til ro med et svar. Dette tenker jeg er positivt, i og med at det er fort gjort enten å skrive feil eller regne feil.

5.3.1 Oppgave 1

Guttene har litt forskjellig tilnærming til oppgave 1 ved første øyekast, men blir nokså fort enige om at de må telle og samtidig skrive ned kvadrater i de ulike størrelsene:

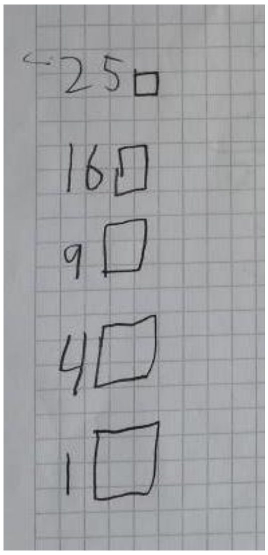
2 E: Så her er det vel egentlig å.. kanskje bare telle?
3 J: Neinei, men se nå. Hvis.. Fire sånne blir også et kvadrat. Og ni sånne blir også et kvadrat

4 E: Jaja, I know! Derfor må vi først telle de og skrive ned hvor mange enkelte det er, og så må vi ta liksom fire og fire.. Men, er på denne oppgaven, er det sånn at, liksom, ehm.. jeg kan ta liksom disse fire og så disse fire og så disse fire og så blir det, liksom, enkelte kvadrater, eller er det sånn at det liksom er bare disse fire og så disse fire som kan bli.. (henvender seg til Anne, viser på arket om de samme rutene kan inngå i flere forskjellige kvadrater samtidig, eller om de bare kan brukes én gang)

5 A: Du bestemmer selv, de kan være en del av flere forskjellige figurer, liksom. Den samme ruten, på en måte.

6 E: Så, liksom, hver eneste rute kan være del av forskjellige kvadrater?

7 A: Det kan den, ja.



Figur 5.3.1: Jonas sin liste over kvadrater i ulike størrelser. Strategityper brukt: visuell representasjon (VR), organisering (O), oppdeling av problemet (OP).

Ved at guttene teller og samtidig skriver ned, vil jeg kategorisere dette som en blanding av en visuell strategi (VR) og organisering av data (O). Jonas velger å lage seg en liste over antall kvadrater av hver størrelse, noe som viser seg å være et godt hjelpemiddel i prosessen med å løse oppgaven, jf. figur 5.3.1. Denne listen viser også at guttene bruker strategien med å dele opp problemet (OP), i og med at de løser deloppgaver for å finne det endelige svaret. De finner fort ut at det er 25 små kvadrater, og går derfra videre til å undersøke hvor mange 2×2-kvadrater det er. Ganske umiddelbart oppdager guttene at det finnes en hel del av den sistnevnte typen, og de er også inne på tanken om at det kan være mulig å finne en annen, lettere måte å regne på (jf. linje 13). Eriks utsagn i linje 16 vil jeg kategorisere som et logisk resonnement med utgangspunkt i tegningen av figuren (LR+VR):

12 E: Det er liksom, igjen her, det er disse fire, disse fire, diss.. ja. Og så kan man bare gå ned ett hakk til, så er det, liksom, like mange.. (Viser på arket ved å spore rundt 2×2-kvadrater med utgangspunkt i andre og tredje rad)

13 J: Ja, jeg har en følelse av at du kan gjøre noen form for utregning for å finne ut av svaret på dette her, men jeg har ingen anelse hva vi skal gjøre med det. Hvis vi ser her sånn (bruker baksiden av blyanten til å spore på arket) En, to, tre, fire.. (teller 2×2-kvadrater på oppgavearket)

14 E: Men vi kan jo prøve å finne ut..

15 J: Også er det.. ja, du må se, hallo, se.. (til Erik) Liksom det er, bare de her to er jo, det er liksom fire gange de her, to gange to, to gange to, to gange to, to gange to (peker på de to øverste radene og sporer omrisset av 2×2-kvadrater) og det er liksom det samme to ganger til her nede, ikke sant? Så da kan vi bare, liksom bare.. gange det med tre. Men, så kan du også ta, liksom, det her er sånn skikkelig, åh, du kan ta de her, de fire også de fire også (peker i midten av figuren i oppgave 1 på oppgavearket til Erik) Det er så sykt mange ting som kan.. åh (legger hodet ned på pulten, og retter seg opp igjen) Huff!

16 E: Men, det vi kan gjøre er å finne ut hvor mange det blir bortover sånn, og så bare gange det med disse linjene, for det blir jo for hver sånn linje som kommer her, så er det jo.. like mange

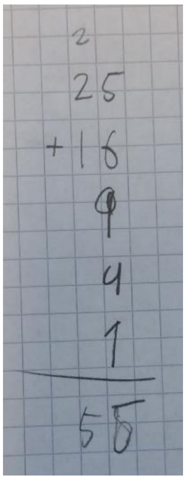
Guttene diskuterer litt frem og tilbake hvordan de skal regne ut antall 2×2-kvadrater, og basert på Eriks observasjon i linje 16, foreslår Jonas at det er fire gange fem. Erik er uenig og mener det er fire gange fire, og de dobbeltsjekker derfor med utgangspunkt i figuren (VR). Etter å ha undersøkt figuren enda en gang, blir de enige om at det må være fire gange fire. Erik teller også opp manuelt, for sikkerhets skyld, mens Jonas gir uttrykk for at han er sikker på at det må være fire gange fire.

42 E: En, to, tre, fire, fem, seks, syv, åtte, ni, ti, elleve, tolv.. Eeh, jeg håper jeg har telt riktig nå, vent litt.. En, to, tre, fire..

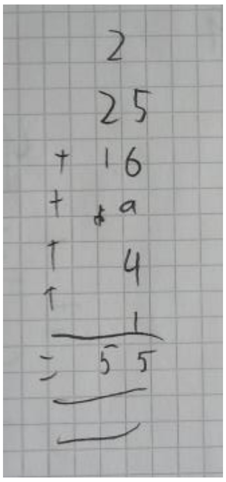
43 J: Du kan bare ta fire gange fire, det er mye lettere det. Fire, åtte, tolv, seksten. (teller på fingrene)
44 E: ..fem
45 J: Ja, det er sikkert riktig, det.
46 E: ..syv, åtte, ni, ti, elleve, tolv, tretten, fjorten, femten, seksten. Ja, nå fikk jeg riktig. Jeg vet ikke..
47 J: Du må jo bare telle alle de tingene her, alle de her, liksom. (peker med spissen av blyanten på alle punktene på arket der fire ruter møtes)

I neste omgang undersøker de antall kvadrater som har dimensjonene 3×3 ruter. Her bruker Jonas en strategi som jeg synes er noe utfordrende å kategorisere, først og fremst fordi jeg med utgangspunkt i datamaterialet ikke forstår helt hvordan han tenker. Jeg vil likevel si at det er en blanding av en visuell strategi (VR), et logisk resonnement (LR) og en uspesifisert strategi (US).

55 J: Tre gange tre. Se; en, to, tre, en, to, tre, det blir et kvadrat (teller først tre ruter loddrett og deretter tre ruter vannrett på oppgavearket)
56 E: Ja
57 J: Så blir det én her, én her (markerer omrisset av kvadratene i lufta over oppgavearket)
58 E: En her og en her.. og så en i midten
59 J: Okei, det her var veldig rart.. Å, jeg vet hvordan vi gjør dette. Dude! Vi teller bare alle de der. Vi teller bare alle de blokkene der, så bare en, to, tre, fire, fem, seks, syv, åtte, ni (prikker på arket på de ni rutene i midten av figuren)
60 E: Også én i midten
61 J: Ja, det er ni stykker. Vet du hva?
62 E: Hæ?
63 J: Du kan jo ha der også, for se.. For utfra der, så kan du jo se.. hallo, du kan jo ha blokker rundt sånn, ikke sant, da blir det jo ni
64 E: Jaja
65 J: For liksom, sånn, alle de ni inni midten er én hver sånn ni-greie. Så da tror jeg at det blir, at svaret blir ni på den. Vi bare kjører på med det



Figur 5.3.2: Jonas sin utregning av antall kvadrater i oppgave 1. Strategityper brukt: algoritme (A).



Figur 5.3.3: Erik sin utregning av antall kvadrater i oppgave 1. Strategityper brukt: algoritme (A).

Jonas tar utgangspunkt i de ni rutene som er i midten av 5×5-kvadratet når han påstår at det må være ni kvadrater av dimensjonene 3×3. Jeg forstår ikke helt hva han mener med dette utsagnet, og videoklippet er heller ikke oppklarende i så måte, men jeg antar at han kanskje ser at den midterste ruten er en del av ni forskjellige kvadrater på en gang. Erik sier seg enig med Jonas uten å undersøke selv denne gangen. Det gjenstår så bare å finne antall kvadrater av størrelse 4×4 samt å telle med hele figuren. Erik bruker det jeg vil kategorisere som en visuell strategi (VR) når han manuelt teller kvadratene av denne størrelsen ved å spore med blyanten på figuren. For å finne det samlede antallet av kvadrater, bruker begge guttene addisjonsalgoritmen (A) og adderer tallene fra Jonas sin liste (O) (jf. figur 5.3.1; figur 5.3.2; figur 5.3.3). Her også velger guttene å regne ut hver for seg for å forsikre seg om at de har kommet frem til riktig svar:

82 J: Tjuefem, seksten, ni, fire, én. Pluss, pluss, pluss, pluss, er lik, strek, sånn, det husker jeg, ikke sant? (stiller opp tallene ved hjelp av addisjonsalgoritmen) Fem pluss seks, det blir.. nei, nei, vi gjør det simpelt, okei? En pluss ni, det er ti, det her blir elleve, femten, da blir det fem, to.. to pluss to blir fire, fem, det blir femtifem, ikke sant? (bruker det han har stilt opp til å regne ut)
83 E: Ja, okei, jeg må bare..

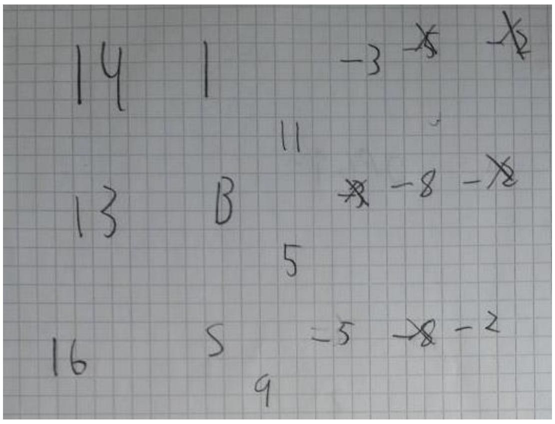
84 J: Du kan sjekke hvis du ikke tror meg

85 E: Ehm.. Så, en pluss ni blir ti.. og fire pluss seks er ti, pluss fem er 25, og det er.. ja, to pluss to er fire pluss en er fem, så ja, femtifem.

Erik og Jonas er altså de eneste elevene som kommer frem til riktig svar på oppgave 1. Dette tror jeg er mye takket være deres systematiske tilnærming til utregningen, samt at de begge er opptatte av å finne ut om de er enige eller uenige i det den andre foreslår. Eriks nøyaktighet tror jeg også spiller en rolle her. De løser oppgaven slik jeg ser det ved hjelp av strategitypene algoritme (A), logiske resonnementer (LR), oppdeling av problemet (OP) kombinert med organisering (O) og visuelle strategier (VR). Jeg valgte å kategorisere et av Jonas sine utsagn som uspesifisert, så jeg vil ikke utelukke at andre strategityper også kan ha spilt en rolle i løsningsprosessen.

5.3.2 Oppgave 2

Guttene gir seg så i kast med oppgave 2. Umiddelbart sier Erik: «Jeg har hørt mange versjoner av denne før, så liksom, jeg burde klare å finne ut av den» (linje 92). Dette vil jeg kategorisere som en tidligere erfaring (TE), selv om det er litt uklart for meg hvordan eller på hvilken måte denne erfaringen påvirker løsningsprosessen. Den første innskytelsen Jonas får, er å addere de tre første tallene i oppgaveteksten, nemlig 14, 16 og 13. Utregningen gjør han tilsynelatende i hodet, og jeg kategoriserer den derfor som et resonnement (LR). Han skjønner like etterpå selv at det ikke kan stemme (jf. linje 103 og 105).



Figur 5.3.4: Jonas sin oversikt over speidere i oppgave 2. Strategityper brukt: organisering (O), logisk resonnement (LR).

99 J: (…) 14 pluss 16, det er.. 20.. nei, jo, 30. Er det ikke det? Jo?

100 E: Jo

101 J: Vet du hva?

102 E: Det er jo det. Det er 30.

103 J: Det gir ikke mening. Fordi, der, vent nå. For hvis det der, for hvis de der to er 30, ikke sant? (refererer til første og tredje punkt i oppgaveteksten til oppgave 2)

104 E: Ja, så blir den 43.

105 J: Men det er bare 40 uerfarne speidere!

106 E: Åja. Hæ?

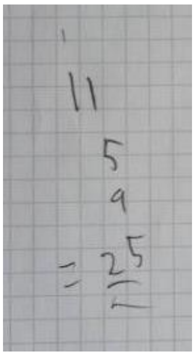
Det faktum at antall speidere som ble utsatt for uhell ikke kan overstige det totale antall speidere, tolker jeg som et logisk resonnement (LR) (jf. linje 105). Like etterpå påpeker Erik at det kan gå opp likevel, siden noen av speiderne ble utsatt for mer enn ett uhell (LR). Jonas sier seg enig i dette resonnementet. For å få oversikt over informasjonen i oppgaveteksten, velger Jonas å lage en slags liste over de forskjellige antallene, jf. figur 5.3.4. Denne vil jeg kategorisere som en form for organisering av data (O). Han forklarer at I står for «innsjø», B står for «brennesler» og S står for «skog». Neste utfordring blir å bruke denne oversikten for å løse oppgaven og finne ut hvor mange speidere som kom seg gjennom turen uten uhell. Han kommer med følgende resonnement:

115 J: Du må hjelpe her, jeg er confused. Hmm.. Jeg bare tegner sånn strek, minus tre på begge, siden det er tre som gjør begge eller noe sånn. (Skriver -3 på I og S) Nei.. var det riktig? Jo, det var riktig. Nei, det var det ikke. I står for innsjø. Ja, okei, da gjorde jeg feil. Minus tre.. skal

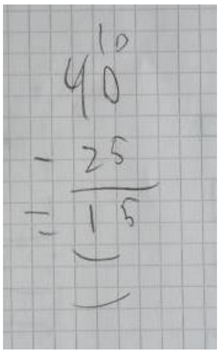
jeg vise deg.. visker sånn en ting der (skriver -3 på B og visker ut -3 på S) Fem i innsjø og gikk seg vill (skriver -5 på I og S) Åtte brant seg på brennesler og gikk seg vill (skriver -8 på B og S) To stykker var så uheldige at de både gikk seg vill, brant seg på brennesler og falt i innsjøen. Okei, to gjorde alt (skriver -2 på I, B og S) Jammen, det jeg sa i sted, det kan være det er riktig, når jeg tenker meg om. At vi minuser på én av tallene, og så plusser vi bare alle etterpå. Fordi, se nå, fordi liksom, det er jo egentlig ikke totalen, men hvis vi regner med alle de her tingene her (peker på området der ved I, B og S der han har skrevet -3, -5. -8 og -2), så blir det de her tre totalen til sammen, ikke sant (peker på 14, 13 og 16 på kladdearket sitt). For da finner vi ut svaret på det spørsmålet om hvor mange som kom seg ut uten uhell, ikke sant?

Selv om det er noe kronglete forklart, synes jeg det er tydelig at Jonas har en tanke bak hvorfor han skal trekke fra de forskjellige tallene. Han forklarer at han skriver minus på I, S og B når det er speidere fra disse gruppene som har gjort mer enn en ting, deretter vil han sørge for at han trekker de fra bare i én av gruppene de er inkludert i, og til slutt vil han addere det som er igjen. Jeg vil kategorisere denne fremgangsmåten som en blanding av en visuell strategi siden han krysser ut tall (VR), oppdeling av problemet fordi han tar for seg en bit av informasjonen i oppgaveteksten om gangen (OP) og algoritme (A) siden han vil addere tallene som gjenstår til slutt. Jonas spør Erik om han henger med, hvorpå Erik svarer bekreftende, før han fortsetter å resonnere samtidig som han krysser ut noen av tallene han har skrevet opp for å eliminere speiderne som har blitt telt mer enn én gang:

119 J: Det er bra. Okei, se nå. Okei, okei. Da tar jeg bare og krysser ut den (krysser ut -3 på B), krysser ut den (krysser ut -5 på I). Hvordan gjør vi det her, da? To gjorde alt sammen. Nå blir jeg confused her selv. Jeg bare gjør sånn, jeg. Jeg, jeg gjør sånn (krysser ut -2 på B og I). Nei, vent nå litt. Nei, nå.. Nå forvirret jeg meg selv veldig her. Okei, vent litt. Jeg må tenke meg om. Åh, det er vanskelig. Huff, okei. Det er bare, jeg bare gjør det jeg har tenkt selv inni hodet mitt. Det er bare å gjøre det nå. Se, elleve minus åtte..



Figur 5.3.5: Jonas adderer speidere som har vært utsatt for uhell. Strategityper brukt: algoritme (A).

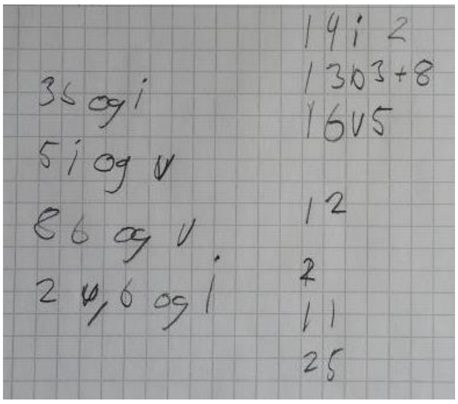


Figur 5.3.6: Jonas subtraherer antall speidere som har vært utsatt for uhell fra antall speidere totalt. Strategityper brukt: algoritme (A).

Etter å ha krysset ut en del av tallene, står han igjen med elleve på «I», fem på «B» og ni på «S». Han bruker så addisjonsalgoritmen (A) for å addere disse tallene (jf. figur 5.3.5). Deretter benytter han subtraksjonsalgoritmen (A) hvor han trekker fra de 25 speiderne som han mener ble utsatt for uhell fra de 40 speiderne som var med på turen (jf. figur 5.3.6). Før han vil konkludere med at dette er det endelige svaret, rådfører han seg med Erik:

121 J: (…) Sånn er det jeg tenker, okei? Har du kommet frem til noe bedre? Tror du det her var riktig gjennomtenkt?
122 E: Jeg vet ikke, hvordan tenkte du gjennom det?
123 J: Nei, for liksom, hvis du ser, det her er jo egentlig totalen (refererer til 14, 13 og 16) men så var det noen av de som gjorde begge delene, ikke sant? (E: Ja) Så det vil si at noen av de gjorde begge delene, så tok jeg bare og fjernet noen av de på det de gjorde begge av. Så hvis det var tre som brant seg og falt i innsjøen, så tok jeg vekk tre på falt i innsjøen fordi da, fordi, liksom, da har de gjort begge, og så trenger jeg bare å telle de på en av plassene. Liksom, hvis åtte gjorde det og det (refererer til sjette punkt på oppgave 2), så fjerner jeg åtte fra den og så da har jeg det, ikke sant?
124 E: Okei, jeg må bare prøve selv..

Erik velger å lage seg en tilsvarende oversikt som den Jonas har brukt til sine utregninger (O) (jf. figur 5.3.7). Han får en kort innføring i hvordan kameraten har brukt den, og bruker den deretter på noen lunde samme måte selv. Erik kommer også frem til at 25 speidere var innblandet i uhell, og sier seg enig i at Jonas sannsynligvis har gjort riktig. Guttene velger dermed å svare at 15 speidere kom seg gjennom turen uten uhell. Dette tallet er ikke langt unna det faktiske svaret, som er 11. Feilen som har blitt gjort, handler om at de to speiderne som ble utsatt for alle tre uhellene er blitt trukket fra to ganger for mye. For at guttene skulle ha kommet frem til riktig svar, måtte de ha trukket fra to speidere fra hver av gruppene som har blitt utsatt for to forskjellige uhell. Dette er fordi de to speiderne som gjorde alle tre tingene er inkludert i samtlige av disse tre gruppene.



Figur 5.3.7: Eriks oversiktsliste over speidere. Strategityper brukt: organisering (O).

Jeg synes for så vidt ikke at det er rart at elevene forsto oppgaveteksten slik de gjorde og kom frem til 15 i stedet for elleve. Guttene gikk grundig til verks, og jeg tror de kom såpass nært det riktige svaret ved hjelp av Jonas sin visuelle strategi (VR) med utgangspunkt i hvordan han hadde organisert (O) tallene i oppgaveteksten. At han så tok for seg ett og ett moment fra oppgaveteksten (OP) var også hensiktsmessig. Måten Jonas arbeider med denne oppgaven på, synes jeg ligger nærmere opptil hvordan Schoenfeld (1992) fremstiller at en matematiker jobber med et ukjent problem, enn hans fremstilling av elevarbeid. Dette er til tross for at Erik har jobbet med eller sett en liknende oppgave før, og muntlig gir uttrykk for at han har tro på å klare oppgaven (linje 92) (Bandura, 1986, 1997). Det Erik husker kan dermed tenkes å være av en mer overfladisk dimensjon (Bergqvist et al., 2004; Silver, 1981; Verschaffel et al., 2014). I tillegg bruker begge guttene det jeg mener er logiske resonnementer (LR) for å i det hele tatt forstå oppgaven. Utregningene som de gjør ved hjelp av algoritmer (A), kunne sannsynlivis ha blitt gjort som hoderegning, men det gjør ikke noe at de stiller opp.

5.3.3 Oppgave 3

Mens Erik holdt på å lage en oversikt for å regne ut om han kom frem til samme svar som Jonas på oppgave 2, hadde Jonas allerede hatt tid til å tenke på hvordan han kunne gripe an oppgave 3. Idet han skal til å fortelle Erik hva han har tenkt, glemmer han deler av resonnementet sitt (LR). Jonas har foreløpig ikke tatt noen notater.

139 J: Jo, nå vet jeg det.. Okei, først fyller vi opp syveren.. og så heller du oppi femmeren, ikke sant? Det er sånn, det er ikke måleenheter, så du må liksom finne nøyaktig en meter, nei, en liter.. Og da, har du to oppi syv og så har du fem i fem, for jeg helte nettopp over fra, jeg fylte den og helte over sånn, ikke sant? Da har jeg to oppi der og fem oppi der. Og så.. shit, nå må jeg tenke. Jeg gjorde det her, det var mye lettere å gjøre det her i hodet. Jeg må tenke, okei, hva var det jeg tenkte? Vent litt..

Til tross for at Jonas har hatt litt tid til å tenke på oppgaven, får han ikke løst den med en gang. Dette synes jeg er positivt, fordi nå får også Erik mulighet til å forsøke å løse oppgaven og bruke sine strategier i prosessen. Jonas forsøker å komme på hva han tenkte da han mente han hadde løst oppgaven, og forteller Erik følgende:

145 J: På en eller annen måte jeg fikk jeg tak i seks liter oppi der (peker på syvliteren). Og hvis du har seks liter oppi der, så kan du bare heller oppi det over der (peker på femliteren) og da har du nøyaktig én liter oppi der.

Erik sier seg enig i at det høres ut som en måte å komme frem til løsningen på. Han begynner også å resonnere, men mister tråden fordi han slik jeg ser det har problemer med å holde oversikt over hvor mye hver av bøttene inneholder til enhver tid. Han sier høyt at han må begynne å skrive ned, og lager seg deretter følgende liste som jeg vil kategorisere som organisering av data (O) (jf. figur 5.3.8). Listen viser seg å være til stor hjelp. Erik forteller hva han gjør mens han skriver ned (LR), og når han kommer til det punktet der han har fått fire liter i syvlitersbøtta, fatter Jonas interesse:

Figur 5.3.8: Eriks liste over vann i de to bøttene. Strategityper brukt: logisk resonnement (LR), organisering (O).

154 E: Syv og så fem når vi starter (noterer på kladdearket sitt). Syv og helle oppi til den, så får den fem, så får den to, helle ut og helle over i den, så har den to, fylle opp syveren og helle oppi til den, så får den fem og så får den.. fire

155 J: Jeg føler at jeg har gjort denne her oppgaven før og at den er litt vanskelig.. Fikk du fire? Hvordan fikk du fire?

156 E: Hvordan jeg fikk fire? Jeg tok først, så tok jeg den og fylte den helt opp (refererer til syveren), helte over i den og så fikk jeg fem og så da hadde jeg to igjen, og så helte jeg ut det som var i den, liksom (refererer til femmeren) og så helte jeg det over i den (refererer til de to literne som var igjen i syveren) og så tok jeg den og så fylte helt opp (refererer til syveren), helte over i den, og da, siden den har to, så får den jo tre liter og så blir det jo fire, da, siden det var syv, liksom.

Når Jonas i linje 155 sier at han føler han har gjort oppgaven før og at den er litt vanskelig, tolker jeg dette som at han refererer til en tidligere erfaring (TE). Hvorvidt denne erfaringen har noen betydning for hans løsning av oppgaven i denne sammenheng, er vanskelig å si noe om. Erik forklarer at han ikke kommer videre fra det punktet hvor han nå har fire liter i syvlitersbøtta, men idet han har sagt det, kommer han på at han kan flytte de fire literne til femliteren. Begge guttene virker nå slik jeg oppfatter det nokså sikre på at de har funnet veien til målet:

160 E: Så får jo den fem og så tar du liksom tre og så får du fire. Og så.. ja, og så kom jeg ikke lengre. Så tror jeg du kanskje gjør det samme, skal vi se, hva skjer hvis du gjør det samme, så tar du det ut igjen, så tar du fire oppi her (refererer til femliteren)

161 J: Jo, der har du det! Du har det der.

162 E: Så hvis du da heller fra den første så blir det seks..

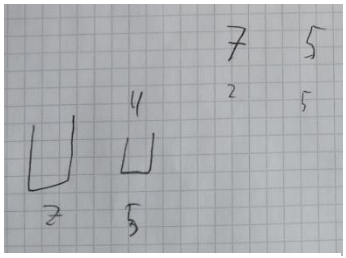
163 J: Fire oppi her.. (kladder på kladdearket)

164 E: Så hvis du heller oppi, så blir det fem og så seks her

165 J: Og hvis du nå tømmer femmeren og heller det som er seks oppi femmeren, så har du én liter oppi syveren nå (peker på lista som Erik har laget på kladdearket sitt)

166 E: Ja

167 J: Og da har du en liter



Figur 5.3.9: Jonas sine notater fra arbeid med oppgave 3. Strategityper brukt: visuell representasjon (VR), uspesifisert strategi (US).

