Mastergradsavhandling
Studieprogram: GLU 1-7
Vår: 2023 Fakultet for teknologi og realfag
Institutt for matematiske fag

Thomas Stamsø

KONRETISERINGSMATERIELL & TALLFORSTÅELSE I BEGYNNEROPPLÆRINGEN

En kvalitativ studie av førstetrinn elevers bruk av konkretiseringsmateriell knyttet til tallkonstruksjon.

Forord

Denne masteroppgaven marker slutten av min av fem år studiet på Grunnskolelærerutdanning for trinn 1-7 ved UiA – Universitetet i Agder. Med denne oppgaven runder jeg av min studietid, og ser spent frem til å tre inn i læreryrket som nyutdannet lærer. Arbeidet med denne oppgaven har vært både krevende og utfordrende. Men samtidig har arbeidet med oppgaven vært en interessant og lærerik erfaring som jeg vil ta med meg videre i læreyrket.

Jeg vil først takke mine dyktige veiledere Ninni Marie Hogstad og Martin Carlsen, som har kommet med konstruktive og støttende tilbakemeldinger i løpet av masteroppgaven. Videre vil jeg takke skolen som jeg gjennomførte undersøkelsen min på, og elevene som deltok i denne studien.

Jeg vil også takke min familie som har gjennom min lærerstudiet støttet meg. Spesielt vil jeg takke mamma og pappa for alle hjelpen dere har stilt opp med gjennom alle disse årene. Takk for deres tålmodighet og deres vilje til ikke gi opp deres tro på meg.

Kristiansand, mai 2023

Thomas Stamsø

Sammendrag

Konkreter er et verktøy som kan støtte elever i undervisninger og finnes i ulike former. Denne studien tar for seg hvordan elever på førstetrinn arbeider matematisk med fysiske konkreter knyttet til tallkonstruksjoner. I tillegg, tar studiet for seg beskrivelser elever gir av tallkonstruksjoner de ser og bygger. Med fokus på førstetrinn elevers tallkonstruksjon ved bruk av konkreter, vil denne oppgaven ta utgangspunkt i problemstillingen: *Hvordan bygger elever på førstetrinn tall ved bruk av fysiske konkreter, og hva slags beskrivelser gir de av tallenes oppbygginger?*

Hensikten med studien er å få et nærmere innblikk i samspillet mellom elevers tallkonstruksjoner og bruk av konkretiseringsmateriell. Studien er derfor knyttet til teorier og tidligere forskninger rundt konstruktivisme og tallforståelse. Jeg har i denne oppgaven sett på konkreter med grunnlag i Laski et al. (2015) sin definisjon av konkreter. Denne definisjonen uttaler seg nemlig: "*a manipulative is still just a physical representation of a concept, not the concept itself*" (Laski et al, 2015, s. 2). I tillegg, har jeg valgte talloppgaver basert på Clements og Sarama (2021) sin oversikt for barns utviklingsprogresjon for subitizing (Clements & Sarama, 2021).

I studien brukte jeg metodene intervju og observasjon som datainnsamlingsmetoder. Jeg intervjuet fem elever og observerte en førstetrinns klasse gruppevis, hvor elevene arbeidet med talloppgaver ved bruk av fysiske konkreter. Analysen i denne studien viser at elever konstruerer tall noe ulikt. Noen elever konstruerte tall i en mengde, mens andre elever konstruerte tall i flere delmengder. Analysen viser også til at elever er i stand til å kunne gjenkjenne bestemte tallkonstruksjoner uten å måtte telle over alle enhetene tallene er bygd opp av. Elevene viser også gjennom studien at de er i stand til å bruke matematiske begreper i deres beskrivelser av tallkonstruksjoner.

Ved å delta i denne forskningen, kan førstetrinns elever utvikle kunnskaper og erfaringer rundt tallforståelse, som kan muligens gi en positiv utviklings effekt for andre matematiske ferdigheter. Denne masteroppgaven har gitt meg mulighet til å reflekterer over elevers arbeid med konkreter. Kunnskapene og erfaringene jeg tar med meg fra oppgaven vil være nyttig for meg som nyutdannet lærer.

Abstract

Manipulatives is a learning method that can be used, as a supporting teaching tool with pupils from the start of elementary education in beginner mathematics. Manipulatives can be found in a variety of forms, i.e. color, size or shape. This study looks at how pupils in the first grade begin learning mathematics with the use of physical manipulatives, thereby creating number construction. A pupil builds the given number that they can see. Focusing on teaching first graders, the pupils construct the given number with the use of manipulatives. In addition, this study looks at how pupils describe the number that they see. The question this study examines is as follows: *How do first grade pupils build numbers with the use of physical Manipulatives, and how do they describe the building of their number?*

The purpose of this study is to take a closer look at the interaction between pupils' ability to construct numbers by using manipulative tools. This study draws on previous studies in constructivism and number sense. In this paper I have drawn on Laski's research on manipulatives. Laski et al. (2015) definition of manipulatives as follows "*a manipulative is still just a physical representation of a concept, not the concept itself*" (Laski et al, 2015, s. 2). The planning of the numerical tasks is based on Clements and Sarama's (2021) overview of childhood developing progression of subitizing (Clements & Sarama, 2021).

This study uses interview and observation as methods in collecting the data. I interviewed five first grade pupils individually. I also observed the first grade class, in groups as the pupils worked their way through number tasks using physical manipulatives. In analyzing the results, we see that the pupils construct numbers somewhat differently from each other. Some pupils constructed a number in one unit, to build the given number. Results also show that the pupils are capable of recognizing given number constructions without resorting to counting all the units the given number is built up on. Throughout the study pupils showed they were capable of using mathematical terms in their descriptions of their number constructions.

By participating in this research, these pupils can perhaps develop better knowledge and gain a positive experience, concerning number sense. This can, hopefully have a positive effect on the future development of mathematical skills. This master paper has given me the insight of reflection over the pupils' work with manipulatives. The knowledge that I take with me through the work on this paper is invaluable as I begin my educational career as a new elementary school teacher.

Innholdsfortegnelse

1.0 Innledning

Konkreter er en viktig verktøy for elevers fagligutvikling, og har lenge hatt en viktig plass på skoler. Matematiske konkreter er verktøy som retter seg mer mot matematikkundervisninger. Elever kan bruke konkretene til å utforske og undersøke matematiske begreper og prosesser (Bartolini & Martignone, 2014, s. 365). Elever vil også ofte starte å utvikle tallforståelse tidlig i deres liv. Utviklingen av elevers tallforståelse vil kunne være viktig for elevers utvikling av andre matematiske ferdigheter (Valenta, 2015, s. 2). Jeg skal i denne masteroppgaven se på elevers bruk av konkretiseringsmateriell rettet mot talloppgaver i begynneropplæringen. I kapittel 1 vil jeg først si noe om bakgrunnen for mitt valg av temaet for oppgaven. Videre vil jeg vise til formålet med studiet. Deretter presenterer jeg problemstilling og forskningsspørsmålene jeg har valgt for oppgaven. Til slutt i kapittelet vil jeg vise til disposisjon og hvordan oppgaven er bygd opp.

1.1 Bakgrunn for valg av tema

Som 5. års lærerstudent har jeg lært mye om viktigheten av at elever får jobbe med fysisk læring i begynneropplæringen. Elever i begynneropplæringen er unge, og skolehverdagen er ny for dem. Unge elever kan ha mye energi som trengs ofte å utløses fysisk. Barn i denne alderen kan ha lite erfaringer i fag som matematikk. Fysisk læring vil kunne gi elevene mulighet til å oppleve og forstå matematikken de gjør fysisk.

Konkreter er et meget relevant tema i dagens skoler, og vil være sterkt tilknyttet til elevers fysiske arbeid. Konkretiseringsmateriell er blant annet relevant i forhold til læreplanen etter 2. trinn i matematikk. Dette kan vi for eksempel se i kompetansemålene etter slutten av 2.trinn, hvor konkretiseringsmateriell vil være aktuelt. Et av målene som elever skal beherske etter 2.trinn i matematikk er: "*utforske tall, mengder og telling i lek, natur, billedkunst, musikk og barnelitteratur, representere tallene på ulike måter og oversette mellom de ulike representasjonene*" (Kunnskapsdepartementet, 2020). Dette kompetansemålet er aktuelt i forhold til hvordan konkreter kan være en representasjon elever kan bruke i matematikk.

Elevers utvikling av tallforståelse er også et meget relevant tema for begynneropplæringen. Elevers utvikling kan ha en betydelig påvirkning på hvordan elever håndterer matematikk videre i deres skolegang. Dette er også relevant i forhold til læreplanen etter 2. trinn i matematikk. Et annet mål elevene skal ha arbeidet med etter 2. trinn i matematikk er: "*ordne tall, mengder og former ut fra egenskaper, sammenligne dem og reflektere over om det kan gjøres på flere måter*" (Kunnskapsdepartementet, 2020). Dette er et relevant kompetansemål for elevenes utvikling av tallforståelse. Konkreter kan fungere som representasjon for tall og mengder, og vil gi elever mulighet til å fysisk ordne, sammenlikne og reflektere over ulike måter tall kan representeres.

1.2 Formål med studien

Formålet med denne studien er å se nærmere på hvordan elever på førstetrinn arbeider med tall og delmengder ved bruk av fysiske konkreter. Mer spesifikt, skal vi se i denne studien på bruken av konkreter i matematikk knyttet til tallkonstruering. Studien gir også en redegjørelse over hvordan elever viser, beskriver og argumenterer for deres og andres fysiske talloppbygninger.

Læreplanen i matematikk viser til underveisvurdering for alle barnetrinnene. Hensikten er å fremme elevers læring og utvikling av ulike matematiske kompetanser (Kunnskapsdepartementet, 2020). Basert på underveisvurderinger for 1. og 2. trinn kan denne studien muligens gi andre lærere innsikt i hvordan elever på førstetrinn viser sine kompetanser i forhold til å utforske egenskaper og strukturer i tallmønsteroppgaver. Studien kan også gi innsikt i hvordan elever viser og utvikler kompetanse i matematikk når elevene undrer, forklarer og argumenterer for egne og andre tallkonstruksjoner som oppstår i studien. Studien kan også vise til elevers kompetanse ved å ta i bruk enkelte fagbegreper som er knyttet til talloppbygninger.

1.3 Problemstilling og Forskningsspørsmål

Med bakgrunn i fysiske konkreter og elevers tallforståelser tar denne oppgaven utgangspunkt i problemstillingen:

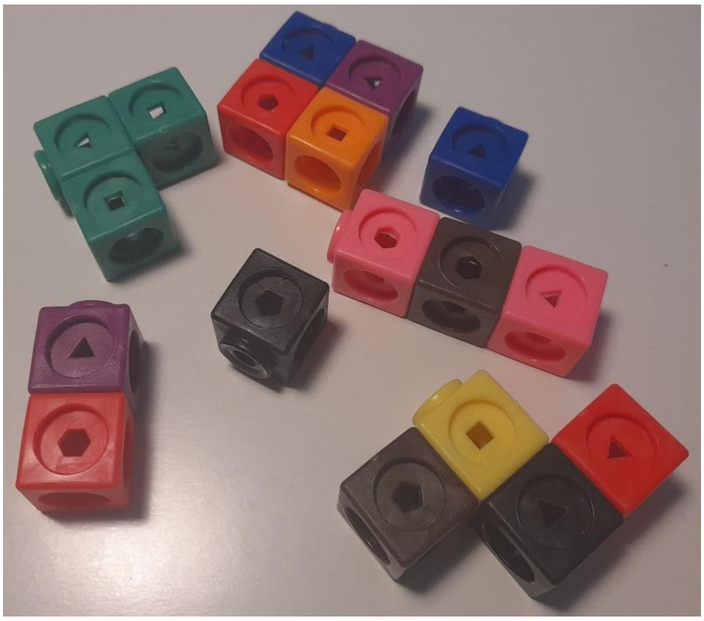
> *Hvordan bygger elever på førstetrinn tall ved bruk av fysiske konkreter, og hva slags beskrivelser gir de av tallenes oppbygginger?*

For å kunne undersøke problemstillingen nærmere har jeg utformet to forskningsspørsmål:

1. *Hva karakteriserer elevers arbeid med konkreter knyttet til tall og mengde?*
2. *På hvilke måter gir elevene på førstetrinn uttrykk for sine oppfatninger av antall og tallsymboler?*

1.4 Koblingskubber

Konkretiseringsmateriell jeg kommer til å fokusere på i denne studien heter MathLink Cubes. Dette er 2 x 2 cm sammenslående plastikk kubber, som finnes i ti forskjellige farger. Kubbene er en enhets konkret, og kan kobles til andre kubber. Årsaken til jeg har valgt å fokusere på dette konkretet er fordi det er et konkret som kan enkelt knyttes til tall og mengder. I tillegg vil konkretet gi elever mulighet til å bygge tall og mengder på ulike måter. Konkretet kommer til å bli referert til gjennom hele oppgaven, og jeg vil bruke det fornorsket navnet *koblingskubber* når jeg videre referer til konkretet.



Figur 1 - Koblingskubber

1.5 Oppgavens struktur

Denne oppgaven består av seks ulike kapitler. Kapittel 1 gjør rede for temaet, formålet og problemstillingen for denne studien. Kapittel 2 handler om teorier og tidligere forskninger. I tillegg redegjøres det her for konkretiseringsmateriell og tallforståelse. Kapittel 3 beskriver de metodene jeg har valgt og hvorfor, i tillegg til utvalgene jeg har gjort. I dette kapittel forklarer jeg hvordan jeg har gjennomført analyse av data. I kapittel 4 gjennomgår jeg resultatene som forekom fra studien og analyse av de ulike resultatene. I kapittel 5 diskuterer jeg resultatene fra studien i tilknytning til teorier og tidligere forskninger fra teorikapittelet. I tillegg, redegjøres det for mulige implikasjoner i dette kapittelet. Kapittel 6 vil oppsummere oppgaven i lys av problemstillingen. I tillegg vil jeg komme med forslag av hva som videre kan forskes på innenfor temaet konkretiseringsmateriell og tallforståelse.

2.0 Teori

Temaet for denne oppgaven er *konkreter og tallforståelse i matematikk* blant førsteklassinger. Min problemstilling og forskningsspørsmål knytter seg til dette temaet. Til å begynne med vil jeg se på læringsteorien konstruktivisme og konkreters effekt på elevers utvikling av matematiske kunnskaper. I andre halvdel av kapittelet vil jeg vise til teorier og tidligere forskning knyttet til elevers utvikling av tallforståelse.

2.1 Konstruktivisme

Konstruktivisme er en læringsteori som har en sterk tilknytning til konkretiseringsmaterieller som brukes på skoler, og vil derfor være relevant å ta opp i denne studien. Konstruktivisme handler om hva kunnskap innebærer og hvordan en skaffer seg nye kunnskaper. Læringsteorien ser ikke på kunnskap som noe som har en fysisk form, men heller som noe som er konstruert inni i et menneskes hode. Når det gjelder konstruksjonen av kunnskap, er det to måter en kan se på dette. Den første er kognitive konstruktivismen som fokuserer på læringen som skjer mellom individet og verden rundt individet. Den andre måten er den sosiale konstruktivismen som beskriver kunnskapen som er innforstått i et sosialt felleskap (Imsen, 2020).

I matematikk vil det være de erfaringene og fysiske kroppsbevegelsene en selv skaper i hverdagssituasjonene som vil kunne gi grunnlag for å danne grunnleggende matematiske forståelse. Tar man for eksempel en eksperimenterende aktivitet hvor et barn sorterer klosser etter deres ulike farger, kan dette bidra til at barnet begynner å utvikle abstrakte grunnleggende matematikkbegreper som mengdeforskjeller. Dette kan videre lede til en progresjon hvor barnet gradvis går fra konkrete handlinger til læring av strategier og tallbegreper ved hjelp av tenkning og refleksjoner, uten behovet for konkrete materialer (Holm, 2012, s. 41). Fordelen med konstruktivisme er at det vil gi elever utfordringer i form av konkrete oppgaver og spørsmål. Det vil åpne opp for utforskning og praktisk arbeid, som kan vise fagets nytteverdi og relevans. Tidligere studier viser at slike konstruktivistiske arbeidsmåter er mer effektive når en setter et rammeverk, hvor elever får tilpasset instruksjon og veiledning. Samtidig får elevene fritt mulighet til å selv utforske og eksperimentere med arbeidsmåtene innenfor rammeverket (Holm, 2012, s. 42).

2.1.1 Konstruktivisme i klasserommet

Ifølge læringsteorien konstruktivisme vil ikke læringen kunne skje gjennom ytre påvirkninger, men heller gjennom de ulike handlingene individer selv gjør. Kunnskapene individer skaper vil være i kontinuerlig utvikling og en vil kunne oppleve nye erfaringer som enten konstrueres eller rekonstrueres som individets nye kunnskaper. Teoretikeren John Dewey var en tilhører av konstruktivisme, og er også sett på som en av grunnleggerne for læringsteorien. Dewey er mest kjent for ordtaket "learning by doing", hvor en lærer best ved å gjøre en handling selv (Imsen, 2020). Dette er en velkjent arbeidsform innenfor konstruktivisme. I klasseromssituasjoner kan dette skje gjennom elevaktiv undervisning, hvor elevene fritt styrer mye av deres handlinger for å anskaffe seg kunnskaper rundt en tema, hvor de ikke følger direkte instruksjoner fra lærere.

Jean Piaget er også en velkjent teoretiker innenfor konstruktivisme og er mest kjent for sin teori om intellektuell utvikling. Det vil si utviklingen av barns tenkning fra fødsel til voksen alder. Han argumenterer for at skal læringen skje må "noe" på det indre plan endres. Dette vil en kunne erfare gjennom handling og utforsking i den ytre verden, hvor en vil kunne sitte igjen med aktivt handlingsmønster. For elever vil dette innebære å sanse og teste ut nye ting rundt dem. "Skjema" er begrepet Piaget bruker når han kobler de interne representasjonene av slike handlingsmønstre med lengere handlingssekvenser (Imsen, 2020). Kognitive skjemaer former tenkningen som skjer inni hodet, og er ikke noe som trenger ytre påvirkninger for å brukes. Siden slike skjemaer finnes på "et høyere mentalt nivå" kan de hentes frem og brukes i situasjoner hvor de trengs. Et individ vil kunne sitte med mange indre skjemaer, hvor mange av dem deler likheter og indre sammenhenger. Gruppering av slike kognitive skjemaer vil kunne gjøre at en får høyere nivåer i tenkningen, også kjent som kognitiv strukturering.

De indre skjemaene vil ha to funksjoner. Den ene funksjonen vil være *assimilasjon*, hvor en vil bruke et eksisterende skjema til å kunne tolke nye situasjoner en møter. Skjemaene blir brukt til å kunne prøve å oversette og forstå ukjente situasjonene. Men det er ikke alltid at de eksisterende skjemaene vil være tilstrekkelig for å kunne forstå de ukjente situasjonene. Da vil en ha behov for å endre skjemaene slik at de passer bedre for situasjonen, også kjent som *akkomodasjon*. I slike situasjoner tar en de eksisterende skjemaene og danner seg nye tolkninger. Akkomodasjon kan også føre til at en utdyper et skjema som allerede eksisterer (Imsen, 2020). Ta for eksempel en elev som utforsker tallet tolv gjennom noen klosser og vet allerede at tallet tolv kan bestå av to grupper på seks i hver gruppe. Gjennom utforskningsprosessen så kan eleven se at tallet tolv kan i tillegg bestå av tre firere, fire treere, seks toere osv. og dermed utdype sitt eksisterende skjema om tallet tolv.

2.2 Fra konkret begrep til abstrakt begrep

Matematisk kompetanse er en nødvendighet for elever og deres fremtidige liv. Ifølge Rittle-Johnson (2017) er det det to kunnskaper, konseptuell kunnskap og prosedyre kunnskap, elever må kunne jobbe med for å utvikle deres matematiske kompetanse (Rittle-Johnson, 2017, s. 184). Den konseptuelle kunnskapen innebærer matematiske begreper som betyr at de er abstrakte, altså de har ingen fysisk eller visuell form. Tallet ni for eksempel er en intern ide mennesker vanligvis danner, en ide som mennesker kan personlig knytte til andre hverdagsobjekter. Denne abstrakte tankegangen av matematiske begreper vil kunne variere fra individ til individ, og utvikling av en slik tankegang er noe som krever tid og mye erfaringer. Unge elever som er ganske ferske innenfor den matematiske verden vil ha lite og ulike erfaringer med matematiske begreper. En kan argumentere for at det er utenkelig å forvente at barn skal kunne forstå den formelle abstrakte matematikken uten ha fått opplevd begrepene i praktiske situasjoner (Holm, 2012, s. 61).

Barn vil før de har begynt på skolen ha ulike praktiske erfaringer med matematikk, enten det er i hjemmet med familiemedlemmer eller i barnehagen med andre barn. Disse praktiske møtene med matematikk er starten på barnas utvikling av matematiske kompetanse, hvor de utvikler kompetanse gjennom ulike konkrete situasjoner. Når barna begynner på skolen begynner de å lære seg matematikk gjennom å mentalt forestille seg den matematiske virkeligheten. Konkretiseringsmaterieller vil kunne bidra til å representere eksplisitt og konkret for elevene disse abstrakte begrepene (Moyer, 2001, s. 176). En av konkreters hensikt vil være å utvikle elevenes matematiske kompetanse fra et konkret nivå til et abstrakt nivå for å kunne sikre at elever utvikler seg en god forståelse av matematiske begreper (Holm, 2012, s. 62).

2.2.1 Konkretiseringsmateriell

De fleste lærere vil kunne forstå konkretiseringsmateriells betydning, men vil ofte forbinde slike verktøy som mest aktuelt for elever i tidlig skolegang eller elever med faglige vansker (Bartolini & Martignone., 2014, s. 367). Slike tankeganger kan være misvisende ettersom flere forskere har undersøkt og argumenterer for at konkreter kan brukes på alle trinn i grunnskolen. Eksempel på dette kan være elevers møte med nye matematiske begreper, hvor konkreter kan brukes til å introdusere, praktisere, motivere eller sanse de nye matematiske begrepene før elever begynner å jobbe med dem mer abstrakt (Boggan et al., 2010, s. 2). Konkretene kan fungere som en slags "knagg" for elevenes mentale minne, og vil også kunne øke sjansen for at flere elever får en god start i utviklingen av god forståelse av de matematiske begrepene (Holm, 2012, s. 67).

Når elever skal ta i bruk konkretiseringsmateriell i gitte matematiske situasjoner vil det være nødvending for dem å kunne se og forstå sammenhengen mellom konkretet de bruker og det matematiske begrepet konkretet skal prøve å forestille. Konkreter som klarer å trekke tydelig tråd mellom realistiske virkeligheter og de abstrakte virkelighetene konkretene skal etterlikne, vil være mulig å kvalifisere som gode konkreter å ta i bruk (Boggan et al., 2010, s. 3). Å kunne se sammenhengen mellom de ulike konkretene og ulike begreper vil ikke være vanskelig for voksne som allerede har utviklet en matematisk kompetanse. Men for unge elever vil det være både vanskelig og krevende å se slike sammenhenger siden elevenes matematiske kompetanse fremdeles er i en tidlig utviklingsfase. I tillegg vil det også være vanskelig for en lærer å kunne planlegge for utvikling av slike mentale ideer, siden hver elev vil kunne danne sine egne, unike oppfatninger og tolkninger rundt konkretene og matematiske begreper (Clements, 2000, s. 47).

