Masteroppgave

Lærerstudenters forståelse av areal og omkrets.

En dialogisk tilnærming til problemløsning i smågrupper.

Av Eivind Haukebøe Vik

Veileder:
Hans Erik Borgersen

Universitetet i Agder, Kristiansand

8. juni 2009

Forord

Denne masteroppgaven avslutter min til sammen seksårige utdanning. Jeg startet med å gå fire år på lærerhøyskolen, før jeg nå har brukt to år på å få en master i matematikkdidaktikk. Denne avsluttende oppgaven ser på lærerstudenter og deres forståelse, noe jeg ble interessert i etter å ha gått på lærerhøyskolen selv. Arbeidet med masteroppgaven og det temaet jeg valgte, synes jeg har vært veldig spennende og lærerikt.

Jeg vil takke alle som har hjulpet meg i arbeidet mitt med oppgaven. Jeg vil takke lærerhøyskolen som lot meg få gjøre mine undersøkelser på deres studenter og ikke minst de studentene som våget å bli med på undersøkelsen og lot meg få innsikt i deres kunnskap og forståelse. En stor takk går til veilederen min, Hans Erik Borgersen. Han har hatt god oversikt og kontroll på oppgaven og fått meg på rett spor hvis jeg har sporet litt av. Takk for at du satte stramme tidsfrister slik at jeg ble ferdig i god tid før fristen. Takk til min mor, Elin Hansen Vik, for korrekturlesing mellom retting av stiler fra egen klasse. Til slutt vil jeg takke min kone Heidi, som har motivert meg og, ikke minst, når jeg har følt motgang fortalt meg at i hvert fall *hun* synes jeg er flink.

Kristiansand, mai 2009

Eivind Haukebøe Vik

Sammendrag

Denne masteroppgaven har tittelen Lærerstudenters forståelse av areal og omkrets. I arbeidet med oppgaven har jeg prøvd å identifisere forståelsen til et utvalg av lærerstudenter ved en lærerhøyskole i Nord-Norge.

Problemstilling

- Hvilken forståelse har lærerstudentene i undersøkelsen av begrepene areal og omkrets?

Metode

For å kunne svare på problemstillingen benyttet jeg en kvalitativ etnografisk metode. Jeg observerte undervisningen som studentene fikk og videofilmet i tillegg en sekvens der studentene jobbet med problemløsningsoppgaver i smågrupper.

Resultat

Da filmingen av smågruppene ble lagt til studentenes fritid, ble oppmøtet preget av studenter som var motivert for og likte matematikk. Det førte til at spriket mellom observert forståelse i undervisningen og forståelsen som ble observert i gruppearbeidet ble stort. Dermed ble inntrykket av de to innsamlede dataene veldig forskjellig.

I undervisningen fikk jeg inntrykk av at studentene satt inne med en instrumentell forståelse av matematikk. De ble provosert da læreren prøvde å undervise for at de skulle få en relasjonell forståelse, og viste direkte uvilje mot å lære dette. Nesten hver forelesningstime måtte læreren forklare dem at de skulle ut og undervise i matematikk, og at de da trengte å kunne mer enn reglene, de måtte også vite hvorfor reglene er slik de er. I seminartimene observerte jeg studenter som rotet med reglene for brøkregning og slet med å stille opp og løse ligninger.

I gruppearbeidet med problemløsningsoppgavene så jeg studenter som ikke bare hadde instrumentell forståelse av areal og omkrets, men også en relasjonell forståelse. Det kom mange eksempler som viste gode resonnement fra studentene, som klarte å bygge opp ny kunnskap og forståelse av areal og omkrets ved å bruke kunnskap de hadde fra før. Her fikk jeg også se eksempler der det å jobbe i smågrupper kan være meget positivt for at studenter kan utforske og løse problemløsingsoppgaver og utvikle relasjonell forståelse.

Summary

This thesis has the title “Preservice teachers understanding of area and perimeter”. In this thesis I have tried to identify the understanding to a group of preservice teachers in a teacher school in the northern part of Norway.

Research question

- Which understanding do the preservice teachers in this thesis have of the concepts area and perimeter?

Method
To answer my research question I used a qualitative ethnographic method. I observed the teaching of the course and videotaped the students when they worked in small groups on problem solving tasks.

Results
The videotaping had to be done on the student’s spare time, which affected what kind of students that wanted to anticipate. Almost all the students that came were students who liked and had a positive attitude towards mathematics. This fact led to a clear leap between the understanding observed in the teaching of the class and my videotaping of the small groups. Therefore the two pieces of collected data turned out very different.

In the teaching of the class I almost just identified an instrumental understanding. The students became provoked when the teacher tried to teach for a relational understanding, and showed ill will in learning this. Almost every lesson the teacher explained the students that when they were going to teach mathematics themselves, they had to know more than just rules, they had to understand why the rules are like they are. In the seminar lessons I observed that the students had big problems with the rules of fractions and how to solve an equation.

When the students worked in small groups whit problem solving tasks I identified students that didn’t just have an instrumental understanding of area and perimeter, but also a relational understanding. I saw many examples of good reasoning, and the students managed to build new knowledge and understanding from “old” knowledge. I also saw that working in groups can be very positive when students solve and explore problem solving tasks and tries to build a relational understanding.

Innholdsfortegnelse

1 Innledning

Denne masteroppgaven er en studie av lærerstudenter ved en lærerhøyskole i Nord-Norge. Med oppgaven vil jeg undersøke hva slags kunnskap og forståelse studentene har av emnene areal og omkrets. Det vil jeg gjøre ved å gi dem problemløsningsoppgaver som de skal samarbeide om i smågrupper. Oppgavene skal bli gitt til studenter som går første året på allmennlærerutdanningen. Matematikkfaget der jeg skal gjøre mine undersøkelser, Matematikk 1, er obligatorisk for alle studenter som skal bli allmennlærere. Jeg håper oppgaven kan gi et innblikk i hvilke utfordringer og problemer studentene møter når de skal ta matematikk på lærerhøyskolen. Jeg vil også prøve å se om nivået til studentene er tilfredsstillende med tanke på at de skal ut i skolen og undervise i matematikk. I dette kapittelet kommer jeg til å forklare hvorfor jeg valgte å skrive en masteroppgave basert på det temaet jeg valgte. Deretter vil jeg definere og forklare problemstillingen min før jeg sier litt om forventningene mine til oppgaven. Kapittelet vil bli avsluttet med en kort gjennomgang av hvordan resten av masteroppgaven er bygd opp.

1.1 Valg av tema

Det er tre hovedgrunner til at jeg valgte det temaet som jeg gjorde. Den første hovedgrunnen kommer fra MERG-oppgaven min. Dette var en oppgave vi skrev i faget Læring og undervisning av matematikk ved Universitetet i Agder. MERG står for "Mathematics Education Research Group", og innebar at vi, to og to, skulle ut å filme i et klasserom for senere å skrive oppgave om det. Jeg endte opp med å skrive om begrepskunnskap og prosedyrekunnskap om emnet omkrets. Jeg synes dette var interessant å få innsikt i, og gjennom arbeidet fikk jeg interesse for å skrive om areal og omkrets. Jeg fikk observert hvordan en lærer behandlet dette emnet og fikk se både positive og negative elementer knyttet til hvordan læreren underviste.

Den andre hovedgrunnen til at jeg valgte å skrive om dette temaet, er at jeg selv har lærerhøyskolebakgrunn. I både Matematikk 1, 2 og 3 så jeg studenter som, etter min mening, hadde en kunnskap og forståelse som ikke holdt til å skulle undervise i grunnskolen. Det gjaldt blant annet i Matematikk 2, der mange av studentene ikke skjønte at brøken 4/2 kunne skrives som tallet 2, og kjeftet på læreren fordi han ikke forklarte godt nok. Jeg ønsket å se om det nivået jeg observerte på lærerhøyskolen hadde blitt bedre etter at karaktergrensen for å komme inn har blitt skjerpet i norsk og matematikk.

Den siste hovedgrunnen til at jeg valgt akkurat dette temaet er en artikkel jeg fant da jeg lette etter forskningsartikler til MERG-oppgaven min. Den var skrevet av Ramakrishnan Menon (1998). I artikkelen gjorde han en undersøkelse blant lærerstudenter ved Ohio State University i USA. Han gav dem problemløsningsoppgaver som han senere analyserte for å se om studentene hadde prosedyre- eller begrepskunnskap. Da jeg fant artikkelen, fikk jeg veldig lyst å se på kunnskapen til lærerstudenter i Norge, med tanke på det jeg hadde observert selv på lærerhøyskolen og det jeg hadde sett da vi samlet inn data og jobbet med MERG-oppgaven.

Da jeg skulle bestemme meg for endelig tema for masteroppgaven, var det ganske enkelt, basert på de tre hovedgrunnene mine. Jeg ville fortsette å se på det jeg hadde gjort på MERG-oppgaven min. Jeg ville fokusere på lærerstudenter, og synes Ramakrishnan Menon (1998) hadde gjort dette på en interessant måte. Samtidig er temaet som går på kunnskap og forståelse noe jeg har bruk for å kunne mer om da jeg selv skal ut å undervise i skolen. Dette førte til at jeg kom frem til en problemstilling jeg følte var interessant og som jeg kunne bruke et helt år på å fordype meg i.

1.2 Problemstilling

Som nevnt ovenfor ville jeg undersøke lærerstudenter og deres forståelse, samtidig som jeg jobbet videre med det jeg hadde fått god innsikt i da jeg jobbet med MERG-oppgaven, altså omkrets. Dette førte til at jeg kom frem til problemstillingen:

- Hvilken forståelse har lærerstudentene i undersøkelsen av begrepene areal og omkrets?

Problemstillingen mener jeg er interessant både for lærere på i lærerutdanning samt lærere som driver undervisning i grunnskolen og i den videregående skole. Da det er første års studenter i min undersøkelse, vil mye av deres forståelse og kunnskap komme fra det studentene har lært før de kommer til lærerhøyskolen, det vil si det de har lært i grunnskolen og i videregående. Det er bakgrunnskunnskapene til studentene som blir mest avgjørende for hvilken forståelse jeg kommer til å identifisere i mine undersøkelser. Det mest interessante blir å se om denne forståelsen er instrumentell eller relasjonell. Dette er begreper som vil bli gjort rede for i neste kapittel.

1.3 Min forhåndsforståelse av problemstillingen

Det har ofte vært hevdet i media at studentene på lærerhøyskolen er for dårlige faglig, spesielt i matematikk og norsk. Det gjør masteroppgaven min enda mer interessant og aktuell. En av de siste meningene som er kommet frem om matematikkfaget og lærere, var i Utdanning (2009). Der er det gjort et intervju med Ronald Bradal som har vært lærer ved Høgskolen i Hedmark. I intervjuet hevder Bradal at 8 av 10 studenter ved allmennlærerutdanningen har for dårlige bakgrunnskunnskaper når de begynner på utdanningen. Han hevder videre at det er en umulig oppgave å få disse studentene opp på et forsvarlig nivå. Intervjuet ble gjort etter at norske elever gjorde det veldig dårlig på Timss-undersøkelsen 2007. Han er glad for at de norske Timss-resultatene er blitt litt bedre, men vi ligger fortsatt langt under gjennomsnittsnivået til de andre landene som er med. Bradal sier han fikk sjokk da han oppdaget at mange av studentene ved lærerutdanningen kunne mindre matematikk enn elevene han hadde hatt på ungdomsskolen. Han mener situasjonen på lærerutdanningen er prekær og forklarer at når mange av studentene er uenig i at 1,6 er større enn 1,35, er situasjonen veldig alvorlig. Bradal mener at noe av forklaringen kan være at elever som er flinke i realfag ikke søker seg inn på lærerutdanningen. Han mener det er positivt at inntakskriteriene er blitt skjerpet, og han har sett en liten forbedring. Samtidig forklarer han at det ikke hjelper å sette opp inntakskravene når kravene til å få gode karakterer i videregående er redusert. Det at lærerhøyskolene blir straffet økonomisk hvis studentene slutter, ser han på som en negativ måte gjøre det på. Han mener da at lærerhøyskolene finner nye måter å evaluere studentene på, slik at de skal unngå å stryke dem. Han mener en lærer må ha solide faglige kunnskaper for å hjelpe elevene til å se helheten i faget.

Observasjonene gjort av Bradal stemmer med egne observasjoner da jeg tok matematikkfordypning på lærerhøyskolen. Jeg mener at for å forbedre resultatene på Timss-undersøkelsen, må man gjøre noe med kvaliteten på grunnutdanningen i skolen. En av løsningene for å få dette til, er å utdanne lærere med bedre grunnforståelse i matematikk. Som jeg skal komme inn på senere i denne oppgaven, er noen av de observasjonene jeg gjorde under denne masteroppgaven ganske skremmende når man tenker på at dette er studenter som skal bli lærere og kanskje undervise i matematikk.

I bladet Utdanning (2009) på side 17, står en artikkel om at norske elever mangler grunnforståelse for matematikk. I artikkelen kommer det frem at det i Norge gjennomføres mer individuelt arbeid enn i resten av landene som deltok i Timss-undersøkelsen. Forskere har pekt på at bruken av arbeidsplaner og studietimer kan føre til at det blir for mye individuelt arbeid i den norske skolen. De mener den kan ta opp plass som kunne vært brukt til deltagelse og kommunikasjon. Det som menes med at individuelt arbeid er negativt, er at det stiller store krav til elevers selvinnsikt og evne til å strukturere arbeid, noe som kan være spesielt krevende for svake elever.

1.4 Deltakerne i undersøkelsen

Som nevnt går deltakerne på undersøkelsen min første året på allmennlærerutdanningen. I dette kullet er det ca. 55 studenter. De har 4 forelesningstimer og 4 seminartimer i uken med matematikk. Seminartimene er obligatoriske og det føres fravær, mens forelesningene er frivillig. Studentene er samlet når det er forelesninger, men deles i to når det er seminartimer. De blir delt i seminargruppe A og B. De er ca 27-28 stykker på hver av disse gruppene. I forelesningene er det en gjennomgang av ulike emner, mens det fokuseres på oppgaveløsning i seminargruppene. Studentene har ulik bakgrunn i matematikk. Noen har bare ett år matematikk fra videregående, mens andre har valgt fordypning over tre år. Felles for alle er at de må ha karakteren 3 eller bedre for å komme seg inn på lærerhøyskolen.

1.5 Masteroppgavens oppbygning

Masteroppgaven består av seks kapitler. I det neste kapittelet vil teori og forskningsresultater bli presentert. Teorikapittelet er delt inn i tre hoveddeler. Den første delen tar for seg teori og forskning om kunnskap og forståelse. Den andre tar for seg forskning som er gjort på areal og omkrets, mens den siste delen tar for seg forskning som er gjort på lærerstudenters forståelse av areal og omkrets. Dette er temaer og teori som er relevant for oppgaven. I tredje kapittel kommer en presentasjon av metodene jeg brukte for å kunne svare på problemstillingen. Jeg vil også presentere hvordan jeg i utgangspunktet planla å utføre mine undersøkelser og hvordan disse undersøkelsene til slutt ble utført. I fjerde kapittel kommer en presentasjon av datamaterialet og en analyse av det. Dette kapittelet glir så over i et kapittel der funnene vil bli diskutert. Jeg vil avslutte oppgaven og konkludere arbeidet mitt ved å besvare problemstillingen min. Jeg vil også presentere noen pedagogiske implikasjoner og forslag til videre forskning, før jeg helt til slutt reflekterer litt over eget arbeid.

2 Teoretisk bakgrunn

I dette kapittelet presenteres tidligere litteratur som er relevant for oppgaven. Kapittelet er delt inn i tre hoveddeler. Kapittel 2.1 tar for seg litteratur som angår forståelse og kunnskap. Kapittel 2.2 tar for seg forskning som er gjort på undervisning av areal og omkrets, mens kapittel 2.3 tar for seg forskning som er gjort på lærerstudenters forståelse av areal og omkrets. Kapittelet avrundes med å oppsummere og sette fokus på det jeg mener er spesielt viktig for masteroppgaven, som er lærerstudenters forståelse av areal og omkrets.

2.1 Kunnskap og forståelse

Hvordan elever forstår, og ulike typer forståelse og kunnskap, har preget en rekke artikler i mange år. I 1986 kom en betydningsfull bok om *prosedyrekunnskap* og *begrepskunnskap* i matematikk redigert av Hiebert (1986). Begrepskunnskap ble definert som kunnskap som er rik på sammenhenger. I innledningskapittelet forklarte Hiebert og Lefevre (1986) at man kunne tenke på begrepskunnskap som et koblet nett av kunnskap. En enhet av begrepskunnskapen kan ikke være en isolert bit av kunnskap, det er bare begrepskunnskap hvis den som har kunnskapen er klar over hvilke relasjoner den biten av kunnskap har til annen kunnskap. Prosedyrekunnskap er bygd opp av to adskilte deler. En del er kjennskap til symbolene som matematikken er bygd opp av og hvordan man bruker de korrekt. Den andre delen består av regler, algoritmer eller prosedyrer som brukes til å løse oppgaver. Hiebert og Lefevre påstår at prosedyrer kan læres med og uten mening, men at de prosedyrene som har mening er prosedyrene som er forent med begrepskunnskap. Videre påstås det at begrepskunnskap *må* læres med mening, mens prosedyrekunnskap *kan* læres med mening, men ikke behøver det. Pugging er også med på å beskrive forskjellen på de to forskjellige typene av kunnskap. Mens prosedyrekunnskap kan være, og som oftest er, lært ved pugging, kan ikke begrepskunnskap læres ved pugging ene og alene. Det er derimot ikke sånn at kunnskap enten er begrepskunnskap eller prosedyrekunnskap. Det er ytterpunktene, og kunnskap er ikke alltid lett å kategorisere som det ene eller det andre. Det kan også ligge en plass mellom disse to begrepene. En blanding av prosedyrekunnskap og begrepskunnskap kan i mange tilfeller være det mest fordelaktige. Begrepskunnskap styrker en allerede etablert prosedyrekunnskap og omvendt. Begrepskunnskapen styrker meningen av symbolene og gjør at prosedyrer kan bli husket mer effektivt, mens prosedyrekunnskapen gir begrepskunnskapen et formelt språk og algoritmer, slik at begrepskunnskapen blir mer anvendelig.

Begrepskunnskap og prosedyrekunnskap er to begreper som beskriver to typer kunnskap. En artikkel som har blitt veldig viktig og mye referert opp gjennom årene, er Skemp (1976). I denne artikkelen kommer han frem med to forskjellige typer av forståelse, nemlig *instrumentell forståelse* og *relasjonell forståelse*. Sammenhengen mellom de fire ulike begrepene er ganske enkel å se. La oss først se på hvordan Skemp ser på instrumentell- og relasjonell forståelse. En elevs forståelse av et emne i matematikken kan være instrumentell eller relasjonell. Hvis en elev har en instrumentell forståelse, vet denne eleven hva man skal gjøre, men han kan ikke forklare hvorfor. Dette beskriver Skemp som regler uten forklaring eller begrunnelse. Hvis en elev derimot har relasjonell forståelse, vet eleven hva han skal gjøre og hvorfor han må gjøre akkurat dette i den aktuelle situasjonen. I artikkelen sier Skemp at relasjonell forståelse er det han alltid har ment *er* forståelse, mens han ikke for lenge siden ikke ville kalle instrumentell forståelse for forståelse. Han mener mange lærere og elever refererer til instrumentell forståelse når de mener de forstår. For mange handler forståelse om å huske en regel og kunne bruke denne. Han har et eksempel om en elev som skal lære seg å regne areal. Eleven har vært borte og skjønner ikke når læreren forklarer at arealet av et rektangel er gitt ved A=L*B. Læreren forklarer eleven at man finner arealet til et rektangel ved å ta lengden gange bredden. Eleven sier at nå forstår han og begynner med oppgavene. Hvis man nå skulle si til eleven at han kanskje tror han forstår, men egentlig ikke gjør det, vil eleven si seg uenig. Begrunnelsen til eleven er jo at han har fått rett på alle oppgavene. Dette mener Skemp er symptomatisk for mange elever i dag. Det verste er at mange elever er ute etter akkurat denne forståelsen. De vil ha en regel slik at de kan finne rett svar. Hvis de får rett svar, er de fornøyd og bryr seg ikke om hvorfor det fungerer. De bryr seg heller ikke om å høre etter når læreren prøver å forklare hvorfor denne regelen fungerer i denne situasjonen.

Skemp diskuterer fordeler både ved instrumentell- og relasjonell forståelse. Han kommer med tre fordeler ved å undervise for instrumentell forståelse. Det første er at matematikk som blir undervist for en instrumentell forståelse er lettere å oppnå. Så hvis målet et at elevene skal klare å finne rett svar på oppgaver, vil man oppnå dette raskere ved å bruke en instrumentell tilnærming. For det andre vil matematikk som blir forstått instrumentelt gi resultater for elevene mye raskere. Dette fører til at elevene får mestringsfølelse og økt selvtillit, noe som er veldig viktig i matematikk, og i andre fag. Til sist fremhever han at elever kan finne svaret mye raskere ved matematikk de har en instrumentell forståelse av, rett og slett fordi det er mindre kunnskap involvert. Så kommer Skemp med fordelene ved å undervise for relasjonell forståelse. Der nevner han fire viktige grunner. Han starter med å forklare at denne forståelsen er lettere å tilpasse til nye oppgaver. Dette fordi man vet hva man skal gjøre og hvorfor man skal gjøre akkurat det. På den måten kan man tilpasse den kunnskapen man har til nye oppgaver som skiller seg litt fra de man har jobbet med før. Den andre grunnen er at selv om matematikk som blir undervist for at elevene skal få en relasjonell forståelse tar lengre tid å lære, er den lettere å huske. Her kommer Skemp med et godt eksempel. Hvis man har instrumentell forståelse må man huske en formel for rektangel, en annen for trekant, en annen igjen for trapes osv., mens man i relasjonell forståelse ser alle disse arealene i sammenheng med arealet til rektangelet. Det er selvfølgelig viktig å kunne alle reglene. Men i tillegg til alle reglene sørger relasjonell forståelse for at man kan knytte disse sammen og klarer å se en generell sammenheng mellom disse som kan være lurt å ha med seg videre. Relasjonell forståelse gjør også at behovet for ekstern belønning blir mye mindre, fordi det å få relasjonell kunnskap er motivasjonsfaktor i seg selv. Det er noe som dyrker seg selv da elevene blir nysgjerrige og ivrige etter å lære mer.

Selv om relasjonell forståelse virker som den forståelsen vi som lærere vil oppnå hos elevene våre, er det mange lærere som underviser matematikk slik at elevene får en instrumentell forståelse. Skemp kommer med noen grunner for hvorfor han tror det er slik. Han mener at mange ikke underviser for at elevene skal få relasjonell forståelse da det tar for lang tid å oppnå. Andre velger det bort fordi de mener at det blir for vanskelig for elevene å forstå. De underviser derfor bare reglene og ferdighetene slik at elevene skal gjøre det bra på prøver senere. Det er også en gruppe lærere som velger å undervise matematikken instrumentelt da alle de andre lærerne på skolen gjør det. For å gi et bilde på forskjellen mellom de to måtene å undervise i matematikk på, kommer Skemp med et eksempel fra dagliglivet. Han forteller om at da han kom til en ny by lærte han seg fort veien fra hjemmet sitt til jobben. Det Skemp så gjorde, var å utforske byen mer grundig for å prøve å få seg et mer oversiktlig bilde av byen. Dette er hans bilde på forskjellen mellom instrumentell og relasjonell forståelse. Undervisning som fører til instrumentell forståelse av matematikk består i å lære seg flere spesifikke fremgangsmåter, altså hvordan komme seg hjemmefra til jobb eller butikken. Man ser ikke sammenhengen mellom to ulike ruter og klarer ikke å finne nye ruter uten hjelp. En undervisning som fører til relasjonell forståelse av matematikk derimot, består i å lære elever begreper og strategier slik at eleven kan komme frem til flere måter å ta seg fra en plass til en annen. Hvis veien på tur til jobb av en eller annen grunn var stengt, ville eleven med instrumentell forståelse bli sittende å vente til veien åpnet seg igjen, mens eleven med relasjonell forståelse bare hadde svingt av og funnet en annen rute til jobb.

Som vi ser kan vi sammenligne begrepskunnskap med relasjonell forståelse og prosedyrekunnskap med instrumentell forståelse. Som vi så ovenfor, beskriver Hiebert og Lefevre prosedyrekunnskap som prosedyrer uten mening. Dette passer bra til Skemp sin definisjon på instrumentell forståelse som en forståelse for hva man skal gjøre, men ikke hvorfor man gjør det. Man kan si at en instrumentell forståelse av matematikken fører til prosedyrekunnskap. På samme måte kan man si at en relasjonell forståelse av matematikken fører til begrepskunnskap. Begrepskunnskap og relasjonell forståelse er definert slik at man ser sammenhenger mellom kunnskapen man har. Hvis en person har begrepskunnskap og relasjonell forståelse trenger han ikke prøve å gjenkalle formler eller regler, men bruker et rikere nett av kunnskap for å svare på oppgavene.

”To me mathematics is a maze. Learning it is like finding pathways through the maze by making thoughts make sense, and creating new ideas”. Slik begynner artikkelen til Reason (2003, s.1). Hun sammenligner det å lære matematikk med å være i en labyrint, der målet er å etablere et kart i hodet om hvordan alle veiene henger sammen, eller, som hun mener, begrepene i matematikk. Hun er også veldig klar på at hun har sitt eget kart, dette kartet kan hun ikke prøve å gi rett til elevene sine. De må få tid til å lage sitt eget kart der de gjør egne koblinger av stier. Reason (2003) tar tak i Skemp sin artikkel fra 1976 som omhandler instrumentell- og relasjonell forståelse. Hun stilte seg spørsmålet om hva en lærer som vil bygge en relasjonell forståelse hos elevene, skal gjøre for å fremme slik læring i en sosial kontekst. Hun lagde stikkord som hun mente beskrev den ”instrumentelle lærer” og den ”relasjonelle lærer”. For eksempel så kan en relasjonell lærer forklare hvorfor ting er slik, det kan ikke en instrumentell lærer. En annen karakteristikk som skiller de to er at en relasjonell lærer tilpasser seg hver oppgave ved å bruke tidligere kunnskap, mens den instrumentelle læreren er veldig lite fleksibel i sine metoder. Reason følte en mangel ved Skemp sin teori. Hun opplevde av og til at hun trengte forståelse som verken var instrumentell eller relasjonell for å kunne løse en oppgave. Hun mente hun hadde en relasjonell forståelse av emnet som oppgaven omhandlet, men klarte likevel ikke å løse oppgaven. Hun mener at hun til slutt klarte å forstå denne oppgaven ved at hun brukte regler uten begrunnelse. Hun klarer altså å få en relasjonell forståelse bygd opp av en forståelse som opprinnelig var instrumentell. Dette passer ikke med Skemp sin teori om forståelse. Nå har man plutselig to kart over samme by som begge viser forskjellige ting, men med regler som gjør det slik at det ene kan lages i sin helhet ut fra den andre. Dette forandret hennes tenking om undervisning. Hun mener at elevene trenger både instrumentell- og relasjonell forståelse, men hvordan man skal oppnå de enkelte typene for forståelse, er ikke like klar. Noen ganger trenger man ferdigheter innenfor et matematisk tema for å kunne forstå det relasjonelt senere. Hun mener at instrumentell- og relasjonell forståelse heller er en dualitet fremfor noe som er klart avgrenset. Hvordan disse kunnskapene står i relasjon til hverandre og hvordan de blir til, er i midlertidig ikke like lett å finne ut av.

Gray og Tall (1994) skrev om begrepet ”*procept*”. I deres forklaring av dette begrepet er ordene dualitet, tvetydighet og fleksibilitet viktig. Selve begrepet procept er sammensatt av begrepene prosess (process) og begrep (concept), og Gray og Tall har en hypotese om at de som er flinke i matematikk har en god evne til å tenke ”proceptuelt”. Det er kombinasjonen av prosedyrebasert og begrepsbasert tenkning som Gray og Tall kaller proceptuell tenking. De er ikke enig i den måten mange forskere ser på matematikken. Gray og Tall mener at forskere deler opp og ser på prosedyrer og begreper som to forskjellige elementer som ikke henger sammen. De er mer enig i det Reason (2003) skrev om. De mener at i mange situasjoner bruker man både prosedyrer og begreper for å kunne løse oppgaver. For å forklare dette ser de nærmere på bruken av symboler i matematikk. De ser på symboler som noe som blir mottatt av sansene, altså noe som kan bli sett eller hørt. De ser på tvetydigheten i bruk av symboler og kommer med flere eksempler på dette, for eksempel 5 + 4. Dette symbolet står både for prosessen det er å addere de to tallene, men også for begrepet av sum. De mener at det å være flink til å tolke symbolene på en fleksibel måte, er en nøkkelfaktor for å bli suksessfull i matematisk tenkning. De hevder videre at hvis man ikke er fleksibel i sine tolkninger av symbolene, kan dette føre til at man bruker prosedyrer som huskes som separerte elementer. Altså, en som er flink i matematikk tenker at symbolene har en tvetydighet.

I artikkelen kommer Gray og Tall med en definisjon av hva de mener med begrepet procept. ”Et elementært procept er en blanding av tre komponenter: en *prosess* som produserer et matematisk *objekt*, og et *symbol* som representerer enten prosessen eller objektet”. (S. 121, min oversettelse). Dette gjør at et symbol enten kan fremkalle prosessen eller begrepet, slik vi så ovenfor med eksempelet 5 + 4. Gray og Tall tar med et eksempel til for å forklare begrepet procept. Symbolet 3 får mange nye meninger hvis man kombinerer både prosedyremessige og begrepsmessige aspekter. Det består både av prosedyreaspektet som å telle og de begrepsmessige aspektene der det samme objektet er representert av forskjellige symboler: 1 + 1 + 1, 2 + 1, 4 – 1 osv, har alle løsning 3 og er med på å danne proceptet 3. Det gjør at tallet 3 kan omformes på mange forskjellige måter, men som gir det samme objektet.

De fremhever også fleksibilitet innenfor proceptuell tenkning. I stedet for å bare se at addisjon og subtraksjon er omvendte operasjoner, gir fleksibilitet innenfor proceptuell tenkning større muligheter. Der vil ikke bare tallet 5 bli sett på som 2 + 3 eller 3 + 2, men hvis du har 3 og noe til og det blir 5, må dette noe være tallet to. Når man tenker proceptuelt er addisjon og subtraksjon så nært koblet til at subtraksjon at det bare er en fleksibel måte å reorganisere addisjons fakta på. Det å kunne tenke proceptuelt vil derfor være til stor hjelp og ifølge Gray og Tall nøkkelen for å lykkes godt innenfor matematikk. Den type tenking krever mindre informasjon og ikke regler som er lært ved pugg. Det er derfor ikke like stor belastning for kortidsminnet. Gray og Tall kommer med en hypotese som sier at de som er flinke i matematisk tenkning ikke får en hierarkisk vei å gå, men at den hierarkiske stigen kollapser og blir dermed enkel å forsere. De vil da utvikle en fleksibel relasjonell forståelse i matematikk. De som ikke er så flinke til å tenke proceptuelt får en hierarkisk stige som er vanskeligere å komme seg videre opp på, og de møter dermed større utfordringer. Dette mener de er grunnen til at noen, proceptuelle tenkere, synes noen ting er veldig enkelt, som andre, ikke proceptuelle tenkere, nesten ikke klarer i det hele tatt. De mener at proceptuell tenkning gjør matematisk tenkning mye lettere og øker dermed sjansen for å lykkes. De tror også at elever som tenker proceptuelt er en av forklaringene til det store gapet som kan være mellom elever. Elever som tenker proceptuelt kan synes noe er trivielt, mens de andre ikke klarer å forstå oppgaven i det hele tatt.

2.2 Areal og omkrets

Chappell og Thompson (1999) nevner at en fundamental forståelse av matematikken ofte ofres mens elever lærer generelle formler. De stiller seg spørsmålet: I hvilken grad har elever på mellomtrinnet en begrepsmessig forståelse av omkrets og areal? De utfører så en studie av sjette-, sjuende- og åttendeklassinger. Deres konklusjon går ut på at elevene burde få lære og undersøke areal og omkrets samtidig. På den måten mener de at elevene bedre skal kunne skille mellom de to begrepene. De mener videre at lærere skal lage oppgaver som gjør at elevene må møte begrepene på en meningsfull måte, at elevene må lage visuelle fremstillinger av figurer med gitt areal og omkrets og generere relaterte ordproblemer. Dette synet deler de med Sherman og Randolph (2004) som utførte en studie med elever som hadde scoret dårlig på en test angående begrepet måling. I artikkelen gjennomførte de et tre timers opplegg der elevene skulle få jobbe med konkrete figurer og på en induktiv måte komme frem til formlene for areal og omkrets. De lagde problemer som elevene skulle kjenne seg igjen i og på den måten opplevde elevene at timene var om dem. Etter disse tre timene opplevde forskerne at elevene hadde skjønt hva som lå bak formlene for areal og omkrets, og at de nå ikke hadde problemer med å forklare formlene samtidig som de mer nøyaktig kunne bestemme forskjellen på dem. De mener at måling og geometri er emner som lett kan undervises på en måte som fordrer en begrepsmessig forståelse. De hevder også at å kun memorere formler som man ikke har forstått er en kortvarig løsning som ikke gir noen langvarig begrepsmessig kunnskap eller prosedyreferdigheter. Det fører også til at elevene scorer dårlig på tester. Strutchens et al. (2001) støtter synet til Sherman og Randolph (2004) ved at de mener elevene må få lov til å jobbe med begrepene areal og omkrets på en induktiv måte. Elever har ofte liten forståelse for begreper i geometri og måling, noe de mener kommer av at de må pugge formler i stedet for, som nevnt i de andre artiklene, oppleve geometrien med "hands-on" utforskninger. Deres funn støtter en metode der elevene får jobbe med konkreter og på den måten selv utforsker og finner egenskaper ved de ulike figurene. På den måten mener de at man unngår at elevene bruker en formel bare fordi læreren har fortalt at i en slik situasjon skal man bruke den formelen. I tillegg får elevene en mer begrepsmessig forståelse av emnet.

Moyer (2001) skriver om hvordan man burde plassere oppgaver i kjente situasjoner for elevene. Hun mener et stort problem for elevene er at de ikke skjønner matematikken godt nok begrepsmessig for å kunne gjøre de rette koblingene for å løse et problem. Moyer mener videre det kan være fordelaktig å bruke bøker med autentiske problemsituasjoner for å få elevene til å se nytten av matematikk i hverdagslige situasjoner. I artikkelen nevnes boken "Spaghetti and Meatballs for All" som eksempel for å innføre omkrets og areal. Når elevene lærer å finne omkrets og areal bare som noen prosedyrer, er det lett å bli forvirret av de to, men hvis det er knyttet mening til disse ideene, kan misforståelser unngås. Hun konkluderer med at problemer burde gis i meningsfulle kontekster og at man også må gi elevene mulighet til å gi mening til matematikken i problemløsningssituasjoner for å hjelpe elevene til å se sammenhenger.

