Masteroppgave i matematikkdidaktikk

Elevers strategier for å løse multiplikasjon i 5. trinn. Lesson Study for lærere. En case studie.

Trine Engeland

Masteroppgaven er gjennomført som et ledd i utdanningen ved Universitetet i Agder og er godkjent som sådan. Denne godkjenningen innebærer ikke at universitetet innestår for de metoder som er anvendt og de konklusjoner som er trukket.

Veileder: Maria Luiza Cestari

Universitetet i Agder, Kristiansand

Desember 2007

Forord

Etter over seks års utdannelse ved Høgskolen i Agder/Universitetet i Agder er endelig tiden som evig student over. Jeg har lest meg gjennom en bachelorgrad, et år med praktisk pedagogisk utdanning (PPU) og de siste to årene har blitt brukt til en mastergrad i matematikkdidaktikk. Tiden er nå kommet for å levere inn den avsluttende masteroppgaven. I arbeidet med oppgaven har jeg lært mye om litteratur innenfor matematikkdidaktikk og om det å skrive en så stor oppgave. Det jeg har lest av litteratur i forbindelse med oppgaven har satt meg på sporet av mye jeg har planer om å lese senere. I tillegg til dette har jeg lært mye om en lærers hverdag, ved å ha deltatt på lærermøter og filmet undervisning.

Først vil jeg takke alle lærerne og elevene som har stilt opp på møter og intervjuer. Uten dere hadde ikke oppgaven blitt gjennomført. Jeg vil takke veilederen min Maria Luiza Cestari for gode tilbakemeldinger, tips og råd gjennom hele perioden. Jeg vil også takke Raymond Bjuland som mot slutten av perioden kom med nyttige kommentarer på oppgaven. I tillegg må det rettes en stor takk til mastergradstudentene både fra min egen klasse og fra klassen under meg. Dere har vært til stor hjelp under skriveprosessen på kontoret.

Tilslutt vil jeg takke familie og venner som har støttet meg gjennom hele prosessen. Og spesielt vil jeg takke samboeren min som har holdt ut med i de periodene jeg har vært mye opptatt.

Trine Engeland
Kristiansand, desember 2007

Sammendrag

Denne oppgaven handler om multiplikasjon ved 5. trinn i barneskolen. Jeg vil undersøke forskjellige løsningsstrategier og feil som dukker opp i forbindelse med innføringen av en standard algoritme i multiplikasjon. I tillegg til multiplikasjon har jeg valgt å utføre et *lesson study* forsøk sammen med lærerne på det utvalgte trinnet. Etter å ha sett video og lest om denne japanske metoden ønsker jeg å finne ut av hvordan den kan fungere i norsk skole og kultur. Så oppgaven vil bevege seg i to perspektiver, både det matematiske temaet og organiseringen av en *lesson study*.

Forskningsspørsmålene er:

- Hvilke typer løsningsstrategier og feil går igjen hos elever når de arbeider med multiplikasjon?
- Hvilke strategier finnes det for å unngå feil hos elevene?
- Hvordan organisere en *lesson study* med lærere i barneskolen?

Tidligere forskning jeg konsentrer meg om, handler for det meste om løsningsstrategier og feil hos elevene. Men jeg vil også komme innom ulike semantiske typer av multiplikasjon, bruk av en standard algoritme, og et par alternative algoritmer. I tillegg til dette tar jeg med noe om læringsteorier og matematisk kunnskap og forståelse. Når det gjelder *lesson study* vil jeg kort presentere det historiske perspektivet, hva *lesson study* egentlig er, og hvorfor metoden bør brukes.

Oppgaven er basert på et klassetrinn ved en stor barneskole på Sørlandet. Totalt er det 72 elever og et lærerteam satt sammen av fem lærere og to assistentlærer. For å samle data vil jeg bruke metoder som klasseromsobservasjon, intervju og analyse av oppgaver. Disse metodene er typiske metoder i forbindelse med kvalitativ forskning, og etnografi i klasserommet.

Av resultater kan det nevnes at det er funnet mange ulike løsningsstrategiene og feil. Alle disse kan identifiseres i tidligere forskning. Når det gjelder spørsmålet om det finnes en strategi for å unngå feil hos elevene, er det vanskelig å svare på. Men det er en tydelig tendens mot at når læreren er forberedt på hvilke problemer som kan dukke opp, så har elevene mindre feil. Til dette arbeidet kan en bruke *lesson study* som et verktøy. Og nettopp *lesson study* viser seg å ha utviklingspotensial i den norske skolen.

Summary

This master thesis is about multiplication in 5th grade in primary school. I want to investigate different strategies of solving multiplication problems and mistakes that emerge during the introduction of a standard algorithm in multiplication. In addition to this topic I have chosen to carry out a *lesson study* experiment together with the teachers from the selected grade. After seen videos and reading about this Japanese method I wish to figure out if it can work in the Norwegian school and culture. So the thesis is moving in two perspectives, both the mathematical subject and the organisation of a *lesson study*.

Research questions are:

- What types of strategies for solving multiplication and mistakes are frequent when pupils are working with multiplication?
- What kinds of strategies can help pupils to understand their mistakes?
- How to organise a *lesson study* with teachers in primary school?

Earlier research presented in this study is mainly about strategies for solving multiplication and to repair mistakes made by the pupils. But I will also mention different kinds of semantic structures of multiplication, the use of a standard algorithm, and a couple of alternative algorithms. In addition I have presented some learning theories related to mathematical knowledge and understanding. When it comes to *lesson study* I will shortly present an historic perspective, what *lesson study* really is, and why I would suggest the method to be used.

The thesis is based on a 5th grade classroom from a primary school in the south of Norway. This class has 72 pupils and a team of five teachers and two assistant teachers. To collect data I will use methods like classroom observations, interview and task analyses. These methods are representative in qualitative research, and ethnography in the classroom.

Concerning results I have identified different strategies for solving multiplication and mistakes. It is worth mentioning that every one of these can be identified in earlier research. When it comes to the question what kinds of strategies could be used to help avoiding mistakes among pupils, is it difficult to give a proper answer to. But there is an evident tendency towards that when a teacher is well prepared on what kind of problems who may emerge, the pupils have fewer mistakes. In order to make this happen, *lesson study* is one tool to use. In addition, *lesson study* shows that there are possibilities to develop this kind of teacher's collaborative work in the Norwegian schools.

Innholdsfortegnelse

Alle vedlegg er samlet i et eget hefte. Sidetall i denne oversikten er sidetall fra dette heftet.

VEDLEGGSHEFTE

1 Innledning

Helt fra de første tankene om hva masteroppgaven skulle handle om har jeg vist at jeg ville skrive en oppgave basert på observasjoner fra skolen. I kurset *Ma-404 læring og undervisning av matematikk* arbeidet vi med prosjektet MERG 12 (Mathematical Education Research Group). Dette prosjektet var en liten utgave at en masteroppgave hvor en lærer om de ulike sidene med å skrive en slik oppgave. Jeg arbeidet her med algoritmebruk under subtraksjon på barneskolenivå. Og dette fikk meg interessert i nettopp algoritmebruk, og videre introduksjon av multiplikasjon med to siffer.

På grunnlag av dette er temaet jeg har valgt for oppgaven multiplikasjon ved 5. trinn i barneskolen. Hvor jeg vil undersøke forskjellige løsningsstrategeier og feil som dukker opp i forbindelse med innføringen av en standard algoritme. I tillegg har jeg valgt å utføre et *lesson study* forsøk sammen med lærerne på det utvalgte trinnet. Dette fordi etter å ha hørt om denne japanske metoden ønsker å finne ut av hvordan den kan fungere i norsk skole og kultur. Så derfor vil oppgaven bevege seg i to perspektiver, både det matematiske temaet og organiseringen av en *lesson study*.

Skolen jeg har valgt for å utføre dette på er en relativt stor barneskole på Sørlandet, med totalt 348 elever. Hvert trinn har et stort klasserom hvor alle elevene har sin faste arbeidsplass. I tillegg har hvert trinn egne datamaskiner lett tilgjengelig, og en egen lyttekrok hvor all undervisning foregår. Skolen er ferdig ombygd fra en mer tradisjonell skole for ett år siden. Den nye organiseringen gjør at hvert trinn består av et lærerteam som har ansvar for hvert sitt fagområde på det trinnet. Det er med utgangspunktet i dette lærerteamet vil jeg gjennomføre et *lesson study* forsøk.

Forskningsspørsmålene er:

- Hvilke typer løsningsstrategier og feil går igjen hos elever når de arbeider med multiplikasjon?
- Hvilke strategier finnes det for å unngå feil hos elevene?
- Hvordan organisere en *lesson study* med lærere i barneskolen?

Selve det matematiske emnet i masteroppgaven vil dreie seg om multiplikasjon. Ved å analysere elevers arbeid ved forskjellige representasjoner av multiplikasjon, vil jeg se på elevenes løsningsstrategier og feil underveis i læringsprosessen. Med forskjellige representasjoner mener jeg hvordan problemet blir fremstilt, enten helt alene ($2 \cdot 3$), som et tekstproblem, som repetert addisjon, eller visuelt med et rektangulært utseende (Heuvel-Panhuizen, 2001).

Den andre delen av masteroppgaven er organisering av *lesson study*. Dette er en metode som har vært brukt i over hundre år i Japan i tillegg til den daglige undervisningen. Først rundt 1999 ble det stor interesse for *lesson study* i USA (Fernandez & Yoshida, 2004; Lewis, 2002). Hva en *lesson study* er forklarer Lewis (2002) kort som at det er lærere som arbeider sammen for å nå de langsiktige målene som er satt.

En mer utfyllede forklaring finnes både hos Fernandez og Lewis (op.cit.). *Lesson study* blir forklart som det å følge en plan som består av å først planlegge en undervisningsseksjon. Så gjennomføre denne, hvor en lærer underviser og en eller flere observerer undervisningen. Etter dette blir timen diskutert av de lærerne som er med, og eventuelle forandringer og forbedringer blir gjort. Så blir den samme timen undervist på ny, helst i en annen klasse, med en ny lærer som underviser og en eller flere som observerer. Etter dette diskuterer lærerne igjen resultatene fra timen og kommer med en konklusjon om hva som fungerer eller ikke.

En forutsetning for at elever skal lære å resonnere, beskrive og kommunisere i matematikk er at lærerne har god kompetanse i faget (Flowers, Krebs, & Rubenstein, 2006). For hele tiden å kunne forbedre lærerens kompetanse kan *lesson study* brukes. Lærerne har hele tiden oppdatert informasjon om hvilke metoder som fungerer bra og hvilke som fungerer dårlig. Og på den måten kan lærerne gjennom diskusjon seg i mellom hele tiden forbedre seg.

Jeg vil bruke ulike metoder for å samle data. Men vil holde meg innenfor kvalitative metoder. Paradigmet jeg beveger meg i er konstruktivismen og mulig noe over til transformativ. Jeg har valgt å bruke klasseromsobservasjon, intervju og analyse av oppgaver. Disse metodene er typiske i forbindelse med kvalitativ forskning (Jacobsen, 2000; Mertens, 2005). For å ta vare på data blir alt av observasjoner og intervjuer filmet og transkribert.

Oppgaven er delt opp i kapitler, med flere underkapitler for å lettere få en oversikt over innholdet. I kapittel to blir den aktuelle teorien og forskningsoversikt presentert. Og videre i kapittel tre forklares det hvilke metoder som er brukt i innsamlingen og analysen av data. Her blir også kontekst og deltakerne presentert. I kapittel fire presenteres analysen av data, delt opp etter klasseromsobservasjon, intervju og *lesson study*. Og i kapittel fem blir utvalgte resultater av analysen diskutert mot den tidligere teorien. Kapittel seks inneholder konklusjon og pedagogiske implikasjoner for videre arbeid.

2 Teori og forskningsoversikt

Målet med å lage en teori og forskningsoversikt er å få kontroll over den teoretiske bakgrunnen og for å se hva som er gjort av forskning på det aktuelle området. Mange forskere bruker en slik oversikt for å kartlegge hensikten med deres forskning. Videre kan den brukes til å velge metoder som fungerer til den aktuelle forskningen. Når så forskningen er gjennomført kan oversikten hjelpe til når resultatene skal tolkes. Når en utarbeider en slik oversikt er det viktig å være kritisk, og etter hvert som en leser litteratur vil en lettere kunne vurdere kvaliteten (Mertens, 2005).

Denne oversikten innholder tre hoveddeler. Den første delen handler om læringsteorier, matematisk kunnskap og forståelse. Jeg beskriver først litt om læringsteoriene til Piaget og Vygotsky, før jeg ser på begreper som matematisk kunnskap og forståelse. Disse begrepene er relevante i forhold til at jeg stiller spørsmål om det er mulig å unngå feil når elever lærer om multiplikasjon.

En stor del av oppgaven min dreier seg om multiplikasjon, så i den andre delen vil jeg gi en forskningsoversikt over forskjellige tidligere studier. Jeg beskriver bruken av multiplikasjon, ulike semantiske typer, løsningsstrategier og forskjellige feil blant elever. I tillegg ser jeg på alternative algoritmer til den standard multiplikasjonsalgoritmen.

Utover multiplikasjon handler oppgaven om organisering av en *lesson study* i barneskolen. Den siste delen gir en innføring i hva *lesson study* er. Jeg ser også på *lesson study* i et historisk perspektiv, og hvorfor *lesson study* bør brukes.

2.1 Læringsteorier, matematisk kunnskap og forståelse

2.1.1 Læringsteori

Blant mange læringsteorier er konstruktivismen den som har stått sterkt innenfor utdanning siden 80-tallet. Konstruktivismen er i følge Imsen (1998) en teori om hva kunnskap er og hvordan læring skjer. Den ser på mennesket som et aktivt subjekt. Mennesket må være aktivt for at det skal lære noe, så teorien legger vekt på intellektuelle aktiviteter og problemløsning. I de konstruktivistiske læringsteoriene handler det om å konstruere og skape kunnskap. Læringen skjer der hvor kunnskap og erfaring blir til.

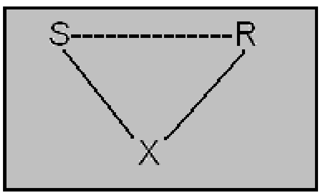
Den kognitive konstruktivismen kom ut fra studier med Piaget i spissen, hvor læring blir sett på som et individuelt anliggende. I denne teorien er læring det at kunnskap konstrueres i tankene på den som lærer. Dette er en indre prosess som drar med seg hele personligheten til et menneske. Sentrale spørsmål som stilles i denne teorien er: Hvordan organiserer tankene kunnskapen? Hvordan løser vi problemer? Hva skjer når vi husker og tenker? Disse spørsmålene som handler om hva som skjer i personens indre under læring kan knyttes til Piagets læringsteori. Piaget har identifisert fire forskjellige stadium i utviklingen til barn, hvor det sensomotoriske er det første (0- 1 ½). Videre kommer det preoperasjonelle (1 ½ -7 år), det konkret operasjonelle (7-12 år) og til slutt det formelle stadium (12-15 år) (Hundeide, 1985). I følge Piaget dominerer sensomotoriske skjema i de første leveårene (Piaget, 1973). Barn ser den ytre verden med utforskning, ved å ta og røre på ting. Etter hvert som barnet blir eldre blir skjemaene stadig utviklet.

Det som skjer når elever lærer blir hos Piaget beskrevet som assimilasjon og akkomodasjon (Lerman, 2000). Dette er to delprosesser kalt *functional invariant* som fører til utvikling og læring. Assimilasjon aktiveres i nye og ukjente situasjoner når elever prøver å tolke det de ser. Da brukes allerede eksisterende skjema, og nye inntrykk forklares med disse. Akkomodasjon er når de gamle skjemaene må tilpasses (Hundeide, 1985). Det skjer en reorganisering og skjemaene blir utvidet slik at vi har mulighet til å mota nye sider fra omgivelsene. Noe må jo holde denne læringsprosessen i gang. Så hva er motivasjonen for å lære? Piaget forklarer denne motivasjonen med et ønske om likevekt mellom assimilasjon og akkomodasjon. Denne likevekten blir av Piaget kalt for ekvilibrium mellom assimilasjon og akkomodasjon i en spesiell situasjon (Hundeide, 1985).

Piaget skiller mellom to typer kunnskap. *Figurativ kunnskap* er knyttet til utseende av et symbol eller en ting. Denne typen kunnskap blir lagret i hukommelsen vår. *Operativ kunnskap* er produktet av assimilasjon og akkomodasjon (Hundeide, 1985). Dette er varig kunnskap knyttet til skjema, og det er oss selv som har konstruert den (Høines, 1998; Solvang, 1992) Hos Piaget handler det om å aktivisere elevers skjema. Han foreslår klasserommet som et verksted med mange muligheter, og hvor elevene er mest mulig aktive. Slik at kunnskap kan finnes på egenhånd via egne erfaringer. I følge Kamii (1974) vil en lærer i en Piaget preget skole ikke legge frem ferdig kunnskap, men gi muligheten til at elevene selv kan konstruere kunnskapen gjennom egen resonering. Her finner vi også at: "The emphasis of a Piagetian school is definitely on the child's own thinking and judgment, rather than on the use of correct language and adult logic" (Kamii, 1974, pp 214).

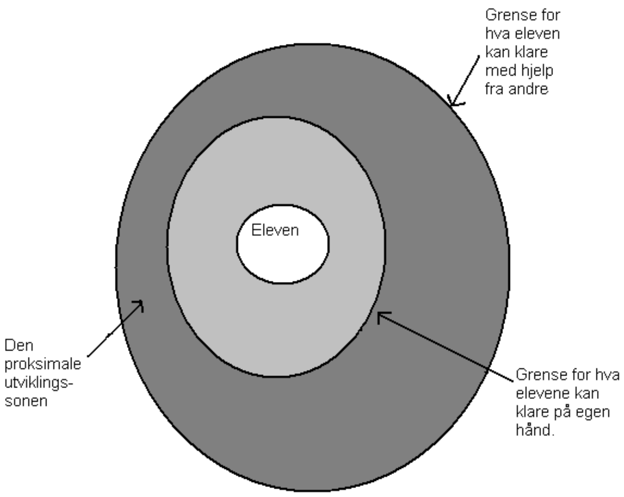
I en annen del av konstruktivismen finner vi den sosiale konstruktivismen, som er inspirert av Vygotsky. Et poeng i teorien til Vygotsky er at all utvikling og all tenkning har sitt utgangspunkt i sosial aktivitet. Kunnskap må bli konstruert sosialt, så læring kommer via sosiale konstruksjoner og sosialt samhold. Denne sosiale virksomheten resulterer til slutt i selvstendige tanker (Lerman, 2000). Kjernen i teorien til Vygotsky er nettopp å ha språket som redskap, dette er i seg selv en aktivitet (Høines, 1998). I teorien nevnes det om flere former for aktivitet. Det som er felles for dem er samspill og interaksjon mellom individet og miljøet.

For å forklare hvordan vi tilegner oss kunnskaper kommer Vygotsky inn på tanken om å bruke et redskap. I denne tilegnelsesprosessen er språket det viktigste redskapet. Utgangspunktet for tankene er en *indre tale*. Denne *indre talen* er det samme som når barn snakker med seg selv, i følge Vygosky en *egosentrisk tale*, bare at den har blitt stille (Høines, 1998). Vygotsky mente at språket var så viktig at han plasserte det som et kognitivt redskap mellom stimulus og respons i den kjente S-R-sammenhengen. Dette kalles *mediering* (figur 1) og er i følge Vygotsky (1978) grunnleggende for alle høyere psykologiske prosesser.



Figur 1: Mediering (Imsen, 1998)

En annen del av Vygotskys teori er *den proksimale utviklingssonen* (figur 2). Dette vil si at alle mennesker har en sone hvor en har muligheten til å løse problemer sammen med andre (Høines, 1998). Denne modellen følger Vygotskys tanker om at utvikling går fra det sosiale til det individuelle, som nevnt tidligere. Elever må først utføre ting sammen med andre, før de klarer å utføre det alene. Det er denne utviklingssonen som utnyttes ved å la elever samarbeide om å løse oppgaver, med læreren som veileder. (Lerman, 2000). I følge Lerman blir Vygotskys proksimale utviklingssone forklart som selve læringsmekanisme. Mens hos Piaget finner en kognitiv ekvilibrium som mekanismen for læring.



Figur 2: Den proksimale utviklingssonen (Imsen, 1998)

Så kan en stille spørsmål om hvorfor er en slik teoretisk bakgrunn med læringsteorier viktige? Hvilket utbytte kan en få av læringsteoriene i emner som for eksempel multiplikasjon? Piaget har selv aldri undervist som lærer, noe Vygosky derimot har (Pass, 2004). I 1960 årene blomstret Piagets ideer på nytt, selv om han også ble kritisert på noen punkter. Blant de som sørget for å anvende Piagets læringsteori i skolen finnes Hans Furth og Constance Kamii (Hundeide, 1985).

2.1.2 Matematisk kunnskap og forståelse

Det finnes forskjellige former for matematisk kunnskap og forståelse, et skille er mellom *instrumentell forståelse (instrumental understanding)* og *relasjonell forståelse (relational understanding)* (Skemp, 1987; Solvang, 1992). Skemp forklarer at ved instrumentell forståelse vet en hvordan en regel skal brukes, men ikke hvorfor. Dette fungerer bra i oppgavetyper som er kjent, men kan raskt skape problemer hvis oppgaven blir noe forandret. Skemp (op.cit.) ser mange fordeler med at læreren underviser på en instrumentell måte. Som at den er enkel å forstå, og den gir raskt en side med riktige svar i elevenes arbeidsbok. Belønningen er tydelig og den kommer raskt. Nettopp fordi det er mindre kunnskap involvert kan det riktige svaret komme raskere og mer pålitelig med instrumentell tenkning. I tillegg til dette nevner han og at ved hjelp av instrumentell undervisning kan svakere elever oppleve mestring. Det negative med instrumentell forståelse er at det fort kan bli uoversiktlig når stoffmengden blir stor.

Videre forklarer han at relasjonell forståelse er relatert til operasjonell og strukturforståelse. På dette nivået vet en hva som ligger bak regelen, ikke bare bruker den. Han stiller spørsmål om den ene forståelsen er bedre en den andre. Problemene kommer når elever og lærere har forskjellige oppfatninger av matematisk forståelse. Dette gjelder både om eleven har en instrumentell forståelse og læreren en relasjonell forståelse, eller motsatt.

Når det gjelder instrumentell forståelse kjenner jeg meg selv godt igjen fra når jeg gikk på grunnskolen. Jeg hadde lært en fremgangsmåte og var fornøyd med det, men på prøvene stilte læreren spørsmål som ikke passet helt til regelen. Noe som resulterte i at hele oppgaven ble spolert for min del. Her kommer fordelene med relasjonell forståelse inn, den er enklere å bruke på flere forskjellige typer av oppgaver. Skemp (op.cit..) nevner mange fordeler med å undervise relasjonelt. Det er lettere å tilpasse det til nye oppgaver. Relasjonell kunnskap er enklere å huske enn instrumentell kunnskap, fordi de forskjellige metodene kan genereres fra hverandre. Men så er en relasjonell forståelse vanskeligere å tilegne seg. I tillegg hevder han også at relasjonell kunnskap kan være et effektivt mål i seg selv. Dette betyr at relasjonell forståelse ikke trenger ytterligere belønning.

Hiebert og Lefevre (1986) skiller på samme måte som Skemp, men med andre navn, *begrepskunnskap (conceptual knowledge)* og *prosedyrekunnskap (procedural knowlegde)*. I Hiebert og Lefevres begrepskunnskap finner en sammenhenger innenfor matematikk, ny kunnskap blir hele tiden utvidet ved at nye relasjoner knyttes. Innefor prosedyrekunnskaper utfører elevene oppgaver ved hjelp av regler, den samme forklaringen som Skemp (op.cit.) har på instrumentell forståelse. Elevene vet hvordan de skal bruke de forskjellige symbolene men de kjenner ikke betydningen av symbolene. Det å utføre en algoritme på et problem i henhold til en gitt rekkefølge er prosedyrekunnskap. Her kan elevene utføre de forskjellige stegene uten å helt forstå hva som skjer (Hiebert & Lefevre, 1986). Begrepskunnskap og det å bygge opp relasjoner er viktig i matematikk. Nettopp fordi mye av kunnskapen i matematikk handler om å se at det er sammenheng mellom mange forskjellige emner, for eksempel en graf og en likning.

Lampert (1990) hadde et ønske om å rette fokuset bort fra matematikkens rette og gale svar. I et undervisningsopplegg utfordret hun elevene til å forklare hvordan de tenker ikke bare at de får et svar. Hun skiller mellom det å *gjøre matematikk (doing mathematics)* som betyr å følge regelen som læreren har presentert, og det og *kunne matematikk (knowing mathematics)* som betyr det å kunne huske regelen og bruke den riktig.

Hvis en ser på Mellin-Olsens (1984) to typer av forståelse finner en noe av det samme som hos både Hiebert og Lefevre (op.cit.), Skemp (op.cit.) og Lampert (op.cit.). Mellin-Olsen bruker begrepene *regeloppfatning* og *strukturoppfatning*. Han definerer regleoppfatning slik:" Dette er kunnskap om hvordan matematikken brukes i praksis, som regler og prinsipper" (Mellin-Olsen, 1984, pp 32). Strukturoppfatningen forklarer han som: "Dette er forståelsen av hvordan regelen er knyttet til sin struktur, det vil si, hvorfor regelen er blitt slik den har blitt" (Mellin-Olsen, 1984, pp 32).

Hiebert og Lefevre hevder at meningsfull læring er mye viktigere enn pugg, fordi en algoritme gir mening når eleven forstår hva som skjer. Og nettopp meningsfull læring er det som skjer når elevene knytter relasjoner mellom forskjellige deler av kunnskap. Så hvorfor er det da så mange lærere som underviser matematikk på en instrumentell måte som Skemp vil ha det til? Han hevder at uten å vite dette er det lite håp om å forbedre situasjonen og han kommer med flere årsaker til at lærere unngår å undervise relasjonell kunnskap. Det er for vanskelig i noen spesielle emner. Det trengs øvelsen i et annet fag før det kan forstås relasjonelt av eleven. En lærer er ny på en skole hvor alle andre lærere underviser instrumentelt. Og tilslutt den kanskje mest kjente årsaken, at det rett og slett tar for lang tid.

2.2 Multiplikasjon

2.2.1 Bruk av multiplikasjonsalgoritme

Det blir brukt ulike algoritmer som standard algoritmer i alle regneartene i ulike land og kulturer. I norsk skole brukes det en standard multiplikasjonsalgoritme hvor tallet før multiplikasjonstegnet blir kalt multiplikator og tallet etter blir kalt multiplikand. Videre definerer Store Norske Leksikon: ”multiplikand er det tallet i en multiplikasjon som skal multipliseres” og ”multiplikator er det tallet som angir hvor mange ganger multiplikanden skal tas som addend” (Henriksen & Eriksen, 2005, pp 607-608). En multipliserer så fra høyre mot venstre, ved å starte med eneren i multiplikand (45) og eneren i multiplikatoren (12) (figur 3).

For bort i mot tretti år siden var det vanlig å multiplisere fra venstre mot høyre (Høines, 1998). Svaret ble også da plassert under selve problemet (figur 4). I følge Breiteig og Venheim (1998) fungerer denne algoritmen og mange andre algoritmer nettopp på grunn av at tallsystemet er et posisjonssystem.

$$\begin{array}{l} {\scriptstyle 1} \\ \underline{12 \cdot 45} \\ 60 \\ +\ \ \underline{48\ } \\ =\ \ \underline{\underline{540}} \end{array}$$

Figur 3: Multiplikasjon fra høyre mot venstre

$$\begin{array}{l} {\scriptstyle 1} \\ \underline{12 \cdot 45} \\ 90 \\ +\ \ \underline{45\ } \\ =\ \ \underline{\underline{540}} \end{array}$$

Figur 4: Multiplikasjon fra venstre mot høyre

$$\begin{array}{l} {\scriptstyle 1} \\ \underline{12 \cdot 45} \\ 6\underline{0|} \\ +\ \ \underline{48|\ } \\ =\ \ \underline{\underline{540}} \end{array}$$

Figur 5: Multiplikasjon fra høyre mot venstre med trappetrinn

Når jeg selv lærte om multiplikasjon for cirka femten år siden ble det brukt en algoritme veldig lik dagens. Da ble både multiplikatoren og multiplikanden kalt for faktor. Altså tok vi en faktor og multipliserte med en annen faktor, svaret vi da fikk var et produkt. Disse begrepene blir også brukt i læreboken *Grunntall* (Bakke & Bakke, 2006) som er læreboken til den utvalgte klassen. En annen ting som jeg også lærte var å tegne trappetrinn for å holde orden på del svarene vi fikk (figur 5). Noe av det som kan variere i denne standard metoden (figur 3) er om en plasserer svarene under multiplikatoren eller multiplikanden.

I Breiteig og Venheim (1998) forklares multiplikasjon ved å plassere svaret under multiplikator (figur 6). Denne metoden har jeg funnet i mange lærebøker for femte trinnet, for eksempel *Tusen millioner* (Rasch-Halvorsen, Rangnes, & Aasen, 1997), *Abakus* (Pedersen, Pedersen, & Skoogh, 2006), og *Regnereisen* (Venheim, Skoogh, Nilsson, & Johansson, 1997). Klassen jeg har observert plasserer svaret under multiplikanden, og bruker i tillegg en *x* (figur 7) i stedet for de trappetrinnene jeg har lært. Som nevnt tidligere brukes læreboken *Grunntall* (Bakke et al., 2006) i denne klassen. Hvorfor de bruker *x* er for at eleven ikke skal glemme å hoppe inn til tier plassen. Men det er viktig å tenke på at om en lærer eleven til å bruke en slik *x* må en forklare hvorfor den brukes (Nygaard, Pettersen, & Hundeland, 1998).

$$\begin{array}{rr} & \scriptstyle 1 \\ \hline \multicolumn{2}{l}{\underline{\quad 12 \cdot 45}} \\ & 60 \\ + & \underline{48} \\ = & \underline{\underline{540}} \end{array}$$

Figur 6: Multiplikasjon fra høyre mot venstre med svar under multiplikator.

$$\begin{array}{rr} \multicolumn{2}{l}{\scriptstyle 1} \\ \multicolumn{2}{l}{\underline{12 \cdot 45}} \\ & 60 \\ + & \underline{48x} \\ = & \underline{\underline{540}} \end{array}$$

Figur 7: Multiplikasjon fra høyre mot venstre med x.

$$\begin{array}{rr} & \scriptstyle 1 \\ & 12 \\ & \underline{\cdot 45} \\ & 90 \\ + & \underline{45} \\ = & \underline{\underline{540}} \end{array}$$

Figur 8: Multiplikasjon i USA.

I andre land for eksempel USA brukes en standard algoritme hvor multiplikand plasseres over multiplikator, og svaret under der igjen (figur 8) (Dickson, Brown, & Gibson, 1984). En slik måte å presentere et multiplikasjonsproblem vil om mulig være mer naturlig da problemet blir lineært. Og ikke en blanding av en horisontal og lineær fremstilling, som i figur 3 til 7.

