Masteroppgave i matematikkdidaktikk
Fakultet for realfag
Høgskolen i Agder - Våren 2006

Innsikt i elevar si utvikling i matematikk gjennom eit skuleår

Bruk av skriftlege testar

Odd Helge Mjellem Tonheim

Odd Helge Mjellem Tonheim

Innsikt i elevar si utvikling i matematikk gjennom eit skuleår

Bruk av skriftlege testar

Masteroppgåve i matematikkdidaktikk

Høgskolen i Agder

Fakultet for realfag
Institutt for matematiske fag

2006

Forord

No har eg fullført seks års utdanning, og tida har gått utruleg fort. Særleg det siste året har vore ei interessant tid for meg. Eg har bevega meg inn i eit heilt nytt terreng, som eg tidlegare ikkje trudde var så spanande. Denne oppgåva har gjeve meirsmak, og eg kan godt tenkja meg å fortsetja innan matematikkdidaktikken.

Eg vil gjerne takke alle dei som har hjelpt meg med å få til denne oppgåva. Ei takk til rettleiarane mine, Barbro Grevholm og Trygve Breiteig, som hjelpte meg med å stake ut den kursen denne masteroppgåva har teke. Vidare vil eg takke alle deltakarane i KUL-LCM-prosjektet som let meg få lov til å ta del i prosjektet.

Familien min må også takkast, både foreldre og sysken. Takk for at de støtta meg då eg flytta til Kristiansand for å ta denne utdanninga. Eg vil også takke alle venane mine som har lese igjennom oppgåva og gjeve meg nye idear. Dei som har gått i klassa mi dei to siste åra fortener sjølvsagt ei takk. Spesielt vil eg takke Sean Peter Kåss Martin for godt samarbeid på kontoret. Og sist, men ikkje minst vil eg takke Hildegunn Espeland. Tusen takk for eit utruleg godt samarbeid gjennom det siste året Hildegunn!

Kristiansand, mai 2006

Odd Helge Mjellem Tonheim

Samandrag

LCM-prosjektet er eit fleirårig prosjekt i regi av Høgskulen i Agder. Prosjektet har støtte frå Noregs Forskingsråd innan KUL-programmet (Kunnskap, utdanning og læring). LCM står for Learning communities in mathematics, altså læringsfellesskap i matematikk. Eit mål bak prosjektet er å få meir kunnskap om matematikkundervising og læring. Difor er spørsmåla som vert stilt innan prosjektet og undersøkingar som vert gjort retta mot matematiske aktivitetar i klasserommet. Det vert lagt vekt på spørjande og undersøkande læringsfellesskap i matematikk. Nokre av prinsippa bak slike læringsfellesskap er:

- Fellesskap, altså ei sosial gruppe der gjensidig tillit, respekt og ein støttande struktur gjer kvar enkelt i stand til å utvikla seg.
- ”Inquiry”, ein tenkjemåte som gjer at ein utviklar ny og djupare forståing av praksis når ein kan reflektera og stille spørsmål ved den praksisen ein er engasjert i.

For å kartleggja kunnskapane til elevane vart det hausten 2004 gjennomført matematiske testar på dei aktuelle klassestega (4., 7. og 9. klasse i grunnskulen og 1. klasse i vidaregåande). Tema som testane omhandlar er *Tal og algebra* for alle fire klassene, og i tillegg vart dei to lågaste klassene også testa i *Geometri og statistikk*. Testane er tilpassa det aktuelle klassesteget og testar sentrale kunnskapar i høve til L-97. Dei same elevane som deltok i testrunde ein, gjennomførte våren 2005 ein ny testrunde. Det var dei same testane som vart nytta begge gonger.

Masteroppgåva mi går i hovudsak ut på å analysera testrunden i 2005 og samanlikna resultata med testrunden i 2004. Temaet for oppgåva er elevar si utvikling i matematikk og problemstillinga er:

- På kva måte kan resultata frå skriftlege testar gje verdifull informasjon om elevar si utvikling i matematikk i løpet av eit år?
- Kva utvikling gjennomgår elevane sine kunnskapar i løpet av eit skuleår?

Analysen vert delt opp i to hovuddelar, nemleg analyse av testane som ein heilskap og analyse av enkeltoppgåver. Hovudfokuset i oppgåva vil vera elevar si utvikling i matematikk og elevar sine misoppfatningar i matematikk.

Nokre av resultata frå studien kan veldig kort oppsummerast slik: For å studera elevar si utvikling i matematikk, er det avgjerande at testane som vert nytta, er spesielt tilpassa formålet, og at testane er tilpassa til elevane. Det er vidare klart at lærarane kan få mykje verdifull informasjon om elevane sine kunnskapar ved bruk av slike testar. Skriftlege testar i kombinasjon med elevintervju er ein verdifull metode for å nå fram til djupare innsikt i elevar sine kunnskapar. Dette burde også nyttast i tilrettelegging av undervising. Ein grunn til at dette ikkje vert gjort, kan vera at det verkar tidkrevjande, men resultatet her tyder på at eit elevintervju i etterkant av ein test ikkje treng å ta lang tid. Eit anna resultat er at det kan verka som om den forskinga som vert gjort, ikkje når inn i skulen. Mellom anna ser ein at elevane framleis slit med mange av dei same misoppfatningane som KIM-prosjektet har satt fokus på.

Det er viktig at alle elevar får høve til å visa si eiga utvikling, då alle elevar ikkje utviklar seg likt. Vidare har eg sett nærare på elevar si utvikling med tanke på ulike enkeltoppgåver, og på om elevane sleit med mange av dei same misoppfatningane i den andre testrunden som dei gjorde i den fyrste testrunden.

Summary

The LCM project is a longitudinal project launched by Agder University College. It is supported by the Research Council of Norway under their program Knowledge, Education and Learning (KUL). LCM is short for Learning Communities in Mathematics. One of the purposes with the project is to acquire more knowledge about teaching and learning in mathematics. Therefore the questions and the inquiries within the project are directed towards mathematical activities in the classroom. The enquiring and scrutinizing learning communities in mathematics are emphasized. Some of the principles behind learning communities are:

- Community, which is a social group that has a supportive structure where mutual trust and respect make each student able to evolve.
- “Inquiry”, a way of thinking which gives you an opportunity to reflect and ask questions to the practice you are involved with, and with this generates new and better understanding of practice.

During fall 2004 mathematical tests in 4th, 7th, 9th and 11th grade were carried out to map the students’ knowledge. The theme of the tests where *Number and Algebra* (in all classes) and *Geometry and Statistics* (in 4th and 7th grade). The tests were adapted to each grade and related to central knowledge in the Norwegian national curriculum L-97. At the end of the school year (Spring 2005) the students went through the same tests once more.

The main purpose of this thesis is to analyze the tests from spring 2005 and to compare the results from both test rounds. The subject of the thesis is students’ development in mathematics and the research problems are:

- How can the results from written tests give valuable information about students’ development in mathematics during a year?
- During the course of a school year, how does the knowledge of the students develop?

The analysis is divided into two main parts, analysis of the tests as a whole and analysis of single tasks from the test. The main focus in the thesis is students’ development and their misconceptions in mathematics.

Some of the results from the thesis can shortly be summarized like this: To study students’ development in mathematics, it is important that the tests are particularly adjusted with development in mind and that the tests are adjusted to the students. Further it is clear that the teachers can acquire a lot of valuable information regarding the students’ knowledge, by using tests like these. Not forgetting that tests combined with interviews is a method of great value, which gives a deeper insight into students’ knowledge. This should be used to adapt the teaching. A reason for this not being done, might be that it seems to demand a lot of time, but the results here indicate that an interview with a student after a test, doesn’t have to last long. Another result is that it might seem that the research being done doesn’t reach into the schools. A reason for this is that the students still have problems with the same misconceptions the KIM project found.

It is important that all students are given a chance to show their own development, since all students do not evolve equally. Further I have looked into students’ development regarding single tasks, emphasizing if the students had problems with the same misconceptions in the second test round as in the first.

Innhald

1 Innleiing og problemstilling

1.1 Bakgrunn for oppgåva

Eg hugsar enno at medan eg og ungane i nabolaget var små (barneskulealder), leika vi "skule". Av ein eller annan grunn var det alltid eg som var lærar. Eit av høgdepunkta var mattetimane, spesielt når eg fekk laga prøve med reknestykke. Eg hugsar enno at eg retta prøvene med ein raud tusj. Sidan det har eg vel alltid visst at eg kom til å verta lærar, og matematikk har nok alltid vore eit av mine favorittfag. Difor byrja eg på den 4-årige allmennlærarlinja på Høgskulen i Sogn og Fjordane. Då eg skulle velja kva fag eg skulle studera det fjerde året, var eg veldig i tvil. Eg hadde lyst til å studera matematikk, men i Sogndal var der berre tilbod om ei halvårseining. Eg var vel likevel kome fram til at det var betre enn ingenting. Eg hadde i grunnen bestemt meg for å gå siste året i Sogndal også, men så tipsa matematikklærarane i Sogndal meg om dette masterfaget i Kristiansand, og eg såg fort at dette var midt i blinken for min del. Difor vart det til at eg søkte meg til Kristiansand og tok det fjerde året av allmennlærarutdanninga mi her, og fortsette vidare på masteren. Slik var det eigentleg ganske tilfeldig at eg i det heile teke enda opp med denne masteroppgåva. Men sidan eg byrja i Kristiansand og fekk studera matematikk på heiltid, har eg aldri tvilt på at dette var det rette for meg.

I løpet av kurset Ma-404 Læring og undervisning av matematikk gjennomførte vi eit prosjekt som vart kalla MERG 11 (Mathematical Education Research Group), som eigentleg er ei masteroppgåve i eit mykje mindre format, der noko av målet var å læra ulike sider ved det å skriva ei masteroppgåve. I løpet av MERG-kurset fann eg ut at det som var mest interessant for min del, var eit nærare studium av elevar ved hjelp av testar og oppgåveanalyse. Difor vart KUL-LCM-prosjektet eit naturleg val, spesielt med tanke på at dette opna for eit meir longitudinelt studium. Prosjektet var allereie i gong, og den fyrste testrunden var gjennomført. Andre testrunde stod for tur og skulle analyserast i lys av den fyrste.

1.2 Presentasjon av masteroppgåva og forskingsspørsmål

Som overskrift for denne oppgåva har eg valt: *Innsikt i elevar si utvikling i matematikk gjennom eit skuleår*. Dette nettopp av den grunn at det for tida vert lagt stor vekt på skriftlege testar av elevar sine kompetansar innan matematikk. Frå byrjinga av 1990-talet og framover har det vore ein auke i testar som nettopp testar elevane sitt matematiske nivå. Store prosjekt som er viktige å nemna i denne samanheng, er mellom anna dei internasjonale prosjekta TIMSS og PISA, og nasjonalt har ein KIM og Nasjonale prøver. Føremålet for desse store undersøkingane er i utgangspunktet noko ulikt, men likevel inkluderar alle å testa ein del av elevane sine kunnskapar også i matematikk. I hovudsak er det også det denne masteroppgåva vil handla om, nemleg kva kunnskapar det er mogleg å testa ved hjelp av ein skriftleg matematisk test. Det er heilt klart at ein slik test har sine avgrensingar, akkurat som alle andre metodar som vert nytta både i skulen og i forsking.

I dette prosjektet har vi eit einestående høve til å testa elevar si faglege utvikling, altså den delen som kjem fram i ein skriftleg matematisk test, i og med at vi her har gjennomført den same testen i byrjinga og på slutten av eit skuleår. Nettopp av den grunn har eg valt følgjande forskingsspørsmål:

- På kva måte kan resultata frå skriftlege testar gje verdifull informasjon om elevar si utvikling i matematikk i løpet av eit år?

- Kva utvikling gjennomgår elevane sine kunnskapar i matematikk i løpet av eit skuleår?

Med utgangspunkt i desse hovudspørsmåla vil eg sjå nærare på:
- Innan kva område gjer elevane tydelege framsteg?
- Kva kjenneteiknar utviklinga til svake, middels og sterke elevar?
- Kva type skilnader finn ein mellom jenter og gutar?

Grunnen til at eg vel å gå nærare inn på eit så vanskeleg område som elevar si utvikling er at dette er eit veldig aktuelt tema med tanke på at utvikling står veldig sentralt i store forskingsundersøkingar som TIMSS og PISA. Utvikling eit er særs viktig moment i vurderinga av undervisinga og elevane. Difor kan det vera interessant å sjå nærare på korleis ein kan nytta matematiske testar for å undersøka nettopp elevar si utvikling i matematikk. Nettopp av den grunn er det viktig å ha gode verktøy til å testa elevane si utvikling, noko som gjer at det vert eit veldig aktuelt tema når ein her skal analysera testar som skal gjennomførast fleire gonger.

1.3 Oppbygging av oppgåva

I kapittel to kjem det ein presentasjon av litteratur og teori som er relevant for denne oppgåva. Metoden som er nytta i arbeidet med masteroppgåva vert presentert i kapittel tre. Kapittel fire og fem er mine analysekapittel. Her vil eg presentera mi analyse av testane som er gjennomførte. Kapittel fire vil i hovudsak gå direkte på utviklinga frå testen som vart gjennomført i 2004 til testen i 2005. I kapittel fem vil eg gå nærare inn på analyse av enkeltoppgåver frå testane og samanlikna resultata med resultat frå tidlegare gjennomførte testar som TIMSS og KIM.

Vidare vil eg i kapittel seks gå nærare inn og diskutera nokon av dei viktigaste funna frå analysedelen. Kapittel sju vil innehalda ei lita oppsummering og ein konklusjon. Idear til vidare forsking og kva implikasjonar desse resultata kan ha i skulen kjem i kapittel åtte.

I eit hefte for seg sjølv kjem det ein del vedlegg, for ei oversikt over kva vedlegg som er teke med, sjå side 135. Grunnen til å leggja desse i eit eige hefte er todelt. For det fyrste er det meininga å forenkla leseprosessen, med tanke på at ein då kan lesa i oppgåva parallelt med at ein også kan sjå på dei aktuelle tabellane eller diagramma i vedleggsheftet. For det andre ville det med alle vedlegga verta eit veldig stort hefte, som fort kunna verta uhandterleg. Vedleggsheftet vil innehalda testane som vart gjennomførte, desse er med for å få fram dei små endringane som er gjort frå den fyrste testrunden. Vidare vil vedlegga innehalda tabellar med løysingsfrekvens og stolpediagram frå kvar enkelt oppgåve, både for den fyrste testrunden som, Irene Skoland Andreassen har analysert i si masteroppgåve (Andreassen, 2005) og den andre testrunden. Desse er med for at datamaterialet skal bevarast i størst mogleg grad med tanke på det vidare arbeidet i KUL-LCM-prosjektet. Oppgåva er ganske omfattande og her er ganske store vedlegg. Dette er gjort etter oppfordring frå personar innan KUL-LCM-prosjektet, for å bevara eit mest mogleg rikt resultat.

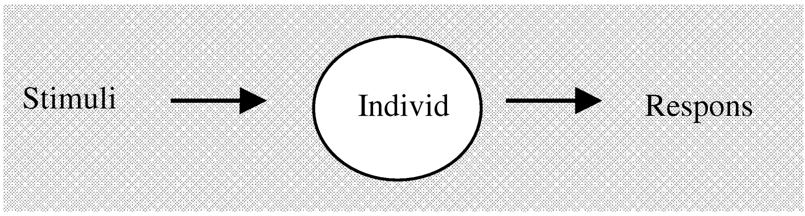
2 Teoretisk bakgrunn

2.1 Læringsteori

Det finst mange ulike læringsteoriar, og i denne oppgåva har eg valt å ta for meg nokre som har vore mykje omtalt i forsking om læring: Behaviorisme, konstruktivisme (kognitiv konstruktivisme og sosial konstruktivisme) og diagnostisk undervising.

2.1.1 Behaviorisme

Inntil ganske nyleg har denne læringsteorien vore den dominerande innan matematikk, og ein kan kanskje argumentera for at han enno er det (Swan, 2005). Behaviorismen vart utvikla i USA i den fyrste halvdelen av 1900-talet. Noko som var grunnleggjande for forskinga til behavioristane var empiriske ideal, som dei lånte frå filosofiske tradisjonar: ”Sann vitenskap kan bare holde seg til det som kan observeres, telles og måles” (Imsen, 1998, s. 29). Figuren under representerer den behavioristiske påverkingsmodellen:



Figur 2.1: Den behavioristiske påverkingsmodellen (Imsen, 1998, s. 30)

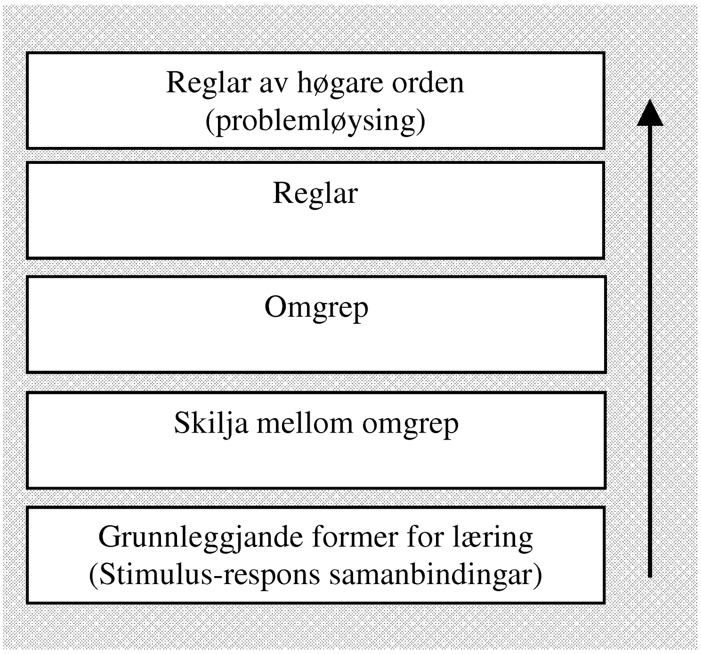
Her ser ein at noko av det som er heilt sentralt i behaviorismen, er at læring skjer ut frå kva tilbakemelding eleven får. Om eleven responderer på eit stimulus, og får positiv tilbakemelding, er det meir truleg at eleven respondera likt igjen på tilsvarande stimulus. Er tilbakemeldinga derimot negativ, er det mest truleg at eleven ikkje gjer det ein gong til. Thorndike la fram to lover med tanke på det å læra (Thorndike, 1914):

- *Lova om øving:* Responsen på ein situasjon vil etter kvart verta knytt til situasjonen, og til meir responsen vert nytta til sterkare vert tilknytinga. I utgangspunktet delte Thorndike denne lova i to (the law of use og the law of disuse), men presiserte at ein samla kunna sjå på dei som lova om øving.
- *Lova om effekt:* Om responsen er samanbunden med tilfredsstilling, er det meir truleg at den same responsen gjentar seg, medan om responsen er samanbundne med ubehag er det mindre truleg at situasjonen skjer igjen.

Thorndike meinte at øving og tilbakemelding var essensielle for effektiv læring. Tidleg behaviorisme oppstod frå eksperiment på dyr, der openbare handlingar vart betinga av forsterking. Skinner meinte at så snart han hadde funne den passande typen forsterking, ville teknikken tillata han å forma oppførselen til ei organisme nesten utan grenser (Skinner, 1954).

Skinner (1954) var ein av dei som var med på å utvikla denne teorien, spesielt innan programmert læring. Han meinte at det var veldig viktig at påskjønninga kom umiddelbart etter at individet hadde respondert rett på gjevne stimuli. I eit Skinner-program vart læringsmaterialet brote ned i små sekvensielt ordna steg. Kvart steg er ein liten pakke med informasjon, formulert slik at setninga som ber fram informasjonen også testar om individet har lært informasjonen (Martin, 1965).

Det har skjedd ei utvikling av behaviorismen som oppstod på fyrste halvdel av 1900-talet fram til neobehaviorismen. Ein av dei mest kjente neobehavioristane er Gagné. Gagné fokuserte på verdien av å strukturera stoffet, stoffet må vera godt planlagt og koma i ei hensiktsmessig rekkjefølgje (Gagné, 1985). Gagné laga mellom anna ulike læringshierarki, eit av dei mest kjende er dette:



Figur 2.2: Læringshierarki (Gagné, 1985. s 55).

Poenget her er at ein er nøydd til å læra det som ligg i botnen fyrst, altså mursteinsprinsippet. Utan å ha lært dei fire fyrste, vil ein ikkje få til problemløysing. Det har kome ein del kritikk mot mursteinsprinsippet, mellom anna at det vert for enkelt i høve til læring.

2.1.2 Kognitiv konstruktivisme

Konstruktivismen sine røter går heilt tilbake til byrjinga på 1700-talet, då den neapolitanske filosofen Giambattisa Vico skreiv si kunnskapsteoretiske avhandling i 1710 (von Glasersfeld, 1998). Ein av Vico sine grunnleggjande tankar var at det å vita innebar det å vita korleis ein tilverkar. Altså at ein kjenner ein ting fyrst når ein veit kva tingen består av. Difor var det berre Gud som kjende til den verkelege verda, medan menneske berre verkeleg kjende til det dei sjølv hadde konstruert.

Ifølgje ei pedagogisk oppslagsbok (Ness, 1974) er kognitive læringsteoriar eit samleord på læringsteoriar som seier at læring består i den innsikt, forståing eller meining som individet knyter til sine omgivnadar. Oppslagsboka seier også at kognitiv tyder det som gjeld intellektuelle funksjonar.

Nokre trekk ved Piaget sin teori

Ein av dei teoriar som har hatt størst innverknad på psykologien om kognitiv utvikling, og som også har hatt innflytelse på pedagogikken er Jean Piaget sin teori (Bisgaard, 1998).

Vi får kunnskap om andre menneske ved å snakka saman, gjera ting saman og verta kjende. Born må røra seg og gjera ting saman. Den indre representasjonen av slike handlingsmønster, ofte knytt saman med lengre handlingssekvensar, kalla Piaget for *skjema*. Skjema som dominerar dei to fyrste leveåra er *sensomotoriske skjema* (sjå, høyra, føla…), dette er internaliserte, automatiske handlingar. Ein annan type skjema, som nok er dei som er mest interessante, er *kognitive skjema*. Desse skjema kan verta henta fram og nytta i situasjonar som i tid og rom er ulike situasjonane dei er nytta i før. Desse skjema er medvitne skjema som utgjer råmateriale for tenking. Piaget nyttar også omgrepet *kognitiv struktur* om fleire skjema som heng saman gjennom likskapar og indre samanhengar. Endringar i kognitive skjema utgjer utviklinga mot stadig høgare nivå i tenkinga (Imsen, 1998; Piaget, 1973; Piaget & Inhelder, 1974).

For å forklara læreprosessen nyttar Piaget orda *assimilasjon*, *akkommodasjon* og *ekvilibrasjon*.

- *Assimilasjon*: Det skjer når nye og ukjende situasjonar vert tolka eller forstått ut frå det vi sansar. Vi nyttar den kunnskapen eller skjema vi har frå før, og tilpassar kunnskapen til desse. Ei samanlikning er når ein ser på fordøyingssystemet, når ein et mat vert denne maten endra slik at kroppen kan ta den opp som næringsstoff, altså ein assimilasjon. Det er det som vert teke opp som vert tilpassa den eksisterande strukturen (Hundeide, 1985).
- *Akkommodasjon*: Dette er når dei skjema som barnet har ikkje er tilstrekkelege, og det av den grunn skjer ei endring av dei eksisterande skjema. Ein justerer og endrar dei kognitive strukturane slik at dei kan ta inn nye sider ved omgivnadene. Om ein ser på dømet frå tidlegare, vil magen trekke seg saman og løysa ut syrer når ein et. Slik at ved akkommodasjon er det magen som vert tilpassa, altså det som barnet allereie har vert endra. Kort sagt at den eksisterande strukturen vert endra slik at det som vert teke opp passar inn (Hundeide, 1985).
- *Ekvilibrasjon*: Ei nydanning av skjema som er ei følgje av ein konflikt mellom assimilering og akkommodering (Hundeide, 1985). Altså når barnet står ovanfor noko det ikkje får til å stemma vert det sett i gong ein medfødt og sjølvregulerande prosess mot likevekt (Imsen, 1998). Trongen til indre likevekt driv barnet til omstrukturering og dermed ny tolking og erkjenning og det er denne prosessen som er ekvilibrasjonen.

Med tanke på læring skil Piaget mellom læring av spesielle detaljar i omgivnadene og læring som er logisk naudsynt (Hundeide, 1985). Læring av eigenskapar som ikkje har nokon logisk tvingande grunn, som til dømes at hovudstaden i Noreg heiter Oslo, altså pugg av objekta sine fysiske eigenskapar kallar Piaget *fysisk læring*. *Logisk læring* gjeld dei mest generelle samanbindingane mellom objekta, som til dømes at det er fem stykk av ein type objekt, sjølv om objekta er spreidde utover eller tett samla. Logisk læring er altså kunnskap som ikkje har sitt opphav i objekta sjølv, men kva ein gjer med objekta. Logisk læring er avgrensa av kva stadium den kognitive strukturen vert utvikla. Læring består altså av tre ulike prosessar som må haldast frå kvarandre (Hundeide, 1985):

1. Utvikling av kognitive strukturar: modning, læring eller erfaring, sosial overføring og ikkje minst ekvilibrasjon.
2. Læring av logisk-matematiske strukturar tilpassa i konkrete situasjonar. Ein føresetnad for dette er at den kognitive utviklinga har nådd eit visst nivå.
3. Fysisk læring.

Piaget la mykje vekt på ein stadieteori som eg ikkje tek med her.

Meiningsfull læring

Ausubel jobba mykje med omgrepet meiningsfull læring, Ausubel sin eigen definisjon på meiningsfull læring er slik:

> ”Meaningful learning involves the acquisition of new meaning, and new meanings, conversely, are the products of meaningful learning. … The essence of the meaningful learning process (…) is that symbolically expressed ideas are related in an nonarbitrary and substantive (nonverbatim) fashion to what the learner already knows, namely, to some existing relevant aspect of his structure of knowledge (Ausubel, 1968, s. 37-38).

Ein ser at det som ligg bak ideen om meiningsfull læring er at det skal vera ein prosess der den nye kunnskapen vert knytt til relevante sider med barnet sine eksisterande kunnskapsstrukturar eller ein prosess der eksisterande kunnskap vert modifisert. Om den nye kunnskapen ikkje kan knytast til allereie eksisterande kunnskap, kan ny kunnskap lærast med pugg. Ausubel nytta data som var samla inn av Piaget. Han godtok Piaget sine idear om assimilasjon og akkommodasjon, men Ausubel godtok ikkje fullt ut Piaget sin stadieteori (Orton, 1992).

2.1.3 Sosiokulturell læring og sosial konstruktivisme

I følgje Vygotsky er språket ein viktig del av den sosiale og den kulturelle utviklinga (Vygotsky & Cole, 1978). Vidare meiner han at språket er eit viktig verktøy for den sjølvstendige tenkinga. Piaget var merksam på barnet sin egosentriske tale og forstod kor viktig den talen var, men ifølgje Vygotsky miste Piaget den viktigaste eigenskapen ved egosentrisk tale, nemleg den genetiske forbindinga til den indre talen (Vygotskij & Kozulin, 2001). Det er nettopp denne indre talen som er viktigast med tanke på å utvikla seg. Vygotsky skilte altså språket i to deler:

- Eit sosialt språk til å kommunisera med
- Ei egosentrisk indre tale som grunnlag for tanken

Vygotsky la stor vekt på den proksimale utviklingssona. Dette er det elevane kan greia saman med andre, denne sona strekker seg lenger ut enn grensa for det eleven kan gjera åleine (Imsen, 1998). Dette medfører at gruppearbeid er ein god metode for å hjelpa elevane ut i den proksimale utviklingssona. Ein annan som legg vekt på at sosial samhandling er eit viktig grunnlag for læringsprosessar, er Georg Herbert Mead. Mead legg vekt på å læra om seg sjølv gjennom andre sine reaksjonar på eigne handlingar (Mead & Morris, 1934).

Mellin-Olsen (1984) kalla overgangen frå eit språk til eit anna for ei oversetjing. Denne oversetjinga er det viktig at elevane får til. Ein forskar som byggjer vidare på Vygotsky og Mellin-Olsen er Høines (1998). Ho legg mellom anna vekt på det Vygotsky kalla språk av 1. og 2. orden. Språk av 1. orden er det språket du mellom anna tenkjer med, du treng ikkje noko oversetjing eller tolking for å skjønna kva som vert sagt (eller kva du les, ser, og så vidare). Språket av 2. orden er det språket du treng å oversetja før du skikkeleg forstår kva som vert meint. Til dømes er engelsk eit språk av 1. orden så lenge du tenkjer over kva du skal seia på norsk, men når tankane dine er på engelsk, har du gjort engelsk om til eit språk av 1. orden. Dei same prinsippa gjeld for matematikk. Eleven kan ikkje skjøna ting skikkeleg før han har fått det over til eit språk av 1. orden. Imsen (1998) legg og vekt på det å oversetja eller avkode dei matematiske symbola til indre førestillingsbilete.

Ein figur som summerer opp og samanliknar eit behavioristisk, eit kognitivt og eit sosiokulturelt læringssyn er figuren under, han er henta frå Egeland si bok *Det handler om læring* (2004, s. 21), men er oversett til nynorsk av meg:

Behavioristisk læringssyn	Kognitivt læringssyn	Sosiokulturelt læringssyn
Tett relasjon til pensum (læringsmål)	Tett relasjon til den lærande sine førekunnskapar	Tett relasjon til den lærande sine førekunnskapar og kulturelle bakgrunn
Formidling av informasjon	Påverke førestillingar i høve til ein gjeven representasjon	Påverka førestillingar i høve til lokale diskursar
Aktivitetane er tett knytte til lære- og arbeidsbøker	Aktivitetane er tett knytte til primære kjelder og material som kan manipulerast	Aktivitetane er tett knytte til material som vert konstruert av den lærande sjølv og av material som kan manipulerast
Lærarstyrt undervising	Aktivitetsstyrt undervising	Problem- og aktivitetsstyrt undervising
Breidde og fragmentering	Djupn og integrasjon	Djupn og integrasjon av tema og omgrep
Individuelt arbeid	Individuelt arbeid	Systematisk arbeid i grupper
Rett svar	Resonnering med omgrep	Resonnering med omgrep i ulike læringsfellesskap
Prøver med vekt på attgjeving	Testar med vekt på forståing	Prosjektframlegging, portefølje

Figur 2.3: Skilnader og likskapar i læringsteoriane.

2.1.4 Diagnostisk undervising

Brekke (2002a) dreg fram at måla med diagnostisk undervising er at ho skal byggja opp gode og solide omgrep, noko som igjen legg eit godt grunnlag for langtidslæring. Dette er ei komplisert oppgåve. Normalt er det i skulen for lite tid til å stoppa opp og reflektera og diskutera over det elevane gjer. Lærebøkene er oftast utforma med tanke på at elevane fyrst ser eit døme, og vidare reknar oppgåver som liknar på dømet. Vidare er språket i bøkene gjort enklast mogeleg, og oppgåvene er delt opp i små enkelte steg, slik at elevane lærer å meistra eit steg om gongen (Brekke, 2002a). Dette er noko som lett kan føre til at elevane ikkje får god omgrepskunnskap, og av den grunn misser noko av langtidslæringa. Altså må desse elevane seinare i skulen lære om att omgrep som dei eigentleg skal kunna. Grunnen til at lærebøkene er utforma slik, er ifølgje Brekke at forfattarane ynskjer å forenkla ein allereie vanskeleg skulekvardag. Diagnostisk undervising er ein måte å bevisst setja søkelyset på og arbeida med misoppfatningar og feil som elevane har.

Det er mykje teori (Brekke, 2002a) som peikar på at for å forstå eit matematisk omgrep, er det truleg betre å arbeida grundig med nokre få velvalde aktivitetar, enn at elevane skal rekna eller arbeida med ei lang rekkje like øvingar. Men det er viktig at aktivitetane på ein naturleg måte inneheld noko av dei sentrale ideane i eit omgrep. Dette for å få fram elevane sine tankar rundt omgrepet og dei alternative strategiane som elevane har. Vidare er det viktig å knyta dette til det faglege innhaldet.

Diagnostisk undervising byggjer på prinsippet om at det er mogleg å identifisera kva elevane tenkjer om det komande lærestoffet, og ikkje minst kva misoppfatningar elevane har og kva hindringar dei kjem til å møte. Ein kan trekkja fram fire fasar i diagnostisk undervising (Brekke, 2002a):

1. Identifisera misoppfatningar og omgrep, som er berre delvis utvikla, hjå elevane.
2. Leggja undervisinga til rette slik at eventuelle misoppfatningar eller omgrep som berre er delvis utvikla vert framheva. Med andre ord skal ein skapa ein kognitiv konflikt, slik at elevane skjønar at det er noko med det omgrepet som ikkje stemmer.
3. Løysa den kognitive konflikten gjennom diskusjonar og refleksjonar i undervisinga.

4. Nytta det nye eller utvida omgrepet i andre samanhengar.

2.2 Visuell og verbal representasjon

Lenge har folk si evne til å førestilla seg ting mentalt variert mykje. Nokre personar treng å sjå ting meir konkret enn andre for at dei skal no den same forståinga. Skemp (1986) skil mellom visuelle og verbale symbol. Skemp definerer verbale symbol som både det skriftlege og det munnlege ordet, medan visuelle symbol er alle typar figurar, spesielt med tanke på geometriske figurar. I tillegg til det skriftlege og munnlege ordet tek han også med algebraiske symbol innanfor dei verbale symbola. Slik at symbol som vi har eit kort ord for, vil koma innanfor dei verbale symbola, medan om ein har ein figur som ein må nytta ein del tid på å forklara, og som ulike personar kan oppfatta ulikt vil vera visuelle symbol.

Både dei visuelle og verbale symbola vert nytta i matematikken, det kan sjå ut som om vi ikkje greier oss utan verbale symbol, medan visuelle symbol er ikkje så naudsynte (Skemp, 1986). Dette vil seia at ein kan rekna og lære matematikk berre ved bruk av verbale symbol, men ofte vil ein nok kunna nytta visuelle symbol med store fordelar. Ikkje minst vil bruk av visuelle symbol nok lette innlæringa av matematikk, dette fordi det ifølgje Skemp kan vera mykje enklare å forstå visuelle symbol enn ein verbal-algebraisk versjon av dei same ideane.

2.3. Omgrep eller prosedyre

Hiebert og Lefevre (1986) definerer omgrepa *procedural knowledge*, her oversett til prosedyrekunnskap, og *conceptual knowledge*, her oversett til omgrepskunnskap slik:

2.3.1 Omgrepskunnskap

Denne typen kunnskap vert karakterisert mest tydeleg som kunnskap som er rik på relasjonar. Ein kan sjå på den som eit samanhengande nett av kunnskap. Det er viktig å presisera at ei eining av omgrepskunnskapen ikkje kan vera ein isolert bit med informasjon, for ved definisjonen er denne informasjonen ein del av omgrepskunnskapen, berre om innehavaren kjenner til korleis denne informasjonsbiten heng saman med andre bitar kunnskap. Sjølve utviklinga av omgrepskunnskap skjer når elevane konstruerer samanhengar mellom bitar av informasjon. Denne samanhengen kan oppstå mellom eksisterande bitar av kunnskap, mellom nye bitar, eller mellom ny og gammal kunnskap. Relasjonane kan binda saman små bitar av kunnskap eller større bitar som sjølv er nettverk. Når tidlegare uavhengige netverk vert bundne saman, er der ein dramatisk og signifikant reorganisasjon av kunnskapen. Hiebert og Lefevre meiner det er nyttig å skilja mellom to måtar som relasjonar mellom bitar av matematisk kunnskap kan oppstå:

- *Det primære nivået:* På dette nivået er relasjonane som bind saman kunnskapen på eit likt eller lågare nivå av abstraksjon[1] enn det nivået informasjonen ligg på. Altså er ikkje relasjonane meir abstrakte enn informasjonen dei bind saman. Kort sagt kan ein seia at relasjonane er like enkle som kunnskapen dei binder saman. Eleven lærer ikkje noko av sjølve relasjonen.
- *Det reflekterande nivået:* Nokre relasjonar er konstruerte på eit høgare nivå av abstraksjon enn kva bitane av informasjon som vert bundne saman er. Relasjonane overgår abstraksjonsnivået der kunnskapen er no, drar ut dei felles trekka av bitar av kunnskapen som ser ulik ut, og bind dei saman. Denne typen av tilknytingar er på eit reflektert nivå, fordi bygginga av desse krev ein prosess som å ta eit steg tilbake og reflektera over informasjonen ein nett har fått. Dette nivået er meir ynskjeleg enn det

[1] Termen abstrakt er her nytta for å referera til graden som kunnskapen eller relasjonen er knytt til ein spesifikk kontekst. Nivået av abstraksjon aukar etter som kunnskapen og relasjonane vert friare frå spesifikke kontekstar.

primære nivået, fordi om ein elev er på dette nivået, kan han sjå mykje meir av det matematiske terrenget. Eleven greier å frigjera seg i større grad frå konteksten. Her lærer eleven også av sjølve relasjonen.

2.3.2 Prosedyrekunnskap

Denne typen kunnskap, slik Hiebert og Lefevre definerer den, er bygd opp av to distinkte delar:

- Det formelle språket til matematikk. Det vert av og til kalla "The form of mathematics". Kort sagt er det her snakk om å kjenna til det matematiske språket, symbol som vert nytta og metodar å byggja det opp på. I meir avanserte delar av matematikken inkluderer dette også måten å føra eit prov på, men merk at det ikkje inneheld noko av logikken som ligg bak eit prov.
- Denne delen består av algoritmar eller reglar for å løysa matematiske oppgåver. Dei er instruksjonar som steg for steg beskriv korleis ein skal løysa ei oppgåve.

Prosedyrane kan gjerne karakteriserast som eit produksjonssystem på den måten at dei krev ein kjend startverdi for gjennomføring. På den måten vil sekvensen av prosedyrar endra den gjevne problemstillinga til eit svar.

Hiebert og Lefevre (1986) meiner det er nyttig å skilja mellom to typar prosedyrar ved å sjå på objekta som prosedyrane opererer på. Ein grunnleggjande skilnad kan ein då trekkja mellom:

- Objekt som er standard skriftlege symbol (mellom anna 3, + og π). Tanken her er at kvart steg i ein prosedyre kjenner igjen startverdien (det input) han mottar. Denne startverdien vert endra av prosedyren til ein ny verdi. Verdien som kjem ut kan anten vera startverdien til ei ny prosedyre, eller eit symbol som vert kjent igjen som svaret. Eit døme her er løysinga av ei likning, der elevane, gjennom fleire steg, endrar likninga til dei kjem fram til svaret.
- Objekt som er ikkje symbolske (mellom anna diagram eller mentale bilete). Dette er gjerne ein problemløysingsstrategi, eller noko som opererer på konkrete objekt, visuelle diagram, mentale bilete eller andre symbol som ikkje er standardsymbol i vårt matematiske system. Eit typisk døme her er som nemnt problemløysing, der ingen standard metode kan nyttast for å koma fram til rett svar.

Noko av det viktigaste som kjem fram av dette skiljet, er at prosedyrar, akkurat slik som omgrep, ikkje alle er like. Nokre prosedyrar manipulerar skrivne matematiske symbol, medan andre opererer på konkrete matematiske objekt. Eit anna viktig trekk ved det prosedyriske systemet er at det er strukturert. Prosedyrar er bygd opp i eit hierarki. Tanken er at prosedyrane sit fast i kvarandre, slik at ein kan få tilgang til nokre prosedyrar gjennom andre. Eit døme er at ein ikkje treng å gå rundt og hugsa ein prosedyre for kvar likning, fordi metoden for å løysa ei likning vil aktivera dei andre delprosedyrane som er naudsynte for å løysa ho. Slik kan ein seia at prosedyren som trengst for å løysa ei likning er bygd opp av fleire delprosedyrar. Det er viktig å hugsa at likninga i seg sjølv er eit omgrep, men for å løysa den trengst det prosedyrar.

Hiebert og Lefevre (1986) uttalar seg om prosedyre- og omgrepskunnskap skal lærast gjennom meiningsfylt læring, eller gjennom pugg. Ein ser her at meiningsfull læring (sjå kapittel 2.1.2) liknar mykje på ideane ein finn under omgrepskunnskap. Omgrepskunnskap, slik Hiebert og Lefevre har definert den, må lærast meiningsfullt. Vidare meiner Hiebert og Lefevre at prosedyrar som er lært meiningsfullt er prosedyrar som er kopla saman med omgrep. Vidare meiner dei at pugg produserar kunnskap som har få eller ingen relasjonar, og difor vil denne kunnskapen vera sterkt kontekstbunden. Kunnskapen som kjem frå pugg er ikkje samanbunden med anna kunnskap og difor kan denne kunnskapen ikkje generaliserast til andre område. Ein kan berre nytta denne kunnskapen i samband med kontekstar som liknar svært på originalkonteksten. Ein må vera klar over at det i etterkant av pugginga er mogleg å gjera kunnskapen meir uavhengig av konteksten, og slik gjera han om til omgrep. I kontrast til dette kan prosedyrar puggast. (Hiebert & Lefevre, 1986)

2.3.3 Samanhengar mellom prosedyre- og omgrepskunnskap

Matematisk kunnskap inkluderer signifikante og fundamentale samanhengar mellom omgreps- og prosedyrekunnskap (Hiebert & Lefevre, 1986). Elevane kan ha ei god intuitiv forståing for matematikk sjølv om desse samanhengane manglar, men dei kan ikkje løysa problem. Sagt på ein annan måte, elevane kan finna eit svar, men dei vil ikkje forstå kva dei gjer utan at denne samanhengen er på plass. ”Being competent in mathamtics involves knowing concepts, knowing symbols and procedures, and knowing how they are related” (Hiebert & Lefevre, 1986, s. 16). Ein ser tydeleg at Hiebert og Lefevre legg vekt på at det er ikkje nok å ha både prosedyrisk- og omgrepskunnskap, men ein må også kjenna til samanhengane mellom desse for å verta flinke i matematikk.

2.3.4 Omgrepsbilete

Mange omgrep som ein nyttar i matematikken og i andre fag er ikkje formelt definerte, vi lærer å kjenna dei igjen ved erfaring og ved bruk i passande kontekstar (Tall & Vinner, 1981). Seinare vert desse omgrepa gjerne utvida og omdefinert og meininga deira vert tolka på ny. Det som ligg bak denne prosessen, ein heil kognitiv struktur, er mykje større enn dette eine omgrepet. Tall og Vinner (1981) nyttar omgrepet *concept image*, her oversett til omgreps-bilete, til å beskriva heile denne kognitive strukturen som heng saman med omgrepet. Omgrepsbiletet inkluderer mentale bilete, eigenskapar med omgrepet og prosessar. Eit omgrepsbilete vert bygd opp over fleire år gjennom erfaring av alle typar, og det endrar seg ettersom individet møter nye stimuli og modnar (Tall & Vinner, 1981).

Eit døme har vi om vi ser på multiplikasjon. Når eit barn møter multiplikasjon er det normalt ein prosess som inneheld positive heile tal. Her kan barnet observera at ved multiplikasjon med naturlege tal vert svaret alltid større. Denne observasjonen er blitt ein del av omgrepsbiletet, og kan skape problem seinare når barnet skal læra om multiplikasjon med tal mellom null og ein. Av denne grunn bør alle mentale eigenskapar som heng saman med eit omgrep, anten det er bevisst eller ikkje, inkluderast i omgrepsbiletet nettopp fordi dei kan innehalda frøet til framtidige konfliktar (Tall & Vinner, 1981).

Omgrepsbiletet treng ikkje vera samanhengande heile tida medan det utviklar seg. Hjernen fungerer ikkje på den måten. Tall og Vinner seier at hjernen fungerer slik: ”Sensory input excites certain neuronal pathways and inhibits others” (Tall & Vinner, 1981, s. 152). Vidare seier dei at på denne måten kan ulike stimuli aktivera ulike delar av omgrepsbiletet, og utvikla omgrepsbileta på ein måte som ikkje treng vera ein samanhengande einskap (Tall & Vinner, 1981).

Vidare definerer Tall og Vinner ordet *concept definition*, her oversett til omgrepsdefinisjon. Omgrepsdefinisjon er ord som vert nytta til å spesifisera eit omgrep, altså å definera kvart enkelt omgrep. Omgrepsdefinisjonen kan puggast frå ei bok, eller det kan vera ein personleg reorganisering av ein definisjon for at han skal passa inn i personen sin mentale struktur (Juter, 2003).

Den delen av eit omgrepsbilete som er aktivt på eit tidspunkt, vert kalla det framkalla omgrepsbiletet (Tall, 1989). Forvirring oppstår altså når omgrepsbilete som er i konflikt, er framkalla på same tid, jamfør dømet om multiplikasjon med heile tal versus desimaltal mellom null og ein. Matematikken vert ofte presentert i ein forenkla kontekst, dermed vert det innført forenkla reglar og mønster som i sin tur vert ein del av individet sitt omgrepsbilete. Seinare kan desse rotfesta forenklingane føra til alvorlege kognitive konfliktar og opptre som hinder for ny læring (Tall 1989).

2.4 Kompetansar i matematikk

2.4.1 Kompetansar i KIM-prosjektet

Brekke (2002a) peikar på fem komponentar som utgjer matematisk kompetanse:

- *Faktakunnskap:* Dette er usamanhengande eller tilfeldige delar av informasjon. Døme er definisjonar eller konvensjonar. Det å undervisa faktakunnskap er ei nokolunde enkel oppgåve for læraren, men ein kan ikkje trekkja den konklusjonen at fakta er lett å læra.
- *Dugleikar:* Ein definerer dugleikar som veletablerte prosedyrar i fleire steg. Eit døme på ein dugleik er å vita kva prosedyrar ein nyttar når ein skal rekna eit reknestykke. Å automatisera prosedyrar er viktig, dette for at eleven kan retta fokus mot andre viktige saker i ein praktisk situasjon. Dugleikane har tydelege avgrensingar, ein kan mellom anna ikkje nytta dei same prosedyrane i multiplikasjon som i subtraksjon, slik er prosedyrane ofte lite fleksible.
- *Omgrepsstrukturar:* Matematiske omgrep har ikkje vakse fram isolert, men dei eksisterer i eit nettverk av idear. Desse nettverka av idear kallar vi for omgrepsstrukturar. Det som støtter opp under dugleikane og gjer matematikken meiningsfull er nettopp slike strukturar.
- *Generelle strategiar:* Evna til å velja passande strategiar eller løysingsmetodar for å løysa eit problem frå ein ukjent situasjon er nettopp det ein legg i generelle strategiar. Innan problemløysing spelar desse strategiane ei vesentleg rolle. *Higher Order Thinking Skills* er eit anna namn på generelle strategiar som ein treffer på mellom anna i USA. Dette omfattar mellom anna å kunna:
    - Representera, abstrahera og generalisera.
    - Testa hypotese og prova.
    - Kontrollera.
    - Stilla spørsmål.
    - Nytta matematisk språk som er passande for å løysa eit problem.
    - Tolka matematiske resultat i den konteksten problemet har sitt utspring.
- *Haldningar:* Det synet ein har på kva matematikk er, vil bestemma korleis ein underviser i faget, og synet til eleven vil bestemma korleis han møter lærestoffet. I det engelskspråklege skil ein mellom *beliefs*, *attitudes* og *emotions*. På norsk kan det vera vanskeleg å finna dekkande ord. Svege (1997) overset *beliefs* til førestillingar, *attitudes* til haldningar og *emotions* til kjensler (følelsar). Førestillingane er stabile og endrast berre over lang tid, medan haldningane er ganske stabile, og vert også endra berre over tid, men det går fortare å endra haldningane enn å endra førestillingane. Vidare er kjenslene dei som er mest ustabile, og kan fort verta endra, dei kan altså endrast frå dag til dag (Streitlien, Wiik & Brekke, 2001).

Læreplanverket for den 10-årige grunnskulen legg mellom anna vekt på at elevane sine erfaringar skal vera vesentlege element i læringsprosessen. Vidare seier læreplanverket at "elevene konstruerer selv sine matematiske begreper" (Kirke- utdannings- og forskningsdepartementet, 1996, s. 155). Dette legg også Brekke opp til i dei fem komponentane over.

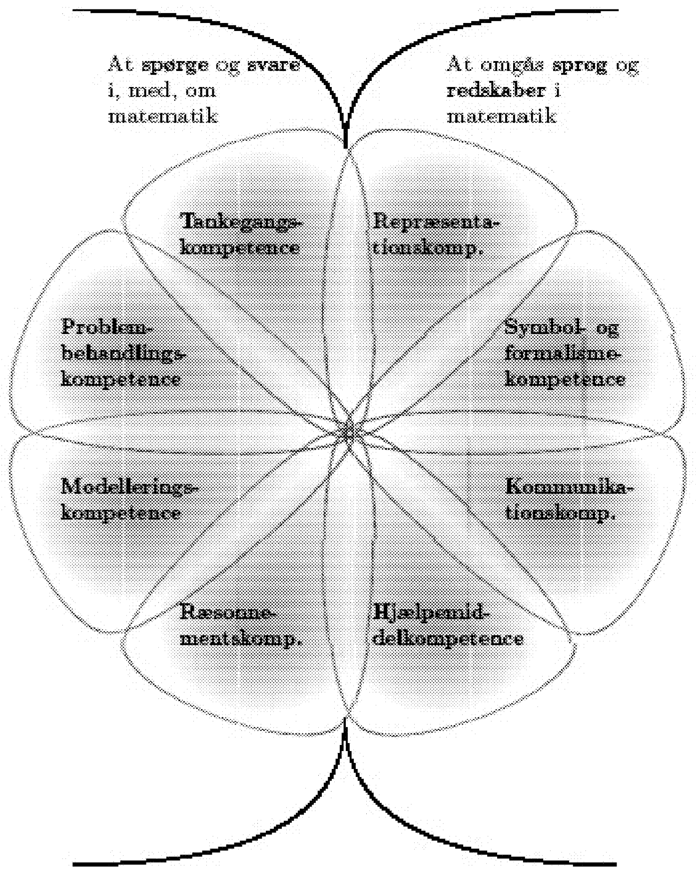
2.4.2 Kompetanseutvikling og matematikklæring

I Danmark i 2000 vart det sett i gong eit prosjekt som heitte *Kompetenceudvikling og Matematiklæring*. Målet med dette prosjektet var å prøva og skapa ei felles forståing for kva det vil seia å beherska matematikk (Røsseland, 2005a). Dette arbeidet vart leia av professor Mogens Niss ved Roskilde Universitetssenter. Rapporten frå prosjektet kom i 2002. Niss og Højgaard Jensen (2002) meiner at ein person innehar ein kompetanse innanfor eit område om personen greier å arbeida med gjennomslagskraft, overblikk, sikkerheit og dømmekraft innan det gjeldande området. Å inneha matematisk kompetanse kan ein difor kjenneteikna slik:

> *Matematisk kompetence* består i at have viden om, at forstå, udøve, anvende, og kunna tage stilling til matematik og matematikvirksomhed i en mangfoldighed af samanhænge, hvori matematik indgår eller kan kome til at indgå. (Niss & Højgaard Jensen, 2002, s. 43)

Denne definisjonen impliserer eit mangfald av konkret kunnskap og konkrete dugleikar innan visse område av matematikken. Men her er det viktig å presisera at matematisk kompetanse ikkje kan reduserast til desse føresetnadane (Niss & Højgaard Jensen, 2002).

Det danske prosjektet kom fram til åtte matematiske kompetansar:



Figur 2.4: Dei åtte matematiske kompetansane (Niss & Højgaard Jensen, 2002, s. 45)

Figuren må ikkje overtolkast til at kompetansane frå den eine gruppa står tettare enn kompetansar frå ulike grupper. Alle kompetansane bidrar direkte eller indirekte til at ein person innehar kvar av dei overordna gruppene. Dei er alle samanbundne, men ingen kan reduserast til nokon av dei andre kompetansane. Som ein ser av figuren er det to overordna grupper av kompetansar (Niss & Højgaard Jensen, 2002):

- Å kunna spørja og svara i, med og om matematikk
    a) Kunna stilla spørsmål og kunna sjå kva type svar som kan oppnåast (tankegangskompetanse)
    b) Vera i stand til å sjølv svara på spørsmål frå a) (problemløysingskompetanse og modelleringskompetanse)
    c) Kunna forstå, vurdera og dra fram argument for å støtta svar på matematiske spørsmål (resonnementskompetanse)
- Å kunna handtera matematikken sitt språk og reiskapar
    a) Vera i stand til å omgå ulike representasjonar av matematikk (representasjonskompetanse)
    b) Kunna handtera dei representasjonane som matematiske symbol og formalisme utgjer (symbol- og formalismekompetanse)
    c) Kunna kommunisera i, med og om matematikk (kommunikasjonskompetanse)
    d) Kunna nytta og arbeida med omsyn til diverse tekniske hjelpemiddel i matematikk (hjelpemiddelkompetanse)

Vidare i dette kapitlet vil kvar av desse kompetansane verta nærare presentert. Teorien som ligg til grunn er den danske rapporten: *Kompetencer og matematiklæring* (Niss & Højgaard Jensen, 2002).

Tankegangskompetanse

I fyrste omgang består denne kompetansen av å vera klar over kva slags spørsmål som er karakteristiske for matematikk, i å kunna stilla slike spørsmål sjølv og kunna sjå kva type svar som kan forventast. Ein må merka seg at kjernen i det som denne kompetansen tek opp, er sjølve arten til matematiske spørsmål og svar, ikkje det faktiske spørsmålet eller svaret. Vidare består kompetansen i å kjenna, forstå og handtera gjevne matematiske omgrep si rekkevidde, avgrensing og deira forankring i ulike domene. Kompetansen består også i å kunna abstrahera, altså det å forstå kva som ligg i generalisering og sjølv kunna generalisera matematiske resultat. Vidare er det å kunna skilja, aktivt og passivt, mellom ulike typar av matematiske utsegn og påstandar. I grunnskulen gjer denne kompetansen seg gjeldande i elementær matematikk, eller ved grunnomgrepa for storleik, tal og rom. Kompetansen kjem til syne gjennom ein dialog mellom elevane eller mellom elev og lærar (Rösseland, 2005a).

Problembehandlingskompetanse

Denne kompetansen er bygd opp av to delar, nemleg å kunna stilla opp, formulera og kjenna igjen ulike matematiske problem og å kunna løysa slike problem som både ein sjølv eller andre har formulert. Spørsmål som kan løysast med aktivering av rutinedugleikar, ser ein ikkje på som problem. Omgrepet matematisk problem er ikkje absolutt, men relativt i høve til den personen som skal løysa problemet. Eit problem for nokon kan for andre vera ei enkel rutineoppgåve og omvendt. Men ikkje alle matematiske spørsmål kan tolkast som eit matematisk problem. Spørsmål som mellom anna går direkte på matematisk omgrepsforståing og språkbruk, og ikkje krev matematisk undersøking, er ein type spørsmål som ein ikkje kan seia er eit matematisk problem.

Men sidan mange matematiske spørsmål kan vera eventuelle matematiske problem, heng denne problembehandlingskompetansen nært saman med tankegangskompetansen, dette sidan å laga eller å stilla matematiske problem er nært samanbundne med å laga eller å stilla matematiske spørsmål. Men merk at dei to kompetansane ikkje er samanfallande. Innan problembehandlingskompetansen er det å kunna oppdaga og formulera eit matematisk problem, ikkje det same som å kunna løysa eit matematisk problem. Ein person kan vera veldig flink til å løysa matematiske problem, men likevel ikkje i stand til å formulera gode problem. Eller ein person kan vera flink til å formulera matematiske problem, men greier ikkje å løysa dei.

Modelleringskompetanse

Modelleringskompetansen er bygd opp av to delar, den eine er å kunna analysera grunnlaget for og eigenskapane ved modellar og kunna vurdera rekkevidda av dei og kor sikre dei er. Under denne delen høyrer det å kunna avmatematisera matematiske modellar, altså å kunna tolka og avkoda element og resultat frå modellen i den situasjonen som modellen byggjer på. Den andre delen denne kompetansen er bygd opp av er å kunna utføra aktiv modellbygging i ein gitt samanheng, altså å nytta matematikken til å handtera saker som eigentleg ligg utanfor matematikken. Aktiv modellbygging inneheld ei rekkje ulike element:

- Gjennomføra ei matematisering
- Behandle modellen
- Validera modellen
- Analysera modellen kritisk
- Kommunisera modellen til andre
- Ha overblikk over og kunna styre heile modelleringsprosessen

Eigentleg er det snakk om matematisk modellering så snart matematikken vert nytta utanfor matematikken sitt område. Men her vert den avgrensa til tilfella der det opptrer ei ikkje-sjølvsagt tilpassing av den modellerte situasjonen, som inneheld avgjerder, antakingar, innsamling av data og så vidare. Behandling av problem innan matematikk som eigentleg ikkje krev vidare behandling av elementa frå røynda der dei opptrer, går under problem-behandlingskompetansen, og er ikkje modelleringskompetanse. Sjølve utrekningane innan modelleringskompetansen er tett samanbundne med problembehandlingskompetansen. Men utover det er det mange element i modelleringskompetansen som ikkje er av matematisk art.

Resonnementskompetanse

På den eine sida går denne kompetansen ut på å kunna forstå og vurdera eit matematisk resonnement, ein kjede av argument anten skriftleg eller munnleg som støttar ein påstand. Det å vita og forstå kva eit matematisk prov er og korleis det skil seg frå andre former for matematiske resonnement står i ei særstilling innan denne kompetansen. Også den logiske meininga av eit motdøme er med her. Det å avdekka dei berande ideane i eit matematisk prov er også ein del av denne sida av resonnementskompetansen.

På den andre sida går kompetansen ut på å kunna tenkja ut og gjennomføra uformelle og formelle resonnement, og omforme desse til prov. Matematisk bevisføring og resonnement kan sjåast på som ei rettferdiggjering av matematiske setningar. Ved at resonnements-kompetansen inneheld rettferdiggjeringa av svar og løysingar, vert denne kompetansen nært bunde til både problembehandlings- og modelleringskompetansen. ”Den udgør så at sige disses "juridiske" side" (Niss & Højgaard Jensen, 2002, s.54). Sjølv om gjennomføringa av reine rutineoperasjonar i prinsippet kan koma under resonnementskompetansen, sidan det er snakk om å rettferdiggjera eit rekneresultat, definerer ein at utføringa av reine rekne-operasjonar kjem inn under symbol- og formalismekompetansen. Det å aktivera operasjonane, spesielt om dette krev at ein er oppfinnsam, eller at ein har evne til å analysera eller få overblikk, går derimot under resonnementskompetansen.