Ved hjelp av logiske resonnementer (LR) samt Eriks liste over vanninnholdet i de to bøttene (O) (jf. figur 5.3.8), klarer guttene å løse oppgave 3. Jonas tar også noen notater under arbeidet sitt, men disse vil jeg først og fremst kategorisere som en visuell representasjon (VR) samt en eller annen form for uspesifisert strategi (US), da de ikke gir noen tydelig form for informasjon om hvordan han har tenkt eller gått frem, jf. figur 5.3.9. Jonas oppgir også å ha løst eller sett en liknende oppgave før (TE), men det er uklart for meg om han drar nytte av disse erfaringene i løsningsprosessen. Det er likevel mulig å tenke at han kanskje husket strukturelle aspekter som kan kunne dra nytte av, i og med at han etter svært kort tid gir uttrykk for at han har løst oppgaven i hodet (Silver, 1981).

5.3.4 Intervju

Som jeg har gjort med de andre elevparene, begynner jeg intervjuet med å spørre guttene om hvilken oppgave de synes var den vanskeligste. Jonas svarer da at han synes bøtteoppgaven var vanskeligst, helt til de fant ut av det (linje 171). Erik sier seg enig i det. Jonas legger så til at det ellers hadde vært speiderturen (linje 175). På spørsmål om hvorfor de mener at bøtteoppgaven var vanskeligst, svarer Erik følgende:

180 E: Vel, jeg tenker sånn at jeg trenger egentlig bare, hvis jeg skal bruke noe, og finne ut hvor mye vann jeg trenger, så trenger jeg bare noe med en måleenhet å bruke, da. Så i stedet for å bruke bøtter, så da blir det liksom litt sånn man tenker, at «Å, det blir litt vanskelig å finne ut en sånn, da.» Liksom finne ut svaret på den, hvis man ikke har noe å måle med. Så jeg tenker liksom at man kommer til oppgaven og så tenker man sånn «Ja okei, denne her blir litt vanskelig», så er det egentlig bare en enkel løsning for det. Det er bare det at det blir litt mye å gjøre. Så.. tenker man at det blir litt vanskeligere.

Jeg forstår Eriks refleksjoner som at han synes oppgaven er annerledes og kanskje også uvanlig i matematikksammenheng. Hvordan elevene jobber med matematikk i klasserommet kan ha noe å si her (Schoenfeld, 1992). Etter det jeg så, inneholder heller ikke oppgaveboken til læreverket de benytter mange slike oppgaver (Hjardar & Pedersen, 2008; Verschaffel et al., 2014). Læreres bruk av eksempler og oppgaver til gjennomgang kan også påvirke hvordan elevene forholder seg til matematikk (Schoenfeld, 1992). Hvis de er vant til å jobbe i hovedsak med det som for dem er rutineoppgaver, har jeg stor forståelse for at en oppgave som bøtteoppgaven kan oppleves som litt utilnærmelig (ibid.). Begge guttene påpeker også at oppgaven egentlig var ganske lett når det kom til stykket, de måtte bare finne ut hvordan de skulle gå frem (linje 171-172). Når de skal vurdere hvilken oppgave de synes var den letteste, mener de begge at det var den første, med kvadratene. Eriks begrunnelse er at «(…) man kan jo egentlig bare telle de. Det kan bli litt mye å telle, man kan jo komme ut av det og sånn, men..» (linje 182).

Guttene får deretter utdelt arket med de tre oppgavene fra Faktor 3 (jf. 10.5). Etter å ha sett litt på dem, peker Jonas på den mest iøynefallende forskjellen han ser, nemlig at lærebokoppgavene blant annet handler om å sette opp likninger i motsetning til oppgavene de nettopp har løst. Erik foreslår at man også kan løse oppgavene fra Faktor i hodet, men da innvender Jonas at man ikke ville ha fått full uttelling hvis det var på en prøve. Erik konkluderer med at «man løser liksom etter hvem som skal se på svaret etterpå, da» (linje 194). Hovedforskjellene guttene fokuserer på er dermed at det er snakk om å sette opp likninger i det ene tilfellet, og ikke i det andre, samt at lærebokoppgavene må føres på en bestemt måte hvis de skal leveres inn. Jeg vurderer dette som nokså overfladiske forskjeller (Silver, 1981; Verschaffel et al., 2014). De kommenterer ikke at de står friere i forhold til fremgangsmåte og føring når det gjaldt problemløsningsoppgavene, men det går an å se for seg at dette er inneforstått.

Jeg stiller så det fjerde spørsmålet ut fra i intervjuguiden min, som omhandler hva man kan gjøre hvis man blir stående fast under arbeid med en problemløsningsoppgave, og ender opp med å gjenta spørsmålet i en litt omformulert versjon:

197 A: (…) Hvis du sitter i klasserommet og jobber med en sånn oppgave og så prøver du noe og det funket ikke. Hva da?

198 J: Gå videre til en annen oppgave eller tenk på noe annet, så kanskje du kommer på noen nye ideer til seinere.. på en måte

199 E: Altså hvis man sitter fast og bare ikke klarer å finne ut av noe, så må man jo bare kanskje ta en pause og så ikke stresse så veldig over det

200 J: Og så er det bare å ikke gi opp.

201 E: Ja.. Altså hvis man prøver å finne ut av det og føler man er på god vei, så kanskje skrive ned det du tenker er riktig måte å gjøre det på (…)

Jonas trekker frem at man ikke må bli sittende for lenge med en oppgave hvis man ser at man ikke kommer videre, men at man da heller bør jobbe med noe annet, og så heller gå tilbake igjen (jf. linje 198). Han foreslår i samme slengen at man kan prøve å tenke på noe annet, noe jeg tolker som at han mener man kan forsøke å bruke en annen fremgangsmåte eller strategi. Erik ser ut til å være enig i dette, og også han fremhever at man ikke bør bruke altfor mye tid på en oppgave hvis man ikke kommer noen vei. I tillegg trekker Jonas frem viktigheten av å være utholdende i prosessen, noe som jeg mener er særlig viktig når man driver med problemløsning. Elever med høy mestringstro vil ofte være mer utholdende under arbeid med oppgaver som de ikke klarer å løse med én gang (Bandura, 1986, 1997; Hoffman, 2010). Mange problemløsningsoppgaver kan være mer tidkrevende å løse enn rutineoppgaver innenfor samme matematiske tema, i og med at man først må finne frem til en fremgangsmåte og deretter implementere denne. Avslutningsvis foreslår Erik at man kan ta notater eller skrive ned det man eventuelt har kommet frem til på veien mot å finne en løsning, slik at man ikke glemmer det til senere hvis man går tilbake til oppgaven. Også dette synes jeg er en god idé, i og med at det er fort gjort å glemme hva man har tenkt hvis man går bort fra oppgaven mer enn noen få minutter.

Jeg synes guttene har mange gode og interessante innspill å komme med under intervjudelen, og jeg mener også at jeg får bekreftet at oppgavene jeg hadde valgt ut var matematiske problemer og ikke rutineoppgaver. Guttene synes å være bevisste i forhold til at man noen ganger må endre eller bytte ut strategien man bruker underveis i en arbeidet med problemløsningsoppgaver, noe de også viste i praksis at de var villige til under oppgaveløsningssekvensen. Evne til å gå tilbake når noe viser seg å ikke føre frem, kan være tegn på at man har gode problemløsningsferdigheter (Schoenfeld, 1992).

5.4 Mestringstro

Det siste spørsmålet i intervjuguiden laget jeg for å få frem elevenes tanker om konseptet mestringstro (jf. 3.2; 10.2). Jeg er interessert i å finne ut om de mener at hva man tenker man kan få til kan påvirke hvordan man presterer i matematikk. Basert på forskningen som er blitt gjort rundt dette, er det mye som tyder på at elevers mestringstro kan spille en viktig rolle for deres prestasjoner i matematikkfaget (Bandura, 1986; Hoffman, 2010; Pajares & Kranzler, 1995; Pajares & Miller, 1994). Spørsmålet jeg utformet for å frem elevenes tanker rundt dette, er følgende: «La oss si at Per ser på en matteoppgave og tenker at den ser litt vanskelig ut sånn med en gang. Tror dere det har noe å si om han føler seg sikker på at han kan klare å løse en oppgave for om han faktisk klarer det eller ikke? Hvorfor/hvorfor ikke?» (jf. 10.2). Jeg er klar over at det er et nokså langt spørsmål, og at det er litt kronglete formulert. Grunnen til at det ble slik, er rett og slett at jeg ikke kunne komme på en bedre måte å stille det på. I møte med elevene stiller jeg spørsmålet i hovedsak nokså ordrett slik det står i intervjuguiden.

I gruppe 1 er det kun Mats som svarer når jeg spør om dette. Her tenker jeg i etterkant at jeg også burde ha spurt Lars spesifikt om han hadde noen tanker om dette, men det får jeg ikke gjort noe med nå. Mats besvarer spørsmålet på følgende måte:

181 A: (…) La oss si at en gutt, Per, ser en matteoppgave og så tenker han «Oi, den så litt vanskelig ut». Tror dere det har noe å si om Per tror at han klarer å løse oppgaven for om han faktisk klarer å løse oppgaven?
182 M: Ja, det tror jeg. Jeg tror han har mer viljekraft til å fullføre oppgaven om han tror at han klarer den enn om han ikke tror det.

Jeg tolker det som at Mats er inne på et motivasjonsaspekt når han bruker begrepet «viljekraft». Slik jeg ser det, kan man mobilisere motivasjon hvis man sier til seg selv «dette klarer jeg». Motsatt effekt kan man derfor oppnå ved å fortelle seg selv at «dette klarer jeg ikke». Jeg tror at det i mange tilfeller vil føles meningsløst å skulle legge ned store mengder tid og arbeid i prosjekter eller oppgaver som man innerst inne ikke tror at man kommer til å lykkes med. Forskere har også gjort funn som tyder på dette (Bandura, 1986; Hackett & Betz, 1989; Pajares, 1996). Dette vil i så fall også gjøre seg gjeldende i matematikkfaget når elever møter oppgaver som er annerledes enn det de har jobbet med tidligere, og det er derfor sannsynlig at elever som tror de kan få til de aktuelle oppgavene viser større motivasjon og utholdenhet enn de som ikke tror det. Dette samsvarer også med annen forskning (Pajares, 1996; Pajares & Kranzler, 1995; Pajares & Miller, 1994).

Begge jentene i gruppe 2, Silje og Oda, trekker frem at innstillingen man har til en oppgave, kan få potensielt store konsekvenser under arbeidet med denne:

291 A: Hvis vi har en elev, vi kaller han Per, og så ser han på en matteoppgave og så tenker han «Oi, den ser litt vanskelig ut». Tror dere det har noe å si hva Per tenker om, på en måte, om oppgaven er vanskelig eller om han kan få det til
292 S: Sånn.. ja
293 A: ..for om han faktisk får det til?
294 S: Ja, for hvis jeg liksom bare hadde tenkt «Nei, det går ikke» (peker på arket med problemløsningsoppgaver) så jeg hadde jeg liksom ikke hatt den innstillingen.. jeg burde ha. Sånn hvis.. sånn vi bare gav opp på den.. kanskje vi kunne klart den.. ved å være mer positiv
295 O: Jeg tenker når man ser noe man synes ser vanskelig ut, så er det sånn «Åh, jeg tror ikke jeg klarer den» og da tenker man mer negativt med seg selv
296 S: Så tenker man at det blir ti ganger vanskeligere enn det egentlig er, liksom

Basert på utsagnene jentene kommer med her, vurderer jeg det som at de begge er klar over at hva man tenker kan ha innflytelse på hvordan man presterer i matematikkfaget (Bandura, 1986; Pajares & Kranzler, 1995; Pajares & Miller, 1994). De nevner spesielt hvordan en negativ holdning kan gjøre arbeidet tyngre og vanskeligere enn det trenger å være, og Silje antyder også at de kanskje har gått i denne fellen selv i og med at de ga opp under arbeidet med oppgave 3 (jf. linje 294). I dette tilfellet hadde elevene begrenset med tid til å løse oppgavene, og jeg vurderer det ikke som usannsynlig at jentene faktisk kunne ha fått til oppgave 3 hvis de hadde hatt bedre tid.

Jeg synes også et lite utdrag fra en dialog som fant sted under arbeidet med oppgave 3 er interessant i denne sammenheng:

185 O: Det er liksom ikke så vanskelig
186 S: Det er ikke det
187 O: Men det ligger stuck, liksom
188 S. Mhm.. Men vi klarte den, og den sleit vi med på begynnelsen (peker på oppgave 2). Så da klarer vi denne og

Siljes utsagn i linje 188 synes jeg vitner om en økt mestringstro når det gjelder enten egne ferdigheter eller med hensyn til hvorvidt de kommer til å klare oppgaven, på bakgrunn av at de har kommet frem til et svar som de synes virker rimelig i oppgave 2 (Bandura, 1997).

Begge jentene har vurdert denne siste oppgaven som «ganske vanskelig» på egenvurderingsskjemaet, og har krysset av på «verken sikker eller usikker» på spørsmålet om hvor sikre de følte seg på å løse oppgaven. Det at de nettopp har opplevd å få til noe under arbeid med en oppgave som de synes virket litt utfordrende ved første øyekast, kan ha økt Siljes motivasjon til å jobbe med oppgave 3 litt lengre og litt grundigere enn hun ellers ville gjort (Bandura, 1986; Holm, 2012).

Elevene i gruppe 3 har også noen tanker om dette. Begge guttene ser ut til å mene at hva man tenker om en oppgave, er en faktor som kan ha innflytelse på løsningsprosessen. I likhet med de andre gruppene, trekker Erik og Jonas frem hvordan ulike holdninger, i hovedsak positive og negative, kan påvirke hvordan man jobber.

202 A: Skal vi se, la oss si at det er en elev som heter Per, og så ser han på en oppgave og så tenker han at den ser litt vanskelig ut. Tror dere det har noe å si hva Per tenker om han klarer å løse oppgaven, for om han klarer å løse oppgaven?
203 E: Det har veldig mye å si
204 A: Nå stilte jeg kanskje spørsmålet litt rart, eller fikk dere.. skjønte dere
205 E: Jeg skjønte det
206 J: Jeg skjønte sånn cirka jeg og.. Altså hvis han ser negativt på oppgaven, så kan det gjøre at han ikke klarer det i det hele tatt, hvis det var sånn du mente.
207 A: Ja, om han tenker liksom at jeg kan få.. ja, om han tenker at han kan få den til eller ikke, liksom. Om det har mye å si for om han får det til.
208 J: Ja, hvis du bare er positiv, så er det nok litt lettere.
209 A: Mhm
210 E: Ja.. Hvis man kommer negativt, liksom, til oppgaven, så kan man tenke liksom at «Nei, dette klarer jeg ikke» og så kan det være at man ikke bare prøver, da.
211 A: Gir opp litt fortere, kanskje?
212 E: Ja.. Og da kan det være, liksom, for eksempel, man ikke klarer å komme frem til svaret for man tenker sånn «Nei, jeg klarer ikke dette» og så gidder man ikke tenke sånn ordentlig på det, sånn hva svaret kan være, og så hvordan man skal løse det og sånn

Guttene ser ut til å mene at en negativ holdning, som Erik eksemplifiserer med at person tenker «Nei, dette klarer jeg ikke», i noen tilfeller kan føre til at man ikke legger ned en spesielt god innsats og i neste omgang mislykkes med å løse en oppgave (jf. linje 206; 210; 212). Dette stemmer overens med forskning på området (Bandura, 1986, 1997; Hoffman, 2010; Hoffman & Spatariu, 2008; Pajares, 1996). Grunnen til at slike tanker på sett og vis kan «sabotere» en løsningsprosess, tenker jeg i hovedsak er knyttet til det faktum at de kan hemme motivasjonen. Jeg synes elevene ser ut til å være klar over dette, selv om de ikke nevner det eksplisitt.

Det bør være liten tvil om at det faktisk ofte er sammenhenger mellom elevers mestringstro og deres prestasjoner i matematikkfaget og under problemløsning (Hackett & Betz, 1989; Hoffman, 2010; Hoffman & Spatariu, 2008; Pajares, 1996; Pajares & Kranzler, 1995; Pajares & Miller, 1994). Jeg synes likevel det er interessant at elevene fremstår som såpass reflekterte på dette området. De synes ikke å være i tvil om at disse tingene faktisk henger sammen, og de kommer også med eksempler på hvordan man bør og ikke bør tenke under arbeid med matematikkoppgaver. Jeg lurer på om dette er noe som har blitt snakket om på skolen eller i matematikktimene, eller om de rett og slett bare baserer seg på sine egne erfaringer når de svarer. Uavhengig av hva som er bakgrunnen for elevenes utsagn, synes jeg de har mange interessante og gode refleksjoner rundt dette temaet.

5.5 Diskusjon

I denne studien har jeg som tidligere nevnt til hensikt å finne ut noe om to forskningsspørsmål, hvorav det første er «Hvilke typer strategier bruker et utvalg tiendeklassinger under arbeid med tre problemløsningsoppgaver i matematikk?» For å belyse dette spørsmålet, har jeg laget tabeller hvor jeg sammenligner elevenes og gruppenes strategibruk under arbeid med hver enkelt oppgave. Jeg har ikke telt antall ganger jeg mener hver strategitype er i bruk, selv om dette for så vidt også kunne vært interessant å studere nærmere, men har i stedet valgt å markere hvilke strategityper jeg mener blir tatt i bruk under arbeid med oppgavene. I tillegg har jeg valgt å skille mellom strategityper elever bruker på eget initiativ og strategityper de benytter tilsynelatende kun fordi den andre eleven i paret gjør det. Funn knyttet til det første forskningsspørsmålet mitt blir presentert i 5.5.4.

Det andre forskningsspørsmålet mitt er «Hvilken sammenheng er det mellom elevers mestringstro når det gjelder problemløsningsoppgaver og deres strategibruk under arbeid med disse?» Jeg har undersøkt denne sammenhengen ved å lage tabellfremstillinger over elevenes svar på egenvurderingsskjemaene knyttet til hver oppgave og deres strategibruk under arbeid med disse. Jeg presenterer og oppsummerer eventuelle funn i 5.5.8.

5.5.1 Strategityper i oppgave 1

Oppgave 1, som består av et kvadratisk rutenett med 5×5 ruter, er en visuell oppgave. Jeg anser det som svært krevende å løse denne oppgaven uten å ta i bruk en figur av de overnevnte dimensjonene. Det er derfor ingen overraskelse at alle de seks elevene bruker det jeg tolker som visuelle strategier (VR) i løsningsprosessen. Til tross for at fem av de seks elevene bruker det jeg vil kategorisere som logiske resonnementer (LR), innebefatter denne betegnelsen i og for seg mange forskjellige typer av disse. Det kan være alt fra utregninger gjort i hodet til forsøk på å finne antall kvadrater av hver størrelse uten å måtte telle manuelt. Å se at hver rute inngår i flere forskjellige kvadrater av ulike størrelser er essensielt for å løse oppgaven. Jeg vurderer det derfor som svært nyttig, om ikke helt nødvendig, å bruke en eller annen form for logisk resonnement for å komme frem til riktig svar på denne oppgaven.

OPPGAVE 1	Gruppe 1	Gruppe 1	Gruppe 2	Gruppe 2	Gruppe 3	Gruppe 3
Strategier	Mats	Lars	Oda	Silje	Jonas	Erik
Algoritme (A)					X	X
Veiledet løsning (VL)						
Tidligere erfaringer (TE)						
Logiske resonnementer (LR)	X	X	X		X	X
Gjetting (G)			X			
Oppdeling av problemet (OP)	X	X			X	X
Visuelle representasjoner (VR)	X	X	X	X	X	X
Organisering (O)	X	(X)			X	
Uspesifiserte strategier (US)					X	
Endelig svar på oppgaven (riktig/galt)	42 (galt)	42 (galt)	30 (galt)	30 (galt)	55 (riktig)	55 (riktig)

Figur 5.5.1: Strategityper brukt under arbeid med oppgave 1, «Kvadrater»
X= eleven brukte denne strategitypen
(X) = eleven brukte denne strategitypen, men han/hun kopierte den fra eleven de samarbeidet med

Som tabellen også viser, er det kun gruppe 3 som kommer frem til det riktige svaret på oppgaven (jf. figur 5.5.1). Selv om elevene i gruppe 1 ender opp med å svare 42, finner de altså 52 av de 55 kvadratene i figuren (jf. 5.1.1). Jentene i gruppe 2 finner derimot kun 30. Som nevnt burde jeg kanskje presisert i oppgaveteksten at hver rute kan være en del av flere ulike kvadrater, og dette kan være noe av grunnen til at de finner såpass få. Det er i så fall min feil. Elevene i gruppe 2 avsetter også minimalt med tid til denne oppgaven, og slik jeg ser det er det mange likheter mellom deres arbeid og Schoenfeld (1992) sin fremstilling av hvordan elever ofte jobber. De leser oppgaveteksten og velger så umiddelbart en fremgangsmåte; manuell telling (Oda) og manuell telling kombinert med tegning (Silje). I tabellen kommer det også frem at de to jentene ikke bruker strategien med å dele opp problemet (OP), i motsetning til elevene i gruppe 1 og 3. I hovedsak gjør oppdelingen seg gjeldende ved at elevene tar for seg én kvadratstørrelse om gangen, og teller opp og skriver ned hvor mange slike kvadrater de finner. Gruppe 1 og 3, som bruker denne formen for strategi, ender opp med å finne betydelig flere kvadrater enn gruppe 2 som ikke gjør det.

Jeg tenker at man i kvadratoppgaven har stor nytte av å gå systematisk frem i løsningsprosessen, og synes derfor ikke det er overraskende at de som etter min mening er mest systematiske, gruppe 3, også er de som ender opp med å løse oppgaven. Jeg tenker også at strategien med å dele opp problemet (OP) i dette tilfellet går hånd i hånd med å lage en liste eller oversikt over det man finner ut, altså en form for organisering (O). I gruppe 1 lager Mats og Lars hver sin identiske liste, mens i gruppe 3 tar Jonas seg av dette. Listen blir så utgangspunktet for elevenes addisjon av antall kvadrater i de ulike størrelsene. Denne utregningen velger gruppe 1 (Mats) å gjøre i hodet, mens både Erik og Jonas bruker addisjonsalgoritmen (A). Å addere delsummene fra listen uten algoritme vurderer jeg ikke som spesielt vanskelig, men Mats regner feil fordi han er litt unøyaktig. Jeg er ikke i tvil om at han egentlig er i stand til å gjøre disse utregningene.

Jeg mener at én elev, Oda, benytter strategitypen gjetting (G), men denne strategitypen vil ha liten nytteverdi nesten uansett hvilken sammenheng den brukes i, noe som også er tilfelle her. Et av Jonas sine resonnementer har jeg problemer med å forstå, selv om tallene han kommer frem til er helt riktige, og jeg klassifiserer det derfor som uspesifisert (US). På bakgrunn av det har jeg ikke forutsetninger for å vurdere i hvilken grad dette bidrar til løsning av oppgaven.

Gruppe 3, som klarer å løse oppgave 1, bruker altså strategitypene visuelle strategier (VR), logiske resonnementer (LR), oppdeling av problemet (OP), organisering (O) og algoritme (A). Hvis jeg skal ta utgangspunkt i hva jeg selv ville gjort, anser jeg det som hensiktsmessig, om ikke nødvendig, å bruke de fire førstnevnte strategitypene for å løse oppgaven.

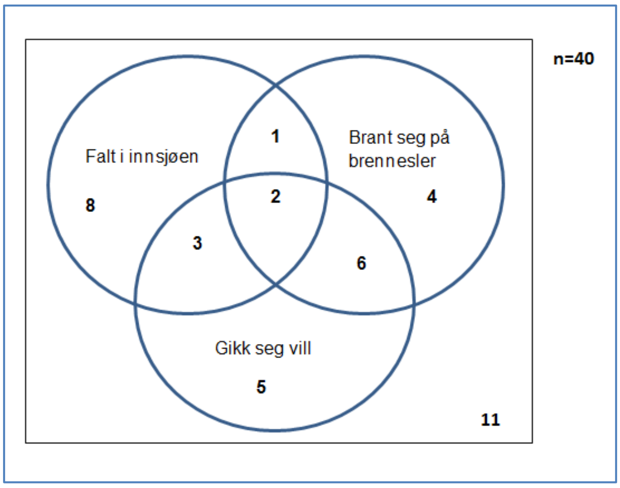
5.5.2 Strategityper i oppgave 2

Oppgave 2, speiderturen, er i og for seg veldig annerledes enn de andre to oppgavene på arket. Dette er en oppgave med mye tekst, og man er nødt til å lese denne grundig for å i det hele tatt forstå hva man skal finne ut. Det er heller ikke tilstrekkelig å lese teksten kun én gang, da man trenger de forskjellige bitene med informasjon i flere omganger. Elevene blir bedt om å finne antall speidere som kom seg gjennom en overnattingstur uten å bli utsatt for uhell. Den største utfordringen her er slik jeg ser det å finne ut at hver av de to speiderne som ble utsatt for tre uhell, er telt med i sju grupper, inkludert de tre gruppene der det er snakk om speidere som har blitt utsatt for to forskjellige uhell. Ingen av elevene virker som de innser dette basert på hva de sier og skriver under arbeid med oppgaven.

