Metakognitiv aktivitet og metakognitiv påvirkning ved problemløsning i matematikk.

En undersøkelse av 9. trinn elevers metakognisjon i arbeid med geometri.

JUDITH EMELIE ESPEGREN

VEILEDERE

Kjetil Damsgaard
Per Sigurd Hundeland

Universitetet i Agder, 2022
Fakultet for teknologi og realfag
Institutt for matematiske fag

Master

Universitetet i Agder
Fakultet for teknologi og realfag
Institutt for matematiske fag
Universitetsveien 25
4630 Kristiansand

http://www.uia.no

Forord

Etter 5 år på lærerutdanningen er det med stor glede jeg skriver mine siste ord i masteroppgaven som fører til at jeg blir en kvalifisert lærer. Prosessen har vært både lærerik, spennende, frustrerende og langdryg. Først av alt må jeg takke mine to veiledere fra UiA, Kjetil Damsgaard og Per Sigurd Hundeland for god oppfølging samt motiverende og engasjerende veiledning. Ellers hører det med å takke min gode ektemann for både forståelse og omsorg under prosessen, og ikke minst god oppvartning med middager. Til sist vil jeg takke mine kollegaer for fleksibilitet og støtte under skrivingen.

Kristiansand, mai 2022

Judith Emelie Espegren

Sammendrag

Denne kvalitative studien ser på hva slags metakognitive aktiviteter som finnes hos en gruppe med tre 9. klasse elever, samt hvilke konsekvenser noen metakognitive spørsmål gir. Studien bygger på tidligere forskning om metakognitiv trening av blant annet Kramarski & Mevarech (2003) og Dignath & Büttner (2008). Det teoretiske rammeverket bunner i et konstruktivistisk perspektiv der metakognisjon er forstått ut ifra modellen til Schraw et al. (2006). Pólyas fire steg for problemløsning er en sentral del av studiens rammeverk for problemløsning (Pólya, 1971). Studiens design er et undervisningseksperiment der en elevgruppe på 3 elever løser problemløsningsoppgaver sammen som gruppe i tre ulike økter. I hver av øktene har det vært ulik grad av metakognitiv påvirkning med en progresjon fra ingen til mye påvirkning. Den metakognitive påvirkningen kom i form av metakognitive spørsmål som ble utformet ut ifra oppgavene elevene løste, og stilt underveis av observatør. Datamaterialet er analysert ut ifra analyseskjema hentet fra Veenman & van Cleef (2019), som er delt inn i hovedkategorier orientering, planlegging, evaluering og refleksjon, som igjen har hver sine underkategorier av metakognitive aktiviteter. Det kommer frem av studien at elevene viser flere metakognitive aktiviteter innenfor aktivering av forkunnskaper, analysere problem, lage handlingsplan, arbeide i henhold til planen, oppdage og reparere feil samt sjekke utfall. Det er få eller ingen tilfeller av å sette mål, estimere resultat, tidsstyring, overvåke fremdrift og alle underpunkter av refleksjon. Videre ser vi at de metakognitive spørsmålene gav konsekvenser som; ingen konsekvens, metakognitiv aktivitet, eller videre hjelp i problemløsningen. Det var en liten øking i både metakognitiv aktivitet og videre hjelp i problemløsningen i økt 3 der elevene fikk flest metakognitive spørsmål kontra i økt 2. Det kan like vel ikke slås fast at spørsmålene vil være til hjelp for elevene. Studien støtter konklusjonen til tidligere forskning om at det tar tid å trene opp de metakognitive ferdighetene (Dignath & Büttner, 2008). En mulig implikasjon fra dette studiet vil være å gi elevene undervisning i ett og ett trinn fra Pólyas fire steg, og at dette vil føre til mer metakognitiv aktivitet hos elevene.

Summary

This qualitative study looks at what kind of metacognitive activities exist in a group of three 9th grade students, as well as what consequences some metacognitive questions have. The study is based on previous research on metacognitive training by, among others, Kramarski & Mevarech (2003) and Dignath & Büttner (2008). The theoretical framework is based on a constructivist perspective where metacognition is understood from the model of Schraw et al. (2006). Pólya's four steps for problem solving are a central part of the study's framework for problem solving (Pólya, 1971). The design of the study is a teaching experiment where a group of 3 students solves problem-solving tasks together as a group in three different sessions. In each of the sessions, there has been different degrees of metacognitive influence with a progression from none to much influence. The metacognitive influence came in the form of metacognitive questions that were designed based on the tasks the students solved, and asked along the way by an observer. The data material is analyzed on the basis of analysis forms taken from Veenman & van Cleef (2019), which are divided into main categories orientation, planning, evaluation and reflection, which in turn each have their own subcategories of metacognitive activities. The study shows that the students show several metacognitive activities within activating prior knowledge, analyzing a problem, making an action plan, working according to the plan, detecting and repairing errors and checking outcomes. There are few or no cases of setting goals, estimating results, time management, monitoring progress and all sub-points of reflection. Furthermore, we see that the metacognitive questions had consequences such as; no consequence, metacognitive activity, or further help in problem solving. There was a small increase in both metacognitive activity and further help in problem solving in session 3 where the students received the most metacognitive questions versus in session 2. It can still not be stated that the questions will be helpful for the students. The study supports the conclusion of previous research that it takes time to train the metacognitive skills (Dignath & Büttner, 2008). A possible implication from this study will be to give students instruction in one step at a time from Pólya's four steps, and that this will lead to more metacognitive activity in the students.

Innhold

1.0 Innledning

Denne studien omhandler temaet metakognisjon, og skal handle om metakognisjon ved matematisk problemløsning på ungdomstrinnet. Målet for forskningen er å se hvilke metakognitive aktiviteter som kan observeres blant elever på 9. trinn, og hvilke konsekvenser noen metakognitive spørsmål til matematiske problemløsningsoppgaver om plangeometri gir. Dette for å se om det å gi elevene metakognitive spørsmål når de løser et problem vil være en god metode for å implementere metakognisjon i undervisningen.

Stortingsmelding 28 beskriver metakognisjon til å handle om å reflektere over egen tenking og læring, og konkretiserer metakognisjon i skolen til å handle om å kunne bruke refleksjon aktivt i alle fag (Meld. St. 28 (2015-2016), s. 39).

Læreplanens overordnede del fremmer at «Skolen skal bidra til at elevene reflekterer over sin egen læring, forstår sine egne læringsprosesser og tilegner seg kunnskap på selvstendig vis.» (Kunnskapsdepartementet, 2017, s. 12). Dette kan eksempelvis være at elevene retter sine egne prøver slik at de kan reflektere over hva de kan, og hva de bør arbeide videre med, og hva de har tenkt når de løste de ulike oppgavene. Læreplanen bygger på stortingsmelding 28, som bruker begrepet metakognisjon om disse målene (Meld. St. 28 (2015-2016), s. 39). Læreplan i matematikk 1.-10. trinn viser til følgende relevans og sentrale verdier i matematikkfaget:

> «Matematikk skal bidra til at elevane utviklar evne til å jobbe sjølvstendig og samarbeide med andre gjennom utforsking og problemløysing, og kan bidra til at elevane blir meir bevisste på si eiga læring. Når elevane får høve til å løyse problem og meistre utfordringar på eiga hand, bidreg dette til å utvikle uthald og sjølvstende.» (Utdanningsdirektoratet, 2020, s. 2).

Her forstår jeg av læreplanen at utforskning og problemløsning er velegnede metoder for å fremme metakognisjon hos elevene. Med dette som grunnlag mener jeg at dette temaet både er relevant og interessant å studere nærmere i en forskningssetting.

Ut ifra dette har jeg laget to forskningsspørsmål som denne studien tar utgangspunkt i:

> 1: Hva slags metakognitive aktiviteter kan observeres blant 9. trinns elever som arbeider med problemer i matematikk?

Til dette spørsmålet kommer jeg til å avgrense de metakognitive aktivitetene ved et analyseskjema som presenteres senere i oppgaven.

> 2: Hvilke konsekvenser av metakognitive spørsmål kan observeres i elevenes arbeid med problemløsningsoppgaver?

Her kommer jeg til å lage metakognitive spørsmål ut ifra problemløsningsoppgavene som blir gitt til elevene. Ut ifra elevenes respons vil det bli laget kategorier av konsekvenser.

Metakognisjon er et komplekst begrep som er mye omtalt i matematikkdidaktisk forskningslitteratur. Begrepet kan likevel være vanskelig å forstå. Schoenfeld publiserte i en av sine artikler en forenklet definisjon av metakognisjon, nemlig «å tenke på å tenke» (Schoenfeld, 1987, s. 189). Altså at vi skal være bevisste på egen tankegang.

Videre i denne studien skal dere få presentert tidligere forskning på metakognisjon i matematikkdidaktisk sammenheng, teoretisk rammeverk for metakognisjon og problemløsning, og dere skal bli tatt igjennom et metodekapittel som vil beskrive undervisningseksperimentet som ble gjennomført i detalj, i tillegg til at det blir opplyst om oppgavens gyldighet og pålitelighet, samt forskningsetiske betraktninger. Resultat og analysedelen har fått en stor plass i denne studien. Dette for at dere skal få tilstrekkelig med tillitt til analysen som er gjort. Avslutningsvis vil dere finne en drøftingsdel som tar for seg deler av resultatene, og til sist rundes det hele av med konklusjon og implikasjoner.

2.0 Tidligere forskning

I denne delen skal vi se nærmere på tidligere forskning som er gjort om metakognisjon og matematikk. Vi skal se på ulike intervensjoner som er gjort med metakognitiv trening i matematikk og litt om hva disse intervensjonene innebærer.

Det finnes mye forskning som viser at metakognisjon har en positiv effekt på matematiske prestasjoner (Dignath & Büttner, 2008; Kramarski & Mevarech, 2003; Perels et al., 2005). Vi skal videre se på noen av disse studiene.

Flere intervensjonsstudier er gjort for å sammenligne elever som har fått metakognitiv opplæring innenfor matematikk, og elever som ikke har det. En undervisningsmetode som det er skrevet mye om, og er brukt til akkurat dette er «IMPROVE» metoden. Den går ifølge Mevarech og Fridkin (2006) ut på å gi elevene god instruksjon i hvordan en kan løse oppgaver der en stiller metakognitive spørsmål til seg selv. Lærer viser hvordan dette gjøres ved å løse en oppgave. Elevene øver deretter på å stille seg selv disse forståelsesspørsmålene mens de løser oppgaver (s. 91). Studien som refereres til her var en sammenligningsstudie mellom vanlig undervisning og undervisning med IMPROVE metoden. Den ble utført på voksne elever med en snittalder på 22 år. Etter en treningsperiode på 12 timer i uka i en måned viser resultatene at det er signifikant forskjell på metakognitive aktiviteter hos elever som har fått trening i å stille seg selv metakognitive spørsmål. Studien viste også en signifikant forskjell på gruppene i forhold til matematisk kunnskap og matematisk resonnering, der IMPROVE gruppen skåret best (Mevarech & Fridkin, 2006).

En intervensjonsstudie gjort av Kramarski og Meverach (2003) så på effekten av samarbeidslæring og metakognitiv trening i forhold til matematisk resonnering i 8. klasse. De sammenlignet fire grupper med ulik form for læring. Forskningen tok sted i undervisningstimer der lærer hadde en liten gjennomgang, før elevene arbeidet frem til læreren hadde en oppsummering på slutten av økten. Gruppene var delt inn i individualisert læring, samarbeidslæring, individualisert læring og metakognitiv trening, og til sist samarbeidslæring og metakognitiv trening.

Den metakognitive treningen gikk ut på å stille ulike spørsmål delt inn i tre kategorier. Forståelsesspørsmål, strategiske spørsmål og tilknytningsspørsmål. Spørsmålene var skrevet på samme arket som oppgavene de skulle løse. Forståelsesspørsmål kan eksempelvis være «hva er omkrets?». Det er meningen at en skal reflektere over et problem før en løser det. Strategiske spørsmål stilles som hjelp til å vurdere hvilken strategi som er passende, hvorfor den er det, og hvordan den kan brukes. Tilknytningsspørsmålene hjelper en til å tenke over likheter og forskjeller mellom denne og tidligere oppgaver en har løst (Kramarski & Mevarech, 2003, s. 286).

Resultatene viser at elevene med metakognitiv trening hadde bedre matematiske prestasjoner, og hadde bedre skriftlige forklaringer, og at samarbeid + metakognitiv trening var den aller beste kombinasjonen (Kramarski & Mevarech, 2003, s. 302). Studien viser også at elever med metakognitiv trening var flinkere til å overføre kunnskap, i denne studien fra graftolking til å kunne tegne en graf selv, noe som var nytt for dem. Kramarski et al. refererer til flere studier som bekrefter at elevene kobler ny og gammel kunnskap gjennom metakognitiv trening (Kramarski & Mevarech, 2003, s. 303).

Min studien er på mange måter ulik Kramarski og Meverach (2003) sin studie selv om spørsmålskategoriene er hentet fra. Altså forståelse-, strategiske- og tilknytningsspørsmål. I denne studien ser vi på hvilke metakognitive aktiviteter som finnes hos elevene, og hvilke konsekvenser spørsmålene gir uten at elevene har fått metakognitiv opplæring.

En studie fra 2005 sammenlignet en før og etter test ved problemløsningstrening, selvregulerings trening, problemløsning + selvreguleringstrening, og en kontrollgruppe uten noe form for trening ved elever på ungdomsskoletrinn. Resultatene viser at en kan forbedre både kompetanse innenfor selvregulering og problemløsning ved selvregulerende komponenter. Selvreguleringskompetansen hadde størst og best utvikling ved kombinert trening. (Perels et al., 2005, s. 136).

Metakognitiv kunnskap oppstår ikke av seg selv hos alle ifølge De Jager et al. (2005, s. 180). Flere studier viser også til at det tar tid å implementere metakognisjon som en rutine for elevene. Et eksempel på dette er studien som er knyttet til selvregulering der metakognisjon er en sentral komponent (Dignath & Büttner, 2008).

Schoenfeld har i en artikkel om metakognisjon skrevet om fire undervisningsmetoder han bruker for å utvikle metakognitive ferdigheter hovedsakelig laget til problemløsning. Den ene metoden han brukte gikk ut på å la elevene arbeide med problemløsningsoppgaver i små grupper. Mens de løste oppgavene gikk han rundt og stilte spørsmål til gruppene. Han brukte de samme tre spørsmålene hver gang: «Hva gjør dere, hvorfor gjør dere det, og hvordan kan dette hjelpe dere?» (Schoenfeld, 1987, s. 206), egen oversettelse. I starten var de ikke så gode til å svare på spørsmålene, spesielt ikke de to siste. Etter hvert som de hadde fått de samme spørsmålene flere ganger ble det dannet en forventning om at Schoenfeld kom til å stille disse spørsmålene. Dette førte til at elevene formulerte et svar til disse spørsmålene før han hadde stilt dem, og spørsmålene var blitt innøvd og automatisert hos elevene (Schoenfeld, 1987, s. 205-209).

Schoenfeld (1987) så behovet, og publiserte i 1987 en oppklaringsartikkel om metakognisjon. I 1992 kommenterte han at begrepet metakognisjon sammen med begrepet problemløsning var to populære begrep som var vel gjennomarbeidet, men samtidig så lite forstått (Schoenfeld, 1992, s. 336). Mange lærere mangler kunnskap om metakognisjon ifølge Veenman et al. De trenger ikke bare kunnskap om metakognisjon, men også kunnskap om hvordan de kan anvende det i undervisningen (Veenman et al., 2006, s. 10). Selv om Veenman et al. antakelig har hentet dataene fra Nederland er det ikke utenkelig at det samme gjelder i Norge.

I denne studien skal vi se på hvilke metakognitive aktiviteter som kan observeres blant 9. trinns elever, samt om elevene uten å ha fått instruksjon eller trening i metakognitive spørsmål kan dra nytte av spørsmålene.

3.0 Teoretisk perspektiv

I denne delen får dere presentert begrepet metakognisjon. Selvregulert læring vil bli knyttet opp til metakognisjon for å gi en større forståelse. Til sist vil det bli presentert hva problemløsning er, og hvilke steg Pólya inkluderer i problemløsningsprosessen.