I 1999 skrev Malloy om undervisning av areal og omkrets. Der kommer det frem at i mange klasserom blir matematikk undervist ved å bruke eksempler for å vise hvordan man løser et problem. Etterpå skal elevene så løse lignende problem ved å benytte samme fremgangsmåte som læreren gjorde, noe Malloy kaller papegøye-matematikk. Hun mener at hvis man forstetter å bruke papegøye-matematikk, vil det gå ut over elevenes brede forståelse av matematiske sammenhenger. I følge Malloy er det slik at selv om mange av elevene klarer å løse de oppgavene som de får utdelt, trenger de ikke ha en full forståelse for de begrepene de jobber med og mange blir forvirret av formlene for areal og omkrets og finner areal når de skal finne omkrets og omvendt. Forslaget til Malloy er at man skal bruke passende oppgaver ledsaget av en undersøkende-basert pedagogikk for å hindre papegøye-forståelse av matematikk. Videre foreslår hun at man skal bruke van Hiele modellen for å lære elevene geometri. Van Hiele modellen er utviklet fra forskning på hvordan elever tenker på og lærer geometri. Hun konkluderer med at elevene burde få oppgaver som krever mer enn bare å måle omkrets og at elevene burde få lov å samarbeide og prate om oppgavene for å bruke språket som et verktøy for vekst.

2.3 Tidligere forskning på lærerstudenters forståelse av areal og omkrets

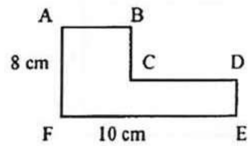
Som nevnt i innledningen fant jeg en artikkel under arbeidet med MERG-oppgaven som inspirerte meg til å skrive om lærerstudenters forståelse av areal og omkrets. Denne artikkelen er skrevet av Ramakrishnan Menon (1998) og handler om hvor mye matematikk lærerstudenter forstår. Menon slår fast at det de siste årene har vært et fokus på å undervise matematikk for at elever skal forstå, ikke bare pugge mange regler. En måte å jobbe mot dette på er å forberede lærere til å undervise for forståelse. Før man gjør dette mener Menon det hadde vært interessant og sett på hvor mye matematikk lærerstudenter forstår, da man har funnet ut at bedre forståelse av begreper fører til mer fleksible metoder når man skal undervise. For å finne ut hvor mye matematikk lærerstudenter forstår, ville han gi en gruppe med lærerstudenter noen oppgaver som de skulle løse. Da areal og omkrets er to viktige begreper innenfor læreplanen, ville han gi dem oppgaver som omhandlet disse to emnene.

Oppgavene han ga om omkrets var:

Task 1
Prepare a question to assess children's understanding of perimeter.

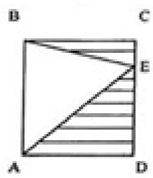
Task 2

What is the perimeter of the L-shaped figure ABCDEF, given that all the corners are right angles, AF = 8 cm and FE = 10 cm?



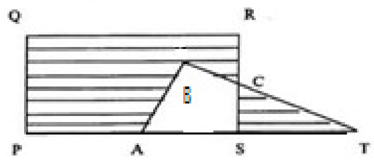
Oppgavene han ga om areal var:

Task 3
What fraction of the area of the rectangle ABCD is the total area of the shaded parts BCE and ADE, if E lies on CD?



Task 4

What is the DIFFERENCE in area between the shaded parts PQRCBA and TCS, if the area of rectangle PQRS is 50 sq cm and that of the triangle ABT is 20 sq cm?



Studentene skulle jobbe individuelt med disse oppgavene. På oppgave 2, 3 og 4 skulle studentene avgjøre om de hadde nok informasjon til å svare på oppgaven. Hvis studentene mente at de hadde nok informasjon, skulle de løse oppgaven, mens de skulle forklare hvilken informasjon som manglet hvis de mente at det ikke var nok informasjon til å løse oppgaven. På oppgave 1 graderte Menon svarene etter en skala der Lo var liten grad av forståelse (instrumentell), Me var medium grad av forståelse (instrumentell), Hi var høy grad av forståelse (relasjonell) mens Qi var spørsmål som det ikke gikk ann å finne svar på. Menon hadde 54 studenter som gjorde denne oppgaven og resultatene ble:

Resultatene på oppgave 1 ble som følger

	Lo	Me	Hi	Qi	Total
Antall studenter	23	22	6	3	54
Prosent	42,5	41	11	5,5	100

Som vi ser av resultatene, ga de fleste studentene spørsmål som hovedsakelig var bygd på en instrumentell forståelse. Altså måtte spørsmålene kalkuleres etter en regel eller algoritme. Bare 11 % av spørsmålene som ble laget, ble laget som spørsmål som krevde relasjonell forståelse.

Oppgave 2, 3 og 4 ble vurdert etter om svaret var rett eller galt. Resultatet på oppgave 2 ble som følger:

	Wrong	Right	Total
Antall studenter	13	41	54
Prosent	24	76	100

Som vi ser av tabellen svarte 24 % feil på denne oppgaven, altså nesten 1 av 4. Menon mener studentene er blitt vant til å regne ut omkrets av figurer der de har alle sidene. Det er selvfølgelig en forståelse for hva omkrets er, men Menon mener en slik forståelse er overfladisk og bare beskriver en instrumentell forståelse av omkrets. En relasjonell forståelse krever at man, basert på sammenhengen mellom sidene, resonnerer seg fram til et svar, som i denne sammenhengen skulle være at man hadde nok informasjon.

Resultatet på oppgave 3 ble:

	Wrong	Right	Total
Antall studenter	15	39	54
Prosent	28	72	100

Tabellen viser at 28 % av studentene ikke klarte å finne en sammenheng mellom arealet til rektangelet og det skraverte området. De fleste av studentene som klarte oppgaven gjorde oppgaven algebraisk, og da flest ut fra formelen for trekant som er ½*lengden*høyden. Bare 3 (6 %) gjorde oppgaven ved en framgangsmåte som ikke var algebraisk.

Resultatet på oppgave 4 ble:

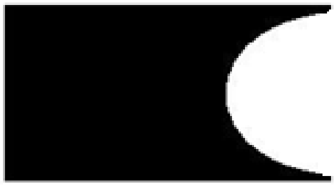
	Wrong	Right	Total
Antall studenter	46	8	54
Prosent	85	15	100

Tabellen viser at 85 % av studentene svarte feil på denne oppgaven og da bare 15 % rett. Det som skal nevnes, er at denne oppgaven er en del vanskeligere enn de foregående, og Menon sier at det er vanskelig å si at studentene ikke har skjønt begrepet areal ut fra bare denne oppgaven. Han stiller seg derimot spørsmålet hvorfor så få klarte å se sammenhengen og klarte å løse oppgaven.

Menon konkluderer med at studentene har svak begrepskunnskap. Dette mener Menon er skummelt, da lærere med svak begrepskunnskap, ofte føler seg mer komfortabel når de selv bare underviser for prosedyrekunnskap, og derfor vil være ute av stand til å la studenter få oppgaver som krever en tankegang som bygger på begrepskunnskap. Han ser på noen grunner til at instrumentell forståelse blir foretrukket fremfor den relasjonelle. Han mener eksamener og nasjonale prøver bygger på instrumentell forståelse. Alle lærere vil at elevene sine skal score høyt på disse testene og underviser derfor elevene gjennom pugging. Han sier til slutt at man selvfølgelig ikke bare med grunnlag av disse fire oppgavene med sikkerhet kan si noe om hvilken kunnskap lærerstudenter sitter inne med, men at oppgavene indikerer at studentene har ikke har en tilstrekkelig kunnskap akkurat i denne testen som er gjort av han. Han mener videre at lærere på lærerhøyskolen må gjøre noe for at lærerstudentene skal få en dypere kunnskap om emnene areal og omkrets.

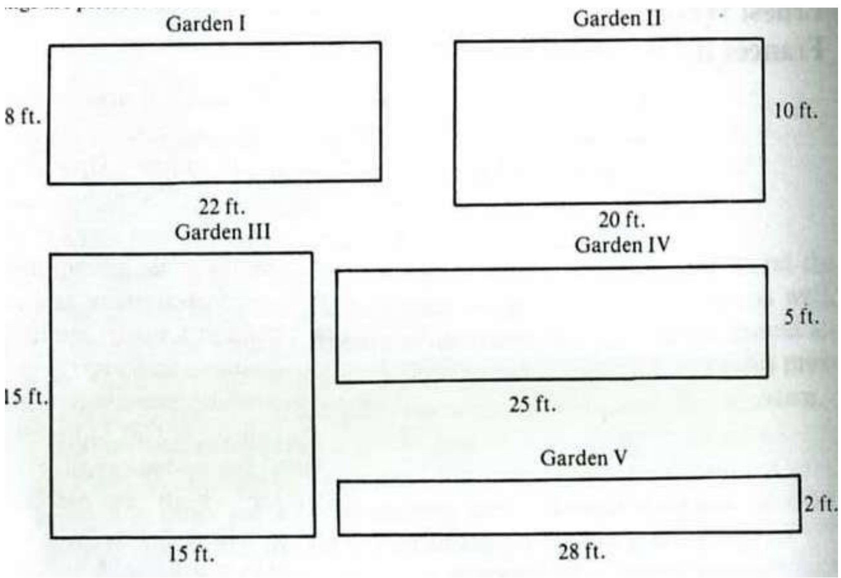
Eisenhart et al. (1993) skriver om prosessen som foregår når man skal undervise matematikk med tanke på forståelse. De følger spesielt en lærerstudents siste år på skolebenken og første år som praktiserende lærer. De ville observere om denne studenten underviste for begrepskunnskap eller prosedyrekunnskap. Hiebert og Wearne (1988) legger vekt på at både prosedyrekunnskap og begrepskunnskap er viktig for matematisk forståelse, og når man underviser må man undervise for begge to. Det Eisenhart et al. (1993) observerte, var at denne studenten ville og så viktigheten med å undervise for begrepskunnskap, men at det bare skjedde av og til. Eisenhart et al. fant ut at studenten var mer trygg på prosedyrekunnskapen hun selv hadde og i timene var hun mer suksessfull i sine forsøk på å undervise for det. Det at studenten underviste mest for prosedyrekunnskap kunne kanskje også forklares med læreplanene som fremhevet ferdigheter fremfor kunnskap. Tidsaspektet kan også være med på å forklare at studenten valgte å undervise for prosedyrekunnskap fremfor begrepskunnskap, da dette krever mindre tid. I tillegg ser man fortere resultater når man underviser på en måte som fremhever prosedyrekunnskap. På den skolen studenten begynte å undervise, ble det gjort lite for at denne nye læreren skulle få anledning til å lære hvordan å undervise for begrepskunnskap. På den måten ble de metodene hun hadde lært under lærerutdanningen for å undervise for begrepskunnskap lite brukt og etter hvert mer og mer fraværende. I stedet fant hun støtte og noe press for å undervise for prosedyrekunnskap og til å drille elevene sine. Læreren denne studenten hadde hatt på lærerhøyskolen, merket at det var en spenning mellom hans begrepsorienterte mål og de prosedyreorienterte målene som studentene han underviste byttet ut hans begrepsorienterte mål med. Eisenhart et al. avrunder med å fremheve at lærerstudenter trenger mer tid i lær-hvordan-å-undervise situasjoner. Med det mener de at studentene må få se hvordan erfarne lærere bruker ulike læringsstrategier og hvilke ideer de har om undervisning av matematikk. Studentene trenger også tid til å planlegge sine egne timer. Timer der undervisningen skal legge vekt på begrepskunnskap og som studentene senere kan få tilbakemelding på. Det må i det hele tatt settes av tid og skapes situasjoner der studentene kan få observere andres og få prøvd sine egne metoder for å undervise slik at elevene skal oppnå begrepskunnskap.

Reinke K. S. (1997) ser på løsningsstrategier som lærerstudenter brukte for å finne areal og omkrets av en geometrisk figur som var delvis skravert.



Det hun fant ut, var at mange av de spurte studentene fant omkretsen på samme måte som de fant arealet. Hun mener at det å avdekke feile løsningsstrategier hos lærerstudenter, kan være en fin måte å finne utilstrekkeligheter i studentenes matematiske bakgrunn på samt en mulighet til å gjøre endringer i utdanningsprogrammet til lærerstudentene. På denne oppgaven var det bare 11,8 % av studentene som fant rett svar på omkretsen mens 52,7 % svarte rett på spørsmålet om arealet. 22 % av studentene hadde samme fremgangsmåte på å finne omkrets som areal. De tok omkretsen av hele rektangelet og trakk så ifra halvparten av omkretsen til sirkelen. Hun mener at lærerstudentene er blitt lært å stole på prosedyrekunnskap i matematikk. Hun mener at lærerstudentene må utsettes for oppgaver lik denne, som underbygger en mer begrepsmessig forståelse av omkrets. Som lærere må man være i stand til å tenke bak de vanlige oppgavene man vil gi elevene. For å få elevene til å få en begrepsmessig forståelse av emnet man underviser i, må lærere kunne utvide fra enkle problem som utfordrer en prosedyreforståelse av emnet, til mer komplekse oppgaver som krever eller bygger begrepskunnskap av det samme emnet.

I 1983 gjorde Woodward og Byrd noen interessante oppdagelser. De laget en test der de ville finne ut om den gruppen de gav oppgaven til hadde skjønt begrepet areal. Oppgaven forsøkspersonene fikk var at Mr Young ville gjerde inn hagen sin i en rektangulær form. Han hadde 60 fot med gjerde tilgjengelig og ville ha størst mulig areal i hagen sin. Han tegnet mange ulike muligheter for hvordan han kunne gjerde inn hagen sin med omkrets på 60 fot.



Elevene fikk så en del utsagn de skulle si om stemte eller ikke:

- Hage I er størst
- Hage II er størst
- Hage III er størst
- Hage IV er størst
- Hage V er størst
- Hagene har alle samme størrelse

Denne oppgaven ble først gitt til elever i 8. klasse. Her svarte nesten 60 % at hagene er like store. Det var bare 23 % av elevene som svarte riktig på oppgaven. Det som kanskje ble det mest sjokkerende var da den samme oppgaven ble gitt til lærerstudenter. Man skulle jo forvente at de gjorde det mye bedre, men de kom ut med samme resultat som 8. klassingene. Dette overrasket Woodward og Byrd veldig, og de ble overbevist om at areal ble undervist på en dårlig måte i skolene. De avrunder med å anbefale dem som er involvert i lærerutdanningen om å ta grep om den undervisningen som foregår der, da det er ekstra viktig at studentene har en god forståelse av begrepet areal.

2.4 Oppsummering

I teorikapittelet har jeg presentert teorier angående kunnskap og forståelse. Hiebert og Lefevre (1986) redegjorde for sin teori om begreps- og prosedyrekunnskap. De fremhevet begrepskunnskap, men forklarer at begge typene kunnskap kan ha nytte av hverandre, og en blanding av de to ytterpunktene kan være fordelaktig. Skemp (1976) kom med sine teorier om instrumentell og relasjonell forståelse. Slik som Hiebert og Lefevre (1986), hadde han også sin "favoritt", relasjonell forståelse, men han ser at instrumentell forståelse også har sin nytteverdi, men samtidig sine klare begrensninger. En undervisning som gir instrumentell forståelse av matematikken gir rask, men kortvarig, forståelse. Instrumentell forståelse er altså lettere å oppnå, men vanskeligere å huske enn relasjonell forståelse. Så hvis man vil ha en langvarig forståelse av et emne, er det fordelaktig å undervise for at elever og studenter skal få en relasjonell forståelse av matematikken.

Når det gjelder undervisning av areal og omkrets, kom det frem mange meninger og råd for hvordan man på en best mulig måte kan gjøre dette. Chappell og Thompson (1999) mener elever må få lov å undersøke areal og omkrets samtidig. På den måten mener de at elevene lettere klarer å skille mellom de to begrepene. Sherman og Randolph (2004) anbefaler en induktiv tilnærming når elever jobber med areal og omkrets. Oppgavene burde lages slik at elevene kjenner seg igjen i problemet og prøve å gi dem et slags eierforhold til matematikken. Dette støttes av Strutchens et al. (2001), som mener elever må få jobbe med areal og omkrets induktivt. Malloy (1999) advarte mot noe som hun kaller papegøye-matematikk. Hun mener at ved denne undervisningen kan elever klare å produsere rett svar, men allikevel ikke forstå den matematikken de gjør. Elevene har bare pugget noen regler og bruker disse uten egentlig å vite hvorfor.

På tidligere forskning som er gjort på lærerstudenter, var det mange svake og urovekkende resultater. Hos Menon (1998) var feilprosenten på en oppgave helt oppe i 85 %, noe som er alvorlig mye. Feilprosenten på oppgavene han hadde var skuffende, og Menon konkluderte med at studentene hadde svak begrepskunnskap Eisenhart et al. (1993) fulgte en lærerstudents siste år på lærerhøyskolen og første år i arbeid. Der så de at selv om denne studenten ville, og så viktigheten av, å undervise for begrepskunnskap, gjorde hun det sjeldent da hun kom ut i arbeid. Dette førte til at Eisenhart et al. foreslo at studenter ved lærerhøyskoler fikk mer tid i "lær-hvordan-å-undervise situasjoner", der de skal fokusere på å undervise for begrepsforståelse. Woodward og Byrd (1983) gjorde sine undersøkelser først i en 8. klasse, så i en klasse med lærerstudenter. Det skremmende ved deres undersøkelse var at lærerstudentene gjorde det like dårlig på oppgaven som elevene i 8. klasse. Dette fikk dem til å konkludere med at areal blir undervist på en dårlig måte i skolen i dag.

All den litteraturen jeg har presentert skal belyse forskningsspørsmålet mitt om hvilken forståelse lærerstudenter har av areal og omkrets. Ved hjelp av den litteraturen jeg har presentert skal jeg prøve å identifisere hvilken kunnskap og forståelse studentene har, og hva årsaken til at de har den kunnskapen og forståelsen er.

3 Metode

I denne delen vil jeg hovedsakelig beskrive konteksten og deltakerne for undersøkelsen, hvordan datainnsamlingen ble utført og analysert, metodene som ble brukt og hvorfor disse metodene ble valgt. Datainnsamlingen kommer til å bli forklart slik den var planlagt. Jeg vil komme med noen refleksjoner om metodenes begrensninger, før metodekapittelet avsluttes med hvordan datainnsamlingen faktisk skjedde.

3.1 Klassifisering av metode

Til denne undersøkelsen benyttet jeg en kvalitativ, etnografisk metode. Denne måten å jobbe på kjennetegnes ved at forsker fordyper seg i en sosial setting over tid, observerer oppførsel, hører på hva som blir sagt i konversasjoner mellom andre og med forsker og spør spørsmål (Bryman 2004, s. 539, min oversettelse). Denne undersøkelsen kan klassifiseres som en ”case-study”. Det er vanlig å assosiere ”case-study” til en plass eller setting. Dette kan gjøres med min undersøkelse, da den gjøres på en lærerhøyskole. Jeg kan klassifisere mitt ”case-study” som en ”exemplifying case”. Det er når man ikke velger en case fordi den er ekstrem eller uvanlig på noen måte, men fordi det vil gi en passende kontekst for å svare på noen spesielle forskningsspørsmål (Bryman 2004, s. 51, min oversettelse). Min undersøkelse kan altså klassifiseres som dette, da jeg går inn og observerer en gruppe studenter som kommer fra en spesiell utdanning, for å prøve å identifisere matematisk kunnskap og forståelse.

3.2 Utgangspunkt

Her vil jeg kort forklare om utgangspunktet for oppgaven min. Leser vil bli minnet på forskningsspørsmålet, mens kontekst og deltakere vil bli gjort rede for.

3.2.1 Forskningsspørsmål

Forskningsspørsmålet mitt i denne oppgaven, er som nevnt i innledningen:

- Hvilken forståelse har lærerstudentene i undersøkelsen av begrepene areal og omkrets?

3.2.2 Kontekst og deltakere

Som nevnt i innledningen ble undersøkelsene gjort i første klasse ved allmennlærerutdanningen på en lærerhøyskole i Nord-Norge. I det kullet jeg gjorde datainnsamling var det ca 55 studenter. Kullet har felles forelesninger, men deles i to når det er seminartimer. På lærerhøyskolen var det lagt opp til 4 forelesningstimer og 4 seminartimer med matematikk i uken. Alle seminartimene var obligatoriske, og det ble ført fravær, mens forelesningstimene var frivillig å gå på.

Fokuset mitt er lærerstudentene og det er kun dem som er filmet. I undersøkelsen er jeg ikke opptatt av læreren og lærerens rolle, men tar med at læreren var en erfaren lærer som har jobbet flere år på lærerhøyskolen.

Studentene gikk som nevnt første året på allmennlærerutdanningen. På dette studiet har de Matematikk 1 som gir 30 studiepoeng og er obligatorisk for alle allmennlærerstudenter. Studentene har ulike bakgrunner i matematikk fra videregående, men felles for alle er at de må ha karakteren 3 eller bedre for å komme inn på lærerhøyskolen. Det var rimelig likt antall av gutter og jenter, med en liten overvekt av jenter.

3.2.3 Forberedelser og godkjenning

For å få lov til å gjøre disse undersøkelsene, må man ha godkjenning fra NSD. Det ble derfor tidlig levert en søknad for å få denne prosessen i gang. Det var derimot ganske lang ventetid for å få behandlet søknaden, men alt gikk i orden før jeg skulle gjøre mine undersøkelser. I tillegg til kontakt med NSD ble det opprettet kontakt med lærerhøyskolen og studentene i den aktuelle klassen. Både lærerhøyskolen og studentene fikk et informasjonsskriv der jeg redegjorde for oppgaven min, hvilke betingelser det var for å delta på undersøkelsen og hvilke rettigheter studentene hadde (vedlegg 8.2 og 8.3). For at skolen skulle ha litt kontroll ville de ha en skriftlig godkjenning fra alle studentene som ble med på undersøkelsen, det ble da selvfølgelig innhentet.

3.2.4 Egne erfaringer

Jeg har selv bakgrunn fra lærerhøyskolen, og jeg er redd for at nivået på mange av lærerstudentene i matematikk ikke er spesielt bra. Da jeg gikk på lærerhøyskolen, var jeg av og til skremt over nivået på studentene. Jeg kan illustrere det med et eksempel. Det var en time læreren løste en ligning på tavlen. På den ene linjen stod det: 4/2, på neste linje: 2. Da ble den en stor diskusjon om hvor dette 2-tallet kom fra, og læreren fikk kjeft fordi han gikk for fort frem. Det skumleste av alt, var at denne episoden fant sted i en time i matematikk fordypning. Noe som blir spennende å se i denne studien, er om studentene har en forståelse som er instrumentell eller relasjonell. Dette indikerer noe om hvordan lærerne de har hatt tidligere har lagt opp undervisningen og om den måten det arbeides på er mangelfull for at studentene skal klare lærerhøyskolen på en tilfredsstillende måte. Her tror jeg mange lærere i grunnskolen i dag jobber for en prosedyreforståelse. Jeg husker fra min egen skolegang at vi ofte ble undervist i regler og hvordan man brukte dem, fremfor å bli undervist for å få forståelse og se sammenhenger i matematikken.

3.2.5 Uforutsette hendelser

Jeg sørget for å ta kontakt med lærerhøyskolen før sommerferien begynte. Dette for å komme tidligst mulig i gang med innsamlingen av data og på den måten komme fort i gang med oppgaven. I det første møtet med faglærer ble vi enige om at jeg skulle få en hel uke av seminartimene hans til å gjøre mine innsamlinger, altså to dobbelttimer. Jeg var godt fornøyd med det og planla et opplegg for den aktuelle tiden jeg hadde til rådighet. Da jeg hadde møte med faglærer etter sommerfeiren, syntes han at det var mye å gi bort så mange timer, med den begrunnelsen at det gikk ut over eksamen til studentene. Han tilbydde meg da en dobbelttime, noe jeg sa ble for lite og at vi måtte finne en annen løsning. Til slutt fant jeg ut at det beste ble å gjøre innsamlingen av data utenfor skoletid, altså i to dobbelttimer på studentenes fritid. Dette er endringer som man må regne med når man jobber med mennesker. Ting dukker opp, og de opprinnelige planene må endres for at man skal bli enige om gjennomføringen. Endringen som dukket opp hos meg, synes jeg var uheldig for oppgaven min. Jeg valgte denne gruppen da jeg ville se hele spekteret av studentene, de flinke og de svake, fordi dette er det eneste matematikk-kurset som er obligatorisk for alle allmennlærerstudenter. Denne endringen førte til at de som ville være med på prosjektet mitt måtte bruke av sin egen fritid. Det jeg da så, var at det stort sett var de studentene som hadde interesse for og syntes at matematikk er artig, som stilte opp. Ca 80 % av dem som stilte opp, hadde tenkt å ta matematikk videre i sin lærerutdanning. Dette gjør at resultatene jeg kan regne med å finne nok blir annerledes enn om undersøkelsene hadde gått som planlagt. De er nå forventet å være bedre enn hvis prosjektet hadde blitt gjennomført slik som det var tenkt først. Det er viktig at jeg tar hensyn til endringen i studentgruppen når jeg skal konkludere analysen av dataene jeg har samlet inn. Det at studentene måtte bruke sin egen fritid førte også til at det ble vanskeligere å rekruttere studenter til prosjektet, og oppmøtet var mindre enn jeg håpet på. Det fører til at jeg må basere oppgaven min på et mindre antall studenter enn planlagt.

3.3 Innsamling av data

Innsamlingen av data ble gjort på tre hovedmåter, observasjon av forelesninger og seminartimer, filming av studentene når de arbeidet i grupper og innsamling av skriftlige konklusjoner. Når man samler inn data ved hjelp av kvalitative metoder får man en veldig stor base med informasjon og data. Det er positivt med mye informasjon, men det kan være vanskelig å finne en god måte å analysere dataene på. Mertens 2005 (s. 255) mener derimot at data som er samlet inn ved bruk av forskjellige metoder er positivt for oppgaven: ”Triangulation involves checking information that has been collected from different sources or methods for consistency of evidence across sources of data”. Hvis man finner samme resultater fra de forskjellige metodene man har brukt, er dette med på å styrke de funnene man eventuelt måtte finne. Dette fordi at da trenger man ikke bare å støtte seg på en metode og det man fant der, men man kan vise til at man kom frem til samme resultat ved bruk av en annen metode.

Da jeg skulle velge metoder for å gjøre datainnsamlingen ble valget påvirket av flere ting. Jeg ville gi studentene problemløsningsoppgaver for å se om studentene klarte å løse disse ved hjelp av den forståelsen og kunnskapen de satt inne med. Når man løser problemløsningsoppgaver er det ikke tilfredsstillende nok å ha pugget mange formler, man må også klare å anvende de i nye problemer. Det medfører at man må ha en annen forståelse av emnet som blir omhandlet, og det var akkurat dette jeg ville undersøke. I problemløsning er det mange måter å organisere arbeidet på. En måte jeg fikk oppleve da jeg studerte problemløsning i matematikk ved Universitetet i Agder, var å jobbe med problemløsning i smågrupper. Den måten å jobbe på hadde jeg god erfaring med, og hvis man ikke har jobbet mye med problemløsningsoppgaver tidligere, kan samarbeid i grupper være en fin måte å bli introdusert for det på. Da er man ikke så avhengig av at hver student klarer å se løsninger, men det er nok at en student får den ”rette” ideen og klarer å videreformidle dette. På den måten blir en ny faktor også gjeldene: Hvordan jobber, samarbeider og resonnerer lærerstudenter i smågrupper? Samtidig ville jeg vite litt om hvordan kurset var lagt opp og hvordan undervisningen foregikk. For å få innsikt i det ville jeg observere forelesningene og seminartimene. Da får man sett hva som skjer i timene og får dermed en bedre forståelse for hva slags problemer studentene har og hvilke utfordringer læreren har. I tillegg hadde jeg da anledning å snakke med studentene og spørre dem om ting som kunne være relevant for min oppgave. I seminartimene gikk jeg blant annet rundt og hjalp studentene med oppgaver og fikk på den måten førstehånds informasjon om hvilke problemer studentene møtte når de skulle løse oppgaver.

3.3.1 Observasjon av undervisningen

Som nevnt tidligere bestod kurset av både forelesninger og seminartimer, der bare seminartimene var obligatoriske. Jeg begynte mine observasjoner av forelesningene og seminartimene tidlig i semesteret. Observasjonene ventet jeg skulle gi meg god informasjon om hvilke problemer studentene slet med. Å være til stede i forelesningstimene og seminartimene var viktig. I forelesningen får de vite hvordan de skal løse ulike oppgaver, hvordan de skal gå frem og hva de skal fokusere på. Når de så kommer til seminartimene, skal de bruke disse strategiene, metodene og, forhåpentligvis, den kunnskapen de har lært i forelesningen til å løse ulike oppgaver. Ved å observere undervisningen har jeg også mulighet til å se om studentene benytter seg av det de har lært i forelesningene for å løse oppgavene i seminartimene, eller om de velger andre metoder eller strategier for å finne en løsning. Noe som også blir interessant for meg, er om læreren legger opp til en prosedyre- eller begrepsforståelse av emnene det blir undervist i. I tillegg blir det interessant å se om den forståelsen som læreren vektlegger viser seg når studentene skal løse oppgaver i seminartimene. Samtidig får jeg kontakt med studentene og spurt om deres erfaringer fra grunnskolen og undersøkt holdninger til matematikkfaget generelt. På den måten kan jeg vurdere det opplegget jeg skal gjennomføre og endre det hvis jeg ser at noe ikke passer inn da med tanke på om studentene har ferdigheter og kunnskaper nok til å klare oppgavene.

3.3.2 Problemløsning i smågrupper

Etter at jeg hadde observert undervisningen av studentene, skulle studentene arbeide i smågrupper mens de løste problemløsningsoppgaver. Dette gruppesamarbeidet skulle jeg filme. Målet med å velge denne metoden å samle inn data på, var at studentene skulle prate og kommunisere matematikk i gruppene, og at jeg på den måten skulle få et innblikk i hvilken forståelse de hadde for areal og omkrets. Som nevnt har jeg selv god erfaring fra å jobbe med problemløsning i smågrupper. Da vil de studentene som ikke er vant til å jobbe med problemløsningsoppgaver, ikke få altfor negative opplevelse. Jeg har selv ikke blitt prøvd ordentlig i problemløsning før i fjor da jeg tok kurset Problemløsning i matematikk, ved Universitetet i Agder. Da måtte jeg gå gjennom en prosess der jeg til slutt klarte å verdsette det å være "stuck", og jeg klarte å se på det slik Mason og Davis (1991) ville at man skulle gjøre: "STUCK? GOOD! Learn from it!" (s.68). Jeg var opptatt av å få frem hvordan studentene resonnerte, fant frem til et svar og hvordan de begrunnet det svaret de til slutt endte opp med. Men som sagt, ville jeg samtidig at de skulle få en god opplevelse av det å jobbe med matematikk og spesielt problemløsningsoppgaver. Hvis noen av studentene fikk en dårlig opplevelse her, kunne det skremme dem fra å ta matematikk videre eller kanskje enda verre, det kunne forverre en allerede dårlig holdning til matematikk, noe som ikke vil være heldig for noen.

I tillegg til å prate om matematikken og diskutere den i gruppene, skulle studentene gruppevis lage en skriftlig konklusjon. Det var for å prøve å sikre meg mest mulig interessant informasjon ved at studentene lagde en skriftlig konklusjon der de forklarte og begrunnet svaret sitt. På den måten ble arbeidet med hver oppgave avsluttet med at studentene skrev en konklusjon og begrunnelse. På den måten var håpet at jeg skulle få data som var relevant i forhold til å identifisere hvilken kunnskap studentene sitter inne med, og hvilken informasjon og kunnskap studentene begrunner svaret sitt med. Det skulle også stresse det at de faktisk skulle komme frem til noe. Hvis en student bare slang ut en løsning og alle godtok den, ville jeg ikke få mye innsikt i den forståelsen og resonnementet som lå bak løsningen. Jeg ville derfor ikke kunne få like mye ut av dataen som hvis jeg hadde en begrunnelse for hvert svar.

Når studentene var ferdig med å løse oppgavene, gikk vi over i en pleniumsdiskusjon. I pleniumsdiskusjonen skulle alle gruppene legge frem det de hadde funnet ut og konkludert med. Fremlegget skulle gjøres muntlig av en student på gruppen. I fremlegget skulle studentene selv velge hvordan de ville legge frem det de hadde funnet. De kunne bare fortelle løsningene muntlig til de andre gruppene eller vise de andre ved å tegne og forklare på tavlen. Presentasjonen ble filmet og målet var at jeg nå skulle få begrunnelsene og konklusjonene klarere frem. Alle gruppene skulle så diskutere det som kom frem fra de forskjellige gruppene og diskutere eventuelle feil og hvorfor man gjorde de feilene man hadde gjort. Ved å gjøre dette kunne jeg samtidig få innsikt i hva som hadde skjedd i de gruppene som jeg ikke hadde filmet. Da kan jeg finne ut om det er feiltyper som går igjen, om alle har klart oppgavene eller andre interessante elementer ved oppgaveløsningene.

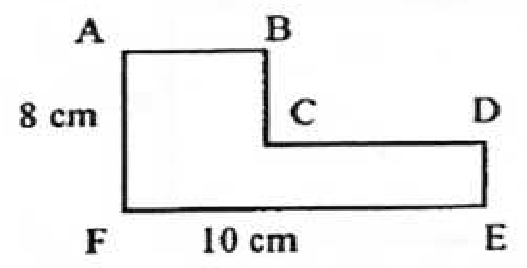
3.4 Oppgavene

Det ble gitt i alt 3 oppgaver og 2 ekstraoppgaver. Det ble gitt ekstraoppgaver fordi jeg var usikker på hvor lang tid studentene kom til å bruke på de ulike oppgavene. Derfor tok jeg med en ekstraoppgave i hver av de to dobbelttimene. Dette ble gjort fordi at hvis en gruppe var tidlig ferdig, skulle de ikke bli sittende lenge å vente på at de andre gruppene skulle bli ferdig, og dermed kjede seg. Nå er det flere måter å løse oppgavene på og studentene kan jobbe lenge med hver oppgave, men jeg regner med at studentene er kjempefornøyd hvis de finner en løsning og stopper med det.

Noen av oppgavene som jeg har brukt i denne masteroppgaven har jeg hentet fra andre artikler. En av artiklene som jeg har hentet oppgaver fra er Menon (1998). Fra denne artikkelen har jeg hentet oppgave 1 og 2. I tillegg har jeg hentet oppgave 3 fra Ma (1999). Ekstraoppgaven som ble gitt den første timen kom fra veilederen min, mens den siste ekstraoppgaven kom jeg på selv.

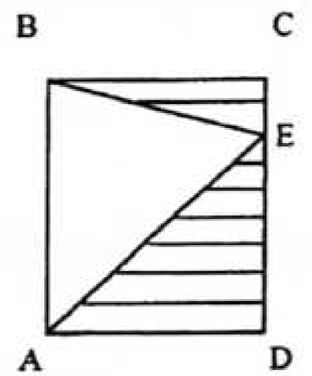
3.4.1 Oppgavene som ble gitt i den første dobbelttimen

Oppgave 1)



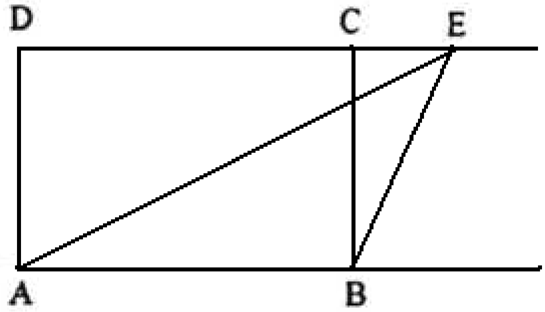
Har dere nok informasjon til å finne omkretsen? Hvis dere har det, finn omkretsen. Hvis dere ikke har det, hvilken informasjon trenger dere?

