

Kjerneelementet Resonnering og argumentasjon i lærerveiledninger

Norske matematikklærerveiledninger for 5.-7.trinn

HELENE GJERLØW OG ODA TORSDATTER RØRVIK

VEILEDER

David Alexander Reid

Universitetet i Agder, 2023

Fakultet for teknologi og realfag

Institutt for matematiske fag

Forord

Kristiansand, mai 2023

En stor frustrasjon for oss begge gjennom hele skoleløpet har vært *hvorfor* i matematikken. Vi ønsker å takke matematikdidaktikkundervisningen ved UiA for at vi endelig har fått noen verktøy til å kunne besvare mange av våre hvorfor. Kunnskapen vi har fått gjennom vår utdanning ønsker og håper vi å kunne videreformidle til våre kommende elever. Vi ønsker at de skal kunne få svar på sine frustrasjoner rundt hvorfor og selv være i stand til å løse problemer knyttet til dette.

Etter to år med matematikk i samme klasse var vi fortsatt ikke klar over hverandres eksistens. Et to måneders studieopphold i Asia måtte til før vi fant hverandre, men her ble vi til gjengjeld kjent på godt og vondt, noe som førte til et vennskap sterkt nok til å overleve et samarbeid om denne masteroppgaven. Tryggheten vi har i hverandre har gjort denne perioden overraskende bra. Vi har delt frustrasjon, glede, fortvilelse, lettelse, ideer, begeistring og mestringsfølelse, og ser tilbake på prosessen som en utelukkende positiv opplevelse.

Vi er uendelig takknemlig for hverandre, men i tillegg ønsker vi å rette en spesiell takk til menneskene rundt oss. De sosiale lunsjpausene med mat fra kantina på UIA har vært et nødvendig avbrekk der vi har fylt opp magen og humøret samtidig som vi har tømt hodet og lommeboka. Vi ønsker også å takke familie, venner og samboere som har bidratt med både faglig og mental støtte.

Sist, men ikke minst vil vi gi den største takken til vår veileder, David Alexander Reid. Du har vært en klippe i denne prosessen. Helt fra før vi satt i gang med oppgaven har du støttet oss og vist interesse. Du har gjort at vi har følt oss trygge i det vi gjør gjennom all kunnskapen og erfaringene du sitter med, i tillegg til at du alltid har vært tilgjengelig for oss og gitt oss tips og råd når vi har hatt ekstra behov for det.

Sammendrag

Med innføringen av den nye læreplanen, Kunnskapsløftet 2020, ble viktige kompetanser i matematikkfaget listet opp ved hjelp av kjerneelementene. Disse gir lærerne tydelige retningslinjer for hva som skal gjennomsyre faget på tvers av temaene. Kjerneelementene er hva elevene må lære for å kunne mestre og anvende faget, og de skal bidra til at elevene over tid utvikler forståelse av innhold og sammenhenger. Et av kjerneelementene i matematikk er *Resonnering og argumentasjon*. Det handler om at elevene skal kunne følge, vurdere og forstå matematiske tankerekker, og at elevene skal begrunne fremgangsmåter, resonnementer og løsninger og bevise at disse er gyldige (Kunnskapsdepartementet, 2019, s.3). I definisjonen av kjerneelementet ligger det et krav om bevis, altså er *Resonnering og argumentasjon* slik det er definert i læreplanen deduktivt. I vår oppgave ser vi etter hvilke muligheter som finnes for å arbeide med kjerneelementet *Resonnering og argumentasjon*.

For å kunne utvikle elevenes kompetanser knyttet til kjerneelementene, er læreverk et viktig verktøy. Læreverkene har sterk innvirkning på hvordan undervisning, læring og klasseromspraksis er orkestrert (Ball & Cohen, 1996; Davis & Krajcik, 2005, sitert i Ahl et al., 2015, s.179, vår oversettelse). Læreverkene vi undersøker, er lærerveiledningene til to ulike forlag: Cappelen Damm og Gyldendal. Lærerveiledninger gir ofte informasjon om aktiviteter som ikke alltid er tydelig i lærebøker og kan hjelpe læreren med å veilede elevene gjennom aktiviteter. Med dette som bakgrunn, lyder forskningsspørsmålet slik:

“Hvilke muligheter finnes for arbeid med kjerneelementet Resonnering og argumentasjon i lærerveiledninger i matematikk for 5.-7.trinn?”

Da vårt datamateriale er dokumenter, har vi foretatt en todelt dokumentanalyse, der vi har en kort, overfladisk analyse før hovedtyngden blir lagt på dybdeanalysen. Studien er kvalitativ, men har innslag av kvantitativ metode.

Vi fant i vår studie at det finnes muligheter for arbeid med Resonnering og argumentasjon i de analyserte lærerveiledningene, men at det med tanke på kjerneelementets sentrale rolle i matematikkundervisningen kunne kommet sterkere til syne i lærerens instruksjoner.

Abstract

With the introduction of the new curriculum, Kunnskapsløftet 2020, important competences in mathematics were listed using core elements. These provide teachers clear guidelines for what should permeate the subject across the topics. The core elements are what students must learn in order to master and apply the subject, and they should contribute to students developing an understanding of content and connections over time. One of the core elements in mathematics is *Reasoning and argumentation*. It is about the students being able to follow, assess and understand mathematical chains of thought, and that the students are to justify their approaches, reasoning and solutions and prove that these are valid (Kunnskapsdepartementet, 2019, p.3). The definition of the core element implies a requirement for proof, meaning that Reasoning and argumentation as defined in the curriculum is deductive. In our study, we are looking for opportunities to work with the core element Reasoning and argumentation.

In order to develop the pupils' competences linked to the core elements, textbooks are an important tool. The design of textbooks and teacher guides has a strong impact on how teaching, learning and classroom practice are orchestrated (Ball & Cohen, 1996; Davis & Krajcik, 2005, cited in Ahl et al., 2015, p.179). The textbooks we examine are the teacher's guides from two different publishers: Cappelen Damm and Gyldendal. Teacher's guides often provide information about activities that are not always clear in textbooks and can help the teacher guide students through activities. With this as background, the research question reads as follows:

"What opportunities exist for work with the core element Reasoning and argumentation in teacher's guides in mathematics for grades 5-7?"

As our data material consists of documents, we have conducted a two-part document analysis, where we have a brief, superficial analysis before the main emphasis is placed on the in-depth analysis. The study is qualitative, but has elements of quantitative methods.

In our study, we found that there are opportunities for work with Reasoning and argumentation in the analyzed teacher guides, but that with regard to the core element's central role in mathematics education, it could be more prominent in the teacher's instructions.

Innholdsfortegnelse

Forord.....	2
Sammendrag.....	3
Abstract.....	4
1.0 Introduksjon.....	7
2.0 Oversikt over relevant forskningslitteratur for studien.....	9
2.1 Begrepsrammeverk.....	9
2.1.1 Resonnering.....	9
2.1.2 Argumentasjon.....	12
2.1.3 Bevis.....	14
2.1.4 Resonnering, argumentasjon og bevis.....	16
2.2 Tidligere forskning.....	16
2.2.1 Resonnering, argumentasjon og bevis i matematikklæreplaner.....	17
2.2.2 Resonnering, argumentasjon og bevis i matematikkbøker internasjonalt.....	18
2.2.3 Resonnering, argumentasjon og bevis i norske matematikkbøker.....	21
3.0 Metodologi og metode.....	23
3.1 Bowens dokumentanalyse.....	23
3.2 Lærerveiledningene.....	24
3.3 Ordlisten.....	26
3.4 Overfladisk analyse (skimming).....	27
3.5 Dybdeanalyse.....	28
3.5.1 Analyse utenom ordlisten.....	29
3.5.2 Hvordan vi har kodet.....	32
3.6 Validitet og reliabilitet.....	36
3.7 Etske refleksjoner.....	38
4.0 Resultater fra analyse av innsamlede data.....	39
4.1 Informasjonssidene.....	39
4.2 Begrepene fra ordlisten.....	41
4.2.1 Argument.....	41
4.2.2 Resonner.....	43
4.2.3 Forklar.....	45
4.2.4 Bevis.....	49
4.2.5 Begrunn.....	51
4.3 Ytterligere funn.....	53
4.3.1 Samtale.....	53
4.3.2 Sant eller usant.....	54

4.3.3 Utforsk sammen	55
4.3.4 Utforsking og forklaring.....	57
4.4 Generelle oppgaver kontra spesifikke	60
4.5 Muligheter i lærerveiledningene kontra elevbøkene	62
5.0 Diskusjon.....	63
5.1 Mangelen på synliggjøring av muligheter for arbeid med Resonnering og argumentasjon.....	63
5.2 Muligheter i lærerveiledningene kontra elevbøkene	64
5.3 Mangelen på bruk av ordet <i>bevis</i>	66
5.4 Forholdet mellom bokens beskrivelse av kjerneelementet, og de faktiske mulighetene.....	68
5.5 De <i>generelle</i> oppgavene	69
5.6 Hva bidrar til å gi muligheter for arbeid med Resonnering og argumentasjon?	70
5.6.1 Moteksempel	71
5.6.2 “Hvorfor”.....	72
5.6.3 Begrunn	73
6.0 Konklusjon	77
Litteraturliste	79
Vedlegg 1	82
Vedlegg 2	90
Vedlegg 3	97
Vedlegg 4	104
Vedlegg 5	112
Vedlegg 6	118
Vedlegg 7	125
Vedlegg 8	131
Vedlegg 9	136

1.0 Introduksjon

I denne studien har vi analysert nylig publiserte matematikklærerveiledninger og undersøkt hvilke muligheter som finnes for arbeid med kjerneelementet Resonnering og argumentasjon i disse.

1. august 2020 ble en ny læreplan for grunnskolen innført: Kunnskapsløftet 2020. Denne læreplanen kom som resultat av fagfornyelsen. Læreplanverket skal styre innholdet i opplæringen (Utdanningsdirektoratet, u.å.) og gir dermed tydelige retningslinjer for hva som skal utgjøre innholdet i de ulike fagene. I den fagspesifikke delen av læreplanen i matematikk finner vi seks kjerneelementer listet opp. Dette er hva elevene må lære for å kunne mestre og anvende faget, og det skal bidra til at elevene over tid utvikler forståelse av innhold og sammenhenger (Utdanningsdirektoratet, 2019). Kjerneelementene skal gjennomsyre hele faget og lærerne må derfor implementere disse i sin undervisning.

For å kunne utvikle elevenes kompetanser knyttet til kjerneelementene er læreverk et viktig verktøy. Ahl et al. (2015) påpeker at en vektlegging av læreplanmaterieell vokser innen matematikkutdanningsforskning, og at det er velkjent at utformingen av lærebøker og lærerveiledninger har en sterk innvirkning på hvordan undervisning, læring og klasseromspraksis er orkestret (Ball & Cohen, 1996; Davis & Krajcik, 2005, sitert i Ahl et al., 2015, s.179, vår oversettelse). Det er derfor interessant å undersøke hvordan læreverkene er utformet med tanke på utvikling av kompetansene i kjerneelementene.

Denne studien tar for seg kjerneelementet som blir kalt *Resonnering og argumentasjon*. Dette lyder som følger:

“Resonnering i matematikk handler om å kunne følge, vurdere og forstå matematiske tankerekker. Det innebærer at elevene skal forstå at matematiske regler og resultater ikke er tilfeldige, men har klare begrunnelser. Elevene skal utforme egne resonnementer både for å forstå og for å løse problemer. Argumentasjon i matematikk handler om at elevene begrunner framgangsmåter, resonnementer og løsninger og beviser at disse er gyldige.”

(Kunnskapsdepartementet, 2019, s.3)

Pettersen (2022) gjennomførte en studie der hun analyserte tre ulike matematikklæreverk for 5.-7.trinn, med fokus på nettopp *Resonnering og argumentasjon*. Hun nevnte selv at en begrensning ved denne studien var at lærerveiledningene til de aktuelle bøkene ikke ble undersøkt. Lærerveiledningene gir, som hun sier, “ofte informasjon om aktivitetene som ikke alltid er tydelig i lærebøkene og kan hjelpe læreren med å veilede elevene gjennom aktiviteter” (s.26, vår oversettelse), og resultatene kunne derfor blitt annerledes om hun inkluderte disse. Videre sier hun at å undersøke lærerveiledningene vil kunne belyse flere muligheter for resonnering og argumentasjon enn det man finner i lærebøkene alene (Pettersen, 2022, s.26). I vår studie ønsker vi derfor å undersøke lærerveiledningene tilknyttet lærebøkene Pettersen analyserte. Som følge av dette ønsker vi å fordype oss i denne problemstillingen:

Hvilke muligheter finnes for arbeid med kjerneelementet Resonnering og argumentasjon i lærerveiledninger i matematikk for 5.-7.trinn?

Innledningsvis vil vi gjøre rede for relevant forskningslitteratur for studien vår, hvor vi også klargjør viktige begreper. Videre går vi inn på metodene vi har brukt. Her gir vi en utfyllende gjennomgang av hva vi har gjort, støttet av begrunnelser for valgene våre. Etter metodegjennomgangen kommer en presentasjon av våre funn og resultater før vi i neste del diskuterer dette dypere. Vi avslutter med en konklusjon der vi oppsummerer vår studie og gir innspill til videre forskning.

2.0 Oversikt over relevant forskningslitteratur for studien

I dette kapitlet vil vi gjennomgå relevant forskningslitteratur for vår studie. Vi starter med redegjørelse av sentrale begreper der vi inkluderer *resonnering*, *argumentasjon* og *bevis*. Videre i kapitlet vil vi foreta en gjennomgang av tidligere forskning som er gjennomført innenfor samme forskningsfelt som vår studie inngår i.

2.1 Begrepsrammeverk

Først og fremst må vi gjøre rede for begrepsrammeverket i studien vår, hvor begrepene *resonnering*, *argumentasjon* og *bevis* er sentrale. Vi vil se på hvordan et utvalg forskere definerer begrepene, i tillegg til at vi tar for oss beskrivelsen av kjerneelementet Resonnering og argumentasjon i læreplanen.

2.1.1 Resonnering

Jeannotte og Kieran (2017) påpeker at læreplandokumenter rundt om i verden understreker at det å fremme elevenes matematiske resonnering er et viktig mål, men at måten denne matematiske resonneringen beskrives i de ulike dokumentene har en tendens til å være “ vag, usystematisk og til og med motstridende fra det ene dokumentet til det andre” (s.1-2, vår oversettelse). De legger også til at diskursen ikke er uniform hos matematikkutdanningsforskere. Dette betyr at det blir komplisert å skulle definere begrepet *resonnering* i matematikk ettersom det ikke er en universell enighet om begrepets betydning. I et forsøk på å gjøre rede for begrepet, vil vi først ta utgangspunkt i Jeannotte og Kieran (2017) og Stylianides (2008) sitt arbeid. Deretter vil vi koble dette til læreplanens kjerneelementer. Videre ser vi på Niss og Jensen (2002) der de snakker om resonneringskompetanse som en viktig kompetanse i matematikkundervisningen og ser hvordan dette har koblinger til kjerneelementet Resonnering og argumentasjon. Avslutningsvis trekker vi koblinger mellom resonnering, slik det er definert i kjerneelementet, og bevis.

Med et ønske om å klargjøre elementene innenfor matematisk resonnering, gjennomførte Jeannotte og Kieran (2017) en grundig gjennomgang av forskningslitteratur. De utviklet en

modell for matematisk resonnement bestående av to hovedaspekter: et strukturelt aspekt og et prosess-aspekt (s.1). Det strukturelle aspektet refererer til formen av et gitt matematisk resonnement, hvor de nevner formene deduktiv, induktiv og abduktiv. Den deduktive formen spiller ifølge Jeannotte og Kieran en viktig rolle innen prosessene til bevis (s.8). Prosess-aspektet i Jeannotte og Kieran (2017) sin modell deles inn i *prosesser knyttet til søk etter likheter og ulikheter* og *prosesser knyttet til validering*. Innenfor søk etter likheter og ulikheter finner vi igjen fem prosesser: *generalisering, å anta, identifisere et mønster, sammenligne og klassifisere* (s.9, vår oversettelse). Valideringsprosessene handler om å finne ut om en matematisk påstand er sann eller usann, og er igjen delt i tre prosesser: *justifying, proving* og *formal proving*, som vi oversetter til *å begrunne, å bevise* og *å bevise formelt* (s.11-13).

Gabriel Stylianides (2008) bruker begrepet resonnement-og-bevis (RP) i sin artikkel når han beskriver fire overordnede aktiviteter for å etablere kunnskap. Han deler inn aktivitetene i to deler: *å lage matematiske generaliseringer* og *å gi støtte til matematiske påstander*. Herunder beskriver han de fire aktivitetene: *identifying a pattern, making a conjecture, providing a proof* og *providing a non-proof Argument*, som vi oversetter til *å identifisere et mønster, komme med en antakelse, gi et bevis* og *gi et argument som ikke er kvalifisert som bevis* (s.10), hvor de to første hører til matematisk generalisering og de to siste hører til matematiske påstander.

Både i Jeannotte og Kieran (2017) sin forklaring av matematisk resonnering og Stylianides (2008) sitt begrep resonnement-og-bevis (RP), inkluderes *identifisering av mønster, å komme med antakelser* og *å gi bevis*. Når det gjelder å gi bevis, skiller begge to mellom ulike typer bevis. I matematisk resonnering skilles det mellom *å bevise* og *å bevise formelt*, mens i RP skilles det mellom *å gi et bevis* og *å gi et argument som ikke kvalifiserer som bevis*. Vi tenker at *å gi et bevis* i RP stemmer overens med både *å bevise* og *å bevise formelt* i matematisk resonnering, mens *å gi et argument som ikke kvalifiserer som bevis* i RP, hører under *å begrunne* i matematisk resonnering. Vi ser altså at det er klare likheter mellom de to redegjørelsene av resonnering. Jeannotte og Kieran påpeker selv at deres kategorier likner på kategoriene beskrevet av Stylianides (2008) (2017, s.9).

Vi kan knytte arbeidet til Jeannotte og Kieran (2017) og Stylianides (2008) til kjerneelementene i læreplanen LK20. To av aktivitetene Stylianides identifiserer som

aktiviteter for resonnering og bevis, finner vi i kjerneelementet *Utforsking og problemløsning*, hvor det beskrives at elevene skal “lete etter mønstre, finne sammenhenger og diskutere seg frem til en felles forståelse” (Kunnskapsdepartementet, 2019, s.3). *Å identifisere et mønster* er naturligvis en del av å lete etter mønstre, i tillegg til *å gi et argument som ikke er kvalifisert som bevis* kan være en del av å diskutere seg frem til en felles forståelse. Jeannotte og Kieran (2017) sine prosesser knyttet til likheter og ulikheter kan vi også finne i kjerneelementet *Utforsking og problemløsning*, når de nevner prosessene *å identifisere et mønster* og *å sammenligne*. *Å sammenligne* finner vi også i et annet kjerneelement, der prosessen *generalisering* i tillegg blir inkludert. Dette er i kjerneelementet *Abstraksjon og generalisering*, hvor det står at “generalisering i matematikk handler om at elevene skal oppdage sammenhenger og strukturer og ikke bli presentert for en ferdig løsning” (Kunnskapsdepartementet, 2019, s.3). Jeannotte og Kieran sin valideringsprosess blir inkludert i kjerneelementet *Resonnering og argumentasjon*. Prosessene *å begrunne*, *å bevise* og *å bevise formelt* finner vi i forklaringen av argumentasjon, hvor det står at elevene skal “begrunne fremgangsmåter, resonnementer og løsninger og bevise at disse er gyldige” (Kunnskapsdepartementet, 2019, s.3). Stylianides (2008) sin aktivitet *å gi et bevis* finner vi naturligvis også her. RP begrepet til Stylianides (2008) og Jeannotte og Kieran (2017) sin klargjøring av begrepet matematisk resonnement er begge brede begreper som omfatter aktiviteter og prosesser vi ikke finner i kjerneelementet Resonnering og argumentasjon. Verdt å merke seg er det også at hvor vi finner likheter med deres definisjoner og kjerneelementet, er under forklaringen av *argumentasjon*. Vi vil derfor komme tilbake til dette når vi gjør rede for begrepet argumentasjon under 2.1.2.

I følge Reid (2022) har den norske læreplanen blant annet blitt påvirket av Mogens Niss og Tomas Højgaard Jensen (2002) sitt arbeid der de kom med en rekke forslag til fornyelse av matematikkundervisningen (s.301). Rapporten deres inkluderer åtte matematiske kompetanser, der resonneringskompetanse er en av dem. Denne kompetansen handler om å kunne resonnerer matematisk. Det innebærer ifølge Niss og Jensen (2002) “å kunne følge og vurdere et matematisk resonnement” (s.54, vår oversettelse). En liknende definisjon finner vi igjen i den norske læreplanen der resonnering handler om “å kunne følge, vurdere og forstå matematiske tankerekker” (Kunnskapsdepartementet, 2019, s.3). Her ser vi at Niss og Jensen sitt arbeid har hatt en innvirkning på den norske læreplanen. Niss og Jensen påpeker at resonneringskompetansen spiller inn både når det gjelder å overbevise seg selv om riktigheten

av regler og påstander, og for å demonstrere at svar på spørsmål, oppgaver eller problemer er riktige og dekkende (2002, s.210). Å *overbevise seg selv om riktigheten av regler og påstander* kan knyttes til det som i den norske læreplanen står om resonnering, hvor elevene skal “forstå at matematiske regler og resultater ikke er tilfeldige, men har klare begrunnelser og utforme egne resonnementer for å forstå (og løse) problemer” (Kunnskapsdepartementet, 2019, s.3, vår markering). Å *demonstrere at svar på spørsmål, oppgaver eller problemer er riktig og dekkende* kan også knyttes til denne setningen, men svarer da til delen om “å løse problemer”. I tillegg kan Å *demonstrere at svar på spørsmål, oppgaver eller problemer er riktig og dekkende* knyttes til den norske læreplanens forklaring av argumentasjon, hvor det står at elevene skal “begrunne framgangsmåter, resonnementer og løsninger og bevise at disse er gyldige” (Kunnskapsdepartementet, 2019, s.3). Dette viser nok en gang at hvor vi finner koblinger mellom den norske læreplanen og forklaringer knyttet til resonnering, blant annet er under læreplanens forklaring av *argumentasjon*.

Bevis nevnes ikke spesifikt i kjerneelementets beskrivelse av resonnering, men det står at “elevene skal forstå at matematiske regler og resultater *ikke er tilfeldige, men har klare begrunnelser*” (Kunnskapsdepartementet, 2019, s.3), noe som tyder på at deduktive resonnementer er en viktig del av kjerneelementet. Deduktivt resonnement anses ofte å være grunnlaget for bevis ifølge Reid og Knipping (2010). De sier videre at utviklingen av studenters deduktive resonnement derfor er et mål for å undervise i bevis (s.84). Også Niss og Jensen (2002) nevner bevis når de snakker om resonneringskompetanser i skolen. En side av resonneringskompetansen handler nemlig ifølge Niss og Jensen om “å kunne utvikle og gjennomføre uformelle og formelle resonnementer (basert på intuisjon), inkludert å transformere heuristiske resonnementer til egentlige (gyldige) bevis” (2002, s.54, vår oversettelse).

2.1.2 Argumentasjon

Når Reid og Knipping (2010) skriver om argumentasjon, referer de til Duval (1990) som påpeker at “hva vi kaller “argumentasjon” ikke er enkelt å definere” (Duval, 1990, sitert i Reid & Knipping 2010, s.153, vår oversettelse). De sier videre at det ikke alltid er tydelig hva som menes med begrepet *argumentasjon* i matematikkutdanning. Altså er det i likhet med begrepet resonnering, komplisert å skulle definere begrepet argumentasjon i matematikk. I et

forsøk på å gjøre rede for dette begrepet vil vi igjen se på Stylianides (2008) og Jeannotte og Kieran (2017) sine definisjoner av resonnering, der begrepet argumentasjon blir inkludert, før vi knytter dette opp mot kjerneelementets beskrivelse av argumentasjon.

Som vi nevnte ovenfor, inngår gjerne argumentasjon i redegjørelsen av begrepet resonnering, både når det er snakk om matematisk resonnering og resonnering-og-bevis (RP). I Stylianides (2008), hvor resonnering-og-bevis (RP) blir brukt for å forklare aktiviteter for å etablere kunnskap, nevner han argument i aktiviteten *å komme med argumenter som ikke kvalifiserer som bevis*. Denne typen argument deler Stylianides (2008) inn i to kategorier: *empirisk* og *begrunnelse* (s.12, vår oversettelse). Han sier at et empirisk argument er “et argument som gir ufullstendige bevis for sannheten til en matematisk påstand” (s.12, vår oversettelse) og at kategorien *begrunnelse* fanger opp argumentene som verken er bevis eller empirisk argumentasjon. Argument blir sett på som en begrunnelse hvis det ikke viser eksplisitt til noen sentrale aksepterte sannheter, eller hvis det bruker utsagn som ikke tilhører aksepterte sannheter i et bestemt samfunn (Stylianides, 2008, s.12). Denne aktiviteten handler altså om å argumentere uten krav om bevis. Hemmi et al. (2013) sier at argumentasjon ofte blir referert til som ikke-deduktive resonnementer, men at noen forskere samtidig har ansett bevis som en spesiell type argumentasjon (s.358). Stylianides (2008) refererer til ikke-deduktive resonnementer, der han beskriver *å komme med argumenter som ikke kvalifiserer som bevis*, i tillegg til bevis som en spesiell type argumentasjon i aktiviteten *å gi et bevis*, da det i forklaringen av aktiviteten refereres til Stylianides (2007), som sier at bevis er en matematisk argumentasjon. Denne definisjonen vil vi komme tilbake til i 2.1.3 der vi gjør rede for begrepet bevis.

Når Jeannotte og Kieran (2017) forklarer prosessen *å bevise*, refererer de til Maher (2009) som sier at bevis er “en spesiell type matematisk aktivitet der barn forsøker å begrunne sine påstander med deduktiv argumentasjon” (Maher, 2009, s. 121, sitert i Jeannotte & Kieran, 2017, s.12, vår oversettelse). Både *å bevise* og *å bevise formelt* har blitt definert slik “en matematisk resonneringsprosess som, ved å søke etter data, garanti og støtte, endrer den epistemiske verdien av en fortelling fra sannsynlig til sann” (Jeannotte & Kieran, 2017, s.12 og 13, vår oversettelse). Et bevis kan ifølge Jeannotte og Kieran endre en antakelse fra å være sannsynlig over til at man kan være sikker på at den er sann. I begge prosessene skal narrativene være akseptert av klasseromssamfunnet, men ved formelle bevis, skal de i tillegg

være systematisert i en matematisk teori og beviset skal være akseptert av matematikksamfunnet. Vi har tidligere vist at prosessene *å begrunne, å bevise og å bevise formelt* blir inkludert i kjerneelementet Resonnering og argumentasjon, i forklaringen til argumentasjon, der det står at “Argumentasjon i matematikk handler om å begrunne fremgangsmåter, resonnementer og løsninger og bevise at disse er gyldige” (Kunnskapsdepartementet, 2019, s.3). Vi forstår denne definisjonen som at argumentasjonen må være basert på en deduktiv struktur, da det presiseres at elevene skal bevise at fremgangsmåter, resonnementer og løsninger er gyldige. Formelle bevis kan tenkes å inngå i kjerneelementet, men vi tenker at det i hovedsak er *å begrunne og å bevise* som blir naturlig å implementere i matematikkundervisningen på barnetrinnet. Vi vil tydeliggjøre at de ulike redegjørelsene for argumentasjon vi har tatt for oss i denne delen er brede og omfatter også elementer vi ikke finner i kjerneelementet Resonnering og argumentasjon.

2.1.3 Bevis

Resonnering og argumentasjon slik det er definert i læreplanen er deduktivt (Valenta & Enge, 2020; Reid, 2022; Pettersen, 2022). Ser vi på Jeannotte og Kieran (2017), Stylianides (2008), Niss og Jensen (2002) og Reid og Knipping (2010) sine definisjoner av ordene resonnering og argumentasjon, ser vi at bevis blir inkludert som et sentralt aspekt. Vi ser derfor bevis som et sentralt begrep i vår studie. For å definere bevis har vi tatt utgangspunkt i Stylianides (2007) sin definisjon der han forklarer bevis som “en matematisk argumentasjon, en sammenhengende rekke påstander for eller mot en matematisk påstand” (s.291, vår oversettelse). Han lister opp tre kjennetegn som karakteriserer et bevis i skolematematikken:

1. Det bruker uttalelser akseptert av klasseromssamfunnet, som er sanne og tilgjengelige uten ytterligere begrunnelse.
2. Det bruker former for resonnement (argumentasjonsmåter) som er gyldige og kjent for klasseromssamfunnet.
3. Det kommuniseres med former for uttrykk som er passende og kjent for klasseromssamfunnet.

(Stylianides, 2007, s.291, vår oversettelse)

Klasseromssamfunnet påvirker altså hvordan bevis kan karakteriseres. Dette påpeker også Valenta og Enge (2020) i sin artikkel når de sier at bevis i grunnskolen er “matematisk gyldig argumentasjon som er uttrykt på en måte som passer og er kjent for en gitt elevgruppe” (s.1). De tar utgangspunkt i Jeannotte og Kieran sin modell for matematisk resonnering for å forklare hva argumentasjon er, men refererer til kjerneelementets beskrivelse av argumentasjon der det står at elevene skal “bevise at *dette* er gyldig” for å tydeliggjøre at argumentasjonen må være matematisk gyldig.

I rapporten til Niss og Jensen (2002), når de ser på matematikklæreres kompetanser, sier de at det i grunnskolen er grenser for hvor dyptgående og detaljert man kan arbeide med matematisk bevisføring (s.94). Mona Røsseland (2005) belyser den samme kompetansebaserte beskrivelsen av matematikkfaget som Niss og Jensen har utviklet i sin rapport. Når hun skriver om resonneringskompetanser, sier også hun at det ikke er forventet at elever på barnetrinnet skal gjennomføre bevisførsel i en streng betydning av begrepet (s.15). Hva Røsseland mener med *bevisførsel i streng betydning av begrepet*, utdyper hun ikke. Vi kan derfor ikke si noe spesifikt om hvilke typer av bevis det her er snakk om, men vi tenker det kan kobles til Jeannotte og Kieran (2017) sin prosess å bevise formelt. Denne prosessen har vi tidligere nevnt at kan tenkes å inngå i kjerneelementet Resonnering og argumentasjon, men at det kanskje ikke er naturlig å implementere denne typen bevis i matematikkundervisningen på barnetrinnet. Vi forstår ikke dette som at elever på barneskolen *ikke* skal arbeide med bevis, men at hvilke krav som stilles til det gitte beviset må justeres etter elevenes kompetansenivå.