Elever skal gjennom deres skolegang utvikle mange matematiske begreper. Når de blir introdusert for et nytt begrep vil det ikke alltid være nødvendig å kunne ta i bruk et nytt konkret for å fremstille det. Et godt konkret vil nemlig også kunne klare å trekke flere tråder mellom ulike matematiske begreper (Klaveness, 2010, s. 27). På den andre side kan man også si at to ulike konkreter kan gi ulike synspunkter og forståelser av samme matematisk begrep. Det viktigste en må være klar over når en bruker konkreter i matematikk er å se likheten mellom konkretet og det gjeldende matematiske begrepet. Dette kan gi en større sannsynlighet for at elever klarer å trekke en tråd mellom konkretet og begrepet, jo mer likheten er (Laski et al., 2015, s. 3).

Det første en ofte vil tenke på når en hører konkreter innenfor matematikk er fysiske objekter som visuelt vil fremstille et matematisk begrep. En slik fremstilling av konkreter vil kunne være problematisk, ettersom matematiske begreper er noe som er abstrakt, og ikke noe som en kan direkte lese fra fysiske objekter. Objektene som brukes vil kun være en representasjon av de matematiske begrepene, og ikke selve begrepet (Clements, 2000, s. 46. Laski et al., 2015, s. 2). Hvis for eksempel konkreter som *koblingskubber* blir brukt til læring av addisjon, vil konkretene kun være en fremstilling av de abstrakte tallene som oppstår i addisjonsstykket. Altså, de vil ikke kunne være selve tallene. Konkreter vil kunne visuelt vise til prosedyrekunnskapen, altså hvilke steg som blir gjort under en matematisk oppgave (Rittle-Johnson, 2017, s. 184). For at konkreter skal kunne fremstille begreper, må den som tar i bruk konkretene utvikle interne meninger knyttet til konkretene. I tillegg må eleven kunne argumentere for koblingen en internt har laget. Dette gjelder også for elever som bygger egne meninger rundt konkretene. Dette vil være viktig for elever slik at de kan fritt få utforske konkretene praktisk selv, hvor de da må kunne diskutere og reflektere over handlingene de gjør og begrunne for hvorfor de gjør disse handlingene (Boggan, 2010, s. 4; Sarama & Clements, 2009, s. 146; Svingen, 2018, s. 5).

Laski et al. (2015, s. 2) argumenterte for at hvis konkretiseringsmateriell skal være effektive for elevers matematiske utvikling må de få godt nok med tid å arbeide med konkretiseringsmateriellet. Slik de bedre kan forstå sammenhengen mellom konkretene de bruker og de abstrakte begrepene konkretene som skal etterlignes. Det kan imidlertid være lurt å la elever få prøvd ut en variasjon av konkretiseringsmateriell rundt samme matematiske tematikk, siden forståelse og tolkning rundt konkretiseringsmateriellet vil kunne variere mellom elevene. Variasjon av konkretiseringsmateriell vil i tillegg gi elever mulighet til å sammenlikne ulike konkreter og kunne se at det finnes ulike måter å løse en oppgave på. Dette igjen kan bidra til en dypere utvikling av matematisk forståelse (Svingen, 2018, s. 4; Rittle-Johnson, 2017, s. 187).

2.3 Tallforståelse

Utviklingen av tallforståelse er en meget kompleks prosess. Det å kunne gi en definisjon av tallforståelse er heller ikke en enkel sak, men for matematikk lærere er det ofte enkelt å gjenkjenne tallforståelse når det kommer frem fra elevene. Elever som har dannet god tallforståelse vil kunne bevege seg enkelt mellom kvantiteter som finnes i den virkelige verden og tall og numeriske uttrykk en finner i den matematiske verden. I tillegg vil de klare å argumentere for generelle egenskaper i numeriske problemer eller uttrykk (Valenta, 2015). Lærere som ser etter elevers tallforståelse, bør se over ulike evner elever bør kunne mestre når det gjelder tallforståelser. Eksempler på dette er hvordan elevene teller og tallmønstre elever oppdager og bruker, estimering og sammenlikning av ulike mengder elever gjør og talltransformasjoner (Jordan et al., 2007, s 36).

Utvikling av tallforståelse vil være viktig for elever ettersom det vil kunne ha en betydningsfull utviklingseffekt for andre matematiske ferdigheter elever skal utvikle gjennom deres skolegang. God tallforståelse vil for eksempel kunne ha en positiv effekt på elevers kunnskap rundt tallforhold. Dette kan direkte knyttes til ulike målinger som høyde, vekt og lengde, som igjen vil kreve kunnskaper i telling, sammenlikning og numeriske uttrykk knyttet til den virkelige verden (Sood & Jitendra, 2007, s. 146). En tidlig utvikling av tallforståelse er også viktig for den fremtidige effekten den kan ha for elevene. Tidligere studier har sett at tidlig og sterk utvikling av tallforståelse vil kunne medføre at elever oppnår en høyere matematisk oppnåelse helt opp til videregående (Jordan et al., 2007, s. 42; McGuire et al., 2012, s. 215). Det viser seg også at hvis elever ikke får utviklet en tallforståelse tidlig nok kan det ha en langsiktig konsekvens for deres matematiske oppnåelse (McGuire et al., 2012, s. 214). Dette vil også kunne utgjøre en risiko for å utvikle demotivasjon for faget.

Utviklingen av tallforståelse er noe som er sterkt personlig, og vil være knyttet til hvilke ideer om tall som har allerede blitt etablert og hvordan disse ideene ble etablert (Mclntosh et al., 1992, s. 3). Ofte vil begynnelsen av utviklingen skje før barn har startet på skolen, gjennom sansing av fysiske objekter hvor barn tar på, flytter og sorterer forskjellige objekter. Samtaler rundt de ulike handlingene barna gjør vil kunne hjelpe dem med å etablere tallord som er relatert til ulike visuelle mønstre de stadig har erfart. Dette kan være starten på å danne mentale forestillinger av tall (Anghileri, 2006, s. 9). En lærer vil kunne stå som ansvarlig for å videreutvikle elevenes tallforståelse, noe som vil være en meget kompleks prosess. Lærere må da være klar over ulike metoder som finnes når en arbeider med elevenes utvikling av tallforståelse, og at valgene en tar vil kunne ha varierende effekt på elevenes videreutvikling av tallforståelse.

2.3.1 Telling

Telling er en ferdighet barn ofte vil kunne utvikle i en tidlig alder. Telling er noe barn må erfare mye av for å kunne mestre ferdigheten. Det kan være en krevende prosess for noen barn, hvor forståelse for ordinal tall vil være nødvendig å utvikle for å følge tallrekkefølgen (Clements & Sarama, 2021, s. 46). Ulike tellingsmetoder er noe barn vil ofte lære seg tidlig, som vil kunne støtte deres tellingsprosess. Blant annet peketelling er en ofte brukt tellingsmetoder barn bruker, som innebærer at de peker direkte til enhetene som telles. Men mange foreldre og noen lærere vil som regel ha et negativt syn på slik tellemetode, og argumentere for at barn har mer behov for avanserte tellingsmetoder, som øynetelling, for de mer avanserte matematiske oppgavene (Clements & Sarama, 2021, s. 47). Clements og Sarama (2021) peker på faren med tellingsmetoder som øynetelling, som er interne og vil kunne ha større mulighet for å føre til feiltelling. De oppfordrer til å la barn bruke enkle tellingsmetoder som peketelling, siden dette er fundamentalt for å representere tall, utvikling av tellings ferdigheter, og aritmetiske begreper (Clements & Sarama, 2021, s. 47).

2.3.2 Subitizing

Subitizing er en matematisk ferdighet hvor en elev kan eksakt gjenkjenne et antall objekter innenfor en avgrenset mengde uten å telle hvert enkelt objekt. Øvelser på subitizing kan i tillegg knyttes til utvikling av elevers tallforståelse. Freeman (1912, i Clements, 1999) har sagt at subitizing er en kombinasjon av måling, hvor elevers fokus er på det hele, og telling hvor de tar i bruk én-til-én korrespondanse (Clements, 1999, s. 400). Clements (1999) har sett mer detaljert på subitizing og fordelt ferdigheten inn i to typer, perseptuell og konseptuell. Den perseptuelle subitizing innebærer å kunne gjenkjenne antall objekter innen en avgrenset mengde umiddelbart. Som for eksempel fire prikker på en terning, hvor eleven kjapt sier "fire". Eleven vil da ha oppfattet prikkene intuitivt og samtidig. Den konseptuelle subitizing innebærer å kunne kjapt gjenkjenne antall objekter fordelt i flere sett, hvor sammenslåingen av settene vil kunne danne mengden. Ta for eksempel en dominobrikke, hvor to sett av mengder er fordelt, en med fire prikker og en med tre prikker. En elev som har utviklet gode ferdigheter innenfor konseptuell subitizing vil kunne uproblematisk gjenkjenne settene og raskt sette dem sammen til å danne antallet syv. Subitizing vil ifølge Clements (1999) være en nødvendig ferdighet å utvikle, siden det kan ha en påvirkende utviklingseffekt på aritmetikk og forståelse for posisjonssystemet. Dette igjen er betydningsfulle komponenter for tallforståelse (Clements, 1999, s. 404).

Clements og Sarama (2021) har gjennom deres fagbok "*Learning and Teaching Early Math*" dannet flere ulike oversikter for barns utviklingsprogresjoner for ulike matematiske ferdigheter. Deres utviklingsprogresjoner viser gjennomsnittlig når barn vil kunne utvikle ulike matematiske ferdigheter. I deres oversikt for utviklingsprogresjonen for subitizing kan vi se når barn vanligvis vil mestre både perseptuell og konseptuell subitizing, og de ulike mengder barn bør kunne klare å gjenkjenne. Det viser seg i deres bok at barn vil maks kunne perseptuelt subitize til fem, og vil vanligvis mestre dette i fireårsalderen (Clements & Sarama, 2021, s. 29). Ifølge deres utviklingsprogresjon oversikt, vil barn i førstetrinn kunne mestre konseptuelt subitizing til tjue (Clements & Sarama, 2021, s. 30).

Clements og Sarama (2021) har i tillegg sett at farger og former i subitizingsoppgaver kan ha stor betydning for elevers prestasjoner. Hvis for eksempel konkretene i slike oppgaver er i ulike farger eller former, så kan det resultere i at elevene ser konkretene som enkelte enheter, og ikke som en del av en samling. Dette kan da resultere i at elever svarer raskt og feil under slike oppgaver (Clements & Sarama, 2021, s. 24). Clements og Sarama argumenterer dermed for at en bruker konkreter med høy fargekontraster under subitizingsoppgaver, som for eksempel mørke objekter med lys bakgrunn. Dette for å øke sjansen for at elever ser enhetene som en hel samling.

Elevers kunnskapsutvikling rundt kardinal prinsippet vil kunne ha en tett tilknytning til utviklingen av deres tallforståelse. Clements og Sarama (2021) mener at subitizing er en viktig evne elever lærer seg, og påstår at det er et utviklingsforhold mellom subitizing og kunnskap rundt kardinal prinsippet. De mener at subitizing kan være med på å bygge en ide for barn om kardinal prinsippet. For eksempel kan det være med å danne generelle ideer om kvantitet som "*mer*" og "*mindre*" (Clements & Sarama, 2021, s.20). Paliwal og Baroody (2020) har gjort en undersøkelse rundt forholdet mellom subitizing og kardinal prinsippet. I deres undersøkelse, undersøkte de om barns høye subitizing evne hadde noe sammenheng med å kunne danne god kunnskap for kardinal prinsippet. Ut fra deres undesøkelse fikk de positive resultater for dette, hvor de fleste barn som klarte å subitize med tre, viste tegn til en lav kunnskap for kardinal prinsippet. Derimot barn som klarte å subitize med fire viste en grei kunnskap for kardinal prinsippet (Paliwal & Baroody, 2020).

Det finnes mange ulike oppgaver som kan bidra til å utvikle elevers konseptuelle subitizing. Denne studien har valgt å fokusere på en aktivitet basert på Clements (1999) *kvikkbilde* eksempel. Kvikkbilde er en aktivitet hvor elever får se bilder av tall, enten perseptuelt eller konseptuelt, i noen få sekunder. Deretter skal de gjengi hvilket tall de så. Tallene i slike bilder kan ta mange ulike formasjoner, og formasjonen en velger vil kunne ha en betydning for elevers subitizing evne. Hvis elever arbeider med for eksempel store tall, vil en lineær formasjon oftest være enklere for elevene å gjenkjenne i motsetning til en rektangulær formasjon. Hvis formasjonen av objektene ikke er tydelig, altså er enten en tilfeldig eller kaotisk formasjon, vil det bli vanskeligere for hvem som helst til å raskt kunne gruppere objektene i sett. I tillegg vil det bli vanskelig å gjenkjenne mengden, noe som går da imot hensikten med subitizing (Clements, 1999). Kvikkbilder bør heller ikke prøve å kombinere flere ulike enheter som en helhet, siden det kan føre til mer hemming av konseptuell subitizing. Et eksempel på dette kan være dyr som ikke er like i design. Istedenfor, bør objektene heller være så identisk som mulig, som for eksempel koblingskubber.

2.4 Tidligere forskning på elevers tallforståelse

Tilslutt i dette teorikapittelet vil jeg se på tidligere studier som har gjennomført forskninger knyttet til tall. Jeg vil se nærmere på tidligere forskninger som har tilknytning til elevers tallutforskning.

Utvikling av ulike regnestrategier er en lang prosess elever går gjennom, og er noe elever vil kunne arbeide mye med i løpet av deres skolegang. Elever vil starte utviklingen på et lav stadiet, og vil ofte kunne bruke ulike konkreter og tellingsmetoder som støttende verktøy for regneoppgaver. Utviklingsmålet vil være at elevene etter hvert utvikler mer sofistikerte strategier, hvor de kan mer effektivt ta i bruk passende strategier for gitt regneoppgaver (Clements & Sarama, 2021, s. 94). Snorre A. Ostad (1997) har gjennomført en toårs forskning studie, siktet mot utviklingen av elevers regnestrategier, hvor han så nærmere på utviklingen av regnestrategier. I hans undersøkelse var det første, tredje og femtetrinns elever som deltok. Alle ble tildelt samme addisjonsstykker med kun ensifra tall. Ut fra Ostad sin forskning viste det seg at elever på førstetrinn hovedsakelig brukte det han kalte for *støttende strategier*, som var rettet mot ulike tellingsstrategier elever brukte for å løse addisjonsstykkene. Tellingsstrategiene som han så forekom oftest med førstetrinns elevene var *telle alt, telle videre, telle fra størst tall* og *verbal telling* (Ostad, 1997, s. 351). Ostad oppdaget gjennom hans toårs forskning at utvikling av elevers regnestrategier skjedde, men oppdaget også at de *støttende strategiene* fremdeles var de dominerende strategiene elevene tok i bruk.

Utviklingen for forståelsen av talls plassverdi vil være viktig for unge elever når de videre i skolegangen kommer til å jobbe med flersifra tall. Det vil si at elever bør kunne forstå sifres betydning basert på hvor de er posisjonert i et flersifra tall. McGuire og Kinzie (2013) har blant annet gjennomført en undersøkelse som har sett på elevers forståelsesutvikling for talls plassverdi. I deres undersøkelse oppdaget de at unge elever enkelt forstod og kunne beskrive tall som var plassert på enerplassen i tosifra tall. Men de oppdaget også at elever kunne ha vansker med å beskrive og forstå tall plassert på tierplassen i tosifra tall. Bakgrunn for slike vansker kan være at elever strever med å forene, altså gruppere ti enheter til en gruppe (McGuire & Kinzie, 2013, s. 359). I deres undersøkelse oppdaget de også at unge elever ofte brukte et minimalt språk når de beskrev sine tenkninger for plassverdi. McGuire og Kinzie sin hypotese var at elevene nylig hadde lært om plassverdi, og dermed var deres erfaringer minimalt. En annen hypotese de kom fram til var at elevenes generelle språk fremdeles var i en tidlig utvikling, og derfor hadde de muligens ikke et sterkt ordforråd (McGuire & Kinzie, 2013, s. 360).

3.0 Metode

I kapittelet skal jeg gjøre rede for forskningsmetoden jeg har brukt for denne studien. Jeg vil også gjøre rede for hvorfor jeg har valgt å gjennomføre intervju og observasjon som datainnsamlingsmetode for temaet. I tillegg skal jeg nærmere utrede metodene intervju og observasjon, og begrunne de metodiske valgene jeg har gjort. Videre skal jeg vise refleksjoner rundt validitet og relabilitet som vil være relevant for studien. Etiske hensyn vil også fremheves i kapittelet i forhold til metodene som ble brukt. Avsluttende for kapittelet skal jeg se over transkribering og analytisk tilnærminger som ble gjort i henhold til datainnsamlingen.

3.1 Forskningsdesign - valg av metode

Jeg begynte først med å planlegge hvordan jeg skulle samle inn informasjon til denne studien. Det var naturlig å undersøke hvilken forskningstilnærming egnet seg best for å kunne få en forståelse sett fra elevenes perspektiver. Fordi min studie som er fokuserte på elever, havnet den innenfor samfunnsforskning, hvor de mest brukte tilnærmingene innenfor samfunnsforskning er kvantitative og kvalitative. Forskjellen mellom dem er hvordan en skaffer seg informasjon til sin studie (Tjora, 2018, s. 12). En kvantitativ tilnærming hadde da lite hensikt for min studie siden målet med en slik tilnærming ville ha mer fokus på å kunne se målingen av omfanget og hyppigheten rundt fenomener. En stor mengde av deltaker ville bli viktig for en slik studie (Postholm & Jacobsen, 2021, s. 91). Målet mitt for denne studien var å kunne forstå og beskrive de tankene og handlingene rundt tematikken som kom fra elevene som deltok i studien. Derfor valgte jeg en kvalitativ tilnærming hvor beskrivelser, forståelser og meninger er sentrale begreper innenfor den type tilnærmingen (Postholm & Jacobsen, 2021, s. 95).

Den kvalitative forskningen har hovedsakelig som mål å kunne skape og forstå meningene som deltakerne konstruerer i forhold til livsverden og erfaringene de har rundt tematikken som eventuelt undersøkes. Både observasjonen og intervjuet var da konstruerte av meg som forsker i tillegg til elevene som deltok i studien (Postholm & Jacobsen, 2021, s. 90). Det var i tillegg viktig å være klar over at registreringen av elevenes prestasjon kun ble tatt på et bestemt tidspunkt i elevenes liv. Konstruksjonene og tolkningene som ble gjort i denne virkeligheten var kun basert på bestemte situasjoner og tidspunkter og man var klar over at virkeligheten til elevene ville fremover være i endring (Merriam, 2002, s. 3). Det er viktig å påpeke at jeg som forsker i kvalitativ studie hadde mye interaksjoner med elevene som deltok i studien, hvor jeg var den som intervjuet elevene. Som forsker har jeg nok påvirket hvordan elevene presterte og dermed har hatt en påvirkende effekt på studien (Hammarberg, s. 498).

3.2 Datainnsamling

I delkapittelet skal jeg ta opp planleggingen av datainnsamlingen for studien. Her vil det redegjøres først for utvalget av deltakere som deltok i studien. Jeg skal vise til førsamtalen med kontaktlæreren for førstetrinnet som deltok i studien, hvor målet var få innsikt i elevens matematiske erfaringer. Videre skal jeg vise til verktøyene som ble brukt til å samle inn data for studien. Til slutt for delkapittelet vil jeg beskrive oppgavene elevene arbeidet med for å belyse forskningsspørsmålene for denne studien.

3.2.1 Utvalget av deltakere, både for intervju og observasjon

Ved å se over problemstillingen "*Hvordan bygger elever på førstetrinn tall ved bruk av fysiske konkreter, og hva slags beskrivelser gir de av tallenes oppbygginger?*" var det aktuelt å gjennomføre undersøkelsen på elever som fremdeles gikk på førstetrinn. Utvalget mitt for deltakere for intervjuene bestod av elever som hadde både tallforståelse og hadde ingen vansker med å ha en samtale hvor de klarte å si hva de tenkte. Her var det viktig med samarbeid med kontaktlæreren for klassen, som kjente elevene best og viste muligens hvem var best egnet for et slikt intervju. I tillegg kom observasjonen også inn som en vurdering, siden jeg som forsker fikk observere på forhånd hvordan elevene jobbet med tall og konkreter i en mer ordinær undervisningssituasjon. Planen var å ta ut fem elever til intervju, hvor de hver for seg ble intervjuet av meg. Alle elevene fikk samme oppgave med de samme tall som de jobbet med, slik at det ble mulig å sammenlikne de mulige svarene som kom frem under intervjuet. Alle elevene tilhørte samme klasse, som kunne bety at de hadde en nok så lik undervisnings erfaring. Årsaken med å velge ut kun fem elever var for å begrense data mengden, siden mange intervjuer ville være for tidskrevende å analysere.

3.2.2 Førsamtale med kontaktlærer

I forhåndssamtalen med læreren for klassen kom det frem at elevene brukte oftest en variasjon av konkreter når det gjaldt matematikkundervisninger. Læreren fortalte at klassen hadde konkreter som Noomer, telleklosser, spillebrikker og geometriske figurer tilgjengelig i klasserommet. Det viste seg at konkretet *Noomer* fra matematikkprogrammet *Dragonbox* var det mest populære konkretet elevene vanligvis tok i bruk, særlig i forhold til læren om tall og mengder. I tillegg fortalte læreren at konkretet koblingskubber var noe som ikke var tilgjengelig i klasserommet, men fortalte at koblingskubber var å finne på SFO.

Figur 2 - Bilde av Noomer

Læreren kunne også fortelle at konkretene som var tilgjengelig ble ofte brukt som et hjelpemiddel for elevene når de jobbet med matematikkoppgaver i bøkene sine. Det var spesielt i utforskningsoppgaver at læreren lot elevene bruke konkretene. Hensikten ved å la elevene bruke konkretene i utforskningsoppgaver var for selvlæring og fremstilling av deres svar på oppgavene de jobbet med. Fargelegge syv, plasser syv og finn syv var noen eksempler på oppgaver elevene kunne arbeide med når de jobbet med oppgaver med tall og mengder. Det kom også frem at konkretene ble brukt i samarbeidsoppgaver hvor en elev for eksempel kunne oppdikte en matematikk fortelling og den andre eleven kunne svare gjennom konkreter.

Elevenes tallforståelse ble også diskutert gjennom denne samtalen, hvor læreren sa at de fleste elever begynte med liten tallforståelse ved skole starten. Læreren fortalte at de fleste elever hadde frem til da utviklet en generell tallforståelse med unntak av noen få elever. Elevene hadde også nylig vært gjennom temauker hvor de hadde jobbet mye med tallgrupperinger opptil ti. Gjennom disse ukene hadde elevene jobbet mye med å dele tall i to delmengder, hvor de hadde lært seg en variasjon av delmengder. Læreren fortalte at elevene hadde arbeidet mye med tiervenner og doblingsoppgaver i løpet av disse ukene. Men læreren fortalte også at elevene hadde enda ikke lært så mye om partall og oddetall. Læreren var meget sikker på at elevene kunne en del om tosifra tall, og at dette stammet fra morgensamlings rutinene hvor elevene hadde snakket om de ulike datoene hver skoledag.