3.1 Metakognisjon

Metakognisjon er et begrep som kan deles opp i meta og kognisjon. For å forstå begrepet bedre kan vi starte med å definere kognisjon. Kognisjon handler eksempelvis om egen hukommelse, kunnskap og forståelse, altså tanken og det vi oppfatter (Håkonsen, 2014, s. 53). Er du god til å huske, så har du god kognisjon. Forståelse kan være en del av den kognitive funksjonen logiske evner, som igjen kan innebære hvor godt eller fort du tilegner deg begreper, hvor godt du resonnerer, om du er teoretisk god innenfor noen områder, eller hvilke problemløsningsferdigheter du har. Kognisjon vil altså si hva vi tenker, erkjenner eller oppfatter.

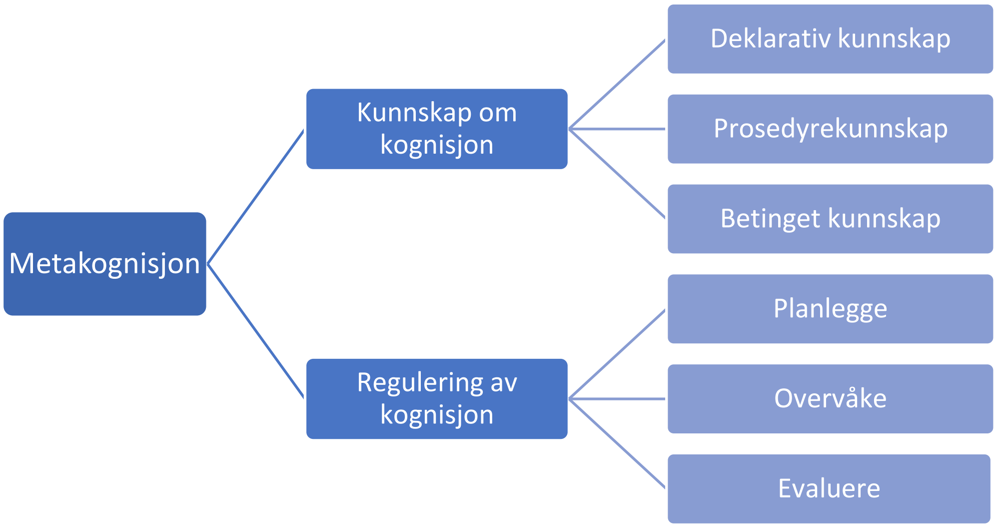
Meta er et begrep som kan ha flere betydninger, men i denne sammenhengen handler det om å se seg selv utenfra. Det vil si at en ser på seg selv i forhold til kognisjon. Videre skal du få presentert noen definisjoner på metakognisjon.

Begrepet metakognisjon ble ifølge Kramarski et al. (2003) først brukt av psykologen Flavell. Han definerte det som «*kunnskap og erkjennelse om kognitive fenomen*» (egen oversettelse) (Flavell, 1979, s. 906). Det vil si at en er bevisst og gjerne reflekterer over eksempelvis egen hukommelse, kunnskap og forståelse eller over hvordan man lærer. Dette kan innebære egen begrepsforståelse, resonnement, teoretisk intelligens og problemløsning. Med andre ord kan en si at en reflekterer over eksempelvis hva en kan, hva vet jeg at jeg ikke kan, hva gjorde jeg sist jeg løste et lignende problem? Ut fra Flavells definisjonen er det flere som har tatt i bruk en forenklet definisjon, «å tenke på å tenke» (egen oversettelse) (Cheng & Chan, 2021, s. 12; Lai, 2011, s. 4; Schoenfeld, 1987, s. 189). Helt fra starten av 1980-tallet har begrepet vært populært, og blitt mer og mer omtalt i undervisningslitteratur, der i blant matematikkundervisningslitteraturen (Schoenfeld, 1992, s. 336).

Metakognisjon bunner i et konstruktivistisk perspektiv som blant annet Schoenfelds litteratur bærer preg av (Schoenfeld, 1992, s. 340). Også denne studien vil ha et konstruktivistisk perspektiv med fokus på individets tanker. I det konstruktivistiske perspektivet ligger det en forståelse av at en må ta en aktiv rolle i kunnskapsinnhentingen selv, og ikke bare passivt motta informasjon (Säljö & Moen, 2001, s. 57). Det er nettopp dette som ligger til grunn i metakognisjon, at en skal være bevisst på sin egen tenking og læring. Det som skiller konstruktivismen fra sosialkonstruktivismen er at det kun er fokus på individets tanker, og ikke hvordan individer samhandler. Selv om informantene i denne studien arbeidet sammen i en gruppe er det de uttrykte tankene deres som er i fokus, og ikke gruppedynamikken.

Det finnes ulike modeller for metakognisjon, og flere har blitt videreutviklet igjennom tidene. Etter Flavells modell kan vi dele metakognisjon inn i fire deler. Metakognitiv kunnskap, metakognitiv erfaringer, kognitive mål/oppgaver og kognitive handlinger/strategier (Flavell, 1979, s. 906). Schraw & Dennison (1994) har sammen med andre videreutviklet modellen til blant annet Flavell og Brown. Det er Schraw sin modell vi videre skal ta utgangspunkt i, og som er fremstilt i Figur 1.

Metakognisjon refererer ifølge Schraw og Dennison til refleksjon, forståelse og kontroll over egen læring (Schraw & Dennison, 1994, s. 460). Her deles metakognisjon inn i to underkategorier, kunnskap om kognisjon, og regulering av kognisjon. Disse har hver sine tre underkategorier som blir forklart nærmere i neste avsnitt. **Figur 1** viser Schraw & Dennison modell fra 1994 fremstilt av Cheng & Chan (2021, s. 16), egen oversettelse. De samme elementene er brukt i flere av Schraw sine publikasjoner etter 1994.



Figur 1. Fremstilling av Schraws modell for metakognisjon, av Cheng & Chan (2021), egen oversettelse..

Vi kan først se på de tre underkategoriene til kunnskap om kognisjon. Deklarativ kunnskap er etter Schraw et al. kunnskap om en selv som en lærende, og om hvilke faktorer som påvirker prestasjonene (Schraw et al., 2006, s. 114). Et eksempel på dette kan være om en elev ikke kan den lille gangetabellen i hodet, så vil den passe på å ha en kalkulator tilgjengelig for å ikke stå fast i slike utregninger, eventuelt at en beregner mer tid på å løse oppgavene enn sine medelever på grunn av at en må beregne med gjentatt addisjon.

Kuhn & Dean (2004) har en annen oppfatning av hva deklarativ kunnskap innebærer. De har en bredere forståelse av begrepet, og mener at deklarativ kunnskap er forståelse av egen tenking og kunnskap. Denne forståelsen rommer mer av kognisjonsbegrepet enn det Schraw inkluderer.

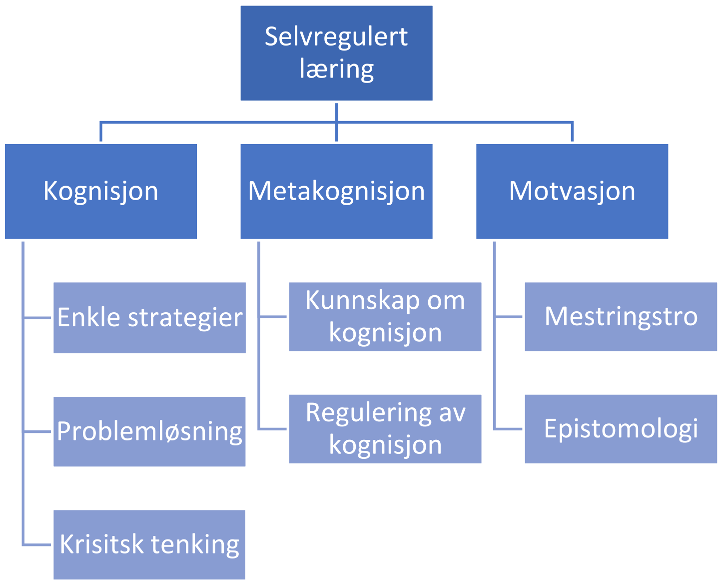
Prosedyrekunnskap vil si kunnskap om ulike strategier og prosedyrer en kan anvende ved løsning av ulike matematiske oppgaver. Det kan eksempelvis være at elevene har en løsning på hvor de kan få hjelp om de står fast – enten ved å spørre lærer/medelever, finne frem til litteratur om temaet, eller søke seg frem til en forklaringsvideo. Eller så kan det være strategier for hvordan de kan sjekke at et svar er riktig ved at de gjør kontrollberegninger av ulike slag.

Den siste underkategorien, betinget kunnskap bli ikke brukt i så mange andre modeller enn Schraw sin. Ifølge Schraw et al. er dette kunnskap om hvorfor, hvordan og når en skal bruke ulike strategier (Schraw et al., 2006, s. 114). Med andre ord handler denne kategorien om at elevene kan bruke hensiktsmessige strategier, og tar et bevisst valg for de ulike strategiene. Det er tenkelig at andre modeller inkluderer denne siste underkategorien i prosedyrekunnskap.

Videre skal vi se på underkategoriene til regulering av kognisjon. Planlegging er den første underkategorien. Det handler blant annet om å anvende passende strategier, få en oversikt over hva oppgaven innebærer og hvilke ting en må lære seg eller finne ut av før en starter, hvilke strategier som er passende å benytte seg av, sette mål, kanskje flere delmål, og beregne nok tid (Harrison & Vallin, 2018, s. 34; Schraw et al., 2006, s. 114). Neste underkategori er overvåking. Med dette menes det å ha kontroll før under og etter eksempelvis oppgaveløsing, og hvor du er i forhold til planen. Er du på riktig vei i forhold til hva oppgaven spør om? Finnes det en bedre måte å løse oppgaven på, eller en bedre strategi å bruke? Har du forstått alle elementene av oppgaven og i din egen løsning? Siste kategori er evaluering. Her vurderer en sluttproduktet, og drar lærdom av eventuelle justeringer. Kanskje må en endre på hypotesen en satte seg, endre på beregninger eller valg som er gjort (Harrison & Vallin, 2018, s. 34; Schraw et al., 2006, s. 114).

For å plassere metakognisjon i et større perspektiv ønsker jeg å inkludere selvregulert læring. Det er antagelig flere lærere som vet hva selvregulert læring er, enn hva metakognisjon er. Innledningsvis refererte jeg til LK20, om matematikkfagets relevans og sentrale verdier. Denne delen av læreplanen skriver blant annet at elevene skal bli selvstendige og bevisste på sin egen læring (Utdanningsdirektoratet, 2020, s. 2). Dette tror jeg mange vil regne som selvregulert læring, men jeg begrunnet også innledningsvis at disse punktene dreier seg om metakognisjon.

Selvregulert læring inneholder tre komponenter. **Figur 2** viser modellen av selvregulert læring til Schraw et al. (2006, s. 113), egen oversettelse. Her ser vi at kognisjon, metakognisjon og motivasjon er elementene i selvregulert læring. Kognisjon er de tankene og erfaringene en har, som kan vises gjennom enkle strategier, problemløsning og kritisk tenking. Metakognisjon handler om å se seg selv utenfra når en arbeider med det kognitive. I tillegg er motivasjon en viktig del av selvregulert læring. I mestringstro ligger det tro på at en klarer å løse en oppgave. Om du ikke har mestringstro kan du stå i fare for å gi opp, og dermed ikke være selvregulert. Epistemologi innenfor motivasjon kan blant annet være at du ser verdien i å fullføre eller mestre. Enten fordi dette er noe du har bruk for, eller fordi det vil gi deg bedre resultater. Elever liker bedre å arbeide med realistiske matematikkoppgaver, og gjerne noen som de vet at de får bruk for, kontra drilloppgaver. Dette kan ha en sammenheng med motivasjonen og hva de erkjenner som viktig.



Figur 2. Modell av komponentene i selvregulert læring av Schraw et al. (2006), egen oversettelse.

Noen av artiklene i kapittelet om tidligere forskning har tema selvregulert læring, og ikke metakognisjon. Disse er likevel relevante artikler da metakognisjon er en stor del av selvregulert læring.

3.2 Problemløsning

I denne studien er det brukt problemløsningsoppgaver som utgangspunkt for datainnsamlingen. Det vil derfor være naturlig å trekke inn teori om problemløsning. Videre vil det bli presentert hva som regnes som problem, samt Pólyas fire trinn for problemløsning.

Innenfor matematikk er problemløsning et vidt begrep. En oppgave blir kalt et problem dersom den som skal løse det ikke umiddelbart kan se en løsning fordi den ikke har en innarbeidet prosedyre for å løse oppgaven. Det er, eller oppleves som en ny situasjon for den som skal løse problemet (Szetela & Nicol, 1992). Det vil altså si at for et førskolebarn kan en problemløsningsoppgave være så enkel som 2 + 2, men så fort eleven har lært fremgangsmåten for å løse et slikt problem kan det ikke lenger kalles et problem. Problemløsningsoppgaver på ungdomsskolenivå er gjerne tekstoppgaver som kan virke forvirrende for flere, eller sammensatte oppgaver som en ikke har rutine for å løse sammenlignet med drilloppgaver (Schoenfeld, 1992).

Pólya har i boka «How to solve it» (1971) laget en liste med fire steg for problemløsning som videre presenteres.

1. Forstå problemet
Dette punktet handler først og fremst om at elevene skal forstå hva problemet går ut på. Dette innebærer for eksempel å vurdere hva som er den ukjente størrelsen som skal finnes. Man må videre trekke ut relevant informasjon som problemformuleringen gir, og vurdere om det finnes flere måter å tolke problemet på. Pólya råder oss til å lese problemformuleringen flere ganger, og gjerne lage en skisse der kan fylle inn informasjonen (Pólya, 1971, s. xxxvi).

2. Lage en plan
Før en går i gang med planleggingen kan det være lurt å tenke tilbake på tidligere problem. Om strategier eller metoder som er brukt for å løse andre problem kan passe inn i dette problemet kan disse inkluderes i planen. Dersom problemet er helt ukjent råder Pólya oss til å lage et forenklet problem. Dette kan for eksempel være å generalisere noe, eller sette inn enklere verdier. Å dele oppgaven inn i flere delproblemer er også en løsning, der en kan fokusere på ett delproblem av gangen (Pólya, 1971, s. xxxvi-xxxvii). Herbjørnsen legger til at systematisk arbeid er viktig. Det vil si at en eksempelvis har en liste over ulike muligheter og løsninger (Herbjørnsen, 2006, s. 53).

3. Følge planen
Dette innebærer å passe på at en har fått med seg alle delene av planen (Pólya, 1971, s. xxxvii).

4. Se tilbake
Å se tilbake vil si at en evaluerer fremgangsmåten og resultatet. En måte å gjøre dette på er å sjekke at resultatet er riktig, og se om argumentasjonen eller fremgangsmåten stemmer i forhold til det oppgaven spør etter. Å se tilbake innebærer også en refleksjon rundt om en kan bruke metoden eller resultatene i andre oppgaver. Finnes det andre måter å løse oppgaven på kan disse testes ut som en del av evalueringen (Pólya, 1971, s. xxxvii).

Om vi sammenligner Pólyas fire steg for problemløsning med teorien om metakognisjon ser vi at alle disse punktene passer inn under metakognitive aktiviteter. Det er altså mange likheter mellom problemløsbing og metakognisjon. Ett av argumentene Schoenfeld bruker for hvorfor det er viktig å arbeide med metakognisjon er nettopp det at god problemløsning krever at du effektivt bruker det du kan eller vet (Schoenfeld, 1987, s. 190). Med andre ord er det bra å ha reflektert eller være bevisst på din egen kognisjon, altså å tenke metakognitivt, for å lettere løse et problem. Sammenhengen mellom metakognisjon og problemløsning kan også være en del av forklaringen til Perels et al. sin forskning, som vi leste under tidligere forskning, at en kan styrke selvregulerende ferdigheter både med selvreguleringstrening og problemløsnings trening (Perels et al., 2005).