Både gruppe 1 og gruppe 2 tror jeg med fordel kunne ha tatt seg bedre tid til å studere oppgaveteksten i denne oppgaven. I gruppe 1 har Mats en strategi klar umiddelbart, og Lars får dermed ikke mulighet til å foreslå en fremgangsmåte. I gruppe 2 dropper jentene å lese gjennom oppgaveteksten på nytt, siden de leste den i forbindelse med egenvurderingen noen minutter tidligere. Også i denne gruppen hopper elevene rett ut i utforsking og utprøving av ulike fremgangsmåter. Begge disse gruppene jobber på en måte som likner mye på typisk elevarbeid slik Schoenfeld (1992) beskriver det (jf. 2). I det ene tilfellet lykkes elevene omsider med å løse oppgaven (gruppe 1), mens i det andre tilfellet ender elevene opp med gjentatte bomturer (gruppe 2).

OPPGAVE 2	Gruppe 1	Gruppe 1	Gruppe 2	Gruppe 2	Gruppe 3	Gruppe 3
Strategier	Mats	Lars	Oda	Silje	Jonas	Erik
Algoritme (A)	X	X	X	X	X	X
Veiledet løsning (VL)						
Tidligere erfaringer (TE)	X					X
Logiske resonnementer (LR)	X		X	X	X	X
Gjetting (G)			X			
Oppdeling av problemet (OP)	X		X	X	X	(X)
Visuelle representasjoner (VR)	X	(X)		X	X	
Organisering (O)				X	X	(X)
Uspesifiserte strategier (US)						
Endelig svar på oppgaven (riktig/galt)	11 (riktig)	11 (riktig)	5 (galt)	5 (galt)	15 (galt)	15 (galt)

Figur 5.5.2: Strategityper brukt under arbeid med oppgave 2, «Speiderturen»
X= eleven brukte denne strategitypen
(X) = eleven brukte denne strategitypen, men han/hun kopierte den fra eleven de samarbeidet med



Figur 5.5.3: Løsning av oppgave 2 ved hjelp av Venn-diagram. Egen figur.

Som nevnt i 5.1.2, viser de som har laget oppgaven hvordan man kan løse den ved hjelp av et Venn-diagram, jf. figur 5.5.3. Jeg ville også selv ha valgt denne strategien, men jeg regnet ikke med at tiendeklassinger ville kjenne til hvordan man gjør dette. Å løse en oppgave ved hjelp av et Venn-diagram er for meg en rutineoppgave, og ikke et matematisk problem. Til tross for at Mats forteller at han har lært seg Venn-diagram med to ellipser ved hjelp av internett, mener jeg ikke at oppgave 2 er en rutineoppgave for ham. Dette er blant annet fordi han ikke tidligere har lært hvordan man lager et slikt diagram med tre ellipser. Likevel klarer han å bruke sine tidligere erfaringer (TE) på en måte som gjør at han kommer frem til riktig svar på oppgaven. Jeg tolker det som at han husker strukturelle aspekter ved oppsettet til et Venn-diagram og på bakgrunn av det kan tilpasse denne til situasjonen (Silver, 1981). Å lage et Venn-diagram er en visuell strategi (VR), og til tross for at elevene i gruppe 2 og 3 ikke ser ut til å vite hvordan man lager et slikt diagram, lager de seg andre visuelle fremstillinger som er til hjelp i løsningsprosessen.

Andre strategityper som er fremtredende i oppgave 2, er algoritme (A), oppdeling av problemet (OP) og logiske resonnementer (LR). Hvilke utregninger som blir gjort ved hjelp av algoritmer varierer fra gruppe til gruppe, men felles for samtlige er at de faller for fristelsen til å addere 14, 13 og 16. At elevene gjør dette, kan ha sammenheng med at de ønsker å bruke tallene i oppgaveteksten til noe, selv om de ikke helt vet hva (Bergqvist et al., 2004). Addisjonen bidrar i og for seg ikke til løsningen av problemet på noen som helst måte for noen av gruppene. Skulle den hatt relevans, hadde det vært en fordel om elevene kjente til «Inclusion-Exclusion»-prinsippet, som hadde gitt utregningen 14+13+16-3-5-8+2=29. Jeg forventer ikke at ungdomsskoleelever har lært om dette.

Oppdelingen av problemet (OP) finner stort sett sted ved at elevene tar for seg en og en bit av informasjonen i oppgaveteksten og enten organiserer denne (O) eller fletter den inn i den visuelle fremstillingen de har laget (VR). Elevenes logiske resonnementer (LR) er også av svært ulik karakter, men samtlige grupper klarer å resonnere seg frem til at noen av de 40 speiderne er telt flere ganger, og at dette er noe de må ta hensyn til. Denne innsikten medfører også at de ser at addisjonen 14+13+16=43 ikke kan være det endelige svaret på oppgaven. Oda benytter seg tilsynelatende av strategien gjetting (G) også under arbeid med denne oppgaven, men uten at det fører noen vei.

Jeg tror det er mye takket være Mats sin erfaring med Venn-diagram at elevene i gruppe 1 lykkes med å løse oppgave 2. Med mindre han hadde hatt kjennskap til denne fremgangsmåten, tror jeg det hadde vært utfordrende også for gruppe 1 å komme frem til riktig svar. Dette er ikke fordi jeg synes det virker som at elevene har svake matematikkunnskaper, men fordi oppgaven er nokså kompleks og viser seg å være utfordrende for samtlige elever.

5.5.3 Strategityper i oppgave 3

OPPGAVE 3	Gruppe 1	Gruppe 1	Gruppe 2	Gruppe 2	Gruppe 3	Gruppe 3
Strategier	Mats	Lars	Oda	Silje	Jonas	Erik
Algoritme (A)				X		
Veiledet løsning (VL)			X			
Tidligere erfaringer (TE)	X		X	X	X	
Logiske resonnementer (LR)	X	X	X	X	X	X
Gjetting (G)						
Oppdeling av problemet (OP)						
Visuelle representasjoner (VR)	X			X	X	
Organisering (O)	X					X
Uspesifiserte strategier (US)	X				X	
Endelig svar på oppgaven (riktig/galt)	Riktig	Riktig	Ingen svar	Ingen svar	Riktig	Riktig

Figur 5.5.4: Strategityper brukt under arbeid med oppgave 3, «Bøtteoppgaven»
X= eleven brukte denne strategitypen
(X) = eleven brukte denne strategitypen, men han/hun kopierte den fra eleven de samarbeidet med

I oppgave 3, hvor man skal måle opp én liter med vann ved hjelp av to bøtter som rommer henholdsvis 5 og 7 liter, finner jeg det største spriket når det gjelder hvilke strategier de ulike elevene benytter. Den eneste strategitypen som samtlige elever ser ut til å bruke, er logiske resonnementer (LR). På hvilke måter de bruker denne strategien varierer, men alle gruppene er innom resonnementer av typen «hvis vi fyller opp og heller vannet fra den bøtta over i den andre bøtta, har vi igjen … antall liter i den første bøtta». Slike resonnementer er en form for strategi jeg vurderer som vanskelig å komme utenom hvis man skal løse denne oppgaven. Gruppe 1 og gruppe 3 velger også å lage en liste over vanninnholdet i de to bøttene (O). Jeg er ikke i tvil om at de hadde klart å løse oppgaven også uten disse, men listene er til hjelp når det gjelder å holde oversikt over innholdet i bøttene til enhver tid. Mats i gruppe 1 lager sin liste kun for å forklare for Lars hvordan han har tenkt etter at han først har løst oppgaven i hodet, mens Erik lager sin liste som en del av løsningsprosessen.

Oppgave 3 er også oppgaven hvor hele fire av elevene gir uttrykk for at de har løst den samme eller en liknende oppgave før, og dermed har tidligere erfaringer (TE) som de tar med seg inn i løsningsprosessen. Jeg ble umiddelbart litt redd for at oppgaven derfor ikke ville være et matematisk problem for dem, men dette viser seg etter min oppfatning ikke å være tilfelle. Hvorvidt, eller på hvilken måte elevenes erfaringer faktisk er til hjelp for dem, er det vanskelig å slå fast. Både Silje og Oda gir uttrykk for å ha sett en likende oppgave før, men de klarer likevel ikke å løse oppgave 3. Dette kan tyde på at de husker overfladiske aspekter, som for eksempel ordlyden til oppgaven, men ikke strukturelle aspekter i forhold til fremgangsmåte (Bergqvist et al., 2004; Silver, 1981; Verschaffel et al., 2014). Det kan derimot tenkes at enten Mats eller Jonas klarer å nyttiggjøre seg sine erfaringer på en annen måte, i og med at de klarer å løse oppgaven. Å ha jobbet med en liknende oppgave vil sannsynligvis ikke være til hjelp for elevene med mindre de også i samme slengen har fått vist og forklart hvordan man kan løse den hvis de ikke klarer det på egen hånd. Til og med om de har blitt vist hvordan man kan løse oppgaven på et tidligere tidspunkt, har jeg forståelse for at rekkefølgen på hvilken bøtte man skal helle fra, hvilken bøtte man skal tømme ut vannet i og liknende fort blir glemt.

Samtlige grupper er også innom strategien med å lage en form for visuell representasjon (VR), som består av tegninger av to bøtter med påskriftene «5» og «7». Jeg vurderer en slik illustrasjon som lite nyttig når det gjelder å faktisk løse oppgaven. I tillegg har jeg inkludert en slik illustrasjon ved siden av oppgaveteksten på oppgavearket (jf. 10.1). Bakgrunnen for at elevene lager disse illustrasjonene tenker jeg kan ha sammenheng med at visuelle strategier viste seg å være nyttige i arbeidet med begge de foregående oppgavene. Strategien med å tegne opp noe kan på den måten muligens ha «smittet over» til arbeidet med oppgave 3, uten at dette er særlig gjennomtenkte, strategiske valg av de aktuelle elevene. I tillegg er Silje innom det jeg tolker som strategitypen algoritme (A) når hun adderer 5+7=12. Å addere disse tallene synes for meg som nokså meningsløst, og hun kan tilsynelatende ikke bruke denne summen til noe heller. Bergqvist et al. (2004) fant den samme tendensen i sin studie, hvor elever benyttet algoritmer nesten uansett hva de ble bedt om å finne ut og uavhengig av om det var hensiktsmessig eller ikke.

5.5.4 Strategityper - oppsummering og konklusjon

Når jeg studerer hvilke strategier elevene bruker under arbeid med de ulike oppgavene, synes jeg det kommer frem at disse er svært avhengige av oppgavens ordlyd og utforming. Oppgaver som inneholder en figur, slik som kvadratoppgaven, vil nødvendigvis være lettere å løse hvis man tar utgangspunkt i denne (VR). En annen form for oppgave, slik som bøtteoppgaven, mener jeg at man nokså enkelt kan løse uten noen som helst form for illustrasjon eller figur å støtte seg på.

De minst sofistikerte strategitypene er etter min mening gjetting (G) og veiledet løsning (VL). Disse er slik jeg oppfatter det lite i bruk. Jeg vurderer dem som minst sofistikerte fordi jeg tenker at de for meg hadde vært en slags siste utvei. Kun én elev, Oda, benytter seg av denne typen strategier slik jeg ser det. Jeg tar høyde for at hun kanskje ikke hadde spurt om et hint med mindre jeg hadde forsøkt å gi et hint noen minutter tidligere på et punkt der arbeidet hadde stoppet opp. Selve arbeidssituasjonen elevene er i, tenker jeg også kan påvirke deres strategivalg (Verschaffel et al., 2014). Jeg er en ukjent voksen, og noen elever kan dermed kanskje synes at det er ubehagelig å skulle spørre om hjelp. Om elevene hadde jobbet enkeltvis og ikke i par, kan det hende at flere av elevenes endelige svar hadde vært rene gjetninger. Ved at elevene samarbeider, får de informasjon om hvordan en medelev tenker og hvordan de mener man kan gå frem. Denne informasjonen kan i noen av tilfellene føre til at elever får til mer sammen med en annen elev enn de hadde fått til alene. Jeg tenker også at mengden tid en elev er villig til å bruke på hver enkelt oppgave kan bli forlenget eller forkortet på bakgrunn av hva den de samarbeider med velger å gjøre. Personlighetstrekk kan også spille en rolle i denne sammenheng, da noen rett og slett er mer opptatte av å være selvstendige eller nøyaktige enn andre. Elever som eventuelt har slike karaktertrekk tenker jeg i mindre grad vil være tilbøyelige til å bruke disse to strategitypene.

Jeg vurderer det som at strategitypen tidligere erfaringer (TE) er i bruk i de tilfellene der elever sier de har sett eller løst en liknende oppgave før eller hvis de velger en fremgangsmåte basert på noe de har gjort eller sett i en annen sammenheng. Nytteverdien av denne strategien tror jeg kan være veldig varierende, i hvert fall hvis datamaterialet mitt har noen form for overføringsverdi til liknende situasjoner. Dette stemmer også overens med funnene til Silver (1981), Bergqvist et al. (2004) og Verschaffel et al. (2014). Jeg vurderer det som at Mats sine erfaringer fra en setting utenfor klasserommet sannsynligvis er den avgjørende faktoren for at gruppe 1 klarer å løse speidertur-oppgaven (oppgave 2). Samtidig gir begge jentene i gruppe 2 uttrykk for at de har sett og prøvd å løse en oppgave som likner på bøtteoppgaven (oppgave 3) tidligere, uten at de klarer det denne gangen. Både Mats og Jonas i henholdsvis gruppe 1 og gruppe 3 har også jobbet med en oppgave som likner på bøtteoppgaven tidligere, og de klarer å løse den når de får den utdelt av meg. Hvorvidt deres tidligere erfaringer spiller en rolle i at de klarer det, er umulig å si noe om med utgangspunkt i datamaterialet mitt. I denne studien konkluderer jeg med at elevers tidligere erfaringer ikke kan sies å være en indikator i verken den ene eller andre retningen når det gjelder om de kommer til å klare å løse en oppgave.

Strategitypen organisering (O) er slik jeg ser det i bruk av minst to elever under arbeid med hver av de tre oppgavene. Jeg tenker at denne strategitypen er spesielt nyttig når elevene må holde oversikt over flere ting samtidig. Å lage en form for liste er også naturlig i mange tilfeller der elevene bruker strategityper som innebærer å dele opp problemet (OP) og regne ut delsummer eller løse deloppgaver som et skritt på veien mot å finne den endelige løsningen. Ellers kan organisering (O) og oppdeling av problemet (OP) også brukes hver for seg, eksempelvis slik Mats og Erik lager oversiktslister over vannet i bøttene i oppgave 3, eller slik Mats tar for seg en bit av informasjonen i oppgaveteksten om gangen når han skal fylle inn tall i Venn-diagrammet sitt. Hvis jeg skal trekke frem to strategier som basert på mine observasjoner ofte opptrer sammen, ville det nok være nettopp disse to, men som nevnt ovenfor er dette på ingen måte en selvfølge eller en nødvendighet. Også her tror jeg det vil ha mye å si hvordan hver enkelt oppgave er utformet.

En annen strategitype som også er i bruk av minst én elev i forbindelse med hver av de tre oppgavene, er algoritme (A). Jeg har valgt å utvide denne kategorien til å inneholde en utregning som blir gjort i hodet og ikke ved hjelp av en form for algoritme, i og med at jeg ikke synes den hører hjemme noe annet sted. Dette gjelder Siljes addisjon av sju og fem under arbeid med oppgave 3. I det sistnevnte tilfellet hadde det ingen ting for seg å addere disse to tallene, og slik jeg ser det er ikke strategitypen algoritme (A) spesielt nyttig i arbeidet med denne oppgaven i det hele tatt. I oppgave 1 og 2 bruker derimot noen av elevene algoritmer på måter jeg anser som betraktelig mer hensiktsmessige og gjennomtenkte. Jeg ønsker også å trekke frem at dette er en strategitype som jeg tenker ofte kan være en lettvint løsning når man skal løse en oppgave som inneholder tall, men der man ikke helt vet hva man skal bruke disse til (Bergqvist et al., 2004). Jeg tenker at en del elever i så fall kan være tilbøyelige til å utføre ulike regneoperasjoner med de aktuelle tallene, og slå seg til ro med et svar hvis de kommer frem til tall som virker noen lunde rimelige (ibid.). Det er derfor verdt å ha i bakhodet at bruk av algoritmer (A) kan være både hensiktsmessig og mindre hensiktsmessig, alt ettersom hva slags oppgave man har med å gjøre. Det er ikke meningen å hevde at algoritmer ikke er nyttige i problemløsning, for det kan de så absolutt være, men jeg ønsker å peke på at dette er en strategitype som også kan «misbrukes» eller brukes på bakgrunn av det som tilsynelatende er gjetninger (G).

Det jeg har kategorisert som visuelle strategityper (VR), brukes også under arbeid med samtlige av de tre oppgavene. Oppgave 1, kvadratoppgaven, består i hovedsak av en figur, og det er derfor naturlig at elevene tar utgangspunkt i denne. I oppgave 2 må elevene finne en oversiktlig måte å organisere informasjonen i oppgaveteksten på, samt kunne bruke denne til å komme frem til et svar. Her velger elever i to av gruppene å fysisk krysse ut tall eller figurer. I oppgave 3 er det ikke etter min mening behov for et visuelt hjelpemiddel, da jeg anser det som at den mest nyttige strategitypen i dette tilfellet er logiske resonnementer (LR). Likevel tegner tre elever, en fra hver gruppe, to bøtter med påskriftene «5» og «7». Jeg klarer ikke å tenke ut hvordan disse kan være til hjelp. Elevene bruker altså visuelle strategier på måter som både er hensiktsmessige og mindre hensiktsmessige. Denne typen strategibruk forekommer hyppig i mitt datamateriale, men jeg regner med at det har mye å gjøre med oppgavene jeg hadde valgt ut. Som nevnt er det også mulig å tenke at noen elever velger å tegne bøtter i oppgave 3 fordi de har hatt visuelle representasjoner å støtte seg på i arbeidet med de andre oppgavene.

Logiske resonnementer (LR) er den strategitypen jeg mener jeg observerer hyppigst. Som nevnt er resonnementene i denne kategorien svært ulike, og det er også varierende hvor ofte hver elev bruker denne formen for strategi. Eksempelvis mener jeg at både Mats (gruppe 1) og Erik (gruppe 3) bruker en rekke resonnementer for å løse oppgave 3, bøtteoppgaven. Jeg mener også at Jonas resonnerer når han studerer det kvadratiske rutenettet i oppgave 1 og hevder at det er fire kvadrater av dimensjonene 2×2 per to rader, og at dette er det samme for samtlige fire rader under hverandre. Samtidig har jeg også valgt å kategorisere noen utregninger som elevene gjør i hodet her, mest fordi disse ikke passet så godt inn i noen av de andre kategoriene. Når det gjelder hvilke strategityper som er mest hensiktsmessige for å løse de ulike oppgavene, mener jeg at logiske resonnementer er spesielt viktige for å løse bøtteoppgaven. Jeg tenker også at en eller annen form for resonnement er nødvendig under arbeid med oppgave 2, speiderturen, for at oppgaveteksten skal gi mening og for at elevene skal innse at det ikke kan være flere enn 40 speidere som har blitt utsatt for uhell når dette er det totale antallet som er med på turen. Jeg vurderer det som at logiske resonnementer ofte er til hjelp for elevene i løsningsprosessen, men det forutsetter for det første at resonnementene er gjort på riktig grunnlag, det vil si at elevene har skjønt hva de skal finne ut fra oppgaveteksten samt at de er innforståtte med hvilke begrensninger de må forholde seg til. For det andre tror jeg det er viktig at elevene er grundige og nøyaktige når de resonnerer, slik at de unngår å gjøre slurvefeil.

Jeg mener at det varierer hvilke strategier som er nyttige i arbeidet med hver enkelt oppgave, og jeg tror ikke det finnes en universell strategitype som alltid vil være nyttig under arbeid med problemløsningsoppgaver. Det nærmeste man kommer en slik universell strategi, vil jeg si er logiske resonnementer. Når disse gjøres på riktig grunnlag, er de i studien min stort sett til hjelp enten når det gjelder å forstå eller løse oppgavene. Basert på datamaterialet mitt vil jeg også hevde at de fleste strategitypene kan brukes på både hensiktsmessige og mindre hensiktsmessige måter (Bergqvist et al., 2004; Silver, 1981). I de mange tilfeller tror jeg man har bedre forutsetninger for å velge gode og nyttige strategier hvis man leser nøye gjennom oppgaveteksten og forsikrer seg om at man forstår hva man skal finne ut. Dette viser seg i hvert fall å være tilfelle for elevene i studien min. Schoenfeld (1992) peker på det samme.

Studien min har et lite omfang, men jeg vil kommentere at det kun er guttegruppene som lykkes med å løse noen av problemløsningsoppgavene. Begge de to guttegruppene lykkes med å løse to av de tre oppgavene de får utdelt. Dette var også tendensen i studien til Gallagher og De Lisi (1994), som fant at gutter presterte bedre enn jenter under arbeid med såkalte ukonvensjonelle oppgaver. Jeg kan ikke slå fast at det samme hadde vært tilfelle hvis jeg hadde hatt et større utvalg av elever fra begge kjønn, men jeg tenker det kan være verdt å nevne. Gallagher og De Lisi (1994) fant også at gutter i større grad enn jenter benytter ukonvensjonelle problemløsningsstrategier. Datamaterialet mitt gir slik jeg ser det ikke grunnlag for at jeg kan uttale meg om dette. Jeg har heller ikke en klar oppfatning om hvilke av strategitypene i rammeverket mitt som er henholdsvis konvensjonelle og ukonvensjonelle.

Innledningsvis hadde jeg forventning om blant annet å se mange ulike strategityper i bruk. Denne forventningen har blitt innfridd. Jeg var også forberedt på at elevene sannsynligvis kom til å bruke mer enn én form for strategi under arbeid med hver enkelt oppgave (Posamentier & Krulik, 1998). Det at elevparene bruker i gjennomsnitt omtrent fire forskjellige strategier mens de forsøker å løse hver av oppgavene, synes jeg var overraskende mye. Jeg forventet også at det ville være en form for samsvar mellom hvilke strategier som de ulike elevene brukte, og med bakgrunn i datamaterialet mitt, vil jeg si at det stemmer til en viss grad. Til tross for at det er en viss spredning, er det også visse likheter når det gjelder hvilke strategier elevene tar i bruk (jf. figur 5.5.1; 5.5.2;5.5.4).

Både elevenes strategibruk og deres tilnærming til problemløsningsoppgaver er sannsynligvis preget av hva de er vant til fra matematikkundervisningen (Pólya, 1957; Schoenfeld, 1992). Oppgaveboken til læreverket som benyttes på tiende trinn, Faktor 3, tilbyr ikke etter min vurdering spesielt mange problemløsningsoppgaver (Hjardar & Pedersen, 2008). Det er verdt å nevne at jeg ikke har studert boken i detalj, men jeg ble i hvert fall skuffet over flere av oppgavene som jeg fant under overskrifter som «Problemløsning» (s. 12) og «Problemløsning og likninger» (s. 108). Disse oppgavene inneholdt en foreskrevet løsningsmetode («sett opp en likning»), noe som går på tvers av min forståelse av hva en problemløsningsoppgave er (jf. 1.3). Jeg er klar over at det aktuelle læreverket har kommet i revidert opplag, men det var altså 2008-utgaven som var i bruk på tiende trinn på skolen hvor jeg gjorde min datainnsamling. Læreverket kan ha en potensielt stor betydning for elevers utvikling av problemløsningsferdigheter (Stein et al., 2003; Verschaffel et al., 2014).

Mats gir i intervjuet uttrykk for at han kun har jobbet med én oppgave som likner på bøtteoppgaven i løpet av de tre siste årene, og at dette var en oppgave han fant på internett (jf. 5.1.4). Jeg ser ingen grunn til at han skal si dette om det faktisk ikke stemmer. Utsagnet hans kan tyde på at det ikke nødvendigvis jobbes så mye med problemløsning i matematikktimene. Dette vil i stor grad være opp til læreren å legge til rette for, særlig hvis læreverket kanskje ikke tilbyr så mange gode problemløsningsoppgaver (Schoenfeld, 1992). Lærere som i sin gjennomgang av lærestoff i hovedsak velger rutineoppgaver som kanskje attpåtil lar seg løse nokså raskt, kan de komme i skade for å implisitt formidle at oppgaver skal la seg løse ved hjelp av én gitt fremgangsmåte og aller helst i løpet av kortest mulig tid (ibid.). Om slike lærerholdninger finnes ved den aktuelle skolen, har jeg ingen anelse om.

Selv om elevene behersker mange delferdigheter og har kunnskap om mange ulike emner innenfor matematikk, er disse i seg selv ofte ikke tilstrekkelig grunnlag for å lykkes med problemløsning. At man klarer å anvende det man kan og vet på en god måte, er desto viktigere (Mayer, 1998; Verschaffel et al., 2014). Mulighet til å bryne seg på ulike former for problemløsningsoppgaver har vist seg å være det mest effektive når det gjelder å forbedre og utvikle problemløsningsferdigheter (Lester, 1994; Pólya, 1957). Ved mangel på denne typen trening er det mulig å se for seg at elever oppnår toppresultater på prøver i matematikk, men likevel ikke er effektive problemløsere. Jeg ønsker derfor å legge til at jeg ikke forstår problemløsningsevne som noe som er direkte relatert til matematikkferdigheter eller intellektuell kapasitet, selv om det selvsagt i noen tilfeller kan være en slik sammenheng mellom disse tingene.

Med hensyn til det første forskningsspørsmålet mitt, «Hvilke strategityper bruker et utvalg tiendeklassinger under arbeid med tre problemløsningsoppgaver i matematikk?», konkluderer jeg med at jeg observerer strategityper som jeg kan plassere i samtlige av de ni kategoriene jeg valgte ut på forhånd (jf. 3.1). Listen over strategier er naturligvis ikke uttømmende, men jeg har forsøkt å tilpasse den de tre oppgavene som elevene skulle jobbe med. De fire strategitypene jeg mener jeg observerer hyppigst, er algoritme (A), logiske resonnementer (LR), oppdeling av problemet (OP) og visuelle representasjoner (VR). Lavest frekvens har strategitypene gjetting (G), veiledet løsning (VL) og uspesifiserte strategier (US). Bakgrunnen denne fordelingen er det vanskelig å si noe sikkert om, men mye har sannsynligvis å gjøre med oppgavenes ordlyd og utforming. Elevenes karaktertrekk og matematikkferdigheter spiller trolig også en rolle, men jeg kan ikke kommentere dette ytterligere i og med at jeg ikke kjenner elevene. Jeg vil slå fast at elevene i studien ser ut til å kjenne til et mangfold av strategier selv om dette kanskje ikke er kunnskap de kunne ha satt ord på. Ved å jobbe mer med problemløsningsoppgaver, tror jeg samtlige elever kunne ha blitt flinkere til å bruke strategier på hensiktsmessige måter. Øvelse og instruksjon kunne kanskje også ha bidratt til mindre «tilfeldig» strategibruk.