Oppgave 2)



Hva er forholdet mellom arealene til rektangelet ABCD og det skraverte området AED og BCE når E ligger på linjestykket CD?

Ekstra oppgave hvis dere blir ferdig med oppgave 1 og 2)



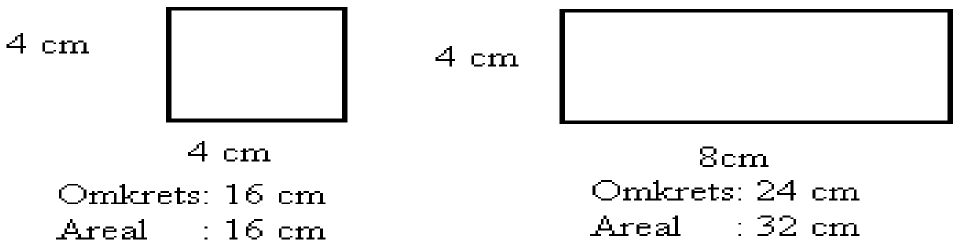
Hva er forholdet mellom arealene til rektangelet ABCD og trekanten ABE når E ligger utenfor linjestykket CD?

Oppgave 1, 2 og ekstraoppgaven byr på en matematisk løsning og resonnement. Her skal deres evne til å løse rene matematikkoppgaver utforskes. Alle oppgavene kan løses på forskjellige måter, så det blir spennende å se hvilke strategier lærerstudentene velger.

3.4.2 Oppgavene som ble gitt i den andre dobbelttimen

Oppgave 3)

Tenk deg at en av elevene dine kommer veldig entusiastisk på skolen. Eleven forteller at hun har funnet ut en teori som du aldri har fortalt klassen. Hun forklarer at hun har funnet ut at når omkretsen av en lukket figur øker, øker også arealet. Hun viser et bilde for å bevise hva hun mener:



Hva mener dere om denne oppdagelsen?
Hvordan ville dere reagert ovenfor denne eleven?

Muntlig gitt ekstraoppgave når studentene var ferdig med oppgave 3)

Dere har en omkrets på 20 cm tilrådighet. Hvilken figur må dere lage for å få størst mulig areal?

Oppgave 3 byr både på en matematisk løsning: ”Hva mener dere om denne oppdagelsen?”, samtidig som det skal appellere til deres fremtidige yrke som lærere med det siste delspørsmålet: ”Hvordan ville dere reagert ovenfor denne eleven?”. På det siste delspørsmålet er jeg spent på hva som kommer frem da dette er meget ferske lærerstudenter. De har ikke kommet så langt i pedagogikken og har ikke vært ute i praksis enda, så jeg regner med litt enkle svar på denne siste oppgaven. Den muntlige gitte ekstraoppgaven er en oppgave som skal løses matematisk. Samtidig skal det få studentene til å tenke på at ulike figurer får ulike areal med samme omkrets. Dette er også ment for å være et hint til oppgave tre. Hvis de ser at en figur med samme omkrets har ulikt areal, kan de spørre seg selv: "Hvor lite kan et areal med omkrets 20 cm bli?".

3.5 Refleksjoner rundt metodene

En metode er aldri perfekt og vil alltid by på både positive og negative ting. For å begynne med klasseromsobservasjonene: dette kan være en god måte å få oppleve hverdagen til en student på dette kurset. Når man derimot trer inn i et kurs på denne måten og informerer studentene at man er her for å forske på dem og deres kunnskap, kan dette være med på å gjøre studentene unødvendig bekymret. Hvis studentene er usikker på egen kunnskap i matematikk, kan de prøve å skjule dette ved å være lite aktiv og dermed ikke spørre om hjelp for og ikke virke dum ovenfor forsker. Det er derfor viktig her at studentene får klarhet i hva det er som skal observeres og at jeg ikke er kommet for å henge ut en spesiell student. Dette bør etter min mening ikke bli noe stort problem da det er frivillig å være med på prosjektet, og studentene får opplyst at ingen av studentene skal kunne identifiseres i det ferdige produktet. Det å gå rundt å hjelpe studentene med oppgavene og få mulighet til å stille dem spørsmål angående deres bakgrunn i matematikk, tror jeg kan være med på å berike oppgaven på mange måter og gi en bedre innsikt i studentenes bakgrunnskunnskaper.

Notatene mine fra timene jeg observerer må være av bra kvalitet. Med det mener jeg at jeg må skrive ned alt av interesse som skjer, og ikke satse på å huske det senere. Det er fort gjort å glemme viktige elementer hvis man ikke skriver det ned med en gang. I tillegg til å skrive hva som sies av studentene eller lærer, er det viktig å få med seg hva som diskuteres. Om det er en spesiell figur eller en oppgave i en bok. Dette krever at jeg følger godt med og er systematisk i arbeidet med å lage notater. Dette burde gå greit da jeg fikk god øvelse i dette da jeg skrev MERG-oppgave.

Selve filmingen er den delen som kan fremme mest frykt hos studentene. Det å skulle filmes mens man jobber med matematikk og dermed på den måten utleverer seg selv og egen kunnskap, er noe som er skummelt for mange. Informasjonen studentene får fra meg skal forhåpentligvis være med på å dempe denne frykten og ufarliggjøre det å stille opp på filmingen. Studentene blir tydelig informert om at det er bare jeg som skal se disse opptakene, og at opptakene blir trygt oppbevart i etterkant av prosjektet. Hvis det da fremdeles er studenter som ikke vil være med, opplyses det også om at dette er et frivillig prosjekt og hvis noen ikke har lyst til å bli filmet, er det helt greit. Målet er å få flest mulig av studentene til å stille opp på prosjektet slik at man får mer data og et vidt spekter i nivå på studentene. Da filmingen skal foregå gruppevis, er det lett å utelate noen hvis de har lyst å være med på prosjektet, men ikke filmes. Studentene som ikke ønsker å filmes blir da plassert på en av gruppene som ikke skal filmes og unngår dermed den frykten. På den måten kan jeg få enda flere grupper som jobber med oppgavene, og dermed flere konklusjoner å analysere.

Det at studentene skal jobbe med problemløsningsoppgaver som de kanskje ikke så ofte har jobbet med, stiller krav til meg som skal finne disse oppgavene. Da jeg skal filme to ganger, kan jeg skremme vekk studenter hvis oppgavene jeg velger er for vanskelige. Samtidig må oppgavene være krevende slik at studentene ikke bare løser oppgavene uten problem slik at jeg ikke får en diskusjon rundt oppgavene og dermed ikke innblikk i hvilken kunnskap de innehar. Dette mener jeg at jeg har løst godt da jeg har hentet noen av oppgavene fra artikler der lærerstudenter har jobbet med disse oppgavene og vet at studentene derfor burde ha mulighet til å klare disse. Det er derimot vanskelig å gardere seg mot dette når man ikke vet hvilket nivå studentene holder. Her har diskusjon med veileder vært svært viktig i prosessen med å plukke ut oppgaver som skulle passe bra. Da jeg som tidligere nevnt har gått på lærerhøyskolen selv, vet jeg litt om nivået på studentene og kan tilpasse oppgavene ut fra dette.

3.6 Gjennomføringen av datainnsamlingen og analysen av data

Som nevnt tidligere ble det en del komplikasjoner angående hvor mange timer jeg fikk til rådighet hos faglærer til gjennomføringen av prosjektet mitt. Dette medførte en del endringer i mine opprinnelige planer. Jeg vil her redegjøre for disse endringene og beskrive hvordan innsamlingen av data egentlig gikk for seg.

3.6.1 Datainnsamlingen

Observasjon av forelesningen ble utført i uke 36, 37 og 39. I disse ukene var jeg til stede på alle forelesnings- og seminartimene. I seminartimene gikk jeg rundt og hjalp studentene med oppgaver de hadde problemer med. Dette var en fin måte å se hvilke problemer som studentene slet med, og hvilke kunnskaper de satt inne med. I tillegg fikk jeg spurt studentene om ulike ting som jeg syns var interessant å vite mer om. For eksempel om hvor mye de hadde jobbet med problemløsning i grunnskolen og på videregående. Under forelesningene observerte jeg undervisningen som studentene fikk samtidig som jeg fulgte kommunikasjonen mellom lærer og studenter.

Avtalen var egentlig å utføre filmingen av problemløsningen i smågruppene i uke 39, men da dukket det opp et skrivekurs for studentene slik at planene måtte endres. Jeg ble enig med studentene at vi skulle møtes til filmingen i uke 40. Der filmet jeg seminargruppe A tirsdag og torsdag, mens seminargruppe B ble filmet mandag og torsdag. Som nevnt under kapittel 3.1.4 fikk jeg ikke bruke seminartimene til å filme studentene. Dette medførte et oppmøte som var en del lavere enn det jeg opprinnelig hadde ønsket. I utgangspunktet hadde jeg håpet på minst 9 stykker slik at det ble tre grupper med tre studenter på hver gruppe. Siden de måtte stille opp frivillig ble dette tallet bare 4 studenter på seminargruppe B og 4 studenter første gang og 6 studenter andre gang på saminargruppe A. Det medførte at det bare ble en gruppe begge gangene jeg filmet seminargruppe B og en gruppe første gang og to grupper andre gang da jeg filmet seminargruppe A. Det kunne være ønskelig å slå sammen disse to seminar gruppene, men da de ikke har seminartimene samtidig, ble dette fort lagt bort. Det tar tid å venne seg til å samarbeide med andre i en gruppe, derfor fikk studentene velge grupper selv, slik at de kanskje gikk sammen med noen som de kjente godt fra før og var trygg på. Det at studentene var trygg på hverandre i gruppen er viktig for å få i gang en åpen kommunikasjon og ikke minst diskusjon noe som ville gi meg større innblikk i studentenes tanker og kunnskaper.

For å lettere holde oversikt, vil jeg sette navn på de ulike gruppene. Seminargruppe B er lett å holde oversikt over da det bare var en gruppe med hver gang jeg filmet. Det eneste som er forskjellen fra B1 og B2 er at det er to som er borte i B2. Der viste jeg at en student skulle reise bort, mens en annen ble syk. Dette gjør at vi på seminargruppe B får B1 og B2. Den andre gruppen er litt vanskeligere å holde oversikten over da det første gang jeg filmet var èn gruppe, mens det var to grupper andre gangen jeg filmet. Disse gruppene blir heretter omtalt som A1, A2a og A2b. Tallet 1 og 2 står henholdsvis for første og andre gangen det ble filmet, mens a står for den gruppen der jeg var tilstede og observerte og b for den gruppen som jeg ikke var inne og observerte. På den måten ønsker jeg at leser skal vite hvilken gruppe det snakkes om og at det dermed blir enklere å følge med når man veksler mellom gruppene i analysen. Nedenfor følger en tabell som viser hvilke studenter som var på hvilken gruppe.

Tabell 1: Oversikt over gruppesammensetning.

Gruppe	A1	A2a	A2b	B1	B2
Navn	Ole Ane Tea Ann	Ole Ann Pia	Sue Tea Ane	Ine Kim Gunn Gry Mia	Gry Kim Mia

Det som gjenspeilet seg hos de som møtte opp var, som nevnt i kapittel 3.1.4, at de var positivt innstilt til matematikk. Det at de ble så få gjorde at gruppediskusjonen ble noe amputert. Da studentene egentlig skulle få lov å kommentere og diskutere hverandres løsninger og konklusjoner, ble det nå en gjennomgang av det de hadde svart, og hva de kunne gjort annerledes. Min rolle under gruppediskusjonen var opprinnelig at jeg skulle være ordstyrer og administrere diskusjonen mellom studentene. Slik det ble, følte jeg til tider det var mer en forelesning fra min side enn en diskusjon mellom studentene. Dette kan jo indikere at det jeg kom med på tavlen for å få i gang en diskusjon var nytt for studentene, og at det var derfor de ikke kom med innspill. Jeg kan nevne at da jeg spurte hvor man får tallet pi fra, visste ingen av studentene at hvis man ganger diameteren med pi får man omkretsen. Altså, for å finne diameteren i en sirkel kan man dele omkretsen på pi. Så det kan hende at jeg overvurderte studentene og skulle lagt diskusjonen på et annet nivå, men jeg mener samtidig at de tingene som jeg tok opp var ting som lærere som skal undervise i matematikk må, i hvert fall burde, ha kontroll på.

3.6.2 Analysen av dataen

Fra forelesningsobservasjonene mine har jeg skriftlige notater over det som skjedde i de ulike forelesningene og seminarene. Disse notatene ble nøye lest, og jeg fant, sammen med det jeg husket fra timene, frem til interessante poeng som er verdt å nevne i denne oppgaven. Det kunne være ting fra forelesningene, kommentarer i seminarene eller svar på spørsmål som jeg stilte studentene.

Video-opptakene av studentenes gruppearbeid med problemløsningsoppgavene og gruppediskusjonene etterpå ble overført til PC ved hjelp av Windows Movie Maker. Analysen av dette materialet ble gjort ved å se gjennom filmklippene mange ganger før relevante episoder ble valgt ut og transkribert. Det var når materialet var transkribert man virkelig kunne gå inn og se på hva som egentlig hadde skjedd og deretter prøve å sette ord på det. Når man har transkribert materialet og leser igjennom det, er det mye mektigere enn det å se på filmklippet. Detaljer i valg av ord og formuleringer kommer mye klarere frem i det skrevne ord. Transkripsjonene inneholder mange tegn og symboler og det legges derfor ved en transkripsjonsnøkkel for å gjøre det lettere for leser å skjønne hva som blir skjer i transkriberingen. Transkripsjonsnøkkelen ligger som vedlegg i kapittel 8.1.

De innsamlede skriftlige konklusjonene og begrunnelsene ble studert og supplerte det som kom frem i videoopptakene. Ofte er det små forskjeller mellom det som blir sagt og det som blir skrevet, da man kan oppleve at det skrevne språket kan være "fattigere" enn det muntlige. Man kan føle man mangler ord når man skal forklare noe skriftlig. Det kommer heller ingen ekstra opplysninger til det som man har skrevet. Så det å skrive en forklaring eller begrunnelse skriftlig krever ofte mer enn det å forklare noe muntlig. Muntlig har man også muligheten til å bruke hender og fingre, mens man må nøye seg med tegninger når man forklarer noe skriftlig. Håpet var derfor at de skriftlige innleveringene skulle være litt mer nøyaktige og konkrete enn det muntlige jeg hadde samlet inn ved hjelp av data.

4 Analyse

Dette kapittelet omhandler analysen av datamaterialet. Kapittelet blir tredelt da jeg skal analysere observasjonen av undervisningen, problemløsningen i smågruppene med tilhørende felles presentasjon og de skriftlige innleveringene av konklusjon fra gruppene. I analysen av observasjonene jeg gjorde i undervisningen kommer jeg til å analysere forelesningene og seminartimene hver for seg. I analysen av problemløsningen i smågrupper, kommer jeg til å presentere 5 utvalgte spisoder og analysere disse. Til slutt kommer jeg til å se på de skriftlige innleverte konklusjonene for å se om man ved hjelp av disse kan si noe om forståelsen studentene har av areal og omkrets.

4.1 Analyse av observasjon av undervisningen

Når jeg observerte undervisningen, observerte jeg som nevnt både forelesningene og seminartimene. Under forelesningene var fokuset mitt å se på hvordan læreren underviste og om han underviste for begrepskunnskap eller prosedyrekunnskap. I tillegg så jeg på hvilke tilbakemeldinger læreren fikk for sitt valg av metoder og hvordan de virket på studentene. I seminartimene ville jeg se hvordan studentene løste oppgaver og prate med dem for å finne ut litt mer om deres bakgrunn, spesielt da hvilken erfaringer de hadde ved å jobbe i grupper og med problemløsningsoppgaver. I undervisningstimene ble det verken filmet eller tatt lydopptak av det som skjedde. Når noe interessant skjedde, ble det skrevet ned i en bok, og analysen av undervisningen bygger på disse feltnotatene.

4.1.1 Analyse av forelesningene

I forelesningstimene fant jeg fort ut at læreren underviste for at studentene skulle få begrepskunnskap, altså skulle de forstå det de gjorde og ikke bare lære seg formler for senere å reprodusere disse. Læreren hadde hele tiden konkrete eksempler og prøvde å forklare hvorfor man kunne gjøre slik som reglene sa. Han sa at selv hadde han bare pugget en ting i hele sitt liv og det var gangetabellen. Resten av matematikken han hadde lært seg, hadde han forstått. Han sa flere ganger at studentene gikk på en lærerhøyskole der de skulle ut å undervise elever i disse reglene. Da kan man ikke bare kunne uføre reglene, men også forstå hvorfor man kan bruke de og hvorfor reglene er slik de er. I de timene jeg observerte sa han nesten hver time at studentene måtte forstå hva han gjorde, og at det ikke var nok å pugge formlene. Grunnen til at han måtte gjenta dette mange ganger var holdningen til studentene. De var av og til irriterte fordi læreren forklarte, etter deres mening, altfor mye. Det hele toppet seg da de hadde om brøkregning. Læreren skulle forklare hvorfor man kan snu den bakerste brøken og gange ut når man skal dele to brøker med hverandre. Han tok for seg eksempelet $\frac{1}{4} : \frac{2}{3}$. Han skrev de to brøkene opp på tavlen under hverandre med en brøkstrek mellom dem. Så forkortet han først brøken over brøkstreken med å gange begge brøkene med 4. Så forkortet han brøken under brøkstreken ved å gange begge brøkene med 3. Så viste han at etter at man har gjort det sitter man igjen med $1*3$ i telleren og $2*4$ i nevneren, altså den regelen alle har lært. Nå ble flere av studentene sinte. Frustrasjonen gikk på at læreren gjorde så mye ”ekstra”. De skjønte ikke vitsen med alt det han gjorde når han allikevel kom frem til regelen til slutt. Læreren ble ganske fortvilet og forklarte at han mente dette var minimum av det studentene burde kunne innenfor brøkregning. Han prøvde på nytt å forklare at man som lærere burde kunne mer enn det man skal undervise elevene i, og at man derfor må skjønne hvorfor formlene er slik som de er. Studentene ville ikke høre på dette, og mange av studentene ble både sinte og frustrerte. Denne episoden var ikke unik, og læreren og studentene hadde mange diskusjoner som omhandlet dette med å forstå det man gjør.

Spriket mellom hvordan læreren prøvde å lære bort matematikk og den måten studentene ville at han skulle lære dem det, kan oppstå av flere grunner. Slik som jeg ser det er en av hovedgrunnene i denne situasjonen at studentene har for dårlige bakgrunnskunnkaper. Jeg tror mange av studentene ikke kunne eller ikke husket reglene og hadde kanskje derfor nok med å prøve å lære seg disse reglene på nytt. Da læreren i tillegg begynte å forklare hvorfor dette er slik, ble det nok for mye for enkelte studenter som lot frustrasjonen over sin egen manglende kunnskap gå ut over læreren. Det som er litt skremmende, er at dette er helt grunnleggende brøkregning som studentene burde ha jobbet med i barneskolen. Da studentene senere skulle jobbe med oppgaver som omhandlet brøk, var det mange som lurte på hvordan det var når man skulle addere to brøker. De var forvirret. Kunne de bare addere, eller måtte de få lik nevner først? Dette er spørsmål som man ikke forventer å møte på en lærerhøyskole der inntakskravet er 3 eller bedre i matematikk. Dette er tross alt studenter som skal ut å undervise mange elever i matematikk. Menon (1998) påstår at lærere som har svak begrepskunnskap ofte føler seg mer komfortable med å undervise for prosedyrekunnskap og vil være ute av stand til å gi elever oppgaver som som fordrer begrepskunnskap. Etter observasjonen satt jeg igjen med et inntrykk av at mange av de studentene jeg observerte har hatt lærere som ikke har gitt oppgaver som skulle være med på å gi begrepskunnskap. De har pugget formler og lært seg fremgangsmåter for å løse oppgaver. Læreren spurte en gang hvilken forklaring de hadde fått på divisjon av to brøker. Da rakk en student opp handen og sa at hans lærer forklarte at det var noe magiskt som skjedde, og at det bare var slik. Han utdypet at det var mange regler læreren han hadde hatt på ungdomskolen ikke forklarte, men sa bare at det var noe magisk som skjedde. En slik undervisning er med på å skape et bilde av matematikk som noe man ikke kan forstå, men bare må akseptere, og denne studenten har overhode ikke hatt anledning til å bygge begrepskunnskap gjennom den undervisningen han fikk hos denne læreren på ungdomsskolen. Historien var ikke unik, og det var flere studenter som sa de hadde fått en forklaring som minnet mye om det den første studenten hadde fått. Lærerne sa ofte at det bare var slik og at de måtte bare lære seg formlene. De måtte altså lære seg denne matematikken med pugg og ikke ved hjelp av forståelsen.

Skemp (1976) påpeker at relasjonell forståelse tar lengre tid å oppnå, men er derimot lettere å huske. Det jeg observerte var at mange av studentene husket nesten ingen ting av det de hadde lært tidligere, noe som kan indikere at de har fått undervisning som har fordret en instrumentell forståelse. Enkle regler som addisjon og multiplikasjon av brøker hadde mange glemt, og klarte dermed ikke å henge med da læreren ville forklare hvorfor disse reglene er slik de er. Læreren for studentene jeg observerte skal derimot ha ros for den måten han taklet dette på. Han kom hele tiden med konkrete eksempler på det de holdt på med, og prøvde flere ganger å forklare det for studentene slik at de skulle forstå. Spørsmålet er om han kunne lagt opp undervisningen på en annen måte slik at han kanskje fikk med seg flere studenter. Dette kommer jeg tilbake til i diskusjonen.

Da min siste uke med observasjon av undervisningen var kommet, var antall studenter på forelesningene sunket veldig. Det virket som om at studentene ikke brydde seg med å møte opp til forelesningene da, som nevnt i metodedelen, forelesningstimene ikke var obligatoriske. Det var ca 20 studenter igjen av de rundt 40 som hadde møtt opp på forelesningene tidligere i observasjonen. Det som var enda verre, var at antallet hadde sunket mer da andre forelesningstime skulle begynne. Forelesningene er de timene der læreren har størst mulighet til å påvirke studentenes kunnskap og forståelse, da seminartimene gikk med til å jobbe med oppgaver. Det at studentene valgte å ikke møte opp til forelesningene synes jeg var trist for læreren og studentenes egen del. Når man så har undersøkelsene til Eisenhart et al. (1993) i bakhodet blir man bekymret for det disse studentene kommer til å gjøre når de selv skal undervise. Eisenhart et al. (1993) fulgte en student som så viktigheten av å ville undervise for begrepskunnskap, men at han bare klarte dette av og til da han begynte å arbeide som lærer. Mange av de studentene som jeg observerte klarte ikke å se viktigheten av å kunne mer enn bare en regel og vil derfor ikke være i stand til å gi elevene sine oppgaver som skal bygge begrepskunnskap. De vil nok heller ikke føle seg komfortable med oppgaver som bygger på noe annet enn den instrumentelle forståelsen de selv har av matematikken. Dette kan medføre at mange elever vil sitte på skolebenken og pugge formler og fremgangsmåter og dermed gå glipp av den forståelsen som både Hiebert og Lefevre (1986) og Skemp (1976) fremhever som meget viktig.

4.1.2 Analyse av seminartimene

I seminartimene jobbet studentene med oppgaver innenfor det emnet de hadde. De fleste satt sammen med noen, men det var få som samarbeidet om oppgavene. De tok heller kontakt med meg eller lærer hvis de trengte hjelp. Da jeg gikk rundt for å hjelpe dem, snakket jeg som nevnt med dem om deres erfaringer med å jobbe i grupper og med problemløsningsoppgaver. Dette er skrevet ned i feltnotater, og analysen av seminartimene bygger på disse.

Studentenes erfaringer med å jobbe i grupper i matematikktimer, var stort sett fraværende. De fleste gangene de hadde jobbet i grupper på skolen, hadde vært på prosjektarbeid i andre fag. De fleste derimot hadde sittet sammen to og to i timene når de jobbet med matematikk, men brukte hverandre mest til å se om svaret de hadde funnet var riktig. Hvis svaret viste seg å være feil, skrev de som oftes av sidemannen eller kontaktet læreren. Det var ingen av studentene jeg pratet med som husket en situasjon der de fikk utdelt en oppgave i en matematikktime som de skulle løse sammen med andre. Da jeg snakket om problemløsningsoppgaver, var det mange som spurte hva jeg la i det. Jeg forklarte hva jeg la i ordet, og nesten alle svarte at de ikke hadde jobbet med slike oppgaver. Det var to jenter som mente de hadde fått noen slike oppgaver på videregående, men det var bare en eller to ganger. Dette fikk meg til å bli svært spent på hvordan det skulle gå med studentene som skulle være med på min undersøkelse. Studentene måtte faktisk jobbe med problemløsningsoppgaver, som de ikke hadde vært borti før, i grupper, som de heller ikke hadde vært med på før.

Da jeg gikk rundt og hjalp studentene, så jeg tydelige tegn på at matematikkunnskapen til mange av studentene ikke var den beste. Diskusjonen i forelesningen der studentene ikke forsto brøkreglene som læreren prøvde å forklare, fikk man nå se at hadde en grunn. Noen av studentene slet med å addere, subtrahere, multiplisere og dividere brøker. De adderte nevner med nevner og teller med teller, selv om nevnerene var ulik, og blandet reglene for multiplikasjon og divisjon. I tillegg til brøkregning, fikk jeg se når studentene jobbet med ligninger. De jobber både med å løse ferdig oppstilte ligninger og å omforme et skriftlig problem til en ligning. Det å omforme et skriftlig gitt problem til en ligning skapte store vanskeligheter for noen studentene, og læreren og jeg hadde mange vi skulle hjelpe. Her var læreren igjen flink til å prøve å gjøre det beste ut av det og tok oppgaver som mange slet med på tavla, der studentene hadde mulighet til å komme med innspill. Som regel var det ingen av studentene som bidro noe i denne prosessen. Dette kunne være fordi de ikke ville ta ordet eller var usiker på svaret de hadde funnet, men jeg observerte at det de fleste gangene var for at studentene ikke hadde klart oppgaven.

Mens oppmøtet i forelesningene ble mindre og mindre var det oligatoriskt oppmøte i seminartimene, noe som holdt oppmøte i disse timene oppe. I seminartimene satt studentene å jobbet godt med oppgavene som stod på arbeidsplanen og mange gjorde en god innsats for å få gjort alle oppgavene som læreren ville at de skulle gjøre. Dette viser at studentene ikke på noen måte har gitt opp, men prøver å lære seg dette på egenhånd. Jeg har derimot vanskelig for å tro at disse studentene klarer å få en relasjonell forståelse av det de jobber med, da mange ikke klarer det når læreren prøver å få til dette i forelesningen. Det viktigste å ta med seg var derimot at studentene prøvde å løse oppaver på fritiden, og at de dermed viste en vilje til å lære seg matematikk.

Inntrykket jeg satt igjen med etter forelesningen og seminartimene var at de generelle matematikkunnskapene til studentene var for dårlige. Problemene jeg observerte når studentene jobbet med oppgaver innenfor brøkregning og ligninger, stammer nok mye fra dette. Studentene slet med de enkleste reglene og mange studenter ble tydelig frustrert. Når miljøet og holdningen til matematikk er slik som jeg observerte, er det ikke så lett for læreren å ta studentene med på oppgaver som skal bygge begrepskunnskap. Mange hadde motvilje til å lære hvorfor reglene er slik de er, mens andre igjen kanskje ikke klarte å skjønne argumentasjonen til læreren.

4.2 Analyse av problemløsningen i smågrupper

Her kommer jeg til å presentere og analysere 5 episoder som skjedde mens studentene jobbet med problemløsningsoppgavene i smågruppene. Episodene er valgt for å på best mulig måte kunne si noe om kunnskapen og forståelsen studentene har om areal og omkrets. En del episoder kommer til å bli dele opp og analysere bit for bit. Dette gjøres for at episodene ikke skal bli så lang og at det forhåpentlig blir lettere å følge med.

4.2.1 Forvirring rundt areal- og omkretsformel for sirkel

Den første episoden fra når studentene jobbet med problemløsning i smågrupper, beskriver tre jenter som sliter med oppgaven som ble gitt muntlig etter at de var ferdig med oppgave 3. Altså oppgaven der de skal bestemme hvilken figur som har størst areal når omkretsen er 20 cm. Jentene svarte først kvadratet og sa de var ferdig. Jeg sa til dem at de måtte tenke litt mer på denne oppgaven, og da ville de med en gang sjekke hvor stort areal en sirkel med omkrets 20 cm fikk. Jentene er på gruppe A2b. Vi kommer inn rett etter at de har begynt å diskutere.

Tid	Nummer	Hvem	Innhold	Gestikulering	Kommentar
26.26	1	Ane	Vi ska ikkje ha radius...		Sier til Sue som måler 10 centimeter mellom passerbenene.
26.27	2	Sue	[Nei!		
26.27	3	Tea	[Nei! Vi ska ha omkretsn=		
26.29	4	Ane	=vi må ha omkretsn må være tjue centimeter.		
26.31	5	Tea	Ja æ tænkte på en måte...=		
26.32	6	Ane	=korsn kan vi få det...		
26.34	7	Tea	Korsn rægne man omkretsn av en sirkel. Man tar radius gange radius gange pi.(.) gjør man ikke. Korsn man da rægne areale d har ikkje æ peiling på, men det e ett av to.		
26.43	8	Tea	Jaa?		Noen banker på døren for å se om rommet er ledig. Men de går når de hører Tea sier ja.
26.47	9	Ane	Nei.		
26.50	10	Tea	mmmm. mmmm. Mmm.mm.m.		
26.57	11	Ane	Ja e d ikkje radien gange pi. Men vi...		
27.02	12	Tea	Ja, menne...		
27.03	13	Ane	Ja, da kan vi ta omkretsn, e d delt på pi? Da finn vi radien.		Husker ikke formelen, men er

					ikke så langt unna.
27.10	14	Tea	Ja men vi må joe finne omkretsn først.		Har ikke skjønt hva Ane prøver på.
27.12	15	Ane	Ja men den e tjue.		
27.14	16	Sue	Tjue e omkretsn førr det e det vi har.		
27.17	17	Tea	Ja, ta det delt på tre komma fjortn.		
27.20	18	Sua	Sæks komma tre sæks ni ni.		
27.21	19	Alle	(7)		
27.28	20	Tea	Bi det da, eh, enne...		
27.31	21	Sue	Æ huske at, e dokker sekker på at det e den formeln?		
27.34	22	Tea	Nehei.		
27.35	23	Sue	Gange to, d e ikkje radius gange radius=		
27.38	24	Tea	=Gange pi=		
27.38	25	Sue	=Gange pi.=		
27.40	26	Ane	=pi r i andre?		
27.41	27	Tea	Ja, pi r i andre.		Tar feil av formelen for arel og omkrets.
27.41	28	Ane	At det e, eh::.		
27.45	29	Sue	Ja, førr det va det...		
27.47	30	Tea	Eh::, nei.	Sitter og trykker på kalkulatoren.	
28.08	37	Sue	Gange, førr nu har vi funne ut... ka vi har funne ut?		
28.14	38	Tea	Phø, ingenting.		
28.14	39	Alle	(7)		
28.21	40	Ane	Vesst omkretsn...		
28.22	41	Sue	Kan vi ikke si at vi ikke har lyst å være me? Hehe.		

Som vi ser først i episoden begynner Sue å tegne en sirkel som har diameter 20 cm og ikke omkrets 20 cm slik som oppgaven var. Dette får Ane sagt tidlig fra om da hun ser at Sue måler 10 cm mellom passerbenene. Diskusjonen som følger viser hvor usikre studentene er på hva som er formelen for omkrets av en sirkel og hva som er formelen for arealet, og man ser helt tydelige signaler på at de blander de to formlene. Dette medfører at de ikke vet hvordan de skal gå frem for å finne radien i en sirkel med omkrets 20 cm. Tea sier at omkretsen av en sirkel er radius gange radius gange pi og at hun ikke har peiling på hvordan man regner arealet (7). Ane kommer med en annen formel (11). Der spør hun om det ikke er radien gange pi, slik at det blir omkretsen dividert på pi for å finne radien (13). Dette er jo ikke langt fra riktig, men de klarer ikke å se hvordan de skal løse oppgaven. Tea detter ut og sier plutselig at de må jo finne omkretsen først (14), selv om det er det eneste de vet. De kalkulerer det de tror det skal være på kalkulatoren og finner at radien skal være over 6 cm (18). Etter en pause der det virker som om alle har skjønt at dette ikke er riktig, jobber de med en ny formel. Ane tror hun vet det og kommer med formelen pi r i andre (26). De har ikke noe god følelse for det heller, og etter mye frem og tilbake sier Tea; "ingenting" (38), når Sue spør hva de har funnet ut (37). Denne episoden avsluttes med at Sue sier som en spøk om de ikke bare kan si at de ikke har lyst å være med (41).

Denne delen av diskusjonen viser at studentene er veldig usikre på hvordan de skal finne arealet til en sirkel når de bare har fått oppgitt omkretsen. Problemet er at de ikke kan sammenhengen mellom pi og omkretsen. Studentenes fremgangsmåte er å prøve å huske hvordan formlelen for omkretsen er, og man ser tydelig at de blander formlene for areal og omkrets. Det er noe som lett kan oppstå, og Chappell og Thompson (1999) fremhever at når elevene får jobbe med formelen for omkrets og areal samtidig, kan dette være med på å unngå at elevene blander de to formlene. I skolen i dag undervises det ofte om areal og omkrets separat, og elevene har derfor senere vanskeligheter med å skille mellom formlene. Et eksempel jeg selv har observert i skolen var da en elev begynte å fortelle om areal da klassen holdt på med omkrets. Læreren sa at eleven måtte være stille, for nå holdt de på med omkretsen og ikke arealet. Da Hiebert og Lefevre (1986) poengterte at begrepskunnskap kan være lettere å huske enn det man bare pugger, må jo målet være å gi elevene undervisning som styrker en forståelse av begreper, både for anvendeligheten til kunnskapen som læres og når man tenker på et lengre perspektiv.

Til slutt klarte studentene å løse oppgaven ved å bruke hverandre i gruppa på en fin måte. I siste delen av episoden får vi se hvordan de tre studentene gjør forskjellige ting for å finne en løsning.