Herbst (2002) beskriver vanskeligheten med å lære bort bevis i amerikansk matematikkundervisning i det tjuende århundre, og viser til flere tilnærminger som har blitt tatt i bruk i tekstbøker for å mestre denne undervisningen. Oppsummert deler Herbst historien inn i tre epoker: *tekstens epoke (The Era of Text)*, hvor elevene skulle reprodusere bevis; *originalenes epoke (The Era of Originals)*, hvor elevene skulle lage bevis og *øvelsens epoke (The Era of Training)*, der elevene skulle lære å bevise. Arbeidet i tekstens epoke trente elevenes evner til å resonnerer, men verifisering av resonnementene fikk liten plass (Herbst, 2002, s.289). Etter hvert begynte undervisningen å bevege seg bort fra å bare gjengi en tekst og reprodusere bevis til at elevene skulle lage bevisene selv. I originalenes epoke fikk derfor elevene mulighet til å lage bevis for "originale" påstander (Herbst, 2002, s.290). Bevisene

som ble gitt i denne epoken var av en mer generell karakter der elevene måtte utvikle noe på egenhånd. Bevisene ble etter hvert sett på som “for få og for vanskelige” (Herbst, 2002, s.299, vår oversettelse), og Young et al. (1899) mente at de heller burde være “mange, enkle og nøye tilpasset” (s.136, sitert i Herbst, 2002, s.299, vår oversettelse). Utviklingen fra originalenes epoke til øvelsens epoke handlet om at arbeidet med bevis ikke lenger var ment som muligheter for å utvikle nye ideer, men til å praktisere det som allerede var lært (Herbst, 2002, s.300). Herbst fokuserte på geometrifaget i sin historiske redegjørelse, men vi finner det likevel aktuelt å trekke koblinger til vår studie, da utviklingen av bevis som blir beskrevet kan gjelde generelt for arbeid med bevis i matematikkfaget.

2.1.4 Resonnering, argumentasjon og bevis

Ordene resonnering, argumentasjon og bevis kommer ofte sammen (Valenta & Enge, 2020, s.2). Hemmi et al. (2013) sier også at ordene (matematisk) resonnering og argumentasjon ofte brukes i sammenheng med bevis (s.358). Dette kommer tydelig til syne i det vi gjør rede for begrepene resonnering, argumentasjon og bevis ovenfor.

Vi har i denne teorigjennomgangen gjort rede for begrepene resonnering, argumentasjon og bevis med utgangspunkt i et utvalg matematikkforskere. Alle begrepsredegjørelsene er brede og omfatter elementer vi ikke finner i kjerneelementet Resonnering og argumentasjon. Med bakgrunn i koblingene som finnes mellom de tre begrepene resonnering, argumentasjon og bevis i forskningslitteraturen og hvordan dette kan knyttes til kjerneelementet Resonnering og argumentasjon, har vi valgt å se de tre begrepene i sammenheng videre i studien. Når vi videre i oppgaven nevner begrepene resonnering og argumentasjon, er det slik vi har tolket beskrivelsene av dem i kjerneelementet vi tar utgangspunkt i dersom det ikke er spesifisert hvilken definisjon vi sikter til. Vi bruker skrivemåten "Resonnering og argumentasjon" når vi refererer til selve kjerneelementet.

2.2 Tidligere forskning

Det har blitt utviklet en rekke rammeverk for å analysere bevis i matematikklæreplaner og matematikkbøker, og mange av rammeverkene bygger på hverandre. Vi går i denne delen gjennom rammeverk vi selv bruker for å utvikle vår metode, i tillegg til at vi gjør kort rede for

et rammeverk vi ikke spesifikt tar i bruk. Dette for å gi et bedre bilde av helheten og koblingene som finnes i forskningsfeltet.

2.2.1 Resonnering, argumentasjon og bevis i matematikklæreplaner

Hemmi et al. (2013) gjennomførte en studie hvor de analyserte bevisrelaterte kompetanser innen estisk, finske og svenske matematikklæreplaner for å lage et rammeverk for bevisutvikling. Det analytiske rammeverket kan knyttes til utvikling av elevenes forståelse og ferdigheter når det gjelder argumentasjon og matematisk bevis (s.354). For å definere bevis blir Stylianides (2007) sin definisjon brukt. Med utgangspunkt i en litteraturgjennomgang har Hemmi et al. utviklet en kategorisering av bevisrelaterte kompetanser, bestående av seks kategorier, som kan brukes til å analysere og vurdere hvordan læreplaner legger opp til utvikling av kompetanser for å arbeide med bevis. De seks kategoriene er: *bevis*, *argumentasjon*, *undersøkelser*, *struktur*, *definisjoner*, *logikk*. Hemmi et al. konkluderer med at det analytiske rammeverket som ble opprettet og brukt i denne studien viste seg å være nyttig i analysen av bevisutvikling i skolens læreplaner. Det avslørte også ulike styrker og mangler i den forventede fremgangen til elevenes kompetanse knyttet til bevis.

Valenta og Enge (2020) gjennomførte en studie der de undersøkte hvordan læreplanen LK20 legger opp til utvikling av elevers kompetanse relatert til arbeid med bevis i grunnskolen. De undersøkte *bevisrelaterte* kompetanser med bakgrunn i at de forstod kjerneelementet *Resonnering og argumentasjon* som deduktivt. Analysen deres bygger på rammeverket av Hemmi et al. (2013) som vi kort gjorde rede for ovenfor. I tillegg bruker de Jeannotte og Kieran (2017) sin modell for matematisk resonnering, der de inkluderer de to kategoriene *leting etter likheter og ulikheter* og *validering*, som utgjør prosess-aspektet, da det er disse som er relevant for deres studie. Valenta og Enge påpeker at det er en del forskjeller mellom de ulike prosessene, men at det de har til felles er at de “fører til utledning av påstander om matematiske objekter som kan være sanne eller usanne” (2020, s.6). Gjennom sin analyse finner Valenta og Enge ingen formuleringer i kompetansemålene eller underveisvurdering knyttet til enkelttrinn som viser direkte til bevis eller det å bevise, men de er åpne for at det er mulig å tenke at det å bevise er innbakt i begrepet argumentasjon (2020, s.12). De har i sine resultater oppsummert formuleringer i LK20 innen hver kategori av bevisrelaterte kompetanser på de ulike trinnene. Funnene deres viser at læreplanen gir mulighet for å jobbe

med bevis gjennom hele grunnskolen, hovedsakelig i tre kategorier (undersøkelser, argumentasjon og struktur), men mangler knyttet til de resterende kategoriene (bevis, definisjoner og logikk), kan være til hindring for utvikling av elevers bevisrelaterte kompetanser.

Ved å sammenfatte Hemmi et al. (2013) sitt rammeverk og Jeannotte og Kieran (2017) sin modell, har Valenta og Enge (2020) gjennomført en systematisk analyse av læreplanen. De sier at en slik systematisk analyse “vil være viktig for senere forskning knyttet til arbeid med bevis i undervisning, læremidler og læringsressurser som tar utgangspunkt i LK20” (s. 3-4). Da vår studie omhandler nettopp dette, er deres analyse svært relevant. Vi har ikke benyttet oss av hele analysen, men deler av innholdet har vært en god støtte i vårt eget arbeid. Valenta og Enge presiserer at selv om LK20 åpner for muligheter for at elever skal utvikle bevisrelaterte kompetanser gjennom grunnskolen, er mye overlatt til lærebokforfattere og lærere. De kommer videre med en forhåpning om at mulighetene som finnes i læreplanen blir ivaretatt av lærebokforfatterne og lærerne. I vår studie vil vi undersøke i hvilken grad lærebokforfatterne har ivaretatt mulighetene.

2.2.2 Resonnering, argumentasjon og bevis i matematikkbøker internasjonalt

Bieda et al. (2014) gjennomførte en studie der de så på muligheter for resonnering-og-bevis (RP), slik det er definert av Stylianides, i grunnleggende matematikkbøker for mellomtrinnet publisert i USA. I deres arbeid har de sett på syv lærebøker, og fokusert utelukkende på resonnering- og bevismuligheter i skriftlige oppgaver. Metoden Bieda et al. har valgt i denne studien er innholdsanalyse, og de har utviklet et analytisk rammeverk som de har tilpasset fra eksisterende rammeverk (Thompson, Senk, & Johnson, 2012; Stylianides, 2009). I sin analyse starter de med å kode annenhver leksjon eller undersøkelse i hver enhet i hver lærebok. De identifiserte problemer som ble ansett å gi mulighet til arbeid med resonnering og bevis.

Den første fasen av kodingen innebar å identifisere problemer fra en side som inneholdt følgende nøkkelord og setninger: *forklar, beskriv, forutsi, vis, skriv en regel, fortell hvorfor, fortell hvordan, begrunn og bevis* (Bieda et al., 2014, s.4, vår oversettelse). Etter denne fasen ble problemene kodet i fire ulike kategorier: *type problem, hensikten med problemet, tiltenkt utfall av problemet og type argument fremkalt* (Bieda et al., 2014, s.5, vår oversettelse). Når

problemer ble identifisert av et nøkkelord ble de tildelt en problemkode for å stadfeste hvilket type problem det var: *fortelling, elevøvelser, utvidelser, vurderinger* (Bieda et al., 2014, s.4, vår oversettelse). Etter tildelingen av problemkoden, tolket de konteksten til en oppgave for å bestemme hensikten med den aktuelle koden: *fremsette påstander, rettferdiggjøre påstander, fremsette og rettferdiggjøre påstander, vurdere begrunnelser* (Bieda et al., 2014, s.4, vår oversettelse). For å kode for tiltenkt utfall av problemet, tolket de den skrevne teksten for å bestemme hvilken type respons som ble fremkalt: *bevis argument, ikke-bevis argument* (Bieda et al., 2014, s.4, vår oversettelse). Når det var nødvendig, så de på lærerens veiledningsmateriell for å finne ut av hvilken type respons som ble forventet fra elevene. Den siste fasen av analysen innebar å anvende definisjonene til Stylianides (2009) for å kode hvilke type argumenter som ble fremkalt: *Demonstrasjon, generisk eksempel, empirisk, begrunnelse* (Bieda et al., 2014, s.4, vår oversettelse). Dette blir gjort for å ytterligere kategorisere problemer som er identifisert som resonnerings- og bevismuligheter. Etter å ha gjennomført denne studien fant de at resonnerings- og bevisoppgavene er en svært liten prosentandel av det totale antallet potensielle oppgaver for materialene de gjennomgikk (Bieda et al., 2014, s.6). I dette rammeverket, er det i hovedsak nøkkelordene og setningene fra den første fasen vi har tatt utgangspunkt i. Vi har også hentet inspirasjon fra resten av rammeverket, selv om vi ikke har fulgt hver fase.

McCrary og Stylianides (2014) har gjennomført en studie om resonnement og bevis i matematikklærebøker for fremtidige grunnskolelærere. I denne studien undersøker de hvordan matematikklærebøker kan støtte og fremme utviklingen av resonnement og bevis hos lærerstudenter. De utførte en detaljert analyse av flere matematikklærebøker for å identifisere hvor og hvordan forfatterne inkluderte resonnement og bevis i bøkene. Det første trinnet i McCrary og Stylianides sin analyse var å bestemme hvordan de skulle finne resonnement og bevis i disse lærebøkene. I denne bestemmelsesprosessen søkte de etter resonnement og bevis i bøkene uten å lese hvert kapittel og avsnitt. I løpet av denne prosessen vendte de oppmerksomheten mot informasjonssidene til lærebøkene. De startet analysen med å utvikle en liste over termer. De tok utgangspunkt i Stylianides (2008) sine to hovedaktiviteter som omfatter bevis og utformet denne listen, som de mente inneholdt logiske indikatorer på resonnement og bevis:

1. Under å generere matematiske generaliseringer hadde de termene *antakelse, generalisering og resonnement*

2. Under å rettferdiggjøre matematiske generaliseringer hadde de:
 - a. (1) termer som relaterer seg til utviklingen av matematiske argumenter: *antakelse, sammensatt eller betinget utsagn, deduktivt og indirekte resonnement, definisjon*;
 - b. (2) termer som relaterer seg til forskjellige funksjoner som et argument eller et bevis kan ha: *forklaring, motbevis, begrunnelse*; og
 - c. (3) termer som relaterer seg til forskjellige bevismetoder: *motsetning, moteksempel, indirekte bevis, matematisk induksjon*, samt termen *bevis* i seg selv.

(McCrary & Stylianides, 2014, s.120-121, vår oversettelse).

Etter å ha utviklet listen med termer går McCrary og Stylianides (2014) tilbake til sidene der de har fått treff på søkeordene sine og stiller tre spørsmål: "*Er den refererte siden om resonnering og bevis?*", "*På den refererte siden, hvordan brukes eller presenteres begrepet?*", "*Indikerer den refererte siden til hvordan begrepet er knyttet til, eller brukt, i andre deler av tekstboken?*" (s. 121, vår oversettelse).

McCrary og Stylianides konkluderer med at matematikklærebøker kan være en verdifull ressurs for å utvikle studentenes evne til å resonnerer og bevise matematiske påstander, men at det er behov for mer fokus på dette i lærebøkene. De foreslår at lærebokforfattere bør være mer bevisste på å inkludere eksempler på resonnement og bevis i bøkene, og at lærere bør være oppmerksomme på disse elementene når de velger lærebøker for sine klasser. Generelt sett gir McCrary og Stylianides oss et interessant innblikk i hvordan resonnement og bevis kan integreres i matematikklærebøker for å støtte og fremme utviklingen av disse ferdighetene hos lærerstudenter. Dette rammeverket er svært relevant for oss, da vi har kunnet bruke store deler av det som utgangspunkt for utviklingen av vårt eget rammeverk. Hvordan vi har gjort dette kommer vi tilbake til når vi gjør rede for metoden i denne studien i 3.0.

2.2.3 Resonnering, argumentasjon og bevis i norske matematikkbøker

Pettersen skrev i 2022 en masteroppgave om hvilke muligheter som finnes for resonnering og argumentasjon i norske matematikklærebøker for 5.-7.trinn. Studien inkluderte lærebøker fra tre ulike forlag, hvor alle hadde blitt laget etter innføringen av LK20. Det var denne studien som ga oss ideen til vår egen studie, da vi så mulighet for å kunne bidra til å gi et bedre bilde av mulighetene som finnes ved å inkludere lærerveiledningene til de analyserte lærebøkene. I 2.2.2, ovenfor, var det naturligvis ikke kjerneelementet Resonnering og argumentasjon som var bakgrunnen for forskningen. I Pettersen (2022) spiller derimot kjerneelementet en viktig rolle.

Stylianides (2007) sin definisjon av bevis er sentral i Pettersen sin analyse, da hun legger til grunn at Resonnering og argumentasjon slik det er definert i læreplanen er deduktiv. Metoden som brukes er dokumentanalyse av Bowen (2009), og rammeverkene til Bieda et al. (2014), McCrory og Stylianides (2014) og Hemmi et al. (2013) ligger til grunn for Pettersens eget rammeverk. Pettersen gjennomførte en systematisk analyse av tekstmaterialet i bøkene. Første del gikk ut på å identifisere deler av lærebøkene som kunne inneholde mulighet for resonnering og argumentasjon. Dette ble gjort ved å utforme en ordliste bestående av ord som kunne være til hjelp for å finne disse mulighetene, for deretter å søke etter alle forekomster av ordene i alle lærebøkene. I neste del ble forekomstene dypere analysert da hun undersøkte plasseringen av søkeordene og hvordan de ble brukt. Her prøvde Pettersen å gjenkjenne mønstre for hvilke bruksområder som ville gi muligheter for resonnering og argumentasjon (2022, s.23).

Funnene i studien viser at ordene knyttet til resonnering og argumentasjon ble brukt sjeldent eller aldri i de undersøkte lærebøkene, og at ordene som fant sted i lærebøkene ikke ga mulighet for resonnering og argumentasjon slik læreplanen definerer (Pettersen, 2022, s.51). Pettersen peker på at dette står i kontrast til oppfordringen om at kjerneelementene skal ha en sentral rolle i matematikkundervisningen, men foreslår videre forskning for å fullt forstå mulighetene for resonnering og argumentasjon som den undersøkte læreboken gir. I vår oppgave ønsker vi som sagt å forske på lærerveiledningene tilhørende de undersøkte lærebøkene, og på denne måten forstå bedre hvilke muligheter som finnes i de gitte læreverkene.

3.0 Metodologi og metode

Vi ønsket å analysere lærerveiledninger og undersøke hvilke muligheter som finnes i disse, noe som gjorde dokumenter til vårt datamateriale. Når dokumenter i seg selv blir datamateriale, blir metoden som tas i bruk *dokumentanalyse*. Vår studie bygger på Pettersen (2022) sin forskning der hun benytter seg av Bowen (2009) sin dokumentanalyse. I vår forskning har vi en liknende tilnærming og det ble derfor naturlig at også vi tok utgangspunkt i denne. Bowen strukturerer analysen inn i tre faser: skimming, lesing og tolkning. Disse fasene har vært utgangspunktet når vi har utformet vår egen metode.

Vi vil i dette kapitlet gjøre rede for metoden vi har brukt i vår studie. Vi presenterer først den overordnede dokumentanalysen før vi går i dybden på hvordan vi har kombinert denne med metoder og rammeverk brukt i tidligere forskning for å komme frem til vår valgte metode. Vi presenterer også datamaterialet som er analysert. Avsluttende del av kapitlet inneholder refleksjoner gjeldende studiets gyldighet og etiske aspekter.

3.1 Bowens dokumentanalyse

Bowen (2009) forklarer at dokumentanalyse som kvalitativ forskningsmetode er en “systematisk prosedyre for gjennomgang eller evaluering av dokumenter - både trykt og elektronisk materiale” (s.27, vår oversettelse). I vårt tilfelle er materialet hovedsakelig trykt, men vi har hatt delvis tilgang til det samme materialet i elektronisk form. Dokumentanalyse har, som Bowen stadfester, hovedsakelig fungert som et komplement til andre forskningsmetoder, men har også blitt brukt som en frittstående metode (Bowen, 2009, s.29), slik som i vår forskning.

Et viktig poeng Bowen kommer med, er at forskere bør vurdere det opprinnelige formålet til dokumentet, altså grunnen til at det ble produsert og målgruppen det ble produsert til (s.33). Dette har vært et viktig fokus for oss da vi ser på dokumentenes forhold til opprinnelsen av produksjonen. Dokumentene har kommet som et resultat av en ny læreplan, og har blitt produsert med bakgrunn i denne. Vi ønsker å se på i hvilken grad de svarer til målene som nevnes i læreplanen. Målgruppen for dokumentet er lærere og vi ønsker å se på om de er produsert på en måte som kommer nettopp lærerne til gode.

Når Bowen forklarer gangen i dokumentanalyse sier han at den innebærer skimming (overfladisk undersøkelse), lesing (grundig undersøkelse) og tolkning (s.32). Vår analyse er derfor todelt, der vi først har gjennomført en kort, overfladisk analyse, før vi har gått i dybden på empirien og tolket denne grundig. Denne todelingen forklares nærmere nedenfor. Selv om forskningen vår har innslag av kvantitativ metode, er den i hovedsak kvalitativ. Andelen kvantitativt arbeid er minimal i forhold til det kvalitative, noe som ikke gjør det til mixed methods. Selv det kvantitative arbeidet hadde kvalitativt arbeid i forkant. Dette fordi vi utarbeidet en ordliste som skulle brukes i den overfladiske, kvantitative analysen. Ordlisten var nøye utvalgt og forklares grundig senere.

3.2 Lærerveiledningene

Før vi kunne gå i gang med de nevnte fasene til Bowen måtte vi velge ut datamaterialet vårt. Da vår oppgave, som nevnt, tar utgangspunkt i den nye læreplanen, *Kunnskapsløftet 2020* (LK20), har vi naturligvis sett på læreverk som er publisert og utarbeidet med utgangspunkt i denne. Pettersen (2022) inkluderte i sin studie elevbøkene for 5.-7.trinn fra tre ulike forlag. Da vi ønsket å se sammenhenger mellom hennes og våre funn, var vår opprinnelig plan å velge lærerveiledningene for 5.-7.trinn fra de samme forlagene: Gyldendal, Cappelen Damm og Aschehoug. Sistnevnte forlag hadde ikke publisert sine nye lærerveiledninger for 5.-7.trinn da vi gjennomførte vår forskning, og derfor endte vi opp med å kun inkludere Gyldendals “Multi” og Cappelen Damms “Matematikk” i vår analyse. Multi er delt inn i en A og B bok for hvert trinn, mens Matematikk har én bok per trinn. Totalt inkluderer vår analyse 9 bøker: Multi 5A, Multi 5B, Multi 6A, Multi 6B, Multi 7A, Multi 7B, Matematikk 5, Matematikk 6, Matematikk 7.

Figur 1 og figur 2 viser et bilde av hvordan hvert læreverk legger opp sine sider. Hos begge læreverkene finner man en eksakt kopi av elevenes bok, instruksjoner til hver oppgave, tilleggsaktiviteter og informasjon om temaet. Det er lærerens instruksjoner som har hatt hovedtyngden i vår analyse, men vi har inkludert funn fra elevbøkene i tillegg.

Matematikk

Automatisering av tallvenner


Elever som har automatisert alle oppdelingene av tallene (tallvennene) fra 1 til 10, har gode forutsetninger for å lykkes og trives med matematikken. Automatisering av tallvennene vil for eksempel hjelpe med å finne alle tallpar som til sammen blir 8. Når denne kunnskapen er automatisert, går det mye raskere å regne i hodet. Når elevene for eksempel vet at $5 + 3 = 8$, vil de videre se sammenhengen til subtraksjon, $8 - 3 = 5$ og $8 - 5 = 3$. De vil også være i stand til å overføre dette til $50 + 30 = 80$ osv. Automatisering av tallvennene er derfor grunnleggende for effektive strategier i addisjon og subtraksjon.

De elevene som tillegg klarer å automatisere tallvennene opp til 20, vil få det mye lettere når de skal addere og subtrahere tall med tverrogangstall. Når de for eksempel har automatisert at $7 + 8 = 15$, kan de bruke den kunnskapen til å regne ut $45 + 8 = 40 + 13 = 53$.

Metoder for automatisering av tallvenner

Tallvenner på akseplanen
Gjennom hele medlemsområdet bør tallvennene opp til 20 periodiseres på akseplanen på samme måte som øvede.

Spill som metode
I arbeid med automatisering av tallvenner er hode-regning og ulike spill ofte mer effektivt enn regning på papir. Det finnes mange terning- og kortspill som er gode å bruke til dette. Vi gir her eksempel på et kortspill som kan brukes til automatisering av alle tallvennene opp til 13. Eksemplet viser spillet brukt på terningene.



Bruk alle kortene fra 1 (ess) til 10 i en vanlig kortstakk. To elever spiller sammen.

- Spillere deler kortbunken mellom seg i to like store dekk. To kortbunke legges på bordet foran hver spiller.
- Spiller A snur øverste kort i sin bunke og legger det på bordet ved siden av kortet til spiller A. Hvis summen av de to kortene er 10, står den eleven som først er det, hender over kortene og legger begge kortene under i sin bunke. Hvis summen ikke er 10, blir kortene ligglømt.
- Spiller A legger så sitt øverste kort oppå sitt forrige kort. De to synlige kortene er nå spiller B sitt kort og spiller A sitt nye kort. Hvis disse kortene danner 10, kan raskest spiller slå hånden sin over begge kortbunken og vinne dem. Hvis ikke, går spillet videre ved at spillerne eller tur legger opp kort til de to synlige kortene danner summen 10 og en av spillerne «snapper» disse.

Hvis en spiller ute i spillet legger en ut, kan den som er raskest, slå på denne. Da vinner han hele den bunken som tieren ligger på, mens den andre bunken blir ligglømt.

Hvis en spiller klarer å kjempe til seg alle kortene fra motspilleren, har han vunnet.

Løsningsforlag

En mulig strategi kan være å bruke 7 gangen og 2-gangen. Svaret 17-gangen må være et partall, ellers går ikke resten opp i 2-gangen. Eksempel 6 marthøner med 7 prikker = 42 prikker. Da er det 58 prikker igjen. To på hver marthøne gir 29 marthøner med 17 prikker. Dette er en av mange løsninger. Tenk på samme måte når det gjelder 3 og 6 prikker. La elevene finne ut hvorfor denne ikke har noen løsninger.

Utvid oppgaven
Utfordre flinke og raske elever til å prøve å lage liknende oppgaver. Oppgavene må ha én eller flere løsninger.

Figur 1: Hentet fra Matematikk 5 Lærerveiledning, Cappelen Damm, s.10-11.

Multi

Addisjon og subtraksjon

I dette dekkapitlet skal elevene arbeide med addisjon og subtraksjon av brøker både med like og ulike nevner. Elevene lærer også å bruke denne regning i praktiske oppgaver og til å løse tekstopp-gaver.

Matematisk innhold

- Addisjon og subtraksjon av brøker med like nevner

Utstyr

- Eventuelle konstruksjons-utstyr som brøkbrikker (kopier 5.153, 5.155) og brøksirkler (kopier 5.147 a-c)

Hva skal gjøres?

Side 66

Nr. 2.66

I denne oppgaven skal elevene gå gjennom de seks oppgavene på rutenettet og vurdere hvilke som er regnet riktig, og hvilke som er regnet feil. Mens dem gjørne på at de skal kunne forklare tyver for et regnestykke er riktig, eller hvorfor de mener det er feil.

I en oppsummering kan dere gjøre ta for dere ett og ett regnestykke. La elevene komme med argumenter for hvorfor regnestykket er riktig, eventuelt hvorfor det ikke er riktig. For å få fram ulike reson-nementer er det lurt å stillen spørsmål: Er det noen som har tenkt på en annen måte?

Noen forklaringer kan være:

- $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2}{5}$ Regnestykket er feil. Om du splitter $\frac{1}{2}$ i to deler og så spør $\frac{1}{3}$ har du spist $\frac{2}{3}$ av kaka. Vi kan ikke legge sammen nevnerne.
- $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$ Regnestykket er riktig fordi $\frac{1}{2}$ er halvparten av $\frac{3}{3}$, og $\frac{1}{3}$ er $\frac{1}{3}$.

Addisjon og subtraksjon av brøker med ulike nevner

La elevene gjørne i par. I tillegg til å forstå hva de to eksensene viser, i gjennomgangen i fellesskap er det lurt å lokkare på modellen og på tallriene, slik at elevene senere kan lage tilsvarende illustrasjoner til oppgaver de syns er utfordrende. Addisjon.

Kun til vurdering

2.68 Bruk tallrikk. Skriv regnestykket og finn svaret.

2.69 Regn ut.

2.70 Er disse to deler like store? Hvor stor del av pizzaen har jentene spist til sammen? Hvor stor del av pizzaen er igjen?

2.71 Eirik skal ha med seg 3 liter vann på tur. Han fylter opp flasken som ser ut i figuren. Hvor mange liter vann trenger han? Hvor mye vann har Eirik med seg om han fylter fire flasker på 1 liter og to flasker på 0,5 liter? Er det noe han ikke har med seg? Hvor stor del av vannet har han igjen?

2.69 Hvordan henger modellen og regnestykket sammen? Rektangellet er delt i 6 deler, som nevneren i brøken. $\frac{1}{6}$ er fargelagt i én farge, $\frac{1}{6}$ er annet.

2.70 Hvor mange deler av tallrikket er det? Hvor stort er det regnestykket? (Det viser svaret på regnestykket.)

2.71 Hva betyr hoppet på tallrikket? (Det viser at det regnet akkurat der?) (Det starter på $\frac{1}{2}$, fordi $\frac{1}{2}$ skal legges til.)

Nr. 2.69 Elevene regner ut svarene på regnestykkene. De må gjerne tegne modeller eller bruke tallrikk som hjelp til utregning.

Nr. 2.70 Elevene skal lese tekstopp-gaven ved hjelp av brøker. Det er viktig at de skriver både regnestykke og svarlekk til hver opp-gave.

Nr. 2.71 La gjørne elevene jobbe sammen og to med to med opp-gavene. Opp-gavene elevene må bruke god tid på å lese alle leksene til hver opp-gave og sette seg god inn i hva leksene beskriver, og hva det spørres etter. I tillegg de finne ut hvor mange liter Eirik trenger av hver type. Dette fins det mange ulike svar på. Du kan gjørne utfordre elevene til å finne flere ulike svar.

Forklaring

De elevene lage modelltegning eller regne på tallrikk når de skal løse opp-gavene. Poenget er antall deler i modellen.

Mine ideer

Fleire aktiviteter

Kopier 5.153, 5.152 og 5.172 har opp-gaver der elevene får øve mer på addisjon og subtraksjon av brøker med like nevner.

Brøkyramider

Lag brøkyramider til elevene som de gjør lengst. I en slik pyramide skal hvert tall være lik summen av de to tallene i raden under. Om den ned-erste raden er gitt, opp-gaver, bruker elevene addisjon for å regne seg opp-gaver. Om noen tall opp-gaver i pyramiden er gitt, må elevene bruke subtraksjon for å regne seg ned-er.

modelltegningen må samsvare med nevneren i brøken. Nevneren forteller hvor mange deler helheten er delt inn i, telleren hvor mange slike deler vi har.

Fasit: $a) \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$ $b) \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

Fleire aktiviteter

Kopier 5.153, 5.152 og 5.172 har opp-gaver der elevene får øve mer på addisjon og subtraksjon av brøker med like nevner.

Brøkyramider

Lag brøkyramider til elevene som de gjør lengst. I en slik pyramide skal hvert tall være lik summen av de to tallene i raden under. Om den ned-erste raden er gitt, opp-gaver, bruker elevene addisjon for å regne seg opp-gaver. Om noen tall opp-gaver i pyramiden er gitt, må elevene bruke subtraksjon for å regne seg ned-er.

Figur 2: Hentet fra Multi 5A Lærersens bok, Gyldendal, s.66-67.

3.3 Ordlisten

For å sette i gang med analysen av lærerveiledningene måtte vi ha et verktøy som kunne hjelpe oss på veien. Det ble tidlig klart for oss at vi skulle utforme en ordliste for å kunne identifisere og finne muligheter for Resonnering og argumentasjon i lærerveiledningene. Ordliste som identifiseringsverktøy er mye brukt av andre i samme forskningsfelt. Bieda et al. (2014) brukte i sin første fase av kodingen en liste med nøkkelord og setninger for å identifisere oppgaver, eller *problemer*, som de undersøkte. Ordlisten de brukte inneholdt ordene: *forklare, beskrive, forutsi, vise, skrive en regel, fortell hvorfor, fortell hvordan, begrunne og bevise*. Også McCrory og Stylianides (2014) startet prosessen sin med å utvikle en ordliste. De tok utgangspunkt i Stylianides (2008) sine to hovedaktiviteter som omfatter bevis, og utformet en liste som de mente inneholdt logiske indikatorer på resonnement og bevis. Under første hovedaktivitet, som handler om å generere matematiske generaliseringer, inkluderte de ordene *antakelse, generalisering og resonnement*. Den andre handler om å rettferdiggjøre matematiske generaliseringer. Der ble listen igjen delt opp i tre: (1) termer som relaterer seg til utviklingen av matematiske argumenter: *antakelse, sammensatt eller betinget utsagn, deduktivt og indirekte resonnement, definisjon*; (2) termer som relaterer seg til forskjellige funksjoner som et argument eller et bevis kan ha: *forklaring, motbevis, begrunnelse*; og (3) termer som relaterer seg til forskjellige bevismetoder: *motsetning, moteksempel, indirekte bevis, matematisk induksjon og bevis* (McCrory & Stylianides, 2014, s.120-121, vår oversettelse). Da vår studie bygger på Pettersen (2022) har vi naturligvis også tatt i betraktning hennes ordliste da vi skulle utforme vår egen. Hun sier at ordene som inkluderes i hennes undersøkelse er *forklare, begrunne, vise, bevise*, så vel som termene *resonnere og argumentere* selv. Med bakgrunn i Bieda et al. (2014), McCrory og Stylianides (2014) og Pettersen (2022), har også vi utformet en ordliste for å identifisere oppgaver som gir mulighet for Resonnering og argumentasjon: *argumenter, resonner, forklar, bevis, begrunn*.