Vergnaud (1983) vurderer multiplikasjon som kompleks. Han hevder at multiplikasjon er en binær operasjon, men at elever for det meste vil bruke en unær operasjon. Da enten skalar eller funksjonsoperator, for å løse multiplikasjonsproblemer. En unær operasjon starter med bare en inndata, den andre inndataen kommer under den gitt operasjonen. En binær operasjon krever to inndata før prosedyren kan starte (Anghileri, 1989). Greer (1992) hevder først at fra et matematisk synspunkt er multiplikasjon med hele og rasjonale tall relativt enkelt. Men han sier også at forskningen hans avslører kompleksitet: ”The research reviewed in this chapter, however, reveals the psychological complexity behind the mathematical simplicity” (Greer, 1992, pp 276).

2.2.2 Alternative algoritmer

Det finnes mange alternative algoritmer for multiplikasjon. Ut i fra det jeg har lest om forskjellige metoder velger jeg å dele alternative algoritmer i to. På den ene siden har en alternative algoritmer som elever finner opp selv. Og på den andre siden har en alternative algoritmer som har vært kjent lenge, men som av forskjellige årsaker ikke blir så mye brukt. Når det gjelder algoritmer som elever har laget passer kanskje disse til kun en type problemer, og kan i noen tilfeller være vanskelige for læreren å tolke. Høines (1998) gir mange eksempler på slike alternative algoritmer laget av elever.

En mer systematisk undersøkelse på om elever tidlig i barneskolen kan lære seg å gange sammen to tosifrete tall finnes hos Caliandro (2000). Elever som er med i undersøkelsen kan utføre standard algoritmer for addisjon og subtraksjon. Og i tillegg kan de multiplisere tosifrete og tresifrete tall med ett tall. I starten brukte disse elvene mye gjentatt addisjon, men gjennom mye tenkning og diskusjon med andre elever ble metodene stadig forenklet. Caliandro (op.cit.) konkluderer med at metodene ikke er så effektive som en standard algoritme, men gir elevene en dypere forståelse for matematikk.

Årsaken til at elever klarer å løse problemer på et nivå som egentlig er høyer en det de har lært er at de bruker det de har av matematiske skjemaer for å løse problemet. Og det de mangler av kunnskap for å løse problemet må de selv bygge opp (Steffe, 1994). Denne begrunnelsen støttes også av Mulligan (1992) hvor resultater viser at elever i 2. og 3. klasse kan løse mange multiplikasjonsproblemer før de egentlig har den kunnskapen som trengs.

Når det gjelder de mer kjente alternative algoritmene er noen av disse blitt brukt i forskning. Da for eksempel algoritmen hvor sammenhengen mellom multiplikasjonen og areal blir utnyttet, kalt for 100s/10s/1s representasjon. Multiplikasjonen blir representert med forskjellige størrelser av kvadrater (Izsák, 2004).

Denne måten å regne på tar utgangspunktet i den distributive egenskapen og posisjonssystemet. En multipliserer hundreren fra det ene tallet med først hundreren, så tieren og så eneren fra det andre tallet. Deretter blir først tieren og så eneren fra det første tallet brukt på akkurat samme måte. For å holde orden på alle svarene brukes en tabell, og svaret på multiplikasjonen finnes ved å addere alle svarene i tabellen (figur 9). I følge Izsák (op.cit.) vil elever som er godt kjent med den distributive egenskapen under multiplikasjon være mer forberedt på å bruke den i andre emner som brøk og algebra.

34 = 30 + 4

28 = 20 + 8

	30	4
20	20·30 =600	20·4 =80
8	8·30 =240	8·4 =32

$$\begin{array}{r}
34 = 30 + 4 \\
\underline{\cdot\ 28 = 20 + 8} \\
600 = 20 \cdot 30 \\
80 = 20 \cdot \ \ 4 \\
240 = \ \ 8 \cdot 30 \\
\underline{32 = \ \ 8 \cdot \ \ 4} \\
952
\end{array}$$

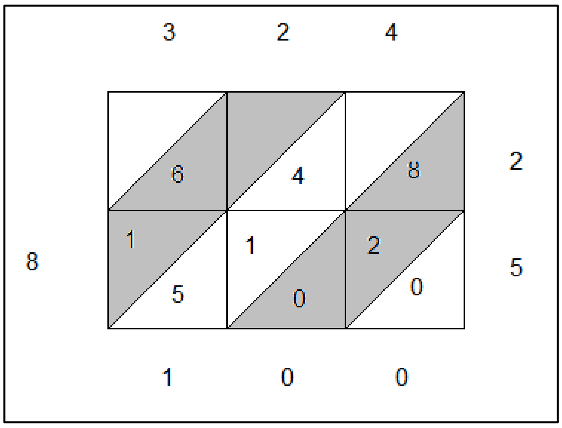
Figur 9: Multiplikasjon med 100s/10s/1s representasjon (Izsák, 2004).

Lampert (1986) identifiserte fire typer av matematisk kunnskap: intuitiv, om konkreter, om algoritmer og om multiplikative regler. Når det gjelder kunnskap om multiplikative regler kan den være interessant i forbindelse med alternative algoritmer. Det kan for eksempel være at en bruker den distributive egenskapen til å splitte opp et multiplikasjonsproblem til to enklere problemer. Videre viser Lampert (op.cit.) at en slik dekomponering kan brukes til å enklere forklare prinsippet med multiplikasjon.

I den alternative algoritme som blir forklart i artikkelen til Lampert (op.cit.) brukes den distributive egenskapen og posisjonssystemet (figur 10). En kan se at denne alternative algoritmen er veldig lik på den standard algoritmen fra kapittel 2.2.1. Forskjellen er at i den alternative algoritmen brukes posisjonssystemet, så hvis et tall står på tierplassen tar en tallet med en null bak for så å utføre multiplikasjonen. Dette gjør at elevene ikke får uforklarlige tomrom på høyre side i algoritmen. Lampert vektlegger at det å finne forskjellige måter å splitte et multiplikasjonsproblem på kan være et samarbeid mellom lærer og elev.

352	
· 82	
4	(2 · 2)
100	(2 · 50)
600	(2 · 300)
160	(80 · 2)
4000	(80 · 50)
+ 24000	(80 · 300)
28864	

Figur 10: Multiplikasjon ved hjelp av dekomponering (Lampert, 1986).



Figur 11: Multiplikasjon ved gittermetoden (Breiteig og Venheim, 1998).

En annen slik kjent algoritme er gittermetoden. Denne metoden er funnet på trykk for første gang i Italia i 1494 (Breiteig & Venheim, 1998). Metoden går ut på å plassere den ene faktorene (324) over og den andre faktoren (25) på høyre side av firkanten (figur 11). Så blir hvert tall i faktorene multiplisert med hverandre. Enere i dette svaret blir plassert til høyre for den diagonale linjen, og tierne blir plassert til venstre. Så adderes tallene i trekantene diagonalt mot venstre, i de grå eller hvite kolonnene. Svaret plasseres under den siste trekanten som adderes. Hvis svaret er 10 eller mer, tas en tier i mente når neste diagonale kolonne skal adderes. Tallene utenfor firkanten kan fortsette opp på venstre side av firkanten. Det som nå er det endelige svaret på multiplikasjonsproblemet leses fra venstre side av firkanten og under, det vil si at 324 · 25 = 8100.

Alle slike alternative algoritmene kan føles mer tungvinte for de elevene som har lært en standard algoritme. Og dette kan medføre at det kan bli vanskelig for disse elevene til å tenke på alternative algoritmer (Lampert, 1986). I tillegg poengterer også Lampert at alternative algoritmer kan skape problemer når elever skal få hjelp med leksene hjemme.

2.2.3 Semantiske typer av multiplikasjon

For å gi leserne et innblikk i hvilke typer av multiplikasjonsoppgaver det snakkes om, tar jeg med forskning som konsentrere seg om å kategorisere hvordan situasjoner i tekstoppgaver blir fremstilt. Et eksempel på forskjeller er om en presenterer problemet oppdelt i gitte grupper med et vist antall i hver gruppe. Et annet eksempel er å finne et areal, en gitt mengde i *x*-retning og en gitt mengde i *y*-retning.

For å forstå bedre tilegnelse og utvikling av spesielle kunnskaper og ferdigheter i tilknytting til situasjoner introduserte Vergnaud (1983) et spesielt rammeverk av *begrepsområder* (*conceptual fields*). Han har en egen forklaring på hva et begrepsområde er: "A conceptual field is a set of problems and situations for the treatment of which concepts, procedures, and representations of different but narrowly interconnected types are necessary" (op.cit.. pp 127). Begrunnelsen for et slikt rammeverk er blant annet at det er vanskelig og noen ganger helt meningsløst å separere tilegnelsen av nærliggende begreper. Da for eksempel det å skille multiplikasjon fra divisjon. Et slikt rammeverk fører til at en kan studere nærliggende begrepene over lang tid, for å gjøre den psykogenetiske tilnærmingen meningsfull (Vergnaud, 1983).

Vergnaud var interessert i to forskjellige begrepsområder, additiv struktur og multiplikativ struktur. Han så på multiplikativ struktur som en klasse av problemer, og identifiserte tre forskjellige undertyper. *Målingsisomorfi* (isomorphism of measures), *målingsprodukt* (product of measure) og *multippel proporsjon* (multiple proportion other than product). Strukturen til målingsisomorfi inneholder en enkel direkte proporsjon mellom to målte verdier, M1 og M2. Her blir målene mellom to proporsjonale størrelser angitt, for eksempel forholdet mellom antall varer og prisen på varen. Innenfor målingsisomorfi definerer Vergnaud (1983) to tilfeller av multiplikasjon (se figur 12 og 13).

M1	M2
1	a
b	x

Figur 12: Multiplikasjon med målingsisomorfi med utgangspunkt i 1 (Vergnaud, 1983).

M1	M2
a	b
c	x

Figur 13: Multiplikasjon med målingsisomorfi i et generelt tilfelle (Vergnaud, 1983).

For å forklare figurene tar jeg med to eksempler fra Vergnaud (1983). Eksempel 1 (figur 12) Ola kjøper 4 kaker til 15 kroner hver. Hvor mye må han betale? Her er a=15, b=4, M1=antall kaker, M2=kostnader og x= svaret på spørsmålet. Eksempel 2 (figur 13) Bensinforbruket på min bil er 7,5 liter per 100 km. Hvor mye bensin vil jeg bruke på en ferietur på 6580 km? Her er a=100, b=7,5, c=6580, M1=avstand, M2=bensinforbruk og x= svaret på spørsmålet.

Tabell 1: Dobbel korrespondanse tabell (Vergnaud, 1983)

	L	M	N	O
A	AL	AM	AN	AO
B	BL	BM	BN	BO
C	CL	CM	CN	CO

Når det gjelder Vergnauds målingsprodukt er strukturen kartesisk komposisjon av to målte verdier, M1 og M2 over i en tredje, M3. Problemer innefor målingsprodukt må representeres med dobbel korrespondanse (tabell 1). Her finner en oppgaver som areal, volum og kartesisk produkt.

Vergnaud argumenterer for at siden det alltid er minst tre variabler involvert, vil ikke målingsprodukt kunne bli representert på samme måte som målingsisomorfi. For og illustrer tabellen bruker jeg et eksempel (Vergnaud, 1983). 4 gutter og 3 jenter er på dans. Hver gutt vil danse med alle jentene, og hver jente med alle guttene. Hvor mange forskjellige gutt og jente par er mulig? Antall kombinasjoner av par er vist i tabell 1.

I følge Greer (1992) er de viktigste gruppene av situasjoner som omfatter multiplikasjon med hele tall: like grupper, multiplikativ sammenlikning (faktor), kartesisk produkt og rektangulære arealer. Og han har i tilegg til disse identifisert totalt ti forskjellige måter og presenter multiplikative problemer på (tabell 1). Mange av gruppene er generert fra andre grupper. Slik som ”like grupper” gir oss ”like mål”, her beveger en seg fra hele tall til rasjonelle tall. De første syv gruppene i tabell 1 faller inn under Vergnauds (1983) målingsisomorfi. Greer bruker begrepet målingsprodukt mer snevert en av Vergnaud. De tre siste gruppene i tabell 1 blir av Vergnaud kalt målingsprodukt, mens Greer skiller kartesisk produkt og rektangulært areal ut som egne grupper (Greer, 1992).

Tabell 2: Oversikt over semantiske strukturer (Greer, 1992)

Gruppe	Multiplikasjons problem
Like grupper (gjentatt addisjon)	3 barn har 4 appelsiner hver. Hvor mange appelsiner har de til sammen?
Like mål	3 barn har 4,2 liter med appelsinjuice. Hvor mye appelsinjuice har de til sammen?
Forhold	En båt beveger seg med en fart på 4,2 meter i sekundet. Hvor langt beveger den seg på 3,3 sekunder?
Konversjon av mål	En tomme er 2,54 cm. Hvor langt er 3,1 tomme i cm?
Multiplikativ sammenlikning (faktor)	Jern er 0,88 ganger så tungt som kopper. Hvis en bit kopper veier 4,2 kg, hvor mye veier en bit med jern på samme størrelse?
Del av hele (part/whole)	På en eksamen besto 3/5 av studentene. Hvis 80 studenter tok eksamen, hvor mange besto?
Multiplikativ forandring	En strikk kan strekkes 3,3 ganger lenger en dens originale lengde. Hvor lang er da en 4,2 lang strikk når den er helt strekt ut?
Kartesisk produkt	Hvis det er 3 veier fra A til B og 4 veier fra B til C, hvor mange forskjellige veier er det fra A til C via B?
Rektangulært areal	Hva er arealet av et rektangel som er 3,3 meter lang og 4,2 meter bred?
Målingsprodukt	Hvis en varmeovn bruker 3,3 kilowatt med strøm i 4,2 timer, hvor mange kilowattimer er det?

Den siste multiplikative strukturen til Vergnaud (1983) får en ved å kombinere målingsisomorfi og målingsprodukt. Da dukker det opp en mer kompleks type, nemlig multippel proporsjon. Her kan flere klasser av problemer identifiseres. Et eksempel fra Vergnaud (1983) på denne strukturen er: En familie på 4 personer vil være på et hotell i 13 dager. Prisen er 250 kroner dagen. Hva blir den totale kostnaden?

Så hvorfor er alle disse semantiske strukturene så nøye beskrevet? Dette viser oss at multiplikasjon ikke bare er *x* multiplisert med *y*. Greer (1992) argumenterer for at elever nettopp bør lære mer om de forskjellige gruppen av situasjoner som kan brukes under multiplikasjon. Og at dette burde gjøres innenfor problemløsning. Kanskje det kan øke elevers forståelse for multiplikasjon?

2.2.4 Løsningsstrategier

Jeg vil ta utgangspunkt i løsningsstrategier identifisert av Sherin og Fuson (2005) (tabell 3), og sammenliken de med strategier funnet hos andre forskere. Løsningsstrategiene som er funnet av Sherin og Fuson (op.cit.) har seks hovedkategorier: *telle alt, additiv beregning, gruppetelling, mønsterbasert, lært produkt* og *hybrid.* Alle disse har igjen en til flere underkategorier.

Tabell 3: Løsningsstrategier identifisert av Sherin og Fuson (2005).

Telle alt	**En slik strategi er utrolig tidskrevende og blir vanskelig å finne frem til riktig svar når tallene blir store. Eksempelet her er å finne totalt antall elever når det sitter 4 elever ved hvert bord og det er 3 bord totalt. Funnet fire underklasser i strategien "telle alt". Et kjennetegn på alle hovedklassene er at de krever hjelpemidler etter konkreter i form av teininger eller bruk av fingre.**
Telle etter tegning situasjon tegning.	Elevene tegner hele figuren og teller fra 1 til totalen.
Telle etter tegning matem. tegning.	Teller fra 1 til totalen på en tegning som ikke viser situasjonen i så stor grad, heller litt mer skjematisk.
Teller alt med fingrene.	Elevene teller fra 1 til totalen, ved hjelp av fingrene.
Rytmisk telling med fingrene.	Eleven teller høyt fra 1 til totalen men legger vekt på hver multippel av gruppestørrelse. 1-2-**3**-4-5-**6**-7-8 osv.
Additiv beregning	**Denne strategien er basert på addisjonsrelaterte teknikker fra additiv beregninger. Noen elever benytter seg av dette fordi de har god erfaring med addisjon fra tidligere, og det er betraktelig rasker å utføre dette en de tidligere beskrevne telle strategiene. Her blir utregningen beskrevet med notasjonen for addisjon. Det finnes to underklasser i additiv beregning.**
Gjentatt addisjon.	Multiplikasjonen $3 \cdot 4$ blir overført til et additivt problem, og gruppestørrelsen blir gjentatt addert som først 4+4=8 så 8+4=12.
Slå sammen grupper og addere.	Elevene adderer grupper, som regel to og to, for så å legge disse sammen. Multiplikasjonen $4 \cdot 8$ blir til først 8+8=16 så til 16+16=32.

Tabell 4: Løsningsstrategier identifisert av Sherin og Fuson (2005).

Gruppetelling	**Det er viktig for elevene å lære seg gruppetellingssekvenser, som f. eks. 4, 8, 12, 16, 20 osv og 6, 12, 18, 24 osv. Det vil si at de kan gruppe telle for hver tall som n, 2n, 3n, 4n osv. Her har vi tre underklasser.**
Gruppetelling med full tegning.	Her blir det laget en full tegning, akkurat som ved telle alt strategien. Men en finner produktet ved å bruke gruppetelling, 7, 14, 21 osv.
Gruppetelling tall.	Eleven skriver ned et tall for hver gruppe, så brukes gruppetelling peke på hvert tall.
Gruppetelling med fingrene.	Elevene sier gruppetellingen høyt, mens de følger fingrene. De kan begynne på forskjellige fingre, tommel, pekefinger eller lillefinger.
Mønsterbasert	**Her er eleven raskt ute med løsningen. Noen multiplikasjoner har et fast mønster som 1 og 0 gangene, og forskjellige teknikker på 9 gangen. Det blir her skilt mellom mønsterbaserte strategier og lærte produkter fordi den mønsterbaserte teknikken baserer seg på en annen type tallspesifikk ressurs.**
Regler 0-, 1-, 10 g	Elevene svarer raskt uten noen form for synlig beregning.
Fingerteknikk ved 9- gangen.	For å multiplisere 9·n holder elevene opp begge hendene sine, og bøyer ned sin n'te finger fra venstre. Tieren vil være representert som antall fingre til venstre for den bøyde og enere vil være antall fingre til høyre for den bøyde.
Lært produkt	**Også her kommer løsningen raskt fra elevene. Her er innholdet en stor samling av tallspesifikke ressurser. Det å lære mult. tab. "utenat" krever mye tid og krefter.**
Lært produkt.	Det er ingen synlige bruk av fingre eller tegning. Hurtig respons fra elevene uten noe form for synlig beregning.
Hybrid	**Her finner vi kombinasjoner fra alle kategoriene ovenfra. Det finnes et stort antall muligheter til å sette sammen en hybrid strategi. Noen strategier som ble funnet.**
Gruppetelling + telle alt.	Bruker gruppetelling for å komme nesten frem til totalen, og teller alt for å komme helt til sluttproduktet. 6, 12, 18, 24, 30, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42.
Lært produkt + telle alt.	Eleven starter med et lært produkt som er under totalen og teller deretter alt for å komme helt frem fil sluttproduktet. 6·6=36, 37, 38, 39, 40, 41, 42.
Læret produkt + additiv beregning.	6·7=42, 42+7=49, 49+7=56.
faktordeling+lært prod.+add. bereg.	En av faktorene deles opp, gir to problemer. De to delproduktene kan så finnes ved lært produkt. Tilslutt blir delproduktene addert sammen. 7·8 = (7·4) + (7·4) = 28+28 = 56

Løsningsstrategiene i tabell 3 er kategorisert på grunnlag av intervju med elever i 3 klasse, både før, undervis og etter at de har lært multiplikasjon. Oppgavene under intervjuene var kun rene tall oppgaver, på formen $m \cdot n$. Som en ser fra tabellen er det identifisert mange forskjellige typer av løsningsstrategier. En del av dem er veldig like, mens noen er en kombinasjon av andre strategier.

Videre har jeg laget en oversikt (tabell 4) over løsningsstrategier som er identifisert hos ulike forskere. Oversikten er inspirert av Sherin og Fuson (2005). Jeg har tilpasset tabellen til mitt bruk ved å ta bort og legge til artikler. Horisontalt i tabellen kan en lese hver artikkel for seg, og hvilke løsningsstrategier som er identifisert. Etter nøye å ha studert eksemplene på hver strategi i de ulike artiklene kom jeg frem til at mange av strategiene var like bare med forskjellige navn. Dette vises med at strategiene som er i samme vertikal kolonnene er den samme strategien bare med forskjellige navn.

Tabell 5: Oversikt over forskjellige løsningsstrateger

<table>
<tr><th>Forskere</th><th colspan="7">Løsningsstrategier funnet</th></tr>
<tr><td>Sherin og Fuson (2005)</td><td colspan="2">Telle alt</td><td>Additive bereg-ning</td><td>Gruppe telling</td><td>Mønster basert (regler)</td><td>Lært produkt</td><td>Hybrid</td></tr>
<tr><td>Steel og Funnell (2001)</td><td colspan="2"></td><td></td><td>Rekke telling</td><td></td><td>Hente frem kjent produkt</td><td>Blanding av de andre to</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Mulligan og Michelmore (1997)</td><td rowspan="2">Direkte telling</td><td colspan="3">Gjentatt addisjon</td><td rowspan="2"></td><td colspan="2">Multiplikativ operasjon</td></tr>
<tr><td>Rytmisk telling</td><td>Gjentatt addisjon additiv dobling</td><td>Hoppe over/ periode telling</td><td>Kjent multi-plikativ fakta</td><td>Utledet multi-plikativ fakta</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Anghileri (1989)</td><td colspan="4">Unær</td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2">Kjent fakta</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>Unær telling</td><td>Rytmisk telling</td><td></td><td>Telling etter tall mønster</td></tr>
<tr><td>Cooney, Swanson og Ladd (1988)</td><td colspan="2">Sier ingenting om elever teller alt.</td><td colspan="2">Telling (Både additiv beregning og gruppe telling blir her betegnet som telling)</td><td>Mønster basert (regler)</td><td>Hente frem kjent fakta</td><td>Utledet fakta</td></tr>
</table>

Som en ser av tabell 4 er løsningsstrategiene definert på forskjellige måter av ulike forskere. Noe av årsaken til forskjellene mellom strategiene er at det kan være forskjellig nivå og alder på forsøkspersonene. For i følge Sherin og Fuson (op.cit.) vil strategiene bli mer komplekse når elever utvikler sin forståelse, og derfor vanskeligere å plassere i kategorier. Det er hos Sherin og Fuson (op.cit.) vi finner den mest detaljrike oppdelingen av identifiserte løsningsstrategier. Her er det seks kategorier med ytterligere underkategorier (se tabell 3). Hos Cooney, Swanson og Ladd (op.cit.) finnes noe av de samme kategoriene. Forskjellene er at *additiv beregning* og *gruppetelling* er slått sammen, og kategorien *telle alt* ikke blir nevnt.

Mulligan og Michelmore (op.cit.) og Anghileri (op.cit.) sine ytterliggere oppdeling av *telle alt* finner en igjen i tabell 3, hvor Sherin og Fuson (op.cit.) deler *telle alt* inn i fire underkategorier. Da blant annet *direkte telling* og *rytmisk telling*. Den mye brukte strategien *gjentatt addisjon* er ikke funnet av Steel og Funnell (op.cit.), det forklares på grunn av læringsmiljøet. En kategori som en finner i alle artiklene er *lært produkt/kjent fakta*. Mens kategorien *mønster basert* finnes bare hos to av forskerne. Sherin og Fuson (op.cit.) forklarer dette med at mange forskere lar *mønster baserte* løsningsstrategier falle inn under *lært produkt*.

2.2.5 Feil

Høines (1998) deler inn feil i tre forskjellige kategorier: usystematiske, systematiske og feil som skyldes misoppfatninger. Den første, usystematiske, er feil som dukker opp litt tilfeldig. Det kan være feil plassering av et mentetall av og til, eller forskjellige "slurvefeil" i utregninger. Disse feilene er ikke så alvorlige, men de fører til galt svar på problemet. Systematiske feil er når den samme feilen går igjen hos eleven i liknende oppgaver. Eleven har laget en algoritme som det er en liten feil med, og dette gjør at tilsvarende oppgaver får samme feilen. Samme systematiske feil kan dukke opp hos forskjellige elever fra år til år, for eksempel å forkorte like mange nuller over og under en brøkstrek, eller legge sammen minnetallet i et multiplikasjonsproblem for tidlig.

Feil som skyldes misoppfatninger er også systematiske feil, men årsaken til at elevene gjør en slik feil er at deres grunnleggende oppfatning er gal. Et eksempel på misoppfatning av multiplikasjon er at når en multipliserer to tall blir svaret alltid størst (Høines, 1998). Dette stemmer i alle tilfeller hvor en har heltallsmultiplikasjon, men kan bli et problem for elevene når oppgavene inneholder en faktor som er mellom 0 og 1. For å bli kvitt slike misoppfatninger hjelper det ikke at læreren forklarer, elevene må selv få erfaring om hva som er riktig og hva som er galt (Høines, 1998). Riccomini (2005) spør om lærere som har identifisert feilmønster hos elevene er flinke til å endre på undervisningen, slik at det ikke skal skje igjen. Resultatet viser at lærere er flinkere til å identifisere feilmønster enn de er til å foreslå en endring som kan unngå feil. I følge Alrø og Skovsmose (1996) må lærere fokusere på studentens gode resonering enn på de feilene de gjør.

En vanlig feil i et flersifferet multiplikasjonsproblem er hvor mentetallet skal plasseres, selve multiplikasjonen går greit. Resultatet er at elever finner opp sine egne måter å takle dette mentetallet på, og dette fører til at svaret i problemet blir galt (Lampert, 1986). Breiteg og Venheim (1998) hevder at posisjonssystemet er en årsak til at elever har problemer med algoritmer. Og at ingen eller delvis forståelse for posisjonssystemet har en sammenheng med elevers systematiske feil.

Fra tabell 4 er det to av artiklene som ser på hvor feil dukker opp hos elever. Steel og Funnell (2001) identifiserte flest feil ved *rekketelling*, og minst feil ved både *hente frem* og *kombinasjonen hente frem og beregning*. Mens Mulligan og Michelmore (1997) oppdaget økning i riktige svar med strategiene *gjentatt addisjon* og *multiplikative operasjoner*. Derimot lå feilprosenten stabilt på 10 % i strategien *direkte telling*. Mulligan og Michelmore (op.cit.) registrerte også at fra de fem semantiske strukturene de brukte i undersøkelsen var *faktor* vanskelig, mens *kartesisk produkt* var veldig vanskelig for elevene å få riktig svar på.

Oppfatningen til Piaget og Vygotsky når det gjelder feil gjennom livet og læringsprosesser er forskjellige. I Piaget resonnement finner en at feil ikke kan unngås, og at en faktisk kan lære mer av disse feilene enn en tror. Piaget kom fra en vitenskapelig situasjon hvor feil var akseptert som en naturlig del av hverdagen, mens Vygotsky derimot kom fra en kultur hvor feil kunne få deg drept. Selv etter at Piaget hadde hospitert hos ham to ganger å dermed prøvd å bevise at feil må være en del av den intellektuelle utvikling, var Vygotsky overbevist gjennom erfaringer fra tidligere om at feil måtte unngås (Pass, 2004).

Som vi ser er mye forskning gjennomført om multiplikasjon. Noe som også kommer frem er at multiplikasjon er mye mer omfattende enn en tror. En kan se på selve algoritmen, alternativer til algoritmen. Hvordan strukturen i problemet ser ut, og hva slags metode som blir brukt for å løse problemet.

2.3 *Lesson study*

For å gjøre leserne kjent med hva *lesson study* innebærer og hvordan det fungerer vil jeg først se litt på historien og hvilke utfordringene som dukket opp ved innføringen av *lesson study* i USA. Før jeg går videre på hva det egentlig går ut på, og til slutt ser på hvorfor en bør gjennomføre *lesson study*.

2.3.1 Historisk perspektiv

Hva en *lesson study* er forklarer Lewis (2002) kort som at det er lærere som arbeider sammen om å nå de langsiktige målene som er satt ved skolen. *Lesson study* har vært brukt i over hundre år i Japan som en del av den daglige undervisningen. Rundt 1960 dukket en nyere form for *lesson study* opp, den ble kalt *konaikenshu* som betyr utdanning i skolen. I løpet av et tiår så regjeringen i Japan at dette var en nyttig aktivitet i skolen og begynte å oppfordre skoler til å drive med *lesson study* (Fernandez et al., 2004). I følge disse forskerne finnes det ikke noe historiske dokumenter som viser når *konaikenshu* basert *lesson study* startet, men et intervju med en rektor ved en skole i Hiroshima gir en forklaring på hvordan det hele startet. Han forteller at han selv var lærer på dette tidspunket, og ved denne skolen var det en gruppe lærere som var veldig interesserte i matematikk undervisning. De bestemte seg for å møtes regelmessig for å starte med *lesson study*. Målet til gruppa var å utvikle matematikk timer som fremmet matematisk tenkning. *Lesson study* vokste ved at flere og flere lærere på andre skoler gjorde det samme. Det interessante er at på begynnelsen av 1990 tallet når Fernandez et al. (op.cit.) observerte *lesson study* i Japan, var mange av lærerne på den skolen hvor det hele startet rundt 1960 nå rektorer eller inspektører.

Først ved TIMSS i 1999 ble det stor interesse for *lesson study* i USA (Stigler & Hiebert, 1999). *Lesson study* ble her presentert som Japans alternativ til reformer. I løpet av bare fire år dukket *lesson study* opp på mer enn 335 skoler over 32 stater. I tillegg var nå *lesson study* mye av hovedfokuset på mange konferanser og i publiserte artikler (Lewis, Perry, & Murata, 2006). Stigler og Hieberts (op.cit.) mål ved å skrive boken *The Teaching Gap*, var nettopp og overbevise leseren om at hvis en skal forbedre elevers læring må en forbedre lærernes kunnskap og kompetanse.

Det er viktig å tenke på at *lesson study* ikke er det samme i Japan og USA. En kan fokusere på forskjellige ting, enten på hvordan elevene lærer eller på hvordan lærerne utvikler seg (Lewis et al., 2006). Når en prosess adopteres, må en gjøre om på ting slikt at en skaper en lokal tilpassning og et eierforhold til det som adopteres. I følge Lewis et al. (op.cit.) gjelder ikke dette bare for *lesson study*, men for forskning på utdannelse generelt. Det sier seg selv at når en innfører nye metoder og prosesser medfølger dette visse utfordringer og misforståelser. Hos både Chokshi og Fernandez (2004) og Lewis (2002) nevnes det mange utfordringer og misforståelser som dukker opp både før, underveis og etter innføringen av *lesson study*. Blant annet at: *Lesson study* er en eksotisk ide fra et fremmed land. At lærere mest sannsynlig ikke vil få tid nok, at de ikke ønsker å åpne klasserommet sitt for andre, eller at de ikke har nok kunnskap å dele med andre. Og tilslutt at *lesson study* er å planlegge fra bunnen av en unik og original undervisningstime som ingen har sett før.