28.29	43	Tea	Ja, d bære spørs om ikkje det e areale skjønne du. (.) men e d ikkje non som har en tjue centimeter lang trå?		Vil lage en sirkel med omkrets 20 cm av et hårstrå.
28.41	44	Sue	Ho har jævli langt hår da! Hehe.		
28.42	45	Tea	Hehe, æ så på det. Ehm, ja det e tjue centimeter. Eh, førr at ka sku areale være vesst d dær ikkje e areale? (5) men bi ikkje det...		
29.01	46	Ane	Ka e pi? E det...		
29.03	47	Tea	Ka det heite d dærna heile linja?		
29.07	48	Ane	Diametern.		
29.07	49	Tea	Diametern...		
29.09	50	Sue	Hær e tjue cant.		
29.10	51	Ane	Diametern gange pi?		Ane kommer med rett formel, men er ikke sikker på at det er riktig.
23.13	52	Tea	Ka det bi? Heh. Vi har fådd så mye [[ ]		
29.17	53	Ane	[Førr da må vi jo ta, vesst det e diametern gange pi, så må vi ta (.) tjue delt på pi.		
29.25	54	Tea	D e jo det vi har jort allereia.		
29.25	55	Ane	Da e d dær diametern...		
29.27	56	Sue	D hær e diametern, da dele vi på to! Da finn vi radius.		
29.32	57	Tea	Ja men det, ja. Okei. (.) da e radiusn tre...=		
29.39	58	Sue	= æ e så dåli på å huske formla.		
29.40	59	Tea	Æ å, menne. (5) det kan stæmme, det kan stæmme ganske bra det dær. (.) kan æ få låne den?		Sue har lagt et hårstrå i en sirkel, og Tea ser at radiusen kan passe med det tallet de har funnet.
29.56	60	Ane	Før r i andre å diametern e jo ikkje det samme!		
29.58	61	Tea	Nei! Førr radius e hallpartn av diametern. Så tre atten bi sånn cirka der. (.) æ lånte arke dett. (.) å det e jo sånn cirka like stort som du har fådd dær. Førrutn om at æ har gjort det me passern.		Tegner en sirkel med radius 3,18, som de tror skal bli en sirkel med omkrets 20 cm og finner ut at det stemmer bra.
30.19	62	Sue	Jo, men det bi sånn cirka det. Førr hær e diametern sånn cirka, sæks komma...		
30.23	63	Tea	Ja. Å hær e cirka tre komma atten.		
30.27	64	Sue	D hær e tjue cent. (.) Vi e kreativ iallefall.		Holder opp hårstrået på 20 cm.
30.34	65	Tea	Hihihi, ja. Å da e den tre komma atten, å...		
30.45	66	Ane	Da e omkretsn pi gange (.) d. D høres rart ut men...		
30.52	67	Sue	Pi gange d? Diametern.		
30.55	68	Ane	Eller, to pi r, e d ikkje nokka som hete det?		Kommer med "ny" riktig formel.
30.57	69	Tea	To pi r? Nei, det bi domt. Men pi r i andre, huske dokker nere på utgang E? Så va det		

			tægna en stor sirkel, så sto det pi r i andre. Huske dokker om det va omkrets eller areal?		
31.19	70	Ane	Æ ser førr mæ at det e areal!		
31.21	71	Tea	Ja.		
31.25	72	Sue	Men ka bi areale, vesst vi jør sånn hær da?		
31.30	73	Tea	Eh::, (16) trættien komma søttifæm.		
31.48	74	Sue	Da e det jo større!		
31.51	75	Tea	Eh, ja men da har vi tadd tre komma atten gange tre komma atten gange tre komma fjorten. Altså radius gange radius gange pi.		
31.57	76	Sue	mm-m. æ trur det e det! Æ trur, æ trur det e det.		
32.00	77	Tea	Å når han spørr korsn vi kom fram tell d hær, så... hehehe. Litt kult.		
32.13	78	Ane	Men prøv å ta to ganga tre komma fjorten gange tre komma atten		
32.20	79	Tea	D e nitten komma nitti=		
32.22	80	Ane	Ja, d e tjue, omkretsn tjue.		De er nå sikre på at de har funnet riktig svar.

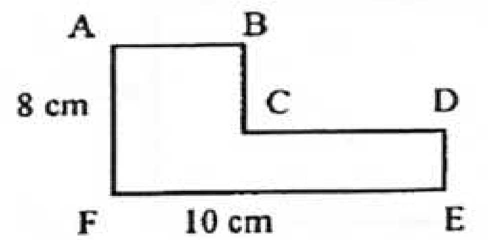
Episoden starter med at Tea spør om ikke noen har en 20 cm lang trå (43). Det hun vil er å lage en sirkel med en omkrets på 20 cm og på den måten finne radius slik at de kan prøve å finne arealet ut fra det. Etter en stund kommer Sue med et hårstrå som er 20 cm og begynner å måle radiusen på det (50). Ane er den mer analytiske av seg, og spør hva pi egentlig er (46). Ane kommer plutselig med rett formel og begynner å resonnere på den. Hun finner ut at hvis det er rett formel må de ta omkretsen delt på pi (53). Sue virker da litt oppgitt for det var jo akkurat det de gjorde tidligere, men da trodde de at omkretsen var radius gange pi. Ane forklarer at hvis den formelen som hun har kommet med nå er rett, er det de fant tidligere diameteren og ikke radius (55). Tea er den som liker å kalkulere ting på kalkulatoren, og hun hiver seg igang med det (57). Nå begynner de å sammenligne kalkulasjonene som Tea gjorde på den formelen som Ane fant, med den konkrete sirkelen som Sue har laget av et hårstrå og har målt opp. De finner ut at det de har kommet frem til må stemme, når kalkulasjonene stemmer med det som Sue har funnet på den konkrete sirkelen (62-64). Ane synes at pi gange diameteren høres rart ut, og får det ikke helt til å stemme (66). Ikke lenge etter kommer hun med en "ny" formel, to pi r (68). Dette får hun ikke gehør for hos Sue, som igjen kommer med pi r i andre, og prøver å huske hva det var ved hjelp av en plakat hun har sett tidligere (69). Ane sier fort at hun mener det er areal (70). Sue vil at de skal finne ut hva arealet blir nå ved hjelp av de formlene de har (72). Tea kalkulerer dette og sier at arealet blir trettien komma syttifem (73). De har nå funnet ut at arealet av en sirkel med omkrets 20 cm blir større en et kvadrat med samme omkrets. For å være på den sikre siden vil Ane at Tea skal finne ut hva omkretsen blir når de har den radien som de har nå (78). Tea gjør dette og får tilsvar nitten komma nitti (79). Nå er Ane fornøyd. De har funnet at omkretsen med den radiusen som de fant ved regning og ved hjelp av hårstrået blir tjue, slik som de fikk oppgitt.

Denne episoden sier litt om hvilken forståelse studentene har av omkrets og areal, men det som kanskje er like interessant er hvordan studentene kommer frem til løsningen på problemet. Som vi så i starten er det ingen som klarer å huske den riktige formelen. Tea er kanskje den som er dårligst faglig, men hun griper fort tak i kalkulatoren og hennes bidrag blir også viktig i løsningsprosessen. Ane er den som er sterkest faglig, og trenger bevis for å bli overbevist om at den ideen de har er riktig. Sue er den som er rimelig god faglig og som ved hjelp av et hårstrå gjør slik at gruppa kan kontrollere det de fant ut. Dette viser klart en av de store styrkene med å jobbe i smågrupper. En gruppe som er satt sammen av personer med ulik kunnskap og personlighet. Ved hjelp av hverandre klarer de å komme frem et riktig svar som de er sikker på. Det er jo akkurat på denne måten mange forskere anbefaler at studenter og elever får jobbe med matematikken (Sherman og Randolph (2004), Strutchens et al. (2001)), at de får prøve å finne egenskaper og på en induktiv måte kommer frem til formlene. Jeg er ganske sikker på at studentene i denne grupper har en bedre forståelse av areal- og omkretsformelen enn før timen. Da jeg i gruppepresentasjonen fikk satt ord på hvorfor det er slik at man tar pi gange diameteren og viste dem den sammenhengen, mener jeg dette er en god måte å jobbe med matematikk på. Mitt hovedfokus for denne oppgaven er ikke det sosiokulturelle, men jeg tar med denne episoden for å vise hvor rikt det kan være å jobbe i smågrupper med problemløsningsoppgaver. Episoden viser en av mine hovedgrunner til å velge denne måten å jobbe på, at studentene i samhandling med hverandre og hverandres kunnskap kommer frem til en løsning. Situasjonen viser samtidig hvor avhengig studentene er av formler. De har ikke selv skjønt, selv etter at de er ferdig med oppgaven, hvorfor de kan ta omkretsen delt på pi for å finne diameteren. De gjør det fordi de husker at de gjorde det på ungdomsskolen og videregående for å finne rett svar, de gjør det uten å tenke på hvorfor de egentlig gjør det de gjør. Da jeg forklarte hva sammenhengen mellom pi, diameteren og omkretsen var, var det nesten ingen av studentene som hadde hørt dette før. Det var noen som trodde de hadde hørt det, men var ikke sikre. Det kan jeg godt forstå. For min egen del fikk jeg ikke forklart denne sammenhengen slik at jeg forsto det før jeg gikk på lærerhøyskolen. Før det hadde jeg alltid blandet de to formlene, men etter den timen har jeg aldri gjort det igjen. Dette mener jeg viser at disse begrepene blir undervist som papegøye-matematikk, som Malloy (1999) kalte det. Læreren gir elevene en oppskrift på hvordan man skal løse en oppgave, men forklarer ikke hvorfor man egentlig gjør slik for å løse oppgavene. Dette medfører at formlene bare blir pugg og er dermed vanskelig å huske.

4.2.2 Forvirring rundt oppgave 1

Denne episoden tar for seg gruppe B1, med fem studenter som jobber med oppgave 1. Av de fem som jobber med oppgaven er det ei jente som ser tidlig hvordan man skal løse oppgaven, men klarer ikke å formidle det til de andre. Hun prøver flere ganger å forklare hva hun mener, men gruppen klarer ikke å skjønne hva det er. Det går ca tre minutter fra hun kommer med forklaringen første gang, til gruppa endelig skjønner hva hun mener. Nedenfor legger jeg ved oppgave 1 slik at det skal være lettere å følge diskusjonen i transkriberingen. Gruppen bruker mange bokstaver mens de diskuterer og da kan det være greit å ha figuren foran seg.

Oppgave 1)



Har dere nok informasjon til å finne omkretsen? Hvis dere har det, finn omkretsen. Hvis dere ikke har det, hvilken informasjon trenger dere?

Tid	Nummer	Hvem	Innhold	Gestikulering	Kommentar
01.00	1	Ine	Æ tænke at det e på en måte to førskjellige figura.		
01.03	2	Kim	Mmm-m		
01.04	3	Ine	Så viss vi finn omkretsn av den å den (.) menne…		
01.08	4	Gunn	Så må vi hugse å trekke fra den. Førr viss vi ikke trekker han ifrå, så kan vi jo fe omkretsn.		
01.13	5	Ine	Men assa, vi veit ikke kor lang den hær e ikkje sant, å den hær.		
01.17	6	Gunn	Den e jo AB		
01.18	7	Ine	Den e AB, men vi veit ikke kor lang AB e.		
01.21	8	Gunn	Nei.		
01.21	9		(6)		
01.27	10	Ine	Men vess vi lage en, en rektangel av hele.		
01.31	11	Gry	Men e d ikke på en måte, (.) det som mangle dær e jo den, og det som mangle der e jo dær.	Peker på figuren	Klarer ikke å se hva det er hun peker på
01.42	12	Gunn	Mmm?		
01.44	13	Kim	Ka du sa no?		
01.45	14	Gry	Den dær, e jo den.	Peker på figuren	Klarer heller ikke her å se hva hun peker på
01.48	15	Ine	mmm-m.		
01.48	16	Gry	Å den dær, e jo [den	Fortsetter å peke ogå vise på figuren	Klarer heller ikke her å se hva hun peker på
01.50	17	Ine	[den		
01.51	18	Kim	Mmm-m.		
01.52	19	Gunn	Men me he jo ikke dei [uansett, me vet jo ikke kor lenge dei e.		
01.53	20	Kim	[men vi vet jo ikke		
01.56	21	Ine	Nei, førr vi veit jo bere at heile den her e 10 cm.		
01.58	22	Gry	Men vi vet jo den.		Vet ikke hva ”den” er.
02.00	23	Ine	Hele den ja. [ja. Vi vet ikke, vi veit ikke den, å den.		
02.01	24	Gry	[ja.		
02.06	25	Ine	CD vet vi ikke. (3) vi vet bære at FE e 10 cm. Kordan kan vi finne ut kor lang CD e? (.) eller AB? Vi må finne ut kor lang...		

I begynnelsen av denne oppgaven mener Ine at de mangler informasjon for å finne dette (5 og 7). Her sier hun at de ikke vet hvor lang AB og at det byr på problemer. Tidlig i løsningsfasen kommer Gry med det hun ser på som en enkel løsning (11). Denne løsningen går nok ut på at hun har sett at AB+CD = FE = 10 cm. Og at BD+DE = AF = 8 cm. Gry prøver å forklare dette (11, 14 og 16), men forklarer slik at gruppa og jeg på dette tidspunkt ikke vet sikkert hva hun mener. Kim spør Gry, etter at Gry har prøvd å forklare for første gang, hva hun sa (13), og Gry prøver å forklare på nytt (14 og 16). Gruppa skjønner ikke hva hun mener, eller ser ikke sammenhengen i det Gry sier. Gruppa argumenterer med at de fortsatt mangler lengden på noen av linjene og at de må finne en annen måte å gjøre dette på (19, 21 og 25).

Den første delen av diskusjonen viser at Gry tidlig ser en løsning. Hun prøver å få de andre på gruppa til å skjønne hva løsningen er, men selv om hun prøver flere ganger klarer hun ikke det. Gry sitt valg av ord kan være en av grunnene til at de andre på gruppa ikke skjønner hva hun mener. Hun bruker setninger som: ”det som mangle dær e jo den, og det som mangle der e jo dær” (11) og ”den dær, e jo den” (14). Hun setter ikke navn eller forklarer godt nok hva det er hun har funnet ut. Det mener jeg kan være med å forvirre de andre slik at de ikke skjønner godt nok hva hun mener. Dette kan komme av at Gry ikke er vant til å jobbe med oppgaver der hun må dele sine ideer med andre enn seg selv. De første gangene man skal forklare noe for andre i matematikken, kan det være vanskelig å gjøre seg forstått. Når man ser en løsning kan man fort "glemme" å ta med relevant informasjon når man skal forklare det til andre, noe som fører til at de andre ikke forstår hva det er denne personen mener. Den relevante informasjonen glemmes fordi det, for personen som forklarer, er innlysende at det er slik det er, selv om det kanskje ikke er det for dem som man skal forklare det til. Dette kan føre til frustrasjon både hos den som forklarer og de som blir forklart til, noe vi skal se tydelig når denne situasjonen fortsetter.

I fortsettelsen av episoden prøver fortsatt Gry å forklare de andre hva hun mener, og blir mer og mer frustrert over at de ikke skjønner hva hun mener.

02.26	26	Gry	Men d e jo bære å ta av hele!		
02.29	27	Ine	Så må vi trække fra.		
02.30	28	Mia	Du kan ikkje trække fra nokka du ikke veit ka e.		
02.33	29	Ine	Nei=		
02.33	30	Gunn	=hehehe. He.		
02.37	31	Gry	De spørr om omkretsn,[ikkje areal. D e rundt!		Gry er nå tydelig frustret for at de andre ikke forstår hva hun mener.
02.40	32	Ine	[De jør jo det.		
02.41	33	Mia	Jaja, men vi vet jo fortsatt ikke BC å [CD		Mia og resten av gruppa klarer ikke å skjønne hva Gry mener.
02.44	34	Kim	[Vi må jo vite entn BC eller CD.		
02.49	35	Ine	[ ] vesst vi veit.. nei vent litt.		
02.50	36		(5)		
02.55	37	Gunn	Hadde vi visst, e::hh, (.) DE, så hadde d vore lettare før da kunne vi tatt AF minus DE [men vi veit jo ikke den så.		
03.00	38	Kim	[Mm-m.		
03.04	39	Ine	Men d e jo sikkert en litn løsning her vet du.		
03.09	40	Gunn	[ ] ligning på det.		
03.10	41	Ine	Ja, vi må sette opp ei ligning.		
03.11	42	Gunn	Ja. [ ] er lik BC pluss DE		
03.27	43	Ine	Men kordan bi ligninga?=		
03.28	44	Gry	=men vi ska finne omkretsn!		Nå begynner hun å bli oppgitt
03.30	45	Gunn	Ja, men vi må vite den sia [[]		
03.31	46	Gry	Ja, men den dær veit vi e ti. Åsså vet vi at den e åtte. Åsså vet vi den =		
03.36	47	Gunn	=Nei=		
03.37	48	Mia	= nei, vi vet ikke den.=		
03.37	49	Gry	= Nei, men vi vet at hele den, derfra [tell dit, e ti, så derfra tell dit bi jo ti		Her kommer Gry med en bedre forklaring.
03.40	50	Ine	[Ahhh, jaa. Ja det bi jo ti.		Endelig gir en annen en annen på gruppa uttrykk for å skjønne hva Gry mener.
03.45	51	Gry	Så fra E å opp dit bli jo, åtte, åsså...		
03.48	52	Gunn	Jaja, me kan finne omkretsn...=		
03.50	53	Gry	D e jo omkretsn vi ska finne! D e jo ikke no areal.		
03.53	54	Gunn	Næ-æi, men (8) men me he jo ikke en heil firkant på en måte.		

04.02	55	Ine	Nei, d ha vi jo ikkje.		
04.05	56	Gunn	Me ska jo finne omkretsn her og her=		
04.07	57	Ine	Ja, men trur dokker ikke att, den der pluss den der, den e jo åtte centimeter	Trekker strekene DE + BC	Nå prøver Ine å forklare det til de andre.
04.10	58	Gunn	Ja!		Endelig skjønner Gunn og restn av gruppa hva Gry har prøvd å formidle.
04.12	59	Ine	Ja, e d jo ti pluss åtte pluss ti pluss åtte.		
04.15	60	Gunn	Åja, fan.		
04.18	61	Alle	Latter.	Nå skjønner alle oppgaven, og skjønner at de har rotet mye!	
04.21	62	Gry	Ja, e d ikkje bære sånn?		
04.22	63	Ine	Jo, vi har jo bære tænkt mye vanskeliar.		

Nå begynner Gry å bli litt frustrert over at ingen forstår hva hun mener og sier ganske fortvilt at det bare er å ta av hele (26). Her mener hun nok at omkretsen av figuren er det samme som om man tar omkretsen til et rektangel med sider 8 og 10 centimeter. Gruppa slår igjen fast at man ikke vet hva man skal trekke fra for å finne de sidene man trenger og at man ikke kan trekke fra noe man ikke vet hva er (27 og 28). Når gruppa hele tiden sier at de mangler noe, blir Gry bekymret for at de har misforstått oppgaven og slår fast, tydelig frustrert, at det er omkretsen de skal finne, ikke arealet (31). Det er gruppa enig i, men de mangler jo fortsatt BC og CD (33). Etter litt frem og tilbake blir noen i gruppa enig i at de må lage en ligning for å løse oppgaven (40 og 41). De prøver seg litt på ligningen, men klarer ikke helt å se for seg hvordan ligningen skal bli (42 og 43). Når de holder på med dette ser man tydelig at Gry blir mer og mer frustrert. Etter en stund blir hun så frustrert at hun nok en gang påpeker at det er omkretsen de skal finne (44). Nå har hun fått tenkt litt og kommer nå med en bedre forklaring enn hun har kommet med tidligere (46, 49, 51og 53). Hun møter fortsatt litt motstand (47 og 48), men hun overbeviser også noen (50). Når hun er ferdig med å forklare, ser vi at hun kanskje hadde rett i at noen hadde misforstått oppgaven da Gunn sier at joda, de kan jo finne omkretsen (52). Gunn er den som er vanskligst å overbevise, og viser tydelig at hun har problemer med å skjønne hva Gry mener (54 og 56). Da Ine forklarer at BC + DE må bli åtte centimeter (57) og at AB + CD blir ti centimeter, skjønner også Gunn det de forklarer (60). Da alle har skjønt det, flirer de litt av seg selv og sier at de har jo tenkt mye vankeligere enn de hadde trengt.

Episoden viser at oppgaven skapte problemer for lærerstudentene. Det var en jente som så løsningen med en gang, men klarte ikke å formidle det hun så til de andre i gruppa. Dette kan være på grunn av liten erfaring med å jobbe i grupper, da det under seminartimene kom frem at studentene ikke hadde jobbet mye slik. Studentene har derfor ikke trening med å forklare for andre hva de mener på en måte som gjør det enkelt for andre å forstå. Fra transkribsjonene ser man tydelig at Gry har løst oppgaven tidlig, faktisk etter ca ett og et halvt minutt ut i episoden (11). Alle i gruppen ser derimot ikke løsningen før over fire minutter ut i episoden (60). Dette kan forklares med hvem som er "sjef" i gruppa. Gunn tok en del plass i gruppa og ville prate mye og anså nok seg selv som en som er flink i matematikk. Gry virket derimot som en jente som var litt beskjeden og forsiktig til vanlig. Hun tok ikke ordet hvis hun ikke måtte, og var ganske stille i gruppa. Det kan medføre at de kanskje ikke hørte nok på henne og hennes forklaringer. De gikk som regel til motangrep med en gang hun prøvde å forklare noe, og ville ikke høre ordentlig på henne. Gry blir utålmodig og irritert over den utviklingen som gruppen hadde i løsningsprosessen. Det hjalp nok ikke for gruppen at det var Gunn som så løsningen til slutt, for hun var ganske påståelig i at de ikke hadde nok informasjon til å klare å løse oppgaven. Jeg tror Gunn ikke ville innrømme ovenfor seg selv at Gry hadde funnet ut noe som hun ikke hadde funnet ut. Stoltheten til Gunn sto kanskje i veien for en tidligere avklaring av oppgaven.

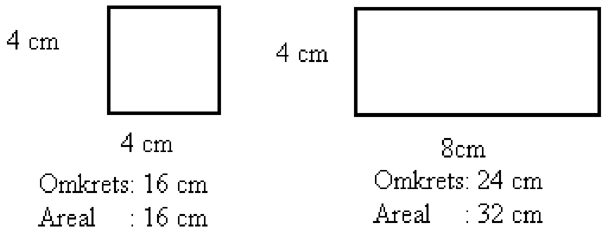
Jeg vil påstå at noen av studentene som leste ordet omkrets, hørte at det var omkretsen de skulle finne, men allikevel prøvde å finne arealet. Gry prøver å forklare hva det er hun mener om denne oppgaven, men at de andre studentene mener dette er feil fordi de egentlig leter etter en måte å finne arealet på. Gry har også en oppfatning av det og slår dermed tre ganger fast at det er omkretsen og ikke arealet de skal finne (31, 44 og 53). En replikkveksling som underbygger dette er 26 og 27. I 26 sier Gry at det bare er å ta av hele. Der mener hun at det bare er å ta omkretsen av hele rektangelet, hvis man bare tenker seg et rektangel med sider 8 cm og 10 cm. Så kommer Ine med svaret sitt i 27. Der sier hun at de så må trekke fra. Det hun mener her er at man så må trekke fra det man tok med i rektangelet som ikke er med på figuren. Altså det som blir med i høyre hjørne på figuren. Dette har ingenting med omkretsen å gjøre, men arealet. Jeg er ganske sikker på at disse studentene ikke har fått jobbe med areal og omkrets samtidig, men hver for seg. De har ikke sett at man kan forandre en figurs areal uten å endre på omkretsen. Dette skrev Chappell og Thompson (1999) om, og konkluderte med at elever må få jobbe med formlene for areal og omkrets samtidig for å bedre kunne skille mellom dem. Det er også med på å forsterke elevers oppfatning av areal og omkrets som to forskjellige formler med helt forskjellige egenskaper. Det å vise elever hvordan man kan manipulere en figur slik at arealet forandrer seg men ikke omkretsen er en fin måte å få elevene til å se forskjell på de to formlene, og dermed kunne skille de bedre i fremtiden. Reinke K. S. (1997) så at mange av studentene hun hadde med i sin undersøkelse prøvde å finne omkrets og areal til figuren på samme måte. De klarte ikke å se forskjellen på det å finne omkrets med det å finne arealet og velger dermed samme fremgangsmåte. Det hjelper nok heller ikke elevene å få utlevert ti-tjue figurer med oppgitte mål som man deretter skal finne omkretsen eller arealet til. Oppgaver som er stilt i en problemløsningskontekst er mye rikere fordi man virkelig må tenke gjennom hva man skal finne, og dermed hvilken fremgangsmåte man skal velge for å finne det rette svaret. I tillegg kunne man gjøre slik Sherman og Randolph (2004) gjorde i sin undersøkelse, jobbe med areal og omkrets på en induktiv måte slik at formlene er et produkt jobbet frem av elevene. På den måten blir det deres eget produkt og elevene får dermed et slags eierforhold til formlene. Sjansen for at elevene skal huske formlene på den måten er mye større enn hvis de bare blir fortalt at formelen for omkrets til en figur er slik og at formelen for areal til en figur er slik.

4.2.3 Gruppe A2b godtar utsagnet i oppgave 3

Legger først med oppgave 3 for å få den repetert.

Oppgave 3)

Tenk deg at en av elevene dine kommer veldig entusiastisk på skolen. Eleven forteller at hun har funnet ut en teori som du aldri har fortalt klassen. Hun forklarer at hun har funnet ut at når omkretsen av en lukket figur øker, øker også arealet. Hun viser et bilde for å bevise hva hun mener:



Hva mener dere om denne oppdagelsen?
Hvordan ville dere reagert ovenfor denne eleven?

I dette kapittelet har jeg med en av to episoder der studentene jobber med oppgave 3, den andre episoden kommer i neste avsnitt. I den første episoden mener gruppen utsagnet som eleven kommer med i oppgaven er rett, og begrunner sine valg i klasserommet ut fra det. I den andre episoden mener gruppen først at utsagnet er rett, men en gutt i gruppa kommer til slutt frem til at det kanskje ikke er det allikevel. Det var tre grupper som jobbet med denne oppgaven, og den tredje gruppen, som ikke vil bli omtalt her, godtok utsagnet til eleven. Gruppene kom med lite når det gjalt hvordan de ville ha reagert i klasserommet hvis de hadde hatt en elev som hadde kommet med en slik oppdagelse. Dette var som forventet da de går første året på lærerhøyskolen og ikke har hatt så mye pedagogikk eller vært utplasert i praksis tidligere.

Denne første delen av gruppediskusjonen viser at to av jentene tidlig godtar utsagnet som eleven kommer med i oppgaven. Den tredje jenta, Ane, er derimot litt forsiktig med å ta en slik avgjørelse angående utsagnet. Hun leter etter noe som kan overbevise henne om at det som eleven sier er sant, eller som eventuelt viser at det ikke alltid gjelder.

Tid	Nummer	Hvem	Innhold	Gestikulering	Kommentar
00.54	1	Sue	Der e den jo (.) hallpartn så stor så den.	Peker på de to figurene.	
00.59	2	Tea	Ja.		
01.00	3	Sue	Så da bi det jo klart at den pluss en tell av den (.) da bi det to sånne boksa satt i hopen. (.) men hva mener dere om denne oppdagelsen?		Henviser til at figuren har blitt dobbelt så lang, og mener at de kan gå over til del to av oppgaven.
01.12	4	Alle	(9)		
01.21	5	Tea	Vi mene at det e ganske naturli at når areale bi større, eh, når omkretsn bi større bi åsså areale større.		
01.30	6	Ane	mm-m. men sist trengte ikkje areale å bi større selv om omkretsn bei det.		
01.36	7	Tea	Kor fant du det på? Va det den dær trekantn som va fløtta?		Referer til oppgavene som var gitt forrige dobbelt-time.
01.38	8	Ane	Nei, på den der første, me en firkant som va, assa...		
01.47	9	Tea	Jo, det va den dærre skoen holdt æ på å si. Men, de hær e jo firkanta, d e jo ikkje nokka som går ned eller sånn.		Refererer til oppgave 1.
01.54	10	Ane	Nei.		
01.55	11	Tea	Så vesst d e bære disse så e d jo ganske logiskt.		
01.59	12	Ane	Ja. Den linja der, eller, firkantn som trække ut slik at firkantn bi større.		

02.08	13	Tea	Ja, førr den e jo fire centimeter lenger.		
02.10	14	Sue	Den e dobbelt så lang, lang, den linja e jo dobbelt så lang som den linja.	Peker på figuren på arket.	Mener at siden som er 8 cm er dobbelt så lang som tilhørende side fra forrige figur.
02.17	15	Tea	Ja.		
02.19	16	Ane	Men se at areale e bidd dobbelt så stort, men omkretsn...		
02.26	17	Tea	Areale bi dobbelt så stort sia det e den boksn gange den boksn, nei, den gange den gange den. Ja, å den=	Peker på figuren på arket.	Skal egentlig si: den gange den gange den gange den. Men glemmer en "den". Refererer til lenge gange bredde på første figur og lengde gange bredde på andre figur.
02.34	18	Ane	=Ja, vi har to sånne boksa. Men den streken dær e bære fløtta ut, så det e lagt på=		
02.40	19	Tea	D e bære lagt på=		
02.42	20	Ane	=åtte centimeter=		
02.42	21	Tea	=åtte centimeter ja.		Mener at det er lagt på åtte centimeter på omkretsen for å få figuren til å forandre seg.
02.43	22	Ane	fire dær å fire dær. Å den e bære fløtta.		
02.48	23	Tea	Skriv du?		Sier til hun som skal skrive den skriftlige løsningen.
02.50	24	Alle	[ ]		Småprat om hvem som skal skrive.
03.06	25	Ane	Ska vi skriv nokka om...		
03.07	26	Tea	D e jo bære å skriv, en: denne oppdavelsen er jo egentlig helt riktig. Fordi at når du dobla, eller når du førstørra, eller laga den større så si det jo sæ sjøl at areale bi større. (.) men omkretsn bi ikkje dobbelt så stort sånn som areale bi. (.) nån nye oppdagelsa?		Spør Sue som sitter og kladder om hun har funnet noe nytt.
03.33	27	Sue	Nja, æ bære tænkte litt.		

Som vi ser bestemmer gruppa, i hvert fall to av de tre deltakerne, at oppdagelsen er riktig og at de mener det er naturlig at det er slik som eleven kommer på skolen og forteller (3 og 5). Igjen ser vi at Ane er litt mer skeptisk og trenger å bli mer overbevist for at hun skal godta dette. Hun referer til oppgave 1 som de jobbet med forrige gang, der arealet kunne bli større selv om ikke omkretsen ble det, og hun aner at det er noe mer med denne oppgaven (6). Tea slår fast at da var det jo ikke en firkant slik som de har nå, og hvis de bare har firkanter er det helt logisk (9 og 11). Ane dreier så diskusjonen inn på at arealet og omkretsen ikke har økt i samme forhold, og finner ut at arealet doblet seg ved bare å legge til åtte centimeter (12-22). Tea er fornøyd med det de har funnet og lurer på om Ane skriver slik at de kan gå videre (23). Tea oppsummerer det hun mener de har funnet ut, at det er helt logisk det de har funnet ut, men at omkretsen ikke blir dobbelt så stor slik som arealet (26). Nå har det derimot spredd seg litt usikkerhet til Sue også, som sitter og tenker på noe (27).

De tre jentene har klart helt forskjellig tilnærming til hvordan de møter problemet. Tea synes resonnementet er helt logiskt og slår seg til ro med det de finner ut i starten. Sue er også enig med Tea, men blir litt mer usikker mot slutten av episoden. Ane derimot tror ikke helt på dette, og mener det må være mulig å finne bevis eller en eller annen sammenheng som kan forklare spørsmålet. Hun trenger rett og slett på en eller annen måte å bli overbevist om at det er slik som Tea og delvis Sue har bestemt seg for at det er. Dette sier kanskje ikke noe direkte om forståelsen av areal og omkrets, men jeg mener det sier noe om hvem som har de beste forutsetningene for å oppnå den relasjonelle forståelsen som Skemp (1976) fremhever. Tea og delvis Sue setter seg ikke ordentlig inn i oppgaven, men aksepterer bare det denne eleven kommer med. De mener det er en lur oppdagelse eleven har gjort og er egentlig klar for å starte med neste oppgave. Ane derimot leter hele tiden etter bevis eller noe som kan overbevise henne om at det stemmer, at det virkelig er slik som eleven sier. Hun prøver å koble utsagnet fra eleven til noe som hun kjenner til fra før, og hun husker at forrige gang var det slik at arealet kunne øke uten at omkretsen økte. Hun føler at det er noe mer med oppgaven og prøver å finne noe som kan fortelle henne hva det er. Denne nysgjerrigheten og viljen til å finne sammenhenger og bevis for en oppgave er veldig bra for utviklingen av relasjonell forståelse av matematikken. Hvis man bare sier seg enig i et utsagn uten å sette seg inn i hva utsagnet egentlig formidler og om det virkelig er slik som det hevdes, kommer man ikke til å få noe eierskap til matematikken. Den blir da bare noe man har hørt en plass eller blitt fortalt, altså en instrumentell forståelse der matematikkunnskapen er isolerte elementer og ikke et nett av koblet kunnskap. Det at Ane prøver å koble dette til tidligere ervervet kunnskap kan være med på å forsterke den relasjonelle forståelsen. Den blir koblet til et nett av kunnskap som sees i sammenheng med hverandre. Det som er styrken med å jobbe i grupper er akkurat denne sammensetningen av studenter som vil se oppgaven i sammenheng med annen kunnskap, mens andre føler seg ferdig med oppgaven. Studentene som vil ha mer begrunnelse kan da presse de andre studentene til å tenke litt mer over oppgaven og få dem til å sette seg mer inn i dem. Det skumle er selvsagt hvis det blir omvendt og gruppen hører på den/de som er fornøyd med en begrunnelse som er feil og ikke er gjennomtenkt. Der kommer lærerens rolle som veileder inn, og lærer kan da stille spørsmål som kan starte en søken etter mer informasjon for å bedre kunne begrunne det de mener.

Diskusjonen til jentene fortsetter, og Sue blir mer og mer enig med Tea, mens Ane fortsatt holder litt igjen. Ane prøver flere ganger å komme med argumentasjon som skal overbevise henne om at utsagnet til eleven er rett, men alle gangene stopper hun litt opp og fullfører ikke resonnementet hun har begynt på.

04.18	33	Ane	Det einaste ho har funne det e jo bære at (.) at når omkretsn bi større så bi åsså areale større. Ho har ikkje funne ut kor (.) kor masse det øka me.		
04.34	34	Sue	Det som e, e jo at (4). Vesst du tar trættito minus de to sien som e det samme, eller de to, så bi det jo tjuefire. (4)		
04.52	35	Ane	Jah. (4)		
04.56	36	Tea	Mmm, d va jo egentli ganske ænkel oppdagelse da. Omkretsn e jo [ ], gjør den større i lengde eller bredde så bi jo areale større.		
05.07	37	Sue	Ja, d e jo ikke no meir=		
05.09	38	Tea	=D e jo ikke no meir=		
05.10	39	Sue	=å det e jo sant.		
05.11	40	Tea	Ja, så det e jo uansett om du plusse på bære to centimeter, så vil jo areale bi større.		
05.19	41	Sue	Du må, må utvie figurn.		
05.21	42	Tea	Ja, omkretsn bi jo kanskje ikkje så mye større, men areale bi jo fortsatt større.		
05.30	43	Sue	Ja. Så vi meine det e sant, å det stæmme det.		
05.35	44	Tea	Det stæmme bra det ja.		
05.37	45	Sue	Ka du har skrevve?		Lurer på hva hun som skriver har skrevet.
05.38	46	Ane	Oppdagelsen er riktig fordi når omkretsen blir større, må arealet bli større. Ehh, (.)		