Det kom også frem i samtalen at elevene hadde jobbet en god del med en spesiell type subitizing oppgave som læreren kalte for "*gardin oppgave*." I denne oppgaven ble elevene presentert for ulike sett av virtuelt konkreter, vanligvis svarte prikker ifølge læreren, på enten læringsbrettene sine eller på smarttavlen. Elevene fikk vanligvis sett konkretene i noen få sekunder før en virtuell gardin dekket dem til. Elevene ble ofte forklart av læreren at de ikke skulle telle antallet, men læreren innrømmet at de oppdaget noen elever som forsøkte å telle dem med hendene sine de få sekundene elevene fikk. Læreren fortalte også at de har aldri tenkt så nøye gjennom fargebruken når elevene fikk arbeidet med fargerike konkreter.

Kontaktlæreren var positive til å la elevene bruke konkretene som var tilgjengelig under mye av matematikkundervisningene. Læreren syntes at konkreter var viktig for å kunne visualisere for elevene hvordan matematikk operasjoner fungerte. Ifølge læreren kunne konkreter gi elevene en mulighet for å *ta på* matematikken og dermed kunne gi dem en personlig opplevelse. I tillegg mente læreren at konkreter elevene brukte kunne også ha en motiverende faktor, hvor elevene kunne oppleve undervisningene mer som en lek. I løpet av denne samtalen fortalte læreren at bruken av konkreter var viktig for elevene, siden de var i en tidlig utviklingsfase når det gjaldt deres tallforståelse.

3.2.3 Notering av observasjon og videoinnspilling av intervju

I observasjonen som jeg gjennomførte under stasjonsaktiviteten var det nødvendig for meg å notere ned det elevene gjorde og sa med en gang, rett etter observasjonen var gjennomført. Dette ble viktig fordi observasjonen var fremdeles fersk og det ville være enklere for meg å senere skrive ned mer detaljert det som skjedde under observasjonen. Som forsker hadde jeg også gjort klart et feltskjema i forkant som skulle brukes under observasjonsprosessen og etterpå (Postholm, 2005, s. 152). Ved å utarbeide et feltskjema før observasjonen, ga det meg som observatør bedre fokus i å se etter situasjoner som kunne være relevant for min studie. Observasjonsspørsmålene jeg utformet i observasjonsskjemaet kunne gi bakgrunn for forskningsspørsmålet "*hva karakteriserer elevers arbeid med konkreter knyttet til tall og mengde?*", og deler av teoriene knyttet til konkretiseringsmateriell og tallforståelse. Feltskjemaet var i tillegg utformet slik at det var mulig å notere ned uforventede observasjoner og refleksjoner som kunne være relevant for studien. I tillegg tok jeg bilder av elevenes konkrete oppbygning under økten, som videre ga mulighet for refleksjon.

Ved å ta videoopptak av intervjuet fikk jeg som forsker en bedre mulighet til å konsentrere meg rundt intervjuets tema og samtidig holde en dynamisk samtale med eleven. En kombinasjon av delvis notering og videoopptak sikret at meste parten av dataen som dukket opp ble registrert og ga mulighet til å gå tilbake til bestemte ordbruk, pauser, handlinger og liknende som senere ble viktig for analyse- og kodingsprosessen (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 205; Ryen, 2002, s. 110). Ulempen med videoanalyse var at det er en meget tidskrevende prosess, hvor både dialog og fysiske bevegelser var viktige elementer å registrere.

I intervjuet kom det frem omfattende og detaljerte beskrivelser fra elevene som deltok. Noteringen av det som både ble sagt og gjort under intervjuet ble en viktig del av den videre analyseringsprosessen for studien. Nedskrivingen av det som ble sagt og gjort under intervjuet kunne ha blitt distraherende og skremmende for eleven som igjen kunne ha påvirket hvordan elevene presterte under intervjuet. Det var derfor viktig å holde størst oppmerksomhet på eleven slik at øyekontakt og stadig dialog kunne være mest verdifullt for elevene som deltok.

Igjennom videoopptak av intervjuene fikk elevene jobbe mye med matematiske oppgaver hvor de koblet konkreter til delmengder samtidig som de forklarte deres tankegang. Ved å ta videoopptak av disse detaljerte handlingene fikk jeg senere muligheten til å gå tilbake til dette under analyseringaprosessen av studien (Maher & Sigley, 2020, s. 822). Som forsker kunne jeg senere se steg for steg hvordan elevene jobbet med konkretene og hørte forklaringene de ga mens de arbeidet. Dette ga meg muligheten til å se konkret hvordan elevene startet deres oppbygning og hvordan de avsluttet den. I tillegg fikk jeg et bedre grunnlag til å sammenlikne ulike elever, hvor hukommelse og nedskriving ikke ville kunne gi samme kvalitet på det som faktisk skjedde.

3.2.4 Valg av observasjon- og intervjuoppgaver

Observasjonsoppgave

Observasjonsoppgaven som ble gitt til elevene var en selvkonstruert oppgave, som var basert på Clements (1999) sine *kvikkbildeaktivitet* (Clements, 1999). Oppgaven ble gjennomført i en 10 minutters stasjonsaktivitet, med fire elevgrupper bestående av cirka fem elever i hver gruppe, og var en todelt aktivitet. I første del av aktiviteten ble elevene presentert for en variant av selvoppbygde eksempler av tallet ni, som jeg laget, via konkretiseringsmateriellet *treklosser*. Eksemplene ble skjult under en duk, og vist til elevene i cirka fem sekunder, og så dekket over igjen. Elevene ble eksplisitt fortalt i forkant at de skulle prøve å gjenkjenne tallet uten å måtte telle over alle enhetene i eksemplene. Oppsettet i det første eksemplet som ble vist til elevene var kaotisk, og ment til å være vanskelig for elevene å kunne gjenkjenne. I det andre eksemplet var oppsettet strukturert systematisk i tre treerdelmengder. Hensikten med disse eksemplene var å vise elevene, og gi dem ideer, på tallkonstruksjoner som var mulig å gjenkjenne raskt, uten å måtte kunne telle over alle enhetene. I andre del av aktiviteten ble elevene satt i par og tildelt en bunke med tallkort av tallsymboler fra åtte til femten, og en duk hver. Elevene fikk i oppgave å bygge deres egne eksempler av tall som de tilfeldig trakk fra tallkortene, og skjulte deres eksempler under duken. Etter å ha konstruert deres eksempler skulle elevene vise hverandre deres eksempler i fem sekunder, som den andre eleven skulle svare hvilket tall det var de så, og beskrive dens oppbygning. Deretter skulle elevene bytte om på visning.

Intervjuoppgave

Det var fem elever som individuelt deltok i intervjuet. Oppgavene som ble gitt til elevene var fordelt inn i tre sekvenser. I første sekvens ble elevene vist tallsymbolet fjorten, og ble bedt om å diskutere og arbeide rundt tallet. Elevene først fortalte hvilket tall det var de så, og deretter ble bedt om å dele kunnskaper de hadde om tallet. Hensikten med dette var å kunne få innsikt i elevenes kunnskaper, og forstå hvor godt de kjente til tallet. Årsaken for at spesifikt tallet fjorten ble valgt for denne oppgaven var fordi det var et tosifra partall. I tillegg var det et tall elevene hadde mulighet til halvere og ende med et oddetall, som kunne være interessant å se om noen påpekte. Etter forklaringen ble eleven bedt om å bygge deres egne eksempler av tallet fjorten via konkretiseringsmateriellet koblingskubber, som de i etterkant beskrev. I andre sekvens av intervjuet ble elevene vist fire tallbilder av samme tall, tre ganger med nytt tall for hver gang. Her var målet at elevene først skulle oppdage hvilket tall det var de så på tallbildene, og deretter gi en beskrivelse for hvert tallbildes struktur. Til slutt skulle elevene dele sine meninger for hvilket tallbilde de mente var vanskeligst, og hvilket de mente var enklest, for å kunne oppdage tallet. I tillegg skulle elevene begrunne hva som gjorde tallbildene vanskelige eller enkle. Tallbildene som ble vist til elevene kan ses i vedleggene 3 til 14. I siste sekvens av intervjuene ble elevene igjen bedt om å bygge tallet fjorten via koblingskubber. Men denne gangen ble de bedt om å bygge tallet slik de tenkte den enklest kunne oppdages av andre. Etter å ha konstruert deres andre eksempel av tallet skulle elevene beskrive deres oppbygning, prøve å sammenlikne den med deres første eksempel, og begrunne hva som gjorde deres nye fremstillinger enklere å oppdage tallet fjorten.

3.3 Intervju

Intervju er den datainnsamlingsmetoden jeg valgte for denne studien, hvor dialogene med elevene fanget opp viktig data. Dialogene med elevene skjedde ansikt mot ansikt, hvor det ble en mer inngående samtale mellom elevene som deltok og meg som forsker. Jeg planla på forhånd strukturen og hensikten med intervjuet (Postholm & Jacobsen, 2021, s. 117. Kvale & Brinkmann, 2015, s. 22). Intervjuets mål var først og fremst å kunne frembringe elevenes kunnskaper og avdekke deres oppfatninger rundt temaet for denne studien (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 20). I tillegg er intervju en vanlig datainnsamlingsmetode for kvalitativ forskning, hvor mer inngående samtaler kan lede til en mer omfattende forståelse for tematikken som undersøkes, som igjen er et kjennetegn innenfor kvalitative studier. Intervjuene vil kunne gi mulighet til å forstå elevenes perspektiver når de arbeider og snakker rundt tall og mengder.

Når det gjelder bruk av spørsmålene i intervjuene, planla jeg å unngå for mange lukkende spørsmål siden det var mer betydningsfullt for studien å kunne få detaljerte og beskrivende svar fra elevene som deltok. Derfor planla jeg for mere åpne spørsmål slik at elevene fritt kunne beskrive deres kunnskaper og tanker rundt studiens tematikk (Postholm & Jacobsen, 2021, s. 118). Det var også viktig at elevene forstod spørsmålene som ble stilt slik at de fikk mulighet til å kunne dele deres kunnskap rundt spørsmålene som ble stilt. Siden det var førstetrinns elever som deltok i intervjuet var jeg bevisst på et tilpasset språkbruk på spørsmålene slik at det bedre passet til deres nivå, samtidig som jeg bevarte den profesjonelle samtalen, og dermed holdt samtalen i studiens tema (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 22).

3.3.1 Intervjuguide

I forkant av intervjuene utarbeidet jeg en intervjuguide med spørsmål knyttet til temaet for intervjuet (Vedlegg 1). En intervjuguide utformes slik at en dekker områder som problemstillingen og forskningsspørsmålet som forskningen rammer inn (Postholm & Jacobsen, 2021, s. 122). Intervjuguiden ble strukturert inni de tre sekvensene intervjuoppgavene var fordelt i. Og målet med spørsmålene som ble utformet var å påminne meg selv under intervjuprosessen om de viktigste spørsmålene for forskningen.

3.3.2 Semi-strukturert intervju

Semistrukturert intervju er en av type intervju innenfor kvalitativ studie, og er intervju typen jeg har valgt for min studie. En av årsakene til at denne type intervju har blitt valgt er fordi den legger best opp til et mellompunkt mellom åpen samtale og lukkende spørsmål (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 46). Det vil si at elevene vil kunne stå meget fritt til å gi hvilket som helst svar på spørsmålene som blir stilt dem. Men elevene er begrenset i at de må forholde seg til intervjuets tematikk. I tillegg vil det være viktig at elevene føler seg så komfortabel som mulig under samtalen, og opplever intervjuet mer som en vanlig samtale for å kunne få genuine respons. Et semistrukturert intervju vil også kunne legge opp til et hverdagsspråk som elevene muligens er mer vant til, og vil fremdeles bevare det profesjonelle formålet med intervjuet (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 46).

Før intervjuet finner sted, har jeg som nevnt på forhånd laget en intervjuguide med spørsmål som vil være relevant å kunne ta opp under intervjuet. Disse forhåndlagde spørsmålene er designet slik at jeg som forsker er bedre forberedt for intervjuets progresjon, og vil kunne gi meg en mal å følge under selve intervjuet. Intervjuguiden skal ikke styre intervjuets struktur, men fungerer heller som støttende stilas for intervjuets progresjon. Semistrukturert intervju vil kunne gi meg som forsker mulighet til å hoppe over spørsmål eller omjustere rekkefølgen de blir stilt på, som er en god mulighet å ha ettersom visse spørsmål kan allerede være svart gjennom et annet spørsmål (Postholm & Jacobsen, 2021, s. 121). I tillegg vil semistrukturert intervju kunne gi meg friere tøyler for å forholde meg til selve spørsmålsformulering, og dermed tilpasse spørsmålsformuleringen slik det passer best for elevene (Ryen, 2002, s. 99).

Det vil være vanskelig å forutse alt som vil kunne komme fram under et intervju, hvor elever kan komme med uforventede informasjon som vil kunne være relevant for studien. Dette er en av grunnene for at semistrukturert intervju ble valgt, ettersom denne intervju typen legger opp til å kunne følge opp slike informasjoner for å kunne utdype dem enda mer (Postholm & Jacobsen, 2021, s. 121). Intervju typen også kan gi meg som forsker mulighet til å modifisere spørsmålene om det oppstår forståelsesvansker for elevene under selve intervjuet (Maher & Sigley, 2020, s. 821). Det kan i tillegg kunne oppstå situasjoner hvor elevers respons blir korte og lite tilfredsstillende for studien, og ville derfor være aktuelt å gå dypere innpå. Semistrukturerte intervjuer legger opp til inngående spørsmål, som forhåpentligvis kan bidra til å holde samtalen i gang samtidig som elevene utdyper utsagnene (Postholm & Jacobsen, 2021, s. 123).

3.3.3 Oppgavebasert intervju

Oppgavebasert intervju er en datainnsamlingsmetode innenfor intervju, og er utformet slik at elever ikke bare samhandler med forskeren, men også utfører oppgaver som nøye er utformet med formål for intervjuet (Maher & Sigley, 2020, s. 821). Bakgrunnen for at jeg tar i bruk denne metoden er for å kunne teste ut elevenes matematiske kunnskaper, ideer, strukturer og refleksjoner knyttet til arbeid med tall og konkreter. Sammenliknet med oppgaver med blyant og ark så vil oppgavebasert intervju hjelpe meg med å fokusere mer direkte på prosessen elevene gjennomfører i de matematiske oppgavene, altså jeg vil kunne få mer informasjon enn bare mønster og svar som en vil kunne få ut fra blyant og ark oppgaver (Goldin, 2000, s. 520). I tillegg er jeg ut etter å forstå mer utdypende hvordan førstetrinns elever tenker matematisk når de blir framstilt matematiske oppgaver. Oppgavebasert intervju vil kunne gi meg mulighet til å både undersøke elevenes eksisterende og utviklende kunnskaper, og vil kunne gi meg mer innsikt i elevenes abstrakte matematiske ideer (Maher & Sigley, 2020, s. 822).

Oppgavebasert intervjuer vil kunne ha sine fordeler og ulemper når en velger å ta i bruk en slik metode. En ulempe med oppgavebasert intervju vil være at det er en bestemt konstruert situasjon, som kan både påvirke og begrense elevenes handlinger under intervjuet. Dette vil i tillegg kunne begrense slutningene elevene tar ved intervjuets ende (Goldin, 1997, s. 58). Oppgavebasert intervju vil derimot kunne gi bedre innsikt i elevenes kreative ideer, og bidra til å konstruere nye kunnskaper som videre kan bli nyttig for læreres praksis (Maher & Sigley, 2020, s. 823). Dette kan være for eksempel uvanlige mønstre elever bruker, som kan være aktuelt å videre undersøke.

3.4 Observasjon

Observasjon er en av de mest velkjente forskningsmetodene i kvalitativ studie, og metoden jeg har valgt for å kunne belyse forskningsspørsmålet "*hva karakteriserer elevers arbeid med konkreter knyttet til antall og telling?*". Men selv om forskningsmetoden er populær i kvalitativ studie er den ofte ikke en tilstrekkelig metode å samle data på, siden kvalitativ forskning er kunnskap som skapes i møte med forskeren og forskningsdeltakeren (Postholm & Jacobsen, 2021, s. 114). Angrosino og Pérez (2000, i Postholm, 2018) argumenterer for at observasjon kan fungere som en supplementerende kontekst for intervjuer, og observasjon kan da i min studie bidra til mer fyldig informasjon for det kommende intervjuet (Postholm & Jacobsen, 2021, s. 115).

Observasjon som forskningsmetode vil kunne fokusere på å fange opp menneskelig aktiviteter og den fysiske settingen den finner sted (Postholm & Jacobsen, 2021, s. 113). For denne studien vil det si at jeg som forsker vil kunne være ute etter å observere elevenes muntlige og fysiske handlinger som tar plass innenfor en planlagt stasjonsaktivitet Jeg vil blant observere hvordan elevene snakker rundt tallmønstrene de ser via konkretene som blir brukt, og hvordan elevene fysisk grupperer tallmengder.

I denne studien vil jeg komme til å ta for meg en fullstendig deltakende rolle, hvor jeg som forsker vil være en del av det som skal observeres under undersøkelsen (Postholm & Jacobsen, 2021, s. 116). Som forsker vil jeg kunne ha en sterk påvirkning på hvordan elevene vil komme til prestere under selve observasjonen når jeg tar for meg fullstendig deltakende rollen. Fangen (2004) tar i bruk begrepet fullt deltagende observatør når hun snakker om denne rollen, hvor formålet med rollen kan være å få en innenfra perspektiv på hva som skjer, at forskeren ikke bare ser det som skjer, men også føler det som skjer (Fangen, 2004, s. 104). Observasjon kan i tillegg være en meget subjektiv forskningsmetode siden det er jeg som forsker som selv registrerer og noterer ned det som faktisk skjer under observasjonen (Postholm & Jacobsen, 2021, s. 114). En fordel med den fullstendig deltakende rollen er at jeg vil kunne komme ganske nært elevene og vil ha en større sannsynlighet for å kunne bedre forstå deres virkelighet og personlige kunnskaper (Fangen, 2004, s. 30).

3.5 Validitet og reliabilitet

Reliabilitet handler om forskningsresultatets konsistens og troverdighet. Det vil ha en sterk tilknytning til spørsmålet om hvilken grad et resultat kan reproduseres av andre forskere på andre tidspunkter (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 276). Men det vil kunne være vanskelig å ha en slik tilnærming rundt atferds- og samfunnsvitenskap, fordi fenomener vil i slike studier kunne endre seg, og da endre seg relativt raskt. Dette gjelder da spesielt for kvalitative studier ettersom forskere, forskningsfelt og deltakere vil fortone seg annerledes, og ulike forskere vil kunne frembringe egne subjektivitet og individuelle teorier inn i forskningen. Når det gjelder reliabiliteten for kvalitative studier er det viktig at forskere reflekterer overfor hvordan de selv har gjennomført sin forskning, og påpeker de elementene som kan ha påvirket resultatet for deres forskning (Postholm & Jacobsen, 2021, s. 224).

Postholm og Jacobsen (2021) henviser til fem punkter som forskere bør reflektere over når en da driver med kvalitativ forsking. Det første punktet som kommer frem, er refleksjon rundt forskeres relasjon til dem som deltar i deres forskning. En elev vil kunne tilpasse sin atferd alt etter hva slags relasjon de har til forskeren, og dette vil da kunne påvirke hvor mye elever er villig til å si og gjøre under forskningsprosessen (Postholm & Jacobsen, 2021, s. 225). Som forsker bør jeg også reflektere over hvor sterkt forholdet er mellom min problemstilling og elevene som deltar i forskningen. Dette er det andre punktet. Problemstillinger vil som oftest kunne være rettet mot å kunne få bedre forståelse overfor et bestemt fenomen, og det er derfor viktig at jeg som forsker undersøker på elevgrupper som har et forhold til det bestemte fenomenet som undersøkes (Postholm & Jacobsen, 2021, s. 225). Det tredje punktet fokuserer på avgrensninger til forskningers tid og rom, hvor disse avgrensingene vil kunne påvirke forskningen. Det vil derfor være viktig at jeg som forsker er klar over slike kontekster, beskriver og forteller hvordan de spesifikke kontekstene kan ha påvirket det endelige resultatet (Postholm & Jacobsen, 2021, s. 226). I det fjerde punktet kommer det frem begrensingene av representasjon de kvalitative forskingene har, ettersom dette er en mer dypgående forskning av mennesker som vil kunne ta tid. Som forsker kan jeg heller ikke tvinge elever til å delta i min forskning, som også vil kunne begrense representasjonen av data. Derfor vil det være viktig at jeg reflekterer overfor hvem som deltar i min forskning, og hvem som ikke deltar i min forskning, siden det vil påvirke hvilket resultat jeg vil kunne sitte igjen med (Postholm & Jacobsen, 2021, s. 227). Det siste punktet fokuser på det forskeren registrer gjennom forskningsprosessen, om da forskere klarer registrere alt av det viktigste som kommer frem under deres forskning. Her bør jeg som forsker reflektere over hvordan jeg har registrert dataen som kom frem under min forskning, og hvilke svakheter som kan eksistere ut fra de valgene jeg har gjort. Dette vil kunne være nødvendig for analysering og tolkningen av resultatet jeg har arbeidet med (Postholm & Jacobsen, 2021, s. 228).

Validitet henviser til forskningens gyldighet og om hva slags grunnlag jeg som forsker har for de konklusjonene jeg kommer til å trekke ut fra de ulike dataene jeg har da samlet inn (Postholm & Jacobsen, 2021, s. 222). Derfor er det viktig at jeg som forsker eksplisitt gjør rede for min tilknytning til fenomenene *konkretiseringsmateriell* og *tallforståelse* som ble undersøkt. Det betyr at andre som leser denne oppgaven kan kritisk vurdere forskningsdesignet, metoden som er valgt for innhenting av data, analysen av databehandlingen, tolkningen av dataen og den resulterende vurderingen jeg da gjør.

Det er mulige å dele validitet inni to ulike grupper: *indre* og *ytre* validitet. En indre validitet vil dreie seg om hvor stor grad samsvaret mellom den virkeligheten jeg som forsker påstår jeg studerer og analyserer, og de begrepene og teoriene jeg benytter meg av når jeg beskriver denne virkeligheten. Det dreier seg om hvor egnet metodene er, altså om jeg da måler det jeg tror jeg måler (Kerlinger, 1979, s. 138, referert i Kvale og Brinkmann, 2015, s. 276). Den ytre validiteten dreier seg om hvilken grad funnene mine kan overføres til andre kontekster som ikke er studert ennå, altså det dreier seg om hvor generaliserbar min forskning kan være. I mitt tilfelle vil denne forskningen kunne være naturalistisk generaliserbar, hvor det vil være viktig å sette stor vekt på beskrivelse av konteksten og samspillet mellom aktørene, fenomener og kontekst. Denne tilknytningen vil handle om gjenkjennelighet, altså om lesere kan i noen form knytte sine personlige opplevelser til forskningen (Postholm & Jacobsen, 2021, s. 238).

3.6 Etiske hensyn

En kvalitativ studie vil kunne ha utfordrende etiske sider som bør tas hensyn til og dette har jeg forsøkt å gjøre som forsker. Etiske hensyn er særlig viktig i forskning hvor elevene som deltar er ikke myndige. Barn er ganske sårbare individer. En forsker vil nemlig kunne få ganske detaljert informasjoner i slike studier, hvor sensitive informasjon kan komme frem. Det kan være sensitive områder som enkelte elever ikke klarer å begrense når de deltar. Som forsker bør jeg også tenke kritisk over etiske retningslinjer før jeg setter i gang med å samle inn data fra mindreårige elever. Ifølge Kvale og Brinkmann (2015) vil det da være fire etiske retningslinjer en bør tenker over når en gjennomfører intervjuundersøkelse; informert samtykke, konfidensialitet, konsekvenser og forskerens rolle (2015, s. 102).