2.3.2 Hva er *lesson study*

For å vise tydelig hva *lesson study* er og hvordan det foregår, beskrives alle stegene i prosessen nøyaktig. Lewis (2002) innleder sin håndbok om *lesson study* med å konkludere med at hvis en vil forbedre undervisning hva er ikke da mer naturlig enn å samarbeide med andre lærere i planlegging, gjennomførelsen og refleksjonen av en undervisningstime. Som i følge Lewis (op.cit.) er en enkel ide men en kompleks prosess å gjennomføre. *Lesson study* blir brukt av Japanske lærere til å nå skolens overordnede mål. Hver skole har formulert et slikt mål for elevers læring over en periode. I tillegg finnes det mer spesifikke mål som leder mot det overordnede målet (Fernandez et al., 2004). Hos disse forskerne finnes en god oversikt over de forskjellige trinnene som utføres i en *lesson study*:

Steg 1: Samarbeide om å planlegge en *lesson plan* (LP). Lærer møtes for å lage en undervisningstime. Ideer blir diskutert blant lærerne slik at en best mulig plan blir laget. En LP er basert på erfaringer, tidligere observasjoner av elever, lærerveiledning, lærebøker og andre resurs bøker. Planen inneholder alt fra en detaljert oversikt over alle de forskjellige delene av undervisningstimen til hvilke siffer som brukes i eksemplene. Noe av argumentasjonen for å lage en slik plan er at den hjelper på lærernes angst før undervisningen. Og at all denne forberedingen hjelper læreren til å lettere forstå elevers reaksjoner og spørsmål som kommer.

Steg 2: Se undervisningstimen i aksjon. Her skal en av lærerne undervise den planlagte timen for sine elever, og de resterende lærerne er observatører. De som observere bruker LP som et hjelpemiddel under observasjonen slik at de vet hva de ser etter.

Steg 3: Diskusjon av den planlagte undervisningstimen. Gruppen av lærere diskuterer og reflekterer over hva de forskjellige lærerne har observer underveis i timen.

Steg 4: Revidering av undervisningstimen (valgfritt). Noen vil avslutt arbeidet etter steg 3, mens andre vil gå videre å se på enda mer forbedringer slik at de kan fortsette å lære fra den. Denne revideringen fører til en oppdatert utgave av LP, som da reflektere de endringene lærerne har bestemt at de skal gjøre i LP.

Steg 5: Undervise den nye versjonen av undervisningstimen (valgfritt). En annen lærer i gruppen skal nå undervise den nye versjonen av LP for sine elever, igjen med de andre lærerne som observatører. Noen ganger kan ikke alle lærerne delta på begge undervisningstimene, da velger de fleste å være med på den siste, fordi den som regel viser hva gruppen har utredet. Det er veldig sjeldent at en lærer underviser begge timene i den samme klassen, selv til to forskjellige klasser. En årsak for dette er at når en bytter lærer og elever får en et mye bredere perspektiv å lære fra. Det gir også mange lærere muligheten til å undervise foran andre. Det er også sjelden en gruppe velger å revidere og undervise timen for tredje gang, for det er en grense på hvor mye en kan lære fra en time. Da er det bedre å gå videre til en helt ny time. I tillegg kan en ikke holde på med den samme timen ettersom elevene gjør fremgang gjennom pensumet.

Steg 6: Deling av refleksjoner fra den nye versjonen av LP. Lærerne vil så diskutere det som skjedde under undervisning av den andre timen. De deler observasjoner, kommentere hverandre og kommer med forslag. Gjennom alle disse møtene er det en i gruppen som fører referater slik at en alltid kan gå tilbake for å se hvordan ting foregikk.

Disse stegene finnes også hos Lewis et al. (2006), men da med en litt annerledes ordlyd. Tiden som blir brukt på alle møtene og undervisningstimene er 10 til 15 timer over en 3 til 4 ukers periode. De to undervisningstimene gjennomføres i løpet av denne perioden med bare et par dagers mellomrom (Fernandez, 2002; Lewis, 2002).

2.3.3 Hvorfor gjennomføre *lesson study*

Lewis (2002) stiller spørsmål om skoler trenger enda en reform blant alle de andre, så hvorfor har da *lesson study* fått så mye oppmerksomhet? Stigeler og Hiebert (1999) mener at denne aktiviteten erstatter et manglende element i andre reformer. Nemlig en effektiv måte å forbedre undervisningen og læring gjennom å utvikle en profesjonell kunnskap basert på undervisning som kan deles med andre lærere. Videre svarer Lewis (op.cit.) seg selv med at *lesson study* fokuserer på hvordan en underviser og forbedrer undervisningen, og ikke bare hva en skal undervise og hva en må forbedre.

En forutsetning for at elever skal lære å resonnere, beskrive og kommunisere i matematikk er at lærerne har god kompetanse i faget (Flowers et al., 2006). For og da hele tiden å kunne forbedre lærerens kompetanse kan *lesson study* brukes. På den måten kan lærerne gjennom diskusjon seg i mellom hele tiden forbedre seg og undervisningen sin. Kort fortalt tilbyr *lesson study* lærerne muligheten til å lære (Fernandez, 2005; Fernandez et al., 2004). Japanske lærere sier at *lesson study* er en viktig metode for å forbedre teknikk og undervisningsmetoder. To lærere forklarer:" Why do we do research lesson? I don't think there are any laws requiring it. But if we didn't do research lesson, we wouldn't be teachers" (Lewis, 2002, pp 20) og "Unless you improve your skills, you can't do a good lesson even with a good lesson plan or good textbooks" (Lewis, 2002, pp 22).

Tilslutt kan jeg ta med at *lesson study* kan knyttes til den norske læreplanen gjennom Prinsipper for opplæringen (Utdanningsdirektoratet, 2007). Her er det referert fra opplæringsloven kapittel 10 at: "en skal stimulere, bruke og videreutvikle den enkelte læreres kompetanse". Så det er mange gode grunner for å bruke *lesson study*.

3 Metode

Dette kapittelet er en beskrivelse av metodene brukt i arbeidet, og starter med generelle trekk ved kvalitative metoder. Så følger en beskrivelse av konteksten og en oversikt over deltakerne. Videre blir det beskrevet hvordan data er blitt samlet inn og behandlet og til sist en analyseplan for de ulike dataene. Gjennom metodekapittelet vises det for leserne hvordan arbeidet har foregått. Leserne kan på grunn av dette vurdere forskningsmetoden som er brukt og enklere forstå resultatene av analysen.

3.1 Kvalitative metoder

I dette studiet har jeg kun brukt kvalitative metoder. I følge Jacobsen (2000) er kvalitative metoder best egnet når en skal beskrive noe med ord. Han sier: "Et kvalitativt opplegg har som regel til hensikt å få frem hvordan mennesker fortolker og forstår en gitt situasjon" (op.cit. pp 117). Studiet jeg har gjort er etnografisk case studiet. Et etnografisk studie vil si at elevene blir observert i sitt naturlige miljø. En case studie betyr at en ser på et individ eller en gruppe som en helhet (Mertens, 2005).

Videre i dette kapittelet forklares det når og hvordan de forskjellige metoden for å samle inn data er brukt underveis i forskningen. Jeg har valgt å bruke klasseromsobservasjon, intervju og analyse av oppgaver utført av elevene i løpet av intervjuene. Disse metodene er typiske for nettopp kvalitativ forskning (Jacobsen, 2000; Mertens, 2005). Valgene støttes av Mertens (op.cit.) som mener at en kan få et godt innblikk i skolehverdagen gjennom intervju og klasseromsobservasjon.

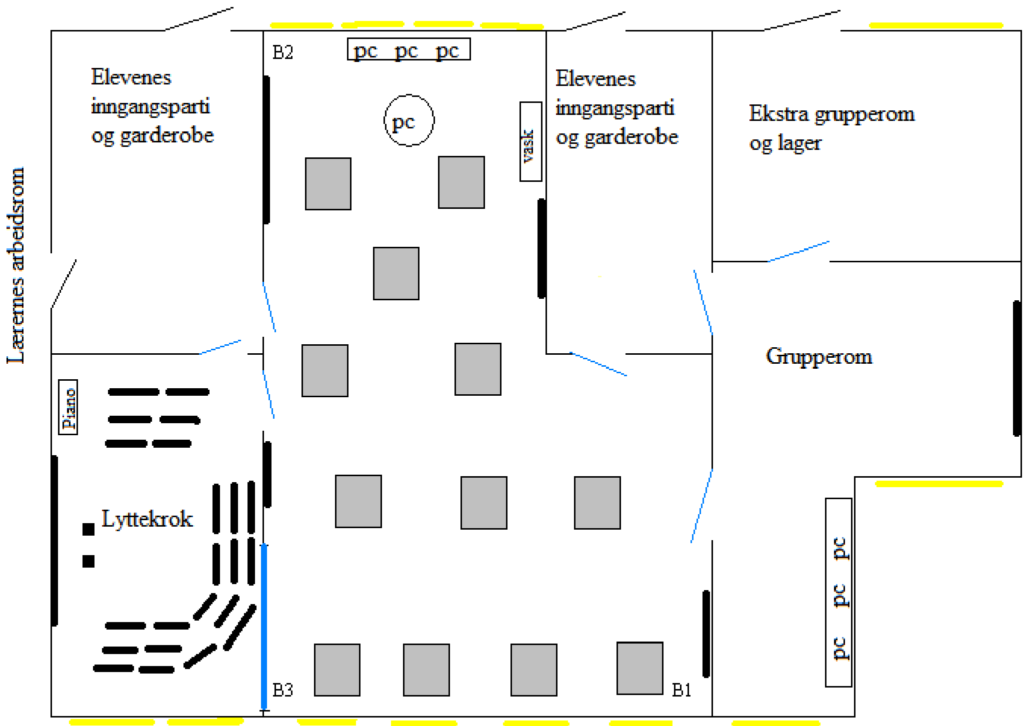
3.2 Kontekst

3.2.1 Skolen

Jeg har besøkt en stor barneskole på Sørlandet, navnet er anonymisert og jeg kaller den for Sol skole. Totalt er det 348 elever ved skolen fordelt på syv trinn. Den gamle delen av skolen er opprinnelig fra 1952. Frem til 1997 var skolen en kombinert barne- og ungdomskole, men på grunn av mange elever ble det bygget en ny ungdomskole. Skolen har i de senere år blitt betydelig renovert og bygget ut. Og den fremstår i dag som en moderne skole i forhold til mange andre skoler i området. En finner ikke vanlige klasserom på denne skolen, hvert klassetrinn har sitt område som består av en arbeidsplass og hylle til hver elev, lyttekrok, datamaskiner, egen garderobe og diverse gruppe rom (se figur 14 neste side, kart over klasserommet).

3.2.2 Klassetrinnet

Det trinnet jeg har observert på er 5. trinn. Dette trinnet er det største trinnet på skolen med hele 72 elever. Klassen disponere det største klasserommet på skolen.



Figur 14: Kart over klasserommet.

De gule strekene er vinduer. De svarte tykke strekene langs med veggene er vanlige kritt tavler (nå er den tavla vegg i vegg med lyttekroken byttet til en flipp over). De svarte dørene indikerer at en går ut fra elevens område, enten ut eller inn til lærerne. De blå dørene er dører inne i elevenes område. Den tykke blå streken er en flyttbar vegg inn til lyttekroken som raskt kan tas bort. Klasserommet er som en kan se fleksibelt, slik at om en trenger å dele klassen opp i grupper kan noen være i lyttekroken å spille musikk, mens andre arbeider på pultene sine, mens en tredje gruppe er på grupperommet for å ha engelsk.

Inne i lyttekroken finnes både vanlig tavle, kart og videokanon koplet til en pc. Alle de svarte tykke stekene i lyttekroken er benker hvor elevene sitter på. De grå firkantene viser en gruppe med elever, pultene er satt sammen slik at hver grå firkant i det store rommet indikerer alt fra fire til seks elever. Disse gruppene kan bli flyttet far hverandre i avtalte perioder hvis elevene lage bråk og forstyrrer hverandre. I tillegg er det tre fire elever som sitter alene langs med veggen, da dette er eneste måten de klarer og konsentrer seg på.

En skulle tro at lydnivået er for høyt i et slikt klasserom med så mange elever, men det er det overraskende ikke. Og om det av og til blir for høyt har lærerne en gym fløyte som de blåser i, og da vet elevene at de har snakket for høyt.

For å vise hvordan klasserommet er utnyttet er tre bilder tatt med. De to første bildene er tatt fra motstående hjørner i klasserommet, og det er markert i figur 14 hvor de er tatt fra.

Figur 15: Bilde fra klasserommet (B1)

Figur 16: Bilde fra klasserommet (B2)

Figur 17: Bilde fra lyttekroken (B3)

3.3 Deltagere

3.3.1 Lærere

Lærerne på Sol skolen arbeider i team på hvert klassetrinn. I hvert team har en lærer ansvaret for matematikk, en lærer ansvaret for engelsk og så videre. I tilegg er en av lærerne trinnleder, og har et overordnet ansvar for det trinnet. Hvert av teamene har et fast ukemøte hvor alt fra faglig, sosialt til foreldremøter blir tatt opp. Trinnlederen har ansvaret for og fører skriftlig referat fra ukemøtene. På disse møtene blir også arbeidsplanen for neste uke diskutert og laget. Arbeidsplanen er en plan over alle fagene, og inneholder både oppgaver elevene skal arbeide med hjemme og i utvalgte a- plan timer på skolen. Den er organisert med en *skal*, *bør* og *kan* kolonne, det vil si at elevene må minst fullføre oppgavene i den første kolonnen i løpet av uken.

Lærerteamet på 5. trinn på Sol skole er sammensatt av fem lærer, to assistentlærere og en sivilarbeider. Av lærerne har Ian ansvaret for matematikk, Ane for natur og miljøfag, Siw for engelsk, Pia for norsk og musikk og Ola for kunst og håndverk. I tillegg er det en sjette lærere som har akkurat denne klassen i gym, men han er ikke fast med på ukemøtene. De to assistentene Gry og Åse kan i perioder ha ansvaret for spesielle elever. Sivilarbeideren har også et spesielt ansvar for en elev, som ikke alltid klarer å være til stedet i klasserommet.

Begrepet klasseforstander er borte, det finnes ikke lenger en lærer som er alene i en klasse på rundt tjue elever. Nå heter det kontaktlærere, det vil si at en lærer følger opp ca. 15 elever. Resultatet av et slikt lærerteam er at det alltid er flere lærer enn en til stedet i hver av timene. På 5. trinn på Sol skole resulterer dette i at det minst fem voksenpersoner tilstedet hele tiden. En lærer er aldri alene med hele klassen. Se vedlegg 4 for Sol skoles egen vurdering av forskjeller mellom tradisjonell klasseromsorganisering og storklasseorganisering.

Matematikklæreren som jeg skal fokusere på har arbeidet fast som lærere i 13 år. Av utdannelse har han den gamle treårige lærerutdanning med ¼ år matematikk. Etter de tre årene tok han et år med ½ år matematikk og ½ år media.

3.3.2 Elever

I 5. trinn på Sol skole er det 72 elever, fordelt på 28 gutter og 44 jenter. Her finner en elever som trenger hjelp fra en voksen person hele tiden og elever som stort sett klarere seg selv. Alle elevene har fylt eller fyller 10 år den høsten observasjonsperioden fant sted. Elevene er fra en homogen populasjon, og alle bor innenfor gåavstand til skolen.

Det var ikke problemer å få filmet eleven, alle ville bli filmet når de arbeidet. De fleste elevene var nysgjerrige på meg og hva jeg skulle gjøre. Når alle intervjuene var utført var det til og med flere elever som spurte om ikke de også skulle bli intervjuet.

3.4 Datainnsamling og datamateriell

3.4.1 Klasseromsobservasjoner

Jeg observerte totalt seks undervisningsøkter fordelt på en åtte ukers periode. Alle øktene ble filmet. Denne skolen har ikke lagt opp til de ordinære 45 minutters skoletimene, men til 1 ½ til 2 timers perioder med lenger pause mellom hver. Disse periodene er igjen delt opp i forskjellige aktiviteter inne i klasserommet. Som undervisning, arbeid med oppgaver fra arbeidsplanene eller arbeid på datamaskiner.

Når denne klassen har matematikk undervisning sitter alle elevene i lyttekroken. Jeg filmet fra bakerst i lyttekroken, slik at jeg skulle få med meg læreren og hva som skjedde på tavla. Tiden på undervisningen varierte fra ca 10 til 25 minutter. Etter undervisningen arbeidet elevene på egen hånd med oppgaver fra arbeidsplanen. Jeg forsøkte å filme dette men det er vanskelig å fange opp lyden, fordi elevene snakker lavt med hverandre.

3.4.2 Intervjuer

Målet med intervjuene er å finne ut litt mer om løsningsstrategier, metoder og hvordan eleven oppfattet matematikk. Jeg valgte å intervjue seks elever på forskjellige nivå i matematikk. I tillegg gjennomførte jeg to forsøksintervjuer på forhånd for å vurdere hvordan spørsmålene mine fungerte. Jeg har ikke intervjuet læreren etter planlagte spørsmål, siden jeg kun har en lærer og forholde meg til. Jeg har vært tilstedet på lærermøtene, og ut i fra disse møtene har jeg fått svare på det jeg lurere på. Vi har også hatt to samtaler utover lærer møtene for og oppklarer spørsmål fra min side.

For å finne egnede spørsmål til intervjuene av elevene har jeg brukt ideer og metoder som er presentert i Mertens (2005) og Kvale (2001). Jeg startet med å tenke på hva det var jeg ville undersøke, hva som var målet for intervjuet mitt. Ut i fra dette kom jeg frem til noen hovedtemaer, som igjen ble delt opp i flere spørsmål. Hovedtemaene kan knyttes til de to første forskningsspørsmålene. Spørsmålene ble nøye vurdert for å unngå ja/nei spørsmål under intervjuene. I de tilfellene det var unngåelig spurte jeg alltid om hvorfor. Jeg gjennomførte to forsøksintervju for å finne ut hvordan spørsmålene og oppgavene fungerte. Forsøksintervjuene var også til stor hjelp for å skille ut dårlige spørsmål og spørremetoder fra min side. Spørsmålene til forsøksintervjuene finnes i vedlegg 1.

Jeg endte opp med et halvstrukturert intervju delt i tre deler. Halvstrukturert fordi det gir rom for spontanitet underveis i intervjuet, og fordi det er mest foretrukket i kvalitativ forskning (Mertens, 2005). Spørsmålene slik de ble presentert for elevene under intervjuene finnes i vedlegg 2. Første delen av intervjuet var en liten innledning, og spørsmålene som ble stilt var fra to hovedtema; *kontekst* og *motivasjon*:

Kontekst

- Kan du fortelle meg litt om hvordan du synes mattetimene er?
    - o Hvordan opplever du undervisningen i lyttekroken når hele klassen sitter sammen? Hvordan er det og konsentrer seg i lyttekroken?
    - o Hvordan går arbeidet med arbeidsplanen etter tiden i lyttekroken?
- Dere er ganske mange i klassen. Hvordan liker du en slik stor klasse?
- Hvis du kunne velge mellom små eller store klasser, hva ville du ha valgt?
- Hvor tror du at du lærte mest matte, i den lille eller store klassen?

Motivasjon

- Synes du matte er et spennende fag å jobbe med? Hvorfor det?
- Er det noen spesielle ting du liker i matten?
- Er det noe du ikke liker i matten?
    - Hvordan synes du det er å jobbe med ganging?

De to siste delene av intervjuene var oppgaver som elevene skulle regne. Elevene fikk instrukser på at de skulle forklare mens de regnet oppgavene. I disse to delene var hovedtemaene: *Hvilke strategier velger eleven når de skal løse multiplikasjonsoppgaver? Hvilke typer feil går igjen hos elever når de skal lære multiplikasjon?* To spørsmål ble stilt i når elevene arbeidet med oppgavene:

- Hvorfor gjør du det slik?
- Finnes det andre måter å gjøre det?

Andre del av intervjuene inneholdt seks rene talloppgaver med forskjellig vanskelighetsgrader:

9·7	23·3	12·24
7·3	46·5	34·37

I siste del av intervjuene fikk elevene fem tekstoppgaver i fem forskjellige semantiske strukturer (*like grupper, forhold, faktor, rekke/oppstilling* og *kartesisk produkt* (Mulligan, 1992)):

- Det er 4 bord i klasserommet med 6 elever ved hvert bord. Hvor mange elever er det til sammen?
- Dersom du trenger 14 kroner for å kjøpe et viskelær hvor mange kroner trenger du for å kjøpe fem?
- Kari har 17 bøker, og Ola har fire ganger så mange bøker som Kari. Hvor mange bøker har Ola?
- Det er 5 rader med 6 elever i hver rad, hvor mange elever er det totalt?
- Du skal kjøpe is i kjeks. Du kan velge enten jordbær, vanilje, sitron og sjokolade is, i stor eller liten kjeks. Hvor mange forskjellige valg kan du gjøre?

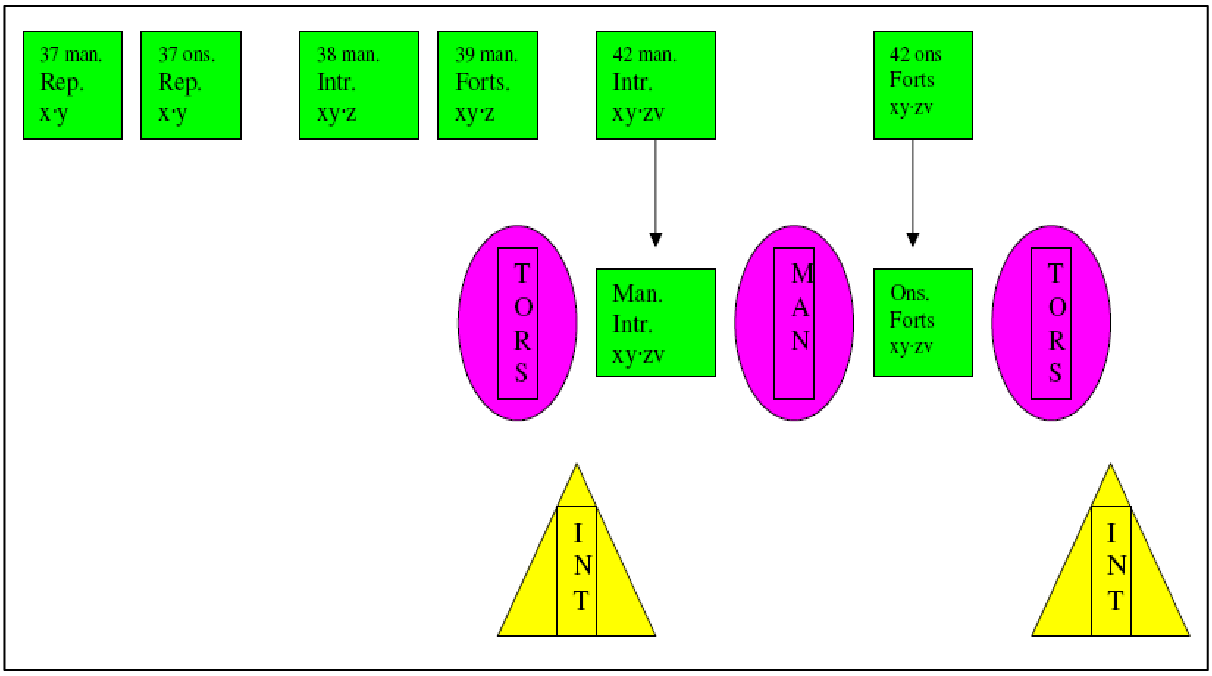
For å velge ut de seks elevene fikk jeg hjelp av læreren. Mitt krav var at det skulle være elever på alle nivå og av begge kjønn. Vi endte opp med fire jenter og to gutter, hvor to var flinke, en var flink/middels, en var middels, en var middels/sliter og en som sliter. Selve intervjuene ble gjennomført i elevenes skoletid på lærernes møterom, fordi grupperommet var opptatt. Tiden elevene brukte på intervjuet var i gjennomsnitt 20 minutter, en brukte 15 minutter og en brukte 35 min.

3.4.3 Lesson study

I samråd med matematikklæreren fant vi raskt ut at vi skulle bruke multiplikasjon av to tosifrete tall i utprøvingen av *lesson study*. Dette var to timer som skulle foregå etter høstferien, og for å følge Fernandez et al. (2004) sitt oppsett av *lesson study* hadde vi da et planleggingsmøte før ferien. Så fulgte en undervisningstime, så et nytt lærermøte, så en ny undervisningstime og så et avsluttende lærermøte. Jeg har da totalt to undervisningsøkter og tre lærermøter som datamateriell på *lesson study*.

3.4.4 Didaktisk sekvens

For å få en oversikt over hva jeg har totalt av datamateriell har jeg laget en figur av de didaktiske sekvensene (figur 18). På figuren er de grønne firkantene undervisningstimer. Tallet foran ukedagen viser hvilken uke det er i. De lilla sirkelen er lærermøter i *lesson study* opplegget. De gule trekantene er intervjuer. Den første er de to forsøksintervjuene jeg hadde i uke 40, og den siste er de seks elevintervjuene fra uke 43.



Figur 18: Didaktisk sekvens

3.5 Analyse av data

3.5.1 Verktøy

Jeg har brukt ulike hjelpemidler i løpet av masteroppgaven. Til alt av skriving av oppgaven og transkribering har jeg brukt Microsoft Word 2003. All filmingen er gjort med et Sony DV-kamera. Videoene ble redigert i Microsoft Moviemaker. Og tilslutt er RealPlayer versjon 10.5 Pluss brukt til å spille opptakene under transkriberingen. Årsaken til at jeg bruker RealPlayer i stedet for Windows mediaplayer er at i RealPlayer kan en hoppe 1 sekund frem og tilbake i tid mot 10 sekunder i mediaplayeren. I tillegg kan RealPlayer styres mer fra tastaturet, noe som forenkler transkripsjonen betydelig.

3.5.2 Transkripsjoner

Av den totale datamengden bestemte jeg meg for å ikke transkribere alt ut i fulltekst. Jeg har arbeidet meg gjennom alt av data og valgt ut de sekvensene jeg synes var interessante. Det gjenværende har jeg forklart med mine egne ord for å få en sammenheng i undervisningen. I transkripsjonen har jeg latt mine egne ord stå i kursiv (se transkripsjonsnøkkel i vedlegg 5) Derimot er alle intervjuene transkribert ut i fulltekst for at jeg skal kunne analysere de på den måten jeg har planlagt.

Når det gjelder bruk av dialekt i transkripsjonene bestemte jeg meg for å ikke skrive helt ren dialekt men heller ikke oversette alt til bokmål. Jeg har behold noen av de karakteristiske dialekt utrykkene. Disse har jeg laget en oversettelse til i transkripsjonsnøkkelen (vedlegg 5). Ord som ikke opptrådte hyppig og som kunne være ekstra vanskelig å forstå for leserne har jeg oversatt til bokmål.

Jeg har valgt å bruke en mal til transkripsjon av både klasseromsobservasjoner og intervjuer. (tabell 5) Den består av linjenummer, tid, hvem som snakker, hva som blir sagt og kommentarer. I kommentarkolonne forklarer jeg multiplikasjonsstykkene med tall og noterer andre ting som er viktig for å gi mening for tolkningen. Tidskolonnen kunne ikke inneholde mer enn fire siffer, så når videoen overskrider seksti minutter teller tiden fra null. Disse stedene er beskrevet i kommentarkolonnen.

Tabell 5: Transkripsjonsmal

Nr:	Tid:	Hvem:	Hva blir sagt:	Kommentarer:
1	00:00	Obs		
2				
3				

Alle utdrag fra transkripsjoner som er brukt i analysen er kodet etter om det er fra klasseromsobservasjon (KO) eller lærer møte (LM), fra hvilken dato, og fra hvilket vedlegg. For eksempel KO161006 (vedlegg 10). Under analysen refereres det til linjenummer fra transkripsjonene i parentes. For eksempel (19) er linjenummer 19.

3.5.3 Analyseplan for klasseromsobservasjoner

Observasjonene jeg har gjort i klasserommet vil jeg analysere ved å benytte strukturen i øktene, hvordan læreren legger opp undervisningen basert på hva det er som blir undervist. For å få en god oversikt over den undervisningen jeg har observert, har jeg laget en tabell over hvilke deler som er involvert (se kapittel 4.1.1) Jeg har valgt ut de fire siste undervisningsøktene av de jeg observerte, og delt dem opp i forskjellige deler etter som hva læreren snakker om. Årsaken til at jeg ikke tar med de to første øktene er at disse er mye repetisjon for elevene, og ikke aktuelle i forhold til emnet multiplikasjon.

Tabellen kan leses både vertikalt og horisontalt. Den vertikale delen er hver økt for seg, minutt for minutt. Og det er ut i fra dette tabellen er laget. Den horisontale veien derimot viser at læreren legger opp undervisningen med noen av de samme delene hver gang. En kan blant annet finne en innledning, et kjent eksempel før et ukjent eksempel i starten av hver undervisningsøkt. Og mot slutten finnes en forklaring på hva elevene skal arbeide individuelt med. Læreren har progresjon i undervisningen. Han øker vanskelighetsgraden etter hvert i økten, og går litt tilbake når en ny økt starter. Fokus i analysen av klasseromsanalysen er å kartlegge lærers fremstilling av multiplikasjon med flersifrete tall.

3.5.4 Analyseplan for intervjuer

I første omgang ble forsøksintervjuene transkribert og brukt i arbeidet med å videreutvikle spørsmålene, de blir ikke analysert på samme måte som de andre intervjuene. Tendensen i forsøksintervjuene var å veldig lett komme med ja/nei spørsmål. Så ut i fra dette så jeg at jeg måtte bli flinkere til å formulere meg riktig ovenfor elevene. I tillegg ble flere og litt andre oppgaver også lagt til. Analysen av intervjuene er gjennomført etter ad hoc- metoder for meningsgenerering. Som er i følge Kvale (2001) mange analyseformer basert på sunn fornuft. Resultatene av en slik analyse kan bli presentert i form av ord, tall, figurer, diagrammer eller en kombinasjon av disse.

Alle intervjuene ble transkribert ut i fulltekst. Når dette var gjort ble all transkripsjon lest nøye, for å luke ut skrivefeil fra min side og for å finne meningen i det som skjer. På noen steder var transkripsjonen litt utydelig, så da gikk jeg inn i videoen for å se hva som virkelig ble sagt. Og ut i fra dette gjorde jeg de korreksjonene som var nødvendig.

Etter dette leste jeg igjen gjennom all transkripsjonen. Denne gangen fokuserte jeg på svarene elevene hadde gitt på spørsmålene, markerte de forskjellige delene av intervjuet og hvor elevene bruker et matematisk språk. I tillegg identifiserte jeg tiden elevene brukte på hver oppgave. For å få en bedre oversikt over innholdet i intervjuene, og for å raskere kunne sammenlikne svarene til eleven har jeg laget en tabell over to sider (se kapittel 4.2). Intervjuene mine fulgt alle den samme strukturen og inneholdt de samme delene.