05.47	47	Tea	Men koffer må det det? (.)		
05.50	48	Ane	Når du liksom...		
05.51	49	Tea	Når du utvie nokka så si det sæ sjøl at det som e inni bi større.		
05.58	50	Ane	Når du lægg på en kant førreksempel nån centimeter på (.) ett eller anna så bi jo den...		
06.05	51	Tea	Jo men vesst vi dele det hær borde i to å sætt [inn ei plata, så selvfølgeli bi areale av borde større.		
06.08	52	Sue	[men vesst vi har den dær... har et hallt ark, så lægg vi på et hallt til, så har vi et heilt. Da bi areale mye større. Det e jo, d e jo ikke no å forklare for det e jo bære rætt å slætt logiskt.		Bretter et ark i to, for siden å brette det ut til et helt ark.
06.26	53	Tea	Skriv logiskt. (10) kordan ville du ha reagert ovenfor denne eleven? [visker noe til Sue] så kan man jo førklare man litt nærmare vesst man...		
06.49	54	Sue	Så kan man forklar kordan man vil, ja... ehh, (.) du førklare jo koffer det bli sånn. E d sånn du ville ha reagert?		
07.00	55	Tea	mm-m. (.) e du eni? Du va så stille den hær gangen.		
07.05	56	Ane	Jaaa, æ veit ikkje ka æ ska sei om den.		

Denne delen av episoden starter med at Ane slår fast at eleven sier at arealet blir større, ikke hvor mye større det blir (33). Deretter kommer en diskusjon mellom Tea og Sue (34-44) der Tea gjenntatte ganger sier at oppdagelsen er riktig og at det er slik som eleven sier (36, 40 og 42). Sue overbeviser seg selv, med litt hjelp fra Tea, om at det må være slik som eleven i oppgaven sier, og at Tea har rett (37, 39 og 43). Ane kommer med to ytringer der hun prøver å komme med noe som kan overbevise henne om at det er slik som eleven i oppgaven har funnet ut (46 og 50). Ingen av disse ytringene er fullstendige, og man skjønner at hun har problemer med å overbevises om at eleven har funnet på noe som er sant. Sue er nå helt overbevist og viser ved hjelp av et ark hvordan dette er helt logiskt (52). Tea er ferdig med del en av oppgaven og prøver å få de andre med seg på del to der de skulle forklare hvordan de ville ha reagert ovenfor eleven (53). På slutten av episoden plukker Tea opp at Ane kanskje ikke er helt enig med henne og Sue og kommenterer at Ane er så stille (55). Da svarer Ane det som man ser tydelig ut fra transkribsjonene, at hun ikke helt vet hva hun skal si om oppgaven enda (56).

På denne oppgaven ser det ut som de tre studentene er opphengt i det eksempelet som er oppgitt i oppgaven. Studentene tenker at de har en figur og at man så øker omkretsen på figuren den ene eller andre veien, men det er jo ikke det som er poenget med oppgaven. Poenget er er jo at man kan gjøre omkretsen på en figur så stor man bare vil, uten å øke arealet, men for å få det til å skje må man samtidig forandre begge sider på figuren. I ytring 51 og 52 tar Tea og Sue for seg to konkrete eksempler. Tea tar for seg bordet studentene sitter og jobber ved og forklarer at hvis man deler bordet i to og setter inn ei plate vil jo selvfølgelig både omkretsen og arealet øke. Sue bretter et ark i to og bretter så arket ut igjen og får et helt ark. Da har også både omkretsen og arealet økt. Det ser ut som studentene legger til areal, ser at omkretsen øker og konkluderer med at siden omkretsen og arealet øker må utsagnet til eleven være rett. De prøver ikke nok å forandre figurens omkrets for å se hva det gjør med figuren. Tilleggsoppgaven de fikk denne timen var oppgaven der de hadde 20 cm omkrets til rådighet og skulle finne hvilken figur som har størst areal. Et av poengene med denne oppgaven var et forsøk på å hjelpe studentene med oppgave 3. De erfarte at med en omkrets på 20 cm kunne arealet både bli mindre og bli større avhengig av hvilken figur man brukte den på. Samtlige grupper fant også ut at et rektangel ville bli mindre enn et kvadrat. Det var dessverre ingen av gruppene som så den koblingen denne tilleggsoppgaven hadde til det problemet de jobbet med i oppgave 3. En av grunnene til det var kanskje at studentene var låst på de figurene som er tatt med i oppgaveteksten og ikke klarte å bevege tankegangen bort fra de. Formuleringen "lukket figur" skulle, i likhet med da Liping Ma ga oppgaven, oppfordre til en diskusjon rundt flere figurer. Hos Liping Ma diskuterte derimot alle deltakerne bare kvadrater eller rektangler, noe som vi ser går igjen hos mine deltakere.

I siste delen av diskusjonen prøver Ane fortsatt å finne en forklaring på hvorfor det er slik som eleven i oppgaven hevder. Tea motarbeider henne fremdeles og lurer på hva hun holder på med. Mot slutten av episoden finner derimot Ane en begrunnelse som hun til slutt slår seg sånn høvelig til ro med.

08.06	70	Ane	Men vesst vi sei at omkretsn, d e jo sien...(.)		
08.13	71	Tea	Ka d e du skal tell me nu? Vi har jo svart på oppgaven.		Tea er meget fornøyd med det svaret de har kommet med, mens Ane vil føre et bedre argument, eventuellt finne ut om de har rett.
08.18	72	Ane	Ja, må du se. Vi har omkretsn e(.) e sie gange sie gange sie gange sie.		
08.25	73	Sue	Nei=		
08.25	74	Tea	=d ska være pluss sie pluss sie pluss sie.		
08.27	75	Ane	Pluss side. (7)		
08.34	76	Tea	Areale er lik side, høyde gange længde, lengde gange bredde. No sånn.		
08.44	77	Ane	Ja, lengde gange høyde. (10)		
08.54	78	Tea	mm-m. (4)		
08.59	79	Ane	Æ veit ikkje. Hehe. D e sekkert rætt. (5)		Her kommer tvilen hennes om svaret er riktig eller ikke frem igjen.
09.04	80	Tea	D e d!		Her kommer det frem at Tea er sikker på svaret de har kommet frem til.
09.06	81	Sue	Men si nu ka du tænke på.		Henvender seg til Ane
09.08	82	Ane	Ne::i, æ veit ikkje ka æ tænke på. Tænkte bære på om det va nokka...		
09.12	83	Sue	D virka litt førr lætt.		
09.16	84	Tea	Jo, men det står jo bære at, ehhh...		
09.22	85	Sue	Ska æ gå å spørr han?		Lurer på om hun skal gå å spørre meg.
09.24	86	Tea	Heh. Eleven fortell at hun har funnet en teori som du aldri har forklart klassen. Det vil si at du har glømt å førklare koffer det e sånn at areale bi større i en, i en like stor ting bære litt førstørra. Så finn eleven ut at det e jo sånn det e. At når du utvie nokka , så bi det større, areale bi større.		
09.49	87	Ane	Men da vi hadde sånn... åsså sist gang hadde vi en (.) sånn.		Tegner figuren fra oppgave 1.
09.55	88	Sue	Ja.		
09.57	89	Ane	Åsså hær va liksom omkretsn fremdeles den samme, men vesst vi fløtta den sia dit å den sia dit, så bei areale større.		
10.08	90	Tea	Ja, førr nu har du jo kutta ne på areale. Eller, assa når du har skjert litt inn dær. =		
10.13	91	Ane	=mm-m.		
10.13	92	Tea	Så vesst du fløtta linjan opp så bi jo areale		Refererer til noe vi

			størr, menne... d va jo det samme huske du den dær kryssen, plusstægnan me en gange en. Assa den kunne han jo utvi, uten at omkretsn bei no større, men areale førandra sæ.		hadde på gruppegjennomgang-en første gang.
10.33	93	Ane	Ja, men så snart omkretsn bi større så må areale bi større.		
10.39	94	Tea	Omkretsn træng nødvendivis i... nei. (.) jo, omkretsn træng ikkje bi større sjøl om areale bi større. Førr vesst vi vi ut den dær, så bi areale større men omkretsn bi den samme.		
10.52	95	Ane	Ja, men vesst omkretsn bi meir så må åsså areale følle ætter.		
10.57	96	Sue	Må det det? [uansett?		
10.57	97	Tea	[Ja, det må det. Det må det. Før da bi jo figurn større.		
11.03	98	Sue	Men koffer træng det ikkje å bi, ja, koffer træng d ikkje å bi...		
11.09	99	Tea	Førr se på den dær.=		
11.10	100	Ane	=Førr vesst vi har den hær figurn. Alle de hær sien e èn ikkje sant. Så vesst vi hadde gjort sånn, så hadde vi jo bære tadd bort de, men lagt de tell dær. Så linjen vil bi de samme.		Referer til en oppgave der 5 kvadrater med sider èn er satt sammen til å forme et plusstegn.
11.28	101	Sue	Ja, akkorat. Men det kunna man åsså førklart at det, at det e muli, å førklar førr elevan, at det e muli at areale kan øke men ikkje omkretsn.		
11.41	102	Tea	Bære skriv at areale kan øke selv om omkretsn ikkje øk, men visst omkretsn øk, så e det, da bi d på måte en sælvfølge at areale øk.		Dette slår alle seg til ro med.

Den siste delen av episoden begynner med at Ane skal prøve å komme frem til en forklaring som de kan presentere for de andre (70). Tea synes ikke noe særlig om at Ane enda ikke har slått seg til ro med det de har funnet ut og lurer på hva det er Ane holder på med (71). En liten diskusjon om formlene for areal og omkrets kommer (72-77), før Ane gir litt opp igjen og sier at det sikkert er rett slik som de to andre er enige om. Tea slår fast at hun mener at det ikke er noen tvil om det (80). Sue prøver å prate med Ane for å få henne til å forklare hva hun mener (80), og Ane sier at hun bare trodde det var noe (81). Tea slår igjen fast at ytringen til eleven er rett (86) før Ane begynner å tenke på den oppgaven de hadde forrige gang, oppgave 1 (87). På den oppgaven husker hun at man kunne utvide arealet uten å utvide omkretsen (89). Tea nevner en oppgave som vi diskuterte i gruppediskusjonen etter første gruppearbeid der vi laget et plusstegn med fem kvadrat med sider på en centimeter, og så at man kunne utvide figurens areal uten å forandre omkretsen (92). Sue og Tea kommer med eksempler der omkretsen ikke forandrer seg, men arealet gjør det. Dette er med på å overbevise Ane om at det må være slik som eleven i oppgaven hevder å ha funnet ut. Hun begynner å konkludere med at arealet kan forandre seg uten at omkretsen gjør det, men hvis omkretsen øker må arealet "følge etter" og bli større (93 og 95). De to andre på gruppa er enige med det Ane sier, og gruppa konkluderer til slutt med dette resonnementet. Altså at arealet kan øke selv om ikke omkretsen gjør det, men hvis omkretsen øker, må også arealet øke.

Ane trengte noe som kunne overbevise henne om at utsagnet eleven kom med i oppgaven var rett. Hun føler hun får det når hun ser oppgaven i sammenheng med oppgave 1 som de jobbet med forrige gang. Studentene ble svært opphengt i figuren som eleven i oppgave 3 kommer med. De klarer ikke å distansere seg fra denne figuren og diskuterer derfor bare kvadrater og rektangler. Det skal nevnes at de allikevel kunne klart å finne eksempler på figurer der omkretsen øker mens arealet ikke gjør det. Hvis man går ut fra et rektangel, vil utsagnet til eleven gjelde så lenge man beholder lengden på en av sidene og forandrer den andre. Hvis man derimot forandrer begge sidene, kan man finne eksempler på figurer som ikke stemmer med elevens teori. For eksempel et rektangel med sidene 8 cm og 2 cm. Da vil omkretsen øke og bli 20 cm, mens arealet vil bli like mye som kvadratet som eleven kom med, altså 16 cm². Man kan også finne eksempler der omkretsen øker mens arealet blir mindre. Et rektangel med sider 10 cm og 1 cm vil ha omkrets 22 cm og areal 10 cm. Det var altså mulig for studentene å vise at utsagnet til eleven i oppgave 3 ikke stemte selv om de bare tenkte på rektangler. De kunne faktisk finne ut at man kan øke omkretsen med så mye man vil, uten at arealet vil øke. Oppgaven kunne også innby til en diskusjon rundt andre figurer enn rektangler. Det var derfor det ble brukt formuleringen lukket figur i oppgaveteksten. Studentene kunne fort funnet ut at for eksempel en likesidet trekant med sider 6 cm har omkrets 18 cm og areal som er tilnærmet 15,6 cm ². Dette ble ikke diskutert i det hele tatt, da studentene som nevnt ble opphengt i bare rektangler.

Episoden sier litt om hvordan studentene er undervist i matematikk og kanskje defor også hvilken kunnskap de sitter inne med. Man kan spørre seg om det er slik at hvis man kan si noe om hvilken undervisning studentene har fått, kan man ikke da si noe om hvilken kunnskap de har? Jeg mener at episoden viser at studentene ikke er vant med oppgaver der de skal utforske og finne sammenhenger selv. To av studentene slår seg ganske tidlig til ro med det som eleven kommer med, og er på mange måter ferdig med oppgaven der. Ane viser derimot egenskaper som man kan finne igjen hos en elev som er nysgjerrig og har lyst å finne sammenhenger og bevis. Hvis man blir ”foret” med kunnskap uten å gjøre noe for å få den, blir man gjort inaktiv og klarer ikke på samme måte å se sammenhenger og relasjoner i matematikken. Hvis man derimot jobber på en måte som Sherman og Randolph (2004) gjorde i sine undersøkelser, vil elevene samtidig som de får en bedre forståelse for begrepene, gjøre matematikkunnskapen til deres egne oppdagelser. Elevene får oppleve at matematikk ikke bare er noe som ble oppdaget for lenge siden, men man kan faktisk selv oppdage de samme tingene i dag. Det er nok med på å bygge opp nysgjerrigheten og interessen for matematikk hos elevene og det at elevene får oppdage sin egen matematikk blir en motivasjonsfaktor i seg selv. Jeg er derimot redd for at mange elever i Norge er undervist på en måte som ikke skaper entusiasme for matematikken. Tavleundervisning med noen eksempler og deretter oppgaver som er akkurat lik eksemplene på tavla, er nok hverdagen for mange elever. Jeg tror disse elevene lettere vil akseptere et utsagn som det som eleven kommer med i oppgave 3, uten å stille spørsmål eller undersøke om det virkelig er slik. Da er det godt å se at det på lærerhøyskolen også finnes studenter som stiller seg tvilende til et slikt utsagn og virkelig går inn for å finne bevis eller motbevis for at det stemmer eller ikke. At Ane i denne situasjonen ikke kom frem til det rette svaret er jo ikke bra, men den viljen og interessen hun viste for å komme frem til en løsning på oppgaven var veldig bra og positiv, ikke minst nå når hun selv skal lære mer matematikk og senere undervise i skolen.

4.2.4 A2a godtar også utsagnet i oppgave 3

Denne episoden omhandler gruppen A2 som først godtar utsagnet til eleven i oppgave 3, men siden finner et eksempel der det ikke stemmer. For å få frem de eksemplene som de kom med, kommer jeg til å se på det som gruppen presenterte i pleniumsdiskusjonen. Den første delen av diskusjonen viser at gruppen først bare godtar utsagnet når de jobbet med oppgaven i gruppa og går videre til neste oppgave.

Tid	Nummer	Hvem	Innhold	Gestikulering	Kommentar
01.17	1	Ole	D e jo førr såvidt rætt det [		
01.18	2	Ann	[ja, d e jo akkorat det det e!		
	3		(9)		
01.27	4	Ann	Men, enn vess vi prøve me nån andre tall		

01.30	5	Ole	Nei, det bi det samme.		
01.31	6	Ann	Ja, æ veit det, men bære førr å få et bilde.		
01.34	7	Pia	Men det bi det samme uansett [ka man jør		
01.35	8	Ann	[ja, e veit det (6) Men va det en lur oppdagelse da?		
01.36	9	(12)			
01.48	10	Pia	Æ har en sånn uvane førr å tænke alt førr vanskeli.=		
01.50	11	Ann	=Mmmh.		
01.52	12	Ole	Det, jo...		
01.53	13	Ann	Men, når omkretsn øke vil ikkje, da vil jo automatisk arealet øke, vil det ikke det?		
02.00	14		(4)		
02.04	15	Ole	Jo. Men det e jo meir korsn, (.) d e jo ikkje det som, (.) som e spørsmåle.		
02.11	16	Ann	Nei, men ka meine vi om det?		
02.13	17		(27)		
02.40	18	Ole	Da må vi sjå på den her [[ ] reager		Går videre til del 2 av oppgaven, uten å ha diskutert del 1 nevneverdig.
02.42	19	Ann	[ja vi ser heller på det.		
02.44	20	Ole	Kordan ville du gjort det liksom?		
02.45	21		(6)		
02.51	22	Ann	Korsn hadde vi reagert ovenfor denna eleven (.) som plutseli hadde kommen på skoln en dag me en vældi smart ide?		Har bestemt seg for at utsagnet stemmer.
03.00	23		(5)		
03.05	24	Pia	Hadde jo sagt han vært flink.		
03.06	25	Ann	Mmmh. Æ hadde tadd, æ hadde tadd det opp i en mattetime å gådd ijønna det å visst at det går åsså ant å førklare areal og omkrets på denne måtn å sånne ting.		
03.19	26	Pia	Mmm-m. (.) kanskje sport ka de andre mente om det. Om dæm så det på samme måtn.		
03.26	27	Ann	Jaa.		
03.31	28	Pia	Eller om dæm hadde andre idea.		
03.33	29	Ann	Ja, førr det e jo rætt sånn som [		
03.35	30	Ole	[ehh, skal omkresten av en lukket [ ] øker også. Men den jør nødvendigvis ikkje det. Det går ann å ha samme, du kan ha samme omkretsn å ha (.) kan du ikkje ha samme omkretsn, men anna [		
03.50	31	Ann	[areal. Eller motsatt. Førr du huske jo den figurn vi hadde forrige gang.[		
03.56	32	Ole	[førr vesst du bære sætt en sånn, sånn strek, sånn,[sånn sånn.		Tenker tilbake til det som ble gjort forrige gang
04.00	33	Ann	[Ja, ja, ja.		
04.01	34	Ole	Så e d samme omkretsn [men ikke samme areal		

Episoden begynner med at Ole fastslår at utsagnet som eleven kommer med er rett (1). Det sier Ann seg enig i, men har lyst til å prøve andre tall for å se hvordan det blir da (2 og 4). Det blir raskt avvist av Ole og Pia som mener bestemt at det blir det samme uansett om man prøver med nye tall (5 og 7). Ann tror på det og går dermed videre til neste spørsmål (8). Etter dette kommer en pause på 12 sekunder der det ser ut som om gruppa funderer på om det er sant allikevel (9). Etter litt smådiskusjon bestemmer gruppa seg for i stedet å gå videre til den neste oppgaven som gikk ut på hvordan de ville ha reagert ovenfor eleven (19-22). Det kommer frem at Ann ser på teorien til eleven som en smart ide (22), og gruppa diskuterer litt hvordan de ville ha reagert ovenfor eleven. Pia ville sagt at eleven var flink og spurt de andre i klassen om de så det samme som denne eleven eller om de hadde noen andre ideer (24, 26 og 28). Ann ville tatt det opp med klassen og forklart at det gikk an å forklare areal og omkrets på denne måten også (25). Plutselig kommer Ole tilbake i diskusjonen igjen (30), nå med et nytt syn på første del av oppgaven. Ann hiver seg på og husker hvordan det var med oppgave 1 fra forrige gang (31). Ole viser de andre hva han mener og slår fast at det er samme omkrets på figuren, men ikke samme areal (34).

Episoden viser at studentene kanskje stoler litt for mye på det utsagnet som eleven kommer med. Tidlig velger de å avslutte diskusjonen om utsagnet er rett eller ikke, og velger heller å diskutere hvordan de ville ha reagert ovenfor denne eleven. Studentene ville faktisk ha gitt ros til eleven uten å sjekke om utsagnet til eleven stemte. Undersøkelsene de gjør for å finne ut om utsagnet er sant eller ikke er helt fraværende. Studentene slår bare fast at utsagnet må være riktig og baserer sin besvarelse på det. Dette mener jeg er et godt eksempel på studenter som ikke har vært vant til å styre eller delta i sin egen læring. De aksepterer bare utsagnet til eleven uten å sjekke om det er rett og gjør dermed en feil som kan gi feillæring til hele klassen da utsagnet til eleven ikke stemmer. Diskusjonen mellom studentene kunne stoppet her, og de kunne ha vært fornøyd med resultatet, men så får vi se en av de største fordelene med å jobbe i grupper. Tidlig i situasjonen over slår også Ole fast at dette er riktig, han er faktisk den første som gjør det. Han har derimot begynt å tvile litt på det han mente tidligere og har meldt seg litt ut av gruppa mens han sitter og skriver på arket sitt. Han har ikke sagt noe om hvordan han ville ha reagert ovenfor eleven, men kommer plutselig inn igjen og begynner å diskutere del 1 av oppgaven på nytt. Han kommer frem med et eksempel der omkretsen ikke forandrer seg men arealet øker. Det er derimot ikke det eleven hevder. Eleven hevder at når omkretsen øker må også arealet øke. Ole får ideen på grunn av oppgave 1 som studentene jobbet med forrige gang. Som vi så i forrige episode, var det det som var med på å overbevise Ane om at eleven måtte ha rett i sine antagelser. I fortsettelsen av episoden får vi se om det de husker av oppgave 1 er med på å overbevise gruppen om utsagnet til eleven er rett eller ikke.

04.02	35	Ann	[samme omkretsn men ikkje samme areal.(.) da bi det jo som på den vi hadde forrige gang.		
04.10	36	Ole	Stem når det e en firkant, åsså den her. Men vesst det e en anna figur så træng det ikkje nødvendivis bli det samme =		
04.15	37	Ann	= nei. [ ] førr da bi det…		
04.17	38	Pia	Ka du tænkt...?		
04.19	39	Ole	Ikkje sant, omkretsn...		
04.21	40	Ann	At det her e borte, la oss sei at det her e borte, d e ikkje der		Tegner opp figuren som er gitt i oppgave 1 og som de jobbet med forrige gang
04.26	41	Ole	Omkretsn e akkorat det samme [så		
04.26	42	Ann	[Men, omkretsn e den samme, mens areale e jo ikkje det samme sia den her bitn e borte. E du me?		
04.37	43	Pia	Du har bære den hær?		
04.39	44	Ann	Ja, den som eg har tægna på der, den e ikkje dær. Den e borte, så du har en sånn hær figur. (4)		
04.46	45	Pia	Ja.		
04.48	46	Ann	Omkretsn vil være det samme, men vesst areale vil jo ikkje det.		
04.54	47	Ole	Ja, vesst omkretsn øke så vil jo areale øke, ja det stemme jo sjøl som ho sei det. Førr e d		

			ikkje at, det at…		
05.02	48	Pia	Ja, førr ho si jo ikke at det e en, altså areale bi så å så stort. Ho si jo bære at når omkretsn øke så øke areale å.		
05.12	49	Ole	Ja, det e jo det ho gjør		
05.15	50	Pia	Så det har jo ingenting å si om det e kutta av sånn.		
05.20	51	Ole	Nei det som e, e jo at (.) her sett man me samme omkretsn, men areale bi... vesst man øka omkretsn så må man, (.) [ ] da må areale å øke.		
05.35	52	Ann	Ja.		
05.35	53	Alle	(6)		
05.41	54	Ole	Så det stæmme i å førr sæ, men det går ann å ta at (4), sjøl om (.) at det træng ikkje nødvendivis å være en sammenheng mellom omkretsn og areal.		
06.00	55	Ann	Men den oppdagelsn ho har jort, ka meine vi om det?		
06.04	56	Alle	(5)		
06.09	57	Pia	At ho har (.) innsedd på en lur måte korsn man, forholde mellom omkretsn og areal.		
06.18	58	Ann	mm-m		
06.20	59	Ole	Men det stemme jo ikke det, førr andre figura, [vesst du velle en anna figur så.		
06.24	60	Ann	[det stæmme jo bære førr sånne, vesst du velle en anna figur så ja, stemme det jo ikkje.		
06.32	61	Pia	Stæmme det ikke på trekanta da?		
06.33	62	Ole	Jo, menne vesst du hadde en, førr eksempel en sånn, så e omkretsn, ja vesst du øke omkretsn, jo, det stæmm, det bi det samme. Jo, det bi det samme.	Tegner opp samme figur som var på oppgave 1 på arket.	

Episoden starter med en diskusjon rundt figuren som de jobbet med i oppgave 1. Ann sier seg enig med det Ole sa til slutt i forrige episode og slår fast at figuren de jobbet med forrige gang hadde samme omkrets, men ikke samme areal (34 og 35). Pia var ikke med forrige gang de jobbet med oppgaver og har ikke sett oppgave 1. Gruppen bruker dermed litt tid på å forklare henne hvordan figuren så ut og hvilke egenskaper den hadde (40-46). Ole har derimot fått tenkt litt på denne figuren, og begynner å bli enig med det han sa helt først, at utsagnet til eleven stemmer allikevel (47). Pia har nå forstått hvordan figuren i oppgave 1 så ut og hva de fant ut om omkretsen og arealet på den. Hun sier seg enig med Ole og forklarer at eleven sier at når omkretsen øker, så øker arealet og at det har ingenting med at figuren i oppgave 1 har kuttet av et hjørne å gjøre (48 og 50). Ole fører et resonnement lik det som Pia har og erkjenner at i oppgave 1 sitter man med samme omkrets, mens arealet øker (51). I samme resonnement kommer det frem at han nå mener at når omkretsen øker må også arealet øke. Han slår fast at det ikke trenger være en sammenheng mellom areal og omkrets (54). Ann føler nå at oppgaven er besvart og lurer på hvordan de ville ha reagert ovenfor eleven (55). Pia forklarer at hun mener at man skal forklare eleven at hun på en lur måte har innsett forholdet mellom omkrets og areal (57). Så kommer Ole inn igjen og hevder at utsagnet kanskje stemmer for den figuren eleven har valgt å ta med som eksempel, men at det ikke nødvendigvis gjelder hvis man velger en annen figur (59). Dette hiver Ann seg med på og bryter inn mens Ole forklarer hva han mener, og sier at man kan finne andre figurer der det ikke gjelder (60). Pia lurer på om det ikke stemmer for trekanter (61), noe Ole bekrefter (62). Når Ole til slutt skal forklare hva han mener med at man kan finne andre figurer som dette utsagnet ikke gjelder på, kommer han litt til kort. Han jobber fortsatt med figuren som var gitt i oppgave 1, men denne gangen kommer han frem til at hvis man øker omkretsen, vil arealet også måtte øke (62). Til slutt i denne episoden er Ole enig med det han sa helt i begynnelsen av forrige episode, at utsagnet som eleven kommer med må være sant, da han ikke finner noen figurer som det ikke gjelder på.

Diskusjonen viser at gruppa prøver å finne en sammenheng mellom det de jobber med nå, og noe de har jobbet med tidligere, oppgave 1. Ole kommer på at han har sett noe som dette før og prøver deretter å se det nye gjennom den gamle kunnskapen han har. Denne måten å jobbe på står i godt forhold til teorien om begrepskunnskap og prosedyrekunnskap som Hiebert og Lefevre (1986) kom med. Hiebert og Lefevre mener begrepskunnskap er den "beste" typen kunnskap og mener det er noe man burde jobbe mot. Det er jo akkurat slik gruppen og spesielt Ole jobber. Begrepskunnskap gikk jo ut på å knytte ny kunnskap til kunnskap man allerede har. Gruppa har jobbet med oppgave 1 forrige gang og har en god forståelse av den oppgaven etter at vi diskuterte den i gruppa. De prøver nå å se oppgave 1 i sammenheng med oppgave 3. Denne gangen klarer de ikke å gjøre de rette koblingene slik at de kan løse oppgave 3 ved hjelp av den kunnskapen de fikk fra oppgave 1, men den måten å tenke på kan være med på å styrke begrepskunnskapen deres i fremtiden. Det ser ut som om de blir for opphengt i figuren som eleven gir som eksempel. De klarer ikke å løsrive seg fra figuren og blir dermed opphengt i at når man får større omkrets på akkurat denne figuren, så må jo arealet bli større. Som vi ser bruker denne og den andre gruppa ord som lur, smart og logisk for å forklare hva de mener om teorien til eleven. De mener altså at det er en lur oppdagelse og at det er helt logisk at det må være slik. Ord som "lur" og "logisk" mener jeg studentene bruker da de bare ser på kvadrate og rektangelet eleven kommer med, og øker disse. Som nevnt i 4.2.3 kunne studentene ha funnet moteksempler på utsagnet til eleven ved å se bare på rektangler. De kunne også ha sett på andre figurer enn rektangler, da det i oppgaveteksten sies "lukket figur". Dette klarer nesten ingen av studentene å bruke videre i oppgaven. Studentene kunne sett på trekanter eller hvilken som helst lukket figur, men jeg mener det er tydelig at de bare ser på kvadrat eller rektangel fordi det er det eleven har brukt i oppgaven.

4.3 A2a sitt bidrag til plenumsdiskusjonen

Som jeg nevnte ovenfor, var det nesten ingen som klarte å bruke det faktum at det stod lukket figur i oppgaveteksten. Personen som klarte å se at ordene lukket figur også bød på andre figurer enn rektangler eller kvadrater, var Ole. Rundt seks minutter etter at episoden 4.2.4 var over, kom Ole frem til en ny ide. I de seks minuttene som gikk fra 4.2.4 ender til han kom frem til den nye ideen, har gruppen diskutert hva de skal skrive i konklusjonen. Ole kladder litt på sitt eget ark og kommer plutselig frem med sin nye ide. Den går ut på at utsagnet til eleven i oppgave 3 ikke trenger å stemme i alle situasjoner. For å få presentert ideen bedre, velger jeg å se på Ole sitt bidrag i plenumsdiskusjonen. Det var Ole som skulle presentere det som gruppa A2a hadde kommet frem til. På presentasjonen som Ole hadde, tegnet han noen figurer for å bedre få frem poengene gruppa hadde. Disse figurene synes jeg det kan være interessant og nyttig å se for å få et bedre innblikk i hva Ole og gruppa A2a sin konklusjon gikk ut på. På grunn av det velger jeg å se på konklusjonen Ole presenterte om oppgave 3 på pleniumsdiskusjonen.

Tid	Nummer	Hvem	Innhold	Gestikulering	Kommentar
34.02	1	Ole	Det stæm i nokka telfella, men ikke før alt. Vesst du har en (.) vanli firkant som du øke omkretsn på, men d e samme figurn på han. Førr eksempel øke den her sia her (.) så vil jo å areale bi større. Men vesst eg på den her tar sånn, så får æ en sånn (.) her vil jo omkretsn bi større, så den øka nødvendivis ikkje omkretsn, eller den kan øk omkretsn utn at areale å bi større. Det areale e jo mye mindre enn på den. Men omkretsn e mye større. D va egentli ikke	Tegner figurer på tavla som han bruker for å forklare og vise hva han mener.	Figurene han tegner kan man se under denne tabellen. Først tegner han figuren øverst i midten, så den øverst til høyre. Da ser han at arealet øker. Så tegner han figuren nede i

			så mye meir å sei. Va det det? Det vil kanskje være naturli å ta det inn i undervisninga, korsn man vil reager, på om det, korsn sammenheng det kan va mellom areal og omkrets		midten. Da ser han at omkretsen øker mens derimot arealet er mye mindre en figuren han startet med, øverst i midten.
35.01	2	Ann	Sei det vi tænkte om formlike		
35.03	3	Ole	Ja. Det vil va, vesst de ska bi, vesst det ska stæm, da ho kom me. Som vil, må det va samme form på figuran. De to førskjellie. Vesst du tar en running førr eksempel, å du øka omkretsn, eller, ja, omkretsn på den. Så vil å areale bi større vesst det fortsatt e sirkel. (.) du kan jo ha en , enne, sirkel å øk omkretsen på den sirkel uten å få nødvendivis større areal. (.) eller du kan ha samme omkretsn på den, men få vældi mye mindre areal. Så det e ikkje nødvendivis en sammenheng, mellom dem.		
35.46	4	Tea	Æ trur ikkje æ skjønn		
35.46	5	Ole	<u>Skjønn du ikkje?</u>		
35.47	6	Tea	Kordan kan du utvie omkretsn på en sirkel utn å få større areal?=		
35.51	7	Ole	=okei, dropp. Ka du... du kan ihvertfall ha den samme. Enn vesst den her... ska vi se. Vesst æ har en sånn hær en. Føst en sånn, så gjør eg sånn.	Tegner figurer på tavla som han bruker for å forklare og vise hva han mener.	Tegner her tre sirkler, men bruker bare to for å forklare. Det er de to figurene som kan sees på bildet under oppe og nede lengst til venstre. Poenget er at figuren nederst har større omkrets, men mindre areal enn figuren øverst til venstre.
36.04	8	Tea	Nu e d plutseli ikkje en sirkel længer.		
36.04	9	Ole	Nei, men altså, det har ikkje no. Det står ikkje at de ska være samme. Det står ikkje at det ska være formlike figura.		
36.10	10	Tea	Okei.		
36.10	11	Alle	(5)		
36.15	12	Ole	Det står bære at det e en lokka figur.		

Figur 1: Eksemplene A2a tegnet i plenumsdiskusjonen.

Ole prøver i denne episoden å oppsummere det som gruppa A2a fant ut da de jobbet med oppgaven. I ytring 1 slår Ole fast at det eleven kommer med i oppgave 3 gjelder i noen tilfeller, men ikke alle. Videre i den samme ytringen gir han noen eksempler på det han mener. Først forklarer han at hvis man øker omkretsen på en vanlig firkant, men beholder figuren (formen?) på den, vil arealet øke samtidig som omkretsen øker. Dette har Ole illustrert ved å tegne figurene øverst i midten og øverst til høyre. Etterpå viser han en figur der omkretsen øker, samtidig som arealet blir mindre og viser dermed at eleven hadde rett under noen omstendigheter, men ikke alltid. Han avslutter ytring 1 ved å si at det ville vært naturlig å ta dette inn i undervisningen og vist hvilken sammenheng det kan være mellom areal og omkrets. Ann, som var på samme gruppen som Ole, bryter inn og sier at Ole må forklare det de fant ut om formlikhet (2). Ole begynner å forklare hva gruppa fant ut om formlikhet. Han forklarer at hvis det som eleven kommer med i oppgave 3 skal stemme, må det være samme form på figuren (3). Han kommer med et eksempel der han tar for seg en sirkel, og forklarer at hvis man øker omkretsen og figuren fortsatt er en sirkel, vil arealet også øke (3). Han forklarer videre at man kan ha en sirkel og deretter øke omkretsen på den uten å gjøre arealet større (3). Han avslutter ytring 3 ved å igjen fastslå at det nødvendigvis ikke er noen sammenheng slik at arealet øker når omkretsen øker. Tea som ikke har jobbet på samme måte som Ole, tar ordet og sier at hun ikke skjønner (4). Ole synes det er overraskende og spør om hun ikke skjønner, med høy stemme (5). Tea forklarer at hun ikke skjønner hvordan man kan utvide omkretsen på en sirkel uten å øke arealet på den (6). Ole kommer på et eksempel og tegner det på tavla (7). Det er de to figurene på tegningen som er oppe og nede til venstre. Tea argumenterer at den nederste figuren til venstre ikke er en sirkel lenger (8). Ole forklarer at oppgaveteksten ikke forlangte at det skulle være to formlike figurer (9). Episoden avsluttes med at Ole forklarer de andre at det i oppgaveteksten bare stod at det skulle være en lukket figur (10).