Kategoriseringen av elevenes strategier har jeg naturligvis gjort med mine ferdiglagede kategorier i bakhodet. Jeg er klar over at disse har påvirket hvordan jeg har studert datamaterialet, fordi jeg har sett etter ting som passer sammen med kategoriene mine. Når dette er sagt, vet jeg at en del av tingene jeg har observert kanskje hadde blitt kategorisert helt annerledes av noen som benytter et annet rammeverk, eller til og med det samme rammeverket. Jeg tar forbehold om at mitt ønske om å få det jeg observerer til å passe sammen med kategoriene mine har påvirket hvilke aspekter ved elevenes arbeid jeg har fokusert på. I tillegg har jeg ønsket så langt det har vært mulig å ikke bruke kategorien «Uspesifiserte strategier» (US) så mye. Dette er fordi jeg synes det er vanskelig å vurdere nytteverdien til strategier som jeg ikke helt forstår. Jeg er klar over at jeg sannsynligvis kunne ha kategorisert flere observasjoner som uspesifiserte, men har i stedet valgt å modifisere de andre kategoriene mine til å kunne romme flest mulig av disse.

5.5.5 Strategivalg og mestringstro – oppgave 1

Det andre forskningsspørsmålet mitt omhandler mestringstro, og lyder som følger: «Hvilken sammenheng er det mellom elevers mestringstro når det gjelder problemløsningsoppgaver og deres strategivalg under arbeid med disse?» Jeg innser nå i etterkant at studien min kanskje ikke er spesielt godt egnet til å undersøke denne sammenhengen, først og fremst fordi jeg har et såpass lite utvalg av elever. Med utgangspunkt i datamaterialet mitt har jeg likevel forsøkt å se etter mulige sammenhenger, og jeg har laget tabeller for å kunne sammenligne elevenes vurderinger, prestasjoner og strategibruk.

OPPGAVE 1, «KVADRATER»	Gruppe 1	Gruppe 1	Gruppe 2	Gruppe 2	Gruppe 3	Gruppe 3
	Mats	Lars	Oda	Silje	Jonas	Erik
Ved første øyekast, hvordan vurderer du vanskelighetsgraden til oppgaven?	Ganske lett	Ganske lett	Ganske lett	Ganske lett	Middels	Ganske lett
Hvor sikker føler du deg på at dere kan klare å løse oppgaven?	Ganske sikker	Ganske sikker	Ganske sikker	Ganske sikker	Ganske sikker	Ganske sikker
Hvordan vil du vurdere <u>dine egne</u> prestasjoner når det gjelder å løse problemløsningsoppgaver?	Bra	Bra	Bra	Middels	Bra	Middels
Endelig svar på oppgaven (riktig/galt)	42 (galt)	42 (galt)	30 (galt)	30 (galt)	55 (riktig)	55 (riktig)
Strategier brukt	LR, OP, VR, O	LR, OP, VR, (O)	LR, G, VR	VR	A, LR, OP, VR, O, US	A, LR, OP, VR

Figur 5.5.5: Strategibruk og svar på spørsmål om mestringstro i oppgave 1, «Kvadrater». Forkortelser: **A:** Algoritme, **LR:** Logiske resonnementer, **G:** Gjetting, **OP:** Oppdeling av problemet, **VR:** Visuelle representasjoner, **O:** Organisering, **US:** Uspesifiserte strategier.
Strategier som står i parentes, betyr at eleven brukte denne tilsynelatende kun fordi den andre eleven i paret gjorde det.

Når jeg sammenligner elevenes vurdering av de tre oppgavenes vanskelighetsgrad, er det tydelig at de vurderer oppgave 1 som den letteste. Samtlige elever, med unntak av Jonas, vurderer oppgaven som «ganske lett». Også under intervjudelen, som finner sted etter at elevene har forsøkt å løse alle de tre oppgavene på arket, trekker elevparene frem at dette var den letteste oppgaven. Det er verdt å nevne at elevene ikke på dette tidspunktet vet om svarene deres er riktige eller ikke. Oppgave 1 er som nevnt av en figur, og når elevene studerer denne kan de umiddelbart se noen av kvadratene den består av, i første omgang de 25 små kvadratene og det store kvadratet som rommer alle de 5×5 små. Jeg tror kanskje at elevene vurderer denne oppgaven som såpass enkel også fordi de ikke studerer den lenge nok til å se at det finnes kvadrater i andre størrelser enn de to overnevnte, de er kanskje mer interesserte i å gå i gang med å løse den (Schoenfeld, 1992). Den eneste eleven som vurderer oppgaven som middels vanskelig er Jonas, noe jeg tenker kan ha sammenheng med at han har sett at det finnes flere forskjellige kvadratstørrelser.

Elevene sett under ett bruker et nokså stort mangfold av strategier under arbeid med oppgave 2, men jeg synes som nevnt at ikke alle er like hensiktsmessige. Med utgangspunkt i tabellen finner jeg ingen iøynefallende sammenheng mellom elevenes vurdering av egne ferdigheter, oppgavens vanskelighetsgrad og strategiene de ender opp med å bruke (jf. figur 5.5.5). Jeg oppfatter det heller ikke som at jo flere strategier elevene bruker, desto større sjanse er det for at de klarer å løse oppgaven. I noen tilfeller kan disse faktorene henge sammen, men jeg tror ikke nødvendigvis at det er slik. Dette er blant annet fordi jeg tenker at strategitypene som benyttes har mye å si. Eksempler på dette kan være at elever gjetter eller ber om å få hint, uten at dette fører dem nærmere svaret, eller de lager tegninger som ikke kan brukes til noe som helst, tilsynelatende bare for å gjøre noe. Det er også mulig at elever bruker algoritmer litt som de selv finner det for godt, bare for å bruke tallene i oppgaveteksten til noe (Bergqvist et al., 2004). Samtlige av disse tingene observerer jeg at elever gjør under arbeid med de tre oppgavene (jf. for eksempel 5.2.2; 5.2.3, 5.3.3).

5.5.6 Strategivalg og mestringstro – oppgave 2

OPPGAVE 2, «SPEIDERTUREN»	Gruppe 1	Gruppe 1	Gruppe 2	Gruppe 2	Gruppe 3	Gruppe 3
	Mats	Lars	Oda	Silje	Jonas	Erik
Ved første øyekast, hvordan vurderer du vanskelighetsgraden til oppgaven?	Ganske vanskelig	Ganske vanskelig	Ganske lett	Middels	Ganske vanskelig	Ganske vanskelig
Hvor sikker føler du deg på at dere kan klare å løse oppgaven?	Verken sikker eller usikker	Litt usikker	Helt sikker	Ganske sikker	Verken sikker eller usikker	Verken sikker eller usikker
Hvordan vil du vurdere dine egne prestasjoner når det gjelder å løse problemløsningsoppgaver?	Bra	Bra	Bra	Middels	Bra	Middels
Endelig svar på oppgaven (riktig/galt)	11 (riktig)	11 (riktig)	5 (galt)	5 (galt)	15 (galt)	15 (galt)
Strategier brukt	A, TE, LR, OP, VR	A, (VR)	A, LR, G, OP	A, LR, OP, VR, O	A, LR, OP, VR, O	A, TE, LR, (OP), (O)

Figur 5.5.6: Strategibruk og svar på spørsmål om mestringstro i oppgave 2, «Speiderturen». Forkortelser: **A:** Algoritme, **TE:** Tidligere erfaringer, **LR:** Logiske resonnementer, **G:** Gjetting, **OP:** Oppdeling av problemet, **VR:** Visuelle representasjoner, **O:** Organisering.
Strategier som står i parentes, betyr at eleven brukte denne tilsynelatende kun fordi den andre eleven i paret gjorde det.

Som det kommer frem i tabellen, vurderer jentene i gruppe 2 vanskelighetsgraden og sikkerheten i forhold til å løse speidertur-oppgaven nokså annerledes enn de to andre gruppene. Dette synes jeg er interessant. Fra mitt perspektiv som matematikklærer, vil jeg vurdere denne oppgaven som den vanskeligste av de tre oppgavene elevene får utdelt. Likevel synes jentene å ha stor tro på at de skal få den til. Bakgrunnen for at de vurderer det slik vet jeg ikke noe om, men basert på deres arbeid med oppgaven i etterkant, tror jeg at de kanskje ikke leser oppgaveteksten så veldig nøye i første omgang (jf. 5.2.2). De tre gruppene bruker i nokså stor grad de samme strategiene under arbeid med denne oppgaven, og jeg synes heller ikke her det er noen tydelige sammenhenger mellom disse og elevenes mestringstro.

Avslutningsvis kommer gruppene med lavest mestringstro i forhold til å klare oppgaven (gruppe 1 og gruppe 3) frem til henholdsvis riktig svar og et svar som ikke er langt unna fasiten. Jentene, som rapporterer om å være ganske sikre på å klare å løse oppgaven, ender opp med et svar som er et lite hakk lengre unna. Som Schunk (1991) også trekker frem, er ikke høy mestringstro i seg selv nok til å oppnå gode resultater, da denne ikke kan veie opp for eventuelle manglende ferdigheter. Det kan være noe av dette som skjer med gruppe 2 her. De har ikke nødvendigvis manglende matematikkferdigheter, men deres valg av strategier under arbeid med oppgaven er kanskje ikke helt ideelle. Det kan også tenkes at de mislykkes i å implementere strategitypene de velger på en god måte. Slik jeg oppfatter det, tar de seg heller ikke spesielt god tid til verken å lese oppgaveteksten eller sørge for at de vet hva de blir bedt om å finne ut. Jeg tror de kunne ha gjort ting lettere for seg selv ved ikke å være fullt så raske med å gå i gang med utforskingen (Schoenfeld, 1992).

5.5.7 Strategivalg og mestringstro – oppgave 3

Elevene synes å være mer samstemte når det gjelder oppfatningen av oppgave 3. Ingen av dem vurderer oppgaven som lett, og ingen andre enn Mats rapporterer om at de tror de kan klare å løse den. Dette er interessant i og med at et flertall av elevene oppgir å ha jobbet med en liknende oppgave tidligere. Disse erfaringene synes i neste omgang ikke å bidra til økt mestringstro hos elevene, noe jeg synes er litt overraskende. Dette bygger også opp under min oppfatning om at strategitypen tidligere erfaringer (TE) ikke nødvendigvis er til hjelp under arbeid med problemløsningsoppgaver (Bergqvist et al., 2004; Verschaffel et al., 2014). Basert på elevenes utsagn under arbeid med oppgave 3, ser de ut til å huske mer om hvorvidt oppgaven var vanskelig enn om hvordan den kunne løses (jf. 5.1.3; 5.2.3; 5.3.3). Hvis elevenes erfaringer i hovedsak er knyttet til dette aspektet ved oppgaven, vil jeg tro at disse i neste omgang gir større utslag på egenvurderingen enn på oppgaveløsningen. Dette kan slik sett stemme overens med det faktum at et flertall vurderer oppgaven som ganske vanskelig, men likevel klarer to av gruppene å løse den. At elever ofte husker overfladiske aspekter ved en oppgave heller enn strukturelle aspekter, stemmer også overens med forskningen til Silver (1981), Bergqvist et al. (2004) og Verschaffel et al. (2014). Det er kun den sistnevnte typen informasjon som har vist seg å være nyttig med hensyn til videre oppgaveløsning (Silver, 1981).

OPPGAVE 3, «BØTTEOPPGAVEN»	Gruppe 1	Gruppe 1	Gruppe 2	Gruppe 2	Gruppe 3	Gruppe 3
	Mats	Lars	Oda	Silje	Jonas	Erik
Ved første øyekast, hvordan vurderer du vanskelighetsgraden til oppgaven?	Middels	Ganske vanskelig	Ganske vanskelig	Ganske vanskelig	Middels	Ganske vanskelig
Hvor sikker føler du deg på at dere kan klare å løse oppgaven?	Ganske sikker	Litt usikker	Verken sikker eller usikker	Verken sikker eller usikker	Verken sikker eller usikker	Litt usikker
Hvordan vil du vurdere dine egne prestasjoner når det gjelder å løse problemløsningsoppgaver?	Bra	Bra	Bra	Middels	Bra	Middels
Endelig svar på oppgaven (riktig/galt)	Riktig	Riktig	Ingen svar	Ingen svar	Riktig	Riktig
Strategier brukt	TE, LR, VR, O, US	LR	VL, TE, LR	A, TE, LR, VR	TE, LR, VR, US	LR, O

Figur 5.5.7: Strategibruk og svar på spørsmål om mestringstro i oppgave 3, «Bøtteoppgaven». Forkortelser: **A:** Algoritme, **VL:** Veiledet løsning, **TE:** Tidligere erfaringer, **LR:** Logiske resonnementer, **VR:** Visuelle representasjoner, **O:** Organisering, **US:** Uspesifiserte strategier. Strategier som står i parentes, betyr at eleven brukte denne tilsynelatende kun fordi den andre eleven i paret gjorde det.

I forbindelse med intervjuet jeg har med elevene etter oppgaveløsningssekvensen, oppgir samtlige tre grupper at de synes dette var den vanskeligste oppgaven. Basert på egenvurderingsskjemaet er det også den oppgaven elevene har minst tro på at de skal få til. Til tross for at elevene vurderer det slik, er dette oppgaven med høyest løsningsfrekvens, i og med at to av de tre gruppene klarer å løse den. Spesielt for denne oppgaven er at elevene vet om de har klart den eller ikke, i motsetning til de to andre oppgavene. Jentene i gruppe 2 er i likhet med de andre gruppene innom fem forskjellige strategityper under arbeidet med denne, men de klarer likevel ikke å løse den. Som nevnt er det også et tidsaspekt med i bildet, noe som kan ha bidratt til at resultatet blir som det blir. Heller ikke her finner jeg noen sammenheng mellom elevenes mestringstro og deres strategibruk.

5.5.8 Strategivalg og mestringstro - oppsummering og konklusjon

Når det gjelder det andre forskningsspørsmålet mitt, «Hvilken sammenheng er det mellom elevers mestringstro når det gjelder problemløsningsoppgaver og deres strategivalg under arbeid med disse?», må jeg konkludere med at jeg i mitt datamateriale ikke finner noen klare sammenhenger. Jeg tar selvkritikk på at egenvurderingsskjemaet ble utformet som det ble, og jeg innser at jeg kunne gjort det tydeligere hva jeg mener med de forskjellige spørsmålene. Nå i ettertid lurer jeg på om elevene faktisk forstår hva jeg mener med «problemløsningsoppgave», i og med at Mats gir uttrykk for at dette er noe han sjelden jobber med på skolen (jf. 5.1.4). Dette vil i så fall gi seg utslag i at elevene kanskje vurderer sine ferdigheter annerledes enn de hadde gjort om jeg hadde gitt et eksempel på en problemløsningsoppgave, definert begrepet eller spurt dem hvordan de forstår begrepet før de skulle fylle ut egenvurderingsskjemaet. Det har også slått meg at elevene kanskje ikke kun vurderer sin egen mestringstro under avkrysningen. De har fått beskjed om at de skal samarbeide om å løse de tre oppgavene, og jeg tenker at de kanskje dermed vurderer sikkerheten med hensyn til å løse oppgavene på bakgrunn av både sine egne og den andre elevens problemløsningsferdigheter. Om elevene hadde jobbet enkeltvis, hadde disse vurderingene muligens sett noe annerledes ut, fordi de da selv hadde stått ansvarlige for å følge opp det de hevder at de får til. Dette er en feilkilde i datamaterialet mitt når det gjelder mestringstro-aspektet.

Innledningsvis hadde jeg en tanke om at elever som hadde høy mestringstro, ville være mer sofistikerte og effektive i sine strategivalg. Denne antakelsen var basert på flere tidligere studier (Hoffman, 2010; Hoffman & Spatariu, 2008; Wolters & Pintrich, 1998). Med utgangspunkt i datamaterialet mitt, synes jeg ikke det ser ut til å være en slik sammenheng. Til tross for at Oda er den som samlet sett rapporterer om høyest mestringstro, både når det gjelder egne ferdigheter og sikkerhet i forhold til å løse de ulike oppgavene, er hun den eneste eleven som tar i bruk strategitypene gjetting (G) og veiledet løsning (VL). Nettopp disse to strategitypene vurderer jeg som minst sofistikerte. Dette går på tvers av min forventning om at hvis noen skulle komme til å gjette, ville det være elever med lav mestringstro. Datamaterialet mitt kan i så måte ikke sies å støtte opp om min hypotese på dette punktet. Lars rapporterer også om nokså høy mestringstro, men er etter min mening relativt passiv under oppgaveløsningen og ser ikke ut til å motsette seg at Mats tar styringen. Basert på egenvurderingen hans, hadde jeg kanskje forventet å se litt mer innsats. Jeg må likevel ta høyde for at det også kan være andre faktorer som gjør seg gjeldende i samspillet mellom de to elevene. Som nevnt er ikke høy mestringstro i seg selv ensbetydende med suksess med mindre man også besitter ferdighetene som trengs og klarer å bruke disse på en hensiktsmessig måte (Mayer, 1998; Schunk, 1991; Verschaffel et al., 2014).

Jeg finner også en noe annet som jeg synes er verdt å nevne. Basert på elevenes svar på avkrysningsskjemaet, vurderer et flertall seg som over middels presterende med hensyn til problemløsning. Min oppfatning etter å ha gjennomført datainnsamlingen, er at Lars og Oda er de som bidrar minst med konstruktive innspill. Begge disse elevene har vurdert sin evne til å løse problemløsningsoppgaver som «bra». Som det også har kommet frem i flere studier, har elever en tendens til å overvurdere seg selv (Hackett & Betz, 1989; Pajares, 1996; Pajares & Kranzler, 1995; Pajares & Miller, 1994). Det kan være at dette gjør seg gjeldende også her. Andre faktorer kan være misforståelser med hensyn til spørsmålsformuleringene på egenvurderingsskjemaet eller at elevene eventuelt har en annen forståelse av begrepet «problemløsningsoppgave» enn den jeg tar utgangspunkt i.

6 Avslutning og konklusjon

I denne masteroppgaven har jeg hatt til hensikt å studere hvordan tiendeklassinger arbeider med problemløsningsoppgaver i matematikk. Studien tar utgangspunkt i arbeidet til tre par av elever fra tiende trinn, altså seks elever totalt, som samarbeider om å forsøke å løse tre problemløsningsoppgaver. Hver av de tre sekvensene varer i omtrent 30 minutter.

Med begrepet «problemløsningsoppgave» forstår jeg en oppgave som man ikke umiddelbart vet hvordan man kan løse ved hjelp av en kjent fremgangsmåte, formel eller algoritme. Hvorvidt en gitt oppgave er et matematisk problem og ikke en rutineoppgave, er derfor personavhengig (Björkqvist, 2003; Lester, 1994; Schoenfeld, 1985). Det er mange aspekter ved dette man kan studere, men jeg har i denne studien valgt å sette fokus på elevers strategibruk i oppgaveløsningsprosessen.

Hva man tror man kan få til i ulike sammenhenger betegnes som mestringstro («self-efficacy» (Bandura, 1986). Tidligere studier har undersøkt om elevers mestringstro har noe å si for problemløsningsprestasjonene deres (Hoffman, 2010; Hoffman & Spatariu, 2008; Pajares & Kranzler, 1995; Pajares & Miller, 1994). Samtlige studier slår fast at det ser ut til å være en slik sammenheng. Jeg formulerte derfor to forskjellige forskningsspørsmål som jeg kunne tenke meg å se nærmere på.

Det første er forskningsspørsmålet jeg kom frem til, er «Hvilke typer strategier bruker et utvalg tiendeklassinger under arbeid med tre problemløsningsoppgaver i matematikk?» Jeg hadde da allerede valgt ut tre problemløsningsoppgaver som jeg ville bruke i datainnsamlingen. For at jeg skulle bli i stand til å si noe om elevenes strategibruk under arbeid med disse, satte jeg sammen et rammeverk med ni strategityper som jeg tenkte jeg kunne komme til å observere. Jeg opprettet samtlige ni kategorier etter å ha hentet inspirasjon fra forskningslitteratur og annen litteratur om matematisk problemløsning (Bergqvist et al., 2004; Gallagher & De Lisi, 1994; Pólya, 1957; Posamentier & Krulik, 1998). Videoopptak og transkripsjoner fra oppgaveløsningssekvensene samt elevenes notater fra dette arbeidet ble i neste omgang utgangspunkt for min analyse av datamaterialet.

Jeg konkluderer med hensyn til det første forskningsspørsmålet med at jeg under analysearbeidet observerte strategibruk som jeg synes passer inn i samtlige av de ni kategoriene fra rammeverket mitt. Innledningsvis hadde jeg en forventning om å observere flere typer strategier i bruk, og etter å ha analysert datamaterialet mitt slår jeg fast at denne forventningen ble innfridd. Elevene synes altså å kjenne til et mangfold av problemløsningsstrategier, selv om denne kunnskapen kanskje ikke er eksplisitt. Jeg tror likevel at disse elevene, om de hadde fått anledning til å jobbe mer med problemløsningsoppgaver, kunne ha utviklet sin strategiske kompetanse på området og kanskje også eliminert en del uhensiktsmessig strategibruk.

Elevers mestringstro knyttet til matematisk problemløsning var fokus for mitt andre forskningsspørsmål, nemlig: «Hvilken sammenheng er det mellom elevers mestringstro når det gjelder problemløsningsoppgaver og deres strategibruk under arbeid med disse?» Jeg ventet med å prøve å besvare dette spørsmålet til jeg først hadde studert datamaterialet mitt grundig og deretter fremstilt elevenes strategibruk slik jeg oppfattet den i tabeller. Disse sammenlignet jeg så med elevenes vurderinger av henholdsvis de ulike oppgavenes vanskelighetsgrad, deres sikkerhet i forhold til å klare å løse hver oppgave og deres egenvurdering av generelle problemløsningsferdigheter.

Med utgangspunkt i datamaterialet mitt, konkluderer jeg med at jeg ikke finner noen tydelige sammenhenger mellom elevers mestringstro og deres strategibruk i dette tilfellet. Snarere oppfattet jeg det som at to av elevene som rapporterte om høyest mestringstro presterte under gjennomsnittet av de seks elevene i utvalget mitt. Om deres prestasjoner er bedre eller dårligere enn tiendeklassinger generelt, har jeg ikke mulighet til å uttale meg om. At elever overvurderer sine problemløsningsferdigheter er dokumentert i forskningen til blant annet Pajares og Miller (1994), Pajares og Kranzler (1995) og Hackett og Betz (1989) for å nevne noen, så hvis det er det som skjer her, er det ikke et nytt fenomen.

Schoenfeld (1992) har i sin forskning gjort funn som tyder på at mange elever har en uhensiktsmessig tilnærming til oppgaver som ikke er rutineoppgaver. En slik tilnærming gir seg ofte utslag i at elever leser raskt gjennom oppgaveteksten og deretter velger den første og beste fremgangsmåten som faller dem inn. Selv om elevers første innskytelse i mange tilfeller viser seg å ikke føre frem, fant Schoenfeld at de likevel holder fast på denne under hele oppgaveløsningssekvensen. Til tross for at en slik tilnærming ofte er lite hensiktsmessig, demonstrerer han at den kan avlæres gjennom øvelse og instruksjon (ibid.). Under arbeid med to av de tre oppgavene, mener jeg at jeg observerer tendenser til en slik tilnærming hos flere elever.

På bakgrunn av det jeg mener jeg fant i datamaterialet mitt og de konklusjonene som jeg har kommet frem til, vil jeg argumentere for at mange norske tiendeklassinger sannsynligvis har kjennskap til et utvalg problemløsningsstrategier. Likevel tror jeg mange elever hadde hatt både nytte og glede av å få arbeide mer med problemløsning, da det har vist seg at å løse denne typen oppgaver er den viktigste faktoren i å utvikle problemløsningskompetanse (Lester, 1994; Pólya, 1957; Schoenfeld, 1992). Jeg vil også trekke frem at elevene synes å gi uttrykk for at mestringstro, eller hva de tenker de kan få til, er en potensielt viktig faktor i hvordan de jobber med og presterer i matematikkfaget. Dette kommer kanskje til syne i særlig grad når elever skal løse oppgaver som ikke er rutineoppgaver. Jeg mener at både lærere, elever og foresatte kan ha nytte av å vite om disse tingene.

7 Egen vurdering av prosjektet

Til tross for at det har vært tidkrevende og til tider lite motiverende å jobbe med dette masterprosjektet, vil jeg hevde at jeg sitter igjen med en hel del med hensyn til læringsutbytte. For det første har jeg fått mulighet til å sette meg inn i et utvalg forskningslitteratur om problemløsning. Å lese om andres studier har vært en øyeåpner når det gjelder hvordan man kan legge til rette for at elever skal få utvikle sine matematiske problemløsningsferdigheter gjennom aktiviteter i klasserommet. Jeg har også blitt oppmerksom på hvilke fallgruver som finnes for eksempel når det gjelder oppgavetypene som benyttes i matematikkundervisningen, både knyttet til læreverk og eksempler som gjennomgås i fellesskap. Ikke minst har jeg kommet over en rekke ulike problemløsningsoppgaver som jeg gleder meg til å ta i bruk når jeg begynner i lærergjerningen.

En av de største utfordringene jeg støtte på i arbeidet med oppgaven, var å skulle finne eller lage et passende rammeverk som jeg kunne bruke for å studere elevenes strategibruk. Jeg fant ingen studier som var såpass like det jeg hadde planlagt å gjøre at jeg kunne kopiere rammeverket deres i sin helhet. I stedet valgte jeg å sette sammen et rammeverk med utgangspunkt i forskningslitteratur og noe annen litteratur om problemløsning. Rammeverket var langt fra perfekt, men jeg synes likevel jeg klarte å anvende det til å kategorisere elevenes strategibruk slik jeg oppfattet den. Det var også til tider utfordrende å avgjøre hvordan jeg skulle forstå hver enkelt observasjon. Noen ganger passet ikke det jeg observerte spesielt godt inn i noen av kategoriene fra rammeverket, og da måtte jeg gå tilbake og enten modifisere en av disse eller forsøke å forstå observasjonen på en annen måte. En tredje utfordring var rett og slett det tekniske når det gjaldt å få figurer og figurtekster til å passe inn i teksten og ikke overlappe noe annet. Figurer og figurtekster som flyttet på seg var en kilde til mye frustrasjon. Sånn kan det gå når man har en nesten seks år gammel pc!