I studiens innledning så vi at læreplanen i matematikk viste til utforskning og problemløsning som metoder som kanskje kan fremme selvstendighet og bevissthet på egen læring (Utdanningsdirektoratet, 2020, s. 2). Under fagets kjerneelementer har utdanningsdirektoratet spesifisert hva de legger i problemløsning. De skriver blant annet at strategiene er viktige for problemløsning og at algoritmisk tenking er viktig i denne prosessen. Det vil si at en bryter ned problemet i mindre deler, og løser disse systematisk. Etter at en har løst et problem bør en også sjekke om svaret er riktig i forhold til det oppgaven spør etter (Utdanningsdirektoratet, 2020, s. 2).

4.0 Metode
I denne delen skal jeg gjøre rede for forskningsmetoden som er valgt, og begrunnelsen for noen av de metodologiske valgene som er gjort. Det redegjøres for hvordan undervisningseksperimentet ble gjennomført, hvordan dataen ble samlet inn, og hvilke analysemetoder som ble brukt. Til sist drøftes studiens pålitelighet, gyldighet og etiske betraktninger rundt metodevalgene.

4.1 Forskningsparadigme og strategi
I denne studien har jeg benyttet en kvalitativ forskningsstrategi. Det innebærer å legge vekt på ulike typer utsagn, og ikke kvantiteten av disse. Kvalitativ forskning blir ofte brukt når en ønsker å komme dypere inn i menneskers tanke og oppfatning, og da gjerne via observasjon, intervju eller samtaler med informantene (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 99). I min forskning er observasjon en naturlig tilnærming som vi skal begrunne videre nedenfor. Studien er basert på hva jeg observerer, og hvordan jeg tolker dette. Det er derfor naturlig å plassere studien i et interpretivistisk paradigme, da det er vanskelig å komme utenom subjektiv påvirkning på dataen og dataanalysen (Bryman, 2016). Min rolle som observatør kommer vi tilbake til under delkapittelet gjennomføring. Videre skal vi gå mer inn på hvilken type studie som er gjennomført, og hvordan dette gikk for seg.

4.2 Undervisningseksperimentet
For å velge et passende forskningsdesign har jeg tatt utgangspunkt i forskningsspørsmålene, og sett hvilket design som egner seg best. For å se hvilke metakognitive aktiviteter elevene anvender vurderer jeg observasjon som en godt egnet metode. Jeg anvender videre metakognitive spørsmål (se vedlegg 9.3 og 9.4) for å se hvilke konsekvenser disse gav for elevenes metakognitive aktivitet. Jeg har karakterisert min studie som et undervisningseksperiment med bakgrunn i Steffe & Thompson (2000) som krever at det inneholder en sekvens av undervisning, en lærerrolle, og mer enn en elev. Undervisningen og lærerrollen i dette tilfellet vil være de metakognitive spørsmålene som blir stilt underveis av en deltakende observatør. Det forekommer en gjennomgang av alle oppgavene på slutten av hver økt for å ivareta elevenes læring, som også kan knyttes opp til undervisning og lærerrollen. Det er også ønskelig med et vitne, eksempelvis en ekstra observatør (Steffe & Thompson, 2000, s. 273). Alle krav er oppfylt med unntak av å ha et vitne. Likevel ser jeg på det som passende å kalle designet for undervisningseksperiment.

4.2.1 Måling av metakognisjon.
Det er utfordrende å kartlegge omfanget av metakognitiv aktivitet da dette er individets tanker, og som oftest ikke noe som blir verbalt uttrykt. En studie gjort av Veenman og van Cleef (2019) viser til «off-line» og «on-line» metoder for å måle metakognitiv aktivitet i matematikk. On-line metoder er eksempelvis observasjon og tenk høyt metode under

oppgaveløsing, mens off-line metoder kan eksempelvis være spørreskjema i etterkant av at en elev har løst en oppgave. Studien konkluderer med at on-line metodene kommer best ut basert på å måle metakognitiv aktivitet hos elevene sammenlignet med matematikkprestasjon (Veenman & van Cleef, 2019, s. 700). Det vil altså si at det er best å samle inn data under løsningsprosessen, og ikke via et spørreskjema i etterkant. Derfor er det i min studie benyttet observasjon som verktøy for datainnsamlingen. For å få mest mulig ut av observasjonen arbeider elevene sammen i en gruppe. Da blir elevene i større grad enn i individuelt arbeid nødt til å uttrykke tankene sine, og vi kommer dypere inn i elevenes tanker.

4.2.1 Problemløsningsoppgaver

Oppgavene som ble benyttet i eksperimentet var knyttet til tema plangeometri som elevene nylig hadde gjennomgått. Innenfor dette temaet ble det gjort et utvalg der problemløsningsoppgavene skulle gi meg rom for å stille metakognitive spørsmål mens elevene arbeidet med oppgavene. Oppgavene ble designet etter inspirasjon fra ulike læreverk for ungdomstrinnet og annen matematikkdidaktisk litteratur. Oppgavene ligger som vedlegg 9.2. De vil også bli presentert i resultat- og analysedelen.

4.2.2 Metakognitive spørsmål

De metakognitive spørsmålene ble utformet på forhånd. Spørsmålene ble laget i kategoriene forståelsesspørsmål, strategiske spørsmål, og tilknytningsspørsmål inspirert av Kramarski og Meverach (2003). Noen av spørsmålene var av generell karakter mens andre var utformet til en bestemt oppgave. Eksempel på forståelsesspørsmål som ble brukt: «hva er omkrets?» og «hva vet du om denne figuren, er det noe spesielt med figuren?». Strategiske spørsmål kan eksempelvis være: «hvordan skal dere gå frem for å løse oppgavene?» og «hvorfor er dette en god strategi?». Til sist har vi tilknytningsspørsmål som «ligner denne oppgaven på noe dere har gjort tidligere, eller ser dere en sammenheng med noe dere har lært tidligere?» og «ville dere gjort noe annerledes neste gang dere skal løse et lignende problem?». Spørsmålene ligger som vedlegg 9.3 og 9.4.

4.3 Utvalg

Studiens informanter er elever i 9. trinn ved en skole i Sør-Norge. Disse elevene ble valgt ut fra min tidligere kontakt med skolen. Informantene bestod av en gruppe elever som ble valgt ut fra utvalgskriteriet at de måtte være en del av de som samtykket til å være med i forskningen. Grunnet Covid pandemien var det ikke flere enn tre aktuelle kandidater som var til stede da datainnsamlingen skulle finne sted. Det var de samme elevene som deltok i alle øktene.

4.4 Gjennomføring

Datainnsamlingen strakte seg over en periode på en uke der elevgruppen på 3 elever ble tatt ut av klassen i til sammen tre matematikktimer på 60 min hver. Elevene sammen med forsker ble plassert på et grupperom med et langbord og flere stoler rundt. I enden av bordet var det plassert et videokamera. De ble gjort oppmerksomme på hva som skulle skje i denne økten, og hvilke andre dager de skulle møte opp.

Videoopptaket startet, og elevene fikk utlevert en oppgave. I hver økt fikk de to hovedoppgaver som kunne inneholde flere deloppgaver. Det var en progresjon i mengden metakognitiv påvirkning elevene fikk for hver økt. Første økt løste de oppgaver uten påvirkning av observatør, men det var observatør som igangsatte, avsluttet og gjennomgikk oppgavene i etterkant. Observatøren opptrådde følgelig som en observatør som deltar (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 115). I andre økt stilte jeg elevene noen metakognitive spørsmål underveis, og i tredje økt fikk de enda flere metakognitive spørsmål mens de løste oppgavene. Observatørrollen i disse timene ble derfor deltakende observatør.

4.4.1 Transkripsjon

Videoene ble i ettertid transkribert. Her ble det brukt noen kodingsnøkler som kommer til syne i resultatdelen. Kodingsnøkklene er som følger: Ø1, Ø2, og Ø3 står for nummeret på økten som ble gjennomført. De metakognitive spørsmålene har referansenummer som for eksempel 3.1, 3.2 som dere kan finne igjen i vedleggene. Nummereringen starter alltid med oppgavenummer etterfulgt av spørsmålsnummer, altså spørsmål 1 og spørsmål 2 knyttet til oppgave 3 i eksempelet over. Sitatene er markert med øktnummer, tidspunkt i videoen, og et fiktivt navn på eleven som kommer med utsagnet. (Ø1 01:58) Åse: «*Jeg skjønner ikke oppgaven*» er et eksempel der dere ser øktnummer og tidspunkt i videoen i parentesen før et navn og selve utsagnet. Elevene er anonymisert etter retningslinjene til NSD, samt etter foreldrenes samtykke. Forsker og observatør er synonymer i denne studien. Øvrige koder er:
(-) = hører ikke hva som blir sagt
… = pause
(…) = her sies det noe mer i samme frase.

Samtidig som transkriberingen fant sted ble det også foretatt en grov analyse som vi skal se nærmere på i neste delkapittel.

4.5 Analyse

I denne delen skal vi se nærmere på hvordan datamaterialet ble analysert. I analysen er det tatt utgangspunkt i dataen som kan observeres visuelt av de handlingene elevene gjør, eller det de verbaliserer. Observasjonene analyseres ved hjelp av et analyseskjema for metakognitive aktiviteter.

Det finnes flere taksonomier og modeller for metakognitive aktiviteter både generelt, og innenfor matematikk. En mye brukt taksonomi eller selvrapporteringsskjema er «Metacognitive Awareness Inventory (MAI)». Denne består av 52 spørsmål som har utgangspunkt i metakognitiv teori med inndelingene kunnskap og regulering (Harrison & Vallin, 2018). En annen oversikt over metakognitive aktiviteter er gitt av Meijer et al. (2006). Den oversikten er delt inn i generelle aktiviteter, aktiviteter som er spesielle for problemløsning, og noen som er spesielle for studering av tekst. Disse to modellene har til felles at de er store, og har detaljerte kjennetegn på aktivitetene. I denne studien blir det benyttet en mindre analysemodell som gir større og åpnere kategorier, noe som ikke utelukker aktivitetene i de nevnte modellene, men som gir et litt mer generelt bilde.

Orientering, planlegging, evaluering og refleksjon er hovedkategoriene av metakognitive aktiviteter brukt i denne studien. De er hentet fra Veenman & van Cleef (2019, s. 696). Denne inndelingen bygger på større inndelinger tilpasset matematikk. Tabell 1 viser hvilke hovedkategorier og underkategorier analyseskjemaet er delt inn i. Til venstre i hver kolonne finner dere en kodingsnøkkel som ble plassert i transkripsjonen der det ble gjort funn av tilsvarende metakognitiv aktivitet.

Tabell 1: Analyseskjema for metakognitive aktiviteter. Hentet fra Veenman & van Cleef, 2018, s. 696. Egen oversettelse.

Orientering		**Planlegging**		**Evaluering**		**Refleksjon**	
O1	Aktivere forkunnskaper	P1	Lage handlingsplan	E1	Oppdage og reparere feil	R1	Trekke konklusjoner ved referering til oppgavetekst.
O2	Analysere problem (oppgaveanalyse)	P2	Arbeide i henhold til planen	E2	Overvåke fremdrift	R2	Rekapitulere problemløsningens prosess
O3	Sette mål	P3	Tidsstyring	E3	Sjekke utfall	R3	Lære av oppgaven for fremtidige anledninger
O4	Estimere resultat						

Etter transkriberingen fikk jeg et inntrykk av hvilke metakognitive aktiviteter som finnes hos et utvalg av 9. klasse elever. Transkripsjonene og analysen ble i gjennomgått flere ganger, men av samme person hver gang. Det er derfor mulig at noen aktiviteter kan være oversett, eller at min tolkning kan være annerledes enn din. I resultatdelen vil jeg vise hvordan jeg har tenkt i min analyse. Det er viktig å understreke at denne studien ikke tar høyde for kvaliteten av utsagnene, heller ikke kvantiteten av dem. Her ser man bare hvilke metakognitive aktiviteter som finnes.

Til å svare på forskningsspørsmål 2, hvilke konsekvenser de metakognitive spørsmålene gir, har jeg ut ifra elevenes respons delt inn i tre kategorier; ingen respons, metakognitiv aktivitet og videre hjelp i problemløsningen. Det ble sett på konsekvensen av hvert spørsmål som ble stilt.

4.6 Gyldighet og pålitelighet

Ifølge Postholm & Jacobsen (2018) kan gyldighet (validitet) deles inn i to deler. Ytre og indre gyldighet. Den ytre gyldigheten handler om en kan overføre resultatet til andre kontekster. Indre gyldighet handler om funnene er gyldige for de en har studert, om en har funnet noen årsaker og kan konkludere med et årsak/virkning forhold, eller om en faktisk har data for å mene det en påstår eller konkluderer med (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 223).

I og med at dette er en kvalitativ studie med tre informanter har studien lav ytre gyldighet. Dataen jeg har samlet inn var nok i stor grad påvirket av både oppgavetypene, elevenes forkunnskaper, og tryggheten både informantene mellom, og mellom forsker, informantene, og videokameraet. Andre oppgavetyper ville kanskje gitt et annet utslag. Det samme med andre elever som har hatt en annen opplæring med et annet fokus. I tillegg er det vanskelig å måle metakognisjon da dette er en prosess som ikke nødvendigvis er naturlig å verbalisere. Det er derfor ikke urimelig å anta at det har foregått mer metakognisjon hos elevene enn hva som har blitt registrert i denne studien.

Den indre gyldigheten er høyere enn den ytre. Hadde en gjort det samme igjen med de samme elevene, eventuelt en ny gruppe fra den samme klassen kan det tenkes at resultatet ville bli nokså likt. Elevene har fått samme undervisning, og de individuelle forskjellene kunne blitt utfylt av hverandre som gruppe. Likevel har en ikke belegg for å si noe om hvorvidt undervisningen har noe å si for resultatene, og dermed kan vi heller ikke si noe om årsak/virkning forhold.

Det kan være utfordrende å replikere kvalitative studier. Forskeren har en subjektiv påvirkning på både forskningsspørsmålene men også deltakerne i studien, i tillegg til at mennesker generelt er i utvikling og vil forandre seg (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 224). Likevel håper jeg at dere har fått tilstrekkelig med informasjon til å vurdere forskningen som pålitelig (reliabilitet). Selv om den ytre gyldigheten er lav kan det tenkes at gjenkjennbarheten i resultatene om metakognitive aktiviteter er til stede, og at denne studien kan danne grunnlag for videre forskning, eller vekke interesse for å justere egen undervisningspraksis til å inkludere metakognitiv undervisning.

4.7 Etiske betraktninger

Å forske på mennesker innebærer et stort etisk ansvar. I min studie har jeg forsøkt så godt det lar seg gjøre å respektere dette. Informantene ble tatt ut av klassen for å delta i forskningen. Oppgavene er valgt ut ifra hva elevene tidligere har holdt på med, noe som er i henhold til læreplanen, for å ivareta elevenes læring så godt som mulig. Etter hver økt ble oppgavene gjennomgått, og riktig løsningsforslag ble fremlagt slik at ikke elevene ikke skulle bli skadet i form av vranglære.

Prosjektet er innmeldt og godkjent av NSD. Da elevene er under 16 år er det foreldrene som må samtykke for at forskningen skal gjennomføres. Informasjonsskriv og samtykkeskjema ligger som vedlegg 9.1. Både elevene og skolen er anonymisert, og elevene har videre i denne studien fått fiktive navn for å ivareta personvernet i henhold til retningslinjene. Dataen som ble samlet inn ble lagret i et passord beskyttet område ved Universitetet i Agder i henhold til NSDs retningslinjer samt samtykkeskjemaet til foresatte.

5.0 Resultat og analyse

I denne delen vil det bli present noen utdrag fra datamaterialet for å eksemplifisere analysen som er gjort. Kapittelet er delt inn etter de ulike øktene, og øktene er igjen delt inn i analyseskjemaets overordnede kategorier. Hver økt har en oppsummerende del der dere vil få presentert en tabell som viser analysens resultat. Resultatene skal være et svar på forskningsspørsmålene:

1: Hva slags metakognitive aktiviteter kan observeres blant 9. trinns elever som arbeider med problemer i matematikk?

2: Hvilke konsekvenser av metakognitive spørsmål kan observeres i elevenes arbeid med problemløsningsoppgaver?