Denne episoden viser at gruppe A2a klarte å tenke på en helt annen måte enn de andre gruppene. De to andre gruppene ble veldig opphengt i figurene som eleven i oppgave 3 tegnet og diskuterte bare kvadrater og rektangler. A2a klarer å se lenger enn det og kommer med et eksempel som også omhandler en sirkel. Selve eksempelet som Ole kommer med er vanskelig å si om er korrekt, da Ole tegner litt unøyaktig. Det er derimot ikke noe problem å finne et eksempel der man øker omkretsen på en sirkel samtidig som arealet minker. Det viktige i denne situasjonen er ideen til Ole: Det går an å øke omkretsen av en sirkel samtidig som arealet av sirkelen blir mindre og ikke minst ideen om at det i oppgaven ikke står noe om hvilken figur den lukkede figuren må være. Når Ole viser studentene eksempelet med sirkelen, ser det ut som om studentene slår seg til ro med det Ole sier og skjønner hva han vil frem til. I starten av episoden sier Ole at det eleven kommer med i oppgave 3 gjelder i noen tilfeller, men ikke alle. Han forklarer videre at det gjelder når man beholder samme figur på den (1). Med det mener jeg han prøver å forklare at hvis man forandrer to av sidene mens man lar de to andre være konstant, vil det som eleven hevdet stemme. Dette prøver han å illustrere med to tegninger (figurene øverst i midten og øverst til høyre). Da tegningen er litt unøyaktig er det litt vanskelig å skjønne akkurat hva han mener, men det ser ut til at han har økt alle fire sidene på figuren. Han har i hvert fall økt bredden på figuren og det ser ut til at lengden også er forandret. Kanskje han bare vil forklare at hvis man tar utgangspunkt i et rektangel, øker lengden på en av sidene slik at man fortsatt har et rektangel, vil utsagnet til eleven i oppgave 3 stemme. Ole kommer så med et eksempel der utsagnet ikke stemmer. Han tar et ”innhugg” midt i det opprinnelige rektangelet. Det vil gjøre veien rundt, altså omkretsen, lengre, samtidig som arealet blir mindre. Han har nå vist at det som eleven har funnet ut, ikke stemmer i alle tilfeller. Gruppa har også funnet ut noe om formlike figurer. Ole forklarer at figurene må ha samme form. Samme form er litt upresist, da man kan øke arealet på rektangler uten å øke omkretsen. Ann bruker ordet formlikhet, og det er et bedre ord å bruke i denne situasjonen. Hvis man øker omkretsen av en figur for å lage en formlik figur, må også arealet øke. Dette poenget detter litt bort da Ole sier at figurene må ha samme form, men jeg tror han med det mener at figurene må være formlike. Det var i hvert fall det ordet han brukte da gruppa diskuterte tidligere. Som nevnt prøver han å vise dette poenget med en sirkel. Eksemplet blir kanskje ikke helt rett, men jeg tror eksempelet fikk den andre gruppa til å skjønne hva han og A2a mente. Poenget hans var at det i oppgaveteksten ikke står noe om at figurene skal være formlike, det står bare at det skal være en lukket figur. Lukket figur er altså en definisjon som gjør at alle figurer kan tas med i diskusjonen, så lenge de er lukket.

Oppdagelsen som gruppen A2a gjorde på denne oppgaven synes jeg er meget positiv. De så ikke bare at man kunne se på andre figurer enn det som eleven tok med som eksempel. De prøver å generalisere det videre til at hvis man har med formlike figurer å gjøre vil det stemme, ikke ellers. Jeg mener vi her ser et eksempel på kunnskap som sees i sammenheng med annen kunnskap man sitter inne med fra før. De prøver å forklare en oppgave med kunnskap som ikke er nevnt eller spurt om i oppgaven, nemlig formliket. Dette er et eksempel på en oppgave som, i denne situasjonen med gruppe A2a, gir studentene mulighet til å bygge en slags relasjonell forståelse av areal og omkrets og se relasjoner mellom dem. Jeg mener man må prøve å gi slike oppgaver til elever og studenter som skal jobbe med matematikk. Oppgaver som det er mulig for studentene eller elevene å løse med bakgrunn i det de kan fra før, slik at de kan se relasjoner som er viktige i matematikken. På den måten kobler de den nye kunnskapen til det de kan fra før og får den begrepskunnskapen som Hiebert og Lefevre (1986) fremhevet. Det er kanskje litt vanskelig å hevde at studentene fikk begrepskunnskap av denne episoden, men jeg mener den viser at det er mulig å gi oppgaver til studenter som kan være med på å gi dem mulighet til å klare å se ny kunnskap i forhold til tidligere kunnskap. På grunn av oppgavekonteksten ser studentene sammenhengen mellom kunnskapene og kan se relasjonen mellom dem. Episoden viser i hvert fall at studenter på lærerhøyskolen har mulighet til å utvikle en slik kunnskap, de må bare få oppgaver som gir dem muligheten til det. Problemløsningsoppgaver som er gitt til studenter i grupper mener jeg er en god måte å gi dem muligheten til å oppdage sammenhenger i matematikken.

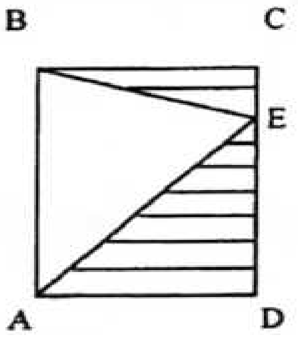
4.4 Analyse av skriftlige innleverte konklusjoner

I denne delen av analysen kommer jeg til å se på de skriftlige konklusjonene som gruppene leverte inn etter øktene. Innleveringene er det som gruppene konkluderte med og vil derfor være av stor interesse. Innleveringene representerer løsningene som gruppa satt igjen med til slutt, altså det gruppene mener er svaret på oppgavene. Her vil det komme godt frem om gruppene har svart på oppgavene er rett eller feil, og man kan så prøve å se hvordan og hva gruppene har tenkt for å komme frem til akkurat disse løsningene. Da gruppene ble spesielt bedt om å lage gode og beskrivende konklusjoner, må jeg forutsette at de har gjort det, og vil derfor se på disse innleveringene som en oppsummering av alt de fant ut.

Da en skriftlig innlevering sier lite om hva som skjedde i prosessen da gruppene løste oppgavene, kommer jeg også til å se videoen av gruppediskusjonen for å eventuelt kunne supplere eller være i stand til å forklare konklusjonene som studentene har levert inn. Noen ganger er det ikke like lett å skjønne hva en gruppe har tenkt bare ved å se på de skriftlige innleveringene. Da jeg er så heldig å ha filmet gruppene mens de diskuterte seg frem til konklusjonene, bruker jeg videoen for å få litt bakgrunnsinformasjon om studentenes tanker og ideer. På de skriftlige innleveringene, der jeg kommer til å bruke elementer fra den videoen jeg har, kommer dette til å komme klart frem i teksten. Det vil komme frem *enten* som forklaringer på at akkurat dette vet jeg på grunn av videoen *eller* i form av transkriberinger fra gruppediskusjonen som legges ved.

Nedenfor legger jeg ved oppgave 2 da de neste to kapitlene vil omhandle B1 og A1 sine innleverte konklusjoner av nettopp denne oppgaven. Da innleveringene inneholder mange referanser til figuren i oppgave 2, kan være greit å ha figuren foran seg når man skal finne ut hva gruppene har tenkt og konkludert med.

Oppgave 2)



Hva er forholdet mellom arealene til rektangelet ABCD og det skraverte området AED og BCE når E ligger på linjestykket CD?

4.4.1 Skriftlig konklusjon på oppgave 2 levert av B1

Som vi skal se på denne konklusjonen fra B1, så kommer B1 frem til at rett svar er 1:2. I oppgaveteksten står det: Hva er forholdet mellom arealene til rektangelet ABCD og det skraverte området AED og BCE når E ligger på linjestykket CD? Da det spørres etter forholdet mellom arealet til rektangelet og det skraverte området, er ikke dette forholdet 1:2, men 2:1 da arealet av rektangelet er dobbelt så stort som det skraverte arealet. Jeg skjønner derimot hva studentene har tenkt og mener det er ideen som ligger til grunn for konklusjonen på oppgaven som er det viktigste å se på. Fremgangsmåten til B1 for å vise at forholdet er 1:2 er ikke korrekt. De har en klar oppfatning om at arealet av AED og BCD er halvparten av rektangelet ABCD, men klarer ikke å finne en korrekt ide eller fremgangsmåte for å vise det.

For å bedre få frem hvordan B1 tenkte og hvorfor de til slutt konkluderte slik de gjorde, tar jeg med en del av transkriberingen fra gruppediskusjonen da B1 diskuterte denne oppgaven.

10.47	34	Ine	Ja, dæm e jo like stor. Dæm, dæm e jo det. Den e like stor som den, og den e like stor som den. (.) ka, kordan bi brøken.		De har sett det som egentlig kreves for å skrive ned forholdet. Men er usikre på observasjonene, og skjønner nok ikke hvordan de skal reprensentere det ved hjelp av brøk.
11.01	35	Gunn	Hvis det bi halvparten, bi det en halv ni del.		Her bruker de de ni strekene som er skraveringene til BDE og ADE, og det faktum at de har funnet ut at arealet er halvparten.
11.11	36	Mia	Eller så bi det bære... (.) nei.		
11.17	37	Gry	Skjønne ikke ka vi ska gjøre.		
11.18	38		(5)		

11.23	39	Ine	Hva er forholde=		
11.24	40	Gry	=ja, ka forholde betyr.=		
11.26	41	Ine	=ja det e det kor, d e jo ikke no forhold holdt æ på å si. Dæm e jo like stor.		Nå prater hun om trekanten ABE som er like stor som det skraverte området.

Nedenfor kommer den konklusjonen som B1 leverte inn og betraktet som løsning på oppgaven. Vi skal se at svaret er riktig, men fremgangsmåten for å vise den opprinnelige ideen blir feil da de bruker elementer av figuren som de ikke kan bruke.

2) Forholdet mellom areala til rektangelet ABCD og det skraverte området AED og BCD når E ligger på linjestykket CD er 1:2.

$$\frac{\frac{7}{9}}{2} + \frac{\frac{2}{9}}{2}$$

Me kuttar oss med brøkane

$$\frac{\frac{7}{9}}{2\cdot 9} + \frac{\frac{2}{9}}{2\cdot 9}$$

$$\frac{7+2}{18} = \frac{9}{18}/9 = \frac{1}{2}$$

Gruppen slet innledningsvis og utover i oppgaven med å skjønne hva forholdet betydde. Som vi ser av 39, 40 og 41 eksisterer denne diskusjonen mellom Ine og Gry, selv om Ine i 34 spør hvordan brøken for forholdet ser ut. Dette viser at gruppa er svært usikker på hva forholdet betyr, og jeg observerte i gruppediskusjonen at det var med på å gjøre gruppe veldig usikker på hva de skulle konkludere med. Gruppa har trukket en normal fra E ned på AB som de har kaldt for F. De ser at ADE er like stor som AEF og at BCE er like stor som BEF (34). Gruppa klarer derimot ikke å bruke det for å skrive ned forholdet mellom det skraverte området og rektangelet ABCD, noe som frustrerer gruppen. Ine sammenligner feil areal med hverandre og mener derfor at det kanskje ikke er noe forhold mellom dem, da de er like stor (41). Gunn kommer med den ideen som konklusjonen til gruppa bygger på (35). Den går ut på at figuren er skravert med åtte streker (de ser for seg en strek fra punktet E ned på AB) som gjør at ABCD er delt opp i 9 små rektangler. Som vi ser av den skriftlige konklusjonen har de brøkene 7:9/2 + 2:9/2. Brøkene 7:9 og 2:9 kommer fra de små rektanglene de har funnet at rektangelet ABCD er delt opp i. Mellom EC og FB er det to slike rektangler, derav brøken 2:9. De har funnet ut at det skraverte området er halvparten av det totale arealet i dette område og deler dermed 2:9 på 2. Samme resonnement er brukt mellom ED og FC, forskjellen er at mellom de linjene er det 7 slike små rektangler. De regner ut disse brøkene de har funnet, og finner ut at det skraverte området er halvparten av rektangelet ABCD. Som vi ser av den skriftlige innleveringen er det det de konkluderer med.

Som vi ser av transkriberingen og den innleverte konklusjonen til B1 har gruppa en rett oppfattelse av forholdet mellom rektangelet ADCD og det skraverte området. De oppretter punktet F og klarer å se at ADE er like stor som AEF og at BCE er like stor som BEF. De klarer derimot ikke å lage en riktig fremgangsmåte for å finne en konklusjon av den informasjonen de har. Det at de tar i bruk skraveringslinjene viser at studentene i sin frustrasjon over å ikke finne et argument for det de mener er rett, tar en feil avgjørelse. Det er ikke det at de bruker skraveringslinjene som gjør at de får rett på oppgaven, men det faktum at de har sett at ADE er like stor som AEF og at BCE er like stor som BEF. Hvis vi ser på brøkene studentene finner ved hjelp av skraveringslinjene, tar de jo egentlig bare å deler hele arealet til rektangelet ABCD på 2. Løsningen de finner når de løser brøkene de har kommet frem til overbeviser derimot studentene at forholdet mellom rektangelet og det skraverte omådet er 1:2. De tar ikke i betraktning at skraveringslinjene er satt opp tilfeldig og er der bare for å vise hva som er det skraverte arealet. Vi ser fort at det lille rektangelet som er nærmest BC er mye smalere enn det lille rektangelet som er nærmest AD. Dette får ingen følger da, som nevnt, det som får B1 til å svare rett på oppgaven er at de har funnet ut at ADE er like stor som AEF og at BCE er like stor som BEF. Studentene sitter derimot igjen med en oppfatning at det er funnet og utregningen av brøkene som gjorde slik at de klarte å løse oppgaven, ikke det faktum at de har funnet ut at ADE er like stor som AEF og at BCE er like stor som BEF ved å nedfelle en normal fra E på AB. Vi skal derimot ta med oss at brøkregningen som studentene gjorde på denne oppgaven er riktig, noe som er positivt i seg selv.

Noen i gruppa har under diskusjonen forstått oppgaven feil. Ine sa i 41 at det ikke eksisterer noe forhold mellom de to da de er like stor. Hun sammenligner ikke det skraverte området med rektangelet ABCD. Hun sammenligner det skraverte området med trekanten ABE, og ganske riktig er de like stor. Hun har ikke lest oppgaven nøye nok og prøver å finne forhold mellom feile areal. Ine snakket også en gang om at det var tre areal og var forvirret av det. Dette kan indikere at hun ikke har lest oppgaven godt nok og ikke har forstått helt hva det er de skal finne. Det er viktig i en slik gruppeprosess at alle vet hva oppgaven går ut på og at alle prøver å finne svaret på det samme. Det var Ine som skrev, og hun har dermed en viktig rolle i gruppen. Det at hun har oppfattet oppgaven feil, kan være med på å forvirre hele gruppen da den som skriver sjelden skriver ned noe man ikke er enig i. Det at hun har fått oppgaven med å skrive, kan også bety at de andre stoler på henne og oppfatter henne som flink. Jeg mener at hennes oppfatning av oppgaven var med på å påvirke at gruppa ikke klarte å konkludere tidligere, allerede da de fant ut at ADE er like stor som AEF og at BCE er like stor som BEF. Ine klarte ikke å bruke denne kunnskapen til å se den riktige løsningen og ble forvirret. Dette tror jeg var med på forvirre resten av gruppa og å gjøre dem unødvendig usikker. Den skriftlige konklusjonen var det ikke Ine som skrev. Det endte med at Gunn, som fikk ideen med å bruke skraveringene, skrev ned den løsningen vi har sett på ovenfor og som gruppa brukte som konklusjon. Jeg er ikke sikker på om hele gruppen forstod denne konklusjonen og var enig i den, eller bare sa seg enig for å bli ferdig med oppgaven og dermed kunne gå videre.

4.4.2 Skriftlig konklusjon på oppgave 2 levert av A1

Nå skal vi se på den konklusjonen som A1 leverte inn. I motsetning til det vi så i 4.4.1 klarer denne gruppen å komme med et riktig argument for forholdet mellom de to arealene, men de oppgir også at forholdet er 1:2 og ikke 2:1 som vi så i 4.4.1. Det viktigste blir også i denne konklusjonen å se hva gruppen tenkte og hva som ledet dem til å skrive den konklusjonen de gjorde.

Oppgave 2

Forholdet mellom arealet til rektangelet ABCD
og det skraverte området AED og BCE
er 1 : 2.
Fordi hvis man trekker en linje fra
E og ned på AB og den står 90° på AB
så er trekant BEF lik BCE og AEF er
lik ADE.

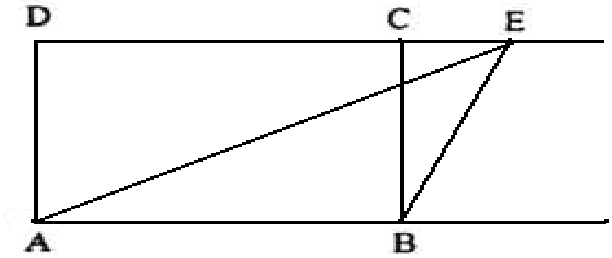
Som vi ser av den skriftlige konklusjonen som A1 leverte inn, har de en klar oppfattelse av hva forholdet mellom de to arealene er. På denne gruppen var det Ane som var den som kom med den avgjørende ideen både på oppgave 1 og 2. Hun så løsningene fort, og gruppen hadde faktisk løst oppgave 1 og 2 etter ca 7-8 minutter. På oppgave 2 var ideen hennes å trekke en normal fra E og ned på AB. Hun bruker ikke ordet normal, men en linje fra E og ned på AB som står 90° på AB. Da så hun at trekant BEF er like stor som BCE og trekant AEF er like stor som ADE. Hun og gruppa kunne dermed konkludere med at forholdet mellom rektangelet ABCD og det skraverte området AED og BCE er 1:2.

På oppgave 2 var løsningsprosessen til gruppen veldig kort. Ane kom som sagt med den avgjørende ideen og forklarte den godt og nøye til de andre på gruppa. Det at hun forklarte nøye gjorde at de andre på gruppa raskt forstod hva Ane mente og kunne dermed fort gjøre opp sin egen mening om det Ane kom med. Da ideen hennes viste seg å være god, godtok alle på gruppa hennes ide, og dermed var gruppa, etter å ha pratet litt om hva de skulle skrive på konklusjonen, klar til å gå videre til neste oppgave.

Som en liten kommentar til denne oppgaven, kan jeg si at jeg møtte en lignende oppgave da jeg var vikar i en 7. klasse. Oppgaven så nesten helt identisk ut, men hadde ikke de skraveringene som den oppgaven jeg gav studentene. Jeg syntes det var artig å se at en bok som elever på grunnskolen jobber med, hadde med en slik oppgave. Altså en oppgave der elevene ble bedt om å forklare sammenhengen mellom areal til forskjellige figurer og å kunne bruke disse sammenhengene for å klare å svare på oppgaver. Elevene hadde jobbet med areal på ulike figurer, og de fleste elevene klarte med få problemer å svare rett på oppgaven. Det er da spesielt å se at noen lærerstudenter skal få vansker med en lignede oppgave slik vi så med B1. Dette kan vi se i sammenheng med det Bradal uttalte til bladet Utdanning (2009). Han forklarte at han fikk sjokk da han oppdaget at lærerstudentene på allmennlærerutdanningen kunne mindre matematikk enn elevene hans på ungdomsskolen. Nå vil ikke jeg hevde at elevene i 7. klassen som jeg var i kan mer matematikk enn de lærerstudentene som er med i mine undersøkelser. Jeg observerte bare at elevene i 7. klassen som akkurat hadde jobbet med et emne, klarte å svare på akkurat denne oppgaven fortere og mer korrekt enn B1 klarte. Dette kan komme av at 7. klassingene har dette friskt i minne, mens det ligger langt bak i hodet på lærerstudentene.

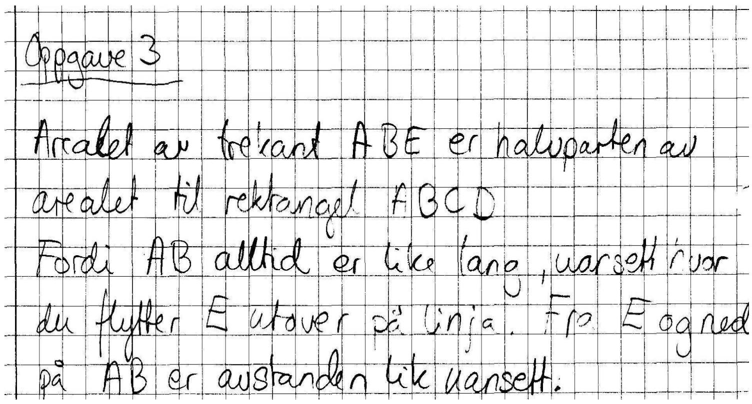
4.4.3 Skriftlig konklusjon på ekstraoppgave av A1

Nå skal vi se hvordan A1 løste og konkluderte på ekstraoppgaven. Gruppa klarte på en fin måte å bruke det de fant ut i oppgave 2 for å løse denne oppgaven. Oppgaven var litt mer utfordrende for A1, og gruppen måtte tenke seg litt mer om her enn på de andre oppgavene. Gruppen brukte faktisk tre ganger så lang tid på denne oppgaven som på de to første til sammen. De fant løsningen først da de så på hva da hadde funnet ut på oppgave 2, og brukte så det for å løse oppgave 3. Legger først med ekstraoppgaven slik at man har figuren som oppgaven omhandler foran seg.



Hva er forholdet mellom arealene til rektangelet ABCD og trekanten ABE når E ligger utenfor linjestykket CD?

Skriftlige innleverte konklusjonen til A1:


Oppgave 3

Arealet av trekant ABE er halvparten av arealet til rektangel ABCD
Fordi AB alltid er like lang, uansett hvor du flytter E utover på linja. Fra E og ned på AB er avstanden lik uansett.

Gruppa har altså funnet ut at arealet til trekanten ABE er halvparten av rektangelet ABCD. Begrunnelsen går ut på at AB vil være konstant uansett hvor du flytter punktet E på linja. Fra E og ned på AB vil avstanden være lik uansett. Altså hvis man tar en normal fra punktet E ned på en forlenget linje fra AB, så vil også denne avstanden være like lang uansett hvor på linja forlenget fra DC punktet E vil ligge.

Denne begrunnelsen kan virke litt kort og lite forklarende. Da jeg sitter med opptakene av gruppa, skjønner jeg hva det er de prøver å formidle og skal prøve å få det frem så klart som mulig. Gruppa stod lenge fast på denne oppgaven, før de bestemte seg å se på oppgave 2 som de akkurat hadde løst. Da ekstraoppgaven gikk på arealet av trekanten ABE og ikke det skraverte området, sammenlignet de trekanten ABE fra oppgave 2 med ABE i ekstraoppgaven. De fant flere sammenfallende linjer som de brukte på å føre det avgjørende resonnementet for ekstraoppgaven. Det de så da de sammenlignet de to trekantene var at linjestykket AB var felles for de to trekantene. De så også at linjestykket AB ikke ville forandre seg på noen av trekantene hvis man flyttet punktet E. AB kaller jeg grunnlinjen til trekanten ABE. Videre prøvde gruppa å finne en sammenheng mellom høyden i trekantene, altså normalen fra punktet E og ned på linjestykket AB i oppgave 2, og normalen fra E og ned på linjen som fortsetter fra linjestykket i AB på ekstraoppgaven. Det gruppa klarte å se var at EF i ekstraoppgaven alltid vil være like lang som BC, som igjen selvfølgelig er like lang som AD. De ser at dette stemmer også på oppgave 2. Der er høyden EF like lang som både AD og BC, jeg kaller denne lengden for høyden til trekanten ABE. Det er denne oppdagelsen som gjør at A1 tilslutt klarer å løse oppgaven. De ser at grunnlinjen og høyden til trekanten ABE er identisk i de to oppgavene, og at derfor må arealet til trekanten ABE følgelig være like stor andel av arealet av rektangelet ABCE i ekstraoppgaven som i oppgave 2. Siden de hadde konkludert med at arealet var halvparten i oppgave 2, konkluderte de dermed med det samme i ekstraoppgaven.

Denne måten å argumentere på synes jeg er artig å se. Studentene sammenligner en ukjent figur med en figur som de kjenner egenskaper til og klarer hjelp ved av egenskapene de har om den første figuren å løse oppgaven knyttet til den andre figuren. Denne måten å jobbe på, der de bruker allerede eksisterende kunnskap for å løse en ny type oppgave er jo den kunnskapen både Skemp (1976) og Hiebert og Lefevre (1986) skriver varmt om. Studentene klarer å bruke gammel kunnskap for å lage ny, og knytter dermed den nye kunnskapen til den de allerede har. De klarer altså å se sammenhenger mellom de to figurene og klarer derfor å vise at trekanten ABE vil ha like stort areal i begge de to oppgavene. De to figurene er derfor ikke to biter av adskilt kunnskap, men eksisterer nå som to figurer med like egenskaper og er kanskje ikke så forskjellig som man skulle tro ved første øyekast.

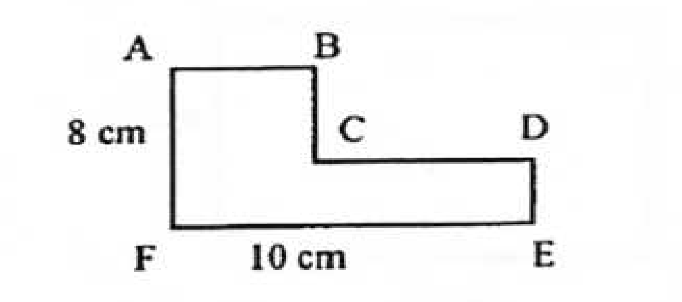
En annen argumentasjon som kunne fungert som bevis, hadde vært og bringe inn formelen for areal for trekanter. Den viser jo at arealet av en trekant er akkurat halvparten av arealet av et rektangel. Da jeg derimot skulle vise dette på gruppediskusjonen var noen av studentene usikre på hva formelen for areal av trekanter var. Jeg måtte vente en stund, før jeg fikk svar. Om det var for at de ikke husket den, eller var litt redd for å ta ordet skal jeg ikke si, men jeg observerte at studentene virket usikker på hva formelen for arealet til trekant var. De har ikke fått se, eller har ikke klart og innse, at arealet av trekanten er halvparten av rektangelet på samme måte som de har koblet sammen kunnskapen slik de gjorde med oppgave 2 og 3. Dette mener jeg er synd da Hiebert og Lefevre (1986) påstår at man har bedre mulighet til å huske formler dersom de er koblet i et nettverk av kunnskap i stedet for at formlene er isolerte elementer av kunnskap. Når man ser at studenter er i stand til å finne ut felles egenskaper og sammenhenger selv, mener jeg det er viktig å gi studenter og elever flere oppgaver som gir dem mulighet til akkurat dette.

4.5 Resten av de innleverte konklusjonene

Tilslutt i analysen vil jeg legge ved de andre innleverte oppgavene. Jeg vil ikke gå like dypt inn i disse innleveringene, men legger ved en liten kommentar for å forklare litt om hver enkelt konklusjon. Kommentarene kommer til å gå på hvilken oppgave det er, hva de prøver å formidle med innleveringen og der jeg kan vil jeg henvise til analyse som er gjort tidligere der jeg har sett på når gruppene har jobbet med oppgavene.

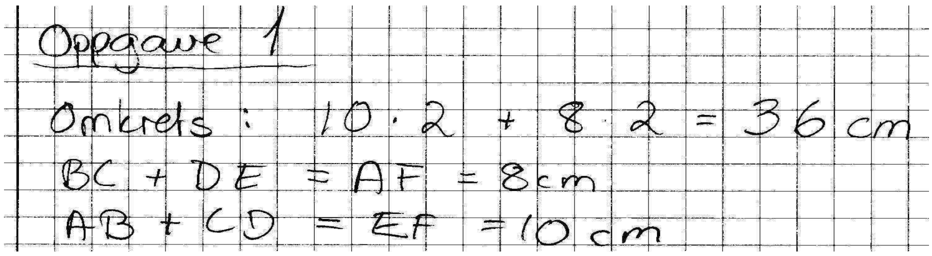
4.5.1 Innleverte konklusjoner av oppgave 1

Oppgave 1)



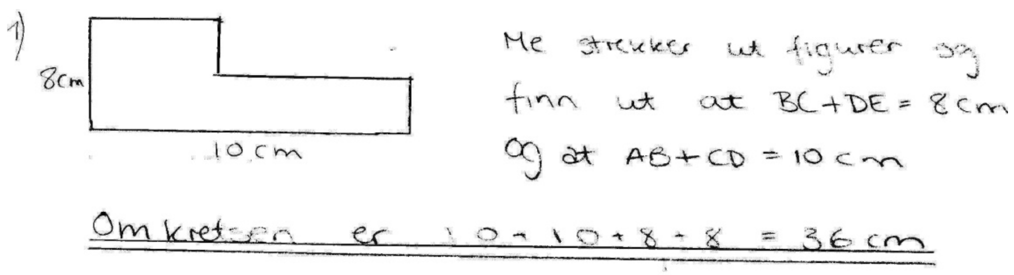
Har dere nok informasjon til å finne omkretsen? Hvis dere har det, finn omkretsen. Hvis dere ikke har det, hvilken informasjon trenger dere?

Skriftlig konklusjon fra A1:



Her har A1 forklart godt hva de tenker og konklusjonen er veldig utfyllende og bra. Vi ser tydelig at de ser at BC og DE blir akkurat like lang som AF og at AB og CD blir like lang som EF. Derfor må omkretsen på figuren være 2*AF + 2*EF og bli 36 cm.

Skriftlig konklusjon fra B1:



Denne konklusjonen til B1 er lik ideen til A1, men er skrevet ned litt forskjellig. Vi ser også her tydelig hva gruppa tenker. Det kan være litt uklart hva de mener med strekker ut figuren, men man skjønner det ut av sammenhengen.

Som vi ser på de to innleverte konklusjonene kom begge gruppene frem til korrekt konklusjon. Prosessen B1 hadde med denne oppgavene har vi sett på tidligere i analysen, 4.2.2. Der så vi at det tok litt tid før jenta som så løsningen klarte å formidle det til resten av gruppa, men som vi ser klarte B1 å konkludere riktig. A1 kom raskere frem til riktig konklusjon da hun som så løsningen klarte å formidle løsningen raskere til resten av gruppa. Flott å se at begge gruppene kom frem til rett konklusjon, men det hadde vært interessant å se hvilken diskusjon det hadde blitt hvis ikke de to jentene hadde sett løsningen så raskt. Som vist i 4.2.2, ville noen på B1 begynne å lage en ligning for å løse oppgaven. Løsningen på oppgaven er enkel hvis man ser den, men hvis man ikke ser den kan man sitte veldig lenge med oppgaven.

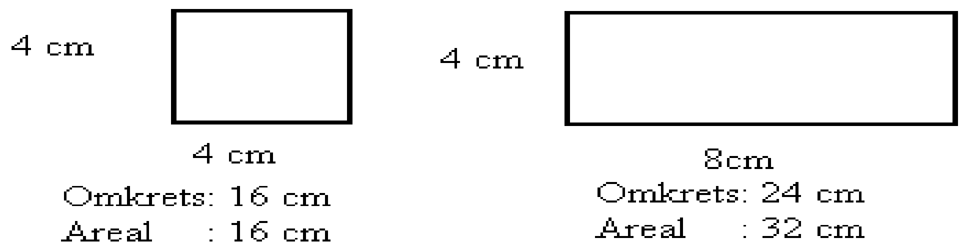
4.5.2 Innleverte konklusjoner av ekstraoppgave 1. gang

I 4.4.3 så vi på den konklusjonen som A1 leverte inn. B1 kom ikke frem til noen løsning og leverte ikke inn noe på denne oppgaven. De satt og skrev på kladdearkene sine, men dette ble ikke samlet inn da gruppen ikke kom frem til noe løsning. De satt lenge og prøvde og komme på noen ideer, men gav som sagt tilslutt opp.

4.5.3 Innleverte konklusjoner av oppgave 3

Oppgave 3)

Tenk deg at en av elevene dine kommer veldig entusiastisk på skolen. Eleven forteller at hun har funnet ut en teori som du aldri har fortalt klassen. Hun forklarer at hun har funnet ut at når omkretsen av en lukket figur øker, øker også arealet. Hun viser et bilde for å bevise hva hun mener:



Hva mener dere om denne oppdagelsen?
Hvordan ville dere reagert ovenfor denne eleven?

Denne oppgaven er blitt behandlet tidligere. Da så vi på både A2a og A2b sin prosess for å finne en løsning. Vi så da at begge gruppene først godtok utsagnet til eleven, men at A2a kom frem med noen eksempler der utsagnet til eleven ikke stemte. Som vi ser av deres innleverte konklusjon, sier de at utsagnet bare vil gjelde for fomlike figurer. Da jeg diskuterte denne oppgaven i 4.2.3, 4.2.4 og 4.3, vil jeg ikke kommentere innleveringene til A2a og A2b mer her. Jeg vil bare poengtere at, som vi ser nedenfor, så var også B2 enig i det eleven sa og godtok utsagnet. Heller ikke de kom med så mye på spørsmålet om hvordan de ville ha reagert ovenfor denne eleven.

Konklusjon til A2a

Oppgave 3)

1. Vi mener at eleven har funnet ut en lur måte å finne forholdet mellom omkrets og areal når det gjelder lukkede figurer. Øker omkretsen vil arealet automatisk øke, men det vil ikke gjelde for alle figurer, kun for formlike figurer.

2. Hvis vi hadde hatt en elev som kom med denne ideen ville vi tatt det opp i en mattetime og f. eks. spurt de andre elevene om de hadde andre forslag. Ville også fortalt eleven at hun hadde vært dyktig og at hun har forstått.

Konklusjon til A2b:

3. Oppdagelsen er riktig fordi når omkretsen blir større må arealet bli større.
Logisk!
Ville reagert positivt

Konklusjon til B2:

3) Oppdagelsen er riktig, når omkretsen øker øker også arealet.
Ville tatt det opp i timen og vist de andre elevene

4.5.4 Innleverte konklusjoner av muntlig gitt ekstraoppgave

Muntlig gitt ekstraoppgave når studentene var ferdig med oppgave 3)

Dere har en omkrets på 20 cm til rådighet. Hvilken figur må dere lage for å få størst mulig areal?

Konkusjon til A2a:

Vi har 20cm. hvordan få størst areal?

Etter en del arealregning av flere figurer, har vi kommet til den konklusjonen at en sirkel med omkrets på 20cm vil ha størst areal.

$O = 20cm$ $\quad \boxed{O = 2\pi r}$

$20 = 2\pi r$

$\frac{20}{2\pi} = r$

$3,183 = r$ $\quad \boxed{A = \pi r^2}$

$A = \pi \cdot 3,183^2$

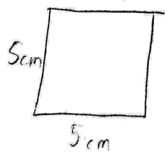
$A = \underline{31,8cm}$

Den første konklusjonen til A2b:

1. 20cm → størst mulig areal

Du må lage sidene i et kvadrat så stor som mulig, altså 5cm på hver.