Mye av forskningen jeg benytter meg av er nokså «gammel» i forskningssammenheng, i og med at den er fra første del av nittitallet. Dette gjelder både forskning knyttet til problemløsning og dette i kombinasjon med mestringstro. Bakgrunnen for at jeg valgte å ta utgangspunkt i disse studiene var rett og slett at jeg vurderte dem som svært relevante med hensyn til mitt prosjekt. Jeg vurderte det også som at denne forskningen ikke var utdatert til tross for at den ikke var helt «fersk». Mange av forskerne som kom med publikasjoner om problemløsning på nittitallet er velrenommerte og meritterte, og jeg tenkte at det derfor burde være trygt å støtte seg på disse. Når det er sagt, fant jeg ikke nevneverdig mange publikasjoner fra de siste årene som jeg syntes jeg kunne dra nytte av. Dette kan naturligvis også ha sammenheng med at jeg hadde begrenset tid til litteraturstudie.

Noen ting jeg tenker at jeg ville gjort annerledes om jeg skulle gjort dette på nytt, er for det første å spørre elevene hva de forstår med «problemløsningsoppgave» før de skal fylle ut egenvurderingsskjemaet. Om deres forståelse av begrepet ikke stemmer overens med slik jeg definerer det, måtte jeg i så fall ha presisert hva slags definisjon jeg ber dem om å ta utgangspunkt i under egenvurderingen. Egenvurderingsskjemaet ville jeg endret slik at elevene kun blir bedt om å vurdere seg selv, og ikke til en viss grad også samarbeidspartneren. I oppgaveteksten til oppgave 1 ville jeg ha inkludert en setning om at hver rute kan inngå i flere ulike kvadrater, siden dette var noe elevene spurte meg om underveis. Det hadde også vært fint å kunne gjennomføre datainnsamlingen uten tidspress, slik at elevene selv kunne ha bestemt når de mente de var ferdige med oppgavene. I tillegg hadde det selvfølgelig vært en fordel å ha enda mer tid til å lese annen forskningslitteratur i forkant av prosjektet.

Ved en senere anledning tenker jeg at det hadde vært interessant å prøve å rekruttere elever med rapportert ulik måloppnåelse i matematikkfaget til å delta i den liknende studie, for så å sammenligne deres strategibruk under problemløsning. I en slik situasjon hadde det vært spennende å undersøke om mestringstroen til de antatt flinkeste elevene er høyere enn hos elevene med lavere måloppnåelse. Til denne studien viste det seg å være nokså utfordrende i det hele tatt å rekruttere seks elever som kunne tenke seg å delta samt hadde foreldrenes samtykke til dette. Jeg valgte derfor ikke å legge ytterligere føringer for hva slags elever jeg ønsket meg.

8 Implikasjoner

I Kunnskapsløftet blir det fremhevet at elever i løpet av sin tid i grunnskolen ideelt sett skal lære å beherske et variert utvalg problemløsningsstrategier samt kunne bruke disse for å analysere matematiske problemer av ulike slag (Utdanningsdirektoratet, 2015b, 2015c). For at Norge i fremtiden skal ha mulighet til å hevde seg i internasjonale undersøkelser som TIMSS og PISA, vil elever ha større utbytte av å jobbe med problemløsningsoppgaver enn rutineoppgaver (Nortvedt & Pettersen, 2016). PISA-undersøkelsen i matematikk består av problemløsnings- og modelleringsoppgaver, og inneholder ingen ferdigoppstilte regnestykker (ibid.). Innenfor matematisk problemløsning som forskningsfelt, ser det ut til å være bred enighet om at problemløsningskompetanse sjelden oppstår helt uten videre (Lester, 1994; Pólya, 1957; Schoenfeld, 1992). De som har forsket på dette, hevder at det kreves innsats først og fremst fra lærerens side for at elever skal bli dyktige problemløsere (ibid.). Når det gjelder praksis i klasserommet, vil jeg derfor oppfordre matematikklærere på alle trinn i skolen til å skape rom for problemløsning hvis de ikke allerede gjør det. Til tross for at problemløsning som arbeidsform ofte vil kreve betraktelig mer av læreren enn mer rutinemessig oppgaveløsning, sier jeg meg enig med Schoenfeld (1992) i at problemløsningskompetanse sett fra et større perspektiv sannsynligvis er langt mer verdifullt enn mange former for tabellkunnskaper eller delferdigheter. Problemløsningskompetanse vil etter alt å dømme også være en etterspurt form for kompetanse i årene som ligger foran oss (Meld. St. 28, 2016; NOU 2015: 8, 2015; Utdanningsdirektoratet, 2015c).

Jeg har inntrykk av at problemløsningsoppgaver noen ganger brukes som en form for belønning for elever som jobber raskt eller som ekstraarbeid for elever som trenger flere utfordringer. De som opererer etter slike prinsipper synes jeg bør legge til rette for at samtlige elever i klassen får mulighet til å jobbe med denne typen oppgaver. At alle elever får oppleve å lykkes med problemløsning tror jeg også er viktig. Lester og Mau (1993) anbefaler at elever samarbeider om å løse problemløsningsoppgaver, og foreskriver at disse skal ha en vanskelighetsgrad som er utfordrende, men samtidig overkommelig. Elevers mestringstro vil bli styrket når de opplever at de klarer å løse oppgavene de blir stilt ovenfor, noe som er gunstig både for motivasjon og utholdenhet (Bandura, 1986, 1997; Holm, 2012). Lærere bør også øve seg på selv å modellere problemløsning og gjøre rede for hvordan de tenker, spesielt under arbeid med oppgaver som ikke er rutineoppgaver (Pólya, 1957; Schoenfeld, 1992). Som lærer setter man standarden både for hvordan man ønsker at elevene skal arbeide og for hvordan de skal kunne forklare sine fremgangsmåter. Ved å arbeide med problemløsning først i mindre grupper og deretter ha en felles gjennomgang, vil elever få øve seg på å sette ord på hvordan de resonnerer. I neste omgang kan elevene lære av hverandre og bygge opp en kunnskapsbase for hvordan de kan løse matematiske problemer av ulike slag. Eksplisitt strategiundervisning i kombinasjon med utprøving av disse under arbeid med oppgaver har vist seg å kunne fremme elevers problemløsningskompetanse (Lester, 1994; Schoenfeld, 1992).

Det finnes undervisningsmateriell både på nett og i bokform, hvor man kan finne problemløsningsoppgaver av ulike vanskelighetsgrader og forslag til hvordan man kan jobbe med disse. Nettsiden www.matematikk.org/tekstnott kan være fin å bruke til inspirasjon. Ellers fant jeg en god del oppgaver som jeg likte i bøkene «Making Mathematics Practical. An approach to problem solving» av Lam et al. (2011) og «Problem-solving strategies for efficient and elegant solutions: a resource book for the mathematics teacher» av Posamentier og Krulik (1998).

For bare noen få tiår tilbake ble det forsket mye på problemløsning, og da særlig i USA (Lester, 1994; Schoenfeld, 2007b). Utover 90-tallet og også etter tusenårsskiftet har færre forskere valgt å konsentrere seg om dette området av matematikken sammenlignet med under problemløsningens store tiår; 80-tallet (ibid.). Mitt bidrag på denne fronten kan forhåpentligvis inspirere andre til å ta opp tråden og kanskje undersøke hvordan elever på andre klassetrinn i grunnskolen arbeider med problemløsning. Jeg tror også det kunne vært interessant å undersøke i hvilken grad høytpresterende og lavtpresterende elever bruker forskjellige typer strategier under arbeid med problemløsningsoppgaver. Det er mange muligheter her!

Uavhengig av hvilket klassetrinn det er snakk om, håper jeg at samtlige elever i norsk grunnskole i årene fremover får mulighet til å bryne seg på, og mestre, ulike former for problemløsningsoppgaver. Jeg ønsker i hvert fall å bidra til dette når jeg nå snart skal ut i arbeidslivet ☺

9 Referanseliste

Algoritme. (2015). Store Norske Leksikon. Lastet ned fra https://snl.no/algoritme

Bandura, A. (1986). *Social foundations of thought and action : a social cognitive theory*. Englewood Cliffs, N.J: Prentice-Hall.

Bandura, A. (1997). *Self-efficacy : the exercise of control*. New York: Freeman.

Bergqvist, T., Lithner, J. & Sumpter, L. (2004). On Reasoning Characteristics in Upper Secondary School Students' Task Solving. I C. Bergsten & B. Grevholm (red.), *Mathematics and Language* (s. 71-77). Linköping: Svensk Förening för Matematikdidaktisk Forskning.

Björkqvist, O. (2003). Matematisk problemløsning. I B. Grevholm (red.), *Matematikk for skolen* (s. 51-70). Bergen: Fagbokforlaget.

Christoffersen, L. & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Oslo: Abstrakt forlag.

Gallagher, A. M. & De Lisi, R. (1994). Gender Differences in Scholastic Aptitude Test—Mathematics Problem Solving Among High-Ability Students. *Journal of Educational Psychology, 86*(2), 204-211. doi: 10.1037/0022-0663.86.2.204

Gick, M. L. (1986). Problem-Solving Strategies. *Educational Psychologist, 21*(1-2), 99-120. doi: 10.1080/00461520.1986.9653026

Hackett, G. & Betz, N. E. (1989). An exploration of the mathematics self-efficacy/mathematics performance correspondence. *Journal for research in Mathematics Education*, 261-273.

Hargreaves, A. (2003). *Teaching in the knowledge society : education in the age of insecurity*. Maidenhead: Open University Press.

Hiebert, J., Carpenter, T. P., Fennema, E., Fuson, K., Human, P., Murray, H., . . . Wearne, D. (1996). Problem solving as a basis for reform in curriculum and instruction: The case of mathematics. *Educational researcher, 25*(4), 12-21.

Hjardar, E. & Pedersen, J.-E. (2008). *Faktor 3 oppgavebok. Matematikk for ungdomstrinnet.* Oslo: Cappelen Damm.

Hoffman, B. (2010). "I Think I Can, but I'm Afraid to Try": The Role of Self-Efficacy Beliefs and Mathematics Anxiety in Mathematics Problem-Solving Efficiency. *Learning and Individual Differences, 20*(3), 276-283. doi: 10.1016/j.lindif.2010.02.001

Hoffman, B. & Spatariu, A. (2008). The Influence of Self-Efficacy and Metacognitive Prompting on Math Problem-Solving Efficiency. *Contemporary Educational Psychology, 33*(4), 875-893. doi: 10.1016/j.cedpsych.2007.07.002

Holm, M. (2012). *Opplæring i matematikk* (2. utg.). Oslo: Cappelen Damm akademisk.

Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (2001). *Adding it up : helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.

Kirke- og Undervisningsdepartementet. (1987). *Mønsterplan for grunnskolen : M 87*. Oslo: Aschehoug.

Kirke-, undervisnings- og forskningsdepartementet. (1996). *Læreplanverket for den 10-årige grunnskolen*. Oslo: Nasjonalt læremiddelsenter.

Kjærnsli, M. & Jensen, F. (2016). PISA 2015 - gjennomføring og noen sentrale resultater. I M. J. Kjærnsli, Fredrik (red.), *Stø kurs. Norske elevers kompetanse i naturfag, matematikk og lesing i PISA 2015.* (s. 11-31). Oslo: Universitetsforlaget.

Kunnskapsdepartementet. (2014). *Lærerløftet*. Lastet ned fra https://www.regjeringen.no/globalassets/upload/kd/vedlegg/planer/kd_strategiskole_web.pdf.

Kunnskapsdepartementet. (2015). Norske elever gjør det dårligere i matematikk Hentet fra https://www.regjeringen.no/no/aktuelt/norske-elever-gjor-det-darligere-i-matematikk/id2437618/

Kunnskapsdepartementet. (2016, 07.06.). Slik blir den nye lærerutdanningen Hentet fra https://www.regjeringen.no/no/aktuelt/slik-blir-den-nye-larerutdanningen/id2503270/

Kunnskapsdepartementet. (2017, 02.01.). Rammeplaner for høyere utdanning Hentet fra https://www.regjeringen.no/no/tema/utdanning/hoyere-utdanning/rammeplaner/id435163/

Kvale, S. & Brinkmann, S. (2009). *Det kvalitative forskningsintervju* (2. utg.). Oslo: Gyldendal akademisk.

Lam, T. T., Seng, Q. K., Hoong, L. Y., Jaguthsing, D. & Guan, T. E. (2011). *Making Mathematics Practical. An approach to problem solving.* Singapore: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.

Lesh, R. & Zawojewski, J. (2007). Problem solving and modeling. I F. K. Lester (red.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning : Vol. 2* (vol. 2, s. 763-803). Charlotte, N.C: Information Age.

Lester, F. K. (1994). Musings about Mathematical Problem-Solving Research: 1970-1994. *Journal for Research in Mathematics Education, 25*(6), 660-675.

Lester, F. K. & Mau, S. T. (1993). Teaching Mathematics via Problem Solving: A Course for Prospective Elementary Teachers. *For the Learning of Mathematics, 13*(2), 8-11.

Mayer, R. (1998). Cognitive, metacognitive, and motivational aspects of problem solving. *Instructional Science, 26*, 49-63. doi: 10.1023/A:1003088013286

Meld. St. 22. (2011). *Motivasjon - Mestring - Muligheter — Ungdomstrinnet.* Lastet ned fra https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/meld-st-22-2010--2011/id641251/sec12.

Meld. St. 28. (2016). *Fag – Fordypning – Forståelse — En fornyelse av Kunnskapsløftet* Lastet ned fra https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/meld.-st.-28-20152016/id2483955/sec2.

Mertens, D. M. (2015). *Research and Evaluation in Education and Psycology* (4. utg.). California: Sage Publications, Inc.

Nortvedt, G. A. & Pettersen, A. (2016). Matematikk. I M. Kjærnsli & F. Jensen (red.), *Stø kurs. Norske elevers kompetanse i naturfag, matematikk og lesing i PISA 2015.* (s. 107-133). Oslo: Universitetsforlaget.

NOU 2015: 8. (2015). Fremtidens skole. Fornyelse av fag og kompetanser. Lastet ned fra https://www.regjeringen.no/contentassets/da148fec8c4a4ab88daa8b677a700292/no/pdfs/nou201520150008000dddpdfs.pdf

Pajares, F. (1996). Self-Efficacy Beliefs and Mathematical Problem-Solving of Gifted Students. *Contemporary Educational Psychology, 21*(4), 325-344. doi: http://dx.doi.org/10.1006/ceps.1996.0025

Pajares, F. & Kranzler, J. (1995). Self-Efficacy Beliefs and General Mental Ability in Mathematical Problem-Solving. *Contemporary Educational Psychology, 20*(4), 426-443. doi: 10.1006/ceps.1995.1029

Pajares, F. & Miller, M. D. (1994). Role of Self-Efficacy and Self-Concept Beliefs in Mathematical Problem Solving: A Path Analysis. *Journal of Educational Psychology, 86*(2), 193-203. doi: 10.1037/0022-0663.86.2.193

Parker, P. D., Marsh, H. W., Ciarrochi, J., Marshall, S. & Abduljabbar, A. S. (2014). Juxtaposing math self-efficacy and self-concept as predictors of long-term achievement outcomes. *Educational Psychology, 34*(1), 29-48.

Pólya, G. (1957). *How to Solve It*. New Jersey: Princeton University Press.

Posamentier, A. S. & Krulik, S. (1998). *Problem-solving strategies for efficient and elegant solutions : a resource for the mathematics teacher*. Thousand Oaks, California: Corwin Press.

Postholm, M. B. & Jacobsen, D. I. (2011). *Læreren med forskerblikk. Innføring i vitenskapelig metode for lærerstudenter*. Kristiansand: Høyskoleforlaget.

Problemløsning. (2012). Store Norske Leksikon Lastet ned fra https://snl.no/probleml%C3%B8sning

Reeve, J. (2015). *Understanding motivation and emotion* (6. utg.). Hoboken, N.J: Wiley.

Rellensmann, J. & Schukajlow, S. (2016). Does students' interest in a mathematical problem depend on the problem's connection to reality? An analysis of students' interest and pre-service teachers' judgments of students' interest in problems with and without a connection to reality. *ZDM*, 1-12.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando, Fla: Academic Press.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: problem solving, metacognition and sense making in mathematics. I D. A. Grouws (red.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (s. 334-370). New York: Macmillan.

Schoenfeld, A. H. (2007a). Method. I F. K. Lester (red.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning : Vol. 1* (s. 69-110). Charlotte, N.C: Information Age.

Schoenfeld, A. H. (2007b). Problem solving in the United States, 1970–2008: research and theory, practice and politics. [journal article]. *ZDM, 39*(5), 537-551. doi: 10.1007/s11858-007-0038-z
Schunk, D. H. (1991). Self-efficacy and academic motivation. *Educational psychologist, 26*(3-4), 207-231.
Silver, E. A. (1981). Recall of mathematical problem information: Solving related problems. *Journal for research in mathematics education, 12*(1 (1981)), 54-64.
Silverman, D. (2001). *Interpreting Qualitative Data : Methods for Analysing Talk, Text and Interaction* (2nd ed. utg.). London: Sage Publications.
Skaalvik, E. M. & Skaalvik, S. (2009). Trivsel, stress og utmattelse blant lærere. En paradoksal kombinasjon. *Bedre skole,* (2009(1)), 30-37. Lastet ned fra https://www.utdanningsforbundet.no/upload/Diverse/Utdanningsakademiet/Bedre%20Skole/BS_1_09/BS_01-09-Skaalvik_og_Skaalvik.pdf
Skaalvik, E. M. & Skaalvik, S. (2014). Skolen som arbeidsplass. *Bedre skole, 2014(3)*. Lastet ned fra https://www.utdanningsforbundet.no/upload/Tidsskrifter/Bedre%20Skole/BS_3_2014/BS-0314-WEB_Skaalvik_Skaalvik.pdf
Statistisk Sentralbyrå. (2016). Karakterer ved avsluttet grunnskole, 2016 Hentet fra https://ssb.no/utdanning/statistikker/kargrs/aar
Stein, M. K., Boaler, J. & Silver, E. A. (2003). Teaching Mathematics through Problem Solving: Research Perspectives. I H. L. Schoen & R. I. Charles (red.), *Teaching mathematics through problem solving: Grades 6-12* (s. 245-256). Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
Thune, T. (2015, 19.10.2015). Norsk Utdanningshistorie. *Store norske leksikon.* Hentet fra https://snl.no/Norsk_utdanningshistorie
Toland, M. D. & Usher, E. L. (2016). Assessing Mathematics Self-Efficacy: How Many Categories Do We Really Need? *Journal of Early Adolescence, 36*(7), 932-960. doi: 10.1177/0272431615588952
Tønnessen, L. K. B. (2011). *Norsk utdanningshistorie : en innføring med fokus på grunnskolens utvikling* (2. utg.). Bergen: Fagbokforlaget.
Törner, G., Schoenfeld, A. H. & Reiss, K. M. (2007). Problem solving around the world: summing up the state of the art. [journal article]. *ZDM, 39*(5), 353-353. doi: 10.1007/s11858-007-0053-0
Utdanningsdirektoratet. (2013). Kompetansemål etter 10. årssteget Hentet fra https://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Kompetansemaal/kompetansemal-etter-10.-arssteget
Utdanningsdirektoratet. (2015a). Rammeverk for grunnleggende ferdigheter Hentet fra https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/grunnleggende-ferdigheter/rammeverk-for-grunnleggende-ferdigheter/rammeverk/
Utdanningsdirektoratet. (2015b). Regning i matematikk Hentet fra https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/grunnleggende-

ferdigheter/regning/undervisningsopplegg-til-regning-i-ulike-fag/regning-i-matematikk/
Utdanningsdirektoratet. (2015c). Å kunne regne som grunnleggende ferdighet Hentet fra https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/grunnleggende-ferdigheter/rammeverk-for-grunnleggende-ferdigheter/2.4-a-kunne-regne/
Verschaffel, L., Depaepe, F. & Van Dooren, W. (2014). Mathematical Problem Solving. I P. Andrews & T. Rowland (red.), *MasterClass in Mathematics Education. International Perspectives on Teaching and Learning.* (s. 113-124). London: Bloomsbury Academic.
Weber, K. (2005). Problem-Solving, Proving, and Learning: The Relationship between Problem-Solving Processes and Learning Opportunities in the Activity of Proof Construction. *Journal of Mathematical Behavior, 24*, 351-360. doi: 10.1016/j.jmathb.2005.09.005
Wellington, J. (2015). *Educational Research. Contemporary Issues and Practical Approaches.* (2 utg.). London: Bloomsbury Academic.
Wolters, C. A. & Pintrich, P. R. (1998). Contextual differences in student motivation and self-regulated learning in mathematics, English, and social studies classrooms. [journal article]. *Instructional Science, 26*(1), 27-47. doi: 10.1023/a:1003035929216

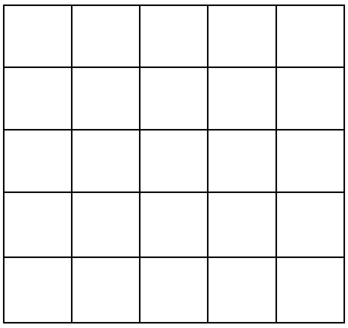
10 Vedlegg

10.1 Oppgavearket

Oppgaveark MA-502 ☺

<u>Oppgave 1: Kvadrater</u>

Hvor mange kvadrater finnes i figuren til sammen?



<u>Oppgave 2: Speiderturen</u>

40 uerfarne speidere var på overnattingstur i villmarken. I løpet av turen skjedde følgende:

- 14 av dem falt ut i innsjøen
- 13 brant seg på brennesler
- 16 gikk seg vill i skogen under rebusløpet
- Tre av dem både brant seg på brennesler og falt i innsjøen
- Fem stykker både falt i innsjøen og gikk seg vill
- Åtte speidere brant seg på brennesler og gikk seg vill
- To stykker var så uheldige at de både gikk seg vill, brant seg på brennesler og falt i innsjøen.

Hvor mange speidere kom seg gjennom turen uten å ha noen uhell?

<u>Oppgave 3: Oppmålingsutfordring</u>

Dere har to tomme bøtter, den ene rommer nøyaktig 7 liter og den andre rommer nøyaktig 5 liter. Det er ingen markeringer inni eller utenpå bøttene som viser hvor 1 liter, 2 liter osv. er. Dere har også tilgang til så mye vann dere måtte ønske, men dere har ikke noe annet å oppbevare vannet i enn bøttene. Hvordan kan dere, kun ved hjelp av disse to bøttene, måle opp nøyaktig 1 liter med vann?

10.2 Intervjuguide

MA-502: Intervjuguide til datainnsamling

1. Hvilken oppgave syntes dere var vanskeligst?
   - Hvorfor?

2. Hvilken oppgave syntes dere var lettest?
   - Hvorfor?

3. Sammenligne med tre oppgaver fra Faktor 10 (eget ark):

   Hvordan vil dere beskrive disse tre oppgavene fra Faktor 10 sammenlignet med de tre oppgavene dere nettopp har løst?

4. Hva tenker dere man kan gjøre for å komme seg videre hvis man blir sittende helt fast mens man jobber med en problemløsningsoppgave?

5. La oss si at Per ser på en matteoppgave og tenker at den ser litt vanskelig ut sånn med en gang. Tror dere det har noe å si om han føler seg sikker på at han kan klare å løse en oppgave for om han faktisk klarer det eller ikke?
   - Hvorfor/hvorfor ikke?

10.3 Egenvurderingsskjema

Egenvurderingsskjema

Ved første øyekast, hvordan vurderer du vanskelighetsgraden til...

<u>Oppgave 1: Kvadrater</u>

Veldig lett	Ganske lett	Middels	Ganske vanskelig	Veldig vanskelig

<u>Oppgave 2: Speiderturen</u>

Veldig lett	Ganske lett	Middels	Ganske vanskelig	Veldig vanskelig

<u>Oppgave 3: Oppmålingsutfordring</u>

Veldig lett	Ganske lett	Middels	Ganske vanskelig	Veldig vanskelig

Hvordan vil du vurdere <u>dine egne</u> prestasjoner når det gjelder å løse problemløsningsoppgaver?

Veldig bra	Bra	Middels	Under middels	Dårlige

Hvor sikker føler du deg på at dere kan klare å løse..

<u>Oppgave 1: Kvadrater</u>

Helt sikker	Ganske sikker	Verken sikker eller usikker	Litt usikker	Veldig usikker

<u>Oppgave 2: Speiderturen</u>

Helt sikker	Ganske sikker	Verken sikker eller usikker	Litt usikker	Veldig usikker

<u>Oppgave 3: Oppmålingsutfordring</u>

Helt sikker	Ganske sikker	Verken sikker eller usikker	Litt usikker	Veldig usikker

10.4 Samtykkeskjema

Forespørsel om deltakelse i forskningsprosjektet

«Tiendeklassingers problemløsningsstrategier i matematikk»

Bakgrunn og formål

Kjære elever og foresatte,
jeg heter Anne og er student ved Universitetet i Agder. Våren 2017 skriver jeg masteroppgave i matematikkdidaktikk, og jeg må i den anledning samle inn datamateriale til studien min. Jeg ønsker å hente inn data om hvordan elever på tiende trinn arbeider med problemløsningsoppgaver, for å kunne undersøke og analysere deres strategibruk i etterkant.

Elevene som deltar i undersøkelsen vil velges ut blant de som leverer inn en signert utgave av dette samtykkeskjemaet. Det stilles ingen krav til deltakerne annet enn at de må være villige til å «tenke høyt» og samarbeide med en medelev mens de arbeider med tre problemløsningsoppgaver.

Hva innebærer deltakelse i studien?