Informert samtykke innebærer at jeg som forsker informerer deltakerne om forskningens mål og design, informerer om at deltakelse er frivillig og en har rett til å trekke seg når som helst (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 104). I dette tilfelle hadde jeg på forhånd utarbeidet et samtykke skjema hvor jeg mer detaljert informerte om temaet jeg jobbet med og hensikten for min forskning (Vedlegg 2). Det var spesielt viktig å sende ut et samtykke i og med at videoopptak ble benyttet for intervjuundersøkelsen. Her kunne mulige sensitive data bli tatt opp. Informasjonen i samtykkeskjemaet måtte også være forståelig for dem det gjaldt. Det ble derfor brukt et hverdagsligspråk siden fagspråk muligens kunne ha blitt for vanskelig å forstå, også for foresatte (Postholm & Jacobsen, 2021, s. 249). Etter at samtykkeskjemaet var gjort klart ble den sendt til Norske Senter for Forskningsdata (NSD), sammen med prosjektbeskrivelse og intervjuguide og ble vurdert og godkjent av NSD. Det ble da videresendt til kontaktlæreren og de foresatte. I forhold til svært sensitive datainnsamling var godkjenningen spesielt viktig fordi jeg planla å filme elevene som ble intervjuet. De fleste elevene kom tilbake med underskrift fra sine foresatte. Noen enkle elever kom ikke tilbake med en underskrift og kunne derfor ikke ble valgt for intervju. Elevene som ble valgt og deltok i intervjuet ble på forhånd verbalt informert om at deltakelse var frivillig og at filmingen som skulle bli gjort kun ville bli sett av meg og ikke delt med andre.

Som de fleste kvalitative studier var det viktig å anonymisere elevenes identitet når jeg analyserte datamaterialet jeg hadde samlet inn. Dette innebar å behandle dataen slik at det ble vanskelig å lese seg til hvilken elev sa hva igjennom intervjuene og hvilke elever som faktisk deltok i intervjuene (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 107). Jeg har da for det første ikke valgt å dele informasjon om hvor funnene av dataene tok plass. I tillegg til dette er alle elevenes navn erstattet med fiktive navn som er basert på de nordiske gudene og er navn som ingen av elevene i klassen delte.

Det vil alltid kunne være positive og negative konsekvenser for å delta i en kvalitativ undersøkelse. De positive fordelene ved å delta i slike forskninger handler om fordelene deltakerne kan forvente av å delta i forskningene. Det kan da være for eksempel at elevene lærer noe om grupperinger av tallmengder ved selv å prøve ut ulike grupperinger. Men det vil også kunne være negative sider ved å delta i slike forskninger for deltakerne. Ta for eksempel elevenes arbeidsprosess, hvor noen muligens merker at de har gjort en feil igjennom prosessen. Dette kan muligens oppleves som et nederlag for deres selvtillit. Selv om jeg som forsker forsøker å forsikre om at det ikke er farlig å gjøre feil under intervjueoppgavene, kan det være vanskelig å kontrollere deres følelser til deres prestasjon av oppgavene. Risikoen for å skade elevene som deltar i forskningen bør alltid være så lav som mulig og er et etisk prinsipp om *velgjørenhet*. Ut fra nytteperspektivet bør da summen av de mulige positive fordelene for deltakende og kunnskapen de vil muligens oppnå gjennom forskningen veie mer enn risikoen for å skade deltakende (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 107). Dette vil da kunne gjøre det forsvarlig å gjennomføre forskningen.

Min rolle som forsker og forskernes integritet vil kunne være avgjørende i forhold til den vitenskapelige kunnskapen og de etiske beslutningene som blir tatt gjennom forskningen. Moralske ansvarlig forskningsatferd handler mer om bare abstrakte etisk kunnskap og kognitive valg. Det vil kunne være tilknyttet min moralske integriteten som forsker, min empati, sensitivitet og mitt engasjement i forhold til moralske spørsmål og moralske handlinger (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 108).

3.7 Transkribering

Transkribering er en prosess hvor en vil overordnet transformere noe, altså en vil kunne endre en form til noe annet. Transkripsjon er ifølge Kvale og Brinkmann (2015) en oversettelsesprosess, hvor en oversetter "*fra talespråk til skriftspråk*" (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 205). Transkribering er noe mange forskere vil gjøre etter å ha gjennomført, og mediainnspilt, et intervju, og vil være en krevende prosess hvor en vil nøye kunne nedskrive dialogen i et intervju ord for ord. Hensikten med transkripsjonene er å kunne hjelpe forskere til å systematisere og strukturere datamaterialet de sitter med etter å ha samlet inn data for deres forskning. Dette vil da kunne hjelpe forskere til å få en bedre oversikt over det som skjedde under deres intervjuer, og struktureringen av dataen vil også være starten av analysen som forskere vil videre arbeide med (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 206).

I min forskning har jeg selv gjort transkriberingen av videoopptakene som jeg tok under intervjuene av elevene, noe som var en tidskrevende prosess hvor jeg nøye noterte ned både ord for ord av det som ble sagt, og meningsfulle bevegelser elevene gjorde under intervjuet. Fordelen med at jeg selv gjorde transkriberingen av videoopptakene var at jeg bedre husket og dannet tanker rundt de sosiale og emosjonelle aspektene som skjedde under intervjusituasjonene (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 207, Postholm & Jacobsen, 2021, s. 164).

3.7.1 Koding av transkripsjon

Etter å ha transkribert alle intervjuene var det neste steget å analysere mer utdypende transkripsjonene jeg nå satt med. Dette ble gjort ved å bruke en av de mest brukte dataanalyserings metodene *koding*, hvor jeg arbeidet med å kategorisere intervjudialogene inn i meningsfulle segmenter. Hensikten med kodingen var da å kunne finne flere *nøkkelord* og enkelte setninger i transkripsjonene for å videre drive med identifisering av dialogene i intervjuene (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 226). Begrunnelsen for at jeg har valgt koding er fordi jeg tar i bruk innholdsanalyse, noe som betyr at jeg hadde en analytisk tilnærming hvor jeg tolket dataene mine med hjelp av systematisk koding og kategorisering.

Videre etter å ha brukt koding som verktøy for analysering gikk jeg over til å *kategorisere* kodene, hvor jeg arbeidet med å knytte de ulike segmentene som kom frem under kodingsprosessen til enkelte kategorier. Kategoriene hjalp med å redusere og strukturere intervjutekstene til oversiktlige tabeller. Ifølge Kvale og Brinkmann kan kategorier hentes fra teorier eller skapes ut fra intervjupersonenes eget ordforråd (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 228). I dette tilfellet ble kodene og kategoriene utviklet gjennom analyseringsprosessen, hvor årsaken til dette var at en ikke kunne vite på forhånd hva nyttig informasjon vil komme ut ifra intervjuene.

3.7.2 Analyseringsprosess

Kvalitative forskninger vil som oftest bli sett på som induktiv, men kvalitative forskning kan også i noen tilfeller være deduktive eller abduktive. Abduksjon er en form for resonnering, og kan ses som en blanding av induksjon og deduksjon hvor en forsker vil kunne ha en *fra-midten-og-ut-resonnering* (Brinkmann, 2013, referert i Høgheim, 2020, s. 209). Abduksjon er en type resonnering som tas i bruk av forskere i situasjoner med uvisshet når en skal prøve å forstå eller forklare noe (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 224).

Med da bakgrunn til problemstillingen "*Hvordan bygger elever på førstetrinn tall ved bruk av fysiske konkreter, og hva slags beskrivelser gir de av tallenes oppbygginger?*" har jeg valgt å ta en abduktiv tilnærming til min analysemetode. Ved bruk av denne tilnærmingen kan jeg potensielt få en dypere forståelse for hvordan elevene tenker rundt bearbeidingsprosessen rundt tall og mengde oppgaver, og få en forståelse for hvordan elevene beskriver og argumenterer for deres tall grupperinger. Og basert på resultatene, av observasjonene og intervjuene, kan jeg sammenlikne det som kommer frem med tidligere forskninger som har undersøkt noe av det samme som funnene. Videre har jeg tenkt å ta i bruk Høgheim (2020) sine analysefaser knyttet til analysearbeidet. Disse fasene bidro til å strukturere selve analyseprosessen.

I den første fasen var fokuset å kunne transkriberer intervjuene som ble spilt inn med videokamera. Her som tidligere nevnt oversatt jeg ord for ord det som ble sagt gjennom intervjuene fra muntlig- og kroppsligspråk til skriftligspråk. I tillegg til dette var det også nedskrevet en logg for observasjonene som ble gjort under stasjons oppgavene, hvor jeg også hadde tatt noen bilder av elevenes oppbygning av tall med treklosser under oppgavene som supplement til loggen. Etter å ha oversatt dataen til skriftligspråk leste jeg flere ganger gjennom og ble godt kjent med datamaterialet.

Fase to var kodingsprosessen, hvor jeg nøyere analyserte transkripsjonene som ble laget i første fase. I denne prosessen så jeg nøye etter ord, fraser og bevegelser som kunne være relevante å forske videre på. Etter å ha satt begreper til relevante ord, fraser og bevegelser var neste steg å se etter begreper som repeterte seg gjennom flere av transkripsjonene, som da ble valgt for videre undersøkelse. Hensikten med denne prosessen var å kunne ta ut rådataen fra intervjuene og redusere dem til mer meningsfylt bestander (Høgheim, 2020, s. 204). Det ble dannet deskriptive koder til de utvalgte ordene, frasene og bevegelsene, altså begreper som best beskrev elevenes ord, fraser og bevegelser gjennom intervjuene. Ta for eksempel koden "*tellestrategi*", en kode som ble valgt, som er basert på hvordan blant annet Brage argumenterer for sin oppbygning av tallet fjorten gjennom konkretet koblingskubbe.

Tabell 1 - Utdrag fra intervju av Brage

Hva som blir sagt	**Hva som skjer**
[191] Intervjuer – Nei. Og dette mener du … vil du si at dette er en enklere måten å se tallet fjorten enn den første du lagde? **[192]** Brage – Ja. **[193]** Intervjuer – Ja. Og grunnen for de … hvorfor er dette den enkleste måten da? **[194]** Brage – Fordi da kan jeg telle, to, fire, seks, åtte, ti, tolv, fjorten.	**[194]** *Brage hoppe teller med å peke med to fingere*

Etter jeg segmenterte dataen i flere deler var jeg kommet til tredje fase i analyseprosessen, hvor jeg rekonstruerte dataen inni passende kategorier. En av kategoriene som ble utviklet for eksempel var "*Elevenes bearbeiding med tall og mengder*" hvor blant annet koden "*tellestrategi*" passet inn med kategorien. Det var flere koder som passet inn i denne kategorien som er årsaken for at den ble utviklet. For eksempel "*tellemetoder*" var en annen kode som ble sorterte i denne kategorien. Og en elev eksempel av denne koden kan ses utdraget fra Tor, som arbeidet med tallbildeoppgave av tallet tolv.

Tabell 2 - Utdrag fra intervju av Tor

Hva som blir sagt	**Hva som skjer**
[81] Tor – Og der er det … en, to, tre, fire, fem. To femmere og en toer.	**[81]** *Tor peker på 12 – b, og teller med pekefingeren sin over hver enhet i en femmer rekke*

Det som var målet med kategoriseringsprosessen, var å kunne se over de ulike kodene jeg hadde satt for meg og hvilke koder som da hadde et forhold til hverandre. Dette ble gjort for å kunne få et større perspektiv over de ulike kodene. Jeg forholdt meg til en abduktiv kategorisering som er en form for en blanding av induktiv og deduktiv kategorisering. For det første hadde jeg en formening om å kunne se hvordan elevene arbeidet rundt tall og mengde med konkreter, men var ute etter å analysere det som dukket opp under selve prosessen (Høgheim, 2020, s. 209).

Når kodingen og kategoriseringen av dataen var gjennomført var jeg kommet til den fjerde fasen, hvor jeg gikk enda mer i dybden av kodene og kategoriene for å kunne få en forståelse for dataen i den konteksten de kom frem i. Jeg drev med latent innholdsanalyse hvor jeg som forsker arbeidet med å anta noe basert på dataen i den gitte konteksten den oppsto i (Høgheim, 2020, s. 213). Det var-som sagt en abduktiv tilnærming jeg hadde valgt for kategoriseringen av dataen, som er årsaken for valget av denne analytiske tilnærmingen.

I den siste fasen trakk jeg slutninger rundt analysen som hadde blitt gjort. Det er da disse konklusjonene jeg kommer til å trekke på bakgrunn av analysen som ble gjort om de tendensene og meningene som kommer frem i dataen (Høgheim, 2020, s. 214).

3.8 Analyse av intervjuene

Jeg valgte å kategorisere funnene fra intervjuene som jeg mener er relevant for temaet og problemstillingen fordi jeg har valgt en abduktiv tilnærming. Ved abduktiv tilnærming mener jeg at det er datamaterialet som bestemmer kodene og kategoriene som blir valgt, men kodene vil kunne ha tilknytning til teorier og tidligere forskninger. Funnene kan da ses i tabell 3 nedenfor. Kodene vil være basert på en kombinasjon av datamaterialet, teorier og tidligere forskninger, og kodene har kommet ut fra transkripsjonen jeg har gjort. Jeg har markert deler av datamaterialene fra transkripsjonene som jeg mener var relevante for temaet og problemstillingen. Da jeg arbeidet med å finne koder var målet å finne interessante koder som kunne knyttes til temaet og samtidig støttet til teorier, men jeg var meget åpen til hva disse kodene kunne være. Kategoriene jeg har valgt ble dannet gjennom analyseringsprosessen og utviklet seg deretter. Jeg valgte å dele det inn i tre forskjellige kategorier når det gjelder analysering av intervjuene. Det var kodene som dannet utgangspunkt for kategoriene. Jeg har prøvd mitt beste å samle kodene som passer sammen i hver kategori, med utgangspunkt for datamaterialet, tema og problemstilling.

Med utgangspunktet for kodingen av intervjuene i tabellen under har jeg sett på det ene forskningsspørsmålet: *På hvilke måter gir elevene på førstetrinn uttrykk for sine oppfatninger om antall og telling?*

Tabell 3 - koding & kategorisering av intervjuer

Koder (abduktivt)	**Kategorier**
Tallrekke Plassverdi Halvering Kvantitets forståelse Delmengde	Elevenes generelle beskrivelser av tall (*primært tallet fjorten*).
Tellestrategier Tellemetoder Subitizing Fysiske oppbygning av tall	Elevenes bearbeiding med tall og mengder.
Argumentasjoner Sammenlikninger	Elevers argumenter rundt tall og mengder.

3.9 Analyse av observasjon

Jeg valgte i tillegg å kode og kategorisere funnene etter observasjonene som jeg mener vil kunne være relevant for temaet og problemstillingen. Funnene kan ses i tabell 4 nedenfor. Her bruker jeg igjen abduktiv tilnærming for kodene som skapes i analyseringsprosessen.

Med da utgangspunkt for analysen av observasjonene i tabellen nedenfor har jeg sett på det andre forskningsspørsmålet: *Hva karakteriserer elevers arbeid med konkreter knyttet til tall og mengde?*

Tabell 4 - koding & kategorisering av observasjoner

Koder (abduktivt)	**Kategorier**
Unike former Perseptuelt Konseptuelt	Elevenes fysiske oppbygning av tall gjennom konkreter (treklosser)
Addisjon Grupper Håndbruk	Elevenes beskrivelse av talloppbygning

4.0 Resultat

I dette kapittelet skal jeg presentere dataen som jeg har hentet ved bruk av metodene observasjon og intervju. Kapittelet er todelt, hvor jeg først skal vise til resultatene fra stasjonsaktivitetene som ble observert. Her vil vi se ulike eksempler av hvordan elevene konstruerte tall ved bruk av konkretet treklosser, og se på beskrivelser som de kom med under observasjonene. I siste del av kapittelet skal jeg vise til resultatene som kom fra de oppgavebaserte elevintervjuene. Her vil vi se noen av elevresultatene som en gruppering, og noen elevresultater individuelt.

4.1 Resultater fra analyse av observasjon

I dette delkapittelet skal jeg vise resultatene av observasjonen som kom frem gjennom stasjonsaktivitetene, tidlig på våren 2023. Stasjonsaktivitetene ble gjennomført med fire ulike elevgrupper. Aktiviteten var todelt, hvor elevene i første del deltok i en samtale om tall og tallmengder. Elevene ble i felleskap stilt spørsmål om ulike måter tall kunne representeres på. I diskusjonen ble elevene vist tre ulike oppstillinger av antallet ni ved bruk av konkretet *treklosser*. Målet med denne første delen av aktiviteten var å observere de ulike beskrivelsene elevene ga om tall og delmengder. I den andre delen av stasjonsaktiviteten ble elevene satt i par, hvor de hver for seg skulle først bygge et tilfeldig tall i skjul med treklossene, et tall de trakk fra en kortbunke, og deretter viste de og diskuterte med partneren om tallene de hadde bygd. Målet var å observere hvordan elevene selv grupperte og beskrev sine og den andres talloppbygninger.

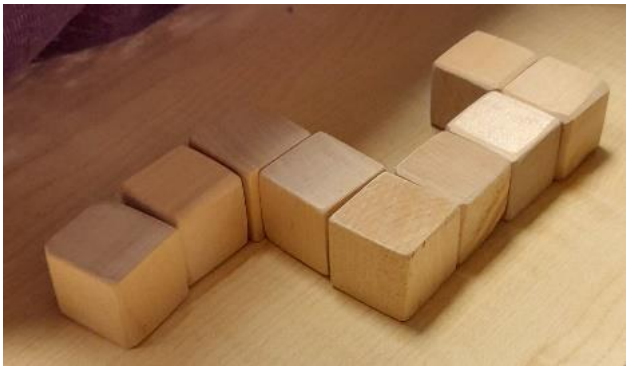
Gjennom analyseringsprosessen av observasjonsdata ble det oppdaget flere resultater som var relevante, og disse ble markert med koder som passet resultatene. Men det var ikke alle resultatene som repeterte seg gjennom de ulike elevgruppene. For eksempel elevenes bruk av "*Ulike former*" kun kom frem i elevgruppe 1 og 4, mens elevers perseptuelle oppbygning forekom i alle elevgruppene. Tabell 5 viser til hvilken resultat oppstod i hvilken elevgruppe. Vi skal videre se mer konkret på hvilke måter disse kategoriene kom fram på fra analysen av data.

Tabell 5 – Oversikt over ulike resultater

Kode	Beskrivelse	Elevgruppe	Kategori
Ulike former	Fysiske tallkonstruksjoner hvor elevene bygde deres tall i former med svak tilknytning til tall.	**1** og **4**	**1**
Perseptuelt	Fysiske tallkonstruksjoner hvor elevene bygde deres tall i kun en delmengde.	**1, 2, 3** og **4**	
Konseptuelt	Fysiske tallkonstruksjoner hvor elevene bygde deres tall i flere mindre delmengder.	**2, 3,** og **4**	
Addisjon	Elevers verbale beskrivelser av tallkonstruksjoner via addisjonsuttrykk.	**1, 2** og **4**	**2**
Gruppering	Elevers verbale beskrivelser av tallkonstruksjoner via tallord.	**2** og **3**	
Fingerbruk	Elevers eksemplifisering av ulike måter tall kan representeres på via fingrene deres.	**1, 2, 3** og **4**	

4.1.1 Elevenes fysiske oppbygning av tall gjennom konkreter

Gjennom stasjonsaktivitetene oppstod det noen ulike konstruksjoner av tall som elevene bygde med konkretiseringsmateriellet treklosser. Disse ulike representasjonene oppstod hovedsakelig ved den første elevgruppe. Et resultat som ble observert var en elev som hadde bygd tallet ni, og ga en beskrivelse av at de prøvde å konstruere den i form av en "*bro*". Dette kan ses i figur 3, og var noe eleven flere ganger prøvde å konstruere gjennom aktiviteten. Et annet resultat som dukket opp var en elev som prøvde å bygge bokstaven "*L*" ut fra konkretene, som kan ses i figur 4. Etter å ha stilt eleven noen spørsmål rundt deres oppbygning, ble det klargjort at eleven var mer fokusert i å bygge bokstaven enn å bygge et eksempel av tallet de hadde trukket. Odin var en av de få andre utenfor første gruppen som bygde et tall på en unik måte. Som en kan se i figur 5 så la han noen av treklossene i en rekke langs på bordet, og stablet noen av treklossene oppå hverandre. Det kan tenkes at han gjorde dette for å gjøre gjenkjenningen av tallet litt vanskeligere for de andre. Koden "*Ulike former*" ble da basert på grunnlag av slike ulike tallkonstruksjonene som kom fra elevene.



Figur 3 – "Bro" eksempel av tallet ni

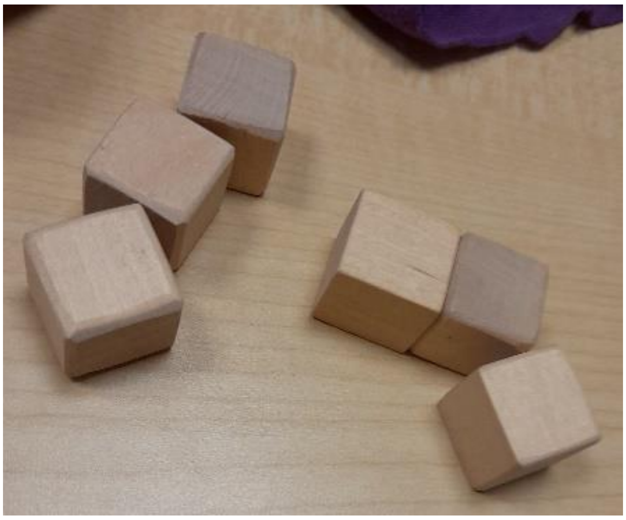
Figur 4 – Bokstav "L"

Figur 5 - Odins eksempel av seks

De andre observasjonene jeg vil trekke til kategorien "*Elevenes fysiske oppbygning av tall gjennom konkreter*" er i forhold til kodene *Perseptuelt* og *Konseptuelt*. Alle elevgruppene gjennom stasjonsaktiviteten bygde deres tall i enten én mengde eller i flere delmengder i løpet av andre del av aktiviteten. Jeg har valgt å kode de elevene som bygde deres tall i kun én mengde for "*Perseptuelt*", med da grunnlag i Clements (1999) sin beskrivelse av perseptuell subitizing. Det var nemlig mange elever som bygde deres tall i enten en rektangulær gruppering eller i en pyramide form. Det ble observert at noen elever valgte å bygge deres eksempler av tallene i samme form. Eksempel på dette blir vist i figur 6, hvor en elev bygde hvert tall som ble trukket i en pyramide form og satte "*resten*" opp på pyramiden. Jeg la også merke til at de fleste elever måtte ty til telling når de skulle finne ut hvilket tall elevene hadde laget når de bygde deres tall i én mengde. De fikk nok med tid til å rekke å telle alle treklossene, siden de fleste elevene glemte å telle hvor lenge de skulle holde duken oppe.