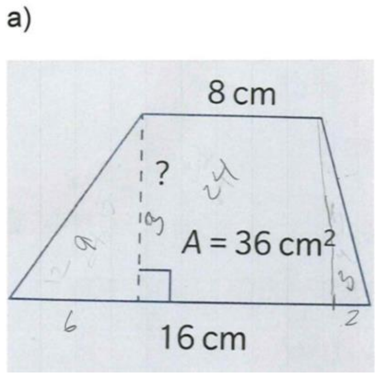
De to siste delkapitlene er delt inn etter forskningsspørsmålene der resultatene fra hver økt blir satt sammen. Her kommer det også frem en egen analyse av konsekvensene til spørsmålene som ble stilt i økt 2 og 3 for å bedre kunne svare på forskningsspørsmål 2.

5.1 Økt 1

I denne økten arbeidet elevene selvstendig som gruppe, og vi gjennomgikk besvarelsene etter at de var ferdig med alle oppgavene. Elevene fikk ingen metakognitive spørsmål underveis i denne økten.

5.1.1 Orientering

Her blir det presentert noen utdrag fra første økt som har blitt analysert til metakognitiv aktivitet under kategorien orientering hos elevene.



Figur 3: Økt 1, oppgave 1a med elevnotater. I denne oppgaven skal elevene finne høyden til trapeset.

Det første eksempelet på metakognitiv aktivitet er hentet fra en samtale om oppgave 1a. I denne oppgaven skal elevene finne høyden til trapeset. De har to mål i figuren å ta utgangspunkt i. For å løse denne oppgaven bør elevene finne formelen for å beregne arealet til et trapes. I utdraget av dialogen under har elevene nylig fått utlevert oppgaven. De er nå i fasen der de skal finne ut hva oppgaven går ut på, og hvordan de skal gå frem.

(Ø1 01:58) Åse: *«Jeg skjønner ikke oppgaven»*

(Ø1 01:59) Maria: *«Jeg skjønner oppgaven, men jeg forstår ikke (blir avbrutt av Åse)»*

(Ø1 02:01) Åse: *«Jeg forstår ikke hvordan man regner»*

(Ø1 02:02) Maria: *«Var det ikke sånn som lærer lærte oss, at vi skulle gjøre sånn her* (viser bevegelse med hendene), *sånn at man flytter den, sånn at det liksom blir som et rektangel»*

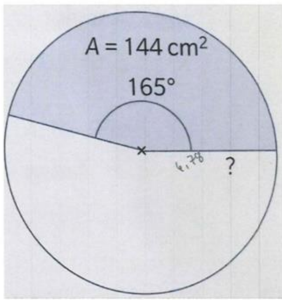
Her viser Maria i utsagn (Ø1 02:02) at hun aktiverer forkunnskaper ved å referere til lærerens tidligere forklaring for hvordan en kan beregne arealet til et trapes. Overordnet har jeg plassert utsagnet i kategorien *orientering* underordnet å *aktivere forkunnskaper.* Maria stiller spørsmål ved sin egen kunnskap. Utsagnene trenger ikke å være bastante for at de skal regnes som metakognitive aktiviteter.

Ikke lenge etter kommer Åse med et konkret mål for oppgaven. (Ø1 03:32) Åse: «*vi skal finne ut av hva kortsiden er*». Dette utsagnet plasseres i underkategorien å *sette mål*. Vi kan også vurdere om det er en del av underkategorien *oppgaveanalyse,* men på grunn av at Åse uttrykker presist hva oppgaven spør etter og hva de skal finne ut av har jeg valgt å analysere dette som O3, altså å *sette mål.*

Å *analysere problemet* eller *oppgaveanalyse* forekommer flere ganger i løpet av den første økten. Først skal dere få et eksempel på en analyse som har vurdert at dette ikke er en metakognitiv aktivitet. I oppgave 2a blir elevene bedt om å regne ut arealet av en ring avgrenset av to sirkler som de har fått oppgitt radiusen til. Ikke lenge etter de har fått oppgaven ser vi en kognitiv aktivitet hos Maria, som ikke regnes som et metakognitivt funn: (Ø1 25:40) «*Så den her er 3, og den er 5*». Dette sier hun mens hun peker på radiene, og får det bekreftet hos Åse. Målene hun har oppgitt er de samme som var oppgitt i oppgaveteksten. Utdraget er et eksempel på å spørre seg selv spørsmål for å oppnå forståelse av en tekst, og regnes som en kognitiv aktivitet (Cheng & Chan, 2021, s. 14). På en annen side kunne en ha sett på dette som en metakognitiv aktivitet dersom Maria hadde sagt dette for å pugge eller huske lengdene på radiene til en prøve.

Videre til et konkret eksempel på *oppgaveanalyse* henter vi fra oppgave 1c. I denne oppgaven skal elevene beregne radiusen til sirkelen. Oppgaven gir info om arealet til deler av sirkelen. For å løse denne oppgaven må elevene vite hvordan en beregner arealet av en sirkel. En måte å løse oppgaven på vil være å gå veien om 1 grad. Altså finne arealet til en grad før en finner arealet til hele sirkelen, og så bruke kunnskapen om formelen for areal til å beregne resultatet.

c)



Figur 4: Figur 3: Økt 1, oppgave 1c med elevnotater. Her skal elevene finne lengden på radiusen til sirkelen.

Elevene har lest oppgaven, og nevnt hva formelen for arealet av sirkelen er. Så sier Åse: (Ø1 09:32) «*ja, vi skal finne ut av den, og til sammen der så er det halve* (viser på figuren)». Igjennom videoen, og samtalen videre forstår vi at den halve hun snakker om er halve diameteren, altså radiusen. Maria stiller spørsmål om hva halvparten er, så Åse forklarer ytterligere: (Ø1 09:42) «*Vi skal finne ut av målet på den, og når vi alltid har målt sånn, så har vi alltid (-), og det der er radiusen, og da må vi bare finne ut av radiusen* *der*». Åse analyserer hva hun skal finne ut av, og vi kategoriserer utsagnet dermed som orientering underlagt oppgaveanalyse. Dette utsagnet er også analysert til å sette mål samt å aktivere forkunnskaper.

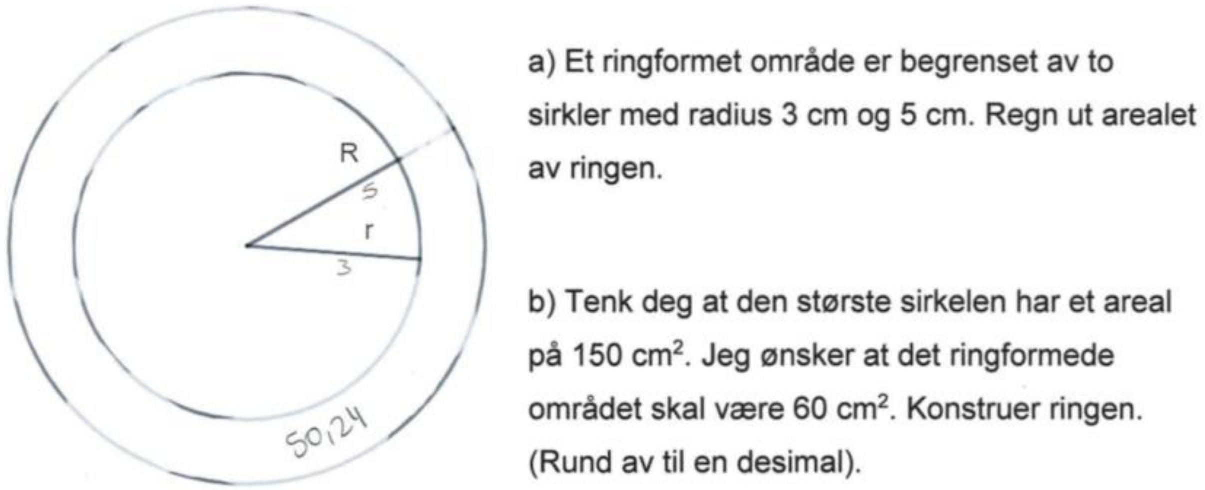
Siste underkategori innenfor orientering, *estimere resultat,* skal vi nå se et eksempel på. Utdraget under er hentet fra oppgave 1a. Etter å ha løst 1b og 1c går de tilbake til oppgave 1a. De har fortsatt ikke kommet frem til formelen for arealet av trapes.

> (Ø1 14:01) Åse: «*Ja, og så må vi egentlig bare prøve å regne som vi har gjort på alle de andre* (peker på oppgave b og c) *og prøve å bruke noen… ting*»
>
> (Ø1 14:08) Maria: «*mhm*»
>
> (Ø1 14:13) Maria: «*Hvis den er 12 da, hadde det gitt mening?*» (peker på høyden som er ukjent).
>
> (Ø1 14:17) Åse: «*Jeg tror ikke den er dobbelt så lang som den* (viser til lengden på 8 cm), *men jeg tror kanskje den er like lang som den, har du linjal*?»

Maria har sett på målene figuren gir, og *estimerer resultatet 12,* som vi kan se ved sitat Ø1 14:13 i dialogen. En kan vurdere om dette er en form for prøv og feil metode da Åse antyder dette i starten, og at det heller gir utslag i kategorien planlegging. Likevel ser vi at Åse avviser forslaget, og elevene beregner ikke videre med 12 som utgangspunkt. Vi kan derfor si at dette ikke er en prøv og feil metode, men at det heller er et forsøk på å estimere resultatet. Det er ikke funnet flere tegn til denne aktiviteten i første økt utenom de endelige svarene.

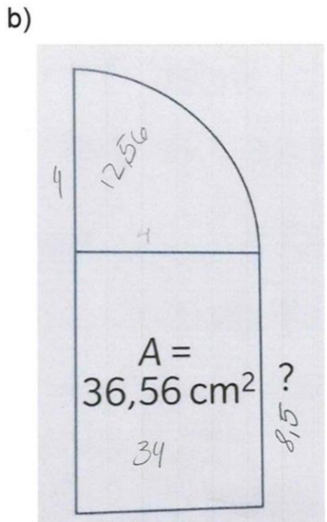
5.1.2 Planlegging

Gruppen har i denne økten gjort flere forsøk på å lage en handlingsplan til oppgavene. Den eneste gangen i denne økten det blir laget en *handlingsplan* på mer enn ett steg frem i tid er da elevene arbeider med oppgave 2a (se oppgaven under). Da sier Per følgende: (Ø1 26:51) «Vi skal regne ut, først må vi regne ut arealet av ringen, av hele greien, og så må vi ta minus arealet av det som er inni». Denne planen inneholder altså to steg. Videre følger han opp med konkrete regnestykket som må beregnes for å følge planen: (Ø1 27:04) *«så da må vi først ta pi * 5 * 5 og så pi * 3 * 3 og så tar vi minus».* Denne oppfølgingen plasseres i kategorien å *arbeide i henhold* til planen. Ut i fra beregningene får de 50,24 cm^2 som er riktig ettersom de beregnet pi med to desimaler.



Figur 5: Økt 1, Oppgave 2 a og b med elevnotater.

Vi skal nå se på et utdrag fra løsningen av oppgave 1b. I denne oppgaven skal elevene finne målet på lengden til den rektangulære delen av figuren. Hele figuren består av to deler, og arealet de har fått oppgitt rommer hele figuren. Jentene starter med prøv og feil metoden. Per griper inn med en ny plan:



Figur 6: Økt 1 oppgave 1b med elevnotater. De skal her finne målet på høyre sidelengde av den rektangulære delen.

> (Ø1 06:05) Per: «*Vi må finne ut hele den sirkelen, … og så dele på fire, for da finner vi hva arealet av den er*»
>
> (Ø1 06:12) Maria og Åse: «*ja*»
>
> (Ø1 06:15) Per: «*Det må vi gjøre først*»
>
> (Ø1 06:17) Åse: «*Da må vi ta em arealet av en sirkel er vel 3,14 * 3,14*»
>
> …
>
> (Ø1 06:29) Per: «*Pi * r * r, tror jeg*»

Det første utsagnet til Per er en konkret *handlingsplan* som ikke viser mer enn ett steg frem i tid. Åse gjør et forsøk på å følge planen ved å avgi formelen for arealet av en sirkel. Dette analyseres som *arbeid i henhold til planen*. Etter en liten pause kommer Per med et nytt forslag til formel for areal av en sirkel. Her skifter vi kategori og kommer over i *evaluering*, og underkategorien *oppdage og reparere feil.*

5.1.3 Evaluering

I denne økten er det registrert én til observasjon av å *oppdage og reparere feil*. Denne finner også sted i oppgave 1b som vi så på i forrige avsnitt. Åse har beregnet arealet til ¼ av sirkelen i figuren, og summerer opp at de har 34 cm^2 igjen i den rektangulære delen av figuren når de har tatt bort ¼ av en sirkel med en radius på 4 cm. Her har hun beregnet feil, og subtrahert 2,56 cm^2 i stedet for 12,56 cm^2. Maria reagerer på feilen og prøver å rette opp i den ved å forklare handlingsplanen:

> (Ø1 07:14) Maria: «*Vi må prøve å ta det der minus den da*» (viser på figuren).
>
> (Ø1 07:19) Åse «*ja, og det er jo 34*»
>
> …
>
> (Ø1 07:22) Maria «*men hele den der sammen er det der*» (viser på figuren).
>
> (Ø1 07:26) Åse «*Ja*»
>
> (Ø1 07:27) Maria «*og for å finne ut av hva den der er, så må vi ta*» (blir avbrutt av Per)
>
> (Ø1 07:29) Per «*da må vi ta… den, og å tar vi vekk den*»
>
> (Ø1 07:33) Åse «*ja, og det er jo 34*»

Åse bekrefter at hun har fulgt planen, og Per griper inn for å igjen forklare planen. Åse bekrefter atter en gang at det er dette hun har gjort, og de arbeider videre ut fra Åses feilberegning. Selv om gruppen ikke klarte å rette opp i feilen var det tydelig at de oppdaget at det var noe galt der og da. Jeg har derfor valgt å sette dette opp som et funn av metakognitiv aktivitet.

I elevenes arbeid med oppgave 1a observeres også kategorien evaluering. Etter å ha arbeidet med oppgave 1a i ytterligere ti minutter har de kommet frem til en løsning, og velger å *sjekke utfallet* for hele oppgaven ved å gå igjennom beregningene en gang til:

> (Ø1 24:11) Åse: «*den der er 3.. se nå*»
>
> (Ø1 24:17) Åse «*3 gange 6 delt på 2 = 9, så den er 9, og siden 3 gange 2 = 6 delt på 2 = 3 igjen, og 3 gange 8 er 24, og 24 + 9 = 33, og pluss 3 = 36, så den må være 3*».

De konkluderer deretter med at løsningen er riktig, noe den er. Å sjekke svaret på denne måten gjør de også med oppgave 1c og 2b. Ved å gå gjennom beregningene viser de at de tenker over om deres tidligere tanker og beregninger var riktige noe om samsvarer med den metakognitive kategorien evaluering.

5.1.5 Oppsummering økt 1

Ut fra det vi har sett i denne økten er det flere tegn til metakognitiv aktivitet hos elevene gjennom det de formidler verbalt. De har flere ganger aktivert forkunnskapene sine, og analysert problemet samt avklart noen punkter ved å lese teksten om igjen. Noen ganger lager de en konkret handlingsplan, men det observeres bare én gang at de lager en plan som er lenger enn ett steg frem i problemløsningen. De arbeider etter planen når de først har laget en. På noen oppgaver, 1a, 1c og 2b, velger de også å sjekke utfallet. Elevene fikk riktig svar på oppgave 1a, 2a og 2b. Alle aktivitetene innenfor orientering er representert. 67% av aktivitetene i planlegging samt evaluering har blitt observert. Ingen metakognitive utsagn knyttet til refleksjon ble observert. Denne økten ble som tidligere skrevet gjennomført uten metakognitiv påvirkning av observatør.

Som en del av et svar på forskningsspørsmål 1, «hva slags metakognitive aktiviteter kan observeres blant 9. trinns elever som arbeider med problemer i matematikk?» har jeg laget Tabell 2 som gir en systematisk oversikt.