Å delta i studien vil innebære at elevene i stor grad arbeider slik de har gjort tidligere, men der jeg vil observere mens de jobber med tre problemløsningsoppgaver som de får utdelt. Elevenes arbeid vil bli filmet, og de vil i etterkant bli stilt noen få spørsmål. Opplysningene som skal innhentes vil inneholde spørsmål som omhandler hvordan man går frem når man jobber med problemløsningsoppgaver i motsetning til «standard» lærebokoppgaver. En slik sekvens tenkes å vare i omtrent 30 minutter. Datamaterialet vil samles inn ved hjelp av notater, lydopptak og filmopptak.

Hva skjer med informasjonen som blir innhentet?
Alle personopplysninger vil bli behandlet konfidensielt. Disse opplysningene er det kun jeg som vil ha tilgang til, de vil bli lagret forsvarlig og vil ikke være tilgjengelig for andre. Elevene som deltar i undersøkelsen vil ikke kunne gjenkjennes i den endelige publikasjonen, og det vil benyttes fiktive navn på både skole og elever samt lærere. Prosjektet skal etter planen avsluttes i juni 2017. Personopplysninger på datamaskin, film eller lydopptak vil da bli slettet og notater vil bli makulert.

Frivillig deltakelse
Det er frivillig å delta i studien, og man kan når som helst trekke seg fra studien uten å oppgi noen grunn. Dersom noen trekker seg, vil alle opplysninger om vedkommende bli slettet.

Hvis dere har spørsmål angående studien, ta gjerne kontakt med meg! ☺
Mobil: 93221712
E-post: anne_gk@hotmail.com

Hilsen Anne Karlsen ☺

Samtykke til deltakelse i studien

Svarslipp leveres til NN innen tirsdag 14.03.17.

Jeg har mottatt informasjon om studien, og er villig til å la mitt barn

____

delta,

(Signert av foreldre/foresatte til prosjektdeltaker, dato)

10.5 Oppgaver fra Faktor 3

Oppgaver fra Faktor 3 oppgavebok

1.214 Sara er fem år eldre enn broren sin. De er 25 år til sammen. Sett opp en likning for å finne ut hvor gammel broren til Sara er.

4.212 En ferietur til Moskva koster 5500 kr med 25 % merverdiavgift. Sett opp en likning for å finne ut hvor mye ferieturen koster uten merverdiavgift.

6.218 Hanna kaster et pengestykke fire ganger. Tegn et trediagram og finn antallet mulige utfall. Bruk *K* for krone og *M* for mynt.

10.6 Transkripsjoner gruppe 1 – Mats og Lars

Oppgave 1

1 A: Dere kan bare få lov å begynne å se på de oppgavene på arket, jeg tenkte at før dere begynner å løse noe, bare ta et par minutter og les gjennom alle tre.
2 A: Kan du fylle ut det skjemaet der, bare avkrysning med hva du tenker i første omgang..
3 A: Du er ferdig? Bra, bare vent til han og.. Hvis dere er klare, så tenkte jeg at dere kunne jobbe sammen og se på de..
4 A: Du kan begynne å se om du ser noe som du kan bruke..
5 A: Sånn, supert! Da kan dere egentlig begynne å.. hvis dere vil prate om oppgavene og tenke litt høyt og sånn, så hadde det vært veldig, veldig bra, hehe.
6 M: Okei, så begynner vi selvfølgelig med oppgave 1
7 L: Ja, selvfølgelig
8 M: Uh.. Det er fem gange fem.. eh.. kvadrat? Det vil si at.. det er jo en (viser med håndbevegelse at hele figuren er et kvadrat). Inni her er det tjuefem (viser til de små kvadratene inni figuren), så da blir det.. eh, tjueseks
9 L: Ja
10 M: (liksomtegner små kvadrater inni figuren med baksiden av pennen) tjuesyv, tjueåtte.. (stopper opp) hmm.. (studerer figuren)
11 L: Hvor mange firkanter er inni her?
12 M: Det er jo tjuefem inni hele figuren.. og hele figuren er én (viser på figuren på Lars sitt oppgaveark)
13 L: Ja.. Men hva med sånn? (tegner et 2×2-kvadrat med blyanten i lufta over arket)
14 M: Eeh, ja, 2 gange 2..
15 L: Og så sånn.. og så sånn.. (markerer kvadrater av dimensjonene 3×3 og 4×4 med utgangspunkt i venstre hjørne på figuren)
16 M: Det er en, to, tre, fire, fem, seks, syv, åtte, ni, ti, elleve, tolv, tretten, fjorten to gange 2 (Markerer 2×2-kvadrater med baksiden av pennen på figuren. Ser at de samme rutene kan være del av flere kvadrater samtidig)
17 L: Ja.. Hva med tre gange tre da?
18 M: To gange to.. fjorten (noterer på kladdearket. Noterer også 1×1=25 og 5×5=1)
19 A: Dere får lov å tegne på arket og hvis dere vil det, altså.. Jeg har flere, hehe.
20 M: Tre gange tre.. En, to, tre, fire, fem, seks, syv, åtte.. (Markerer grensene for 3×3-kvadratene på figuren på arket med baksiden av pennen)
21 L: Telte du tre gange tre?
22 M: Ja
23 L: Okei (skriver av lista som Mats har laget). Hva står det der? Åtte?
24 M: Ja
25 L: Skal vi se..
26 M: Og så er det jo to.. fire gange fire.. Det er fire fire gange fire..(Bruker igjen pennen til å spore hvor grensene for kvadratene skal gå). Da er det vel bare å regne det ut?
27 L: Eeh, skal vi se.. Trettini.. Plusser vi disse.. Plusser vi de... (regner sammen på arket uten å stille opp)
28 M: Førtito.. kom jeg til..
29 L: Det er korrekt, gutten min
30 A: Så bra

Oppgave 2

31 L: Det er 40 uerfarne speidere på overnattingstur i villmarken..
32 M: Mhm
33 L: Ehm, okei
34 M: Fjorten av de falt i..
35 L: Også..
36 M: Jeg føler egentlig at vi må lage en type Venn-diagram.. Liksom, i stedet for bare to, så er det tre.
37 L: Eeeh.. Hva mener du?

38 M: Jo, Venn-diagram, da er det som regel to og så er det (tegner opp et Venn-diagram med to ellipser).. ulikheter her og her (peker på de to områdene av ellipsene som ikke overlapper hverandre) og så er likhetene mellom de to tingene der (peker i midten av diagrammet der ellipsene overlapper hverandre)

39 L: Hvordan..?

40 M: Altså, da lager vi.. tre.. for da.. (tegner opp Venn-diagram med tre ellipser) dette i innsjøen, brennesler og gikk seg vill (peker på en av ellipsene for hver gang) og så er det… disse to lages her (peker på området der to av ellipsene overlapper hverandre) disse to her, og disse to her, og så er det de to stykkene, de to som gjorde alle tre er her (peker i midten av diagrammet der alle tre ellipsene overlapper hverandre)

41 L: Mhm

42 A: Har dere lært det i tiendeklassepensum.. å lage Venn-diagram med tre hendelser?

43 M: Nei.

44 A: Nei, okei.

45 M: Det er bare noe jeg har lært fra nettet

46 A: Ja? Hehe, måtte bare sjekke

47 M: Ehm..

48 L: (tegner opp et Venn-diagram med tre ellipser på arket sitt) Shit mann.. (kikker på Mats sitt diagram. Ser at han ikke har tegnet stort nok til å få plass til å skrive inni diagrammet. Tegner et nytt.)

Mats tegner opp et stort Venn-diagram med tre ellipser og begynner å skrive på arket

49 A: Og nå skriver du navn på de tre forskjellige, for hva som de, de har blitt utsatt for..

50 M: Mhm.. Ja

51 A: Ja (Lars tegner av det samme som Mats)

52 M: Så.. to stykker var i midten (skriver «2» i området der alle tre ellipsene overlapper hverandre)

53 L: Mhm

54 M: Og det.. det skjedde i hvert fall med to stykker.

55 L: Ja

56 M: Åtte stykker brant seg på brennesler og gikk seg vill (skriver 8 i området som overlapper mellom to av ellipsene)

57 L: Okei

58 M: Fem falt i innsjø.. (L: Ja) Fem falt i innsjøen og gikk seg vill.. (skriver «5» på arket der to av ellipsene overlapper hverandre)

59 L: Fem?

60 M: Ja

61 M: Og.. tre stykker brant seg på brennesler og falt i innsjøen (skriver «3» i det siste området der to ellipser overlapper hverandre). 16 gikk seg vill i skogen.. minus åtte, det blir åtte, minus fem, det er.. tre

62 L: Så tre..

63 M: Gikk seg vill

64 L: Gikk seg vill

65 M: Bare det

66 L: Okei

67 M: Ehm.. 13 brant seg på brennesler.. minus åtte, det blir... fem, minus tre som blir to (skriver «2» på arket)

68 L: To bare..

69 M: To bare brennesler

70 L: Okei

71 M: Også 14 falt uti innsjøen minus fem og minus tre.. Det blir ni, som blir seks (skriver 6 på arket)

72 L: Okei, seks stykk

73 M: Så må vi bare plusse sammen disse tallene, så.. (begynner å skrive opp tallene som står i Venn-diagrammet)

74 L: Gutten min, det er bare å plusse sammen de (peker på 14, 13 og 16 på oppgavearket. Guttene ser på hverandre. Mats smiler og slår seg for panna.)

75 M: Åh, wow.. (begge ler) Ja, det er det.

76 A: Plusse sammen hvilke tall da?

77 M og L: De (peker på de tre første punktene på oppgave 2 på oppgavearket)

78 A: De tre første?
79 M: Men.. Ja? Ja, det er jo det
80 L: Ja? Skal vi se..
81 M: Wow, typisk. (Begge guttene regner ut 14+13+16 på hvert sitt kladdeark. De bruker addisjonsalgoritmen.)
82 M: 43. Mmmh. Men..
83 A: Vil du lese oppgaven en gang til, og se om du tror at..
84 M: Vi har 40 uerfarne speidere.. Så det blir feil.. (peker på arket hvor han har summert og kommet frem til 43)
85 A: Hvis ikke de fant tre som hadde gått seg vill fra forrige speidertur.. og tok de med inn i gruppen på vei hjem? Nei, de gjorde ikke det, altså.
86 M: Nå forvirrer du meg!
87 A: Hehehe! Hvor kom de ekstra speiderne fra?
88 M: Ja.. Prøver å regne ut dette her.. (skriver opp tallene fra diagrammet. Stryker ut tallene i diagrammet etter at han har notert dem for å unngå å telle de samme flere ganger). 29.. så.. elleve av de var trygge.. gjennom hele turen.
89 A: Hvordan regnet du ut det nå?
90 M: Jeg tok alle tallene inne fra det tre-ringede Venn-diagrammet, og så plusset jeg de sammen (peker på arket mens han forklarer)
91 A: Ja?
92 M: Og da fikk jeg 29.
93 A: Ja.. Mhm..
94 M: Og 40 minus 29 er elleve (skriver opp regnestykket)
95 L: Så det betyr at elleve var trygge?
96 M: Ja
97 A: Mhm. Kjempeflott.

Oppgave 3

98 M: Og så har jeg løst en veldig liknende bøttegreie fra før av (nynner litt for seg selv). Mats kladder på arket
99 M: (Leser hva Lars har skrevet). Om man gjør det, så kan man få to liter igjen i 7-litersbøtta
100 L: Mhm, men så lurer jeg på hvordan du kan få det til å bli én?
101 M: Ja men altså, men.. Fra 7-litersbøtta til 5-litersbøtta, da er det to liter igjen.. i syverbøtta og.. fullt i femmerbøtta. (tegner opp på arket)
102 L: Ja
103 M: Så tømmer vi ut.. den, sånn at den bøtta blir null, sånn at den bøtta blir tom, på en måte.
104 L: Ja
105 M: Så tar vi de over til 5-bøtta, og da er det plass til 3 liter igjen.. Å! Jeg har det, jeg har det, jeg har det!
106 L: Har du det? Har du det?
107 M: Ja, for når tre.. syv minus tre.. hva blir det?
108 L: Syv minus tre?
109 M: Ja
110 L: Det blir.. fire?
111 M: Ja, fire. Og.. Fire.. eh.. Nei, da er det bare plass til én liter der (refererer til femlitersbøtta).. Nei, på grunn av da blir det seks (refererer til syvlitersbøtta).. Ja, ja, ja, ehh.. Og så tar du.. Vent, hva var det jeg tenkte? Syv minus tre, det blir fire, så heller du ut femmerbøtta.. ehm. Du heller ut femmerbøtta sånn at.. og så legger du det vannet oppi der, da er det plass til en liter.. En liter, da får du seks, og så tømmer du ut femmerbøtta igjen, da har du.. og så fyller du opp til femmerbøtta er full, da har du én liter igjen i syverbøtta.. Om det gir noe mening.
112 L: Jeg forsto ikke helt
113 M: Jeg trenger mer ark
114 A: Oi! Du kan få mer ark, så kan du.. se her
115 M: Jeg har mer ark
116 A: Du har mer ark? Ja, okei, hehe.
117 M: Så, du starter med å fylle opp syverbøtta.
118 L: Ja

119 M: Og så tømmer du det oppi til femmerbøtta
120 L: Ja. Da har du to igjen
121 M: Da har du to liter her (refererer til 7-literen) og fem liter her (refererer til 5-literen)
122 L: Ja
123 M: Så tømmer du ut det..
124 L: Mhm
125 A: Du tømmer ut i femliteren?
126 M: Ja, ut av femliteren
127 A: Ja
128 M: Og så fyller du femliteren opp med toliterbøt.. det som er igjen i syvliterbøtta
129 L: Mhm
130 M: Og så fyller du opp det som er i syvliterbøtta sånn at den er syv liter igjen. Eh.. Og så tar du det over. Så da blir den full (refererer til 5-literen) og da er det fem liter i den
131 L: Fem liter i den?
132 M: Ja, fem liter i den og så er det minus tre, så da er det fire her (refererer til 7-literen)
133 L: Ja
134 M: Og så tømmer du ut den, femliterbøtta, og så tar du.. eh.. det som er oppi fireliterbøtta og over i femliterbøtta. Så fyller du opp den til syv liter igjen..
135 L: Mhm
136 M: Ehm.. så fyller du opp femliterbøtta, på grunn av den var fire liter, sånn at da har du én igjen, og da er det seks liter igjen i den ene bøtta
137 L: Mhm
138 M: Så tar du femliterbøtta og tømmer den ut
139 L: Ja
140 M: Og så tar du og tar seksliterbøtta og fyller den opp til den femliterbøtta er full, og da vil det si at du har én liter igjen i den
141 L: Ja, men det er jo helt korrekt, gutten min.
142 M: Og så bare tømmer du ut femliterbøtta
143 A: Mhm
144 M: BÆM
145 A: Så bra! Helt topp
146 M: Skal jeg skrive noe på det arket, eller? (peker på oppgavearket)
147 A: Nei, hvis jeg kan få lov å beholde kladdearket, så syns jeg det er veldig fint.
148 M: Det skal du få lov til

Intervju

149 A: Ja, hadde bare noen veldig, veldig få spørsmål på slutten her. Jeg lurer på; hvilken oppgave synes dere var den vanskeligste?
150 M: Eeh, det var bøttemålinga, selv om jeg tenkte meg at speidergreia skulle være mye vanskeligere.
151 A: (henvender seg til Lars) Er du enig?
152 L: Ja, jeg er egentlig enig.
153 A: Ja? At den var litt sånn.. at den så vanskelig ut med en gang, men så fant dere en strategi
154 M: Ja (nikker)

155 A: Hvilken oppgave var den letteste, da?
156 M: Det var den første
157 A: Ja? Hvorfor det? Hehe
158 M: Vel, det er jo egentlig bare å telle så mange ruter man ser.

159 A: Mhm. Så bra, skal vi se.. Jeg har skrevet ut noen oppgaver fra Faktor 3 fra oppgaveboken. Lurer på, bare hvis dere ser på de og så sammenligner med det som dere har løst nå. Om det er noe likheter, om det er noe forskjeller, om det er noe.. Hva slags.. hvordan..
160 M: Jeg skjønner ingen av disse oppgavene.
161 A: Du skal ikke, dere skal ikke løse de, dere trenger ikke å.. det er ikke noe sånn, det er mer.. det er oppgavetypen jeg på en måte vil at dere skal sammenligne, eller sånn.
162 M: Ja, det er veldig lett å se at det er helt forskjellig oppgavetype

163 A: Mhm? Hva er forskjeller, liksom? Hva er det du tenker..?
164 M: Det er at man skal sette opp likninger og regne med prosent
165 A: Mhm, så det er regneartene du tenker?
166 M: Ja
167 A: Mhm. Har du noen tanker om det? (henvender seg til Lars)
168 L: Mm, jeg vet ikke helt.
169 A: Hvordan må man.. hvordan.. jobber man på samme måte når man skal løse sånn som de på arket og de som dere nettopp gjorde? Eller..?
170 M: Eh, det er jo.. Det står jo her at, «tegn trediagram» (peker på arket) på oppgave 6.218. Men de to andre er jeg usikker på.
171 A: Mhm.. Yes, nei, men vi trenger ikke å.. Jeg ville bare høre om dere hadde noen tanker om det, hehe. Skal vi se.. Jeg tror jeg glemte å spørre, hvorfor synes dere den med bøttene var vanskeligst, egentlig?
172 M: Eeh, det var på grunn av at.. det er ikke sånn vi pleier å tenke til vanlig, tenker jeg.
173 A: Ikke så mange sånne i matteboken?
174 M: Nei
175 A: Nei?
176 M: Nei, det er liksom, jeg har én sånn en oppgave på tre år og den var fra internett

177 A: Ja.. Da.. det er notert, hehe. Skal vi se, så lurte jeg på; hva tenker dere man kan gjøre for å komme seg videre hvis man holder på med en eller annen sånn oppgave og så blir man bare.. føler man blir stående helt fast? Sånn som når du lagde for eksempel et Venn-diagram og så fikk du at det ble.. hadde dere fått tre ekstra speidere
178 M: Uhm, det er egentlig bare å prøve de tingene man klarer å tenke på
179 A: Mhm
180 M: Og om ikke det går, eller om ikke det stemmer helt, bare prøve å regne på en annen måte

181 A: Mhm. Så bra. Skal vi se, siste spørsmålet var liksom.. La oss si at en gutt, Per, ser en matteoppgave og så tenker han «Oi, den så litt vanskelig ut». Tror dere det har noe å si om Per tror at han klarer å løse oppgaven for om han faktisk klarer å løse oppgaven?
182 M: Ja, det tror jeg. Jeg tror han har mer viljekraft til å fullføre oppgaven om han tror at han klarer den enn om han ikke tror det.
183 A: Mhm
184 L: Det er sant
185 A: Ja? Så bra! Det var egentlig alt

10.7 Transkripsjoner gruppe 2 – Silje og Oda

Oppgave 1

1 A: Så bra! Da kan dere gå i gang.
2 S: Vi kan snakke og sånn?
3 A: Ja, det er veldig fint hvis dere snakker for jeg kan ikke se hva dere tenker, hehe.
4 S: Okei
5 O: Okei, det er tjuefem her (peker inni det store kvadratet med blyanten)
6 S: Men så er det, liksom.. Og så er hele én.. så da er det tjueseks.. Men hvis vi ser.. på de der.. så er det på en måte fire i én (sporer omriss av 2×2-kvadrater inni figuren. Ingen av disse overlapper hverandre.)
7 O: Ja.. Men liksom, hvis vi gjør sånn.. da er det jo en som ikke er (legger blyanten loddrett etter to av de små rutene. Refererer til at det blir et 2×3-rektangel på den andre siden av blyanten)
8 A: Dere kan tegne på arket óg, hvis dere vil det, det er ikke farlig..
9 S: Okei.. sånn (tegner opp et 2×2-kvadrat nederst i venstre hjørne på figuren). Så er det en, to.. men.. uh..
10 O: Jeg tenker.. Jeg tenker det er tjueseks.
11 S: Jeg tror det er flere.. For se her.. (tegner opp 2×2-kvadrater i de resterende tre hjørnene til figuren) Tjuefem, tjueseks, tjuesyv, tjueåtte, tjueni, tretti
12 O: Ja.. Skal vi si det?
13 S: Ja.
14 O: Hvor er det vi skal skrive svaret?
15 S: Skal vi skrive her? (refererer til kladdearket)
16 A: Enten det eller dere kan skrive på arket, det er helt det samme.
17 A: Da fant dere tre forskjellige størrelser, dere har de små, og så har dere hele det store, og
18 S: Og så de (peker på arket der hun har tegnet opp)
19 A: 2×2?
20 O og S: Mhm

Oppgave 2

21 O: Okei, neste oppgave. Tenk igjennom..
22 S: Da burde vi skrive ned sånn informasjon, liksom..
23 O: Ja, jeg tenker.. Jeg tror jeg skal plusse alt det sammen. 14 pluss 13 pluss 16 (stiller opp ved hjelp av addisjonsalgoritmen)
24 S: Okei, men du vet på den der.. (peker på fjerde punkt i oppgaveteksten til oppgave 2) Tre av de.. så er.. da er de inni der, liksom. Da er ikke det tre ekstra.
25 O: Mhm. Det vet jeg. Liksom, jeg trodde på en måte.. lureri.. hehe
26 S: Mm
27 (Oda har lagt sammen 14+13+16 og fått 43. Det virker som hun ikke vet helt hva det tallet representerer eller hva hun kan bruke det til. Hun lener seg tilbake på stolen.) Det går ikke, hehe
28 S: Bare se. 14 pluss.. ble det.. 43?
29 O: Nei, pluss 16..
30 S: (skriver utregningen på kladdearket sitt. Bruker addisjonsalgoritmen. Får 43 til svar) Nå må vi tenke logisk!
31 O: Hehe, tenke smartere
32 S: Fem st.. Åja! (stryker ut utregningen hun nettopp har gjort) Nei, nei, se her! (peker på oppgaveteksten) Fem stykker både falt i innsjøen og gikk seg vill.
33 O: Ja
34 S: Da er jo de óg inni der
35 O: Ja?
36 S: Åja
37 O: Du må telle de med
38 S: Åtte speidere brant seg på brennesler og gikk seg vill. To stykker var så uheldige at de både gikk seg vill, brant seg på brennesler.. Hmm

39 O: Okei, vent litt.. to (hvisker, mens hun peker på tallene i oppgaveteksten)
40 S: Hvis vi teller.. alle som er, liksom..
41 O: Jeg tenkte å telle..
42 S: ..innblanda i innsjøen.. Nei, men det blir jo..
43 O: Tre.. tre.. fem, seks, åtte.. seksten, eh, atten.. (sukker) åtte.. åtte gikk seg vill (teller på fingrene, holder opp åtte fingre) åtte.. (tar opp de to siste fingrene) vent litt.. (noterer på kladdearket) åtte pluss fem (hvisker, skriver på kladdearket, bruker addisjonsalgoritmen) pluss to.. åtte..
44 A: Hva er det du legger sammen nå?
45 O: De.. som har gått seg vill (peker på oppgaveteksten)
46 A: Ja, du samler opp alle steder det står at noen har gått seg vill?
47 O: Ja
48 A: Okei
49 S: Men hvis det var 40.. vi må jo se om vi kan ta minus noe (har laget en oversikt på arket sitt) Oda nikker.
50 S: Men det er bare tre.. (refererer til at 14+13+16=43)
51 A: Hvis du leser det siste spørsmålet en gang til.. Er det på en måte tre..?
52 S: Den? (peker på den siste linjen i oppgaveteksten til oppgave 2)
53 A: Ja
54 S: (leser spørsmålet) Åja!
55 O: Vent.. å gå seg vill er ikke noe uhell
56 A: Nei, men vi regner det som et uhell i denne oppgaven, da.
57 S: Vi kan si det er et uhell, da.
Silje og Oda ler.
58 A: Det er ikke en sånn type lureoppgave, det er ikke det, hehe.
59 S: Tenker alltid for mye, vet du.
60 O: Okei, hehe.
61 S: Okei, uten uhell..
62 O: Ingen? Hehe
63 S: Jo jo, jeg tror det er noen.
64 O: .. falt i innsjøen (noterer på kladdearket)
65 S: Men det er jo litt rart, for vi har fått 43..
66 A: Men hvor kom de siste tre speiderne fra? Var det noen de fant ute i villmarken og tok med seg hjem?
67 S: Nei?
68 A: Nei? Hehe
69 O: Eehm.. okei, så, liksom, det står 13 brant seg, 16 gikk seg vill og 14 av de falt i innsjøen og da tenker vi at alle er én person.. alle er én sånn hver person, men noen av de gjorde jo flere ting?
70 S: Åja, begge delene!
71 O: Ja
72 S: Men.. telles de som falt i innsjøen, de lever fortsatt, ikke sant?
73 A: Ja, de lever fortsatt, hehe (Silje og Oda ler) heldigvis!
74 O: Oh my god.. hehe.. Okei, men da må vi bare ta..
75 S: Okei, da må vi liksom finne ut hvem som var på begge, da.
76 O: Da må vi bare telle de.. Vent litt.. (begynner å notere på kladdearket igjen med utgangspunkt i oppgaveteksten)
77 S: Bare tegne opp.. Kanskje det kan være noe (tegner strekmennesker på kladdearket)
78 O: 38? Er det riktig svar? (henvender seg til Anne) hehe
79 A: Hva har du gjort for å komme frem til det?
80 O: Jeg har bare sett på, liksom, hvor mange som gikk seg vill, også.. for det står her at fem gikk seg vill, åtte gikk seg vill, og da plusset jeg de, og hvor mange som, liksom, brant seg og hvor mange som, liksom, falt i innsjøen, og så bare plusset jeg de..
81 A: Du kan teste din og.. fremgangsmåte (peker på kladdearket til Silje) så ser vi om det går
82 S: Okei, okei.. Alle de falt ut i innsjøen.. (peker på tegningen av 14 strekmennesker) Så må vi finne..
83 O: Jammen, for eksempel, den personen (peker på et strekmenneske) falt i innsjøen, brant seg óg gikk seg vill
84 S: Mhm