Fokus i analysen av intervjuene er på den ene siden løsningsstrategier og forskjellige typer av feil som dukker opp. Mens på den andre siden vil jeg se på tidsbruken på hver oppgave. Jeg vil se på forskjeller mellom elevene i like oppgaver, og på forskjeller mellom oppgaver gjort av en elev. I tillegg er det en del konkrete spørsmål som jeg ønsker svar på. Som for eksempel: Klarer elevene å utrykke seg verbalt mens de regner? Bruker elevene tegninger for å løse multiplikasjonsoppgavene? Spiller kompleksiteten av oppgaven en rolle? Hvordan virker det inn på elevene at de akkurat har arbeidet med to siffer multiplisert med to siffer?

3.5.5 Analyseplan for lesson study

For å få en oversikt over lærermøtene i forbindelse med *lesson study* ble alle transkripsjonene gjennomlest to ganger slik at viktige episoder kunne identifiseres. Analysen av møtene er organisert i tre deler kronologisk etter dato. Det er tatt med tre til fire episoder fra hvert møte, slik at en kan følge diskusjonen og fremgangen i møtene.

Fokus i analysen er å trekke likheter mellom det allerede eksisterende lærerteamet og *lesson study*. Å besvare de mer konkrete spørsmålene som: Er det en fordel med et allerede etablert lærerteam ved innføringen av *lesson study* i forhold til en tradisjonell arbeidssituasjon? Hvilke problemer dukket opp? Hvilke fordeler har lærerne ved å gjennomføre *lesson study*? Kan en innføre en vellykket norsk utgave av denne japanske metoden?

4 Analyse av data

I dette kapittelet presenteres de delene av datamateriellet som jeg har valgt å analysere for å få svar på forskningsspørsmålene. Kapittelet er delt inn i tre hoveddeler, klasseromsobservasjon, intervju, og *lesson study*. Spørsmål i forbindelse med analysen er for eksempel hvordan læreren forklarer algoritmen for elevene, både med to siffer multiplisert med ett siffer, og videre multiplikasjon av to tosifrete tall. Videre kartlegges forskjellige løsningsstrategier og eventuelle feil hos elevene. Til slutt analyseres lærernes erfaring med *lesson study*, og eventuelle problemer som dukket opp. Mot slutten av hver hoveddel vil det være en del som kort oppsummer funnene.

4.1 Klasseromsobservasjon

4.1.1 Organisering og struktur i undervisningen

Jeg starter med å få en oversikt over de øktene jeg vil bruke i analysen. Som jeg forklarte tidligere har jeg laget en tabell som viser hva som skjer minutt for minutt i de aktuelle undervisningsøktene (tabell 6). Den tar utgangspunktet i hver økt, og en kan tydelig kjenne igjen noen av de samme elementene fra økt til økt, som for eksempel innledning og et kjent eksempel. I de to første øktene om emnet et tosifret tall multiplisert med et siffer underviser læreren på sin vanlige måte, uten at andre har vært med å planlegge. Emnet gjennomføres over to uker og elevene mestrer det med glans. Det meste av undervisningen tar læreren fra hukommelse og tankene sine. Etter 13 års erfaring som lærer har han god kontroll over emnet, og mener han ikke trenger å forberede hver økt i detalj. De to siste øktene om emnet multiplikasjon av to tosifrete tall er et resultat av forsøket på *lesson study* i det allerede eksisterende lærer teamet på dette trinnet. Det ble arrangert planleggingsmøte før, mellom, og etter disse øktene. Læreren er derfor bunnet til et planlagt manus i disse øktene. Dette gjorde at han ikke hadde den friheten som han pleide å ha. Mer om akkurat dette kommer i et eget kapittel (Kap 4.3) senere i analysen.

Ved å se på hver undervisningsøkt for seg, finner en den nesten samme progresjonen i alle fire øktene. Læreren starter med en innledning, fortsetter med et kjent eksempel, for så å utvide til et ukjent eksempel med forklaring på hva som gjøres, før ytterligere like og kanskje vanskeligere eksempler gjennomgås. Mot slutten av økten bruker han ofte flere elever til å regne eksempler på tavla, avhengig av hvor lenge han har holdt på til nå vurderer han om det vil være nyttig å gjennomføre det. Tidsmessig kan en lese ut i fra tabellen at introduksjon til et nytt emne tar noe lengre tid enn fortsettelsen av samme emnet. Hvis en ser bort i fra tiden før innledningen i hver økt kan en se at introduksjonen av de to ulike algoritmene er like lange, og de to fortsettelsene av de samme emnene også er like lange. Tiden som er brukt på introduksjon av nye emner er 19,5 minutter for et tosifret tall multiplisert med et siffer og 19 minutter for multiplikasjon av to tosifrete tall. På fortsettelsen av disse emnene brukes det henholdsvis 13 og 10,5 minutter (se tabell 6, neste side).

Hvis en nå sammenlikner de to introduksjonene av nye emner finnes det en del undervisning som går på å forklare elevene at det er mange måter og multipliserer store tall, men at de skal lære det på denne ene måten. Senere i undervisningen dukker også problemet med at foreldrene har en annen måte å gjøre det på. Læreren forklarer at det spiller ingen rolle hvordan en regner fordi det blir det samme svaret.

Tabell 6: Oversikt over undervisningsøktene

Tid (Min)	Introduksjon av 2·1 siffer (18.09.06)	Fortsettelse av 2·1 siffer (25.09.06)	Introduksjon av 2·2 siffer (16.10.06)	Fortsettelse av 2·2 siffer (18.10.06)
1	En av lærerne har vært på Kreta, så klassen prøver å finne den øya på kartet, og snakker litt om hvordan det er der.	Snakker om den skriftlige leksa, eleven skriver litt rotete.	Gir ros for historieskriv Innledning	Innledning, foreldre ganger fra venstre mot høyre.
2			Motiverer for å lære multiplikasjon uten kalkulator.	
3				Motivere, kun små tall som skal arbeides med
4		Innledning, får elevene til å tenke tilbake. Kjent eksempel. (23·3)	Eks gjentatt add (23·12)	Kjent eksempel uten mentetall (22·31)
5			Forklarer algoritmen, med samme eksempelet som ved gjentatt addisjon (23·12).	
6	Innledning til 2 siffer gange 1 siffer.	Forklarer · og x (tegn) Utfyllende forklaring på (23·3) med penger.		
7	Kjent eksempel (7·2) Ukjent eksempel (14·2)	Eksempel med mentetall (56·3)		Tre elever regner på tavla (34·21) (27·11) (40·21)
8	Forklarer hvor svaret skal plasseres i algoritmen. Er bestemt av noen, konvensjon.	To eksempler med 3 og 4 siffer multiplisert med 1 siffer (234·5) og (4444·3). Får spørsmål om 2 siffer multiplisert med 2 siffer, er nysgjerrig på neste steg, vil forstå systemet.		
9				Gjennomgår hva elevene har regnet
10	Forklarer algoritmen, bruker 14·2 som eksempel.		Historie om hummer til neste eksempel	Forklarer ark med små tall, utfordrer alle til å være ferdig på 20 min
11				
12	To tilsvarende eksempler (23·3) (44·2).			**Individuelt arbeid i ca. 20 min.** Lærere og assistenter går rundt og hjelper, og ser til at alle arbeider. Eks: 34·21 34 + 68x = 714
13			Hummer eksempel (14·12)	
14				
15		Forklarer hva eleven skal arbeide med		
16	Et eksempel med mentetall (34·3).	**Individuelt arbeid i ca. 20 min.** Lærere og assistenter går rundt og hjelper, og ser til at alle arbeider. Eks: 1 56·3 = 168	Plukker elever til tavla Tre elever regner på tavla (23·31) (27·12) (34·21)	
17				
18	Et eksempel til med mentetall (56·2) pluss et eksempel med 4 siffer multiplisert med 1 siffer (2749·2)		Gjennomgår hva elevene har regnet på tavla	
19				
20				
21			Forkl. arbeid til elever **Individuelt arbeid i ca. 20 min.** Lærere og assistenter går rundt og hjelper, og ser til at alle arbeider. Eks: 1 23·14 92 + 23x = 322	
22	Viser et eksempel elevene skal skrive i kladdeboka (23·3). Forklarer hva eleven skal arbeide med.			
23				
24	**Individuelt arbeid i ca. 20 min.** Lærere og assistenter går rundt og hjelper, og ser til at alle arbeider. Eks: 23·3 = 69			
25				
26 + + +				

Generelt gjennom alt av undervisning er læreren dyktig til å få elevene til å forklare hvordan oppgavene skal løses. Undervisningen er hele tiden en dialog mellom lærer og elev. I alle undervisningsøktene bruker han hele tiden forskjellige elever til å hjelpe med utregninger på tavla. Han er også dyktig til å oppfordre alle til å rekke opp hånden hvis de vet svaret. I tillegg spør han elever som ikke rekker opp hånden, og elever som kanskje faller litt i sin egen verden. Han er det jeg vil kalle en engasjert lærere som ikke kan stå stille når han underviser. Mye av tiden hans går med på å fange oppmerksomheten til elevene slik at alle skal få med seg hva som skjer. Og han er ikke redd for å tilpasse seg elevenes nivå for å få frem latteren hos dem.

4.1.2 Multiplikasjonsalgoritme for å multiplisere et tosifferet tall med ett siffer

Før jeg går i gang med lærerens forklaring på multiplikasjonsalgoritmen tar jeg med litt om hvordan denne undervisningsøkten foreløper. I lærerens innledning til et tosifret tall multiplisert med ett siffer starter han med å skrive tolv tusen syv hundre og trettifire multiplisert med førtitre på tavlen (vedlegg 8). Dette gjør han for å vise elevene at det å løse en så vanskelig oppgave krever noe mer enn bare hoderegning. Læreren regner ikke ut den vanskelige oppgaven, men starter med et kjent eksempel, $7\cdot 2$. Så går han videre med eksempelet $14\cdot 2$. En av elevene regner raskt ut svaret uten hjelpemidler. Før læreren setter i gang med å forklare selve algoritmen bruker han tid på å forklare nøye hvor de forskjellige tallene og strekene skal plasseres i multiplikasjonsstykket. Han bruker det kjente eksempelet $14\cdot 2$ i forklaringen.

Etter å ha forklart algoritmen regner læreren mange eksempler på tavla. Han starter med to helt enkle eksempler, $23\cdot 3$ og $44\cdot 2$, før han går videre til å innføre mentetall med eksemplene $34\cdot 3$ og $56\cdot 2$. For å teste elevene regner han også et eksempel med et firesifret tall multiplisert med ett siffer, $2749\cdot 2$. Helt til slutt i økten viser han et eksempel som elevene skal skrive opp i kladdeboka, før de starter med individuelt arbeid med oppgaver fra arbeidsplanen.

Fra denne undervisningsøkten analyseres to episoder. Den første er i forbindelse med at læreren forklarer hvorfor og hvor tall og streker skal plasseres i multiplikasjonsstykket. Den andre episoden er lærens forklaring på algoritmen.

Episode 1: Hvorfor og hvor tall og streker plasseres i multiplikasjonsstykket.
Før denne episoden har læreren innledet undervisningsøkten med et par kjente eksempler, og i tillegg motivert elevene til at det er viktig å lære å multiplisere med høye tall.

KO180906 (vedlegg 8)

Nr:	Tid:	Hvem:	Hva blir sagt:	Kommentarer:
68	08:22	Lær	Hvis æ skriver fjorten gange to så har de bestemt	$\underline{14\cdot 2}$
69			at under det stykket så skal mi ha ei strek. Det	
70			skal alltid stå ei strek der. Så… tror dere at det er	
71			bestemt at svaret skal stå der?	Peker på en plass
72	08:45	Elev	Nei	langt fra selve
73	08:47	Lær	Tror du det Tor?	stykket. Mange
74	08:48	Tor	(nei)	elever sier nei.
75	08:50	Lær	Er du sikker? Æ kunne like godt ha bestemt det.	
76			Der da?	Skriver svaret på
77	08:54	Elev	((Latter))	skrå ved siden av
78	08:56	Lær	Una?	stykket.
79	08:57	Una	(tror det skal stå under)	
80	08:58	Lær	Tror du det skal stå under ja? Sånn her?	Skriver svaret helt
81	09:02	Elev	((latter))	nederst på tavla.

82	09:06	Lær	Men det er jo bare noen som har bestemt det så	
83			det er jo ikke godt å vite hva de har bestemt.	
84	09:09	Lær	Ken?	
85	09:10	Ken	Under streken	
86	09:11	Lær	Under streken ja men det står jo under streken.	Viser til svaret helt
87	09:13	Ken	Ja men rett under	nederst på tavla.
88	09:14	Lær	Rett under streken	
89	09:17	Elev	Nei	Skriver det på skrå
90	09:19	Lær	Nei?	rett under streken.
91	09:19	Elev	[Vanlig	
92	09:20	Lær	Vanlig?	
93	09:21	Elev	[( )	
94	09:22	Lær	Ja æ bare tuller med dere fordi det er ikke så	
95			godt å huske dette her. Det er noen som bare har	
96			bestemt noe så må en jo huske det. Det skal stå	
97			under streka sånn og da skal æ skrive det helt	
98			sånn riktig sånn som det skal skrives også skal æ	
99			forklare åssen æ gjør det… Akkurat sånn skal	$\underline{14 \cdot 2}$
100			det skrives.	$\underline{\underline{= 28}}$

Læreren begynner med å forklare det første steget (68-70), før han henvender seg til elevene og gir et alternativ til hvor svaret i multiplikasjonsstykket kan plasseres (70-71). Mange elever svarer at det ikke skal stå der (72). Læreren utfordrer Tor (73 og 75) om han er helt sikker på at svaret ikke skal plasseres på det stedet. Tor svarer riktig (74). Videre skriver læreren svaret på skrå under stykket (76), og elevene ler (77). Una blir spurt (78), og svarer riktig (79). Læreren skriver svaret langt under streken (80), og elevene ler igjen (81). Forsvaret fra læreren er at det er jo bare bestemt, og det er ikke godt å huske hva som er bestemt (82-83). Ken blir spurt (84), og svarer riktig (85). Læreren argumenterer med at svaret står jo under streken (86). Ken vil ha svaret rett under streken (87), og læreren skriver svaret på skrå rett under streken (88). En elev kommenterer at det er feil (89), og læreren stiller seg spørrende til det (90). Videre sier en elev at læreren må skrive det vanlig (91), og læreren er fremdels litt spørrende (92). Læreren innrømmer til slutt at han bare tuller med elevene (94), og skriver opp den riktige måten å plassere svaret i multiplikasjonsstykket (96-100).

Noe av årsaken til at læreren velger en så nøyaktig forklaring er at elevene lærer dette temaet for første gang. Men som denne episoden viser vet allerede en del av elevene hvordan det skal gjøres (91). Her vil elevene at han skal skrive det ”vanlig”. Dette viser at elevene allerede er kjent med plasseringen, og ser på den som helt normalt. Læreren vil sette fokus på at en kunne like gjerne ha bestemt at multiplikasjonsstykket skulle skrives på en annen måte, men at elevene skal bruke den måten han forklarer. Strategien læreren bruker for å få elevene til å huske det han sier er å få elevene til å forklare for seg (70-93). Ved å presentere en del gale svar for elevene (71,76, 80 og 88), fanger han oppmerksomheten til mange av elevene. Nettopp fordi det kan være vanskelig for en tiåring og lærer en metode kun ved å huske.

I episoden kan en igjen følge lærerens dialog med forskjellige elever, å se hvordan han bruker elevene aktivt (73, 78, 84, 88, 90 og 92). Læreren bruker argumenter som en tiåring ville brukt, ved blant annet å sette ting veldig på spissen (86). Dette viser at han klarer å tilpasse seg elevens nivå (”*attunement*”).

Episode 2: Lærers forklaring på algoritmen.
Denne episoden følger rett etter episode 1, med unntak av en kort oppklaring for en elev. Læreren skal nå forklare selve multiplikasjonsalgoritmen.

KO180906 (vedlegg 8)

Nr:	Tid:	Hvem:	Hva blir sagt:	Kommentarer:
109	10:09	Lær	Men nå skal æ vise dere åssen æ tenker fordi Jan	
110			regnte ut svaret for mæ han sa fjorten gange to	
111			også tenkte han tikronene for seg og	
112			kronestykkene for seg. Og det som er viktig nå	
113			når dere skal gange ut dette nå må dere se her	
114			alle sammen. Æ glemmer at æ har noen	Holder over tieren.
115			tikronere æ tenker bare på kronestykkene. Og da	
116			tenker mi penger, Tom. Æ har en tier og fire	
117			kronestykker. Vil du se her? Å så begynner æ	
118			alltid bakenifra det er au noe rart med dette. Æ	
119			tenker sånn to gange fire å mye er det Lea?	
120	10:55	Lea	(åtte)	14·2
121	10:56	Lær	Det er åtte også skriver æ det rett under totallet.	8
122			Æ skriver bare åtte der. For hvis æ hadde glemt	
123			den så er bare fire gange to åtte.	Holder over tieren.
124	11:07	Lær	Så tar- nå er æ ferdig med nå kan æ bare	Mener eneren.
125			glemme det.	
126	11:11	Lær	Å mye står det der da… Gro?	Holder over eneren
127	11:15	Gro	En gange to	Umiddelbart
128	11:16	Lær	Ja eller æ tenker sånn den veien to gange en…og	
129			det er?	
130	11:20	Gro	To	Umiddelbart
131	11:21	Lær	Å henne tror du at æ skal sette det da?	
132	11:23	Gro	Rett ved siden av åttetallet.	
133	11:25	Lær	Rett foran åttetallet for det var jo tierne. Og	
134			tierne står jo foran åttetallet. Så skriver æ	14·2
135			likhetstegn…og to streker… og der er det noe	= 28
136			som er viktig. I boka deres så skal strekene være	
137			helt ut til rutene og de skal være akkurat like	
138			lange som stykket er.	

Før læreren starter på selve gjennomgangen av algoritmen repeterer han hvordan Jan regnet ut det samme eksempelet uten hjelpemidler (109-112) ved å trekke inn pengebegreper. Han bruker så kronestykker og tiere videre i forklaringen (114-118). Lea blir spurt om å regne ut to gange fire (119), og svarere riktig (120). Læreren forklarer så hvor åttetallet skal plasseres (121), før han går videre i forklaringen (122-125). Gro blir spurt om hva som da gjenstår å regne ut (126), og svarer riktig men motsatt rekkefølge på tallene (127). Læreren korrigerer Gro og spør etter svaret (128-129), og hun svarer riktig (130). Videre spør læreren Gro om hvor totallet skal plasseres (131). Hun svarer riktig (132), men litt unøyaktig i forhold til hva læreren ønsker så han forklarer nøyaktig hvor (133). Tilslutt plasserer læreren likhetstegn og to streker under svaret (134-138).

Elevene blir nå introdusert for en metode som går ut på å starte utregningen med det bakerste tallet i eksempelet (117-118). For noen elever kan det være vanskelig å akseptere at det kan bli riktig svar ut av det. Men Jan har allerede regnet ut svaret på eksempelet læreren bruker, så når tallene i svaret dukker opp (121 og 130) vil elevene gjenkjenne de. I tillegg til å bruke et kjent eksempel i forklaringen bruker læreren kjente begreper som tikroninger og kronestykker (116). Slike begreper hjelper elevene til å konkretisere tallene i eksempelet.

Læreren bruker bevisst mange elever til å hjelpe seg med utregningen av eksempelet. I dialogen i denne episoden kan en se at han bruker en ny elev ved hvert nye trinn i utregningen (119 og 126). På denne måten har læreren mulighet til å spørre flere elever på kort tid, og han kan ved hjelp av dette evaluere kunnskapen til mange elever i løpet av undervisningen. Læreren veksler mellom å spørre elever som rekker opp hånden og elever som ikke rekker opp hånden. Ved å utfordre elever som ikke rekker opp hånden gir læreren signaler til elevene om at alle risikerer å bli spurt. Da gjelder det for elevene å følge med på undervisningen. Læreren viser også at han har god kontroll over elevene selv om han er midt i undervisningen (116), her blir Tom snakket til uten at læreren mister tråden.

4.1.3 Multiplikasjonsalgoritme for å multiplisere to tosifret tall

Denne økten (vedlegg 10) er den første av to undervisningsøkter som inngår i *lesson study* forsøket, så det vil si at læreren har planlagt hva som skal skje (se lærere plan vedlegg 3). Også her forklarer jeg litt om hva som skjer i undervisningsøkten, før analysen av utvalgte episoder. Det er nå mandag rett etter høstferien så læreren starter med å få noen elever til å fortelle hva de arbeidet med i matematikken før ferien. Han forklarer at elevene har lært det de skal lære i år om multiplikasjon men høye tall, men siden de har vært så flinke skal de gå videre for å lære det de egentlig skulle lære til neste år (22, vedlegg 10). Elevenes spontante reaksjon på dette er positivt. For å ytterlige motivere elevene til å lære å multiplisere store tall snakker han om hvordan det var før en hadde tilgang til kalkulator. Og hvor viktig det er å kunne multiplisere sammen to tall uten å bruke kalkulator. Han trekker inn de andre lærernes erfaringer med kalkulator, og får frem at det varierer med alderen til lærerne om de har brukt kalkulator på skolen eller ikke.

Før læreren går i gang med å forklare selve algoritmen, bruker han litt tid på å vise et eksempel med gjentatt addisjon, $23 \cdot 12$. Årsaken til det er at han vil vise hvor tungvindt det er å gjøre det på den måten, i forhold til å multiplisere sammen tallene. Han bruker så det samme eksempelet, $23 \cdot 12$, til å vise multiplikasjonsalgoritmen. Siden hummerfiske akkurat har startet, har han planlagt en historie om hummer som ender opp i eksempelet $14 \cdot 12$. Etterpå velger han ut tre elever som skal opp på tavla for å regne hver sin oppgave. På slutten av økten forklarer han hva elevene skal arbeide med fra arbeidsplanen.

For å få en god oversikt over hvordan læreren forklarer multiplikasjonsalgoritmen og fordi forklaringen er såpass lang har jeg valgt å dele inn forklaringen i tre naturlige episoder. Den første episoden inneholder det første trinnet i multiplikasjonen. Det vil si at læreren holder over tieren i multiplikanden. Han har da et liknende eksempel på det elevene lærte før ferien, og trekker igjen frem det elevene kan fra før. Den andre episoden inneholder plasseringen av dette krysset, og hvorfor en må hoppe inn et hakk med tallene. Den tredje episoden er fullføringen av eksempelet.

Episode 3: Første del av multiplikasjonsalgoritmen.
Før læreren forklarer selve multiplikasjonsalgoritmen har han brukt litt tid på å motivere elevene til å lære dette. Så har han gjennomgått et eksempel med to siffer multiplisert med to siffer ved å bruke gjentatt addisjon, som er en kjent metode for elevene. Han bruker så det samme eksempelet som under gjentatt addisjon i forklaringen på algoritmen. Denne episoden er den første trinnet av multiplikasjonsalgoritmen.

KO161006 (vedlegg 10)

Nr:	Tid:	Hvem:	Hva blir sagt:	Kommentarer:
139	05:50	Lær	Men du det er jo litt tungvindt. Tenk hvis dere	
140			skulle stå på butikken så kommer det noen så	
141			har de kjøpt noe som koster tolv ting av noe	
142			som koster tre og tjue kroner. Å skrive det sånn	
143			opp det blir tungvindt. Derfor var det noen lure	
144			som fant ut det må jo kunne gå an å gjøre dette	
145			på en mye smartere måte. Og mi lærte jo	
146			egentlig den smarte måten egentlig nå før	
147			høstferien. Se her før høstferien nå gjelder det at	
148			alle ser på tavla Ida, Jon, så hadde mi bare sånn	Holder over tieren i
149			ett tall sånn ser dere det? Klarer dere å huske	multiplikanden.
150			det?	
151	06:26	Elev	Ja	Flere svarere i kor
152	06:27	Lær	Nå må æ se nå skal æ bare vise dere for dette er	
153			et sånn triks Amy følg med. Nå tenker æ at æ	
154			bare har ett tall der æ holder for det. Men så	
155			lærte mi i forrige uke at mi skulle holde for ett	
156			til gjorde mi ikke det?	
157	06:38	Elev	Mmm	
158	06:39	Lær	Hva skulle mi holde for? Når mi skulle begynne	
159			for første gang Pål?	
160	06:42	Pål	( )	
161	06:42	Lær	[Ja holde foran den nå har jo ikke æ nok hender	23·12
162			så hvis æ klarer å tenke at æ holder for den au og	6
163			så sa æ først tre gange to er?	
164	06:50	Elev	Seks	
165	06:51	Lær	Seks.. så skulle æ ta det og to gange to er	23·12
166	06:55	Elev	Fire	46
167	06:56	Lær	Heilt riktig så tar æ vekk den	

Episoden blir innledet med at læreren prøver å få frem at det å bruke gjentatt addisjon i dette eksempelet er litt tungvindt. Fordi det blir mye å regne ut, og det finnes en smartere måte å gjøre det på (139-145). Han bruker så det elevene har læret før høstferien til å vise at det de nå skal lære er nesten det samme som de kan fra før av (145-150). Flere elever svarer at de kan huske metoden fra før ferien (151). Lærerne holder over tieren i multiplikanden, slik at eksempelet blir likt det elevene kjenner fra før og spør om ikke det var et tall til de skulle holde over (154-156). En elev bekrefter dette (157). Læreren spør Pål hvilket tall de skal holde over (158-159). Pål svarer riktig (160), men utydelig så læreren gjentar svaret og leser opp multiplikasjonen som dukker opp (161-163). En elev svarer riktig (164), og læreren gjentar svaret og leser opp den neste multiplikasjonen som dukker opp (165). En elev svarer riktig (166), og læreren kommenterer at det er riktig.

Læreren spiller bevisst på hva elevene kan fra før av (145-150). Ved å trekke inn dette vil elevene ha små problemer med det første leddet i algoritmen, og vil dermed få en mestringsfølelse helt i starten. En slik algoritme kan virke komplisert for elevene før de finner ut av at det er et system tilstedet. Når læreren beveger seg fra gjentatt addisjon som en tungvind måte å regne slike eksempler på, benevner han den nye metoden som mye smartere (145). Når han da bruker ordet "smartere" i stedet for ordet "enklere" skaper han ikke gale forventninger hos elevene. Nettopp fordi en slik algoritme ikke er enklere enn gjentatt addisjon for en tiåring.

Et aspekt som kan forvirre elevene er når læreren holder over tall i eksempelet, og plutselig må bruke hånden til å skrive med så noen av de tallene som skulle glemmes kommer frem. For elevene kan det være vanskelig å skulle glemme et tall når det fremdeles er synlig. Han innser det jo selv at han ikke har nok hender (161). Men det som igjen vises tydelig er at han klarer å hente inn elever som faller ut (148 og 153) uten at det forstyrrer undervisningen. Og han fører en god dialog med elevene hvor han hele tiden bruker forskjellige elever til å hjelpe seg (159, 163 og 165).

Episode 4: Andre del av multiplikasjonsalgoritmen, plassering av x-en.
Denne episoden følger direkte etter den forrige, og er det andre trinnet av multiplikasjonsalgoritmen.

KO161006 (vedlegg 10)

Nr:	Tid:	Hvem:	Hva blir sagt:	Kommentarer:
168	07:00	Lær	Nå har æ jo glemt ett tall nå holdt æ for det hva	Una har før ferien
169			tror dere nå æ skal gjøre? Una	sagt at hun kan
170	07:06	Una	(en gange tre)	dette fra før av.
171	07:08	Lær	Nå skal æ holde foran det men der er det noe nå	
172			skal æ forklare det. Vil du si det Una?	
173	07:16	Una	En gange tre er tre å så skal mi sette ( )	
174	07:21	Lær	Una sa at æ skal si en gange tre er tre og så skal	23·12
175			æ sette det under firetallet. Men det er ikke så	46
176			lett å huske.	3x
177	07:30	Lær	Æ har en sånn en smart ting som æ pleier å gjør.	
178			Æ pleier alltid å sette et kryss rett under det	
179			tallet for å huske at æ er ferdig med det og det	
180			skal alle dere gjør au. Huske å sette det krysset	
181			for mi er ferdig med det. Hvis dere ser her hvis	
182			mi tenker at det er tolv kronestykker eller tolv så	
183			har mi to kronestykker og en tier er dere enige i	
184			det?	
185	07:55	Elev	Ja	Flere svarer
186	07:55	Lær	[Når mi er ferdig med kronestykkene så kan mi	
187			ikke få noen tikronere. Derfor så er det kul	
188			umulig. Det er akkurat som æ pleier å si til de	
189			som æ er lærere for hvis æ har en haug av	
190			tikronere i hendene mine og hiver de opp kan	
191			det komme noen kronestykker ned?	
192	08:14	Elev	Nei	Noen litt vagt
193	08:14	Lær	[Kan det det?	En veldig sikker
194	08:15	Elev	Ja	
195	08.16	Lær	Er du sikker?	
196	08:17	Elev	Kan være noen andre hiver de.	
197	08:18	Lær	Ja men vett du hva æ hiver de. Kan det det?	
198	08:21	Elev	Nei	
199	08:21	Lær	[Å for å huske på det så setter mi det krysset.	
200			Men du mi er ikke helt ferdig med dette stykket	
201			Una.	
202	08:27	Elev	De kommer jo ikke opp til himmelen.	En er ikke helt
203	08:28	Lær	Nei de gjør ikke det de kommer ned igjen for det	ferdig med kastet.
204			er bare tikronere.	

Læreren sier at nå er det jo ett tall de har glemt, og henvender seg til Una for å komme videre (168). Una svarer med riktig multiplikasjonsstykke (170). Læreren må forklare det mer nøyaktig, spør om Una vil forklare det (171-172). Og Una forklarer riktig (173), og læreren gjentar svaret til Una og bemerker at det ikke er så lett å huske (174-176). Han introduserer så en "smart ting" (lærerens ord) å gjøre som elevene også skal gjøre, nemlig sette et kryss på ener plassen (177-180). Videre forklarer han hvorfor en må plassere et kryss der ved å bruke penger som eksempel (180-193). Tre ganger henvender han seg til elevene for bekreftelse underveis (185, 192 og 194). En elev svarere feil (194) og forklarer hvorfor ved å endre betingelsene til spørsmålet (196). Læreren sier betingelsen en gang til (197), og eleven svare riktig (198). Enda en gang forklarer læreren hvorfor krysset skal plasseres (199), før han prøver å gå videre i oppgaven (200-201). En elev er fremdeles ikke helt ferdig med å kaste tierne opp i lufta (202), så læreren må forklare litt til (203-204).

Denne episoden handler om å få elevene til å forstå hvorfor en må sette dette krysset på ener plassen. Læreren velger å henvende seg til Una for å komme videre i oppgaven uten at hun har hånden sin oppe (169). Årsaken til det er at Una tidligere har fortalt at hun kan dette, så læreren gir henne sjansen til å forklare for resten av klassen. Det å bruke elever til å forklare er en velkjent metode fra læreren side. Alle de tidligere episodene viser flere eksempler av dette.