Da blir arealet $25cm^2$



Kvadrat gir størst areal

Den endelige konklusjonen til A2b:

$$\left.\begin{aligned} O &= 2\pi r \\ A &= \pi r^2 \end{aligned}\right\} \text{Sirkel}$$

r $20 : 3,14 : 2 \approx 3,18$

A $\pi 3,18^2 \approx 31,75$

Arealet i en sirkel blir større enn et kvadrat

Konklusjonen til B2:

4) Får størst areal med en sirkel

$2\pi r = 20$

$r = \frac{10}{\pi} = 3,18$

$A = \pi \cdot r^2$

$= \pi \cdot 3,18^2 = \underline{\underline{31,75}}$

Som vi ser av de skriftlige konklusjonene som er ovenfor, kom alle gruppene frem til at det er en sirkel som ville få størst areal. Jeg måtte be gruppe A2b om å jobbe litt mer med deres konklusjon, da de først svarte at et kvadrat ville ha størst areal. Diskusjonen som fulgte etter det så vi på i 4.2.1. Der så vi at gruppa slet med å finne ut hvordan de skulle klare å finne arealet til en sirkel når de bare hadde omkretsen på sirkelen. Vi fikk se at på en snedig måte, ved hjelp av hverandre, klarte jentene å løse oppgaven. Vi ser at den endelige konklusjonen til A2b er riktig og at de klarte å finne arealet til sirkelen.

Som vi ser av konklusjonene er ingen av gruppene som bruker cm^2 når de finner arealet til sirkelen. En gruppe oppgir cm^2, men dette er da de regnet ut arealet av et kvadrat. At gruppene ikke bruker benevming finner jeg litt merkelig. Benevning er jo en av de tingene som virkelig skiller areal og omkrets, og man kan spørre seg hvorfor de ikke bruker cm^2 i stedet for cm eller ikke benevning i det hele tatt. Sherman og Randolph (2004) anbefaler å jobbe med areal og omkrets samtidig for å lettere kunne skille mellom de to ulike begrepene. En egenskap som man da kan oppleve skiller de to, er jo nettopp benevningen. Lærer kan stille spørsmål om hva betyr egentlig det lille to-tallet helt til slutt, og elevene og studentene kan dermed få en annen oppfatning om hva omkrets og areal virkelig er.

5 Diskusjon

I dette kapitelet vil jeg diskutere det jeg mener er de viktigste funnene fra analysekapittelet. Jeg vil se på funnene i forhold til teorien som ble presentert i teorikapittelet. Diskusjonen vil dreie seg om forskningsspørsmålet mitt, og jeg vil på best mulig måte prøve å belyse det.

5.1 Studentenes matematikkundervisning i lærerutdanningen

I denne delen av diskusjonen vil jeg se på den undervisningen jeg observerte studentene fikk på lærerhøyskolen, og hva den har å si for deres kunnskap og forståelse. Som det kom frem i analysen, så var læreren veldig opptatt av at studentene skulle forstå absolutt alt. Han sa selv at han bare hadde pugget en ting i hele sitt liv, og det var gangetabellen. Denne fokuseringen på at studentene skulle forstå alt, mener jeg kunne være skadelig for noen av studentenes motivasjon for faget. I seminartimene observerte jeg studenter som slet med å løse enkle brøkoppgaver. De visste ikke hvordan de skulle addere, subtrahere, multiplisere eller dividere brøkene og gjorde mange enkle feil. Da de så kommer på forelesningene og håper at de skal få hjelp til å overkomme disse problemene, kan det kanskje bli litt for mye for noen studenter at læreren prøver å få studentene til å forstå reglene de ikke vet hvordan de utfører engang. Jeg tror det var dette som utløste den store diskusjonen mellom læreren og noen av studentene som jeg observerte. Studentene følte seg allerede frustrerte, og kanskje til og med litt inkompetente, så kommer læreren med mer informasjon som han mener de burde forstå. Han hevdet flere ganger at all matematikk kan forstås, og at de som fremtidige lærere burde klare å forstå det han viste på tavla. Når du da sitter som student og føler at du ikke forstår noe og ikke klarer enkle oppgaver, er det nok mange som føler at de ikke strekker til. De får en følelse at de ikke innehar den kunnskapen som kreves for å bli matematikklærer, og motivasjonen for matematikkfaget forsvinner. Studentene sliter altså med å opparbeide en instrumentell forståelse av emnet brøk, og lærerens fokusering på at studentene skal opparbeide seg en relasjonell forståelse av emnet, mener jeg kan være skadelig for noen av studentenes mestrings- og selvfølelse. For noen av studentene kan derimot forklaringene som læreren kommer med om reglene være positiv og motiverende for å fortsette med matematikk. Endelig får disse studentene forklaring på prosedyrekunnskapen de har fått med seg fra grunnskolen, og matematikken får dermed en helt ny mening som i seg selv er motiverende. Jeg mener derimot at den ensidige fokuseringen på at studentene skulle forstå alt var, i denne situasjonen, mer skadelig enn hjelpende. Jeg må få presisere at læreren var veldig flink til å gi konkrete eksempler, og han prøvde å forklare for studentene med situasjoner de kunne kjenne seg igjen i, men spørsmålet er om lærer burde ha hatt ett annet fokus for noen av studentene. Jeg mener ikke læreren burde droppet eller gått bort fra sitt mål om å få studentene til å få begrepskunnskap i matematikk, men kanskje burde han funnet en bedre balanse mellom å undervise for prosedyre- og begrepskunnskap. Kanskje burde han ha latt studentene løse mange oppgaver der de bare fikk bli kjent med reglene for brøkregning, slik at de mestret det, for så å prøve å forklare dem hvorfor reglene er slik de er og man ender opp med riktig svar. Jeg tror mange av studentene hadde vært mer nysgjerrig på forklaringen til disse reglene som læreren kom med, hvis de hadde prosedyrekunnskap om emnet fra før. Jeg har selv opplevd at jeg har jobbet med et emne og fått prosedyrekunnskap, for så å spørre meg selv om hvorfor det egentlig er slik som jeg sitter og gjør. Det har gjort at jeg har startet å lete etter en dypere forståelse av emnet av meg selv.

Den siste uken jeg observerte undervisningen til studentene, gjorde jeg en observasjon som jeg mener kan bli forklart av de poengene som jeg kommenterte ovenfor. I begynnelsen av observasjonen var det over førti studenter som var på forelesningene. Den siste uken hadde tallet falt til 15-20. Som regel sank tallet mellom første og andre time også.

Forelesningstimene var, i motsetning til seminartimene, ikke obligatoriske, og det fikk dermed ingen følger for studentene om de ikke var tilstede, i hvert fall ikke for oppmøtet i faget. Jeg må derimot si at det er veldig synd at det blir slik at studenter velger å ikke møte opp i matematikktimene fordi de ikke henger med på det som læreren gjør på tavlen. For det var slik at de som likte matematikk og fikk det til, fortsatt møtte opp, mens de svake som kanskje hadde trengt undervisningen mest, ikke møtte opp. Jeg skal ikke hevde at det var ene og alene på grunn av de grunnene jeg nevnte i forrige avsnitt, men jeg mener å ha så sterke observasjoner på det som skjedde, at jeg mener det var med på å påvirke oppmøtet sterkt. Jeg kan også godt skjønne de studentene som ikke kommer av disse grunnene. Hvis man møter opp time etter time og ikke klarer å forstå det som skjer på tavla, kan man oppleve at det ikke gir noe å komme til timene. Det mener jeg mange av de studentene som etter hvert ikke møtte opp i forelesningene følte. Studentene hadde derimot ikke gitt opp, for når de kom til seminartimene, hadde de gjort oppgavene på arbeidsplanen hjemme og prøvd å lære seg matematikk på egenhånd. Dette viser at mange av studentene gikk inn for å lære seg pensum på egenhånd, fremfor å følge undervisningen. Jeg stiller meg derimot tvilende til at disse studentene klarer å få en annen forståelse for matematikken enn en instrumentell forståelse. Når de ikke klarer, eller er interessert i å få, noe annet enn en instrumentell forståelse når lærer underviser, klarer de neppe noe annet alene. Spørsmålet er om det ville vært rett å gjøre også forelesningene obligatorisk for å sikre at studentene møter opp og dermed får med seg gjennomgangen av nytt stoff, eller om det vil virke enda mer demotiverende for allerede lite motiverte studenter. Her finnes ingen fasitsvar og jeg skal ikke gå dypt inn i dette, men mener kanskje det kunne ha vært fordelaktig og gjort forelesningstimene obligatorisk også. På den måten sikrer man seg at studentene i hvert fall har mulighet til å få med seg forelesningen om emnene. Jeg mener det er bedre enn at man vet at mange ikke har mottatt en gjennomgang av emnet fra læreren i det hele tatt.

Når en lærer på en lærerhøyskole tar i mot nye studenter, forventer han at studentene har en viss mengde kunnskap og sitter inne med visse ferdigheter. Jeg tror kanskje det kan være en av forklaringene på at undervisningen til læreren av og til var litt for vanskelig for noen av studentene. Læreren tok for gitt at studentene kunne noe, brøkregning for eksempel, mens det viste seg at studentene ikke satt inne med så mye kunnskap som læreren trodde. Bradal (Utdanning 2009) poengterte at han fikk sjokk da han fant ut at noen av hans elever i ungdomsskolen kunne mer matematikk enn lærerstudentene han hadde på lærerhøyskolen. Hans oppdagelse er ikke unik, da jeg mener jeg gjorde samme oppdagelsen i undervisningen av studentene. Noen av studentenes kunnskap innenfor brøkregning var skremmende svak. Brøkregning er noe som det undervises i tidlig i den norske skole, og det at noen studenter ikke kunne det, får meg til å tro at bakgrunnskunnskapene til noen av studentene som jeg observerte var altfor dårlig.

5.2 Hvilken bakgrunnskunnskap hadde studentene

Som nevnt tidligere tror jeg mange av studentene hadde for dårlige bakgrunnskunnskaper for å kunne følge godt med i den undervisningen som foregikk i forelesningene jeg observerte. Jeg setter videre spørsmålstegn ved den undervisningen noen av disse studentene har fått på barne- og ungdomsskolen. Jeg tror mange har opplevd en undervisning som bare har bygd opp en instrumentell forståelse av matematikken. Det har videre gjort at de har glemt mye av den kunnskapen de engang har lært. Skemp (1976) hevder at relasjonell forståelse tar lengre tid å lære, men er mye lettere å huske. Det er rett og slett fordi man ser kunnskap i sammenheng med annen kunnskap. Hvis man har en instrumentell forståelse hevder Skemp at man må huske en formel for areal av trekant, en for areal av kvadrat osv. Hvis man derimot har en relasjonell forståelse ser man alle arealene i sammenheng med arealet til rektangelet.

Under forelesningsobservasjonen spurte læreren hvordan de hadde blitt undervist i brøkregning før. Spørsmålet dreide seg om divisjon av to brøker, da han merket at mange ikke skjønte forklaringen han gjorde på tavlen. En av student fortalte at når han prøvde å spørre læreren sin på ungdomsskolen hvorfor det var slik, hadde han fått beskjed om at det bare var magisk, og at sånn var det bare i matematikk. Han hadde ikke fått noen forklaring på hvorfor reglene i matematikken er slik som de er og har derfor ikke hatt mulighet til å få en relasjonell forståelse av matematikken. Historien var ikke unik og det viste seg at det var flere studenter som hadde fått en slik forklaring når de hadde spurt læreren om noe. Det kunne for eksempel være forkorting av brøker, hvorfor man kan snu den bakerste brøken og gange når man dividerer to brøker på hverandre, og lignende. Denne måten å drive undervisning på mener jeg kan være skadelig for elever og deres oppfatning av matematikk. De får aldri oppleve at matematikk er forståelig og at det er en god grunn til at reglene er akkurat slik de er. Matematikk blir noe fremmed som noen gamle gubber "fant opp" for lenge siden, men fakta er jo at man kan gi elver mulighet til selv å være matematikere og selv finne regler og sammenhenger i matematikken. I mange klasserom drives undervisningen på en måte som Malloy (1999) beskriver som papegøye-matematikk. Lærer viser først hvordan man løser en bestemt type oppgave, så skal elevene gjøre oppgaver som ligner veldig på de. Sherman og Randolph (2004) og Strutchens et al. (2001) anbefaler derimot en induktiv tilnærming til å undervise bort begreper innenfor måling av areal og omkrets. De lot elevene jobbe med "hands-on"-utforskninger der elevene selv ser egenskaper og sammenhenger til og mellom figurer. På den måten får elevene et slags eierforhold til matematikken og vil derfor huske den bedre enn hvis de bare pugget regler. Jeg mener mange av de studentene jeg observerte har opplevd papegøye-matematikk i undervisningen, og de har kanskje ikke vært så mye borti den induktive metoden. Jeg mener det er en av grunnene til at det ser ut som at mange av studentene mangler mye kunnskap for å klare å løse ulike oppgaver. De har lært matematikken slik at de har en instrumentell forståelse ved hjelp av papegøye-matematikk og pugging av formler. Dette har ført til at mye av kunnskapen de har ervervet seg tidligere har gått i glemmeboka.

Studentene som var med på min undersøkelse, hadde litt bedre bakgrunnskunnskaper enn det jeg observerte i undervisningen. Man kunne derimot finne tydelige eksempler på at også disse studentene til tider hadde litt for dårlige bakgrunnskunnskaper. Som vi så i situasjon 4.2.1 sliter A2b med å løse en oppgave der de skal finne figuren som har størst mulig areal når de har en omkrets på 20 cm tilgjengelig. Det denne gruppa sliter med er å huske formlene for areal og omkrets av sirkel og etter hvert hvilken av de to formlene som er formelen for omkrets og hvilken som er formelen for areal. De prøver å komme på hva som var formlene og er så opphengt i å finne rett formel, at de anser $\pi*d$ og $2*\pi*r$ som to forskjellige formler og tenker seg ikke om for å se hva det er de egentlig finner. De er så innlært i å løse slike oppgaver med formler, at når oppgaven står i en litt annen kontekst, og de må bruke formlene på en annen måte, så byr det på store problemer. Dette mener jeg indikerer at de er blitt undervist i areal og omkrets av sirkel slik at de har fått en instrumentell forståelse der målet er å huske formlene slik at man kan løse oppgaver. A2b løser til slutt oppgaven på en meget snedig måte, der de finner noe å sammenligne svaret med, for å være sikker på at det svaret de har funnet er riktig. De får bekreftet at svaret de har fått ved å bruke formlene de har hentet fram fra en plass i hukommelsen, overensstemmer med regning de gjør på et hårstrå som konkretiseringsmateriell. Først da våger de å tro at de har funnet frem til rett svar og konkluderer med dette. Det at de er så usikre, selv om de har regnet riktig, viser hvor svak den kunnskapen de har om areal og omkrets av en sirkel er. Det som også overrasket meg, var at ingen av studentene visste hvor tallet pi kom fra. Tallet pi, som er antall ganger diameteren går rundt omkretsen, er lett å illustrere når man skal vise hva omkretsen er. Jeg mener det å vise dette kan hjelpe mange elever med å skille fra hverandre og huske de to formlene og dermed gi dem en dypere forståelse av areal og omkrets av sirkel. Det er faktisk ikke bare noe magisk som skjer ved at pi "dukker" opp og gir rett svar. Det er sammenhenger mellom forhold på sirkelen som gir oss dette "magiske" tallet pi og dermed gir oss formlene for areal og omkrets av sirkel. Jeg mener studentene hadde hatt en større sjanse til å huske og å bruke rette formler hvis de hadde blitt vist hva pi egentlig er når de ble undervist i areal og omkrets av sirkel da de gikk i grunnskolen. Jeg blandet selv disse to formlene en stund, men etter at jeg ble fortalt hva tallet pi står for har jeg ikke gjort det mer. Jeg mener man må prøve å gi elevene innsikt i hvorfor regler er slik de er, og dermed en relasjonell forståelse av matematikken. Det kan være med på å hjelpe dem til å huske mer effektivt og over lengre tid. Kanskje ville da noen av studentene jeg observerte hatt en annen oppfatning av og mestret matematikk bedre enn de gjorde.

Det kan være mange grunnen til at jeg observerte at bakgrunnskunnskapene til dem som var med i min undersøkelse var bedre enn den som jeg observerte i undervisningen, selv om de samme studentene også var til stede i undervisningen. Det virket som om det var mange av dem som ikke kunne så mye matematikk som tok ordet i undervisningen. De kom med kritikk og stilte spørsmål som de av studentene som hadde en dypere forståelse i matematikk ikke trengte svar på. De studentene forsto kanskje mye av det som foregikk på tavlen og likte at læreren prøvde å gi dem en relasjonell forståelse av emnene som det ble undervist i. Når det så kom mange spørsmål som for dem var trivielle, kan de fort miste motivasjonen og kanskje føle at de ikke orker eller trenger å svare. På den måten mener jeg det var kunnskapen og forståelsen til de svakeste studentene som kom klarest frem i undervisningen. Da så de studentene med en sterkere forståelse av matematikken, i hvert fall sterkere enn de som tok ordet i undervisningen, setter seg ned i grupper og diskuterer, er det derfor ganske logisk at det man sitter igjen med er et inntrykk av at bakgrunnskunnskapene er bedre under min undersøkelse enn i undervisningen. Det er rett og slett forskjellige studenter som kommer med den observerte kunnskapen.

5.3 Gruppearbeid og problemløsningsoppgaver

I seminartimene fikk jeg spurt studentene om hvordan de var vant til å jobbe i matematikktimene da de gikk i grunnskolen og i videregående. Jeg spurte mange av studentene om dette, og nesten ingen hadde jobbet med matematikk i grupper. Det var noen som hadde sittet sammen to og to og kunne på den måten hjelpe hverandre, men de forklarte at hvis de fikk problemer, spurte de som regel heller læreren. Sidekameraten ble stort sett brukt til å sjekke om svaret var rett.

I analysen synes jeg det kommer frem mange positive ting knyttet til å jobbe i grupper. Studentene samarbeider og bruker hverandre på en flott måte for å finne ideer og dermed konklusjoner. Mange av studentene innrømte at de nok hadde gitt opp tidligere med oppgavene hvis de hadde jobbet alene, og de syntes det var bedre å jobbe i en gruppe. På oppgave 1 klarte begge gruppene å komme frem til rett konklusjon, noe jeg ikke tror at alle studentene hadde klart hvis de hadde jobbet alene. Hvis vi ser på resultatene fra Menon (1998), svarte 24 %, altså nesten 1 av 4 feil på oppgave 1, noe man kanskje kunne forventet fra min gruppe også hvis de ikke hadde jobbet i grupper. Samtidig er det ikke bare positivt å jobbe sammen i grupper. Noe av tilfredsstillelsen med å jobbe med matematikk, er å finne den avgjørende ideen eller se den avgjørende sammenhengen som gjør at man klarer å løse oppgaven. Mange av studentene ble fratatt denne muligheten på oppgave 1 da èn student på hver av gruppene så løsningen veldig tidlig. Jeg tror mange av studentene hadde hatt en bedre opplevelse av oppgave 1 hvis de hadde klart å løse den selv. Samtidig er det ikke noe som er så frustrerende som å jobbe med en oppgave i mange timer uten å klare å løse oppgaven. Jeg mener det i denne sammenhengen var positivt å jobbe i grupper, da alle studentene så at en av dem klarte å løse oppgaven. Samtidig var det en medstudent som forklarte det til dem, noe som kanskje er litt spesielt, og dermed noe man lærer mer av enn hvis det hadde kommet fra en lærer.

En situasjon som jeg mener viser at gruppearbeid og problemløsningsoppgaver kan være veldig fordelaktig, er da A2b løste oppgaven som ble gitt muntlig da de var ferdig med oppgave 3. På denne oppgaven kombinerer de hverandres kunnskaper og sterke sider på en utrolig fin måte. Ane som er den som virker å ha mest teoretisk kunnskap, Tea som griper kalkulatoren og kommer med ideen om å finne en 20 cm lang trå, og Sue som finner ved regning på et hårstrå at det Ane har kommet frem til og det Tea har regnet ut stemmer. Jeg synes det var utrolig interessant å følge A2b sin løsningsprosess på denne oppgaven og det fikk meg til å se enda mer positivt på det å jobbe i grupper. Det er vanskelig å si, men jeg tror kanskje ingen av disse studentene ville ha klart å løse denne oppgaven alene. Tea hadde litt for lite kunnskap, Sue slet med formlene og Ane var veldig usikker på formlene og måtte ha utregningene de gjorde med hårstrået for å stole på det hun hadde funnet. Sammen derimot klarer de å slite og gruble seg frem til riktig løsning. Så kan man spørre seg hva de har lært i løpet av denne prosessen de har vært gjennom. Jeg tror alle tre har fått en fin repetisjon av reglene for omkrets og areal av sirkel. Samtidig har de sett formlene ”virke” på et hårstrå, og de har dermed sett formlene i praktisk bruk. Da jeg i gruppediskusjonen gikk igjennom denne oppgaven, hadde derimot ingen sett sammenhengen mellom pi og omkretsen, og jeg mener at de fortsatt hadde en instrumentell forståelse av areal og omkrets av sirkelen. Jeg mener derimot at oppgaven forberedte studentene til lettere å være med på resonnementet som jeg gjorde på tavla ved å vise dem hvilken sammenheng det er mellom pi og omkretsen, og hvorfor omkretsformelen er slik den er. På B2 tok noen av studentene frem ark og begynte å notere og var veldig glad for den nye informasjonen. Jeg mener denne problemløsningsoppgaven var med på å gjøre det lettere for meg på gruppediskusjonen å vise dem sammenhengene og dermed å gi studentene en relasjonell forståelse av emnet.

Denne måten å jobbe på passer bra til det Malloy (1999) anbefalte. Hun mener man skal bruke passende oppgaver ledsaget av en undersøkelses-basert pedagogikk for å unngå en undervisning basert på papegøye-matematikk. I undersøkelsen min har jeg funnet frem til oppgaver som jeg mener er passende, og studentene skal undersøke og løse oppgavene. Da må studentene prøve å finne ut hvilken figur det er, hvilke egenskaper denne figuren har, og dermed hvordan man skal komme frem til svaret. Det kan føre til mange ideer som er feil for akkurat denne oppgaven, men som studentene allikevel lærer noe av. Det som er vanskelig med å jobbe på en slik måte, er å finne oppgaver som passer til det nivået som studentene er på og som de kan lære noe av. Jeg visste ikke så mye om studentene og var dermed veldig spent på hvordan det skulle gå med dem når de skulle jobbe med oppgavene. Da jeg også fikk vite at nesten ingen hadde jobbet med problemløsningsoppgaver eller i grupper, gjorde det meg enda mer spent. Jeg mener det var lurt at jeg fant noen oppgaver som var brukt av andre forskere på lærerstudenter. På den måten visste jeg at de var brukt på denne målgruppen tidligere og at studentene dermed i hvert fall burde klare noen av oppgavene. Hvis man er lærer for studenter eller elever, har man bedre informasjon om gruppen og kan dermed bedre finne oppgaver som har rett vanskelighetsgrad og omhandler det som skal gjennomgås i timene.

En problemløsningsoppgave er en oppgave der man ikke ser noen løsning øyeblikkelig. Dette medfører jo at en oppgave ikke automatisk er en problemløsningsoppgave. En oppgave kan være et problem for noen mens den ikke er det for andre. Dette fikk vi se på oppgave 1 da to av studentene så løsningen på oppgaven med en gang. Jeg ville at studentene skulle jobbe i grupper og måtte dermed finne oppgaver som skulle få i gang en diskusjon og valget falt dermed naturlig på problemløsningsoppgaver. Problemløsningsoppgaver kombinert med gruppearbeid mener jeg er en bra måte å jobbe på. Studentene prater og kommuniserer matematikk mens de prøver å finne sammenhenger og løsninger på oppgaver. Hvis læreren til slutt oppsummerer og sikrer seg at elevene eller studentene har fått med seg de viktigste poengene og sammenhengene, mener jeg denne måten å jobbe på kan være en fin måte å prøve å få elevene til å få en relasjonell forståelse av matematikken. Det er i hvert fall min oppfatning etter å ha prøvd denne metoden for å se hvilken kunnskap studentene hadde. Mitt mål var jo ikke å finne en metode for å få studentene til å få en relasjonell forståelse, men tar dette poenget med når jeg mener det er et interessant funn fra undersøkelsene mine. Jeg mener denne måten å jobbe på burde brukes mer i grunnskolen og videregående skole for å prøve å gi elevene en bedre og dypere forståelse av matematikken.

5.4 Forskjellen i kunnskap under undervisningsobservasjonen og i gruppearbeidet

Her vil jeg se på den forskjellen jeg observerte i studentenes kunnskap da de ble undervist av lærer og da de jobbet alene i grupper med problemløsningsoppgaver.

5.4.1 Undervisningen

Da jeg observerte forelesningene og seminartimene ble jeg til tider skremt av nivået til studentene. I seminartimene observerte jeg studenter som ikke visste hvordan de skulle addere, subtrahere, multiplisere eller dividere brøker. Mange slet også med å løse ligninger og andre oppgaver som de hadde jobbet med i forelesningene. Det som kanskje overrasket meg mest, var noen av studentenes uvilje mot å lære matematikk. Eller, studentene ville lære matematikk, men det virket ikke som om de ville forstå den relasjonelt men instrumentelt. Mange studenter så på matematikk som regler som skulle pugges og ikke mer enn det. Læreren prøvde hver time å forklare hvorfor de ulike reglene egentlig gikk an å bruke. Han prøvde å gi studentene en forståelse av reglene og ikke bare lære dem reglene uten at studentene visste hvorfor det var slik. Han prøvde hele tiden å vise reglene og forklare dem ved å bruke dem i praktiske situasjoner og knytte matematikken til hverdagslige hendelse. Det var i disse situasjonene noen studenter ble sinte og lurte på hvorfor han forklarte og gjorde så mye ekstra, han endte jo opp med regelen til slutt uansett. Dette synes jeg er en negativ oppdagelse, da studentene ikke var interessert i å forstå matematikken relasjonelt i det hele tatt. Eisenhart et al. (1993) fulgte en lærerstudent i siste året på skolen og første året i jobb for å se om studenten kom til å undervise for at elevene skulle få begrepskunnskap eller prosedyrekunnskap. Studenten så viktigheten av å ville undervise for at hennes elever skulle få begrepskunnskap, men det skjedde bare av og til. Eisenhart et al. fant ut at studenten var tryggere på sin egen prosedyrekunnskap og fikk bedre til å undervise for det enn å undervise for begrepskunnskap. Studenten i Eisenhart et al. har en oppfatning av at begrepskunnskap er viktig å lære bort og at det er viktig å prøve å gi elevene denne typen kunnskap også. Noen av de studentene jeg observerte hadde overhodet ikke denne oppfattelsen. De skjønner ikke at de selv trenger en slik kunnskap, og er dermed motvillig til å ta inn begrepskunnskapen når læreren prøver. Jeg tror sjansen for at disse studentene kommer til å undervise for noe annet enn prosedyrekunnskap når de kommer ut i arbeid, er veldig liten. Noen av studentene er ikke trygg på sin egen prosedyrekunnskap engang, og da blir det veldig vanskelig å prøve å gi egne elever begrepskunnskap.

I intervjuet med Ronald Bradal i Utdanning (2009) kom det frem at han mente at en av nøklene for å kunne hjelpe elevene til å se en helhet i faget, er at lærer har solide faglige kunnskaper. Det observerte som sagt jeg at mange av studentene ikke hadde. Det som igjen er faretruende og som også kom frem i Utdanning (2009) er at lærerhøyskolene blir straffet økonomisk hvis studentene ikke består eksamen eller slutter. Han mener lærerhøyskolene løser det ved å finne nye måter å evaluere studentene på, slik at de skal få bestått og lærerhøyskolen sikrer seg økonomisk. Denne politiske diskusjonen med hvordan lærerhøyskolene får inn pengene sine, skal jeg ikke gå dypt inn i, men jeg mener at den måten det gjøres på i dag kan være skadelig for nivået på lærere som utdannes ved lærerhøyskoler. Jeg opplevde selv da jeg tok matematikk fordypning på lærerhøyskolen at noe av pensumet måtte kuttes da det ble sett på som for vanskelig for mange av studentene. Jeg vet ikke helt hvordan resultatene ble, men det var mange som fikk karakterene A og E. Det var et stort sprik mellom studentene, og lærerhøyskolen valgte å rette seg etter de svakeste, noe jeg mener kan kobles opp til den måten lærerhøyskolene tildeles midler på. Å løse situasjonen slik mener jeg går ut over elevene i grunnskolen. De sitter igjen med lærere som har for dårlig faglig kompetanse og blir undervist i prosedyrer og går glipp av muligheten til å lære matematikk på en måte der de kan få se sammenhenger og helheten.

5.4.2 Gruppearbeidet

Da jeg gjorde mine analyser av gruppearbeidet, synes jeg derimot at det var mye positivt å ta med seg av det jeg fant. Studentene klarte å svare riktig på mange av oppgavene og hadde fine og forklarende resonnement og konklusjoner. Det var selvfølgelig ting som kunne gjøres bedre på disse oppgavene også, men ut fra observasjonene jeg hadde gjort av undervisningen ble jeg positivt overrasket. Som nevnt ble oppmøtet preget av studenter som likte matematikk og som ville velge matematikk videre på lærerhøyskolen. Jeg må derfor anta at deres kunnskaper og ferdigheter i matematikk er noe bedre enn hos dem som ikke har tenkt å velge matematikk videre. Jeg mener det hadde vært interessant og fått testet alle studentene, i hvert fall flere enn det som ble gjort i denne undersøkelsen. På den måten hadde man fått en bedre innsikt i spriket blant studentene og hvilket nivå gjennomsnittsstudenten lå på. Min intensjon med undersøkelsen var å se på hvordan studentene kommuniserte og løste oppgavene i grupper.

Jeg skal gå dypere inn på oppgavene senere i diskusjonen, men jeg vil trekke frem oppgave 3 da A2a jobbet med den, for å vise at utbyttet av gruppearbeid kan være store. Studentene jobbet utrolig bra og bygde opp hverandres relasjonelle forståelse av areal og omkrets ved å samarbeide og diskutere en oppgave. Vi så på deres løsning i 4.3 da A2a presenterte løsningen sin i plenumsdiskusjonen. Menon (1998) hevder at relasjonell forståelse krever at man, basert på sammenhengen mellom sider og egenskaper, resonnerer seg frem til et svar. På oppgave 3 var påstanden ikke alltid rett. Ole, som var på A2a, var den eneste studenten som brukte det faktum at det stod lukket figur i oppgaveteksten. Ved hjelp av det fant han flere eksempler på situasjoner der en lukket figur kan øke omkrets, men samtidig få mindre areal. Den måten å resonnere og finne svar på mener jeg viser at Ole har en relasjonell forståelse. Ved hjelp av flere begreper, omkrets, areal, lukket figur, kvadrat, rektangel og sirkel, kommer han frem til en konklusjon som er rett i forhold til oppgaven. Det var veldig interessant å se at en student klarte å løse oppgave 3 på en slik måte. Under observasjonene mine i undervisningen kom det frem at nesten ingen hadde jobbet med problemløsningsoppgaver eller i grupper. Da var det interessant å se at studentene klarte overgangen til denne måten å jobbe på så bra som de gjorde, og at resultatet ble så godt som det ble.

Det er interessant å se at samme studentgruppe kan uttrykke seg så forskjellig fra undervisningen og til gruppeprosjektet mitt. Det mener jeg viser at kunnskap studentene uttrykker ikke er stabil, men varierer fra situasjon til situasjon. Som nevnt ovenfor kan dette også skyldes at det var mange av dem som var med på gruppeprosjektet mitt som var mer interessert i matematikk, men disse studentene var ikke spesielt aktive i timene, de utmerket seg i hvert fall ikke. Det kan komme av forskjellige ting. Kanskje fikk de ikke mulighet til å vise hva de kunne i undervisningen, mens prosjektet mitt gav dem en ny måte å uttrykke sin kunnskap på, og at det var det som førte til at jeg observerte så stor forskjell i kunnskap mellom undervisningen og gruppeprosjektet. Det kan også hende at de studentene som var med på mitt prosjekt syntes undervisningen var for enkel og at den ikke engasjerte dem til å være aktive. Man kan fort miste interessen for faget hvis faget oppleves for vanskelig, slik som jeg diskuterte med noen elever i undervisningen. Jeg mener at det også er lett å miste motivasjonen hvis faget oppleves for enkelt.

5.5 Observert kunnskap i gruppene

I denne delen av diskusjonen kommer jeg til å gå gjennom gruppene systematisk for å prøve å identifisere de ulike gruppenes kunnskap. I dette arbeidet kommer jeg til å se på gruppediskusjonen, plenumsdiskusjonen og de skriftlige innleverte oppgavene. Da ingen av gruppene var de samme begge gangene, legger jeg ved oversikten som viser hvem som var på de forskjellige gruppene. Det er den samme oversikten som ble presentert i metodekapittelet 3.5.1, for at man lettere skal få oversikt over hvem som har levert de ulike oppgavene. Dette er kanskje viktigst på seminargruppe A, der det var èn gruppe første gang og to grupper andre gang.

Gruppe	A1	A2a	A2b	B1	B2
Navn	Ole Ann Ane Tea	Ole Ann Pia	Ane Sue Tea	Gry Kim Mia Ine Gunn	Gry Kim Mia

5.5.1 Kunnskap som gruppe B1 og B2 viste

Jeg har analysert èn situasjon der B1 løste en oppgave gruppevis. Den ble behandlet under 4.2.2, der gruppen jobbet med oppgave 1. I den situasjonen så Gry tidlig løsningen på oppgaven, men hun slet med å få formidlet det hun hadde sett til resten av gruppen. Gry klarer ved hjelp av figurens egenskaper og ved hjelp av sin forståelse av begrepet omkrets, å resonnere seg frem til rett svar. Det er det Menon (1998) legger i relasjonell forståelse i artikkelen som omhandler denne oppgaven. Jeg mener derfor at Gry viser at hun har relasjonell forståelse når det gjelder oppgave 1 som omhandler omkrets. Det kan hende at hun ikke hadde vist denne relasjonelle forståelsen på andre oppgaver, men akkurat på oppgave 1 mener jeg hun viser at hun har det. Betyr det at resten av gruppen ikke har relasjonell forståelse på denne oppgaven? Det er vanskelig å svare helt sikkert på det spørsmålet, men jeg mener mange av de på gruppa har en dårlig forståelse av både omkrets og areal. Jeg tror også mange blander formlene for de to ulike begrepene. Grunnen til det var at jeg så mange av studentene så etter en måte å finne arealet på da de egentlig skulle finne omkretsen. Denne oppdagelsen kan komme av at studentene ikke klarer godt nok å skille mellom de to ulike formlene, som igjen kan bety at de har en instrumentell forståelse av emnene areal og omkrets. Det kan jeg hevde da Skemp (1976) hevdet at relasjonell forståelse av matematikken var enklere for elever og studenter å huske. Mens instrumentell forståelse er bygd opp ved pugging, er relasjonell forståelse bygd opp ved å se sammenhenger mellom begreper og ved hjelp av å koble kunnskap man har til hverandre. Jeg mener man kan se eksempler på at mange av studentene i B1 og B2 har lært om areal og omkrets på en slik måte at de sitter igjen med en instrumentell forståelse av begrepene. Dette forsterkes av det faktum at de bruker så lang tid på å forstå det Gry prøver å forklare dem. Så selv om de får løsningen presentert for seg, klarer de ikke selv å gjøre de nødvendige oppdagelsene for å se løsningen på oppgaven.