Denne tabellen viser hvilke metakognitive aktiviteter som ble registrert til ulike deler av prosessen. Første metakognitive aktivitet er nummerert med 1, andre med 2, og den siste aktiviteten i denne økten er markert med 30. Vi kan også se ut ifra tabellen hvilke metakognitive aktiviteter som hører til de ulike deloppgavene ved å lese av fargekodene. Her kan vi eksempelvis se at det var lite metakognitiv aktivitet i arbeidet med oppgave 2b da den bare har to markeringer i tabellen. I utgangspunktet har ikke kvantiteten av hver underkategori noe å si for vår problemstilling. Så lenge vi har én observasjon i kategorien regner vi det som en metakognitiv aktivitet.

Analysen sier ingenting om hvor sterke disse metakognitive utsagnene er, altså om de er overfladiske og ubevisste, eller om elevene er så bevisste på utsagnene at de ønsker å finne svar på, eller gå videre med det de uttaler seg om.

I observasjonsnotatene har jeg notert meg at jeg kjente på en trang til å stille spørsmål når de stod fast. I de neste øktene skal vi se om spørsmålsstilling har noe for seg.

Tabell 2: Fordeling av metakognitiv aktivitet økt 1. Nummerert etter når utsagnene fant sted, farget etter deloppgaver

Metakognitive aktiviteter økt 1									
Orientering:									
Aktivere forkunnskaper	2	4	5	13	16	18			
Analysere problem (oppgaveanalyse)	1	3	7	8	9	17	18	20	21
Sette mål	6	18							
Estimere resultat	23								
Planlegging:									
Lage handlingsplan	10	11	15	22	25	27			
Arbeide i henhold til planen	12	28	29						
Tidsstyring									
Evaluering:									
Oppdage og reparere feil	13	14							
Overvåke fremdrift									
Sjekke utfall	19	24	26	30					
Refleksjon:									
Trekke konklusjoner ved referering til oppgavetekst									
Rekapitulere problemløsningens prosess									
Lære av oppgaven for fremtidige anledninger.									

Oppgave **1a**
Oppgave **1b**
Oppgave **1c**
Oppgave **2a**
Oppgave **2b**

5.2 Andre økt.

De samme tre elevene møtte dagen etter opp til en ny økt med problemløsning. I denne økten var de klar over at observatørrollen var litt endret siden forrige økt, og at de kom til å få noen spørsmål underveis.

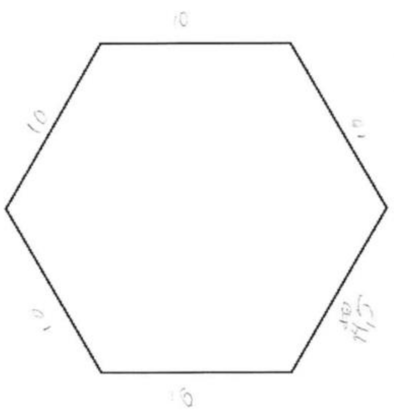
I denne delen vil vi i tillegg til forskningsspørsmål 1 se på om noen av de metakognitive spørsmålene som stilles gir noe form for konsekvens som kan hjelpe elevene i henhold til forskningsspørsmål 2: Hvilke konsekvenser av metakognitive spørsmål kan observeres i elevenes arbeid med problemløsningsoppgaver?

5.2.1 Orientering

Den første oppgaven vi skal se et utdrag fra er oppgave 3a, (se Figur 7). I denne oppgaven skal de finne omkretsen til den regulære sekskanten når sidene er oppgitt å være x + 10 cm lange. Maria er den første som sier noe etter at oppgaven er utdelt. Hun spør de andre:

> (Ø2 00:22) Maria: «*er det ikke bare å plusse sidene av den?*»

Marias utsagn har jeg plassert i flere kategorier. Innenfor orientering er det plassert både under å *aktivere forkunnskaper* og å *analysere problemet.* Dette fordi hun viser at hun ved å analysere oppgaven har tenkt tilbake på formelen for omkrets av en slik figur. Utsagnet analyseres også under kategorien *planlegging,* og underkategorien *lage handlingsplan.* Videre beregner Maria omkretsen til å bli 60 cm. Åse kommer også frem til samme løsning. Som en konsekvens av planen til Maria i utsagn (Ø2 00:22), ble det gjort både beregninger og kontrollberegninger i henhold til planen. Dette underbygger at det var riktig å analysere utsagnet som en metakognitiv aktivitet.



a) Hvor lang er omkretsen av denne regulære sekskanten når hver av sidene er x + 10 cm lange.

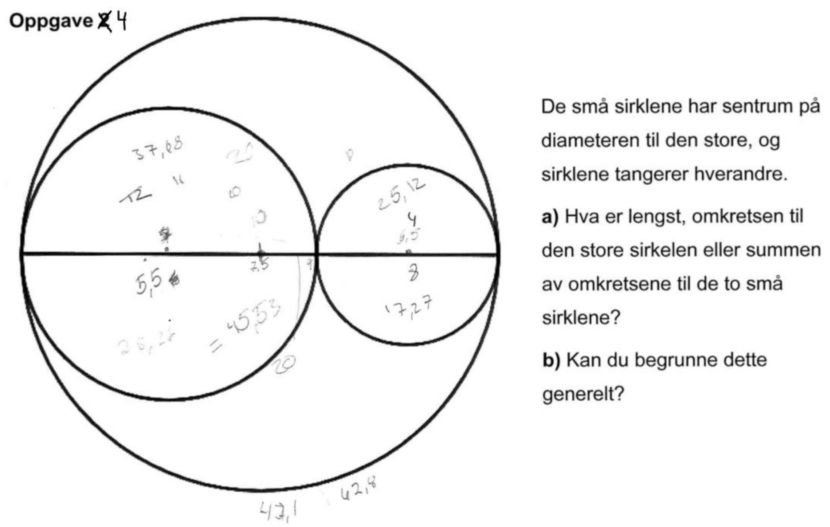
b) Per tegnet en regulær sekskant som har omkrets 87 cm. Hva er verdien til x når sidene er x + 10 cm?

c) Per har dilla på geometri, og tegner enda en figur, en regulær nikant som har en omkrets på 189 cm. Hva er verdien til x når sidene er x + 13?

Figur 7: Økt 2, oppgave 3 med elevnotater.

De metakognitive spørsmålene ble ikke gitt som planlagt ved oppgave 3a da elevene var ferdig med første deloppgave etter 30 sek. Etter at elevene hadde notert ned svaret «60» på notatarkene sine stilte observatør de to første spørsmålene knyttet til orientering, spørsmål Ø2 3.1 og Ø2 3.2. Spørsmålene omhandler omkrets, og hva de vet om figuren, om det er noe spesielt med den. Elevene responderte ikke på spørsmålene, og etter en stund gikk de selvstyrt videre til oppgave 3b. De strategiske spørsmålene om handlingsplan (Ø2 3.3 og 3.4) ble aldri stilt til elevene.

Under flere oppgaver viser elevene at de kan aktivere forkunnskapene sine. Noen ganger kom disse aktivitetene som en konsekvens av spørsmålene som ble stilt. Oppgave 4a går ut på at elevene skal vurdere hvilke omkretser som er størst, omkretsen til den største sirkelen eller summen av omkretsene til de to mindre sirklene (se Figur 8). Riktig svar er at omkretsene blir like store. Det er viktig å forstå at diameteren til den store er akkurat like lang som summen av diameterne til de to små. Ganske tidlig i prosessen får de noen forståelsesspørsmål, Ø2 4.1 og Ø2 4.2. Det første, Ø2 4.1, spør etter formelen for omkrets av en sirkel. Åse svarer på det første spørsmålet, og gir oss feil formel. Maria er kjapt ute med å rette opp i feilen. Da ser vi altså at som en konsekvens av de metakognitive spørsmålene viste jentene metakognitiv aktivitet ved å *aktivere forkunnskaper* med formelen for en sirkel. I tillegg førte spørsmålet til oppklaring i en misoppfatning Åse hadde. Dette viser til den metakognitive aktiviteten *oppdage og reparere feil.*



Figur 8: Økt 2, oppgave 4 med elevnotater. Her skal elevene finne ut hvilke som har størst omkrets av den største sirkelen, eller summen av omkretsene til de to små.

I samme oppgave som i avsnittet over skal vi se på et eksempel om å *analysere problemet*. Gruppen fikk utlevert to spørsmål i starten av prosessen med oppgave 4a. Spørsmål Ø2 4.2 spør etter hva de skal finne ut av i denne oppgaven.

(Ø2 05:06) Åse «*og hva vi skal finne ut av er*»

(Ø2 05:08) Maria «*vet ikke*»

(Ø2 05:09) Åse «*hva som er lengst av omkrets*»

(Ø2 05:13) Maria «*ja, av den eller den, av to sånne og en sånn*» (peker på to av de minste sirklene, og en av de mellomste i figuren)

…

(Ø2 05:19) Åse «*nei, hva er lengst, hele den store*» (blir avbrutt av Maria)

(Ø2 05:21) Maria «*åja*»

(Ø2 05:21) Åse «*og den pluss den*»

(Ø2 05:22) Maria «*ja*»

I utdraget over ser vi at jentene analyserer problemet ved hjelp av spørsmålet de fikk utdelt. Det at Maria forteller hva de skal finne ut av (Ø2 05:13) kommer som en konsekvens av spørsmålet, som igjen fører til at det blir *oppdaget og reparert en feil*. Det som også skjer i dialogen er at jentene som en konsekvens av spørsmålet setter ord på *målet* med oppgaven, og de har da vist tegn til enda en metakognitiv aktivitet.

5.2.2 Planlegging

Vi har allerede sett et eksempel på å *lage handlingsplan* i denne økten. Dere skal nå få et eksempel på en plan som ble til som en konsekvens av et spørsmål. Under løsningen av oppgave 4a får elevene spørsmål Ø2 4.3 og Ø2 4.4. Det første spørsmålet spør etter hvordan de kan komme frem til en løsning. Åse svarer: (Ø2 09:09) «*Ja, det er jo for eksempel å legge inn egne mål*» og Maria følger opp: (Ø2 09:08) «*og så regne ut og se hvilke som er størst*». Her har vi et eksempel på en handlingsplan som består av to steg. Det ble ikke observert flere handlingsplaner som har to eller flere steg i denne økten. At jentene verbalt uttrykker handlingsplanen kommer som en konsekvens av at spørsmålet blir stilt. Tidligere i løsningsprosessen er det nettopp denne fremgangsmåten de har brukt. Da kom de frem til at den største sirkelen har størst omkrets, fordi at de ikke har tatt hensyn til at målet på den store diameteren må være lik summen av målene til de to mindre sirklene. De har også forsøkt å bruke en linjal for å lettere estimere målene til de ulike diameterne.

Elevene fulgte sin egen *handlingsplan* i oppgave 4a, altså å sette inn sine egne mål, og beregne ut ifra dem. Observatør opplevde at elevene var opphengt i, og stod fast med sin egen løsning som var feil, da spørsmålene i forrige avsnitt ble stilt. Det ble derfor stilt et nytt oppfølgingsspørsmål som ikke er en del av de forberedte metakognitive spørsmålene. Observatør spør om det er mulig å prøve med enda flere mål, eller om det er godt nok med ett mål for å gi et svar. Her svarer Maria at de kan prøve med forskjellige mål, men vi ser ingen tegn til handling i henhold til denne planen på eget initiativ. Observatør gir derfor nye strategiske metakognitive spørsmål som er rettet mot hovedkategorien evaluering.

5.2.3 Evaluering

Det er kun i oppgave 4a at elevene velger å *sjekke utfallet*. Etter at elevene ikke gjorde noe mer med handlingsplanen sin i forrige avsnitt fikk elevene nye spørsmål. Et av spørsmålene elevene fikk var Ø2 4.5 «Hvordan kan dere sjekke om svaret er riktig?». Observatør repeterte spørsmålet flere ganger, og foreslo konkret at elevene skulle sjekke svaret, uten at det fører til handling hos elevene. Da de var i gang med oppgave 4b uttrykker Åse at de kan ha beregnet feil i forrige deloppgave. Dette fører til at hun på eget initiativ foreslår å sjekke svaret i oppgave 4a. Det metakognitive spørsmålet gav altså ingen konsekvens, men de sjekket ut ifra eget initiativ. De regner med de samme målene som sist, og konkluderer dermed med samme svar, at den største sirkelen er størst.

Elevene får beskjed om å sette inn nye mål på diameterne og får nå et nytt resultat, at omkretsen av de to små er større enn omkretsen til den store. Her mener Åse at målene de nå valgte ikke kunne være riktige fordi de blandet nye og gamle mål. Etter et nytt forsøk får de enda et resultat, at omkretsene er like. Observatør spør da om det er andre måter de kan finne ut om svaret stemmer, og Maria svarer at hun ikke tror det er mulig å sjekke om det stemmer. Marias siste refleksjon rundt evalueringen er interessant i forhold til elevenes forhold til metakognitive strategier.

Vi har allerede sett i kapittel 5.2.1 Orientering, at noen av spørsmålene førte til at det ble oppdaget og reparert feil. I datamaterialet ser vi at det også er tegn til denne metakognitive aktiviteten uten metakognitiv påvirkning. Dette skjer blant annet under gjennomgangen av oppgavene da Maria leser oppgaveteksten til oppgave 3a igjen, og oppdager av seg selv at de ikke har tatt hensyn til x da de fant omkretsen til den regulære sekskanten.

5.2.4 Refleksjon

I sammenheng med at elevene fikk et tredje mulige svar på oppgave 4a i forrige avsnitt forklarer Maria hva som har skjedd, at omkretsene ble like store. (Ø2 20:01) Maria «*vi tok bare noen mål da, det er ikke sikkert at det stemmer*». Utsagnet til Maria har jeg analysert til kategorien å *rekapitulere problemløsningens prosess*. Hun gjennomgår ikke hele prosessen og alle fasene og svarene de har fått, men hun gjennomgår hva de gjorde under dette forsøket. De tidligere målene elevene har brukt er beregnet ut fra en linjal, denne gangen brukte de vilkårlige tall. Hun er fortsatt ikke overbevist om at det stemmer.

Før gjennomgangen av svarene får elevene flere metakognitive spørsmål knyttet til oppgave 3 som de løste før observatør rakk å stille alle spørsmålene. De får da spørsmålene Ø2 3.5, 3.6 og 3.7. Spørsmål Ø2 3.6 spør hvordan de kan vite at de har svart riktig. Her svarer Maria: (Ø2 27:09) «*e jeg vet at det stemmer fordi en sekskant har seks kanter, og hvis hver side er, ja det er en regulær sekskant så alle sidene er like store, og hvis du tar*» her tar Åse over: (Ø2

27:20) «*10 + 10 + 10 + 10 så blir det 60*». Maria *aktiverer forkunnskapene* sine her ved å klargjøre begrepene sekskant og regulær sekskant. Videre har jeg analysert dette til å passe inn under kategorien å t*rekke konklusjonen ved å referere til oppgaveteksten*. Hun tar en liten pause før hun sier regulær sekskant, og ut fra videoen ser en at Maria ser på oppgaveteksten før hun nevner begrepet. Dette kom som en konsekvens av spørsmålet som ble stilt.

På spørsmålet om de har gjort lignende oppgaver tidligere (Ø2 3.7) svarer elevene at de har det, og at det var det som gjorde at de løste oppgaven så fort (Ø2 3.5). Spørsmålet om de har gjort lignende oppgaver tidligere får de også ved oppgave 4 (Ø2 4.6). Her svarer de at det ligner på noe de kunne velge å gjøre på tentamen. Refleksjonene deres førte ikke til noen endring i elevarbeidet ved at de reflekterte over dette.

5.2.5 Oppsummering økt 2

Gruppen løser oppgave 3 meget fort. Antakelig på grunn av at de har løst lignende oppgaver tidligere som de selv sier. Observatør rakk derfor ikke å stille dem alle metakognitive spørsmål som var planlagt før de var ferdige med beregningene. Samtidig var det heller ikke ønskelig å avbryte elevenes problemløsning når de var godt i gang. Likevel viser de noe metakognitiv aktivitet på samme vis som i økt 1. Analysen viser at de er inne i alle overordnede kategorier av metakognitiv aktivitet i denne økten.