Representasjonskompetanse

Delvis består denne kompetansen i å kunna forstå, altså å avkoda, tolka og skilja mellom og nytta ulike representasjonar av matematiske objekt, spesielt med tanke på symbolske, algebraiske, visuelle, geometriske, grafiske, tabell, diagram og verbale representasjonar. Vidare består han av å kunna forstå dei samanbindingane som er mellom ulike representasjonar og ikkje minst ein kjennskap til deira styrke og svakheitar. Til sist består denne kompetansen også av å kunna velja og oversetja mellom dei ulike representasjonane. Symbolske representasjonar er særs viktig innan matematikken, difor vil det vera ein nær samanheng mellom representasjonskompetansen og symbol- og formalismekompetansen. Vidare er det å representera matematikk nært forbunde med å kommunisera matematikk, og difor vil desse kompetansane også hengja nært saman. Representasjonar der ein bruker hjelpemiddel vil skapa ein link til hjelpemiddelkompetansen.

Symbol og formalismekompetanse

I denne kompetansen legg ein det å kunna avkoda symbol- og formalismespråket. Å kunna oversetja mellom symbolrikt matematisk språk og vanleg språk, og også å kunna behandla og nytta symbolrike utsegn og utrykk er ein del av denne kompetansen. Vidare er det å ha innsikt i dei matematiske "spelereglane" viktig. Ved at denne kompetansen fokuserer på symbola sin karakter, status, tyding og på sjølve handteringa av dei, skil den seg frå representasjons-kompetansen som han elles heng nært saman med. Det er altså evna til å kunna nytta det formelle matematiske språket på ein god måte som er det vesentlege (Røsseland, 2005b).

Ein finn eit døme på denne kompetansen frå testen *Tal og algebra* i 7. klasse oppgåve 6. Denne oppgåva går direkte på omgrepsforståing og det å oversetja matematiske symbol til munnleg språk. Her må elevane oversetja desimaltalet *0,574* til eit meir munnleg språk:

---

6 Hva betyr sifferet 7 i 0,573?
(Sett ring rundt svaret)

7 tideler 7 hundredeler 7 tusendeler

Kommunikasjonskompetanse

Kommunikasjonskompetansen kan ein eigentleg seia er todelt, for det fyrste går han ut på å kunna setja seg inn i og tolka andre sine matematiske utsegn og uttrykk, skriftlege så vel som munnlege eller visuelle. For det andre består han i å kunna uttrykka seg om matematikk på ulike måtar og på ulike nivå av teoretisk og teknisk matematikk, skriftleg, munnleg eller visuelt til ulike mottakarar. All kommunikasjon innan matematikk krev ein viss bruk av diverse representasjonar, og difor vil kommunikasjonskompetansen hengja nært saman med representasjonskompetansen. Vidare vil ein slik kommunikasjon også nytta ulike matematiske symbol, og difor vil denne kompetansen ha ein samanheng med symbol- og formalismekompetansen. Sidan kommunikasjonskompetansen krev ein avsendar og ein mottakar, må ein, som i annan kommunikasjon også ta omsyn til situasjonen, føresetnaden til deltakarane og føremålet med kommunikasjonen.

Hjelpemiddelkompetansen

Her er det essensielt å ha kjennskap til at der eksisterer diverse relevante reiskapar til bruk for matematikken og ikkje minst å kjenna til eigenskapane til desse. Det å ha eit innblikk i desse reiskapane sine moglegheiter og avgrensingar i ulike situasjonar og på ein god måte å nytta slike reiskap, kjem inn under denne kompetansen. Det er viktig å presisera at det ikkje gjeld berre sjølvsagte reiskapar som kalkulatorar og datamaskiner, men alt som kan vera til nytta for matematikkforståing, mellom anna linjal, passar, tabellar, figurar og kulerammer. Å gjera seg nytte av matematiske hjelpemiddel, er nettopp det denne kompetansen går ut på. Hjelpemiddelkompetansen heng saman med representasjonskompetansen, dette fordi einkvar bruk av eit hjelpemiddel involverer matematisk representasjon. Sidan slike hjelpemidel ofte må nyttast etter bestemte reglar, heng hjelpemiddelkompetansen også saman med symbol- og formalismekompetansen.

Eg har valt å definera kompetansane i dette delkapitlet og koma tilbake til korleis ein kan vurdera dei i kapittel 2.7.1. Grunnen til at eg vel å koma tilbake til vurderinga der, er at kapittel 2.7 går på vurdering, og difor er det naturleg og ta med vurdering av kompetansane der.

2.5 Læreplanverket for den tiårige grunnskulen (L-97)

I dette kapitlet vil det koma ei kort oppsummering av kva emne L-97 legg vekt på innan geometri, statistikk, *Tal og algebra* i dei to klassestega som er aktuelle for min del. Eg har sjølv delt det opp i dei to tema som gjeld for testane, dette er gjort for å forenkla analysen seinare. Vidare har eg her plukka ut dei måla og hovudmoment som er aktuelle innanfor testane i KUL-LCM-prosjektet. Oppgåvene som er i testane i KUL-LCM-prosjektet byggjer altså på desse måla og hovudmomenta. Difor vel eg å her lista kort opp dei viktigaste måla, for å seinare i diskusjonskapitlet samanlikna desse med kva emne elevane har utvikling i.

Merk at inndelinga følgjer emna som testane er inndelte i, slik at eg har plukka ut måla og sortert dei etter kva test dei er aktuelle under. Måla er henta frå L-97 (Kirke- utdannings- og forskningsdepartementet, 1996, s. 158-165).

2.5.1 Geometri og statistikk

Fjerde klasse

I fjerde klasse finn eg følgjande punkt i L-97 som går direkte inn på dei tema som testen *Geometri og statistikk* tek opp:

- Mål for småskulesteget:
    - Elevane skal verta kjente med ulike figurar, former og mønster.
    - Dei skal verta kjente med grunnleggjande matematiske omgrep.
- Hovudmoment for fjerde klasse:
    - Samle, notera og illustrera data, til dømes med tellestrekar, tabellar og søylediagram.
    - Arbeide med plassering, øve seg i å velja og nytta eit referansesystem, til dømes rutenett.

  - Få vidare øving i å velja hensiktsmessige målereiskapar og nytta dei, og å lesa av skalaer.
  - Nytta kvadratmeter og kvadratcentimeter som arealeiningar og arbeide med å finna areal.

Sjuande klasse
I sjuande klasse finn eg følgjande punkt i L-97 som går direkte inn på dei tema som testen *Geometri og statistikk* tek opp:

- Mål for mellomsteget:
  - Læra å kjenna varierte former og figurar.
  - Læra å beskriva plassering i plan og rom.
  - Læra å behandla data og presentera resultata.
- Hovudmoment for sjuande klasse:
  - Få vidare trening i å rekna ut omkrets og areal. Undersøkja og rekna ut areal av samansette figurar.
  - Arbeide med omgrepet gjennomsnitt
  - Gjera erfaringar med data (…) og med å nytta søyle- og sektordiagram.

2.5.2 Tal og algebra

Fjerde klasse
I fjerde klasse finn eg følgjande punkt i L-97 som går direkte inn på dei tema som testen *Tal og algebra* tek opp:

- Mål for småskulesteget:
  - Skal læra å kjenna og nytta naturlige tal.
  - Skal verta kjent med enkle brøkar.
  - Skal utvikle grunnleggjande kjennskap til dei fire rekneartane.
  - Skal få øving i å forklara korleis dei tenkjer.
- Hovudmoment for fjerde klasse:
  - Arbeide systematisk med plassverdisystemet.
  - Arbeide med enkle brøker og desimaltal.
  - Arbeide vidare med metodar for å addera og subtrahera fleirsifra tal i hovudet og på papiret.
  - Vinne erfaringar med multiplikasjon som gjentatt addisjon og divisjon som gjentatt subtraksjon.
  - Nytta tal og rekning i praktiske situasjonar.

Sjuande klasse
I sjuande klasse finn eg følgjande punkt i L-97 som går direkte inn på dei tema som testen *Tal og algebra* tek opp:

- Mål for mellomsteget:
  - Elevane skal utvide og utdjupe sine omgrep om tal.
  - Dei skal forstå og kunna nytta dei fire rekneartane og vurdera kva operasjonar som er aktuelle i kvar enkelt situasjon.
  - Kunna utføre utrekningar i hovudet og på papiret.
- Hovudmoment for sjuande klasse:
  - Arbeide vidare med heile tal og desimaltal, nytta brøk som rein talstorleik, som del av ein storleik og som forhold mellom heile tal.
  - Gjera erfaringar med omgrep som prosent, hundredel og del av eit heile.
  - Arbeide vidare med hovudrekning og rekning på papiret.

- Trene på å velja og nytta rekneartar.
- Undersøka og formulera kva reglar som gjeld.
- Arbeide med problemstillingar og løysa oppgåver knytt til økonomi.

2.6 Kjønnsperspektiv

2.6.1 Eit historisk tilbakeblikk

På 1700-talet skilte ein i Noreg mellom to ulike typar skular, skular på landet og byskulen. I 1739 kom det ei lov som galdt skular på landet og denne lova galdt for både jenter og gutar. Lova sa at alle barn på landet som var over sju år skulle gå på ein skule, slik at dei kunna læra kristendomskunnskap og lesing (Brock-Utne & Haukaa, 1980). Ordinær skuleplikt på landet vart sett til fem år. I byane gjekk dei fattigaste ungane i almueskulen, medan born av velståande gjekk i betalingsskular. Men innføring av allmenn skulegang i byane lukkast ikkje. Målsettinga for jentene sin skulegang i dei høgare samfunnslag var heilt annleis enn målsettinga for gutane. Sokneprest H. J. Birch skreiv i 1790:

> Unge Piger bør lære at læse reent og behageligt, at skrive en smuk Haand, og bogstavere ret. De bør lære at regne – i det mindste de 4 specier, og hvoledes de skulle anvende dem i Huusholdningen, ... De kundskaber der gavner og pryder et Fruentimmer, er sand Gudsfrygt og en god Husholdning. (Brock-Utne & Haukaa, 1980, s. 23)

Ein ser at dei skulle læra å rekna, men på same tid skulle dei ikkje læra meir enn det som skulle til for at dei skulle kunna føra ei god hushaldning. Vidare skriv Sokneprest Birch at utdanninga av jentene skulle føre til at dei vart ”nyttige Hustruer for deres Mend” (Brock-Utne og Haukaa, 1980, s. 23).

I ”Lov om Almueskolevæsenet i Kjøbstedene” (altså ei lov som galdt almueskulen i byane) som kom i 1842 skilte ein mellom at gutane skulle ha 18 timars skulegang i veka, medan jentene skulle ha 15 timar. Gutane hadde altså fleire timar på skulen for veka, men i tillegg hadde jentene meir praktiske fag, som handarbeid, enn gutane (Seland, 1996).

I byane fanst det etter kvart ei rekke private pikeskular. Men fram til 1860-åra var dette reine barneskular, og difor fekk ikkje jentene som gjekk her noko eksamensbevis. Men på denne tida byrja ein å halda jentene lenger i skulen og gav dei meir vidaregåande undervising. I 1870-åra byrja staten å krevja vitnesbyrd for god opplæring av jentene som vart tilsette (Brock-Utne & Haukaa, 1980). Middelskulen som vart etablert i 1869, var i utgangspunktet tenkt som ein skule for gutane, men det tok ikkje lang tid før jentene fekk løyve til å ta middelskuleeksamen, det skjedde i eit skriv frå Kirkedepartementet 26. april 1876. Men trass i at jentene kunna ta eksamen, kunna dei ikkje gå på desse skulane, difor måtte dei studera og ta eksamen som privatistar, noko som var dyrt. I 1878 kom lova som sikra pikeskulane midelskuleeksamensrett. Men denne lova stilte mindre krav til jentene innanfor matematikken.

I 1936 kom ”lov om folkeskolen i kjøpstædene” og ”Landsskuleloven”. I byane vart no husstellsopplæring eit obligatorisk fag for alle jenter, på landet derimot vart husstellfaget ikkje gjort obligatorisk, men vart gjennomført når heradsstyret meinte det var greitt. I normalplanen for landsfolkeskulen, som kom i 1939, fekk jentene og gutane den same timefordelinga i alle fag, med unntak av husstellopplæringa. Dette faget hadde jentene som eit ekstra fag, der husstellopplæringa vart gjennomført (Brock-Utne & Haukaa, 1980). Det einaste skiljet, utan om husstellsopplæringa, var at jentene hadde handarbeid, medan gutane hadde sløyd. Gutane hadde nok fri når jentene hadde husstellsopplæring. I byane derimot vart husstellsopplæringa lagt inn i den normale skuletida, noko som førte til at jentene fekk færre timar med teoretiske fag (Brock-Utne & Haukaa, 1980).

Fyrst i 1959 fekk Noreg ei felles grunnskulelov for by og land. Lova galdt både for den sjuårige folkeskulen og for forsøka med niårig skule. No kom det ein ny læreplan, læreplan for forsøk med niårig skule. Den læreplanen innførte at det skulle vera ein felles timefordelingstabell i alle fag for jenter og gutar (Brock-Utne & Haukaa, 1980), eit prinsipp som har vorte bevart heilt fram til i dag. I mønsterplanen som kom i 1974 og i den som kom i 1987, vert likestilling mellom kjønna spesielt framheva (Seland, 1996). I læreplanen som kom i 1997 står også likestilling mellom kjønna sentralt: ”

> I opplæringa skal ein ta omsyn til at røynslene hos jenter og gutar ofte er ulike. … Opplæringa må stimulere og førebu jenter og gutar til å velje vidare opplæring som gir grunnlag for likestilling i yrkesval. (Kirke- utdannings- og forskningsdepartementet, 1996, s. 59)

Dette er noko anna enn det var på 1700-talet då jentene skulle oppsædast for å verta ”nyttige Hustruer for deres Mend”. Den Nye læreplanen som vert sett i verk for fullt i skulen frå hausten 2006 legg også vekt på likestilling: ”Oppfostringen skal fremme likestilling mellom kjønn (…)” (Utdannings- og forskningsdepartementet, 2005, s. 4).

2.6.2 Kjønnsperspektiv i matematikken

Ei undersøking innan matematikk i skulen som vart gjennomført i 1980, ”The Assessment of Perfomance Unit” (APU) kom ut med følgjande resultat. Kjønnsskilnadene er minimale i dei fleste tema. Men eit viktig unntak fann dei i materialet, nemleg at blant dei elevane som var dyktigast, fann ein flest gutar. Når dei såg på dei 10 til 20 prosentane av elevane som hadde best resultat, var der store skilnader. Blant 15 år gamle elevar fann dei at 61 prosent av dei 10 prosent beste elevane var gutar, tilsvarande 39 prosent jenter. Denne skilnaden fann dei ikkje igjen i resten av materialet. Den einaste andre skilnaden dei fann, var at det var flest gutar blant dei 10 prosent av elevane som hadde dårlegast resultat på testen (Jones & Smart, 1995).

I 1985 vart det presentert ein samansett artikkel i det internasjonale tidsskriftet *Educational Studies in Mathematics* med tittelen *Explaining sex-related difference in mathematics: Theoretical models.* Artikkelen var samansett av Elizabeth Fennema, ein del av artikkelen var ein oversikt over kjønnsskilnader i forbinding med matematikk av Gila C. Leder. Her peika Leder på at dei resultata som fanst med tanke på kjønn og matematikk, ikkje var eintydige. Men på barneskulen såg det ikkje ut til å vera nokon markerte skilnader mellom dei faglege prestasjonane til gutar og jenter. Vidare såg det ut til at i ungdomsskulen (byrjinga av secondary school) gjorde gutane det ofte betre enn jentene. Testane Leder bygde på var henta frå USA, England og Australia, og det såg ut til at til flinkare elevane var, til større vart skilnadene, slik at det var flest gutar blant dei flinkaste elevane (Fennema, 1985).

I 1996 summerte Anne Versland Seland i si hovudfagsoppgåve opp skilnadene mellom jenter og gutar i matematikk i tidlegare forsking omtrent slik: ”Ut frå denne gjennomgangen ser vi at spørsmålet **Er gutter flinkere enn jenter i matematikk?** Ikkje kan besvares med et entydig nei eller ja” (Seland, 1996, s. 35). Vidare tek Seland opp nokre punkt som det ser ut til at dei ulike undersøkingane er einige om, dei er her attgjevne med mine ord:

- Skilnadene mellom gutar og jenter med tanke på faglege prestasjonar har vorte mindre i løpet av dei siste 20 åra, men det er framleis langt fleire gutar enn jenter blant dei flinkaste elevane.
- I barneskulen finst det få markerte skilnader når ein ser på dei yngste elevane. Men fleire undersøkingar viser at jentene gjer det betre i matematikk i barneskulen enn gutane.
- Når elevane kjem eit stykke opp i tenåra, tek gutane oftast igjen dette forspranget, som jentene eventuelt hadde i barneskulen, og går klart forbi på enkelte område. Skilnadene er mest tydelege på krevjande oppgåver eller problemløysingsoppgåver og oppgåver innan geometri. På oppgåver som er laga for å testa elevane sine reknedugleikar og basiskunnskapar i matematikk, gjer jentene det bra. Oppgåver rundt emne som ikkje er direkte undervist i klassa gjer gutane det klart best på.
- Det er viktig å hugsa på at i tillegg til skilnader mellom jenter og gutar innan det faglege området i matematikken er det også store skilnader jentene imellom og det same for gutane.

Ein testrunde vart gjennomført i etterkant av at *the Victorian Certificate of Education* (VCE), eit nyskapande pensum og vurderingssystem, vart innført på alle viktorianske skular i starten av 1990-åra. Testane er kjende som CAT. Elevane hadde tilbodet om tre ulike matematiske fag (further mathematics, mathematical methods og specialist mathematics). Det vart gjennomført tre ulike testar i kvart fag, kjent som CAT 1, CAT 2, og CAT 3. Testane som vart gjennomførte i tidsintervallet 1994 til 1999, altså seks testar, i faget *mathemathical methods* (testane vart gjennomførte i 12. klasse) gav følgjande resultat: Jentene fekk høgst poengsum på alle dei seks CAT 1 testane, det vil seia dei testane som var ei utvida vurderingsoppgåve, den var gjort delvis på skulen og delvis heime. Gutane gjorde det betre på båe CAT 2 og CAT 3 alle seks åra, og desse var meir tradisjonelle testar gjennomført på tid. Slik at det ser ut til at tradisjonelle testar favoriserar gutar, medan meir nyskapande testar, men som likevel er krevjande. Med vurderingsoppgåver som har fokus på løysingsprosessen så vel som på svaret, og oppgåva varer gjerne over lenger tid (Leder, 2002).

Goodchild og Grevholm (2005) har sett nærare på om der er skilnader mellom kjønna på testen *Tal og algebra*, på alle klassesteg, som vart gjennomført i 2004 innan KUL-LCM-prosjektet. Resultatet dei kjem fram til er at i fjerde, sjuande og niande klasse er der ingen signifikant skilnad mellom kjønna. I fyrste klasse på vidaregåande er der ein liten signifikant skilnad. Men sjølv om skilnaden er signifikant gjer den greie for berre ein liten del av den totale variasjonen i prestasjonane til elevane som tok testen.

2.7 Vurdering

2.7.1 Matematisk kompetanse

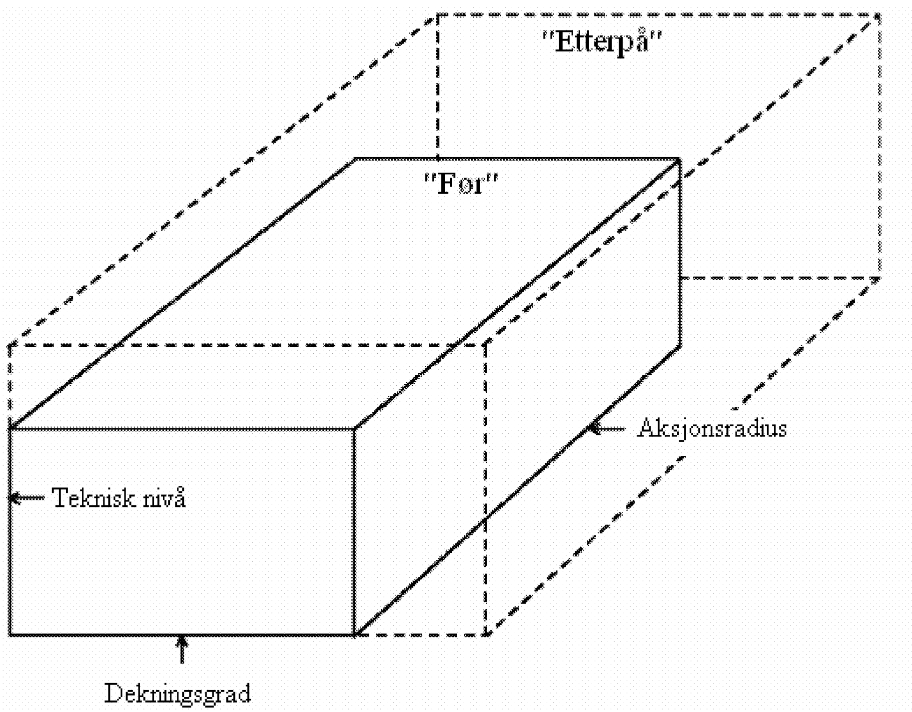
I dette kapitlet vil eg sjå nærare på korleis ein kan vurdera dei åtte matematiske kompetansane til Niss og Højgaard Jensen (2002), som eg tok for meg i kapittel 2.4.2.

Niss og Højgaard Jensen deler opp måten ein person kan inneha ein kompetanse på i tre dimensjonar:

- *Dekningsgrad:* Dekningsgrada til ein kompetanse hjå ein person nyttar ein til i sjå i kor høg grad dei aspekt som karakteriserer kompetansen, er dekka. Altså kor vidt personen innehar og kan aktivisera, i ulike situasjonar, dei aspekta som kompetansen skal dekkje eller ikkje. Eit døme her er at kommunikasjonskompetansen hjå ein person som berre er i stand til å stilla opp løysinga på ei oppgåve i tekniske termar, har lågare dekningsgrad enn hjå ein person som kan nytta språket til å gjera greie for tankegangen bak ei slik framstilling, i tillegg til at han greier å stilla opp løysinga reint teknisk.

- *Aksjonsradius:* Aksjonsradien til ein kompetanse hjå ein person er det spekter av samanhengar og situasjonar som personen kan aktivisera den gjevne kompetansen i. I utgangspunktet gjeld dette situasjonar og samanhengar innan matematiske emne eller område, men også innan problemløysing og utfordringar. Eit døme på dette er at modelleringskompetansen har større aksjonsradius hjå ein person som kan aktivera kompetansen innan matematikk i økonomi, matlaging og innkjøp, enn hjå ein person som berre kan aktivera han innan matlaging.
- *Teknisk nivå:* Ein kompetanse sitt tekniske nivå hjå ein person vert bestemt av kor omgrepsmessig og teknisk avanserte saksforhold og verktøy denne personen kan aktivisera innan den gjeldande kompetansen. Døme på dette er at hjå ein person som er i stand til å rekna rett med opptil tresifra tal, har symbol- og formalismekompetansen eit lågare nivå enn hjå ein person som er i stand til å rekna rett med tal med fleire siffer og desimaltal.

Niss og Højgaard Jensen (2002) presiserer at ein her ikkje må generalisera for mykje. Sjølv om det kan tyda på at ein kan måla dette enkelt kvantitativt, er det ikkje mogleg. Det er ikkje sikkert at to vilkårlege utgåver av den same kompetansen kan samanliknast. Det er sjølvsagt at ein ikkje kan seia at ein person som har stor aksjonsradius innan modelleringskompetansen på eit felt, ikkje direkte kan samanliknast med ein som har stor aksjonsradius i den same kompetansen men på eit heilt anna felt.



Figur 2.5: Progresjon i kompetansane (Niss & Højgaard Jensen, 2002, s. 128). Mi oversetjing.

Det å snakka om progresjon innan ein kompetanse gjev betre meining når ein har dratt inn dimensjonane *dekningsgrad, aksjonsradius* og *teknisk nivå* til å karakterisera om ein elev innehar ein kompetanse eller ikkje, eller i kor stor grad eleven innehar den kompetansen. Med denne innføringa får ein også eit middel til ei dynamisk beskriving av korleis ein kompetanse utviklar seg over tid hjå den enkelte elev. Hjå den enkelte elev utviklar ein kompetanse seg med at den minste boksen i figuren over utvidar seg i ei eller anna retning, altså ved at dekningsgrada, det tekniske nivået eller aksjonsradien utvidar seg over tid. Figuren viser også at kompetansen kan utvikla seg i ulike retningar, mellom anna kan det tekniske nivået utvida seg utan at nokre av dei andre nivå utvidar seg (Niss & Højgaard Jensen, 2002).

Å inneha ei av dei åtte matematiske kompetansane består av å vera klar til å utføra visse matematiske handlingar på basis av innsikt (Niss & Højgaard Jensen, 2002). Av den grunn må ei god og dekkande evaluering av dei matematiske kompetansane ein person innehar baserast på kompetansane sitt nærver og rekkevidde i høve til matematiske aktivitetar. Med andre ord kan ein seia at kompetansane ein person har, vert avdekka ved at denne personen utfører matematiske aktivitetar. Niss og Højgaard Jensen definerer matematisk aktivitet slik:

> En matematisk aktivitet er udførelse af et set af beviste og formålsbestemte matematiske handlinger i en situation. At handlingene er formålsbestemte, betyder ikke, at de er givne på forhånd. (Niss & Højgaard Jensen, 2002, s. 125)

Ein kan her sjå at å utføra ein matematisk aktivitet kan vera alt frå problemløysing til den enklaste utrekning. Vidare presiserer Niss og Højgaard Jensen at gjennomføringa av ein kva som helst matematisk aktivitet medfører bruk av ei eller fleire matematiske kompetansar.

> En undersøgelse af hvilke kompetencer en person konkret bringer i spil i en given aktivitet er frem for alt et empirisk foerehavende. Det kan kun realiseres, hvis kompetenceinnholdet i personens handlinger under aktiviteten, og resultatene af dem, lader sig detektere på en gyldig og klar måde. (Niss & Højgaard Jensen, 2002, s. 125)

Niss og Højgaard Jensen (2002) dreg fram at ei rekkje av dei eksisterande evalueringsformene kan vera godt egna til å påvisa og vurdera nokre av kompetansane. Løysing av skriftlege oppgåver kan i utgangspunktet nyttast til å vurdera delar av desse kompetansane:

- Problembehandling
- Resonnement
- Representasjon
- Symbol og formalisme
- Kommunikasjons
- Hjelpemiddel

Det same gjeld for munnlege prøver som i tillegg til å vurdera delar av desse kompetansane også kan nyttast til å vurdera tankegangskompetanse. Vurderingsformer som er godt eigna til vurdering av matematiske kompetansar er mellom anna essay, observasjon av elevar og loggbøker. Men eit viktig poeng med nokre av dei vurderingsformene som er nemnt ovanfor, er at dei tenar fleire formål. Skriftlege prøver mellom anna kan vera både eit vurderingsmiddel (for kompetanse, diagnostisk testing, karaktersetjing og andre vurderingar) på same tid som det kan vera eit læremiddel.

2.7.2 Assessment

Mogens Niss (1993) deler vurdering innan matematikk opp i to distinkte delar, nemleg *assessment* og *evaluation*.

- *Assessment:* dette er når ein skal vurdera alle typar elevar og studentar, frå ungar i barnehagen til studentar på doktorgradsnivå. Det ein vurderer her, er elevane si matematiske dugleik, elevane sitt matematiske arbeid og elevane sine matematiske

prestasjonar. Alle tre vert her nytta i si vidaste tyding. Ein kan vurdera elevane individuelt eller ein kan vurdera dei i grupper.
- *Evaluation:* dette er når ein skal vurdera undervisingssystemet, læreplanane, ulike program, lærarane, lærarane sine meiningar, skular og skuledistrikt. Her også kan ein vurdera til dømes ein skule individuelt eller i grupper.

Når testar og eksamenar vert nytta til vurdering av elevar, er dette verktøy og metodar innan *assessment*. Men når testar og eksamenar vert nytta til å vurdera utdanningssystemet eller delar av det er desse verktøy eller metodar innan *evaluation*. Ein har ein dualitet, eller ein generell samanheng mellom *assessment* og *evaluation*. Verktøy og metodar som i utgangspunktet vert nytta innan *assessment* kan nyttast når ein skal vurdera utdanningssystemet, altså *evaluation*. Ein test som i utgangspunktet vurderer elevane, kan nyttast til å seia noko om utdanningssystemet også. Men det motsette gjeld ikkje, ein kan mellom anna ikkje nytta ei vurdering av lærarane til å seia noko om kva elevane kan eller ikkje kan (Niss, 1993).

Ein av grunnane til at det er viktig å gjennomføra studiar innan *assessment* er i følgje Niss at undervisinga i matematikk har gjennomgått ei stor endring når det gjeld idear, mål, teori og praksis, medan omgrep og praksis innan vurdering ikkje har gjennomgått same endring. Dette har ført til eit vidt gap mellom matematikkundervising og tradisjonell vurdering. Niss presenterar nokre grunnar til kvifor det er viktig å forska på *assessment*:
- Rollane, funksjonane og effektane av samtidige metodar innan *assessment* er ikkje tydelege, dei er heller ikkje godt forstått.
- Noverande metodar og praksis innan *assessment* involverer interesser som står i konflikt med kvarandre, avvikande mål og side effektar som er utilsikta eller uønskte.
- Vanskane med å finna opp og nytta effektive og harmonerande metodar innan *assessment*, som i tillegg er fri for store interne eller eksterne problem, ser ut til å vera fundamentale og universelle i natur, og det er difor verdt at dei vert behandla ut frå eit internasjonalt perspektiv.

2.8 Diagnostiske oppgåver

Mi oppgåve byggjer på bruk av diagnostiske oppgåver både med tanke på forskinga og med tanke på dei pedagogiske formåla. Av denne grunn vel eg å gå grundig inn i kva diagnostiske oppgåver er.

Ufullstendige tankar knytt til eit omgrep kallar vi for ei misoppfatning (Brekke, 2002a). Å forstå skilnaden på dei feil elevane gjer og dei misoppfatningane elevane har, er veldig viktig. Bak ei misoppfatning ligg det alltid ei bestemt tenking som eleven konsekvent nyttar, medan ein feil kan koma meir eller mindre tilfeldig. Misoppfatningar er ofte eit resultat av at elevane overgeneraliserar tidlegare kunnskap, som at elevane veit at ved heile tal er det lengste talet størst, og dette kan overgeneraliserast til at dette også gjeld desimaltal. Gjone og Nortvedt (2001) peikar på ulike misoppfatningar innan vinkelomgrepet. Ei misoppfatning er at elevar trur at den vinkelen som har lengst vinkelbein er størst. Ei anna misoppfatning går på at vinkelopninga berre kan vera mot høgre, slik at om ein vinkel har opninga mot venstre, ser elevane kanskje på den utvendige vinkelen.

Diagnostiske oppgåver er altså oppgåver som tek sikte på å avdekkje elevar sine misoppfatningar. Oppgåva $0{,}6 \cdot 0{,}2 = 0{,}12$ er ikkje diagnostisk, for denne oppgåva greier eleven sjølv om han har ei misoppfatning om desimatal. Medan oppgåva

$0{,}4 \cdot 0{,}2 = 0{,}08$ er diagnostisk, for om eleven her svarar 0,8 ser ein at eleven truleg har ei misoppfatning om at desimaltal er par av heile tal, og difor gangar tala bak komma og tala framfor komma kvar for seg.

Vanlegvis vert prøver i matematikk nytta til å testa om elevane har lært noko i etterkant av undervising. Men diagnostiske oppgåver kjem gjerne før ein undervisingssekvens, og desse oppgåvene vert gjerne nytta til (Brekke 2002a):

- Identifisera og framheva misoppfatningar hjå elevane.
- Gje læraren informasjon om kva løysingsstrategiar elevane nyttar.
- Gje læraren ein peikepinn på kva han skal nytta tid på i den vidare undervisinga.
- Utvikla elevane sine eksisterande løysingsstrategiar.
- Måle om undervisinga har hjelpt elevane til å overvinne misoppfatningar.

Læreplanverket for den 10-årige grunnskulen legg også vekt på elevane sine misoppfatningar:

> Elevene kan ha uferdige begrep, gjør av og til feil og viser misoppfatninger. I en tillitsfull og byggende atmosfære skal dette brukes som utgangspunkt for videre læring og dypere innsikt. (Kirke- utdannings- og forskningsdepartementet, 1996, s. 155)

Her ser ein noko av det same som er poenget med diagnostisk undervising, nemleg å tilrettelegga for vidare undervising. Det er tydeleg at læreplanverket legg vekt på ei god atmosfære i skulen, noko som er heilt avgjerande for å skape eit trygt og godt læringsmiljø, som må til for at diagnostisk undervising skal fungera skikkeleg. Det er difor viktig at læraren forklarar elevane kva som er poenget med desse oppgåvene som gjerne vil vera uvante og vanskelege for elevane. Brekke legg også vekt på at elevane må vera innforstått med at målet med dei diagnostiske oppgåvene er annleis enn for ein vanleg test. Hovudpoenget med ein slik test er jo nettopp at elevane ikkje nødvendigvis må svara rett på alle oppgåver, difor er det viktig at elevane er klar over det.

2.9 Forskingsprosjekt som undersøkar elevar sine kompetansar

2.9.1 KIM-undersøkinga

Kvalitet i matematikkundervisningen (KIM-prosjektet) er eit prosjekt som vart utført av Telemarksforsking-Notodden og Institutt for lærerutdanning og skoleutvikling ved Universitetet i Oslo. Prosjektet var eit oppdrag frå det dåverande Kyrkje-, utdannings- og forskingsdepartementet. Prosjektet kom i gong på byrjinga av 1990-talet og er framleis i gang, del to av prosjektet har ei tidsramme frå 01.01.05 til 31.12.08 og fokuset i del to er statistikk og sannsynsrekning (Brekke & Mosvold, 2005). Prosjektet er ein del av departementet sitt opplegg for vurdering i skulen og har fleire formål (Streitlien, Wiik & Brekke, 2001, s. 3) (gjeld spesielt del ein av prosjektet):

> - Utvikle en integrert prøve- og etterutdanningspakke som kan brukes av lærere som ledd i intern vurdering.
> - Utvikle prøvemateriell av diagnostisk karakter som kan danne utgangspunkt for konkrete undervisningstiltak innenfor ulike deler av faget.
> - Kartlegge holdninger og forestillinger elever har til matematikk og undervisningen i faget.
> - Beskrive hele spekteret av elevprestasjoner innenfor ulike områder av faget, ikke bare minimum kompetanse.

I KIM-prosjektet del 1 er det utarbeidd ulike rettleiingshefte, diagnostiske oppgåver og rettleiingshefte til diagnostiske oppgåver både til grunnskulen og den vidaregåande skulen innan ulike delar av matematikken. KIM-prosjektet er soleis kome ut med eit tydeleg resultat som er veldig enkelt for den enkelte lærar å nytta seg av. Slik at dette burde kunna gå direkte inn i matematikkundervisinga i skulen. Men eg trur nok at tendensen er at i ein alt for travel skulekvardag har ikkje lærarane tid til å setja seg inn i og ta i bruk slike nye metodar.

I kapittel 5, analyse av enkeltoppgåver, vil nokre enkeltresultat frå KIM-prosjektet verta teke opp og samanlikna med resultata frå KUL-LCM-studiet.

2.9.2 TIMSS-undersøkinga

Trends in International Mathematics an Science Study (TIMSS) er eit internasjonalt forskingsprosjekt som går på matematikk og naturfag i skulen. Eit av dei viktigaste måla til undersøkinga er å "sammenlikne elevprestasjoner, så vel nasjonalt som internasjonalt, for deretter å søke å forklara og forstå forskjeller i prestasjoner ut fra andre data i undersøkelsen" (Grønmo, Bergem, Kjærnsli, Lie & Turmo, 2004, s. 21). Prosjektet er veldig omfattande, fleire hundre tusen elevar i meir enn 50 land er med i prosjektet, noko som gjer TIMSS til historia sitt største komparative forskingsprosjekt som er gjennomført innan utdanning. Undersøkinga vert administrert av ein internasjonal organisasjon som heiter International Association for the Evaluation an Educational Achivement (IEA) som er eit nettverk for forskarutdanning.

Den fyrste testen i TIMSS vart gjennomført i 1995, men sjølve arbeidet med prosjektet tok til allereie i 1991. I 1999 vart det gjennomført ein repetisjonstest, men her var Noreg ikkje med. I 2003 vart undersøkinga gjennomført på ny, og ein tek no sikte på å gjennomføra ein test kvart fjerde år, det vil seia at neste test vert gjennomført i 2007 (Grønmo, Bergem, Kjærnsli, Lie & Turmo, 2004).

Måla for TIMSS er kort skildra å (Grønmo, Bergem, Kjærnsli, Lie & Turmo, 2004, s. 22):

- undersøke elevenes kunnskaper i matematikk og naturfag.
- studere hvordan kunnskaper henger sammen med faktorer som for eksempel holdninger, kjønn, hjemmebakgrunn, skolearbeid, fritidssysler og undervisningens innhold og organisering.
- gjøre sammenligninger mellom land.
- studere utvikling over tid ved å sammenligne nye resultater med resultater fra tidligere TIMSS-undersøkelser.
- prøve å finne frem til faktorer, nasjonalt og internasjonalt, som fremmer god læring og en positiv utvikling innen realfagene i skolen.

Eit utval av dei resultata TIMSS-undersøkinga kom ut med innan matematikk for Noreg:

- Norske elevar, både i 4. og 8. klasse, presterer lågare enn gjennomsnittet og langt etter andre land som vi gjerne samanliknar oss sjølv med.
- Det har vore ein stor tilbakegang sidan 1995. Ein kan seia at norske elevar i 2003 låg mellom eit halvt og eit år etter det nivået som like gamle elevar låg på i 1995.
- I 2003 i Noreg finn ein ikkje nokon signifikante skilnader mellom kjønna.
- I 1995 skåra norske elevar (8. klasse) særleg lågt i emna algebra, geometri og proporsjonalitet. På området datarepresentasjon ligg dei norske elevane over det internasjonale gjennomsnittet.
- I 2003 i både 4. og 8. klasse presterer norske elevar best innan området datarepresentasjon og svakast på områda *Tal og algebra*. Dette samsvarar godt med resultata frå 1995.

- Norske elevar presterer lågt innan formell matematikk, noko som vert støtta av oppgåveeksempla. Det gjeld mellom anna å kunna nytta dei fire rekneartane på heile tal i 4. klasse og på desimaltal i 8. klasse.

Resultata er henta frå Grønmo, Bergem, Kjærnsli, Lie og Turmo (2004) og Brekke, Kobberstad, Lie og Turmo (1998).

I kapittel 5, analyse av enkeltoppgåver, vil nokre enkeltresultat frå TIMSS-prosjektet verta teke opp og samanlikna med resultata frå KUL-LCM-studiet.

2.9.3 Nasjonale prøver

Nasjonale prøver er eit prosjekt som for tida er veldig aktuelt i Noreg. Dette er testar som vert gjennomførte i ulike fag i heile landet. Inneverande skuleår (2005-2006) har prøvene ikkje vorte gjennomført. Men i dei vil koma tilbake i ei ny form i løpet av 2007 (Nilssen, 2006). Det eg omtalar innan nasjonale prøver her, gjeld dei prøvene som har vore gjennomførte i skulen allereie. Nasjonale prøver er eit prosjekt som til dels byggjer på det danske prosjektet Kompetenceudvikling og Matematiklæring då spesielt med tanke på kompetanseprofilen. I dei fyrste prøvene tok ein utgangspunkt i seks kompetansar, men til testen i 2005 vart desse redusert til fire (Matematikksenteret, 2004):

- Matematisk resonnement, tankegang og kommunikasjon
- Representasjonar, bruk av symbol og formalisme
- Problembehandling, matematisk modellering og bruk
- Bruk av hjelpemiddel

Ein ser at i hovudsak nyttar nasjonale prøver dei same kompetanseprofilane som *Kompetenceudvikling og Matematiklæring* (sjå kapittel 2.4.2 Kompetanseutvikling og matematikklæring), berre at i nasjonale prøver har dei vorte komprimert til fire kompetansar. Nasjonale prøver vart gjennomført i matematikk for fyrste gong våren 2004. Det er meininga at dei nasjonale prøvene skal nyttast til å lage ein individuell kompetanseprofil som speglar enkeltelevar sine kompetansar i matematikk. Vidare skal det også lagast klasse- og skuleprofilar (Matematikksenteret, 2004).

På nettsidene til Nasjonalt Senter for Matematikk i Opplæringa finn ein at formåla med dei nasjonale prøvene er (Matematikksenteret, 2004):

- gi informasjon til den enkelte elev og elevens foresatte som kan danne grunnlag for tilrettelegging og planlegging av elevens videre læring og utvikling
- gi informasjon til lærere, skoleledere og skoleeiere som kan danne grunnlag for kvalitetsheving og utviklingsarbeid på det enkelte skole
- kunne registrere utviklingen over tid både på systemnivå og individnivå
- gi informasjon til brukere av utdanningen om kvaliteten i opplæringen på det enkelte lærested og dermed gi bedre grunnlag for å gjøre valg og stille krav om forbedringer
- gi informasjon til beslutningstakere på ulike nivå om tilstanden i utdanningssektoren på nasjonalt nivå, og dermed gi grunnlag for å iverksette nødvendige tiltak

Eit sentralt perspektiv i dei offentleggjorde prøvene er prinsippet om diagnostisk testing (sjå kapittel 2.1.4 Diagnostisk undervising og 2.8 Diagnostiske oppgåver).

3 Metode

Masteroppgåva vil i hovudsak plassera seg innan det positivistiske og postpositivistiske paradigmet, dette fordi ein i hovudsak nyttar skriftlege testar, og fordi vi ikkje har kontakt med elevane som gjennomfører testane direkte, med unntak av nokre få intervju som lærarstudentar har gjennomført.

I utgangpunktet arbeidar KUL-LCM-prosjektet i fire ulike klassar, nemleg 4., 7., 9, klasse i grunnskulen, og 1. klasse på vidaregåande. Av denne grunn er det for omfattande for ein masterstudent å ta alt arbeidet med å retta og analysera alt dette materialet. Difor er det i år to masterstudentar knytt til KUL-LCM-prosjektet, Hildegunn Espeland og meg. Hildegunn Espeland har retta og analysert testane frå 9. klasse i grunnskulen og 1. klasse i vidaregåande, medan eg har arbeidd med 4. og 7. klasse i grunnskulen. Vi har samarbeidd ganske tett i løpet av det siste året, og av den grunn kan ein nok sjå visse likskapar mellom desse to oppgåvene. For dei som er interessert i resultata frå 9. klasse i grunnskulen og 1. klasse i vidaregåande vil eg visa til hennar masteroppgåve: *Elevers kunnskaper i tall og algebra: Hva har de med seg fra 9. og 11. trinn?*

3.1 KUL-LCM-prosjektet

LCM står for Learning communities in mathematics, altså læringsfellesskap i matematikk. Prosjektet vert drive av Høgskulen i Agder og får støtte frå Noregs Forskingsråd gjennom KUL-programmet (Kunnskap, utdanning og læring). Eit mål for dette prosjektet er å utvikla og styrka læringa og undervisinga i matematikk. Dette skal skje i eit samarbeid mellom lærarane i skulen og didaktikarane frå høgskulen. Det vert lagt vekt på spørjande og undersøkande læringsfellesskap i matematikk. Nokre av prinsippa bak slike læringsfellesskap er:

- Fellesskap, det vil seia ei sosial gruppe som har ein støttande struktur, der gjensidig tillit og respekt gjer kvar enkelt i stand til å utvikla seg.
- ”Inquiry”, ein tenkjemåte som gjer at ein vert i stand til å reflektera og stilla spørsmål ved den praksisen ein er engasjert i, og slik utvikla ny og djupare forståing av praksis.

Eit av hovudmåla bak prosjektet er å få meir kunnskap om matematikkundervising og læring. Av den grunn er spørsmåla som vert stilt innan prosjektet og undersøkingar som vert gjort, retta mot matematiske aktivitetar i klasserommet. Det vil seia at ein studerer korleis lærarane og didaktikarane sitt arbeid fremjar effektiv læring i matematikk. (Fuglestad & Jaworski, 2005)

I LCM-prosjektet er det sju skular som er med. I forkant av prosjektet har rektorane ved skulane støtta saka og forplikta seg på å vera med i prosjektet. Dessutan er det minst tre lærarar ved kvar skule som er med. For å sikre alle partar sine rettar vart det utarbeidd kontraktar som er signerte av rektor og prosjektleiarane. Dei sju skulane som er med, er fordelte slik:

Tabell 3.1: Oversikt over skular som deltar i KUL-LCM-prosjektet

Tal på skular	Type skule	Aldersgruppe
1	Kombinert	6-16
2	Barneskule	6-13
2	Ungdomsskule	13-16
2	Vidaregåande	16-19 (20)

I tabellen over ser ein at det er ein kombinert- og to barneskular som er aktuelle for denne oppgåva, i og med at eg har ansvaret for testane i 4. og 7. klasse.

Didaktikarane ved høgskulen starta å planleggja og førebu ei rekkje verkstader for hausten 2004. To viktige element med verkstadene var:

- Å samarbeida om matematikk
- Å arbeida i små grupper

Parallelt med verkstadene danna lærarane prosjektteam ved kvar skule. Dette teamet skulle arbeida vidare med idear som kom fram på verkstadene. Eit team med tre didaktikarar var knytt til kvar skule, og desse hadde eit nærare samarbeid med denne skulen. Ansvaret for datainnsamling og for å studera utviklinga av læringsfellesskapet låg på høgskulen. Datainnsamlinga skjedde ved at alle typar aktivitetar i prosjektet, verkstader og møte ved høgskulen, vart teke opp både på video og på audio. I byrjinga var det didaktikarane som stod for forskingsaktivitetane, men gradvis vart lærarane trekte inn i desse også (Fuglestad & Jaworski, 2005). Andre datainnsamlingar som vart gjort, var testane som Irene Skoland Andreassen (2005) skreiv om i si masteroppgåve, og testane som Hildegunn Espeland og eg jobbar med. Det er meininga at desse testane skal kunna gje nyttig informasjon om status og utvikling av elevane sine kunnskapar. Tanken bak å gjennomføra to testar er å få inn ein longitudinell del som kan visa utviklinga av elevane sitt læringsutbytte og elevane sin framgang over tid.

3.2 Utval

Elevane som vert testa er alle elevar ved skular som inngår i KUL-LCM-prosjektet. Innan dette prosjektet er det både store skular med mange elevar og små skular med færre elevar. Prosjektet har valt å testa dei same elevane på nytt, då dette gjer at vi kan sjå direkte på framgangen til den enkelte elev. Tabellen under viser kor mange elevar og skular som er involverte i desse testane. Tala frå 2004 er henta frå Irene Skoland Andreassen si masteroppgåve (2005).

Tabell 3.2: Tal på elevar som vart testa, og tal på involverte skular

	2004			2005		
	Tal og algebra	Geometri og statistikk	Tal på skular	Tal og algebra	Geometri og statistikk	Tal på skular
4.kl	106	104	3	64	61	2
7.kl	115	114	3	64	67	2

Ein ser at det er vesentleg færre elevar som deltok på testen i 2005, dette av di ein av dei største skulane ikkje fekk gjennomført testen. Dette vart fyrst oppdaga då testane frå 2005 var samla inn og byrja rettinga. Etter ein telefonsamtale med kontaktpersonen på gjeldande skule viste det seg at testane vart gløymde, og av den grunn hadde dei heller ikkje gjennomført dei. Dette vart oppdaga for seint til at testane kunna gjennomførast. Dette er klart uheldig for den vidare analysen, men her er likevel om lag 60 elevar som har gjennomført båe testane. Av den grunn har eg i analysen som går direkte på utvikling (kapittel 4) teke vekk dei elevane som ikkje deltok på båe testane. Av den grunn vil mange av utrekningane som Irene Skoland Andreassen gjorde i si oppgåve måtte gjerast på nytt her, men med eit mindre tal elevar. Eg har valt å ta vekk desse elevane når ein ser på utvikling i løpet av eit år, for å unngå moglege skeivskapar i datamaterialet. Men merk at når eg ser på enkeltoppgåver har eg valt å behalda flest mogleg elevar, for å halda materialet rikast mogleg.

3.3 Verktøy

3.3.1 Testane

Innafor for KUL-LCM-prosjektet vart det i fjerde og sjuande klasse gjennomført to testar, nemlig *Tal og algebra* og *Geometri og statistikk*. Testane, som vart gjennomførte våren 2005, er dei same som vart gjennomførte hausten 2004, og som Irene Skoland Andreassen analyserte i si masteroppgåve. Vidare i oppgåva kjem eg til å omtala dei ulike testane med årstalet dei var gjennomført. Her er gjort nokre endringar slik at ein no har høve til å avdekka fleire misoppfatningar, ein har teke vekk nokre oppgåver der testane var for lange. Men i hovudsak er testane nærast identiske, og difor er det mogleg å samanlikna resultata.

Testane som vert nytta, er utvikla av Trygve Breiteig, Barbro Grevholm, Per Sigurd Hundeland og Irene Skoland Andreassen. Testane vart spesielt utvikla for 4. klasse, 7. klasse, 9. klasse og 1. steget på vidaregåande. Det var berre i dei to lågaste klassane at det vart gjennomført to testar. Tema for testane er *Geometri og statistikk* og *Tal og algebra* Ifølgje Andreassen (2005) ligg følgjande mål i Læreplanverket for den 10-årige grunnskulen til grunn for val av desse tema:

- Tallforståelse, behandling av tall og bruk av regneartene vektlegges og skal være et fundament i arbeidet med faget.
- Videre legges det vekt på å utvikle begreper i geometri. I vid forstand er geometri den delen av matematikken som dreier seg om å danne og bruke visuelle forestillinger.
- Det er avgjørende for utvikling av innsikt i målområdet tall og algebra at arbeidet med variabler og formler foregår i meningsfylte sammenhenger.
- Å behandle data er vesentlig med tanke på å skaffe oversikt over tallmateriale, å framstille dette på en klar og riktig måte, både i tabeller og diagrammer, og trekke fornuftige konklusjoner fra dataene. I samfunnet gjøres det stadig bruk av grafiske framstillinger. Derfor må elevene lære å lese av og vurdere de informasjoner som et diagram eller en graf gir.
  (Kirke- utdannings- og forskningsdepartementet, s. 156-157)

Testane er alle bygd opp etter den same malen. Det fyrste arket inneheld opplysningar om eleven. Når testen er gjennomført, tek læraren vekk det fyrste arket på kvar test, og fører eleven sin unike kode på side nummer to. Liste over desse kodane vert oppbevarte på skulen, og forskarane på HiA har ikkje tilgang til desse. Slik er anonymiteten til elevane sikra, på same tid som vi har høve til å samanlikna testane frå den same eleven, og plukka ut dei elevane som var til stades på båe testane. På side to fyller elevane i tillegg ut kjønn, dato og alder. Dette slik at vi har litt grunnleggjande informasjon om elevane, og i tillegg har ein høve til å eventuelt sjå på skilnader mellom kjønna. Vidare er testane bygd opp av både opne oppgåver og oppgåver med svaralternativ (avkryssing). I enkelte av oppgåvene vert elevane spurde om å visa utrekning eller forklara korleis dei kom fram til svaret.

Testane er oppbygde av oppgåver som tidlegare er nytta i andre anerkjende prosjekt, som KIM, TIMSS og Kassel-Exeter. Dette er gjort for å sikre kvaliteten på oppgåvene. Vidare tek kvar test for seg sentrale delar av Læreplanverket for den 10-årige grunnskulen innan kvart klassesteg (Andreassen, 2005). Tabell 3.3 og 3.4 tek for seg kva som vert testa i kvar av testane for fjerde og sjuande klasse:

Tabell 3.3: Oversikt som viser kva som vert testa i 4.klasse. (Andreassen, 2005, s. 24-25)

Test	Hva testes
Tall og algebra, 4. trinn	- sammenligne størrelsen på naturlige tall - forståelse av posisjonssystemet - lese av hele tall på en tallinje

	- addisjon og subtraksjon av ensifrede og tosifrede tall - enkel multiplikasjon - valg av regneuttrykk til en tekstoppgave - lage regnefortelling - se sammenhengen mellom multiplikasjon og gjentatt addisjon - oppdage mønster i en tallrekke - bruk av addisjon og subtraksjon i tekstoppgaver - enkle brøker - bruk av mønster som utgangspunkt for en telle- eller regnestrategi - finne tall representert ved en rute (prealgebra), prioritet av regneoperasjoner
Geometri og statistikk, 4. trinn	- begrepet rett linjestykke - logisk tenkning, kunnskap om kvadrat, trekant og sirkel - forståelse/beregning av omkrets og areal - forståelse for å bruke en bestemt figur til å dekke en annen figur, telling - forståelse av prinsippet som et koordinatsystem bygger på - evnen til å identifisere et punkt i planet ut fra opplysninger om beliggenhet i to retninger som står normalt på hverandre - forståelse av koordinatsystemet, gå fra funksjon til situasjon - tolking av graf - tolke og avlese søylediagram, bruke avlesninger til utregning - funksjoner, gå fra tabell til situasjon

Tabell 3.4: Oversikt som viser kva som vert testa i 7.klasse. (Andreassen, 2005, s. 25-26)

Test	Hva testes
Tall og algebra, 7. trinn	- forståelse av desimalnotasjon - sammenligne størrelsen på naturlige tall - sammenligne tall med ulikt antall desimaler - forståelse av posisjonssystemet - lese av desimaltall på en tallinje - multiplikasjon og divisjon av hele tall - regning med desimaltall (de fire regningsartene) - forståelse av brøkbegrepet og likeverdige brøker - regning med brøk (addisjon, subtraksjon og multiplikasjon) - oppdage mønster i en tallrekke - valg av regneuttrykk til en tekstoppgave - forståelse av regneoperasjoner og inverse tall - bruk av de fire regningsartene i tekstoppgaver, valg av løsningsstrategi - regnefortelling, finne en passende realistisk situasjon - finne tall representert ved en rute (prealgebra), prioritet av regneoperasjoner - bruke mønster som utgangspunkt for en telle- eller regnestrategi
Geometri og statistikk, 7. trinn	- logisk tenkning, kunnskap om kvadrat, trekant og sirkel - regning med lengder - sammenligne størrelsen på vinkler - forståelse/beregning av omkrets og areal - bestemme siden til et kvadrat når arealet er oppgitt - bestemme lengden av et rektangel når bredden og omkretsen er oppgitt - proporsjonalitet - tolking av graf - evnen til å identifisere et punkt i planet ut fra opplysninger om beliggenhet i to retninger som står normalt på hverandre - bestemme koordinatene til et punkt i et koordinatsystem - bestemme et tredje punkt på en linje ut i fra opplysninger om to andre punkter linjen går gjennom, valg av løsningsstrategi - forståelse av koordinatsystemet, gå fra funksjon til situasjon

	- tolke og avlese søylediagram, bruke avlesninger til utregning - bruke opplysninger i en tabell til å fullføre et søylediagram - regning med klokka - finne gjennomsnitt

Tabell 3.5 viser kor mange oppgåver det er på kvar test og kor mange poeng det var mogleg å få på kvar test. Vidare kjem det fram at der er små skilnader på enkelte av testane frå 2004 til 2005, men som sagt vert desse skilnadene teke vekk under analysen. Tala frå 2004 er henta frå Andreassen (2005).

Tabell 3.5: Tal oppgåver og poengsum på kvar test

Test	Klasse	2004		2005	
		Tal oppgåver	Maksimal poengsum	Tal oppgåver	Maksimal poengsum
Geometri og statistikk	4.	12	24	12	24
	7.	20	29	20	29
Tal og algebra	4.	21	46	21	38
	7.	26	65	26	61

Denne tabellen viser at det er like mange oppgåver (kvar oppgåve kan vera sett saman av fleire deloppgåver), men den maksimale poengsummen på testane innan *Tal og algebra* går ned. Dette har med at det er enkelte deloppgåver som vart teke vekk på grunn av at oppgåvene ikkje gav noko interessant resultat under testen 2004 og at testen vart litt for omfattande. Kvar deloppgåve kan gje eit poeng. Når ein i analysen har sett på utvikling, er det sjølvsagt at eg har teke bort dei oppgåvene frå testen 2004 som ikkje var med i testen 2005.

Grunnen til at dei same testane vart nytta, er at ein då har sjanse til å gjennomføra ein longitudinell studie, der ein mellom anna kan sjå nærare på utvikling i løpet av eit år. Som masterstudent ville det vore tidsmessig umogeleg å byrja med å utvikla testar, og så gjennomføra dei i starten og slutten av skuleåret, i tillegg til å analysera resultatet.

3.3.2 Intervju

I utgangspunktet er dette ein kvantitativ studie. Men når Hildegunn Espeland og eg byrja arbeidet med å retta og analysera testane vart vi førespegla av rettleiarane våre, at i løpet av hausten 2005 skulle nokre lærarstudentar på tredje året inn i KUL-LCM-prosjektet og intervjue elevar i dei aktuelle aldersgruppene. Desse intervjua skulle vera oppgåvebaserte, og om ynskjeleg kunna vi få vera med på å plukka ut oppgåver frå testane som vi såg på som interessante. I samarbeid med rettleiarane våre plukka vi ut nokre oppgåver som gjeld val av rekneoperasjon i kvar aldersgruppe.

Lærarstudentane gjennomførte intervjua i løpet av oktober og november 2005, og vi fekk tilgang på transkripsjonane frå intervjua i januar og februar 2006. Ein må merka seg at det er fyrste gong desse lærarstudentane har gjennomført slike intervju. Og av den grunn er ikkje desse studentane erfarne intervjuarar, men snakkar gjerne med elevane på ein måte som ein nyutdanna lærar ville snakka med dei på. Eg kjem til å nytta meg av nokre av desse intervjua i analysedelen min i kapittel 5. Grunnen til dette er for å få inn nokre kvalitative data som kan kaste lys over kvifor elevane vel den rekneoperasjonen dei gjer.

Intervjuet som eg har valt å nytta i denne oppgåva er utført og transkribert av Trond Even Hovland, lærarstudent på tredje året, studium i matematikkdidaktikk.

Det vart også forsøkt å intervjua lærarane per e-post, med spørsmål om testane og resultata dei hadde fått tilbake. På denne førespurnaden fekk eg minimal respons. Av denne grunn har eg ikkje nokon om lærarane sine synspunkt med i oppgåva.