Chappell og Thompson (1999) foreslo at studenter og elever skal jobbe med formelen for areal og omkrets samtidig for å bedre kunne skille mellom dem. Som jeg har vært innom tidligere, mener jeg areal og omkrets mange steder undervises separat i dagens skole. Et eksempel jeg har observert i skolen kan tydeliggjøre dette. Eksemplet gikk ut på at lærer sa til en elev at han måtte være stille da eleven pratet om areal da læreren underviste om omkrets. Dette kan man tenke seg som mulig årsak til at studentene så ut til å blande formlene for areal og omkrets i 4.2.2, men man kan også forklare noe ved de skriftlige innleveringene med dette. Omkrets benevnes med cm, m og lignende, mens areal benevnes med cm², m² og lignende. På konkusjonen til B2 av oppgaven som ble gitt muntlig etter oppgave 3, har ikke gruppen med noen benevninger. Det kan være en ren forglemmelse eller at den på gruppa som skrev ikke har vært vant til å skrive det fra tidligere skolegang. Jeg mener derimot at en fokusering på at benevning for areal skrives forskjellig fra benevningen for omkrets kan være med på å gjøre forskjellen mellom de to formlene klarere. Det å klargjøre og virkelig synliggjøre forskjellen i benevninger, tror jeg kan være med på å forhindre misforståelser som de vi observerte at gruppe B1 og B2 hadde da de løste oppgavene.

I undersøkelsen min vil jeg hevde at det var studentene på gruppe B1 og B2 som hadde dårligst kunnskap om areal og omkrets. Det hevder jeg av to hovedgrunner. De var de eneste som ikke leverte en skriftlig konklusjon på èn av oppgavene. Det var på ekstraoppgaven som ble gitt under første gruppesekvens. På den oppgaven satt studentene og skrev på kladdearkene sine, men klarte ikke å levere inn en konklusjon. De klarte rett og slett ikke å komme frem til en løsning, og da jeg observerte dem da de jobbet med oppgaven, hørtes det ut som om de var ganske langt unna en ide som ville gjort at de klarte å løse den. Den andre hovedgrunnen er at de var den gruppen som så ut til å være mest usikker på egen kunnskap. De var den eneste gruppen som prøvde å spørre meg om ting og ville ha hint. Samtidig hadde de en klar oppfatning av forholdet mellom arealet av rektangelet ABCD og arealet av det skraverte området AED og BCD i oppgave 2, men klarte ikke å finne en korrekt måte å vise det på. De endte opp med å bruke skraveringene som bare var tegnet opp for å vise hvilket areal man skulle sammenligne med arealet til ABCD. Jeg mener usikkerheten deres kommer av at de har en for dårlig forståelse av begrepene areal og omkrets, en forståelse som er instrumentell. De hadde store vansker med å se sammenhenger og egenskaper på figurene, for å så bruke det til å løse oppgaven. De forvekslet formlene for areal og omkrets og brukte feil fremgangsmåte for å finne èn av løsningene.

5.5.2 Kunnskap som A1 viste

Da det ble store forandringer på gruppene i seminar A, kommer jeg til å se på de tre gruppene og det de presterte separat. Jeg begynner med A1. Den eneste oppgaven A1 har løst som vi ikke har sett nøye på, er oppgave 1. På den oppgaven var det, som vi så hos B1, en jente som fort så løsningen på oppgaven. I motsetning til det som skjedde i B1, klarte Ane å forklare sin oppdagelse for de andre ganske kjapt og gruppa konkluderte fort korrekt på oppgaven. Hos denne gruppen så vi en helt annen prosess en den vi så hos B1. Det kan forklares med hvem på gruppen som så løsningen. Hos B1 var det en litt sjenert og tilbaketrukket Gry, mens det hos A1 var Ane som er sikker på seg selv faglig og hadde dermed mer respekt i gruppa på grunn av det. Jeg mener det også kan komme av den kunnskapen som deltakerne i de ulike gruppene har. Som vi så i 4.4.2 og 4.4.3 klarte A1 å løse ekstraoppgaven første gang og oppgave 3 på en flott og korrekt måte, og viste at de har gode kunnskaper innen begrepene areal og omkrets. Jeg mener at grunnen til at gruppe A1 klarte å svare bedre på sine oppgaver, var at de hadde større relasjonell forståelse av begrepene areal og omkrets enn det B1 hadde. Det jeg også observerte, var at A1 hadde en måte å jobbe på som kan være med på å forsterke den relasjonelle forståelsen de allerede har. På ekstraoppgaven som ble gitt andre gangen, klarer de ved hjelp av det de har funnet ut på oppgave 2 å løse denne oppgaven. De klarer, ved å finne sammenhenger og sammenligne de to ulike figurene, å komme frem til en konklusjon som er korrekt. Denne måten å jobbe på, eller bruke kunnskap på, er jo akkurat den måten som bygger relasjonell forståelse. De bruker noe de kan fra før for å finne mening i en ny oppgave, og klarer ved hjelp av den kunnskapen de allerede innehar å svare på den nye ukjente oppgaven. På den måten blir kunnskapen de har og den nye kunnskapen de får, koblet sammen, og de får dermed en forståelse som er relasjonell. Det at gruppen klarer å jobbe på en slik måte, mener jeg viser at denne gruppen har bedre kunnskap enn B1. Det er jo ikke bare positivt her og nå, men også i fremtiden. Vi har sett at disse studentene kan, hvis de får anledning, koble ny og gammel kunnskap og dermed bygge opp sin egen relasjonelle forståelse av matematikken. Det viktige er at de får muligheten til akkurat det i fremtiden.

5.5.3 Kunnskap som A2a viste

A2a, og kanskje spesielt Ole, viste en forståelse som var dypere enn en instrumentell forståelse av begrepene areal og omkrets. Det kom spesielt godt frem på oppgave 3, der A2a som eneste gruppe viste at utsagnet til eleven ikke trengte å stemme i alle situasjoner. Gruppen greide å finne moteksempler til det som eleven hevdet og konkluderte rett på oppgaven. Det gruppen klarte å bruke, som ingen av de andre gjorde, var at det stod lukket figur i oppgaveteksten. Lukket figur er et enkelt begrep, men man kan stille seg spørsmålet om de andre gruppene skjønte hva som lå i begrepet, da de konkluderte feil på denne oppgaven. Ingen av de andre gruppene brydde seg i hvert fall ikke nevneverdig om den opplysningen. A2a viser at de klarer å vurdere flere begreper samtidig, og de ser egenskaper og sammenhenger som gjør at de klarer å resonnere seg frem til riktig svar. Sett ut fra hva de andre gruppene presterte, mener jeg det var sterkt av A2a å finne den løsningen som de fant. Jeg mener en av de viktigste grunnene til det var at de, og spesielt Ole, har en forståelse som ikke bare er instrumentell, men også relasjonell. Som vi så hos Gray og Tall (1994) er det viktig at elever og studenter klarer å tenke "proceptuelt". Altså ha en forståelse som inneholder både prosedyrekunnskap og begrepskunnskap. På den måten kan man tenke mer fleksibelt om en oppgave, da man forstår og klarer å tyde oppgaven på to måter. Man ser oppgaven fra forskjellige sider og låser seg ikke fast i en måte å se eller oppfatte oppgaven på. Jeg mener at denne gruppen viser fragmenter av en slik type forståelse, da de først godtar utsagnet til eleven, men Ole ser etter hvert oppgaven fra en annen side og kommer dermed frem til en annen konklusjon som er riktig.

På den muntlige gitte ekstraoppgaven hadde denne gruppen små problemer og fant fort ut at sirkel måtte gi det største arealet. De klarte raskt og enkelt å finne ut hva de måtte gjøre for å klare å regne ut arealet, og viste igjen at de hadde solide kunnskaper og ferdigheter innenfor emnene areal og omkrets. Selv om de klarte denne oppgaven greit, hadde ikke de heller helt kontroll på hvor tallet pi kom fra. Ole sa at det er et forholdstall, men klarte ikke å begrunne svaret sitt mer enn det. Det at de ikke vet hvor tallet pi kommer fra, kan tyde på at de har hatt lærere som fokuserte på å lære bort matematikk med fokus på prosedyrekunnskap. De har lært hvordan de skal finne areal og omkrets hvis forholdene er slik eller slik, men har ikke blitt forklart *hvorfor* man gjør akkurat slik. Det at studentene allikevel klarer å komme frem til rett løsning, viser at de er gode til å bruke den kunnskapen de har for å komme frem til riktig svar, og de klarer å bruke formlene for areal og omkrets på en fleksibel måte.

5.5.4 Kunnskap som A2b viste

Denne gruppen var kanskje den gruppen som hadde størst sprik i kunnskap mellom medlemmene. Ane var den med dypest kunnskap, mens Sue og Tea ikke hadde like mye kunnskap som henne. Dette kommer klart til syne da gruppen prøver å løse ekstraoppgaven første gang og oppgave 3. Ane prøver å tenke logisk og må ha bevis for det de konkluderer med, mens Sue, og spesielt Tea, er fornøyd med ideene så lenge de høres rett ut. På oppgave 3 godtar både Tea og Sue tidlig påstanden som kommer frem i oppgaven. Ane er derimot mer kritisk og prøver å finne bevis eller noe som kan overbevise henne om at utsagnet må være riktig. Tea blir nesten litt sint på Ane, som ikke vil tro på det hun mener er riktig. Igjen støtter Ane seg til tidligere kunnskap for å la seg overbevise om at det de har funnet må være riktig. Hun tenker tilbake på oppgave 1 der arealet kunne bli mindre mens omkretsen ble uforandret. Hun lar seg med dette overbevise om at når omkretsen øker, så må arealet øke. Ane ville nok sikkert jobbet lengre med denne oppgaven, men føler samtidig et press fra resten av gruppen, som har gjort opp sin mening for lenge siden, og sier seg derfor kanskje enig litt tidligere enn hun ville ha gjort ellers.

På den muntlige gitte ekstraoppgaven sliter alle tre med å komme frem til riktig løsning. De prøver først å unngå å måtte regne på sirkel, og de sier først at de mener at riktig løsing skal være et kvadrat. Da jeg sier at de må prøve å finne andre figurer, går de så løs på sirkelen. Det var nok en god grunn til at de ikke hadde sett på sirkelen med en gang, for alle tre var veldig usikre på formlene for areal og omkrets av sirkelen. De gjør mange forsøk, og klarer til slutt, ved hjelp av et hårstrå, å få bekreftet at de har regnet med rette formler. Jeg mener det kommer tydelig frem at disse jentene har, eller har hatt, en instrumentell forståelse av areal og omkrets av sirkel. Hadde de hatt en relasjonell forståelse, ville de ha kunnet formlene, men de klarte nesten ikke å huske dem engang. Dette bekreftes av det Skemp (1976) sier om at relasjonell forståelse er lettere å huske enn instrumentell forståelse. Jentene har mest sannsynlig opplevd det Malloy (1999) beskrev som papegøye-matematikk. De har antagelig sittet passivt og pugget formler for noen beskrevne eksempler for så å ha regnet lignende eksempler senere. Dette bygger den instrumentelle forståelsen av areal og omkrets, men ikke den relasjonelle i det hele tatt. Dette mener jeg kan være grunnen til at jentene slet så med oppgaven og ikke klarte å huske formlene for areal og omkrets av en sirkel.

I denne gruppen mener jeg Ane har en forståelse som er mer relasjonell enn de andre. Det er stort sett hun som kommer med de avgjørende ideene og som husker formlene. Tea og Sue mener jeg derimot har en forståelse som er mer instrumentell. De har problemer med å huske formlene og komme med ideer som kan føre til en konklusjon. Tea var en av få som ikke ville velge matematikk videre, mens Sue var litt usikker. Jeg tror det kommer direkte av deres oppfatning av egen kunnskap i matematikken. Jeg tror begge to, ikke minst Tea, føler at hennes kunnskap i matematikk ikke er tilstrekkelig for å velge, og ikke minst å undervise i matematikk i skolen. Vi så også et tydelig eksempel på at hun kanskje vet om det da hun var rask til å gripe etter kalkulatoren på den muntlige gitte ekstraoppgaven. På den måten ble hun ikke helt tilsidesatt på oppgaven, og blir av betydning.

5.6 Oppsummering

I dette kapitelet har jeg belyst forskningsspørsmålet mitt ved å diskutere funnene mine fra analysen. Jeg har diskutert funnene mine i forhold til litteraturen og har med det prøvd å svare best mulig på forskningsspørsmålet mitt. Denne diskusjonen vil bli konkludert i kapitel 6.

6 Konklusjon og refleksjoner

I dette kapittelet vil jeg først konkludere diskusjonen i forrige kapitel og dermed svare på forskningsspørsmålet mitt. Jeg vil deretter komme med noen pedagogiske implikasjoner og forslag til videre forskning. Helt til slutt vil jeg avslutte med noen egne refleksjoner om oppgaven og resultatene av den.

6.1 Konklusjon

Her vil jeg svare på forskningsspørsmålet mitt, som var:

- Hvilken forståelse har lærerstudentene i undersøkelsen av begrepene areal og omkrets?

Jeg kommer til å dele opp konklusjonen min i to hoveddeler. Den ene er den forståelsen jeg observerte i undervisningen. Den andre delen er den forståelsen jeg observerte i gruppearbeidet.

6.1.1 Kunnskap i undervisningen

I undervisningen var den forståelsen jeg observerte hovedsakelig en forståelse som var instrumentell, og til tider en forståelse som hadde *vært* instrumentell. Med det mener jeg at noen av studentene rett og slett manglet kunnskap og forståelse om noen emner. Noen studenter kunne ikke reglene for dividering, multiplisering, addering og subtrahering i brøkregning og slet tydelig med å løse ligninger. Det kan indikere at forståelsen deres av de emnene har blitt undervist slik at de har fått en instrumentell forståelse og senere glemt. I timene var det stort sett slik instrumentell forståelse jeg observerte. Det virket som om de studentene som hadde en dypere og kanskje mer relasjonell forståelse, var passive og ikke deltok aktivt i timene, noe som kunne vært ønskelig. Det kan være negativt for en klasse at de studentene som har en relasjonell forståelse av matematikken blir passive, men det er kanskje forståelig når læreren må ta opp samme momenter i et emne flere ganger for at noen ikke forstår. De sterke studentene mister kanskje da motivasjonen og pasifiseres, ettersom det som foregår på tavlen ofte er for enkelt for dem.

Det som var mest overraskende å observere i undervisningen, var noen av studentenes uvilje mot å prøve å få en relasjonell forståelse av matematikken. Læreren gjorde sitt beste for å vise og forklare studentene slik at de skulle få en relasjonell forståelse om emnene han gikk igjennom. Det ble derimot vanskelig, da noen av studentene ikke hadde instrumentell forståelse om emnene engang. Dette førte til en diskusjon om det ”ekstra” som læreren gjorde for å forklare studentene hvorfor en regel fungerer. Det at studentene ikke var klar for å få en relasjonell forståelse, og ikke minst viste uvilje mot å prøve å forstå matematikken slik, kan ha negative konsekvenser. En lærer som selv har instrumentell forståelse, vil føle seg mye tryggere og komfortabel med å undervise for at elevene skal få en instrumentell forståelse. I barneskolen i dag har lærerne de fleste fag, og det er skummelt å tenke på at noen av disse studentene kanskje skal ut å gjøre grunnarbeidet i matematikk hos noen elever.

6.1.2 Kunnskap i gruppearbeidet

I gruppearbeidet fikk jeg meg noen positive overraskelser etter først å ha observert undervisningen. I undervisningen ble det bare observert instrumentell forståelse, mens jeg i gruppearbeidet så studenter som viste spor av å ha relasjonell forståelse i emnene areal og omkrets. Jeg observerte også studenter som på en spennende måte brukte tidligere kunnskap for å finne løsningen på nye oppgaver. Dette er en måte å jobbe på som kan være fordelaktig når studenter og elever skal få relasjonell forståelse. Da ser de nettopp den nye kunnskapen i sammenheng med den gamle og får se relasjoner i matematikken.

Samtidig som det var relasjonell forståelse å observere, var det også mange innslag av en forståelse som jeg vil identifisere som instrumentell, eller kunnskap som studentene er blitt undervist i instrumentelt. Dette ble observert ved at formler for areal og omkrets, spesielt formlene for sirkel, ble forvekslet med hverandre, og noen av studentene husket ikke formlene i det hele tatt. Ingen av studentene visste hvor tallet pi kommer fra, og dermed ikke hvilket forhold tallet står for. Studentene har dermed heller ingen forståelse for hvorfor omkretsformelen er slik den er, og formelen er mest sannsynlig bare innlært ved pugg. Denne observerte forståelsen hos studentene tyder på at de har opplevd en matematikkundervisning som har bygd en instrumentell forståelse. Det var tydelig å se at denne kunnskapen i ettertid ikke var så lett å bruke eller reprodusere, og studentene slet med at de hadde instrumentell forståelse på mange av oppgavene. På oppgave 3 observerte jeg studenter som godtok utsagnet uten å undersøke om det var riktig eller ikke. Noen av studentene synes utsagnet hørtes fornuftig ut, og sa seg dermed enig. Det kan indikere at de ikke har jobbet med oppgaver der de har måttet begrunne, eller opplevd en matematikkundervisning der de selv skal ha resonnert seg frem til noe. Jeg mener det kan bety at de har opplevd en matematikkundervisning der de har fått høre at i matematikken må man gå frem på en spesiell måte for å finne svaret, så får de oppgaver der de må gjøre akkurat det. Med denne måten å bli undervist i matematikk på, tror jeg man lettere kan godta et utsagn som i oppgave 3. Hvis man derimot er innlært til å begrunne, stille spørsmål og selv tenke for å finne måter å løse oppgaver på, tror jeg man har større mulighet til å tenke selv innenfor matematikken og stille seg spørsmålet: ”Hvorfor er det slik?”, eller spørsmålet: ”Er det virkelig slik?”.

På de skriftlige innleverte konklusjonene, rotet gruppene med benevningen. Gruppene har brukt riktig benevning på omkrets, men når de skulle uttrykke areal, var det mye forskjellig som ble levert inn. På den muntlige gitte ekstraoppgaven kommer rotingen med benevningen godt til syne. A2a bruker feil benevning når de skal oppgi svaret sitt og angir bare areal i cm. A2b oppgir rett benevning når de først regnet ut arealet på et kvadrat, men ingen benevning når de har regnet ut arealet av sirkelen. B2 oppgir ingen benevning i det hele tatt. Benevningen er noe som skiller de to begrepene ganske tydelig, og det er merkelig at studentene rotet slik med benevningen. Det kan bety at studentene ikke ser denne tydelige forskjellen, og at de bare har lært en fremgangsmåte for å komme frem til rett svar. De tenker ikke på betydningen av svaret eller hvilken dimensjon svaret representerer. Det kom også frem av de skriftlige innleverte konklusjonene at en gruppe brukte en metode som ikke var korrekt for å svare på en oppgave, nemlig B1 som jobbet med oppgave 2. Selv om de i diskusjonen har en intuitiv forståelse av hva som er riktig svar, må de bruke skraveringene på figuren som er gitt for å kunne svare på oppgaven. Studentene visste hva svaret var, men klarte ikke å føre en matematisk begrunnelse for det, noe som førte til at de endte opp med å bruke en metode som ikke holder mål. Nå skal det sies at de kom frem til rett svar, men det var rett og slett på grunn av den intuitive forståelsen de hadde av oppgaven, ikke den metoden som de valgte å løse oppgaven med.

Samtidig som studentene til tider i gruppearbeidet slet med at de har en instrumentell forståelse av areal og omkrets, klarte de ved hjelp av hverandre å komme frem til riktig svar på mange av oppgavene. Dette får meg til å mene at samarbeid i smågrupper er en god måte å organisere arbeidet på i matematikken. Det er da synd at nesten ingen av de studentene jeg pratet med har opplevd å samarbeide på en slik måte i matematikktimene. Jeg så tydelig at det kan være en stor fordel da studentene ofte kombinerte ideer og kunnskap på en interessant måte for å komme frem til et svar.

Når studentene jobbet sammen i gruppene, observerte jeg at studentene klarte å se relasjoner og sammenhenger mellom emnene areal og omkrets. Ved at studentene samarbeidet om oppgavene klarte de å bygge opp hverandres relasjonelle forståelse av emnene. Dette gjaldt ikke for alle oppgavene og alle gruppene, men vi så klare eksempler på at studentene resonnerte på en måte som uttrykker relasjonell forståelse av matematikken. De klarte å se nye oppgaver gjennom gammel kunnskap og dermed koblet de kunnskap og erfaringer de har fra før, med det nye som dukket opp i oppgavene i undersøkelsen.

6.2 Pedagogiske implikasjoner og videre forskning

Denne masteroppgaven hadde som mål å identifisere hvilken kunnskap lærerstudenter har i matematikk. Jeg mener jeg har kommet frem til noen interessante funn, og jeg mener noen av disse funnene kan være med på å belyse hva man kan gjøre for at studenter på lærerhøyskolen skal få en bedre forståelse i emnene areal og omkrets. Med bedre forståelse mener jeg en forståelse som er mer relasjonell enn den forståelsen jeg observerte hos studentene i min undersøkelse.

Jeg mener masteroppgaven viser at gruppearbeid med fordel kan brukes mer i undervisningen av matematikk. Det gjelder på lærerutdanningen, men også i grunnskolen og i videregående skole. Gruppearbeid er en fin måte for elever og studenter til selv å se relasjoner og sammenhenger i matematikken. Den største utfordringen for å få til dette, er å finne oppgaver som kan utfordre dem til nettopp å gjøre disse oppdagelsene. Oppgavene kan ikke være for vanskelige og ikke for lett, og må være av undersøkende karakter. Jeg mener at areal og omkrets er emner der det er relativt lett å finne oppgaver som muliggjør dette. Jeg vil derfor anbefale en slik tilnærming til disse to emnene. En fremtidig forskningsoppgave hadde vært å undersøke hvordan elever i grunnskolen og videregående skole takler og løser problemløsningsoppgaver om areal og omkrets.

På lærerhøyskolen kommer det studenter med veldig forskjellig bakgrunn i matematikk. Noen studenter har bare ett år med matematikk bak seg, mens andre har tre. Dette gjør at forskjellen i bakgrunnskunnskaper er veldig stor. Jeg observerte at mange av de studentene som hadde sterke bakgrunnskunnskaper, ble passive i undervisningen og at de ikke fant undervisningen inspirerende. Jeg mener med fordel timene kunne vært differensiert. På den måten kunne undervisningen truffet mer den enkeltes nivå, og jeg tror det hadde vært fordelaktig for studenter som hadde både sterke og svake bakgrunnskunnskaper. Utfordringen i dette er å avgjøre hvilke studenter som skal være i hvilke timer, men jeg mener det er en overkommelig utfordring.

Da prosjektet mitt måtte organisert slik som beskrevet under metodedelen, utenfor obligatoriske timer, mener jeg det kan være interessant å gjøre en studie der man får testet et større spekter av studenter. I min test var det stort sett de interesserte og motiverte studentene som møtte opp til gruppearbeidet. Da jeg fant ut at også disse studentene slet med noen oppgaver, er jeg spent på hvordan resten av studentgruppen ville ha klart oppgavene. Jeg tror resultatene hadde vært en del dårligere hvis jeg hadde fått gjort mine undersøkelser i timene til studentene og dermed fått med meg nesten alle studentene. Dette er en studie det kan være interessant for andre forskere og for lærere på lærerhøyskolen å få utført i fremtiden.

6.3 Refleksjoner over eget arbeid

Jeg synes arbeidet med masteroppgaven har vært veldig interessant. Min motivasjon for oppgaven var hvilken kunnskap studenter ved lærerhøyskolen har. Jeg mener at denne oppgaven også burde interessere lærere og personer som har med undervisning i grunnskolen og videregående skole. Det har i hvert fall fått meg til å, enda mer, se viktigheten av en helhetlig skole som jobber sammen for at elever og studenter skal få begrepskunnskap og en relasjonell forståelse av matematikken. Det er viktig at alle nivåer i skolen jobber aktivt og hardt for at elever skal bli best mulig i matematikk. På den måten blir elevene bedre rustet til høyere utdanning og overgangen til å bli student. Samtidig fikk jeg kanskje bekreftet det jeg visste, eller trodde på forhånd. Mange studenter på lærerhøyskolen har en instrumentell forståelse av matematikken. Det fører videre til at de mest sannsynlig overfører denne forståelsen til sine elever. En matematikk som undervises slik at elevene får en instrumentell forståelse kan gi raske resultater, men gir ikke den langvarige effekten man håper på. Dette poenget kommer jeg til å ta med meg ut i mitt eget arbeid som fremtidig lærer.

Hvis jeg skal være etterpåklok og si hva jeg ville ha gjort annerledes hvis jeg hadde fått gjort undersøkelsene på nytt, er det et par elementer jeg kommer på. Jeg ville nok sikret at jeg kunne ha testet nesten et helt kull, i hvert fall gjort slik at jeg kunne fått klarere frem nivåforskjellene som var i kullet. Jeg tror at jeg i tillegg til gruppearbeidet, ville ha valgt ut noen studenter som jeg kunne har testet enda mer, og kanskje intervjuet dem for å få klarere frem kunnskapen til dem. På den måten kunne jeg enda bedre sammenligne og bedømme den kunnskapen som kom frem under gruppearbeidet, men alt i alt er jeg fornøyd med den arbeidsmåten og metoden som jeg valgte.

7 Referanser

Chappell, M.F. & Thompson, D.R. (1999). Perimeter or area which measure is it. *Mathematics Teaching in the Middle School, 5*(1), s. 20-23.

Eisenhart, M. (1993). Conceptual knowledge fall through the cracks: complexities of learning to teach mathematics for understanding. *Journal for Research in Mathematics Education, (*24), s. 8-40

Gray, E.M. & Tall, D.O. (1994). Duality, ambiguity, and flexibility: a "proceptual" view of simple arithmetic. *Journal of Research in Mathematics Education, 25*(2), s. 116-140.

Hiebert, J.(red.) (1986) *Conceptual and procedural knowledge: the case of mathematics.* Hillsdale, N. J.: Lawrence Erlbaum.

Hiebert, J. & Lefevre P. (1986) Conceptual and procedural knowledge in mathematics: an introductory analysis. I Hiebert J. (red.), *Conceptual and procedural knowledge: the case of mathematics.*(s. 1-27) Hillsdale, N. J.: Lawrence Erlbaum.

Hiebert, J. & Wearne, D. (1988). Instruction and cognitive change in mathematics. *Educational Psychologist,* 23(2), s. 105-117.

Ma, L (1999). *Knowing and Teaching Elementary Mathematics. Teachers` Understanding of Fundamental Mathematics in China and the United States.* Mahwah, N. J.: Lawrence Erlbaum.

Malloy, C. E. (1999). Perimeter and area through the van Hiele model. *Mathematics Teaching in the Middle School, 5*(2), s. 87-90.

Mason, J. & Davis, J. (1991). *Fostering and sustaining mathematics thinking through problem solving*. Deakin University Press, Geelong: Victoria.

Menon, R (1998). Preservice teachers´ understanding of perimeter and area. *School Science and Mathematics, 98*(7), s. 361-368.

Mertens (2005). *Research and evaluation in education and psychology: integrating diversity with quantitative, qualitative and mixed methods*. Thousand Oaks, Calif: Sage.

Moyer, P. S (2001). Using representations to explore perimeter and area. *Teaching Children Mathematics, 8*(1), s. 52-59

Reason, M. (2003). Relational, instrumental and creative understanding. *Mathematics Teaching. 184*, s. 5-7

Reinke, K. S. (1997). Area an Perimeter: Preservice Teachers` Confusion. *School Science and Mathematics,* 97(2) s. 75-77

Sherman, H. & Randolph, T. (2004). Area and perimeter: "Which is which and how do we know?" *Research for Educational Reform, 9*(3), s. 25-36.

Skemp, R. R. (1976). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *Mathematics Teaching* (77), s. 20-26

Strutchens, M. E., Randolph, T. & Sherman, H. (2001) Assessing geometric and measurement understanding using manipulatives. *Mathematics Teaching in the Middle School, 6*(7), s. 402-405.

Utdanning (2009) Tidsskrift for Utdannings Forbundet, nr. 1.

Woodward, E & Byrd, F (1983). Area:included topic, neglected concept. *School Science and Mathematics, 83*(4), s. 342-347

8 Vedlegg

8.1 Transkriberingsnøkkel

Tegn	Betyr	Beskrivelse
[	Overlapp	Brukes når to personer sier noe samtidig.
Tekst= =tekst	Overtakelse	Når en person sier noe rett etter en annen
::	Forlengelse	Når en person drar ordet ut slik at ordet forlenges.
[ ]	Mangler ytring	Blir brukt når noen sier noe, men det er uklart hva de sier.
(.)	Pause	Personen er stille i mindre enn tre sekunder i en setning eller mellom to setninger.
(tall)	Pause	Angir hvor lang pause en person har i en setning eller mellom to setninger.
<u>Tekst</u>	Høyere	Det som blir sagt blir sagt med mer trykk enn vanlig.
tekst...	Slutter ikke setning	Begynner på en setning, men sier ikke hele.
¤tekst¤	Hyggelig stemme	Stemme man bruker når man for eksempel snakker til et barn.

8.2 Brev til studentene på lærerhøyskolen

Til studenter på ALU 1

Forespørsel om å delta på matematikkprosjekt

Jeg vil med dette brevet be om frivillige til å stille opp på mitt matematikkprosjekt. Jeg går andre året på master i matematikkdidaktikk ved Universitetet i Agder og prosjektet er en del av min masteroppgave som jeg skal skrive i år. Matematikkprosjektet er planlagt og gjennomføres i uke 40 utenfor skoletid. Dataen som jeg samler inn vil bli brukt i masteroppgaven min i et forsøk på å få innblikk i hvilken kunnskap lærerhøyskolestudenter sitter inne med og hvordan studentene samarbeider i grupper. Det vil bli satt av to dobbeltimer til dette prosjektet.

De som vil delta kommer til å bli delt inn i grupper der det blir utdelt oppgaver som dere skal jobbe med i fellesskap. Når dere jobber i grupper kommer to av gruppene til å bli filmet mens resten sitter og jobber uten å bli filmet. Dere vil bli bedt om å lage en skriftlig konklusjon/oppsummering som kommer til å bli samlet inn etter timenes slutt. Timene vil bli avsluttet ved at alle gruppene får presentere det de har gjort på gruppene for resten av klassen. Denne sekvensen vil også bli filmet.

Jeg kommer ikke til å samle inn noen direkte personopplysninger om dere, som navn, fødselsdato o.l. I prosjektperioden er det bare jeg som har tilgang til dataen som er samlet inn. Den vil bli lagret på min egen PC som bare jeg har adgang til. De sekvensene jeg kommer til å bruke fra filmingen vil bli transkribert der jeg finner opp fiktive navn på de som prater, så ingen ekte navn kommer til å bli brukt i masteroppgaven. Dataen skal også lagres uten navneliste på de som deltar. Prosjektet er meldt til Personvernombudet for forskning, Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste. Etter at prosjektet er avsluttet i mai 2009, vil opptakene bli lagret på en server på Universitetet i Agder med begrenset adgang. Alle opptak vil bli oppbevart i ti år, og kan være tilgjengelig for forskning ved institutt for matematiske fag på Universitetet i Agder. Opptakene vil altså senest bli slettet i mai 2019. Hvis opptakene skal bli benyttet på nytt, vil ikke det bli gjort uten at det blir meldt til Personvernombudet for forskning ved Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste først. Etter at oppgaven er levert, vil veilederen min være kontaktperson og ansvarlig for datamaterialet.

Jeg vil oppfordre alle som har tid til å delta på dette prosjektet. Poenget er ikke å gi dere så vanskelige oppgaver som mulig, men å se hvordan dere jobber i lag på gruppene og hvordan dere kommer frem til løsninger på oppgavene. Det vil si at det ikke vil bli noen vurdering av dere som enkeltpersoner. Dette er en god mulighet til å bli kjent med didaktisk forskning samtidig som dere kan jobbe med matematikk uten noen form for press. Timene vil bli lagt slik at det skal passe best mulig med timeplanen deres og jeg har flere muligheter for når vi kan utføre prosjektet, dette kan vi diskutere oss frem til. Jeg må få presisere at det er helt frivillig å stille opp og dere kan trekke dere når dere vil uten å oppgi grunn. Dette kan gjøres ved å kontakte meg før masteroppgaven er skrevet, eller veilederen min: Hans Erik Borgersen, etter at datamaterialet er overført til arkivet. Hvis en av dere velger å trekke seg etter at vi har filmet, kommer all filmen som den personen er med på til å bli slettet. Jeg regner oppmøte ved filmingen som samtykke til at dere har lyst å være med. Håper på positive svar!

Vennlig hilsen

Eivind Haukebøe Vik
Kontaktinformasjon:

Student:
Eivind Haukebøe Vik
Strandveien 119 B, 5307
9006 TROMSØ
Tlf: 97168418
E-post: eivinv07@student.uia.no

Min veileder:
Hans Erik Borgersen
Institutt for matematiske fag, Universitetet i Agder
Sericeboks 422
4604 KRISTIANSAND S
Tlf: 38141570
E-post: hans.e.borgersen@uia.no

8.3 Brev til lærerhøyskolen

Høyskolen i x
Adresse
Postnummer

Dato:28. august 2008

Eivind Haukebøe Vik
Strandveien 119 B, 5307
Tlf: 97168418

Til høyskolen i x

Som en del av min mastergradsstudie ved Universitetet i Agder skal jeg skrive en mastergradsoppgave på 60 studiepoeng. Derfor har jeg opprettet kontakt med "navn på lærer" som er ansvarlig for matematikkundervisningen til 1. året på allmennlærerutdanningen hos dere. Vi har en avtale om at jeg kan få låne hans studenter til å utføre mine studier. Dette skal etter planen utføres i uke 40. Jeg vil med dette søke tillatelse til å utføre undersøkelsene.

Studentene vil få noen problemløsningsoppgaver de skal løse i grupper. Dette er ikke ment å være vanskeligst mulig oppgaver da jeg er interesssert i hvordan gruppene jobber og kommer frem til løsninger. Studentene vil bli bedt om å lage en konklusjon av det de har funnet ut og timene avsluttes med at alle gruppene presenterer sine løsninger for resten av klassen. Når gruppene sitter og jobber med oppgavene og presenterer løsningene sine vil de bli filmet. Det som blir tatt opp vil bli behandlet konfidensielt. Det er frivillig for studentene å delta og opptakene skal mest sannsynlig gjøres etter skoletid. Prosjektet er meldt for Personvernombudet for forskning, Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste. Alt skal anonymiseres og ingen opprinnelige navn på studentene skal oppgis. Etter at prosjektet er avsluttet i mai 2009, vil opptakene bli lagret på en server på Universitetet i Agder med begrenset adgang. Alle opptak vil bli oppbevart på ubestemt tid, og kan være tilgjengelig for forskning om matematikkundervisning på Universitetet i Agder. Hvis opptakene skal bli benyttet på nytt, vil ikke det bli gjort uten at det blir meldt til Personvernombudet for forskning ved Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste først.

Prosjektet tar sikte på å finne ut hvordan lærerskolestudenter samarbeider og løser matematikkoppgaver i grupper og foreløpig tittel på prosjektet er: "Hvilken forståelse har lærerskolestudenter av omkrets og areal?" Denne tittelen er midlertidig og er laget for at skal jeg skal se flest mulig aspekter når jeg analyserer dataen som jeg har samlet inn.

Håper prosjektet lar seg gjennomføre. Ser frem til å høre fra dere.

Vennlig hilsen

Eivind Haukebøe Vik