Til å begynne med var også *vis* inkludert i vår ordliste. Dette fordi både Bieda et al. (2014) og Pettersen (2022) hadde inkludert ordet i sine ordlister og ordet blir gjerne brukt for å stadfeste at noe skal bevises. Bieda et al. (2014) forklarer at bevis er en prosess for å *vise* at en påstand alltid er sann (eller usann) (s.2, vår oversettelse). Vi tenkte derfor at dette var et viktig ord å ha med. Da vi startet prosessen med å telle antall forekomster av *vis* fant vi fort ut at det var veldig mange treff. I samsvar med veileder fant vi ut at det var mer lønnsomt å ikke inkludere

dette ordet i ordlisten. Antall forekomster var høy, men vi fant, etter en rask gjennomgang, at en stor andel av forekomstene ikke var relatert til Resonnering og argumentasjon, for eksempel slik: «Denne oppgaven viser...». Forhåpentligvis, og mest sannsynlig, vil vi ikke gå glipp av mange muligheter ved å utelate søkeordet. Det står ofte sammen med de andre søkeordene våre eller forekommer i oppgaver vi likevel analyserer. Vi har kanskje gått glipp av noen få oppgaver som kunne gitt gode muligheter for arbeid med Resonnering og argumentasjon, men vi føler gevinsten av å disponere tiden vår slik har vært større.

3.4 Overfladisk analyse (skimming)

Bowen (2009) forklarer at første steg i en dokumentanalyse innebærer skimming, altså en overfladisk analyse (s.32). I denne delen tar vi utgangspunkt i ordlisten som har blitt gjort rede for ovenfor. Ordlisten er et resultat av kvalitativt arbeid, men den overfladiske analysen vi nå skal gå gjennom er kvantitativ. Målet med denne analysen var å kartlegge antall forekomster av ordene våre uten å gå i dybden på hvilken kontekst ordet stod i. Denne fasen var nødvendig for å få en oversikt over hva vi senere skulle analysere dypere.

Den overfladiske analysen innebar å telle antall forekomster av hvert enkelt ord. Tellingen foregikk hovedsakelig manuelt, men når digitalt materiale var tilgjengelig, benyttet vi oss også av dette. Vi leste gjennom hver enkelt side og noterte ned alle forekomster av ordene. Tabellen under viser en skisse av hvordan vi samlet resultatene.

Begrep	*navn på bok*	*navn på bok*
	Lærerens bok	Elevbok/grunnbok
Argument (argumentasjon, argumenter, argumentere)		
Resonner (Resonnere, resonnering, resonnement, resonnementer)		
Forklar (Forklare, forklarer, forklar, forklaring)		
Bevis (Bevise)		
Begrunn (Begrunne, begrunnelse, begrunner)		

Figur 3: Skisse av tabell for antall forekomster av hvert begrep i hver bok

I tabellen vises alle ordene vi har søkt etter. I parentes viser vi til andre bøyninger av begrepene som vi også har inkludert. Antall forekomster av ordet i lærerens bok og i elevenes bok/grunnbok har blitt notert i de tomme rutene. Fullstendige tabeller fra den overfladiske undersøkelser ligger under vedlegg 1-9.

3.5 Dybdeanalyse

Etter det Bowen (2009) kaller skimming, kommer *lesing* (grundig undersøkelse) og *tolking*. Vi har valgt å kombinere disse to fasene i vår dybdeanalyse. I denne delen har vi undersøkt konteksten til hver forekomst av søkeordene i ordlisten for å kunne si hvorvidt det finnes muligheter for Resonnering og argumentasjon. Søkeordene våre er brukt for å oppdage hvor det kan finnes oppgaver som gir mulighet, men det er konteksten til disse ordene som er av størst interesse. Det er ikke bare setningen ordet står i vi har undersøkt, men hele den aktuelle oppgaven. Dette innebærer oppgaven i elevbok, i tillegg til instruksjonen som står under den gitte oppgaven i lærerens bok.

Når McCrory og Stylianides (2014) setter i gang med sin dybdeanalyse går de tilbake til sidene der de har fått treff på søkeordene sine. De stiller tre spørsmål: "*Er den refererte siden om resonnering og bevis?*", "*På den refererte siden, hvordan brukes eller presenteres begrepet?*", "*Indikerer den refererte siden til hvordan begrepet er knyttet til, eller brukt, i andre deler av tekstboken?*" (s. 121, vår oversettelse). Vi har benyttet oss av denne metoden, men utformet våre egne spørsmål. Spørsmålene er basert på McCrory og Stylianides sine, men er tilpasset vår studie:

1. I oppgaven, instruksjonen eller informasjonen der begrepet forekommer, hvordan brukes eller presenteres det?
2. Gir formuleringen mulighet for arbeid med Resonnering og argumentasjon på en deduktiv måte, slik det blir beskrevet i kjerneelementet?

Når begrepet *resonnering* i kjerneelementet forklares står det at elevene skal "forstå at matematiske regler og resultater *ikke er tilfeldige, men har klare begrunnelser*", videre står det om *argumentasjon* at elevene skal "begrunne fremgangsmåter, resonnementer og løsninger og *bevise at disse er gyldige*" (Kunnskapsdepartementet 2019, s.3, vår utheving).

Altså ligger det visse krav til resonneringen og argumentasjonen som skal foretas. Valenta og Enge (2020) sier at Resonnering og argumentasjon, slik det er definert i læreplanen, må være deduktiv. Dette har også Pettersen (2022) og Reid (2022) hevdet. Vi har i vår analyse, som vist i spørsmål 2, undersøkt om det finnes mulighet for Resonnering og argumentasjon på en *deduktiv* måte. Vi har brukt begrepene *konsistent* og *ikke konsistent* for å indikere om oppgaven som analyseres er deduktiv og dermed oppfyller kriteriene og er konsistent med definisjonen til kjerneelementet slik vi har tolket det. Når vi videre i oppgaven skriver at en oppgave er *konsistent*, innebærer det at det er mulighet for Resonnering og argumentasjon slik det er beskrevet i kjerneelementet, ifølge vår analyse. Det samme gjelder der vi skriver at det er mulighet for *deduktiv* resonnering, argumentasjon eller begrunnelse, eller at oppgaven krever et *bevis*.

I starten av analyseprosessen erfarte vi fort at vi anstrengte oss i overkant mye for å finne muligheter for Resonnering og argumentasjon. Siden vårt fokus ligger på nettopp dette, og vi ønsket å finne alle mulighetene, var det mulig å gjøre nær sagt alle oppgaver gode for dette. Derfor var vi nødt til å begrense oss selv i hvor kreative vi ble med å finne muligheter. Vi valgte å sette oss inn i rollen som “en vanlig lærer” der vi så for oss at vi skulle planlegge en undervisningsøkt med utgangspunkt i lærerveiledningen. I analysen av hver oppgave tenkte vi “dersom jeg så oppgaven og leste lærerveiledningen, ville jeg med utgangspunkt i dette lagt opp til arbeid med Resonnering og argumentasjon?”. Altså, vi skulle ikke lete etter muligheter til Resonnering eller argumentasjon i oppgavene, men se om lærerveiledningen faktisk har lagt opp til arbeid med dette.

3.5.1 Analyse utenom ordlisten

Underveis i analysen av begrepene i ordlisten, kunne vi se at begrepene dukket oftere opp i noen spesifikke oppgaver. Disse oppgavene undersøkte vi derfor grundigere. I tillegg til å finne oppgaver ved hjelp av ordlisten, har vi også undersøkt informasjonssidene for å finne ytterligere oppgaver å analysere. Dette fordi noen oppgaver kan være gode for arbeid med Resonnering og argumentasjon selv om de ikke inneholder ordene vi søkte etter. Nedenfor har vi gitt en kort forklaring på hvilke oppgaver vi fant interessante å se nærmere på. De tre første er oppgaver i Matematikk fra Cappelen Damm, mens de to siste er i Multi fra Gyldendal.

Samtale

Samtalerutene innleder hvert nye tema i kapitlene i Matematikk. Det er oppgaver som skal gjennomføres i form av samtale mellom lærer og elev. I informasjonssidene skriver forfatterne at

“Disse oppgavene skal gi elevene anledning til å komme med sine tanker og ideer og argumentere for disse. De får øvelse i å bruke det matematiske språket og de får innsikt i hvordan andre elever tenker”.

(Gulbrandsen et al., 2022, s.VII)

Ettersom ordet *argumentere* blir nevnt i instruksjonen til samtaleoppgavene, tenkte vi å gå nærmere inn på disse oppgavene.

Sant eller usant

Sant eller usant er en type oppgave som kommer i slutten av hvert kapittel. I informasjonssidene står det:

“Alle kapitlene har en samling sant eller usant som elevene skal vurdere og argumentere for om er sanne eller usanne. I slike oppgaver får elevene øvelse i å se kritisk på det som står i teksten.”

(Gulbrandsen et al., 2022. s.VIII)

Med bakgrunn i denne beskrivelsen, ønsket vi å se nærmere på disse oppgavene for å finne ut hvilke muligheter som finnes for Resonnering og argumentasjon, da den indikerer at det kan finnes mange muligheter der.

Utforsk sammen

I bokens informasjonssider skriver forfatterne hva som er hensikten med *utforsk sammen* oppgavene. Der står det:

“Gjennom hele boka presenterer Matematikk 5-7 varierte utforsk sammen oppgaver. Dette er oppgaver som elevene skal arbeide med i læringspar eller små grupper. Elevene skal reflektere, samtale og diskutere fremgangsmåter og løsningsstrategier og finne sine egne

måter å løse oppgavene på. Etterpå er det meningen at elevene skal presentere og argumentere for sine løsninger.”

(Gulbrandsen et al., 2020, s.VIII)

Ut fra denne beskrivelsen, virket dette som gode oppgaver når Resonnering og argumentasjon skal implementeres i undervisningen. Derfor ønsket vi å gå mer i dybden på disse oppgavene og analysere hver enkelt av dem.

Utforsking og forklaring

Utforsking

I *utforskningsoppgavene* i Multi, introduseres nytt stoff for elevene og de skal arbeide med dette “uten hjelp fra det påfølgende stoffet i boka” (Alseth et al., 2021a, s. VI).

Vår oppfatning tilsier at utforskningsoppgaver gir mulighet for elevene til å se og forstå sammenhenger, noe som igjen kan lede til deduktive resonneringer og argumentasjon. Dette støttes av Valenta og Enge (2020) der de refererer til Nunokawa (2010) som viser til at utforsking, forståelse, forklaringer og bevis henger sammen. Videre presiseres det at “utforsking ofte leder til at elever legger merke til en mulig sammenheng mellom matematiske begreper eller prosedyrer. Slike mulige sammenhenger må da forklares og bevises, noe som igjen fører til økt forståelse for matematiske sammenhenger og begreper” (Valenta og Enge, 2020, s.3). Ser vi på læreplanens kjerneelementer, ser vi at *utforsking* er en del av et annet kjerneelement. Det står at “utforsking i matematikk handler om at elevene leter etter mønstre, finner sammenhenger og diskuterer seg fram til en felles forståelse. Elevene skal legge mer vekt på strategiene og framgangsmåtene enn på løsningene” (Kunnskapsdepartementet, 2019, s.2). Her ligger ikke det samme kravet om bevisføring, som Nunokawa (2010) nevner, innbakt i kjerneelementet. Inndelingen av kjerneelementene kan tyde på at utforsking og bevis er to forskjellige ting, men i litteraturen finner vi sterke koblinger mellom disse. Med bakgrunn i sammenhengen mellom utforsking og bevis ønsket vi å se om det fantes muligheter i disse oppgavene som ikke ble avdekket av søkeordene våre. Etter utforskningsoppgaven kommer ofte en rute som kalles *forklaring*.

Forklaringsrute

Dette er ikke oppgaver elevene selv skal løse, men heller en gjennomgang av sentralt fagstoff som skal ledes av læreren. Vi fant det likevel interessant å gå gjennom, da disse rutene gjerne

kommer med informasjon og instruksjoner som kan minne om bevis. At disse delene kalles *forklaring* vekket også interessen vår, da det er et nøkkelord i vår analyse. Da disse seksjonene i stor grad avhenger av hvordan læreren ønsker å utnytte og ta i bruk forklaringen, har vi valgt å ikke analysere disse i dybden likevel. Noen av forklaringsrutene har blitt analysert på grunn av treff i ordsøk, i tillegg til at vi har sett raskt på de ulike forklaringene i hver bok for å kunne danne oss et visst bilde av mulighetene som finnes her.

3.5.2 Hvordan vi har kodet

I dette kapitlet vil vi vise hvordan vi har kodet i analyseprosessen, og vi har lagt ved noen eksempelfigurer for å tydeliggjøre dette. Funnene i tabellene er ikke reelle, men markert for å eksemplifisere. Analysen og kodingen vår utviklet seg mye i starten av prosessen, da det stadig var nye oppdagelser og utfordringer vi kom over. Vi bestemte oss derfor for å gjøre som Bieda et al. (2014), der de først analyserte én lærebok, og de resterende lærebøkene ikke ble analysert før koderne nådde en akseptabel avtale (s.6). Vi begynte altså med å kode én lærerveiledning og ventet med de andre til vi hadde en klar, felles formening om hvordan vi ønsket å analysere og kode. På denne måten sikret vi at alle lærerveiledningene ble behandlet likeverdige. All analyse i denne studien har blitt gjennomført i fellesskap.

Målet med kodingen var å tydeliggjøre funnene våre. Først og fremst har vi kodet for å finne antall forekomster av søkeordene, og deretter har vi gått gjennom hvert enkelt funn for å se etter hvilke muligheter som finnes for Resonnering og argumentasjon. I tillegg til dette var også målet å se på forskjellen mellom antall forekomster i lærerveiledningene kontra elevbøkene, for å se hvilken støtte lærerveiledningene kan være.

Nedenfor har vi laget en eksempeltabell som illustrerer hvordan vi analyserte og kodet i starten av analyseprosessen. Antall forekomster av ordene og sidetall ble skrevet inn her i den overfladiske analysen. Vi utvidet den samme tabellen da vi gikk over til dybdeanalysen, hvor vi undersøkte om ordene hadde blitt brukt på en konsistent måte eller ikke. Hvordan vi avgjorde dette vil bli forklart grundigere nedenfor. Hele oppgaven har blitt undersøkt for å kunne konkludere, men det er ordet i seg selv vi har kodet.

Tabell med alle forekomster av søkeordene

	Argumenter	Resonner	Forklar	Bevis	Begrunn
Side	** (i)	** (i)	** (i)	** (i)	** (i)
	** (K)	** (IK)	** () (IK)	** (K)	** (K) (elevbok)

** = sidetall

(i) = informasjon

(K) = Konsistent bruk av begrepet

(IK) = IKKE konsistent bruk av begrepet

() = antall forekomster - hvis flere enn én

Figur 4: Skisse av tabell for forekomster av søkeordene, inkludert koding av hver forekomst.

Noen av forekomstene, gjerne de første treffene i hver bok, ble kodet med (i), for *informasjon*. Dette var forekomster av ordene der de kun inngikk som en del av informasjon til læreren, ikke i en oppgave eller aktivitet som kunne gi elevene mulighet for deduktiv resonnering eller argumentasjon. Vi valgte å ikke avgjøre om disse var konsistente eller ikke, da vi fant det lite hensiktsmessig. De resterende, og flertallet av ordene ble kodet med (K), for *konsistent* eller (IK), for *ikke konsistent*. Her noterte vi også ned antall forekomster av ordet på samme side, og om ordet stod i lærerens eller elevens bok. Hvert enkelt av søkeordene fikk en ny tabell, der vi hentet ut de konsistente forekomstene for videre analyse, slik:

Søkeord

*Tar utgangspunkt i tabellen med alle forekomster av søkeordet og ser kun på sider/oppgaver der begrepet er konsistent med læreplanens beskrivelse av Resonnering og argumentasjon, og vår tolkning av denne.

Side	*søkeord* i lærerens bok	*søkeord* i elevenes bok	Spesifikk	Generell
**				
**				
** ()				

Funn

Ingen farge: ingen funn

** = sidetall

() = antall forekomster - hvis flere enn én

Figur 5: Skisse av tabell for analyse av de konsistente forekomstene av hvert enkelt søkeord.

Opgavene som blir analysert i tabellen er *kun* oppgavene som ble konstatert *konsistente* tidligere i analyseprosessen. I tabellen har vi gjort rede for om søkeordet fant sted i lærerens bok, elevens bok eller i begge. Vi har også valgt å avgjøre om hver oppgave krever et spesifikt bevis til den gitte oppgaven eller om beviset skal være av en generell karakter. Bevis som har en generell karakter kan for eksempel bevise noe som gjelder for “alle mulige tall”. Som vist i eksempeltabellen kan én og samme oppgave bli kodet både som spesifikk og generell. Alle søkeordene ble analysert på denne måten, men ordet *forklar* analyserte vi grundigere. Bakgrunnen for dette var at *forklar* forekom mange ganger og det var stor variasjon i ordlyden.

Ulike måter å bruke *forklar*

Side	Ordlyd	Konsistent	IKKE konsistent
**	Forklar hvorfor...		
**	Forklar hvordan...		
**	Forklar tankegang		

Funn

Funn

Ingen farge: Ingen funn

** = sidetall

Figur 6: Skisse av tabell for koding av begrepet forklar.

Hver forekomst av *forklar*, med sidetall, har blitt notert i tabellen. Videre har ordlyden til hver av forekomstene blitt notert, før vi har tydeliggjort om den aktuelle ordlyden ble brukt på en *konsistent* eller *ikke konsistent* måte.

I tillegg til å analysere oppgaver funnet ved hjelp av ordlisten, gjennomgikk vi som nevnt ytterligere oppgaver som kunne være av interesse. Én av oppgavetyperne vi analyserte, kodet vi i en egen tabell:

Analyse av “utforsk sammen” oppgavene

Side	Resonnering og/eller argumentasjon i lærerens bok	Resonnering og/eller argumentasjon i elevenes bok	Konsistent	IKKE konsistent	Spesifikk	Generell
**						
**						
**						

Funn

Funn

Ingen farge: ingen funn

** = sidetall

Figur 7: Skisse av tabell for koding av utforsk sammen oppgaver i Matematikk fra Cappelen Damm.

Denne tabellen er omtrent lik tabellene for hvert enkelt søkeord, men her har vi inkludert en kolonne som avgjør om vi ser på oppgaven som *konsistent* eller *ikke konsistent* i tillegg.

I tabellene vi nå har vist er det et veldig klart skille mellom hvilke oppgaver vi har tolket som konsistente og ikke. I analyseprosessen var det derimot ikke alltid like enkelt å lage et så bastant skille. Her viser vi til et eksempel der vi lenge var i tvil om vi skulle kode bruken av begrepene som konsistent eller ikke:

Finne likninger som passer til tekstoppgaver.

5 Hvilken likning passer med tekstoppgaven?

Vilde kjøper en voksenbillett til 15 kr og tre barnebilletter på bussen. Hun betaler 39 kr. Hva koster en barnebillett?

A $4x + 15 = 39$ B $15x + 3 = 39$ C $3x + 15 = 39$

5 Finn likningen som passer med tekstoppgaven

En av de tre likningene passer med tekstoppgaven. Elevene bestemmer hvilken de synes passer best. Deretter er det fint om de får anledning til å begrunne valget sitt. Om noen elever svarer ulikt, er det fint om de kan argumentere seg fram til den riktige løsningen selv.

Figur 8: Hentet fra Multi 5B Lærerens bok, Gyldendal, s.91.

Denne oppgaven er inkludert i vår analyse både gjennom søkeordet *begrunn* og søkeordet *argument*. Vi vil nå vise hvordan vi analyserte oppgaven for å gi et tydelig bilde av rammeverket vårt.

Først gikk vi inn på bruken av *argument* i denne oppgaven og stilte oss selv spørsmål nummer 1: “I oppgaven, instruksjonen eller informasjonen der begrepet forekommer, hvordan brukes eller presenteres det?”. I denne oppgaven er instruksjonen til læreren at elevene skal *argumentere seg fram til den riktige løsningen*. Videre stilte vi spørsmål nummer 2: “Gir formuleringen mulighet for arbeid med Resonnering og argumentasjon på en deduktiv måte, slik det blir beskrevet i kjerneelementet?”. For å svare på dette spørsmålet, brukte vi lang tid på å diskutere frem og tilbake, men konklusjonen ble slik: Når elevene skal argumentere seg frem til den riktige løsningen skal de kun bruke argumentasjon for å finne en løsning, ikke for å argumentere for løsningen. Instruksjonene krever altså ikke at de *beviser at løsningen er gyldig*, slik kjerneelementet spesifiserer. Formuleringen gir altså *ikke* mulighet til Resonnering og argumentasjon på en deduktiv måte, slik det er beskrevet i kjerneelementet, og bruken av ordet ble derfor satt til *ikke konsistent*.

Videre gjorde vi det samme med *begrunn*. Konklusjonen her ble slik: Formuleringen *begrunne valget sitt* sier ikke i seg selv at det krever en deduktiv begrunnelse, men ser vi på hele oppgaven og hva elevene skal begrunne, forstår vi det som at begrunnelsen krever et bevis. Elevene må løse oppgaven for å finne ut hvilket svar som er riktig, og deretter bruke dette svaret for å begrunne valget sitt - ergo *begrunne løsning og bevise at den er gyldig*. Bruken av ordet *begrunn* ble med bakgrunn i dette satt konsistent.

3.6 Validitet og reliabilitet

For å kunne bedømme kvaliteten på vår forskning måtte vi først og fremst stille oss selv to spørsmål: “*Hvordan står mine funn i forhold til andre som forsket på det samme eller liknende problemstillinger?*” og “*Hvordan kan jeg som forsker ha påvirket data og funn?*” (Postholm & Jacobsen, 2021, s.220). Det første spørsmålet er et substansielt spørsmål, der vi hovedsakelig har sett på hvordan Pettersen (2022) sine funn står i forhold til våre. Vi har gjennomført studien vår som en uavhengig studie, men har likevel bygget deler av den basert på Pettersen sin. Forholdet mellom Pettersens og våre funn blir nevnt i *4.0 Resultater* og *5.0*

Diskusjon. Det andre spørsmålet er mer dyptgående, da det dreier seg om metodologisk drøfting, hvor vi som forskere må reflektere systematisk over to forhold:

- Hvilke begrensninger er knyttet til vår forskning? (Gyldighet/validitet)
- Hvordan har vi, gjennom vår måte å gjennomføre forskning på, påvirket de endelige resultatene? (Pålitelighet/reliabilitet)

(Postholm & Jacobsen, 2021, s.222)

I dette kapittelet skal vi derfor videre gjøre rede for hva som styrker validiteten og reliabiliteten i vår studie.

Postholm og Jacobsen (2021) sier at “dersom forskeren tar hensyn til alle faktorene og *viser* hvordan han/hun har gått frem i forskningsprosessen for å sikre kvalitet på studien, kan studiens totale troverdighet fremmes” (s.223, vår utheving). Vi har i vår studie gjort rede for og vist frem alle aspekter ved forskningsprosessen og begrunnet valgene våre grundig for å vise hvordan vi har sikret kvalitet på studien. Figur 8 med tilhørende forklaring, er et konkret eksempel på hvordan vi har gjort dette. Der har vi vist nøyaktig hvordan vi analyserte og tok en beslutning, slik at andre kan gjennomføre den samme analysen og få svar som samsvarer med våre.

Kjerneelementet Resonnering og argumentasjon spiller en sentral rolle i studien vår, men det er viktig å bemerke at det er vår tolkning av dette som ligger til grunn. Vi har undersøkt hva andre innenfor samme forskningsfelt sier om det samme kjerneelementet, men i denne studien er det vår tolkning som kommer til syne. Begrepene resonnering og argumentasjon er store og viktige begreper innen matematikkutdanningsforskning og det finnes mange definisjoner av disse begrepene. I 2.1 *Begrepsrammeverk* gjør vi rede for hvordan et utvalg forskere definerer begrepene og knytter dette til kjerneelementet. Der sier vi at det er hvordan begrepene er beskrevet i kjerneelementet vi tar utgangspunkt i, i studien vår, og at vi bruker skrivemåten Resonnering og argumentasjon for å tydeliggjøre dette. Ved å gjøre dette ønsker vi å tydeliggjøre at det er kjerneelementets beskrivelse, slik vi har tolket den, som er fundamentet.

Vi vurderte i oppstarten å fordele bøkene og analysere hver for oss, men kom frem til at det var best å analysere sammen for å dele tanker med hverandre. Likevel valgte vi å gjøre som

Bieda et al. (2014), hvor de først analyserte én lærebok i fellesskap og kom frem til en akseptabel avtale, før de analyserte resterende lærebøker individuelt (s.6). Altså ønsket vi å komme frem til en akseptabel avtale før vi analyserte alle lærerveiledningene, selv om vi skulle analysere alle i fellesskap. Vi erfarte at vi kunne ha forskjellig mindset fra dag til dag, og noen ganger i løpet av en dag, og ønsket derfor et klart rammeverk å støtte oss til. Dette for å unngå at variasjonene i vårt syn på oppgavenes muligheter for Resonnering og argumentasjon ble så store at de påvirket det endelige resultatet. I tillegg sjekket vi med jevne mellomrom inn med veileder for å sørge for at vi var på riktig spor.

3.7 Etske refleksjoner

Da vår forskning ikke baseres på mennesker vil mange av de klassiske etske aspektene ved en forskningsoppgave falle bort. Vi har likevel foretatt noen etske refleksjoner knyttet til vår studie.

Først og fremst er korrekt kildehenvisning et sentralt og meget viktig aspekt. Vi har gjennom hele vår oppgave referert der vi har benyttet oss av andres arbeid. Mye av vår studie er som nevnt bygget på Pettersen (2022) sin forskning, men vi har aldri brukt hennes arbeid uten å referere. Videre har vi vært oppmerksomme på at vi ikke skal favorisere lærerveiledningene vi analyserer. Vi gjennomfører ikke en komparativ studie og har ikke grunnlag for å sammenlikne, og ønsker derfor ikke å fremstille noen læreverk som bedre enn andre.

4.0 Resultater fra analyse av innsamlede data

Funnene i studien vår viser til hvilke muligheter som finnes for arbeid med kjerneelementet Resonnering og argumentasjon. I dette kapittelet presenterer vi våre resultater, i tillegg til interessante funn vi oppdaget gjennom analyseprosessen. Vi har valgt ut eksempler som eksemplifiserer hva som gjør oppgaver og instruksjoner gode for å utvikle elevenes kompetanse i deduktiv Resonnering og argumentasjon, i tillegg til eksempler på oppgaver som ikke oppfyller disse kravene.

4.1 Informasjonssidene

De første sidene i hver av lærerveiledningene inneholder informasjon om boken. Her skriver forfatterne hvordan boken er lagt opp, hvilke muligheter som finnes og hvordan man kan bruke boken. Innholdet i informasjonssidene er det samme for hvert trinn. I Multi finner vi i tillegg årsplan og mål på disse sidene, men dette er naturligvis forskjellig for de ulike trinnene. Begge læreverkene er laget med utgangspunkt i fagfornyelsen 2020, der kjerneelementer spiller en viktig rolle. Både hos Cappelen Damm og Gyldendal skriver forfatterne om kjerneelementenes rolle og hvordan boken har lagt opp til arbeid med dette. Med dette får vi en forsmak på hvordan forfatterne har tolket kjerneelementene. I diskusjonen vil vi se på hvordan denne tolkningen har påvirket bøkens muligheter for arbeid med Resonnering og argumentasjon.

Matematikk fra Cappelen Damm

I boken har forfatterne laget en side med overskriften “Matematikdidaktiske prinsipper - Kjerneelementer”. En av underoverskriftene er kjerneelementet *Resonnering og argumentasjon*. I dette avsnittet står det:

“Matematikk 5-7 tar på alvor at matematikk også er et språk. Som andre språk læres og utvikles også det matematiske språket best muntlig. Elevene må få rik anledning til å utvikle dette språket gjennom muntlige aktiviteter, derfor står både den lærerstyrte klasesamtalen og elevsamtalen sentralt gjennom hele verket.”

(Gulbrandsen et al., 2021, s.VI)

Vi tolker denne beskrivelsen som at forfatterne tolker kjerneelementet som kommunikasjon og språk fremfor bevis, noe som gjør at det deduktive ved kjerneelementet forsvinner. De fokuserer på at elevene skal *utvikle det matematiske språket* og dette skal gjøres gjennom muntlige aktiviteter. Her legges det ikke opp til at elevene skal utvikle forståelse for at *matematiske regler og resultater ikke er tilfeldige eller begrunne fremgangsmåter, resonnementer og løsninger og bevise at disse er gyldige*, slik kjerneelementet i læreplanen presiserer.

Multi fra Gyldendal

Når det på informasjonssidene i Multi blir gitt en beskrivelse av kjerneelementene, står det at de fem første kjerneelementene handler om sentrale prosesser i faget. Forfatterne skriver at læreverket legger opp til at elevene “utvikler sine evner i å bruke disse prosessene” (Alseth et al., 2022a, s.IV). Om kjerneelementet Resonnering og argumentasjon, skriver de:

“I elevbøkene til Multi blir sentrale begreper og ideer i faget forklart med språk og illustrasjoner som gjør de matematiske resonnementene tilgjengelige for elever på dette trinnet. I tillegg legger Multi jevnlig opp til at elevene selv utvikler løsningsmetoder, tenkemåter og resonnement, noe som oppsummeres i par, grupper og fellesskap. I oppsummeringene beskriver elevene arbeidene, metodene og resonnementene sine, og disse beskrivelsene er utgangspunkt for påfølgende diskusjoner, begrunnelser og argumentering.”

(Alseth et al., 2022a, s.V)

Her er også språk en måte forfatterne beskriver kjerneelementet på, men de legger i tillegg vekt på at elevene skal få mulighet til å beskrive hva de gjør, noe som skal være utgangspunkt for begrunnelser og argumentering. Dette gjør at det deduktive aspektet ved kjerneelementet til en viss grad blir bevart.

Selv om vi sier at det deduktive ved kjerneelementet forsvinner hos “Matematikk”, men blir bevart til en viss grad hos “Multi”, sier ikke dette nødvendigvis noe om hvilke muligheter som finnes for øving i å argumentere og resonnerer, slik det er beskrevet i kjerneelementet. Vi vil komme tilbake til forholdet mellom bøkens beskrivelse av kjerneelementet, og de faktiske mulighetene senere.

4.2 Begrepene fra ordlisten

Hovedtyngden i analysen vår bygger på en ordliste utformet for å kunne avdekke muligheter for arbeid med Resonnering og argumentasjon. Vi har i dette kapitlet samlet resultatene funnet ved hjelp av denne ordlisten og lagt frem funnene med utgangspunkt i hvert begrep.