Den umiddelbare forklaringen fra læreren på hvorfor en må sette dette krysset er at en er ferdig der (179-180). Dette er den enkle forklaringen, som nok de fleste av elevene klarer å huske. For å forklare mer hvorfor en må hoppe inn et hakk før en kan gå videre i oppgaven bruker læreren en erfaringsbasert forklaring. For å gjøre det enklest mulig for elevene forklarer han ved hjelp av konkrete begreper. Han sier at han kaster tikronere opp i lufta og spør om det kan komme noen kronestykker ned (188-191). Ved å bruke så konkrete begreper kan elevene enkelt se et bildet av hva som skjer. Og flere av elevene vil mest sannsynlig huske det som ble sagt.

Episode 5: Siste del av multiplikasjonsalgoritmen.
Denne episoden følger direkte etter den forrige, og er det tredje og siste trinnet av multiplikasjonsalgoritmen.

KO161006 (vedlegg 10)

Nr:	Tid:	Hvem:	Hva blir sagt:	Kommentarer:
205	08:34	Lær	Mi var ikke helt ferdige her mi har sagt tre	
206			gange en og hva skal mi gjøre nå Ben?	
207	08:38	Ben	Tre gange en så skal tretallet	
208	08:40	Lær	[Ja mi er ferdig med det	
209			en gang tre sa mi å hva skal mi gjøre etterpå	
210			Ann?	
211	08:48	Ann	(en gange to)	
212	08:49	Lær	En gange to ja henne tror du mi skal sette det	
213			da? …Gro?	Viser til eneren i
214	08:56	Gro	Foran komm- nei foran ( ) tallet	multiplikanden og
215	09:00	Lær	Foran?	den første linja
216	09:01	Gro	Foran fire eller tretallet.	under streken, så til
217	09:02	Lær	Ja foran fire eller tretallet. Der er det fort å	tieren i
218			blingse litt. Men så tenker æ når æ tok det tallet	multiplikanden og
219			der så skreiv æ alle på den. Nå holder æ på med	den andre linja.
220			det tallet og da skriver æ alle på? Noa?	$\underline{23 \cdot 12}$
221	09:17	Noa	Ehm bak tretallet.	46
222	09:17	Lær	Bak der? Ja men der står det jo et kryss der skal	23x

223			det jo ikke stå noe. Vår?	
224	09:27	Vår	( )	
225	09:28	Lær	Foran tretallet… Det æ må huske på er at når æ	Gjentar seg selv
226			holder på med det tallet så skal mi skrive der og	om de forskjellige
227			når mi holder på med det tallet så skal mi skrive	linjene.
228			der. Så kommer det der smarte nå må æ ha strek	
229			også skriver æ inn et plusstegn der. For nå har	
230			mi noen tall der og noen tall der også skal mi	
231			regne de i sammen. Så blir det akkurat likt som	
232			mi gjorde i forrige uke. Å hva sier æ Una?	23·12
233	09:55	Una	(Seks pluss ingenting)	46
234	09:57	Lær	Seks pluss ingenting er seks	+ 23x
235	10:00	Una	(Fire pluss tre er syv)	= 276
236	10:02	Lær	Fire pluss tre er syv og?	
237	10:04	Una	(Ingenting pluss to er to)	
238	10:06	Lær	Ingenting pluss to er to. Blei det riktig?	Sammenlikner med
239	10:11	Lær	Ja det tok litt mindre plass gjorde det ikke?	det lange
240	10:14	Tor	Nei	plusstrykket.
241	10:15	Lær	Synes du ikke det? Ikke i det hele tatt?	
242	10:17	Tor	Nei	
243	10:18	Lær	Du vil bare skrive sånn Tor?	Viser til det lange
244	10:19	Tor	Ja	plusstykket.
245	10:19	Lær	[Da kommer du til å bruke alt for mange bøker	
246			må du nesten begynne å betale det selv.	Noen ler litt

Læreren henter seg inn mot oppgaven igjen, og spør Ben hva en skal gjøre videre (205-206). Ben svarer på det forrige spørsmålet (207), og læreren avbryter og sier at de er ferdig med det før han spør Ann om hva en skal gjøre videre (208-210). Ann svarer riktig (211), og læreren spør Gro om hvor svaret skal plasseres (212-213). Gro er litt usikker på hvor det skal plasseres (214) og svarer med to alternativer (216). Læreren svarer med at dette er litt vanskelig, og prøver å forklare sammenhengen mellom linjen ovenfor krysset og linjen med krysset litt tydeligere (217-220). Han spør så Noa om det samme spørsmålet, og Noe svarer feil (221). Læreren går videre til Vår med samme spørsmål (222-223), og hun svarer riktig (224). Så forklarer læreren igjen sammenhengen mellom de to linjene en gang til (225-228), før han plasserer plusstegnet, ei ny linje og sier at de skal regnes sammen (228-232). Una regner ut alle addisjonsstykkene riktig (233, 235 og 237), og læreren repeterer det hun sier (234, 236 og 238). Læreren sammenlikner svaret med eksempelet de regnet med gjentatt addisjon (238), og han spør om eleven synes den siste metoden tok litt mindre plass (239). Tor synes ikke det (242), han vil helst bare bruke gjentatt addisjon (244). Læreren kommenterer at da kommer han til å bruke alt for mange bøker, så han må betale de selv (245-246).

Elevene strever litt med å få plassers det neste tallet i oppgaven (205-221). Læreren vil ikke gi elevene svaret med en gang. Han prøver å få elevene selv til å plassere det der det er mest naturlig ut i fra hvordan de har plassert tallene i den forrige linja (218-220). Elevene får være med å prøve å feile her, så muligheten for at de skal huske det de lærer øker.

Når de kommer til addisjonen av de to delsvarene velger læreren og la Una regne ut alle tre addisjonene (233-237). Selv om det hadde virker mer naturlig å la tre forskjellige elever svare. Årsaken til at han velger slik kan være mange. Men det som er mest sannsynlig er at han begynner å se at mye av tiden allerede er brukt opp, og det er mer han skal gjennom før elevene får arbeide på egen hånd.

4.1.4 Eksempel på dialogen mellom lærer og elev

Episode 6: En engasjert dialog mellom læreren og en elev.
For å vise engasjementet til læreren i dialogen mellom han og elevene har jeg valgt å ta med denne episoden. Vi befinner oss i undervisningsøkten hvor multiplikasjon av to tall med to siffer blir introdusert for første gang. Læreren har regnet det første eksempelet på tavla, og holder nå på med det andre eksempelet. Han er kommet til det punktet hvor krysset skal plasseres.

KO161006 (vedlegg 10)

Nr:	Tid:	Hvem:	Hva blir sagt:	Kommentarer:
298	12:49	Lær	To. Å så kommer det æ sa som mi må huske før	
399			mi begynner på neste tall hva skal æ huske? Det	
300			var litt få som huska det Une? Hva skal æ huske	
301			nå når æ skal til å begynne på det neste tallet noe	14·12
302			som er kjempeviktig. Alf?	28
303	13:05	Alf	Sette kryss der.	x
304	13:07	Lær	Okey… Sette kryss under åttetallet for æ er helt	
305			ferdig med de. Okey visker det ut så skal æ spør	
306			på nytt. Hva skal æ gjør når æ skal til på neste	
307			tall? Æ skal ha alle hendene i været. Æ spør alle	
308			som ikke har handa oppe. Er du i tvil Siv? Skal	
309			æ sette en "c" der? Skal æ tegne ei "note"? Ana	Latter
310			hva skal æ gjør?	
311	13:32	Ana	Sette kryss	
312	13:33	Lær	Åffer skal æ sette det krysset der?	
313	13:37	Elev	Vet ikke helt.	
314	13:38	Lær	Nei… Åffer skal æ sette det krysset der Are?	
315	13:42	Are	Du er ferdig der	
316	13:43	Lær	Kan du si det så høyt at alle hører det?	
317	13:44	Are	DU ER FERDIG DER NÅ	
318	13:46	Lær	Enda høyere	
319	13:46	Are	[DU ER FERDIG DER NÅ	
320	13:48	Lær	Jess æ er ferdig der nå… Derfor setter æ det	
321			krysset.	Klassen ler

Læreren prøver å få elevene til å huske hva som nå skulle gjøres for å komme videre (298 - 302). Alf svare riktig (303). Under det første eksempelet har læreren nøye forklart hvorfor en skal sette dette krysset. Læren vil ha alle hendene i været (307). Og for å virkelig understreke hva som skal skrives på den tomme plassen under åttetallet spør han klassen om det er en "c" eller en "note" som skal plasseres der (308 - 310). Ana svarer riktig (311). Læreren spør etter en begrunnelse (312). En elev er litt usikker (313). Men Are svarer riktig (315). For at alle elevene skal få det med seg, ber læreren Are rope svaret ut (316). Og Are er ikke flau og roper ut svaret hele to ganger (317 og 319). Tilslutt er læreren fornøyd med svarene (320).

Episoden viser tydelig den gode dialogen mellom læreren og elevene. I løpet av ett minutt er han innom hele fem elever på navn (300, 302, 308, 309 og 314). Ikke alle sier like mye, men han har fanget oppmerksomheten deres. Han viser at han ser alle elevene, slik at ingen prøver å gjemme seg bort. Videre kan en observere at selv om han har fått det riktige svaret fra en elev (303), begynner han på nytt for å forsikre seg om at alle de 72 elevene henger med (305). Ved og spør elevene om det var en "c" eller en "note" som skulle stå der (309), tilpasser han seg til elevenes nivå og får dem til å fortelle hva som skulle stå der. Det som også vises i denne episoden er engasjementet til læreren, for eksempel når han vil ha alle elevene med (307). Virkemidlene han bruker er seg selv og humor for å få det til (309 og 320). Dette er en lærer som ikke klarer å stå stille foran elevene.

4.1.5 Oppsummering av funn

For å oppsummere funnene i analysen av klasseromsobservasjonen er alt samlet i en tabell. I alle episodene som er analysert blir samtale/dialog og tekst på tavle brukt som modalitet.

Tabell 7: Oppsummering funn klasseromsobservasjon

Episode	***Matematisk emne***	***Dialog elev/lærer***
1	Oppsett av multiplikasjons stykke (streker og tall)	Henvender seg til 4 elever på 1 min. Senker seg selv ned på elevenes nivå
2	Forklaring av multiplikasjons algoritme til 2 siffer mult. med 1 siffer. Bruker kjent eks.	Henvender seg til 2 elever på 1 min. Og må hente inn igjen 1 elev.
3	Første del av mult. algoritme til 2 siffer mult. med 2 siffer. Kopler inn tidligere kunnskap hos elevene	Henvender seg til 4 elever på 1 min. Og må hente inn igjen 3 elever.
4	Hvorfor hoppe inn et hakk, erfaringsbasert forklaring med konkrete eksempler.	Henvender seg åpent til elevene, flere svarer i kor.
5	Siste del av mult. algoritme. Lar elevene tenke selv for å komme frem til løsningen.	Henvender seg til 6 elever på 2 min. Noen av elevene svarer feil.
6	Vil få elevene til å forstå hvorfor en setter kryss, ikke bare at de må huske å gjøre det.	Henvender seg til 5 elever på 1 min

Som en ser av de fire analyserte undervisningsøktene til læreren har alle den samme strukturen og inneholder de samme delene. Dette gir elevene en stabil undervisning, og de vet hele tiden hva som er det neste. Læreren er også dyktig til å spille på omgivelsene, og bruke de personene som er tilstedet i lyttekroken. Hvis en elever har fortalt noe spesiell, bruker ofte læreren dette for å komme inn på dagens tema. Nettopp fordi da er elevene oppmerksomme, og får med seg det som fortellets.

4.2 Intervju

Målet med å intervjue seks elever var å finne ut mer om de forskjellige løsningsstrategiene, og identifisere ulike feil i multiplikasjon av ett tosifret tall med ett siffer og to tosifrete tall. I innledningen til intervjuene var også et par av spørsmålene rettet mot elevens oppfatning av mattematikk, og hva de synes på å være så mange elever i en klasse (storklasseorganisering).

For å få mest mulig informasjon og en god oversikt over data er alle svarene fra de seks intervjuene samlet i en tabell på to sider (tabell 9). Fra den første delen av intervjuene har jeg skrevet ned hele svare til eleven der det har vært mulig, ellers er svarene noe forkortet uten å ta bort meningen. Når det gjelder selve oppgavene er det utarbeidet koder for hvordan elevene svarer og tenker underveis (tabell 8). For oppgavene fra intervjuene i fulltekst se vedlegg 2.

Tabell 8: Koder for elevenes svar

Kode:	**Forklaring:**
kons.	konsentrere (seg)
R	eleven har svart riktig
G	eleven har svart galt
I	eleven har ikke svart noe
stille	eleven arbeider stille før de forklarer (bare på de rene tall oppgavene)
std alg.	standard algoritme, dvs. den algoritmen elevene har lært av læreren
alt:	alternativ løsning, eleven forklarer en annen løsningsmetode
kom	eleven nevner den kommutative loven ved å bytte rundt på tallene som er gitt

Tallet ved siden av strategien til elevene i tabell 9 indikerer tiden i sekunder eleven bruker på å løse oppgaven. Klarer eleven ikke å løse oppgaven indikerer tallet hvor lang tid eleven har brukt på den oppgaven. Parentesen etter det fiktive navnet til eleven er lærerens forklaring på hvilket nivå denne eleven er i matematikk. Siste raden i tabellen har jeg samlet litt generelle kommentarer om eleven jeg intervjuet.

For å analysere alle aspektene med intervjuene deles analysen opp i fire emner: Generell oppfatning av matematikk og storklasseorganisering, tidsbruk, løsningsstrategier og feil. Utgangspunktet for alle tabeller og diagrammer er fra tabell 9.

Tabell 9: Oversikt over innhold intervjuer

	Ida (flink)		**Ben** (flink/middels)		**Gro** (flink)	
Hvordan er mattetimene?	*Greit*		*Av og til litt kjedelig mange ganger gøye.*		*Greie, forstår alt*	
Hvordan er tiden i lyttkroken?	*Greit det og, får med seg alt.*		*Greit, av og til vanskelig å kons. seg*		*Litt lang, bra og konsentrer seg der*	
Hvordan arbeider du individuelt?	*Det er greit*		*Av og til greit/ vanskelig å tenke.*		*Det går greit det au*	
Hvordan liker du en så stor klasse?	*Det er greit*		*Kjempegreit*		*Det går greit*	
Stor eller liten klasse?	*Stor*		*Stor, litt fristende å gå tilbake.*		*Det er det samme*	
Lærer mest matte stor/liten klasse?	*Vet ikke*		*Stor*		*Like mye*	
Er matte spennende?	*Ja noe*		*Av og til*		*Ja (nikker)*	
Hva liker du godt i matte?	*Er ikke helt sikker*		*Ganging og pluss*		*Ganging*	
Hva liker du ikke i matte?	*Det vet æ heller ikke*		*Minus, vanskelig eller kipt.*		*Ingenting*	
Hvordan synes du ganging er?	*Det er jo greit det*					
9·7	R, prøver og forklarer metoden med å ta 70-7	sek 25	R, sier først 62. vanskelig å plassere svaret.	sek 49	R, husker det, sjekker med 6+3=9	sek 13
7·3	R, husker det bare.	3	R, husker, alt: gjentatt add, kom	3	R, husker det bare.	3
23·3	R, tror hun må bruke *x*, std alg.	49	R, std alg. sjekker med gjentatt add.	24	R, stille std alg.	6
46·5	R, forklarer før skriving, std alg.	33	G, feil i std alg. feil i gjentatt add.	123	R, stille, std alg. forklarer mente	10
12·24	R, forklarer *x*-en std alg.	78	R, std alg. stille. Full kontroll	34	R, stille std alg.	18
34·37	R, glemmer først *x*, std alg.	154	G, to slurve feil, std alg.	58	R, stille std alg.	22
4 bord med 6 elever	R, vanskelig å skrive ned stykket	101	R, bare husker det	47	R, husker det. alt: gjentatt add	14
Viskelær	R, std alg. alt: gjentatt add, kom.	148	R, tar 14+5 først std alg. alt: gj add	98	R, std alg. alt: gjentatt add	27
Bøker	R, std alg. alt: gjentatt add, kom	83	R, std alg. alt: gjentatt addisjon	46	R, std alg. alt: gjentatt add	22
5 rader med 6 elever	R, finner det ut med en gang	52	R, sier det nesten står gangetegn der	9	R, alt: gjentatt addisjon, kom	19
Is i kjeks	R, ser 4·2, alt: gjentatt addisjon	82	G, teller bare alle mulighetene (6)	39	R, 4+4, forklare forskjell fra 4·2	40
Generelle trekk	Forklare underveis. Raskere å gange derfor så ganger hun. Ingen streker under svar.		Søker bekreftelse på riktig svar. Nevner også rasker ·. Streker under svar, 2 siste.		Synes det er raskere med ganging enn plussing. Ingen streker under svar.	

Tabell 9: Oversikt over innhold intervjuer

	Tea (sliter, mer forklar)		**Per** (sliter)		**May** (middels)	
Hvordan er mattetimene?	*Gøye*		*Greit*		*Litt vanskelig*	
Hvordan er tiden i lyttkroken?	*Greit egentlig, litt vanskelig å kons. seg*		*Vet ikke helt, litt vanskelig å kons. seg*		*Bra, fint og konsentrer seg der.*	
Hvordan arbeider du individuelt?	*Greit*		*Går helt greit*		*Går bra*	
Hvordan liker du en så stor klasse?	*Vandt med det, litt gøy*		*Veldig greit*		*Det er greit*	
Stor eller liten klasse?	*Stor*		*Stor*		*Stor*	
Lærer mest matte stor/liten klasse?	*Stor*		*Liten*		*Liten*	
Er matte spennende?	*Ja (kommer frem underveis)*		*Ramser opp fag han liker, inkl. matte.*		*Litt (litt vanskelig og litt gøy)*	
Hva liker du godt i matte?	*Ganging med store tall*		*Plusse*		*Mentetall*	
Hva liker du ikke i matte?	*Deling*		*Mentetall i minus*		*Ganging (vanskelig)*	
Hvordan synes du ganging er?			*Greit, men usikker på 8 og 9 gangen.*			
$9 \cdot 7$	R, kan det bare, fordi det sitter fast i hodet.	sek 3	R, tenker $7 \cdot 10$, også 7 mindre.	sek 8	R, fordi 70 – 7 er 63.	sek 8
$7 \cdot 3$	R, kan det bare, sitter fast i hodet.	9	R, kunne det, kan $2 \cdot 7$, teller derfra.	6	R, bare vet det.	13
$23 \cdot 3$	R, stille, std alg.	7	R, tror han må bruke x, std alg.	59	R, stille, tror x brukes, std alg.	30
$46 \cdot 5$	R, stille, std alg. kontroll på mente	13	R, std alg. usikker om han er ferdig	31	R, stille, std alg. kontroll mente	24
$12 \cdot 24$	R, stille, std alg.	30	R, stille, std alg. forklarer x-en	24	R, stille, std alg. forklarer x-en	38
$34 \cdot 37$	R, stille, std alg. kontroll på mente	27	R, stille, std alg. surr i forklaring	55	G, stille, std alg. en slurvefeil	43
4 bord med 6 elever	G, tegner prikker i gr. (en for lite)	274	R, bare antar $4 \cdot 6$, kan ikke forklare.	38	R, usikker på forklaringen	107
Viskelær	R, bruker gjentatt add. alt: ingen	48	R, std alg. først i hodet det blir galt.	232	R, std alg. etter litt nøling	116
Bøker	G, tar først 17+4, og så 17+4+4+4+4	116	Deler i $10 \cdot 4$ og $7 \cdot 4$, klarer ikke +	281	R, std alg.	61
5 rader med 6 elever i	R, gjentatt add, alt: $6 \cdot 5$ (overrasket)	80	R, tar $5 \cdot 6$ med en gang alt: nevner +	10	R, tar $5 \cdot 6$ med en gang	21
Is i kjeks	G, teller bare alle mulighetene (6)	125	G, 3 små og 1 stor, totalt 4 valg	352	G, to valg totalt, (vil ikke presse)	94
Generelle trekk	Vanskelig å koble tekstoppgaver til gangestykker. Ingen streker under svar		Vil ikke gi seg, selv om han ikke får det til. Ingen streker under svar.		Vil ikke skrive før hun er helt sikker. Ingen streker under svar.	

4.2.1 Elevenes generelle oppfatning av matematikk og storklasseorganisering

Funnene her er basert på hva elevene svarer i intervjuene (tabell 9). Generelt er oppfatningen av matematikk hos de seks elevene at de fleste synes matematikktimene er greit. Tea, som i følge læreren sliter litt, men får det til med noe ekstra forklaring synes det er gøy med matematikk. Også Ben sier at det kan være gøy av og til. På spørsmålet om matematikk er spennende er det ingen som svarer nei. Halvparten av elevene sier de liker ganging best i matematikk, mens en elev liker ikke ganging.

Siden denne klassen har så mange elever ville jeg undersøke hva elevene selv synes om å være så mange. Disse elevene har også vært delt i tre klasser fra 1-3. klasse. Svarene variere fra kjempegreit og litt gøy til greit. Per og May begrunner hvorfor det er greit å være en så stor klasse, og begge begrunnelsene handler om det sosiale i klassen. Som Per og May sier (hhv vedlegg 18 og19):

> (137) Per: ”mange å leke med”
> (28) May: ”da får æ flere venner”

Når elevene får spørsmålet om de vil ha stor eller liten klasse, svarer Gro at det er det samme, Ben synes det er litt fristende å gå tilbake til den lille klassen. Mens resten av elevene foretrekker den store klassen som de er nå. Tea kommer med en god begrunnelse på hvorfor hun vil være i en stor klasse (vedlegg 17):

> (43-46) Tea: ”For det da blir du kjent med flere enn når du enn når vi hadde sånn a og b og c da blei vi liksom bare kjent med de i a og da fikk vi liksom ikke lekt med de som var i b”

Ut i fra dette kan en konkluderer med at fra elevenes perspektiv er det gode erfaringer å være en stor klasse enn det å være tre små klasser. Elevene må forholde seg til flere elever, og blir på den måten kjent med flere som resulterer i flere venner.

4.2.2 Tidsbruk

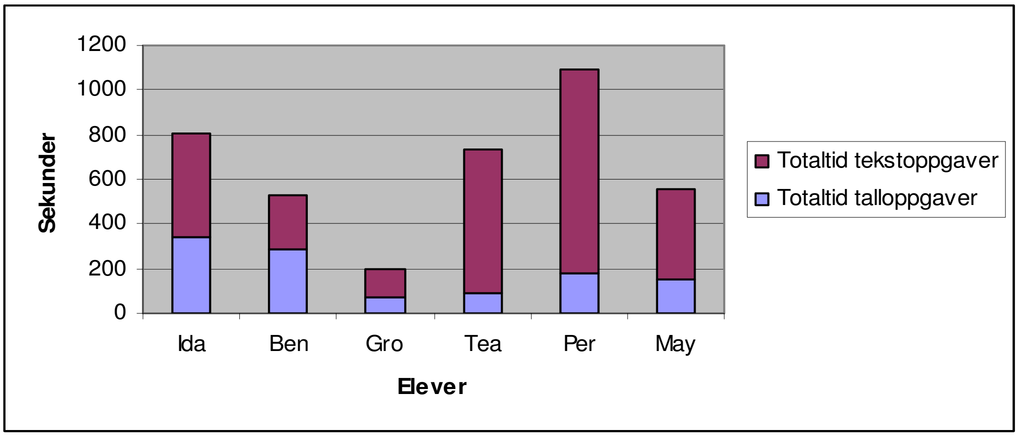
For å undersøke tiden som elevene har brukt på utregningen av hver oppgave under intervjuene er tidene samlet i tabell 10 (se neste side). Den viser også totaltid brukt på talloppgaven og tekstoppgavene hver for seg. Og fra de to siste radene kan en lese den totale tiden elevene har brukt på oppgavene, først i sekunder og så i minutter og sekunder. De grå rutene er oppgaver elever enten har galt svar på eller ikke fullført.

Det første en legger merke til er at det ikke er noe spesiell tendens som går igjen hos alle elevene. For Tea er tekstoppgavene veldig vanskelig i forhold til de rene talloppgavene. Mens Ben har litt problemer med de siste talloppgavene, og klarer seg gjennom de fleste tekstoppgavene. Gro derimot har kontroll over alle oppgavene.

Tabell 10: Tidsbruk på oppgaver i sekunder

Elever	**Ida**	**Ben**	**Gro**	**Tea**	**Per**	**May**
9·7	25	49	13	3	8	8
7·3	3	3	3	9	6	13
23·3	49	24	6	7	59	30
46·5	33	123	10	13	31	24
12·24	78	34	18	30	24	38
34·37	154	58	22	27	55	43
Total tid talloppgaver	***342***	***291***	***72***	***89***	***183***	***156***
4 bord med 6 elever	101	47	14	274	38	107
Viskelær	148	98	27	48	232	116
Bøker	83	46	22	116	281	61
5 rader med 6 elever i	52	9	19	80	10	21
Is i kjeks	82	39	40	125	352	94
Total tid tekstoppgaver	***466***	***239***	***122***	***643***	***913***	***399***
Total tid brukt	808 sek	530 sek	194 sek	732 sek	1096 sek	555 sek
	13m, 28s	8m, 50s	3m, 14s	12m, 12s	18m, 16s	9m, 15s

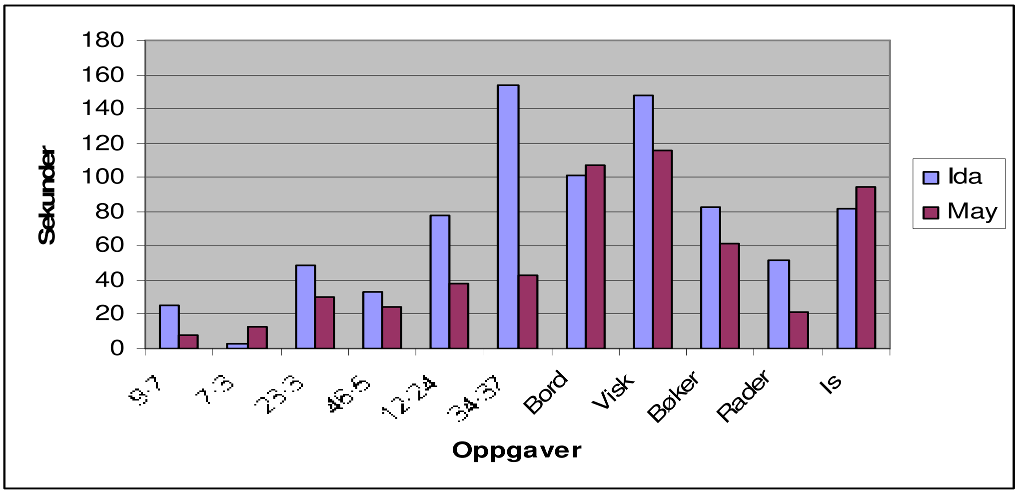
Videre i analysen vil jeg trekke frem utvalgte episoder og sammenlikne elever og oppgaver når det gjelder tiden som er brukt. Først undersøkes de rene talloppgavene mot tekstoppgavene. Figur 19 viser tiden hver elev har brukt på de to forskjellige gruppene av oppgaver, og totaltiden de har brukt på alle oppgavene. Tiden elevene har brukt på oppgaver som enten har galt resultat eller ingen resultat er også inkluderer her.



Figur 19: Total tid brukt på oppgavene

Når en sammenlikner tiden brukt til å løse talloppgaver og tekstoppgaver kan en observere at elevene har brukt lenger tid på tekstoppgavene enn på talloppgavene. Ben er derimot et unntak fra dette, han har brukt kortest tid på tekstoppgavene i forhold til talloppgaven. Gro er den eneste eleven som har brukt mindre tid enn Ben på tekstoppgavene. Hun har derimot brukt veldig liten tid totalt sett. En årsak til at elevene bruker såpass lang tid på tekstoppgavene er at de ikke har arbeidet med akkurat slike oppgaver dette skoleåret, det er noe som vil komme etter jul. I tillegg kan en annen årsak være at en tekstoppgave først må oversettes til tall og operasjoner før utregningen kan utføres av elevene. Dette må eventuelt bekreftes via ytterlige studier.

De elevene som overrasker meg mest her er Ida og May. Ida er karakterisert av læreren som en flink elev, mens May er karakterisert som middels. Figur 20 viser tiden som Ida og May har brukt på hver av oppgavene.



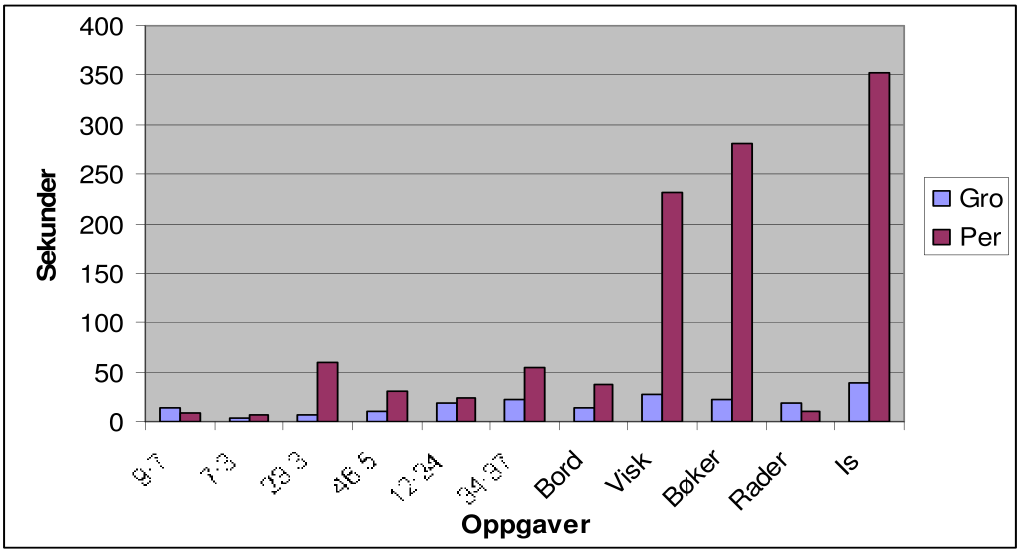
Figur 20: Tid brukt av Ida og May

Som en kan se av figur 20 bruker Ida lenger tid enn May på alle oppgavene uten om oppgaven *7·3, 4 bord med 6 elever* og *is i kjeks*. Selv om May har regnet to oppgaver feil, er tiden brukt på resten av oppgavene noe mindre enn Ida. En mulig årsak til at Ida bruker lenger tid på de rene talloppgavene enn May, kan være at Ida forklarer alle oppgavene høyt mens hun løser de. May derimot regner først oppgavene i stillhet før hun forklarer. Og siden tiden er beregnet frem til elevene har løst oppgaven blir det en liten forskjell her.