Det kan se ut som at noen av spørsmålene i oppgave 4 gir konsekvenser, som oppklaring i misforståelser. De kommer fortsatt med metakognitive utsagn uten at de er fremprovosert av metakognitive spørsmål. På et tidspunkt så ikke observatør det som hensiktsmessig å stille flere spørsmål får å få dem videre i problemløsningen. Elevene hadde hengt seg opp i egen besvarelse, at den største sirkelen hadde lengst omkrets, og mente at det ikke gikk an å bevise eller sjekke at besvarelsen stemte.

En annen ting å merke seg er at elevene aldri så ned på lappene med de metakognitive spørsmålene underveis. Disse fikk kun oppmerksomhet når observatør leste dem høyt.

I Tabell 3 kan dere se fordelingen av de metakognitive aktivitetene i denne økten. Noen av numrene er markert med en k bak. Dette er fordi utsagnene er analysert til å komme som en konsekvens av de metakognitive spørsmålene som er stilt.

Tabell 3: Fordeling av metakognitiv aktivitet i økt 2. Nummerert etter når utsagnene fant sted, farget etter deloppgaver. K står for konsekvens av metakognitivt spørsmål.

Metakognitive aktiviteter økt 2									
Orientering:									
Aktivere forkunnskaper	1	9k	17	21	31k				
Analysere problem (oppgaveanalyse)	1	3	8	11	19	20	32	34	
Sette mål	12k								
Estimere resultat									
Planlegging:									
Lage handlingsplan	1	5	7	13	15	18k	22	28k	30
Arbeide i henhold til planen	2	14	16	17					
Tidsstyring									
Evaluering:									
Oppdage og reparere feil	4	10k	12k	23	25	32	33	35	
Overvåke fremdrift									
Sjekke utfall	24	27k	29	30					
Refleksjon:									
Trekke konklusjoner ved referering til oppgavetekst	6	31k							
Rekapitulere problemløsningens prosess	26								
Lære av oppgaven for fremtidige anledninger.									

Oppgave **3a**
Oppgave **3b**
Oppgave **3c**
Oppgave **4a**
Oppgave **4b**

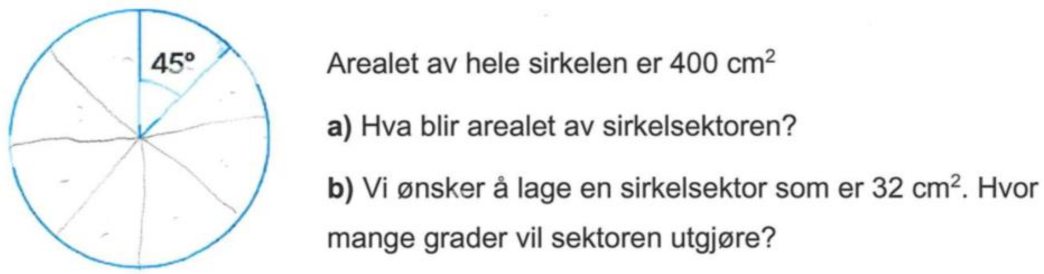
Vi ser her at 75% av underkategoriene under orientering er observert, en underkategori mindre enn i økt 1. Videre er det fortsatt observert 67% av underkategoriene til planlegging og evaluering. De samme underkategoriene er representert i økt 1. Refleksjon ble ikke observert i forrige økt, men har nå kommet til syne ved 67% av underkategoriene. Hver overordnet kategori har en eller flere metakognitive aktiviteter som kommer som en konsekvens av spørsmålene.

5.3 Tredje problemløsnings økt

Denne økten fant sted to dager etter økt 2. De samme elevene var til stede, og de var igjen klar over at observatørens rolle ville inkludere spørsmålsstilling underveis. Også denne delen vil fokusere på hvilke metakognitive aktiviteter som ble observert, og hvilke konsekvenser av de metakognitive spørsmålene ble observert under problemløsningen.

5.3.1 Orientering

Å *aktivere forkunnskaper* er blitt observert to ganger denne økten. Videre presenteres et eksempel der metakognisjon kom som en konsekvens av et spørsmål som ble stilt til oppgave 5a (se Figur 9). Oppgaven går ut på å finne arealet til sirkelsektoren markert med 45°. Elevene løste oppgaven fort ved å dele sirkelen inn i 8 deler. Derfor fikk de spørsmålene etter at de hadde beregnet svaret. På det første spørsmålet, Ø3 5.1, «kan dere beskrive med egne ord hva en sirkelsektor er?» svarer Maria at en sirkelsektor er en del av sirkelen. Åse bekrefter og viser på figuren i oppgavearket. Forkunnskapene blir her hentet frem ved hjelp av forståelsesspørsmålet. Det kan likevel ikke sies at dette var en hjelp i arbeidet da de allerede har beregnet riktig svar på oppgaven.



Figur 9: Økt 3, oppgave 5 med elevnotat

Et eksempel på å *analysere oppgaven* finner vi litt lenger ute i økten. Her holder elevene på med oppgave 6 (se Figur 10). I denne oppgaven skal de finne ut hvor mange kvadrater det er i et rutenett på størrelse med et sjakkbrett (8 x 8 ruter). Det første som må oppklares er at det finnes ulike størrelser av kvadrater i rutenettet. Deretter må en vurdere om kvadratene kan overlappe hverandre. Så gjelder det å holde oversikt over hvilke størrelser av kvadrat en har talt. Om en systematisk skriver ned hvor mange kvadrater en har av hver rutestørrelse vil det bli dannet et mønster som dere kan se i tabellen under.

Tabell 4: Økt 3, oppgave 6. Oversikt over antall ruter i hver rutestørrelse. Et løsningsforslag som eksemplifiserer mønster ved riktig oppgaveløsing.

Rutestørrelse	1 x 1	2 x 2	3 x 3	4 x 4	5 x 5	6 x 6	7 x 7	8 x 8	
Antall ruter	8 x 8 = 64	7 x 7 = 49	6 x 6 = 36	5 x 5 = 25	4 x 4 = 16	3 x 3 = 9	2 x 2 = 4	1 x 1 = 1	= 204

Til nå har Maria forsøkt å telle alle de små rutene, Gruppen har fått presentert spørsmål Ø3 6.9 som spør om de lar kvadratene overlappe hverandre eller ikke. Da stiller Per spørsmålet: (Ø3 15:05) «*er det liksom sånn at de må gå over hverandre sånn* (viser på figuren)». Dette utsagnet har jeg analysert til kategorien å analysere problemet, fordi han ser på oppgaven igjen og viser hvordan overlappingen kan gjøres som en konsekvens av spørsmålet som er stilt. Dette fører også til at elevene kommer seg videre på en riktigere kurs enn tidligere.

Figur 10: Økt 3, oppgave 6 med elevnotater. Her ser vi at elevene har brukt fargetusjer som hjelpemiddel til å holde oversikt over overlappingene av rutestørrelsen 5 x 5.

Over ser dere et eksempel på hvordan oppgavearkene så ut etter at de hadde markert med fargetusjer. Her har de talt opp kvadratene av størrelsen 5 x 5. Elevene fylte ut flere slike ark.

Tilbake til oppgave 5a får elevene flere metakognitive spørsmål etter de har avgitt et svar. Spørsmål Ø3 5.2 spør etter målet med oppgaven. Maria svarer konkret at målet er å finne ut arealet av sirkelsektoren. I analyseskjemaet har jeg markert dette svaret under å *sette mål* som en konsekvens av spørsmålet. Spørsmålet hjelper likevel ikke elevene i å komme videre i prosessen, eller å avlevere riktig svar da de allerede har kommet forbi dette stadiet i egen løsningsprosess.

Siste underkategori for orientering er å *estimere resultat*. Det ble kun gjort funn av denne metakognitive aktiviteten i oppgave 6. Det første Maria gjorde da hun fikk oppgaven var å telle rutene langs kanten og multiplisere. Det første resultatet som ble estimert var 64 ruter. Ganske tidlig i prosessen fikk elevene et spørsmål om hvor mange kvadrat de gjettet at det kunne være (Ø3 6.4). Maria svarte først at hun ikke visste. Observatør spurte igjen, men elevene arbeidet videre uten å svare på spørsmålet. Her kan vi tydelig si at spørsmålet ikke gav noe form for konsekvens. Elevene svarte knapt på spørsmålet, og det hjalp dem ikke til å komme videre i løsningsprosessen. Videre kom det flere forslag på hva svaret kunne bli ettersom de gjorde beregninger. Observatør avkreftet underveis.

5.3.2 Planlegging

Under oppgave 6 lager gruppen flest handlingsplaner. Disse består stort sett av å telle kvadrat, og addere dem sammen. Litt lenger ute i prosessen sier Åse at det hadde vært lettere å løse oppgaven om de hadde forskjellige farger. De fikk da utdelt fargetusjer, og vi har analysert Åses utsagn som en handlingsplan.

Under oppgave 5b starter jentene med å trykke på kalkulatorene. Her skal de finne ut hvor mange grader en sirkelsektor som har areal på 35 cm^2 vil være når hele sirkelen har areal på 400 cm^2. Da stiller observatør spørsmål Ø3 5.4 som spør om hvordan de kan gå frem for å løse oppgaven. Maria svarer: (Ø3 03:43) «*prøver bare å dele 400 på forskjellige tall* (-)». Dette utsagnet har jeg analysert som en *handlingsplan*. Som en konsekvens av at Maria fortalte planen deres høyt fant også Per frem sin kalkulator og forsøkte på det samme. Pers handling har vi analysert til kategorien *arbeid i henhold til planen*.

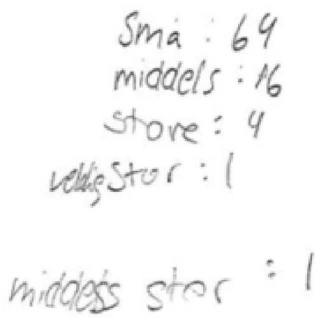
5.3.3 Evaluering

Elevene har i oppgave 5b brukt kalkulatoren til å teste ut ulike verdier (400 / x). På same tid kommer elevene frem til svaret 12.5. Åse spør om svaret er 12.5, og Per bekrefter dette. Så oppdager Maria at dette ikke er svaret på oppgaven. (Ø3 05:16) Maria: «*nei, en må dele på 12.5, det er ikke det svaret blir*». De rettet deretter opp i svaret, og leverte besvarelsen 28.8°, som er riktig. Dette er et eksempel på et metakognitivt utsagn under å *oppdage og reparere feil.*

Flere ganger ble det rettet opp i beregningene gjort i oppgave 6. Mange av disse oppdagelsene ble gjort som en konsekvens av at observatør stilte et spørsmål. Omtrent etter 2 minutter fikk de spørsmål Ø3 6.5, hvor mange ulike størrelser av kvadrat finnes det i oppgaven. Jentene svarer 4, mens observatøren retter oppmerksomheten mot Per og spør hvor mange han har funnet. Dette fører til at Per oppdager flere kvadrat enn han gjorde før spørsmålet ble stilt, og at de kom videre i problemløsningsprosessen.

Et annet funn på å oppdage og reparere feil i oppgave 6 finner vi etter omtrent 11 minutters arbeid med oppgaven. Da får de spørsmål om de har gjennomgått løsningen for å sjekke at de ikke har oversett noe (Ø3 6.11). Åse svarer nei, og observatør ber dem sjekke. Dette fører til at de både *sjekker svarene* sine, og *finner og reparerer flere feil.*

Systemet til jentene kan dere se under i Figur 11. De sorterte rutene i kategoriene små, middels store og veldig store kvadrat. Elevene fikk så spørsmål Ø3 6.8, hvordan de skulle holde system på hvilke kvadrater de hadde talt og ikke. Elevene svarer ikke på spørsmålet, men fortsetter opptellingen i de gamle kategoriene. Likevel skjer det en endring ikke lenge etter at spørsmålet er stilt. Åse endrer kategoriseringen sin: (Ø3 12:22) Åse «*og så er det 3 sånne som er 3x3, så du kan skrive 3 x 3 = 1, 2, 3,* ***4***». Dette er analysert som en måte å *overvåke fremdriften* på. Det er ikke sikkert at endringen kom som en konsekvens av spørsmålet, men timingen tilsier at det kan ha en sammenheng.



Figur 11: Økt 3, oppgave 6, deler av elevbesvarelse. Her ser vi det første systemet til jentene.

5.3.4 Refleksjon

Samtidig som Maria sjekker svaret som en konsekvens av spørsmål Ø3 5.8 under oppgave 5b tar hun oss også igjennom løsningen. (Ø3 06:22) Maria: «*e, for en sirkel er jo 360 grader, og hvis man ganger med 12 komma, hvis man ganger 28,8 12,5 ganger så blir det 360*». Dette utsagnet har jeg analysert til å gå i kategorien refleksjon, og underkategorien *rekapitulere problemløsningens prosess*. Det kan stilles spørsmål ved om dette er en god nok gjennomgang av prosessen til å plasseres under denne kategorien, men ut ifra hva elevene har gjort tidligere av gjennomganger ser jeg på denne som mer utfyllende og valgte derfor å plassere utsagnet i denne kategorien. I og med at riktig svar allerede var avgitt hjalp ikke dette spørsmålet (Ø3 5.8) elevene videre i oppgaven.

Da elevene løste oppgave 5b fikk de et spørsmål om hvorfor det var en god strategi å dele 400 på ulike tall (Ø3 5.5). Her svarer Maria at det var dette de gjorde i sted, altså prøv og feil i oppgave 5a. Dette utsagnet gir grunnlag for å markere et funn i kategorien *«lære av oppgaven for fremtidige anledninger».* En kan stille spørsmål om dette er en riktig vurdering da elevene tidligere har vist at de har kjennskap til, og behersker metoden prøv og feil. Dette er derfor ikke noe nytt. Samtidig refererer Maria spesielt til oppgave 5a, og ikke til en metode de har brukt i de tidligere øktene. Derfor velger jeg å plassere utsagnet i analyseskjemaet.

5.3.5 Oppsummering økt 3

Det generelle inntrykket av denne økten er at de metakognitive spørsmålene ikke hadde samme konsekvente effekt som i økt 2. Det er også helt ulike oppgaver, som gjør at det er ulike behov for spørsmål, og ulike forkunnskaper hos elevene.

Oppgave 5 løste de fort og riktig. Oppgave 6 var mer utfordrende. Det vanskeligste var å få dem på riktig spor for å holde en systematisk telling. De prøvde seg på til sammen 7 besvarelser på oppgave 6. Til slutt ble tiden knapp, og observatøren prioriterte at de skulle mestre å løse oppgaven med veiledning kontra at de skulle holde på i feil spor til siste slutt. Ingen av de metakognitive spørsmålene var oppklarende nok til at de klarte oppgaven på egenhånd. Samtidig kan noen av spørsmålene ha ført til at de kom på en noe riktigere vei uten at en kan si det sikkert.

Under oppgave 6 ble ikke spørsmålene liggende synlig på bordet. Dette fordi elevene ikke så på dem underveis i den forrige økten, og i starten på denne økten. Det var også noen spørsmål som ikke ble stilt, spørsmål Ø3 6.1, 6.2 og 6.12. Ø3 6.1 ble besvart underveis uten at de ble stilt. Heller ikke alle spørsmålene er kommentert i denne resultatdelen. Dette fordi ingen av de resterende spørsmålene gav noen utslag i form av konsekvens som hadde betydning for elevenes løsning av oppgaven.

Tabellen under viser i likhet med tidligere tabeller fordelingen av metakognitiv aktivitet sortert i fargekoder for hver deloppgave, og sortert kronologisk med nummer etter når de ulike utsagnene fant sted i forhold til hverandre. K bak et tall betyr at den metakognitive aktiviteten kom som en konsekvens av et spørsmål. Det er gjort observasjoner i alle underkategoriene innenfor orientering og evaluering, i tillegg til 67% av underkategoriene for planlegging og refleksjon. Det er altså observert metakognitiv aktivitet i 11 av 13 underkategorier.

Tabell 5: Fordeling av metakognitiv aktivitet i økt 3. Nummerert etter når utsagnene fant sted, farget etter deloppgaver.