4.2.1 Argument

	Totalt i lærerveiledning	Konsistent bruk i lærerveiledning	Totalt i elevbok	Konsistent bruk i elevbok	Sant/usant*	Informasjon **
Matematikk 5	29	11	1	1	6	4
Matematikk 6	21	4	1	1	6	6
Matematikk 7	27	6	1	0	6	6
Multi 5A	16	7	0	0		4
Multi 5B	6	1	0	0		4
Multi 6A	15	4	0	0		7
Multi 6B	12	6	0	0		5
Multi 7A	12	4	0	0		3
Multi 7B	8	3	0	0		3

*Sant/usant er ikke telt som konsistent bruk av begrepet

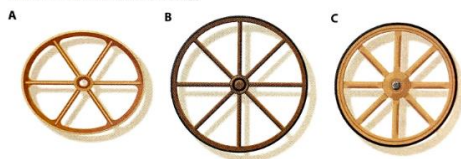
**begrepet kodet som informasjon er ikke telt som konsistent/ikke konsistent

Figur 9: Tabell for samling av funn for begrepet argument.

Ordet *argument* er et av de to ordene i kjerneelementet som er fokus for vår oppgave, men det er likevel ikke mange funn når vi søker opp ordet. Når ordet brukes på en konsistent måte, skal elevene gjerne argumentere for sine løsninger, valg og svar, eller argumentere for hvorfor andres løsninger er riktig eller ikke. Vi ser at det er ekstremt få funn i elevbøkene, mens det i lærernes instruksjoner finnes noen flere muligheter. Under ligger det ved to eksempler der det første viser hvordan lærerveiledningen og elevboken åpner opp for arbeid med deduktiv argumentasjon, og det andre viser en type argumentasjon som ikke er deduktiv.

Eksempel på hvordan *argument* har blitt brukt på en konsistent måte

3.6 a En av figurene under er ikke en sirkel. Hvilken figur er det?
Forklar hvorfor den ikke er en sirkel.



Nr. 3.6

Elevene kan bruke øyemål til å gjette hvilke av figurene det er som har sirkelform. Deretter sjekker de avstanden fra sirklenes midtpunkt til sirkelbuen med en linjal. Den sirkelen som ikke har lik avstand hele veien rundt, er ikke en sirkel.

Det viktigste i denne oppgaven er å fremme elevenes argumentasjon for hvorfor sirkel A ikke er en sirkel, mens B og C er det.

Figur 10: Hentet fra Multi 6A Lærerens bok, s.80.

Her gir teksten i lærerveiledningen tydelige instruksjoner til læreren om at det er elevenes argumentasjon for *hvorfor* som er det viktigste i oppgaven. Ved at elevene argumenterer for hvorfor, beviser de at figur A ikke er en sirkel, mens B og C er det.

Eksempel på hvordan *argument* har blitt brukt på en ikke-konsistent måte

U 1.1 Planlegg en tur til København og finn ut hva det vil koste.

Dere kan selv bestemme

- hvor mange som skal være med på turen
- hvordan dere vil reise dit
- hvordan dere vil bo
- hva dere skal gjøre

Dere kan finne andre aktiviteter og priser på internett.

I lærerveiledningen:

..... i en oppsummering er det fint å løfte frem ulike løsningsforslag. La elevene *argumentere* for de valgene dere har gjort.

Figur 11: Hentet fra Multi 5A Lærerens bok, Gyldendal, s.7 i elevbok.

Her vises et eksempel på en type argumentasjon som ikke er deduktiv. Elevene skal argumentere for valgene sine, men valgene de skal ta, handler ikke om hva som er matematisk riktig. I oppgaven skal elevene “selv bestemme” hvordan de vil planlegge turen sin. Argumentene er basert på egne preferanser og blir da av en personlig karakter. Denne type argumentasjon er ikke den samme som er beskrevet i kjerneelementet, da det i kjerneelementet står at elevene skal *bevise at noe er gyldig*. Personlig argumentasjon kan ikke bevises, da det ikke finnes et korrekt svar.

4.2.2 Resonner

	Totalt i lærerveiledning	Konsistent bruk i lærerveiledning	Totalt i elevbok	Konsistent bruk i elevbok	Sant/usant *	Informasjon **
Matematikk 5	1	0	0	0		1
Matematikk 6	1	0	0	0		1
Matematikk 7	1	0	0	0		1
Multi 5A	14	7	0	0		7
Multi 5B	9	0	0	0		8
Multi 6A	9	3	0	0		6
Multi 6B	7	1	0	0		6
Multi 7A	6	1	0	0		5
Multi 7B	9	4	0	0		5

*Sant/usant er ikke telt som konsistent bruk av begrepet

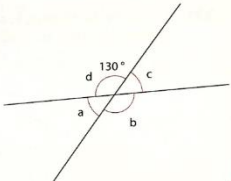
**begrepet kodet som informasjon er ikke telt som konsistent/ikke konsistent

Figur 12: Tabell for samling av funn for begrepet resonner.

Ordet *resonnering* er det andre ordet i kjerneelementet som er fokus for vår oppgave. Som tabellen viser, er det meget få funn, der også over halvparten av funnene er på informasjonssidene. Det ser altså ut som at forfatterne er klar over viktigheten av å implementere dette i matematikkundervisningen, men de har i liten grad brukt selve ordet resonnering for å vise til at det skal arbeides med dette. I Multi finner vi noen få oppgaver der de har presisert at resonnering skal implementeres, og der søkeordet forekommer, er det ofte konsistent. Her ønsker vi nok en gang å presisere at resonneringen som er forventet er justert etter elevenes kompetansenivå. I flere av oppgavene blir det nevnt at det ikke trengs et nøyaktig svar, men på tross av dette ser vi oppgaven som konsistent. Dette fordi elevene får mulighet til å arbeide med Resonnering og argumentasjon selv om resonneringen ikke alltid ender i et bevis. Vi vil nå vise to eksempler hvor begrepet resonnering forekommer. Det første eksemplet viser hvordan instruksjonen legger opp til arbeid med resonnering på en *konsistent* måte, mens det andre eksemplet viser en oppgave vi har satt til *ikke konsistent*.

Eksempel på hvordan *resonner* har blitt brukt på en konsistent måte

U 3.14 a Diskuter om det er mulig å finne størrelsen på vinklene uten å måle med gradskive.
b Mål vinklene med gradskive.
c Hva blir summen av vinklene
• a og b? • c og d? • a og d? • b og c?
Diskuter sammenhengen mellom summene dere får.
d Hvor mange grader er alle fire vinklene til sammen?



U 3.14

Første del av oppgaven er at elevene, gjerne i par, diskuterer om det er mulig å finne ut hvor store de ulike vinklene i «krysset» er. La gruppene komme med forslag til størrelse på vinklene og be dem resonnerer hvorfor de tror vinklene har disse målene.

Etter at elevene har målt de fire vinklene, ser de på summen av to og to vinkler. To vinkler som ligger inntil hverandre på tegningen er alltid 180° , fordi de blir til sammen ei rett linje. To og to vinkler som møter hverandre i en spiss (a og c, d og b) er like store. Utfordre gjerne elevene til å lage et nytt «kryss», der to rette linjer krysser hverandre. Be dem måle vinklene og beskrive hva de finner ut.

De fire vinklene blir til sammen 360° , fordi de utgjør en hel sirkel. Se dette i sammenheng med det som står i forklaringsruta på side 84.

Figur 13: Hentet fra Multi 6A Lærerens bok, Gyldendal, s.86.

I denne oppgaven skal elevene *resonnere hvorfor de tror vinklene har visse mål*. Her skal de altså kun gå ut fra hva de *tror*, men de skal allikevel bruke kunnskapen og kompetansen de har til å komme med et deduktivt resonnement. Elevene får god trening i å *utforme egne resonnementer for å forstå og løse et problem*, slik definisjonen av kjerneelementet presiserer at de skal.

Eksempel på hvordan *resonner* har blitt brukt på en ikke-konsistent måte

Nr. 6.102

Elevene leser oppgaven og bestemmer seg for hvilket av de fire svarene de tror er riktig. Elevene kan gjøre dette individuelt først og deretter i par.

Gå rundt og legg merke til hvordan elevene resonnerer. Det er fint å

Figur 14: Hentet fra Multi 5B Lærerens bok, Gyldendal, s.62.

Bildet over viser kun et utdrag av instruksjonene til oppgaven, da det kun er dette som er relevant. Her har vi satt bruken av begrepet *resonner* til *ikke-konsistent*. Dette fordi læreren kun blir instruert til å lytte til hvordan elevene resonnerer. Dette i seg selv gir ikke instruksjoner til læreren om at det skal arbeides med Resonnering og argumentasjon. Det har ikke blitt gitt retningslinjer på hvordan elevene skal resonnerer eller at resonnering er hovedformålet med oppgaven.

4.2.3 Forklar

	Totalt i lærerveiledning	Konsistent bruk i lærerveiledning	Totalt i elevbok	Konsistent bruk i elevbok	Sant/usant*	Informasjon **
Matematikk 5	25	2	4	3		5
Matematikk 6	20	5	10	1		5
Matematikk 7	14	1	2	0		5
Multi 5A	52	11	12	8		6
Multi 5B	40	7	6	3		5
Multi 6A	38	19	7	2		5
Multi 6B	31	6	10	3		5
Multi 7A	21	6	8	7		3
Multi 7B	20	6	6	3		3

*Sant/usant er ikke telt som konsistent bruk av begrepet

**begrepet kodet som informasjon er ikke telt som konsistent/ikke konsistent

Figur 15: Tabell for samling av funn for begrepet forklar.

Forklar er det ordet vi har fått flest treff på og det er stor variasjon i hvordan det brukes.

Derfor har vi valgt å analysere dette ordet litt mer nøyaktig. Vi har sett på ordlyden rundt selve ordet og hvordan dette påvirker om oppgaven er konsistent eller ikke. Når ordlyden er *forklar hvorfor* er det som regel konsistent, mens når det for eksempel står *forklar hvordan* eller *forklar tankegangen* er det sjelden konsistent. *Forklar hvorfor* tilsier at elevene må vise hvorfor noe stemmer eller ikke, noe som krever en form for bevis.

Eksempel på hvordan *forklar* har blitt brukt på en konsistent måte

Hva skal gjøres?

► Side 66

U Nr. 2.66

I denne oppgaven skal elevene gå gjennom de seks oppgavene på rutenettet og vurdere hvilke som er regnet riktig, og hvilke som er regnet feil. Minn dem gjerne på at de skal kunne forklare hvorfor et regnestykke er riktig, eller hvorfor de mener det er feil.

I en oppsummering kan dere gjerne ta for dere ett og ett regnestykke. La elevene komme med argumenter for hvorfor regnestykket er riktig, eventuelt hvorfor det ikke er det. For å få fram ulike tenkemåter er det fint å stille spørsmålet: *Er det noen som har tenkt på en annen måte?*

Noen forklaringer kan være:

- $\frac{2}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$. Regnestykket er feil. Om du spiser $\frac{2}{4}$ av en kake og så spiser $\frac{1}{4}$ til, har du spist $\frac{3}{4}$ av kaka. Vi kan ikke legge sammen nevnerne.
- $\frac{2}{6} + \frac{2}{6} = \frac{2}{3}$. Regnestykket er riktig fordi $\frac{2}{6}$ er likeverdig med $\frac{1}{3}$, og $\frac{1}{3} + \frac{1}{3}$ er $\frac{2}{3}$.

U 2.66 Hvilke oppgaver er regnet rett? Hvilke er regnet feil? Forklar.

a	$\frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$	b	$\frac{4}{6} - \frac{2}{6} = \frac{2}{6}$	c	$\frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$
d	$\frac{7}{9} - \frac{4}{9} = \frac{3}{9} = 1$	e	$\frac{2}{6} + \frac{2}{6} = \frac{2}{3}$	f	$\frac{5}{3} - 1 = \frac{4}{3}$

Figur 16: Hentet fra Multi 5A Lærerens bok, Gyldendal, s.66.

Her ser vi at ordlyden er “*forklar hvorfor* regnestykket er riktig”. For å kunne forklare hvorfor et regnestykke er riktig, må man bevise. I elevenes bok ser vi at det står “hvilke oppgaver er regnet rett? Hvilke er regnet feil? Forklar”. Også her får man instruksjoner som sier at man må bevise for å kunne løse oppgaven.

Eksempel på hvordan *forklar* har blitt brukt på en ikke-konsistent måte

Utforsk sammen

Ada og Henrik kaster piler på blink.

Poeng	5	10	25	50
Treff Ada	2	9	3	1
Treff Henrik	3	3	6	3

Hva er medianen for kastene til Ada?
Hva er typetallet for kastene til Henrik?
Hvor mange poeng får hver av dem i gjennomsnitt per kast?



Utforsk sammen

La elevene forklare hvordan de gikk fram for å finne sentralmålene for kastene til Ada og Henrik.

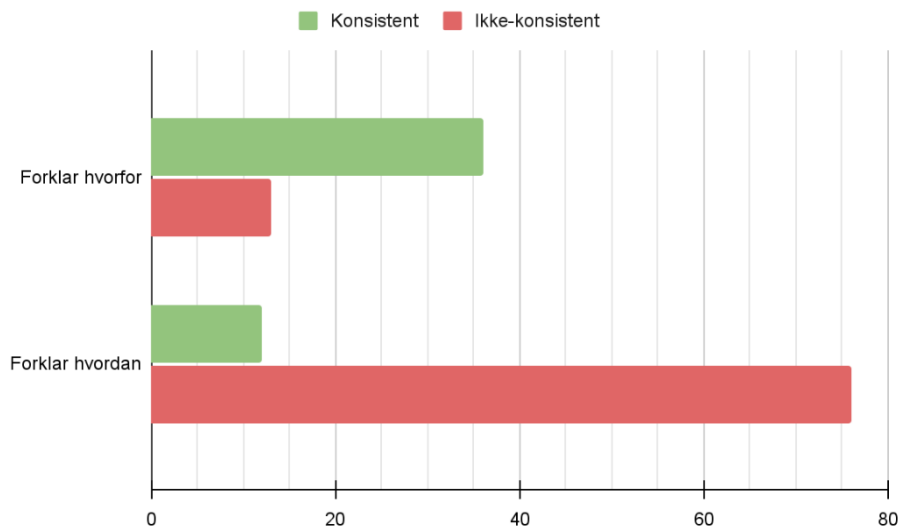
I denne oppgaven må elevene skrive tallrekkene for treffene til Ada og til Henrik før de finner typetallet og medianen. De må regne ut verdien for kastene og antall kast før de finner gjennomsnittet.

Figur 17: Hentet fra Matematikk 7 Lærerveiledning, Cappelen Damm, s.210-211.

I denne oppgaven skal elevene kun *forklare hvordan* de har løst oppgaven, ikke om svaret de får er riktig eller hvorfor det er riktig.

Forklar hvorfor og forklar hvordan

Over har vi vist eksempler der *forklar hvorfor* har blitt brukt på en konsistent måte og *forklar hvordan* har blitt brukt på en ikke konsistent måte. Dette er typisk for funnene våre da *forklar hvorfor* ofte er konsistent og *forklar hvordan* ikke er det. Vi har laget en tabell som tydeliggjør dette. Videre skal vi vise til to eksempler som viser unntak fra funnene våre.



Figur 18: Viser en oversikt over antall ganger *forklar hvordan* og *forklar hvorfor* har blitt brukt konsistent og ikke-konsistent.

Forklar hvorfor brukt på en ikke-konsistent måte:

Samtale
Hvordan kan du løse disse oppgavene ved hoderegning?

6 + 4
23 + 7
12 + 9
25 + 26
100 - 97
25 + 14
50 - 25

Samtale

Samtal med elevene om ulike hoderegningstrategier. Det første av målene for dette kapitlet er: Utforske, bruke og beskrive hoderegningstrategier i addisjon og subtraksjon. Når elevene kan slike hoderegningstrategier godt, blir det lettere for dem å regne med tall med høyere verdier.

La elevene arbeide sammen i læringspar med oppgavene. Samtal deretter med elevene om hvilke hoderegningstrategier de brukte på de ulike oppgavene. Kanskje brukte noen ulike strategier på samme oppgave.

La elevene forklare og drøfte hvorfor de valgte de ulike strategiene.

Figur 19: Hentet fra *Matematikk 5 Lærerveiledning*, Cappelen Damm, s.10.

Her skal elevene *forklare hvorfor* de valgte en strategi. Denne forklaringen krever ikke et bevis da den handler om personlige preferanser for hvordan man løser oppgaver med hoderegning.

Forklar hvordan brukt på en konsistent måte:

1.8 Hvilke tre tall er de neste i tallfølgene?

a $-2, -4, -6, -8 \dots$ **b** $12, 9, 6, 3 \dots$ **c** $22, 17, 12, 7 \dots$

► Side 9

Nr. 1.8

Elevene ser på de fire første tallene og finner et mønster for hvordan tallfølgen lages. De bruker så mønsteret til å finne de tre neste tallene i tallfølgene.

I en oppsummering forklarer elevene mønsteret og hvordan de tenkte for å finne de påfølgende tallene. I alle disse oppgavene minker det med like mye for hvert nye tall i tallfølgen.

Figur 20: Hentet fra Multi 6A Lærerens bok, Gyldendal, s.8-9.

Som vi nevner tidligere, blir oftest *forklar hvordan* brukt på en ikke-konsistent måte. Selv om ordlyden her er *forklar hvordan*, ser vi at det kreves en form for bevis for å løse oppgaven. Elevene skal ikke bare forklare hvordan de tenkte, men også et mønster. Når disse to komponentene står sammen, mener vi at også *forklar hvordan* gir mulighet for Resonnering og argumentasjon. For å kunne finne og forklare neste tall i tallfølgen, må man bevise at det neste tallet faktisk blir det riktige.

4.2.4 Bevis

	Totalt i lærerveiledning	Konsistent bruk i lærerveiledning	Totalt i elevbok	Konsistent bruk i elevbok	Sant/usant*	Informasjon **
Matematikk 5	0	0	0	0		0
Matematikk 6	0	0	0	0		0
Matematikk 7	1	1	0	0		0
Multi 5A	3	2	0	0		1
Multi 5B	2	1	0	0		1
Multi 6A	7	6	0	0		1
Multi 6B	1	0	0	0		0
Multi 7A	0	0	0	0		0
Multi 7B	1	0	0	0		1

*Sant/usant er ikke telt som konsistent bruk av begrepet

**begrepet kodet som informasjon er ikke telt som konsistent/ikke konsistent

Figur 21: Tabell for samling av funn for begrepet bevis.

Bevis er ordet vi bruker for å forklare hva deduktiv Resonnering og argumentasjon innebærer. Dette ordet er det svært få forekomster av i lærerveiledningene og ingen forekomster av i elevbøkene, men når ordet først brukes, er det gjerne konsistent. Dette er naturlig da ordet i seg selv, som nevnt, er kjernen i hva som gir kjerneelementet en deduktivt karakter.

Eksempel på hvordan *bevis* har blitt brukt på en konsistent måte



Utforsk sammen

Henrik sier at $\frac{1}{4} + \frac{1}{5} = 0,45$, men Maxi er veldig usikker på om dette er riktig.

Hvorfor har Henrik rett?

Utforsk sammen

For å kunne bevise at Henrik har rett, kan elevene for eksempel utvide begge brøkene til hundredeler, eller de kan gjøre om brøkene til desimaltall. La elevene forklare hvordan de løste oppgaven.

Figur 22: Hentet fra *Matematikk 7 Lærerveiledning*, Cappelen Damm, s.67.

Når forfatterne skriver at elevene skal *bevise at Henrik har rett*, tilsier dette i seg selv at elevene må komme med et bevis. Et slikt bevis har forfatterne kommet med et forslag til i lærerveiledningen.

Eksempel på hvordan *bevis* ikke har blitt telt som konsistent

Alle forekomster av *bevis* i vår analyse er i prinsippet konsistent. Grunnen til at to av tilfellene ikke har blitt telt som konsistent er fordi de ikke gir elevene mulighet til å bevise, selv om selve ordet er konsistent. Ordet brukes da på en informativ måte, som i eksemplet under.

Elevene kan også legge to slike veier etter hverandre og få en skrå strek på 10 cm. På ungdomstrinnet vil elevene lære om *Pytagoras' setning*, som beviser at i en rettvinklet trekant der de to korte sidene er 3 og 4, vil alltid den lengste siden være 5.

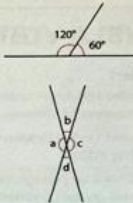
Figur 23: Hentet fra Multi 6A Lærerens bok, Gyldendal, s.111.

Interessant funn av *bevis*

F Nabovinkler og toppvinkler

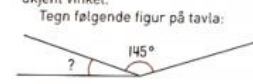
Nabovinkler
To vinkler som ligger inntil hverandre på ei rett linje, og som til sammen blir 180°.

Toppvinkler
To rette linjer som krysser hverandre, danner alltid fire vinkler. To vinkler som ligger rett over hverandre og møtes i spissen, kalles *toppvinkler*. Toppvinkler er alltid like store: $\angle a = \angle c$ og $\angle b = \angle d$



... og sammenlegges de på andre om.

F Nabovinkler og toppvinkler
To vinkler som ligger inntil hverandre på ei rett linje (180°) kalles nabovinkler. Når vi kjenner størrelsen på den ene vinkelen, kan vi dermed regne ut størrelsen på den andre vinkelen: $180 - \text{kjent vinkel} = \text{ukjent vinkel}$.



- La elevene diskutere to og to:
- Kan dere regne ut størrelsen av den andre vinkelen?
 - Hva kaller vi de to vinklene?

Poenget med denne oppgaven er å skape en kontrast til begrepet nabovinkler. De to vinklene over er ikke nabovinkler, selv om de ligger inntil hverandre. Siden de ikke blir 180° til sammen, det vil si at to av vinkelbeina utgjør ei rett linje, er de ikke nabovinkler. Det er også umulig å regne ut den andre vinkelen med de gitte opplysningene.

I et kryss der to rette linjer møtes, vil de to vinklene som ligger rett overfor hverandre kalles *toppvinkler*. To toppvinkler er alltid like store, noe elevene oppdaget i oppgave 3.14.

Bruk gjerne denne anledningen til å snakke om betydningen av bevis i matematikk. Når vi sjekker noe ved hjelp av eksempler, vet vi strengt tatt ikke annet enn at det stemmer for nøyaktig de eksemplene. Med bevis kan vi argumentere for at det *alltid* stemmer. En måte å forklare at vinkel a og c må være like store på, er ved å ta utgangspunkt i vinkel b. Hvis vi tar vinkel b og legger til vinkel a, får vi 180°, fordi de er nabovinkler. Hvis vi tar vinkel b og legger til vinkel c, får vi også 180°, fordi de også er nabovinkler. Dermed må vi i de to tilfellene legge til like mye, og a må være like stor som vinkel c. Dette beviser påstanden om at to toppvinkler må være like store.

Dette beviset ble (antakeligvis) formulert av Thales fra Milet som levde rundt år 600 f.Kr. Noen talleksempler illustrerer beviset. Hvis vinkel b er 100°, må vinkel a være

80°, for da er summen 180°. Men hvis vinkel b er 100°, må også vinkel c være 80° for at summen av dem skal være 180°. Dermed er både vinkel a og vinkel c 80°, altså like store.

Figur 24: Hentet fra Multi 6A Lærerens bok, Gyldendal, s.86.

Dette er ikke en ren oppgave, men en *forklaringsrute* i Multi. Det er en lærerstyrt aktivitet som skal gi elevene øving i arbeid med bevis. Dette eksemplet er første og eneste gang noen av læreverkene forklarer hva et bevis er, noe som er interessant med tanke på at bevis kan sies å være tyngden i kjerneelementet *Resonnering og argumentasjon*. Denne mangelen på tydeliggjøring av bevis i læreverkene vil vi ta opp igjen i diskusjonen.

4.2.5 Begrunn

	Totalt i lærerveiledning	Konsistent bruk i lærerveiledning	Totalt i elevbok	Konsistent bruk i elevbok	Sant/usant*	Informasjon**
Matematikk 5	7	1	9	0	12	0
Matematikk 6	8	0	8	1	12	0
Matematikk 7	7	0	12	2	12	0
Multi 5A	28	19	5	5		1
Multi 5B	26	14	2	1		1
Multi 6A	36	29	4	2		1
Multi 6B	29	20	3	3		1
Multi 7A	17	13	4	4		1
Multi 7B	16	11	3	3		1

*Sant/usant er ikke telt som konsistent bruk av begrepet

**begrepet kodet som informasjon er ikke telt som konsistent/ikke konsistent

Figur 25: Tabell for samling av funn for begrepet begrunn.

Det er stor forskjell på hvor ofte ordet brukes i de to læreverkene, men når *begrunn* først brukes, er det ofte konsistent. I kjerneelementet står det at argumentasjon “handler om at elevene *begrunner* framgangsmåter, resonnementer og løsninger og beviser at disse er gyldige” (Kunnskapsdepartementet, 2019, s.3). Med bakgrunn i denne definisjonen, er det naturlig at *begrunn* brukes på en konsistent måte, men vi finner likevel steder der begrepet ikke brukes konsistent.

Eksempel på hvordan *begrunn* har blitt brukt på en konsistent måte

2.22 Sett inn sifre slik at uttrykkene blir riktige. Det kan være flere svaralternativer.

- | | |
|---|--|
| a $4,17 < 4, \square 9$ | b $14,2 \square 5 < 14,288$ |
| c $51,071 > 5 \square, \square 89$ | d $10,010 > 1 \square, \square \square 1$ |
| e $0, \square \square 04 > 0,85 \square$ | f $7, \square \square 3 < 7,0 \square 1$ |
| g $10, \square \square 5 > 1 \square, \square \square 9$ | h $8,9 \square \square < 8, \square \square 9$ |
| i $\square 9, \square \square 2 < 1 \square, 0 \square \square$ | j $20, \square \square 8 > 2 \square, 9 \square 8$ |

Nr. 2.22

Elevene finner et siffer som kan stå på den tomme plassen, slik at utsagnet blir riktig. Gå gjerne gjennom den første oppgaven i fellesskap. Her kan vi ikke bruke sifferet 0, men vi kan bruke hvilket som helst av sifrene 1–9.

Elevene leter etter flere mulige svar. Det er i orden om noen kun finner én løsning, men utfordre elevene til å finne flere. For enda mer utfordring kan elevene forsøke å finne *alle mulige* løsninger, og deretter begrunne at de har funnet alle.

Figur 26: Hentet fra Multi 6A Lærerens bok, Gyldendal, s.50 i lærerens bok og s.51 i elevbok.

Først og fremst har vi et eksempel der *begrunn* brukes konsistent. Her skal elevene finne alle mulige løsninger og begrunne at de har funnet alle. For å vise at det faktisk er *alle* de har funnet, må begrunnelsen ende med et bevis. Som det står i kjerneelementet skal elevene begrunne løsninger og bevise at disse er gyldige, noe denne oppgaven tydelig gir mulighet til.

Eksempler på hvordan *begrunn valgene dine/sine* brukes

En ordlyd som forekommer ofte, er *begrunn valgene dine/sine*. Denne ordlyden kan være konsistent dersom oppgaven tillater det, men flere ganger ser vi at oppgavene ikke gir grunnlag for deduktiv begrunnelse. Dette vil vi tydeliggjøre i eksemplene under.

Begrunn valgene på en konsistent måte:

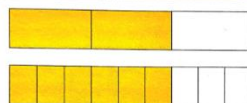
2.5 Hvilke av påstandene er du enig i? Lag en tegning og begrunn svaret.

a $\frac{2}{3}$ og $\frac{6}{9}$ er likeverdige brøker.	b For å sammenlikne $\frac{5}{12}$ og $\frac{2}{4}$ må du finne fellesnevner.	c $\frac{1}{12}$ er større enn $\frac{1}{6}$, fordi 12 er større enn 6.
De er ikke likeverdige, fordi 9-deler er mindre enn 3-deler.	Nei, du må ikke finne fellesnevner.	Nei, $\frac{1}{6}$ er større enn $\frac{1}{12}$.

U 2.5

I denne oppgaven er det tre deloppgaver, a, b og c. I hver deloppgave er det to tall som sammenliknes. Elevene går gjennom de to påstandene i hver deloppgave og finner ut hvilken de er enig i. Elevene lager en tegning til hver oppgave og finner en begrunnelse for valget sitt. Som ved andre utforskningsoppgaver bør elevene arbeide sammen i par (eller smågrupper).

I a stemmer det at 9-deler er mindre enn 3-deler, men om du har mange av dem, kan du likevel få en stor brøk. Ved å dele inn to like rektangler, det ene i tredeler hvor to er fargelagt, og det andre i nidelser hvor seks er fargelagt, kan elevene se at dette utgjør like store deler av rektangelet:



Det er vesentlig at elevene forstår at likeverdige brøker uttrykker det samme tallet, den samme verdien, selv om tallene i teller og nevner er forskjellige.

I b kan vi sammenlikne $\frac{5}{12}$ og $\frac{2}{4}$ ved å utvide til fellesnevner, altså at $\frac{2}{4} = \frac{6}{12}$. Men vi *må* ikke. Vi kan bruke referanseverdi, noe som passer siden $\frac{2}{4}$ er lik en halv. $\frac{5}{12}$ er mindre enn en halv, siden 5 er mindre enn halve nevneren.

I c stemmer det at en seksdel er større enn en tolvdel, siden brøken med større nevner er delt i flere og dermed mindre deler. Sjekk om noen elever har den andre misoppfatningen, at større nevner gir større tall.

Figur 267: Hentet fra Multi 7A Lærerens bok, Gyldendal, s.46.

Her tillater oppgaven en deduktiv begrunnelse da valgene som skal begrunnes er hvilke påstander elevene er enig i, altså hvilke påstander som er riktig. For å begrunne at påstandene er riktig, må elevene lage en tegning og begrunne valget sitt ved hjelp av denne. I lærerveiledningen vises eksempler på hvordan dette kan gjøres, noe som kan være en god støtte for læreren. Denne instruksjonen viser at det her kreves et bevis, noe som gir læreren tydelige instruksjoner om at oppgaven gir mulighet for Resonnering og argumentasjon.

Begrunn valgene på en ikke-konsistent måte:

Oppgave 6.36

Elevene skal sette inn riktig måleenhet.

La elevene presentere og begrunne valgene sine.

6.36 Sett inn riktig måleenhet. Skriv i kladdeboka di.

- a) Mie tar 10 _ medisin hver morgen.
- b) Bassenget rommer 20 000 _ vann.
- c) Drikkeflaska mi rommer 7 _ væske.
- d) En vaskebøtte rommer 10 _ vann.
- e) En flaske brus rommer 15 _ brus.
- f) 1 dL vann er det samme som 10 _ vann.



Figur 28: Hentet fra *Matematikk 6 Lærerveiledning*, Cappelen Damm, s.231.

I dette eksempelet gir ikke oppgaven grunnlag for deduktiv begrunnelse. Dette fordi det kan finnes flere løsninger til svaret og det er ikke mulig å bevise hvilke svar som er riktig. Deloppgave “f” kan derimot ende opp i en deduktiv begrunnelse da denne påstanden kan bevises. “f” vil derfor kunne være konsistent, men resten av deloppgavene er ikke det.

4.3 Ytterligere funn

I hver av bøkene var det som nevnt enkelte oppgavetyper vi ønsket å se nærmere på. I *Matematikk* har vi hentet frem funn fra “Samtale”, “Sant eller usant” og “Utforsk sammen”, mens vi i *Multi* har sett nærmere på “Forklaring” og “Utforsking”.