3.4 Gjennomføring av testane

Lærarane vart bevisst nytta som testoperatorar, og testane vart gjennomført innanfor dei vanlege rammene i skulen. Dette av den grunn at elevane skulle gjennomføra testane utan å verta forstyrra av at utanforståande forskarar skulle koma inn i klassa. Ein annan grunn er at elevane truleg ville føla seg tryggare i eit kjent skulemiljø. Testane i 2005 vart gjennomførte på same måte som testane i 2004.

Testane vart kopierte opp på Høgskulen i Agder, og derifrå sendt rundt på skulane. Dette fordi at skulane sjølv skal bera minst mogleg kostnadar med gjennomføringa av testane.

3.5 Analyse

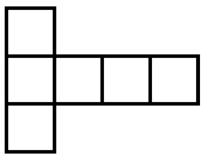
Oppgåvene vart i fyrste omgang retta og koda etter same mal:

Tabell 3.6: Oversikt over kodar

Kode	Svar
1	Rett
2	Rett, men med ein liten feil
3	Delvis rett
11	Feil
0	Ikkje svart

Kode 2 og 3 vart ikkje nytta i alle oppgåver. Eit døme på bruken av kodane finn ein i oppgåva under (henta frå testen *Geometri og statistikk* 4. klasse):

Seks kvadrater (hvert med side 1 cm) er satt sammen som visst nedenfor.



a Hva er omkretsen til denne figuren? ……………………

b Hva er arealet av figuren? ……………………………….

Kodane som vart nytta i denne oppgåva er:

3 a)		3 b)	
Svar:	Kode:	Svar:	Kode:
14 cm (Rett)	1	6 cm^2 (Rett)	1
14	2	6	2
Feil	11	6 med feil nemning	3
Ikkje svart	0	Feil	11
		Ikkje svart	0

Figur 3.1: Oversikt over kodar til oppgåve 3 i testen *Geometri og statistikk* 4. klasse.

Under poengsetjinga vart kode 1, 2 og 3 handsama likt, alle gav eit poeng. Vidare vart alle kodane lagt inn på data i programmet Microsoft Excel. Når alle kodane var lagt inn, vart analysen og tilbakemeldingane til skulane gjort ferdige. Dette vart i hovudsak gjort i Microsoft Excel og SPSS for Windows. Så snart som tilbakemeldinga var ferdig, vart ho sendt ut til dei respektive skulane. Dette for at skulane og lærarane skulle få svar på testen så fort som mogleg. For å gjera samanlikninga av testane (2004 og 2005) enklare, valde ein i denne tilbakemeldinga å ta med resultat frå båe testar der det var formålstenleg. Sjå vedlegg nummer 5 for eit døme på ei slik tilbakemelding.

For prosjektet sin longitudinelle del, vart det bestemt at ein gjekk nærare inn på feilsvar på dei same oppgåvene som Irene Skoland Andreassen gjorde i si masteroppgåve (2005). For å gjera oppgåvene samanliknbare vart det og valt å nytta dei same kodane i dette arbeidet. Når denne kodinga var gjort, vart desse lagt inn i det opphavlege datamaterialet i Microsoft Excel. Her vart datamaterialet sortert på ulike måtar. Dei elevane som ikkje var med på båe testar vart plukka ut, og linjediagramma i kapittel 4 vart laga til.

Eg har valt å la alle diagram som vert presenterte i analysekapitla og vedleggsheftet ha ein *y*-akse frå 0 til 100. Dette er gjort på grunn av at eg har valt å gje opp alle tal som vert presenterte i diagramma i prosent, av di ein slik akse vil gje eit rettare visuelt inntrykk, enn om eg hadde forstørra opp *y*-aksen. Vidare vert det og enklare å samanlikna dei ulike diagramma når *y*-aksen er fast.

3.5.1 Testane i sin heilskap

Når ein ser direkte på utvikling, kapittel fire, har ein valt å ta vekk dei oppgåvene som ikkje gjekk igjen i båe testane, slik at resultata vert direkte samanliknbare. Vidare har ein også teke ut dei elevane som ikkje var med på båe testane. Grunnen til dette er at om ein skal sjå på utvikling i løpet av eit år, ville det vera urealistisk å ta med dei elevane og oppgåvene som gjekk igjen berre på ein test. Ikkje minst vil det at den eine skulen ikkje deltok i testane i 2005 kunna føre til store skeivskapar i materialet, om ein tok med alle elevane. Dette medfører at i kapittel fire vil all analyse byggja på materialet der ein tek med berre dei elevane som var på alle testane. Tabellen nedanfor viser kor mange elevar som deltok på båe testane. Maksimal poengsum for desse testane vert då det same som maksimal poengsum for testen 2005, i og med at den einaste skilnaden mellom 2004 og 2005 er at det vart teke vekk enkelte oppgåver.

Tabell 3.7: Oversikt over tal elevar som deltok på dei ulike testane

Test	Klasse	2004	2005[2]	2004 og 2005
Geometri og statistikk	4.	104	61	61
	7.	114	67	65
Tal og algebra	4.	106	64	63
	7.	115	66	64

Analysen til kvar av dei fire testane vil alle følgja den same malen. For å sjå om der er skilnader mellom ulike elevgrupper, har eg valt å dela kvar testgruppe inn i tre delar, og då har eg delt etter kor godt elevane gjorde det på testen i 2004 (lav, middels og høg poengsum). Det vert fyrst presentert eit diagram som gjeld for alle elevane som deltok på båe testane, og etterpå kjem tilsvarande diagram for kvar av dei tre elevgruppene. Diagramma som vert presenterte samanliknar løysingsfrekvensen på kvar oppgåve i 2004 med 2005. For å gjera diagramma meir oversiktlege og enklare å samanlikna og tolka, har ein valt å sortere oppgåvene etter løysingsfrekvensen i 2004. Slik kjem dei oppgåvene med låg poengsum i 2004 til venstre i diagramma og dei med høg til høgre. Merk at diagramma for dei tre elevgruppene følgjer inndelinga til diagrammet for alle elevane. For at diagramma skal vera enkle å tyda og gode å lesa, er det naudsynt å splitte det som hadde vore naturleg å ha i eit diagram opp i fleire. Dette på grunn av at det er mange oppgåver på kvar test. Der dette skjer, vil dei diagramma som høyrer saman koma rett etter kvarandre, med ikkje anna tekst enn figurteksten mellom dei.

Vidare har ein valt å presentere to diagram, der det eine representerer alle gutar, og det andre alle jenter som deltok på båe testane. Dette er gjort fordi det er interessant å sjå om der er skilnader mellom kjønna på dei ulike testane. Også desse to diagramma vil stå rett etter kvarandre, dette for at det skal vera enklare å samanlikna eventuelle skilnader, og for at analysedelen skal verta meir oversiktleg. Det er viktig å presisera at dei to punkta som ligg rett vertikalt for kvarandre tilsvarar den same eleven.

Ein må vera merksam på at når ein ser på utvikling, er det mykje som spelar inn på kvifor der er ei eventuell utvikling. Noko som kan spela inn, er at det er dei same elevane som gjennomførte den same testen to gonger. Det kan medføra at elevane gjorde det betre gong nummer to fordi dei kjende igjen testen. Men ein må og hugsa på at det er nesten åtte månader mellom testane, noko som kan tyda på at denne effekten ikkje vert stor. Det er også andre effektar som kan spela inn på om der er ei utvikling eller ikkje. Difor har eg i denne masteroppgåva konsentrert meg om å stadfesta om der er ei utvikling, ikkje prøva å finna ut kva som er grunnen til denne eventuelle utviklinga. Og sidan datamaterialet er i hovudsak samansett av skriftlege testar, er det veldig vanskeleg å seia noko om kva som ligg bak ei eventuell utvikling.

Vidare har ein plukka ut dei oppgåvene som har hatt størst framgang frå den fyrste testrunden til den andre testrunden for kvar test. Her har ein plukka ut dei oppgåvene som har ein positiv skilnad (2005 – 2004) på over 15 prosentpoeng. Resultatet her gjeld for alle elevane som har gjennomført båe testane. Eg vil ta for meg kva oppgåver det er snakk om, kor stor framgang dei hadde, kva som vert testa i oppgåva i oppgåva og til slutt om det er ei prosedyrisk- eller omgrepsoppgåve. Merk at eg her plukkar ut det eg meiner er det viktigaste for å kunna greia den enkelt oppgåva. Andre kan tolka oppgåvene annleis, og på den måten koma fram til andre resultat.

[2] Merk at her er mange færre elevar i 2005, noko som skuldast ein feil på den eine skulen (sjå kapittel 3.2).

Kva som vert testa er henta frå tabellane som Andreassen (2005) har sett opp med oversikt over kva som vert testa i den enkelte test, sjå tabell 3.3 og 3.4, dette for å sikra best mogleg samanheng med tankane som ligg bak testane.

I og med at ein her tek ut dei elevane som ikkje deltok på båe testane, vil diagramma ikkje vera direkte samanliknbare med tabellane og stolpediagramma som ein finn i vedlegga og tabellane i masteroppgåva til Andreassen (2005). Desse vil ein koma tilbake til i kapittel 5.

3.5.2 Enkeltoppgåver

I kapittel fem vil eg sjå nærare på og analysera ein del enkeltoppgåver. I og med at enkelte oppgåver vert samanlikna med resultat frå andre testar enn LCM-testane har eg her valt å ta med alle elevane som deltok. Dette gjer eg for å ha eit mest mogleg rikt material, og sidan eg samanliknar med andre testar, er det ikkje lenger forsvarleg å ta vekk nokon av elevane. Av den grunn byggjer også resultata som vert presentert i vedlegga på datamaterialet med alle elevane.

Eg har valt å følgja Andreassen (2005) si kapittelinndeling i mitt kapittel om analyse av enkeltoppgåver (kapittel 5). Dette for å gjera det lettare for lesaren å samanlikna resultata i denne masteroppgåva med resultata frå Andreassen si masteroppgåve. Merk at eg ikkje går inn på alle oppgåvene som Andreassen gjorde, av di eg har vinkla denne masteroppgåva meir mot utvikling.

4 Elevar si matematiske utvikling

I dette kapitlet vil eg gå nærare inn på elevar si utvikling i matematikk i løpet av eit år. I hovudsak vil fokus liggja på testane i sin heilskap. Sidan dette kapitlet vil dreia seg om endringar frå fyrste til andre test, vil all analyse og alle resultat byggja på datamaterialet der berre dei elevane som gjennomførte båe testane, er med. I dei fire delkapitla vidare vil eg gå inn på kvar av dei fire testane som utgjer mitt datamateriale. Kvart kapittel vil vera bygd opp likt. Fyrst vert ein tabell med deskriptiv statistikk presentert, vidare vil diagram med løysingsfrekvens for kvar oppgåve for alle elevane koma, og tilsvarande vil det verta for dei tre elevgruppene (nedste, midtre og øvste). Vidare vil eg sjå nærare på om der er skilnader mellom kjønna.

4.1 Utvikling i tal og algebra 4. klasse

I dette delkapitlet vil eg gå nærare inn på generelle resultat frå testane *Tal og algebra* i 4. klasse, 2004 og 2005. Når det i dette delkapitlet vert vist til testen 2004 eller 2005, gjeld det testen *Tal og algebra* i 4. klasse som vart gjennomført i 2004 eller den same testen gjennomført i 2005.

Tabell 4.1: Deskriptiv statistikk for poeng per elev og for dei ulike elevgruppene for båe testane (maksimal poengsum er 38).

Test	Elevgruppe	N	Minimum	Maksimum	Gjennomsnitt	Standardavvik
2004	Alle	63	6	36	26,8	6,5
2005	Alle	63	10	38	29,6	5,0
2004	Nedste 1/3	22	6	25	19,6	5,6
2005	Nedste 1/3	22	10	34	27,0	5,8
2004	Midtre 1/3	22	26	30	28,5	1,3
2005	Midtre 1/3	22	16	37	29,7	4,4
2004	Øvste 1/3	19	31	36	33,0	1,6
2005	Øvste 1/3	19	28	38	32,6	2,6

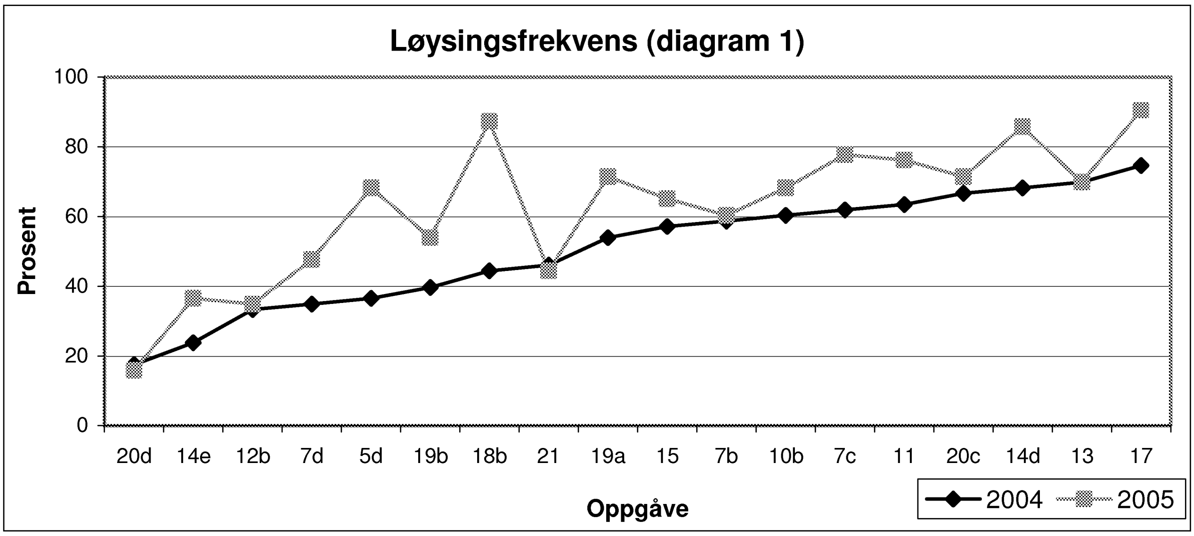
I den elevgruppa som inneheld alle elevane, var den lågaste poengsummen i 2004 seks poeng og i 2005 ti poeng. Altså steig denne med fire poeng. Sjølv om det ikkje går fram av denne tabellen, var det ikkje den same eleven som hadde den lågaste poengsummen i båe testane. Vidare gjekk maksimum poengsum frå 36 poeng til 38 poeng, altså ein auke på to poeng. Det viser seg då at der ikkje var rom for større forbetring med tanke på den maksimale poengsummen som vart oppnådd. Om eg ser nærare på gjennomsnittleg poengsum, aukar han frå 26,8 i 2004 til 29,6 i 2005, altså ein auke på nesten tre poeng, eller på rundt åtte prosent. Gjennomsnittet på desse testane kjem eg tilbake til i kapittel 4.1.2. Standardavviket har gått ned frå 6,5 til fem. Dette vil seia at spreiinga rundt gjennomsnittet i materialet har vorte mindre.

Innan dei andre elevgruppene er det hovudsakleg den nedste tredjedelen som står for auken i gjennomsnittet. Denne gruppa har 19,6 poeng i snitt i 2004 og aukar med 7,4 poeng til 27 poeng i 2005. Den midtre elevgruppa har ein framgang på omtrent eit poeng, og den øvste gruppa har ein liten tilbakegang i gjennomsnittet. Det er altså tydeleg at det er dei svake elevane som har mest framgang på denne testen. Ei anna sak som er interessant når eg samanliknar dei tre ulike elevgruppene, er at standardavviket for den midtre og den øvste gruppa er ein god del lågare enn standardavviket for den nedste gruppa. Dette tyder på at der er mindre spreiing rundt gjennomsnittet i dei to øvste gruppene enn i den lågaste. Denne skilnaden i spreiinga kan nok forklarast med minimums og maksimumspoengsummen for kvar gruppe. I den nedste tredjedelen er det eit sprang på rundt 20 poeng, medan dei gruppene som har lågast standardavvik har eit sprang på under ti poeng.

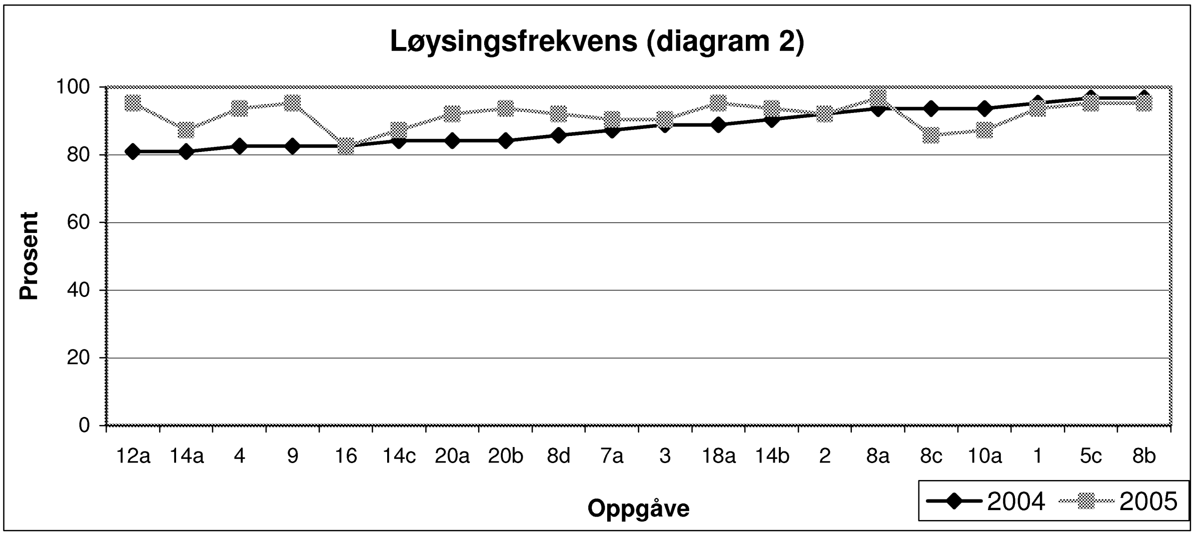
Det er også interessant at dei to øvste gruppene faktisk har ein tilbakegang i den lågaste poengsummen. Den midtre gruppa går frå 26 poeng i 2004 til 16 poeng i 2005, ein tilbakegang på heile 10 poeng. Men sidan denne gruppa har ein framgang i gjennomsnittet er nok dette berre tilfeldig.

4.1.1 Oppgåver

I dette delkapitlet vil eg sjå nærare på diagram som viser heile testen *Tal og algebra* i 4. klasse med vinkling på framgang mellom dei ulike oppgåvene. For analyse av enkeltoppgåver sjå kapittel fem.



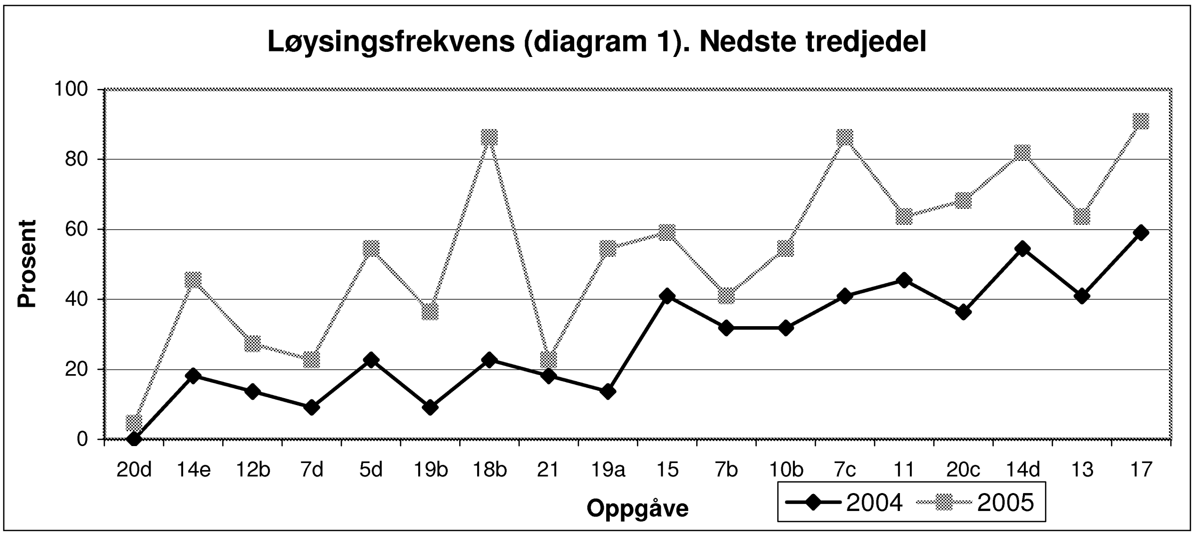
Figur 4.1: Løysingsfrekvens for kvar oppgåve i testen *Tal og algebra* 4. klasse, sortert etter 2004 (diagram 1). Alle 64 elevane.



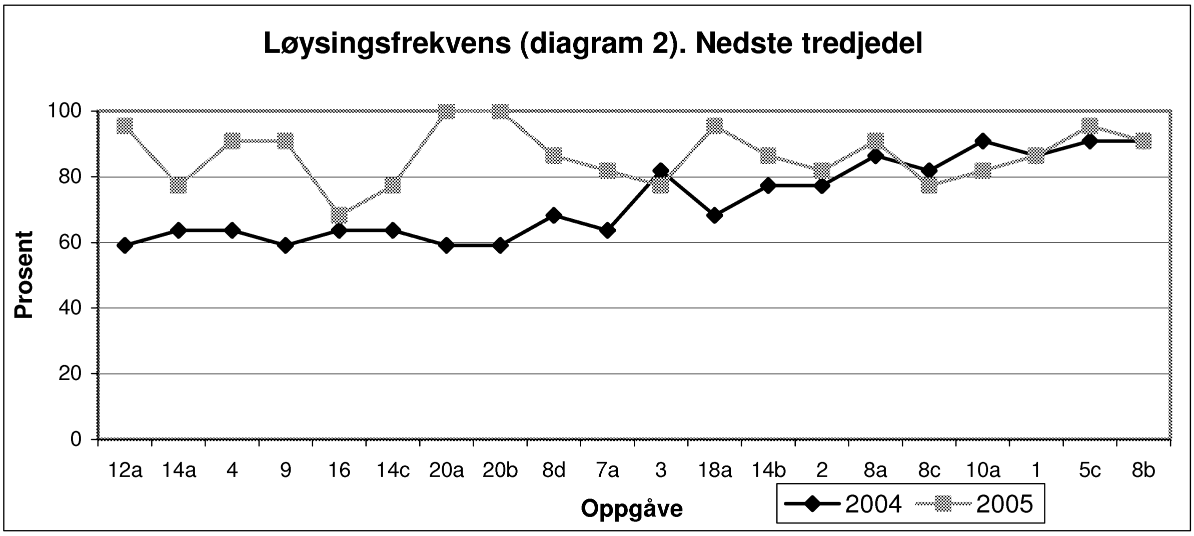
Figur 4.2: Løysingsfrekvens for kvar oppgåve i testen *Tal og algebra* 4. klasse, sortert etter 2004 (diagram 2). Alle 64 elevane.

I diagramma over (figur 4.1) er det ei oppgåve der under 20 prosent av elevane svarar rett på båe testane. Dette betyr at der verken er framgang eller høg løysingsfrekvens på oppgåva. Med tre unntak ligg løysingsfrekvensen til testen 2005 over tilsvarande oppgåve i testen 2004, men kor langt over, er varierande. Dei aller fleste ligg rundt ti prosentpoeng over, medan nokre er heilt oppe i over 30 prosent. Nokre igjen er nede i nesten null. Ein må nok kunna forventa at elevane ikkje har framgang på absolutt alle oppgåvene i og med at oppgåvene er diagnostiske. Sjølv om oppgåvene er tilpassa 4. klasse, er det nok vel optimistisk å rekna med at ein får bukt med alle misoppfatningane som vert dratt fram i lyset ved hjelp av testen. Den største framgangen i løysingsfrekvens har vi i oppgåvene der mellom 35 til 80 prosent av elevane greidde å løysa dei i 2004. I det andre diagrammet over (figur 4.2) ser ein at når over 80 prosent av elevane greidde å løysa oppgåvene, vert framgangen mindre, og linjene kryp tettare. Dette kan vera fordi oppgåvene i utgangspunktet kanskje ikkje var vanskelege. Difor vil dei fleste elevane greia desse oppgåvene på båe testane. Ein må jo rekna med at elevane gjer nokre feil, sjølv om dei kan stoffet oppgåva er henta frå. Men trass i dette vil nok også desse oppgåvene kunna gje mykje relevant informasjon om elevane sine misoppfatningar.

Fyrst kjem diagramma som byggjer på den nedste tredjedelen av elevane:



Figur 4.3: Løysingsfrekvens for kvar oppgåve i testen *Tal og algebra* 4. klasse, sortert etter 2004. Nedste tredjedel (22 elevar, diagram 1).



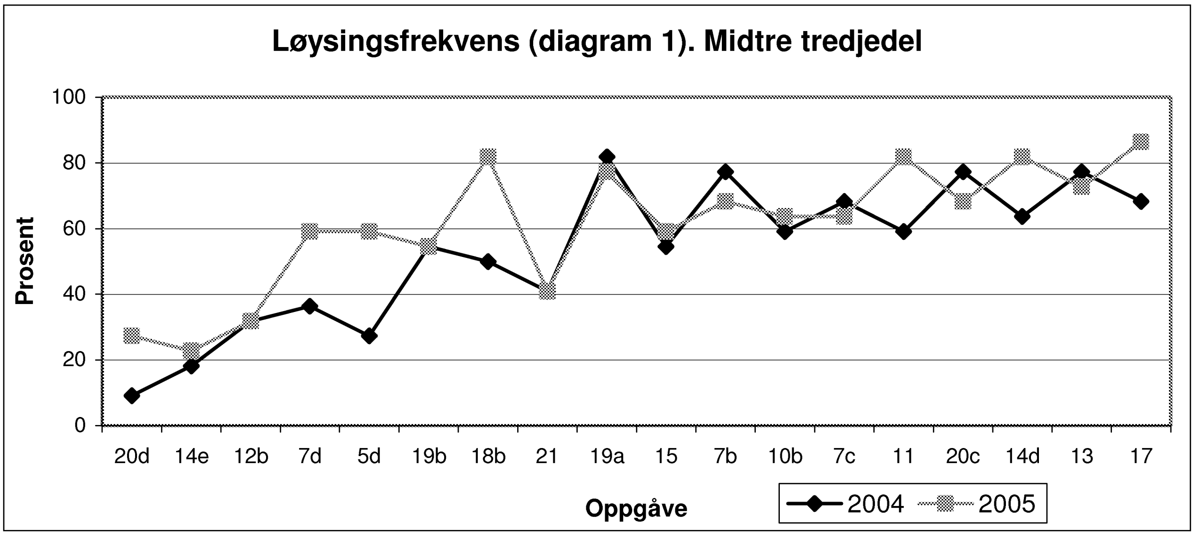
Figur 4.4: Løysingsfrekvens for kvar oppgåve i testen *Tal og algebra* 4. klasse, sortert etter 2004. Nedste tredjedel (22 elevar, diagram 2).

I diagramma over (figur 4.3 og 4.4) kjem det fram kor mange elevar, av dei 22 elevane som skåra lågast på testen 2004, som greidde kvar oppgåve i *Tal og algebra* for 4. klasse (prosentvis). Om ein samanliknar figur 4.3 med figur 4.1 (altså diagram 1 for den tredjedelen av elevane som skåra lågast i 2004 og for alle elevane), er det større spreiing i materialet, både for testen 2004 og 2005. Dette kjem nok av at det er færre elevar, og at inndelinga av *x*-aksen er den same som i figur 4.1. Jamt over er det ein større avstand mellom dei ulike grafane i figur 4.3. Dette kan nok tyda på at dei svake elevane har ein større prosentvis framgang enn dei andre elevgruppene, i alle fall på oppgåvene der dei fleste elevane gjer det dårleg. Trass i at der er større sprang på kvar test og mellom testane, finn ein igjen dei same hovudtendensane i diagrammet for den lågaste tredjedelen som i tilsvarande diagram for alle elevane. Oppgåve 18b er enno den med størst prosentvis framgang og oppgåve 21 er den som kjem dårlegast ut.

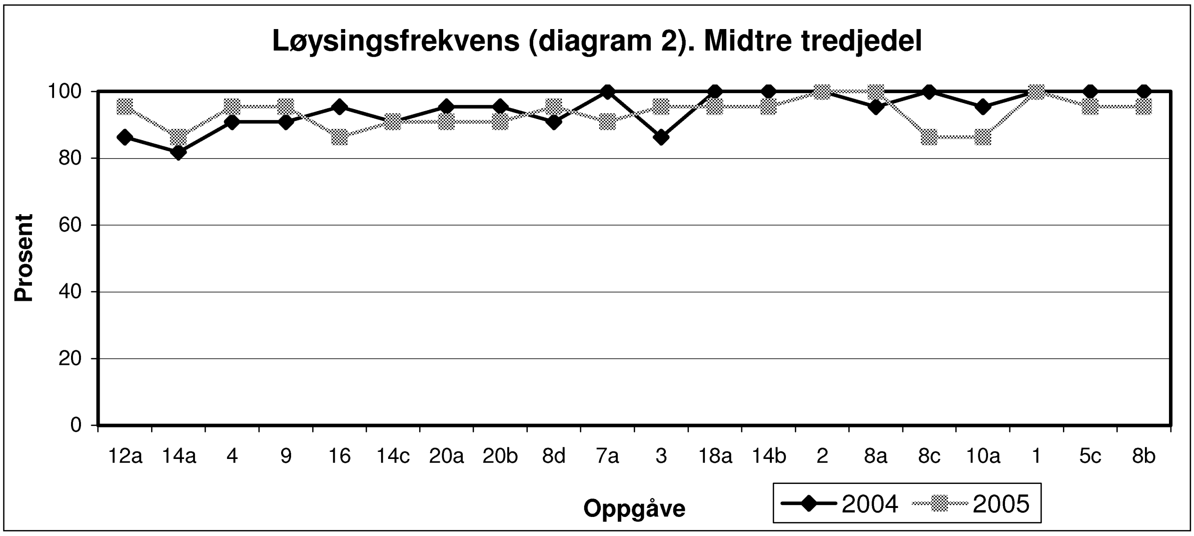
Om ein no går over til å samanlikna diagram 2 for den nedste tredjedelen (figur 4.4) og for alle elevane (figur 4.2) er tendensane dei same som når ein såg på diagram 1 for dei same gruppene. Grafane for den nedste tredjedelen ligg meir spreidde, og spesielt grafen for 2004 ligg ein del under den tilsvarande grafen for alle elevane, noko som også tyder på at den nedste tredjedelen gjer det dårlegare enn alle elevane. Men som tidlegare sagt, er jo dette forventa. Her finn ein også igjen dei same tendensane, elevane i den nedste tredjedelen gjer det bra på dei same oppgåvene som alle elevane gjer det bra på, her er det ikkje noko særleg som skil seg ut, om ein ser vekk frå at dei jamt over gjer det dårlegare.

Det som er mest interessant med samanlikninga av den nedste tredjedelen og alle elevane, er at den nedste tredjedelen ser ut til å ha ein større framgang enn alle elevane under eitt. Dette kan nok tyda på at dei svake elevane har utvikla seg meir enn dei andre elevane. Ein mogleg grunn til dette kan jo vera at undervisinga er lagt opp slik at ho legg vekt på at alle elevane skal forstå flest moglege omgrep, og dermed hemmar dei som allereie har forstått desse omgrepa, men sidan ein ikkje har vore i timane og observert, kan ein seia særs lite om dette.

No følgjer det to diagram som er like dei føregåande, med unntak av at data som vert presentert her, er frå den tredjedelen av elevane som var i midten når det galdt poengsum på testen 2004.



Figur 4.5: Løysingsfrekvens for kvar oppgåve i testen *Tal og algebra* 4. klasse, sortert etter 2004. Midtre tredjedel (22 elevar, diagram 1).



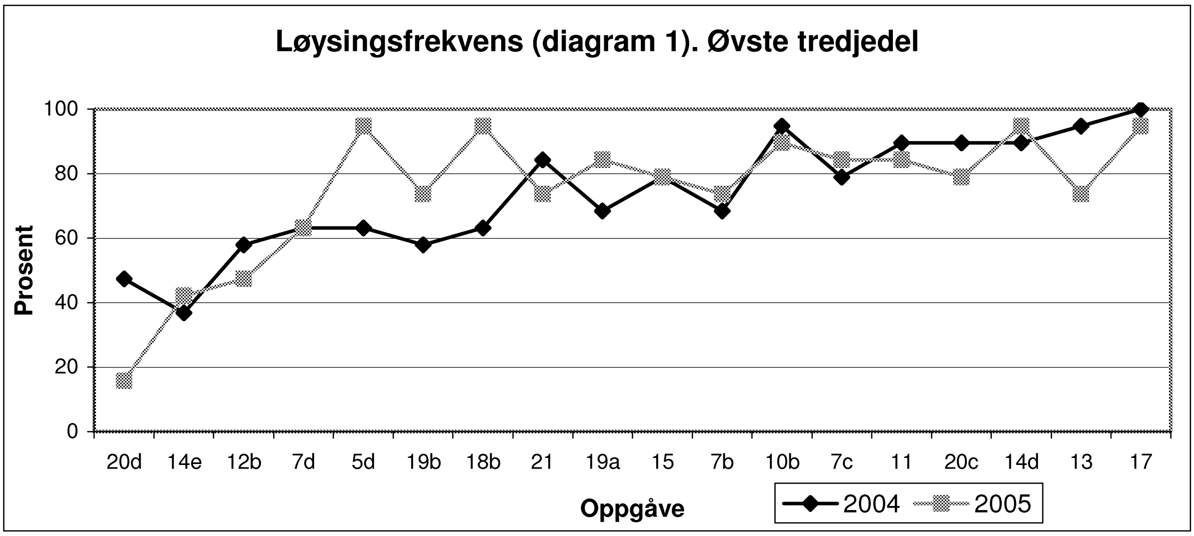
Figur 4.6: Løysingsfrekvens for kvar oppgåve i testen *Tal og algebra* 4. klasse, sortert etter 2004. Midtre tredjedel (22 elevar, diagram 2).

Grafen for 2004 er ikkje like jamn som han er for alle elevane, noko som viser at elevane i dei ulike gruppene ikkje får like lett til dei same oppgåvene. Men noko som er interessant, er dei store spranga som skjer i dette diagrammet. Om ein ser nærare på oppgåvene 21, 19a og 15, finn ein at grafane for både 2004 og 2005 er tilnærma identiske her, noko som er verdt å merka seg i seg sjølv. Men om ein ser på oppgåve 21 med lågast løysingsfrekvens, på 40 prosent, av desse tre oppgåvene, så er det omtrent likt med gruppa av alle elevar. På den neste oppgåva, oppgåve 19a, finn ein eit hopp til heile 80 prosent i løysingsfrekvens. Om ein samanliknar dette med diagrammet for alle elevane, er der ein auke i 2004, frå oppgåve 21 til 19a, på under 10 prosentpoeng. Og går ein over til den siste av desse tre oppgåvene, oppgåve 15, har denne ein løysingsprosent på om lag 60. Denne store skilnaden mellom desse tre oppgåvene finn ein ikkje igjen i nokon av dei andre elevgruppene (nedste og øvste tredjedel).

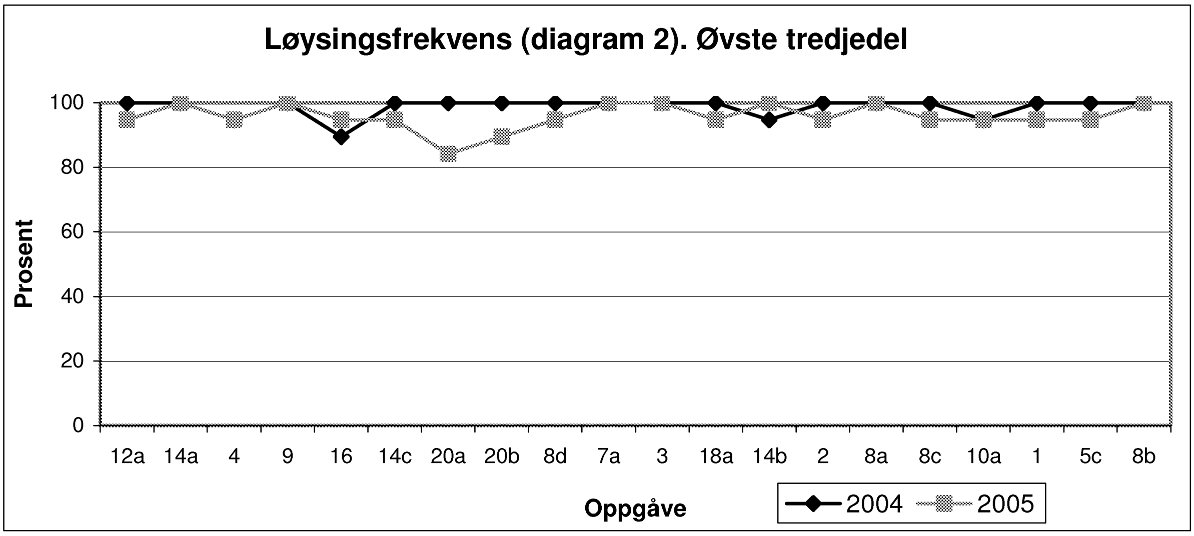
Der er ein auke frå venstre mot høgre når ein fokuserer på heilheita. Særtrekka som ein finn i diagrammet som gjeld alle elevane (figur 4.1), finn ein ikkje like tydeleg igjen i dette diagrammet, som ein fann dei igjen i diagrammet som galdt for den nedste tredjedelen. Den største skilnaden må nok vera at her er berre sju oppgåver der 2005 ligg godt over 2004 når det gjeld løysingsfrekvens. Dette står i motsetnad til diagrammet for alle elevane, der det berre var seks til sju oppgåver der det *ikkje* var framgang. Ei anna sak som er verdt å merka seg, er at det ikkje er dei same oppgåvene som har framgang for denne elevgruppa som det er for alle elevane. Den oppgåva som fekk lågast poengsum i 2004 (for alle elevane), oppgåve 20d (heilt til venstre i diagrammet), har for gruppa av alle elevane ingen framgang, men for den midtre elevgruppa er der ein framgang på nesten 20 prosent.

I det andre diagrammet for den midtre tredjedelen av elevane har alle oppgåvene ein løysingsfrekvens på over 80 prosent. Dette gjer i utgangspunktet at ein ikkje kan forventa nokon stor framgang sidan dei fleste elevane har løyst desse oppgåvene rett i 2004. Vidare har dei også løyst oppgåvene rett i 2005. Men om ein samanliknar dette diagrammet med diagram 2 for alle elevane (figur 4.2) kjem det fram at når det gjeld alle elevane, er tendensen at grafen for 2005 ligg jamt over grafen for 2004. Medan i diagrammet for den midtre tredjedelen ligg grafane tettare. Det verkar i hovudsak som at det er grafen for 2004 som nærmar seg grafen for 2005.

Vidare kjem diagramma som gjeld for den øvste tredjedelen av elevane:



Figur 4.7: Løysingsfrekvens for kvar oppgåve i testen *Tal og algebra* 4. klasse, sortert etter 2004. Øvste tredjedel (19 elevar, diagram 1).



Figur 4.8: Løysingsfrekvens for kvar oppgåve i testen *Tal og algebra* 4. klasse, sortert etter 2004. Øvste tredjedel (19 elevar, diagram 2).

Som ein ville forventa ligg båe grafane jamt mykje høgare her enn i nokon av dei tidlegare diagramma (diagram 1) i dette delkapitlet. Men trass i dette verkar det som om grafen for testen 2005 har mange av dei same særeigenskapane som grafen for testen 2005 i diagram 1 for alle elevane (figur 4.1). Om ein samanliknar grafane for testen 2004 finn ein ikkje den same likskapen. Ei anna sak som er verdt å merka seg, er at det er berre fire oppgåver som har skikkeleg framgang frå testen 2004 til testen 2005. Det er færre oppgåver enn i dei andre gruppene. Ein del av dette kan hengja saman med at elevane i denne gruppa i utgangspunktet har ganske høg poengsum, og det er difor lite rom for forbetring. Likevel meiner eg at der er rom for forbetring så lenge som mindre enn 80 prosent av elevgruppa har svara rett på oppgåvene.

To oppgåver som utmerker seg spesielt i dette diagrammet er oppgåve 20d og oppgåve 13. Grunnen er at desse oppgåvene har ein tilbakegang på over 20 prosentpoeng. Eg vil koma tilbake til desse oppgåvene seinare i kapitlet.

I diagram 2 for den øvste tredjedelen av elevane har dei aller fleste oppgåvene ein løysingsfrekvens på over 90 prosent. Dette medfører at ein ikkje kan forventa at der er nokon særleg framgang. Men om ein ser nærare på oppgåvene som har størst tilbakegang i løysingsfrekvens, finn ein at dette er oppgåvene 20a og 20b. Desse oppgåvene har for heile elevgruppa (figur 4.2) ein framgang i løysingsfrekvens.

Om ein samanliknar alle tre elevgruppene, skjer den største framgangen i den elevgruppa som i utgangspunktet hadde lågast poengsum, her er det jamt ein framgang i dei fleste oppgåvene. Til høgare poengsum elevane hadde i 2004 til mindre framgang er der. Men trass i dette er der oppgåver med godt rom for forbetring i alle tre elevgruppene. Men kva grunnen til at det er slik, at den nedste elevgruppa har størst framgang, er vanskeleg å seia noko om, fordi ein ikkje har observasjonar av undervisinga, slik ho faktisk har vore gjennomført.

Oppgåver med stor framgang

Nå vil eg sjå nærare på kva oppgåver som har stor framgang i løysingsfrekvens frå testen 2004 til testen 2005. Eg har valt å definera stor framgang som ein framgang på 15 prosentpoeng eller meir frå 2004 til 2005. Om dette eigentleg er ein stor framgang er eit definisjonsspørsmål som eg vel å ikkje koma nærare inn på.

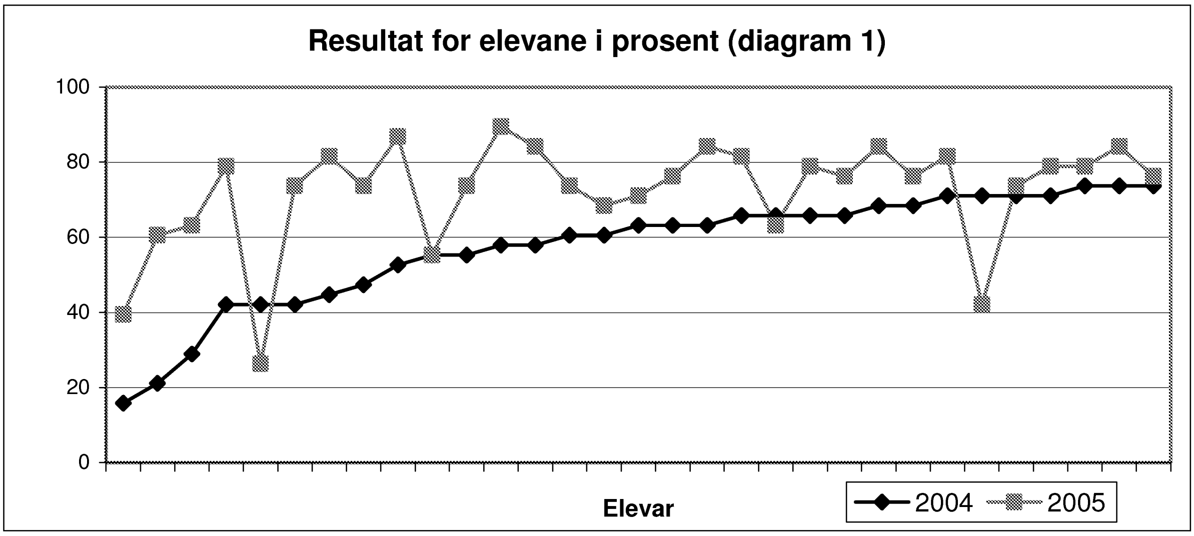
Tabell 4.2: Oppgåver med stor framgang i testen *Tal og algebra* i fjerde klasse. Kva som vert testa er henta frå tabell 3.3.

Oppgåve:	Framgang frå 2004 til 2005 i prosentpoeng:	Kva som vert testa:	Prosedyre eller omgrep?
5d	32	Lese av tal på ei tallinje	Omgrep
7c	16	Subtraksjon og addisjon av tosifra tal	Prosedyre
14d	17	Oppdage mønster i ei talrekke	Omgrep
17	16	Bruk av addisjon og subtraksjon i tekstoppgåve	Omgrep og prosedyre
18b	43	Enkle brøkar	Omgrep
19a	17	Bruk av mønster som utgangspunkt for ein telje- eller reknestrategi.	Omgrep

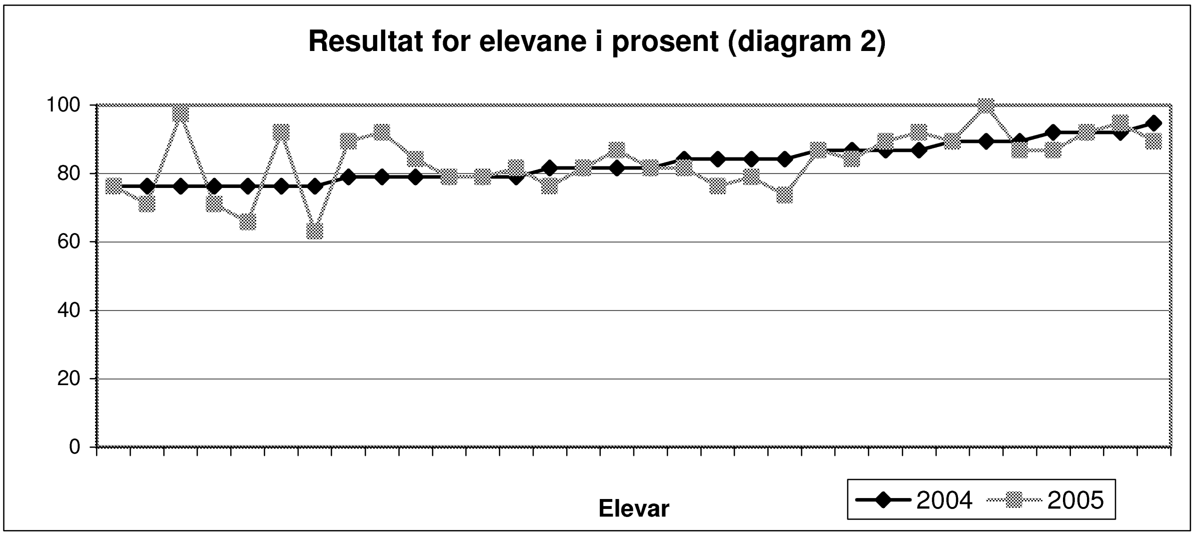
Det er ei tydeleg overvekt av oppgåver som ein i utgangspunktet kan løysa berre ved hjelp av omgrepskunnskap. Den oppgåva som har størst framgang her er oppgåve 18 b som går på enkle brøkar. Oppgåve 18 går også på enkle brøkar, men denne oppgåva har ein løysingsfrekvens på om lag 90 prosent allereie i 2004, slik at her er ikkje store moglegheiter for ein framgang på oppgåve 18a. Vidare har elevane god framgang i å lesa av tal på ei tallinje. Dei andre tema som elevane har framgang i, er mellom anna subtraksjon og addisjon.

4.1.2 Elevar

I dette kapitlet vert fokus lagt på elevane. Her vert presentert to diagram som viser poengfordelinga for kvar elev i prosent for båe testane. Ved rett svar gjev kvar deloppgåve eit poeng, om det er interesse for å sjå kva svar som gjev poeng, kan det sjekkast i vedlegg 2.3: Frekvenstabellar og stolpediagram for testen *Tal og algebra* i 4. klasse. I grunnskulen blei det bestemt etter den fyrste testen at dei delvis rette svara også skulle gje eit poeng, slik at alle einsifra kodar (med unntak av 0) gjev eleven eit poeng. Maksimal poengsum på denne testen er 38 poeng og tilsvarar 100 prosent.



Figur 4.9: Resultat for elevane i prosent på testen *Tal og algebra* 4. klasse, sortert etter 2004. Diagram 1.



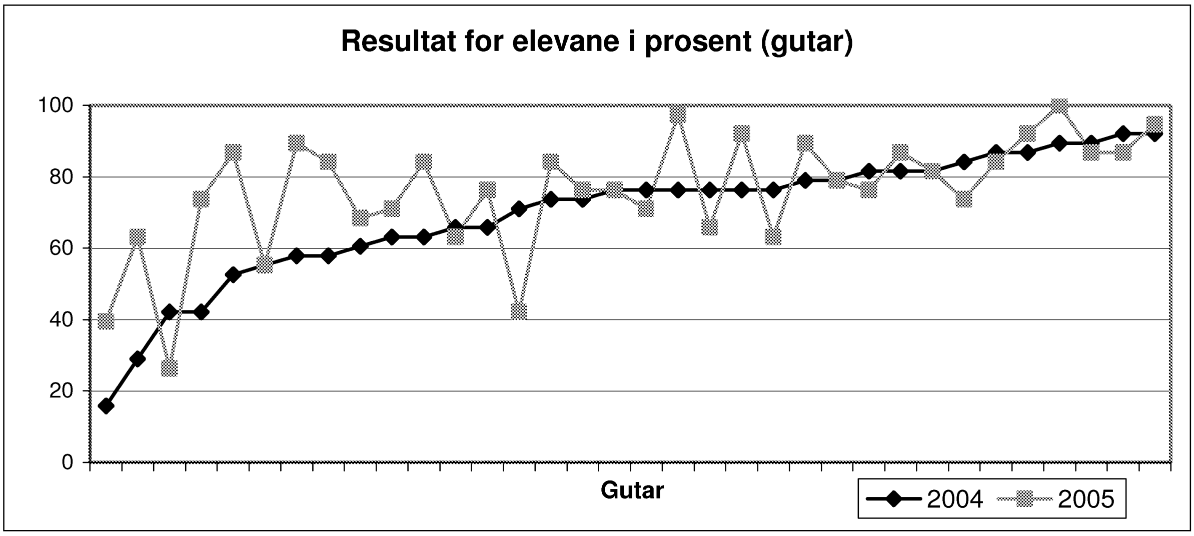
Figur 4.10: Resultat for elevane i prosent på testen *Tal og algebra* 4. klasse, sortert etter 2004. Diagram 2.

Det som er mest tydeleg i figur 4.9, er at dei fleste elevane som ikkje hadde eit godt resultat på den fyrste testen, forbetrar seg og får eit godt resultat på den andre testen. Dette bekreftar delvis det ein såg tendensar til i fyrste del av kapittel 4.1, nemleg at dei svakaste elevane har god framgang gjennom året. Ein må jo her vera klar over at sidan elevane gjorde det dårleg i utgangspunktet, har dei eit større utviklingspotensial innanfor kva ein greier å måla i denne testen. Ein elev som på den fyrste testen får alt rett, kan ikkje forventa at han forbetrar seg neste gong testen vert gjennomført. Likevel kan ein ikkje på grunnlag av lik poengsum både i 2004 og 2005 seia at eleven ikkje har lært noko i løpet av året. I dette diagrammet verkar det som om dei svake elevane har ein god framgang. Kva som eventuelt ligg bak denne framgangen, er det vanskeleg å seia noko om. Men ein grunn kan jo vera, som tidlegare nemnt, at eleven no ser den same testen for andre gong, og difor kjenner igjen nokre av oppgåvene. Ei anna årsak, og noko som er særs truleg i og med at framgangen er så stor, er at elevane har hatt utbytte av undervisinga og lært ein del nye ting i løpet av året. Elles er det enkelte elevar som ikkje har framgang i det heile, og faktisk har ein tilbakegang. Dette kan kanskje vera tilfeldig, eller det kan vera elevar med matematikkvanskar. Det kan også vera at det har skjedd noko personleg som gjorde at elevane var ukonsentrerte og dermed fekk dei dårleg poengsum på testen 2005. Utan observasjonar frå klasserommet vert det vanskeleg å seia noko sikkert om grunnen til at akkurat desse elevane ikkje synte framgang.

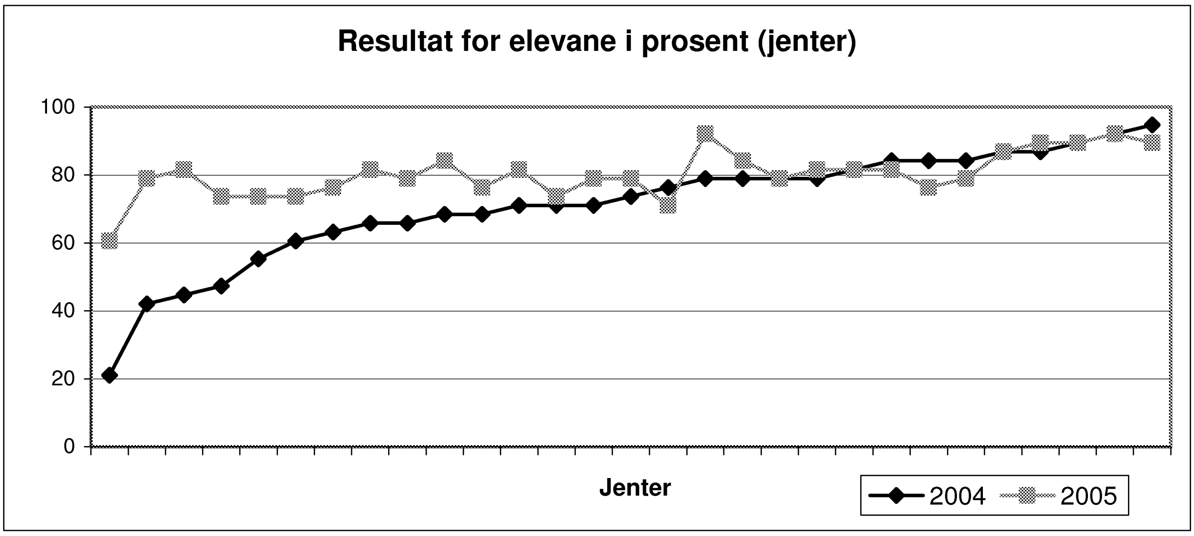
Figur 4.10 representerer den andre halvparten av elevane, nemleg dei som fekk mest poeng på testen 2004. Det som er mest tydeleg her, er at dei fleste elevane som har rom for framgang ikkje har den framgangen som ein kunna forventa. Inntrykket ein sit igjen med etter å ha sett på desse diagramma, er at dei elevane som i utgangspunktet var svake har ein god framgang, medan dei elevane som i utgangspunktet var sterke ikkje har ein like stor framgang som kjem til syne i denne testen, men som sagt er det viktig å presisera at desse testane ikkje seier noko om elevane har utbytte av undervisinga eller ikkje. Ei anna sak som er verdt å merka seg, er at dei svake elevane (figur 4.9) har god framgang, og difor er med og aukar gjennomsnittet for testen 2005 sjølv om dei gjerne drog gjennomsnittet for 2004 ned.

4.1.3 Kjønn

I tillegg til å sjå om elevane har utvikla seg i løpet av året, er det interessant å sjå om der er nokre spesielle skilnader mellom kjønna.



Figur 4.11: Resultat for elevane i prosent (gutar) i testen *Tal og algebra* 4. klasse, sortert etter 2004.



Figur 4.12: Resultat for elevane i prosent (jenter) i testen *Tal og algebra* 4. klasse, sortert etter 2004.

Det er tydeleg ut frå diagramma at jamt over gjer båe kjønna det betre på testen 2005 enn 2004. Men det som i utgangspunktet er mest synleg, er at grafen for gutar 2005 er veldig ujamn. Om ein samanliknar med den tilsvarande grafen for jentene er denne mykje jamnare. Det verkar som om jentene har eit mykje jamnare resultat i 2005 enn kva gutane har. Dette bekreftar også tabell 4.3. Standardavviket rundt gjennomsnittet for alle grafane, med unntak av jentene 2005, har ein verdi på over 6. Denne spreiinga er også tydeleg ut frå diagramma over, i og med at dei tre grafane som representerer materialet med stort standardavvik, varierer frå 20 prosent som minimum til 100 prosent som maksimum. Medan resultatet for jentene 2005 har eit standardavvik på rundt 2,6. Sjekkar ein den tilsvarande grafen, varierer den frå 60 prosent til litt over 90 prosent. Det er altså tydeleg at jentene på testen 2005 hadde eit mykje jamnare resultat enn nokon av dei andre gruppene det her er sett på. Sidan der er store sprang i diagrammet til gutane for 2005, vil ein nok kunna, om ein sorterer *x*-aksen etter stigande poengsum for 2005, få ein graf for 2005, som liknar på den som er sortert etter stigande poengsum for 2004. Poenget mitt er ikkje at der ikkje er nokon framgang for gutane, for det er der. Der er mange gutar som gjer det ein god del betre i testen 2005 enn 2004. Og tabellen under viser at gutane har ein framgang i snitt på om lag to og eit halvt poeng (merk at tabellen oppgjev poeng, ikkje prosent slik diagramma gjev). Men poenget er at om ein ser etter det same for jentene, oppdagar ein at det slett ikkje er tilfellet. Ingen av jentene i 2005 hadde mindre enn 60 prosent rett på testen. Dette medfører at her er ein vesentleg skilnad mellom kjønna. Dei fleste jentene stabiliserer seg i løpet av året på rundt (pluss minus ti prosentpoeng) 80 prosent. Medan gutane ikkje stabiliserer seg på denne måten i det heile. Her er det heller ganske store individuelle skilnader. Nokre gutar gjer eit stort sprang oppover, medan andre gjer heller eit stort sprang tilbake. Jentene skårar betre enn gutane i snitt på båe testane, skilnadene er ikkje store, men er likevel aukande frå 2004 til 2005.

Tabell 4.3: Deskriptiv statistikk for poeng per elev, for gutar og jenter for båe testane (maksimal poengsum er 38).

Test	Elevgruppe	N	Minimum	Maksimum	Gjennomsnitt	Standardavvik
2004	Alle	63	6	36	26,8	6,5
2005	Alle	63	10	38	29,6	5,0
2004	Gutar	34	6	35	26,5	6,8
2005	Gutar	34	10	38	28,9	6,3
2004	Jenter	29	8	36	27,1	6,4
2005	Jenter	29	23	35	30,5	2,6

4.2 Utvikling i geometri og statistikk 4.klasse

I dette kapitlet vil eg gå nærare inn på generelle resultat frå testane *Geometri og statistikk* i 4. klasse, 2004 og 2005. Når det i dette delkapitlet vert vist til testen 2004 eller 2005, er det testen *Geometri og statistikk* i 4. klasse som vart gjennomført i 2004 eller den same testen gjennomført i 2005 det vert vist til.