Metakognitive aktiviteter økt 3							
Orientering:							
Aktivere forkunnskaper	3k	14					
Analysere problem (oppgaveanalyse)	1	11	17k				
Sette mål	4k						
Estimere resultat	10	18k	19	27			
Planlegging:							
Lage handlingsplan	2	5k	12	13	22	28	
Arbeide i henhold til planen	7k						
Tidsstyring							
Evaluering:							
Oppdage og reparere feil	8	15k	21k	23	24	25	26
Overvåke fremdrift	16k						
Sjekke utfall	9k	20k					
Refleksjon:							
Trekke konklusjoner ved referering til oppgavetekst							
Rekapitulere problemløsningens prosess	9k						
Lære av oppgaven for fremtidige anledninger.	6						

Oppgave **5a**
Oppgave **5b**
Oppgave **6c**

5.4 Oppsummering, sammenligning og resultat av metakognitive aktiviteter

For å kunne se de metakognitive aktivitetene i de ulike øktene i forhold til hverandre har jeg laget en ny tabell ut fra tabell 2, 3 og 5. Jeg har ikke tatt med forklaringen til fargekodene i denne tabellen, men de finner dere i de tidligere tabellene. Her ser dere at den første økten hadde observasjoner knyttet til 8 av 13 underkategorier, og den andre økten 9 av 13 underkategorier. Den siste økten hadde observasjoner på 11 av 13 underkategorier og viser størst bredde i metakognitive aktiviteter. Legger vi sammen økt 2 og økt 3 er 12 av 13 underkategorier representert.

Tabell 6: Sammenligning av metakognitive aktiviteter i alle tre øktene. Fargekodene er ikke inkludert i denne tabellen. De finner dere i tabell 2, 3 og 5.

Metakognitive aktiviteter	økt 1	økt 2	økt 3
Orientering:			
Aktivere forkunnskaper	2, 4, 5, 13, 16, 18	1, 9k, 17, 21, 31k	3k, 14
Analysere problem (oppgaveanalyse)	1, 3, 7, 8, 9, 17, 18, 20, 21	1, 3, 8, 11, 19, 20, 32, 34	1, 11, 17k
Sette mål	6, 18	12k	4k
Estimere resultat	23		10, 18k, 19, 27
Planlegging:			
Lage handlingsplan	10, 11, 15, 22, 25, 27	1, 5, 7, 13, 15, 18k, 22, 28k, 30	2, 5k, 12, 13, 22, 28
Arbeide i henhold til planen	12, 28, 29	2, 14, 16, 17	7k
Tidsstyring			
Evaluering:			
Oppdage og reparere feil	13, 14	4, 10k, 12k, 23, 25, 32, 33, 35	8, 15k, 21k, 23, 24, 25, 26
Overvåke fremdrift			16k
Sjekke utfall	19, 24, 26, 30	24, 27k, 29, 30	9k, 20k
Refleksjon:			
Trekke konklusjoner ved referering til oppgavetekst		6, 31k	
Rekapitulere problemløsningens prosess		26	9k
Lære av oppgaven for fremtidige anledninger.			6

I min studie har jeg undersøkt to spørsmål, og her skal dere få presentert hva jeg konkluderer med under første forskningsspørsmål som er følgende: *Hva slags metakognitive aktiviteter kan observeres blant 9. trinns elever som arbeider med problemer i matematikk?*

Orientering er den kategorien elevene viser mest metakognitiv aktivitet innenfor. Elevene viser mange tilfeller av å aktivere forkunnskaper og å analysere problemet. Det observeres få tilfeller av å sette mål. I økt 2 og 3 kommer denne aktiviteten som en konsekvens av et metakognitivt spørsmål. Det er også få tilfeller av å estimere resultat. De fleste av disse tilfellene kommer i økt 3.

Innenfor planlegging var det mange tilfeller av å lage handlingsplan i alle øktene, men kun to tilfeller av handlingsplaner inneholdt mer en ett steg frem. Arbeid i henhold til planen har ikke kommet så godt frem i tabellene, men videoene og transkripsjonen viser at elevene uten å kommunisere dette arbeider i henhold til tenkt handlingsplan. Det er ingen tegn til tidsstyring i noen av øktene.

Innenfor evaluering observeres oppdaging og reparering av feil mange ganger. Flest i økt 2 og 3 der noen av disse aktivitetene kom som en konsekvens av spørsmålene som ble stilt. Det er bare ett tilfelle av å overvåke fremdriften hos elevene. Dette ble observert som en konsekvens av et metakognitivt spørsmål i økt 3. Det er nokså mange tilfeller av å sjekke utfall. Færre i økt 3 der alle observasjonene kom som en konsekvens av metakognitive spørsmål, enn i økt 2 der flere kom uten metakognitiv påvirkning. I flere oppgaver observeres det at elevene ikke vet hvordan de kan gå frem for å sjekke svaret.

Refleksjonskategorien inneholdt ingen observasjoner i første økt. Det er observert få tilfeller av å trekke konklusjon ved referering til oppgavetekst. Disse er bare i økt 2. Det er også få tilfeller av å rekapitulere problemløsningens prosess. En observasjon i økt 2, og en i økt 3. Til sist er det bare gjort en observasjon av å lære av oppgaven for fremtidige anledninger. Denne er i økt 3. Legger vi sammen økt 2 og 3 får vi alle underkategoriene av refleksjon representert, men med veldig få tilfeller.

5.5 Oppsummering og resultat av elevrespons på metakognitive spørsmål

Til å besvare forskningsspørsmål 2, hvilke konsekvenser som observeres av de metakognitive spørsmålene, har jeg laget Tabell 7 som viser hvilke typer respons de ulike metakognitive spørsmålene gir. De fleste av disse spørsmålene med deres konsekvenser har blitt belyst tidligere i resultatdelen.

Tabellen under viser hvilke typer spørsmål som har blitt stilt, om det er forståelse- strategiske- eller tilknytningsspørsmål. Videre viser den hvilke økt de ulike spørsmålene ble stilt i, hvilke oppgavenummer, og ikke minst nummeret på selve spørsmålet som en kan finne igjen i resultatdelen over, samt i vedlegg 9.3 og 9.3. Kategoriene er delt inn i hvilke konsekvenser som har blitt observert underveis. Disse er: ingen konsekvens, metakognitiv aktivitet, og videre hjelp i problemløsningen.

Tabell 7: Konsekvenser av metakognitive spørsmål. Tabellen viser type spørsmål som er stilt, hvilket nummer spørsmålet har, og hvilke konsekvenser det gir. Konsekvensene er delt inn i tre kategorier: ingen, metakognitiv aktivitet og videre hjelp i problemløsningen.

Type spm.	Spm.nr.	**Konsekvenser av spørsmålene:**		
ØKT 2	**Oppgave 3**	*Ingen*	*Metakognitiv aktivitet*	*Videre hjelp i problemløsingen*
Forståelse	3.1	**x**		
Forståelse	3.2	**x**		
Strategisk	3.3			
Strategisk	3.4			
Tilknytning	3.5	**x**		
Strategisk	3.6		**x**	
Tilknytning	3.7		**x**(bekreftelse)	
	Oppgave 4			
Forståelse	4.1		**x**	**x**
Forståelse	4.2		**x**	**x**
Strategisk	4.3		**x**	
Strategisk	4.4		**x**	
Tilknytning	4.5	**x**		
Tilknytning	4.6		**x**(bekreftelse)	
ØKT 3	**Oppgave 5**	*Ingen*	*Metakognitiv aktivitet*	*Videre hjelp i problemløsingen*
Forståelse	5.1		**x**	
Forståelse	5.2		**x**	
Forståelse	5.3	**x**(har allerede beregnet)		
Strategisk	5.4		**x**	**x**
Strategisk	5.5		**x**	
Strategisk	5.6	**x**		
Strategisk	5.7		**x**(svak)	
Strategisk	5.8		**x**	
Tilknytning	5.9	**x**		
Tilknytning	5.10	**x**		
Tilknytning	5.11	**x**		
	Oppgave 6			
Forståelse	6.1			
Forståelse	6.2			
Forståelse	6.3		**x**	
Forståelse	6.4		**x**	**x**
Strategisk	6.5		**x**	
Strategisk	6.6		**x**	
Strategisk	6.7	**x**		**x**
Strategisk	6.8		**x**	**x**
Strategisk	6.9		**x**	**x**
Strategisk	6.10	**x**		
Strategisk	6.11		**x**	**x**
Tilknytning	6.12			
Tilknytning	6.13		**x**	

I Tabell 7 ser vi at noen av spørsmålene ikke gir konsekvens. Dette kan eksempelvis være at elevene ikke svarer på spørsmålet i det hele, eller at de svarer «vet ikke». Videre gir mange spørsmål metakognitiv aktivitet som konsekvens. Dette har vi sett eksempler på tidligere, der elevene eksempelvis setter mål etter at de har fått spørsmål om hva målet med oppgaven er. I tabellen har jeg også laget en kategori som ser på om spørsmålene gir videre hjelp i problemløsningen. Det kan eksempelvis være at elevene svarer på et spørsmål som fører til oppklaring av en misoppfatning hos en av gruppemedlemmene. I mange tilfeller vil konsekvensen videre hjelp i problemløsningen også gi konsekvensen metakognitiv aktivitet.

Kryssene til spørsmål 3.5 og 6.6 har jeg ikke plassert midt i ruten. Dette betyr at de heller litt mot den kategorien de er vendt mot. Ellers har jeg skrevet en liten kommentar til noen av kryssene.

I min studie har jeg undersøkt to spørsmål, og her skal dere se hva jeg konkluderer med under andre forskningsspørsmål som er følgende: *Hvilke konsekvenser av metakognitive spørsmål kan observeres i elevenes arbeid med problemløsningsoppgaver?*

I økt 2 med noen metakognitive spørsmål gir 30,8% av spørsmålene ingen konsekvenser. 53,8% av spørsmålene fører til metakognitiv aktivitet, og 15,4 % av spørsmålene gir videre hjelp i problemløsningen.

I tredje økt gir 29,2% av spørsmålene ingen konsekvens, 58,3% av spørsmålene fører til metakognitiv aktivitet mens 25% av spørsmålene gir videre hjelp i problemløsningen.

Det er altså en liten øking i konsekvenser i økt 3 der flere spørsmål blir stilt. Vær oppmerksom på at det kan være observert flere konsekvenser ved samme spørsmål.

Ingen av tilknytningsspørsmålene gir videre hjelp i problemløsningen i denne studien, og nesten alle spørsmål som gir videre hjelp i problemløsningen gir også metakognitiv aktivitet som konsekvens.

6.0 Drøfting av resultat

I denne delen vil ulike funn fra resultatdelen bli drøftet i lys av tidligere forskning og teori. Kapittelet deles inn i to hoveddeler. Disse delene tar for seg hver sine forskningsspørsmål.

6.1 Metakognitive aktiviteter

I dette underkapittelet skal vi se på forskningsspørsmål 1, «*Hva slags metakognitive aktiviteter kan observeres blant 9. trinns elever som arbeider med problemer i matematikk?*» Resultatene og konkrete utdrag fra resultatdelen blir drøftet, og knyttet opp til teori.

I kategorien å aktivere forkunnskaper ble det observert formler, regneoperasjoner og referering til lignende oppgaver. Sistnevnte skal vi gå mer inn på nå. Oppgave 1a går ut på å finne en ukjent sidelengde som i dette tilfellet er høyden i et trapes. Under kapittel 5.1.1 Orientering refererer Maria ved utsagn (Ø2 02:02) til hva læreren hadde lært dem. Dette tyder på at hun drar kjensel på oppgavetypen ved å tenke tilbake, og er på god vei mot å lage en plan ved hjelp av denne informasjonen. Når Maria videre forklarer hva lærer viste dem ved beregning av areal til et trapes viser hun kunnskap som kan kategoriseres innenfor prosedyrekunnskap i Schraws modell for metakognisjon (Schraw et al., 2006). Maria viser at hun kjenner til en strategi for å løse denne typen problem. Den betingede kunnskapen viser seg likevel å ikke være tilstrekkelig da de ikke tok i bruk denne metoden for de var usikre på hvordan den fungerte. Prosedyrekunnskapen var altså ikke innarbeidet nok hos disse elevene til at de klarte å anvende den i andre situasjoner enn eksempelet til læreren.

Når vi er inne på prosedyrekunnskap, altså kunnskap om ulike strategier, så vi i resultatdelen at elevene ofte benytter seg av prøv og feil metoden. Det samme endte de opp med å gjøre i oppgave 1a beskrevet i forrige avsnitt. Metoden blir ofte brukt i mangel på kunnskap om andre strategier. Elevene klarte likevel å gjøre mange riktige beregninger ved ulike oppgaver med denne metoden. Tendensene elevene viser ved bruk av denne metoden er at de raskt setter i gang uten å ha analysert oppgaven godt nok. Oppgave 1c går ut på å finne radiusen til en sirkel der de får oppgitt arealet til sirkelsektoren på 165°. Under kapittel 5.1.1 Orientering ser vi at Åse har gjort en analyse av problemet, trukket inn forkunnskaper, og satt et mål med oppgaven. De setter i gang med prøv og feil metoden etter dette. Det blir ikke stilt spørsmål ved Åses analyse av de andre gruppemedlemmene, som fører til at de utelater sentral informasjon om arealet av sirkelsektoren og får feil resultat. Her igjen ser vi at elevene ikke viser god nok evne til å grundig analysere problemet. Til tross for at de setter et mål har de ikke inkludert all informasjon de har fått. Det å trekke ut relevant informasjon er spesifisert i Pólyas første trinn for problemløsning, noe som viser at elevene ikke bruker god nok tid, eller legger ned grundig nok arbeid i å analysere problemet (Pólya, 1971). Det kan også tyde på at elevene er vant til å kunne sette i gang med å regne med en gang de får en oppgave, noe som kan være med på å begrunne at det er få tilfeller av å sette mål i disse tre øktene, samt at det er få tilfeller av å estimere et resultat utenom selve besvarelsen.

Det er kun ett tilfelle av å sette mål i økt 2, og ett i økt 3. Dette samsvarer ikke med antall oppgaver elevene fikk utdelt. Det å tenke over, og gjerne formulere målet med oppgaven for seg selv kan være lurt for å målrettet kunne stake ut kursen en skal planlegge arbeidet mot. I Pòlyas modell kommer planlegging som trinn nummer 2 etter å forstå problemet (Pólya, 1971). Å sette mål, altså finne ut hva oppgaven spør etter, eller hva som er de ukjente faktorene i oppgaven er en del av å forstå problemet. Elevene må først vite hva målet er før de kan velge en passende strategi. Selv om det ikke observeres mange mål i løpet av øktene har de trolig tenkt ut flere mål enn de som har blitt formidlet.

Den metakognitive aktiviteten planlegging er observert flere ganger. Det er likevel barer to observasjoner i løpet av alle de tre øktene som inneholder mer enn ett steg frem i tid. Et eksempel på en plan er hente fra kapittel 5.2.2 Planlegging. Elevene holder her på med oppgave 4a der de skal beregne hvilken omkrets som er lengst. Planen deres kommer tilsyne som en konsekvens av et spørsmål. (Ø2 09:09) Åse «*Ja, det er jo for eksempel å legge inn egne mål*» og Maria følger opp: (Ø2 09:08) «*og så regne ut og se hvilke som er størst*». Denne planen består av to steg, og er et tegn på metakognitiv aktivitet. Likevel kan en ikke si at elevene behersker denne metakognitive aktiviteten godt. Om vi ser tilbake på Schraw sin inndeling av metakognisjon fremstilt i Figur 1 s. 8, ser vi at planlegging er innenfor regulering av kognisjon (Schraw et al., 2006). For å kunne regulere kognisjonen trenger en også kunnskap om kognisjon. Elevene hadde svart på et spørsmål tidligere om hva målet med oppgaven var, altså hva de skulle finne ut av. Likevel har de ikke forstått oppgaven godt nok til at de kan lage en tilstrekkelig plan, som inkluderer at målene de legger inn har et bestemt forhold til hverandre. Det viser igjen til viktigheten av å ta seg god tid på hvert av de fire punktene i Pòlyas fire steg for problemløsning (Pólya, 1971). Det vil være lettere å løse problemet om en forstår oppgaven, altså henter frem tilstrekkelig med forkunnskaper og trekke ut relevant informasjon fra oppgaveteksten.