4.3.1 Samtale

I beskrivelsen av samtalerutene brukes ordet *argumentere*, og vår opprinnelige plan var derfor å analysere alle disse oppgavene. Etter en rask gjennomgang av oppgavene og med et nytt blikk på beskrivelsen, oppfattet vi at forfatterne tenkte på argumentasjon i form av

kommunikasjon. Dette samsvarer med deres beskrivelse av *Resonnering og argumentasjon* på informasjonssidene, som vi tidligere har gjort rede for og konkludert med at ikke er konsistent med kjerneelementet slik vi har forstått det.


Vi har hentet ut et eksempel for å tydeliggjøre:

Samtale

Les det vi har skrevet om oppdeling av tall ovenfor. Snakk med elevene om å dele opp i kjente multiplikasjoner. Vær åpen for at elevene har forslag til andre måter å dele opp tallene på. Drøft deres oppdelinger og diskuter om de er hensiktsmessige eller ikke.

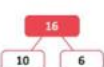
Samtale

Bio legger kaker i bokser. Han har 16 bokser med 7 kaker i hver boks. Hvor mange kaker er det til sammen?




Løsning 1

$$\begin{array}{r} 16 \cdot 7 = \\ 10 \cdot 7 = 70 \\ 6 \cdot 7 = 42 \\ \hline = 112 \end{array}$$



Løsning 2

$$\begin{array}{r} 16 \cdot 7 = \\ 8 \cdot 7 = 56 \\ 8 \cdot 7 = 56 \\ \hline = 112 \end{array}$$



Svar: Det er 112 kaker til sammen.

Figur 29: Hentet fra *Matematikk 7 Lærerveiledningen*, Cappelen Damm, s.20.

Ser vi oppgaven i sammenheng med hva som står om resonnering og argumentasjon på informasjonssidene, virker dette som en meget aktuell oppgave. Her får elevene gode muligheter for å “utvikle det matematiske språket gjennom muntlig aktivitet” (Gulbrandsen, et.al, 2022, s.VI). Ser vi derimot på læreplanens definisjon av kjerneelementet, er ikke dette konsistent bruk. Det kan finnes mulighet for Resonnering og argumentasjon i oppgaven, men det kommer ikke frem verken i elevbok eller lærerens bok. Dersom forfatterne hadde ønsket at denne oppgaven skulle ende i et “bevis”, måtte de skrevet det i lærerveiledningen. Samtalerutene er altså gode for å få elevene til å snakke matte, men det er lite deduktiv Resonnering og argumentasjon som blir etterspurt.

4.3.2 Sant eller usant

Lærerens instruksjoner til *sant eller usant* oppgavene er ordrett lik på hver eneste oppgave. Det står:

“Elevene skal ta stilling til hvilke utsagn som er sanne, og hvilke som er usanne. Snakk sammen om utsagnene og la elevene begrunne og argumentere for hvorfor utsagnene er sanne eller usanne.”

(Gulbrandsen et.al, 2022)

Denne instruksjonen tyder på at det er gode muligheter for arbeid med Resonnering og argumentasjon i samsvar med vår tolkning av læreplanens definisjon. Ved nærmere analyse av enkelte av *sant eller usant* oppgavene, så vi at det varierer fra utsagn til utsagn, i én enkelt oppgave, om det faktisk er mulighet for Resonnering og argumentasjon. I figur 30 ser vi at de fleste utsagnene ikke gir gode muligheter for bevis, men utsagnene “primtall er hele tall større enn 2 som kun kan deles med seg selv og 1”, “alle oddetall er primtall” og “alle partall kan deles på 2” kan alle begrunnes med deduktiv argumentasjon.

Sant eller usant

Begrunn svarene

- Det dobbelte av 75 er 150.
- Halvparten av 52 er 36.
- Primtall er hele tall større enn 1 som kun kan deles med seg selv og 1.
- Alle oddetall er primtall.
- Alle partall kan deles på 2.
- 72 341 er et femsifret tall.
- 222 er et tosifret tall.
- Tiervennen til 10 er 20.

Sant eller usant

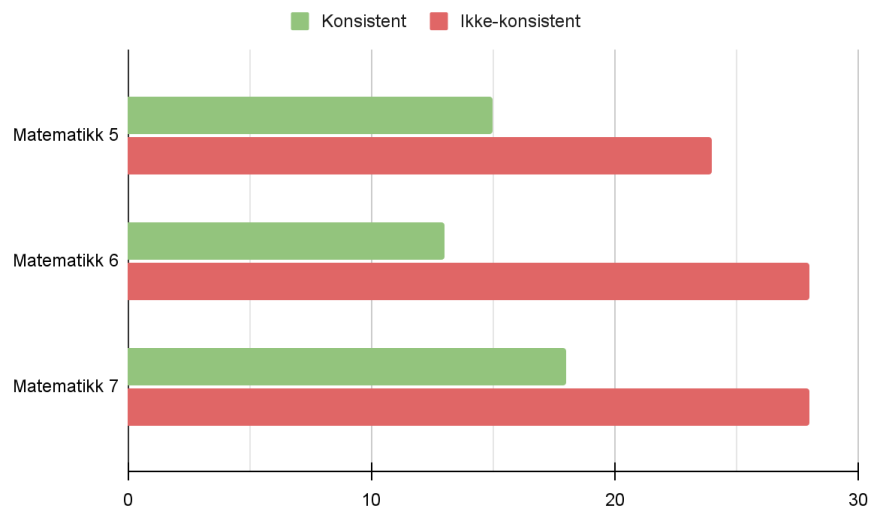
Elevene skal ta stilling til hvilke utsagn som er sanne og hvilke som er usanne. Snakk sammen om utsagnene og la elevene begrunne og argumentere for hvorfor utsagnene er sanne eller usanne.

Figur 30: Hentet fra *Matematikk 6 Lærerveiledning, Cappelen Damm, s.38-39.*

Etter analyse av dette eksempelet og ved rask gjennomgang av noen “sant eller usant” oppgaver, bestemte vi oss for å ikke gå videre med analysen likevel. Dette fordi det i lærerveiledningen står nøyaktig den samme instruksjonen på alle oppgavene og det finnes ingen videre instruksjoner til læreren for når utsagnene kan ende opp i et bevis.

4.3.3 Utforsk sammen

Disse oppgavene vekket interessen vår, da de ut fra beskrivelsen virker som gode oppgaver når Resonnering og argumentasjon skal implementeres i undervisningen. Under analysen kategoriserte vi størstedelen av oppgavene som ikke-konsistente, men vi fant også en god del oppgaver som ga mulighet for deduktiv Resonnering og argumentasjon. Under har vi fremstilt resultatene i et diagram for å tydeliggjøre dette. Videre vil vi vise til to eksempler, der vi mener det ene gir gode muligheter for Resonnering og argumentasjon (konsistent), og det andre ikke gir gode muligheter for Resonnering og argumentasjon (ikke-konsistent).



Figur 31: Viser en oversikt over antall ganger “utforsk sammen” er konsistent og ikke-konsistent i Matematikk 5-7.

Eksempel der *utforsk sammen* er konsistent

Utforsk sammen

Maxi, Henrik og Ada skal dele penger de har fått av Plex. Maxi får halvparten av pengene, Ada får en tredel, og Henrik får 10 kr.
Hvor mye får Ada? Hvor mye får Maxi?


Utforsk sammen

Denne oppgaven har en helt ny problemstilling. Det er bare verdien av en ukjent brøkdel som er kjent. Når gruppene etter hvert kommer fram til en løsning er det viktig at de viser at løsningen er riktig. La elevene argumentere for sine løsninger og forklare hvordan de kom fram til den.

Figur 32: Hentet fra *Matematikk 5 Lærerveiledning*, Cappelen Damm, s.117.

Her skal ikke elevene bare utforske for å komme fram til en løsning, det blir også spesifisert i lærerveiledningen at de skal “vise at løsningen er riktig”. Det er først og fremst dette som gjør oppgaven konsistent, og når de videre skriver at elevene skal argumentere for sine løsninger, blir det ytterligere poengtert.

Eksempel der *utforsk sammen* er ikke-konsistent



Dansegruppa Balder skal ha kiosksalg på danseavslutningen. De skal selge brus, kaffe og kaker. De har kjøpt inn brus og kaffe som vist til høyre. 1 pose kaffe gir ca. 30 kopper. De har fått 60 boller, 60 vaffelplater og 4 sjokoladekaker à 30 biter som de også skal selge. De budsjetterer med å selge alt og få et overskudd på ca. 5000 kr. Bruk regneark og lag et budsjett med prisliste.

Kjøpt inn

- 2 brett sitronbrus 20 stk. 130 kr per brett
- 2 brett Cola Max 24 stk. 125 kr per brett
- 2 brett Cola 20 stk. 110 kr per brett
- 2 poser kaffe 37,90 kr per pose

Utforsk sammen

Her er det mange opplysninger som skal tolkes og føres inn i regneark. Det er gunstig at elevene arbeider i læringspar om denne oppgaven, ikke i større grupper.

Figur 33: Hentet fra *Matematikk 7 Lærerveiledning, Cappelen Damm, s.53.*

Dette er et typisk eksempel på en *utforsk sammen* som ikke gir mulighet for Resonnering og argumentasjon. Elevene skal lese og forstå en tekst, før de fører riktig informasjon inn i et regneark. I en slik oppgave ville det vært unaturlig å implementere Resonnering og argumentasjon. Det er heller en fin mulighet til å jobbe med andre kjerneelementer og kompetansemål.

4.3.4 Utforskning og forklaring

Beskrivelsen av *utforskning* og *forklaring* på informasjonssidene tydet ikke på at dette var gode arenaer for arbeid med Resonnering og argumentasjon, men som vi nevner i metodedelen var vi likevel nysgjerrige på om det kunne finnes muligheter der. Vi har plukket ut noen eksempler som kan gi god øving i deduktiv Resonnering og argumentasjon, dersom læreren utnytter muligheten.

Figur 34 og figur 35 viser eksempler på hvordan utforskning (U) og forklaring (F) henger sammen og bygger på hverandre. De er hentet fra den samme siden, men er delt opp i to figurer for bildekvantitetens og synlighetens skyld.

U 4.32

Elevene arbeider i par eller smågrupper med denne oppgaven. Her har fire elever hvert sitt forslag til hva arealet av trekanten er. Elevene går gjennom de fire forslagene A–D og finner ut hvem de er mest enige med. Elevene bør forsøke å finne ut av tenkningen bak hvert av de fire forslagene, og de bør finne begrunnelser til hvert forslag, både begrunne der de er uenige og der de er enige.

I en oppsummering kan dere gå gjennom hvert av de fire forslagene. Spør først om noen er enige med forslaget, og be dem i så fall om å forklare og begrunne dette. Hvis noen grupper er uenige, kan elevene komme med begrunnelser for det.

- Forslag A er ikke riktig, fordi eleven har regnet ut arealet av rektanget rundt trekanten, det som er vist i forslag B og C.
- Forslag B er riktig, men unøyaktig. Her teller eleven ruter, og det kan bli unøyaktig når figuren ikke følger rutenettet.
- Forslag C er en riktig måte å beregne arealet av trekant på. Dette utdypes i forklaringen under.
- Forslag D er galt. Eleven legger sammen sidene, og det gir omkretsen til trekanten, ikke arealet, altså det rundt i stedet for det inni.

U 4.32 Hva er arealet av denne trekanten?
Hvem av elevene er du mest enig med?

A Jeg deler den opp i ruter. Det blir litt mer enn 13 ruter, omtrent 13,5 cm².

B Arealet er 15 cm². Det er halvparten av et rektangel med sider på 5 cm og 6 cm.

C Jeg ganger. Det blir 5 · 6 = 30 cm².

D Jeg legger sammen. Det blir 6,2 + 6,8 + 5 = 18 cm².

Figur 34: Hentet fra Multi 6A Lærerens bok, Gyldendal, s.120.

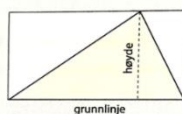
F Areal av trekant

Når vi skal finne arealet av trekanter, kan vi tenke oss at vi rammer inn trekanten i et rektangel.

- Lengden av rektangelet er lik grunnlinja i trekanten.
- Bredden av rektangelet er lik høyden i trekanten.

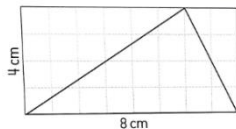
Arealet av trekanten er nøyaktig halvparten av arealet til rektangelet. For å regne ut arealet av en trekant kan vi multiplisere grunnlinja med høyden og så dele på 2.

Formelen for arealet av en trekant er: $A = \frac{g \cdot h}{2}$

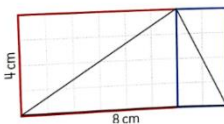


F Areal av trekant

Gå gjennom forklaringen med utgangspunkt i oppsummeringen av oppgave 4.32. I en rettvinklet trekant kan elevene enkelt se at arealet er halvparten av det omliggende rektanget. Dette bruker vi til å vise at tilsvarende gjelder for andre trekanter. Vis med trekanten i eksempelet eller en tilsvarende trekant:



Denne trekanten kan vi dele med en vertikal strek, så den deles i to rettvinklede trekanter:



Den vannrette linja nederst i trekanten kaller vi *grunnlinje*, og den vertikale linja kaller vi *høyden* til trekanten.

Arealet av trekanten til venstre for høyden er halvparten av den røde delen av rektanget. Og arealet til trekanten til høyre for høyden er halvparten av den blå delen av rektanget. Dermed er arealet av hele trekanten halvparten av arealet av hele rektanget. Og arealet av hele rektanget er grunnlinja multiplisert med høyden, $8 \cdot 4$.

Også denne nederste formelen er skrevet med matematiske symboler, hvor *g* står for grunnlinje og *h* står for høyden til trekanten.


Figur 35: Hentet fra Multi 6A Lærerens bok, Gyldendal, s.120.

Dette er en utforskningsoppgave som ender i et bevis i forklaringsruta. Elevene skal i U 4.32 finne begrunnelser for hvert forslag, og begrunne der de er enige og uenige. Her har de enda ikke fått en forklaring på hvordan de skal kunne begrunne på en måte som beviser deres forslag. Det kommer først i forklaringsruta under. Der kommer formelen elevene må bruke for å finne arealet av trekantar, noe som er avgjørende at elevene kan, for å kunne bevise sitt forslag. Hvorvidt elevene får mulighet til å resonnere og argumentere, kommer an på læreren. Her er det nemlig ikke egentlig elevene som skal bevise, de skal bli forklart av læreren hvordan det skal gjøres. Læreren kan derimot velge å organisere undervisningen på en måte som gir elevene mulighet til å resonnere og argumentere på en deduktiv måte.

I vår gjennomgang av forklaringsrutene fant vi at det hovedsakelig var forklaringer på utregninger og begreper som var i fokus. I noen av rutene kom vi over forklaringer vi tenkte kunne være gode å ha med seg i videre oppgavejobbing, da de kunne tas i bruk for å bevise noe. Ved gjennomgang av oppgavene som kom i forlengelsen, fant vi at det var tilnærmet ingen av oppgavene som fulgte, som ga mulighet til å utnytte forklaringen til å resonnere eller argumentere deduktivt. Se figur 36 for et eksempel på en typisk forklaringsrute der elevene får en forklaring som kan være god å ta med seg inn i videre oppgavejobbing og eventuell bevisføring. Oppgavene som fulgte, ga dessverre ikke mulighet for å ta i bruk denne forklaringen.

F Titalssystemet – desimaltall

Vi kan vise tall mindre enn 1 ved å tenke på en hel kube satt sammen av mindre deler.



En hel kube står for én:

1

Kuben kan deles opp i ti plater. Hver plate er en tidedel:

$$\frac{1}{10} = 0,1$$

Hver plate kan deles opp i ti staver. Hver stav er en hundredel av kuben:

$$\frac{1}{100} = 0,01$$

Hver stav kan deles opp i ti små kuber. Vi trenger tusen små kuber for å lage én hel:

$$\frac{1}{1000} = 0,001$$

Tall: **2,306**

Utvidet form: $2 + 0,3 + 0,006$

Med ord: To enere, tre tidedeler, null hundredeler og seks tusendeler

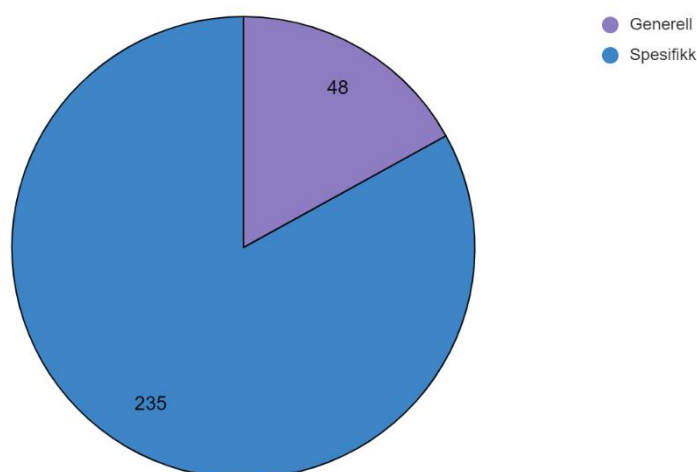
I tabell:

Enere	Tidedeler	Hundredeler	Tusendeler
2	3	0	6

Figur 36: Hentet fra Multi 7A Læreren bok, Gyldendal, s.8.

4.4 Generelle oppgaver kontra spesifikke

Etter at en oppgave ble satt til konsistent, gikk analysen videre til blant annet å skille mellom spesifikke og generelle oppgaver. Skillet går på om hver oppgave krever et spesifikt bevis til den gitte oppgaven eller om beviset skal være av en generell karakter. Vi vil igjen påpeke at en og samme oppgave kan ha blitt kodet som både spesifikk og generell. I figur 37 har vi inkludert konsistente oppgaver funnet gjennom ordlisten og *utforsk sammen* oppgavene.



Figur 37: Viser forskjellen mellom antall spesifikke og generelle oppgaver.

Her ser vi et stort skille mellom andelen spesifikke og generelle oppgaver, der det er tydelig overvekt av spesifikk karakter på oppgavene. Under vil vi vise til tre eksempler som gir et bilde av forskjellen på generelle og spesifikke oppgaver.

Eksempel på oppgave som er generell

Samtale

Et *rektangel* har to og to like lange og parallelle sider, og fire rette vinkler.

Et *kvadrat* har to og to parallelle sider, fire like lange sider og fire rette vinkler.

Hvilke likheter er det mellom et rektangel og et kvadrat?

Hvilke forskjeller er det mellom et rektangel og et kvadrat?

Et kvadrat er også et rektangel. Forklar hvorfor.

Samtale
Elevene skal lære om egenskaper til et kvadrat og et rektangel og om likheter og forskjeller.

Bruk tid på å la elevene forklare hvorfor et kvadrat også er et rektangel, men at et rektangel ikke er et kvadrat.

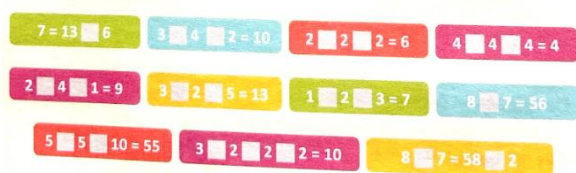
Parallele linjer er linjer som aldri møtes.

Figur 38: Hentet fra *Matematikk 6 Lærerveiledning*, Cappelen Damm, s.91.

Dette er en oppgave hvor målet er at elevene lærer om egenskaper til kvadrat, rektangel, likheter og forskjeller. Elevene skal forklare hvorfor et kvadrat er et rektangel, men at et rektangel ikke er et kvadrat. For å forklare dette må elevene komme med et generelt bevis som gjelder for alle kvadrater og alle rektangler.

Eksempel på oppgave som er spesifikk

Sonja har skrevet mange regneuttrykk på tavla, men glemte å sette inn tegn for at uttrykkene skal gi mening. Hjelp Sonja å sette +, -, · og : på rett plass.



Utforsk sammen

Elevene setter inn regnetegn. La elevene få argumentere for hvorfor løsningen deres er riktig.

Figur 39: Hentet fra Matematikk 7 Lærerveiledning, Cappelen Damm, s.92-93.

Her skal elevene argumentere for hvorfor løsningen deres er riktig, altså de skal bevise at tegnene de setter inn må være de riktige. Beviset elevene skal komme med er spesifikt og gjelder kun for tallene som er oppgitt, altså kan det ikke brukes for å si noe generelt om for eksempel tegnssetting.

Eksempel på oppgave som er både spesifikk og generell

U Nr. 6.17

Elevene skal avgjøre om påstandene på lappene er sanne eller usanne. De skal også skrive en begrunnelse for valget sitt til hver lapp. Begrunnelsen kan gis med ord, men elevene kan også tegne eller gi et eksempel som «bevis» på at påstanden er sann/usann.

6.17 Sant eller usant? Diskuter med en annen elev. Skriv en begrunnelse til hver påstand.



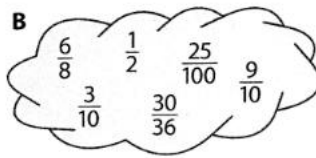
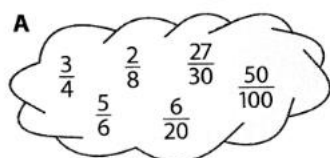
Figur 40: Hentet fra Multi 5B Lærers bok, Gyldendal, s.34.

I denne oppgaven skal elevene begrunne og komme med *bevis* på *hvorfor* påstandene er sanne eller usanne. Denne oppgaven har vi kodet som både spesifikk og generell, da de ulike påstandene krever ulike bevis. For eksempel krever “Uekte brøker er alltid større enn ekte brøker” et generelt bevis, mens “ $114=234$ ” krever et spesifikt bevis. Denne oppgaven er også en av veldig få oppgaver som bruker ordet *bevis* i instruksjonene til læreren.

4.5 Muligheter i lærerveiledningene kontra elevbøkene

Som Pettersen (2022) sier i sin oppgave, kunne hun oppdaget flere muligheter for Resonnering og argumentasjon dersom hun inkluderte lærerveiledningene i undersøkelsen sin. Våre funn tyder på at dette stemmer.

5.64 Hvilke brøker i A og B har samme verdi?



Nr. 5.64

Til hver brøk i sky A er det en likeverdig brøk i sky B. Elevene bør begrunne hvorfor de to brøkene er likeverdige, altså vise hvordan de kan utvide eller forkorte den ene brøken for å få den andre.

Figur 41: Hentet fra Multi 6B Lærerens bok, Gyldendal, s.30.

Denne oppgaven er et godt eksempel på hvordan lærerveiledningen legger opp til Resonnering og argumentasjon selv om elevboka ikke gir uttrykk for dette. Elevboken sier kun “hvilke brøker har samme verdi?”. Dette krever ingen videre begrunnelse annet enn å løse oppgaven. Bruker man lærerveiledningen sammen med oppgaven i elevboken, kan man se at det finnes muligheter. Her står det at “elevene bør begrunne hvorfor de to brøkene er likeverdige”, noe som viser at læreren får ekstra instruksjoner som gjør det naturlig å implementere *Resonnering og argumentasjon* i elevenes arbeid.

Figur 42 viser forskjellen på funn og konsistente funn i lærerveiledningene kontra elevbøkene. Tallene er samlet fra figur 9, 12, 15, 21 og 25, og viser dermed funn fra ordsøk i overfladisk analyse og dybdeanalyse av begrepene fra ordlisten. Det finnes oppgaver som gir mulighet for Resonnering og argumentasjon som ikke er inkludert i denne tabellen, da de er fra *ytterligere funn*.

	Lærerveiledning	Elevbok
Funn i Matematikk 5-7	162	48
Konsistent i Matematikk 5-7	31	9
Funn i Multi 5-7	487	70
Konsistent i Multi 5-7	211	44

Figur 42: Tabell av forskjellen på funn og konsistente funn i lærerveiledningene kontra elevbøkene.

5.0 Diskusjon

Vi vil i dette kapitlet diskutere interessante funn og observasjoner fra vår analyse og våre resultater. Her tar vi opp tråden fra deler som har blitt presentert tidligere i oppgaven og diskuterer videre rundt dette, i tillegg til at vi kommer med noen nye innspill.

5.1 Mangelen på synliggjøring av muligheter for arbeid med Resonnering og argumentasjon

Under vår analyse oppdaget vi at dersom vi anstrengte oss for å finne muligheter for arbeid med Resonnering og argumentasjon selv om instruksjonene i lærerveiledningen ikke ga uttrykk for det, var det mulig å gjøre nær sagt alle oppgaver gode for dette. Dette er ikke realiteten i en lærers hverdag, da det ikke finnes tid til å anstrenge seg eller analysere instruksjonene i den samme graden. Da vi under analysen valgte å sette oss inn i rollen som “en vanlig lærer” og spørre “dersom jeg så oppgaven og leste lærerveiledningen, ville jeg med utgangspunkt i dette lagt opp til arbeid med Resonnering og argumentasjon?”, fant vi at mulighetene ikke var like mange som håpet. I forkant av analysen håpet vi at vi ville finne en rekke muligheter for arbeid med Resonnering og argumentasjon med tanke på at lærerveiledningene ble produsert som følge av ny læreplan, der kjerneelementer har en sentral rolle. Valenta og Enge (2020) finner i sin studie at LK20 åpner for muligheter for at elever skal utvikle bevisrelaterte kompetanser gjennom grunnskolen og kommer med en forhåpning om at disse mulighetene blir ivaretatt av lærebokforfattere og lærere (s.16). Da funnene i vår analyse viste at mulighetene var færre enn vi håpet, mener vi at læreplanens innhold og mulighetene som finnes der ikke blir ivaretatt i stor nok grad i lærerveiledningene vi har analysert. Også Bieda et al. (2014) finner i sin studie at antallet oppgaver relatert til resonnering-og-bevis (RP) var svært få i lærebøkene de analyserte. De mente dette tydet på at nytten av læreplaner, som implementerer mål om arbeid med resonnering-og-bevis (RP), kunne være begrenset (s.9-10).

Som Ahl et al. (2015) påpeker, har utformingen av lærebøker og lærerveiledninger sterk innvirkning på hvordan undervisning, læring og klasseromspraksis er orkestret (s.179). Lærerveiledningenes utforming kan altså påvirke i hvilken grad kjerneelementet Resonnering og argumentasjon blir implementert i undervisningen. Vi mener

lærerveiledningene burde være tilrettelagt for travle lærere som skal ta hensyn til hele læreplanen og stadig huske på å implementere arbeid med kjerneelementene. Derfor er det nødvendig med klare og tydelige instruksjoner til læreren, som viser at det skal arbeides med deduktiv Resonnering og argumentasjon, i tillegg til konkrete eksempler på hvordan dette skal gjøres. En lærerveiledning i seg selv vil derimot ikke gjøre at Resonnering og argumentasjon blir implementert i undervisningen. Det er lærerens oppgave å finne potensialet som finnes i bøkene og utnytte dette på best mulig måte. Vi oppdaget at mulighetene ikke alltid blir synliggjort tilstrekkelig. Derfor er det viktig at læreren som skal ta i bruk lærerveiledningen er åpen for at det kan finnes muligheter for arbeid med Resonnering og argumentasjon også der det ikke er helt åpenlyst. Som vi nettopp poengterte, har lærere en travel hverdag og ikke alltid mulighet til å analysere instruksjonene. Likevel mener vi at det er lærerens oppgave å sikre at kjerneelementene gjennomsyrrer faget. Lærerveiledningen er kun et hjelpemiddel for å oppnå dette, men en god lærerveiledning med mange åpenbare muligheter, vil naturligvis komme både lærere og elever til gode.

Med vår studie og vår belysning av at det kan finnes muligheter for arbeid med Resonnering og argumentasjon selv om det ikke kommer tydelig frem i instruksjonene, håper vi å kunne gjøre lærere mer bevisst på nettopp dette. Dersom en lærer er klar over at mulighetene kan finnes, men at det i mange tilfeller krever en dypere undersøkelse av instruksjonene, vil han/hun kunne utnytte lærerveiledningenes potensial på en bedre måte.

5.2 Muligheter i lærerveiledningene kontra elevbøkene

Som nevnt i introduksjonen, bygger vår studie på en begrensning hos Pettersen (2022). Hun skriver at lærerveiledningene til de aktuelle bøkene hun analyserte, ikke ble undersøkt, og at ved å undersøke lærerveiledningene vil man kunne belyse flere muligheter for Resonnering og argumentasjon enn det man finner i lærebøkene alene (s.26).

Med vår studie har vi grunnlag for å belyse noen av mulighetene som kun finnes i lærerveiledningene. Vi har i figur 42 illustrert forskjellen på andelen forekomster av ordene i elevbøkene kontra lærerveiledningene, i tillegg til andelen konsistente forekomster. I startfasen av forskningen vår, var en tenkt tilnærming å sammenlikne Pettersen (2022) sine funn fra elevbøkene med hvordan de blir beskrevet i lærerveiledningen. Denne tilnærmingen

ble raskt valgt bort, da vi med den hadde gått glipp av mye interessant data og mange muligheter for Resonnering og argumentasjon. Dette fordi det ofte er i instruksjonene i lærerveiledningene man får inntrykk av at det skal legges opp til arbeid med Resonnering og argumentasjon, og dette kommer ikke alltid til syne i oppgavene i elevbøkene. Andelen muligheter ville altså ikke blitt høyere dersom vi hadde brukt Pettersens funn, men vi kunne undersøkt hvilke instruksjoner læreren fikk til hver av mulighetene hun allerede hadde lokalisert. Med vår tilnærming har vi derimot lokalisert betydelig flere muligheter. Pettersens funn viser at ordene knyttet til Resonnering og argumentasjon sjelden eller aldri ble brukt i de undersøkte lærebøkene, og at ordene som fant sted ikke ga mulighet for Resonnering og argumentasjon. I vår studie finner vi som sagt betydelig flere forekomster av ordene i tillegg til at vi blant forekomstene finner en rekke muligheter for arbeid med Resonnering og argumentasjon. Kontrasten Pettersen peker på mellom de manglende mulighetene og oppfordringen om at kjerneelementene skal ha en sentral rolle i matematikkundervisningen er ikke like stor i vår studie. Mengden oppgaver som gir mulighet for Resonnering og argumentasjon er likevel ikke like stor som man kunne forestilt seg med tanke på kjerneelementenes sentrale rolle i læreplanen. Vi har forståelse for at læreverkene har en stor oppgave med å favne hele læreplanen og at det er mange elementer som skal dekkes. Likevel mener vi at forklaringen av kjerneelementene, som sier at “kjerneelementene er hva elevene må lære for å kunne mestre og anvende faget, og det skal bidra til at elevene over tid utvikler forståelse av innhold og sammenhenger” (Utdanningsdirektoratet, 2019), tilsier at kjerneelementene er en såpass stor del av matematikkfaget at det bør få større plass. Disse kompetansene trenger ikke egne kapitler i bøkene, men kan implementeres på tvers av temaer. Vi har kun undersøkt et av kjerneelementene, og det kan derfor tenkes at andre kjerneelementer har fått større plass.