85 O: To stykk gjorde det
86 S: Vi bare setter en ring rundt de
87 O: To stykk. Disse to (tegner en ring rundt to strekmennesker) gjorde alle tre
88 S: De gjorde.. alle tre? (noterer «Alle 3» ved ringen)
89 O: Alle tre, ja.. Men da må vi tegne 40 personer, hehe
90 S: Det er stress
91 O: Okei, ehm.. Åtte brant seg og gikk seg vill
92 S: (ser ned på kladdearket) Må vi tegne alle til sammen? (ser bort på Oda)
93 A: Kan jo bare tegne streker for hver person, da. Bare en strek i stedet
94 S: Ja
95 O: Nei men.. åtte.. vent litt.. disse.. (peker på de to personene som er ringet inn) brant seg, gikk seg vill og falt uti..
96 S: Nei.. Å jo!
97 O: De gjorde alle tre
98 S: Alle tre? Men det er bare to her (refererer til at to strekmennesker er inni ringen de har tegnet) Åja! Glem det, hehe
99 O: Å, men dette er så.. tenking, liksom..
100 A: Jeg synes dere er inne på noe bra, altså.
101 S: Er vi det?
102 O: Men jeg føler at siden de gjorde alle tre, så er jo de fortsatt en del av de som..
103 S: Hva om vi krysser de ut, da? Hvis de gjør alle tre, da krysser vi de ut. To der og to der (krysser ut to streker på «brennesler» og «gikk seg vill» på kladdearket) Ikke sant?
104 O: Ja?
105 S: Ja? For da er på en måte ikke de inni her, da står de allerede der
Oda begynner å telle strekmenneskene på kladdearket til Silje.
106 S: 14
107 O: Å, det er 14 der?
108 S: De her er personer óg, da (peker på strekene i de andre kategoriene)
109 O: Ja
110 S: Okei, de gjorde alle tre.. Nei? Ehh..
111 O: Falt i innsjøen..
112 S: Nei, de gjorde bare to ting..
113 A: Nei, det.. det er den siste her som dere har tatt nå, så den kan dere jo bare huke av på at, okei, det har vi passet på (peker på det siste punktet på oppgaveteksten til oppgave 2)
114 S: Okei.. Åtte brant seg på brennesler og gikk seg vill. En, to, tre, fire, fem, seks, syv, åtte.. Så gjør vi sånn (tegner ring rundt åtte streker under «brennesler») seks, syv, åtte, og så krysser vi de.. (krysser ut åtte streker under «gikk seg vill») Åtte..
115 O: Ja..
116 S: Da har vi det der..
117 O: Og.. fem stykker falt i innsjøen og gikk seg vill.. (bøyer seg frem og krysser ut fem strekmennesker under «innsjøen» og «gikk seg vill»)
118 S: Nei. Hvorfor det?
119 O: Fordi de både falt i innsjøen og gikk seg vill
120 S: Men nå krysset jo du de ut.. de er jo der fortsatt
121 O: Men de falt ut i innsjøen
122 A: De kom opp fra innsjøen og..
123 S: Ja, de døde ikke
124 O: Nei, nei. Døde de som gikk seg vill?
125 S: Nei, men nå krysset du ut alle sammen, du må jo bare krysse ut én av de.
126 O: Hva mener du?
127 S: De er jo én plass.. Kan jeg låne viskelær?
128 O: Jeg skjønner ikke hva..
129 S: Se nå.. (visker ut de fem strekene som Oda krysset ut på «gikk seg vill») Nå krysset du de av på begge, akkurat som at de ikke levde.. (Oda ler)
130 A: Det hun sier, er at du må telle de i én av gruppene, på en måte.
131 S: For hvis ikke er alle borte.. Hvor mange tok du? En, to, tre, fire, fem (teller strekmennesker som Oda krysset ut under «innsjøen»)
132 O: Den siste var ikke krysset ut

133 S: Tre, fire, fem (tegner opp strekene hun har visket ut under «gikk seg vill») Den var krysset ut.
134 O: Ja
135 S: Så de her lever (tegner en ring rundt fem streker under «gikk seg vill»)
136 O: Ja
137 S: En, to..
138 O: Er det seks der?
139 S: Oi (visker ut og tegner opp ringen på nytt) Sånn, nei. Skulle den være med? Av de.. (peker på femte punkt under oppgaveteksten til oppgave 2)
140 O: Åja, av de.. Ja
141 S: Tre av de både brant seg på brennesler og falt i innsjøen.. Har vi de? Vent da, tre av de både falt i innsjøen.. okei.. en, to, tre.. (krysser ut tre strekmennesker under «innsjøen» og setter ring rundt tre streker under «brennesler»).
142 O: Mm
143 S: Mhm.. 16 gikk seg vill i skogen..
144 O: Det var den første.. Da må vi kanskje telle de vi har igjen.. En.. to, tre, fire, fem.
Silje og Oda ser på hverandre og ler
145 A: Er det deres endelige svar?
146 S: Skal vi ta fem, da? Nei, jo, var det fem, da? En, to, tre, fire..
147 O: Og så den siste..
148 S: Fem
149 O: Hva var det du tenkte nå?
150 S: Glem det. Fem. Det er vårt svar. Sier vi. (skriver fem i margen på oppgavearket)
151 O: Er det det? Okei, det er det (skriver fem på sitt oppgaveark)
152 S: Ja.

Oppgave 3

153 S: Okei.. siste
154 O: Ehm..
155 S: Det har vi jo gjort før..
156 O: Jeg vet det.. Tror vi må måle sånn høyde og sånn
157 S: Tror du?
158 O: Vet ikke
159 S: Det er altså sånn.. Åå, vi har hatt det en gang
160 O: La oss lese det høyt. Dere har to tomme bøtter, den ene rommer nøyaktig 7 liter og den andre rommer nøyaktig 5 liter. Det er ingen markeringer inni eller utenpå bøttene som viser hvor 1 liter, 2 liter osv. er. Dere har også tilgang til så mye vann dere måtte ønske, men dere har ikke noe annet å oppbevare vannet i enn bøttene. Hvordan kan dere, kun ved hjelp av disse to bøttene, måle opp nøyaktig 1 liter med vann?
161 S: En kan ha syv, og en som kan ha fem. (skriver opp informasjonen på kladdearket)
162 O: Hvis vi for eksempel fyller den (peker på illustrasjonen på arket) så har vi fem liter..
163 S: Der er det fem og der er det syv
164 O: Ja, men hvis vi fyller den, så har vi fem liter
165 S: Ja
166 O: Og så overfører vi den til den med syv, så er det bare to liter igjen
167 S: Så deler vi den på to!
168 O: Men liksom, for det er det vi skal finne ut av..
169 S: Åja, for vi må finne nøyaktig, ja..
170 S: Jeg husker vi hadde denne oppgaven og da skrev jeg at vi måtte bruke tryllestav (begge jentene ler)
171 O: Hæ?
172 S: Jeg fant den ikke ut, hehe.. Okei, okei, men hvis vi tar..
173 A: Hva sa du, bruke en tryllestav?
174 S: Ja (ler)
175 O: Okei, vent litt. Så.. Vi vet at en desiliter.. Nei, ti desiliter er en liter, og..

176 S: Men skal vi overføre den oppi her? (har tegnet to bøtter med inskripsjonene «5» og «7» på kladdearket sitt)
177 O: Neimen.. vi tenker ikke på det nå
178 S: Ja
179 O: Okei, så.. heh, en desiliter.. er.. nei, to desiliter er en liter..
180 S: Står det sånn streker inni de? (henvender seg til Anne). Anne rister på hodet. Silje og Oda ler.
181 O: Huff, la meg bare tenke litt..
182 S: Hmm..
183 O: Jeg føler vi har gjort dette før..
184 S: Vi har det
185 O: Det er liksom ikke så vanskelig
186 S: Det er ikke det
187 O: Men det ligger stuck, liksom
188 S. Mhm.. Men vi klarte den, og den sleit vi med på begynnelsen (peker på oppgave 2) Så da klarer vi denne og
189 O: Ja..
190 S: Okei.. (Oda ler) Vi må prøve å tenke sånn du tenkte i stad. At vi fyller liksom en..
191 O: Men jeg tenker det går jo fordiom..
192 S: Tolv til sammen (noterer på kladdearket) Og vi skal finne ut ti.. Hvordan kan vi måle opp ti?
193 O: Nei, vi skal finne én liter..
194 S: Nei, én, ja.
195 O: Hvis vi, ehm..
196 S: Den var så vanskelig! Okei.. Bøttene.. åja, det står jo her at ikke det er det (referer til oppgaveteksten, der det står at det ikke er markeringer inni bøttene)
197 O: Ehm..
198 A: Hvis dere prøver først å finne tre liter, så er det nærmt..
199 S: Hvordan vi finner tre, liksom?
200 A: Ja, hvis dere finner.. hvis dere klarer å finne tre liter, så er det ikke mye igjen som skal til for å finne én
201 S: Okei
202 O: Vi klarte jo å finne to
203 A: Ja
204 O: Mhm
205 S: Okei.. Shit.. Okei, for hvis vi fyller den helt opp og heller oppi den, da har vi to igjen (peker først på illustrasjonen av syvliteren og så på femliteren på oppgavearket)
206 O: Ja, hvis vi fyller den helt opp og overfører eller omvendt, så har vi to igjen..
207 S: Hmm..
208 A: Vi kan si oss fornøyde hvis dere ikke kommer noe videre, altså..
209 O: Hm? Liksom..
210 A: Vi ka.., vi kan.. si oss fornøyde, liksom, være ferdige, hvis det.. Jentene ser på hverandre og smiler
211 S: Å, det irriterer meg så mye
212 O: Ja, jeg vet. Går det an å gi noe hint?
213 A: Hintet er jo finn tre liter først, så..
214 S: Ja.. Og det er bare med å, liksom (mimer med hendene at hun heller vann frem og tilbake)
215 A: Mhm
216 S: Det kan jo ikke være så vanskelig egentlig
217 A: Men det er jo typisk du må helle ut i den ene og så fylle den opp på nytt og så helle over.. og så, ja..
218 O: Okei, så..
219 S: Mm..
220 O: Hvis vi fyller den bøtta fullt med vann (peker på illustrasjonen av femliteren) og overfører det her, så har vi fem liter i den (refererer til syvliteren) og to igjen..
221 S: Mhm
222 O: Eller omvendt
223 S: Men er vel noe med.. egentlig skal man klare det uten sånn, men kan man bruke fingrene og se hvor mye det er? (viser med fingrene at hun vil måle vannstanden i bøttene)

224 O: Jeg tror ikke det.. Men.. Hvis vi fyller den helt opp (peker på syvliteren) og overfører der (peker på femliteren)
225 S: Da er det to liter igjen i den bøtta (peker på syvliteren) for de får jo ikke plass..
226 O: Ja
227 S: Jeg tror.. for vi hadde den en gang..
228 O: Ja.. men husker du?
229 S: Nei
230 S: Skal vi bare.. gi oss?
231 O: Ja, jeg tror det..
232 S: Ja, jeg tror det
233 A: Dere gir dere? Ja, skal vi se.. Så hadde jeg bare noen veldig få spørsmål helt til slutt
234 S: Mhm

Intervju

235 A: Jeg lurer på.. hvilken oppgave synes dere var den vanskeligste?
236 S: Den (peker på oppgave 3 på oppgavearket)
237 O: Den siste
238 A: Det var den med bøttene?
239 S og O: Mhm
240 A: Hvorfor var den vanskeligere?
241 S: Jeg vet ikke, den bare..
242 O: Det var ikke noe mål, liksom..
243 S: Nei
244 O: Det var liksom, man måtte bruke, eller..
245 S: Den var bare så rar..
246 O: Det var ikke noe man kunne gjøre, regne liksom, høyden eller noe sånt.. som man kunne finne ut av..
247 A: Litt annerledes enn de fleste matteoppgaver?
248 S og O: Ja

249 A: Ja.. Hvilken oppgave synes dere var lettest?
250 S: Den første, kanskje.
251 O: Ja
252 S: Ja (mumling) ..hvis vi ikke har klart den nå, hehe
253 O: Ja
254 A: Hvorfor synes dere den var lett?
255 S: Man kunne liksom bare telle, man så alt, men på den (refererer til oppgave 2) måtte man skrive ned og plusse og regne

256 A: Mhm.. Skal vi se.. Så har jeg skrevet ut noen oppgaver fra Faktor 3 oppgavebok. Dere skal ikke løse disse her, altså. Men jeg lurer bare på hvis dere sammenligner de tre typene oppgaver (peker på arket som jeg akkurat har delt ut) med de som er på arket der (refererer til det originale oppgavearket) om det er noe som er..
257 S: Er det en av de som hører til her? (peker på arkene, refererer til om to og to oppgaver skal «pares»)
258 A: Neida, nei, det er ikke noe sånn, det er bare.. Er det noe som er likt eller noe som er forskjellig.. av hvordan spørsmålene blir stilt, eller.. hvordan man må jobbe med oppgavene, for eksempel..
259 S: Den er litt lik den (peker på oppgave 4.212 og deretter på oppgave 1)
260 A: Synes du det?
261 S: Fordi..
262 A: Det har ikke vært et mål å velge ut noe som er likt, men..
263 S: Fordi vi hadde sånn en gang at vi skulle liksom finne ut, for eksempel, 25 % av en sånn (peker på tegningen av kvadratet i oppgave 1)
264 A: Åja!
265 S: Så kunne vi.. (mimer at hun skraverer noe av figuren)

266 A: Så kunne det representere helheten?
267 S: For eksempel.. hvis vi bare.. hvis vi skriver at en av rutene på en måte er, ikke i denne sammenhengen, men bare sånn ti kroner, sant?
268 A: Mhm
269 S: Så kunne man bare.. (mimer at hun skraverer en del av figuren)
270 A: Så du kunne representere prosent som en figur, da, og så skravere?
271 S: Ja
272 A: Mhm.. Er det noen forskjell i hvordan man må jobbe med de oppgavene dere fikk av meg eller de oppgavene som er på arket? (peker på arket med oppgaver fra Faktor 3)
273 O: Jeg tror.. da må vi sette opp og finne.. jeg vet ikke.. hehe
274 S: Hmm..
275 A: Nei, fordi.. du er inne på noe med at der må dere sette opp (refererer til oppgavene fra Faktor). Må dere sette opp, liksom, på disse her på en spesiell måte? (peker på oppgavearket med problemløsningsoppgaver)
276 S: Nei, for her står det jo «sett opp», «sett opp», «tegn» (peker på oppgaveteksten i hver av oppgavene fra Faktor)
277 A: Mhm
278 S: Så de på en måte sier hva man skal gjøre, men de her kan man velge
279 O: Vi må sette opp en likning, liksom
280 A: Mhm.. De sier hvordan de vil du skal løse.. oppgaven
281 S: Mhm

282 A: Mhm, veldig bra, jeg kan ta de inn.. tilbake. Skal vi se, jeg har to spørsmål til, det første var.. hvis dere hadde jobbet med en oppgave, da, og ble sittende helt fast med en sånn problemløsningsoppgave, hva tenker dere at dere kan gjøre da?
283 O: Liksom på prøve?
284 A: Nei.. i klasserommet eller..
285 S: Er det sånn, etter du har prøvd alle slags muligheter du klarer og sånn, eller?
286 A: Nei, hvis du prøver én mulighet, og så går det ikke, og så bare «Åh, jeg vet ikke hva jeg skal gjøre»
287 O: Jeg hadde sett i boka og funnet en liknende oppgave
288 S: Jeg hadde kanskje prøvd litt selv først, prøvd på mange forskjellige måter, og så spurt om hjelp..
289 A: Mhm
290 S: Hvis ikke, liksom

291 A: Ja.. Så bra, skal vi se.. Hvis vi har en elev, vi kaller han Per, og så ser han på en matteoppgave og så tenker han «Oi, den ser litt vanskelig ut». Tror dere det har noe å si hva Per tenker om, på en måte, om oppgaven er vanskelig eller om han kan få det til
292 S: Sånn.. ja
293 A: ..for om han faktisk får det til?
294 S: Ja, for hvis jeg liksom bare hadde tenkt «Nei, det går ikke» (peker på arket med problemløsningsoppgaver) så jeg hadde jeg liksom ikke hatt den innstillingen.. jeg burde ha. Sånn hvis.. sånn vi bare gav opp på den.. kanskje vi kunne klart den.. ved å være mer positiv
295 O: Jeg tenker når man ser noe man synes ser vanskelig ut, så er det sånn «Åh, jeg tror ikke jeg klarer den» og da tenker man mer negativt med seg selv
296 S: Så tenker man at det blir ti ganger vanskeligere enn det egentlig er, liksom
297 A: Mhm. Så bra

10.8 Transkripsjoner gruppe 3 – Erik og Jonas

Oppgave 1

1 A: Da kan dere begynne å.. gjerne prate litt om hvordan dere vil gå frem, eller..

2 E: Oisann. Hehe.. Så her er det vel egentlig å.. kanskje bare telle?

3 J: Neinei, men se nå. Hvis.. Fire sånne blir også et kvadrat. Og ni sånne blir også et kvadrat

4 E: Jaja, I know! Derfor må vi først telle de og skrive ned hvor mange enkelte det er, og så må vi ta liksom fire og fire.. Men, er på denne oppgaven, er det sånn at, liksom, ehm.. jeg kan ta liksom disse fire og så disse fire og så disse fire og så blir det, liksom, enkelte kvadrater, eller er det sånn at det liksom er bare disse fire og så disse fire som kan bli.. (henvender seg til Anne, viser på arket om de samme rutene kan inngå i flere forskjellige kvadrater samtidig, eller om de bare kan brukes én gang)

5 A: Du bestemmer selv, de kan være en del av flere forskjellige figurer, liksom. Den samme ruten, på en måte.

6 E: Så, liksom, hver eneste rute kan være del av forskjellige kvadrater?

7 A: Det kan den, ja.

8 E: Okei, da blir det litt vanskeligere her.

9 J: Okei, jeg kan begynne å telle, da. Fem gange fem, det er.. tjuefem. (noterer på kladdearket). Det er tjuefem enkeltruter, sånne små. Og så kan vi ta.. fire av de her kan bli én, fire av de her, liksom disse fire, disse fire, disse fire, disse fire (peker først på fire ruter i venstre hjørne av oppgavearket, flytter fingeren bortover mens han teller)

10 A: Dere kan bare tegne på arket også hvis dere vil det..

11 J: Mhm.. det blir litt mye tegning, på arket

12 E: Det er liksom, igjen her, det er disse fire, disse fire, diss.. ja. Og så kan man bare gå ned ett hakk til, så er det, liksom, like mange.. (Viser på arket ved å spore rundt 2×2-kvadrater med utgangspunkt i andre og tredje rad)

13 J: Ja, jeg har en følelse av at du kan gjøre noen form for utregning for å finne ut av svaret på dette her, men jeg har ingen anelse hva vi skal gjøre med det. Hvis vi ser her sånn (bruker baksiden av blyanten til å spore på arket) En, to, tre, fire.. (teller 2×2-kvadrater på oppgavearket)

14 E: Men vi kan jo prøve å finne ut..

15 J: Også er det.. ja, du må se, hallo, se.. (til Erik) Liksom det er, bare de her to er jo, det er liksom fire gange de her, to gange to, to gange to, to gange to, to gange to (peker på de to øverste radene og sporer omrisset av 2×2-kvadrater) og det er liksom det samme to ganger til her nede, ikke sant? Så da kan vi bare, liksom bare.. gange det med tre. Men, så kan du også ta, liksom, det her er sånn skikkelig, åh, du kan ta de her, de fire også de fire også (peker i midten av figuren i oppgave 1 på oppgavearket til Erik) Det er så sykt mange ting som kan.. åh (legger hodet ned på pulten, og retter seg opp igjen) Huff!

16 E: Men, det vi kan gjøre er å finne ut hvor mange det blir bortover sånn, og så bare gange det med disse linjene, for det blir jo for hver sånn linje som kommer her, så er det jo.. like mange

17 J: Ja..

18 E: Liksom, hvis det er én, to.. Det er egentlig for hver linje som kommer her, så liksom, her.., og her er det jo en, også.. så blir det.. én, to, tre, også fire her da.. hvis jeg ikke tar feil (peker med blyanten på de horisontale linjene i det store kvadratet)

19 J: Tre, fire.. Jo, det blir fire sånn (markerer omrisset av 2×2-kvadrater på figuren) og så kan du også ta én, to, tre, fire (beveger seg ett hakk nedover på arket og markerer nye 2×2-kvadrater) Fire, fire (beveger blyanten over de to siste radene) Okei, for jeg føler liksom hvis det her blir til sammen fire stykker, okei, det her var en veldig fin firkant (markerer med blyanten på akret) hysj, da, men det her, de her sånn blir fire, de her, de her sånn blir fire, ikke sant? Sånn her, liksom, se! Det blir jo fire av alle, sant? Da tror jeg vi har det (tegner opp på arket hvilke ruter kvadratene strekker seg over)

20 E: Ja
21 J: Jeg skulle ikke tegne sånn, da, men okei.. (refererer til figurene han har tegnet inni kvadratene)
22 E: Det her blir bare forvirrende
23 J: Ja, det er veldig forvirrende, men
24 E: Men se her, da
25 J: Okei, uansett. Skjønner du? Fire per sånn rute og så fem nedover blir det én ekstra og så fire. Bare fire gange en, to, tre, fire, fem. Så tror jeg vi har alle. Tror jeg
26 E: En, to tre, fire (teller på arket) Blir det ikke bare med fire, da?
27 J: Nei, men det er jo fem ruter.. se her nå. Hvis du først, hallo, du kan ha én firkant her, ikke sant, så kan du ha én firkant her også, og en firkant her og en til firkant her.
28 E: Ja..
29 J: Da blir det en, to, tre, fire.. (markerer med baksiden av blyanten på Erik sitt ark)
30 E: Ja, men liksom for hver sånn.. du ser jo, det er jo en linje her (peker på den andre horisontale linja i figuren)
31 J: Ja, okei, okei
32 E: Så for hver linje vi kommer her..
33 J: Okei, det er fire nedover.
34 E: Ja
35 J: Så da blir det fire gange.. Okei
36 E: Skal vi si det sånn?
37 J: Fire gange fire? (henvender seg til Erik)
38 E: Joda
39 J: Tror du ikke det? Var det ikke det vi kom frem til? Vent, nå kom jeg på noe til. Kan vi ikke gå sidelengs også? Eller bare glem det, vi kan ikke det. Nei, okei
40 E: Da bare teller vi de sammen
41 J: Ja, okei, okei, okei, okei
42 E: En, to, tre, fire, fem, seks, syv, åtte, ni, ti, elleve, tolv.. Eeh, jeg håper jeg har telt riktig nå, vent litt.. En, to, tre, fire..
43 J: Du kan bare ta fire gange fire, det er mye lettere det. Fire, åtte, tolv, seksten. (teller på fingrene)
44 E: ..fem
45 J: Ja, det er sikkert riktig, det.
46 E: ..syv, åtte, ni, ti, elleve, tolv, tretten, fjorten, femten, seksten. Ja, nå fikk jeg riktig. Jeg vet ikke..
47 J: Du må jo bare telle alle de tingene her, alle de her, liksom. (peker med spissen av blyanten på alle punktene på arket der fire ruter møtes)
48 E: Ja. Men så må vi telle med, få med den store også (markerer omrisset av det store kvadratet over figuren)
49 J: Okei, men du fikk, du fikk seksten, var det..? Ja, jeg tror det. (E: Ja) Du fikk 16, og så var det de litt større. Har du viskelær? (ser seg rundt) Jeg vil viske ut de strekene jeg lagde
50 A: Skal vi se.. der
51 J: Yay (visker ut blyantstrekene fra oppgavearket)
52 E: Men så, da må vi telle liksom med.. sånn (markerer et 3×3-kvadrat i lufta over figuren)
53 J: Nå kan vi ta ni gange ni også.. Nei, ni gange ni? Tre gange tre mente jeg.
54 E: Ni?
55 J: Tre gange tre. Se; en, to, tre, en, to, tre, det blir et kvadrat (teller først tre ruter loddrett og deretter tre ruter vannrett på oppgavearket)
56 E: Ja
57 J: Så blir det én her, én her (markerer omrisset av kvadratene i lufta over oppgavearket)
58 E: En her og en her.. og så en i midten

59 J: Okei, det her var veldig rart.. Å, jeg vet hvordan vi gjør dette. Dude! Vi teller bare alle de der. Vi teller bare alle de blokkene der, så bare en, to, tre, fire, fem, seks, syv, åtte, ni (prikker på arket på de ni rutene i midten av figuren)

60 E: Også én i midten

61 J: Ja, det er ni stykker. Vet du hva?

62 E: Hæ?

63 J: Du kan jo ha der også, for se.. For utfra der, så kan du jo se.. hallo, du kan jo ha blokker rundt sånn, ikke sant, da blir det jo ni

64 E: Jaja

65 J: For liksom, sånn, alle de ni inni midten er én hver sånn ni-greie. Så da tror jeg at det blir, at svaret blir ni på den. Vi bare kjører på med det

66 E: Vi kjører på med det

67 J: Sånn litt slurve-firkant (tegner opp på arket der han har laget en oversikt/liste)

68 E: Og så.. kan man lage noe større? Jo, så er det.. blir det 16 inni da?

69 J: Vi kan ta fire gange fire og. Det blir.. (markerer en 4×4-firkant med baksiden av blyanten) Men åssen gjør vi det, da? Huffameg.. Men okei.. Skal bare tegne litt her. Sånn.. og så kan vi gjøre sånn. Det er en, to (markerer omrisset av to 4×4-kvadrater med blyanten) Og så kan vi gjøre sånn og sånn? (markerer to 4×4-kvadrater i lufta over arket)

70 E: Blir det fire da?

71 J: Jeg tror det. Det er det jeg kom frem til

72 E: Jeg må se. Det er her, en, og så er det.. to, og så her.. tre, fire.(markerer omrisset av 4×4-kvadrater i luften over figuren) Ehh..

73 J: Altså, jeg må gi, vi bare sier at det er riktig. Det er nok det. Jada, vi har det under kontroll (skriver 4 i lista på kladdearket)

74 E: Ja. Vi kan ikke finne flere akkurat.

75 J: Neida.. Og så er det bare hele greia, det er én (peker på omrisset av figuren) Én enda større firkant, så tror jeg det er alt. Da må vi bare plusse alt det her. Okei, se nå.. (refererer til lista han har laget)

76 E: Har du tegnet.. hehe (refererer til Jonas sine tegninger av firkanter/kvadrater på kladdearket)

77 J: Ja, større og større, på grunn av at det der er det også.. (peker på figuren i oppgavearket) Okei, da må vi bare plusse dette.. eeeh..