Figur 6 - Elev eksempel av tallet elleve

Det var også mange elever som bygde deres eksempler av tallene i flere mindre delmengder, og jeg valgte dermed å kode disse resultatene for "*Konseptuelt*". Gjennom de fleste elevgruppene oppstod det en variasjon av ulike fordelinger og oppbygninger mellom elevene som bygde deres tall i flere delmengder. De hyppigste eksemplene var: enkle rekker, rektangulære grupper og flere delmengder. Enkle rekker bestod av treklosser som var strukturert i lineære rekker, og rekkene fraskilt fra hverandre. Rektangulære grupper bestod av treklosser som var satt sammen tett inntil hverandre, strukturert i firkantform. Flere delmengder var eksempler av tall som bestod av tre eller flere mindre delmengder. Mange av elevene var ganske nøye med å strukturere deres eksempler, men det var også noen elever som bygde deres eksempler i ustrukturerte delmengder. Disse ustrukturerte oppbygningene gjorde det vanskeligere for andre elever å kunne beskrive hvordan elevene hadde bygd opp deres tall. Et eksempel av dette kan ses i figur 7. Fra et utenfor perspektiv virket det som at eleven hadde bygd tallet seks i to treergrupper, basert på hvordan treklossene var strukturert. Men ifølge elevens forklaring var tallet seks bygd i tre toergrupper, noe som ikke var en selvfølge for den andre eleven som skulle gjenkjente tallet.



Figur 7 - Elev eksempel av tallet seks (delmengder to og to og to, ifølge eleven)

4.1.2 Elevenes beskrivelse av talloppbygning

Dette avsnittet er basert på de ulike tallbeskrivelsene elevene ga i løpet av stasjonsaktiviteten. Gjennom aktiveten ble det observert både verbale og fysiske tallbeskrivelser fra elevene. Disse beskrivelsene kom som oftest under første del av aktiviteten, når elevene skulle diskutere om tall. Det ble observert at flere elever brukte addisjon som beskrivelse for talls oppbygning, og er noe jeg har identifisert som relevant for kategorien. Eksempler på dette er når elevene ble bedt om å begrunne hvorfor de visste at det skjulte tallet jeg hadde bygd var tallet ni. I et tilfelle var det en elev som ga begrunnelsen "*det er fem pluss fire*", hvor jeg hadde strukturert treklossene i to delmengder, firergruppe og femmergruppe. Det oppstod også en situasjon hvor en elev brukte addisjonsbeskrivelse til å sammenlikne to ulike oppbygninger av tallet ni. Elevene ble spurt om hva som var forskjellen mellom det første og andre eksemplet som ble vist av tallet ni, hvor en elev svarte "*den første var klussete, og denne er tre pluss tre pluss tre*". Det kom også fram beskrivelser hvor elevene kun beskrev delmengdene de så foran seg. For eksempel var det noen elever som ga beskrivelsen "*fordi det var tre og tre og tre der*". Dette var også noe som ble markert som relevant for kategorien, da slike beskrivelse ofte kom fra elevgruppene.

Det ble observert flere tilfeller hvor elevene eksemplifiserte med hendene sine ulike måter tall kunne vises på. En av de mest brukte beskrivelsene fra elevene var å tegne tallsymboler med fingeren sin på bordet, etterfulgt med en verbal redegjørelse for hvilket tall de prøvde å tegne. Dette var noe som skjedde i alle elevgruppene. Elevene pekte også på ulike objekter rundt i rommet de befant seg i, som de mente kunne likne på tall. Ut fra alle elevene som deltok i stasjonsaktiviteten, var det kun én elev som brukte fingrene sine til å representere et tall. Denne eleven rakk opp syv fingre og sa "*sju*".

Observasjonene viser til at elevene både brukte addisjonsuttrykk og tallord når de beskrev tallkonstruksjoner de så. Men det viste seg at beskrivelsene til elevene var korte, altså de brukte lite språk i deres beskrivelser. En så også at elevens egne tallkonstruksjoner varierte fra elev til elev. Hvor noen elever bygde deres tall i kun én enkle delmengde, mens andre elever bygde sine tall i flere mindre delmengder. Observasjonene viste også at noen elever konstruerte sine tall i unike strukturer. Men det kan virke til at noen av disse elevene, som bygde tall i unike strukturer, ikke var så matematisk sterke. Dette kan være årsaken til at noen av tallkonstruksjonene hadde mindre tilknytning til matematikk.

4.2 Resultater fra analyse av intervju

Resultatene som kom fra elevintervjuene var ment for å kunne svare på og få en bedre forståelse av forskningsspørsmålet "*På hvilke måter gir elevene på førstetrinn uttrykk for sine oppfatninger av antall og tallsymboler?*". Hvert elevintervju var delt i tre sekvenser, og varte i gjennomsnitt 17 minutter. Den første sekvensen av intervjuene gikk ut på diskusjoner og arbeid rundt tallet fjorten, hvor elevene konstruerte sitt eget eksempel av tallet via konkretiseringsmateriellet koblingskubber. Andre sekvens av intervjuene gikk ut på diskusjoner rundt tallbildene av tosifra tall, hvor elevene ga begrunnelser for hvilket tallbilde som var vanskeligst og enklest å gjenkjenne. I siste sekvens av intervjuene ble elevene tydelig bedt om å bygge den mest gjenkjennbare måten de kunne tenke seg av tallet fjorten. Avslutningsvis skulle elevene argumentere for hvorfor deres "nye" representasjonen var så god.

Videre vil jeg vise til resultatene fra intervjuene, hvor resultatene er fordelt etter hvordan de ble analysert og kategorisert i delkapittel 3.8. Kategorien "*Elevenes generelle beskrivelse av tall*" hadde som fokus å se over hvordan elevene generelt beskrev tallene de arbeidet med gjennom intervjuene. Denne kategorien bidro til å kunne få innsikt i elevenes kunnskaper rundt tall. Kategorien "*Elevenes bearbeiding med tall og mengder*" hadde fokus på hvordan elevene arbeidet med talloppgavene. Altså for å få en bedre forståelse for hvilke metoder og strategier elevene brukte. Kategorien "*Elevers argumenter rundt tall og mengder*" dreide seg om hvordan elevene diskuterte rundt tallene de arbeidet med.

4.2.1 Elevenes generelle beskrivelse av tall

I første sekvens av intervjuene ble de fem elevene stilt en rekke spørsmål rundt tallet fjorten. Her kom det frem noen interessante resultater under sekvensen som ble registrert, og var relevant for forskningen Hensikten var å utforske elevenes kunnskaper rundt tosifra tall, hvor det var mest fokus på deres kunnskaper rundt tallet fjorten. Alle elevene ble tidlig i denne sekvensen spurt om hvilket tall som kom før og etter tallet fjorten. Her svarte alle elevene raskt og korrekt, med unntak av Brage som ga et ukorrekt svar på hvilket tall som kom før fjorten. Brage svarte brått at tallet tjue kom før fjorten, men fikk mulighet til å korrigere sitt svar, og dermed svarte korrekt ved hans andre forsøk.

I sekvensen ble det lagt merke til at Brage svarte ganske raskt, tilsynelatende uten å tenke seg nøye gjennom hva svaret kunne være. Basert på hans ansiktsuttrykk under situasjonen, undret jeg meg under intervjuet på om han var usikker i sitt svar. Dette var årsaken til at Brage ble spurt om han var sikker på sitt svar. Altså det ble en sjekking om samme svar ville forekomme igjen eller om det ville endre seg. Brage tok muligheten til endre sitt svar, hvor han brukte ekstra tid til å tenke seg nøye om, og svarte korrekt "*tretten*", med mer selvsikkerhet i sitt andre svar.

De fleste av elevene ga ved starten av intervjuene en beskrivelse av tallet fjorten sine sifre, med unntak av Odin. Denne spesifikke beskrivelsen kom etter elevene ble spurt om å fortelle det de visste om tallet fjorten, hvor ingen ble eksplisitt spurt om å gi en slik beskrivelse. Dette ble aktuelt å undersøke nærmere, siden dette var noe som forekom i nesten alle intervjuene. Det var en variant av beskrivelser mellom elevene. Brage ga for eksempel en kort og konkret beskrivelse: *"Hmm … det er en og fire*". En liknende beskrivelse kom også fra Balder: "*Ja, det er et ettall og et firetall, også ett og fire blir, liksom, så det blir jo fjorten til sammen liksom*". Frøy ga derimot en mer spesifikk beskrivelse, hvor hun tok i bruk matematiske begreper som *tiere* og *enere* når hun beskrev tallets sifre. Tor var den eneste av disse elevene som startet intervjuet med å beskrive tallets sifre, noe som uttrykkes i utdraget under.

Tabell 6 - Utdrag fra intervju av Tor

Hva som blir sagt	Hva som skjer
[1] Intervjuer – Da tar vi første oppgave, kan du da si meg hvilket tall det er du ser her? **[2]** Tor – Erm … **[3]** Intervjuer – Vet du hvilket tall det er? **[4]** Tor – En, fire. **[5]** Intervjuer – En og fire, ja. Og hva blir det? **[6]** Tor – Førti	**[1]** *Intervjuer viser Tor tallsymbolet fjorten*
[7] Intervjuer – Førti, en og fire? Hva pleier å være på ener plassen? Hva betyr den? **[8]** Tor – en tier og fire enere.	**[7]** *Intervjuer peker på eneren på tier plassen*

Jeg tok et bevisst valg ved å ikke grave så mye rundt Brage og Balder sine plassverdi beskrivelser. Årsaken til dette var fordi begge hadde på forhånd vist at de visste tallet var fjorten. Selv om Balder tok i bruk ord som *ett* og *fire*, fikk jeg i situasjonen inntrykk av at han tenkte ti og fire, når han forklarte at de til sammen ble fjorten. I Tor sitt tilfelle fikk jeg inntrykk av at han muligens så enersifferet som tier, men at han også blandet fireren inn med dette, og dette kan ha resultert i svaret *førti*. Dette var årsaken til at jeg videre spurte hva eneren betydde i dette tilfelle. Og selv om jeg ordla meg feil når jeg spurte Tor om hva tierplassen betyde, klarte Tor å forstå og gi en bedre og korrekt beskrivelse av sifrene. Videre i samtalen kom Tor fram til at svaret måtte være fjorten.

Alle elevene ble gjennom første sekvens av intervjuet på et tidspunkt spurt eksplisitt om de visste hva halvparten av fjorten var. Mellom elevene kom det da fram ulike svar. Både Tor og Frøy var raske til å svare at de ikke visste hva halvparten av fjorten var, og gikk dermed videre til andre spørsmål. Brage tok seg tid til å tenke, tenkte i cirka tretten sekunder, før han ga svaret "ni". Av alle elevene var det kun Odin som ga det korrekte svarte "syv". Balder svarte "tolv", men ga i tillegg en begrunnelse for sitt svar, som kan ses i utdraget under.

Tabell 7 - Utdrag fra intervju av Balder

Hva som blir sagt
[7] Intervjuer– Ja. Eh, vet du hva for eksempel hva halvparten av fjorten er? **[8]** Balder – Tolv. **[9]** Intervjuer– Halvparten av fjorten er tolv? **[10]** Balder – Ja. **[11]** Intervjuer – Ja? **[12]** Balder – Fordi … så er elleve og tolv … hvis vi tar vekk to av fire så får vi jo tolv.

Jeg så lite hensikt i å videre spørre Tor og Frøy om halvering av tallet fjorten, idet begge virket i situasjonen sikre på at de ikke visste svaret. Videre spørring rundt dette kunne i tillegg føre til et mer ledet svar fra elevene, noe som jeg ikke var ute etter. Det er uvisst hva som fikk Brage til komme frem til svaret "ni", ettersom jeg ikke videre spurte ham om begrunnelse for sitt svar. Årsaken til dette er fordi Brage var den første eleven som deltok i intervjuene, og det var derfor noe som ikke falt meg inn å spørre om i selve intervjusituasjonen. Odin var da den eneste eleven som klarte å gi det korrekte svaret syv, men basert på det som ble observert, virket han lite selvsikker i sitt svar. Han svarte nølende "*Eh ja, jeg tror det er syv*". Balder ga også et ukorrekt svar, men var den eneste eleven som ga begrunnelse for sitt svar, selv om det aldri ble eksplisitt spurt om begrunnelse. Basert på hans verbale begrunnelse i tabell 7 er det mulig å se en logikk som ligger bak. Det kan virke som om Balder delte opp sifrene i tallet fjorten til en og fire, og deretter halverte fireren. Det er også en mulighet for at Balder og de andre elevene ikke har lært om desimaltall ennå, og Balder beskrev tidligere intervjuet tieren som "*et ettall*". Det kan indikere at Balder brukte addering i dette tilfelle. Balder beholdt eneren på tierplassen og fikk da halvparten av fire, det vil si to på enerplassen.

Et annet resultat som kom frem under elevintervjuene var elevenes beskrivelse av delmengder som et tall. Gjennom intervjuene var det hovedsakelig to typer beskrivelser som kom fra elevene, enten ved bruk av addisjonsutrykk eller ved å navngi antallet for hver delmengde de så. Ut fra intervjuene var det en ganske lik fordeling av hvor ofte de ga ulike beskrivelsene, hvor alle elevene ga begge type beskrivelser i løpet av deres intervjuer. Utdraget under viser til siste del av Frøys intervju, hvor hun akkurat hadde bygd ferdig sitt andre eksempel av tallet fjorten, og ga en beskrivelse av dens delmengder gjennom argumentasjon for dens oppbygning.

Tabell 8 - Utdrag fra intervju av Frøy

Hva som blir sagt	Hva som skjer
[298] Frøy – Og det er jo best å se det på. **[299]** Frøy – Det synes jeg er best måten. Fordi fem pluss fem pluss fire er jo fjorten. **[300]** Intervjuer – Okay, fem, pluss fem pluss fire er fjorten, det er sånn du tenkte? **[301]** Frøy – Mmm (ja). Fordi fem pluss fem er ti, og så hvis jeg tar fire inntil er jo det fjorten.	**[298]** *Frøy deler de ti tilfeldige koblingskubbers i femmer grupper, ingen av koblingskubbenes blir koblet eller satt i rekker, kun satt i grupper* **[299]** *Frøy peker først til femmer gruppen i midten, deretter til femmer gruppen til siden, også til firer gruppen* **[300]** *Intervjuer tar på hver gruppe når han spør*

Her så jeg at elevene brukte lik beskrivelse som alle elevene gjorde under observasjonene, og det virker som at de ulike beskrivelsene, addisjonsutrykk og tallordene, ble like ofte brukt her også. Elevene var bevisste på at temaet de arbeidet med var matematikk, og det kan ha vært årsaken til at matematiske uttrykk som addisjonsutrykk ble brukt så ofte gjennom intervjuene.

Vi ser også at Frøy brukte matematiske uttrykk til å kunne styrke sitt argument. Ut fra tabell 8 ser en at Frøy tok i bruk addisjonsutrykk til å argumentere for hennes oppbygning av fjorten, og grunnen til at hun gjør dette kan være fordi hun vet at temaet hun jobber med er matematikk.

Det siste resultatet for denne kategorien, "*Mengde forståelse*", var noe som oppstod i enkelte tilfeller gjennom noen av elevintervjuene. Dette var noe elevene selv tok initiativ til å snakke om i løpet av intervjuene. Ut fra alle elevintervjuene var det kun Brage, Odin og Balder som tydelig viste fram slik kunnskap. I Brage sitt tilfelle skjedde dette ved første sekvens av intervjuet, hvor han hadde blitt bedt om dele den kunnskapen han hadde om tallet fjorten. Her viste han til kunnskap av mengdeforskjellen mellom tallet ti og fjorten hvor han forklarte; "*Også er det … fjorten er fire … fire tall over ti*". Dette oppstod også i første sekvens i Odins tilfelle, hvor han også hadde blitt bedt om å dele kunnskaper han hadde om tallet fjorten. Odin begynte med å liste opp tall som var enten større eller mindre enn fjorten, som da lød slik; "*Jo, jeg vet det er mer enn ti*", "*Det er mindre enn tjue*" og "*Det er mindre enn nitten*". Denne typen kunnskap kom fram i andre sekvens av intervjuet i Balders tilfelle som kan ses i utdraget under, da han diskuterte om tallbildene av tallet tolv. Balder hadde allerede etablert at hvert tallbilde fremstilte tallet tolv, ga beskrivelse av hvordan tolv var bygd opp i hvert bilde, og ble da bedt om å gi sin mening om hvilket bilde som var enklest å kunne gjenkjenne som tallet tolv.

Tabell 9 - Utdrag fra intervju av Balder

Hva som blir sagt	**Hva som skjer**
[109] Intervjuer– Du syntes det var enklest på den? **[110]** Balder – Mmm **[111]** Intervjuer– Og kan du fortelle meg hvorfor den var enklest? **[112]** Balder – Fordi der er det seks, også er det seks igjen. Og seks er en mer enn fem. **[113]** Intervjuer– Ja. **[114]** Balder – Også kom jo seks to ganger, og da blir det jo seks og seks, også kom de to mer enn ti, da blir de jo tolv.	**[109]** *Intervjuer peker på 12 – c* **[110]** *Balder mumler ja* **[112]** *Balder tar på to treer rekker når Balder referer til seks*

Figur 8 - Tallbilde 12-c

En mulig begrunnelse for at Brage valgte å fortelle at fjorten er fire mer enn ti kan være fordi han beskrev tallets sifre rett før dette. Det kan hende at han visste at "*en*" betydde kvantiteten ti i dette tilfelle, og da så at fire enere måtte bety at fjorten er fire mer enn ti. Odin viste å kunne ha en kunnskap for ordinaltall, hvor han klarte å fortelle hvilke tall som kom før og etter fjorten. Men det er usikkert om hvor utviklet kunnskapen hans var rundt kardinaltall, siden han aldri ga beskrivelser for mengde forskjellene mellom tallene. Balder viser til å ha en god mengde forståelse, i og med at han brukte denne kunnskapen til å argumentere for hvorfor bilde 12-c var det enkleste å gjenkjenne tallet tolv i, som sett i tabell 9. Det kan tenkes at Balder visste at to femmere ble til ti, og siden han sa kjapt to seksere i bildet, betyr det at totalen må være to mer enn ti, altså tolv. Balder benyttet seg av dobling og kunnskap om at sekser er én mer enn fem.

4.2.2 Elevenes bearbeiding med tall og mengder

Kategorien "*Elevenes bearbeiding med tall og mengder*" sikter til hvordan elevene arbeidet med oppgavene som kom frem under intervjuene. Her oppstod det noen ulike resultater rundt elevenes arbeid med tall og mengder, og som var med på å danne denne kategorien.

Et av resultatene som oppstod under elevintervjuene var ulike tellestrategier, som elevene tok i bruk da de arbeidet med oppgavene som de fikk. Elevenes tellestrategier ble brukt både når de utforsket med å bygge deres representasjoner av tallet fjorten, og da de arbeidet med de ulike tallbildene. Disse strategiene ble som oftest brukt da elevene utforsket antall, men noen elever brukte dem også for å argumentere for spesifikke grupperinger. Tellestrategiene som forekom ofte gjennom intervjuene var da *telle videre, telle alt*, *telle alt om igjen* og *hoppetelling*. *Telle videre* innebar at elevene gjenkjente en delmengde, og da startet å telle videre en gitt delmengden. Tellestrategien *telle alt* gikk ut på at elevene telte over hver enhet i en talloppgave, og gjorde det kun en gang. *Telle alt om igjen* var situasjoner hvor elevene telte over alle enhetene i en talloppgave to eller flere ganger. Og *hoppetelling* innebar at elevene tok et bestemt kardinaltall og repeterende adderte samme tallet til de kom til et bestemt tall. Utdraget under viser til Brage som tok i bruk strategien *videre telling* da han utforsket antallet som var på et av tallbildene av tolv. I bilde 12-d startet Brage å telle fra fem, og telte fra den midterste firerrekken.

Tabell 10 - Utdrag fra intervju av Brage

Hva som blir sagt	**Hva som skjer**
[70] Brage – Ni. **[71]** Intervjuer – Er det ni? **[72]** Brage – Ja. **[73]** Intervjuer – Er du sikker på det? **[74]** Brage – Nei. **[75]** Intervjuer – Se nøye. Alle bildene viser samme tall. **[76]** Brage – Tolv.	**[70]** *Brage umiddelbart peker på det kort 12 - d og gir et svar* **[74]** *Brage tar opp kortet og teller kjapt med fingrene, teller ikke brun firer rekke, starter å telle ifra oransje firer rekke*

Figur 9 - Tallbilde 12-d

Etter å ha innsett at han ikke visste antallet på bildet, startet Brage raskt å telle over koblingskubbene som var på bildet. I situasjonen virket det som om han brukte en kombinasjon av subitizing og videre telling for å finne ut antallet som var på bildet. Det kan virke som om Brage gjenkjente firer rekkene, men muligens var usikker på hva det totale antallet ble. Dette kan da være årsaken til at han valgte å videre telle fra fem, ettersom det ikke var behov å telle alt fra starten.

Tellemetoder var et annet resultat som ble relevant for denne kategorien, og rettet seg mot hvordan elevene telte over mengdene de arbeidet med gjennom elevintervjuene. Alle elevene tok i bruk en variant av tellemetoder i løpet av intervjuene. *Peketelling*, *flytte telling*, og *øynetelling* var tellemetoder som forekom mest gjennom intervjuene. Peketellingen gikk ut på at elevene pekte på enhetene de telte over, og var noe de gjorde direkte. Det vil si de holdt fingeren sin fysisk på enhetene de telte, og indirekte, hvor de holdt fingrene sine over enhetene som ble telt. Fysisk telling fant sted når elevene tok enhetene de telte i hånden sin og telte med, deretter la de enheten til siden. Øynetelling gikk ut på at elevene kun brukte øynene sine til å telle over enhetene, og unngikk å bruke hendene sine. Et eksempel av dette kan ses i utdraget under fra Odins intervju, hvor han tok i bruk to ulike tellingsmetoder for å finne riktig antall av samme bilde.

Tabell 11 - Utdrag fra intervju av Odin

Hva som blir sagt	Hva som skjer
[164] Intervjuer – Da har jeg et eksempel til vi skal se. Hvilket tall er det vi ser på disse bildene her? **[165]** Odin – Tretti? **[166]** Intervjuer – Du må se … **[167]** Odin – Femten.	**[164]** *Intervjuer fjerner kortene, og finner fram tallet 15* **[165]** Odin *teller en og en på 15 – a, kun en rekke* **[167]** Odin *teller direkte en og en med fingeren på 15 – a, teller alle rekkene*

Ut fra intervjuene virker det som om elevene hadde en viss grad av kontroll over telling når de tok i bruk øynetelling. Gjennom intervjuene ble det også registrert at elevene ofte tok i bruk pekemetoden da de brukte tellestrategien *telle alt om igjen*. Det kan se ut til at metoden ble brukt for å være mer presis i deres telling. Dette kan ses for eksempel i bildeoppgavene elevene arbeidet med, hvor elevene i noen tilfeller greide å finne antallet i et tallbilde gjennom øynetelling. Men når elevene ble bedt om å kunne gi en beskrivelse av grupperingene på samme tallbildet var det noen elever som tok i bruk peketelling for å kunne finne antallet i en eller flere av delmengdene. Det kan også se ut til at øynetelling hadde en større sannsynlighet for å kunne skape forvirring, som kan ses i Odins tilfelle. Odin gikk rast til peketelling etter å ha innsett at noe gikk galt ved øynetellingen. Peketelling endte derimot med det korrekte antallet.