Instruksjonene som gis i lærerveiledningene bidrar altså til en økning av muligheter til å arbeide med Resonnering og argumentasjon, men det er ikke alltid instruksjonene faktisk gir større mulighet. Et eksempel på dette er *sant eller usant* oppgavene i Matematikk. Pettersen (2022) viser i sine resultater til et eksempel på en *sant eller usant* oppgave. Hun sier at ved en dypere analyse av denne typen oppgaver, er det interessant å se på hvilke type argumenter som er forventet. Hun trekker frem at beskrivelsen av oppgavetypen bruker ordet *argumentere*, men at det ikke brukes i oppgavene i seg selv, da det her er ordet *begrunn* som blir brukt (2022, s.35). Videre sier Pettersen at noen av utsagnene i oppgavene gir mulighet

for Resonnering og argumentasjon, mens andre ikke gjør det. Hun legger til at hvilken type begrunnelse som er forventet av elevene sjelden blir tydeliggjort i oppgavene (2022, s.35). Ut fra Pettersens antakelse om at man vil kunne belyse flere muligheter for Resonnering og argumentasjon ved undersøkelse av lærerveiledningene, er det interessant å se våre funn fra disse oppgavene. Vi finner at “lærerens instruksjoner til *sant eller usant* oppgavene er ordrett lik på hver eneste oppgave” og at instruksjonen tyder på at “det er gode muligheter for Resonnering og argumentasjon i samsvar med læreplanens definisjon”. I lærerens instruksjon brukes både begrepene *argumenter* og *begrunn* og denne instruksjonen i seg selv vil vi si gir forbedrede muligheter for arbeid med Resonnering og argumentasjon. I våre resultater presiserer vi, i likhet med Pettersen at det varierer fra utsagn til utsagn i én enkelt oppgave, om det faktisk er mulighet for deduktiv Resonnering og argumentasjon. Pettersen (2022) sier at hvilken type begrunnelse som er forventet av elevene sjelden blir tydeliggjort i oppgavene (s.35), noe som også gjelder i instruksjonene til læreren i lærerveiledningen. Dette betyr at vi ikke finner ytterligere muligheter for arbeid med Resonnering og argumentasjon ved å undersøke lærerveiledningene når det kommer til disse oppgavene.

5.3 Mangelen på bruk av ordet *bevis*

I Valenta og Enge (2020) sin analyse, fant de ingen formuleringer i kompetansemålene eller underveisvurdering knyttet til enkeltrinn i grunnskolen som viste direkte til bevis eller det å bevise. De påpeker at det kan tenkes at det å bevise er innbakt i begrepet argumentasjon, men at hverken ordet bevis eller det å bevise nevnes i noen formuleringer i læreplanen som omhandler spesifikke trinn (s.12). Dette stemmer godt overens med våre funn for søkeordet, da vi har svært få forekomster av selve ordet bevis. Vi har totalt i alle bøkene funnet ordet kun 15 ganger, hvor fire av forekomstene var i forbindelse med informasjon og ikke i oppgaver eller instruksjoner. Fem av forekomstene finner vi i én og samme oppgave i Multi 6A. Denne oppgaven, eller *forklaringsruten* har vi trukket frem som eksempel i 4.2.4, der vi presenterer resultatene fra analysen av begrepet bevis.. Der nevner vi at dette eksemplet er første og eneste gang noen av læreverkene forklarer hva et bevis er. Alle forekomstene av ordet *bevis* var i lærerveiledningene, og dermed var det ingen treff på ordet i elevbøkene. Som nevnt i resultatene, brukes *bevis* konsistent når det først brukes.

Mangelen på tydeliggjøring av bevis i læreverkene finner vi uheldig. Kjerneelementene i hvert fag skal som nevnt gjennomsyre undervisningen på tvers av temaene og er hva elevene må lære for å kunne mestre og anvende faget. Da definisjonen til kjerneelementet *Resonnering og argumentasjon*, tyder på krav om bevis, vil vi påstå at beviskompetanser er sentralt for matematikkfaget i grunnskolen. Også Valenta og Enge (2020) argumenterer for at bevis er sentralt i Resonnering og argumentasjon slik det er definert i kjerneelementet. De sier at mangler knyttet til blant annet kategorien bevis i læreplanen kan være til hindring for utvikling av elevers bevisrelaterte kompetanser (s.16). Å arbeide med bevis og å utvikle beviskompetanser, kan naturligvis implementeres uten å bruke selve ordet bevis, men vi mener det hadde vært hensiktsmessig å bruke ordet i seg selv i visse situasjoner.

En forklaring på at ordet bevis sjelden blir brukt, kan være at begrepet forbindes med avanserte bevis som ikke er mulig for elever på barnetrinnet å gjennomføre. Niss og Jensen (2002) sier at det ikke alltid er mulig eller aktuelt å gi faktiske bevis for matematiske utsagn, men at påstander i stedet blir forklart, illustrert og sannsynliggjort (s.94). Også Røsseland (2005) poengterer at “det ikke er forventet at elever på barnetrinnet skal gjennomføre bevisførsel i en streng betydning av begrepet” (s.15). Vi forstår som tidligere nevnt ikke dette som at elever på barneskolen *ikke* skal arbeide med bevis, men at hvilke krav som stilles til det gitte beviset må justeres etter elevenes kompetansenivå. Ved å bruke ord som *argumentere, resonnerer, forklare og begrunne* vil kanskje arbeidet med bevis ufarliggjøres og bli gjort mer tilgjengelig. Når Stylianides (2007) definerer bevis, lister han opp tre kjennetegn som karakteriserer et bevis i skolematematikken. Det alle de tre kjennetegnene har til felles, er at uttalelsene, resonnementene og kommunikasjonen skal være sanne, passende og kjent for klasseromssamfunnet (s.291). Stylianides (2007) bruker begrepet *bevis* selv om det skal tilpasses elevgruppen. Ved at elevene blir introdusert for begrepet *bevis* i tidlig alder og får muligheten til å arbeide med det på sitt kompetansenivå, kan dette være med på å ufarliggjøre både begrepet og prosessen med å bevise. På lang sikt kan dette føre til at de mer avanserte bevisene kan bli mer overkommelig å gjennomføre for elevene senere i utdanningsløpet.

5.4 Forholdet mellom bokens beskrivelse av kjerneelementet, og de faktiske mulighetene

Både i Cappelen Damms *Matematikk* og i Gyldendals *Multi*, skriver forfatterne om kjerneelementenes rolle og hvordan boken har lagt opp til arbeid med disse. Med denne forklaringen får vi en forsmak på hvordan forfatterne har tolket kjerneelementet Resonnering og argumentasjon. Beskrivelsen i *Matematikk* sine lærerveiledninger viser til at forfatterne tolker kjerneelementet som kommunikasjon og språk fremfor bevis, som nevnt i 4.1 *Informasjonssidene*. I *Multi* er også språk en måte forfatterne beskriver kjerneelementet på, men de legger i tillegg vekt på at elevene skal få mulighet til å beskrive hva de gjør, noe som skal være utgangspunkt for begrunnelser og argumentering. Ut fra dette ser vi at det deduktive ved kjerneelementet forsvinner i forfatternes tolkning hos *Matematikk* og blir til en viss grad bevart hos *Multi*, men det sier ikke nødvendigvis noe om hvilke muligheter som finnes for arbeid med Resonnering og argumentasjon, slik vi har tolket kjerneelementet.

Vi vil nå vise til noen eksempler der det tydeliggjøres hvordan *Matematikk* sin forklaring og tolkning av kjerneelementet kommer til syne i oppgavene og instruksjonene i bøkene.

Eksempelene vi bruker har i analysen blitt satt til *ikke konsistent*. Hadde vi brukt forfatterne sin egen tolkning og definisjon av kjerneelementet, ville våre resultater muligens vist betydelig større muligheter for arbeid med Resonnering og argumentasjon. Siden vi tar utgangspunkt i læreplanens definisjon og vår tolkning av denne, blir det færre muligheter.

Oppgave 1.47

a) Dette er en utfordrende oppgave med subtraksjon i kontekst. Den er krevende fordi det er to regneoperasjoner for hver person. Snakk med elevene, og la dem argumentere for hvordan de har tenkt å løse oppgaven.

1.47 Johanne, Ole og Samira har 850 kr hver og skal kjøpe klær.

a) Hvor mye har hver av dem igjen etter at de har handlet?

b) Hvor mye mer betaler Ole enn Johanne for klærne de kjøper?



Figur 43: Hentet fra *Matematikk 5 Lærerveiledning, Cappelen Damm, s.31-32*.

1.43 Regn ut. Velg regnemetode.

- | | | |
|------------------|------------------|------------------|
| a) $34 + 128 =$ | b) $59 + 241 =$ | c) $316 + 80 =$ |
| d) $132 + 471 =$ | e) $602 + 154 =$ | f) $399 + 235 =$ |
| g) $804 + 133 =$ | h) $523 + 337 =$ | i) $718 + 263 =$ |

Oppgave 1.43

Elevene skal velge hvilken metode de bruker på addisjonene. De behøver ikke bruke samme metode på alle oppgavene. Det er viktig at de lærer seg å se på tallene og velge den metoden som er mest hensiktsmessig. Samtal gjerne med elevene om hvilke metoder de har valgt på de ulike oppgavene og la dem få argumentere for sine valg.

Figur 44: Hentet fra *Matematikk 5 Lærerveiledning*, Cappelen Damm, s.28.

Flere av oppgavene vi har satt som *ikke konsistent*, ligner eksemplene over. Det er oppgaver som handler om å snakke matte og forklare for hverandre, altså språk og kommunikasjon. Disse gir ikke mulighet for Resonnering og argumentasjon. Mange oppgaver gir likevel muligheter for Resonnering og argumentasjon selv om det deduktive aspektet forsvinner i *Matematikk* sin forklaring av kjerneelementet. Dette kommer til syne i resultatene, da vi har en rekke oppgaver som har blitt satt til *konsistent* i vår analyse.

5.5 De generelle oppgavene

I 3.5.2, hvor vi legger frem hvordan vi har kodet, har vi gjort rede for et valg om å skille mellom *spesifikke* og *generelle* oppgaver i analysen vår. I resultatene viser vi at et fåtall av oppgavene ble kodet som *generelle*.

Ser vi på definisjonen av kjerneelementet, står det at “elevene skal forstå at matematiske *regler* og *resultater* ikke er tilfeldige, men har klare begrunnelser” (Kunnskapsdepartementet, 2019, s.3, vår utheving). Vi tenker at *regler* inngår i de generelle oppgavene, mens de spesifikke oppgavene omfavner *resultater*. Det betyr at lærerveiledningene dekker kjerneelementets retningslinjer kring å forstå at matematiske *resultater* ikke er tilfeldige, mens retningslinjene om *regler* ikke blir like godt ivaretatt. Det hadde vært ønskelig om alle kjerneelementets deler ble ivaretatt i like stor grad. Vi skulle derfor naturligvis sett at det var

en større andel av generelle bevis. Arbeid med dette kan hjelpe elevene til å se og forstå matematiske sammenhenger og ved å selv utforme generelle bevis, vil elevene kunne få en dypere forståelse for det de beviser. Denne forståelsen vil være et godt grunnlag for elevenes videre oppgavejobbing. Vi mener likevel ikke at alle bevis bør være av en generell karakter, da vi som nevnt ønsker at alle deler av kjerneelementet bør bli ivaretatt i like stor grad.

Overvekten av spesifikke bevis kan mulig forklares med støtte i Herbst (2002) sin studie. I sin historiegjennomgang viser Herbst til at i originalenes epoke (The Era of Originals), skulle elevene lage egne bevis ut fra originale ideer, noe som betydde at bevisene som ble produsert her, var av en generell karakter. Når Herbst gjennomgår overgangen fra denne epoken til den neste, øvelsens epoke (The Era of Training), trekker han frem at bevisene i originalenes epoke ble sett på som “for få og for vanskelige” (Herbst, 2002, s.299, vår oversettelse), og at de heller burde være “mange, enkle og nøye tilpasset” (Young et al., 1899, s.136, sitert i Herbst, 2002, s.299, vår oversettelse). Altså ble de generelle bevisene, som var karakteristiske for originalenes epoke, for avansert, noe som gjorde at det ble anbefalt å heller rette fokus mot mer overkommelige bevis som var tilpasset elevgruppen. Selv om Herbst sin studie omfatter geometrifaget på videregående skole, kan vi kanskje trekke paralleller til hvorfor det er overvekt av spesifikke bevis i bøkene som er inkludert i vår studie. Kanskje kan spesifikke bevis gi større muligheter for elevene til å produsere argumenter og bevis som er tilpasset sitt kompetansenivå. Som nevnt tidligere er det viktig å tilpasse bevisføringen etter elevenes kompetansenivå (Stylianides, 2007; Røsseland, 2005; Valenta & Enge 2020). Spesifikke bevis kan være en god inngang til arbeid med bevis på elevenes kompetansenivå, da det kan være mer overkommelig å ha spesifikke tall å forholde seg til.

5.6 Hva bidrar til å gi muligheter for arbeid med Resonnering og argumentasjon?

Vi har i vår studie undersøkt *hvilke muligheter som finnes for arbeid med kjerneelementet Resonnering og argumentasjon i lærerveiledningene*. Gjennom å gjøre dette har vi i tillegg oppdaget hva som er med på å gi disse mulighetene og hva som gjør at man som lærer kan oppdage mulighetene som finnes. Vi vil nå gjøre rede for disse funnene.

5.6.1 Moteksempel

I figur 45 viser vi en oppgave vi oppdaget ved søkeordet *argument*. Her satt vi oppgaven og bruken av ordet konsistent, men mer interessant var ordet *moteksempel*.

U Nr. 6.53
Elevene arbeider i par eller små grupper. Hver gruppe får en kopi av et koordinatsystem (kopiark 6.126b). De begynner med å lese gjennom alle påstandene på lappene hver for seg. Sammen i gruppa diskuterer og avgjør de om påstandene er sanne eller usanne.

Elevene bør få bruke et koordinatsystem i utforskningen av påstandene. Gruppene bør utfordres til å komme fram til begrunnelser for hvorfor de mener hver påstand er sann eller usann.

Oppgaven gir elevene trening i å bruke begrepene og utfordrer forståelsen deres av speiling i et koordinatsystem.

I en felles gjennomgang av påstandene er det viktig at elevene visualiserer argumentene i et koordinatsystem. Mange elever er avhengig av en visualisering av påstandene for å kunne avgjøre om de er sanne eller ikke. Siden dette er generelle påstander, vil elevene komme med ulike eksempler som underbygger

6.53 a Bestem for hver påstand om den er sann eller usann.

A Når du spiller punkt P om andreaksen, vil førstekoordinaten til det nye punktet være den samme som til punkt P.	B Når du spiller punkt P først om førsteaksen, og så om andreaksen, vil koordinatene til det siste punktet være de samme som til punkt P.	C Når du spiller punkt P om førsteaksen, vil andrekoordinaten til det nye punktet være like stor som til punkt P, men ha motsatt fortegn.
D Når du spiller punkt P først om førsteaksen, og så en gang til om førsteaksen, vil koordinatene til det siste punktet være de samme som til punkt P.	E Når du spiller punkt P om førsteaksen, vil førstekoordinaten til det nye punktet være den samme som til punkt P.	F Når du spiller punkt P først om andreaksen, og så om førsteaksen, vil koordinatene til det siste punktet være like store som til punkt P, men ha motsatt fortegn.

b Sammenlikn svarene dine med svarene til en annen elev.

vurderingene deres. Det å bruke eksempler er empiriske begrunnelser. Det å komme med et moteksempel er tilstrekkelig for å vise at en påstand er gal. Men mange bekrefte eksempler betyr ikke nødvendigvis at noe er sant. Forsøk derfor å få elevene til å komme med mer generelle argumenter for påstander de mener er sanne.

Figur 45: Hentet fra *Multi 6B Lærerens bok*, Gyldendal, s.60.

Dette er et godt eksempel på hvordan lærerveiledningen gir nyttige og tydelige instruksjoner til læreren. Det står blant annet at “det å komme med et moteksempel er tilstrekkelig for å vise at en påstand er gal”. Å komme med moteksempel er en god og effektiv måte å *bevise* noe, og derfor en fin måte å implementere Resonnering og argumentasjon i elevenes oppgavejobbing. Vi har funnet at hver gang et moteksempel er forventet, har vi kodet oppgaven som konsistent. Det er en konsis og god instruksjon, som raskt gir læreren inntrykk av at oppgaven krever et bevis. McCrory og Stylianides (2014) nevner i sine resultater at flere forfattere understreker at et moteksempel er nok til å avkrefte en generell matematisk påstand, men at det å finne utallige eksempler ikke beviser en påstand (s.127). De refererer videre til Parker (2004), som sier “for å bevise at et utsagn er sant, må man bevise at det er sant for alle tall, mens for å vise at det er usant kreves det bare et moteksempel. Moteksempel er utrolig nyttige når du underviser i matematikk” (Parker, 2004, s.123, referert i McCrory & Stylianides, 2014, s.127-128, vår oversettelse). Altså underbygger McCrory og Stylianides (2014) og Parker (2004) vår påstand om at moteksempel er nyttig å arbeide med for å utvikle elevenes beviskompetanser. Det er en raskt måte å bevise noe på, dersom det man ønsker å bevise er at en påstand er usann.

5.6.2 “Hvorfor”

I kjerneelementet Resonnering og argumentasjon står det at “elevene skal forstå at matematiske regler og resultater ikke er tilfeldige” (Kunnskapsdepartementet, 2019, s.3). Vi tolker dette som at elevene må ha en forståelse for *hvorfor*. Altså, ved at elevene skal *forstå* at matematiske regler og resultater ikke er tilfeldige, må de kunne forklare *hvorfor* de ikke er tilfeldige for å forstå det. Det står videre at “elevene begrunner framgangsmåter, resonnementer og løsninger og beviser at disse er gyldige” (Kunnskapsdepartementet, 2019, s.3). Også her tolker vi det som at når elevene skal bevis at framgangsmåter, resonnementer og løsninger er gyldige, må de begrunne *hvorfor* de faktisk er gyldige. McCrory og Stylianides (2014) referer til Beckmann som forklarer bevis som “en grundig, presis, logisk forklaring på *hvorfor* noe er sant...” (s.129, vår oversettelse, vår utheving), i tillegg til at de referer til Parker (2004) som definerer bevis som “en klar, detaljert forklaring på *hvorfor* matematiske fakta er sanne.” (s.129, vår oversettelse, vår utheving). De sier ikke selv noe om begrepet *hvorfor* sin betydning, men de to ovennevnte definisjonene av bevis tyder på at *hvorfor* er essensielt for å forklare hva bevis er.

I vår analyse oppdaget vi at i oppgaver hvor *forklar* ble brukt, stod det ofte at elevene skulle forklare utregning eller tankegang. Vi forstod disse oppgavene som at elevene bare skulle forklare hva de hadde gjort eller tenkt, ikke *hvorfor det var riktig*. Dersom oppgaven krever en forklaring på hvorfor et svar er rett, må dette stå spesifisert i instruksjonen. Vi har som nevnt i resultatene funnet at *forklar hvorfor* gir klart bedre mulighet for deduktiv Resonnering og argumentasjon enn *forklar hvordan*, naturligvis med noen unntak. Der elevene må forklare *hvorfor* svaret ble rett, fordrer det til deduktiv Resonnering og argumentasjon. Altså er det selve formuleringen og ordet *hvorfor* som styrker begrepet *forklar*. Når *hvorfor* følger andre begreper, som *begrunn* og *argumenter for*, ser vi også her at instruksjonen gir tydeligere inntrykk av at oppgaven krever bevis.

Som vi nevner i forordene, har en stor frustrasjon for oss begge i skolegangen vært nettopp “hvorfor” i matematikken. Det var ikke før vi startet med matematikkdirakundervisning på universitetet at vi virkelig fikk en forståelse for mange av våre tidligere *hvorfor*. Med den nye læreplanen og dens kjerneelementer kan vi se at det nå ligger et større fokus på dette allerede i grunnskolen.

5.6.3 Begrunn

I resultatene våre nevner vi at når ordet *begrunn* først brukes, er det ofte konsistent. I Multi brukes ordet relativt mange ganger, noe som gjør *begrunn* til et begrep som er med på å gi mulighet for arbeid med Resonnering og argumentasjon og et begrep som ofte gjør at læreren kan oppdage muligheten som finnes. Da definisjonen til kjerneelementet også inkluderer ordet *begrunn*, er det naturlig at det er et godt begrep for å gi instruksjoner om å resonnerer og argumentere deduktivt. I kjerneelementet står det at argumentasjon “handler om at elevene *begrunner* framgangsmåter, resonnementer og løsninger og beviser at disse er gyldige” (Kunnskapsdepartementet, 2019, s.3). Denne formuleringen ligner mange av formuleringene i Multi. Vi vil nå vise til noen eksempler på hvordan *begrunn* brukes i lærerens instruksjoner og hvordan det er med på å gi implikasjoner om at det skal arbeides med bevis.

U 5.22 Hvilke av påstandene er sanne, og hvilke er usanne?

A 0,85 er midt mellom $\frac{8}{10}$ og $\frac{9}{10}$.	B $\frac{13}{27}$ er mindre enn 50%.	C $\frac{10}{11}$ er det samme som 0,9.	D Det fins ingen desimaltall mellom $\frac{65}{100}$ og $\frac{66}{100}$.
--	--	---	--

Nr. 5.22

Elevene går gjennom de fire påstandene og skriver for hver påstand om de tror den er sann eller usann. Elevene skriver også en begrunnelse for vurderingen sin, gjerne ved hjelp av tegning, konkreter og/eller tallinje.

I en oppsummering er det viktig at lærer er tilbakeholden med å avgjøre om elevenes forslag er riktige eller gale. Det er bedre å la elevene bruke god tid på å diskutere hver påstand, særlig dem det er uenighet om. La ulike elever presentere forslagene sine, med begrunnelser. Kanskje de klarer å argumentere seg fram til enighet på egen hånd.

Figur 46: Hentet fra Multi 6B Læreren bok, Gyldendal, s.11.

Her skal elevene avgjøre om en påstand er sann eller usann og begrunne det ved hjelp av tegning, konkreter og/eller tallinje. De skal videre presentere sine forslag, med begrunnelser. Ordet *begrunn* blir her brukt to ganger, der begge tilsier at elevene skal presentere en form for bevis. I oppgaver hvor elevene skal ta i bruk konkreter, tegninger, modeller eller lignende, åpner det ofte for mulighet til å arbeide med Resonnering og argumentasjon.

2.22 Sett inn sifre slik at uttrykkene blir riktige. Det kan være flere svaralternativer.

a $4,17 < 4, \square 9$

c $51,071 > 5 \square,089$

e $0, \square 04 > 0,85 \square$

g $10, \square \square 5 > 1 \square, \square \square 9$

i $\square 9, \square \square 2 < 1 \square, 0 \square \square$

b $14,2 \square 5 < 14,288$

d $10,010 > 1 \square, \square \square 1$

f $7, \square \square 3 < 7,0 \square 1$

h $8,9 \square \square < 8, \square \square 9$

j $20, \square \square 8 > 2 \square, 9 \square 8$

Nr. 2.22

Elevene finner et siffer som kan stå på den tomme plassen, slik at utsagnet blir riktig. Gå gjerne gjennom den første oppgaven i fellesskap. Her kan vi ikke bruke sifferet 0, men vi kan bruke hvilket som helst av sifrene 1–9.

Elevene leter etter flere mulige svar. Det er i orden om noen kun finner én løsning, men utfordre elevene til å finne flere. For enda mer utfordring kan elevene forsøke å finne *alle mulige* løsninger, og deretter begrunne at de har funnet alle.

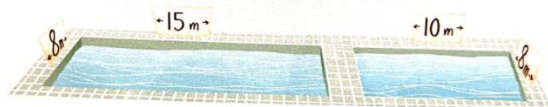
Figur 47: Hentet fra *Multi 6A Lærers bok*, Gyldendal, s.50-51.

Her får læreren instruksjoner om at elevene kan få ytterligere utfordring i oppgaveløsningen og det er her muligheten for å arbeide med bevis kommer inn. Det står at elevene kan forsøke å finne alle mulige løsninger og *begrunne* at de har funnet alle. For å gjøre dette *må* elevene bevise. Hele formuleringen gir klare retningslinjer til læreren om at det her ligger et krav om bevis i begrunnelsen.

I Matematikk brukes *begrunn* hovedsakelig i *sant eller usant* oppgavene. Som nevnt i resultatene, varierer det for hvert utsagn om begrunnelsen faktisk gir mulighet for Resonnering og argumentasjon. I tillegg til forekomstene i *sant eller usant*, finner vi noen få oppgaver i elevbok der elevene får beskjed om å *begrunne svaret*. I figur 48 viser vi et eksempel på dette og hvordan instruksjonene til læreren styrker mulighetene for arbeid med Resonnering og argumentasjon. I figur 49 viser vi til et eksempel hvor *begrunn* forekommer i lærerveiledningen. Dette eksemplet er valgt da det er det eneste stedet *begrunn* brukes konsistent i lærerveiledningen utenom *sant eller usant* oppgavene.

Utforsk sammen

Nedenfor er det to basseng. Det er like mye vann i begge bassengene. Hvor mange liter vann kan det være i hvert basseng? Begrunn svaret.



Utforsk sammen

Oppgavene har mange løsninger, men alle løsningene er i forholdet 2 : 3 mellom det største og det minste bassenget. La elevene argumentere for sine løsninger.

Figur 48: Hentet fra Matematikk 6 Lærerveiledning, Cappelen Damm, s.234-235.

Her står det i elevbok at elevene skal *begrunne svaret sitt*. I analysen vår satt vi denne formuleringen som konsistent. Instruksjonene til læreren på denne oppgaven presiserer at elevene skal *argumentere for sine løsninger*. Dette er altså to ulike formuleringer som tilsier det samme, men ved at elevene selv får instruksjoner om å begrunne, i tillegg til at læreren får ytterligere instruksjoner om dette, vil vi si dette er en oppgave som tydelig gir mulighet for arbeid med Resonnering og argumentasjon. Det er enkelt for læreren å oppdage at det her skal arbeides med bevis.

1.27 Hvilket tall har høyest verdi?

- a) 157 175 b) 251 521 c) 488 884
d) 1042 1024 e) 7040 7400 f) 8010 8100

Oppgave 1.27

Denne oppgaven egner seg også godt som samtaleoppgave hvor elevene kan få øvelse i å begrunne hvorfor for eksempel 175 har høyere verdi enn 157.

Figur 49: Hentet fra Matematikk 5 Lærerveiledning, Cappelen Damm, s.22.

Her får læreren instruksjoner om at elevene skal *begrunne hvorfor* et tall har høyere verdi enn et annet. Dette er en tydelig og god instruksjon som forteller læreren at det skal arbeides med bevis. Her ser vi også hvordan *hvorfor* er med på å styrke *begrunn*.

I Pettersen (2022) sin diskusjon trekker hun frem et funn hun gjorde på begrepene *begrunn* og *forklar*. Der skriver hun "Ordet *forklare* forekommer vanligvis oftere enn *begrunne* i samme

lærebokserie for hver klasse, bortsett fra i Matematikk 7 fra Cappelen Damm hvor begrunne finnes mer vanlig enn forklare" (Pettersen, 2022, s.30, vår oversettelse). Den samme forskjellen finner også vi i våre funn fra lærerveiledningene, der forklar brukes oftere enn begrunn innenfor samme læreverk. Unntaket Pettersen finner i Matematikk 7 gjelder derimot ikke for våre funn. Ser vi derimot på andelen konsistente funn i lærerveiledningene, oppdager vi en motsetning. Her er det flere konsistente forekomster av begrepet begrunn enn konsistente forekomster av begrepet forklar i læreverket Multi fra Gyldendal. Altså gir begrepet begrunn flere muligheter for arbeid med kjerneelementet Resonnering og argumentasjon enn hva forklar gjør. Grunnen kan være at forklar blir brukt på mange ulike måter, og at kun en liten andel av dem blir brukt på en måte som faktisk gir mulighet for arbeid med Resonnering og argumentasjon, i tillegg til at når begrunn først brukes, er det ofte konsistent og gir dermed gode muligheter for arbeid med Resonnering og argumentasjon.

Vi vil nevne at det også finnes steder der begrepet *begrunn* ikke brukes konsistent. Når Jeannotte og Kieran (2017) klargjorde elementene innenfor matematisk resonnering, inngikk *å begrunne* som en del av valideringsprosessene som handler om å finne ut om en matematisk påstand er sann eller usann. Vi knyttet denne prosessen til kjerneelementets forklaring av argumentasjon og nevnte at denne prosessen vil være naturlig å implementere i matematikkundervisningen på barnetrinnet, noe eksemplene ovenfor støtter. Jeannotte og Kieran nevner at begrunnelsesprosessen innebærer både begrunnelser med deduktiv og ikke-deduktiv struktur. I 4.2.5, der vi presenterer resultatene fra analysen av begrepet begrunn, nevner vi at vi finner steder der begrepet ikke brukes konsistent. Disse forekomstene kan knyttes til den ikke-deduktive strukturen.

Når læreren får instruksjoner om at elevene skal begrunne svarene sine, hvorfor noe er sant, eller liknende, har det selvsagt stor betydning hvordan elevene *faktisk* begrunner. Elevene kan komme med svært forenklede begrunnelser som ikke er deduktive, og dermed ikke konsistente med vår tolkning av kjerneelementet. Vi vil derfor presisere at en av lærerens oppgaver er å påse at begrunnelsene som blir lagt frem, faktisk er av deduktiv art. Stylianides (2007) foreslår i sin artikkel at læreren skal ha en aktiv rolle med å styre elevenes bevisføring for å fremme elevenes beviskompetanse. Dette innebærer at læreren skal vurdere om visse argumenter kvalifiserer som bevis og ta beslutninger om hvilke argumenter som kan telle som bevis (Stylianides, 2007, s.318).

6.0 Konklusjon

Med den nye læreplanens fokus på kjerneelementer i fagene, burde *Resonnering og argumentasjon* gjennomsyre undervisningen i matematikkfaget. Som Ahl et al. (2015) påpeker, har utformingen av lærebøker og lærerveiledninger sterk innvirkning på hvordan undervisning, læring og klasseromspraksis er orkestret (s.179). Lærebokforfattere har derfor en viktig rolle i å sikre at dette realiseres.

Da Pettersen (2022) i sin studie undersøkte elevbøker publisert etter den nye læreplanen, fant hun at det finnes muligheter for Resonnering og argumentasjon i disse bøkene. Hun påpekte likevel at mulighetene er få, noe som står i kontrast med læreplanen og matematikkutdanningsforskeres etterlysning av Resonnering og argumentasjon som sentralt i matematikkutdanningen (s.VI). Et supplement til elevbøkene er deres tilhørende lærerveiledninger. Da disse kan gi læreren instruksjoner for hvordan undervisningen kan gjennomføres, har vi i vår studie undersøkt hvilke muligheter for arbeid med kjerneelementet Resonnering og argumentasjon som finnes her. Våre funn viser at det er betydelig flere muligheter i lærerveiledningene enn i elevbøkene. Dette til tross for et inntrykk av at lærerveiledningenes beskrivelse av kjerneelementet viste en annen tolkning enn vår. Andelen muligheter kunne derimot med fordel vært større for å sikre gjennomsyring av kjerneelementet Resonnering og argumentasjon i matematikkfaget. En gjentakende observasjon i analysen vår, var mangelen på synliggjøring av muligheter i instruksjonene til lærerne. For eksempel er *bevis* et ord som sjeldent forekommer i bøkene, noe vi finner uheldig, da det kan sies å være hovedtyngden i kjerneelementet Resonnering og argumentasjon. Vi skulle gjerne sett instruksjoner som tydelig gir inntrykk av at noe skal bevises, noe ordet *bevis* naturligvis kunne bidratt til. Instruksjoner som derimot gir tydelige retningslinjer om at det skal arbeides med deduktiv Resonnering og argumentasjon, inneholder gjerne ord som *moteksempel*, *hvorfor* og *begrunn*. I oppgavene hvor vi finner mulighet for arbeid med Resonnering og argumentasjon, er det overvekt av oppgaver som ender i et spesifikt bevis. Vi etterspør i vår diskusjon en jevnere fordeling, da vi mener kjerneelementet etterspør både spesifikke og generelle bevis.