Tabell 4.4: Deskriptiv statistikk for poeng per elev og for dei ulike elevgruppene for båe testane (maksimal poengsum er 24)

Test	Elevgruppe	N	Minimum	Maksimum	Gjennomsnitt	Standardavvik
2004	Alle	61	2	20	11,3	4,4
2005	Alle	61	5	24	15,3	4,2
2004	Nedste 1/3	22	2	10	6,5	2,4
2005	Nedste 1/3	22	5	20	13,6	4,4
2004	Midtre 1/3	21	11	13	12,1	0,8
2005	Midtre 1/3	21	8	24	16,4	4,2
2004	Øvste 1/3	18	14	20	16,4	1,8
2005	Øvste 1/3	18	11	23	16,2	3,5

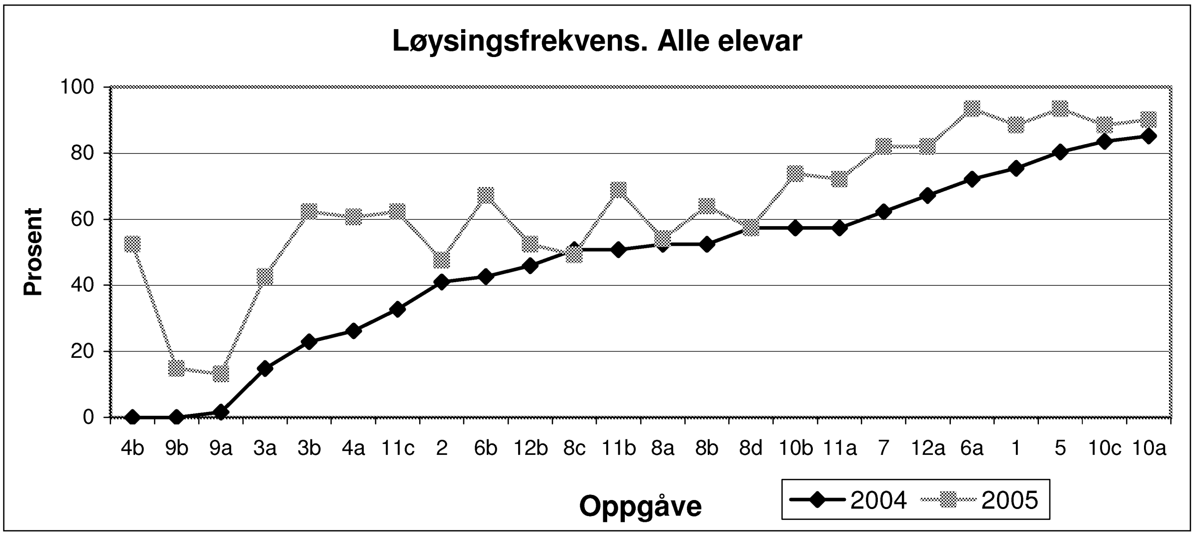
I resultatet for alle elevane aukar både den minste og den maksimale poengsummen frå 2004 til 2005. Gjennomsnittleg poengsum for elevane i 2004 var 11,3 poeng. Dette er under halvparten av den poengsummen som var mogleg å oppnå på denne testen (maksimalt 24 poeng). Altså var resultatet ikkje særleg godt i 2004, men som tidlegare nemnt er det ikkje meininga at elevane skal ha alt rett på desse testane. På testen 2005 var gjennomsnittleg poengsum 15,3, altså ein auke på fire poeng, noko som tilsvarar ein auke på om lag 17 prosentpoeng. Det at her er ein auke på fire poeng i gjennomsnitt tilsvarar at i gjennomsnitt, løyste kvar elev fire fleire deloppgåver i 2005 enn i 2004. Standardavviket ligg for båe testane på litt over fire, slik at spreiinga i materialet er omtrent likt for båe testane.

I dei tre andre elevgruppene som er presenterte i tabellen, har alle gruppene ein auke i den maksimale poengsummen. Berre den nedste tredjedelen har ein auke i minste oppnådde poengsum. Dei to andre gruppene hadde ein tilbakegang på tre poeng. Det må likevel presiserast at den minste poengsummen for både den midtre og den øvste gruppa er nesten det dobbelte av den minste poengsummen for den nedste gruppa i 2005. Når det gjeld gjennomsnittleg poengsum for dei ulike elevgruppene, er det den nedste gruppa som har størst auke. Denne gruppa aukar gjennomsnittet per elev med heile 6,8 poeng, altså ei fordobling. Den midtre elevgruppa har også ein auke i gjennomsnittet på 4,3 poeng, noko som er litt mindre enn for den nedste gruppa. Det er berre den øvste gruppa som har ein liten nedgang i gjennomsnittet per elev, men denne er så liten at det høgst sannsynleg er tilfeldige samantreff.

Standardavvika for dei ulike elevgruppene varierer mykje. Alle dei tre elevgruppene har ein auke i standardavviket frå 2004 til 2005 på 2 eller meir. Dette tyder på at resultatet for dei ulike gruppene i 2004 er meir samla enn resultatet for dei ulike gruppene i 2005. Dette er naturleg sidan gruppene er inndelte etter nivå på denne testen. Eit lite standardavvik tyder på at den minste verdien eller den største verdien kan vera eit villskot, altså ein verdi som ligg eit stykke utanfor resten av verdiane i den gruppa. Men ein skal ikkje leggja for mykje vekt på endringar i standardavvika her, i og med at elevane er sortert etter kva poengsum dei fekk på testen i 2004, noko som medfører at om vi hadde sortert elevane etter poengsummen dei fekk i 2005, ville vi fått andre standardavvik.

4.2.1 Oppgåver

I dette delkapitlet vil ein sjå nærare på diagram som viser heile testen *Geometri og statistikk* i 4. klasse med vinkling på framgang mellom dei ulike oppgåvene. For analyse av enkeltoppgåver sjå kapittel fem. Denne testen inneheldt så få oppgåver at alle oppgåvene gjekk inn i eit diagram.

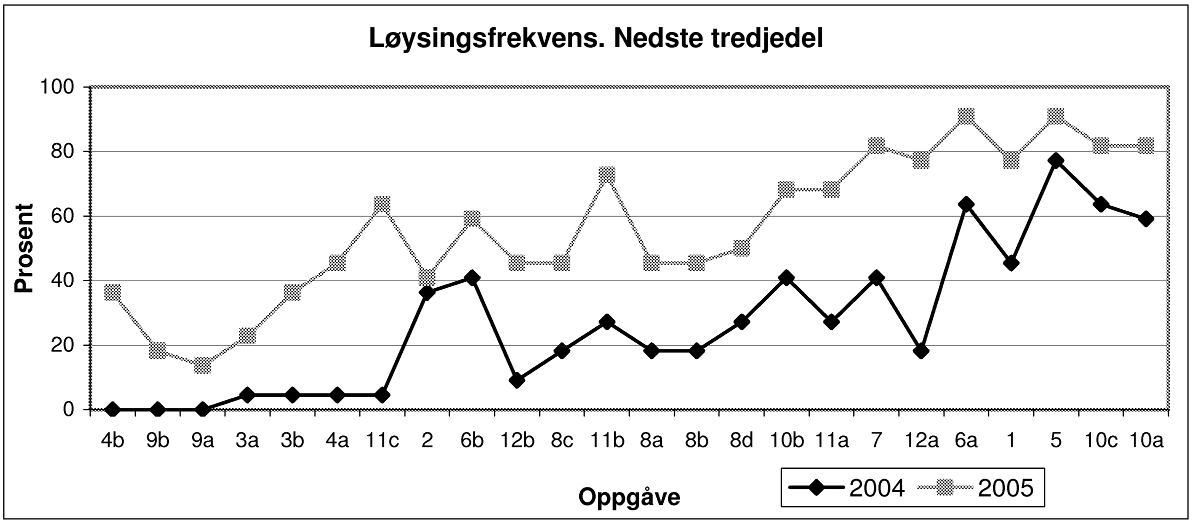


Figur 4.13: Løysingsfrekvens for kvar oppgåve i testen *Geometri og statistikk* 4. klasse, sortert etter 2004. Alle 61 elevar.

Når ein samanliknar grafane til testane 2004 og 2005 på figuren over, er det ein framgang på alle bortsett frå nokre få oppgåver. Desse hadde tilnærma lik frekvens på begge testane. Til dels er det også ein ganske stor framgang på mange av oppgåvene. Der er berre ei oppgåve som har ein tilbakegang frå 2004 til 2005, men denne er berre på to prosent, difor er dette høgst truleg tilfeldig. Her er også ei oppgåve som har akkurat same løysingsfrekvens i 2004 og 2005. Elles er der ein auke i alle oppgåvene, dei fleste med ein auke på over 10 prosentpoeng.

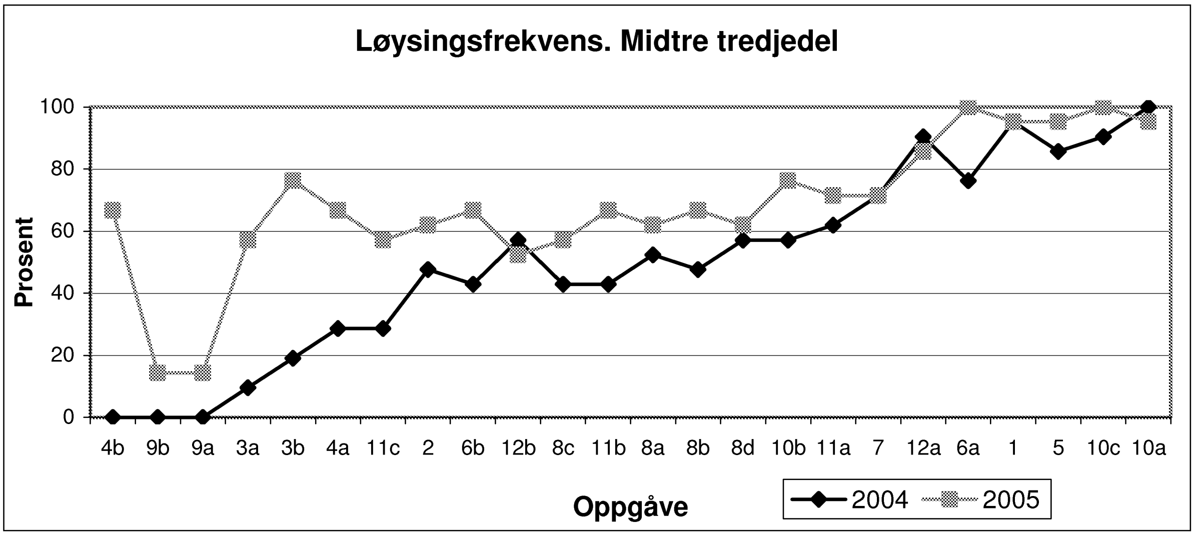
Nokre oppgåver utmerker seg med ei særleg stor auke i løysingsfrekvens, på 30 prosentpoeng og meir. Dette er oppgåvene: 4b, 3a, 3b, 4a og 11c. Desse oppgåvene hadde alle i 2004 ein låg løysingsfrekvens, og av den grunn kunna ein nok forventa stor framgang. Men om ein ser på nokre av dei andre oppgåvene som hadde låg løysingsfrekvens i 2004, finn ein ikkje at alle desse har like stor framgang. Oppgåve 3 og 4 omhandlar utrekning av areal og omkrets. I L-97 står det at klassane under 4. klasse skal ha berre grunnleggjande erfaringar med areal, medan i 4. klasse skal elevane "bruke kvadratmeter og kvadratcentimeter som arealenheter og arbeide med å finne arealer" (Kirke- utdannings- og forskningsdepartementet, 1996, s. 162). Det er med andre ord i fjerde klasse at elevane verkeleg byrjar arbeidet med areal og arealeiningar. Dette kan vera grunnen til den store framgang på akkurat desse oppgåvene. Ein nærare analyse av oppgåve 3 og 4 kjem i kapittel 5.2.2.

Ei anna interessant sak er det at dette diagrammet skil seg sterkt frå tilsvarande type diagram for testen *Tal og algebra* 4. klasse (figur 4.1 og 4.2). For testen *Tal og algebra* i 4. klasse hadde om lag halvparten av oppgåvene ein løysingsfrekvens på over 80 prosent i 2004, noko som absolutt ikkje er tilfelle for denne testen. Her er det berre tre oppgåver som har ein løysingsfrekvens på over 80 prosent i 2004. Kva som kan liggja bak dette, vil eg ikkje spekulera på, anna enn å seia at ein må vera klar over at dei ulike testane ikkje kan samanliknast utan vidare.



Figur 4.14: Løysingsfrekvens for kvar oppgåve i testen *Geometri og statistikk* 4. klasse, sortert etter 2004. Nedste tredjedel (22 elevar).

I diagrammet for den nedste tredjedelen av elevane på testen *Geometri og statistikk* finn ein at elevane gjorde det betre på alle oppgåvene i 2005 enn i 2004. Som for hele elevgruppa er det også her stor framgang for oppgåvene 3a og b, 4a og b og 11c. I tillegg er her også andre oppgåver som utmerker seg med stor auke i løysingsfrekvensen: 11b, 11a, 7 og 12a. Med tanke på at oppgåvene er sorterte etter frekvens i 2004, ser vi at vi ikkje har nokon jamn graf for 2004 for denne gruppa. Nokre oppgåver skil seg særleg ut. To av dei er 2 og 6b. Oppgåvene som ligg til venstre og til høgre for desse to oppgåvene ligg på om lag 10 prosent i løysingsfrekvens, medan desse ligg på nesten 40 prosent. Det vil altså seia at den nedste elevgruppa gjer det om lag like godt på desse to oppgåvene (2 og 6b) som resten av elevgruppa i 2004, medan dei svake elevane har litt dårlegare løysingsfrekvens for akkurat desse oppgåvene i 2005. Det er altså ikkje sjølvsagt at elevane i den nedste tredjedelen gjer det dårlegare enn snittet på alle oppgåvene. Noko som også kan vera greitt å peika på, er at tidlegare har diagramma hatt ein tendens til at grafane nærmar seg kvarandre når ein kjem til dei oppgåvene som elevane i 2004 svara best på. Dei andre diagramma har ikkje vist nokon særleg framgang på desse oppgåvene. For denne gruppa er det ikkje slik. Faktisk er det berre eit fåtal oppgåver som har ein skilnad i løysingsfrekvens på under 20 prosentpoeng. Dette gjeld også dei oppgåvene der elevane i utgangspunktet gjorde det bra.

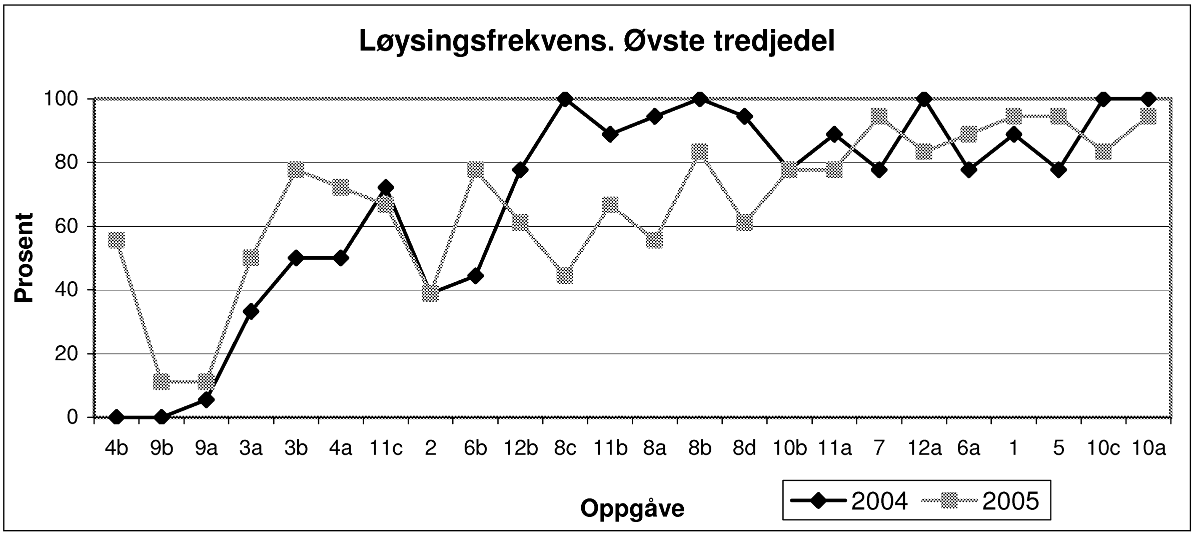


Figur 4.15: Løysingsfrekvens for kvar oppgåve i testen *Geometri og statistikk* 4. klasse, sortert etter 2004. Midtre tredjedel (21 elevar).

Når det gjeld den midtre elevgruppa, finn ein igjen den same tendensen som vi har sett så langt, nemleg at dei oppgåvene elevane har størst framgang i, er oppgåve 3 og 4. Det er også tydeleg at det ikkje er like store hopp på grafen for testen 2004 som på tilsvarande graf for den nedste tredjedelen.

Ein annan tendens som går igjen i høve til dei to tidlegare diagramma ein har sett på for denne testen, er at det enno ikkje er noko særleg framgang på oppgåvene 9a og 9b. Det er i 2005 godt under 20 prosent av elevane i denne gruppa, altså berre mellom tre og fire elevar, som greier denne oppgåva. Dette viser igjen i alle dei tre diagramma (figur 4.14, 4.15 og 4.16). Dette gjeld med andre ord for alle dei tre elevgruppene. Ingen av gruppene har ein løysingsfrekvens på så mykje som 20 prosent. Faktisk er det den nedste elevgruppa som har den høgste løysingsfrekvensen på oppgåve 9a, rett under 20 prosent.

Undersøking av diagrammet fører til ein annan observasjon. I den nedste elevgruppa er der ein framgang på ganske mykje, stort sett i heile diagrammet. Unntak er oppgåvene ein finn lengst til høgre på *x*-aksen. Her er framgangen meir varierande og fleire oppgåver har ingen framgang eller ein liten tilbakegang.



Figur 4.16: Løysingsfrekvens for kvar oppgåve i testen *Geometri og statistikk* 4. klasse, sortert etter 2004. Øvste tredjedel (18 elevar).

Litt av eigenarten til dette siste diagrammet, som representerer løysingsfrekvens for den øvste tredjedelen, er alle dei store spranga som båe grafane gjer. Dette viser at resultata er mykje meir varierande for oppgåvene, enn i dei tidlegare diagramma. Det som ein kan slå fast ut frå dette diagrammet også, er at oppgåve 9 truleg nok er den vanskelegaste oppgåva. Også for dei sterkaste elevane er løysingsfrekvensen på godt under 20 prosent på båe testane. Ein annan interessant observasjon er at oppgåve 4b også her er den oppgåva med størst framgang. Om ein ser på dei andre oppgåvene som tidlegare har hatt størst framgang, er det ikkje lenger oppgåve 3a, 3b og 4a som i dei førre diagramma, men dei fleste deloppgåvene i oppgåve 8. Dette tyder på at dei sterkaste elevane utviklar seg mykje på fleire av felta som vert testa i denne testen. Ein vil koma tilbake med ein analyse av oppgåve 3 og 4 i kapittel 5.2.2.

Tendensen som vi såg i testen *Tal og algebra* for fjerde klasse, nemleg at det er dei svakaste elevane som har størst framgang på testen, finn ein også igjen i denne testen *Geometri og statistikk* i fjerde klasse. Det kan verka som om det er dei svake elevane som utviklar seg mest innanfor området som desse testane testar. Men det er ikkje det same som å seia at det er desse elevane som utviklar seg mest, for som presisert tidlegare kan elevane utvikla seg innan andre emne enn dei som vert testa i vårt prosjekt.

Oppgåver med stor framgang

No vil eg sjå nærare på kva oppgåver som har stor framgang i løysingsfrekvens frå testen 2004 til testen 2005.

Tabell 4.5: Oppgåver med stor framgang i testen *Geometri og statistikk* i fjerde klasse. Kva som vert testa er henta frå tabell 3.3.

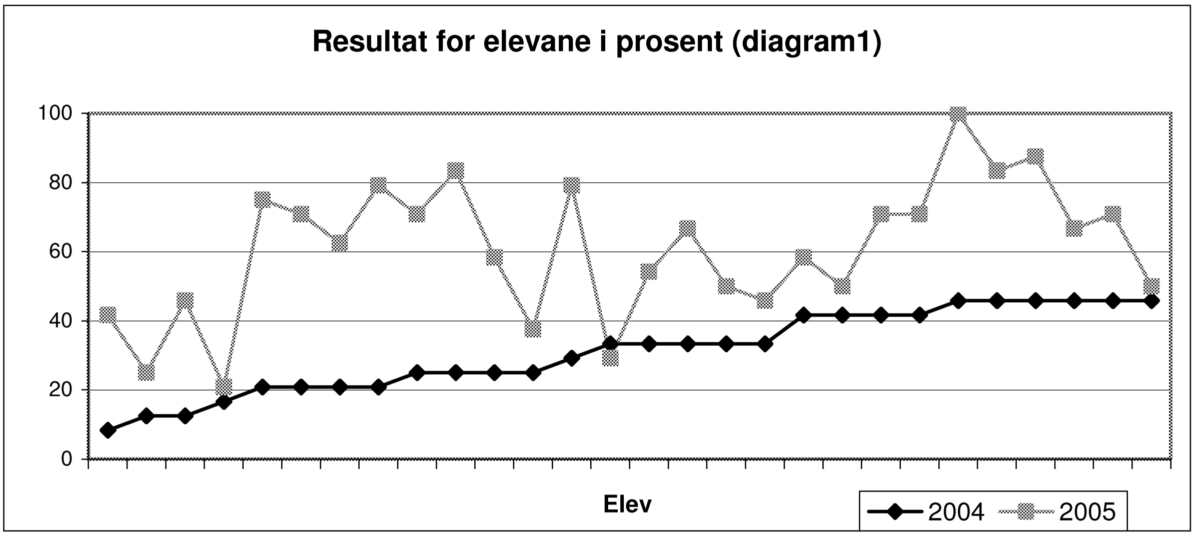
Oppgåve:	Framgang frå 2004 til 2005 i prosentpoeng:	Kva som vert testa:	Prosedyre eller omgrep?
3a	28	Forståing av omkrets	Omgrep
3b	39	Forståing av areal	Omgrep
4a	34	Utrekning av omkrets	Prosedyre
4b	52	Utrekning av areal	Prosedyre

6a	21	Forståing av prinsippet som eit koordinatsystem byggjer på	Omgrep
6b	25	Forståing av prinsippet som eit koordinatsystem byggjer på	Omgrep
7	20	Evne til å identifisera eit punkt i planet ut frå opplysningar om plassering i to retningar som står normalt på kvarandre.	Omgrep
10b	16	Tolke og lesa av eit søylediagram	Omgrep
11b	18	Bruke avlesingar i tabell til utrekningar	Omgrep og prosedyre
11c	30	Bruke avlesingar i tabell til utrekningar	Omgrep og prosedyre

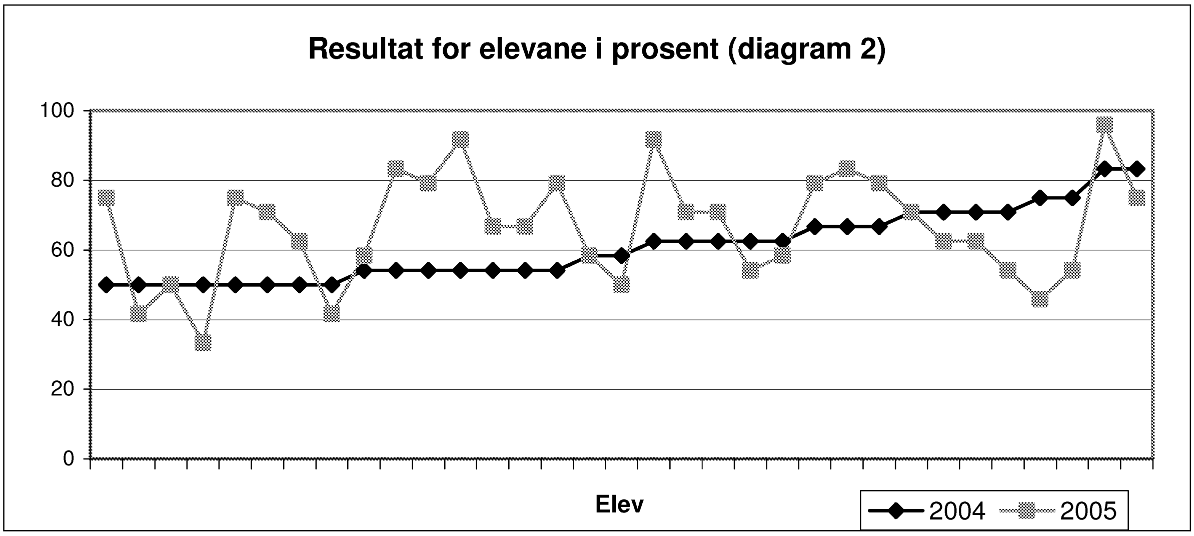
Ut frå tabellen ser ein at dei fleste oppgåvene med stor framgang, er oppgåver som byggjer på omgrepskunnskap. Dette kan likevel vera noko tilfeldig i og med at andre personar kanskje ville kategorisert oppgåvene annleis. Det temaet som går igjen i dei oppgåvene som har klart størst framgang i *Geometri og statistikk* i fjerde klasse, er omkrets og areal som nemnt tidlegare i kapitlet. For ei nærare analyse av desse oppgåvene sjå kapittel 5.2.2. Dei andre tema der elevane har ein bra framgang i denne testen, går på koordinatsystem, diagram og tabellar. Altså bruk og forståing av statistiske verktøy, mykje dette kjem nok inn under Niss og Højgaard Jensen (2002) sin representasjonskompetanse.

4.2.2 Elevar

I dette kapitlet går eg over frå oppgåveresultat til å ha fokus på elevane. Her vert presentert to diagram som viser poengfordelinga for kvar elev i prosent for begge testane i *Geometri og statistikk* i 4. klasse. Ved rett svar gjev kvar deloppgåve eit poeng. Om det er interesse for å sjå kva svar som gjev poeng kan det sjekkast i vedlegg 1.3: Frekvenstabellar og stolpediagram for testen *Geometri og statistikk* i 4. klasse. I grunnskulen har ein valt å la alle dei delvis rette svara også gje eit poeng, slik at alle einsifra kodar (med unntak av 0) gjev eleven eit poeng. Maksimal poengsum på denne testen er 24 poeng og tilsvarar 100 prosent.



Figur 4.17: Resultat for elevane i prosent på testen *Geometri og statistikk* 4. klasse, sortert etter 2004. Diagram 1.



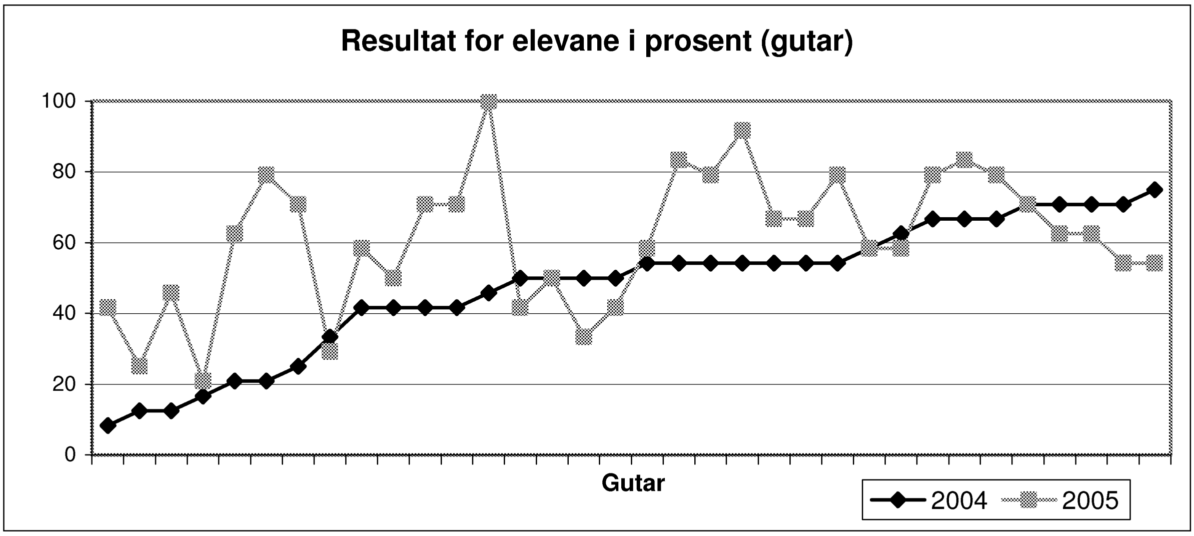
Figur 4.18: Resultat for elevane i prosent på testen *Geometri og statistikk* 4. klasse, sortert etter 2004. Diagram 2.

Det fyrste som peikar seg ut i desse diagramma er alle dei store variasjonane i grafen for testen 2005. Her er hopp i grafen på over 40 prosentpoeng frå ein elev til neste. Med tanke på at desse elevane hadde ganske lik poengsum i 2004, fordi dei ligg på sidan av kvarandre på *x*-aksen, er det tydeleg at det er veldig individuelt om elevane har stor framgang eller ikkje. Eit døme på dette er elev nummer fire og fem frå venstre i det fyrste diagrammet. Elev nummer fire har rundt 20 prosent av oppnåeleg poengsum på båe testane, medan elevnummer fem har rundt 20 på testen 2004 og nesten 80 prosent av total poengsum på testen 2005. Det er tydelegvis store individuelle skilnader.

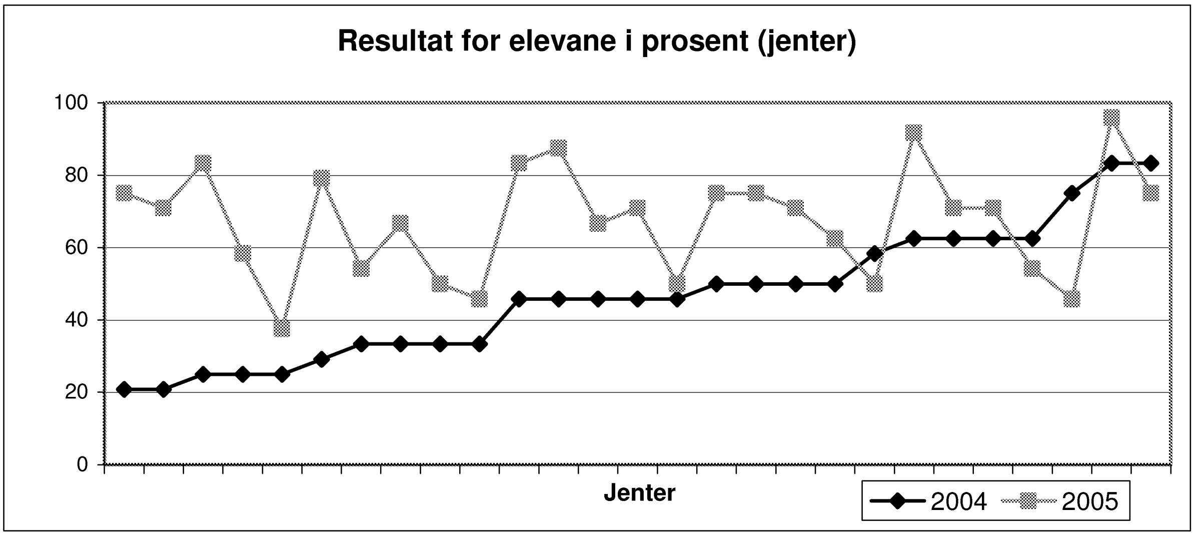
Ganske mange av dei elevane som gjorde det dårleg på testen i 2004 (diagram 1), har ein veldig stor framgang. Faktum er at ein god del av desse elevane har ein like god poengsum på testen 2005 som mange av elevane som i utgangspunktet var flinkast (diagram 2), med eit resultat på rundt 80 prosent av oppnåeleg poengsum. Ei anna sak er at berre fire elevar har over 90 prosent rette svar på testen 2005. Berre to elevar har over 80 prosent rette svar på testen 2004. Faktisk er det berre ni elevar som har over 80 prosent rette svar på testen 2005, og fire av desse er i det fyrste diagrammet, altså blant den halvparten som i utgangspunktet gjorde det dårlegast. I den tilsvarande testen *Tal og algebra* i fjerde klasse, er ganske mange fleire elevar som kjem inn under desse kategoriane. Dette kan kanskje tyda på at testen *Geometri og statistikk* er vanskelegare, trass i at den inneheld ein del færre oppgåver.

4.2.3 Kjønn

Diagramma under viser resultat i prosent for gutar og jenter kvar for seg.



Figur 4.19: Resultat for elevane i prosent (gutar) på testen *Geometri og statistikk* 4. klasse, sortert etter 2004.



Figur 4.20: Resultat for elevane i prosent (jenter) på testen *Geometri og statistikk* 4. klasse, sortert etter 2004.

Av diagramma over ser ein at vi får same tendens for gutane her som i den andre testen *Tal og algebra.* Grafen viser store individuelle skilnader og dette viser seg i store sprang på grafen. Her er nokre sprang for jentene også, men ikkje like store. Om ein ser nærare på grafen for jentene på, med spesielt fokus på 2005, har dei ei mindre spreiing enn gutane. I 2005 varierer resultata til jentene frå rundt 40 prosent av oppnåeleg poengsum til rundt 90 prosent, ein variasjon på om lag 50 prosent. Gutane varierar frå om lag 20 prosent til om lag 90 prosent, altså ein variasjon på om lag 70 prosent. Det verkar altså som om jentene stabiliserer poengsummen dei får på den siste testen meir enn kva gutane gjer. Om ein samanliknar dette med tabell 4.6, under ser ein at standardavviket for gjennomsnittet for jentene i 2005, er eit poeng mindre enn tilsvarande standardavvik for gutane, noko som også tyder på at spreiinga om gjennomsnittet i materialet er mindre, og data då ligg tettare. Det kan altså sjå ut til at jentene samlar seg meir om eit betre gjennomsnitt enn kva gutane gjer.

Det er berre fire av 27 jenter som ikkje har framgang i poengsummen, medan 12 av 34 gutar ikkje har framgang. Interessant er det at gutane som ikkje har framgang, er meir spreidde utover diagrammet, medan dei fire jentene som ikkje har framgang, er blant dei åtte beste jentene. Dette kan tyda på at poengsummen jentene fekk i 2005 er meir uavhengig av kva poengsum dei fekk i 2004 enn kva det er for gutane sin del.

Som tidlegare nemnt er det gutane som har størst spreiing i materialet. Eleven med best resultat er ein gut. Han har alt rett, men det er og ein gut som har den dårlegaste poengsummen. Det er vanskeleg å seia direkte ut frå diagrammet at jentene har ein større prosentvis framgang enn gutane, sjølv om dei på jamna har betre poengsum på testen 2005 enn på testen 2004, noko som tyder på at tendensen er der. I tabellen nedanfor gjekk den gjennomsnittlege poengsummen for jentene frå 11,2 til 16,2, altså ein auke på 5 poeng. Gutane gjekk frå 11,4 på testen 2004 til 14,7 på testen 2005, ein auke på 3,3 poeng. Det verkar som om jentene i snitt har ei større auke enn gutane. Dette tyder nok på at jentene har ei større auke i poengsummen enn kva gutane har. Jentene hadde også ein høgare gjennomsnittleg poengsum i 2005 enn gutane. Differansen var på eit og eit halvt poeng.

Tabell 4.6: Deskriptiv statistikk for poeng per elev, for gutar og jenter for båe testane (maksimal poengsum er 24).

Test	Elevgruppe	N	Minimum	Maksimum	Gjennomsnitt	Standardavvik
2004	Alle	61	2	20	11,3	4,4
2005	Alle	61	5	24	15,3	4,2
2004	Gutar	34	2	18	11,4	4,6
2005	Gutar	34	5	24	14,7	4,6
2004	Jenter	27	5	20	11,2	4,3
2005	Jenter	27	9	23	16,2	3,6

Om ein går inn og ser nærare på dei ulike verdiane i tabellen over, stig minimumsverdiane og maksimumsverdiane for både gutane og jentene. Medan minimumsverdiane for gutane har gått frå to poeng til fem poeng, gjekk jentene sine verdiar frå fem til ni poeng. Altså ligg jentene sin minimumsverdi konstant eit stykke over gutane sin. Maksimumsverdien til jentene har gått frå 20 til 23, medan gutane sin har gått frå 18 til 24. Det er med andre ord tydeleg at om ein har fokuset på enkeltindivid er det ein gut som har den største auken i poengsummen.

4.3 Utvikling i tal og algebra 7.klasse

I dette kapitlet vil eg gå nærare inn på generelle resultat frå testane *Tal og algebra* i 7. klasse, 2004 og 2005. Når det i dette delkapitlet vert vist til testen 2004 eller 2005 er det testen *Tal og algebra* i 7. klasse som vart gjennomført i 2004 eller den same testen gjennomført i 2005 det vert vist til.

Tabell 4.7: Deskriptiv statistikk for poeng per elev og for dei ulike elevgruppene for båe testane (maksimal poengsum er 61).

Test	Elevgruppe	N	Minimum	Maksimum	Gjennomsnitt	Standardavvik
2004	Alle	64	3	49	26,2	9,5
2005	Alle	64	10	55	32,6	10,7
2004	Nedste 1/3	24	3	23	16,7	5,8
2005	Nedste 1/3	24	10	37	22,7	6,6
2004	Midtre 1/3	22	24	30	27,6	2,1
2005	Midtre 1/3	22	23	45	34,4	6,2
2004	Øvste 1/3	18	31	49	37,1	5,1
2005	Øvste 1/3	18	30	55	43,7	6,4

På denne testen var gjennomsnittet i 2004 for alle elevane 26,5 poeng. Medan det i 2005 auka til 32,6 poeng. Det var altså ein auke på 6,1 poeng, noko som tilsvarar omtrent ein auke på 10 prosentpoeng. Her er altså ein tydeleg framgang i snittet. Standardavvika for dei ulike testane for alle elevane er store. Dei ligg båe rundt 10, noko som er nesten det dobbelte i høve til kva ein har hatt på dei førre testane. Dette kan forklarast med at poengskalaen på denne testen er mykje større enn på dei tidlegare testane. Minimums og maksimumsverdiane på denne testen varierer frå 3 poeng heilt opp til 55 poeng, noko som får direkte innverknad på standardavviket. Om ein omgjer standardavvika til prosent, finn ein at standardavvika i analysen så langt, har vore like for heile elevgruppa sett under eitt på testane. Dette tyder på at spreiinga i materialet er nokså lik for alle testane så langt.

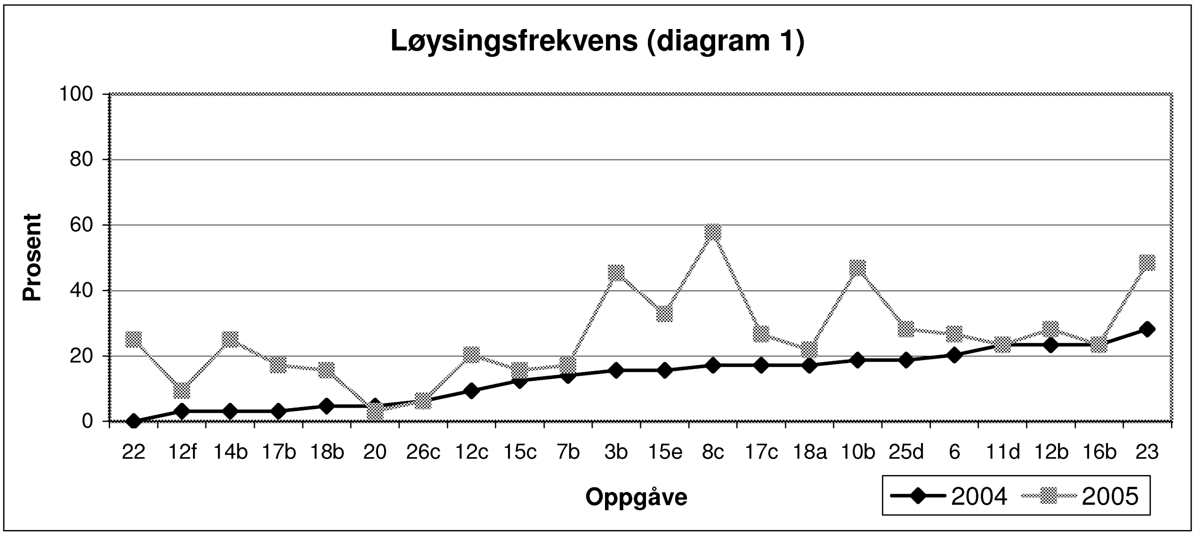
Noko som er interessant her, er den minste og største poengsummen. Minimumspoengsummen var tre poeng i 2004 og ti poeng i 2005. Dette fortel at eleven som gjorde det dårlegast i 2004 berre greidde å løysa tre deloppgåver. Tilsvarande for heile elevgruppa for 2005 var ti deloppgåver. Eit nærare innsyn i datamaterialet viser at det er to elevar som har poengsummen ti på testen 2005. Ein av desse hadde tre poeng på testen 2004. Han var den einaste eleven med berre tre poeng. Den maksimale poengsummen for heile gruppa i 2004 var 49 poeng, og i 2005 55 poeng. Altså er der ein framgang både i minimal poengsum og maksimal oppnådd poengsum. Om ein samanliknar den maksimale poengsummen med oppnåeleg poengsum på denne testen (61 poeng), er det faktisk ingen av elevane som greier å få alt rett. I testen *Tal og algebra* i fjerde klasse oppnådde minst ein elev den høgste poengsummen i 2005.

I dei ulike elevgruppene har maksimumsverdiane nokre markante skilnader. Den nedste tredjedelen har ein maksimumsverdi i 2004 på 23 poeng og i 2005 på 37 poeng, den midtre tredjedelen på 30 poeng i 2004 og på 45 poeng i 2005, medan den øvste tredjedelen hadde 49 poeng i 2004 og på 55 poeng i 2005. I maksimumsverdien er det her eit markant skilje mellom dei ulike gruppene, spesielt mellom dei to fyrste i høve til den øvste gruppa, medan maksimumsverdien har vore nokså like for gruppene i dei andre testane. Derimot ser ein at minimumsverdien tilsvarar det ein har funne i dei tidlegare testane, nemleg at det er berre den nedste gruppa som har auke i den verdien.

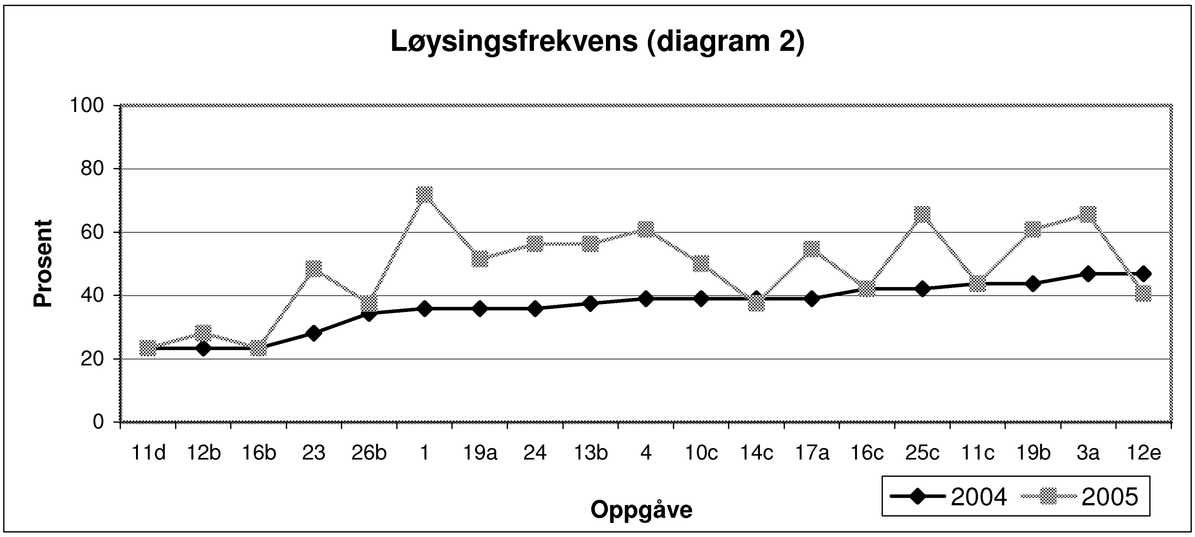
Den viktigaste observasjonen ut frå denne tabellen finn ein i gjennomsnittet for dei tre elevgruppene. I båe testane i fjerde klasse var der ein tendens til at det var dei svake elevane som hadde størst framgang med størst auke i gjennomsnittleg poengsum frå 2004 til 2005. Den midtre og den øvste elevgruppa har derimot ikkje hatt noko særleg framgang i gjennomsnittet, eller faktisk ein liten tilbakegang. På denne testen viser det seg at alle gjennomsnitta aukar med om lag med seks poeng frå 2004 til 2005. Det tyder på at det har vore ei jamn auke i alle tre elevgruppene.

4.3.1 Oppgåver

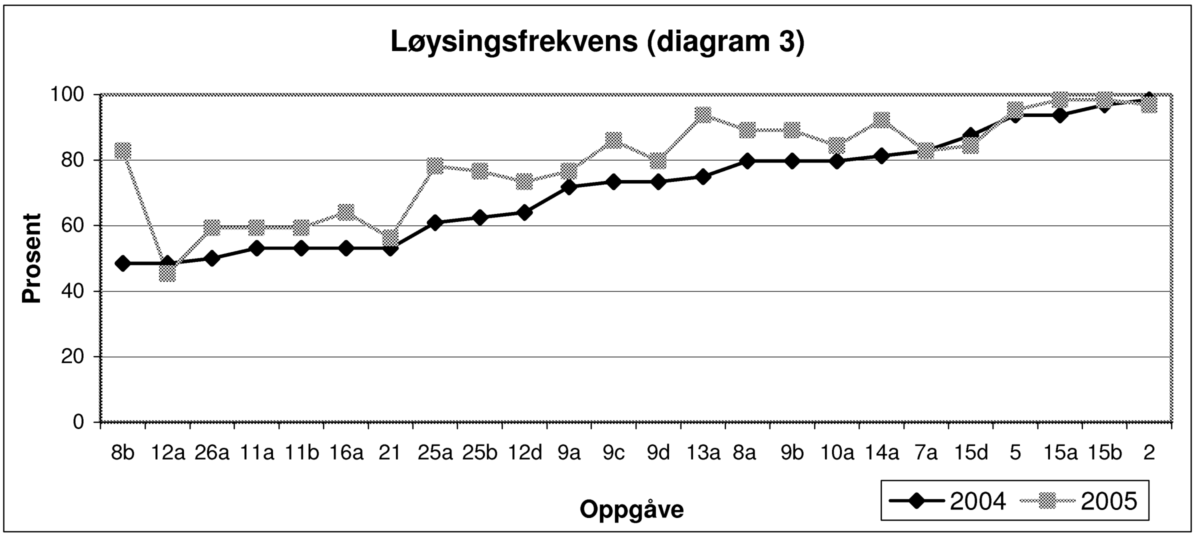
I dette delkapitlet vil eg sjå nærare på diagram som viser heile testen *Tal og algebra* i 7. klasse med vinkling på framgang mellom dei ulike oppgåvene. For analyse av enkeltoppgåver sjå kapittel fem. Denne testen inneheld så mange oppgåver at det er naudsynt å nytta tre diagram for å få med alle oppgåvene.



Figur 4.21: Løysingsfrekvens for kvar oppgåve i testen *Tal og algebra* 7. klasse, sortert etter 2004 (diagram 1). Alle 64 elevar.



Figur 4.22: Løysingsfrekvens for kvar oppgåve i testen *Tal og algebra* 7. klasse, sortert etter 2004 (diagram 2). Alle 64 elevar.

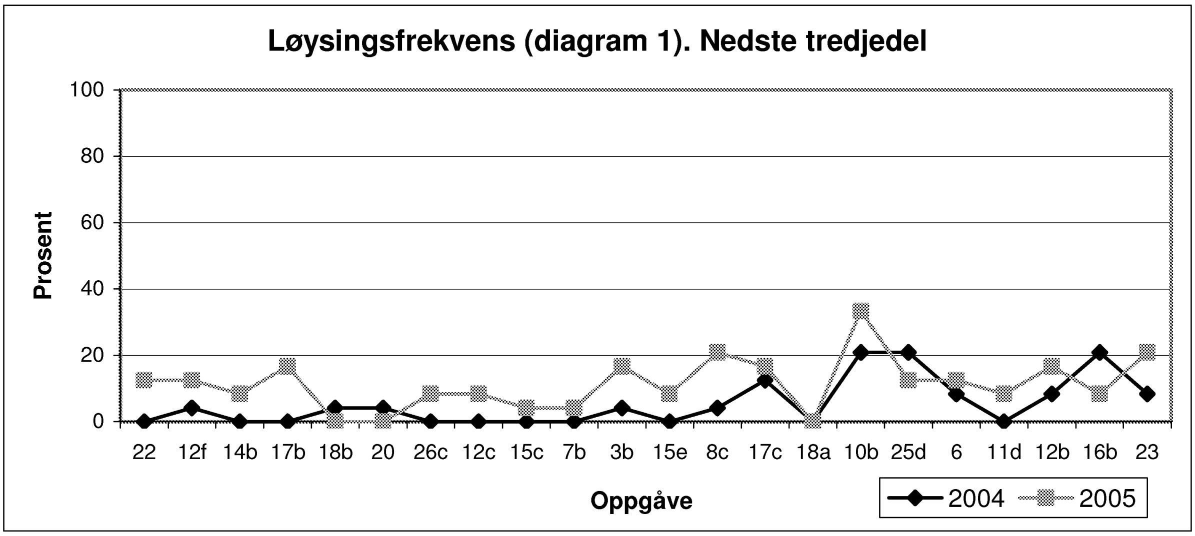


Figur 4.23: Løysingsfrekvens for kvar oppgåve i testen *Tal og algebra* 7. klasse, sortert etter 2004 (diagram 3). Alle 64 elevar.

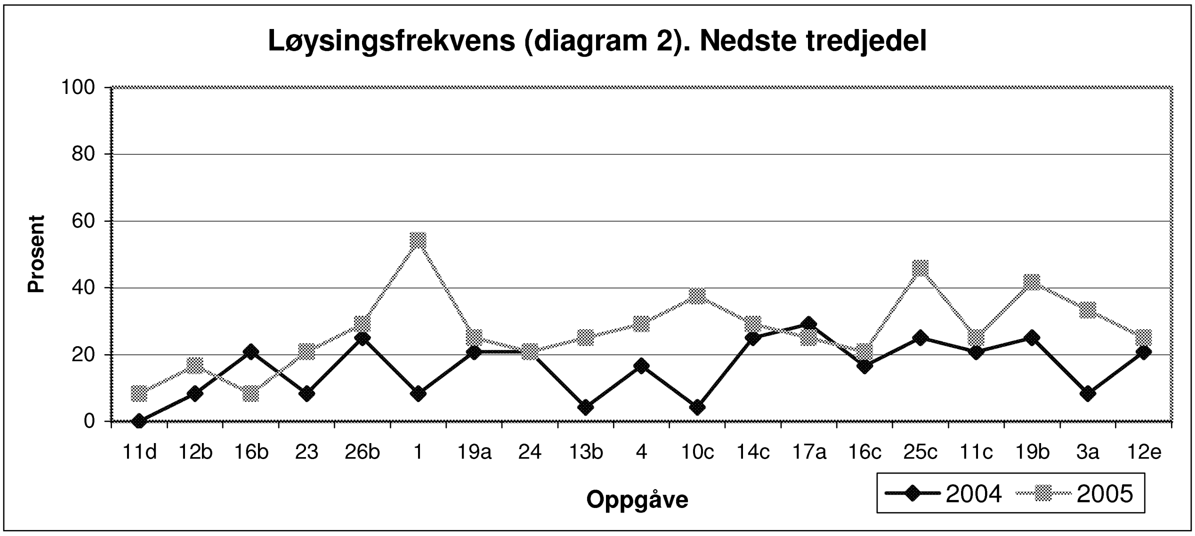
Noko av det ein fyrst legg merka til i desse diagramma over (figur 4.21, 4.22 og 4.23) er at vi ikkje finn den store framgangen som det var på fleire av oppgåvene på båe testane (både *Geometri og statistikk* og *Tal og algebra*) i fjerde klasse. Her er berre nokre få oppgåver med ein auke i løysingsfrekvensen på over 20 prosentpoeng frå 2004 til 2005. På same tid er her heller ikkje oppgåver med nokon særleg tilbakegang i løysingsfrekvensen. Dei fleste oppgåvene har ein framgang i løysingsfrekvensen på mellom 0 og 15 prosentpoeng. Som i dei tidlegare testane finn vi ein tendens til at framganen minkar når løysingsfrekvens oppgåvene hadde i 2004 aukar. Dette kan nok delvis forklarast med at terskelen er høgare for å auka løysingsfrekvens på ei oppgåve som allereie har ein høg løysingsfrekvens enn på ei oppgåve som i utgangspunktet hadde låg løysingsfrekvens.

Dei oppgåvene som har størst auke i løysingsfrekvensen finn ein igjen i alle dei tre diagramma (figur 4.21, 4.22 og 4.23), om enn noko sjeldnare i dei siste, sidan løysingsfrekvensen der var høgare i 2004. Likevel finst det slike oppgåver i alle dei tre diagramma. Med andre ord er det ingen nødvendig samanheng mellom lav løysingsfrekvens i 2004 og stor framgang. Det motsette her kan nok vera lett å anta, særleg frå eit pedagogisk syn. Dette heng truleg saman med at det er fleire elevar som ikkje har greidd oppgåva i utgangspunktet, og difor kan det vera ein større sjanse for at nokre elevar greier oppgåva rett neste gong. Ei anna sak som utmerker seg, er at det er mange oppgåver som har veldig låg løysingsfrekvens på testen i 2004. Omtrent to tredjedel av oppgåvene har ein løysingsfrekvens på under 50 prosentpoeng i 2004. Dette tyder på at testen i utgangspunktet er vanskeleg for elevane.

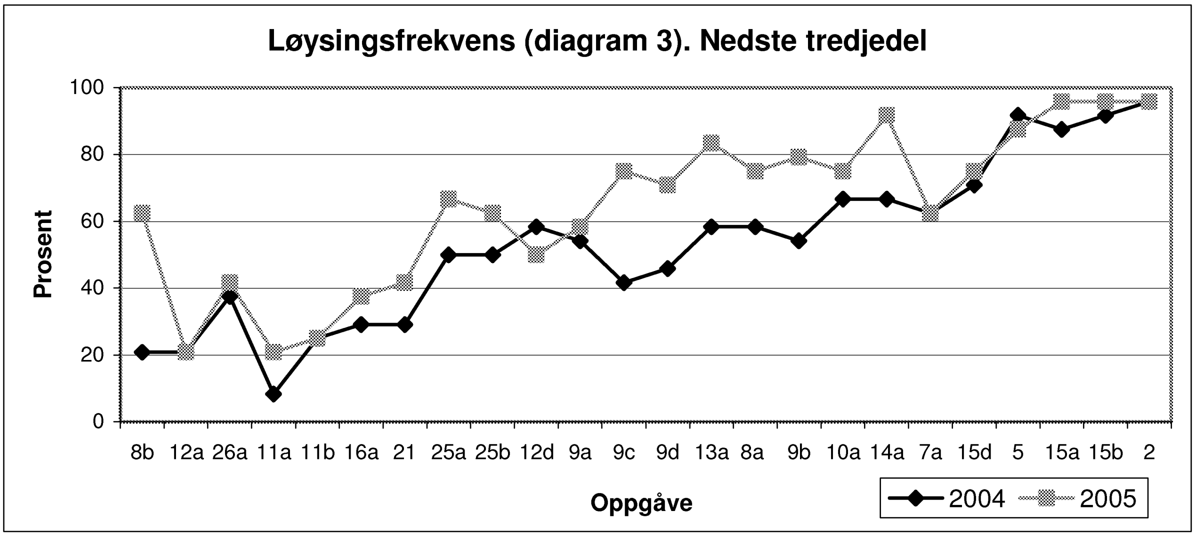
Også i denne testen finn ein at det ikkje er mange oppgåver som har over 80 prosentpoeng i løysingsfrekvens i 2004. Dette kan tyda på at testen er vanskelegare for elevane enn testen i tilsvarande emne er for elevane i fjerde klasse. Ei anna sak som tyder på dette er at det ikkje finst oppgåver som absolutt alle elevane greier. Eit par av oppgåvene har riktig nok ein løysingsfrekvens på opp mot 100 prosent. Men det er alltid minst ein elev som ikkje får til dei oppgåvene.



Figur 4.24: Løysingsfrekvens for kvar oppgåve i testen *Tal og algebra* 7. klasse, sortert etter 2004. Nedste tredjedel (24 elevar, diagram 1).



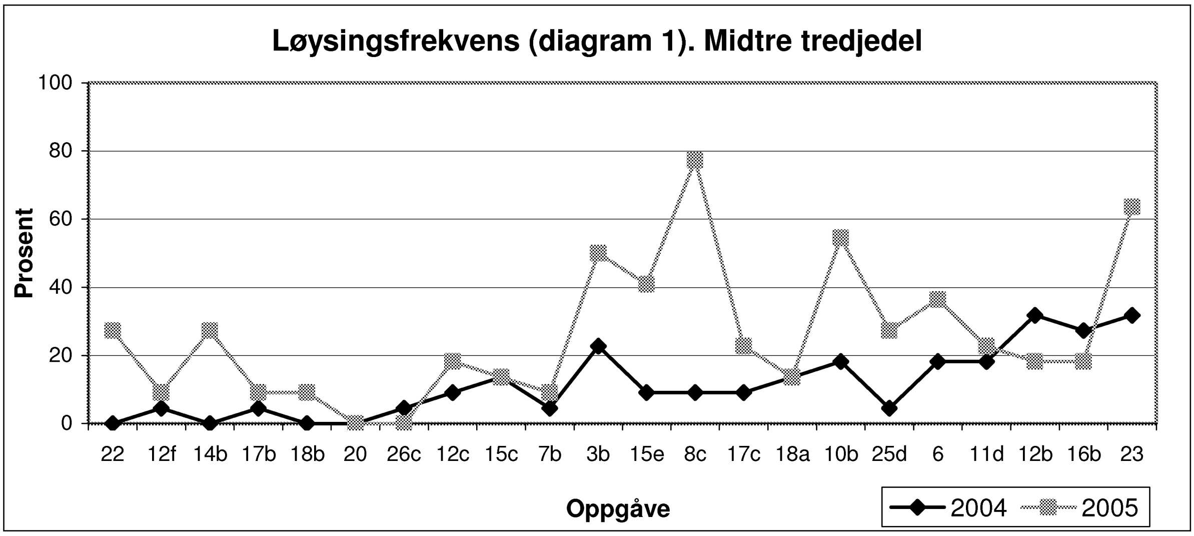
Figur 4.25: Løysingsfrekvens for kvar oppgåve i testen *Tal og algebra* 7. klasse, sortert etter 2004. Nedste tredjedel (24 elevar, diagram 2).