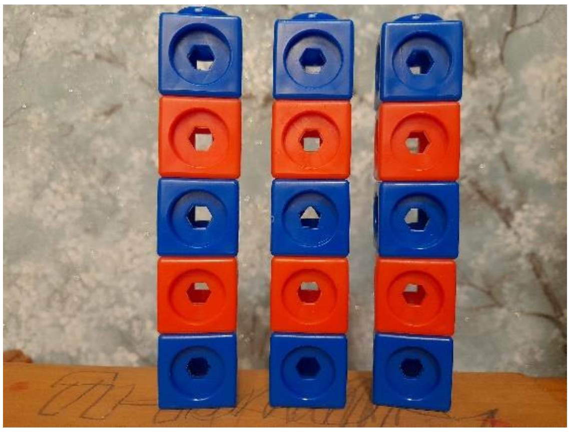
Gjennom intervjuene viste elevene også i noen tilfeller til å kunne gjenkjenne raskt delmengdene de så da de utforsket tallbildene som ble vist til dem. Resultatet viser at elevene var i stand til å subitize noen av delmengdene, og det var en forskjell mellom elevene hvor store tall de klarte å subitize. Av elevene var det Brage, Frøy og Odin som viste til å kunne subitize til fem, mens Balder og Tor klarte kun å subitize til fire i løpet av hvert intervju. Tiden elevene brukte og hvordan de utforsket tallbildene var det som avgjorde om elevene faktisk gjenkjente delmengdene de så.

Det ser ut til at elevene fremdeles er i utviklingsfase når det kommer til gjenkjenning av små delmengder, basert på deres prestasjon. Som nevnt ovenfor så jeg en forskjell av hvor store tall elevene klarte å gjenkjenne, men elevene som klarte å subitize til fem gjorde da ikke dette umiddelbart for hver delmengde med fem. Dette indikerer at de fremdeles ikke mester subitizing til fem. Det oppstod også resultater hvor elevene brukte subitizing som fordel i deres tellestrategi, som kan ses i for eksempel tabell 10 fra Brage. Det er noen *grå soner* i noen av resultatene hvor det er vanskelig å kunne avgjøre om elevene faktisk klarte å gjenkjenne delmengder, eller om de raskt telte over antallet én og én med øynene sine. Et eksempel på dette ses i utdraget under, hvor Brage ble spurt om å fortelle hvilket tall det var han så på tallbildene av femten. Her er det vanskelig å kunne si om Brage faktisk gjenkjente delmengdene som var på bilde 15-a, eller om han telte over dem raskt, ettersom det tok noen sekunder før han ga et svar. Hodet hans er også ikke synlig i videoopptakene, som gjør det vanskeligere å kunne avgjøre om det er gjenkjenning eller øynetelling han gjorde.

Tabell 12 - Utdrag fra intervju av Brage

Hva som blir sagt	**Hva som skjer**
[150] Brage – Hmm **[151]** Intervjuer – Hvilket tall er det du ser her? **[152]** Brage – Femten, og der vet jeg er femten fordi de er like.	**[150]** *Brage tenker par sekunder* **[152]** *Brage peker først på 15 – a og deretter peker på 15 - b*

Figur 10 - Tallbilde 15-b



Figur 11 - Tallbilde 15-a

4.2.3 Elevers argumenter rundt tall og mengder

"*Elevers argumenter rundt tall og mengder*" viser til hvordan elevene gjennom intervjuene verbalt resonnerte rundt tall og mengder. Det vil si hvordan de resonnerte rundt oppgavene og spørsmålene som ble gitt til dem under intervjuene. Av det som ble registrert fra intervjuene, har jeg valgt å se på to ulike resultater som var med på å danne denne kategorien, argumentasjon og sammenlikning. Argumentasjon hadde fokus på elevenes meninger rundt oppgavene og spørsmålene som ble gitt til dem, og hvilke argumenter elevene ga for sine meninger. Sammenlikning så på hvordan elevene sammenliknet tall og mengder de jobbet med gjennom intervjuene, hvilke likheter og ulikheter elevene oppdaget, og hva disse var ifølge elevene.

Argumentasjon så som sagt på argumentene elevene ga for deres meninger rundt tall og mengdene de jobbet med under intervjuene. Det ble i løpet av hvert intervju oppdaget at elevene ga flere ulike typer argumenter gjennom deres intervju. Ut fra alle argumenter som har blitt registrert, har jeg valgt å dele dem inn i to ulike argumentasjoner, argumentasjoner for hva som gjør et tall *enkel å gjenkjenne*, og argumentasjoner for hva som gjør et tall *vanskelig å kunne gjenkjenne*.

Elevene ble gjennom intervjuene spurt om å kunne fortelle hvilket tallbilde de mente var enklest og hvilke som var vanskeligst å kunne gjenkjenne, for hvert tall som ble vist til dem. I tillegg til dette ble elevene også bedt om å utdype deres mening, ved å fortelle hva som gjorde tallbildene enkle og vanskelige å gjenkjenne. Det oppsto litt variasjon mellom elevene om hvilket tallbilde som var enklest å kunne gjenkjenne for hvert tall, men deres argumentasjon var meget likt for hvert tallbilde som ble begrunnet. Størrelsene på delmengdene som var i et tallbilde kombinert med antall delmengder, var hovedargumentet elevene kom med når det gjaldt tallbildenes vanskelighetsnivå.

Det var ifølge elevene lave delmengder som gjorde tallbildene enkle å kunne gjenkjenne. Elevene argumenterte gjennom tallbildeoppgavene alltid for tallbilder som besto av enten femmermengder eller lavere mengder som enklest, da de ble spurt om hvilket bilde de mente var enklest å gjenkjenne antallet. Ifølge elevenes perspektiv var det da fordi de lave delmengdene var enkle å kunne gjenkjenne raskt. Det var også noen elever som argumenterte med at flere identiske delmengder i samme tallbilde, altså delmengder som var lik i mengde, gjorde det enklere å kunne gjenkjenne tallet. Et eksempel på dette kan ses i utdraget fra intervjuet med Odin.

Tabell 13 - Utdrag fra intervju av Odin

Hva som blir sagt	Hva som skjer
[104] Intervjuer – Egentlig ikke. Da lurer jeg på, når det gjelder deg, hvilken synes du viser best tallet tolv? Hvilken er det enkleste måten å se at det er tallet tolv? **[105]** Odin – Jeg synes det. **[106]** Intervjuer – Du synes det er det enkleste? **[107]** Odin – Ja. **[108]** Intervjuer – Hvorfor synes du den er enklest? **[109]** Odin – Fordi jeg ser at det er fire der, og der er det like høyt, så da blir det fire og fire, også enda en firer.	**[105]** *Odin peker på 12 - d* **[106]** *Intervjuer peker på 12 - d* **[109]** *Odin peker først til en firer rekke, deretter til de andre firer rekkene*

En kan se basert på resultatet fra tallbildeoppgavene at alle elevene var enig i at lave delmengder i tallet som ble fremstilt gjorde tallbildene enklere å kunne gjenkjenne. Det virker også som om maksimal størrelse på delmengdene ikke bør gå over fem for disse elevene, ettersom resultatene viser til at alle elevene var enig i at tallbilder som 13-b var vanskeligst å kunne gjenkjenne antallet tretten i, hvor delmengdene seks og sju var til stede. Basert på resultatet ser det også ut til at tall ble enklere å kunne gjenkjenn når flere identiske delmengder var til stede. Dette kan vi se i Odins tilfelle, han får mulighet til å fokusere mer på antall delmengder som er til stede, istedenfor å måtte tenke gjennom hver delmengde.

Elevenes meninger for hvilke tallbilder som var vanskeligst å gjenkjenne var likt for alle elevene. Hvor deres argumentasjon for hva som gjorde dem vanskelig å gjenkjenne var også nokså likt mellom elevene. Deres hovedargument gikk på størrelsen av delmengdene som var i et tallbilde. Mer spesifikt var det store delmengder som gjorde det vanskeligere å kunne gjenkjenne tallet presentert i et bilde, ifølge elevene. De fleste elevene utdypet også videre at dette resulterte i at de måtte telle over antallet for de store delmengdene for å kunne avgjøre deres størrelser, og for å finne ut hvilke tall det var de så. En elev tilføyde også at sjansen for å ende med ukorrekt svar ville kunne øke når en måtte telle slike store delmengder, siden en alltid kunne telle feil. Dette perspektivet uttrykkes av Balder i utdraget under, i uttrykk 122.

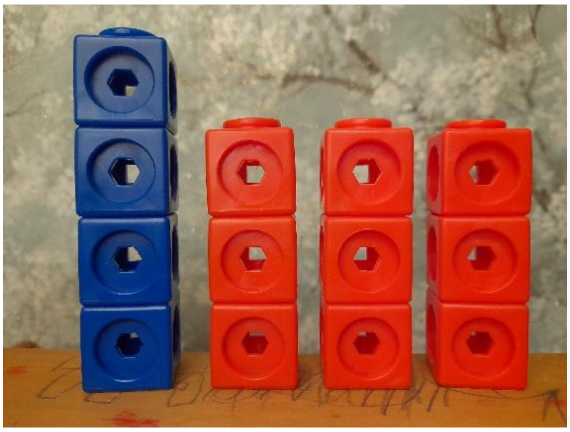
Tabell 14 - Utdrag fra intervju av Balder

Hva som blir sagt	Hva som skjer
[117] Intervjuer– Ja. Kan si meg hvilken som var vanskeligst å se at det var tallet tolv? Hvilken var den vanskeligste? **[118]** Balder – Det synes jeg var den. For jeg måtte liksom … **[119]** Intervjuer– Ja, du synes den var vanskeligst fordi du måtte begynne å telle denne veldig lange? **[120]** Balder – Jeg måtte begynne å telle den lange. **[121]** Intervjuer– Ja, det var ikke så lett å se med en gang hvor mange det var der? **[122]** Balder – Nei. Så var jeg redd for jeg hadde hoppet over den en, også hoppe over den, så var det to, tre, fire, fem, seks, syv, åtte, ni, også var ti elleve, så jeg trodde det ble elleve.	**[118]** *Balder peker på 12 – a, også lener seg inn og teller tier rekken, deretter toer rekken* **[122]** *Balder peker på den nederste koblingskubben på tier rekken på 12 – a, prøver å si at de kunne ha fort hoppet over nummer to pga. toer rekken ved siden*

Ut fra resultatet er det tydelig at elevene var samstemte i at store delmengder i tallbildeoppgavene gjorde dem vanskeligere å gjenkjenne. Fra elevenes side kan det se ut til at større delmengder gjør tallbildeoppgavene mer krevende å løse. Konsekvensen av å ha store delmengder i slike typer oppgaver var at elevene måtte ty til telling da de skulle avgjøre hvilket tall det var de så. Basert på hva som gjorde tallbildeoppgavene enkle kan det se ut til at grensen for hvor store delmengdene må være for at de ble vanskelige var seks. I tillegg ser en at elevene kan være bevisste på konsekvenser når en bruker store delmengder i slike type talloppgaver, som sett i Balders tilfelle.

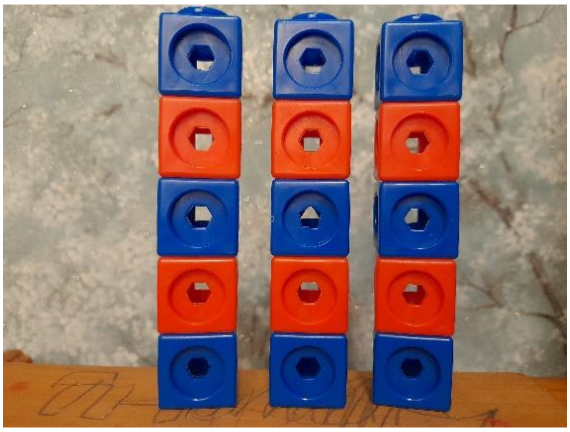
Sammenlikning av tallbildene var også et resultat som ble registret og sortert innenfor denne kategorien. Mer spesifikt ble det oppdaget at elevene gjorde sammenlikninger rundt tallbildene av tretten og femten, som elevene selv tok initiativ til å snakke om. Alle elevene fortalte for eksempel at tallbildene 13-c og 13-d strukturelt var identiske. Elevene påpekte også at fargeforskjellen på firerdelmengdene var den eneste skillen mellom bildene. Elevene ble spurt om fargeforskjellen gjorde identifiseringen av antallene noe vanskeligere, noe som alle elevene mente hadde ingen effekt på vanskelighetsgraden. I tillegg merket alle elevene også strukturelle likheter mellom tallbildene av femten, med unntak av Tor som feiltelte tallbilde 15-a, og endte med sytten.

Figur 12 - Tallbilde 13-c



Figur 13 - Tallbilde 13-d

Figur 10 - Tallbilde 15-a



Figur 11 - Tallbilde 15-b

Figur 14 - Tallbilde 15-c

Figur 15 - Tallbilde 15-d

Basert på resultatene fra elevintervjuene virket elevene samstemt rundt tallbildene av tretten. Det ser ut til, fra elevenes side, at den strukturelle oppbygningen hadde mye mer betydning for identifiseringen enn fargebruken, siden alle elevene mente at begge tallbildene var like enkle angående det å identifisere antallet tretten. Men det samme kan ikke helt sies rundt tallbildene av femten. Alle elevene oppdaget strukturell likhet mellom tallbildene 15-c og 15-d, men meninger rundt hvilke som var vanskeligst å gjenkjenne antallet femten i, var ikke likt for alle elevene. De fleste elevene påstod at begge tallbildene var like vanskelige når i forhold til å oppdage tallet femten. Tor var den eneste eleven som lente seg mer mot tallbildet 15-d, og påstod det var fargekontrasten mellom de lyse koblingskubbene og den lyse bildebakgrunn som gjorde den vanskeligere å kunne oppdage tallet.

Ifølge elevenes egne uttalelser kan det virke som om fargebruk har lite betydning når det kommer til gjenkjenning av antall. Det virke som om strukturell oppbygning av delmengder overveier fargebruken, og vil være det som har mest effekt for gjenkjenningens vanskelighetsgrad. Men en kan også se at fargebruk vil kunne ha noe påvirkende effekt på gjenkjenningens vanskelighetsgrad, noe som skjer i Tors tilfelle.

I siste del for denne kategorien skal jeg vise resultatene av hvordan elevene gjennom intervjuet bygde sine eksempler av tallet fjorten ved bruk av konkretet koblingskubber. Elevene ble tidlig påminnet om oppgavene de hadde jobbet med ved stasjonsaktivtetene, og de ble deretter spurt om å kunne bygge et eksempel av tallet fjorten som var mulig å gjenkjenne raskt. De ble også spurt ved slutten av intervjuene om å bygge tallet om igjen, men her var jeg ekstra tydelig med å si at jeg ønsket å se eksemplene de mente ville være den enkleste å kunne gjenkjenne raskt, uten å måtte telle alle koblingskubbene. I tillegg skal jeg vise til sammenlikningene elevene gjorde mellom deres to eksempler av tallet fjorten. Her vil endringene som noen av elevene påpekte komme frem, og deres begrunnelse for endringene de påpekte. I tillegg skal jeg ta frem argumentene elevene ga for sine oppbygninger av tallet, det vil si deres meninger for hvorfor deres andre eksempel av tallet fjorten var enkel.

Brage

Før Brage bygde sitt første eksempel av tallet fjorten, uttalte han på forhånd at han først ville bygge en tiergruppering. Dette fulgte han opp, og videre tok han én og én koblingskubbe og dannet en firergruppering til slutt, som kan ses i figur "16".

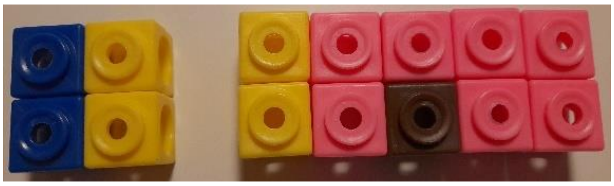
Tabell 15 - Utdrag fra intervju av Brage

Hva som blir sagt	**Hva som skjer**
[50] Brage – Jeg skal finne ti først. **[51]** Intervjuer – Ti først. **[52]** Brage – Ti. **[53]** Intervjuer – Bra du sier høyt hva du tenker. Veldig bra du sier det.	**[52]** *Brage legger ti tilfeldige koblingskubber på bordet, også sorterer dem i fem og fem rekker*

Ved hans andre eksempel uttalte han igjen på forhånd at den mest gjenkjennbare måten var delmengder med fire, og han satt da i gang med å gruppere fire og fire koblingskubber. Brage innså og fortalte under byggeprosessen at det ikke var mulig å kunne bygge tallet i kun firergrupper, og dermed bygde han en toergruppering som siste delmengde.

Tabell 16 - Utdrag fra intervju av Brage

Hva som blir sagt	**Hva som skjer**
[176] Brage – Enkleste måten er hvis det er sånn. Hvis det er fire opp der. **[177]** Brage – Også fire … opp der **[178]** Intervjuer –Mmm **[179]** Brage – Hæh, jeg tok jo fjorten, jeg kan ikke bygge fire opp på alle nei	**[176]** *Brage tar tilfeldige koblingskubber og legger dem på bordet, teller over hvor mange det er, tar ut to koblingskubber til* **[177]** *Brage kobler fire og fire koblingskubber sammen*



Figur 16 - Brages første eksempel av fjorten

Figur 17 - Brages andre eksempel av fjorten

Brage merket at hans andre eksempel av tallet fjorten var annerledes enn hans første. Han påpekte at i hans første eksempel lå koblingskubbene han brukte horisontalt langs på bordet, mens i hans nye eksempel var de oppreist i rekker. Videre argumenterte han for at hans andre eksempel av tallet var enkelt å kunne gjenkjenne fordi den la opp til hoppetelling. Mer spesifikt påpekte han på hoppetelling med to. Han eksemplifiserte deretter dette med å telle hans eget eksempel ved å peketelle med alle koblingskubbene med to fingre.

Tabell 17 - Utdrag fra intervju av Brage

Hva som blir sagt	**Hva som skjer**
[185] Intervjuer – Ja. Og har du da gjort det likt som du gjorde det første gangen? **[186]** Brage – Mmm (nei) **[187]** Intervjuer – Nei. Hva var det du gjorde første gangen? **[188]** Brage – Da tok jeg alle bare på bakken. --- **[191]** Intervjuer – Nei. Og dette mener du … vil du si at dette er en enklere måten å se tallet fjorten enn den første du lagde? **[192]** Brage – Ja. **[193]** Intervjuer – Ja. Og grunnen for de … hvorfor er dette den enkleste måten da? **[194]** Brage – Fordi da kan jeg telle, to, fire, seks, åtte, ti, tolv, fjorten.	**[194]** *Brage hoppe teller med å peke med to fingere*

Brage viste at han var oppmerksom på den strukturelle forskjellen mellom hans første og andre eksempel av tallet fjorten. Men han påpekte aldri delmengdeforskjellene mellom dem, noe som han muligens ikke var klar over. Det kan da vurderes om tallbildeoppgavene kan ha hatt en påvirkende effekt på denne endringen, siden alle delmengdene som forekom var koblet sammen og stilt stående vedsiden av hverandre. Brage var også fast innstilt på at hoppetelling var nøkkelen for å kunne gjøre gjenkjenningen av tallet enklere, noe som han viste til både i hans første og andre eksempel av tallet fjorten. Dette ble videre forsterket da han eksemplifiserte dette med å hoppetelle over sitt eget eksempel da han ble spurt om å begrunne hvorfor det var det enkleste eksemplet.

Balder

Balder hadde først tatt ut fem tilfeldige koblingskubber for å fremvise hvordan han jobbet med treklossene gjennom stasjonsaktivteten som han ble påminnet om. Etter at han fremviste dette ble han bedt om å bygge tallet fjorten, hvor han først tok i bruk konkretene han hadde brukt til å fremvise. Videre fant han fram én og én rosa koblingskubbe, helt til han hadde fjorten koblingskubber på bordet. Konkretene ble deretter sortert i tre firerdelmengder og én toerdelmengde, som kan ses i figur "18". I hans andre eksempel bygde han et liknende eksempel som den første, men denne gangen bygde han delmengdene kun i to ulike farger, og satte dem tett inntil hverandre i annen hver farge. Figur "19" viser til Balders andre eksempel av tallet fjorten.

Figur 18 - Balders første eksempel av fjorten

Figur 19 - Balders andre eksempel av fjorten

Balder merket også at hans andre eksempel av tallet fjorten var noe annerledes enn hans første. Forskjellen han påpekte var at han brukte kun to ulike farger i hans andre eksempel, i motsetning til hans første eksempel. Begrunnelsen for denne endringen var at det nå var enklere å kunne se delmengdene i tallet. Hans begrunnelse for endringen ble også hans argument for hva som gjorde at i det eksemplet ble enkelt å gjenkjenne tallet. Helt mot slutten av intervjuet kom det frem at Balder også foretrakk delmengder gruppert i firer grupper, og han fortsatte med å hoppetelle med fire.

Tabell 18 - Utdrag fra intervju av Balder

Hva som blir sagt
[213] Intervjuer– Så blir det fjorten. Og vil du da si at … er dette lik den første du bygde i stad? Når du bygde fjorten i stad? Eller er den litt annerledes? **[214]** Balder – Den er litt annerledes, for nå er det bare i to farger. -- **[221]** Intervjuer– Ja. Og hvorfor har du gjort det slik da? Hvorfor satt du dem i sammen i farger? **[222]** Balder – Fordi da var det mye letter å se de liksom. **[223]** Intervjuer– Da var det mye enklere å se hvilket tall hver gruppe var? **[224]** Balder – Mmm (ja) -- **[235]** Intervjuer– Ja, hva slags spesielle grupper tenker du er viktig? **[236]** Balder – Liksom i fire og fire grupper, og sånn. Masse grupper med tall. **[237]** Intervjuer– Masse grupper med tall. Og du sier fire og fire, synes du fire og fire er lett? Hvorfor synes du fire og fire er lett? **[238]** Balder – Fordi liksom, fire, åtte, tjue, fjorten.

Balder viste til å være oppmerksom på fargeendringene han gjorde mellom hans første og andre eksempel av tallet fjorten. Det kom også tydelig eksplisitt fra Balder at bruken av to farger gjorde gjenkjenningen av delmengdene enklere. I tillegg så det også ut til at fordelingen i annenhver farge gjorde det enklere å skille delmengdene fra hverandre, og dette vil gjøre det lettere for hoppetelling med fire, noe han eksemplifiserer ved slutten av intervjuet. En så også at Balder sa feil tall når han hoppetelte, noe han gjorde flere ganger gjennom intervjuet. Årsak til dette så ut til å være at han blandet tallordene, siden han viste at "*tjue*" egentlig er tolv.

Frøy

Frøy var også en av elevene som på forhånd fortalte hvordan hun hadde tenkte å starte å bygge sitt første eksempel av tallet. Hun fortalte at hun først ville sette i sammen fire koblingskubber, og gjorde dette med å bruke kun gul farge. Etter at hun satt sammen de gule koblingskubbene, ble det uttalt at hennes neste delmengde ville bygges i en annen farge. Hun koblet dermed videre sammen én og én rosa koblingskubbe, og telte høyt med, helt til hun kom til fjorten i tellingen sin. Til slutt koblet hun sammen firerrekken med tierrekken, som kan ses i figur "20".

Tabell 19 - Utdrag fra intervju av Frøy

Hva som blir sagt
[59] Intervjuer – Så kan du gjerne fortelle åssen du tenker når du bygger den.
[60] Frøy – Hmm … jeg vil starte med … jeg vil telle, jeg bare tar fire først.
[61] Intervjuer – Ja. Ta fire først.
[62] Frøy – Jeg vil sette de i sammen.
----
[68] Intervjuer – Hvorfor tar du bare gule?
[69] Frøy – Erm, så jeg kan ta en annen farge etterpå.