Alle elevene fikk instrukser på at de skulle forklare hvordan de tenkte samtidig som de utførte utregningene, bare Ida klarer å forklare mens hun regner (se tabell 9). Både Gro, Tea og May regnet de fire siste talloppgavene i stillhet før de forklarte, mens Ben og Per også regnet et par av oppgavene stille før forklaringen kom. Ved å se på alle elevene kan det se ut som at alle elevene som regner i stillhet bruker relative få sekunder på å fullføre oppgavene.

Når det gjelder tekstoppgaven er det ingen spesiell årsak som peker seg ut, både Ida og May er sjenerte jenter som svarer med lav stemme på spørsmålene mine. Utenom disse to elevene ser det ut som om læreren sine bedømmelser av elevenes nivåer stemmer med hvor lang tid elevene har brukt.

Figur 21 (se neste side) synliggjør variasjonen i de forskjellige oppgavene mellom den flinkeste og den dårligste eleven, i følge totaltiden som er brukt på å løse oppgavene. Forskjellen mellom disse to elevene er store. Tabell 10 viste at Per bruker bortimot seks ganger så lang tid som Gro totalt på alle oppgavene, og har i tillegg feil på oppgavene om bøker og is.

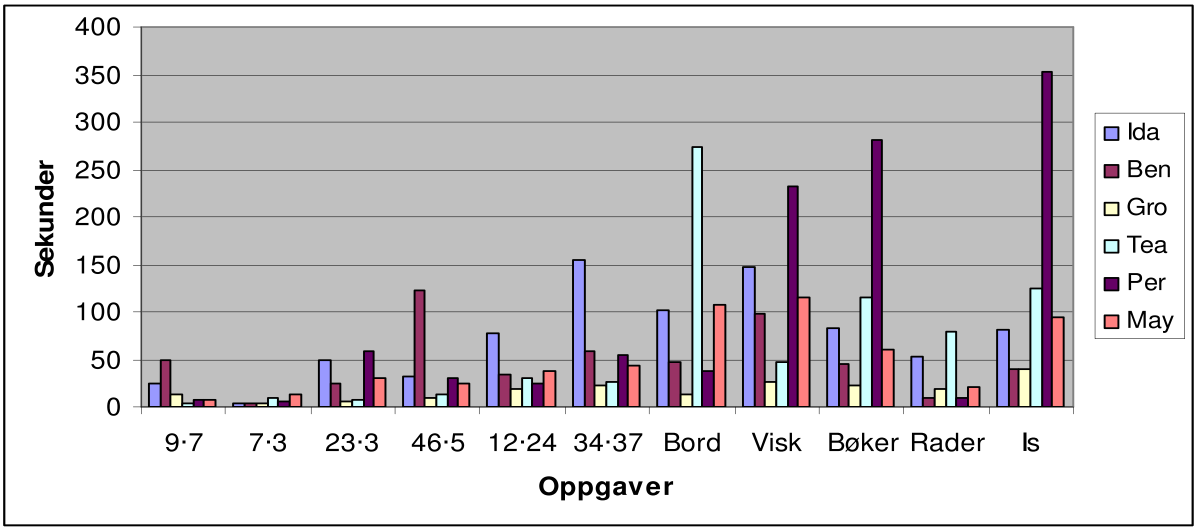


Figur 21: Flinkeste og dårligste elev

Når en sammenlikner talloppgavene med tekstoppgavene kan en se at forskjellen i tiden som er brukt av de to elevene blir større i tekstoppgavene. Når det gjelder oppgavene *4 bord med 6 elever* og *5 rader med 6 elever i* finner Per svaret veldig raskt ved bare å multiplisere de oppgitte tallene, men han kan ikke forklare hvorfor han gjør det.

Som nevnt tidligere må tekstoppgaver oversettes til tall før utregningen kan utføres. Og det er her problemene dukker opp for Per, for ved de resterende tekstoppgavene bruker han lang tid på å finne ut hvilke tall som må brukes i utregningen. I tillegg prøver han å gjøre utregningen i hodet, noe som blir for vanskelig. En kan tydelig se at han ikke ser at han kan bruke den samme algoritmen som han brukte på de rene talloppgavene. Når det gjelder Gro har hun full kontroll over alle oppgavene, og hun kommer også med gode forklaringer og alternative måter å løse oppgavene på.

Alle oppgavene og tiden brukt av alle elevene er samlet i figur 22 (se neste side). Kompleksiteten til oppgavene øker fra venstre mot høyre i figuren. Ut i fra dette ville en ha forventet at tiden elevene brukte på oppgavene også ville ha økt i takt med kompleksiteten. Fra figuren kan en se at tiden elevene har brukt viser en stor variasjon, både mellom elevene og mellom de forskjellige oppgavene. For å identifisere en tendens i tiden brukt på de rene talloppgavene sammenliknes to og to oppgaver. Disse oppgavene er av samme type, det vil si at de har et likt antall siffer som skal multipliseres.



Figur 22: Tiden på alle elevene og alle oppgavene

Oppgavene:9·7 og *7·3*
Når det gjelder de to første oppgavene var halvparten av elevene raskere på den andre oppgaven enn på den første oppgaven, og motsatt. Jeg hadde her en tanke om at nigangen var enklere enn syvgangen. Men jeg undervurderte elevene nok litt fordi de fleste byttet nok plass på syv og tre tallet, for å få en enklere oppgave. En annen årsak til at tre elever var raskere på den andre oppgaven kan være at da var de allerede i en kjent kontekst, og de visste hvordan de skulle gå frem.

Oppgavene: 23·3 og *46·5*
På oppgavene med et tosifret tall multiplisert med et siffer, er det også tre elever som har brukt lenger tid på den første av disse. Selv om oppgaven *46·5* inneholder mentetall, og er dermed mer kompleks enn *23·3*. Årsaken til dette ligger i at disse tre elevene har hengt seg opp i at de må bruke *x*-en for å komme vider. Det vil si at de tror de må bruke algoritmen for to tosifrete tall.

Oppgavene:12·24 og *34·37*
På oppgavene med multiplikasjon at to tosifrete tall er tendensen at alle utenom en elev, bruker lenger tid på oppgaven *34·34*, noe som er naturlig siden den siste inneholder to mentetall. Unntaket er Tea som bruker så å si samme tid på begge oppgavene, bare tre sekunder korter på oppgaven *34·37.*

Tekstoppgavene
Jevnt utover i figur 22 kan en se at tiden øker etter som kompleksiteten til oppgavene øker. Et unntak er oppgaven *5 rader med 6 elever i*. Denne oppgaven er mer konkret, elevene kan se situasjonen i virkeligheten og løser oppgaven derfor raskt. Ellers ser en at alle elevene utenom Gro, bruker litt mer tid på tekstoppgavene. Årsaken kan ligge i at elevene må oversette tekst til tall, som nevnt tidligere.

4.2.3 Løsningsstrategier

Analysen av de forskjellige løsningsstrategiene er delt i to. I denne delen identifiseres strategiene som er brukt i de oppgavene eleven har løst korrekt. Oppgavene med galt svar blir analysert i neste kapittel både ved å identifisere hvilken løsningsstrategi som er brukt og hvilke feil som dukker opp hos elevene. Tabell 11 viser en oversikt over riktige og gale svar blant de oppgavene elevene fikk under intervjuene. De grå rutene er gale svar. For å gjøre analysen så oversiktelig som mulig er hver oppgave analysert uavhengig for hvilke løsningsstrategi som er brukt blant alle elevene.

Tabell 11: Oversikt over riktige og gale svar

Elever	**Ida**	**Ben**	**Gro**	**Tea**	**Per**	**May**
9·7						
7·3						
23·3						
46·5						
12·24						
34·37						
4 bord med 6 elever						
Viskelær						
Bøker						
5 rader med 6 elever i						
Is i kjeks						

Oppgaven: 9·7
På denne oppgaven sier Ben, Gro og Tea at de bare husker svaret, det er noe som sitter fast i hodet. Gro sjekker svaret ved å ta tverrsummen (6+3=9). Ben sier først feil svar men ombestemmer seg og sier riktig, han er veldig usikker på hvor han skal plassere svaret. Og begrunner det slik (vedlegg 15).

> (90-92) Ben: ”Tror kanskje æ har glemt hvordan man gjorde det nå igjen med ganging, siden æ er blitt så vandt til det derre *x* der for eksempel”

Både Ida, Per og May bruker regelen 7·10=70, og trekker fra 7. Ida er litt usikker i forklaringen, men får frem riktig svar.

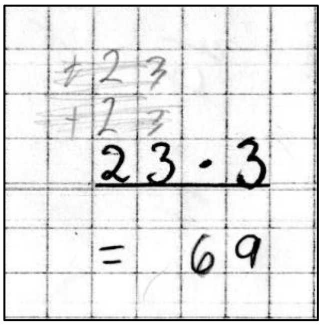
Oppgave: 7·3
Når en går videre til neste oppgave sier alle elevene at de bare husker svaret. To av elevene kommer med en ytterligere forklaring med en alternativ løsningsmetode. Ben snakker om gjentatt addisjon, men Per bruker et lært produkt og teller seg så opp til svaret. Tea uttaler om disse to første oppgavene at (vedlegg 17):

> (91) Tea: ”Siden æ jo kan det liksom sånn at det sitter liksom fast i hodet”

Som nevnt tidligere har jeg nok undervurdert elevenes evne til å bytte rundt på sifrene i oppgaven. Dette viser at læreren har vært nøye med å forklare den kommutative egenskapen for multiplikasjon. Det vil si at det spiller ingen rolle hvilket siffer en plasserer først, resultatet blir det samme.

Oppgave: 23·3

På den første oppgaven med et tosifret tall multiplisert med ett siffer brukte alle elevene den standard algoritmen de har lært. Som nevnt tidligere ville tre av elevene bruke *x*-en i denne oppgaven. Men etter litt betenkning finner alle tre frem til den korrekte måten å gå frem på. Ben er her den eneste som sjekker svaret han får med gjentatt addisjon (figur 23). Dette viser at elevene lett glemmer bort metoder de kunne for bare noen uker siden.



Figur 23: Ben

Oppgave: 46·5

Videre på neste oppgave, bruker de fem elevene som har riktig svar på oppgaven fremdeles standard algoritme. Per klarer seg gjennom oppgaven, og plasserer mentetallet på riktig plass, men vil fremdeles addere sammen noen tall og bruke *x*-en. Han har vanskeligheter med å se at oppgaven er fullført.

Oppgavene: 12·24 og 34·37

Når en så kommer til oppgavene med to tosifrete tall som skal multipliseres kjenner mange av elevene seg igjen. Og oppgavene blir regnet ut riktig av alle elevene, bortsett fra to elever som har et par slurvefeil som blir nærmere beskrevet i neste kapittel. Løsningsstrategiene elevene har brukt på disse oppgavene er fremdeles standard algoritme. Ida, Per og May forklarer hvorfor de plassere denne *x*-en, Ida uoppfordret mens Per og May forklarer på oppfordring. Ben sin kommentar om *x*-en er (vedlegg 17):

(143) Ben: "Der er det derre greiene"

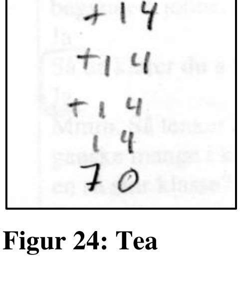
Igjen ser en at elevene lett glemmer det de har lært for ikke så alt for lenge siden.

Oppgave: Det er 4 bord i klasserommet med 6 elever ved hvert bord. Hvor mange elever er det til sammen?

Den første tekstoppgaven har alle utenom Tea svart riktig men ingen har noen dypere forklaring på hvorfor *4 bord med 6 elever* i gir multiplikasjonen 4·6. Per svare ja på spørsmålet om han bare antok at han måtte gjøre det på den måten. Dette viser at han ikke skjønner hvordan denne typen av oppgaver må løses. Blant elevene er Gro er den eneste som viser til en alternativ måte å regne ut på, nemlig ved hjelp av gjentatt addisjon. En overraskelse var at av de seks elevene var det kun Tea som laget en tegning, mer om dette i neste del.

Oppgave: Dersom du trenger 14 kroner for å kjøpe et viskelær hvor mange kroner trenger du for å kjøpe fem?

Denne oppgaven har alle elevene fått riktig svar på. Og den standard algoritmen finnes hos alle utenom Tea, hun har regnet ut ved hjelp av gjentatt addisjon og ser ikke sammenhengen med multiplikasjon (figur 24). Ida, Ben og Gro gir en alternativ måte, telle til fjorten fem ganger. Men de sier at de bruker multiplikasjon fordi det er raskere enn å addere og telle opp. Generelt bruker alle elevene litt tid på å finne ut av hvordan de skulle skrive ned tallene i multiplikasjonen. De fleste klarte raskt å finne ut at de måtte ta fjorten multiplisert med fire for å finne svaret.

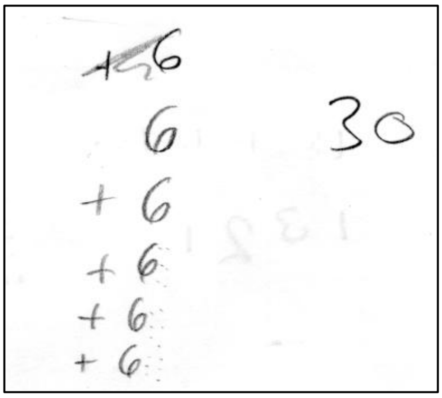


Figur 24: Tea

Oppgave: Kari har 17 bøker, og Ola har fire ganger så mange bøker som Kari. Hvor mange bøker har Ola?
I denne oppgaven har Tea og Per svart galt. Hos alle de andre elevene finner en den standard algoritmen. Det er igjen Ida, Ben og Gro som kommer med en alternative metoder, som gjentatt addisjon og telling. May begrunner hvorfor hun velger sytten multiplisert med fire (vedlegg 19):

(182) May: ”fordi Ola har fire ganger mer”

Oppgave: Det er 5 rader med 6 elever i hver rad, hvor mange elever er det totalt?
Dette var den andre oppgaven som alle elevene klarte å løse. Dette er den tekstoppgaven som alle løste på kortest tid. En ny overraskelse ingen av elevene tegnet opp situasjonen. Alle uten om Tea ser med en gang at de må regne ut 5·6, bare Ida og Gro kan forklare at det går an å bruke gjentatt addisjon for å komme frem til svaret. Tea derimot bruker først gjentatt addisjon for å finne svaret (figur 25). Når Tea så får spørsmålet om det er andre måter det kan gjøres ser hun plutselig at seks multiplisert med fem også er tretti. Hun er veldig overrasket over det hun nå ser, men ser ikke helt ut til å ha forstått hva som skjedde.



Figur 25: Tea

Oppgave: Du skal kjøpe is i kjeks. Du kan velge enten jordbær, vanilje, sitron og sjokolade is, i stor eller liten kjeks. Hvor mange forskjellige valg kan du gjøre?
Dette var den oppgaven som skapte flest problemer. Det var kun Ida og Gro som fikk riktig svar. Ida klarer etter litt tenkning å løse oppgaven først ved å ta fire multiplisert med to. Og hun klarer også å se at det går an å bruke gjentatt addisjon. Gro starter med å bruke gjentatt addisjon ved å si fire pluss fire. Hun forklarer at de to firetallene er store eller små kjeks. Så prøver hun å forklare hvordan det blir hvis en tar fire multiplisert med to. Hun får ikke helt frem det hun mener men det ser ut som hun ser forskjellen på det hun forklarer. På spørsmål fra Obs om hva de forskjellige firetallene er svare hun (vedlegg 17):

(178) Gro: ”Det er… det samme bare at det er større eller liten kjeks”

En overraskelse på denne oppgaven var at ingen av elevene tegnet eller illustrerte de valgmulighetene de kom frem til. En årsak til det kan være at det er lenge siden elevene har arbeidet med slike oppgaver og ikke husker akkurat den konteksten.

4.2.4 Feil

Allerede ved oppgaven *23·3* dukket problemene opp, hvor halvparten av elevene ville som bruke algoritmen for to siffer multiplisert med to siffer. De startet alle med å plassere ut krysset som læreren hadde lært de, men fikk problemer etter å ha regnet litt. Ben hadde også problemer med de første fire oppgavene, men når han da begynte på oppgaven *12·24* sier han (vedlegg 15):

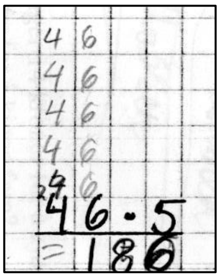
> (141) Ben: "den er enkel"

Dette viser at mange av elevene allerede har glemt algoritmen for to siffer multiplisert med ett siffer. Per sier mot slutten av oppgaven 23·3 (vedlegg 18):

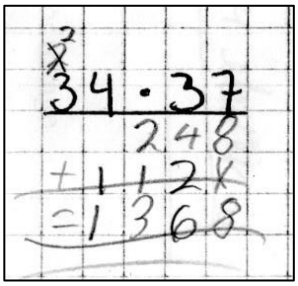
> (120-122) Per: " skal bare begynne å plusse da for det er æ vandt med sånn to tall gange sammen"

Tea er den eleven som overrasker mest når det gjelder å huske begge algoritmene, og hun har i tillegg full kontroll over mentetall når de dukker opp. Som nevnt tidligere har lærer karakterisert Tea som en elev som sliter, men får det til med litt hjelp. Dette kommer tydelig frem under tekstoppgavene, hvor hun ikke har kontroll over hvordan hun skal løse oppgavene. I tillegg er tekstoppgavene oppgaver som det er lenge siden elevene har arbeidet med, eller som er helt nye for dem.

Oppgave: 46·5
Her klarer ikke Ben å få riktig svar. Han starter riktig med standard algoritme, men etter å ha plassert mentetallet finner han ikke helt ut hvordan han skal fortsette. Han bytter nå strategi til å bruke gjentatt addisjon, en strategi han brukte i den forrige oppgaven for å sjekke om svaret han kom frem til via den standard algoritmen var riktig. Som en kan se av figur 26 skriver han en ekstra 46, og i tillegg adderer han feil, så svaret ender opp på 186.



Figur 26: Ben



Figur 27: Ben

Oppgave: 34·37
Både Ben og May får feil resultat på denne oppgaven. Begge to utfører den standard algoritmen de har lært, men klarer ikke å unngå det jeg kaller for slurvefeil. For eksempel sier Ben at (vedlegg 15):

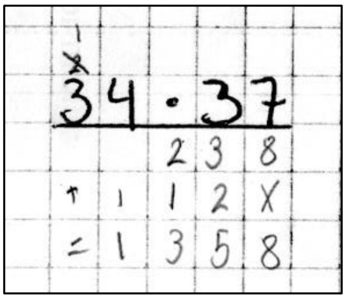
> (157) Ben: "tjueen pluss to er tjuefire"
> (158) Ben: "tre gange fire er tolv"

Men fra figur 27 kan en se at han i utregningen skriver 22 i stedet for 12. Han plasserer et nytt totall i mente, og et to tall ved siden av *x*-en.

May derimot har blandet sammen mentetallene (vedlegg 19):

(132) May: ”tre gange tre… pluss to”

Og når hun så forklarer oppgaven (figur 28), klarer hun ikke å se hva som er feil.



Figur 28: May

Figur 29: Tea

Oppgave: Det er 4 bord i klasserommet med 6 elever ved hvert bord. Hvor mange elever er det til sammen?
På den første tekstoppgaven klarer Tea nesten å få riktig svar. Hun bruker lang tid på å komme i gang og sier to ganger i starten at oppgaven er vanskelig. Etter å ha begynt å regne på noen tall som det er vanskelig å finne ut hvor hun har fra, ender løsningsstrategien hennes på å tegne opp de fire bordene med seks elever på hvert, for så å telle antall prikker (figur 29). Tegningen er abstrakt og viser fire områder med prikker som skal være elever. Hun gjør en feil når hun bare merker fem prikker ved det ene området, noe som resulterer i tjuetre elever og ikke tjuefire. Årsaken kan være at hun ikke er vandt med å tenke på denne måten, det vil si og oversette tekst til tall. Hvis en ser bort i fra Teas tegnefeil er hennes metode den mest konkrete løsningsmetoden en finner bland de seks elevene. Og det var en stor overraskelse at ingen flere elever benyttet seg av den løsningsstrategien.

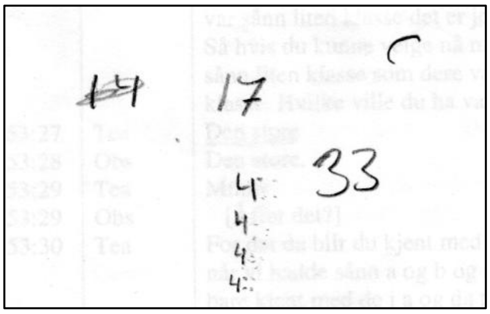
Oppgave: Kari har 17 bøker, og Ola har fire ganger så mange bøker som Kari. Hvor mange bøker har Ola?
I denne oppgaven har både Tea og Per galt svar. Per ser med en gang at teksten gir sytten multiplisert med fire, men har problemer med å skrive tallene. Han begynner å regne ut i hodet ved å dele opp i tiere og enere. Men han klarer ikke å ha kontrollen over alle tallene på en gang, så han skriver ned 17·40. Dette fører han ikke videre så han returnere til hoderegningen og skriver ned 4028 på den forrige oppgaven. Forklaringen hans er (vedlegg 18):

(296-297) Per: ”Æ tok… æ tok… ti gange fire og så tok æ syv gange fire er tjueåtte”

Og en kan tydelig forstå at han nå ikke husker at disse to resultatene skal adderes. Han vil ikke gi seg med oppgaven men når han får spørsmål om han vil gå videre takker han ja.

Tea svarer derimot umiddelbart ved å ta 17+4 og får 21. Etter å ha tenkt seg litt om sier hun (vedlegg 17):

> (178-181) Tea: "Æ har sytten så er det bare liksom bare egentlig bare ta fire fire ganger for det står egentlig der han har fire ganger så mye"



Figur 30: Tea

Her viser hun at hun ikke klarer å tolke teksten riktig, oversettelsen fra tekst til tall er vanskelig. Videre gjør hun som hun sier og tar 17 + 4 + 4 + 4 + 4 og får 33.

Oppgave: Du skal kjøpe is i kjeks. Du kan velge enten jordbær, vanilje, sitron og sjokolade is, i stor eller liten kjeks. Hvor mange forskjellige valg kan du gjøre?
På siste tekstoppgave er det bare to som har klart å løse oppgaven riktig. Løsningsstrategiene til de resterende elevene er veldig forskjellige. Ben og Tea tar rett og slett bare og teller opp alle mulighetene, stor og liten kjeks og de fire valgene av is. De ender dermed opp på seks forkjellige valgmuligheter. Ben konkluderer rask svaret, mens Tea bruker noe lenger tid på å finne frem. Hun var også innom fire valgmuligheter før hun endte opp med seks muligheter.

Per er innom både fem og to valgmuligheter før han ender opp med fire muligheter som sitt svar. Forkraringen er at en kan ha en stor is med sjokolade is og tre små med de tre andre smakene av is. Dette viser at Per kan se noen av mulighetene, men han klarer ikke å kombinere slik at han får alle. Noe av den samme forklaringen som en finner hos Per finner en også hos May. Hun er derimot raskere til å komme med et svar nemlig to valgmuligheter. Og forklaringen komme like rask (vedlegg 19):

> (204-205) May: "Du kan ha en…en jordbær is eller en annen, eller stor eller liten"

Som en ser var dette en veldig vanskelig oppgave for elevene, men det var ikke en stor overraskelse.

4.2.5 Oppsummering av funn

På spørsmålet om elevene klarer å utrykke seg verbalt mens de regner, er svaret at det er kun en elev som gjennomfører dette på alle oppgavene. Alle de andre elevene regner som regle oppgaven i stillhet før de forklarer. Det kommer tydelig frem at elevene ikke tenker på å bruke tegninger eller en grafisk oversikt for å løse multiplikasjonsoppgavene. Blant de seks elevene som ble intervjuet er det kun en elev som bruker en oversiktstegning etter å ha tenkt lenge på hvordan oppgaven kan løses. Jevnt over spiller kompleksiteten av oppgaven inn på tiden elevene har brukt. Men en kan også se at to påfølgende oppgaver i samme kontekst fører til at den siste oppgaven går raskere. En annen tydelig tendens er at elevenes intense arbeid med multiplikasjon av to tosifrete tall virker inn på elevene. Noen av elevene hadde problemer med å huske hvordan en multipliserer sammen to enkle siffer. Hele tre av seks elever som ble intervjuet hadde glemt algoritmen for et tosifret tall multiplisert med et siffer.

4.3 Lesson study

Lesson study ble introdusert for lærerne allerede i starten av observasjonsperioden. Alle ble enige om å prøve ut denne metoden. Selv om metoden ble presenter på den måten den gjennomføres i Japan, var det viktig å få frem at det ikke er meningen at den skal utføres helt likt. For at en slik metode skal fungere må den gjøres til ens egen. Så etter å ha fulgt undervisningen i tre uker ble et *lesson study* forsøk gjennomført sammen med så mange mulig av lærerne på dette trinnet. For at dette forsøket ikke skulle gå ut over lærernes arbeidstider er første og siste lærermøte lagt til det faste ukemøte, og det andre lærermøte er lagt i mot slutten av skoletiden på mandagen. Årsaken til at ikke alle er tilstedet på alle møtene er at noen av lærerne ikke hadde mulighet på de tidene som var bestemt. Dessuten foregikk det andre møtet i skoletiden, så noen av lærerne måtte være tilstedet i klasserommet.

Analysen av *lesson study* i form av de tre forskjellige lærermøtene som ble gjennomført er organisert i tre deler, en for hvert møte. Dette for å få en best mulig oversikt over hvordan møtene ble gjennomført og hva som ble diskutert. Fra hvert møte blir tre til fire episoder tatt med for å vise hvordan diskusjonen foreløper. Tabell 12 viser en oversikt over alle elementene fra lærermøter til undervisning, som inngår i *lesson study* forsøket.

Tabell 12: Oversikt over innholdet i *lesson study* forsøket

Dato:	**Hva:**	**Deltakere:**	**Fokus:**
Torsdag 05.10.06	Lærermøte	Ian, Ola, Siw, Ane, Gry, Åse og Observatør	Samarbeid mellom lærere om å planlegge undervisning til16.10.06. Problemer som kan dukke opp diskuteres.
Mandag 16.10.06	Undervisning	Ian, Siw, Ane, Gry, Åse og Observatør	Ian introdusere algoritme for å multiplisere to tosifrete tall for elevene. Et problem som dukket opp var mentetall.
Mandag 16.10.06	Lærermøte	Ian, Siw, Ane, Åse og Observatør	Filmklipp fra undervisning 16.10.06 vises og diskuteres. Forbedringer til neste time lages.
Onsdag 18.10.06	Undervisning	Ian, Ane, Gry, Åse og Observatør	Ian repeterer algoritmen for å multiplisere to tosifrete tall. Mentetall ble ikke nevnt og elevene regnet så det sprutet.
Torsdag 19.10.06	Lærermøte	Ian, Ane, Gry, Åse og Observatør	Oppsummering av undervisning og lærermøtene. Film av to elever som arbeidet på et grupperom vises. Planlegging av hva som skjer vider.

4.3.1 Første *lesson study* møte

På dette møte (vedlegg 21) blir lærerens plan for neste undervisningsøkt diskutert. Møtet er det første av i alt tre planlagte lærermøter i forbindelse med utprøving av *lesson study*. I tillegg til Ian som skal undervise økten som planlegges og observatør (Obs) er Ola, Siw, Ane, Gry og Åse tilstedet på dette møtet. Det er torsdag uken før høstferien, og den første undervisningsøkten til Ian skal foregå mandagen etter ferien.

Ved møtes begynnelse får lærerne utdelt planen som Ian har laget over undervisningsøkten (vedlegg 3). Etter at alle har lest den forteller Obs kort hva som skal skje av forskjellige undervisningsøkter og lærermøter uken etter høstferien.

Episode 1
Før Ian begynner å forklare hva han har planlagt og hvorfor han har tenkt akkurat slik, er det en god tone blant lærerne.

LM051006 (vedlegg 21)

Nr:	Tid:	Hvem:	Hva blir sagt:	Kommentarer:
13	05:22	Obs	Så kan vi jo se på den mandagstimen det flotte	
14			arket som du har skrevet.	
15	05:28	Ian	[Jess for æ tenkte at- er ikke	
16			vitsen nå at æ skal prøve å fortelle hva æ har	
17			tenkt å gjør så skal dere komme med litt sånn	
18			innspill om hva dere ville ha gjort eller hva dere	
19			syns. Litt sånn kritisk sånn er ikke det litt lurt?	
20	05:39	Obs	[Jo litt lurt	
21			er det	
22	05:40	Ian	[Ja	
23	05:41	Obs	Så har æ au noen spørsmål	
24	05:42	Ian	[Ikke bare sånn det var fint for det ( )	
25	05:44	Ane	Det er vitsen ( )	
26	05:45	Ian	[Ja da, jau da.	
27	05:46	Ola	[Må du tåle å bli satt på plass ((latter))	
28	05:49	Ian	[Å ja da.	Mye latter

Som en kan se understreker Ian at det er viktig for de andre lærerne å komme med innspill og være kritiske. Ola spøker med at Ian må tåle å bli satt på plass. Fra denne episoden kommer det tydelig frem at lærerne har et godt samarbeid seg i mellom. De spiller mye på humor og latteren sitter som regel løst når de er samlet.

Forklaringen til Ian starter så med hvorfor han vil gå gjennom et emne som egentlig ikke er pensum før neste år. Underveis forklarer han også hvorfor han velger å lage ekstra oppgaver til elevene utover de oppgavene som finnes i læreboken. Det blir en liten pause i forklaringen når Åse forteller sin erfaring når hennes barn lære dette. Problemet er at foreldrene ofte har lært det med en annen metode, nettopp fordi det finnes så mange metoder å løse en slikt multiplikasjonsoppgave på. Ian vil jo at elevene skal forstå hvorfor algoritmen er som den er. Men sier også at dette kanskje er noe tidlig for disse elevene, den forståelsen vil komme etter hvert.

Videre forklarer han hvordan han legger opp undervisningen for å introdusere dette emnet. Han vil starte med et eksempel med gjentatt addisjon, for så og ta det samme eksempelet med multiplikasjonsalgoritmen. Når han kommer til plasseringen av *x*-en, vil han forklare til elevene at nå multipliserer vi med tikronere og hvis en kaster tikronere opp i luften kan det ikke komme kronestykker ned. Denne *x*-en er bare en husketing som elevene skal bruke. Det blir en kort diskusjon om en kan sette en null der i stedet for *x*-en. Ian svarer at elevene skal vende seg til å etter hvert ikke ha noe på denne plassen.

Ola er litt usikker på hva de forskjellige tegnene betyr på arket som Ian har laget. Han synes ikke det er normalt å ha med hverken *x*-en eller pluss tegnet. I tillegg blir han usikker på selve multiplikasjonstegnet som Ian bruker. Etter en kort oppklaring fortsetter diskusjonen med at alle disse mulighetene vil nok skape problemer for foreldrene når de skal hjelpe til med leksene. Klassen skal ha foreldremøte samme kveld så da vil Ian forklare den måten han kommer til å undervise.