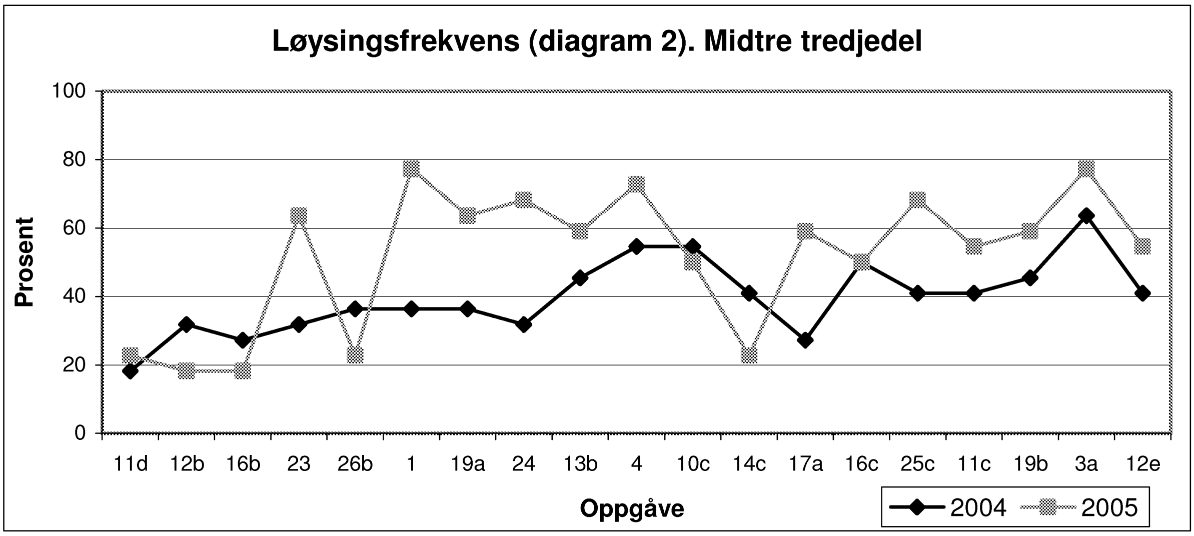
Figur 4.26: Løysingsfrekvens for kvar oppgåve i testen *Tal og algebra* 7. klasse, sortert etter 2004. Nedste tredjedel (24 elevar, diagram 3).

Noko av det som peikar seg mest ut i desse diagramma for den nedste tredjedelen av elevane, er at det er veldig mange oppgåver med veldig låg løysingsfrekvens for båe testane. I det fyrste diagrammet er der nesten ingen oppgåver som har ein løysingsfrekvens på over 20 prosent. I det andre diagrammet er der berre nokre få oppgåver som har ein løysingsfrekvens på over 30 prosent. Det er fyrst i det tredje diagrammet ein kan finna oppgåver med høg løysingsfrekvens. Men til gjengjeld spenner løysingsfrekvensen i det tredje diagrammet nesten over heile spekteret frå om lag ti prosent og heilt opp i nesten 100 prosent.

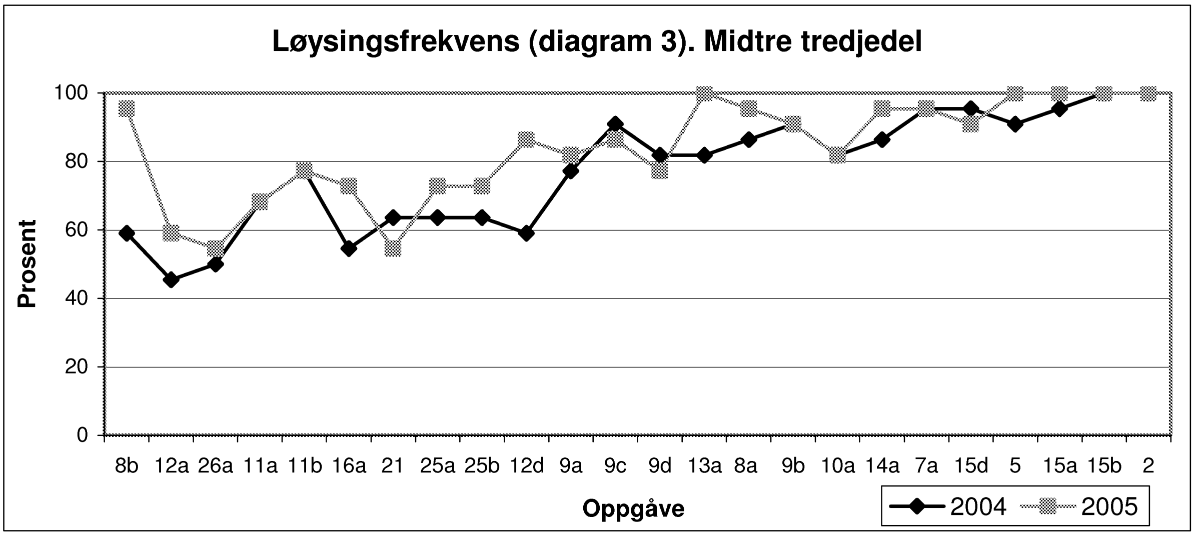
Dei få oppgåvene som utmerker seg med stor auke i løysingsfrekvens, er dei same oppgåvene som utmerker seg i diagramma som gjeld for alle elevane. Difor er der ingen oppgåver desse elevane er åleine om å ha stor framgang. Ei sak som går igjen i alle dei tre diagramma er at båe grafane ligg veldig tett. På dei fleste oppgåvene er variasjonane i løysingsfrekvensen på under 10 prosentpoeng. Dei variasjonane som er i diagrammet, er for det meste positive, slik at det vert registrert som auke i løysingsfrekvensen. Det er heller ingen store hopp i løysingsfrekvensane, slik som det har vore ein tendens til i tidlegare testar.



Figur 4.27: Løysingsfrekvens for kvar oppgåve i testen *Tal og algebra* 7. klasse, sortert etter 2004. Midtre tredjedel (22 elevar, diagram 1).



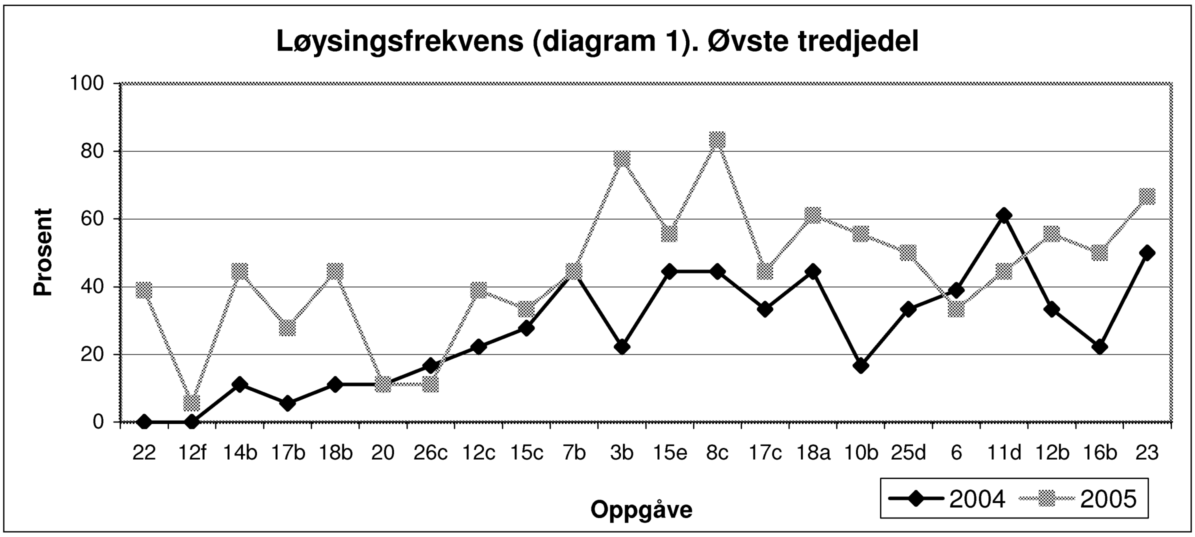
Figur 4.28: Løysingsfrekvens for kvar oppgåve i testen *Tal og algebra* 7. klasse, sortert etter 2004. Midtre tredjedel (22 elevar, diagram 2).



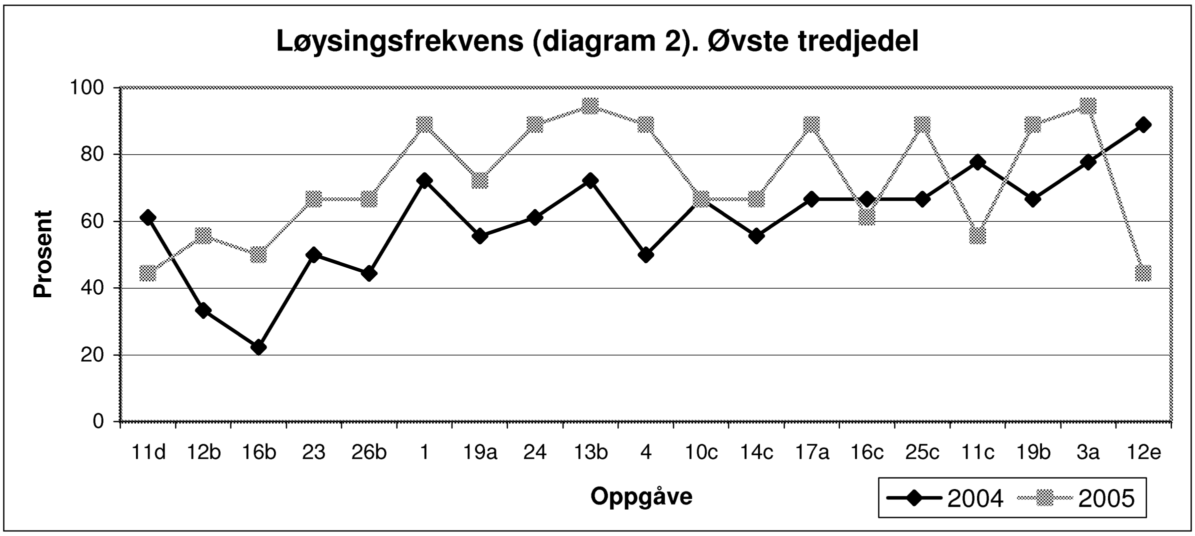
Figur 4.29: Løysingsfrekvens for kvar oppgåve i testen *Tal og algebra* 7. klasse, sortert etter 2004. Midtre tredjedel (22 elevar, diagram 3).

I dei to fyrste diagramma over er det ikkje lenger slik at grafane ligg ganske tett samla. Her er det store variasjonar frå oppgåve til oppgåve, og grafane gjer store hopp frå ei oppgåve med stor framgang til ei oppgåve med nesten ingen framgang i det heile. I det fyrste diagrammet har dei fleste oppgåvene ein løysingsfrekvens på under 30 prosentpoeng, noko som også er tendensen om ein samanliknar med tilsvarande diagram for alle elevane. Dette ville ein i utgangspunktet tru var lite, spesielt i og med at desse testane er laga spesielt for 7. klasse. Det tyder altså på at det i slutten av skuleåret enno kan vera mange misoppfatningar som ein del elevar enno slit med. Desse burde eigentleg vore oppklart i løpet av skuleåret.

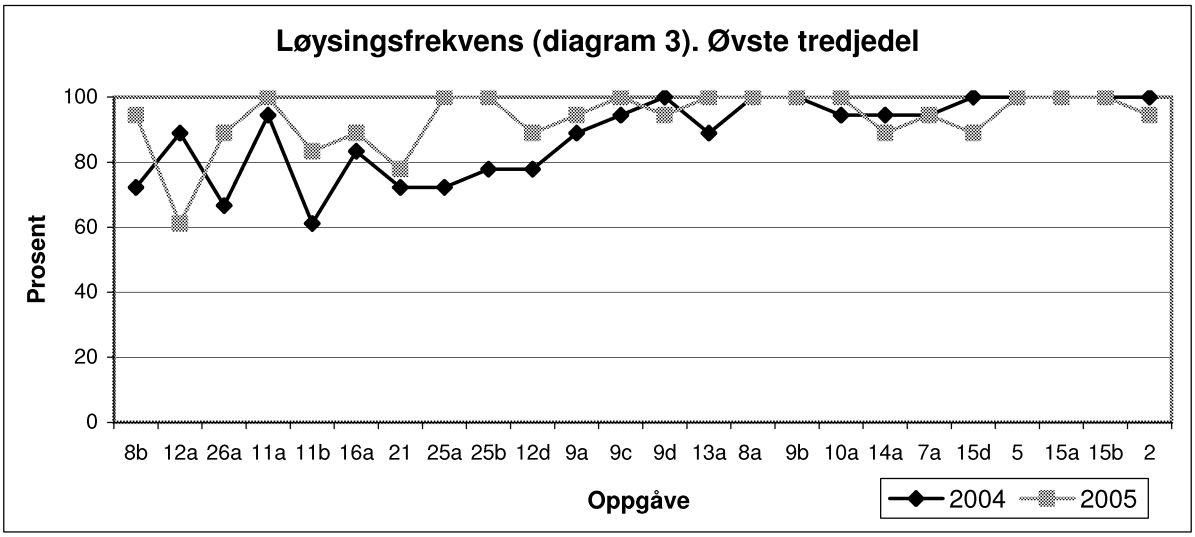
I denne elevgruppa er det ein del fleire oppgåver med tilbakegang i løysingsfrekvens enn kva den nedste elevgruppa har. Denne tilbakegangen er også som oftast ein del større. På same tid har desse elevane fleire oppgåver med ein stor auke i løysingsfrekvens, slik at om ein ser berre på gjennomsnittet i tabell 4.7 vil nok ikkje alle perspektiv koma fram. Ut frå gjennomsnittet ville ein nok tru at her var yttarst få oppgåver med tilbakegang. Men sidan framgangen på fleire av oppgåvene er stor, er desse med på å dra opp gjennomsnittet. Det er fyrst når ein kjem over i det tredje diagrammet at grafane byrjar å nærma seg kvarandre slik vi såg tendensar til i diagramma for den nedste tredjedelen av elevane. Men trass i at det er store variasjonar følgjer desse diagramma jamt over hovudtendensen for heile elevgruppa meir enn kva den nedste elevgruppa gjorde.



Figur 4.30: Løysingsfrekvens for kvar oppgåve i testen *Tal og algebra* 7. klasse, sortert etter 2004. Øvste tredjedel (18 elevar, diagram 1).



Figur 4.31: Løysingsfrekvens for kvar oppgåve i testen *Tal og algebra* 7. klasse, sortert etter 2004. Øvste tredjedel (18 elevar, diagram 2).



Figur 4.32: Løysingsfrekvens for kvar oppgåve i testen *Tal og algebra* 7. klasse, sortert etter 2004. Øvste tredjedel (18 elevar, diagram 3).

Diagramma for den øvste tredjedelen viser eit klart betre resultat. Men likevel er her oppgåver der veldig få av elevane greier å svara rett. Sant nok er det dei same oppgåvene som alle elevane slit med, men ein skulle jo tru at fleire elevar i den øvste tredjedelen greidde desse oppgåvene. Men der er ei nokolunde bra auke i løysingsfrekvensen på fleire av oppgåvene som var vanskelegast i 2004.

Spesielt i dei to fyrste diagramma er her ganske store variasjonar frå oppgåve til oppgåve, men dei er ikkje så store som vi såg i ein del av diagramma frå testane i fjerde klasse. I diagramma for den nedste elevgruppa er det særleg diagram tre som har stor spreiing, i den midtre elevgruppa er det diagram to, medan i den øvste elevgruppa er det diagram ein som har den største spreiinga. Poenget her er at den nedste elevgruppa har størst variasjon i dei enklaste oppgåvene, medan den øvste elevgruppa har størst variasjon i dei vanskelegaste oppgåvene.

Jamt over er det ein god framgang på dei fleste oppgåvene, men også her er det nokre oppgåver med tilbakegang. Her er spesielt ei oppgåve med ein veldig tilbakegang, nemleg oppgåve 12e. Den har ein tilbakegang i løysingsfrekvens frå 89 prosent i 2004 til 44 prosent i 2005. Det var med andre ord under halvparten av elevane som greidde denne oppgåva i 2004, som og greidde ho i 2005, noko som er ein stor tilbakegang. Om ein samanliknar med diagramma for dei to andre elevgruppene, har båe desse gruppene i alle fall ein liten framgang. For denne oppgåva ligg faktisk løysingsfrekvensen for den midtre elevgruppa i 2005 11 prosentpoeng over løysingsfrekvensen i den øvste elevgruppa.

Oppgåver med stor framgang

No vil eg sjå nærare på kva oppgåver som har stor framgang i løysingsfrekvens frå testen 2004 til testen 2005.

Tabell 4.8: Oppgåver med stor framgang i testen *Tal og algebra* i sjuande klasse. Kva som vert testa er henta frå tabell 3.4.

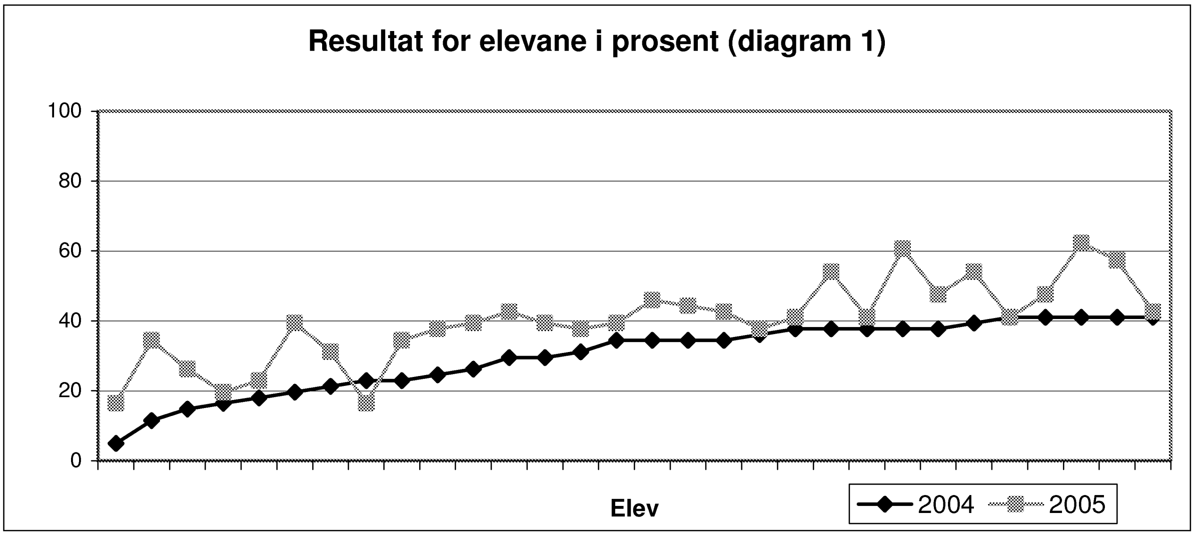
Oppgåve:	Framgang frå 2004 til 2005 i prosentpoeng:	Kva som vert testa:	Prosedyre eller omgrep?
1	36	Forståing av desimalnotasjon	Omgrep
3a	19	Samanlikna storleiken til tal med ulikt tal desimalar	Omgrep
3b	30	Samanlikna storleiken til tal med ulikt tal desimalar	Omgrep
4	22	Samanlikna storleiken til tal med ulikt tal desimalar	Omgrep
8b	34	Lesa av desimaltal på ei tallinje	Omgrep
8c	41	Lesa av desimaltal på ei tallinje	Omgrep
10b	28	Multiplikasjon med heile tal	Prosedyre
13a	19	Forstå brøkomgrepet	Omgrep
13b	19	Forstå brøkomgrepet og likeverdige brøkar	Omgrep
14b	22	Rekning med brøk (subtraksjon)	Prosedyre
15e	17	Oppdag mønster i ei talrekke	Omgrep
17a	16	Val av rekneuttrykk til ei tekstoppgåve	Omgrep
19a	16	Bruk av dei fire rekneartane i tekstoppgåver, val av løysingsstrategi	Omgrep og prosedyre
19b	17	Bruk av dei fire rekneartane i tekstoppgåver, val av løysingsstrategi	Omgrep og prosedyre
22	25	Rekneforteljing, finna ein passande realistisk situasjon	Omgrep
23	20	Bruk av dei fire rekneartane i tekstoppgåver, val av løysingsstrategi	Omgrep og prosedyre
24	20	Bruk av dei fire rekneartane i tekstoppgåver, val av løysingsstrategi	Omgrep og prosedyre

25a	17	Finne tal representert ved rute (prealgebra), prioritet av rekneoperasjonar	Omgrep og prosedyre
25c	23	Finne tal representert ved rute (prealgebra), prioritet av rekneoperasjonar	Omgrep og prosedyre

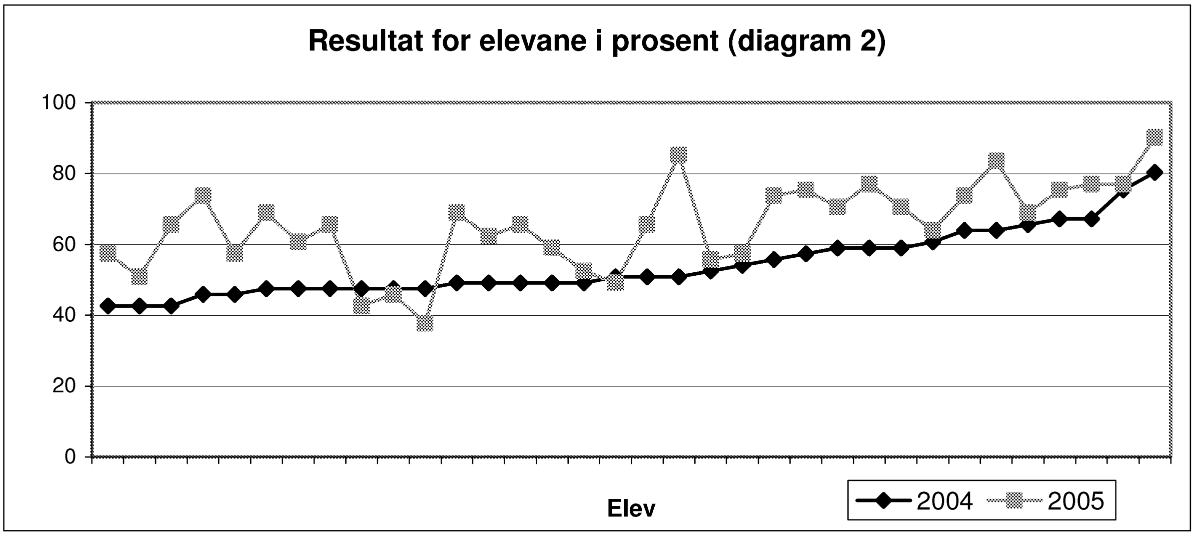
I denne tabellen er det mange oppgåver som i hovudsak går på omgrep, men her er og ein aukande del, i høve til dei tre andre testane, av oppgåver med innslag av prosedyrisk kunnskap. Mange av oppgåvene i denne tabellen går mellom anna på forståinga av desimalnotasjon og desimaltal, noko som tyder på at elevane i sjuande klasse utviklar seg ganske mykje med tanke på dette emnet. Fleire av oppgåvene i tabellen tek utgangspunkt i brøk på ulike måtar, slik at også innan temaet brøk utviklar elevane seg ganske mykje i løpet av sjuande klasse. Eit anna tema som også går igjen i tabellen, er å formulera og forstå matematisk tekst, nærare bestemt tekstoppgåver og rekneforteljingar. Desse oppgåvene går ganske godt i lag med ei av kompetansane til Højgaard Jensen og Niss (2002), nemleg symbol- og formalismekompetansen, som mellom anna går ut på å kunna oversetja mellom matematisk språk og vanleg språk.

4.3.2 Elevar

I dette kapitlet vil eg sjå på resultata til elevane. Her vert presentert to diagram som viser poengfordelinga for kvar elev i prosent for båe testane. Ved rett svar gjev kvar deloppgåve eit poeng. Om det er interesse for å sjå kva svar som gjev poeng kan det sjekkast i vedlegg 4.3: Frekvenstabellar og stolpediagram for testen *Tal og algebra* i 7. klasse. I grunnskulen har ein i KUL-LCM-prosjektet valt å la alle dei delvis rette svara også gje eit poeng, slik at alle einsifra kodar (med unntak av 0) gjev eleven eit poeng. Maksimal poengsum på denne testen er 61 poeng og tilsvarar 100 prosent.



Figur 4.33: Resultat for elevane i prosent på testen *Tal og algebra* 7. klasse, sortert etter 2004. Diagram 1.



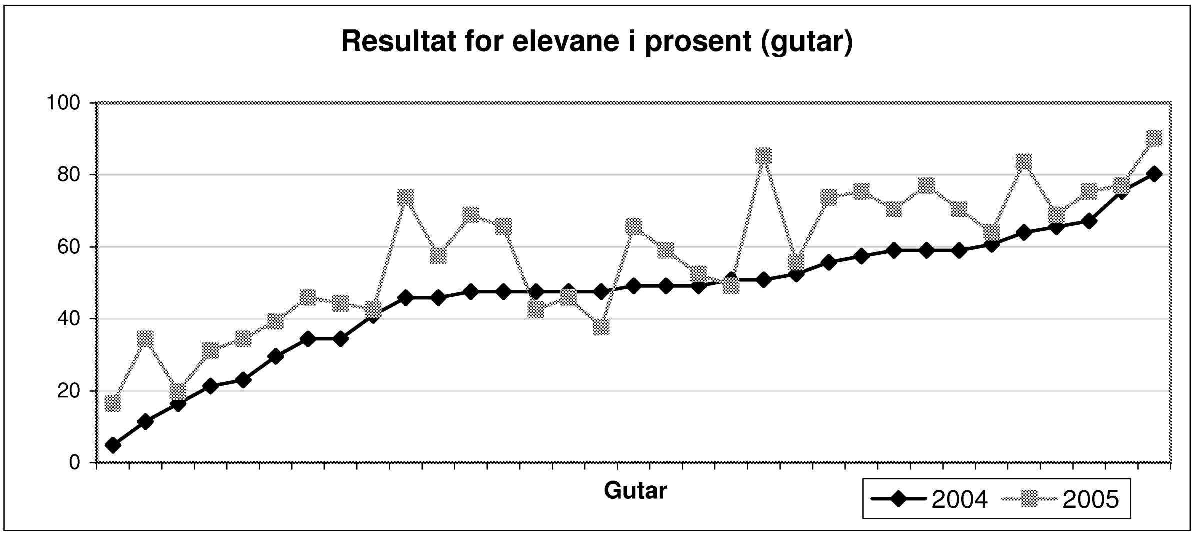
Figur 4.34: Resultat for elevane i prosent på testen *Tal og algebra* 7. klasse, sortert etter 2004. Diagram 2.

Noko av det som utmerker seg mest med diagramma over, er at der er framgang over heile linja. Der er like mykje framgang mellom dei sterke elevane som mellom dei svake elevane. Den største skilnaden mellom svake og sterke elevar ligg nok i at dei elevane som har den største framgangen i hovudsak er blant elevane i diagram to, altså dei sterke elevane. Men på same tid er det også i diagram to at der er størst skilnader frå elev til elev. Ein finn gjerne hopp på over 20 prosentpoeng frå ein elev til ein annan på testen 2005 her. Sjølv om der er nokre ujamnskapar i diagram ein, er det dette diagrammet som har jamnast graf for testen 2005. Hugs frå tabell 4.7 at det var den midtre elevgruppa, altså dei elevane som ligg øvst i diagram ein og nedst i diagram to, som hadde størst auke i gjennomsnittleg poengsum frå testen 2004 til testen 2005. Medan dei to andre gruppene følgde hakk i hel. Dette stemmer med diagramma over, i og med at på dei plassane i diagramma er det elevar med ganske stor framgang. På same tid er der få elevar med liten framgang, og ingen elevar med direkte tilbakegang, slik ein finn i dei andre elevgruppene.

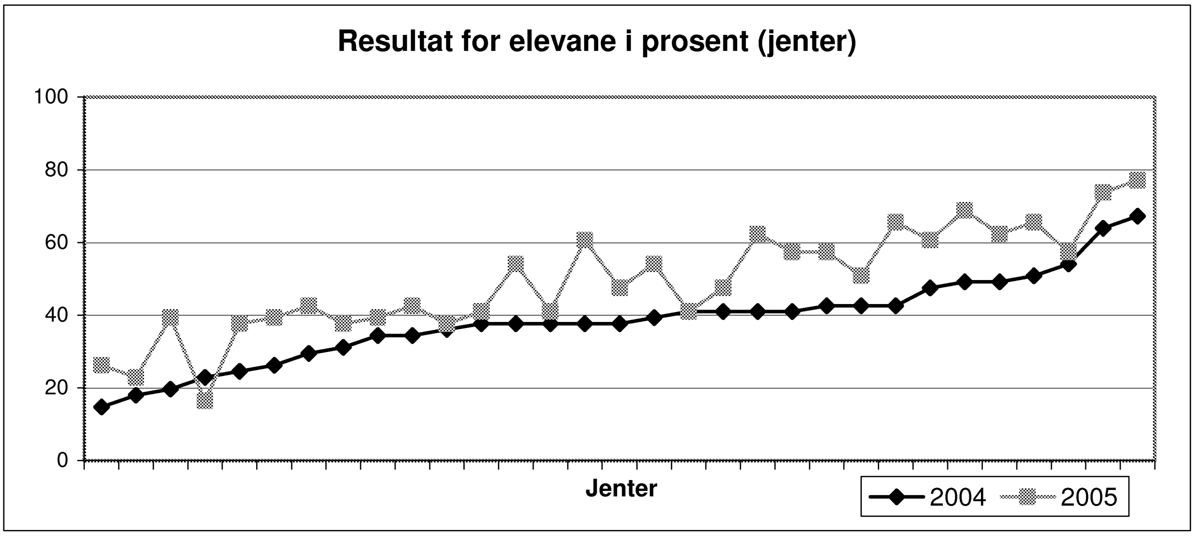
Ei anna sak som er verdt å merka seg i diagramma over, er at det jamt over er ganske låge poengsummar. Omtrent tre fjerdedelar av alle elevane (om ein ser båe diagramma under eitt) ligg på under 60 prosent av oppnåeleg poengsum. Om ein ser på båe testane (2004 og 2005) samla, er det berre ein fjerdedel av elevane (64+64 elevar) som har løyst over 60 prosent av oppgåvene. Dette må kunna seiast er i det minste laget sidan testane er laga for 7. klasse. Det er også yttarst få elevar som har over 80 prosent av oppgåvene rette, nemleg berre tre elevar i 2005, og ein elev som har akkurat 80 prosent av oppgåvene rett i 2004. På same tid er det berre om lag ni elevar, altså tre elevar i 2005 og seks elevar i 2004 (to av desse er dei same), som har svara rett på under 20 prosent av oppgåvene.

4.3.3 Kjønn

I tillegg til å sjå om elevane har utvikla seg i løpet av året er det interessant å sjå om der er nokre spesielle skilnader mellom kjønna.



Figur 4.35: Resultat for elevane i prosent (gutar) på testen *Tal og algebra* 7. klasse, sortert etter 2004.



Figur 4.36: Resultat for elevane i prosent (jenter) på testen *Tal og algebra* 7. klasse, sortert etter 2004.

Det er i diagrammet for gutane at ein finn dei største variasjonane i grafen for 2005. Ein finn gjerne eit sprang frå ein elev til neste på oppunder 40 prosentpoeng på testen 2005, trass i at desse elevane gjorde det tilnærma likt på testen 2004. Grafane til jentene ligg jamnare og har nesten ikkje sprang frå ein elev til neste i 2005 på over 20 prosentpoeng. Det er blant gutane vi finn dei elevane som har høgst poengsum i både testane. Frå tabellen under har gutane ein maksimal poengsum på 49 poeng i 2004 og på 55 poeng i 2005, medan jentene har maksimal poengsum på 41 poeng i 2004 og på 47 poeng i 2005. Den høgste poengsummen er betydeleg lågare for jentene. Tilsvarande er den minste poengsummen i 2004 for gutane tre poeng, og for jentene ni poeng. I 2005 hadde båe gruppene ein lik minste poengsum på ti poeng.

Det er gutane som har flest elevar med liten eller ingen framgang, men på same tid er elevane som har størst framgang også gutar. Dette gjer at dei dårlegaste og dei beste elevane på ein måte vert oppheva av kvarandre om ein ser på gjennomsnittet. Resultatet i dei to diagramma over varierer, for gutane sin del, frå om lag 15 prosent til om lag 90 prosent, medan det for jentene sin del varierer omtrent frå 20 prosent til omtrent 80 prosent. Det verkar som om jentene har mindre spreiing i materialet enn kva gutane har. Dette vert også bekrefta i tabellen under, der jentene har eit standardavvik på omtrent 3 poeng under gutane sitt standardavvik.

Tabell 4.9: Deskriptiv statistikk for poeng per elev og for gutar og jenter for båe testane (maksimal poengsum er 61).

Test	Elevgruppe	N	Minimum	Maksimum	Gjennomsnitt	Standardavvik
2004	Alle	64	3	49	26,2	9,5
2005	Alle	64	10	55	32,6	10,7
2004	Gutar	33	3	49	28,7	10,6
2005	Gutar	33	10	55	35,0	11,7
2004	Jenter	31	9	41	23,5	7,3
2005	Jenter	31	10	47	30,1	8,9

I diagramma over (figur 4.35 og 4.36) kan ein, trass i større variasjonar, sjå at gutane har ein poengsum som ligg over det jentene har. I tabell 4.9 finn ein at gjennomsnittet til gutane i 2004 var på 28,7 poeng, medan tilsvarande for jentene var 23,5 poeng. Altså hadde gutane i gjennomsnitt over fem poeng meir enn jentene. I den gjennomsnittlege poengsummen for testen 2005 hadde gutane 35 poeng mot jentene sine 30,1 poeng. Altså framleis eit skilje på om lag fem poeng mellom dei to gruppene. Det ser frå dette datamaterialet ut som om gutane gjer det samla sett betre enn jentene på denne testen. Men sidan her berre er om lag 30 elevar av kvart kjønn som er med på båe testane er det vanskeleg å seia om dette er signifikant eller ikkje. Men datamaterialet tyder på at der er ein reell skilnad mellom kjønna.

4.4 Utvikling i Geometri og statistikk 7.klasse

I dette kapitlet vil eg gå nærare inn på generelle resultat frå testane *Geometri og statistikk* i 7. klasse, 2004 og 2005. Når det i dette delkapitlet vert vist til testen 2004 eller 2005, er det testen *Geometri og statistikk* i 7. klasse som vart gjennomført i 2004 eller den same testen gjennomført i 2005 det vert sikta til.

Tabell 4.10: Deskriptiv statistikk for poeng per elev og for dei ulike elevgruppene for båe testane (maksimal poengsum er 29).

Test	Elevgruppe	N	Minimum	Maksimum	Gjennomsnitt	Standardavvik
2004	Alle	65	4	27	16,4	5,5
2005	Alle	65	4	28	19,7	4,9
2004	Nedste 1/3	20	4	14	9,9	3,6
2005	Nedste 1/3	20	4	24	15,6	4,9
2004	Midtre 1/3	24	15	18	16,8	1,0
2005	Midtre 1/3	24	15	24	19,4	2,7
2004	Øvste 1/3	21	19	27	22,1	2,6
2005	Øvste 1/3	21	16	28	23,9	2,8

Her ser vi at minst poengsum i 2004 var på fire poeng. Med nærare ettersyn i materialet viser det seg at det var to elevar som fekk denne poengsummen. Eit interessant punkt her er at minimumspoengsummen i 2005 er framleis på berre fire poeng, noko som er uvanleg i høve til dei tre andre testane. Dei har alle ein auke i minimumspoengsummen. Med nærare ettersyn viser det seg at det er ein av dei elevane som hadde fire poeng i 2004, som også hadde det i 2005. Dette er altså den fyrste testen der den eleven som hadde dårlegast poengsum i 2004 ikkje har forbetra seg til testen 2005. Maksimumspoengsummen går frå 27 poeng i 2004 til 28 poeng i 2005, altså ei lita auke. Det som er interessant her, er at som i testen *Tal og algebra* i sjuande klasse har heller ingen elevar i denne testen greidd å få full poengsum som på denne testen er 29 poeng. Men det er ikkje like langt frå i denne testen som på testen *Tal og algebra* for sjuande klasse.

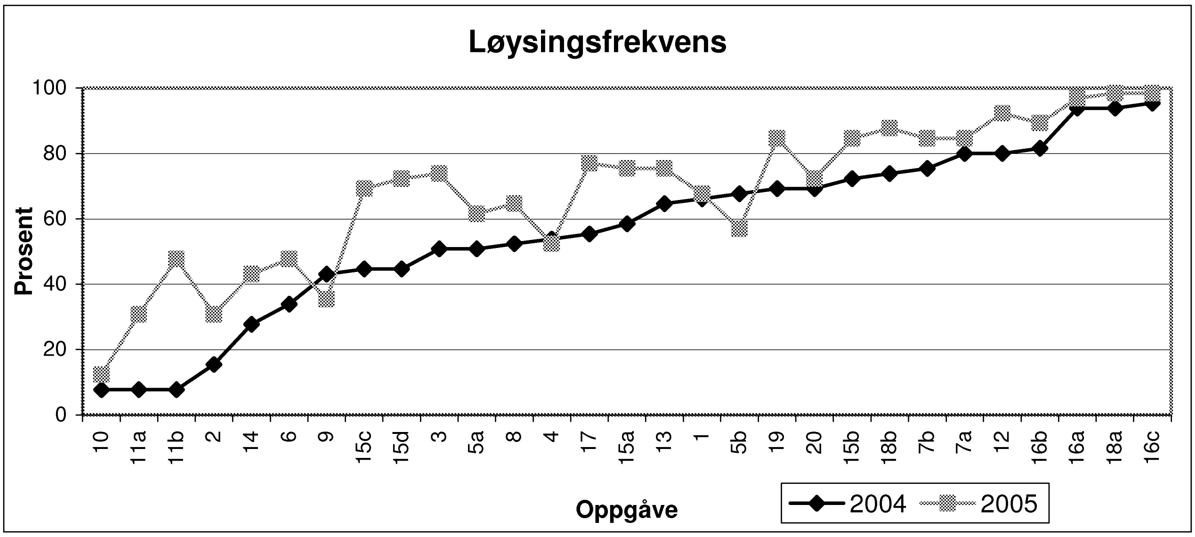
Gjennomsnittspoengsummen for alle elevane har gått opp frå 16,4 poeng i 2004 til 19,7 poeng i 2005, altså ein framgang på 3,3 poeng i løpet av dette året. 3,3 poeng tilsvarar omtrent ein framgang på 11 prosentpoeng, noko som er i same klasse som framgangen på dei andre testane (varierer mellom 7 og 16 prosent). Det er heller ikkje store skilnader mellom standardavvika for alle elevane for dei to ulike testane.

I minimumspoengsummen for den nedste elevgruppa er det, som tidlegare nemnt, ikkje framgang. Det er heller inga auke i den minste poengsummen for den midtre gruppa, denne ligg konstant på 15 poeng. Med eit nærare ettersyn i datamaterialet kjem det fram at det ikkje er den same eleven som har denne poengsummen. For den øvste gruppa er der ein tilbakegang i den minste poengsummen, frå 19 poeng i 2004 til 16 poeng i 2005. Den maksimale poengsummen aukar for alle gruppene. Men den største auken er det den nedste elevgruppa som har, ho aukar med heile ti poeng. Den midtre gruppa aukar med seks poeng og den øvste med eitt poeng. At den øvste gruppa ikkje aukar meir, kan ha samanheng med at den er berre eitt poeng frå maksimal oppnåeleg poengsum for heile gruppa.

Den gjennomsnittlege poengsummen for dei tre ulike gruppene aukar. Den største auken er i den nedste gruppa, der den gjennomsnittlege poengsummen går frå 9,9 poeng til 15,6 poeng, altså ein auke på 5,7 poeng. Den midtre gruppa aukar som sagt også litt. Ho går frå 16,8 poeng i 2004 til 19,4 poeng i 2005, altså ein auke på 2,6 poeng. Den minste auken er det den øvste elevgruppa som har, denne går frå 22,1 poeng til 23,9 poeng, altså ein auke på 1,8 poeng. Det er tydeleg at det er den nedste elevgruppa som har størst framgang.

4.4.1 Oppgåver

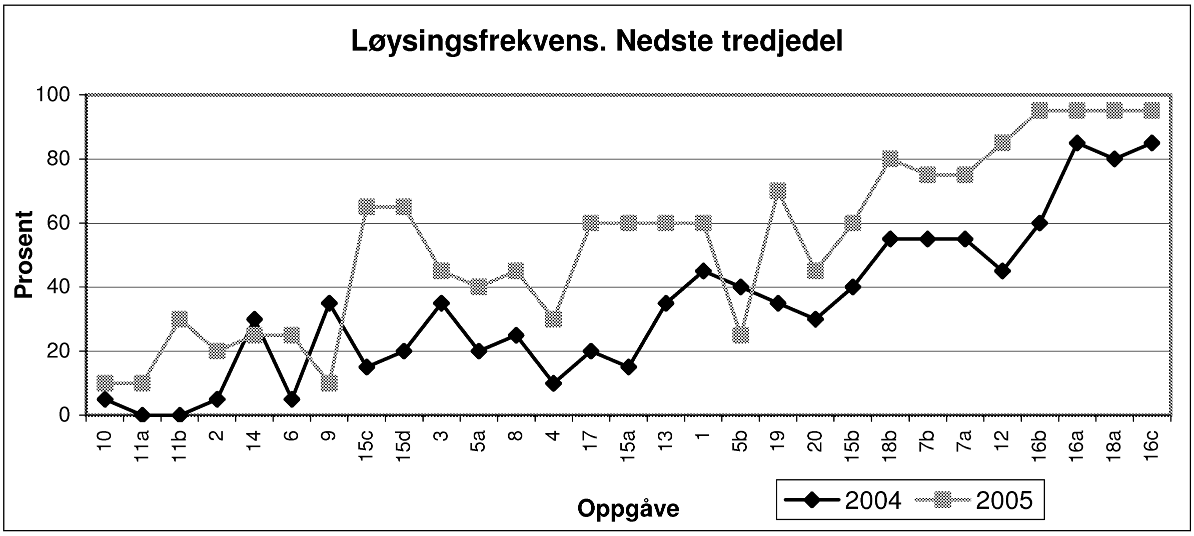
I dette delkapitlet vil eg sjå nærare på diagram som viser heile testen *Geometri og statistikk* i 7. klasse med vinkling på framgang mellom dei ulike oppgåvene. For analyse av enkeltoppgåver sjå kapittel fem. Denne testen inneheld så få oppgåver at alle oppgåvene gjekk inn i eit diagram.



Figur 4.37: Løysingsfrekvens for kvar oppgåve i testen *Geometri og statistikk* 7. klasse, sortert etter 2004. Alle 65 elevar.

På diagrammet som presenterer løysingsfrekvens for alle elevane har dei fleste oppgåvene ein auke i løysingsfrekvensen frå 2004 til 2005. Her er tre oppgåver som ikkje har framgang i det heile. Sjølv om der er mange oppgåver med framgang er denne ikkje stor. Nokre oppgåver peikar seg ut med stor framgang. Mellom anna har oppgåve 11b ein auke på 40 prosentpoeng og oppgåve 15c, 15d, 3 og 17 har ein løysingsfrekvens mellom 20 og 30 prosent. Utover dette har dei fleste oppgåvene ein auke på mellom ti og 20 prosentpoeng. Trass i at auken frå 2004 til 2005 ikkje er veldig stor, er det mange oppgåver som har ein høg løysingsfrekvens. Det er om lag fem oppgåver på kvar test som har ein løysingsfrekvens på under 40 prosentpoeng. Det er berre tre oppgåver på kvar test som har ein løysingsfrekvens på mellom 40 og 50 prosentpoeng, slik at langt over halvparten av oppgåvene har ein løysingsfrekvens på over 50 prosentpoeng. Dette betyr at over halvparten av elevane har løyst dei rett. Samtidig er der også nokre få oppgåver der nesten alle elevane har svara rett.

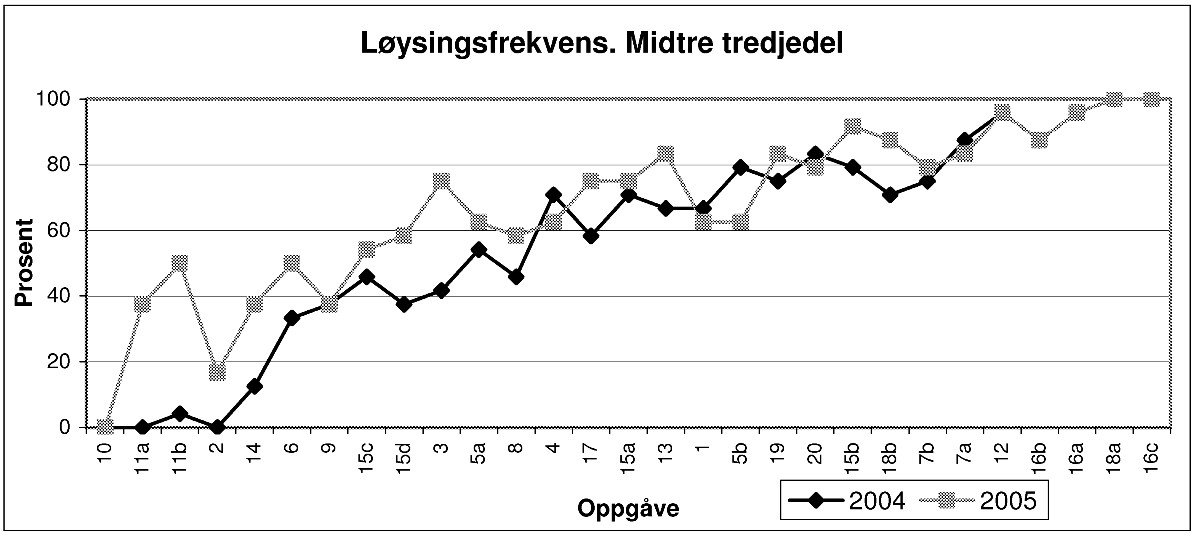
Dei oppgåvene som var vanskelegast i 2004 var oppgåvene 10, 11 a og b. Oppgåve 10 var nok like vanskeleg i 2005, medan oppgåve 11 a og b hadde god framgang i løysingsfrekvens. Det er likevel ikkje sikkert at auken i løysingsfrekvensen betyr at elevane gjorde det betre, for dette er ei oppgåve der elevane skal forklara ein graf med tekst, noko som lett kan føre til ulike tolkingar av kva som er "rett" svar og kva som ikkje er "rett" svar. Sidan vi er ulike personar som har koda testane i 2004 og i 2005, kan dette bety noko. Auken i løysingsfrekvensen er likevel så stor, at det er mest truleg at der er ein reell framgang mellom elevane.



Figur 4.38: Løysingsfrekvens for kvar oppgåve i testen *Geometri og statistikk* 7. klasse, sortert etter 2004. Nedste tredjedel (20 elevar).

I diagrammet for den nedste elevgruppa er det mykje større variasjonar på grafane enn for alle elevane, noko ein til ei viss grad må rekna med, sidan det er færre elevar som er representerte her. På same tid er variasjonane så store at forklaringa kan liggja i at dei svake elevane ikkje viser like tendensar som heile elevgruppa. Mellom anna er her i dette diagrammet (figur 4.38) eit hopp frå ei oppgåve til neste oppgåve på heile 55 prosentpoeng for testen 2005, dette gjeld frå oppgåve 9 til oppgåve 15c. Tendensen går igjen i diagrammet for heile elevgruppa, men ikkje i det same omfanget, der er skilnaden på 34 prosentpoeng. Det som er mest interessant, er at dei same oppgåvene for alle elevane for testen 2004, har ein tilnærma lik løysingsfrekvens (rett over 40 prosentpoeng). For den nedste elevgruppa er der ein vesentleg skilnad i høve til alle elevane, nemleg at for testen 2004 har oppgåve 9 ein løysingsfrekvens på oppunder 40 prosentpoeng, medan oppgåve 15c har ein løysingsfrekvens på under 20 prosent. Det kan synast som at oppgåve 15c er betydeleg vanskelegare for den nedste elevgruppa, enn for heile elevgruppa sett under eitt, men på testen 2005 er det ikkje slik. Då var løysingsfrekvensen tilnærma lik for den nedst elevgruppa som for alle elevane. Den same tendensen gjeld for heile oppgåve 15 (mogleg unntak i 15b). Oppgåve 15 går ut på å lesa eit diagram (sjå vedlegg 3.1). Faktisk var skilnaden for den nedste elevgruppa i 2004 på desse to oppgåvene på om lag 20 prosentpoeng, medan skilnaden gjekk motsett i 2005. Det har skjedd ei total omvelting som medførte at elevane i 2005 skjønte oppgåve 15c, men på same tid skjønte mindre av oppgåve 9.

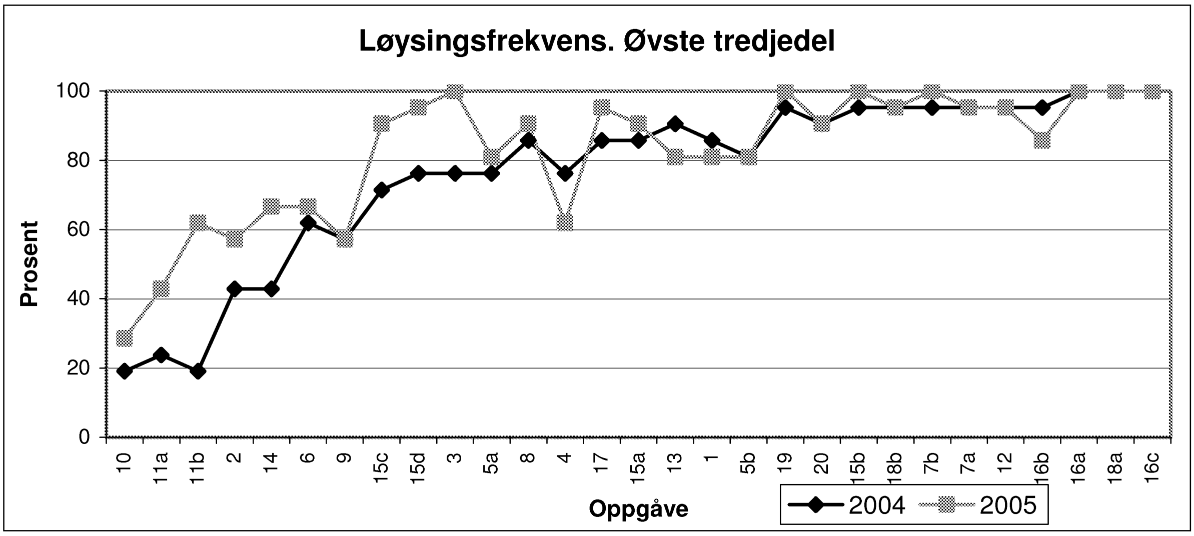
Som sagt er det større variasjonar i diagrammet for den nedste elevgruppa, men jamt over er det nok ein større framgang i løysingsfrekvensen for dei fleste oppgåvene, men sjølvsagt med nokre unntak. Ut frå diagrammet for alle elevane ser ein at der er tre oppgåver med ein tilbakegang i løysingsfrekvens, medan det berre er to oppgåver med tilbakegang for den nedste elevgruppa. Til gjengjeld er tilbakegangen noko større for desse. Dei to oppgåvene som har tilbakegang i den nedste elevgruppa er to av dei tre oppgåvene som har tilbakegang når ein fokuserer på alle elevane. På same tid som det verkar som om det er ein større framgang i den nedste elevgruppa i høve til alle elevane, verkar det også som om den nedste elevgruppa får eit lang dårlegare resultat om ein samanliknar løysingsfrekvensane for testane. På dei fleste oppgåvene ligg nok løysingsfrekvensen godt 20 prosentpoeng under løysingsfrekvens for den same oppgåva for alle elevane, men her er nokre unntak. Det er også oppgåver der den nedste gruppa har betre løysingsfrekvens enn gruppa av alle elevane.



Figur 4.39: Løysingsfrekvens for kvar oppgåve i testen *Geometri og statistikk* 7. klasse, sortert etter 2004. Midtre tredjedel (24 elevar).

Samanlikna med den nedste elevgruppa er det ikkje dei store variasjonane på grafane i diagrammet for den midtre elevgruppa. Ikkje eingang frå oppgåve 9 til oppgåve 15 c, der det var veldig store hopp på testen 2005 for den nedste elevgruppa. Skilnaden på dei to oppgåvene i 2005 for den midtre gruppa er på 16 prosentpoeng. Stort sett er løysingsfrekvensen betre i 2005 enn i 2004, men dei store og mange positive skilnadene som ein såg for den nedste elevgruppa, finn ein ikkje igjen her. Oppgåve 11 b er den med størst framgang, og ho har ein framgang på 46 prosentpoeng frå 2004 til 2005. Men det er ei av dei få oppgåvene med ein auke i løysingsfrekvensen på over 20 prosentpoeng. Sjølv om det stort sett er auke i løysingsfrekvensen for oppgåvene, er det også i dette diagrammet fleire oppgåver med tilbakegang enn for både den nedste elevgruppa og for alle elevane. Kor stor denne tilbakegangen er, varierer mykje.

Trass i at det ikkje er den heilt store auken i løysingsfrekvensen for alle oppgåvene i den midtre elevgruppa, har dei fleste oppgåvene eit bra resultat. Mellom anna har omtrent halvparten av oppgåvene ein løysingsfrekvens på over 60 prosent på båe testane, noko som må kunna seiast å vera bra. På same tid er det denne elevgruppa som har flest oppgåver med null som løysingsfrekvens, ei oppgåve i 2005 og tre oppgåver i 2004.



Figur 4.40: Løysingsfrekvens for kvar oppgåve i testen *Geometri og statistikk* 7. klasse, sortert etter 2004. Øvste tredjedel (21 elevar, diagram 2).

Det siste diagrammet viser løysingsfrekvens for oppgåvene testen *Geometri og statistikk* for sjuande klasse i 2004 og 2005. Her ligg faktisk over to tredjedel av punkta i diagrammet over 80 prosent. Om lag to tredjedel av oppgåvene i båe testane (2004 og 2005) har ein løysingsfrekvens på over 80 prosent. Når mange oppgåver har ein så stor løysingsfrekvens, kan ein ikkje venta nokon særleg stor framgang frå den eine testen til den andre. Ei sak som er interessant, finn ein om ein ser nærare på oppgåve fire. Her er det stor tilbakegang, og ein kan lura på kvifor det er slik. Oppgåve fire går ut på å finna arealet til ein gitt figur som er teikna på eit ruteark. Faktisk har både den midtre og den øvste elevgruppa ein tilbakegang i denne oppgåva, medan den nedste elevgruppa har ein auke i løysingsfrekvensen.

På same tid som dei fleste av oppgåvene har ein løysingsfrekvens på over 60 prosent, kan det vera verdt å merka seg at der er ingen oppgåver med mindre enn 20 prosent i løysings-frekvens. I høve til dei andre oppgåvene er det tydeleg, ut frå diagrammet, at det er oppgåve 10 og 11 a og b som er av dei vanskelegaste, som det også var for dei andre elevgruppene. Og som for dei andre er det også her oppgåve 11 b som har størst auke i løysingsfrekvensen. Det at det er mange oppgåver med høg løysingsfrekvens i 2004, viser at ein ikkje kan forventa ein like stor framgang av dei sterke elevane, som ein kan forventa av dei svake. Dette er nettopp av di dei svake elevane har mykje større rom for forbetring.

Oppgåver med stor framgang

No vil eg sjå nærare på kva oppgåver som har stor framgang i løysingsfrekvens frå testen 2004 til testen 2005.

Tabell 4.11: Oppgåver med stor framgang i testen *Geometri og statistikk* i sjuande klasse. Kva som vert testa er henta frå tabell 3.4.

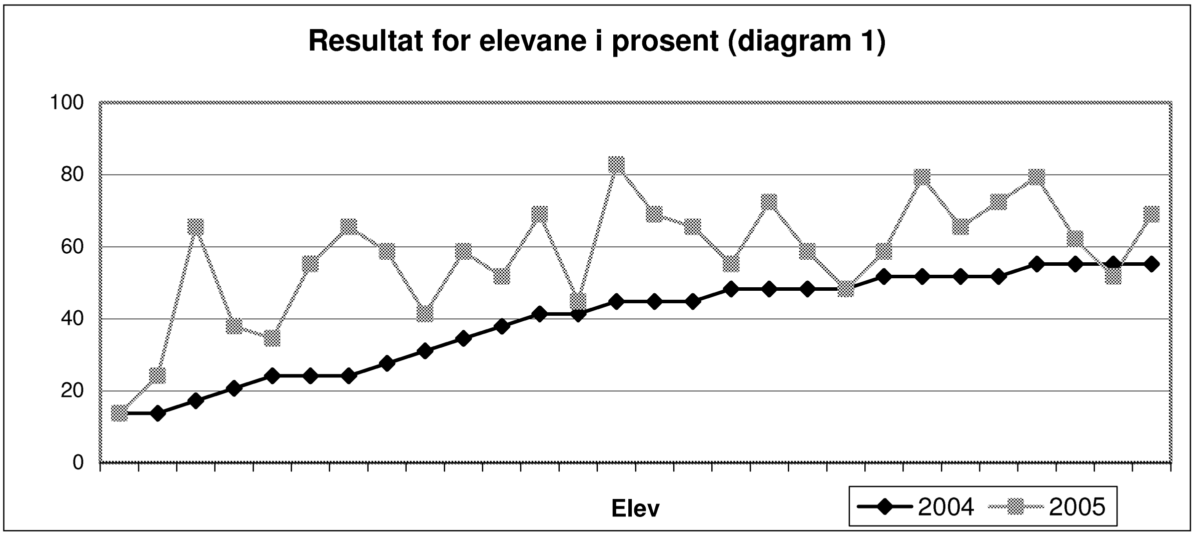
Oppgåve:	Framgang frå 2004 til 2005 i prosentpoeng:	Kva vert testa:	Prosedyre eller omgrep?
3	23	Samanlikning av storleikar på vinklar	Omgrep
11a	23	Tolking av graf	Omgrep
11b	40	Tolking av graf	Omgrep
15a	17	Forståing av koordinatsystem (gå frå funksjon til situasjon)	Omgrep
15c	25	Forståing av koordinatsystem (gå frå funksjon til situasjon)	Omgrep
15d	28	Forståing av koordinatsystem (gå frå funksjon til situasjon)	Omgrep
17	22	Bruk av opplysningar frå ein tabell til å fullføra eit søylediagram	Omgrep og prosedyre

I denne testen er det flest oppgåver med vekt på omgrep som har ein stor framgang. Merk at dette ikkje er det same som at elevane berre gjer det bra i oppgåver som går på omgrep. Dei tema som har mest framgang er, mellom anna, ulike statistiske verktøy som tolking av graf og å laga søylediagram. Vidare er det også ein god framgang i den eine oppgåva som går på å plukka ut den største vinkelen. For ei nærare analyse av oppgåva som grå på vinkelomgrepet, sjå kapittel 5.2.3.