I forbindelse med hennes andre eksempel av tallet fjorten uttalte hun igjen på forhånd at kun ville bygge et identisk eksempel som den første. Hun startet igjen med å sette sammen fire koblingskubber, men denne gang tok hun tilfeldige farger og koblet ikke koblingskubbene sammen. I figur "21" kan en se at hun endret tierrekken til to femdelmengder istedenfor.

Tabell 20 - Utdrag fra intervju av Frøy

Hva som blir sagt
[295] Intervjuer – Da lurer jeg på om du kan bygge tallet fjorten igjen, slik du tenker en kan best se at det er tallet fjorten? Den beste måten en kan se at det er tallet fjorten.
[296] Frøy – Det er en … to, det var egentlig det jeg gjorde i stad. Fire, også tar jeg ti til.

Figur 20 - Frøys første eksempel av fjorten

Figur 21 - Frøys andre eksempel av fjorten

Frøy innså og fortale at hennes første eksempel av tallet fjorten var annerledes enn hennes andre eksempel. Det var tierdelmengden som oppstod i hennes første eksempel hun poengterte som endret seg, og da til to femmer grupper i hennes andre eksempel. Hennes argument for endringen var enkel, hvor hun fortalte at hun hadde kommet på en annen måte å fremstille tallet fjorten på.

Tabell 21 - Utdrag fra intervju av Frøy

Hva som blir sagt
[303] Intervjuer – Og vil du da si at dette er lik den du bygde i stad? Når du bygde fjorten i stad. **[304]** Frøy – Nei, det er ikke likt. **[305]** Intervjuer – De er ikke like, hva er det som er forskjellen? **[306]** Frøy – Forskjellen på det og det jeg gjorde i stad? **[307]** Intervjuer – Ja. **[308]** Frøy – At de andre hadde jeg bare satt i tier, men ikke i fem pluss fem, også har jeg fire. **[309]** Intervjuer – Ja, hvorfor endret du på det da, tenker du? **[310]** Frøy – Erm, fordi jeg fant på flere måter å gjøre det på. **[311]** Intervjuer – Ja, og du synes at den nye måten var enklere? **[312]** Frøy – Mmm (ja)

Frøy viste til å være oppmerksom på delmengdeendringen som skjedde mellom hennes første og andre eksempel av tallet fjorten. Hun klarte å gi korrekt beskrivende informasjon på hvilke delmengder som endret seg. Men hun påpekte aldri fargeendringen som skjedde mellom hennes eksempler. Det kan se ut til at fargebruk ikke ble viktig for hennes, ettersom fargeforskjeller ikke hadde effekt på oppdagelse av tallbildene ifølge henne. Frøy ga heller aldri et eksplisitt argument for hvorfor hennes nye eksempel av fjorten var enkel å kunne gjenkjenne. Det kan være at hun ble inspirert av tallbilde oppgavene, hvor hun klarte å subitize delmengder på antallet fem. Måten og rekkefølgen hun beskrev hennes tallkonstruksjon på kan også vurderes som et argument, hvor hun muligens var fiksert på dobling.

Tor

Tor startet med å uttale på forhånd at han ville kun bygge tallet fjorten i delmengder av treere. Han fulgte også opp sin uttalelse og startet å koble sammen tre og tre koblingskubber, helt til den siste delmengden som kan ses i figur "22".

Tabell 22 - Utdrag fra intervju av Tor

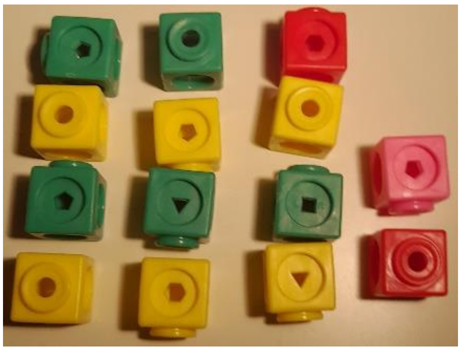
Hva som blir sagt
[51] Intervjuer – Det er du som bestemmer åssen den skal se ut. Det er bare å begynne å sette sammen, og så kan bare si åssen du tenker mens du jobber. **[52]** Tor – Bare treere.

Tor uttalte også før han startet å bygge sitt andre eksempel at han hadde tenkt å bygge i kun enere, og startet med ta ut én og én koblingskubbe i annenhver farge, gul og grønn. Men etter en diskusjon, innså Tor at enere ikke lenger var optimalt når en skulle kunne gjenkjenne og ikke telle alle enhetene. Dermed endret han sin oppbygning. Denne endringen resulterte også med at Tor tok tilfeldige koblingskubber, altså tilfeldige farger. Figur "23" viser til hans andre eksempel av tallet.

Tabell 23 - Utdrag fra intervju av Tor

Hva som blir sagt	Hva som skjer
[216] Tor – At det er mange enere. **[217]** Intervjuer – Mange enere. Du synes det er enklest når det er mange enere? **[218]** Tor – Mmm (ja). Fordi da kan jeg liksom telle de.	**[216]** *Tor begynner å plukke ut kun grønne og gule koblingskubber, jevnt, stopper opp eventuelt*

Figur 22 - Tors første eksempel av fjorten



Figur 23 - Tors andre eksempel av fjorten

Tor uttalte med en gang at hans andre eksempel av tallet fjorten var vanskeligere, etter han hadde bygd ferdig sitt andre eksempel. Hans argument for hvorfor det var vanskeligere å kunne oppdage tallet var fordi firerdelmengdene var ifølge ham vanskeligere å kunne gjenkjenne enn toermengdene. Han påpekte blant annet at toermengden var enklere å kunne gjenkjenne enn firermengdene han hadde bygd.

Tabell 24 - Utdrag fra intervju av Tor

Hva som blir sagt
[226] Tor – Og hvis det er sånn, fire og fire. **[227]** Intervjuer – Ja. **[228]** Tor – Så er det vanskeligere å se. **[229]** Intervjuer – Synes du det er vanskeligere å se når du gjør sånn som det? **[230]** Tor – Mmm. Men så er det bare to igjen. **[231]** Intervjuer – To igjen. **[232]** Tor – Og de toerne er lett å se.

Tor var den eneste av elevene som aldri sammenliknet hans første eksempel av tallet fjorten med hans andre eksempel. Dette er fordi samtalen aldri gikk i den retningen, siden hans uttalelse var noe som kom uforventet og ble videre etterspurt. Det er da indikasjoner på at Tor misforstod oppgaven, ettersom han startet å bygge sitt eksempel av tallet fjorten i kun enere, og ble påminnet midt under byggeprosessen at en skulle kunne klare å gjenkjenne tallet. Tor viste til tidligere i intervjuet at han kunne subitize delmengder, som for eksempel fire, gjennom bildeoppgavene han arbeidet med. Men av en ukjent grunn innså ikke Tor helt at målet med oppgavene var å kunne gjenkjenne delmengde, og ikke telle dem, siden han flere ganger ved slutten av intervjuet gikk i retning av telling.

Odin

Odin startet sin første oppbygning med å ta en tilfeldig mengde av koblingskubber ut på bordet, telte over dem, og deretter tok ut antallet han manglet til å nå fjorten. Han dannet først to delmengder, en sekserrekke og en åtterrekke, men var rask til å halvere åtterrekken, som resulterte i hans første eksempel av fjorten. I hans andre eksempel startet han igjen med å ta ut en tilfeldig mengde med koblingskubber, telte over dem, og så tok ut antall koblingskubber som manglet. Deretter sorterte han først to firerrekker, og gikk så over til å sortere treerrekkene. Figur "25" viser til hans andre eksempel av tallet.

Figur 24 - Odins første eksempel av fjorten

Figur 25 - Odins andre eksempel av fjorten

Odin så også at hans andre eksempel av tallet fjorten var annerledes enn hans første eksempel. Han påpekte at forskjellen mellom eksemplene var firerrekkene, som da ifølge ham ikke fantes i hans første eksempel av tallet. Videre ble han spurt om hva som gjorde hans nyeste eksempel av tallet enkel å kunne gjenkjenne, hvor han ga et svar gjennom addisjonsstykker som kan ses i uttrykk 234.

Tabell 25 - Utdrag fra intervju av Odin

Hva som blir sagt	Hva som skjer
[218] Intervjuer – Og er dette da like den du bygd på starten? Når du bygde fjorten på starten. **[219]** Odin – Hva sa du? **[220]** Intervjuer – Er den helt lik den første gangen du bygde fjorten? **[221]** Odin – Erm, nei. **[222]** Intervjuer – Nei. Hva er forskjellen da? **[223]** Odin – Erm, at … da hadde jeg ikke disse to ved siden av hverandre **[224]** Intervjuer – Du hadde ikke dem ved siden av hverandre. **[225]** Odin – Også … ja. **[226]** Intervjuer – Du hadde de fraskilt fra hverandre? **[227]** Odin – Nei, jeg hadde liksom ikke den. **[228]** Odin – Den var liksom sammen med noe annet. --- **[233]** Intervjuer – Ja. Hva er det som gjør denne så veldig bra da? Kan du fortelle meg hvorfor denne er så bra at vi kan se fjorten med en gang? **[234]** Odin – Fire pluss fire blir åtte. **[235]** Intervjuer – Ja. **[236]** Odin – Og pluss seks blir fjorten.	**[223]** *Odin holder på begge firer rekkene* **[226]** *Intervjuer illustrerer splittelse med hendene sine* **[227]** *Odin tar opp en firer rekke* -- **[234]** *Odin peker på begge firer gruppene* **[236]** *Odin peker på begge treer gruppene*

Det kommer frem at Odin var klar over at det var endringer som hadde skjedd mellom hans første eksempel og andre eksempel av tallet fjorten. Men han oppdaget ikke hva som hadde endret seg, ettersom han påpekte feil endring. Som en kan se i figur "24" og figur "25" så var det treerrekkene som endret seg mellom hans første og andre eksempel. Årsaken til dette kan være at han mest sannsynlig ikke generelt husket nøyaktig hvilke delmengder som var i hans første eksempel. Ut fra argumentet hans kan det virke som om han argumenterte for at hans nyeste eksempel av tallet var bra, fordi den la opp til enkle addisjonsstykker. Mer spesifikt kan det virke som om han prøvde å argumentere for at den la opp til dobling, side dette var noe han tydeligvis gjorde når han beskriver hans andre eksempel.

5.0 Diskusjon

Dette kapittelet ser på resultatene fra forskningen i lys av tidligere forsking og teorier. Kapittelet tar utgangspunkt i forskningsspørsmålene og er strukturert etter disse; *Hva karakteriserer elevers arbeid med konkreter knyttet til tall og mengder*? og *På hvilke måter gir elevene på førstetrinn uttrykk for sine oppfatninger om antall og telling*?

5.1 Hva karakteriserer elevers arbeid med konkreter knyttet til tall og mengde?

Matematiske begreper er noe som er kognitivt og har ingen fysisk form, det vil si de er mentale ideer skapt av mennesker. Konkretet treklosser var derfor ikke tall elevene så i stasjonsaktiviteten, men en representasjon av tallene de arbeidet med (Laski et al., 2015; Clements, 2000). Resultatene fra observasjonene ga innsikt i hvilke tilknytninger elevene hadde til konkretet treklosser. Målet var at elevene selv skulle trekke matematiske meninger for treklossene som ble brukt. Konkretet var ment til å representere tall i oppgavene elevene arbeidet med, noe som elevene klarte å gjøre. Fra elevbeskrivelsene kan det virke som at treklossene representerte delmengder innenfor temaet addering for mange av elevene. Et eksempel, var i situasjoner hvor elevene begrunnet hvordan de visste at tallet jeg viste dem i starten av stasjonsaktiviteten var ni. Her var det mange elever som ga begrunnelser gjennom adderingsregnestykker, som "*fem pluss fire*" eller "*tre pluss tre pluss tre*". Men det virket som om at treklosser var ikke så enkelt å trekke til den matematiske verden for alle elevene som deltok. Eksemplet på dette kan ses ved elevene som var mer opptatt av å bygge figurer som "*bro*" og bokstaven "*L*". Laski et al. (2015) har argumentert for at elever burde få rikelig med erfaringer fra arbeid med konkretiseringsmateriell, for å kunne øke effektiviteten av konkreter innenfor matematikk for elever (Laski et al., 2015). Det kan virke som om noen elever i disse elevgruppene hadde noen matematiskerfaringer med konkretet treklosser, noe som kan være årsaken til at de enklere klarte å knytte konkretet til tall. Andre elever kan se ut til å ha enten hatt andre erfaringer med konkretet, eller lite erfaringer, som kan være grunnen til at noen av elevene bygde mer generelle figurer istedenfor.

Resultatene viser også til at elevene klarte å komme med ideer i forhold til ulike måter tall kan representeres gjennom stasjonsaktiviteten. Elevene foreslo blant annet at tall kunne representeres gjennom skriftlig tallsymboler, ved å illustrere tallsymboler med fingrene sine. Det var også elever som pekte til objekter rundt i grupperommet, og påsto at objektene kunne også representere tall. I tillegg, det var elever som holdt opp fingrene sine, for å indikere at dette var også en måte å representere tall på. Både Rittle-Johnson (2017) og Svingen (2018) har argumentert for at variasjon av konkretiseringsmateriell vil kunne hjelpe elever med å se matematiske temaer fra ulike perspektiver, og at dette kan bidra til dypere utvikling av matematisk forståelse (Rittle-Johnson, 2017; Svingen, 2018). Basert på dette, kan det virke som om noen av elevene som deltok i aktiviteten, og som foreslo de ulike representasjonene, kan allerede ha begynt å utvikle en dypere tallforståelse.

I Clements og Sarama (2021) sin oversikt over utviklingsprogresjon for subitizing viser det seg at barn i fireårsalderen bør kunne perseptuelt subitize til fem (Clements & Sarama, 2021). Dette er det største antallet som blir nevnt i deres oversikt når det gjelder perseptuelt subitizing. Det neste steget i deres oversikt er konseptuell subitizing til fem og større mengder. Dette kan indikere, basert på deres oversikt, at det er ikke til å forvente at barn skal kunne perseptuelt subitize antall større enn fem. Resultatene fra mine observasjoner ser ut til å støtte dette, hvor en så at alle elevene endte med å telle over antall som var bygd i kun én delmengde. Tallene elevene arbeidet med og bygde gjennom stasjonsaktiviteten varierte fra åtte til femten. Ingen av elevene klarte å gjenkjenne tallene som var konstruert i kun én delmengde. Dette endte alltid med at elevene telte over hver enhet når de arbeidet med å oppdage tallene de andre elevene hadde bygd. Det kan virke som det er en mengdegrense for når perseptuell subitizing blir for krevende for elever, og at mengder større enn fem vil kunne øke sjansen for at elever tyr til telling.

Det var i tillegg resultater fra elever som bygde sine tall i flere mindre delmengder mellom elevgruppene. Elevene som arbeidet med å oppdage disse tallkonstruksjonene klarte oftere å gjenkjenne delmengdene tallene var oppbygd av i disse tilfellene. Dette kan knyttes til konseptuell subitizing som Clements og Sarama (2021) har lagt frem i sin fagbok. Her klarer barn å oppdage tall ved å gjenkjenne delmengdene tallene er satt sammen av, og raskt klarer å addere dem for å oppdage hvilket tall de til sammen blir (Clements & Sarama, 2021). Ifølge Clements og Sarama (2021) sin oversikt over utviklingsprogresjon for subitizing, vil barn i seks til sjuårs alderen kunne konseptuelt subitize tall opp til tjue. Basert på deres oversikt kan det virke som at noen av elevene som deltok i stasjonsaktiviteten lå på dette nivået, hvor mange elever viste til å kunne konseptuelt subitize tallene elevene arbeidet med.

5.2 På hvilke måter gir elevene på førstetrinn uttrykk for sine oppfatninger av antall og tallsymboler?

Jordan et al. (2007) har argumentert for at elevers tallforståelse er noe lærere kan oppdage ved å se over ulike matematiske kunnskaper elever viser når de arbeider med matematiske temaer (Jordan et al., 2007). Ifølge dette kan det virke som at en kan se over ulike matematiske kunnskaper elever fremviser når de løser matematiske oppgaver. Dermed kan en foreta vurderinger for deres tallforståelser ut fra kunnskapene elevene viser. Resultatene fra elevintervjuene viste ulike matematiske kunnskaper fra elevene, hvor for eksempel elevene gjenga tallrekken. Mer spesifikt, viste elevene til ordinaltallforståelse, hvor de korrekt fortalte hvilke tall som kom før og etter fjorten uten å måtte telle hele tallrekken. Det var derimot kun én elev som korrekt halverte tallet fjorten. Elevers forståelse for tallmengder var også et resultat som forekom gjennom elevintervjuene. Odin viste for eksempel kardinaltallforståelse, hvor han sa tilfeldige tall og fortalte at de var mindre eller større en tallet fjorten. Brage demonstrerte sin kunnskap for plassverdi, hvor han beskrev hvilke sifre fjorten besto av. Balder viste til en mer avansert mengdeforståelse, som han utnyttet når han adderte flere delmengder i bildeoppgavene. En kan se at det oppsto en variasjon av matematiske kunnskaper gjennom elevintervjuene, og at deres tallforståelse muligens varierte mellom dem. Men basert på intervjuresultatene ser det ut til at alle elevene hadde stort sett en god tallforståelse.

Resultatene fra elevintervjuene viste også til variasjon av plassverdibeskrivelser fra elevene når de diskuterte rundt tallet fjorten. Nesten alle elevene så ut til å bruke enkle og konkrete beskrivelser, og utdypet lite hvordan de tenkte. Dette kan virke til å stemme overens med McGuire og Kinzie (2013) sine resultater, hvor de yngste elevene i deres undersøkelse også brukte minimalt språk i deres beskrivelser (McGuire & Kinzie, 2013). Basert på informasjonen som kom fra førsamtalen med kontaktlæreren, er det mulig å tenke seg at de enkle og konkrete beskrivelsene oppsto fordi elevene var nylig ferdig med tallgrupperinger opptil ti. Det er også mulig at elevenes generelle språkbruk kan ha hatt en påvirkende faktor, siden elevene var i syvårs alderen og deres språk fremdeles var i utvikling.

Elevenes beskrivelser av talls delmengder var også et resultat som forekom gjennom elevintervjuene. Her så vi at elevene beskrev delmengdene enten ved tallordsbeskrivelser, eller ved å beskrive dem gjennom adderingsregnestykker. Rittle-Johnson (2017) har argumentert for hvordan konkretiseringsmateriell kan brukes for å visuelt vise til ens matematiske prosedyrekunnskap (Rittle-Johnson, 2017). Resultatene mine viser til elevenes adderings prosedyrekunnskap, gjennom deres beskrivelser og arbeid med koblingskubbene. Dette kan vi se blant annet i Frøys tilfelle i delkapittel 4.2.1. Her bidro koblingskubbene Frøy med å vise til hennes adderings prosedyrekunnskap.

Tabell 8 - Utdrag fra intervju av Frøy

Hva som blir sagt	Hva som skjer
[298] Frøy – Og det er jo best å se det på. **[299]** Frøy – Det synes jeg er best måten. Fordi fem pluss fem pluss fire er jo fjorten. **[300]** Intervjuer – Okay, fem, pluss fem pluss fire er fjorten, det er sånn du tenkte? **[301]** Frøy – Mmm (ja). Fordi fem pluss fem er ti, og så hvis jeg tar fire inntil er jo det fjorten.	**[298]** *Frøy deler de ti tilfeldige koblingskubbers i femmer grupper, ingen av koblingskubbenes blir koblet eller satt i rekker, kun satt i grupper* **[299]** *Frøy peker først til femmer gruppen i midten, deretter til femmer gruppen til siden, også til firer gruppen* **[300]** *Intervjuer tar på hver gruppe når han spør*

Figur 21 - Frøys andre eksempel av fjorten

Vi så også at *telle videre*, *telle alt*, *telle alt om igjen* og *hoppe-telling* var de mest hyppigste tellestrategiene elevene brukte gjennom intervjuene. Dette var strategier som alle elevene brukte i løpet av intervjuene, og forekom spesielt under tallbildeoppgavene. Dette er i tråd med resultatene fra Ostad (1997) sin undersøkelse. Han dokumenterte liknende resultater i sin undersøkelse, med elever på samme aldersgruppe. Det er nå over 25 års mellom hans undersøkelse og min, og lite endring ser ut til ha skjedd gjennom disse årene. Dette kan peke til at slike tellestrategier er nyttige strategier for barn i denne alderen når det kommer til addering av ensifra tall.

Når det gjelder elevenes subitizing evner, viser resultatene at alle var i stand til å subitize tall med firer- og femmermengder. Alle elevene klarte i løpet av intervjuene å gjenkjenne firermengder, uten å måtte telle mengdene. Det var noen elever som også klarte å gjenkjenne femmermengder. Det er usikkert om alle elevene i min undersøkelse hadde evne til kunne gjenkjenne femmermengder, ettersom ikke alle elevene viste tegn til dette. Det kan være at ikke alle elevene i min undersøkelse hadde ennå mestret perseptuell subitizing, og derfor ikke klarte å gjenkjenne femmermengder. Men samtidig så klarte alle å konseptuelt subitize tall større enn ti, som kan da indikere at elever ikke alltid følger Clements og Sarama (2021) sin utviklingsprogresjon kronologisk.

Clements og Sarama (2021) har også anbefalt å unngå bruk av konkreter med ulike farger, siden dette kan resultere i at elever ser konkretene mer som enkle enheter og ikke som en del av en samling. De har i tillegg foreslått bruk av høy fargekontrast, som for eksempel mørke konkreter og lys bakgrunn (Clements & Sarama, 2021, s. 24). Ut fra mine resultater fortalte de fleste elevene at fargebruken på konkretene hadde ikke så mye betydning når det kom til oppdagelse av tall. Det var kun ett tilfelle hvor Tor fortalte at fargekontrasten mellom konkretene og bakgrunnen på tallbilde 15-d gjorde tallet vanskeligere å kunne gjenkjenne. Elevenes uttalelse om fargebruk kan se ut til å passe overens med hvordan de konstruerte sine eksempler av tallet fjorten, hvor de som oftest bygde tallet i tilfeldige farger. Men det var også noen elever i intervjuene som bygde deres eksempler av tallet fjorten i strukturerte farger. Dette kan tyde på at fargebruk hadde en ubevisst betydning for noen av elevene når det kom til deres egne talloppbygninger.

5.3 Implikasjoner

Til slutt i diskusjonskapittelet skal jeg se på implikasjoner. Dette betyr også "*konsekvenser*", og handler om at jeg som forsker knytter forskningen min til det feltet jeg berører når jeg forsker. Min forskning forholder seg til skole som forskningsfeltet. Det eksisterer både praktiske og teoretiske konsekvenser, men jeg her vil se på de praktiske ettersom forskningen handler om elever, skole og matematisk undervisning (Høgheim, 2020, s. 235).

Det første jeg vil trekke frem er konsekvent bruk av farger når det kommer til bruken av fargerike konkreter. Det kan se ut til at elever enklere vil gjenkjenne talls delmengder når alle enhetene i en delmengde er i identiske farger. Selv om elever i denne studien påsto at fargebruken for tallene ikke hadde noe betydning for oppdagelsen av tallene, ser det ut til å kunne ha en betydning på et ubevisstnivå for elevene. På en annen side, kan det virke som at alle delmengdene i et tall bør ikke være i identiske farger. Elever ser ut til å foretrekke tallkonstruksjoner hvor delmengdene består av to ulike farger, og at disse delmengdene er sortert etter annenhver farge. Et slik oppsett ser ut til å hjelpe elevene med å skille delmengdene fra hverandre.