Ian forklarer seg ferdig om hvordan han skal legge opp eksemplene videre, at han skal bruke et eksempel med hummer, og etterpå ha tre elever på tavla som regner. Han har tenkt gjennom hvilke tall som skal brukes så ikke så kompliserte multiplikasjoner dukker opp. Helt til slutt sier han at han har som mål at 65 av 72 elever skal kunne det etter denne timen. Mange av læreren er overrasket over det høye målet.

Episode 2
Ian er ferdig med å forklare undervisningsøkten og gir ordet vider til de andre lærerne. Diskusjonen starter med bruken av *x*-en, og litt ute i diskusjonen finnes denne episoden.

LM051006 (vedlegg 21)

Tid:	Hvem:	Hva blir sagt:	Kommentarer:
16:36	Åse	[Men det er jo greiere for nå vet de åffer du har satt det krysset. Det er jo som nå æ au lærte det sånn som det men da viste du ikke heller du fikk bare beskjed at du skulle flytte en frem=	
16:43	Ane	[Ja	
16:44	Åse	=Så det kan jo være greier å lære det sånn får da får du sagt med kronestykker. Da får du egentlig sagt det at de egentlig skjønner det bedre, enn at du bare skal flytte.	
16:53	Ane	Ja for hvis ikke kunne en ha flytta de feil vei, det var det au mange som gjorde.	
16:57	Ian	Ja flytta bakover	
16:57	Ane	[Hvis ikke en setter den x-en	
16:58	Ian	[Ja	
16:59	Åse	Ja for du kan jo si at når du får enda ett tall til så skal du flytte det au=	
17:01	Ian	[Ja enda et tall=	
17:02	Åse	= flytte enda ei gang.	
17:03	Ian	[=for da er det bare hundrekroner og da kan det ikke komme tikronere sier æ. For det er jo bare en huskeregel det er jo ikke noen forklaring=	
17:08	Åse	[Ja det er det er det, neida	
17:09	Ian	=så æ tenker at nå tar æ huskeregelen først for målet mitt er jo å få de til å få dette til.	
17:12	Ane	Ja	
17:13	Ian	Og så når de har fått det til så har æ en oppfattelse av at det er lettere for de å… forstå egentlig hva som skjer.	
17:20	Ane	Ja	
17:21	Siw	Æ tror det kan bli veldig mye informasjon æ sånn	
17:24	Ane	Hvis de skal vite åffer au	
17:25	Siw	Ja på en måte altså æ tror det er mange som ikke er modne for å ta imot det tror æ.	
17:30	Ian	Ja for det er nok litt vanskelig for mange.	
17:31	Siw	[men at krysset må stå der for hvis ikke så glemmer de seg bort.	
17:33	Ian	Ja de gjør de	
17:35	Åse	Ja at det må stå der ( ) tror æ au hvis.	

Ian forsvarer seg med å kun gi den enkle forklaringen med å kaste tiere opp i lufta, ved at det er enklere å få elevene i første omgang til å huske at de må hoppe inn et hakk. Så kan den virkelige forklaringen komme senere når de behersker algoritmen. Han har en oppfattelse om at elevene lettere forstår hva som skjer når de kan metoden. Men understreker at dette bare er en huskeregel ikke en forklaring. Alle er enige om at x-en må stå der for hvis ikke glemmer elevene seg. De er også enige om at når da tiden kommer for at x-en kan fjernes, vil eleven se hvorfor de må flytte inn et hakk og dermed ta bort x-en uten problemer.

Årsaken til hvorfor elevene ikke får i oppgave å utforske slike problemer på egen hånd, for så å finne ut av algoritmen selv er i følge Ian tidsmangel. En slik prosess ville tatt for lang tid. Han er enig om at dette er en veldig tradisjonell måte å undervise på, men han har også tro på at denne måten er den beste til akkurat dette emnet.

Videre blir de planlagte tekststykkene diskutert og læreren kommenterer at disse blir vanskelige for elevene fordi de ikke gidder å lese teksten i oppgaven. Tidligere har Ian og Siw brukt regnefortellinger høyt i klassen for å få opp interessen for tekststykker. Dette gjør elevene mer engasjerte og ofte kunne disse fortellingene vare over flere dager fordi elevene bare ville fortsette. Ian fremhever at en tekstoppgave ikke bare må inneholde enkle tall, de tallene som skal multipliseres må kamufleres på en måte så elevene selv må finne de.

Ian forklarer at Obs kan filme en gruppe elever som arbeider sammen på et grupperom. Obs stiller spørsmål til om elevene virkelig klarer å samarbeide i denne alderen. Kommentarene fra lærerne er at mye er avskrift og bekreftelser på at de gjør det riktig. Og at det er store forskjeller mellom de ulike fagene, for eksempel i natur og miljø snakker elevene mye mer sammen enn i matematikk. Dette har noe å si med alderen, allerede til neste år går samarbeid mye lettere for elevene. Ian kommenterer også at det er viktig at elevene lærer multiplikasjon av to tosifrete tall nå, for hvis en ser på syvende trinn på Sol skole har de problemer med akkurat dette emnet.

Lærerne planlegger kort hvordan neste møte skal foregå, etter at Ian har undervist en økt. Og Obs forklarer at det er viktig for de lærerne som skal være med på neste møte å prøve å følge med på undervisningen. Ian fremhever at han som regel ikke lager en slik plan for hva han skal undervise. Han sier at han har blitt mye mindre opptatt av hva han skal gjennomgå, men heller tenker på hva elevene skal huske når han er ferdig med å undervise.

Prosjektbeskrivelsen for oppgaven til Obs sendes rundt, slik at lærerne får litt innblikk i hva det er Obs arbeider med. Dette bringer diskusjonen inn på typiske feil som elevene gjør, spesielt i forbindelse med mentetall. Etter å ha snakket litt om to typiske feil som dukket opp i forbindelse med mentetall kommentere Åse at mange jenter visker bort utregningen selv om det står i oppgaven at den må være der. Det blir en kort diskusjon om dette. Fordi det nettopp er utregningen ved galt svar som kan hjelpe læreren til å finne hvilke feil elev har gjort. Og i tillegg å sørge for at elevene ikke bare skriver av fasiten.

Episode 3
For å få i gang diskusjonen snakker Obs om hvilke spørsmål som kommer til å bli brukt i intervjuene. Spørsmålet om hvor lenge storklasseorganisering har vært vanlig på Sol skole fører til diskusjon om positive og negative sider med en slik organisering.

LM051006 (vedlegg 21)

Nr:	Tid:	Hvem:	Hva blir sagt:	Kommentarer:
645	35:00	Siw	Men det er veldig rar det kommer an på hva du	
646			fokusere på da	
647	35:02	Ian	[Mmm	
648	35:03	Obs	Ja	
649	35:04	Siw	For det at…og det gjelder foreldre også… altså	
650			fokusere du på det sosiale og dette med å finne	
651			venner og noen like partnere og litt sånne ting	
652			skulle æ til å si så er det veldig positivt=	
653	35:16	Obs	[Ja det vil æ tro	
654	35:17	Siw	=men hvis du fokusere på den svake litt	
655			stakkarslige elev som ikke tør å rekke opp handa	
656			og disse tingene her så vil du få noen negativt. Så	
657			du kan får det akkurat sånn som du vil egentlig.	
658	35:28	Ian	Og det er jo de- de foreldrene som har vært å sett	
659			de er jo helt overrasket både over hvordan det	
660			fungere men au å fort elevene kan får hjelp=	
661	35:36	Obs	Ja	
662	35:37	Ian	=for det oppdaget jo i alle fall æ at det er mye	
663			mindre venting. Men det klarer jo ikke en elev å	
664			svare på han vet jo ikke å lenge han måtte vente=	
665	35:42	Obs	[Nei nei det er jo klart	
666	35:45	Ian	=når æ hadde fem og tjue av mine og æ måtte sitte	
667			på en og æ rakk jo ikke å hjelpe noen andre.	
668	35:50	Siw	Men samtidig så er jo to og sytti er det er jo	
669			mange	
670	35:52	Ian	Ja visst er det det.	
671	35:53	Siw	Skulle gjerne hatt ti færre	
672	35:54	Obs	Ja	
673	35:55	Siw	Sånn ideelt sett vil jo æ si	
674	35:56	Ian	[Ideelt sett førti og femt- mellom førti og	
675			femti det er jo helt ideelt	

Siw kommenterer at akkurat denne ordningen er både positiv og negativ. Det kommer helt an på hva en fokuserer på. Ian føler at eleven får mye raskere hjelp i denne klassen enn de fikk når han var alene med tjuefem elever. Siw mener at syttito elever er litt på grensen, og at ti færre ville vært bedre. Men alt fungerer, og Ian forteller at tidligere den samme dagen har hele klassen vært på tur i skogen. Alle elevene fikk lage pannekaker på stormkjøkken, og det gikk utrolig greit selv med så mange elever.

Episode 4
For å få frem hva lærerne mener om *lesson study* sier Obs at lærerne ikke må henge seg opp i hvordan dette utføres i Japan. Nettopp fordi det ikke er meningen at det skal være helt likt i Norge. Lærerne sammenlikner *lesson study* med sin egen situasjon og prøver å forklare *lesson study* med egne ord.

LM051006 (vedlegg21)

Nr:	Tid:	Hvem:	Hva blir sagt:	Kommentarer:
717	37:48	Ian	Men det er jo sånn som ho sier at mi har jo	
718			egentlig- det likner jo- æ mener visst når mi	
719			skulle lære klokka hadde æ vært dum nok til å	
720			sette i gang med det så hadde æ fått grå hår og da	Flere av lærene
721			hadde mi jo sitte å drøfta i all verden å skal mi	nikker
722			gjøre for noe og det gjør en jo hvis det er et eller	bekreftende.
723			annet en ikke får til. Hvordan skal en gjør det så	
724			sitter jo mi å diskuterer. Nei det nytter ikke det mi	
725			må ta de ut der og gjør sånn og så må æ ta de og..	
726			mi er nok nødt å gjør det sånn. Og det er jo	
727			egentlig det som ligger i *lesson study* at du snakker	
728			om også når en har gjort det nei men ( ) du har jo	
729			gjort noe galt	
730			((latter))	
731	38:22	Ian	Så det er… men det går nok veldig.. sånn som nå	
732			så har mitt litt problemer med noe jenteting og da	
733			er det jo… det vil æ jo si er veldig aktuelt for oss å	
734			bruke sånn *lesson study* og snakke om sånn som i	
735			går når de kommer å ikke vil går i sammen med de	
736			etter at- ei vil ikke gå på skolen fordi, eller ei fordi	
737			ho er redd for noen og sånn og sånn	
738	38:49	Obs	Ja for hvis du bare	
739	38:50	Ian	[Det blir mye sterkere når du har	
740	38:51	Siw	[Det er jo egentlig en	
750			sånn form for det er en form for veiledning	
751			egentlig	
752	38:54	Ian	[Ja visst er det det	
753	38:55	Obs	[Det er egentlig det det er en form for	
754			veiledning absolutt	
755	38:56	Ian	[Ja… bare en smal del av veiledningsverktøyet	
756	38:59	Siw	Ja	
757	39:00	Obs	Og så er det det at det er litt mer strukturert og det	
758			er litt mer altså du får kanskje noen papirer ut av	
759			det som en kan spare på frem til sener bruk litt mer	
760			sånn struktur føler æ kanskje men-	
761	39:13	Siw	Kanskje en slags bevisstgjøring på at du da tar opp	
762			et spesifikt problem og jobbet med det	

Ved å sammenlikne *lesson study* og de eksisterende lærer teamets arbeidsmåter kommer Ian frem til at det er noe av det samme. Hvis noe ikke fungere diskuteres saken, og tips og råd blir tatt i mot. Siw kommenterer at *lesson study* er en form for veiledning. Ian og Obs er enig i dette. En slik veiledning mellom lærer på samme nivå er en symmetrisk veiledning.

Mot slutten av møtet blir det snakket om hvem av elevene som skal være med på forsøksintervjuene og litt om hvem som skal være med på de senere intervjuene. Lærerne diskuterer også et par svake elever i klassen som ikke klarer seg uten kalkulator. De blir enige å lage en ferdig multiplikasjonstabell for disse, slik at de ellers kan følge den videre undervisningene om multiplikasjon av to tosifrete tall.

Som en kan se er strukturen i møtet at Ian først legger frem sin plan, med et par umiddelbare diskusjoner og oppklaringer underveis. Etter dette diskutere lærerne bruken og forklaringen til *x*-en. For det er akkurat denne som de regner med skaper problemer hos elevene. Ellers er resten av møtet litt frem og tilbake mellom praktiske ting og diskusjon av episoder fra klassen. Mange av de praktiske tingene ledet lærerne inn på forskjellige diskusjoner. Som for eksempel Obs sin kommentar om at lærerne ikke må henge seg opp i *lesson study* som det er beskrevet i prosjektbeskrivelsen, fordi det ikke er meningen det skal være helt likt som i Japan. Dette gav en kort diskusjon om at det eksisterende lærerteamets arbeidsmåte ikke er så ulikt *lesson study*.

4.3.2 Andre *lesson study* møte

Det andre møte (vedlegg 22) foregår på slutten av mandagen. Dette er samme dagen som Ian har undervist første økten, og den andre økten skal undervises påfølgende onsdag. De som er tilstedet er Ian, Siw, Ane, Åse og Obs. Innledningsvis forteller Obs hvilke tre klipp fra undervisningsøkten til Ian som skal vises fra filmen. Et klipp fra når Ian forklarer selve algoritmen, et fra når han gjenomgår hva Mie har regnet på tavla og et fra de elevene som satt på grupperommet. Det første klipp vises før diskusjonene starter.

Ian starter med å forklare at han stoppet før det som var planlagt, og at han hadde stoppet enda tidligere hvis ikke økta var med i *lesson study* forsøket. Han sier at planen tok for lang tid. Ane setter spørsmål om elevene hadde fått med seg poenget hvis han hadde stoppet før. Noe av årsaken til at dette ble for vanskelig og forvirrende for elevene var mentetallene som dukket opp.

Episode 5
Ian innså underveis at han skulle ha sjekket oppgavene nøyere, og tenkt på mentetall. Han har allerede planen klar for onsdagen.

LM161006 (vedlegg 22)

Nr:	Tid:	Hvem:	Hva blir sagt:	Kommentarer:
52	06:54	Ian	=så det tenkte æ til onsdag det hadde æ litt lyst å til	
53			å gjør til onsdag å bare for at de får trent på bare å	
54			få dette på to linjer først. Fordi det mentetallet det	
55			forvirret de noen himla.	
56	07:02	Obs	Veldig	Forrige gang er
57	07:03	Ian	Og det er jo ikke rart heller for æ forklarte jo ikke	når han
58			det hvordan de skulle sette dette opp for det har æ	underviste et
59			jo egentlig bare forklart forrige gang at de skulle	tosifret tall mult
60			sette- og de kunne jo risikere å få over hverandre	med ett siffer.
61			sånn og så regnet de de med på både plusstykkene	
62			og ditt og datt og	
63	07:18	Siw	Og de viste jo egentlig ikke hvor de skulle ha de	
64			henne, minnetallene	
65	07:19	Ian	[Nei	
66	07:21	Åse	Nei for det som æ måtte hjelpe noen med æ tror de	
67			var så opptatt av å få til det der med å gange de to	
68			tallene at kunne ikke klare å legge i sammen=	

07:30	Ian	Nei	
07:30	Siw	[Mmm	
07:31	Åse	=det var det som ble så feil for mange ja hvordan legger æ i sammen=	
07:33	Ian	Ja	
07:34	Åse	=men du har jo lagt i sammen før ja men det var egentlig sånn var det så enkelt=	
07:38	Siw	[Æ tror ikke de så	
07:39	Åse	=for de skjønte ikke	
07:40	Siw	[De skjønte ikke at det var et plusstykke under	
07:42	Åse	[Nei for de gjorde ikke der	
07:43	Siw	[Nei for de følte at de tallene på toppen hadde noe med det under å gjør. De kunne liksom ikke gi slipp på de. Det var litt rart egentlig	

Årsak til at elevene ble forvirret av mentetallene var i følge Ian at han ikke forklarte mentetallene nå, men at elevene måtte huske det fra forrige emnet. Mange hadde problemer med å plassere mentetallene som dukket opp. Et helt annet problem som oppsto var at elevene var så opptatt av å multiplisere at de helt hadde glemt hvordan vanlig addisjon fungerte. Mange adderte med tallene fra selve multiplikasjons stykke også.

På grunnlag av dette vil Ian på onsdag kun regne eksempler selv på tavla. Fordi han mener at når elevene ikke er helt trygge på hvordan dette gjøres faller poenget med at de skal regne på tavla bort. Men akkurat ved denne situasjonen i dagens økt ville han ikke avvike fra planen som var bestemt.

Ian sier han vil lage et nytt ark som kun inneholder multiplikasjonsstykker som ikke gir mentetall. Han forklarer også at det ikke blir en lang innledning med motivasjon til onsdag, fordi dette er ikke nødvendig. Videre forklarer han at han ikke er vant med å være så bunnet til et manus. Han hadde for eksempel ikke snakket om hummer hvis ikke han hadde planlagt og skrevet det ned. Alle er enige om at motivasjonen med å spørre de forskjellige lærerne om de brukte kalkulator var fin. Han mener selv at det hadde vært nok, at hele hummer historien var overflødig.

Episode 6
Om det å bruke manus sier Ian at han skjønner hvordan studenter har det når de skal undervise. Men at han nå er mer opptatt av hvor elevene er enn og konsentrer seg om et manus. Han mener det bare er i veien for han, fordi han er så trygg på seg selv og undervisningen sin.

LM161006 (vedlegg 22)

Nr:	Tid:	Hvem:	Hva blir sagt:	Kommentarer:
184	11:43	Åse	[Du har funnet din metode	
185	11:44	Ian	Æ har funnet min metode og føler æ har så mange	
186			forskjellige måter å spille på å vise det på at virker	
187			ikke den ene så prøver vi forskjellige ting.	
188	11:54	Obs	Ja æ synes jo det er mye bedre det enn å være	
189			avhengig av et manus hele tiden	
190	11:56	Ian	Ja… for du kan jo sitte å tenke ut veldig mye lurt	
191			men så er det ikke så lurt=	
192	12:00	Obs	Nei det er ikke det	
193	12:01	Ian	[=når de sitter der og hvis du skulle ha	
194			holdt den samme timen hos en annen klasse gjort	
195			akkurat igjen så hadde det blitt helt forskjellig.	

Med 13 år erfaring føler Ian seg trygg, han sier her selv at han har mange måter å spille på. Ut i fra Ians egne kommentarer kan en se at han er en fleksibel lærer, som kan utføre mye på sparken. Han poengterer at et manus ikke alltid fungere slik som en tror det skal fungere. Ikke all teori er like god i praksis. Og han kommenterer også at en ting som funger i en klasse ikke alltid fungere like bra i en annen klasse.

Ian synes det var litt morsom at det ikke fungerte, og at det var for mye vanskelig på en gang. Flere er enige, det var faktisk nok å innføre *x*-en i første omgang. Åse kommenterer at Teo er en av de elevene som har et eget system, han plasserer ut *x*-en, plusstegnet og alle strekene på alle oppgavene før han begynner å regne. Dette er i følge Siw litt spesielt. Når det gjelder hjemmearbeid har elevene fått samme type oppgaver i lekse, disse har Ian laget selv så han tror ikke det er oppgaver med mentetall. Ian har tenkt ferdig ideen om å lage to ekstra gule ark med oppgaver uten mentetall, som elevene kan inkluderes i de fem arkene som de må gjøre på a-planen.

Obs forklarer et problem for de som regnet på grupperommet. Når elevene begynte å multiplisere tierne i multiplikanden fortsatte de bare på den første linja under multiplikasjonsstykket, selv om de hadde skrevet *x*-en på den andre linja. Det er stor enighet om at Ian må fokusere mer på når i utregningen de skal hoppe ned til neste linje. For de fleste fikk med seg hvor *x*-en skulle plasseres. I tillegg blir han oppfordret til å bruke ruter på tavla, slik at elevene kan få en god oversikt over hvor tallene plasseres.

Ian forteller videre hvordan han i neste trinn vil forklare hvor mentetallene skal plasseres. Han vil da bruke et eksempel med to tosifrete tall som han deler opp i to separate multiplikasjonsstykker for å få elevene til å se at det er jo det samme som de lærte litt tidligere i høst. Det blir så en kort praktisk diskusjon om elevene skal få de gule arkene allerede dagen etter, eller om de skal få de etter neste undervisningsøkt. Lærerne blir enige om det siste alternativet. Og de avtaler også at dagen etter skal ingen av elevene regne matematikkoppgaver i a-plan timene.

Obs kommenterer at Ian er veldig god til å forklare for elevene. Både Ian og Siw sier at det er kjempeviktig å se seg selv på video. Ian sier han er positivt overrasket over at han ikke står i veien noe som han egentlig hadde trodd. Han forklarer at poenget er jo til å få elevene til å svare, i stedet for å bare stå og snakke selv hele tiden. Med tanke på elever som drømmer seg bort, sier han at han pleier å spørre de for å hente de inn igjen. Men han synes også det er bra å ha matematikk tidlig på dagen, helst første timen. Fordi da har elevene best konsentrasjon.

Episode 7
Obs leder inn på det med å bruke manus eller ikke manus. Ian sier at han jobber mye bedre uten manus. Men at han de første årene skrev mye mer. Nå finner han på det meste i hodet.

LM161006 (vedlegg 22)

Nr:	Tid:	Hvem:	Hva blir sagt:	Kommentarer:
377	19:52	Siw	[Ja for det er det æ tenkte	
378			på med de der hummerne for sannsynligvis så	
379			hadde du brukt noe annet som hadde vært der og	
380			da… ja ikke sant	
381	19:57	Ian	[Sukker fra Italia … ja men æ hadde det	Et par elever har
382	20:01	Siw	Plutselig så må en til med hummer… oi er det	vært i Italia
383			noen av dere som fisker hummer æ skjønte joat	akkurat og hadde
384			dette ble- og så var det jo han bestefaren så kom jo	med seg sukker
385			den fiskehistorien ( ) fange fisk	til alle i dag.
386	20:12	Ian	Så skulle æ jo heller ha kasta meg på det vet du og	
387			det er jo det som-	
388	20:15	Obs	Ja for det er akkurat det å ta det som er aktuelt	
389	20:17	Ian	Akkurat det som er aktuelt=	
390	20:18	Obs	For da har du	
391	20:18	Ian	[=for det er det som er kluet å tørre å kaste deg på	
392			det for det kan jo være helt av sted au for det	
393			kunne ha vært noen himla millioner av tall som	
394			kom ut av ditt og datt	

Siw kjenner Ian såpass godt at hun mener at han mest sannsynlig hadde brukt et annet eksempel enn hummer. Og Ians begrunnelse for valg av eksempler er å ta noe som er aktuelt der og da. Fordi da blir det virkelighetsnært for elevene.

Det neste klippet fra filmen vises. Og diskusjonen starter med at gjenomgangen til Ian av Mie sin oppgave gikk litt fort. Dette forklarer Ian fordi han merket at elevene var urolige, og det nyttet ikke å forklare mentetallene som nå dukket opp. Han ville bare bli fort ferdig slik at elevene kunne få begynt å regne på egne hånd. Disse tre elevene ville ikke ha regnet på tavla hadde det ikke vært for det planlagte manuset. Et positivt aspekt fra dette klippet er at Ian er flink til å bevege seg foran tavla, slik at alle elevene ser oppgavene.

Det siste klippet fra grupperommet vises. Obs forklarte kort at det var de samme oppgavene som resten av klassen regnet, bare at de fikk lov til å snakke høyt med hverandre. I og med at mange av oppgavene var vanskelige, måtte Obs hjelpe til for å få elevene i gang. Selv om lyden var dårlig fikk Obs utbytte at å se de fire elevene regne. Mange spesielle resonnementer for å løse enkle multiplikasjonsstykker kom frem. Lærerne mener at det er bedre å kun filme to elever til onsdag, da slipper de å forstyrre hverandre. Det blir en kort diskusjon om at det er bra at elevene hjelper hverandre, selv om mye er avskrift nå.

Det er enighet om at tekstoppgaver blir for vanskelig nå i første omgang. Algoritmen må øves mer på, før elevene kan se at systemet er så fleksibelt som det er. Åse kommenterer at mye av problemene hos elevene er at de glemmer hva de har lært tidligere, slik at det å legge sammen etter å ha multiplisert også blir vanskelig for elevene. Ian forteller at på kartleggingsprøven elevene hadde for litt siden hadde de flest glemt utregning av minus. Elevene tar konsekvent det største tallet minus det minste. Akkurat dette kan Obs bekrefte fra tidligere studier av subtraksjonsalgoritmen.

Episode 8
Det blir en kort diskusjon om at Ian må få elevene til å kjenne igjen plusstykket som et helt vanlig plusstykke. Mange av elevene valgte å multiplisere sammen tallene i stedet for å addere. Derfor blir det viktig å fokusere på de forskjellige operasjonene hver for seg.

LM161006 (vedlegg 22)

Nr:	Tid:	Hvem:	Hva blir sagt:	Kommentarer:
525	32:30	Ian	Ja det er mange operasjoner… men hvis mi bare	
526			får repetert det en to tre ganger og får drillen på det	
527			så de får akkurat de stykkene for det er jo mye av	
528			det som er kluet at de kjenner det igjen med en	
529			gang de kommer ned også.	
530	32:42	Siw	Jo også kommer det samme om igjen og om igjen	
531			og om igjen	
532	32:43	Ian	[( ) mentetallet kommer så hokus pokus	
533			senere.	
534	32:49	Obs	Og du har ikke noe sånn hast for om de ikke	
535			kommer til det mentetallet nå i år så er ikke det	
536			noe stress	
537	32:53	Ian	Og jo da til neste uke skal de klare det	Ian gir seg ikke
538	32:54	Obs	[Å ja de skal det ja	
539	32:55	Ian	Ja ja ja	
540			((latter))	
541	32:57	Siw	Du slipper ikke unna	
542	32:57	Ian	[Å nei da	

Ian hevder her at hvis elevene bare får regnet mange nok like multiplikasjonsstykker vil de lære det bra nok. Han er også skråsikker på at alle skal lære og behandler oppgaver med mentetall til neste uke. Her er det ikke snakk om å gi seg. Og det er allerede noen elever som behersker det uten problemer.

Igjen kommer diskusjonen inn på at hele planen for undervisningsøkten var for lang. Åse kommenter at det virket som om elevene hadde lyst å komme i gang med å regne, fordi de var veldig motiverte. Ian sier at nå er det viktig at elevene får en opptur igjen til onsdag. Helt i slutten av møte snakkes det litt om intervjuene som Obs skal gjennomføre.

Fra det andre møte kan en tydelig se at Ian er opptatt av at den planen som ble laget var alt for lang tidsmessig. Og han fremhever at hvis ikke dette hadde vært planlagt så nøyaktig så hadde han kuttet ut undervisningen mye tidligere. Det store problemet som vises er mentetall og hvor disse skal plasseres. Det ble ikke tatt hensyn til mentetall i oppgavene, og det ble heller ikke tatt opp som et problem på det første lærermøte. Noe som er klart bevist her er at manus ikke fungerte for Ian. For han er det vanlig å tenke ut alt i hodet, og ikke måtte lese underveis hva han skal si. Et godt poeng fra Ian er at en kan føle at en har planlagt noe veldig lurt, men så fungere det ikke i praksis.

4.3.3 Tredje *lesson study* møte

Det siste møte finner sted på torsdagen, dagen etter at Ian har undervist den andre økten. De som er tilstedet på dette møtet er Ian, Ane, Gry, Åse og Obs. Her blir det diskutert hvordan undervisningen dagen før gikk. *Lesson study* forsøket oppsummert, og planer for neste uke blir laget.

Episode 9
Møtet starter med at Ian forteller hvordan han synes det gikk på onsdagen.

LM191006 (vedlegg 23)

Nr:	Tid:	Hvem:	Hva blir sagt:	Kommentarer:
1	00:06	Obs	Åssen gikk det på onsdag da?	
2	00:08	Ian	Jo på onsdag gikk det jo veldig fort æ tok jo en…	
3			kjapp æ hadde jo tenkt å vise flere stykker selv	
4			men æ følte de kunne det allerede så godt for det	
5			hadde æ jo sett på tirsdag at mange av de kunne	
6			det så det var jo au bare å få repetert selve	
7			algoritmen som egentlig hvordan du setter det og	
8			hvordan du husker å sånn. Så hadde æ jo ikke nok	
9			hender så derfor laget æ de der papirlappene og det	
10			var jo veldig greit.	
11	00:30	Obs	De var geniale	
12	00:31	Ja	Ja	
13	00:31	Alle	[Ja	
14	00:32	Obs	De var utrolig geniale	
15	00:34	Ian	Så det var jo bare noe æ kom på…ja det var det	
16			( )	
17	00:40	Ian	Ja… jo men det var jo bare æ så jo at det gikk bare	
18			en tavletyggis æ lånte av Ane… og det var jo	
19			kjempegreit å gjør det sånn. Men det er jo veldig	
20			greit for de å sitte med fingrene æ ser jo det for	
21	00:50	Åse	[Legge en blyant	
22			over	
23	00:52	Ian	Legge en blyant over ja for det de har de alltid med	
24			seg=	
25	00:54	Alle	Mmm	
26	00:54	Ian	[=å lære de opp til det for det da forenkler det	
27			veldig for de	

Før denne undervisningsøkten fant Ian på en genial ide om å lage hvite lapper med tavlekitt på, slik at han kunne plassere de over tallene i oppgavene på tavla. Dette fordi han merket på mandag at han ikke hadde nok hender til å holde over de forskjellige tallene. Det blir mye enklere for elevene å se hvilke tall som de skal glemme et lite øyeblikk.

Ian synes at det var mer hensiktsmessig å la eleven regne på tavla på onsdagen. Selv om det motsatte var bestemt på det forrige lærermøtet fikk tre elever likevel regne på tavla. Det som var fokus var å få tallene riktig under hverandre. Det blir så litt snakk om rutestørrelser på arkene og i skrivebøkene. Åse synes rutene i skrivebøkene er for små. Ian sier at det er akkurat på femte trinn at elevene begynner å arbeide med å få både tall og skrift fra stor skrift til en mer funksjonell skrift.

Den store oppturen på onsdagen var når elevene startet med individuelt arbeidet med de to gule arkene, da var det ingen som rakk opp hånden for å spørre om hjelp. Så å si alle fikk til oppgavene. Til og med Ove som har vanskelig med å konsentrere seg om skolearbeid fikk til oppgavene. Åse kommenterer at det var noen som var litt usikre på addisjonen, den siste prosessen. Men dette gikk bra etter hvert, og Ian hevder at målet hans er nådd i løpet av uka.