I våre digitale tider er det færre og færre skoler og lærere som bruker de fysiske bøkene. Videre forskning burde derfor undersøke hvilke muligheter som finnes i læreverkens digitale

plattformer. Et annet innspill til videre forskning, stammer fra en begrensning fra vår egen studie. En av metodene Bowen nevner som komplement til dokumentanalysen, er intervju. Vi ønsket og hadde lenge som mål å gjennomføre et intervju med lærere som anvender læreverkene vi analyserte, men dette ble ikke gjennomførbart. En lærerveiledning er et godt verktøy, men det er opp til læreren å utnytte mulighetene som finnes i den. Stylianides (2007) nevner at læreren burde ha en aktiv rolle i elevenes arbeid med bevis, blant annet ved å vurdere hvilke argumenter som kvalifiserer som bevis (s.318). Å undersøke hvordan lærere bruker lærerveiledningene, ville derfor vært et interessant bidrag til forskningsfeltet.

Mangelen på intervju av lærere er som nevnt en begrensning ved vår studie. En annen begrensning er at vi kun har sett på lærerveiledningene til to forleggere. Dette gir oss ikke grunnlag for å si noe om lærerveiledninger generelt i Norge. Vi vil i tillegg trekke frem at vi kan ha gått glipp av noen muligheter for Resonnering og argumentasjon i bøkene, men ved hjelp av ordlisten, i tillegg til undersøkelse av oppgaver nevnt i informasjonssidene, har vi forhåpentligvis funnet nok til å kunne stadfeste hvilke muligheter som finnes.

Vi føler oss trygge på å konkludere med at det finnes gode muligheter for arbeid med Resonnering og argumentasjon i de inkluderte lærerveiledningene, men at det med tanke på kjerneelementets sentrale rolle i matematikkundervisningen kunne kommet sterkere til syne i lærerens instruksjoner.

Litteraturliste

Ahl, L., Gunnarsdóttir, G. H., Koljonen, T. & Pálsdóttir, G. (2015). How teachers interact and use teacher guides in mathematics – cases from Sweden and Iceland. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 20(3–4), 179–197.

https://www.researchgate.net/publication/308694390_How_teachers_interact_and_use_teacher_guides_in_mathematics_-_cases_from_Sweden_and_Iceland

Alseth, B., Arnås, A-C., Røsseland, M. & Nordberg, G. M. (2020a). *Multi 5A Lærerens bok* (3.utg). Gyldendal.

Alseth, B., Arnås, A-C., Røsseland, M. & Nordberg, G. M. (2020b). *Multi 5B Lærerens bok* (3.utg). Gyldendal.

Alseth, B., Røsseland, M., Arnås, A-C., & Nordberg, G. M. (2021a). *Multi 6A Lærerens bok* (3.utg). Gyldendal.

Alseth, B., Røsseland, M., Arnås, A-C., & Nordberg, G. M. (2021b). *Multi 6B Lærerens bok* (3.utg). Gyldendal.

Alseth, B., Røsseland, M., Arnås, A-C., & Nordberg, G. M. (2022a). *Multi 7A Lærerens bok* (3.utg). Gyldendal.

Alseth, B., Røsseland, M., Arnås, A-C., & Nordberg, G. M. (2022b). *Multi 7B Lærerens bok* (3.utg). Gyldendal.

Bieda, K. N., Ji, X., Drwencke, J. & Picard, A. (2014). Reasoning-and-proving opportunities in elementary mathematics textbooks. *International Journal of Educational Research*, 64, 71-80. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2013.06.005>

Gulbrandsen J. E., Løchsen, R., Måleng, K & Olsen, V. S. (2020). *Matematikk 5 Lærerveiledning*. Cappelen Damm

Gulbrandsen J. E., Løchsen, R., Måleng, K & Olsen, V. S. (2021). *Matematikk 6 Lærerveiledning*. Cappelen Damm

Gulbrandsen J. E., Løchsen, R., Måleng, K & Olsen, V. S. (2022). *Matematikk 7 Lærerveiledning*. Cappelen Damm

Hemmi, K., Lepik, M. & Viholainen, A. (2013). Analysing proof-related competencies in Estonian, Finnish and Swedish mathematics curricula – towards a framework of developmental proof. *Journal of Curriculum Studies*, 45(3), 354-378.
<https://doi.org/10.1080/00220272.2012.754055>

Herbst, P. G. (2002). Establishing a Custom of Proving in American School Geometry: Evolution of the Two-Column Proof in the Early Twentieth Century. *Educational Studies in Mathematics*, 49(3), 283–312. <https://doi.org/10.1023/A:1020264906740>

Jeannotte, D. & Kieran, C. (2017). A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. *Educ Stud Math* 96, 1–16 (2017). <https://doi.org/10.1007/s10649-017-9761-8>

Kunnskapsdepartementet. (2019). *Læreplan i matematikk 1.-10. trinn (MAT01-05)*. Fastsatt som forskrift av Kunnskapsdepartementet. Hentet fra <https://www.udir.no/lk20/MAT01-05>

McCrary, R. & Stylianides, A. J. (2014). Reasoning-and-proving in mathematics textbooks for prospective elementary teachers. *International Journal of Educational Research*, 64, 119-131. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2013.09.003>

Niss, M. & Jensen, T. H. (2002). *Kompetencer og matematiklæring - Ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark*. Uddannelsesstyrelsens temahæfteserie nr. 18-2002. Undervisningsministeriet.

Pettersen, R. (2022). *Opportunities for reasoning and argumentation: Norwegian mathematics textbooks for grades 5-7* [Masteroppgave, Universitetet i Agder]. AURA.
<https://uia.brage.unit.no/uia-xmlui/handle/11250/3036582>

Postholm, M. B. & Jacobsen, D. I. (2021). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanningen*. Cappelen Damm Akademisk

Reid, D. A. (2022). 'Reasoning' in national curricula and standards. I J. Hodgen, E. Geraniou, G. Bolondi & F. Ferretti. (Red.) *Proceedings of the Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME12)* (s. 299 – 306). Free University of Bozen-Bolzano and ERME.

Reid, D. A. & Knipping, C. (2010). *Proof in mathematics education: Research, learning and teaching*. Sense Publishers.

Røsseland, M. (2005). Hva er matematisk kompetanse?. *Tangenten*, 2005(1), 12-18.
https://beta.matematikkenteret.no/sites/default/files/attachments/page/rosseland_1_2005.pdf

Stylianides, A. J. (2007). Proof and proving in school mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(3), 289-321. <https://www.jstor.org/stable/30034869>

Stylianides, G. J. (2008). An Analytic Framework of Reasoning-and-Proving. *For the Learning of Mathematics*, 28(1), 9–16. <http://www.jstor.org/stable/40248592>

Utdanningsdirektoratet. (u.å). *Læreplanverket*. Udir. <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/>

Utdanningsdirektoratet. (2019, 18.november). *Hva er kjerneelementer?* Udir. <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/stotte/hva-er-kjerneelementer/>

Valenta, A. & Enge, O. (2020). Bevisrelaterte kompetanser i læreplanen LK20 for matematikk i. *Acta Didactica Norden*, 14(3), 1-18. <http://dx.doi.org/10.5617/adno.8195>

Vedlegg 1

ANALYSE AV MATEMATIKK 5

Overfladisk analyse

Begrep	Matematikk Lærerens bok	Matematikk 5 Elevbok/grunnbok
Argument (Argumentasjon, argumenter, argumentere)	29	1
Resonner (Resonnere, resonnering, resonnement, resonnementer)	1	0
Forklar (forklare, forklarer, forklart, forklaring)	25	4
Bevis (Bevise)	0	0
Begrunn (Begrunne, begrunnelse, begrunner)	7	9

	Argumenter	Resonner	Forklar	Bevis	Begrunn
Side	VI (i)	VI (i)	III (i)		22 (K)
	VII (2) (i)		VIII (i)		27 (IK) (elevbok)
	VIII (2) (i)		IX (i)		44-45 (2) (K) sant/usant (1 elev, 1 lærer)
	IX (i)		XIII (i)		74-75 (2) (K) sant/usant (1 elev, 1 lærer)
	11 (K)		XIV (i)		98-99 (2) (K) sant/usant (1 elev, 1 lærer)
	28 (IK)		9 (IK)		146-147 (IK) (elevbok)
	31 (IK)		10 (IK)		150-151 (2) (K) sant/usant (1 elev, 1 lærer)

	32 (IK)		27 (IK)		184-185 (2) (K) sant/usant (1 elev, 1 lærer)
	34 (IK)		28 (IK)		214-215 (IK) (elevbok)
	38 (IK)		30 (IK)		216-217 (2) (K) sant/usant, (1 elev, 1 lærer)
	44-45 (K) sant/usant		50 (IK)		
	65 (K)		53 (K)		
	74-75 (K) sant/usant		58 (IK)		
	83 (K)		60 (IK)		
	90-91 (K)		84 (2) (K) (iK) (1 elev, 1 lærer)		
	98-99 (K) sant/usant		90-91 (K) (elevbok)		
	104 (2) (K)		93 (K)		
	105 (K)		100-101 (IK)		
	117 (K)		112-113 (IK) (elevbok)		
	139 (2) (K) (1 elev, 1 lærer)		117 (IK)		
	144-145 (K)		120 (IK)		
	146-147 (IK)		142-143 (IK)		
	150-151 (K) sant/usant		158-159 (IK)		
	154-155 (K)		162 (K) (elevbok)		
	184-185 (K) sant/usant		169 (IK)		

	216-217 (K) sant/usant		178-179 (IK)		
			198-199 (2) (IK)		

(antall ganger hvis flere enn én)

(i) = informasjon

(K) = konsistent bruk av begrepet

(IK) = ikke konsistent bruk av begrepet

DYBDEANALYSE

Begrep	Nevnt i lærerens bok	Konsistent bruk av begrepet i lærerens bok	Nevnt i elevbok	Konsistent bruk av begrepet i elevbok	Sant/usant*	Informasjon**
Argument (argumentasjon, argumenter, argumentere..)	29	11	1	1	6	4
Resonner (Resonner, resonner, resonnering..)	1	0	0	0	-	1
Forklar (Forklar, forklare, forklaring..)	25	2	4	3	-	5
Bevis (Bevise)	0	0	0	0	-	0
Begrunn (Begrunne)	7	1	9	0	12	0

*sant/usant er ikke telt som konsistent bruk av begrepet

**begrepet kodet som informasjon er ikke telt som konsistent/ikke konsistent

Argument

*Tar utgangspunkt i tabellen med alle forekomster av søkeordet og ser kun på sider/oppgaver der begrepet er konsistent med læreplanens beskrivelse av Resonnering og argumentasjon, og vår tolkning av denne.

Side	Argument i lærerens bok	Argument i elevenes bok	Spesifikk	Generell
11				
65				
83				
90-91				
104 (2)				
105				
117				
139 (2)				
144-145				
154-155				

Funn

Ingen farge: ingen funn

() = antall hvis flere enn én

Begrunn

*Tar utgangspunkt i tabellen med alle forekomster av søkeordet og ser kun på sider/oppgaver der begrepet er konsistent med læreplanens beskrivelse av Resonnering og argumentasjon, og vår tolkning av denne.

Side	Begrunn i lærerens bok	Begrunn i elevenes bok	Spesifikk	Generell
22				

Funn

Ingen farge: ingen funn

OBS! “Argumenter” og “begrunn” funnet i sant/usant oppgavene er ikke tatt med i disse skjemaene. Dette fordi det står den samme instruksjonen på alle oppgavene og vi har skrevet et eget avsnitt om dette.

Forklar

*Tar utgangspunkt i tabellen med alle forekomster av søkeordet og ser kun på sider/oppgaver der begrepet er konsistent med læreplanens beskrivelse av Resonnering og argumentasjon, og vår tolkning av denne.

Side	Forklar i lærerens bok	Forklar i elevenes bok	Spesifikk	Generell
53				
84				
90-91				
93				
162				

Funn

Ingen farge: ingen funn

Ulike måter å bruke *forklar*

Side	Ordlyd	Konsistent	IKKE konsistent
9	Forklare hvordan de kom frem til svaret		
10	Forklare og drøfte hvorfor de valgte de ulike strategiene		
27	Forklare hvordan de tenker		
28	Å forklare		
30	Å forklare		
50	Forklaringen		
53	Forklare hvordan de kom frem til svaret		
58	Forklare hvordan de tenker		
60	Forklaring på tankesett		
84	Forklar hvordan de tenker		
84	Forklar tallfølgen		
90-91	Forklar hvordan du kom frem til svaret		

93	Forklare de gikk frem og tenkte		
100-101	Forklar tallfølgen		
112-113	Forklar hvordan du tenkte		
117	Forklar hvordan du kom frem til svaret		
120	Forklare hvordan de tenkte		
142	Forklare hvordan de tenkte		
158-159	Forklare hvordan de tenker		
162	Forklar sammenhengen		
169	Forklare hvordan de løste oppgaven		
178-179	Forklar sammenheng		
198	Forklare hvordan de tenker		
198	Forklare hvordan de kom frem til svaret		

Funn

Funn

Ingen farge: Ingen funn

Analyse av “utforsk sammen” oppgavene

Side	Resonnering og/eller argumentasjon i lærerens bok	Resonnering og/eller argumentasjon i elevens bok	Konsistent	IKKE konsistent	Spesifikk	Generell
11						
14						
17						
25						
27						
29						

33						
39						
53						
55						
57						
65						
69						
83						
85						
88-89						
90-91						
93						
95						
105						
112-113						
115						
117						
120						
129						
132-133						
137						
139						
142-143						
146-147						

160-161						
166-167						
169						
172-173						
176-177						
178-179						
194-195						
208-209						
210-211						

Funn

Funn

Ingen farge: ingen funn

Vedlegg 2

ANALYSE AV MATEMATIKK 6

Overfladisk analyse

Begrep	Matematikk Lærerens bok	Matematikk 6 Elevbok/grunnbok
Argument (Argumentasjon, argumenter, argumentere)	21	1
Resonner (Resonnere, resonnering, resonnement, resonnementer)	1	0
Forklar (forklare, forklarer, forklart, forklaring)	20	10
Bevis (Bevise)	0	0
Begrunn (Begrunne, begrunnelse, begrunner)	8	8

	Argumenter	Resonner	Forklar	Bevis	Begrunn
Side	VI (i)	VI (i)	III (i)		16 (IK)
	VII (2) (i)		VIII (i)		38-39 (2) (K) sant/usant (1 lærer, 1 elev)
	VIII (2) (i)		IX (i)		74-75 (2) (K) sant/usant (1 elev, 1 lærer)
	IX (i)		XIII (i)		116-117 (2) (K) sant/usant (1 elev, 1 lærer)
	38-39 (K) sant/usant		XIV (i)		160-161 (2) (K) sant/usant (1 elev, 1 lærer)
	67 (IK)		7 (IK)		204-205 (2) (K) sant/usant (1 elev, 1 lærer)
	74-75 (K) sant/usant		8 (IK)		226-227 (IK) (elevbok)
	116-117 (K)		9 (IK)		231 (IK)

	sant/usant		(elevbok)		
	131 (IK)		17 (IK) (elevbok)		234-235 (K) (elevbok)
	133 (IK)		29 (IK)		238-239 (2) (K) sant/usant (1 elev, 1 lærer)
	160-161 (K) sant/usant		30 (IK)		
	194-195 (K) (elevbok)		52-53 (K)		
	204-205 (K) sant/usant		56-57 (K)		
	213 (K)		67 (K)		
	215 (K)		85 (IK)		
	231 (K)		91 (K)		
	232-233 (IK)		108-109 (IK) (elevbok)		
	234-235 (K)		116-117 (4) (IK) (3 elev, 1 lærer)		
	238-239 (2) sant/usant (IK) (K)		127 (IK)		
			136 utforsk (2) (K) (IK) (1 elev, 1 lærer)		
			176-177 (4) (IK) (3 elev, 1 lærer)		
			192-193 (IK)		
			199 (K)		

(antall ganger hvis flere enn én)

(i) = informasjon

(K) = konsistent bruk av begrepet

(IK) = ikke konsistent bruk av begrepet

DYBDEANALYSE

Begrep	Nevnt i lærerens bok	Konsistent bruk av begrepet i lærerens bok	Nevnt i elevbok	Konsistent bruk av begrepet i elevbok	Sant/usant*	Informasjon**
Argument (argumentasjon, argumenter, argumentere..)	21	4	1	1	6	6
Resonner (Resonner, resonnere, resonnering..)	1	0	0	0	-	1
Forklar (Forklar, forklare, forklaring..)	20	5	10	1	-	5
Bevis (Bevise)	0	0	0	0	-	0
Begrunn (Begrunne)	8	0	8	1	12	0

*sant/usant er ikke telt som konsistent bruk av begrepet

**begrepet kodet som informasjon er ikke telt som konsistent/ikke konsistent

Argument

*Tar utgangspunkt i tabellen med alle forekomster av søkeordet og ser kun på sider/oppgaver der begrepet er konsistent med læreplanens beskrivelse av Resonnering og argumentasjon, og vår tolkning av denne.

Side	Argument i lærerens bok	Argument i elevenes bok	Spesifikk	Generell
194-195				
213				
215				
231				
234-235				

Funn

Ingen farge: ingen funn

Begrunn

*Tar utgangspunkt i tabellen med alle forekomster av søkeordet og ser kun på sider/oppgaver der begrepet er konsistent med læreplanens beskrivelse av Resonnering og argumentasjon, og vår tolkning av denne.

Side	Begrunn i lærerens bok	Begrunn i elevenes bok	Spesifikk	Generell
234-235				

Funn

Ingen farge: ingen funn

Forklar

*Tar utgangspunkt i tabellen med alle forekomster av søkeordet og ser kun på sider/oppgaver der begrepet er konsistent med læreplanens beskrivelse av Resonnering og argumentasjon, og vår tolkning av denne.

Side	Forklar i lærerens bok	Forklar i elevenes bok	Spesifikk	Generell
52-53				
56-57				
67				
91				
136				
199				

Funn

Ingen farge: ingen funn

Ulike måter å bruke *forklar*

Side	Ordlyd	Konsistent	IKKE konsistent
7	Forklare hvordan de kom frem til svaret		
8	Forklare regnestrategi		

9	Forklar hvordan dere tenkte		
17	Forklar hvordan dere tenker		
29	Forklar hvordan de tenkte		
30	Forklar med egne ord hva oppgaven går ut på		
52-53	Forklar hvorfor		
56-57	Forklar hvorfor		
67	Forklar hvordan de gikk frem		
85	Forklare betegnelser		
91	Forklar hvorfor		
108-109	Forklar hvordan dere regnet ut		
116-117	Forklar hvordan du tenkte (3 ganger i elevbok)		
116-117	Forklare hvordan de gikk frem for å regne ut		
127	Forklar hva de har sett av sammenhenger		
136	Forklar hvordan de har tenkt		
136	Forklar hvordan (elevbok)		
176-177	Forklar hvordan (3 i elevbok, 1 i lærerens bok)		
192-193	Forklar hvordan de kom frem til svaret (med formel)		
199	Forklar hva som er feil		

Analyse av “utforsk sammen” oppgavene

Side	Resonnering og/eller argumentasjon i lærerens bok	Resonnering og/argumentasjon i elevbok	Konsistent	IKKE konsistent	Spesifikk	Generell
9						

15						
17						
19						
21						
23						
29						
31						
47						
58-59						
67						
83						
85						
87						
93						
94-95						
104-105						
108-109						
110-111						
127						
131						
133						
136						
139						
148-149						

150-151						
154-155						
169						
173						
176-177						
192-193						
194-195						
197						
199						
200-201						
219						
223						
226-227						
228-229						
231						
234-235						

Funn

Funn

Ingen farge: ingen funn

Vedlegg 3

ANALYSE AV MATEMATIKK 7

Overfladisk analyse

Begrep	Matematikk Lærerens bok	Matematikk 7 Elevbok/grunnbok
Argument (Argumentasjon, argumenter, argumentere)	27	1
Resonner (Resonnere, resonnering, resonnement, resonnementer)	1	0
Forklar (forklare, forklarer, forklart, forklaring)	14	2
Bevis (Bevise)	1	0
Begrunn (Begrunne, begrunnelse, begrunner)	8	12

	Argumenter	Resonner	Forklar	Bevis	Begrunn
Side	VI (i)	VI (i)	III (i)	67 (K)	38-39 (K) sant/usant (1 elev, 1 lærer)
	VII (2) (i)		VIII (i)		70-71 (K) (elevbok)
	VIII (2) (i)		IX (i)		82-83 (K) sant/usant (1 elev, 1 lærer)
	IX (i)		XIII (i)		112-113 (K) sant/usant (1 elev, 1 lærer)
	9 (IK) (elevbok)		XIV (i)		154-155 (K) sant/usant (1 elev, 1 lærer)
	20 (IK)		7 (IK)		182-183 (K) (elevbok)
	27 (K)		64-65 (IK)		192-193 (K) sant/usant (1 elev, 1 lærer)
	29 (IK)		67 (IK)		204-205 (IK) (elevbok)

	38-39 (K) Sant/usant		130-131 (IK)		216-217 (IK) (2 elev, 1 lærer)
	47 (K)		142-143 (IK) (elevbok)		220-221 (K) sant/usant (1 elev, 1 lærer)
	49 (K)		144-145 (IK) (1 elev, 1 lærer)		222-223 (IK) (elevbok)
	82-83 (K) sant/usant		146-147 (IK)		
	92-93 (K)		148-149 (IK)		
	94-95 (IK)		196-197 (K)		
	101 (IK)		210-211 (IK)		
	112-113 (K) sant/usant				
	154-155 (K) sant/usant				
	192-193 (K) sant/usant				
	207 (2) (IK)				
	210-211 (K)				
	212-213 (2) (IK) (K)				
	214-215 (IK)				
	216-217 (IK)				
	220-221 (K) sant/usant				

(antall ganger - hvis flere enn én)

(i) = informasjon

(K) = konsistent bruk av begrepet

(IK) = ikke konsistent bruk av begrepet

DYBDEANALYSE

Begrep	Nevnt i lærerens bok	Konsistent bruk av begrepet i lærerens bok	Nevnt i elevbok	Konsistent bruk av begrepet i elevbok	Sant/usant*	Informasjon**
Argument (argumentasjon, argumenter, argumentere..)	27	6	1	0	6	6
Resonner (Resonner, resonner, resonnering..)	1	0	0	0	-	1
Forklar (Forklar, forklare, forklaring..)	14	1	2	0	-	5
Bevis (Bevise)	1	1	0	0	-	0
Begrunn (Begrunne)	7	0	12	2	12	0

*sant/usant er ikke telt som konsistent bruk av begrepet

**begrepet kodet som informasjon er ikke telt som konsistent/ikke konsistent

Argument

*Tar utgangspunkt i tabellen med alle forekomster av søkeordet og ser kun på sider/oppgaver der begrepet er konsistent med læreplanens beskrivelse av Resonnering og argumentasjon, og vår tolkning av denne.

Side	Argument i lærerens bok	Argument i elevenes bok	Spesifikk	Generell	“Enkel”	“Avansert”
27						
47						
49						
92-93						
210-211						
212-213						

Funn

Ingen farge: ingen funn

Bevis

*Tar utgangspunkt i tabellen med alle forekomster av søkeordet og ser kun på sider/oppgaver der begrepet er konsistent med læreplanens beskrivelse av Resonnering og argumentasjon, og vår tolkning av denne.

Side	Bevis i lærerens bok	Bevis i elevenes bok	Spesifikk	Generell	“Enkel”	“Avansert”
67						

Funn

Ingen farge: ingen funn

Begrunn

*Tar utgangspunkt i tabellen med alle forekomster av søkeordet og ser kun på sider/oppgaver der begrepet er konsistent med læreplanens beskrivelse av Resonnering og argumentasjon, og vår tolkning av denne.

Side	Begrunn i lærerens bok	Begrunn i elevenes bok	Spesifikk	Generell	“Enkel”	“Avansert”
70-71						
182-183						

Funn

Ingen farge: ingen funn

Forklar

*Tar utgangspunkt i tabellen med alle forekomster av søkeordet og ser kun på sider/oppgaver der begrepet er konsistent med læreplanens beskrivelse av Resonnering og argumentasjon, og vår tolkning av denne.

Side	Forklar i lærerens bok	Forklar i elevenes bok	Spesifikk	Generell	“Enkel”	“Avansert”
196-197						

Funn

Ingen farge: ingen funn

Ulike måter å bruke *forklar*

Side	Ordlyd	Konsistent	IKKE konsistent
7	Forklare hvordan de kom frem til svaret		
64-65	Forklare hvordan de har løst oppgaven		
67	Forklare hvordan de løste oppgaven		
130-131	Forklare hvordan		
142-143	Forklar hvordan de har tenkt (elevbok)		
144-145	Forklar hvordan dere tenker (elevbok)		
144-145	Forklare for hverandre de har tenkt		
146-147	Finne forklaring		
148-149	Forklare hvordan de tenkte		
196-197	Forklare strategien		
210-211	Forklare hvordan de gikk frem		

Analyse av “utforsk sammen” oppgavene

Side	Resonnering og/eller argumentasjon i lærerens bok	Resonnering og/argumentasjon i elevbok	Konsistent	IKKE konsistent	Spesifikk	Generell
9						
11						
13						
17						
19						
20						

23						
27						
29						
33						
47						
49						
53						
55						
59						
61						
62-63						
64-65						
67						
70-71						
72-73						
78-79						
92-93						
94-95						
101						
103						
106-107						
108-109						

119						
130-131						
137						
142-143						
146-147						
148-149						
150-151						
170-171						
172-173						
176-177						
182-183						
184-185						
204-205						
207						
210-211						
212-213						
216-217						

Funn

Funn

Ingen farge: ingen funn

Vedlegg 4

ANALYSE AV MULTI 5A

Begrep	Multi 5A Lærerens bok	Multi 5A Elevbok/grunnbok
Argument (argumentasjon, argumenter, argumentere..)	16	0
Resonne (Resonner, resonnere, resonnering, resonnementer..)	14	0
Forklar (Forklar, forklare, forklart forklaring..)	52	12
Bevis (Bevis, beviser)	3	0
Begrunn (Begrunne)	33	5

	Argument	Resonner	Forklar	Bevis	Begrunn
Side	IV (i)	IV (i)	IV (i)	IV (i)	V (i)
	V (2) (i)	V (4) (i)	VI (2) (i)	75 (K)	24 (K)
	IX (i)	VIII (i)	VIII (3) (i)	78 (K)	47 (K)
	6 (IK)	IX (i)	10 (2) (IK)		59 (K) (elevbok)
	28 (IK)	10 (2) (K)	12 (IK)		60 (K)
	31 (K)	21 (K)	13 (IK)		62 (K)
	32 (IK)	30 (K)	24 (IK)		64 (5) (K) (1 elev, 4 lærer)
	48 (IK)	51 (K)	30 (IK)		75 (IK)
	50 (K)	56 (K)	32 (IK)		83 (2) (IK)
	64 (K)	89 (IK)	33 (IK)		86 (2) (IK) (K)
	65 (K)	95 (K)	37 (IK)		89 (K)

	66 (K)		42 (IK)		92 (2) (K)
	78 (K)		45 (IK)		93 (2) (K) (elevbok)
	95 (K)		46 (K) (elevbok)		100 (K)
	110 (IK)		48 (2) (IK)		110 (6) (K)
			50 (2) (K) (1 elev, 1 lærer)		111 (K) (elevbok)
			54 (IK)		114 (IK)
			56 (2) (IK) (elevbok)		116 (IK)
			62 (K) (elevbok)		
			64 (IK)		
			66 (3) (K) (1 elev, 2 lærer)		
			74 (2) (IK)		
			75 (5) (IK) (Kx2) (IKx2)		
			77 (IK) (elevbok)		
			101 (K) (elevbok)		
			102 (K)		
			103 (K) (elevbok)		
			106 (IK)		
			110 (3) (Kx2) (IK) (1 elev, 2 lærer)		
			112 (IK) (elevbok)		
			118 (IK)		
			119 (2) (K) (IK) (1 elev, 1 lærer)		

			121 (IK) (elevbok)		
			122 (3) (Kx2) (IK)		
			124 (3) (Kx2) (IK)		
			134 (IK)		

(antall ganger - hvis flere enn én)

(i) = informasjon

(K) = konsistent bruk av begrepet

(IK) = ikke konsistent bruk av begrepet

DYBDEANALYSE

Begrep	Nevnt i Lærers bok	Konsistent bruk av begrepet i lærers bok	Nevnt i Elevbok	Konsistent bruk av begrepet i elevbok	Informasjon*
Argument (argumentasjon, argumenter, argumentere..)	16	6	0	0	4
Resonner (Resonner, resonnere, resonnering..)	14	7	0	0	7
Forklar (Forklar, forklare, forklaring..)	52	11	12	8	6
Bevis (Bevise)	3	2	0	0	1
Begrunn (Begrunne)	28	19	5	5	1

*begrepet kodet som informasjon er ikke telt som konsistent/ikke konsistent

Argument

*Tar utgangspunkt i tabellen med alle forekomster av søkeordet og ser kun på sider/oppgaver der begrepet er konsistent med læreplanens beskrivelse av Resonnering og argumentasjon, og vår tolkning av denne.

Side	Argument i lærerens bok	Argument i elevenes bok	Spesifikk	Generell
31				
50				
64				
65				
66				
78				

Funn

Ingen farge: ingen funn

Resonnere

*Tar utgangspunkt i tabellen med alle forekomster av søkeordet og ser kun på sider/oppgaver der begrepet er konsistent med læreplanens beskrivelse av Resonnering og argumentasjon, og vår tolkning av denne.

Side	Resonnering i lærerens bok	Resonnering i elevenes bok	Spesifikk	Generell
10 oppg 1.10				
10 oppg 1.14				
21				
30				
51				
56				
95				

Funn

Ingen farge: ingen funn

Bevis

*Tar utgangspunkt i tabellen med alle forekomster av søkeordet og ser kun på sider/oppgaver der begrepet er konsistent med læreplanens beskrivelse av Resonnering og argumentasjon, og vår tolkning av denne.

Side	Bevis i lærerens bok	Bevis i elevenes bok	Spesifikk	Generell
75				
78				

Funn

Ingen farge: ingen funn

Begrunne

*Tar utgangspunkt i tabellen med alle forekomster av søkeordet og ser kun på sider/oppgaver der begrepet er konsistent med læreplanens beskrivelse av Resonnering og argumentasjon, og vår tolkning av denne.

Side	Begrunne i lærerens bok	Begrunne i elevenes bok	Spesifikk	Generell
24				
47				
59				
60				
62				
64 (5)				
86				
89				
92- 93 oppg 3.20 (3)				
92- 93 oppg 3.21				
100				
110				

oppg 4.28 (3)				
110 oppg 4.30				
110-111 oppg 4.31 (3)				

Funn

Ingen farge: ingen funn

() = antall hvis flere enn én

Forklar

*Tar utgangspunkt i tabellen med alle forekomster av søkeordet og ser kun på sider/oppgaver der begrepet er konsistent med læreplanens beskrivelse av Resonnering og argumentasjon, og vår tolkning av denne.