Når det kommer til størrelsen av talls delmengder, kan det virke som at delmengdene ikke bør bestå av mer enn fem enheter per delmengde. Det kan virke som at fem enheter per delmengde er en maks grense elever på førstetrinn vil klare å gjenkjenne, uten å måtte telle over delmengdene. Delmengder som er konstruert i større mengder enn fem enheter kan se ut til å oftere føre til at førstetrinns elever går over til telling. Dette kan være en viktig faktor for læreren å ha i baktanke når en skal planlegge matematiske oppgaver hvor elever skal arbeide med å gjenkjenne delmengder, uten å måtte telle over alle enhetene.

Det kan ser ut som at delmengder som er identiske i størrelse kan være en betydelig faktor for elevers evne til å gjenkjenne et tall. Mer spesifikt, ser det ut til at delmengder som er identiske i størrelse gjør oppdagelser av tall enklere for førstetrinns elever. I disse tilfellene virker det som at elever kun trenger å fokusere på en delmengde, og vil med stor sannsynlighet raskt konkludere at de andre delmengdene er like i størrelse. Delmengder som er identiske i størrelse vil også kunne styrke førstetrinns elevers fokus på å oppdage antall ganger delmengder repeterer seg i tallkonstruksjonene de ser over. Dette ser også ut til å øke sjansen for at elever tar i bruk mer avanserte tellestrategier når de arbeider med å oppdage tall, som vi har sett med hoppe-telling. Dette er en tellestrategi noen elever virker til å foretrekke. En slik type tellestrategi vil i tillegg gi elever erfaringer med multiplikasjon, ettersom dette er en repeterende addisjon de gjør.

Lærere bør også ta hensyn til førstetrinn elevers bruk av matematiske begreper når de planlegger å gjennomføre en matematisk diskusjon. Både deres generelle språk og matematiske kunnskaper samt erfaringer er i en tidlig utviklingsfase. Sammenlagt kan dette begrense elevers tilgang av matematiske begreper. Dette ser også ut til å føre til korte matematiske beskrivelser og begrunnelser fra førstetrinns elever.

6.0 Avslutning

Med bakgrunn i min problemstilling og forskningsspørsmål vil jeg avslutningsvis oppsummere mine resultater. Jeg vil også se på hvorfor disse resultatene kan være relevant for andre lærere i begynneropplæringen. Til slutt vil jeg komme med forslag til ideer som kan videre undersøkes av andre lærere eller forskere med bakgrunn av min forskning.

Formålet med denne studien har vært å undersøke hvordan elever på førstetrinn arbeidet med tall og mengder ved bruk av fysiske konkreter. Her henviser jeg til problemstillingen min og de to forskningsspørsmålene som står i delkapittel *1.2. Formål med studien*.

For å besvare forskningsspørsmålene mine har jeg observert førstetrinns elever arbeid rundt temaet konkreter og tallforståelse, og har hørt deres beskrivelser av tallkonstruksjoner. Gjennom både observasjoner og intervjuer har jeg lært en del om av hva slags fysiske tallkonstruksjoner elever enkelt kan arbeide med, og hva slags fysisk tallkonstruksjon som er mer krevende for dem å arbeide med.

Gjennom denne studien har jeg tilegnet meg nye kunnskaper i hvordan førstetrinns elever arbeider med tall ved bruk av konkretiseringsmateriell. Beskrivelsene fra elevene av tallkonstruksjoner de ser foran seg har gitt meg nye kunnskap. Med dette vil jeg kort repetere resultatene som kom fra denne studien.

Et av resultatene handler om talls delmengder. Her kan vi se hvilke mengdestørrelser elever er i stand til å gjenkjenne. Noen elever vil kunne klare å gjenkjenne mengder med fire enheter, mens andre klarer å gjenkjenne mengder med fem enheter. Større mengder enn dette vil kunne føre til at elever tyr til telling for å oppdage mengdenes størrelse. Samtidig ser vi at elever selv konstruerer delmengder i ulike størrelser. Noen elever vil bygge tall i en enkel stor mengde, mens andre elever vil bygg tallene i flere mindre delmengder. Elever vil også konstruere delmengder i størrelser de klarer å gjenkjenne når de resonnerer over ulike eksempler av tallkonstruksjoner i forkant. Jeg vil også trekke frem elevens beskrivelser rundt tallkonstruksjoner. Mange elever tok i bruk addisjonsbegreper når de beskrev talls delmengder. I tillegg var det mange som brukte tallordsbeskrivelser når de beskrev tallenes delmengder.

Jeg mener at denne studien ikke kan generaliseres direkte fordi det er kun et fåtall av førstetrinn elevers arbeid med konkreter knyttet til tall. Det finnes mange andre måter elever kan bygge tall på ved bruk av konkreter. Det finnes også mange andre måter elever vil beskrive talls oppbygninger på. Jeg mener uansett at denne studien kan være relevant for andre lærere som arbeider med elever i begynneropplæringen. Studien kan gi lærere innsikt i planlegging av likende oppgaver, hvor fokus kan være på mengdestørrelse av delmengder og fargebruk av konkreter. Studien kan også gi ideer til hva type beskrivelser en lærer kan forvente fra elever i denne aldersgruppen. For meg, som er snart forhåpentligvis en nyutdannet lærer har denne oppgaven fått meg til å reflektere over hvordan elever kan arbeide med konkreter i matematikk, og hvordan jeg kan planlegge for diskusjonsoppgaver med unge elever.

6.1 Veien videre

Resultatene fra denne studien viser som sagt kun et fåtall av førstetrinns elevers arbeid med konkretet knyttet til tall. Studien er ikke et representativt bilde av alle førstetrinns elever. Siden omfanget i denne studien er liten, kan det være interessant å gjøre en liknende undersøkelse med større antall deltakere. Som for eksempel, å gjennomføre en undersøkelse med flere ulike skoler. Det kunne også være interessant å se om størrelsen på gjenkjennbare delmengder endrer seg. Eller om andre beskrivelser av talls oppbygninger kan dukke opp.

Elevene i denne undersøkelsen hadde som sagt ikke mye erfaringer med konkretene som koblingskubber og treklosser i forhold til faget matematikk. Elevene hadde heller ikke blitt filmet før mens de arbeidet matematikk oppgaver. Deres matematiske begreper var fremdeles i en tidlig utviklingsfase. Alle slike faktorer kan ha vært med på å påvirke resultatene som kom frem i denne studien. Det kunne derfor vært interessant å gjennomføre en liknende undersøkelse over en lengere periode. Ved å gjennomføre en slik studie over en lengere periode ville elever få mer tid til å knytte konkretene til matematikk. Deres kunnskap for matematiske begreper vil da forhåpentligvis kunne utvikle seg. En vil da ha mulighet til å se utviklingsprogresjon av elevenes kunnskaper og ferdighet rundt denne type studie.

Litteraturliste

Anghileri, J. (2006). *Teaching Number Sense* (utg. 2). Continuum.

Bartolini, M. G., & Martignone, F. (2014). Manipulatives in mathematics education. *Encyclopedia of mathematics education*, 365-372.

Boggan, M., Harper, S., & Whitmire, A. (2010). Using Manipulatives to Teach Elementary Mathematics. *Journal of Instructional Pedagogies, 3.*

Clements, D. H. (2000). 'Concrete' manipulatives, concrete ideas. *Contemporary issues in early childhood*, *1*(1), 45-60.

Clements, D. H. (1999). Subitizing: What is it? Why teach it?. *Teaching children mathematics*, *5*(7), 400-405.

Clements, D. H. & Sarama, J. (2021). *Learning and teaching early math – The learning trajectories approach* (utg. 3). Routledge.

Fangen, K. (2004). *Deltagende observasjon*. Fagbokforlaget.

Goldin, G.A. (2000). A scientific perspective on structures, task-based interviews in mathematics education research. I: Lesh, R., & Kelly, A. E. (red) *Research design in mathematics and science education*. (s. 517-545). Lawrence Erlbaum.

Goldin, G. A. (1997). Chapter 4: Observing mathematical problem solving through task-based interviews. Journal for Research in Mathematics Education. Monograph, 40-177.

Holm, M. (2012). *Opplæring i matematikk* (2. utg.). Cappelen Damm.

Høgheim, S. (2020). *Masteroppgaven i GLU*. Fagbokforlaget

Imsen, G. (2020). *Elevenes verden – innføring i pedagogisk psykologi* (utg. 6). Universitetsforlaget.

Jordan, N. C., Kaplan, D., Locuniak, M. N., & Ramineni, C. (2007). Predicting first-grade math achievement from developmental number sense trajectories. *Learning disabilities research & practice*, *22*(1), 36-46.

Klaveness, E. (2010). Konkretiseringsmateriell og abstraksjonsmateriell. *Tangenten 2010 (1)*.

Kunnskapsdepartementet. (2019). *Læreplan i matematikk 1.-10. trinn (MAT01-05)*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://www.udir.no/lk20/mat01-05/kompetansemaal-og-vurdering/kv20?lang=nob

Kvale, S. & Brinkmann, S. (2015). *Det kvalitative forskningsintervjuet* (utg. 3). Gyldendal.

Laski, E. V., Jor'dan, J. R., Daoust, C., & Murray, A. K. (2015). What makes mathematics manipulatives effective? Lessons from cognitive science and Montessori education. *SAGE Open*, *5*(2), 2158244015589588.

Maher, C. A., & Sigley, R. (2020). Task-based interviews in mathematics education. Encyclopedia of mathematics education, 821-824.

McGuire, P., & Kinzie, M. B. (2013). Analysis of place value instruction and development in pre-kindergarten mathematics. *Early Childhood Education Journal, 41*, 355-364.

McGuire, P., Kinzie, M. B., & Berch, D. B. (2012). Developing number sense in pre-k with five-frames. *Early Childhood Education Journal*, *40*, 213-222.

McIntosh, A., Reys, B. J., & Reys, R. E. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. *For the learning of mathematics*, *12*(3), 2-44.

Merriam, S. (2002). *Qualitative research in practice: Examples for discussion and analysis* (The Jossey-Bass higher and adult education series). Jossey-Bass.

Moyer, P. S. (2001). Are we having fun yet? How teachers use manipulatives to teach mathematics. *Educational Studies in mathematics*, *47*(2), 175-197.

Ostad, S. A. (1997). Developmental differences in addition strategies: A comparison of mathematically disabled and mathematically normal children. *British Journal of Educational Psychology, 67*(3), 345-357.

Paliwal, V. & Baroody, A.J. (2020). Cardinality principle understanding: the role of focusing on the subitizing ability. *ZDM, 52*(4), 649-661

Reuter, F. (2023). Explorative mathematical argumentation: a theoretical framework for identifying and analysing argumentation processes in early mathematics learning. *Educational Studies in Mathematics*, 1-21.

Rittle-Johnson, B. (2017). Developing mathematics knowledge. *Child Development Perspectives*, *11*(3), 184-190.

Postholm, M. (2005). Observasjon som redskap i kvalitativ forskning på praksis. *Norsk Pedagogisk Tidskrift, 89*(2), 146-159.

Postholm, M.B. & Jacobsen, D.I. (2021). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanningen*. Cappelen Damm akademisk.

Ryen, A. (2002). *Det kvalitative intervjuet – Fra vitenskapsteori til feltarbeid.* Fagbokforlaget.

Sarama, J., & Clements, D. H. (2009). “Concrete” computer manipulatives in mathematics education. *Child Development Perspectives*, *3*(3), 145-150.

Sood, S., & Jitendra, A. K. (2007). A comparative analysis of number sense instruction in reform-based and traditional mathematics textbooks. *The journal of special education*, *41*(3), 145-157.

Svingen, O. E. L. (2018). Representasjoner i matematikk. *Hentet fra* *https://www.matematikksenteret.no/sites/default/files/attachments/Elever%20som%20presterer%20lavt/P4_M1Representasjoner-i-matematikk_fagtekst.pdf*

Tjora, A. (2018). *Viten skapt: Kvalitativ analyse og teoriutvikling*. Cappelen Damm akademisk.

Valenta, A. (2015). Aspekter ved tallforståelse. *Hentet fra* *https://www.matematikksenteret.no/sites/default/files/attachments/page/Valenta_Tallforsta%CC%8Aelse.pd*

Vedlegg 1

Intervjueguide til elever – "*Tallforståelse og matematiske konkreter i begynneropplæring*"

Spørsmål angående oppgave 1

1. Hvilke tall er dette? (Symbolsk tall av 14)
2. Fortell meg hva du vet om tallet "14"?
   - Kan du gi meg noen beskrivelser av tallet "14"?
     - Er det et oddetall eller partall?
     - Hva er halvparten av "14"?
     - Hva er det dobbelte av "14"?
   - Hvilket tall er en mindre enn 14? Hvilken er en større enn 14?
   - Vet du hva et siffer er?
     - Hvor mange sifre består tallet 14? Kan du si/peke på dem?
     - Hva betyr "1" og hva betyr "4"? Posisjonssystem?
3. Vet du hva denne tingen/brikken er? (Konkretet "*Cubes*")
   - Har du sett den før? (Hvis ja)
     - Hvor har du sett den før?
     - Hva/hvordan brukte du den gangen? Brukte du den ofte?
     - Hva (tror du) den heter?
   - Hva kan vi bruke denne figuren til?
     - Hvilke fag kan vi bruke den?
       - Hvordan kan vi bruke den i det faget?
     - Hvordan kan vi bruke den i matematikk
       - Har du brukt den før i matte? Hvordan brukte du den?
       - Er det noe spesielt du har jobbet med gjennom matten du tenker denne kan brukes til?
4. Kan du bygge tallet "14" for meg i ulike mengder/hauger/mønster slik du tenker den best/lettes kan ses ut som tallet "14"?
   - Hva gjør du nå?
   - Hvorfor velger du den?
   - Er dette et eksempel på tallet "14"?
     - Kan du fortelle meg hvordan du har bygd den opp? Hva startet du med? Hvorfor startet du der?
     - Er dette det eneste måten tallet "14" kan se ut med disse figurene?

    - Er dette den beste måten tallet "14" kan ses ut ved bruk av denne figuren? Hvorfor?

Spørsmål angående oppgave 2

1. Hvilket tall er det som blir vist i alle disse bildene?
    - Kan du si hvordan tallet "X" er bygd opp i hvert bilde?
        - Hvor tror du det er lurest å starte med dette bildet?
    - Hvilken tenker du er det beste eksemplet på tallet "X"?
        - Hvorfor tenker du den er det beste eksemplet? Fortell hva som gjør den så bra.
    - Hvilken tenker du er det dårligste eksemplet på tallet "X"?
        - Hva er det som dårlig med det eksemplet?

Spørsmål angående oppgave 3

1. Bygg tallet "14" på nytt slik du tenker den best/enklest kan ses ut i mindre grupper/hauger/delmengder
    - Hvilke brikker tenker du må bruke?
    - Hvilken delmengde bygger du? Hvorfor starter du med den?

2. Er dette lik eksempel på tallet "14" du viste tidligere?
    - *Hvis ja*:
        - Hvordan har du bygd den opp?
        - Hvordan startet du? Hva var det siste du satt i sammen? Hvorfor gjorde du det i den rekkefølgen? Er det lik rekkefølge som du gjorde tidligere?
        - Hva er det som gjør dette eksemplet så bra?
    - *Hvis nei:*
        - Hvorfor lagde du et nytt eksempel?
        - Hva er det som er annerledes med den forrige du lagde og den nye du har lagd nå?
        - Er dette et bedre eksempel på "14" enn den forrige du bygde? Hvorfor? Hvorfor ikke? Hva er det som gjør den bedre? Hva er det som gjør den ikke bedre?
    - Hva tenker du er viktig når vi bygger et tall opp i delmengder/mindre grupper/mindre hauger?

- Noen spesielle mønster du tenker er lurt?
- Et det noen mønster vi burde unngå/ikke bygge? Hvorfor?

Vedlegg 2

Vil du delta i forskningsprosjektet

"Tallforståelse og matematiske konkreter i begynneropplæring?*"*

Dette er et spørsmål til deg som foresatt om å la ditt barn delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å se førstetrinns elever tallforståelse og bruk av konkreter. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for ditt barn.

Formål

Vi skal skrive en masteroppgave i begynneropplæring matematikk og den vil fokusere på førstetrinn elevers tallforståelse og bruk av konkreter. I forskningsprosjektet skal vi undersøke elevers tallforståelse og hvordan de kobler tall til ulike konkreter. Problemstillingen til denne masteroppgaven utformer seg slik: *Hvordan mentalt forestiller elever seg tall i fysisk form representert i ulike konkreter, og hvordan ser sammenlikningen av deres mentale forestilling til deres fysiske oppbygging*. Det er derfor ønskelig å intervjue og observere ditt barn for å få en dypere innsikt i hvordan barn tenker når de arbeider med å koble tall til ulike konkreter. All opplysning som blir samlet inn vil kun bli brukt til dette forskningsprosjektet og informasjonen vil destrueres når prosjektet er ferdigstilt.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?

Universitetet i Agder er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Utvalgskriteriene er at du er en elev på førstetrinn. Det er tenkt å observere elever i grupper, hvor elevene arbeider med konkreter i en stasjonsundervisning. Ut ifra observasjonene, og samarbeid med kontaktlærer, er det tenkt å trekke ut 4 til 5 elever som videre skal delta i intervju. I intervjuet vil elevene individuelt få matematiske oppgaver der de deler sine tanker rundt oppgavene mens de samtidig gjennomfører dem.

Hva innebærer det for ditt barn å delta?

For elever som velger å delta i dette prosjektet, innebærer det at eleven svarer på noen spørsmål fra lærerstudenten. Dette vil skje gjennom et intervju. Før intervjuet vil elevene bli observert av lærerstudenten i en ordinær stasjonsundervisning, der de vil arbeide med matteoppgaver. Vurdering av hvem som blir valgt til intervju vil da gå ut ifra observasjon og samarbeid med kontaktlæreren.

I intervjuet vil eleven individuelt få noen matteoppgaver å gjennomføre, samtidig som de deler sine tanker rundt oppgavene de arbeider med. Intervjuet vil vare 10-15 minutter, og vil bli videoinnspilt for å videre undersøke sammenhengen mellom elevenes tanker og fysiske handlinger. Lærerstudenten vil ha en intervjuguide over spørsmålene som vil komme fram i intervjuet, og for foresatte som ønsker å se dette intervjuguidet før intervjue gjennomføres kan gi beskjed til kontaktlæreren som vil sitte med en kopi av intervjuguiden.

Det er frivillig å delta

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine barns personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg eller ditt barn hvis du ikke ønsker barnet deltar eller senere velger å trekke barnet ut.

Ditt barns personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker barnets opplysninger

Vi vil bare bruke opplysningene om ditt barn til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. Ved Universitetet i Agder er det kun veiledere Ninni Marie Hogstad og Martin Carlsen og lærerstudent Thomas Stamsø som har tilgang til opplysningene. Ditt barns navn vil bli anonymisert gjennom at det erstattes med en kode som lagres på egen navneliste adskilt fra øvrig data. I masteroppgaven vil det ikke være mulig å kunne gjenkjenne de opplysningene som brukes. All datamaterialer som blir samlet og brukt i oppgaven vil bli kryptert og anonymisert.

Hva skjer med personopplysningene barnet ditt når forskningsprosjektet avsluttes?

Prosjektet vil etter planen avsluttes 31.desember 2023. Ved prosjektslutt vil all personopplysninger og opptak destrueres.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om ditt barn?

Vi behandler opplysninger om ditt barn basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra Universitetet i Agder har Personverntjenester vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Dine rettigheter

Så lenge du kan identifiseres ditt barn i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke opplysninger vi behandler om ditt barn, og å få utlevert en kopi av opplysningene
- å få rettet opplysninger om ditt barn som er feil eller misvisende
- å få slettet personopplysninger om ditt barn
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av ditt barns personopplysninger

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å vite mer om eller benytte deg av ditt barns rettigheter, ta kontakt med:

- Universitetet i Agder ved Thomas Stamsø (Student). Telefonnummer: 94498667, og epost: thomas18@uia.no
- Universitetet i Agder ved Ninni Marie Hogstad (Veileder). Telefonnummer: 37233296, og epost: ninni.m.hogstad@uia.no.
- Universitetet i Agder ved Martin Carlsen (Veileder). Telefonnummer: 38141659, og epost: martin.carlsen@uia.no.
- Universitetet i Agder sitt personvernombud: Ina Danielsen. Telefonnummer: 45254401, og epost: danielsen@uia.no (ina.danielsen@uia.no)

Hvis du har spørsmål knyttet til Personverntjenester sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

- Personverntjenester på epost (personverntjenester@sikt.no) eller på telefon: 53 21 15 00.

Med vennlig hilsen

Prosjektansvarlig *Student*
(Veileder)
Ninni Marie Hogstad Thomas
Stamsø
Martin Carlsen

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet "*Tallforståelse og matematiske konkreter i begynneropplæring*", og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

☐ å delta i intervju

Jeg samtykker til at mitt barns opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

----

(Signert av foresatt, dato)

Vedlegg 3 –**Tallbilde 12-a**

Vedlegg 4 – **Tallbilde 12-b**

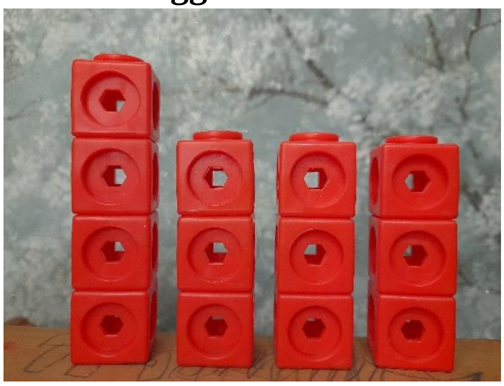
Vedlegg 5 – **Tallbilde 12-c**

Vedlegg 6 – **Tallbilde 12-d**

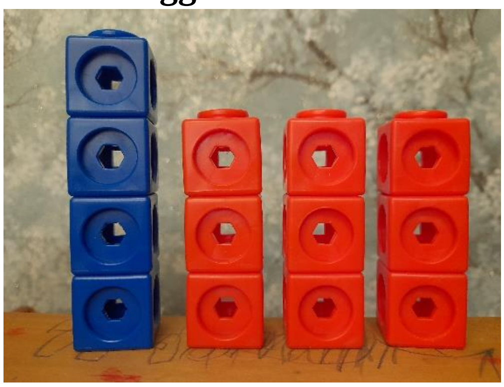
Vedlegg 7 – **Tallbilde 13-a**

Vedlegg 8 – **Tallbilde 13-b**

Vedlegg 9 – **Tallbilde 13-c**

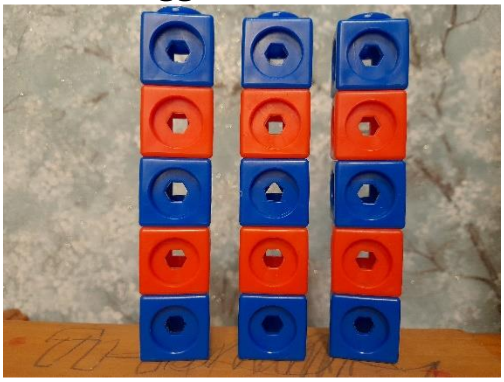


Vedlegg 10 – **Tallbilde 13-d**



Vedlegg 11 – Tallbilde 15-a

Vedlegg 12 – Tallbilde 15-b



Vedlegg 13 – Tallbilde 15-c

Vedlegg 14 – Tallbilde 15-d