Åse sier at det er også mange som klarer mentetall oppgaver nå også, og Ian sier at det er målet hans for neste uke, da skal alle klare det. Men han vil lage noen ekstra ark med oppgaver uten mentetall for de elevene som han vet kommer til å få problemer med mentetall. Det er viktigere å få de til å jobbe videre for til og med disse elevene synes det var gøy på onsdagen. Gry som har ansvar for Leo og Jan sier at også disse guttene fikk det greit til nå på onsdagen. Det blir en liten diskusjon om det praktiske rundt disse ekstra arkene. Det er enighet om at det er viktig at også de svake elevene får en mestringsfølelse av å bli ferdig med de arkene som står i "skal" kolonnen på a-planen, det gjør ingenting om at disse arkene er enklere.

Episode 10

Lærerne tenker tilbake på det første møte for to uker side. Ikke mange av lærerne trodde at Ian skulle nå det målet han hadde satt seg.

LM191006 (vedlegg 23)

Tid:	**Hvem:**	**Hva blir sagt:**	**Kommentarer:**
05:32	Ian	Det er jo litt snodig for nå satt mi jo for halvannet uker siden eller to uker siden	
05:35	Obs	[Det er jo nesten to uker siden.	
05:38	Ian	Også tenker dette er jo egentlig noe som er pensum på sjette trinn og nå vil æ jo si at mi har fem og seksti som klarer dette med mentetall… med den	
05:49	Ane	Vi synes jo du tok hardt i da når du sa fem og seksti	
05:52	Ian	Ja æ gjorde jo det æ tenkte det at det måle kommer æ ikke til å nå så det var nesten derfor æ satte det men	
05:59	Åse	Æ hadde heller ikke trodd de hadde tatt det så lett æ hadde ikke det for det er så mange prosesser	
06:04	Ian	Ja det er det og så sortert de her prosessene men det er jo derfor æ sier æ har jo stor tro på den der repeter på hvert enkelt trinn i prosessen som det der forrige overlærte mi jo egentlig med et tall ganget med sant det er jo nesten kjedelig… det var nesten sånn… nesten kjedelig. Og så motiverte litt sånn dette er jo egentlig sånn på sjette trinn=	
06:26	Obs	Ja den motivasjonen var enorm altså	
06:29	Ian	=ja… også datt de ned og så nå kan æ skryte du vet dere noe nå er dere bedre enn syvende skal æ si til de på mandag for det er de. I syvende sliter de så… med de her gangestykkene så dere kan- hvis æ trenger hjelpelærer kan æ spør der ((latter))	

Ian sier at suksessen er mye repetisjon på hver enkel prosess, samt motivasjon om det at det egentlig var sjetteklassepensum. Han synes selv han holdt på for lenge med det forrige emnet, et tosifret tall multiplisert med et siffer. Videre sier han at nå kan han skryte til elevene at de er flinkere enn syvende trinn, og kanskje spørre om de vil være hjelpelærere. Dette kan få elevene til å arbeide videre. Det er viktig å få elevene til å ikke føle at ting blir kjedelig. I tillegg er det viktig at elevene selv setter seg egne mål for hvor mye de skal gjøre.

På onsdagen utfordret Ian alle elevene til å være ferdig med de to gule arkene han hadde laget innen tjue minutter. Og det var det mange som klarte, elevene var så ivrige at de løp fra lyttekroken og ned på plassen sin, lærerne kunne ikke få delt ut arkene raskt nok. Konkurranse som et motivasjonsmiddel er viktig å bruke, men det må brukes slik at de svake elevene ikke gir opp før de har begynt. Det er snakk om å finne en balansegang, en må både tenke på de svake elevene, mens også stimulere de sterke elevene.

Det eneste filmklippet som blir vist er av to elever som arbeider med oppgavene fra det gule arket på en "flipp over" i et grupperom. Det var ikke noe spesielt i undervisningen til Ian denne økten. Mot slutten av tiden i grupperommet får de to elevene en utfordring av Obs, multiplikasjonsoppgaven 203·123. De prøver tre ganger, og ser at de må utvide oppgaven med en tredje linje, men klarer ikke å se at de må hoppe inn to hakk altså plassere to *x*-er ved siden av hverandre. Ane kommenter at ut i fra dette at hun ikke tror at elevene har forstått helt hva denne *x*-en betyr. Det blir litt diskusjon om hvorvidt planen til Ian har virket. Om elevene ser at de må plassere denne *x*-en fordi de er ferdige med enerne. Det er enighet om at det ikke er mye som skal til for at elevene kan gå videre til oppgaver med flere enn to siffer.

Episode 11
Ian hevder igjen at årsaken til at elevene kan dette, er det store antallet med oppgaver.

LM191006 (vedlegg 23)

Nr:	Tid:	Hvem:	Hva blir sagt:	Kommentarer:
216	16:52	Ian	Men det er jo klart at mi gjør jo så utrolige mange	
217			flere stykker en det som står i boka… og det som	
218			er lagt opp til og	
219	16:59	Ane	[Håpløst	
220	17:00	Ian	Ja det er jo håpløst og det er jo æ mener det er jo	
221			derfor de lærer det	
222	17:03	Åse	Ja det er det	
223	17:04	Ian	De hadde ikke lært det hvis ikke også hadde en	
224			stadig kommet igjen til neste år og ditt og datt og	
225			bruke så lang tid på det og føle at liksom en aldri	
226			har god nok tid men det har mi i år. Mi har god	
227			nok tid for mi prioriter nok matte litt mer enn det	
228			som står i ( )	
229	17:19	Obs	Ja men er ikke det mye bedre det også prioritere	
230			det og så heller å få lært det… så sitter det	
231	17:23	Ian	[Ja det er det en tenker	
232			å gjør det grundig det en gjør og så kommer det-	
233	17:26	Gry	[Det sitter	
234			veldig godt da	
235	17:28	Ian	Ja ta gangetabellene igjen nå om ikke så lenge så	
236			må mi ha de på nytt igjen fordi ellers så har det	
237			gått i glemmeboka… klarer du å holde det frisk i	
238			hele år så sitter det så utrolig mye lettere til neste	
239			år og det er de som skjer i syvende nå at de har	
240			gjemt gangetabellene nå igjen	

I følge Ian blir matematikken prioritert noe mer enn andre fag dette året, men at det er bra fordi en stadig kan repetere det elevene har lært. På den måten klarer en å holde kunnskapen frisk hele året, og dette fører til at elevene husker alt mye bedre til neste år. Men selv om matematikken blir prioritert har Ian tidligere sagt at de har dårlig tid til å komme gjennom alt pensumet.

Det blir en kort diskusjon om at det er noen elever som ikke kan de vanskelige multiplikasjonstabellene, og at de sitter og teller seg frem til svaret. Åse sier at da sier hun bare svaret til den eleven, fordi når han da endelig har telt seg frem så har han glemt hvor han var i den virkelige oppgaven. Ian er enig i denne metoden. Obs trekker inn erfaringer fra forsøksintervjuene, der var det en elev som bare hadde pugga multiplikasjonstabellen. Men den andre eleven hadde strategier for å resonere seg frem til svaret.

Litt småprat om at Obs er fornøyd med *lesson study* forsøket, og kan nok allerede så se at Norge ikke kan bruke det helt likt som i Japan. Men så har jo *lesson study* eksistert i over hundre år i Japan. Ian sammenlikner igjen sin egen undervisning med *lesson study*. Hvis det hadde vært en vanlig økt på mandagen og bare tjue hadde fått det til så hadde jo han henvendt seg til de andre lærerne i teamet for hjelp. Det føles helt naturlig for han.

Det blir en kort diskusjon om tekststykker og at årsaken til at elevene ikke liker tekststykker er at de ikke liker å lese. Men dette er veldig typisk for denne aldersgruppa, og det gjelder i alle fag. Møtet avsluttes med at Obs forklarer at ikke det blir noe mer filming av undervisningsøkter.

Mye av dette møtet dreier seg om hvorfor elevene nå er blitt så flinke i å multiplisere to tosifrete tall. Ian hevder at dette er nettopp fordi elevene har arbeidet med mange like oppgaver. I tillegg blir det snakk om hva som skal gjøres til neste uke. Hvordan oppgaver hvor det dukker opp mentetall skal forklares for elevene. Lærerne reflekterer også tilbake på hva de snakket om på det første møtet for to uker siden. Og alle er stort sett fornøyde med jobben som er utført.

4.3.4 Oppsummering av funn

I arbeidet før og etter *lesson study* forsøket ved Sol skole dukket det opp mange spørsmål. Et av disse var om det finnes likheter mellom det allerede eksisterende lærerteamet og *lesson study*. Svaret er ja det eksisterer likheter, både lærerne selv og Obs kunne identifisere dette. Så hvis en tenker videre mot og etablere et slags *lesson study* er det absolutt en fordel at lærerne allerede er vant med å samarbeide.

Det var interessant å se utfallet ved bruk av manus i undervisningen. For læreren var det vanskelig og konsentrer seg om et slikt manus, og samtidig følge med på elevene. Han følte at han mister noe av friheten til å bruke aktuelle eksempler fra elevene. Fordi det nettopp finnes ulike måter å forstå et manus på, er dette et poeng som kan diskuteres blant lærerne. For det å følge et manus kan variere fra det å følge den gitte planen fra a til å, eller det å bruke planen mer som en støtte og tillate endringer underveis.

Når det gjelder hvilke fordeler lærerne har ved å gjennomføre *lesson study* sier Siw at det er en slags bevisstgjøring med at en tar opp et spesifikt problem. Ian mener at ting som blir tatt opp blir mye sterkere med et slikt verktøy. I tillegg nevner også lærerne fordelene med å bruke video, og da se at undervisningen faktisk fungerer. Årsaken til at lærerne i 5. trinn ved Sol skole var positive mot *lesson study*, kan være at metoden faktisk ikke er så ulik deres arbeidsmetode. Lærerne innså selv at metoden er et bra veiledningsverktøy mellom lærere. Dette kan føre til at lærerne selv initiativ til å diskutere og kanskje til og med prøve seg på egen hånd.

Ut i fra analysen ser det ut som det er fult mulig å innføre en vellykket norsk utgave av denne japanske metoden.

5 Diskusjon

Etter denne detaljerte analysen vil utvalgte funn bli diskutert opp mot tidligere teori og forskning. Det vil bli sett på likheter og ulikheter mellom funn i dette studiet og tidligere forskning. Kapittelet er delt opp i fire deler, hvor den første delen omhandler bruk av en standard algoritme, de to neste delen viser elevenes løsningsstrategier og feil og den siste delen tar for seg lesson study forsøket.

5.1 Bruk av standard multiplikasjonsalgoritme

En stor del av dette studiet har dreiet seg om multiplikasjon og nærmer bestemt innføring av en standard algoritme for et tosifret tall multiplisert med ett siffer og for multiplikasjon av to tosifrete tall. Fokus til forskningsspørsmålene har vært rettet mot løsningsstrategier, feil og organisering av lesson study. På grunn av at datamateriellet har gitt en god oversikt over selve lærerens innføring i de to algoritmene, er metoden læreren bruker til dette tatt med i diskusjonsdelen.

Metoden valgt til å undervise dette emnet på, med å vise elevene et eksempel før de øver på egen hånd, er i følge læreren en veldig tradisjonell måte å undervise på. Men han har en oppfatning av at for akkurat dette emnet er det den måten som virker best (326-330, vedlegg 21). Denne måten å undervise på kan sammenliknes med Skemp (1987) sin instrumentelle forståelse og Hiebert og Lefevre (1986) sin prosedyrekunnskap. En vet hvordan algoritmen fungerer, men en vet ikke hvorfor. Ut ifra lærerens forklaring under det første lesson study møtet mener han at det er den måten som får flest mulig elever til å forstå hvordan den standard algoritmen fungerer, så må forståelsen komme senere (318-323, vedlegg 21). Men han poengterer at hvorfor han plasserer en *x* på ener plassen i algoritmen kun er en huskeregel og ikke en forklaring (259-260, vedlegg 21).

Lærermøtene synliggjør at læreren vil at elevene skal kunne utføre den standard algoritmen de har lært, før en innfører alternative forklaringer på multiplikasjonsprosessen. Han bruker derfor ingen andre alternative algoritmer. Men han får frem at det finnes mange måter å multiplisere to tosifrete tall, og at han skal lære elevene en metode.

Selv om lærerens metode utad virker veldig instrumentell og tradisjonell, finnes det konstruktivistiske trekk med undervisningen. Når elevene er samlet i lyttekroken for undervisning er læreren nøye med å engasjere og aktivisere alle elevene. Til dette bruker han hele kroppen og masse humor. Han kan henvede seg til så mange som fem elever i løpet av ett minutt og få hjelp til utregninger og undervisningen (episode 6, Kap 4.1). Aktive elever samsvarer med Piaget og den kognitive konstruktivismen. Lærere inspirert av Piagets tenkning vil gi elevene muligheter til å konstruere kunnskapen selv, ikke komme med ferdig kunnskap (Kamii, 1974). I løpet av tiden i lyttekroken kan en se at læreren gir elevene tid til å tenke på egen hånd, han gir ikke bare svaret med en gang. Dette kommer tydelig frem i episode 5 i Kap 4.1, et nytt tall skal plasseres og her prøver tre elever seg før det riktige svare kommer frem. Elevene er i en liten skala med på og konstruerer kunnskapen selv.

Læreren ser mange av de samme fordelene med å undervise instrumentelt som Skemp (op.cit.) også legger frem. En instrumentell forståelse er relativt rask å tilegne seg, en kan raskt produsere en side med riktige svar, og til og med svake elever kan oppnå mestring ved å tilegne seg en instrumentell kunnskap. Akkurat dette ser en tydelig i den siste undervisningsøkten om multiplikasjon av to tosifrete tall. Det viser seg nemlig at den eleven i klassen som har mest problemer med og konsentrer seg om skolen har regnet halvannet ark, og synes det var morsomt (64-65, 96-97, vedlegg 23).

Diskusjonen mellom hva som er den beste måten å undervise på, tradisjonelt eller konstruktivistiske, pågår den dag i dag, og vil nok ikke ende med det samme. Nettopp fordi det om mulig ikke er noe klart svar på dette problemet. Det er som læreren her forklarer at til akkurat dette emnet er det den tradisjonelle undervisningsmetoden som fungere best. Mens andre emner passer bedre for elever til å utforske selv.

5.2 Løsningsstrategier

Når det gjelder elevenes løsningsstrategier i enkle problemer på formen $m{\cdot}n$ er det identifisert strategier fra alle, utenom en, av hovedkategoriene fra Sherin og Fuson (2005) (tabell 3). Kategorien som ikke er funnet er former av *gruppetelling*. Ellers ble *telling etter matematisk tegning*, *gjentatt addisjon*, *regler*, *lært produkt* og en *hybrid av lært produkt og telle alt* funnet i dette studiet. I tillegg til å passe inn i hovedkategoriene til Sherin og Fuson (op.cit.), kan strategiene identifiseres med tidligere forskning fra tabell 4 i kapittel 2. Så alle løsningsstrategiene som er funnet i dette studiet kan spores tilbake til tidligere studier.

En kan tydelig se at elevene i dette studiet ofte referere til gjentatt addisjon som en alternativ løsningsmetode. Eller bruker gjentatt addisjon til å løse oppgavene. Dette kan settes i forbindelse med at læreren bruker gjentatt addisjon som introduksjon til multiplikasjon. I følge Steel og Funnell (2001) vil læringsmiljøet påvirke bruken av gjentatt addisjon blant elevene. Disse forskerne har ikke funnet gjentatt addisjon ved sitt studium.

5.3 Feil

Av usystematiske feil er det identifisert *"slurvefeil"* og *feil i forbindelse av plassering av mentetall av og til*. En vanlig systematisk feil med mentetall, er at elevene finner opp sin egen måte å bruke mentetallet på og gjør dette systematisk på mange oppgaver (Lampert, 1986). Slike systematiske feil som dette er ikke identifisert i dette datamateriellet. Men lærere kan fortelle om elever som feiltolker mentetall og andre feil i forbindelse med mentetall som kan oppfattes som systematiske feil (507-545, vedlegg 21).

Andre problemer som oppsto for elevene var at de *glemmer det de har lært bare noen uker tidligere*. Halvparten av de seks elevene som ble intervjuet hadde glemt hvordan en multipliserer et tosifret tall med ett siffer. Årsaken til dette kan settes i sammenheng med instrumentell forståelse. Det negative med en slik forståelse er nettopp at det blir uoversiktlig når stoffmengden blir for stor (Skemp, 1987).

Dette studiet er for lite i omfang til å si noe om i hvilke løsningsstrategier det er identifisert flest feil. Slik som en finner hos Steel og Funnell (2001) og Mulligan og Mitchelmore (1997). Men en klar tendens i data fra tekstoppgavene under intervjuene, er at den semantiske strukturen *faktor* er noe vanskelig for eleven å forstå (se tabell 10 i Kap 4.2). Mens derimot *kartesisk produkt* er mye mer vanskelig for elevene. Så ved disse to semantiske strukturen er det identifisert *tolkningsfeil* av oppgaven. Dette er samme resultat som en finner hos Mulligan og Mitchelmore (op.cit.).

5.4 Lesson study

Når det gjelder identifikasjon av feilmønster hos elever er lærerne i følge Riccomini (2005) flinke til selve identifiseringen, men ikke til å foreslå endringer som kan gjøres for å unngå slike feilmønster. Det er her jeg vil trekke inn *lesson study* som et bra verktøy i planlegging av undervisning. Nettopp fordi denne metoden gir en systematisk oversikt over undervisning som er gjennomført tidligere, og som kan hjelpe lærere til å unngå de samme systematiske feilene blant elever år etter år. I følge Lewis (2002) fokuserer *lesson study* på hvordan forbedre undervisningen og ikke bare hva en må forbedre.

Det kommer tydelig frem under lærermøtene at det virkelig finnes likheter mellom det allerede eksisterende lærerteamet og *lesson study*. Både lærerne og Obs er enige i dette. Som lærerne selv sier, er det noe som ikke fungere så snakker de om det i felleskap. For så å samarbeide om å finne en løsning på problemet ved hjelp av tidligere erfaringer. Nettopp dette poenget innleder Lewis (op.cit.) sin håndbok om *lesson study* med. Så ved en eventuell innføring av *lesson study* kan en nok si at det vil være en fordel at lærerne har erfaring fra samarbeid. Men det trengs ytterligere studier for å bekrefte dette.

Den gode ideen med *lesson study* er nettopp at lærerne har et skriftlig resultat å se tilbake på når neste kull med elever skal undervises om multiplikasjon av to tosifrete tall. De kan da ta et tilbakeblikk for så og finne ut at her må en tenke på mentetallene, for det var et problem i fjor. Men som læreren sier så er ikke alle elevkull helt like (193-195, vedlegg 22). Men tidligere planer kan gi en pekepinne på hvilke problemer som dukker opp.

Hvis en ser på undervisningsopplegget som blir planlagt på disse møtene etter Fernandez et al. (2004) sin plan, finnes det mye potensial. Ingen av lærerne tenkte at mentetall kom til å være et stort problem hos elevene. Så ved neste møte la de om strategien og tenkte bevisst på dette. Noe som gjorde at elevene ble motivert på nytt, fordi de nå fikk til oppgavene.

Av vanskeligheter som dukket opp knyttet til *lesson study* var at Ian ikke bruker et fastlagt manus til daglig. Resultatet var at han konsentrerte seg mer om manuset enn å følge med på elevene. Akkurat denne utfordringen er ikke blant de som Chokshi og Fernandes (2004) og Lewis (2002) viser til i sin forskning. Men så er det jo slik at hensikten med å innføre lesson study er å bruke metoden som et verktøy og hjelp til å forbedre lærere og undervisningen på sin egen måte. Ikke å overføre metoden direkte fra den japanske tradisjonen. Det samme argumentet finnes hos Lewis et al. (2006), når en metode adopteres må en gjøre forandringer slik at en skaper en lokal tilpassning og et eierforhold til metoden. Med bakgrunn i dette ser det ut som at med prøving og feiling og mye tålmodighet vil en kunne bruke det positive i *lesson study* i den norske skole.

6 Konklusjon og pedagogiske implikasjoner

På bakgrunn av datagrunnlaget i dette studiet er det trukket en del konklusjoner underveis. For å gi en samlet konklusjon og for å besvare forskningsspørsmålene som det ble startet med tar jeg for meg hvert spørsmål for seg.

- Hvilke typer løsningsstrategier og feil går igjen hos elever når de arbeider med multiplikasjon?

På dette spørsmålet finnes det konkrete svar i fra datamateriellet. Av de løsningsstrategiene elevene brukte finner en: *telling etter matematisk tegning*, *gjentatt addisjon*, *regler*, *lært produkt* og en *hybrid av lært produkt og telle alt.* Alle disse strategiene i tillegg til *gruppetelling* finnes hos Sherin og Fuson (2005). Og alle strategiene som er funnet her kan identifiseres med løsningsstrategeier fra tidligere forskning.

Når det gjelder feil hos elevene er det identifisert ”*slurvefeil*”, *feil i forbindelse med plassering av mentetall*, *tolkningsfeil* og *feil i bruken av standard algoritme*. Den siste feilen er rett og slett at elevene har glemt hva de har lært bare noen uker tidligere. Gjennom alt av datamateriell både under klasseromsobservasjon og på lærermøtene, kan en se at mentetall skaper problemer hos elevene. Disse problemene viser seg å både være knyttet til selve plasseringen og til betydningen av tallet.

- Hvilke strategier finnes det for å unngå feil hos elevene?

Hadde en funnet svaret på dette spørsmålet, hadde mange problemer i skolen løst seg. Dette er ikke enkelt å gi et presist svar på. Men ut i fra datamaterialet kan en se tendenser som kan være med på å formulere en hypotese om at god forberedelse fra læreres side hjelper elevene til å unngå de systematiske og de alvorlige feilene. Med god forberedelse menes det at lærere har tenkt grundig gjennom hvilke problemer som kan dukke opp, og hvilke oppgaver som gis. Et verktøy som kan brukes til dette arbeidet, som en kan se i dette studiet er *lesson study*. Dette kan gjelde ved tradisjonell undervisning eller ved andre måter å undervise på. Når det gjelder feil som karakteriseres som ”slurvefeil” kan nok disse bli vanskeligere å få bort. Slike feil kan skje den beste en gang i blant.

- Hvordan organisere en *lesson study* med lærere i barneskolen?

I *lesson study* forsøket ser en mye potensial til utvikling. Men dette forsøket viser at en allerede er et steg på veien ved å ta utgangspunktet i et slikt etablert lærerteam, med faste møterutiner. I forhold til å innføre lesson study ved en tradisjonell skole hvor hver lærer har ansvaret for sin klasse. Et viktig aspekt med bruk av *lesson study* er at hver skole gjør metoden til sin egen. For nettopp å skape en lokal tilpassning og få et eierforhold til metoden (Lewis et al., 2006).

Som pedagogiske implikasjoner kan det nevnes for eksempel å være bevist på kompleksiteten i oppgavene elevene regner. Noen typer oppgaver kan være vanskeligere enn andre for elevene. Andre implikasjoner er å tenke gjennom hvilke eksempler og tall som skal brukes i selve undervisningssituasjonen. Det vil si hva en presentere for elevene og skriver på tavla, slik at utfallet av eksempelet ikke blir for vanskelig. Og når det gjelder implikasjoner for utvikling av lærerens kunnskaper kan samarbeid i en eller annen form anbefales. For den beste veiledningen en kan få som lærer er fra andre lærere i samme situasjon. Som dette studiet viser er *lesson study* et verktøy som kan brukes i denne forbindelsen.

Alle svarene som er presentert vil trenge ytterligere forskning for å bekrefte at de stemmer. Dette datamateriellet er forholdsvis lite og derfor er det vanskelig å trekke for sterke konklusjoner ut av det. Et poeng for videre forskning er å undersøke hvordan like operasjoner med like tall fungere i ulike kontekster. Det vil si som rene talloppgaver eller i tekstoppgaver i en av de semantiske strukturene som er presentert i Kap 2.2.3.

Når det gjelder *lesson study* forsøkt som er gjennomført viser det mye positivt som kan være verdt å arbeide videre med. Et eksempel på videre forskning innefor dette temaet kan være å prøve ut *lesson study* på flere skoler basert på erfaringene fra dette forsøket. Av aktuelle skoler tenker jeg meg både skoler som har tradisjonell klasseinndeling og skoler som har trinninndeling (storklasseorganisering slik som Sol skole har).

Med dette håper jeg at mine resultater kan inspirere mot videre forskning innen disse temaene.

7 Referanser

Alrø, H. & Skovsmose, O. (1996). On the right track. *For the Learning of Mathematics, 16,* 2-8.

Anghileri, J. (1989). An investigation of young children's understanding of multiplication. *Educational Studies in Mathematics, 20,* 367-385.

Bakke, I. N. & Bakke, B. (2006). *Grunntall*. Drammen: Elektronisk Undervisningsforlag.

Breiteig, T. & Venheim, R. (1998). *Matematikk for lærere 1*. Oslo: Tano Aschehoug.

Caliandro, C. K. (2000). Children's inventions for multidigit multiplication and division. *Teaching Children Mathematics, 6,* 420-426.

Chokshi, S. & Fernandez, C. (2004). Challenges to importing Japanese lesson study: Concerns, misconceptions, and nuances. *Phi Delta Kappan, 85,* 520-525.

Cooney, J. B., Swanson, H. L., & Ladd, S. F. (1988). Acquisition of mental multiplication skill: Evidence for the transition between counting and retrieval strategies. *Cognition & Instruction, 5,* 323-345.

Dickson, L., Brown, M., & Gibson, O. (1984). *Children learning mathematics: A teacher's guide to recent research*. London: Cassell.

Fernandez, C. (2002). Learning from Japanese approaches to professional development: The case of lesson study. *Journal of Teacher Education, 53,* 393-405.

Fernandez, C. (2005). Lesson Study: A means for elementary teachers to develop the knowledge of mathematics needed for reform-minded teaching? *Mathematical Thinking & Learning, 7,* 265-289.

Fernandez, C. & Yoshida, M. (2004). *Lesson Study: A Japanese approach to improving mathematics teaching and learning*. Mahwah, N.J.: Lawrence Erlbaum.

Flowers, J., Krebs, A. S., & Rubenstein, R. N. (2006). Problems to deepen teachers' mathematical understanding: Example in multiplication. *Teaching Children Mathematics, 12,* 478-484.

Greer, B. (1992). Multiplication and division as models of situations. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 276-295). New York: Macmillan.

Henriksen, P. & Eriksen, T. B. (2005). *Aschehoug og Gyldendals store norske leksikon*. Oslo: Kunnskapsforlaget.

Heuvel-Panhuizen, M. v. d. (2001). *Children learn mathematics: A learning-teaching trajectory with intermediate attainment targets for calculation with whole numbers in primary school*. Utrecht: Freudenthal Inst., Utrecht University.

Hiebert, J. & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (pp. 1-27). Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Assoiates, Publishers.

Høines, M. J. (1998). *Begynneropplæringen: fagdidaktikk for barnetrinnets matematikkundervisning*. Landås: Caspar forlag.

Hundeide, K. (1985). *Piaget i skolen*. (2. rev. utg ed.) Oslo: Cappelen.

Imsen, G. (1998). *Elevens verden: innføring i pedagogisk psykologi*. Oslo: Tano Aschehoug.

Izsák, A. (2004). Teaching and learning two-digit multiplication: Coordinating analyses of classroom practices and individual student learning. *Mathematical Thinking & Learning, 6,* 37-79.

Jacobsen, D. I. (2000). *Hvordan gjennomføre undersøkelser?: Innføring i samfunnsvitenskapelig metode.* Kristiansand: Høyskoleforlaget.

Kamii, C. (1974). Pedagogical principles derived from Piaget`s theory: Relevance for educational practice. In J. Raph & M. Schwebel (Eds.), *Piaget in the classroom* (pp. 199-215). London: Routledge & Kegan Paul.

Kvale, S. (2001). *Det kvalitative forskningsintervju*. Oslo: Gyldendal Akademisk.

Lampert, M. (1986). Knowing, doing, and teaching multiplication. *Cognition & Instruction, 3,* 305-342.

Lampert, M. (1990). When the problem is not the question and the solution is not the answer: Mathematical knowing and teaching. *American Educational Research Journal, 27,* 29-63.

Lerman, S. (2000). Some problems of socio-cultural research in mathematics teaching and lerarning. *Nordisk matematikkdidaktikk, 8,* 55-71.

Lewis, C. C. (2002). *Lesson study: A handbook of teacher-led instructional change*. Philadelphia, PA: Research for Better Schools, Inc.

Lewis, C. C., Perry, R., & Murata, A. (2006). How should research contribute to instructional improvement? The case of lesson study. *Educational Researcher, 35,* 3-14.

Mellin-Olsen, S. (1984). *Eleven, matematikken og samfunnet: En undervisninglære*. Bekkestua: NKI-forlaget.

Mertens, D. M. (2005). *Research and evaluation in education and psychology*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.

Mulligan, J. (1992). Children's solutions to multiplication and division word problems: A longitudinal study. *Mathematics Education Research Journal, 4,* 24-41.

Mulligan, J. T. & Mitchelmore, M. C. (1997). Young children's intuitive models of multiplication and division. *Journal for Research in Mathematics Education, 28,* 309-330.

Nygaard, O., Pettersen, P., & Hundeland, P. S. (1998). *Aha, matematikk og matematikkdidaktikk*. Kristiansand: Høyskoleforlaget.

Pass, S. (2004). *Parallel paths to constructivism*. Greenwich, Conn.: Information Age Publ.

Pedersen, B. B., Pedersen, P. i., & Skoogh, L. (2006). *Abakus*. Oslo: Aschehoug.

Piaget, J. (1973). *Barnets psykiske utvikling*. Oslo: Gyldendal.

Rasch-Halvorsen, A., Rangnes, T. E., & Aasen, O. (1997). *Tusen millioner*. Oslo: Cappelen.

Riccomini, P. J. (2005). Identification and remediation of systematic error patterns in subtraction. *Learning Disability Quarterly, 28,* 233-242.

Sherin, B. & Fuson, K. (2005). Multiplication strategies and the appropriation of computational resources. *Journal for Research in Mathematics Education, 36,* 347-395.

Skemp, R. R. (1987). *The psychology of learning mathematics*. Hillesdale, N.J.: Lawrence Erlbaum.

Solvang, R. (1992). *Matematikk-didaktikk*. Bekkestua: NKI-forlaget.

Steel, S. & Funnell, E. (2001). Learning multiplication facts: A study of children taught by discovery methods in England. *Journal of Experimental Child Psychology, 79,* 37-55.

Steffe, L. P. (1994). Children's multiplying schemes. In G. Harel & J. Confrey (Eds.), *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics* (pp. 3-39). Albany: State University of New York Press.

Stigler, J. W. & Hiebert, J. (1999). *The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom*. New York: Free Press.

Utdanningsdirektoratet (2007). Prinsipper for opplæringen. Hentet 2007 fra. http://www.utdanningsdirektoratet.no/upload/larerplaner/Fastsatte_lareplaner_for_Kunnskapsloeftet/prinsipper_for_opplaringen.rtf [On-line].

Venheim, R., Skoogh, L., Nilsson, B., & Johansson, H. (1997). *Regnereisen*. Oslo: Aschehoug.

Vergnaud, G. (1983). Multiplicative structures. In M. Landau & R. Lesh (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 127-174). New York: Academic Press.
Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society*. Cambridge, Mass.: Harvard University Press.