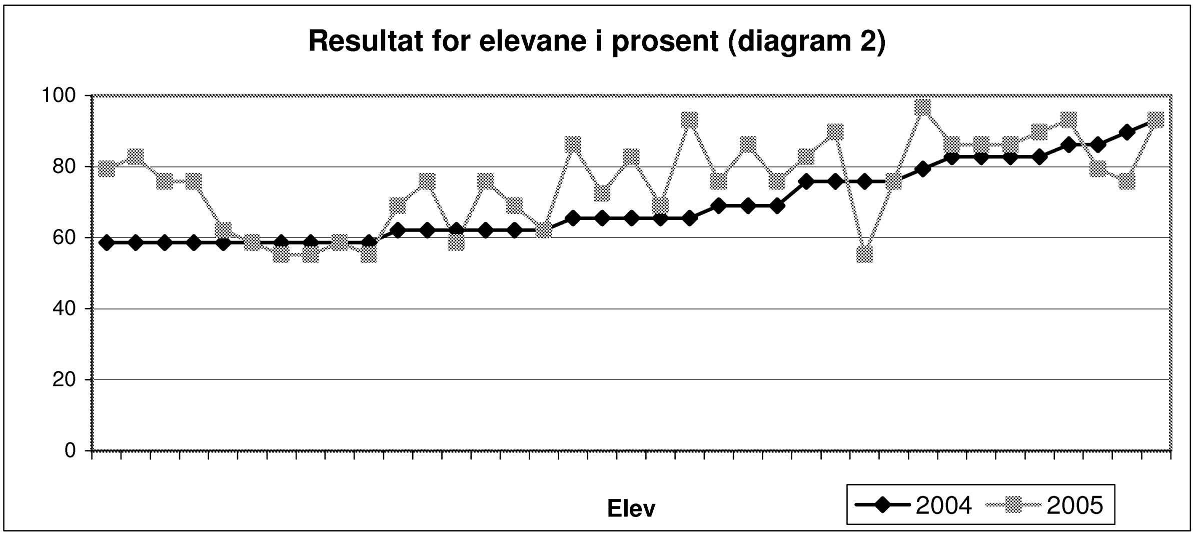
4.4.2 Elevar

I dette kapitlet vil eg sjå på poengsummen til elevane på dei to testane. Her vert det presentert to diagram som viser poengfordelinga for kvar elev i prosent for båe testane. Ved rett svar gjev kvar deloppgåve eit poeng. Om det er interesse for å sjå kva svar som gjev poeng kan dette sjekkast i vedlegget 3.3: Frekvenstabellar og stolpediagram for testen *Geometri og statistikk* i 7. klasse.

I grunnskulen har ein valt å la alle dei delvis rette svara også gje eit poeng, slik at alle einsifra kodar (med unntak av 0) gjev eleven eit poeng. Maksimal poengsum på denne testen er 29 poeng og tilsvarar 100 prosent.



Figur 4.41: Resultat for elevane i prosent på testen *Geometri og statistikk* 7. klasse, sortert etter 2004. Diagram 1.



Figur 4.42: Resultat for elevane i prosent på testen *Geometri og statistikk* 7. klasse, sortert etter 2004. Diagram 2.

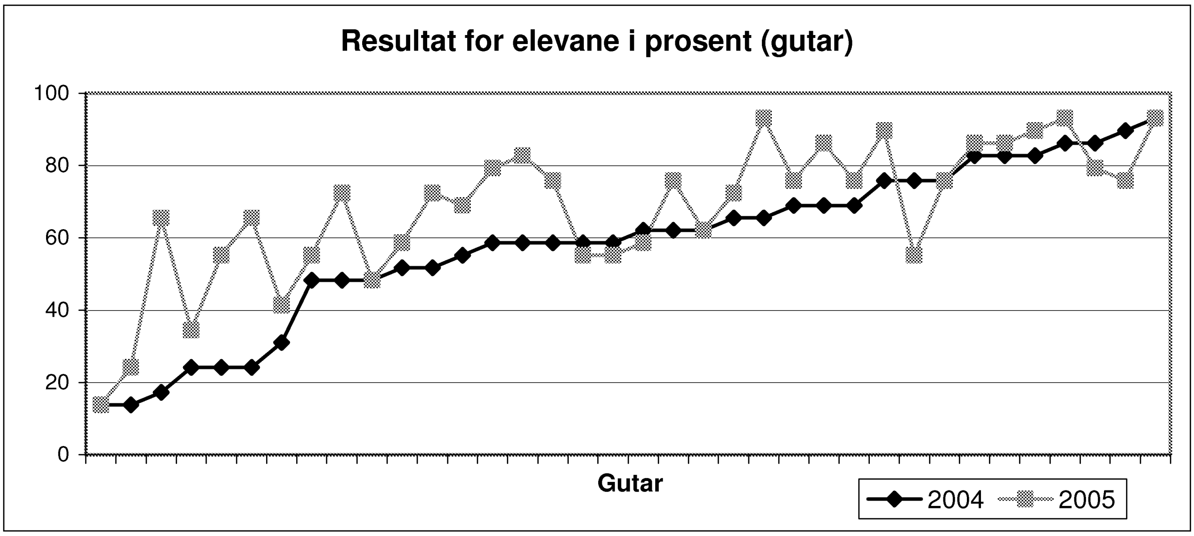
Det eg fyrst legg merka til ved desse diagramma er det høge nivået. Over halvparten av elevane har ein løysingsfrekvens på rundt og over 60 prosentpoeng på båe testane. Men trass i høgt nivå er det få elevar som nærmar seg heilt full skåre. Det er berre eit fåtal elevar som har over 90 prosent rette svar, og det er ingen som har 100 prosent. Om ein ser på delen av diagramma som viser dei svakaste elevane, er det også her yttarst få elevar som har under 20 prosent rette svar, og absolutt ingen som har under ti prosent av oppnåeleg poengsum.

Ein ser tydeleg ut frå diagrammet at det er dei svakaste elevane, som jamt over har størst framgang i poengsummen, men også blant dei svake elevane finn ein nokre utan framgang i det heile. Dei svakaste elevane finn ein i diagram ein. For dei sterkaste elevane, altså diagram to, er skilnaden i poengsummen frå 2004 til 2005 meir varierande. Her er det fleire elevar utan framgang, og fleire elevar med ein liten tilbakegang i poengsummen. På same tid er her også elevar med ein stor auke i poengsummen. Desse diagramma viser at der er 14 elevar utan framgang eller tilbakegang. Samla tal elevar på denne testen er 65. Dette vil seia at over ein av fem elevar ikkje har framgang på denne testen. Dette ser ein også i testane *Geometri og statistikk* og *Tal og algebra*, i fjerde klasse. Ser ein derimot på *Tal og algebra* i sjuande klasse, ser ein at det ikkje er like mange elevar utan framgang der. Det at så mange har stor auke fører til at gjennomsnittet går opp. Ut frå tabell 4.10, ser ein då ikkje at der også er ein del elevar utan framgang.

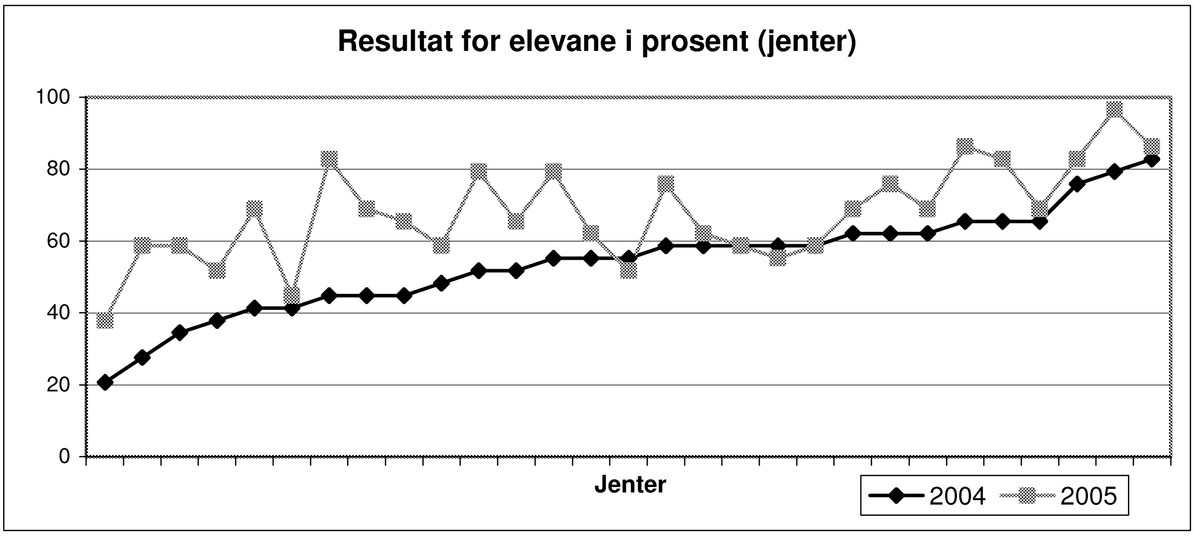
Ei anna sak ein kan sjå ut av desse diagramma, er at det ikkje er noko automatikk i at elevar med om lag lik poengsum på fyrste test, har lik poengsum på andre test også. Grafen for testen 2005 gjer til tider veldig store hopp. Mellom anna er det, heilt til venstre i diagram ein, to elevar som hadde 14 og 17 prosent av oppnåeleg poengsum på testen 2004, har 24 og 66 prosent på testen 2005, ein skilnad på over 40 prosentpoeng. Det er ikkje berre blant dei elevane som i utgangspunktet hadde dårleg poengsum ein finn desse store variasjonane, ein finn dei igjen både i midtre og øvste elevgruppa. Desse variasjonane finn ein også igjen i alle dei andre testane som har vore omtalte i kapittel fire. Det er altså tydeleg at sjølv om elevar i utgangspunktet har likt resultat i 2004, er det likevel veldig individuelt korleis dei utviklar seg.

4.4.3 Kjønn

I dette delkapitlet har eg valt å sjå nærare på om der er skilnader mellom kjønna.



Figur 4.43: Resultat for elevane i prosent (gutar) på testen *Geometri og statistikk* 7. klasse, sortert etter 2004.



Figur 4.44: Resultat for elevane i prosent (jenter) på testen *Geometri og statistikk* 7. klasse, sortert etter 2004.

I diagrammet til gutane finn ein at det er veldig store variasjonar med tanke på resultatet i 2005, ein god del større variasjonar enn kva ein finn i diagrammet til jentene. For testen 2004 held jentene seg innan eit intervall frå 20 til så vidt over 80 prosent av oppnåeleg poengsum. Tilsvarande intervall for gutane er frå om lag 15 til over 90 prosent. Om ein ser på det same for testen 2005 finn ein at jentene har halde seg over om lag 40 prosent og under 100, og gutane held seg mellom om lag 20 og 100 prosent. Det er altså ei betydeleg mindre spreiing i materialet til jentene enn til gutane. Dette vert også bekrefta av standardavvika i tabellen under (tabell 4.12). Standardavvika for gutane er 6,4 og 5,6 poeng, medan dei for jentene er 4,1 og 3,9, med andre ord ein skilnad på om lag to poeng mellom gutar og jenter.

Det er fleire elevar blant gutane enn blant jentene som har dårlege poengsummar, men tilsvarande har også gutane fleire elevar enn jentene som har ein poengsum på over 80 prosent. Denne tendensen har ein også sett i nokre av dei tidlegare testane. Den enkelteleven som har størst auke i poengsummen er ein gut. Han har ein auke på heile 49 prosentpoeng. På same tid er også eleven med størst tilbakegang i poengsummen ein gut, denne eleven har ein tilbakegang på 21 prosentpoeng.

Det er gutane som jamt over har høgst poengsum. Sju gutar har over 80 prosent av oppnåeleg poengsum på testen 2004. Ei jente hadde det same. Om ein ser på tilsvarande for testen i 2005, finn ein at det var ni gutar og seks jenter, som hadde over 80 prosent av oppnåeleg poengsum. Men sjølv om der er fleire gutar som har høg poengsum i 2005, aukar jentene frå ein til seks elevar, medan gutane aukar frå sju til ni. Det er gutane som har flest elevar med tilbakegang eller ingen skilnad. Gutane har ti elevar som kjem inn under denne gruppa, medan jentene har fire elevar. Men kven av gruppene som har størst auke i poengsummen jamt over er vanskeleg å seia ut frå diagramma.

Om ein då går over til å sjå på tabell 4.12 under og samanliknar gjennomsnitta for dei ulike testane finn ein at det ikkje er dei heilt store skilnadene. I 2004 hadde jentene ein gjennomsnittleg poengsum på 15,7 poeng, medan gutane på den testen hadde 16,9 poeng. Altså låg gutane i utgangspunktet litt over eit poeng over jentene. I 2005 hadde båe gruppene ein gjennomsnittleg poengsum oppunder 20 poeng. Slik at på den testen var det liten skilnad. Jentene hadde difor ein litt større auke i poengsummen enn gutane. Det er likevel lite truleg at denne auken er stor nok til at han er signifikant.

Tabell 4.12: Deskriptiv statistikk for poeng per elev og for gutar og jenter for båe testane (maksimal poengsum er 29).

Test	Elevgruppe	N	Minimum	Maksimum	Gjennomsnitt	Standardavvik
2004	Alle	65	4	27	16,4	5,5
2005	Alle	65	4	28	19,7	4,9
2004	Gutar	36	4	27	16,9	6,4
2005	Gutar	36	4	27	19,7	5,6
2004	Jenter	29	6	24	15,7	4,1
2005	Jenter	29	11	28	19,6	3,9

5 Analyse av enkeltoppgåver

5.1 Tal og algebra

I dette kapitlet vil eg gå inn på ei meir detaljert analyse av nokre enkeltoppgåver frå kvar av testane innan *Tal og algebra*. I og med at nokre av oppgåvene vert samanlikna med oppgåver frå andre testar (som TIMSS og KIM) har ein i dette kapitlet valt å ta med absolutt alle elevane som gjennomførte testane. Av den grunn kan ein ikkje samanlikna og samanfatta resultata frå kapittel 4 med resultata frå dette kapitlet. Valet er gjort slik grunna ein her skal få med eit størst mogleg mangfald. Sidan det vert gjort slik, er alle resultata frå testen LCM 2004 henta frå masteroppgåva til Andreassen (2005). Eg har valt å visa til testane eg referer til som LCM 2004 og LCM 2005. Dette er gjort fordi det her vil koma inn andre testresultat, mellom anna frå KIM-prosjektet. Tala frå KIM-prosjektet er henta frå Brekke (2002b). Tala frå LCM 2005 i niande klasse er henta frå masteroppgåva til Espeland (2006).

I tillegg til analyse av resultata for testane, vil eg dra inn noko analyse av elevintervjua.

5.1.1 Val av rekneoperasjon

Grunnen til at eg vel å gå nærare inn på val av rekneoperasjonar er at dette ser ut til å kunna utvikla seg til å verta eit problem for elevane. Grunnen til dette kan vera innføring av nye og sterkare hjelpemiddel i matematikken Alle oppgåvene innan dette delkapitlet går mykje på kompetansen som Niss og Højgaard Jensen kalla for kommunikasjonskompetansen, (sjå kapittel 2.4.2), og då spesielt på den fyrste delen av denne kompetansen, nemleg å kunna forstå og tolka andre sin matematiske tekst. Symbol- og formalismekompetansen også er ein viktig kompetanse for denne oppgåva. Han går ut på å oversetja mellom matematisk språk og vanleg språk.

Oppgåve 10b 4.klasse

---

10 Sett ring rundt *alle* regnestykkene som passer til regneoppgaven:

(Du skal ikke regne ut svaret).

b 1 kg pølser koster 49 kr. Per kjøper 3 kg. Hvor mye koster det?

$49 \cdot 3$ $\quad$ $49 : 3$ $\quad$ $49 + 3$ $\quad$ $3 + 49$ $\quad$ $3 \cdot 49$ $\quad$ $49 – 3$

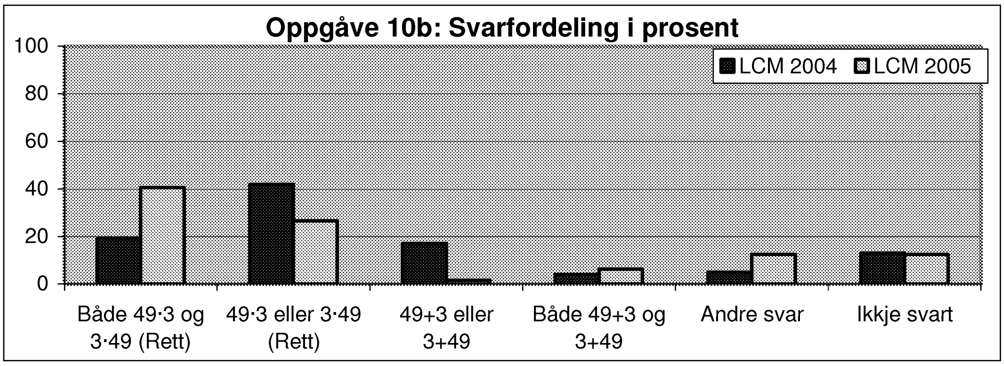
I testen vart oppgåvene som gjekk på val av rekneoperasjon gjevne i to ulike typar. Båe typane byrja med ei tekstoppgåve. I den eine typen skal elevane velja ut det eller dei rette rekneuttrykka som er oppsette, altså ei fleirvalsoppgåve. I den andre typen skal elevane sjølv finna rekneutrykket og skriva det ned. Det er ikkje meininga et elevane skal rekna ut kva svaret vert. Dei fleste av desse oppgåvene er opphavleg henta frå KIM-prosjektet (Brekke, 2002b). Oppgåve 10b i 4. klasse er ei fleirvalsoppgåve.

Oppgåva over vil eg klassifisera som ei oppgåve som i hovudsak går direkte på omgrepskunnskap, dette fordi elevane slepp å rekna ut eit svar, altså treng dei eigentleg ikkje noko spesiell prosedyre for å gjennomføra denne oppgåva. Omgrepa som eg meiner ein i alle fall må ha inne for å løysa oppgåva går på ordproblem og dei ulike rekneartane. Denne oppgåva er det berre 4. klasse som har gjennomført.

Resultat:

Tabell 5.1: Løysingsfrekvens for oppgåve 10b i 4. klasse innan *Tal og algebra*.

Svar	LCM 2004 4. klasse	LCM 2005 4. klasse
Både 49 · 3 og 3 · 49 (Rett)	**19**	**41**
49 · 3 eller 3 · 49 (Rett)	**42**	**27**
49 + 3 eller 3 + 49	17	2
Både 49 + 3 og 3 + 49	4	6
Andre svar	5	12
Ikkje svart	13	12



Figur 5.1: Løysingsfrekvens for oppgåve 10b i 4. klasse innan *Tal og algebra*.

Ut frå tabellen 5.1 og figur 5.1 er den største endringa frå LCM 2004 til LCM 2005 endringa i svarfrekvensen på dei to svara som er kategorisert som rette. I LCM 2004 sette berre 19 prosent av elevane ring rundt båe dei to rette svara i oppgåva, medan denne løysingsfrekvensen aukar til 41 prosent i LCM 2005. Den svarkategorien som har størst tilbakegang er den andre kategorien som er riktig, nemleg der elevane har berre sett ring rundt det eine av dei to rette svara. Det kan sjå ut til at mange elevar i løpet av fjerde klasse har forstått at multiplikasjon er kommutativ, 43 · 3 = 3 · 43. Ei anna sak kan vera at elevane har teke seg betre tid til å lesa oppgåva, og difor får med seg båe dei rette svara. Ut frå stolpediagrammet er det tydeleg at det har vore ei minke i elevar som set ring rundt eit svaralternativ som inneheld addisjon. I LCM 2004 valde 61 prosent av elevane korrekt rekneart, altså multiplikasjon, medan 21 prosent valde addisjon. I LCM 2005 valde 68 prosent av elevane riktig rekneart, medan berre om lag åtte prosent valde addisjon. Det er også ei lita auke i kategorien andre svar.

Den samla løysingsfrekvensen, som vert kategorisert som rett, har ikkje auka mykje på denne oppgåva, men der var store skilnader i denne løysingsfrekvensen. Vidare er det ein betydeleg tilbakegang blant dei elevane som svarar addisjon.

Oppgåve 16a (7. klasse)

16 Sett ring rundt alle regneuttrykkene som passer til regneoppgaven:
(Du skal ikke regne ut svaret).

a *For 7 lodd må du betale 35 kroner. Hvor mye koster ett lodd?*

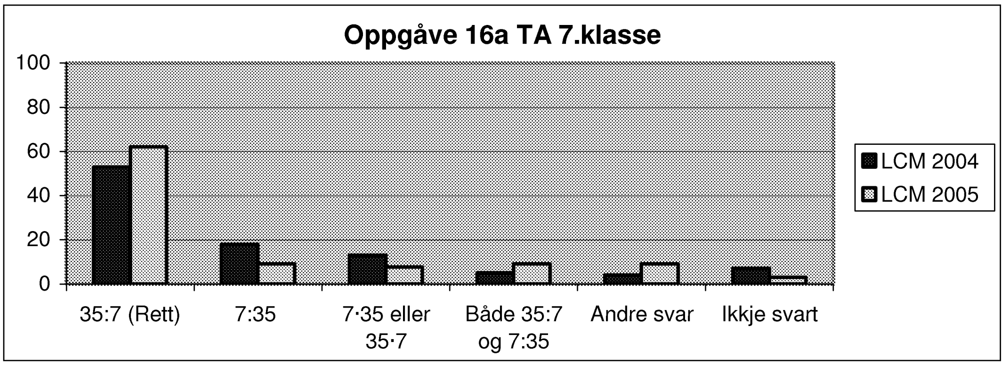
$35 \cdot 7$ $35 : 7$ $7 : 35$ $7 \cdot 35$ $35 - 7$ $7 + 35$

Dette er ei av fleirvalsoppgåvene som vart gjevne i 7. klasse i testen *Tal og algebra* innan emnet val av rekneoperasjon. I og med at divisjon ikkje er kommutativ er det berre eit rett svar på denne oppgåva. Som i oppgåve 10b i 4. klasse går denne oppgåva i hovudsak på omgrep, og lite på prosedyre Ifølgje Brekke (2002b) kan elevane løysa denne oppgåva både ved å nytta delingsdivisjon og målingsdivisjon som modell. Denne oppgåva vil verta samanlikna med resultata frå den same oppgåva i 7. klasse i KIM 1995.

Resultat:

Tabell 5.2: Løysingsfrekvens for oppgåve 16a i 7. klasse innan *Tal og algebra*.

Svar	LCM 2004 7. klasse	LCM 2005 7. klasse	KIM 1995 7. klasse
35 : 7 (Rett)	**53**	**62**	**59**
7 : 35 (Inverterer)	18	9	4
7 · 35 eller 35 · 7	13	8	7
Både 35 : 7 og 7 : 35	5	9	24
Andre svar	4	9	5
Ikkje svart	7	3	1



Figur 5.2: Løysingsfrekvens for oppgåve 16a i 7. klasse innan *Tal og algebra*.

I LCM 2005 har over 60 prosent av elevane svara rett på denne oppgåva, tilsvarande for LCM 2004 er 53 prosent. Her er med andre ord ein auke i prosenten av elevar som svarar rett. LCM 2005 og KIM 1995 har om lag like mange prosent elevar som svarar rett. Det som kanskje er den mest påfallande skilnaden mellom LCM 2004 og LCM 2005 er tilbakegangen av elevar som inverterer svaret her. Det er og ein liten tilbakegang i prosenten av elevar som trur at dei på denne oppgåva skal nytta multiplikasjon. Om ein ser nærare på oppgåva ser ein at 7-talet kjem før 35-talet. Slik at det er høve for at elevar som svake eller matematisk usikre vil velja ein rekneoperasjon der tala kjem i same rekkjefølgje. Men om dette er tilfellet her er umogeleg å seia noko om.

Vidare i analysen vil det koma fleire i transkripsjonsklipp frå eit intervju gjort med eleven Alf. Han vert intervjua medan han reknar dei omtala oppgåvene. Intervjuet er gjort av lærarstudentar som var involvert i prosjektet. Dette er eit av intervjua som vart gjennomført i ei sjuande klasse hausten 2005. Det er to studentar som intervjuar eleven Alf, namnet er sjølvsagt fiktivt.

Transkripsjon 5.1: Intervju med eleven Alf angåande oppgåve 16a i 7. klasse *Tal og algebra*.

Nr:	*Kven:*	*Kva vert sagt:*	*Kommentarar:*
1	Student	Du må gjerne lese oppgaven høyt viss det hjelper deg litt.	
2	Elev	Nei, altså… (leser oppgave 16 a inni seg og setter ring rundt	
3		det riktige svaret)	
4	Student	Hva tenkte du nå?	
5	Alf	Nei det er bare liksom hvis du, hvis du liksom har syv lodd	
6		og så, eller for syv lodd så koster det trettifem kroner, og så	
7		hvis du skal dele det på én så, eller hvis du skal finne ut hvor	
8		mye det koster så må du dele det.	
.	.	.	I denne sekvensen
.	.	.	snakkar eleven og
.	.	.	studentane om oppgåva.
21	Student 2	Er det noen andre som kan passe her? Noen andre av de	
22		oppgavene? Går det an å gange her?	
23	Alf	Mm nei. Da får du bare det dobbelte eller mer.	
24	Student 2	Kan du ta syv delt på trettifem?	
25	Alf	Nei, for da får du null komma ett eller annet. Så det blir jo alt	
26		for lite.	

Utan noko særleg tid til å tenkja finn Alf det rette svaret. Men merk at i linje nummer 8 presiserer Alf berre at det skal delast, han presiserer ikkje kva tal som er dividend og kva som er divisor, sjølv om han allereie har plukka ut det rette svaret. Men når ein ser lengre ned i transkripsjonen ser ein at Alf er fullstendig klar over at det ikkje kan vera noko anna enn divisjon i denne oppgåva. Det kan sjå ut som om at eleven har ei misoppfatning om at multiplikasjon alltid gjev eit større svar enn kva multiplikanden er: "Nei, da får du bare det dobbelte eller meir" (23). Alf er også fullstendig klar over at divisjon ikkje er kommutativ, for på spørsmålet om reknestykket sju delt på trettifem kunna nyttast, kjem det fram at Alf er klar over at det ikkje er det same som trettifem delt på sju.

Oppgåve 16b (7. klasse)

16 Sett ring rundt alle regneuttrykkene som passer til regneoppgaven:
(Du skal ikke regne ut svaret).

b *24 halsbånd pakkes i eske. Om 24 halsbånd veier 3 kg, hvor mye veier da ett halsbånd?*

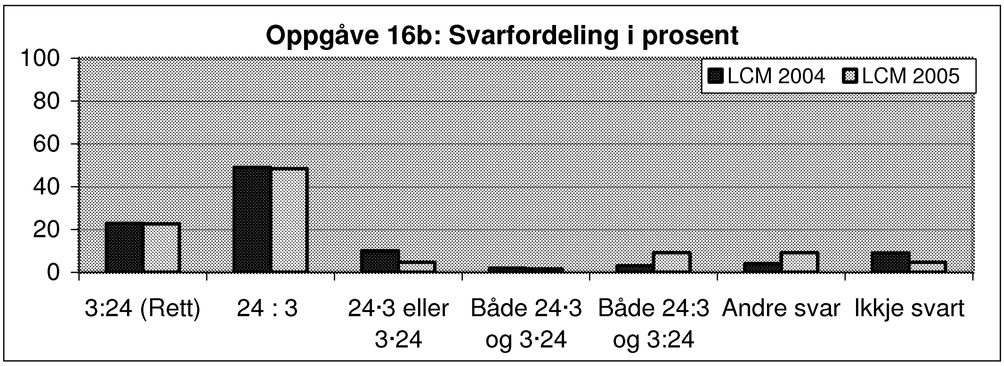
$24 \cdot 3$ $\quad$ $24 : 3$ $\quad$ $3 : 24$ $\quad$ $3 \cdot 24$ $\quad$ $24 - 3$ $\quad$ $3 + 24$

I følgje Brekke (2002b) er det her naturleg å nytta tankemodellen delingsdivisjon. Den store skilnaden frå førre oppgåve er at det lenger ikkje er mogleg å nytta målingsdivisjon for å løysa oppgåva rett. Vidare skal svaret her verta eit lite tal delt på eit større tal, noko som det ofte viser seg at elevane har problem med. Også denne oppgåva går nok for det meste direkte på omgrep. Denne oppgåva vart gitt i LCM 2004 i 7. og 9. klasse og tilsvarande i LCM 2005. Tidlegare har ein tilnærma lik variant vore gitt i KIM-prosjektet. Skilnaden var at det i KIM var snakk om 25 halsband.

Resultat:

Tabell 5.3: Løysingsfrekvens for oppgåve 16b i 7. klasse innan *Tal og algebra*.

Svar	LCM 2004 7. klasse	LCM 2005 7. klasse	KIM 7. klasse	LCM 2004 9. klasse	LCM 2005 9. klasse	KIM 9. klasse
3 : 24 (Rett)	**23**	**23**	**13**	**25**	**24**	**28**
24 : 3 (Inventerar)	49	48	46	34	35	53
24 · 3 eller 3 · 24	10	5	4	3	1	2
Både 24 · 3 og 3 · 24	2	2	6	4	-	4
Både 24 : 3 og 3 : 24	3	9	23	19	24	11
Andre svar	4	9	5	6	3	1
Ikkje svart	9	5	3	9	13	1



Figur 5.3: Løysingsfrekvens for oppgåve 16b i 7. klasse innan *Tal og algebra*.

Om ein fyrst konsentrerer seg om resultata frå dei to testane i sjuande klasse, finn ein at dei fleste svarkategoriane har omtrent lik løysingsfrekvens. Det er faktisk inga endring i kor mange prosent av elevane som svarar rett. Og som Andreassen (2005) peika på er det ein drastisk nedgang i prosentvis svar hjå elevar som har rett i høve til førre oppgåve, slik er det også for LCM 2005. Ein ser her at KIM-elevane gjer det vesentleg dårlegare på denne oppgåva i sjuande klasse enn LCM-elevane. Kva som ligg bak dette er vanskeleg å seia.

På same tid er her ei drastisk auke med tanke på kor mange elevar som inverterer reknestykket. Prosentdelen som vel divisjon, både det rette og gale svaret, i oppgåve 16 er nærast identisk med den delen som vel divisjon i oppgåve 16a. For båe oppgåvene og båe LCM testane i sjuande klasse er det opp under 80 prosent av elevane som vel divisjon. Dette tyder på at mange av elevane er fullt klar over at det i desse oppgåvene skal dividerast.

Det er ikkje nokon større del av elevane i LCM 2004 og LCM 2005 i niande klasse som greier å svara rett på denne oppgåva. Det er også færre elevar i niande som inverterer. Det som er den store skilnaden mellom sjuande og niande klasse er at over dobbelt så stor prosentdel av elevane i niande klasse trur at divisjon er kommutativt. Det er også jamt over færre elevar i niande klasse som inverterer divisjonen og som vel multiplikasjon.

Den andre store skilnaden på KIM-elevane i sjuande klasse og LCM-elevane er at det er vesentleg fleire elevar i KIM som set ring rundt båe divisjonsoppgåvene. 23 prosent av KIM-elevane vel å gjera dette, medan det er berre 3 prosent i LCM-2004 og 9 prosent i LCM 2005. Det ser ut som om misoppfatninga at divisjon er kommutativ er meir utbredt blant KIM-elevane når det gjeld sjuande klassingane. I motsetnad til dette ser ein at i niande klasse er denne misoppfatninga mest utbreidd blant LCM-elevane.

Her vil intervjuet med eleven Alf fortsetja. Vi går inn i intervjuet der eleven byrjar på oppgåve 16b.

Transkripsjon 5.2: Intervju med eleven Alf angåande oppgåve 16b i 7. klasse *Tal og algebra*.

Nr:	*Kven:*	*Kva vert sagt:*	*Kommentarar:*
29	Alf	Ok. (leser oppgave 16 b)	
30			Eleven tenker ca ti sekunder før han setter ring rundt alternativet 24 : 3.
31	Student	Du mener det skal deles igjen?	
32	Alf	Ja.	
33	Student	Ja, og hvorfor skal det det?	
34	Alf	Fordi du må… for å finne ut hvor mye det veier.	
35	Student	Ja, og du skal finne ut hvor mye ett veier?	
36	Alf	Ja, og da må du dele det slik at det blir like mye på hver.	
37	Student	Mm, hvor mye må du dele det på da?	
38	Alf	Du må dele tjuefire halsbånd på tre kilo. Da deler du tre kilo i	
39		tjuefire like store biter. (eleven blir litt usikker)	
40	Student	Det siste du sa der, at du deler tre kilo i tjuefire like store	
41		biter…	
42	Alf	Eller at du deler det i… du deler det på… Nei, at du deler	
43		tjuefire på tre! Fordi at du skal finne ut hvor mye ett veier.	
44	Student	Synes det var veldig spennende det andre du sa. At du deler	
45		tre i tjuefire like (eleven avbryter)	
46	Alf	Ja men det blir feil.	
47	Student	For vet du hvor mye tjuefire halsbånd veier?	
48	Alf	Det veier tre kilo.	
.	.	.	I denne sekvensen som manglar prøver studentane å leia eleven inn på 3 : 24.
.	.	.	
.	.	.	
57	Student	Hvis du tar tjuefire delt på tre, hva får du da?	
58	Alf	Du får åtte.	
59	Student	Hvis tjuefire halsbånd veier tre kilo, kan da ett halsbånd veie	
60		åtte?	
61	Alf	Åtte kilo? Nei. Så det blir jo gram?	
62	Student	Kanskje åtte gram?	
63	Alf	Nei, nei, det blir litt lite. (noen sekunders pause)	
64	Student	Hva tenker du nå?	
65	Alf	Nei, jeg vet ikke.	
.	.	.	I sekvensen som manglar oppmodar studentane eleven til å teikna oppgåva, og eleven teiknar oppgåva rett.
.	.	.	
.	.	.	
80	Student	Hva har vi gjort med de tre kiloene?	
81	Alf	Du deler de opp.	
82	Student	Hvor mange har vi delt de i?	
83	Alf	I tjuefire.	
84	Student	Og hva fant vi ut når vi delte de opp i tjuefire? Da fant vi det	
85		ene?	
86	Alf	Ja. Det veier ca…	
87	Student	Det har ikke noe å si hvor mye det veier, men hvilken	
88		regneoppgave er det nå du har gjort? Er det den? (peker på	
89		24 : 3)	
90	Alf	Deler.. ja.	
91	Student	Eller er det den? (peker på 3 : 24)	
92	Alf	Det er den. (peker på 24 : 3) Vet ikke…	

I byrjinga av denne transkripsjonen er det tydeleg at eleven er sikker på at det her også skal delast (30). Men ein ser at han inverterer delestykket, slik at han tek 24 delt på tre. Om ein ser nærare på linje nummer 38 og 39 ser ein at eleven eigentleg har forståinga for det rette delstykket inne, men han greier likevel ikkje å få det skikkeleg fram. Alf får ikkje med seg at dei to reknestykka han beskriv i desse linjene ikkje er samsvarande. Dette kan hengja saman med at eleven kanskje har ei misoppfatning om at ved divisjon skal eit stort tal delast på eit lite. Dette samsvarar likevel ikkje godt med det vi fann i den førre biten av intervjuet (transkripsjon 5.1). Der var eleven klar på at ein kunna dividera eit lite tal på eit stort. Ein vesentleg skilnad på desse to er at i transkripsjon 5.1 får eleven eit direkte spørsmål om *7 : 35* er mogleg. I transkripsjon 5.2 er det eleven sjølv som kjem inn på *3 : 24*, men han er ifølgje transkriptøren litt usikker når han vekslar mellom *24 : 3* og *3 : 24*. Ein ser vidare i den fyrste delen av denne transkripsjonen at eleven er overbevisst om at det er *24 : 3* som er rett, dette trass i at han er fullstendig klar over at det er 24 halsband som veg tre kilo, og ikkje omvendt.

I linje nummer 57-60 vert eleven konfrontert med svaret på det reknestykket han har sett ring rundt. Han reknar det sjølv ut, og ser at det er noko som ikkje stemmer i linje 61, han skjønar at eit halsband ikkje kan vega 8 kilo når 24 halsband veg 3 kilo, difor modifiserar han eininga på svaret til gram for å få det til å passa inn i tankegangen sin. Men ein ser vidare i linje nummer 62-65 at eleven vert meir og meir usikker. Han får det tydelegvis ikkje heilt til å stemma at eit halsband veg åtte gram heller.

Når ein no går vidare og ser på linje nummer 80-92, finn vi at eleven i utganspunktet tenkjer rett (80-83). Men trass i dette greier ikkje Alf å plukka ut den rette oppgåva. Han held framleis fast på at det må vera *24 : 3* som er det rette. Sjølv om det i transkripsjon 5.1 viser at Alf veit at ein også kan dividera eit lite tal på eit stort, greier han ikkje å plukka ut dette reknestykket. Linje 92 indikerar at eleven no er usikker på om svaret er rett eller ikkje. Noko av problemet til denne eleven kan kanskje vera at han fokuserer mest på kva svaret vert. Greer (1992) peikar på at forsking visar at elevar fokuserer for mykje på svaret, og vel rekneoperasjon ut frå dette.

Oppgåve 16c (7. klasse) / Oppgåve 20b (9. klasse)

16 / 20 Sett ring rundt alle regneuttrykkene som passer til regneoppgaven:
(Du skal ikke regne ut svaret).

c/b *1 kg pølser koster 49,50 kr. Per kjøper 1,7 kg. Hvor mye koster det?*

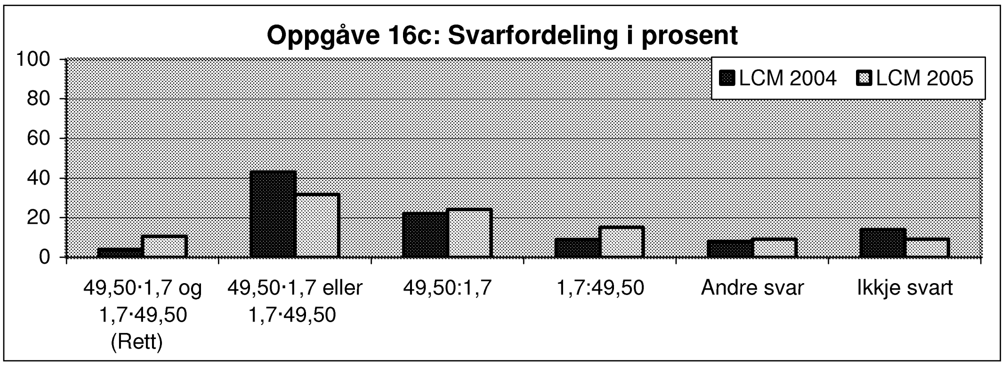
49,50 · 1,7 49,50 : 1,7 1,7 : 49,50 1,7 · 49,50 49,50 – 1,7

Denne oppgåva er også ei fleirvalsoppgåve, og eg vil klassifisera dette som ei oppgåve som går direkte på omgrepskunnskap. Ho krev dei same omgrepa som tidlegare oppgåver innan val av rekneoperasjon, men i tillegg må elevane også ha inne ein del innan omgrepet desimaltal. Denne oppgåva har både 7. klasse og 9. klasse i LCM-prosjektet gjennomført, i tillegg vel eg å samanlikna resultata med resultata frå tilsvarande klasse i KIM-prosjektet. Denne oppgåva var gitt i LCM 2004 i 7. og 9. klasse, og i dei same klassane i LCM 2005.

Resultat:

Tabell 5.4: Løysingsfrekvens for oppgåve 16c i 7. klasse og 20b i 9. klasse innan *Tal og algebra*.

Svar	LCM 2004 7. klasse	LCM 2005 7. klasse	KIM 1995 7. klasse	LCM 2004 9. klasse	LCM 2005 9. klasse	KIM 1995 9. klasse
Både 49,50 · 1,7 og 1,7 · 49,50 (Rett)	**4**	**11**	**44**	**29**	**40**	**61**
49,50 · 1,7 eller 1,7 · 49,50	**43**	**32**	**20**	**37**	**23**	**22**
49,50 : 1,7	22	24	15	5	9	10
1,7 : 49,50	9	15	3	8	3	3
Andre svar	8	9	13	8	10	3
Ikkje svart	14	9	5	13	15	1



Figur 5.4: Løysingsfrekvens for oppgåve 16c i 7. klasse innan *Tal og algebra*.

I figur 5.4 kjem det fram at i 7. klasse er det er ein høgare prosent av elevane som får med seg båe dei rette svara i LCM 2005 på denne oppgåva enn i 2004. Men skilnaden er ikkje like stor som den var for oppgåve 10b for 4. klasse. Om ein summerer båe dei to rette svarkategoriane, er det ein litt høgare prosent med rette svar på testen LCM 2004 i 7. klasse i høve til LCM 2005 i 7. klasse. Ut frå figur 5.2 ser ein at av dei kategoriane som ikkje er rette, er det berre kategorien *ikkje svart* som har ein nedgang i prosenten. Likevel må det kunna seiast at dette er positivt, med tanke på at det er fleire elevar som faktisk prøver å løysa oppgåva. I KIM 1995, 7. klasse, er prosenten elevar som har med båe dei rette svara, mykje høgare, og løysingsfrekvensen der er også mykje høgare. Men som i KIM 1995 i 7. klasse er det her også i LCM 2004 og 2005 i 7. klasse *49,50 : 1,7* som er den mest vanlege feilkategorien.

Om ein tek med båe dei to svarkategoriane som inneheld rett svar i LCM-testen i 9. klasse, er det ein jamt høgare løysingsfrekvens enn i 7. klasse. LCM 2004 hadde ein løysingsfrekvens på 66 prosent og i LCM 2005 ein løysingsfrekvens på 63 prosent, altså ein liten tilbakegang. Men sidan skilnaden ikkje er større kan det vera tilfeldig. Prosenten innan feilsvarkategorien er ikkje like eintydig med tanke på at i 7. klasse er det divisjon som er den mest vanlege feilkategorien, i 9. klasse er feilkategoriane meir jamne. Som i 7. klasse ligg KIM 1995 resultatet for 9. klasse ein del over det tilsvarande resultatet i 9. klasse i LCM. Faktisk har testen KIM 1995, 7. klasse, omtrent den same løysingsfrekvensen som LCM testane i 9. klasse. Dette tyder på at KIM-elevane i 7. klasse gjorde det like godt på denne oppgåva som LCM-elevane gjorde det i 9. klasse.

Kva som er grunnen til at elevane i KIM-testane gjer det ein god del betre på denne oppgåva, er vanskeleg å seia. Men ein må koma i hug at testane er ulike, og LCM-testane er antatt å vera meir krevjande, noko som særleg gjeld for 9. klasse (Andreassen, 2005).

No går vi tilbake til eleven Alf, som no har sett litt på oppgåve 16c og synest den er vanskeleg.

Transkripsjon 5.3: Intervju med eleven Alf angåande oppgåve 16c i 7. klasse *Tal og algebra*.

Nr:	*Kven:*	*Kva vert sagt:*	*Kommentarar:*
100	Student	Ja, var det noe med denne oppgaven som gjorde den litt	
101		vanskelig?	
102	Alf	Nei, det er egentlig bare siden jeg liksom ikke skulle	
103		konsentrere meg så veldig mye om svaret, så blir det litt	
104		vanskelig.	
.	.	.	
.	.	.	
.	.	.	
112	Student	Ja hvordan ville du regnet det ut?	
113	Alf	Enten i hodet eller på kalkulator hvis det var lov.	
114	Student	Hvis du skulle brukt kalkulator, hvilke tall ville du tastet	
115		inn på kalkulatoren? Og hvilket gangetegn, nei, hvilket	
116		regnetegn?	
117	Alf	Gange…	
118	Student 2	Hvorfor blir det gange og ikke deling her da?	
119	Alf	For du skal finne ut hvor mye det koster og da…	
120	Student 2	Du vet hvor mye én kilo koster, (eleven nikker) og så	
121		kjøper han én komma syv kilo. Så da blir det ganging tror	
122		du.	
123	Alf	Det blir ikke deling, så det må jo nesten bli det. Det blir	
124		ikke minus heller, for da finner du bare ut mindre. Det skal	
125		jo bli mer. Så jeg tror egentlig ganging.	

I byrjinga av denne delen av intervjuet er det tydeleg at Alf synest at oppgåva vert vanskelegare når han ikkje får fokusera på svaret. Slik verkar det som om eleven gjer oppgåva vanskelegare for seg sjølv i og med at han er veldig fokusert på utrekninga og talsvaret som eigentleg ikkje er i fokus i det heile.

Det verkar som om eleven syntest denne oppgåva var vanskeleg. Eleven vil gjerne berre fokusera på svaret, fordi han då reknar med at oppgåva vert enklare. Dette kan hengja saman med at oppgåver der ein skal koma fram til svaret er den typen som er mest vanleg i skulen. I linje nummer 115 ser vi at intervjuaren forsnakkar seg og seier gangeteikn i staden for rekneteikn. Dette medfører jo at eleven truleg vert sikker nettopp på grunn av denne forsnakkinga. Grunngjevinga til Alf, for at det skal vera gangeteikn, er at svaret skal verta større (123-125). Slik ser det også ut til at Alf kan ha ei misoppfatning om at multiplikasjon gjer talet større, medan subtraksjon gjer talet mindre. Men merk at han ikkje grunngjev kvifor det ikkje kan vera divisjon her.

Oppgåve 17b (7. klasse)

17 Skriv et regneuttrykk som passer for å løse oppgaven: (Du skal ikke regne det ut).

b *1 kg svinekoteletter koster 65,50 kr. Hva koster 0,76 kg?*

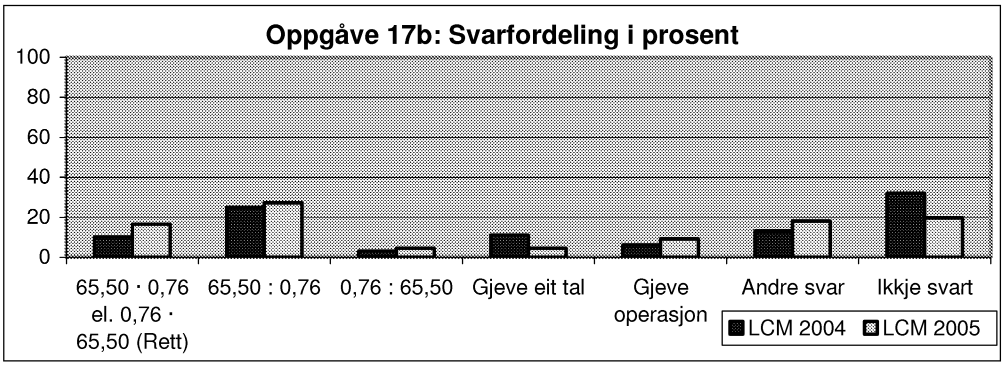
....

Denne oppgåva er ei open oppgåve, men ho går framleis på val av rekneoperasjon og multiplikasjon. Av den grunn kan det vera logisk i etterkant å samanlikna ho med oppgåve 16c. Ein av hovudskilnadene mellom desse oppgåvene, om ein ser vekk frå open og fleirvalsoppgåve, er at i 16c vert svaret større enn dei tala som eleven hadde i utgangspunktet, medan i 17b vert svaret mindre. Men før eg går inn på ein felles analyse av desse oppgåvene, vil eg gå nærare inn på oppgåve 17b. Som dei andre oppgåvene som gjeld val av rekneoperasjon, vil eg kategorisera dette som ei oppgåve som i hovudsak går på omgrep, og ikkje på prosedyre. Denne oppgåva vart gjeven både i 7. klasse og 1. vidaregåande, men på grunn av mangelfulle data for vidaregåande LCM 2004, vel eg å berre ta med 7. klasse og i tillegg samanlikna resultatet med 7. klasse i KIM-prosjektet. Merk at oppgåva i KIM-prosjektet var slik: *1 kg svinekoteletter koster 69,50 kr. Hva koster 0,76 kg?*

Resultat:

Tabell 5.5: Løysingsfrekvens for oppgåve 17b i 7. klasse innan *Tal og algebra*.

Svar	LCM 2004 7. klasse	LCM 2005 7. klasse	KIM 1995 7. klasse
65,50 · 0,76 eller 0,76 · 65,50 (Rett)	**10**	**17**	**27**
65,50 : 0,76	25	27	31
0,76 : 65,50	3	5	2
Gjeve eit tal, ikkje eit rekneuttrykk	11	5	3
Gjeve berre rekneoperasjon	6	9	-
Andre svar	13	18	10
Ikkje svart	32	20	27



Figur 5.5: Løysingsfrekvens for oppgåve 17b i 7. klasse innan *Tal og algebra*.

Her er det ein liten auke i løysingsfrekvensen. I LCM 2004 var der 10 prosent av elevane som svara rett på denne oppgåva. Denne prosenten aukar til 17 på testen LCM 2005. Høgst løysingsfrekvens har elevane frå KIM 1995, med 27 prosent av elevane som svara rett. Høgst prosent i 2004 hadde kategorien *ikkje svart*. Ein ser at denne har gått tilbake i testen LCM 2005. Om lag tretti prosent av elevane, i alle tre testane vel divisjon som svar, anten *65,50i:i0,76* eller det inverse uttrykket. I LCM 2004 er dette nesten tre gonger så mange som svarde rett. I LCM 2005 er det nesten dobbelt så mange som vel divisjon framfor multiplikasjon. I KIM-prosjektet er det derimot berre ein skilnad på 6 prosentpoeng mellom desse, med divisjon som største kategori. Dette kan mellom anna skuldast at elevane ser på multiplikasjon berre som gjentatt addisjon, og difor har ei misoppfatning om at svaret alltid skal verta større enn multiplikanden. Elevane som vel divisjon har truleg ei klar oppfatning om at svaret her skal verta mindre, og difor vel divisjon. Kategorien *ikkje svart* går også klart tilbake frå LCM 2004 til LCM 2005. Faktisk har LCM 2005 ein lågare prosent enn KIM 1995 også.

Tendensen til at elevane gjev opp berre ein rekneoperasjon, altså at dei skriv ein rekneoperasjon, men ikkje korleis tala skal stå, ser ut til å vera aukande. Tendensen der elevane skriv eit tal til svar, altså at dei reknar ut svaret i staden for å skriva reknestykket går tilbake. Om ein samanliknar dette med KIM 1995 ser ein at det veldig få som valde desse kategoriane.

I oppgåve 16c, 7. klasse er det mange fleire elevar som vel multiplikasjon enn i oppgåve 17b. I LCM 2004 er det 47 prosent av elevane, og i LCM 2005 er det 43 prosent av elevane som vel multiplikasjon, medan tilsvarande tal for oppgåve 17b er 10 og 17 prosent. Litt overraskande kan ein konstatera at det faktisk er ein høgare prosent av elevane i 7. klasse LCM 2004 og 2005 som vel divisjon i oppgåve 16c, 31 prosent for LCM 2004 og 39 prosent for LCM 2005, enn for oppgåve 17b. I oppgåve 17b er det 29 prosent av elevane i LCM 2004 og 32 prosent av elevane i LCM 2005 som vel divisjon. Sjølv om det ikkje er dei heilt store skilnadene, er dei der. Dette gjeld ikkje for elevane i 7. klasse i KIM 1995. På oppgåve 16c er der 18 prosent som vel divisjon, og på oppgåve 17b er der 33 prosent. Dette kan kanskje tyda på at den misoppfatninga som vi la til grunn for den høge prosenten av elevar som valde divisjon på oppgåve 17b, slik som også Andreassen (2005) gjorde i si masteroppgåve, ikkje er så utbreidd som fyrst antatt. Det kan verka som om elevane i sjuande klasse har vorte meir generelt usikre på skilnaden mellom divisjon og multiplikasjon frå KIM 1995 til LCM 2004 og 2005.

Dei kategoriane der det er auke frå oppgåve 16c til oppgåve 17b er spesielt kategorien *ikkje svart*. Talet på elevar som vel å ikkje svara på oppgåve 17b er dobbelt så stort som tilsvarande tal for oppgåve 16c.

Ved eit nærare ettersyn i datamaterialet for LCM 2005 finn vi at om lag 20 prosent av elevane vel divisjon på båe desse to oppgåvene. Vidare vel om lag 20 prosent divisjon i den eine oppgåva og ein annan type feilsvar eller *ikkje svart* i den andre oppgåva, 18 prosent av desse svara divisjon i oppgåve 16c, og andre feilsvar eller *ikkje svart* i oppgåve 17b. Det kjem også fram at om lag 11 prosent av dei som svarar rett i oppgåve 16c vel divisjon i oppgåve 17b. I LCM 2005 svarar 11 prosent til sju elevar. Og det er i denne kategorien ein mest truleg ville hamna om ein hadde misoppfatninga som er beskriven tidlegare, altså at elevane trur at divisjon alltid gjev eit mindre svar og multiplikasjon eit større. Dette fordi at om elevane har denne misoppfatninga ville dei velja nettopp slik, ut frå at det skal verta eit større svar i oppgåve 16c og eit mindre i 17b. Men det er klart at det kan vera andre grunnar til at desse elevane vel slik dei har gjort. Eit døme er at elevane kanskje vel rekneoperasjon ut frå typen tal som er gjeve i oppgåva, mellom kan elevane velja divisjon ut frå at det er gjeve eit stort og eit lite tal i oppgåva.

Når ein no går vidare i intervjuet med Alf hoppar vi inn der eleven byrjar på oppgåve 17b.

Transkripsjon 5.4: Intervju med eleven Alf angåande oppgåve 17b i 7. klasse *Tal og algebra*.

Nr:	*Kven:*	*Kva vert sagt:*	*Kommentarar:*
165			Eleven leser oppgåve
166			17 b. Eleven tenkjer i ca
167			tretti sekunder
168	Student	Hva har du skrevet nå?	
169	Alf	Har skrevet sekstifem femti gange syttiseks. Nei, null	
170		komma syttiseks.	
171	Student 2	Hvorfor blir det det?	
172	Alf	Nei, fordi, eller omvendt da. (altså fortsatt gange, bare	

”snur” stykket) Det må nesten bare bli sånn fordi du skal finne ut hvor mye noe koster.

Det verkar som om denne oppgåva er enkel for Alf, sjølv om han brukar om lag tretti sekund å tenkja på, går han rett på eit rett svar. Dette til trass for at det er eit desimaltal under ein som skal gangast. Ein ser at Alf er fullstendig klar over at multiplikasjon er ein kommutativ operasjon (172-173).

Oppgåve 17c (7. klasse)

17 Skriv et regneuttrykk som passer for å løse oppgaven: (Du skal ikke regne det ut).

c *12 meter gardinstoff blir målt opp i lengder på 0,4 meter. Hvor mange lengder får vi?*

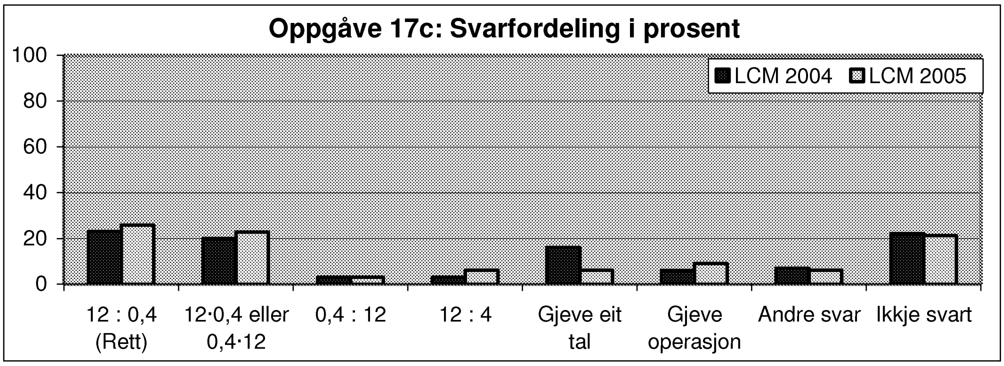
....

Dette er, som 17b, ei open oppgåve, svaralternativ vert ikkje gjeve. Det som skil denne oppgåva frå 17b er at det rette svaret no er divisjon. Eit problemområde i denne oppgåva er kan hende at elevane no skal nytta ein divisor som er mellom null og ein. Tankemodellen for denne oppgåva er målingsdivisjon Ifølgje Andreassen (2005) kan ein sjå på denne oppgåva som gjentatt subtraksjon, det vil seia at ein startar med 12 meter, og tek vekk 0,4 meter gjentekne gonger til der ikkje er meir stoff igjen. Denne oppgåva var i LCM-prosjektet berre gitt i 7. klasse.

Resultat:

Tabell 5.6: Løysingsfrekvens for oppgåve 17c i 7. klasse innan *Tal og algebra*.

Svar	LCM 2004 7. klasse	LCM 2005 7. klasse
12 : 0,4 (Rett)	**23**	**26**
12 · 0,4 eller 0,4 · 12	20	23
0,4 : 12	3	3
12 : 4	3	6
Gjev eit tal, ikkje eit rekneuttrykk	16	6
Gjev berre rekneoperasjon	6	9
Andre svar	7	6
Ikkje svart	22	21



Figur 5.6: Løysingsfrekvens for oppgåve 17c i 7. klasse innan *Tal og algebra*.

Jamt over ligg svarfrekvensane for dei to ulike testane her (LCM 2004 og LCM 2005) nokolunde likt, kanskje med LCM 2005 eit par prosentpoeng framom. Unntaket er den svarkategorien der elevane reknar ut svaret og gjer eit tal til svar i staden for eit reknestykke. Denne kategorien har ein tilbakegang frå LCM 2004 til LCM 2005.