Side	Forklar i lærerens bok	Forklar i elevenes bok	Spesifikk	Generell
46				
50 (2)				
62				
66 (3)				
75 (2)				
101				
102-103 (2)				
110 (2)				
119				
122 (2)				
124 (2)				

Funn

Ingen farge: ingen funn

() = antall hvis flere enn én

Ulike måter å bruke *forklar*

Side	Ordlyd	Konsistent	IKKE konsistent
10	Forklare hvordan han/hun tenker		
10	Forklare hverandre hvordan de tenker		
12	Forklar hvordan oppgaven har blitt løst		
13	Forklare regnestrategi		
24	Forklare utregning		
30	Forklare hvordan de har tenkt		
32	Forklare metode		
33	Forklare utregning		
37	Lage fasit med forklaringer		
42	Forklare løsningsmetoder		
45	Forklare hvordan de har løst oppgaven		
46	Forklar hvorfor		
48	Forklare løsningsmetode		
48	Forklare hvordan		
50	Forklare hvorfor svaret er riktig		
50	Vis og forklar		
54	Forklare hvordan de har kommet frem til svaret		
56	Tegn og forklar (2 ganger i elevbok)		
62	Forklar hvorfor		
64	Forklare hvordan de har tenkt		
66	Forklare hvorfor et regnestykke er riktig		
66	Forklar		
66	Forklaring		
74	Forklare hvordan de tenkte (2 ganger)		
75	Forklare hva de har tenkt		

75	Forklare hvorfor de valgte		
75	Forklaring		
75	Forklare hvordan de har tenkt		
75	Forklare oppgaven		
77	Tegn og forklar		
101	Forklar		
102	Forklar hva ** gjør galt		
102	Forklar på ei tallinje		
106	Forklare hvordan de tenker		
110	Forklare og begrunne løsningene		
110	Forklar (i elevbok)		
110	Forklaring		
112	Diskuter forklaringene		
118	Forklare tenkningen sin		
119	Forklar om utsagn er riktig (i elevbok)		
119	Forklare hvordan de har regnet		
121	Forklar regnemetode		
122	Tegn og skriv forklaring		
122	Vise og forklare for hverandre		
122	Forklare hvordan de tenker		
124	Tegn og skriv forklaring		
124	Vise og forklare for hverandre		
124	Forklare hvordan de tenker		
134	Forklare strategiene sine		

Vedlegg 5

ANALYSE AV MULTI 5B

Begrep	Multi 5B Lærerens bok	Multi 5B Elevbok/grunnbok
Argument (argumentasjon, argumenter, argumentere..)	6	0
Resonner (Resonner, resonnere, resonnering..)	5	0
Forklar (Forklar, forklare, forklaring..)	40	6
Bevis (Bevise)	2	0
Begrunn (Begrunne)	28	2

	Argument	Resonner	Forklar	Bevis	Begrunn
Side	IV (i)	IV (i)	IV (i)	IV (i)	V (i)
	V (2) (i)	V (4) (i)	VI (i)	34 (K)	8 (3) (K) (1 elev, 2 lærer)
	IX (i)	VIII (i)	VIII (3) (i)		34 (K)
	29 (K)	IX (i)	8 (2) (IK)		67 (6) (IK) (1 elev, 5 lærer)
	91 (IK)	62 (IK)	10 (IK)		70 (K)
		120 (IK)	20 (IK)		76 (3) (IK)
			28 (IK)		80 (2) (K)
			30 (K) (elevbok)		81 (4) (K)
			32 (K) (elevbok)		90 (IK)
			34 (K) (elevbok)		91 (2) (K)
			36 (IK)		94 (2) (IK) (K)

			40 (2) (K)		112 (K)
			45 (K)		
			50 (IK)		
			53 (K)		
			56 (IK)		
			58 (2) (IK) (K)		
			60 (IK)		
			62 (IK)		
			84 (3) (IKx2) (K) <small>(2 elev, 1 lærer)</small>		
			90 (IK)		
			91 (IK)		
			92 (IK)		
			93 (IK) <small>(elevbok)</small>		
			94 (IK)		
			100 (IK)		
			111 (K)		
			114 (2) (IK)		
			124 (IK)		
			128 (IK)		
			132 (IK)		

(antall ganger - hvis flere enn én)

(i) = informasjon

(K) = konsistent bruk av begrepet

(IK) = *ikke* konsistent bruk av begrepet

DYBDEANALYSE

Begrep	Nevnt i Lærerens bok	Konsistent bruk av begrepet i lærerens bok	Nevnt i elevbok	Konsistent bruk av begrepet i elevens bok	Informasjon*
Argument (argumentasjon, argumenter, argumentere..)	6	1	0	0	4
Resonner (Resonner, resonner, resonnering..)	5	0	0	0	7
Forklar (Forklar, forklare, forklaring..)	40	7	6	3	5
Bevis (Bevise)	2	1	0	0	1
Begrunn (Begrunne)	26	14	2	1	1

*begrepet kodet som informasjon er ikke telt som konsistent/ikke konsistent

Argument

*Tar utgangspunkt i tabellen med alle forekomster av søkeordet og ser kun på sider/oppgaver der begrepet er konsistent med læreplanens beskrivelse av Resonnering og argumentasjon, og vår tolkning av denne.

Side	Argument i lærerens bok	Argument i elevenes bok	Spesifikk	Generell
29				

Funn

Ingen farge: ingen funn

Bevis

*Tar utgangspunkt i tabellen med alle forekomster av søkeordet og ser kun på sider/oppgaver der begrepet er konsistent med læreplanens beskrivelse av Resonnering og argumentasjon, og vår tolkning av denne.

Side	Bevis i lærerens bok	Bevis i elevenes bok	Spesifikk	Generell
34				

Funn

Ingen farge: ingen funn

Begrunn

*Tar utgangspunkt i tabellen med alle forekomster av søkeordet og ser kun på sider/oppgaver der begrepet er konsistent med læreplanens beskrivelse av Resonnering og argumentasjon, og vår tolkning av denne.

Side	Begrunne i lærerens bok	Begrunne i elevenes bok	Spesifikk	Generell
8 (3)				
34				
70				
80 (2)				
81 (4)				
91 oppg 5 og 6 (2)				
94 oppg 7.72				
112				

Funn

Ingen farge: ingen funn

() = antall hvis flere enn én

Forklar

*Tar utgangspunkt i tabellen med alle forekomster av søkeordet og ser kun på sider/oppgaver der begrepet er konsistent med læreplanens beskrivelse av Resonnering og argumentasjon, og vår tolkning av denne.

Side	Forklar i lærerens bok	Forklar i elevenes bok	Spesifikk	Generell
30				
32				
34				
40				

40				
45				
53				
58				
84				
111				

Funn

Ingen farge: ingen funn

Ulike måter å bruke *forklar*

Side	Ordlyd	Konsistent	IKKE konsistent
8	Forklaring		
8	Forklare hvorfor elevene har svart som de har gjort		
10	Forklare metode		
20	Forklare metode		
28	Forklare ord		
30	Forklar hvordan du tenker		
32	Forklar løsningen med tegning og skriving		
34	Forklar hvorfor		
36	Forklar		
40	Forklare hvordan de løste oppgaven		
40	Forklar modell		
45	Forklare hvorfor		
50	Forklaringene		
53	Forklare hvorfor		
56	Forklar modell		
58	Forklaringer		

58	Forklare hvordan de tenkte		
60	Forklare hvordan de har tenkt		
62	Forklare modell		
62	Forklare hvorfor		
84	Forklar (2 ganger i elevbok)		
84	Forklar		
90	Forklar hvordan de tenker		
91	Forklare hvordan		
92	Forklare sammenheng mellom tekstoppgave og likning		
93	Forklar hvorfor (i elevbok)		
94	Forklare hvordan de begrunner valgene		
100	Forklare		
111	Forklare hvordan de løste oppgaven		
114	Forklare metode		
114	Forklare		
124	Forklare ordet		
128	Forklaring		
132	Forklare løsningsmetode		

Vedlegg 6

ANALYSE AV MULTI 6A

Begrep	Multi 6A Lærerens bok	Multi 6A Elevbok/grunnbok
Argument (argumentasjon, argumenter, argumentere..)	15	0
Resonner (Resonner, resonnere, resonnering..)	9	0
Forklar (Forklar, forklare, forklaring..)	38	7
Bevis (Bevise)	7	0
Begrunn (Begrunne)	36	4

	Argument	Resonner	Forklar	Bevis	Begrunn
Side	IV (i)	IV (i)	IV	86 (5) (K)	V (i)
	V (2) (i)	V (4) (i)	VI (i)	87 (K)	13 (2) (IK) (elevbok)
	VIII (i)	IX (i)		111 (i)	26 (IK)
	IX (i)	14 (K)	VIII (2) (i)		30 (K)
	30 (K)	40 (K)	8 (2) (IK) (K)		48 (3) (K) (1 elev, 2 lærer)
	48 (IK)	86 (K)	13 (IK)		50 (K)
	66 (K)		14 (2) (K) (IK)		60 (K)
	76 (i)		22 (IK)		61 (K)
	77 (K)		31 (2) (K)		66 (8) (Kx7) (IK)
	80 (K)		37 (IK)		67 (IK)

	86 (i)		60 (3) (IK) (K) (K)		77 (2) (K)
	126 (3) (IK)		61 (4) (K) (1 elev, 3 lærer)		79 (2) (IK)
	142 (IK)		62 (IK) (i elevbok)		116 (K)
			66 (2) (IK) (1 elev, 1 lærer)		118 (K)
			74 (2) (K)		120 (4) (K)
			80 (K) (i elevbok)		121 (3) (K)
			86 (K)		122 (IK)
			87 (IK)		126 (6) (K) (1 elev, 5 lærer)
			89 (IK)		
			92 (IK)		
			94 (K)		
			101 (IK)		
			110 (IK)		
			111 (IK) (i elevbok)		
			112 (K)		
			113 (IK) (i elevbok)		
			120 (K)		
			121 (K)		
			122, (3) (IK) (1 elev, 2 lærer)		
			123 (K)		
			140 (2) (K)		

(antall ganger - hvis flere enn én)

(i) = informasjon

(K) = konsistent bruk av begrepet

(IK) = ikke konsistent bruk av begrepet

DYBDEANALYSE

Begrep	Nevnt i Lærerens bok	Konsistent bruk av begrepet i lærerens bok	Nevnt i elevbok	Konsistent bruk av begrepet i elevens bok	Informasjon*
Argument (argumentasjon, argumenter, argumentere..)	15	6	0	0	5
Resonner (Resonner, resonner, resonnering..)	9	3	0	0	6
Forklar (Forklar, forklare, forklaring..)	38	19	7	2	5
Bevis (Bevise)	7	6	0	0	1
Begrunn (Begrunne)	36	29	4	2	1

*begrepet kodet som informasjon er ikke telt som konsistent/ikke konsistent

Argument

*Tar utgangspunkt i tabellen med alle forekomster av søkeordet og ser kun på sider/oppgaver der begrepet er konsistent med læreplanens beskrivelse av Resonnering og argumentasjon, og vår tolkning av denne.

Side	Argument i lærerens bok	Argument i elevenes bok	Spesifikk	Generell
30				
66				
77				
80				

Funn

Ingen farge: ingen funn

Resonner

*Tar utgangspunkt i tabellen med alle forekomster av søkeordet og ser kun på sider/oppgaver der begrepet er konsistent med læreplanens beskrivelse av Resonnering og argumentasjon, og vår tolkning av denne.

Side	Resonner i lærerens bok	Resonner i elevenes bok	Spesifikk	Generell	“Enkel”	“Avansert”
14						
40						
86						

Funn

Ingen farge: ingen funn

Bevis

*Tar utgangspunkt i tabellen med alle forekomster av søkeordet og ser kun på sider/oppgaver der begrepet er konsistent med læreplanens beskrivelse av Resonnering og argumentasjon, og vår tolkning av denne.

Side	Bevis i lærerens bok	Bevis i elevenes bok	Spesifikk	Generell	“Enkel”	“Avansert”
86 (5)						
87						

Funn

Ingen farge: ingen funn

() = antall hvis flere enn én

Begrunn

*Tar utgangspunkt i tabellen med alle forekomster av søkeordet og ser kun på sider/oppgaver der begrepet er konsistent med læreplanens beskrivelse av Resonnering og argumentasjon, og vår tolkning av denne.

Side	Begrunn i lærerens bok	Begrunn i elevenes bok	Spesifikk	Generell	“Enkel”	“Avansert”
30						
48 (3)						

50						
60						
61						
66 (7)						
77 (2)						
116						
118						
120 (4)						
121 (3)						
126 (6)						

Funn

Ingen farge: ingen funn

() = antall hvis flere enn én

Forklar

*Tar utgangspunkt i tabellen med alle forekomster av søkeordet og ser kun på sider/oppgaver der begrepet er konsistent med læreplanens beskrivelse av Resonnering og argumentasjon, og vår tolkning av denne.

Side	Forklar i lærerens bok	Forklar i elevenes bok	Spesifikk	Generell	“Enkel”	“Avansert”
8						
14						
31 (2)						
60 (2)						
61 (4)						
74 (2)						
80						

86						
94						
112						
120						
121						
123						
140 (2)						

Funn

Ingen farge: ingen funn

() = antall hvis flere enn én

Ulike måter å bruke *forklar*

Side	Ordlyd	Konsistent	IKKE konsistent
8	Forklarer hvordan de tenker		
8	Forklar mønster + hvordan de tenker		
13	Forklar regnemetode		
14	Forklare hvordan de resonerte		
14	Forklare løsningsmetode		
22	Forklare hvordan de tolker teksten		
31	Finne en forklaring for at det ikke går		
37	Forklaringer		
60	Forklare hvorfor		
60	Forklare hvorfor det gir riktig svar		
60	Å kunne forklare		
61	Forklar. (i elevbok)		
61	Forklare hvordan de har tenkt		
61	Forklare for hverandre		

61	Forklare hvorfor det gir riktig svar		
62	Forklar hvordan du tenkte (i elevbok)		
66	Forklar hvorfor (i elevbok)		
66	Forklare hvordan de tenkte		
74	Forklare resultatene		
74	Forklare resultatene		
80	Forklar hvorfor (i elevbok)		
86	Å forklare		
87	Forklare og vise hvordan de går frem		
89	Forklare og vise hvordan de går frem		
92	Forklar "hva en flate er"		
94	Forklare hvorfor (figur)		
101	Forklaringer		
110	Forklaring		
111	Forklar (i elevbok)		
112	Å kunne forklare		
113	Forklar (i elevbok)		
120	Forklare og begrunne		
121	Forklare hvorfor den gir riktig svar		
122	Forklar svarene		
122	Forklar svarene		
122	Forklar svarene		
123	Forklare hvorfor		
140	Forklare hvorfor		
140	Å forklare		

Vedlegg 7

ANALYSE AV MULTI 6B

Begrep	Multi 6B Lærerens bok	Multi 6B Elevbok/grunnbok
Argument (argumentasjon, argumenter, argumentere..)	12	0
Resonne (Resonner, resonnere, resonnering..)	7	0
Forklar (Forklar, forklare, forklaring..)	31	10
Bevis (Bevise)	1	0
Begrunn (Begrunne)	26	3

	Argument	Resonner	Forklar	Bevis	Begrunn
Side	IV (i)	IV (i)	IV		V (i)
	V (2) (i)	V (4) (i)	VI (i)		8 (2) (K)
	VIII (i)	IX (i)	VIII (2) (i)		10 (K)
	IX (i)	108 (K)	IX		11 (2) (K)
	5 (K)		4 (IK)		24 (K)
	9 (K)		5 (2) (IK) (K) (elevbok)		26 (3) (K) (1 elev, 2 lærer)
	11 (IK)		6 (IK)		30 (K)
	46 (K)		12 (IK)		38 (2) (K) (1 elev, 1 lærer)
	60 (2) (K)		14 (2) (IK)		42-43 (2) (K) (1 elev, 1 lærer)
	98 (K)		18 (IK) (elevbok)		46 (K)
			22 (IK)		60 (2) (K)

			24 (IK)		78 (2) (K)
			32 (K) (elevbok)		80 (K)
			38 (K)		81 (K)
			56 (IK) (elevbok)		102 (2) (IK)
			71 (IK) (elevbok)		104 (K)
			87 (3) (IK)		109 (K)
			91 (2) (IK) (elevbok)		
			100 (2) (IK)		
			104 (3) (IK) (K) (IK)		
			105 (2) (K) (IK) (1 elev, 1 lærer)		
			108 (2) (IK) (K)		
			109 (3) (K)		
			110 (IK)		
			116 (2) (IK) (1 elev, 1 lærer)		
			124 (IK)		
			130 (IK)		

(antall ganger - hvis flere enn én)

(i) = informasjon

(K) = konsistent bruk av begrepet

(IK) = *ikke* konsistent bruk av begrepet

DYBDEANALYSE

Begrep	Nevnt i Lærerens bok	Konsistent bruk av begrepet i lærerens bok	Nevnt i elevbok	Konsistent bruk av begrepet i elevens bok	Informasjon*
Argument (argumentasjon, argumenter, argumentere..)	12	6	0	0	5
Resonner (Resonner, resonner, resonnering..)	7	1	0	0	6
Forklar (Forklar, forklare, forklaring..)	31	6	10	3	5
Bevis (Bevise)	1	0	0	0	0
Begrunn (Begrunne)	29	20	3	3	1

*begrepet kodet som informasjon er ikke telt som konsistent/ikke konsistent

Argument

*Tar utgangspunkt i tabellen med alle forekomster av søkeordet og ser kun på sider/oppgaver der begrepet er konsistent med læreplanens beskrivelse av Resonnering og argumentasjon, og vår tolkning av denne.

Side	Argument i lærerens bok	Argument i elevenes bok	Spesifikk	Generell
5				
9				
46				
60 (2)				
98				

Funn

Ingen farge: ingen funn

() = antall hvis flere enn én

Resonner

*Tar utgangspunkt i tabellen med alle forekomster av søkeordet og ser kun på sider/oppgaver der begrepet er konsistent med læreplanens beskrivelse av Resonnering og argumentasjon, og vår tolkning av denne.

Side	Resonner i lærerens bok	Resonner i elevenes bok	Spesifikk	Generell
108				

Funn

Ingen farge: ingen funn

Begrunn

*Tar utgangspunkt i tabellen med alle forekomster av søkeordet og ser kun på sider/oppgaver der begrepet er konsistent med læreplanens beskrivelse av Resonnering og argumentasjon, og vår tolkning av denne.

Side	Begrunne i lærerens bok	Begrunne i elevenes bok	Spesifikk	Generell	“Enkel”	“Avansert”
8 (2)						
10						
11 (2)						
24						
26 (3)						
30						
38 (2)						
42-43 oppg 6.11 (2)						
46						
60 (2)						
78 (2)						
80						
81						

104						
109						

Funn

Ingen farge: ingen funn

() = antall hvis flere enn én

Forklar

*Tar utgangspunkt i tabellen med alle forekomster av søkeordet og ser kun på sider/oppgaver der begrepet er konsistent med læreplanens beskrivelse av Resonnering og argumentasjon, og vår tolkning av denne.

Side	Forklar i lærerens bok	Forklar i elevenes bok	Spesifikk	Generell
5				
32				
38				
104				
105				
108				
109 (3)				

Funn

Ingen farge: ingen funn

() = antall hvis flere enn én

Ulike måter å bruke *forklar*

Side	Ordlyd	Konsistent	IKKE konsistent
4	Forklare ord		
5	Forklare		
5	Forklar hvorfor		
6	Forklare		
12	Forklare metode		
14	Forklaring		

14	Forklare hvordan de tenkte		
18	Forklar hvordan de tenker (i elevbok)		
22	Forklare hvordan de tenkte		
24	Forklare		
32	Forklar hvorfor		
38	Forklare og begrunne		
56	Forklar hvordan (i elevbok)		
71	Forklar hvordan (i elevbok)		
87	Forklare (3 ganger i elevbok)		
91	Forklar hvorfor (2 ganger i elevbok)		
100	Forklaringer		
100	Forklare hvordan de tenker		
104	Forklare hva de har oppdaget		
104	Forklaringer		
104	Forklare hvorfor		
105	Forklar hvorfor (i elevbok)		
105	Forklare hvordan de tenker		
108	Forklare hvordan de tenkte		
108	Forklar hvorfor		
109	Forklares		
109	Forklar med illustrasjon		
109	Forklar med faktorisering		
110	Forklar hvorfor		
116	Forklar hvordan formelen fungerer i excel (i elevbok)		
116	Forklar		
124	Forklare		
130	Forklare hvordan de kom frem til svaret		

Vedlegg 8

ANALYSE AV MULTI 7A

Begrep	Multi 7A Lærerens bok	Multi 7A Elevbok/grunnbok
Argument (argumentasjon, argumenter, argumentere..)	12	0
Resonner (Resonner, resonnere, resonnering..)	6	0
Forklar (Forklar, forklare, forklaring..)	21	8
Bevis (Bevise)	0	0
Begrunn (Begrunne)	17	4

	Argument	Resonner	Forklar	Bevis	Begrunn
Side	IV (i)	IV (i)	IV (i)		V (i)
	V (2) (i)	V (4) (i)	VI (i)		14 (IK)
	12 (IK)	10 (K)	VIII (i)		27 (K) (elevbok)
	47 (K)		10 (IK)		46 (2) (K) (1 elev, 1 lærer)
	55 (IK)		14 (2) (IK)		55 (IK)
	66 (K)		17 (IK)		58 (4) (K)
	72 (IK)		18 (IK)		66 (3) (K) (1 elev, 2 lærer)
	78 (IK)		26 (K) (i elevbok)		68 (K)
	91 (IK)		28 (IK)		70 (2) (K)
	93 (IK)		48 (3) (K) (1 elev, 2 lærer)		89 (IK)
	94 (K)		52 (IK)		91 (IK)
	114 (K)		54 (K)		98 (K)

			55 (K) (i elevbok)		112 (K)
			56 (2) (K) (1 elev, 1 lærer)		113 (K) (i elevbok)
			58 (K) (i elevbok)		140 (K)
			71 (K) (i elevbok)		
			114 (3) (K) (K) (IK) (1 elev, 2 lærer)		
			122 (IK)		
			124 (IK)		
			125 (IK)		
			126 (K)		
			143 (IK) (i elevbok)		

(antall ganger - hvis flere enn én)

(i) = informasjon

(K) = konsistent bruk av begrepet

(IK) = ikke konsistent bruk av begrepet

DYBDEANALYSE

Begrep	Nevnt i Lærerens bok	Konsistent bruk av begrepet i lærerens bok	Nevnt i elevbok	Konsistent bruk av begrepet i elevbok	Informasjon*
Argument (argumentasjon, argumenter, argumentere..)	12	4	0	0	3
Resonner (Resonner, resonner, resonnering..)	6	1	0	0	5
Forklar (Forklar, forklare, forklaring..)	21	6	8	7	3
Bevis (Bevise)	0	0	0	0	0
Begrunn (Begrunne)	17	13	4	4	1

*begrepet kodet som informasjon er ikke telt som konsistent/ikke konsistent

Argument

*Tar utgangspunkt i tabellen med alle forekomster av søkeordet og ser kun på sider/oppgaver der begrepet er konsistent med læreplanens beskrivelse av Resonnering og argumentasjon, og vår tolkning av denne.

Side	Argument i lærerens bok	Argument i elevenes bok	Spesifikk	Generell
47				
66				
94				
114				

Funn

Ingen farge: ingen funn

Resonner

*Tar utgangspunkt i tabellen med alle forekomster av søkeordet og ser kun på sider/oppgaver der begrepet er konsistent med læreplanens beskrivelse av Resonnering og argumentasjon, og vår tolkning av denne.

Side	Resonner i lærerens bok	Resonner i elevenes bok	Spesifikk	Generell
108				

Funn

Ingen farge: ingen funn

Begrunn

*Tar utgangspunkt i tabellen med alle forekomster av søkeordet og ser kun på sider/oppgaver der begrepet er konsistent med læreplanens beskrivelse av Resonnering og argumentasjon, og vår tolkning av denne.

Side	Begrunn i lærerens bok	Begrunn i elevenes bok	Spesifikk	Generell
27				
46 (2)				
58 (4)				
66 (3)				

68				
70 (2)				
98				
112-113 (2)				
140				

Funn

Ingen farge: ingen funn

() = antall hvis flere enn én

Forklar

*Tar utgangspunkt i tabellen med alle forekomster av søkeordet og ser kun på sider/oppgaver der begrepet er konsistent med læreplanens beskrivelse av Resonnering og argumentasjon, og vår tolkning av denne.

Side	Forklar i lærerens bok	Forklar i elevenes bok	Spesifikk	Generell
26				
48 (3)				
54				
55				
56 (2)				
58				
71				
114 (2)				
126				

Funn

Ingen farge: ingen funn

() = antall hvis flere enn én

Ulike måter å bruke *forklar*

Side	Ordlyd	Konsistent	IKKE konsistent
10	Forklar hvordan de resonnerte seg frem til svaret		
14	Forklare hvordan de tenker		
14	Forklare hvordan de kom frem til svaret		
17	Forklare hvorfor		
18	Forklare hva de mener noe betyr		
26	Forklar hvorfor		
28	Forklare metodene sine		
48	Forklar hvorfor (i elev)		
48	Forklar hvorfor		
48	Forklar hvordan		
52	Forklare hvordan de tenkte		
54	Forklar hvorfor det gir riktig svar		
55	Tegn en figur og forklar		
56	Forklar metodene (i elevbok)		
56	Forklare hvorfor		
58	Forklar hvorfor (i elevbok)		
71	Forklar hva som skjer		
114	Forklare hvorfor (i elevbok)		
114	Forklare hvorfor		
114	Forklare ulike måter		
122	Å forklare		
124	Forklare metode		
125	Forklare		
126	Beskrive og forklare løsningsmetode		
143	Forklar (i elevbok)		

Vedlegg 9

ANALYSE AV MULTI 7B

Begrep	Multi 7B Lærerens bok	Multi 7B Elevbok/grunnbok
Argument (argumentasjon, argumenter, argumentere..)	8	0
Resonner (Resonner, resonnere, resonnering..)	9	0
Forklar (Forklar, forklare, forklaring..)	20	6
Bevis (Bevise)	1	0
Begrunn (Begrunne)	16	3

	Argument	Resonner	Forklar	Bevis	Begrunn
Side	IV (i)	IV (i)	IV (i)	41 (i)	V (i)
	V (2) (i)	V (4) (i)	VI (i)		8 (K) (i elevbok)
	6 (K)	10 (2) (K)	VIII (i)		10 (K)
	10 (K)	28 (K)	12 (K)		39 (K) (i elevbok)
	12 (K)	130 (K)	42 (IK) (i elevbok)		53 (IK)
	76 (IK)		54 (2) (K) (1 elev, 1 lærer)		57 (K)
	130 (IK)		56 (K)		58 (2) (IK) (K)
			58 (IK) (i elevbok)		68 (K)
			59 (K)		73 (K)
			70 (IK)		74 (K)
			72 (IK)		76 (2) (K) (1 elev, 1 lærer)

			73 (IK)		90 (2) (K)
			74 (K)		93 (K)
			76 (IK)		98 (2) (IK) (K)
			77 (IK)		134 (IK)
			81 (3) (K) (2 elev, 1 lærer)		
			82 (3) (IK) (1 elev, 2 lærer)		
			98 (IK)		
			104 (IK)		
			110 (IK)		
			118 (IK)		

(antall ganger - hvis flere enn én)

(i) = informasjon

(K) = konsistent bruk av begrepet

(IK) = ikke konsistent bruk av begrepet

DYBDEANALYSE

Begrep	Nevnt i Lærerens bok	Konsistent bruk av begrepet i lærerens bok	Nevnt i elevbok	Konsistent bruk av begrepet i elevens bok	Informasjon*
Argument (argumentasjon, argumenter, argumentere..)	8	3	0	0	3
Resonner (Resonner, resonner, resonnering..)	9	4	0	0	5
Forklar (Forklar, forklare, forklaring..)	20	6	6	3	3
Bevis (Bevise)	1	0	0	0	i
Begrunn (Begrunne)	16	11	3	3	1

*begrepet kodet som informasjon er ikke telt som konsistent/ikke konsistent

Argument

*Tar utgangspunkt i tabellen med alle forekomster av søkeordet og ser kun på sider/oppgaver der begrepet er konsistent med læreplanens beskrivelse av Resonnering og argumentasjon, og vår tolkning av denne.

Side	Argument i lærerens bok	Argument i elevenes bok	Spesifikk	Generell
6				
10				
12				

Funn

Ingen farge: ingen funn

Resonner

*Tar utgangspunkt i tabellen med alle forekomster av søkeordet og ser kun på sider/oppgaver der begrepet er konsistent med læreplanens beskrivelse av Resonnering og argumentasjon, og vår tolkning av denne.

Side	Resonner i lærerens bok	Resonner i elevenes bok	Spesifikk	Generell	“Enkel”	“Avansert”
10 (2)						
28						
130						

Funn

Ingen farge: ingen funn

() = antall hvis flere enn én

Begrunn

*Tar utgangspunkt i tabellen med alle forekomster av søkeordet og ser kun på sider/oppgaver der begrepet er konsistent med læreplanens beskrivelse av Resonnering og argumentasjon, og vår tolkning av denne.

Side	Begrunn i lærerens bok	Begrunn i elevenes bok	Spesifikk	Generell	“Enkel”	“Avansert”
8						

10						
39						
57						
58						
68						
73						
74						
76 (2)						
90 (2)						
93						
98 Oppg 7.100						

Funn

Ingen farge: ingen funn

() = antall hvis flere enn én

Forklar

*Tar utgangspunkt i tabellen med alle forekomster av søkeordet og ser kun på sider/oppgaver der begrepet er konsistent med læreplanens beskrivelse av Resonnering og argumentasjon, og vår tolkning av denne.

Side	Forklar i lærerens bok	Forklar i elevenes bok	Spesifikk	Generell	“Enkel”	“Avansert”
12						
54						
56						
59						
74						
81						

Funn

Ingen farge: ingen funn

Ulike måter å bruke *forklar*

Side	Ordlyd	Konsistent	IKKE konsistent
12	Forklare hva de ulike elevene har tenkt		
42	Forklar hvorfor (i elevbok)		
54	Forklar hvorfor utregningen er feil (i elevbok)		
54	Forklar hvorfor utregningen er feil (i elevbok)		
56	Forklare hvorfor		
58	Forklar hvilken regneoperasjon som må gjøres først		
59	Forklar med plastbrikker		
70	Forklar hvordan de tenkte		
72	Å forklare hva noe betyr		
73	Å forklare hva formler betyr		
74	Forklar (i elevbok)		
76	Forklare hvordan de har tenkt		
77	Forklare hvorfor likningen ser ut som den gjør		
81	Forklar hvorfor (i elevbok)		
81	Forklar hvorfor (i elevbok)		
81	Forklar hvorfor		
82	Forklar hvorfor likningen passer (i elevbok)		
82	Forklar hvorfor likningen passer		
82	Forklare valgene sine		
98	Forklare hvordan de begrunner valgene sine		
104	Forklare sammenhengen		
110	Å forklare		
118	Forklare hvordan dere kom frem til formelen		