78 E: Har du lyst til å få æren av å.. hehe

79 J: Nei, seriøst mann, okei, skal vi se.. Tjuefem pluss.. Jeg skal stille det opp sånn som vi gjorde i gamle dager..

80 E: Gamle dager..

81 A: I gamle dager, hehe..

82 J: Tjuefem, seksten, ni, fire, én. Pluss, pluss, pluss, pluss, er lik, strek, sånn, det husker jeg, ikke sant? (stiller opp tallene ved hjelp av addisjonsalgoritmen) Fem pluss seks, det blir.. nei, nei, vi gjør det simpelt, okei? En pluss ni, det er ti, det her blir elleve, femten, da blir det fem, to.. to pluss to blir fire, fem, det blir femtifem, ikke sant? (bruker det han har stilt opp til å regne ut)

83 E: Ja, okei, jeg må bare..

84 J: Du kan sjekke hvis du ikke tror meg

85 E: Ehm.. Så, en pluss ni blir ti.. og fire pluss seks er ti, pluss fem er 25, og det er.. ja, to pluss to er fire pluss en er fem, så ja, femtifem.

86 J: Haha! Jeg sa det jo, mann. Du må ikke tvile. Okei, da skriver jeg femti.. jeg skriver bare oppga.. o-p-g én, eller noe sånt, er lik..

87 E: Skal vi bare skrive her? (henvender seg til Anne og peker på arket)

88 A: Ja, dere kan bare skrive på arket

89 J: Åja, okei, takk, da kan jeg bare skrive her, eller hva skal jeg skrive? Femtifem (begge noterer svaret på oppgavearket)
90 : Ja, så bra.

Oppgave 2

91 J: Oppgave 2, speiderturen. Huff, denne her, den er skikkelig ille. Her er det altfor mange..
92 E: Jeg har hørt mange versjoner av denne før, så liksom, jeg burde klare å finne ut av den.
93 J: Du tar halvparten av den og den og så bla bla bla.. Men det her er ille fordi, det kan være at de som falt ut i innsjøen kan også ha brent seg på brennesler. De kan ha gjort det.. eller, nå skjønner jeg ikke.. Fordi, det er samme greia som denne her (peker på oppgave 1) fordi vi kan telle, at, liksom, de har gjort det samme. 14 og 13 av de har gjort det samme, liksom.
94 E: Mhm
95 J: Fordi 16 av de kan jo ha gått seg vill, og de samme 16 kan også ha brent seg, men så var det jo tre av de som ikke brant seg, og så, 14 av de også falt ut i innsjøen
96 E: Men det står jo her, liksom sånn, fem stykker både falt i innsjøen og gikk seg vill. Liksom sånn.. (peker på punktene i oppgaveteksten)
97 J: Å, vent nå litt. Nå..
98 E: Har ikke du lest alt?
99 J: Ehehe, jo, hehe. Selvfølgelig har jeg det, hva er det du snakker om? Okei, nå skjønner jeg, se her. Hehe. La oss begynne å.. okei, hva er svaret her.. 14 pluss 16, det er.. 20.. nei, jo, 30. Er det ikke det? Jo?
100 E: Jo
101 J: Vet du hva?
102 E: Det er jo det. Det er 30.
103 J: Det gir ikke mening. Fordi, der, vent nå. For hvis det der, for hvis de der to er 30, ikke sant? (refererer til første og tredje punkt i oppgaveteksten til oppgave 2)
104 E: Ja, så blir den 43.
105 J: Men det er bare 40 uerfarne speidere!
106 E: Åja. Hæ?
107 A: Har de funnet noen ekstra ute i villmarken og så bare.. inkludert de?
108 E: Kan jo være.. 43
109 J: Shit, det er…
110 E: Vel, jo jo jo, det går jo opp, fordi noen har gjort flere ting. Så har de bare, liksom, lagt på..
111 J: Det står jo her, ja ja, jeg må ikke plusse de, jeg bare tullet, altså. Fordi tre av de bare gjorde både det og det, og fem av de både gjorde det og det og åtte av de gjorde både det og det (refererer til fjerde, femte og sjette punkt på oppgavearket) Okei, da må vi skrive ned det her, tror jeg. Se nå, okei. (tar frem kladdearket) Jeg snur rundt på arket
112 A: Du kan få et nytt ark hvis du vil det?
113 J: Neida, det går greit. Okei, se nå. Se her. 14 i – i er innsjø. 13 b – det er brennesle. 16 s – det betyr skog (noterer på kladdearket sitt). Tre av de brant seg på brennesler, nei, vent, brant seg på brennesler og falt i innsjøen. Okei, hvordan gjør vi det? Hmm.. da kan vi egentlig bare ta vekk tre på en av de her to.. eller noe sånn (refererer til I og B) Fordi tre av de gjorde begge tingene.. eller nå ble jeg confused her. Det her er vanskelig for meg.
114 E: Ja, jeg skjønner, jeg skjønner.
115 J: Du må hjelpe her, jeg er confused. Hmm.. Jeg bare tegner sånn strek, minus tre på begge, siden det er tre som gjør begge eller noe sånn. (Skriver -3 på I og S) Nei.. var det riktig? Jo, det var riktig. Nei, det var det ikke. I står for innsjø. Ja, okei, da gjorde jeg feil. Minus tre.. skal jeg vise deg.. visker sånn en ting der (skriver -3 på B og visker ut -3 på S) Fem i innsjø og gikk seg vill (skriver -5 på I og S) Åtte brant seg på brennesler og gikk seg vill (skriver -8 på B og S)

To stykker var så uheldige at de både gikk seg vill, brant seg på brennesler og falt i innsjøen. Okei, to gjorde alt (skriver -2 på I, B og S) Jammen, det jeg sa i sted, det kan være det er riktig, når jeg tenker meg om. At vi minuser på én av tallene, og så plusser vi bare alle etterpå. Fordi, se nå, fordi liksom, det er jo egentlig ikke totalen, men hvis vi regner med alle de her tingene her (peker på området der ved I, B og S der han har skrevet -3, -5. -8 og -2), så blir det de her tre totalen til sammen, ikke sant (peker på 14, 13 og 16 på kladdearket sitt). For da finner vi ut svaret på det spørsmålet om hvor mange som kom seg ut uten uhell, ikke sant?

116 E: Javel?

117 J: Ja. Du skjønner hva jeg mener?

118 E: Jada

119 J: Det er bra. Okei, se nå. Okei, okei. Da tar jeg bare og krysser ut den (krysser ut -3 på B), krysser ut den (krysser ut -5 på I). Hvordan gjør vi det her, da? To gjorde alt sammen. Nå blir jeg confused her selv. Jeg bare gjør sånn, jeg. Jeg, jeg gjør sånn (krysser ut -2 på B og I). Nei, vent nå litt. Nei, nå.. Nå forvirret jeg meg selv veldig her. Okei, vent litt. Jeg må tenke meg om. Åh, det er vanskelig. Huff, okei. Det er bare, jeg bare gjør det jeg har tenkt selv inni hodet mitt. Det er bare å gjøre det nå. Se, elleve minus åtte..

120 A: Fordi det du tenker nå, er at du må fjerne de fra én av gruppene der de er telt dobbelt?

121 J: Ja.. Okei, elleve der (refererer til 14 I der han står igjen med -3) 13 minus åtte, det er fem (refererer til 13 B der han står igjen med -8) Minus fem, 16, elleve, ni (refererer til 16 S der han står igjen med -5 og -2) Elleve, fem, ni (stiller opp ved hjelp av addisjonsalgoritmen) Det er femten, tjuefem, tjuefem som skadet seg.. minus.. det er.. fem.. tre.. femten kom seg uskadet ut.. (stiller opp 40-25 ved hjelp av subtraksjonsalgoritmen) Jeg kunne ha gjort det i hodet, men det.. ja. Sånn er det jeg tenker, okei? Har du kommet frem til noe bedre? Tror du det her var riktig gjennomtenkt?

122 E: Jeg vet ikke, hvordan tenkte du gjennom det?

123 J: Nei, for liksom, hvis du ser, det her er jo egentlig totalen (refererer til 14, 13 og 16) men så var det noen av de som gjorde begge delene, ikke sant? (E: Ja) Så det vil si at noen av de gjorde begge delene, så tok jeg bare og fjernet noen av de på det de gjorde begge av. Så hvis det var tre som brant seg og falt i innsjøen, så tok jeg vekk tre på falt i innsjøen fordi da, fordi, liksom, da har de gjort begge, og så trenger jeg bare å telle de på en av plassene. Liksom, hvis åtte gjorde det og det (refererer til sjette punkt på oppgave 2), så fjerner jeg åtte fra den og så da har jeg det, ikke sant?

124 E: Okei, jeg må bare prøve selv..

125 J: Jeg kan ikke love at det er sånn det skal gjøres, men jeg føler det er noe riktig i det.

126 E: Jeg føler også, når du sier det sånn, så føler jeg at det er noe riktig i det.

127 J: Ja. Kan være at jeg bare er overconfident og at det er helt feil, men det er jo greit.

128 E: (noterer på kladdearket sitt. Lager en tilsvarende oversikt som Jonas har laget) I er innsjøen, b brennesler og v gikk seg vill.. Så liksom, det du gjorde var at.. hvis det er.. tre stykker av de brant seg både på brennesler og datt i innsjøen, så tok du bare på brennesler.. for eksempel

129 J: Ja

130 E: Og hvis.. fem av de.. falt i innsjøen og gikk seg vill, så tok du de liksom bare på vill?

131 J: Ja, noe sånt.

132 E: Og så er det de som brant seg og gikk seg vill.. nei, det.. så tok du det liksom også på der og, ja.. Og to av de tok du på et eller annet av de..

133 J: Ja

134 E: Og så plusset du det.. Nei, så tok du det vekk fra de, og så fikk du 25?

135 J: Ehe

136 E: Å, da blir det..

137 J: Jeg tror jeg fant ut av bøttegreia, skal vi se, se her.. det her er så.. det her er sånn oppgave de fleste har sett før, tror jeg. Skal vi se.. tar vi syv oppi der da blir det to..

138 E: (gjør ferdig utregningene sine på kladdearket) Ja, jeg tror du fikk riktig på den derre..

Oppgave 3

139 J: Jo, nå vet jeg det.. Okei, først fyller vi opp syveren.. og så heller du oppi femmeren, ikke sant? Det er sånn, det er ikke måleenheter, så du må liksom finne nøyaktig en meter, nei, en liter.. Og da, har du to oppi syv og så har du fem i fem, for jeg helte nettopp over fra, jeg fylte den og helte over sånn, ikke sant? Da har jeg to oppi der og fem oppi der. Og så.. shit, nå må jeg tenke. Jeg gjorde det her, det var mye lettere å gjøre det her i hodet. Jeg må tenke, okei, hva var det jeg tenkte? Vent litt..

140 E: Nøyaktig én liter med vann..

141 J: Jeg hadde kommet på en løsning! Vent litt, da.. (legger hodet ned på pulten) Ehm to.. nei, vent. To oppi der.. To.. Nei, hva, nå, nei, nei, nei, nei. Nå mistet jeg det.

142 E: Tror du var på riktig vei i hvert fall.

143 J: Jeg var på riktig vei, men så failet jeg.(lang pause) Okei. Syv…

144 E: Jo! Nei. Kanskje..

145 J: På en eller annen måte jeg fikk jeg tak i seks liter oppi der (peker på syvliteren). Og hvis du har seks liter oppi der, så kan du bare heller oppi det over der (peker på femliteren) og da har du nøyaktig én liter oppi der.

146 E: Ja

147 J: Men hvordan gjorde jeg det? Jeg husker ikke, jeg mistet det helt, jeg..

148 E: Skal vi se, da har du to liter og så fem oppi der..

149 J: Okei, hvis vi begynner å fylle opp femmeren..

150 E: Så hvis du.. nei

151 J: Er det mulig? Skal vi se..

152 E: Jo! Hvis du.. det du gjorde, liksom, med å ta.. først oppi der og så helle oppi der og så er det to liter igjen i den (peker på syvliteren) og så tar du.. fyller det opp.. og så heller du det som kom oppi her ut (peker på femliteren) og så heller du det over der (refererer til å helle to liter fra syveren til femmeren). Så fyller du den opp igjen (peker på syveren) og så heller du oppi (peker på femmeren) for da får du.. skal vi se, hvis du.. har to der (peker på femmeren) så får du.. shit, nei. Jeg hadde det inni hodet. Svarte! Hva var det jeg tenke? Åh, jeg må begynne å skrive ned. Okei, vent litt. Skal vi se, hvis du tar syv..

153 J: Altså, svaret er rett der, altså, jeg finner det bare ikke ut.. Vent litt (legger hodet ned på pulten) Nå må jeg tenke sånn skikkelig lurt her

154 E: Syv og så fem når vi starter (noterer på kladdearket sitt). Syv og helle oppi til den, så får den fem, så får den to, helle ut og helle over i den, så har den to, fylle opp syveren og helle oppi til den, så får den fem og så får den.. fire

155 J: Jeg føler at jeg har gjort denne her oppgaven før og at den er litt vanskelig.. Fikk du fire? Hvordan fikk du fire?

156 E: Hvordan jeg fikk fire? Jeg tok først, så tok jeg den og fylte den helt opp (refererer til syveren), helte over i den og så fikk jeg fem og så da hadde jeg to igjen, og så helte jeg ut det som var i den, liksom (refererer til femmeren) og så helte jeg det over i den (refererer til de to literne som var igjen i syveren) og så tok jeg den og så fylte helt opp (refererer til syveren), helte over i den, og da, siden den har to, så får den jo tre liter og så blir det jo fire, da, siden det var syv, liksom.

157 J: Men hvor oppbevarte du den toliteren, da?

158 E: Toliteren? Eller, jo, det går i fem (refererer til den fulle syvliteren) og to går i fem (refererer til de to literne som er igjen i syvliteren etter å ha helt ut fem) to desili.. ja, to liter mener jeg, og så liksom, siden du da heller på..

159 J: Jo jo jo, vent, nå skjønner jeg.. jo, jo.. der har du noe.

160 E: Så får jo den fem og så tar du liksom tre og så får du fire. Og så.. ja, og så kom jeg ikke lengre. Så tror jeg du kanskje gjør det samme, skal vi se, hva skjer hvis du gjør det samme, så tar du det ut igjen, så tar du fire oppi her (refererer til femliteren)

161 J: Jo, der har du det! Du har det der.

162 E: Så hvis du da heller fra den første så blir det seks..

163 J: Fire oppi her.. (kladder på kladdearket)

164 E: Så hvis du heller oppi, så blir det fem og så seks her

165 J: Og hvis du nå tømmer femmeren og heller det som er seks oppi femmeren, så har du én liter oppi syveren nå (peker på lista som Erik har laget på kladdearket sitt)

166 E: Ja

167 J: Og da har du en liter

168 E: Ja, så..

169 J: Men hvordan skal du skrive det, da, det er jo..

Intervju

170 A: Nei, men det er helt.. helt topp, det. Jeg har, jeg har det jo på film, liksom, når dere prater, så.. Mhm. Kjempebra! Jeg er imponert! Mhm. Skal vi se.. så hadde jeg bare noen få spørsmål helt til slutt. Ehh.. Jeg lurer på, hvilken oppgave syntes dere var den vanskeligste?

171 J: På en måte bøttene helt til vi fant ut av det, da. Men..

172 E: Ja, når man liksom finner ut hvordan man skal gjøre det med bøttene, så blir jo den ganske lett

173 J: Ja

174 E: Men, liksom..

175 J: Hvis ikke var det den speiderturen

176 E: Ja

177 J: Den er litt sånn forvirrende, på en måte

178 E: Ja (ler)

179 A: Mhm.. Hvorfor ville dere sagt bøttene? Var det vanskelig å komme i gang med den, på en måte?

180 E: Vel, det er vel sånn, at når man tenker sånn.. jeg vet ikke, sånn jeg, for meg, jeg er sånn, jeg tenker sånn at jeg trenger egentlig bare, hvis jeg skal bruke noe, og finne ut hvor mye vann jeg trenger, så trenger jeg bare, liksom, noe med en måleenhet å bruke, da. Så i stedet for å bruke bøtter, så da blir det liksom litt sånn man tenker, sånn at «Å, det blir litt vanskelig å finne ut en sånn, da.» Liksom finne ut svaret på den, hvis man ikke har noe å måle med. Så jeg tenker liksom at da tenker man, man kommer til oppgaven og så tenker man sånn «Ja okei, denne her blir litt vanskelig», så er det egentlig bare et enkelt, en enkel løsning for det. Det er bare det at det blir litt mye å gjøre. Så.. tenker man at det blir litt vanskeligere.

181 A: Ja.. Så bra. Hvilken oppgave syntes dere var den letteste?

182 E: Jeg tenker kanskje den med kvadratene, fordi, liksom, man må jo egentlig bare, liksom, man kan jo egentlig bare telle de. Det kan bli litt mye å telle, liksom, man kan jo komme ut av det og sånn, men.. Jeg ville sagt at den er lettest hvis.. ja.

183 J: Ja,enig.

184 A: Ja

185 E: For det er ikke så mye regning på den, egentlig bare telling, eller.. ja. Man kan jo regne seg frem til svaret og, men..

186 A: Så bra, da har dere jo egentlig sagt hvorfor også, fordi dere kan telle på figuren, liksom, dere har noe konkret. Mhm.. skal vi se.. Jeg har kopiert opp noe fra Faktor 3, noen oppgaver. Dere skal ikke løse de, altså, det er bare, jeg vil bare at dere skal se på de og så lurer jeg på

om man må jobbe.. Må man jobbe noe annerledes når man skal jobbe med sånne oppgaver som er på arket der, eller de som dere nettopp gjorde? Hva er det som er.. er det noe som er likt, er det noe som er forskjellig?

187 J: Dette er jo sånn likninger og sånn greier. Og vi satte ikke opp noen likninger på noen av de her oppgavene, tror jeg. Og så, sannsynlighet og sånn, det er det ikke så mye av, det heller.

188 A: Nei.. det er forskjellige sånn, regnearter eller sånn.. eller tema eller sånn.. Kan dere løse de på hvilken som helst måte som dere vil? De.. fra Faktor?

189 J: Vel, det står konkret i oppgaven, at du skal bruke.. sette opp en likning.. og finne ut av svaret

190 E: Du kan vel også gjøre det i hodet

191 J: Men du ville ikke fått alt riktig på selve oppgaven må du regne med

192 E: Nei

193 J: Hvis det står hva du må gjøre.. Det står gjøre en annen dings og..

194 E: Hvis du bare skal løse den for å finne ut alderen, for eksempel på den første oppgaven, alderen de sine, så kan man jo bare bruke i hodet, men hvis man, liksom, skal gjøre det på en prøve eller noe sånt, så må man jo ha utregning og sånne ting, så da.. man kan løse det som man vil, det er bare det at, man løser liksom etter hvem som skal se på svaret etterpå, da.

195 A: Ja, det har nok litt å si. Yes, det var veldig fint, jeg kan bare ta inn igjen de arkene. Skal vi se, jeg har to spørsmål til, jeg lurte på hva tenker dere at man kan gjøre hvis man blir sittende helt fast når man jobber med en sånn problemløsningsoppgave?

196 E: Liksom, hva vi kan gjøre for å finne ut av svaret, eller liksom hva vi kan..

197 A: Ja, eller for å komme videre. Hvis du sitter i klasserommet og jobber med en sånn oppgave og så prøver du noe og det funket ikke. Hva da?

198 J: Gå videre til en annen oppgave eller tenk på noe annet, så kanskje du kommer på noen nye ideer til seinere.. på en måte

199 E: Altså hvis man sitter fast og bare ikke klarer å finne ut av noe, så må man jo bare kanskje ta en pause og så ikke, liksom, stresse så veldig over det

200 J: Og så er det bare å ikke gi opp.

201 E: Ja. Liksom sånn.. altså hvis man prøver å finne ut av det og føler man er på god vei, så kanskje skrive ned det du tenker er riktig måte å gjøre det på, sånn at, for eksempel på de bøttene, så.. Vi kom jo på hvordan vi kunne gjøre det, det var bare det at vi tenkte på det inni hodet og så skrev vi det liksom ikke ned, så vi glemte det liksom vekk ganske fort igjen. Så, ja..

202 A: Mhm. Det er et lurt tips. Skal vi se, la oss si at det er en elev som heter Per, og så ser han på en oppgave og så tenker han at den ser litt vanskelig ut. Tror dere det har noe å si hva Per tenker om han klarer å løse oppgaven, for om han klarer å løse oppgaven?

203 E: Det har veldig mye å si

204 A: Nå stilte jeg kanskje spørsmålet litt rart, eller fikk dere.. skjønte dere

205 E: Jeg skjønte det

206 J: Jeg skjønte sånn cirka jeg og.. Altså hvis han ser negativt på oppgaven, så kan det gjøre at han ikke klarer det i det hele tatt, hvis det var sånn du mente.

207 A: Ja, om han tenker liksom at jeg kan få.. ja, om han tenker at han kan få den til eller ikke, liksom. Om det har mye å si for om han får det til.

208 J: Ja, hvis du bare er positiv, så er det nok litt lettere.

209 A: Mhm

210 E: Ja.. Hvis man kommer negativt, liksom, til oppgaven, så kan man tenke liksom at «Nei, dette klarer jeg ikke» og så kan det være at man ikke bare prøver, da.

211 A: Gir opp litt fortere, kanskje?

212 E: Ja.. Og da kan det være, liksom, for eksempel, man ikke klarer å komme frem til svaret for man tenker sånn «Nei, jeg klarer ikke dette» og så gidder man ikke tenke sånn ordentlig på det, sånn hva svaret kan være, og så hvordan man skal løse det og sånn

213 A: Mhm.. Det er mye bra. Det var egentlig det jeg hadde, så jeg ville bare si tusen takk for at dere kunne hjelpe meg, håper dere synes det var litt okei å jobbe med litt annerledes oppgaver

10.9 Godkjenningsvedtak fra NSD

NSD

Per Sigurd Hundeland
Institutt for matematiske fag Universitetet i Agder
Serviceboks 422
4604 KRISTIANSAND S

Vår dato: 13.03.2017 Vår ref: 52633 / 3 / STM Deres dato: Deres ref:

TILBAKEMELDING PÅ MELDING OM BEHANDLING AV PERSONOPPLYSNINGER

Vi viser til melding om behandling av personopplysninger, mottatt 31.01.2017. Meldingen gjelder prosjektet:

52633	*En studie av et utvalg tiendeklassingers problemløsningsstrategier i matematikk*
Behandlingsansvarlig	*Universitetet i Agder, ved institusjonens øverste leder*
Daglig ansvarlig	*Per Sigurd Hundeland*
Student	*Anne G. Karlsen*

Personvernombudet har vurdert prosjektet og finner at behandlingen av personopplysninger er meldepliktig i henhold til personopplysningsloven § 31. Behandlingen tilfredsstiller kravene i personopplysningsloven.

Personvernombudets vurdering forutsetter at prosjektet gjennomføres i tråd med opplysningene gitt i meldeskjemaet, korrespondanse med ombudet, ombudets kommentarer samt personopplysningsloven og helseregisterloven med forskrifter. Behandlingen av personopplysninger kan settes i gang.

Det gjøres oppmerksom på at det skal gis ny melding dersom behandlingen endres i forhold til de opplysninger som ligger til grunn for personvernombudets vurdering. Endringsmeldinger gis via et eget skjema, http://www.nsd.uib.no/personvern/meldeplikt/skjema.html. Det skal også gis melding etter tre år dersom prosjektet fortsatt pågår. Meldinger skal skje skriftlig til ombudet.

Personvernombudet har lagt ut opplysninger om prosjektet i en offentlig database, http://pvo.nsd.no/prosjekt.

Personvernombudet vil ved prosjektets avslutning, 15.06.2017, rette en henvendelse angående status for behandlingen av personopplysninger.

Vennlig hilsen

Kjersti Haugstvedt

Siri Tenden Myklebust

Kontaktperson: Siri Tenden Myklebust tlf: 55 58 22 68

Dokumentet er elektronisk produsert og godkjent ved NSDs rutiner for elektronisk godkjenning.

NSD – Norsk senter for forskningsdata AS
NSD – Norwegian Centre for Research Data
Harald Hårfagres gate 29
NO-5007 Bergen, NORWAY
Tel: +47-55 58 21 17
Faks: +47-55 58 96 50
nsd@nsd.no
www.nsd.no
Org.nr. 985 321 884

Personvernombudet for forskning

Prosjektvurdering - Kommentar

Prosjektnr: 52633

Utvalget informeres skriftlig og muntlig om prosjektet og samtykker til deltakelse. Informasjonsskrivet er godt utformet.

Vi minner om at ved videoobservasjon eller (personidentifiserbare) lydopptak av fellesareal i skole må forskere og studenter sørge for et alternativt opplegg for elever som ikke skal delta i forskningen. Dette fordi elever skal kunne delta i sine vanlige aktiviteter uten at det registreres personopplysninger til forskning. Når videoobservasjonen også innebærer lydopptak er det ikke tilstrekkelig å plassere kamera slik at elever ikke filmes. Elevene som ikke deltar i forskningen må få være i annet rom (f.eks. hos parallellklassen), slik at de kan delta muntlig i undervisningen uten at deres stemmer registreres.

Personvernombudet legger til grunn at student etterfølger Universitetet i Agder sine interne rutiner for datasikkerhet. Vi legger til grunn at bruk av privat pc/mobil lagringsenhet er i tråd med disse.

Forventet prosjektslutt er 15.06.2017. Ifølge prosjektmeldingen skal innsamlede opplysninger da anonymiseres. Anonymisering innebærer å bearbeide datamaterialet slik at ingen enkeltpersoner kan gjenkjennes. Det gjøres ved å:
- slette direkte personopplysninger (som navn/koblingsnøkkel)
- slette/omskrive indirekte personopplysninger (identifiserende sammenstilling av bakgrunnsopplysninger som f.eks. bosted/arbeidssted, alder og kjønn)
- slette digitale lyd-/bilde- og videoopptak