Vi kjem no tilbake til intervjuet med eleven Alf. Alf har nett lese oppgåve 17b og skrive ned eit svar.

Transkripsjon 5.5: Intervju med eleven Alf angåande oppgåve 17c i 7. klasse *Tal og algebra*.

Nr:	*Kven:*	*Kva vert sagt:*	*Kommentarar:*
213	Student	Og da har du skrevet?	
214	Alf	Tolv komma null komma fire.	
215	Student	Tolv gange?	
216	Alf	Tolv gange null komma fire, ja.	
217	Student	Og hvorfor ganger du her?	
218	Alf	Fordi… Nei, dele mener jeg!	
219	Student	Du bytter til dele?	
220	Alf	Ja. Fordi du skal dele det opp. Tolv meter delt på null	
221		komma fire meter.	
222	Student 2	Men hvorfor er det ikke ganging da?	
223	Student	Du skrev først gange, og hva tenkte du da? Hadde du bare	
224		skrevet feil eller tenkte du…	
225	Alf	(avbryter) Ja, jeg skrev feil. Jeg skrev feil.	
226	Student	Ok, så du er sikker på at det er dele?	
227	Alf	Ja.	
228	Student	Hvis du forklarer én gang til hvordan du tenker.	
229	Alf	Nei, du bare deler tolv meter. Hvis du skal dele det opp i	
230		lengder på null komma fire meter, så må du nesten bare	
231		dele det for å finn ut hvor mange lengder du får.	

Den fyrste tanken til eleven om denne oppgåva er at det må vera ganging, grunnen til dette er det vanskeleg å seia noko om. Eleven sjølv seier det berre var ein feil, men det ligg nok noko meir bak det enn ein tilfeldig feil. Det er eleven sjølv som rettar opp reknestykket til divisjon. Det viser seg til slutt at eleven har ei veldig god forståing av denne oppgåva, (228-231). Han forklarar godt kvifor det må vera divisjon i denne oppgåva.

Det som ser ut til å vera det største problemet til eleven, Alf, er når han skal koma fram til eit reknestykke der det er eit lite tal delt på eit stort. Sjølv om han i intervjuet viser at han er klar over at det er ein moglegheit, verkar det likevel som om han ikkje greier å setja det opp sjølv.

Om ein samanliknar denne oppgåva med dei andre oppgåvene som har divisjon som svar (oppgåve 16a og 16b) finn ein at det rette svaret i denne oppgåva vert gjeve av omtrent like mange elevar som det rette svaret i oppgåve 16b. Men den samla delen av elevar som vel divisjon har gått kraftig tilbake for båe dei to andre oppgåvene. På denne oppgåva (oppgåve 17c) er det rundt 30 prosent av elevane som vel divisjon på båe testane, medan på dei to andre var dette talet om lag 80 prosent. Det er yttarst få elevar som inverterer divisjonen i denne oppgåva, altså at dei set skriv svaret *0,4:12*. Ingen elevar skriv opp divisjonen båe vegar, altså slik at det kjem fram at dei har ei misoppfatning om at divisjon er kommutativ, Dette heng nok helst saman med at elevane sjølv skriv svaret her, og er ikkje bedne om å gje opp fleire svar om mogeleg. Det er ein litt større del av elevane som vel multiplikasjon som svaralternativ enn for oppgåve 16b og 16c.

Oppgåvene innan val av rekneoperasjon vil verta diskutert vidare i kapittel 6.2.1.

5.2 Geometri og statistikk

I dette kapitlet vil eg gå inn på ein meir detaljert analyse av nokre enkeltoppgåver frå kvar av testane innan *Geometri og statistikk*. I og med at nokre av oppgåvene vert samanlikna med oppgåver frå andre testar (som TIMSS og KIM) har eg i dette kapitlet valt konsekvent å ta med alle elevane som gjennomførte testane. Av den grunn kan ein ikkje samanlikna og samanfatta resultata frå kapittel 4 med resultata frå dette kapitlet. Valet er gjort slik for at ein her skal få med eit størst mogleg mangfald. Sidan det vert gjort slik er alle resultata frå testen LCM 2004 henta frå masteroppgåva til Andreassen (2005). For å visa til dei ulike testane i dette kapitlet vil vi nytta LCM 2004, som viser til testen som vart gjennomført innan KUL-LCM-prosjektet i 2004, og LCM 2005. Dette fordi her vil koma inn andre testresultat, frå KIM og TIMSS.

Det har ikkje vorte gjennomført intervju som tek utgangspunkt i nokon av oppgåvene i desse testane.

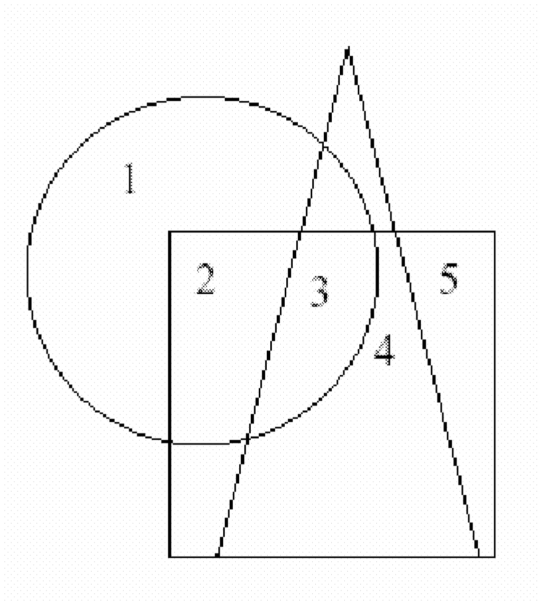
Eg har valt å ta med utvalde oppgåver innan emnet geometri, av di dette er eit av emna som norske elevar skårar dårlegast på innan TIMSS-prosjektet i 1995.

5.2.1 Logisk tenking

Oppgåve 2 (4. klasse) / Oppgåve 1 (7. klasse)

2 / 1 Studer figuren under. Hvilket tall er innenfor kvadratet og sirkelen, men IKKE innenfor trekanten?
(Sett ring rundt riktig svar)

1 2 3 4 5



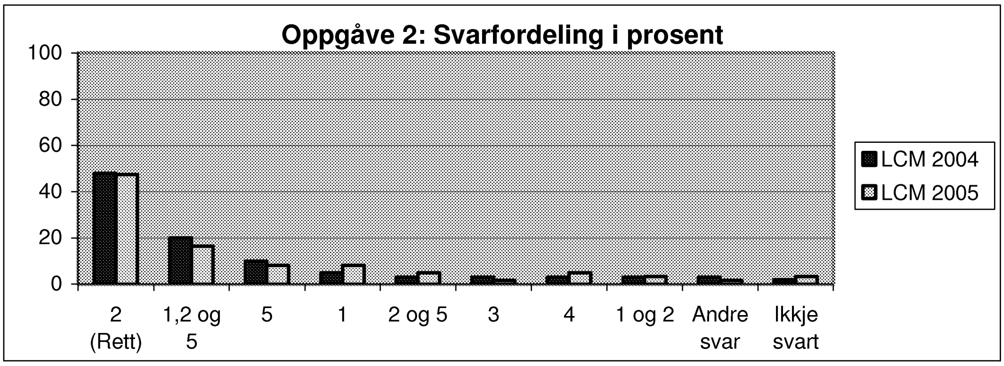
Oppgåva som vert presentert her går i utgangspunktet mykje på kompetansen som Niss og Højgaard Jensen omtalar som representasjonskompetanse (sjå kapittel 2.4.2). Denne kompetansen går mellom anna ut på å tolka og skilja mellom ulike matematiske objekt, som mellom anna sirkel, kvadrat og trekant. Og då spesielt med tanke på visuelle representasjonar. Noko som i høgste grad er relevant for oppgåva. Oppgåva går også på om elevane veit kva dei matematiske omgrepa trekant, rektangel og sirkel er.

Denne oppgåva er henta frå TIMSS 1995 der 3. og 4. klasse vart testa (Andreassen 2005). I LCM var denne oppgåva nytta i 4. og 7. klasse Ifølgje Andreassen (2005) må elevane ha kunnskap om kvadrat, sirkel og trekant for å løysa oppgåva, i tillegg testar denne oppgåva elevane si evne til logisk tenking. Eg meiner at denne oppgåva, som alle dei andre går direkte på omgrepskunnskap, og då må eleven ha inne omgrepa som Andreassen nemner, i tillegg noko logisk tenking. Brekke, Kobberstad, Lie og Turmo (1998) legg vekt på at negasjonen i oppgåva er med på å gjera oppgåva vanskelegare, og nettopp av den grunn er ordet ”IKKE” utheva. Elevane treng ikkje nokre spesielle prosedyrar for å løysa denne oppgåva.

Resultat:

Tabell 5.7: Løysingsfrekvens for oppgåve 2 i 4. klasse og 1 i 7. klasse innan *Geometri og statistikk*.

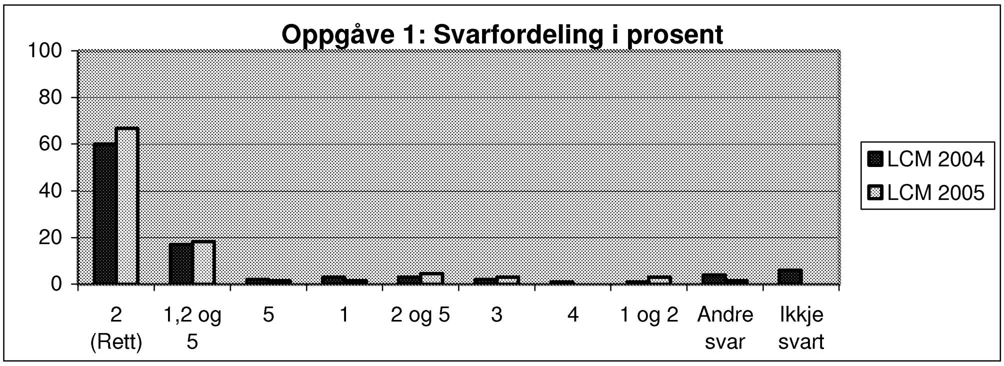
Svar	LCM 2004 4. klasse	LCM 2005 4. klasse	TIMSS 1995[3] 4. klasse	LCM 2004 7. klasse	LCM 2005 7. klasse
2 (Rett)	**48**	**48**	**59**	**60**	**67**
1,2 og 5	20	16	-	17	18
5	10	8	12	2	2
1	5	8	-	3	2
2 og 5	3	5	-	3	5
3	3	2	10	2	3
4	3	5	12	1	-
1 og 2	3	3	-	1	3
Andre svar	3	2	-	4	2
Ikkje svart	2	3	8	6	-



Figur 5.7 Løysingsfrekvens for oppgåve 2 i 4. klasse innan *Geometri og statistikk*.

I 4. klasse er dei fleste svarkategoriane ganske jamne. Dei inneheld prosentvis omtrent like mange elevar. Nokre små skilnader er her, men dei er ikkje store nok til at det er noko poeng i å kommentera dei. Om lag 50 prosent av elevane svarar rett på denne oppgåva på båe testane i 4. klasse. Resten av elevane er fordelt på dei ulike feilsvara. Feilsvara som er mest utbreidde er *1, 2 og 5*. Felles for desse tala er at dei alle er utanfor trekanten, altså er eit av vilkåra oppfylt. Også i 7. klasse er det denne feilkategorien prosentvis flest elevar vel. Grunnen til at så mange som oppunder 20 prosent av elevane svarar dette, har truleg med at elevane ikkje har lese oppgåva godt nok, og neglisjerer nokre av vilkåra. Andreassen (2005) peikar på at i oppgåveteksten vert det spesifisert at det er eit tal det er snakk om (*hvilket* tall), noko som burde tyda på at om elevane les oppgåveteksten godt, ville dei berre ha valt eitt av tala.

[3] Merk at dette er det gjennomsnittet for dei norske elevane. Tala er henta frå Brekke, Kobberstad, Lie og Turmo (1998).



Figur 5. 8 Løysingsfrekvens for oppgåve 1 i 7. klasse innan *Geometri og statistikk.*

I 7. klasse er det ein liten auke frå testen LCM 2004 til testen LCM 2005 av elevar som svarar rett. Prosenten stig frå 60 til 67. Om dette er nok til at det er ei signifikant auke, er usikkert. Den kategorien som har størst tilbakegang frå 2004 til 2005 er kategorien *ikkje svart*. Her er det omtrent like stor tilbakegang som det er framgang i rette svar. Likevel er ikkje det same som at auken i rett svar-kategorien kjem frå *ikkje svart*-kategorien. Utover dette er det små endringar i dei andre kategoriane.

Frå fjerde til sjuande klasse er det ein auke blant elevane som svarar rett, på under 20 prosent-poeng. Merk at fjerde klasse i TIMSS 1995 har om lag like stor løysingsfrekvens på denne oppgåva som sjuande klasse har i LCM 2004. Det er også verdt å merka seg at ingen av TIMSS-elevane set ring rundt meir enn eit tal, noko som over 20 prosent av elevane i alle LCM-testane gjer. Brekke, Kobberstad, Lie og Turmo (1998) peikar på at i TIMSS 1995 var der ein betydeleg auke frå tredje til fjerde klasse, omtrent 40 prosent av tredjeklassingane løyste denne oppgåva, og om lag 60 prosent av fjerdeklassingane. Det er ikkje like stor framgang frå fjerdeklassingane til sjuandeklassingane innan LCM-testen. Oppgåva vil verta diskutert vidare i kapittel 6.2.2.

5.2.2 Omkrets og areal

Oppgåvene som vert presenterte under dette emnet, er vanskelegare å setja inn i ein av kompetansane som Niss og Højgaard Jensen tek for seg (sjå kapittel 2.4.2). I alle fall den eine oppgåva kan plasserast innan visuell representasjon, noko som gjerne kjem inn under representasjonskompetansen. Truleg vil nok også symbol- og formalismekompetansen gjera seg gjeldande for desse oppgåvene. For nokre elevar, og då særleg i fjerde klasse, vil noko av problembehandlingskompetansen gjera seg gjeldande.

Under dette emnet er det to oppgåver som skil seg ut på denne testen, nemleg oppgåve 3 og 4 i fjerde klasse (eller 5 og 7 i sjuande klasse). I motsetnad til Andreassen (2005) tek eg for meg ei og ei deloppgåve og kommenterer resultata. Eg vel å ta for meg båe a-oppgåvene fyrst, i og med målet med båe desse oppgåvene er å finna omkretsen til ein figur. Vidare går eg nærare inn på kvar av b-oppgåvene, der elevane skal finna arealet av dei respektive figurane. Merk at ingen av figurane er teikna i rett målestokk. Difor kan ikkje elevane måla seg fram til omkretsen (Andreassen, 2005). I etterkant vil eg samanlikne alle deloppgåvene. Desse oppgåvene vart gjevne både i fjerde og sjuande klasse på båe LCM-testane.

Merk at blant dei rette svara hadde Andreassen (2005), for alle desse tre oppgåvene, valt å skilja mellom tre ulike variantar, dette har eg vidareført i denne oppgåva:

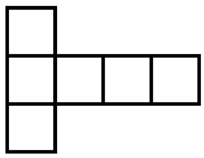
- Heilt rett svar (både rett svar og rett nemning på svaret)
- Delvis rett svar (rett svar men utan nemning)

- Delvis rett svar (rett svar men feil nemning)

Dette er gjort for at ein skal prøve å avdekkje eventuelle misforståingar mellom omkrets og areal.

Oppgåve 3a (4. klasse) / Oppgåve 5a (7. klasse)

3/5 Seks kvadrater (hvert med side 1 cm) er satt sammen som vist nedenfor.



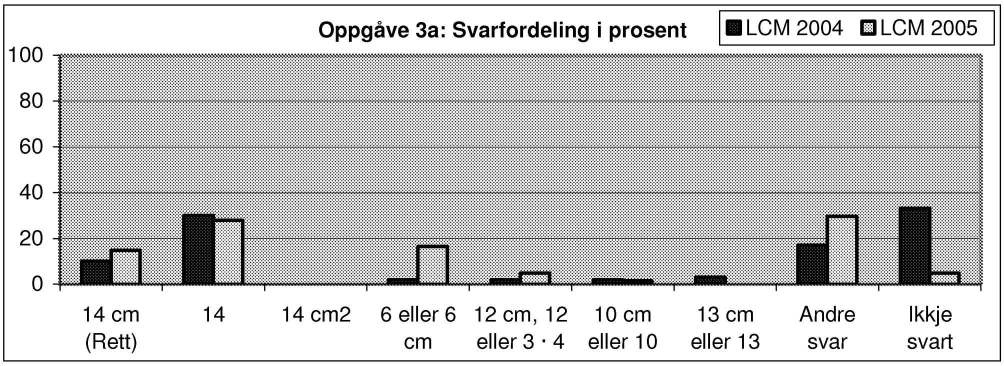
a Hva er omkretsen av denne figuren

I denne oppgåva skal elevane finna omkretsen av ein figur som er sett saman av seks kvadrat, kvar med side lik ein cm. Noko av målet med denne oppgåva, meiner eg, er at elevane skal telja seg fram til kva omkretsen er, altså ikkje rekna seg fram. På denne måten får ein sjekka om elevane verkeleg forstår kva omgrepet omkrets går ut på, altså om elevane har oppfatta omgrepet omkrets. I utgangspunktet er det omgrepskunnskap som er aktuelt for å løysa denne oppgåva. Det er lite hjelp i ein prosedyre for å rekna ut omkretsen av denne figuren. Sjølvsagt kan ein prosedyre vera til hjelp, men om eleven ikkje har forståing for omgrepet omkrets vil han nok koma fram til feil svar.

Resultat:

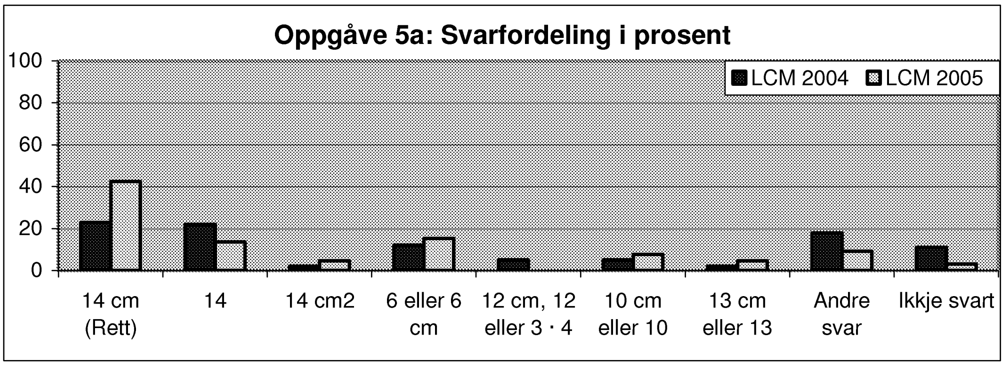
Tabell 5.8: Løysingsfrekvens for oppgåve 3a i 4. klasse og 5a i 7. klasse innan *Geometri og statistikk*.

Svar	LCM 2004 4. klasse	LCM 2005 4. klasse	LCM 2004 7. klasse	LCM 2005 7. klasse
14 cm (Rett)	**10**	**15**	**23**	**42**
14 (Rett, nemning manglar)	**30**	**28**	**22**	**12**
14 cm^2 (Rett, feil nemning)	**-**	**-**	**2**	**5**
6 eller 6 cm	2	16	12	15
12 cm, 12 eller 3 · 4	2	5	5	5
10 cm eller 10	2	2	5	8
13 cm eller 13	3	-	2	5
Andre svar	17	30	18	9
Ikkje svart	33	5	11	3



Figur 5.9: Løysingsfrekvens for oppgåve 3a i 4. klasse innan *Geometri og statistikk.*

I fjerde klasse er det omtrent like mange elevar som kjem inn under ein av dei tre rette svarkategoriane, nemleg om lag 40 prosent. Det er verdt å merka seg at ingen av elevane i fjerde klasse skriv at svaret er 14 cm^2, men ein ser på same tid at fleirtalet av elevane i fjerdeklasse vel å ikkje skriva nemning på svaret i det heile. Det som er dei mest markante skilnadene mellom LCM 2004 og LCM 2005 i fjerde klasse, er at talet på elevar som svarar 6, altså arealet av figuren, går frå to prosent til 16 prosent. Dette er ei forholdsvis stor auke for eit feilsvar. Dette tyder på at fleire elevar i LCM 2005 forvekslar omkrets med areal. Kategorien *andre svar* har også ein framgang på om lag 13 prosentpoeng. Det er i hovudsak kategorien *ikkje svart* som har tilbakegang frå 2004 til 2005. I dei andre svarkategoriane er det yttarst få elevar.



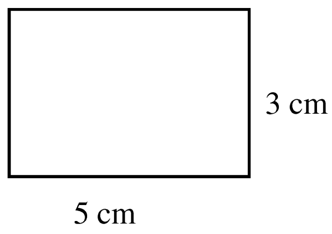
Figur 5.10: Løysingsfrekvens for oppgåve 5a i 7. klasse innan *Geometri og statistikk.*

I sjuande klasse er skilnadene mellom dei to ulike testane med tanke på dei tre ulike kategoriane for rett svar meir ujamne. Mellom anna svarar 23 prosent av elevane i LCM 2004 heilt rett, altså at dei har både talet og eininga rett, i LCM 2005 har dette auken til 42 prosent. Det er ein tilbakegang i den andre kategorien for rett svar, rett tal utan eining, frå 22 prosent i 2004 til 12 prosent i 2005. Den tredje svarkategorien for rett svar er nokolunde den same båe gongane. Samla sett er det 47 prosent av elevane som svarar rett i LCM 2004 og 59 prosent i LCM 2005. Det er kategoriane *andre svar* og *ikkje svart* som har tilbakegang.

I sjuande klasse er det prosentvis fleire elevar som svarar rett enn i fjerde klasse. Likevel ligg ikkje sjuande klasse på testen LCM 2004 langt framom fjerde klasse, skilnaden her er på under ti prosentpoeng.

Oppgåve 4a (4. klasse) / Oppgåve 7a (7. klasse)

4/7 Et rektangel har sider som er 5 cm og 3 cm slik figuren viser.



a Regn ut omkretsen til rektangelet.

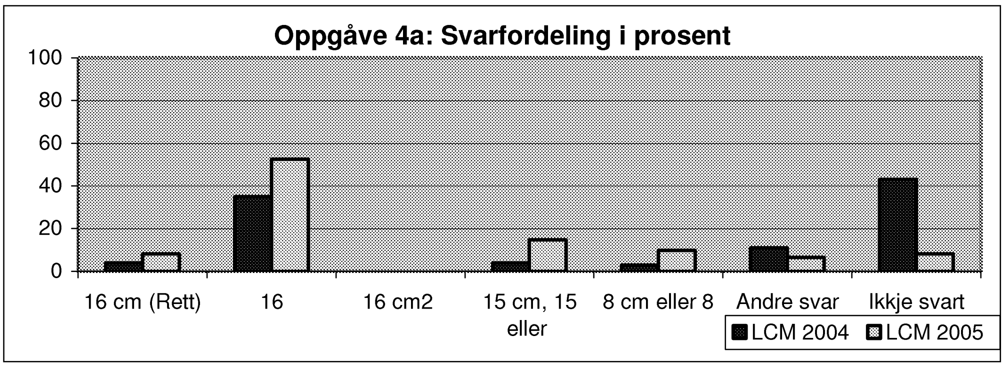
Regn her:

I motsetnad til den førre oppgåva kan elevane greia denne oppgåva berre ved hjelp av prosedyrekunnskap. Om elevane har ein prosedyre om korleis dei skal rekna ut omkretsen, treng dei ikkje noko forståing for omgrepet omkrets for å få til denne oppgåva. Av den grunn kategoriserar eg denne oppgåva som ei tilnærma rein prosedyrisk oppgåve. Noko av poenget med denne oppgåva er nettopp å sjekka om elevane greier å rekna ut omkretsen når dei får oppgjeve dei måla som er naudsynte for å greia det.

Resultat:

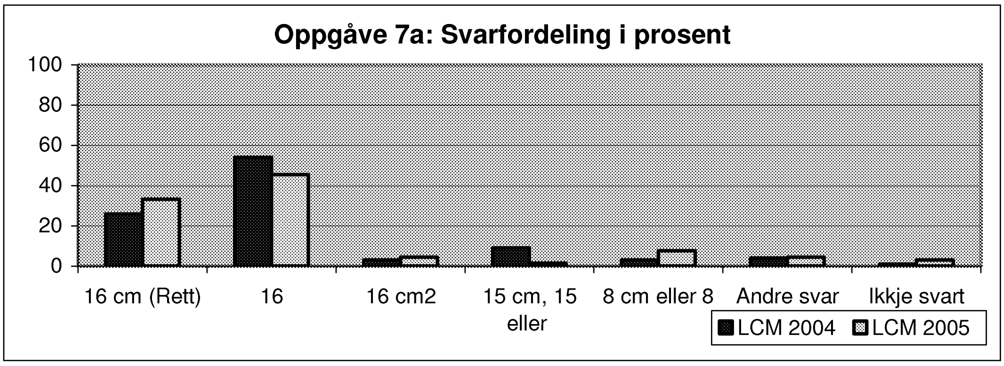
Tabell 5.9: Løysingsfrekvens for oppgåve 4a i 4. klasse og 7a i 7. klasse innan *Geometri og statistikk*.

Svar	LCM 2004 4. klasse	LCM 2005 4. klasse	LCM 2004 7. klasse	LCM 2005 7. klasse
16 cm (Rett)	**4**	**8**	**26**	**33**
16 (Rett, nemning manglar)	**35**	**53**	**54**	**45**
16 cm2 (Rett, feil nemning)	**-**	**-**	**3**	**5**
15 cm, 15 eller 3 · 5	4	15	9	2
8 cm eller 8	3	10	3	8
Andre svar	11	7	4	5
Ikkje svart	43	8	1	3



Figur 5.11: Løysingsfrekvens for oppgåve 4a i 4. klasse innan *Geometri og statistikk*.

Blant fjerdeklassingane er det på denne oppgåva særs få som greier å svara heilt rett, altså både rett omkrets og rett eining. Fire prosent i LCM 2004 og åtte prosent i LCM 2005 greier dette. Til gjengjeld er det ein del fleire elevar som svarar rett, men ikkje har med eininga, 35 prosent i 2004 og 53 prosent i 2005. Det er heller ingen elevar i fjerde klasse som her svarar rett, men nyttar feil eining. Samla sett svarar 39 prosent av elevane i LCM 2004 og 61 prosent av elevane i LCM 2005 korrekt. Det er altså ein tydeleg auke av elevar som svarar riktig frå 2004 til 2005. Tilbakegangen er i hovudsak i kategorien *ikkje svart*.



Figur 5.12: Løysingsfrekvens for oppgåve 7a i 7. klasse innan *Geometri og statistikk*.

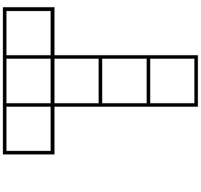
I sjuande klasse har denne oppgåva ein ganske høg løysingsfrekvens. Over 80 prosent av elevane har eit rett svar på båe testane. Den einaste skilnaden som kjem fram i diagrammet, er at det er ein liten tilbakegang i den rette svarkategorien der elevane berre oppgjer talet og ikkje eining. Det er også omtrent ein tilsvarande framgang blant dei elevane som svarar heilt rett. Her er ingen framgang i løysingsfrekvensen frå 2004 til 2005, men det meiner eg at ein ikkje rekna med, i og med at over 80 prosent av elevane løyste oppgåva rett.

Som forventa er det mange fleire elevar i sjuande klasse som svarar rett på denne oppgåva enn på den fyrste oppgåva. Det er også fleire elevar i sjuande som svarar rett på denne oppgåva enn i fjerde klasse. Tendensen var den same i den fyrste oppgåva, men likevel kunna det sjå ut til at fjerde klasse i oppgåve 3a/5a gjer det tilnærma like bra som sjuande klasse i LCM 2004, og så aukar sjuande klasse meir enn fjerde for LCM 2005 på denne oppgåva. Det er altså mindre avstand mellom dei to klassane i oppgåva 3a/5a enn i oppgåva 4a/7a. Ei anna sak ein kan leggja merka til, er at ingen av fjerdeklassingane nyttar eininga cm^2, noko som nokre få elevar gjer i sjuande klasse. Dette heng nok ikkje saman med at sjuande klassingane rotar meir med eininga, det heng heller saman med at elevane i fjerde klasse ikkje har lært denne eininga skikkeleg enno, noko som eg trur vil verta bekrefta når ein går over til å sjå på areal. Om ein ser etter i L-97 (Kirke- utdannings- og forskningsdepartementet, 1996), ser ein at det er fyrst i femte klasse omgrepet rektangel vert innført, noko som kan ha noko å seia for korleis elevane i fjerde klasse møter dette omgrepet i denne oppgåva.

No går eg over til å sjå på dei oppgåvene som omhandlar areal, oppgåvene vil verta presenterte i same rekkjefølgje som for omkretsoppgåvene.

Oppgåve 3b (4. klasse) / Oppgåve 5b (7. klasse)

3/5 Seks kvadrater (hvert med side 1 cm) er satt sammen som vist nedenfor.



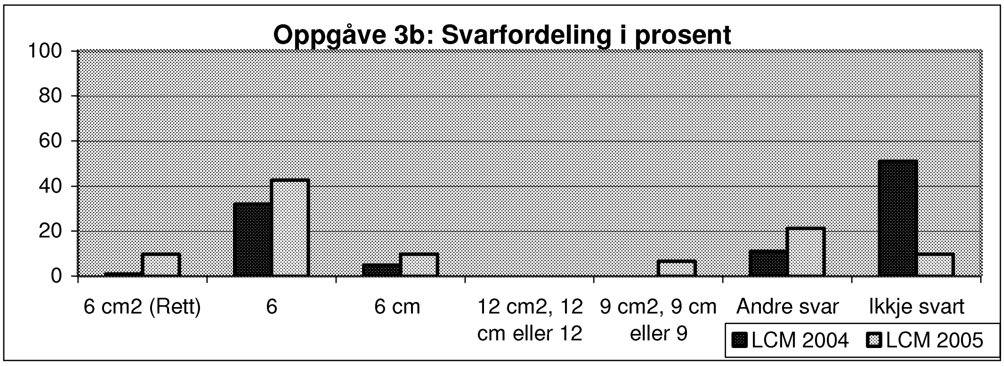
b Hva er arealet av figuren? ……………………………………………………..

I b-oppgåvene skiftar ein tema frå omkrets til areal, men elles er oppgåvene like. Denne oppgåva kan elevane greia berre med hjelp av omgrepskunnskap, for om elevane har inne ein prosedyre for utrekning av areal, som til dømes å ganga lengda med breidda, vil denne ikkje fungera her. Her må dei ha inne grunnleggjande idear rundt omgrepet areal.

Resultat:

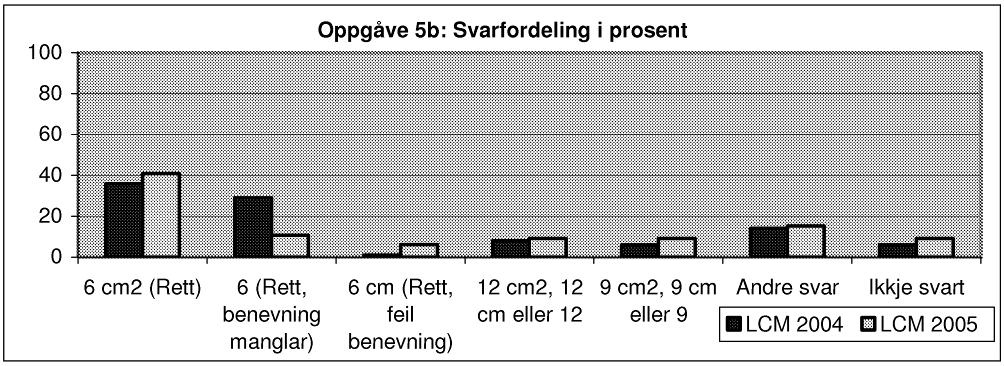
Tabell 5.10: Løysingsfrekvens for oppgåve 3b i 4. klasse og 5b i 7. klasse innan *Geometri og statistikk*.

Svar	LCM 2004 4. klasse	LCM 2005 4. klasse	LCM 2004 7. klasse	LCM 2005 7. klasse
6 cm^2 (Rett)	**1**	**10**	**36**	**41**
6 (Rett, nemning manglar)	**32**	**43**	**29**	**11**
6 cm (Rett, feil nemning)	**5**	**10**	**1**	**6**
12 cm^2, 12 cm eller 12	-	-	8	9
9 cm^2, 9 cm eller 9	-	7	6	9
Andre svar	11	21	14	15
Ikkje svart	51	10	6	9



Figur 5.13: Løysingsfrekvens for oppgåve 3b i 4. klasse innan *Geometri og statistikk*.

Som omtalt tidlegare ser ein at det er heller få fjerdeklassingar som gjev svaret med eininga cm^2, sjølv om det er det som er den rette eininga. Der er ei lita auke frå 2004 til 2005, dei fleste elevane som svarar rett, gjev opp berre talet, altså *6*. I LCM 2004 svara 38 prosent av elevane korrekt, medan heile 51 prosent av elevane valde å ikkje svara på denne oppgåva. Dette heng nok saman med det som ein tok opp i kapittel 4.2.1, nemleg at ifølgje L-97 er det fyrst i fjerde klasse elevane verkeleg byrjar å arbeida med areal. Dette kan nok resultatet i LCM 2005 i fjerde klasse tyda på og, for der er *ikkje svart*-kategorien redusert til 10 prosent av elevane, noko som sannsynlegvis er eit resultat av undervisinga. I 2005 er det over 60 prosent av elevane som svarar rett, noko som er ei betydeleg auke frå 2004. Det er også ein auke i svarkategorien *9* cm^2*, 9 cm eller 9*, dette heng kanskje saman med at desse elevane kanskje prøver å nytta ein formel for å rekna ut arealet, til dømes lengde gange breidde, og difor endar opp med $3 \cdot 3$. Merk likevel at ingen av elevane får svaret *12*, som nok kjem fram på den same måten, berre at elevane tel fire ruter i breidda. Dette peikar Andreassen (2005) på og seier at nokre av elevane i sjuande klasse prøver på i 2004. Ingen i fjerde klasse, 2004 gjorde dette.



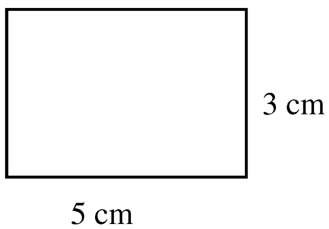
Figur 5.14: Løysingsfrekvens for oppgåve 5b i 7. klasse innan *Geometri og statistikk*.

Ut frå figuren over kan det sjå ut som om det er stor tilbakegang i rette svar i sjuande klasse, dette er litt misvisande, for det viser seg at i LCM 2004 svarar 66 prosent av elevane rett, og i LCM 2005 svarar 58 prosent av elevane rett. Her er altså tilbakegang, men ikkje så stor som stolpediagrammet kanskje gjev inntrykk av. Svarkategorien som minkar mest, er den der elevane berre gjev det rette talet, og ikkje tek med eininga. Dei to andre kategoriane for rett svar aukar båe litt. Utover dette er der ein ørliten auke i alle feilkategoriar for sjuande klasse.

Om ein samanliknar løysingsfrekvensen for fjerde og sjuande klasse, ser vi at fjerde klasse i 2004 hadde ein løysingsfrekvens på 38 prosent, tilsvarande for sjuande klasse var 33 prosent. I LCM 2005 svara 63 prosent av elevane i 4. klasse rett, medan 58 prosent av elevane i sjuande gjorde det same. Her går altså fjerde klasse akkurat forbi sjuande klasse. Ein hugsar at fjerde klasse tok innpå sjuande klasse for deloppgåve a på denne oppgåva, men dei var likevel eit godt stykke frå sjuande klasse.

Oppgåve 4b (4. klasse) / Oppgåve 7b (7. klasse)

4/7 Et rektangel har sider som er 5 cm og 3 cm slik figuren viser.



b Regn ut arealet til rektangelet.

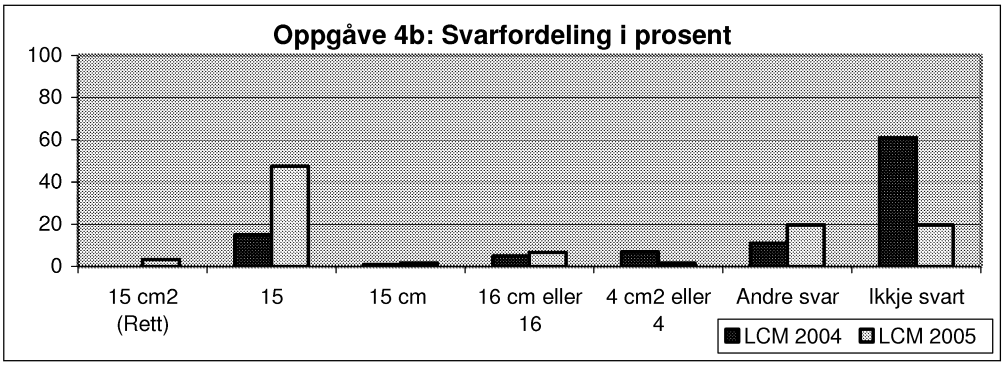
Regn her:

Som for omkretsen vil vi no sjå nærare på ei oppgåve for areal der elevane må rekna ut arealet. Det held no ikkje lenger å berre ha omgrepet inne, dei må også kunna å rekna ut arealet. I utgangspunktet er det her nok at elevane hugsar ein prosedyre for å rekna ut arealet, difor meiner eg at denne oppgåve i utgangspunktet testar prosedyrisk kunnskap.

Resultat:

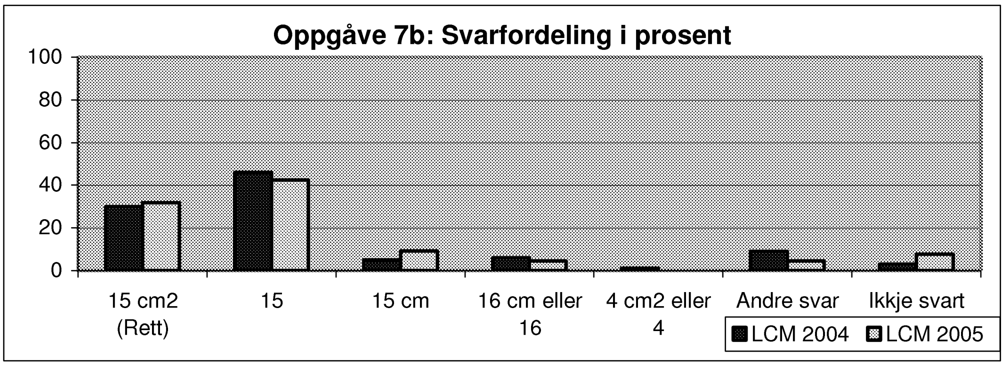
Tabell 5.11: Løysingsfrekvens for oppgåve 4b i 4. klasse og 7b i 7. klasse innan *Geometri og statistikk*.

Svar	LCM 2004 4. klasse	LCM 2005 4. klasse	LCM 2004 7. klasse	LCM 2005 7. klasse
15 cm^2 (Rett)	**-**	**3**	**30**	**32**
15 (Rett, nemning manglar)	**15**	**48**	**46**	**42**
15 cm (Rett, feil nemning)	**1**	**2**	**5**	**9**
16 cm eller 16	5	7	6	5
4 cm^2 eller 4	7	2	1	-
Andre svar	11	20	9	5
Ikkje svart	61	20	3	8



Figur 5.15: Løysingsfrekvens for oppgåve 4a i 4. klasse innan *Geometri og statistikk*.

Her var det få elevar som greidde å svara rett i fjerde klasse i 2004. Berre 16 prosent av elevane gjer det, og ingen av dei svarar heilt rett. Det er ingen som gjev opp den rette eininga. I LCM 2005 aukar løysingsfrekvensen til 53 prosent. Denne auken bekreftar det ein tidlegare har kommentert angåande L-97. Tilbakegangen frå 2004 til 2005 ligg hovudsakleg i kategorien *ikkje svart.* Om ein samanliknar løysingsfrekvensen på denne oppgåva med den førre oppgåva for fjerde klasse, 3b, ser ein at i 2004 er løysingsfrekvensen på 38 prosent. Tilsvarande for denne oppgåva er 16 prosent. I 2005 svarar 63 prosent av elevane rett på oppgåve 3b, medan det er 53 prosent som svarar rett på oppgåve 4b. Det er altså fleire elevar som svarar rett på oppgåve 3b, der dei ikkje treng ein prosedyre for å rekna ut arealet.



Figur 5.16: Løysingsfrekvens for oppgåve 7a i 7. klasse innan *Geometri og statistikk*.

I sjuande klasse er løysingsfrekvensen ganske lik. På båe testane er det litt over 80 prosent av elevane som svarar rett. Dei fleste elevane som svarar rett gjev berre opp talet, utan å ta med eininga. Omtrent halvparten av dei som svarar rett kjem i denne kategorien. Rett over 30 prosent av elevane, på båe testane, svarar heilt rett. Når det i utgangpunktet (LCM 2004) er mange elevar som svarar rett, kan ein ikkje forventa noko særleg forbetring i materialet. Alle feilsvarkategoriane er også nokolunde jamne på denne oppgåva.

Om ein samanliknar desse resultata med resultata i oppgåve 5b, ser ein at elevane i sjuande klasse gjer det klart best på oppgåve 7b, altså den oppgåva der elevane skal rekna ut arealet, men ikkje treng å ha skikkeleg forståing for areal. Dette står i motsetnad til det vi såg hjå fjerde klasse, der dei gjorde det best på den oppgåva som gjekk direkte på omgrepskunnskap. Som forventa er det ein høgare løysingsfrekvens for alle oppgåvene i sjuande klasse enn i fjerde klasse, men på enkelte oppgåver ligg fjerde klasse nærare enn kva ein kanskje skulle forventa. Resultata frå desse oppgåvene vert diskuterte vidare i kapittel 6.2.3.

5.2.3 Storleiken til ein vinkel

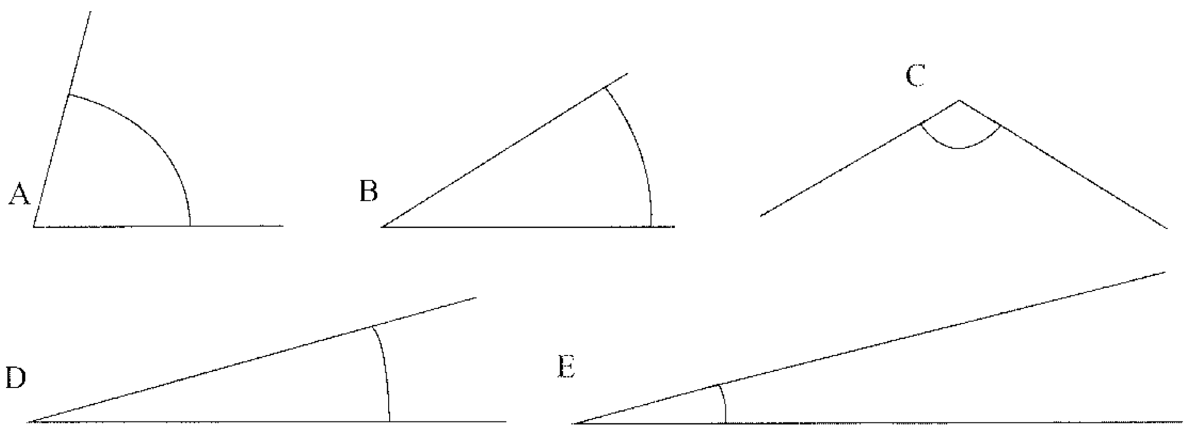
Piaget, Inhelder og Szeminska (1970) definerer ein vinkel som "portions of a plane defined by two straight lines". Ein annen måte å definera ein vinkel på finn ein hjå Breiteig og Venheim (1999), dei ser nærare på korleis to linjer i planet kan vera plassert på ulike måtar. Anten har dei ikkje noko punkt felles, og då er dei parallelle, eller dei har eit punkt felles, og då vert det danna vinklar. Det vil seia at ein vinkel eigentleg er to strålar som går ut frå eit felles punkt.

Gjone og Nortvedt (2001) peikar på ulike misoppfatningar innan vinkelomgrepet. Ei misoppfatning er at elevar trur at den vinkelen som har lengst vinkelbein er størst. På same tid er der ei misoppfatning som går på at vinkelopninga berre kan vera mot høgre, slik at om ein vinkel har opninga mot venstre, ser elevane kanskje på den utvendige vinkelen. Johnsen (1996) konkluderar med at elevar ikkje har problem med omgrepa spiss og stump vinkel, men at dei får problem med vinklar som er større enn, eller lik 180 grader.

I denne oppgåva vil nok representasjonskompetansen gjera seg gjeldande (sjå kapittel 2.4.2). Her skal elevane tolka ei visuell framstilling og dra ut den informasjonen som oppgåva spør etter.

Oppgåve 3 (7. klasse)

3



Hvilken av vinklene ovenfor er størst? ……………………..

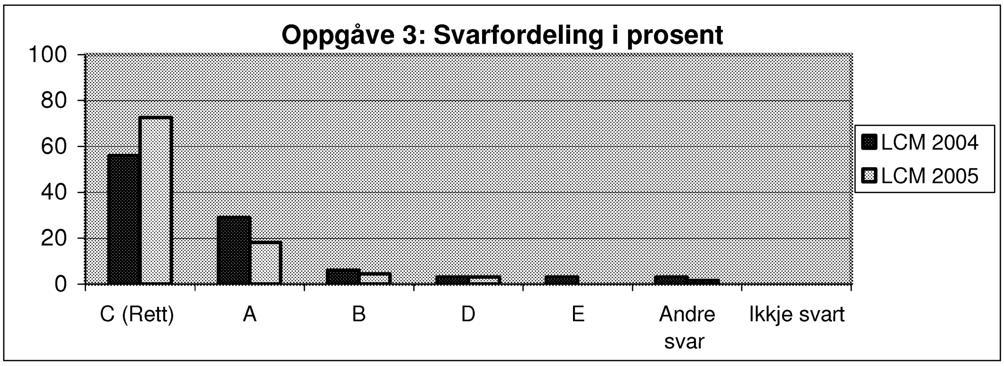
Den siste oppgåva som eg går inn på og analyserer, tek for seg storleiken til ein vinkel. Dette er ei typisk diagnostisk oppgåve, slik som det vart definert i kapittel 2.8. Her kjem det fram om elevane mellom anna har ei misoppfatning om at den største vinkelen er den med lengst vinkelbein. Om eleven har den misoppfatninga ville nok eleven svara at vinkel E er størst. Difor er det truleg at dei elevane som svarar at vinkel E er størst, nettopp har ei slik misoppfatning. Dette sidan det er det som er spesielt med denne vinkelen.

I utgangspunktet byggjer denne oppgåva på omgrepskunnskap. Om elevane skal greia denne oppgåva må dei ha eit bestemt vinkelomgrep inne. Ein annan moglegheit er jo at elevane kan måla seg fram til kva vinkel som er størst ved hjelp av ei gradskive, og då er ein jo eigentleg over på prosedyrisk kunnskap. I utgangspunktet skulle elevane ikkje ha hjelpemiddel som gradskive tilgjengeleg under desse testane, men korleis det vart gjort, veit eg ikkje. Denne oppgåva vart gjeven i sjuande klasse både i 2004 og 2005. Vidare er oppgåva gjeven i KIM-prosjektet i 1998 i sjette og niande klasse. Desse elevane vart testa i januar/februar i 1998 (Andreassen, 2005). Av den grunn var KIM elevane over eit år yngre enn elevane i LCM-prosjektet då testen LCM 2005 vart gjennomført.

Resultat:

Tabell 5.12: Løysingsfrekvens for oppgåve 3 i 7. klasse innan *Geometri og statistikk*.

Svar	LCM 2004 7. klasse	LCM 2005 7. klasse	KIM 1998[4] 6. klasse
C (Rett)	**56**	**73**	**45**
A	29	18	15
B	6	5	6
D	3	3	3
E	3	-	24
Andre svar	3	2	-
Ikkje svart	-	-	4



Figur 5.17: Løysingsfrekvens for oppgåve 3 i 7. klasse innan *Geometri og statistikk*.

I hovudsak fordeler svara seg her i to svarkategoriar. Denne tendensen gjeld for både LCM 2004 og LCM 2005, men er sterkast for LCM 2005. I 2004 svara 56 prosent av elevane rett, i LCM 2005 svara 73 prosent rett, altså ein auke på 17 prosentpoeng. Feilkategorien som er størst, er at elevane vel vinkel A, altså den vinkelen som er størst av dei vinklane som har eit bein horisontalt. I LCM 2004 svara 29 prosent av elevane dette, i LCM 2005 minka dette til 18 prosent. Det er med andre ord ein nedgang i denne kategorien. Andreassen (2005) peika på at skilnaden mellom løysingsfrekvensen i LCM 2004 og KIM 1998 kunna vera eit resultat av

[4] Tala er henta frå Støren (2001). Merk at summen her vert 97.

at KIM 1998 elevane var om lag åtte månader yngre enn LCM-elevane då dei gjennomførte LCM 2004. Dette gjer seg i endå større grad gjeldande med tanke på LCM 2005. Vidare peikar Andreassen på den andre store skilnaden, nemleg at det hyppigaste feilsvaret var vinkel E, altså den vinkelen med lengst vinkelbein. I LCM 2004 var det yttarst få elevar som svarar denne vinkelen. Andreassen peika på at dette kunna tyda på at misoppfatninga om at den største vinkelen er den vinkelen med lengst vinkelbein, ikkje lenger er så utbreidd som den var i KIM 1998. Resultatet frå LCM 2005 ser ut til å støtta opp under den analysen. Eg vil diskutere denne oppgåva vidare i kapittel 6.2.4.

6 Diskusjon

I analysedelen har enkelte punkt vorte diskutert, og eg vil her prøva å oppsummera og avslutta diskusjonane som har vorte påbyrja. Vidare vil eg drøfta nokre av dei store hovudtrekka som har gått igjen i analysen.

6.1 Elevar si matematiske utvikling

6.1.1 Tal og algebra

I fjerde klasse er der ei god auke i gjennomsnitt for poengsummen frå testen i 2004 til 2005, når ein ser på alle elevane under eitt. Dette ser ein stolpediagrammet i vedlegg 2.2 som viser poengfordelinga for båe testane. Vidare fann vi at det var dei svake elevane som hadde størst prosentvis framgang frå 2004 til 2005. Dette gjeld i alle fall i dei fleste oppgåvene der flest elevar gjer det dårleg. Elevane i den nedste tredjedelen (jamfør kapittel 4.1) gjer det godt på dei same oppgåvene som heile elevgruppa, og har ein prosentvis stor framgang på oppgåvene der dei i utgangspunktet gjorde det dårleg. Andreassen (2005) peikar på at testen *Tal og algebra* i fjerde klasse kan vera noko enkel for elevane. Dette ser ut til å stemma overens med det vi finn i dette datamaterialet. Dette forklarar nok også ein del av det at den største prosentvise framgangen er blant dei svakaste elevane i 2004. Framgangen til dei elevane som hadde mykje rett på testen i 2004, som gjer nokre oppgåver betre i 2005, vil ikkje koma like mykje til syne som framgangen til elevane med lite rett i fyrste testrunde. Eit anna fenomen som kan vera viktig å belysa, er at til dårlegare ein elev gjorde det i 2004, til større potensial for framgang har eleven. Gjennomsnittspoengsummen for den sterke elevgruppa var mellom fem og seks poeng under den oppnåelege poengsummen (38 poeng), slik at der var rom for noko forbetring også for den øvste og den midtre elevgruppa. For å betre kunna testa om dei sterke elevane har den same utviklinga som dei svake elevane burde nok testen ha vore litt vanskelegare, slik at der ikkje var så mange elevar i fyrste testrunde som fekk til over 80 prosent av oppgåvene.

Testen *Tal og algebra* som vart gjennomført i sjuande klasse hadde også ein auke i poengsummen. Dette stadfestar vedlegg 4.2 som viser poengfordelinga for denne testen i båe testrundane. I gjennomsnitt auka poengsummen med om lag seks poeng (av 61 moglege) frå 2004 til 2005. Trass i at det var ein bra auke i poengsummane til elevane i snitt, var der berre nokre få oppgåver med ein auke i løysingsfrekvensen på over 20 prosentpoeng. Det er her heller ikkje mange oppgåver med tilbakegang i løysingsfrekvensen. Slik sett vil dei fleste oppgåvene ha ein framgang. Skilnaden frå fjerde klasse er at i fjerde klasse var det større variasjonar. Der var nokre oppgåver med stor framgang, men jamt over var der større skilnader frå oppgåve til oppgåve i fjerde klasse enn kva det er i sjuande klasse. I fjerde klasse såg vi tendensar til at det var berre dei oppgåvene som i utgangspunktet hadde låg løysingsfrekvens som elevane gjorde det betre på. Av den grunn kan det vera enkelt å tenkja at oppgåver med forholdsvis stor framgang må ha hatt låg løysingsfrekvens i utgangspunktet. Dette gjeld i alle fall ikkje under testen *Tal og algebra* i sjuande klasse, for her er oppgåvene med stor framgang nokolunde jamt fordelte over heile spekteret. Dette ser ein også ut frå at det er omtrent like stor framgang i alle dei tre elevgruppene (jamfør tabell 4.7). Dette står i motsetnad til testen *Tal og algebra* i fjerde klasse, der framgangen var mest konsentrert i den nedste elevgruppa. Noko av forklaringa til at det i fjerde klasse er det i hovudsakleg elevane med låg poengsum i utgangspunktet som har størst framgang, er som tidlegare sagt at testen i utgangspunktet var enkel for elevane. Dette gjeld ikkje for testen *Tal og algebra*. Andreassen (2005) kategoriserar testen for sjuande klasse i *Tal og algebra* til å ”være omtrent nøytral i vanskelighetsgrad" (s. 77), og dette kan nok forklara at det er ein nokolunde jamn framgang for både dei svake, middels og sterke elevane.

Det er verdt å merka seg at Hildegunn Espeland (2006) i si masteroppgåve kjem fram til at det i niande klasse, innan tal og algebra, er dei sterkaste elevane som har størst framgang. Det ser altso ut som om det er eit skifte frå at det at dei lågaste klassene har dei svakast elevane størst framgang, i sjuande klasse har alle elevgruppene har om lag lik framgang til at er det sterkaste elevane i niande klasse som har størst framgang. Merk at om det verkeleg er slik er det vanskeleg å seia noko, av di ein ikkje veit kva som ligg bak framgangen til dei ulike elevgruppene, det kan like gjerne vera skeivskapar i materialet som ei reell utvikling i skulen.

I kapittel 4.3.1 blei det peika på at det i testen *Tal og algebra* i sjuande klasse er mange oppgåver med veldig låg løysingsfrekvens. Omtrent to tredjedelar av oppgåvene har ein løysingsfrekvens på under 50 prosent på testen 2004. Tilsvarande ser ein at om lag to tredjedelar av oppgåvene i testen 2005 har ein løysingsfrekvens på under 60 prosent. Ein ser også at det er yttarst få oppgåver som har løysingsfrekvens på over 80 prosent. Dette tyder kanskje på at testen er i vanskelegaste laget for elevane. Med tanke på at testen har oppgåver som tek utgangspunkt i ting ein sjuandeklassing skal kunna, i alle fall på slutten av skuleåret, er det ein låg løysingsfrekvens. Men uansett må ein kunna seia at det er positivt at der er ein framgang for både vanskelege og lette oppgåver.

Om ein ser på gjennomsnittet til poengsummen for dei ulike elevgruppene får ein stadfesta det vi har sett ovanfor, nemleg at der var ein jamn framgang både for dei sterke, dei midtre og dei svake elevane. Dette tyder på at elevane i sjuande klasse har ei nokolunde jamn utvikling for både sterke og svake elevar innan det avgrensa området som desse testane testar.

Kjønn

I TIMSS 2003 fann dei som tidlegare nemnt ikkje nokre signifikante skilnader mellom kjønna i Noreg. I desse testane har vi funne skilnader mellom kjønna, men om dei er signifikante eller ikkje er vanskeleg å seia. Uansett er det umogeleg å generalisera resultatet innan KUL-LCM-testane til å gjelda heile landet. Dei resultata som ein finn her gjeld berre for akkurat dei elevane som er testa.

I fjerde klasse, i *Tal og algebra* i 2005, utmerker det seg at jentene hadde eit mykje jamnare resultat på eit forholdsvis høgt nivå enn kva gutane hadde. Det ser altså ut til at jentene stabiliserer seg på eit høgt nivå, medan det er meir individuelt for gutane sin del. Jamfør kapittel 4.1.3. Jentene hadde og betre poengsum i gjennomsnitt enn kva gutane hadde, sjølv om det ikkje er dei store skilnadene. Jentene ser ut til å auka dette vesle forspranget litt, frå 2004 til 2005. Det ser med andre ord ut til at jentene gjer det betre enn gutane på testane *Tal og algebra* i fjerde klasse. Men det er lite truleg at det er ein signifikant skilnad.

Nokre av dei same tendensane som ein såg hjå elevane i fjerde klasse, finn ein igjen hjå elevane i sjuande klasse. Det er framleis gutane som har den største spreiinga i poengsummen. Noko som også her tyder på at jentene har eit jamt og godt resultat også i sjuande klasse. Trass i at jentene har eit jamt godt resultat, er det flest gutar blant dei elevane som har best resultat. Dette medfører at gutane i snitt skårar betre enn jentene i sjuande klasse. I snitt er der ein skilnad på rundt seks poeng (av 61 moglege) for båe testane. Sidan skilnaden er stabil, kan ein sjå at jamt over utviklar jentene seg like mykje som gutane innanfor det som vert testa.

Det som er interessant her, er at i fjerde klasse var det jentene som skåra best, sjølv om det ikkje var mykje, medan i sjuande klasse har gutane klart gått forbi jentene. Leder (i Fennema, 1985) konkluderte med, ut frå resultatet på ein del testar (sjå kapittel 2.6.2) at det i barneskulen ikkje såg ut til å vera markante skilnader mellom kjønna. Vidare fann Leder at når ein kom opp i ungdomsskulen, såg det oftare ut til at gutane gjorde det betre enn jentene. Dette er noko som også resultata frå KUL-LCM-testane peikar på. I fjerde klasse er der ikkje store skilnader mellom kjønna, jentene skårar litt betre enn gutane, men det er vanskeleg å seia om skilnaden er signifikant eller ikkje. I sjuande klasse derimot gjer gutane det klart betre enn jentene. Sjuande klasse er det siste klassesteget i barneskulen, og det verkar som om skilnadene som Leder peika på, kanskje er byrja å gjera seg gjeldande også i dette datamaterialet.

Goodchild og Grevholm (2005) fann ingen signifikante skilnader mellom kjønna på testen *Tal og algebra* i fjerde og i sjuande klasse som vart gjennomførte i 2004. Merk at dei testar resultata frå den eine testrunden, medan eg her har sett nærare på skilnadene mellom testane i 2004 og i 2005. Difor treng det ikkje vera nokon motsetnad mellom resultata som Goodchild og Grevholm kom fram til, og det eg meiner å sjå her. Fokuset her har vore på utvikling gjennom åra og skilnader mellom kjønna i den samanhengen. Difor kan det vera signifikante skilnader mellom kjønna utifrå dette perspektivet, sjølv om noko slikt ikkje vart funne i den fyrste testen. Ei sak som må presiserast igjen, er at eg ikkje har rekna signifikans, og difor ikkje kan seia noko om dette. Ei anna sak som ein også må koma i hug, når ein samanliknar resultata som Goodchild og Grevholm kom fram til, er at vi ikkje byggjer fullstendig på det same datamaterialet. Som før sagt er grunnlaget for utviklingskapitlet berre resultata frå dei elevane som møtte på båe testane. Sidan det i 2005 var ein heil skule som ikkje gjennomførte testen (over 40 elevar på kvar test) kan dette medføre at resultata er ulike.

Emne

Her vil det verta presentert ei kort samanlikning av dei emna som elevane har bra framgang i (altså over 15 prosent skilnad frå 2004 til 2005) og dei tema som er plukka ut frå L-97 som sentrale for desse testane. Fyrst vil eg gå inn på testen *Tal og algebra* i fjerde klasse, og etterpå koma inn på testen *Tal og algebra* i sjuande klasse.

I fjerde klasse har elevane desidert størst framgang på ei oppgåve som går på brøk. I testen var det ei oppgåve til som gjekk direkte på brøk, men denne oppgåva løyste over åtti prosent av elevane i utgangspunktet (2004), slik at ein ikkje kan venta at her skulle vera ein slik framgang. Brøk er også noko som L-97 legg vekt på i måla som er felles for småskulesteget og ikkje minst i hovudmomenta for fjerde klasse. Slik er nok dette med på å forklara kvifor elevane har ein stor framgang akkurat innan emnet. Det å lesa av tal på ei tallinje er og noko som ein finn igjen i ei av dei oppgåvene som har stor framgang. I L-97 er der og andre moment som går på tal, mellom anna at elevane skulle oppdaga mønster i ei talrekkje, som gjer at omgrepet tal vert grundig belyst i fjerde klasse. Dette kjem til syne i hovudmomenta i læreplanverket, eit døme er at elevane skal ”bruke tall og regning i praktiske situasjoner” (Kirke- utdannings- og forskningsdepartementet, 1996, s. 161). Det ser med andre ord ut som om det her er ein god samanheng mellom det elevane tydeleg utviklar seg i, og dei mål og hovudmoment som L-97 tek opp.

I sjuande klasse kan ein grovt dela inn oppgåvene med stor framgang i fire større tema. Dette er desimaltal, brøk, tekstoppgåver (med ulik oppbygnad) og prealgebra. Det er ei oppgåve som ikkje lar seg plassera direkte i nokon av desse tema, nemleg ei som går på multiplikasjon med heile tal. Men om ein ser etter i L-97 passar både denne oppgåva og alle oppgåvene som kjem inn under desimaltal under det same hovudmomentet: "I opplæringa skal elevene arbeide videre med hele tall og desimaltall" (Kirke- utdannings- og forskningsdepartementet, 1996, s. 165). Det er altså tydeleg at L-97 legg vekt på at elevane i sjuande klasse skal få ein auka forståing for både heile tal og desimaltal. Når ein ser på måla frå L-97 som vart plukka ut i kapittel 2.5.2, finn ein her igjen alle emna som har framgang i sjuande klasse. Det einaste som ein ikkje les direkte ut frå måla i L-97 er temaet prealgebra, men eg meiner at dette emnet mellom anna ligg delvis inn under hovudmomentet som er sitert over og fleire andre hovudmoment i kapittel 2.5.2, sjølv om ordet prealgebra ikkje står direkte nemnt. Dei oppgåvene som har stor framgang, dekkjer nok ikkje fullt ut alle hovudmomenta som er teke ut, men ein kan likevel ikkje dra den konklusjonen at elevane ikkje hadde framgang innan desse. Nokre forklaringar til dette kan mellom anna vera at oppgåvene ikkje eigna seg til å testa akkurat dette eller at elevane i utgangspunktet gjorde det så bra på desse oppgåvene at det ikkje var noko potensial for framgang.

Av oppgåvene som har stor framgang i fjerde klasse er det eit fleirtal som går direkte på omgrepskunnskap slik Hiebert og Lefevre (1986) definerte det. Det er og eit fleirtal av oppgåver som går direkte på omgrepskunnskap i sjuande klasse, men her er det fleire oppgåver som går delvis på omgrepskunnskap og delvis på prosedyrisk kunnskap. Det er ikkje nok material her til å dra nokre konklusjonar når det gjeld dette.

6.1.2 Geometri og statistikk

Andreassen (2005) seier lite om testane innan *Geometri og statistikk* i sin diskusjonsdel og konklusjon. Andreassen seier altså lite om desse testane som ein heilskap. Av denne grunn vil eg fyrst kort kommentera vanskegrada til desse testane i 2004. I vedlegg 1.2, poengfordeling for testen *Geometri og statistikk* i fjerde klasse, ser ein at for 2004 er dette diagrammet tilnærma midtstilt. Det er flest elevar som har ein poengsum på rundt halvparten av oppnåeleg poengsum, det ser ut til at det om lag er like mange elevar over som under halvparten. Men skilnaden her ligg i at dei dårlegaste elevane har ei større spreiing. Det betyr at på den nedste halvparten av poengskalaen er nesten alle poengsummane representerte. På den øvste halvparten ser ein at dei øvste poengsummane på denne testen ikkje er representerte. Dette kan tyda på at testen var noko vanskeleg i 2004. Ei anna sak som støttar opp under dette, er at gjennomsnittspoengsummen for denne testen i 2004 var akkurat under halvparten av maksimal oppnåeleg poengsum. Eg meiner at sidan noko av poenget med desse testane er at ein skal sjå på utvikling i løpet av året, er det viktig at testane i utgangspunktet er litt vanskelege, slik at alle elevar har eit utviklingspotensial.

Om ein no ser på tilsvarande vedlegg for testen *Geometri og statistikk* i sjuande klasse (vedlegg 3.2) ser ein at dette diagrammet for 2004 er noko høgreskeivt. Slik at det kan sjå ut som om testen *Geometri og statistikk* i sjuande klasse var noko enkel. Likevel var det ingen elevar som fekk full skåre i 2004. Frå tidlegare veit vi at gjennomsnittleg poengsum i 2004 var 16,4 poeng (av 29 moglege), altså litt over halvparten. Eit spørsmål som vert sentralt her, er om ein skal seia at testen er enkel eller vanskeleg. Det eg meiner er viktig, er at testen bør gje alle elevane høve til å visa utvikling i løpet av eit år, og då er det vel betre at elevane i utgangspunktet gjer det noko dårleg på den fyrste testrunden, slik at alle elevane har ein sjanse til å visa framgang.

Når eg no går over til å sjå nærare på utviklinga i til elevane i løpet av eit år vil eg fyrst ta for meg testane i fjerde klasse, for seinare å koma tilbake til sjuande klasse.

I fjerde klasse hadde elevane ein gjennomsnittspoengsum i 2004 på 11,3 poeng. I 2005 var denne poengsummen på 15,3 poeng (av 24 mogleg). Altså er her på denne testen ein særs god auke i gjennomsnittleg poengsum. Noko som tydeleg viser at elevane utviklar seg mykje innan dei emna som vert testa. Om ein ser på kva elevgrupper som ligg bak denne utviklinga ser ein at det er dei svake elevane som har størst utvikling. Dei har ein auke på 6,1 poeng (av 24 moglege) i snitt. Men det må kommenterast at denne elevgruppa hadde berre 6,5 poeng i snitt på testen i 2004, slik at her var eit enormt utviklingspotensial for denne gruppa. Dei greidde berre om lag ein fjerdedel av oppgåvene i den fyrste testrunden, og aukar til om lag halvparten i den andre. Den midtre elevgruppa hadde også ein nokolunde bra framgang, frå 12,1 poeng til 16,4 poeng (av 24 moglege). Denne framgangen er mindre enn for den nedste elevgruppa, men poengsummen her er høgare i utgangspunktet (2004), slik at ein kan seia at utviklingspotensialet for denne elevgruppa var mindre enn for den nedste elevgruppa. Den øvste elevgruppa har ikkje framgang, desse elevane ser ut til å vera stabilisert med ein poengsum i snitt på litt over 16 poeng (av 24 moglege). Altså den same poengsummen som den midtre elevgruppa fekk i 2005. Det er altså to grupper som ender med ein poengsum i snitt på rundt 16 poeng og den siste elevgruppa er like bak.

Ei mogleg forklaring på dette kan kanskje vera at nokon av oppgåvene rett og slett er for vanskelege for ein fjerdeklassing. Dette ser ein også når ein samanliknar dei ulike diagramma for dei ulike elevgruppene (figur 4.13, 4.14 og 4.15). Der finn ein at nokre av dei same oppgåvene går igjen i båe testane med låg løysingsfrekvens. Særleg gjeld dette oppgåve ni som går ut på at elevane skal tolka og forklara ei grafisk framstilling av ein sykkeltur. Dette tek også Brekke (2002a) opp. Han viser til ei undersøking der berre 25 prosent av elevane i sjuande klasse svara rett på ei liknande oppgåve. I fjerde klasse i KUL-LCM-prosjektet er det 0 prosent i 2004, og 15 prosent i 2005 som svarar rett. Den same oppgåva vart gjeven i KUL-LCM-prosjektet i sjuande klasse, og der løyste åtte prosent av elevane oppgåva i 2004 og 31 prosent av elevane i 2005. Ein ser at sjølv om oppgåva har ein god framgang i sjuande klasse er det framleis få elevar som løyser ho tilfredsstillande. Ein kan ikkje samanlikna resultatet Brekke viste til og dei som kjem fram her direkte. Grunnen til dette er at elevane ikkje løyser heilt den same oppgåva. Dei likevel så like at ein kan konkludera med at det å tolke ein graf er noko elevane truleg har store problem med, også innan KUL-LCM-prosjektet. Ein må merka seg at skilnaden på denne oppgåva frå 2004 til 2005 i KUL-LCM-prosjektet nok delvis kan forklarast ved at det er ulike personar som har koda og retta testane, slik at skilnaden kan vera skilnad i tolkinga. Men det at skilnaden er så stor frå 2004 til 2005 i sjuande klasse, tyder på at der faktisk er ein reell framgang.

Kort oppsummert kan ein seia at tendensen at dei svakaste elevane hadde størst framgang som ein fann blant elevane i testen *Tal og algebra* i fjerde klasse, også finst i testen *Geometri og statistikk* for fjerde klasse. Men ein anna sak som peikar seg ut i *Geometri og statistikk* i fjerde klasse, er at sjølv om elevar hadde ganske lik poengsum i 2004, er det ingenting som tyder på at dei skal ha nokolunde lik poengsum i 2005. Her er altså mange og store skilnader i poeng på testen 2005 for elevar som hadde nokså lik poengsum i 2004. Dette finn ein igjen i alle dei andre testane også, men det utmerker seg spesielt i testen *Geometri og statistikk* for fjerde klasse. Dette tyder på at sjølv om elevane i utgangspunktet presterar likt og har lik undervising i løpet av eit år, er det veldig individuelt kor bra dei gjer det på slutten av skuleåret. Nokre elevar lærer kanskje best om dei får opplæring basert på kognitive prinsipp, medan andre elevar lærer best om dei får undervising basert på behavioristiske prinsipp. Igjen er det andre som treng ei undervising som byggjer på ei blanding av ulike læringsteoriar.

Sjuande klasse hadde i 2004 eit snitt i poengsummen på 16,4 poeng (av 29 moglege) og i 2005 eit snitt på 19,7 poeng. Her er ein liten framgang, men ikkje like stor som ein såg for fjerde klasse innan *Geometri og statistikk*. Om ein reknar han om til prosent ser vi at framgangen er litt større enn for båe testane i *Tal og algebra*, der båe testane hadde ein framgang på mellom seks og sju prosentpoeng. I *Geometri og statistikk* var framgangen i sjuande klasse på rundt 11 prosentpoeng og for fjerde klasse på rundt 17 prosentpoeng. Men ein må merka seg at testane i *Tal og algebra* hadde mange fleire oppgåver. Dermed vert det ikkje heilt reelt å samanlikna desse prosentane, men det tyder i alle fall på at elevane har ein prosentvis større framgang i *Geometri og statistikk* enn i *Tal og algebra*.

Med tanke på dei ulike elevgruppene ser ein at alle gruppene har framgang på denne testen. Den nedste gruppa har likevel klart størst framgang. Snittet på testen i 2005 var for den nedste gruppa 15,6 poeng, for den midtre gruppa 19,4 poeng og for den øvste gruppa 23,9 poeng (av 29 mogelege). Ein ser altså at snittet stoppar ikkje når det nærmar seg ein viss poengsum slik det såg ut til å gjera i fjerde klasse. Men når ein ser på snittet til den øvste elevgruppa ser ein at det er berre fem poeng igjen til dei har full skåre. Altså kan det tyda på at den øvste elevgruppa ikkje lenger har noko særleg utviklingspotensial noko som delvis forklarar kvifor den øvste elevgruppa ikkje har ein framgang på meir enn to poeng. Dette kan tyda på at testen *Geometri og statistikk* i sjuande klasse er for enkel, slik at for mange elevar ikkje får visa utviklinga si i løpet av året fordi dei i utgangspunktet hadde mykje rett. Diagrammet i vedlegg 3.2 tyder på dette, sidan det er tydeleg høgreskeivt for resultat frå testen 2005. At om lag to tredjedelar av oppgåvene hadde ein løysingsfrekvens på over 80 prosent i båe testrundane, er nok eit teikn på testen nok var i lettaste laget for den øvste tredjedelen av elevane.

Kjønn

I *Geometri og statistikk* i fjerde klasse hadde jentene ein framgang på om lag fem poeng (av 24 moglege). Tilsvarande hadde gutane ein framgang på litt over tre poeng (av 24 moglege). Her er ein liten skilnad, og det ser ut som om jentene er dei som har størst framgang på denne testen. Det er verdt å merka seg at på testen som var gjennomført i 2004 var der minimal skilnad mellom kjønna, slik at skilnaden i framgangen er om lag den same som skilnaden mellom kjønna på testen i 2005. Merk at det likevel her er vanskeleg å seia om desse resultata er signifikante eller ikkje. Vidare er det verdt å merka seg at det også i denne testen ser det ut til at jentene stabiliserer seg. Der er mindre spreiing i poengsummane til jentene på testen i 2005 enn for gutane. Dette resultatet såg ein også ein tendens til i *Tal og algebra*.

Som i fjerde klasse finn ein også større variasjonar mellom poengsummane til gutane for testen i sjuande klasse i 2005 enn for jentene. Ut frå diagramma (figur 4.43 og 4.44) fann ein også at det var flest gutar blant dei elevane som gjorde det dårlegast, men på same tid er det også flest gutar blant dei elevane som gjer det best. Difor er det frå diagramma vanskeleg å sjå om der er nokre andre skilnader mellom kjønna. Når ein ser på framgangen her, ser vi at jentene har litt større framgang enn gutane. Dei hadde ein framgang frå 2004 til 2005 på om lag fire poeng (av 29 moglege), og gutane hadde ein framgang på om lag tre poeng (av 29 moglege). Det ser altså ut til at jentene jamt over ser ut til å ha størst framgang. Men om dette er signifikant er det her ingen moglegheit til å seia noko om.

Jones og Smart (1995) peika på at i undersøkinga ”The Assessment of Performance Unit” som vart gjennomført i 1980 kom dei fram til at det var flest gutar blant dei beste elevane. Ut frå diagramma som skil mellom kjønna er det vanskeleg å sjå om dette stemmer, sjølv om det ser ut til at tendensen er her. Men sidan det er vanskeleg å sjå, har eg valt å avslutta min diskusjonsdel med tanke på skilnader mellom kjønna med ein tabell og ein kort kommentar til den tabellen som går på nettopp dette. Av tabellen går det fram kor mange elevar som er gutar og jenter av dei 16 beste elevane for kvar test. Talet 16 vart valt her av di at det er mellom 61 og 65 elevar på desse testane, slik at 16 elevar utgjer om lag ein fjerdedel av elevane på kvar test.

Tabell 6.1: Tal gutar og tal jenter blant dei seksten beste elevane i kvar test, materialet desse tala byggjer på er det materialet der alle elevane som er med gjennomført båe testane (2004 og 2005).

Test:		2004		2005	
		Gutar:	Jenter:	Gutar:	Jenter:
Geometri og statistikk	4. klasse	9	7	9	7
	7. klasse	13	3	10	6
Tal og algebra	4. klasse	8	8	10	6
	7. klasse	13	3	13	3

Det er tydeleg at skilnadene som Jones og Smart fann, finn ein også igjen i dette datamaterialet. Jones og Smart hadde resultatet sitt frå 15 år gamle elevar. Elevane i dette materialet er mellom ni til ti år (fjerde klasse), og mellom 12 til 13 år (sjuande klasse). Difor er det her eit noko yngre material. Det er tydeleg at skilnaden er større for sjuande klasse enn for fjerde klasse. Det ser ikkje ut til å vera nokre spesielle skilnader mellom dei ulike testane.

Emne

Som tidlegare kommentert er areal noko av det fjerdeklassingane har størst framgang i innan testen *Geometri og statistikk*, på same tid som areal er eit mål i L-97 i fjerde klasse. Slik ser ein at det i alle fall innan dette temaet er ei god utvikling. Dette tyder på at framgangen kan vera eit resultat av undervisinga. Eit av dei andre emna som elevar i fjerdeklasse har bra framgang i, er forståinga av koordinatsystemet. Nokre av oppgåvene testar nettopp dette. L-97 legg vekt på at elevane skal øve seg i å nytta referansesystem (sjå kapittel 2.5.1). Og eit koordinatsystem må kunna seiast å vera eit slags referansesystem. Det tredje emnet som elevar i fjerde klasse har ein nokolunde bra framgang gjennom året, er bruk av statistiske metodar, mellom anna tabellar og søylediagram. Dette emnet ligg også nær nokre av måla i L-97, som ein har plukka ut som ser ut til å vera sentrale for denne testen. Slik ser ein at i utgangspunktet dekkjer oppgåvene på denne testen jamt over alle måla som eg i kapittel 2.5.1 plukka ut som aktuelle for testen *Geometri og statistikk* i fjerde klasse. Slik ser det ut til å vera bra samsvar mellom mål i læreplanverket og framgang blant elevane som er testa i fjerde klasse innan *Geometri og statistikk*.

Også i sjuande klasse skal elevane arbeida med areal. Men dette emnet kjem ikkje fram i nokon av dei oppgåvene som utmerkjer seg med stor framgang frå 2004 til 2005. Likevel vil det ikkje automatisk seia at elevane ikkje har lært om areal i løpet av sjuande klasse. Grunnar til at ein her ikkje får fram nokon framgang kan vera at elevane i utgangspunktet gjorde det veldig bra, slik at utviklingspotensialet vart veldig lite. Vidare kan ein i undervisinga ha fokusert på andre sider ved areal enn det som vart testa i LCM 2005. Det området som har flest oppgåver med bra framgang i sjuande klasse går på funksjonar og koordinatsystem, noko som til dels går igjen i L-97, utan at det er direkte nemnt. Men merk at oppgåvene som går på dette, er deloppgåver av den same oppgåva. Difor kan det også vera oppgåva i seg sjølv som gjer at dei har framgang. Eit av måla som ein kom fram til i kapittel 2.5.1 som var aktuelle for denne testen gjekk på av data og søylediagram. Nokre av oppgåvene som går på dette har auke i løysingsfrekvensen. Eit av dei måla som ikkje vert dekka av oppgåvene som har stor framgang, går på å finna gjennomsnittstal. Men som tidlegare nemnt i avsnittet, vil dette ikkje seia at elevane ikkje har lært noko om dette gjennom skuleåret. Det einaste det betyr er at ein her ikkje har grunnlag for å seia noko vidare om det.

I fjerde klasse er det her, som i testen *Tal og algebra* i fjerde klasse, ei overvekt av oppgåver som går direkte på omgrepskunnskap, innan dei oppgåvene som har stor framgang. Her er også nokre få oppgåver som går direkte på prosedyrisk kunnskap og ei oppgåve som går delvis på båe typane av kunnskap. I sjuande klasse er det klar overvekt av oppgåver som i utgangspunktet byggjer direkte på omgrepskunnskap, og ingen oppgåver som går direkte på prosedyrisk kunnskap. Ei oppgåve går delvis på båe delar. Merk at det er eg som har gruppert oppgåvene i oppgåver med omgrepskunnskap og prosedyrisk kunnskap. Andre personar kunna ha tolka det annleis. Ut frå dette datamaterialet er det vanskeleg å dra nokre konklusjonar angåande omgrepskunnskap versus prosedyrisk kunnskap.

6.2 Analyse av enkeltoppgåver

I dei oppgåvene som var valt ut her, dekkjer ein dei fleste kompetansane som Niss og Højgaard Jensen (2002) meinte var eigna for vurdering ved hjelp av matematiske testar, nemlig kompetansane som står opplista under:

- Problembehandling
- Representasjon
- Symbol og formalisme
- Kommunikasjon

Av kompetansane som Niss og Højgaard Jensen drog fram som eigna for vurdering ved hjelp av matematiske testar, er det berre to som ikkje vart nemnt i kapittel fem:

- Resonnement
- Hjelpemiddel

Ut frå oppgåvene som har vore med i desse testane, har det vore vanskeleg å seia noko spesifikt om dei enkelte kompetansane. Dette peikar også Niss og Højgaard Jensen på, nemleg at det i utgangspunktet er umogleg å måla desse kompetansane kvantitativt, men at kompetansane som er nemnt ovanfor er dei kompetansane som matematiske testar kanskje kan seia noko om. Vidare presiserer Niss og Højgaard Jensen at det er viktig å ikkje generalisera for mykje, fordi det ikkje er sikkert at to vilkårlige utgåver av den same kompetansen kan samanliknast. Slik vert det vanskeleg også i denne oppgåva gå inn og seia kva kompetanse elevane har utvida i ei av dei tre tidlegare nemnte retningane berre ved å sjå på det samla resultatet for kvar enkelt oppgåve.

Vidare i dette kapitlet vert kvar av hovudtema som stod i sentrum for analysen av enkeltoppgåver, sjå kapittel 5, teke opp og diskutert.

6.2.1 Val av rekneoperasjon

Greer (1992) peikar på at elevar ofte fokuserer mykje på sjølve utrekninga og svaret når det gjeld slike oppgåver, dette til og med når inga utrekning eigentleg er naudsynt, som i desse oppgåvene. Eit mønster som ofte vert oppdaga, er at elevar er klar over kva storleik svaret omtrentleg skal ha, og vel difor operasjon på det grunnlaget (Greer, 1992). Spesielt det fyrste momentet er noko som ein finn igjen i intervjuet med eleven Alf. Til tider fokuserer Alf veldig på kva tal som kjem ut av rekneoperasjonen. På den måten kan nok eleven delvis misse fokuset på det som er viktig i oppgåva. Fokuset på utrekning verkar altså kanskje meir forvirrande for eleven enn kva det hjelper han. På same tid må ein hugsa at alle elevar er individuelle, slik at nokre elevar kanskje har behov for å fokusera nettopp på utrekninga eller talsvaret for å koma fram.

Skemp (1986) skil mellom visuell og verbal representasjon. Denne typen oppgåver går i utgangspunktet ganske direkte på verbal representasjon, mellom anna er der mykje tekst i oppgåvene. Men for nokre elevar kan nok oppgåvene verta enklare om elevane ser situasjonen føre seg, at dei nyttar ein meir visuell representasjon i tanken. Om elevane har løyst oppgåvene ved hjelp av verbal eller visuell representasjon er her umogeleg å seia, men truleg vil nok oppgåvene verta enklare om elevane greier å setja seg inn i situasjonen og sjå han for seg i tankane. Då nyttar dei i tilfellet ein visuelle representasjon av oppgåva i tankane.

Dei oppgåvene som i utgangspunktet er enklast, det vil seia dei oppgåvene som inneheld multiplikasjon med heile tal og divisjon der svaret vert mindre, er dei oppgåvene som har framgang innan dette emnet. I oppgåver som inneheld divisjon som gjev eit større tal og multiplikasjon med desimaltal (både større og mindre svar) er løysingsfrekvensen nokon lunde lik i LCM 2004 og LCM 2005. Noko som kanskje kan tyda på at KUL-LCM-elevane ikkje får bukt med eventuelle misoppfatningar som ligg bak desse feilsvara. Desse oppgåvene er grundig kommenterte i Andreassen (2005).

6.2.2 Logisk tenking

Denne oppgåva (oppgåve 2 i fjerde klasse og oppgåve 1 i sjuande klasse i testen *Geometri og statistikk*) var som tidlegare nemnt gjeve i TIMSS i 1995. Der vart ho gitt i både tredje og fjerde klasse. I TIMSS skåra dei norske elevane lågare enn det internasjonale gjennomsnittet (Brekke et al.,1998). Jamt over var det i KUL-LCM-prosjektet ein nokolunde bra løysingsfrekvens på denne oppgåva, men det var ikkje noko særleg framgang i ho. Dette kan kanskje skuldast at det er ei oppgåve som er samansett av mange ulike ting, og av den grunn er ei krevjande oppgåve. Brekke, Kobberstad, Lie og Turmo (1998) ser på dette som ei logisk krevjande oppgåve. Årsaka som ligg bak det mest utbreidde feilsvaret, er truleg at elevane ikkje les oppgåva godt nok. Det kan kanskje ha ein samanheng med at dei berre tek omsyn til negasjonen, altså at tala ikkje skal vera inne i trekanten. Denne negasjonen vert veldig tydeleg i og med at ordet IKKE er skrive med store bokstavar i oppgåveteksten. Grunnen til at ordet står med store bokstavar er for å unngå at elevane overser negasjonen (Brekke et al., 1998). Dette er kanskje ein liten svakheit med oppgåva, i og med at så mange elevar i KUL-LCM overser resten av informasjonen. Ein ser at i TIMSS er dette ikkje ein feilkategori i det heile, slik at dette nok ikkje var eit problem då KIM-testen vart gjennomført i 1995.

6.2.3 Omkrets og areal

Tidlegare har vi sett nærare på at noko av grunnen til at det er stor framgang jamt over på desse oppgåvene, særleg i fjerde klasse, er at oppgåvene som er representerte i testen støttar seg på L-97. Dette har vorte diskutert grundig tidlegare, og difor vel eg å ikkje gå nærare inn på det her.

Andreassen (2005) peikar på at i LCM 2004 gjer sjuande klasse det betrakteleg betre på oppgåve 4/7 enn fjerde klasse. Vidare peikar Andreassen også på at dei ulike klassestega gjer det jamnare når dei skal finne omkretsen i oppgåve 3/5. Dette er noko ein finn igjen i LCM 2005, men skilnaden er at her gjer fjerde klasse det om lag like godt på heile oppgåve 3/5, og ikkje berre på den eine deloppgåva. Om ein deler desse oppgåvene inn i to typar, nemleg oppgåva som går direkte på prosedyrar (oppgåve 4/7) og oppgåva som går direkte på omgrep (oppgåve 3/5), finn ein at fjerde klasse tek inn på sjuande klasse på den oppgåva som går på omgrepet areal i løpet av året. Sjuande klasse gjer det klart best på oppgåva som går meir direkte på prosedyrisk kunnskap. Med prosedyrar og omgrep meiner eg her prosedyrisk og omgrepskunnskap slik Hiebert og Lefevre (1986) har definert det (sjå kapittel 2.3). I LCM 2004 såg det altså ut til at elevane i både fjerde og sjuande klasse hadde om lag like god forståing for omgrepet omkrets, men ikkje for areal. Dette endrar seg i løpet av året, og i LCM 2005 verkar det som om elevane i begge klassane har om lag like god forståing for båe omgrepa. Sjuande klasse er klart best i båe testane (2004 og 2005) på oppgåva som går direkte på prosedyrar innan areal/omkrets. Andreassen peikar på at noko av grunnen til dette kan vera at dei har meir erfaring med bruk av formlar for å finna arealet. Dette er noko som også materialet i LCM 2005 ser ut til å byggja opp under.

I den oppgåva som går direkte på omgrepet må nok elevane ha inne i alle fall delar av omgrepet areal/omkrets for å greia oppgåva, og spesielt i LCM 2004 var dette den oppgåva elevane i fjerde klasse gjorde det best på (av oppgåvene innan areal/omkrets). Men i LCM 2005 ser det ut som om elevane i fjerde klasse i større grad har fått inn prosedyrar for å rekna ut arealet, slik at i LCM 2005 er det meir varierande kva oppgåve dei gjer det best på. Dei har også eit mykje jamnare resultat, med tanke på dei to ulike testane og mellom dei ulike oppgåvene. I sjuande klasse er tendensen meir lik det han var i LCM 2004, nemleg at elevane gjorde det ein god del betre på oppgåva som går direkte på prosedyrisk kunnskap.

6.2.4 Storleiken til ein vinkel

I motsetnad til det som vi har sett tidlegare er det her klart fleire elevar som har svara rett i KUL-LCM-prosjektet enn i KIM-prosjektet. Tendensen har stort sett gått den andre vegen. I KIM-prosjektet er det mest vanlege feilsvaret den vinkelen som har lengst vinkelbein (Støren, 2001). I KIM-prosjektet er det fleire oppgåver som tyder på at dette er ei utbreidd misoppfatning, mellom anna Gjone og Nortvedt (2001) dreg fram akkurat denne misoppfatninga i si analyse av ei anna oppgåve som går på storleiken til ein vinkel. Dette feilsvaret var lite utbreidd i niande klasse i KIM-prosjektet (Støren, 2001). Dette tyder på at misoppfatninga om at elevane trur at den største vinkelen er den med størst vinkelbein er ei misoppfatning som elevane får bukt med når dei kjem lenger opp i klassestega. Men allereie i sjuande klasse i KUL-LCM-prosjektet er denne misoppfatninga særs lite utbreidd, noko som kan tyda på at denne misoppfatninga er mindre utbreidd blant KUL-LCM-elevane enn blant KIM-elevane.

Det mest vanlege feilsvaret blant KUL-LCM-elevane, er det same feilsvaret som var mest vanleg blant niande klasse i KIM-prosjektet. KIM-prosjektet tilla denne vinkelen den eigenskapen at han hadde størst vinkel*boge* av alle vinklane, slik at det kunna sjå ut som om elevane i niande klasse la mest vekt på den buen som er teikna inn (Støren, 2001). Eit anna viktig moment med denne vinkelen er at det er den nest største vinkelen, og ikkje minst er det den største vinkelen som har eit vinkelbein horisontalt. Det rette svaret er den einaste vinkelen som har toppunktet peikande i ei anna retning enn dei andre vinklane, slik at dette kan føre til at nokre elevar overser han. Andreassen (2005) peikar på dette momentet i si analyse av denne oppgåva.

Gjone og Nortvedt (2001) viser til at fleire studiar har peika på at når vinkelopninga peikar mot venstre, vil ein del elevar nytta den utvendige vinkelen. Noko som går mykje på det same som denne oppgåva, nemleg at elevane kanskje har ein tendens til å tru at vinkelopninga peikar mot høgre. Om elevane trur dette, vil dei truleg velja den største vinkelen som har opninga mot høgre. Johnsen (1996) peikar på at elevar i utgangspunktet ikkje har problem med omgrepa stump og spiss vinkel, men at dei får problem med vinklar som er større eller lik 180º. Noko som ein i denne oppgåva ikkje har moglegheit til å seia noko om.

Tall og Vinner (1981) tek for seg omgrepet omgrepsbiletet. Dei peikar på at eit omgrepsbilete vert bygd opp igjennom fleire år og gjennom erfaringar av alle typar, og at desse bileta endrar seg ettersom individet møter nye stimuli og modnast. Det er tydeleg at eit omgrepsbilete slik vert eit veldig samansett og innfløkt bilete, noko som det også skal vera, for det er få omgrep som i utgangspunktet er veldig enkle. Difor vert det veldig viktig for forfattarar av lærebøker og undervisingspersonell i skulen å tenkja igjennom kva omgrepet vinkel inneber, og ikkje minst vera observant på at ein i ei lærebok bør teikna vinklar alle vegar, ikkje berre med vinkelopninga mot høgre eller det eine beinet horisontalt.

6.3 Metode

I ei slik oppgåve er det mange atterhald som må takast når det gjeld analyse og resultat. Resultat her er ikkje meint å skulle gjelda nokre større elevgrupper, men heller som ei stadfesting av noko av dei resultata ein finn blant elevane som er med i KUL-LCM-prosjektet.

Det å gjennomføra matematiske testar i nokre klasser og analysera desse har klart sine ulemper og fordelar. Ein av fordelane er at ein får samla inn ganske store datamengder, frå mange elevar, nokolunde enkelt og raskt. Ein annan fordel er at forskaren her ikkje er ute i klasserommet og slik kanskje påverkar eleven ubevisst i ei eller anna retning. På same tid misser ein mykje av mangfaldet av data ved gjennomføring av matematiske testar. Mellom anna vert det umogeleg å seia noko om kva tankar eleven har gjort seg når han rekna ut oppgåvene. Det er og mange andre sider av elevane sine kompetansar som ikkje kjem til syne i matematiske testar, mellom anna presiserer Niss og Højgaard Jensen (2002) at tre av dei åtte kompetansane som dei tek opp, ikkje er mogleg å vurdera ut frå matematiske testar. Vidare presiserer dei at det er viktig å vera forsiktig med å generalisera resultata ein elev har, for det er ikkje sikkert ein annan elev har den same kompetansen i den same utstrekninga sjølv om dei greier den same oppgåva. På den andre sida er det viktig å koma i hug at det også kjem fram sider ved elevane gjennom matematiske testar som ikkje kjem fram ved ein kvalitativt studie.

Alle resultata som ein har kommentert i kapittel fire, fem og seks gjeld uansett berre for KUL-LCM-elevane, og det er umogeleg å generalisera desse resultata til større elevmengder. Grunnen til at ein ikkje kan generalisera desse resultata ligg mykje i at elevane som er testa, er nettopp plukka ut fordi skulane er med på eit nytt prosjekt. Vidare må ein koma i hug at ein heil skule ikkje gjennomførte runde to i datainnsamlinga, slik at datamengda vart noko amputert undervegs.

Når ein skal sjå nærare på utvikling ved hjelp av matematiske testar er det viktig at testane er laga for dette. Denne ideen låg bak då testane vart laga. Det at mange elevar gjorde det veldig godt i den fyrste testrunden, gjer at det for fleire av testane vert vanskeleg å seia at resultata peikar i nokon bestemt retning. Dette medførte jo at dei svakaste elevane fekk ein fordel med tanke på utvikling, nemleg at det stort sett var dei elevane som heile vegen hadde størst utviklingspotensial. Det er stor skilnad på å ha eit gjennomsnitt på 20 poeng under maksimal poengsum og eit snitt på fem poeng under maksimal poengsum. Vidare er det viktig å tenkja over kva som kan liggja bak dei resultata som kjem fram. Det at det i KUL-LCM 2005 vart gjennomført dei same testane på ny kan ha innverknad på resultatet, og då med tanke på at no ser elevane dei same testane på ny. Difor vert det ein ”kunstig” framgang på grunn av at elevane kjenner igjen testane. Ei anna sak som kan spela inn på resultata, kan vera at nokre lærarar kanskje drillar elevane i liknande oppgåver før testane vart gjennomført, noko som og ville medføra eit ”kunstig” høgt resultat. Dette er noko ein her ikkje har hatt moglegheit til å måla.

Ei anna sak som kan ha hatt innverknad på resultata, er at testane vart gjennomførte på tid. Leder (2002) peikar på at det kan sjå ut til at tradisjonelle testar på tid kan favorisera gutane, medan meir nyskapande testar med oppgåver som kanskje legg meir vekt på løysingsprosessen, og der elevane kan arbeida med oppgåvene over lenger tid, kan sjå ut til å favorisera jentene.

Det er nok mange andre atterhald som også burde takast, og dette er atterhald som ein som forskarar må ta omsyn til. Resultata må difor vurderast deretter.

7 Konklusjon

Elevar sine kompetansar er veldig samansette og berre ut frå matematiske testar er det vanskeleg å seia noko spesifikt om desse. Dette av di at ein ved matematiske testar ikkje kan seia noko om korleis elevane tenkte då dei løyste oppgåvene. For nokre elevar var kanskje ei oppgåve rein rutine, medan ho for andre elevar kan vera ei problemoppgåve. Slik ville desse elevane nytta ulike kompetansar for å løysa den same oppgåva. Dette er noko som Niss og Højgaard Jensen (2002) sjølv peikar på.

Eit omgrep er heilt klart mangesidig. Dette kjem til syne med tanke på at sjølv om elevane har den same undervisinga og gjerne mykje det same grunnlaget då dei byrja, utviklar dei likevel vidt ulike omgrepsbilete. Nokre får kanskje inn ei misoppfatning ved overgeneralisering medan andre får manglar i omgrepet. Tall (1989) peikar også på at eit omgrepsbilete er mangesidig.

Noko av føremålet med KUL-LCM-prosjektet er å forbetra matematikkundervisinga og forbetra elevane si utvikling i matematikk. For at dette skal vera mogleg er det viktig at funn som er gjort her, og funn frå tidlegare forsking, sjølv om dei er samanfallande, vert synleggjorde i skulen. Det er ein moglegheit for at forskingsresultata ikkje når ut i ein travel skulekvardag. Ting som tyder på dette, er mellom anna at ein i KUL-LCM-prosjektet oppdagar at elevane framleis slit med mange av dei same misoppfatningane som KIM-prosjektet tok opp at elevane sleit med. Dette er også noko som Andreassen (2005) peikar på. Det er i alle fall sikkert at eg som lærar kjem til å få stor nytte av dei resultata som her er komne fram.

Det er tydeleg at elevane i fjerde og sjuande klasse har utvikla seg i løpet av skuleåret. Tendensen har sett ut til å vera at det er dei elevane som i utgangspunktet skåra dårlegast som har hatt størst utvikling innan det som vert testa. Men dette heng truleg saman med at fleire av testane i utgangspunktet var litt for enkle for elevane. Difor løyste så mange av elevane så mange oppgåver rett i den fyrste testrunden at dei ikkje lenger hadde noko utviklingspotensial. Av den grunn er det nok truleg at både dei middels og dei sterke elevane har utvikla sine kunnskapar på lik linje med dei svake elevane. Dette ser ein jo igjen på den testen som i utgangspunktet var vanskeleg, nemleg testen for sjuande klasse i *Tal og algebra*. Her hadde alle elevgruppene om lag like stor framgang frå 2004 til 2005. Det er difor viktig, når ein skal sjå på utvikling, å ha ein test der elevane i utgangspunktet ikkje greier å svara rett på alle oppgåvene. Då kan ein sjå om elevane har utvikla seg når neste testrunde vert gjennomført. Alle elevar har eit uviklingspotensial! Slik vert dette ei utfordring for dei som er interesserte i å testa kor langt elevane har kome i utviklinga. Det er viktig at testane som skal nyttast til å testa dette, er godt tilpassa dei elevane som skal testast.

I løpet av denne oppgåva har det vorte presentert resultat som tyder på at der er ein skilnad mellom kjønna. Det som har utmerka seg mest, er at jentene i den andre testrunden (2005) ser ut til å ha mindre spreiing i materialet enn kva gutane har. Kva kjønn som har utvikla seg mest gjennom året er vanskeleg å seia, og uansett ville ein ikkje kunna seia noko om skilnaden var signifikant eller ikkje. Jones og Smart (1995) fann at det var flest gutar blant dei beste elevane, dette er noko som også testane i KUL-LCM-prosjektet tyder på. Spesielt for sjuande klasse. Men her må ein også tenkja på at Leder (2002) fann at tradisjonelle testar med tidsavgrensing ser ut til å favorisera gutar. Testane i KUL-LCM har vore lagt opp nettopp slik.

Det viser seg at dei oppgåvene elevane har hatt størst utvikling i, går direkte på emne som L-97 tek opp. Dette kan vera eit teikn på at undervisinga og lærebøkene følgjer L-97. Merk at testane ikkje er omfattande nok til å kunna seia noko meir generelt om elevane lærer det L-97 legg vekt på. Men innan dei emna som vert testa, ser det ut til å vera ein god samanheng mellom det elevane faktisk lærer og det L-97 tek opp som mål og hovudmoment for undervisinga det gjeldande året.

Til slutt vil eg ta for meg kvart av hovudspørsmåla som ligg til grunn for denne oppgåva, og kort dra fram nokre av dei viktigaste svara på dei:

- På kva måte kan resultata frå skriftlege testar gje verdifull informasjon om elevar si utvikling i matematikk i løpet av eit år?

Det er heilt klart at slike testar, gjerne i samband med elevintervju, er veldig nyttige verktøy for å undersøka elevar si utvikling gjennom eit år. Kva resultat ein kjem fram til, er heilt klart avhengig av fleire ting. Mellom anna er det viktig at testen er tilpassa elevane. Oppgåvene kan gjerne vera diagnostiske, men dette er eigentleg ikkje noko krav for å få informasjon om elevane si utvikling i matematikk. Analysemetoden har heilt klart mykje å seia for kva resultat ein kjem ut med. Etter mi meining er slike testar i samband med intervju, eit veldig sterkt verktøy som burde verta nytta i skulen. Det er klart at for å kartleggja elevane sine kunnskapsprofilar fullstendig, trengst det mange og allsidige verktøy. Men likevel er ein kome eit langt steg på veg i å kartleggja slike profilar om ein nyttar slike testar og intervju på ein god og hensiktsmessig måte.

I denne oppgåva har eg sett nærare på korleis resultata frå skriftlege testar kan gje verdifull informasjon om elevane si utvikling i matematikk på fleire måtar. Det viktigaste aspektet er sjølvsagt det longitudinale. Det at den same testen vart gjennomført på nytt, med dei same elevane, gjer at ein får ein sjanse til å sjå nærare på korleis akkurat desse elevane utviklar seg over tid. Ein annan måte å vinkla ei slik analyse er med ei tredeling av elevane, som eg har gjort her. Dette gjev mykje nyttig informasjon om dei ulike elevgruppene si utvikling. Denne informasjonen kan vera vanskeleg å få tak i om ein berre ser på alle elevane under eitt. Ei anna inndeling som fungerer på same måten, er når ein delar elevane inn i kjønn. Det er også tydeleg at om ein skal sjå på utviklinga til elevane i løpet av eit år, er det naudsynt å gå nærare inn på enkelte deloppgåver og analysera desse i detalj.

- Kva utvikling gjennomgår elevane sine kunnskapar i løpet av eit skuleår?

Det er tydeleg at å kartleggja kva utvikling elevane sine kunnskapar gjennomgår i løpet av eit år, er ei veldig stor oppgåve. Slik sett har det berre vore mogleg å gå inn på små delar av dette spørsmålet. Det er tydeleg at elevane sine kunnskapar utviklar seg i tråd med læreplanverket for skulen (L-97). Men det er heilt klart umogleg å her seia noko om all utvikling hjå elevane innan matematikk følgjer L-97, eller om alle måla i L-97 er oppnådde. Det ser ut som om det blant oppgåvene med god framgang, altså dei oppgåvene som går på ting som elevane tydeleg utviklar seg i, er flest oppgåver som går direkte på omgrepskunnskap. Men om dette er ein tendens for utviklinga til elevane er vanskeleg å svara på. Tendensen såg og ut til å vera at i sjuande klasse var der fleire oppgåver, enn i fjerde klasse, som gjekk på prosedyrisk kunnskap. Men sidan eg her ikkje har sett nærare på om dei andre oppgåvene i testen kjem under prosedyre- eller omgrepskunnskap, er det vanskeleg å dra nokre konklusjonar angåande dette. Ein må vera merksam på at det i desse testane er mange oppgåver som i utgangspunktet hadde høg løysingsfrekvens, og difor hadde ikkje elevane høve til å visa framgang på desse oppgåvene.

Det er tydeleg at framgangen som er kome fram i denne oppgåva ikkje er veldig stor. Grunnane til dette kan vera mange, og desse vel eg å ikkje gå nærare inn på her. Men dette ser ut til å bekrefta at elevane si utvikling tek tid. Det er ikkje gjort på eit år å læra store omgrep, som til dømes brøk, fullt ut. Av denne grunn er det viktig at ein er tålmodige med elevane.

8 Pedagogiske implikasjonar og vidare forsking

I dette kapitlet vil eg kort ta for meg korleis resultata som kjem fram her, kan nyttast i undervising og ikkje minst koma med nokre idear til vidare forsking. Eg vil fyrst gå inn på kva desse resultata kan ha å seia for undervisinga. Det finst allereie eit stort og nyttig materiale, som er lett tilgjengeleg i Noreg og tek for seg matematisk testing, diagnostisk undervising og elevar sine misoppfatningar. Dette er materialet som har vorte gjeve ut som eit resultat av KIM-prosjektet. Ting tyder likevel på at dette ikkje har nådd ut til lærarane. Det at store delar av elevane slit med akkurat dei same misoppfatningane i 2004-2005 som i 1995, tyder på dette. Dette kan kanskje verka som om at sjølv om materiellet er lett tilgjengeleg i korte og lettfatta hefter som tek for seg enkeltemne, er det likevel ikkje tid i ein allereie hektisk skulekvardag å oppdatera seg fagleg og ta i bruk nye metodar i undervisinga. I dette KUL-LCM-prosjektet vart det sendt ut tilbakemelding til skulane, der ein summerte opp resultata frå testane. Ein har i prosjektet ikkje fått nokon respons på desse tilbakemeldingane. Slik kan det lett verta eit sprik mellom forskarmiljøet og det faglege miljøet på skulane. Det burde vera eit mål for båe miljø å nærma seg kvarandre, ved at forskarane legg fagstoffet til rette for lærarane medan skuleleiinga aktivt legg til rette for utvikling av det faglege miljøet på skulen.

Det er så klart ikkje berre lærarane og forskarane som har eit ansvar for at resultata frå forskinga når fram til lærarane. Lærebokforfattarane er heilt klart viktige personar som har stor innverknad på dette. Om dei tek omsyn nyare forsking i lærebøkene, vil dette vera med på å forenkla lærarane sin jobb.

Tidlegare i oppgåva har ein sett på at alle elevar er individuelle. Sjølv om dei har eit likt utgangspunkt og dei får den same undervisinga, er det ikkje sikkert at dei greier å løysa dei same oppgåvene. Dette medfører at det er viktig at undervisinga er så allsidig som mogleg. Enkelte ting synest kanskje nokre elevar er enklast å læra deduktivt, medan andre ting igjen er enklast å læra ved ein induktiv metode. Slik vert det veldig viktig med ei variert undervising.

Det denne oppgåva tek utgangspunkt i, er hovudsakleg diagnostiske oppgåver og resultatet frå desse. Desse oppgåvene gjev verdifull informasjon, og denne informasjonen kan nyttast som grunnlaget for undervisinga, altså ei slags diagnostisk undervising (sjå kapittel 2.1.4) med punkt nummer ein allereie gjennomført, slik at ein sparer tid (gjeld jo særleg for skulane som er med i KUL, men også andre skular i stor grad).

Eit anna nyttig verktøy, som er viktig med vekt på det å forstå elevane sine kunnskapar, er elevintervjua. Slik som det har vorte gjort her, med fyrst å gjennomføra testar, for så å plukka ut nokre oppgåver som ein kan intervjua elevane i, er tydeleg veldig nyttig. Slik får ein inn fleire aspekt enn kva ein ville fått om ein gjennomførte berre testar eller berre intervju. Noko av grunnen til at dette ikkje vert gjort i skulen, er truleg at mange meiner det vert for tidkrevjande. Men eigentleg treng det ikkje å ta lang tid, og utbyttet vert desto større. Det er ikkje naudsynt å gjennomføra intervjua formelt i skulen, det kan gjerne berre vera uformelle samtaler med den enkelte elev om enkelte diagnostiske oppgåver. Nettopp slik Brekke (2002a) dreg fram under diagnostisk undervising. Slike samtaler vil truleg avdekka elevane si læring på eit djupare nivå. Og læraren vil få ei betre forståing av kva elevane slit med, og då få betre høve til å leggja opp undervisinga på best mogleg måte.

I skulen er det mest vanleg å sjekke dei kunnskapane elevane har når ein test vert gjennomført. Desse testane tek oftast for seg eit eller eit par emne, slik at kunnskapane som vert testa vert naturleg avgrensa av dette. Det er nok ikkje mange lærarar som gjennomførar den same testen fleire gongar med dei same elevane. Slik vert det i skulen vanskeleg å testa sjølve utviklinga til elevane. Eg meiner at dette kan vera eit nyttig verktøy for at lærarane betre skal forstå kva utbytte elevane har av undervisinga og ikkje minst korleis elevane utviklar seg i ulike fag.

Med tanke på vidare forsking vert det spanande å sjå kva som skjer vidare i KUL-prosjektet. Ikkje minst med tanke på kva resultat dei kjem fram til, når dei til hausten skal til med å analysera den tredje og fjerde runden av testar som allereie er gjennomførte (haust 2005 og vår 2006). Det vert spanande å sjå kva resultat som kjem ut av denne runden og ikkje minst kva retning dei nye masterstudentane vel å forska i. Ei anna sak som er interessant, er om det vil verta nokre endringar i resultata med tanke på testane som vert gjennomført i framtida, då spesielt med tanke på at det vert innført ein ny læreplan frå hausten 2006. Slik vert det interessant å følgja KUL-prosjektet vidare framover.

I diskusjonsdelen drog eg fram at det kanskje såg ut til at det innan tal og algebra var ei utvikling i grunnskulen frå at blant elevane i dei låge klassene var dei svakaste som hadde størst framgang, medan det i dei øvste klassene i var dei sterkaste elevane som hadde størst framgang. Det er umogeleg ut frå denne undersøkinga å seia noko om det i røynda er slik. Dette er noko eg meiner er viktig og interessant å gå djupare inn i, for å finna ut om dette er ein tendens, eller om det er skeivheitar i dette materialet som gjer det.

Det hadde også vore interessant å forska på kva innverknad kunnskapsløftet vil få med tanke på matematikkundervisinga og ikkje minst med tanke på elevar si utvikling i matematikk. Ein annan innfallsvinkel kunne vera å forska vidare på kva andre perspektiv, enn dei som er nemnt i denne oppgåva, som spelar inn på elevar si utvikling innan matematikk.

Kjeldeliste

Andreassen, I. S. (2005). *Innsikt i elevers kompetanser som vises i skriftlige matematikktester.* Høgskulen i Agder, Kristiansand.

Ausubel, D. P. (1968). *Educational psychology: A cognitive view*. New York: Holt, Rinehart and Winston.

Bisgaard, N. J. (1998). *Pædagogiske teorier*. Værløse: Billesø & Baltzer.

Breiteig, T. & Venheim, R. (1999). *Matematikk for lærere 1*. Oslo: Tano Aschehoug.

Brekke, G. (2002a). *Introduksjon til diagnostisk undervisning i matematikk*. Oslo: Læringssenteret.

Brekke, G. (2002b). *Veiledning til tall og tallregning: E, G og I*. Oslo: Nasjonalt læremiddelsenter.

Brekke, G., Kobberstad, T., Lie, S. & Turmo, A. (1998). *Hva i all verden kan elevene i matematikk? Oppgaver med resultater og kommentarer*. Oslo: Universitetsforlaget.

Brekke, G. & Mosvold, R. (2005). Prosjekt 281: KIM - Kvalitet i matematikkundervisningen - II. Henta 27.02.2006, frå http://www.tfn.no/article/articleview/515/1/8/.

Brock-Utne, B. & Haukaa, R. (1980). *Kunnskap uten makt: kvinner som lærere og elever*. Oslo: Universitetsforlaget.

Egeland, L. (2004). *Det handler om læring*. Oslo: ABM-utvikling.

Espeland, H. (2006). *Elevers kunnskaper i tall og algebra: Hva har de med seg fra 9. og 11. trinn?* Høgskulen i Agder, Kristiansand.

Fennema, E. (1985). Explaining sex-related differences in mathematics: Theoretical models. *Educational Studies in Mathematics, 16* (3), 303-320.

Fuglestad, A. B. & Jaworski, B. (2005). Læringsfellesskap i matematikk – utvikling og forskning i samarbeid. *Tangenten, 16* (3), 54-59.

Gagné, R. M. (1985). *The conditions of learning and theory of instruction*. New York: Holt, Rinehart and Winston.

Gjone, G. & Nortvedt, G. A. (2001). *Veiledning til geometri: F og I*. Oslo: Læringssenteret.

Goodchild, S. & Grevholm, B. (2005). *An exploratory study of mathematics test results: What is the gender effect?* Foredrag ved konferansen: Kvinnor och matematik.

Greer, B. (1992). Multiplication and division as models of situations. I D. A. Grouws (red.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (s. 267-295).

Grønmo, L. S., Bergem, O. K., Kjærnsli, M., Lie, S. & Turmo, A. (2004). *Hva i all verden har skjedd i realfagene? Norske elevers prestasjoner i matematikk og naturfag i TIMSS 2003*. Oslo: Institutt for lærerutdanning og skoleutvikling, Universitetet i Oslo.

Hiebert, J. & Lefevre, P. (1986). Conceptual an procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. I J. Hiebert (red.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics*. Hillsdale, N.J.: Erlbaum.

Hundeide, K. (1985). *Piaget i skolen*. Oslo: Cappelen.

Høines, M. J. (1998). *Begynneropplæringen: fagdidaktikk for barnetrinnets matematikkundervisning*. Landås: Caspar forlag.

Imsen, G. (1998). *Elevens verden: Innføring i pedagogisk psykologi*. Oslo: Tano Aschehoug.

Johnsen, V. (1996). Hva er en vinkel? *Nordisk matematikkdidaktikk, 4* (1), 25-49.

Jones, L. & Smart, T. (1995). Confidence and Mathematics: A gender issue? *Gender & Education, 7* (2), 157-166.

Juter, K. (2003). *Learning limits of functions.* Luleå University of Technology, Luleå.

Kirke- utdannings- og forskningsdepartementet. (1996). *Læreplanverket for den 10-årige grunnskolen*. Oslo: Nasjonalt læremiddelsenter.

Leder, G. C. (2002). Are girls measuring up? I B. Grevholm & L. Lindberg (red.), *Kvinnor och matematik*. Kristianstad: Högskolan i Kristianstad.

Martin, C. A. (1965). Programmed learning and the teaching of accounting. *Abacus, 1* (1), 92-96.
Nilssen, F. H. (2006). Nasjonale prøver tilbake i 2007. Henta 10.05.2006, frå http://www.utdanning.ws/templates/udf____12238.aspx
Mead, G. H. & Morris, C. W. (1934). *Mind, self, and society: From the standpoint of a social behaviorist*. Chicago: University of Chicago Press.
Mellin-Olsen, S. (1984). *Eleven, matematikken og samfunnet: En undervisninglære*. Bekkestua: NKI-forlaget.
Ness, E. (1974). *Pedagogisk oppslagsbok*. Oslo: Gyldendal.
Nilssen, F. H. (2006). "Nasjonale prøver tilbake i 2007." Henta 10.05.2006, from http://www.utdanning.ws/templates/udf____12238.aspx.
Niss, M. (red.). (1993). *Cases of assessment in mathematics education: An ICMI study*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
Niss, M. & Højgaard Jensen, T. (2002). *Kompetencer og matematiklæring: Ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark*. København: Undervisningsministeriet.
Orton, A. (1992). *Learning mathematics: Issues, theory, and classroom practice*. London: Cassell.
Piaget, J. (1973). *Barnets psykiske utvikling*. Oslo: Gyldendal.
Piaget, J. & Inhelder, B. (1974). *Barnets psykologi*. Oslo: Cappelen.
Piaget, J., Inhelder, B. & Szeminska, A. (1970). *The child's conception of geometry*. New York.
Røsseland, M. (2005a). Hva er matematisk kompetanse? *Tangenten, 1*, 12-18.
Røsseland, M. (2005b). Hva er matematisk kompetanse? - del 2. *Tangenten, 2*, 48-53.
Seland, A. V. (1996). *Jenter, gutter og matematikk: Faglige prestasjoner og affektive sider ved matematikklæring på ungdomstrinnet.* Høgskulen i Agder, Kristiansand.
Skemp, R. R. (1986). *The psychology of learning mathematics*. Harmondsworth: Penguin.
Skinner, B. F. (1954). The science of learning and the art of teaching. *Harvard Educational Review, 24*, 86-97.
Streitlien, Å., Wiik, L. & Brekke, G. (2001). *Tanker om matematikkfaget hos elever og lærere*. Oslo: Læringssenteret.
Støren, H. (2001). *Veiledning til måling og enheter: F og I.* Oslo: Læringssenteret.
Svege, E. (1997). Studenters forestillinger, holdninger og følelser overfor matematikk. *Nordisk matematikkdidaktikk, 2*, 25-55.
Swan, M. (2005). *Learning mathematics through reflection and discussion: The design and implementation of teaching.* University of Nottingham, Nottingham.
Tall, D. (1989). Concept images, generic organizers, computers and curriculum change. *For the Learning of Mathematics, 9* (3), 37-42.
Tall, D. & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics, 12* (2), 151-169.
Thorndike, E. L. (1914). *Educational psychology: Briefer course*. New York: Teachers College, Columbia University.
Utdannings- og forskningsdepartementet. (2005). *Kunnskapsløftet: Læreplaner for gjennomgående fag i grunnskolen og videregående opplæring. Læreplan for grunnskolen. Midlertidig trykt utgave*. Oslo: Utdannings- og forskningsdepartementet.
von Glasersfeld, E. (1998). Kognition, kunskapskonstruktion och undervisning. I A. Engström (red.), *Matematik och reflektion: En introduktion till konstruktivismen inom matematikdidaktiken* (s. 34-53). Lund: Studentlitteratur.
Vygotskij, L. S. & Kozulin, A. (2001). *Tenkning og tale*. Oslo: Gyldendal akademisk forlag.

Vygotsky, L. S. & Cole, M. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Cambridge, Mass.: Harvard University Press.

Oversikt over vedlegg

Vedlegga er samla i eit eige hefte. Sidene som er oppgitt her er sidetal i det heftet.