Når elevene ikke viser bedre kompetanse i å lage planer på mer enn ett steg frem i tid kan det også tenkes at de ikke har god nok kompetanse i innen algoritmisk tenking som er viktig ifølge LK20 (Utdanningsdirektoratet, 2020, s. 2). Det er ikke foretatt noen kartlegging av undervisningen disse elevene har fått igjennom deres 9 år med skolegang. Det kan derfor ikke konkluderes med at de ikke har fått opplæring i denne metakognitive aktiviteten. Det er likevel grunn til å tro ut i fra studiens helhet at denne studien bekrefter den tidligere forskningen som er gjort om metakognisjon i undervisningen, at de beste resultatene får en om elevene har fått metakognitiv trening (Kramarski & Mevarech, 2003; Perels et al., 2005).

Den metakognitive aktiviteten å arbeide i henhold til planen er registrert færre ganger enn å lage en plan. En forutsetning for å arbeide i henhold til en plan er at du faktisk har en plan. Det kan tenkes at under mange oppgaver har elevene sine individuelle planer uten å uttrykke dem muntlig. Det finnes flere eksempler på at de arbeider uten å ha kommunisert med hverandre, og kan ut ifra det tro at de allerede har en plan. Dette er en svakhet i metoden som er valgt, at den baserer seg på observasjon, og ikke eksempelvis tenk høyt prosedyre som kanskje hadde fått frem flere tanker.

Et eksempel på arbeid i henhold til planen er ved oppgave 3a i økt 2. Her skal de beregne omkretsen til en regulær sekskant med sidelengdene x + 10 cm. Maria er raskt ute med en plan: (Ø2 00:22) «*er det ikke bare å plusse sidene av den?*». Hun teller sidene, og beregner at omkretsen er 60 cm. Her har hun arbeidet i henhold til sin egen plan, men oversett x-en. Trolig har feilen allerede skjedd før planen ble til. Maria har ikke brukt nok tid på å analysere oppgaven, men kaster seg ut i den første planen hun kommer på. Dette kan igjen bygge under Pólyas fire steg for problemløsning, at det er viktig å ta seg god tid på hvert trinn (Pólya, 1971). I tillegg kan det også underbygge behovet og viktigheten av å gi elevene opplæring og trening i metakognitiv tenking, samt problemløsningsferdigheter, slik som forskningen fra IMPROVE metoden (Mevarech & Fridkin, 2006) og sammenligningsstudien til Kramarski & Mevarech (2003) gjorde. Elevene gav uttrykk for at de hadde løst en lignende oppgave tidligere. Dette kan være en årsak til at elevene løser oppgaven på under ett minutt, og at de ikke analyserer problemet godt nok.

Det var ingen tegn til den metakognitive aktiviteten tidsstyring i noen av øktene. Dette kan eksempelvis begrunnes med oppgavetypene og designet på studien. Elevene visste at de hadde forholdsvis god tid, eller at de kunne arbeide så langt de kom, og hadde antagelig ikke noe forhold til tid da de løste oppgavene. Grunnskolen har kanskje ikke fokus på denne aktiviteten da arbeidet foregår innenfor en timeplan og rammene den gir. Elevgruppene er som oftest ulikt sammensatt, og de arbeider i ulikt tempo. Derfor blir elevene ferdig på ulik tid, og noen rekker kanskje ikke alltid å bli ferdig før timen avsluttes. Kategorien tidsstyring kan relateres til De Jager et al. (2005) sin påstand om at metakognisjon ikke alltid oppstår av seg selv, og at dette derfor er noe elevene trenger opplæring i. Tidsstyring kan plasseres innenfor overvåking, og omhandler å ha kontroll på prosessen en går igjennom, og at en kanskje også kan endre strategi eller delproblem en arbeider med om tiden en har brukt på samme handlingsplan ikke bærer frem til målet.

Å oppdage og reparere feil er en metakognitiv aktivitet som har varierende mengde observasjoner ut ifra de ulike oppgavene. Oppgavetypene spiller altså en stor rolle innenfor denne kategorien som i de fleste andre kategorier. Den siste oppgaven elevene fikk, altså oppgave 6 i økt 3 er et eksempel på en oppgave som førte til mange funn. Oppgaven går ut på å finne antall ruter i et rutenett på 8x8 ruter. Dette er en oppgave som er avhengig av god struktur og oversikt for å vite hvilke ruter en har talt. Elevene oppdaget og reparerte feil både av seg selv, og som konsekvens av at observatør spurte dem om de hadde sett over svarene sine, som ble beskrevet i kapittel 5.3.3 Evaluering. De kom med flere estimat på hva svaret kunne bli, og ettersom observatør avkreftet oppdaget de nye feil de hadde begått, eller andre løsninger de kunne prøve. Da elevene ikke ser mønsteret i oppgaven anvender de prøv og feil metoden, og er avhengig av bekreftelse eller avkreftelse for å få til denne oppgaven. Hadde de hatt god trening i å stille seg selv metakognitive spørsmål som eksempelvis «har jeg oversett noe?» og «har jeg fått med meg alle elementene i oppgaven?», hadde de antakelig vært mer selvregulerte, og kunne kommet videre på egenhånd. Det skal også sies at tidsbegrensningen førte til at observatør tok en mer veiledende rolle på slutten, for at de skulle fullføre oppgaven. Kanskje hadde elevene vist tegn til selvregulering om en hadde gitt dem mer tid, og latt dem arbeide selvstendig uten innblanding. I modellen for metakognisjon finner en å oppdage og reparere feil som en del av kategorien overvåking. Innenfor problemløsningstrinnene plasseres denne aktiviteten i 4. trinn, å se tilbake (Pólya, 1971; Schraw et al., 2006). Her handler det om å aktivt passe på at beregningene eller planen en følger fører i riktig retning.

Innenfor overvåkning finner en også den metakognitive aktiviteten overvåke fremdrift som bare har én observasjon i dette studiet. Denne ene observasjonen kommer av at elevene lager et systematisk skjema for å holde orden på hvilke rutestørrelser de har talt ved oppgave 6. Oppgavetypene kan igjen være en faktor for at det ikke er flere funn innenfor å overvåke fremdrift. Oppgavene kan oppleves for små, eller kreve for få steg for å komme frem til en løsning. I tillegg er dette en spiss kategori som krever mer spesifikke observasjoner sammenlignet med eksempelvis å oppdage og reparere feil. På den andre siden skal en ikke se bort ifra at elevene ikke har fått tilstrekkelig opplæring i aktiviteten, noe som kreves ifølge studiens rammeverk av tidligere forskning (De Jager et al., 2005). Mangel på aktiviteten å overvåke fremdrift kan ha ført til at elevene har oversett noen feil, på samme måte som når de velger å ikke sjekke svarene sine.

Evaluering er den siste kategorien i modellen for metakognisjon. Her finner en aktiviteter som å sjekke utfall, og de resterende metakognitive aktivitetene innen refleksjon. I resultatdelen under kapittel 5.2.3 Evaluering kom det frem at Maria ikke trodde det var mulig å sjekke om svaret var riktig da de holdt på med oppgave 4, oppgaven om hvilke omkretser som er størst. Det kan være flere grunner til dette utsagnet. En mulig forklaring er så enkel som at jeg spurte etter ulike, eller andre måter å sjekke svaret på, og hun forstod gjerne ikke hva jeg mente. I denne oppgaven var det vesentlig å forstå at diameterne hadde et forhold til hverandre, og det er godt mulig at det var manglende forståelse som hindret dem i videre fremgang. Det var flere oppgaver elevene valgte å ikke sjekke svarene på. Oppgave 1b er et eksempel på en oppgave der de absolutt burde ha sjekket svaret da de gjorde en beregningsfeil som vi skrev om i kapittel 5.1.3 Evaluering. Her hadde Åse gjort en feilberegning, og Per og Maria reagerte på at det ikke kunne stemme. De valgte likevel å se bort ifra feilen og arbeide videre. Ut ifra resultatene kan vi konkludere med at elevene ikke har rutine for å sjekke svarene sine. Dette kan igjen underbygge at elevene ikke har trent nok på verken Pólyas fire steg for problemløsning eller metakognitive aktiviteter for øvrig.

Metakognitive aktiviteter innenfor refleksjon var i denne studien delt inn i å trekke konklusjon ved å referere til oppgaveteksten, rekapitulere prosessen og å lære av oppgaven for fremtidige anledninger. Det disse kategoriene har til felles er at det er gjort få observasjoner innenfor disse, og at kategoriene er veldig spisse og konkrete, som kan være en årsak til at det er gjort få funn. Et eksempel på å trekke konklusjoner ved å referere til oppgaveteksten finner vi i kapittel 5.2.4 Refleksjon. Her svarer Maria på et spørsmål om hvordan de kan vite at oppgave 3a er riktig, oppgaven om omkretsen til en regulær sekskant. I hennes besvarelse bruker hun ved hjelp av oppgaveteksten begrepet regulær. Ved å trekke resultatet opp til oppgaveteksten på denne måten får hun samtidig evaluert at svaret samsvarer med det oppgaven spurte etter. Hun viser også evne til resonnement som underbygger tidligere forskning, at metakognitiv tenking i matematikk kan føre til bedre resonnement (Kramarski & Mevarech, 2003; Mevarech & Fridkin, 2006). Det er fortsatt feil svar elevene konkluderer med, men det går ikke lang tid før de ved å se på oppgaven legger merke til at de ikke har tatt hensyn til x-en, og får reparert feilen.

Det er observert ett tilfelle av å lære av oppgaven til fremtidige anledninger. Denne observasjonen er beskrevet i kapittel 5.3.4 Refleksjon. Her får de spørsmål til oppgave 5b, om hvorfor strategien de har valgt, altså prøv og feil, er god. Da svarer Maria at det var denne de brukte i forrige oppgave. Det er antakelig mange flere metakognitive aktiviteter som er til stede i elevenes tanker uten at de kan observeres. Derfor er det mye mulig at elevene har lært noe av flere oppgaver de har gjort. Hovedtanken bak denne kategorien er at elevene skal reflektere og bevisstgjøre seg på hva de har gjort i oppgavene slik at de lettere kan hente frem erfaringen til senere problemer. En ser nødvendigvis ikke resultatet av dette nå. Det er også en kategori som i seg selv er vanskelig å måle. Det å aktivere forkunnskaper kan inkludere kunnskap som de har lært fra tidligere oppgaver, uten at det har blitt analysert til at de har lært av en oppgave til fremtidige anledninger. De metakognitive aktivitetene innen refleksjon plasseres i det siste trinnet i Pòlyas 4. steg for problemløsning. Det spesifiseres at dette trinnet handler om nettopp det å reflektere om en kan bruke metoden eller det en har gjort i andre oppgaver (Pólya, 1971).

Oppsummert kan vi si at elevene viser mange metakognitive aktiviteter innenfor kategorien orientering. Ut ifra eksemplene som er drøftet her kan det likevel ikke konkluderes med at elevene viser dybde nok i oppgaveanalysen, og at de derfor kan ende opp med feilberegninger. Elevene har også mer å lære innenfor prosedyrekunnskap, da de ofte anvende prøv og feil metoden fremfor å bruke andre strategier. Elevene viser evne til å planlegge, men ikke mer enn ett til to steg frem i tid. Dette kan begrunnes med at de bruker for lite tid til oppgaveanalyse, og gjerne ikke forstår oppgaven før de setter i gang, og veien blir dermed til mens de går. Det er også mulig at de har laget en større plan i tankene sine som ikke kan observeres. Det er ingen tegn til tidsstyring, noe som kan knyttes opp til teorien om at metakognisjon ikke oppstår av seg selv (De Jager et al., 2005). Det varierer i hvilke oppgaver elevene oppdager og reparerer feil. Lite metakognitiv aktivitet innenfor å overvåke fremdriften kan være en av flere faktorer til at de overser feil. Det er noe tegn til at elevene sjekker svarene sine i noen oppgaver, men ut ifra studiens helhet bunner det ned til at elevene ikke har det for vane å gjennomføre denne aktiviteten. En annen årsak til at de ikke sjekker svaret kan være fordi elevene ikke har stor nok forståelse av oppgaven til å kunne kontrollere svaret. Manglende forståelse av oppgaven har blitt nevnt flere ganger, noe som viser viktigheten av å gjøre et grundig arbeid i hvert av de fire trinnene til Pólya, i kronologisk rekkefølge (Pólya, 1971). Følger en disse trinnene vil en automatisk fremprovosere metakognitive aktiviteter, og kanskje vise mer aktivitet innenfor kategorien refleksjon som det var lite av i denne studien.

6.2 Konsekvenser av metakognitive spørsmål

I denne delen skal vi se nærmere på forskningsspørsmål 2, «*hvilke konsekvenser av metakognitive spørsmål kan observeres i elevenes arbeid med problemløsningsoppgaver*». Resultatene og konkrete utdrag fra resultatdelen blir drøftet, og knyttet opp til teori.

De første spørsmålene som ble stilt til elevene forble ubesvarte. Det skjedde flere ganger at elevene enten overså et spørsmål, eller svarte «vet ikke». Et eksempel på dette er hentet fra kapittel 5.2.1 Orientering, der elevene får to forståelsesspørsmål under oppgave 3a. Oppgaven går ut på å beregne omkretsen til en regulær sekskant. Spørsmålene får de først etter at de har regnet seg frem til et svar. De får spørsmål om hva omkrets er, og hva de vet om figuren. En av grunnene til at dette spørsmålet ikke ble besvart kan være fordi elevene var så langt inne i sin egen problemløsningsprosess at de ikke lot seg avbryte. Det kan også tenkes at de på dette tidspunktet ikke opplevde spørsmålene som relevante da de allerede hadde notert ned et svar på hvor lang omkretsen av figuren er, et svar som var feil vel og merke. Timingen fra spørsmålsgiveren kan altså være en avgjørende faktor. En annen faktor kan være at dette var de første spørsmålene som ble stilt av observatør. De hadde tidligere arbeidet uten innblanding, og en forholdsvis fremmed observatør i rommet i tillegg til videokamera kan ha begrenset elevene i å uttale seg, både når det gjelder å svare på spørsmål, men også generelt å dele sine tanker og ideer med de andre i gruppen. Schoenfeld skrev i en av sine studier om en utvikling hos elevene i evne til å svare på metakognitive spørsmål. I starten klarte de ikke å formulere gode svar. Etter hvert som de hadde fått de samme tre spørsmålene flere ganger ble prosessen automatisert, og de hadde tenkt igjennom gode svar på spørsmålene før de ble stilt av Schoenfeld (Schoenfeld, 1987). Det at elevene ikke svarer på disse spørsmålene kan være noe av det samme Schoenfeld opplevde, at elevene ikke var vant til å svare på metakognitive spørsmål, og at de derfor trenger trening og tid for å respondere bedre på spørsmålene.

Når det gjelder de ulike type spørsmålene som ble stilt var disse delt inn i tre kategorier, inspirert av Kramarski & Mevarech (2003). Ut ifra Tabell 7 ser vi at det bare er forståelsesspørsmål og strategiske spørsmål som er representert i raden «videre hjelp i problemløsningen». Tilknytningsspørsmålene var ment som en hjelp til å reflektere over denne oppgaven, samt se tilbake på tidligere oppgaver elevene har gjort for å se om de kan finne noen flere knagger å henge oppgaven på. Skal vi knytte tilknytningsspørsmålene opp til metakognitiv teori er det naturlig å plassere denne inn under regulering av kognisjon, og videre under evaluering (Schraw et al., 2006). Det er naturlig at tilknytningsspørsmålene ikke gir en direkte hjelp i problemløsningsoppgavene. Disse ble stilt til elevene i etterkant av oppgaveløsingen. Kanskje vil konsekvensene av disse spørsmålene bli synlig ved en senere anledning der elevene arbeider med problemløsningsoppgaver.

Selv om ikke alle spørsmålene gav videre hjelp i problemløsningen er det likevel noen som gjorde det. Ved oppgave 4a, oppgaven om hvilke omkretser som er størst, fikk elevene oppklart en misoppfatning ved formelen for omkrets til en sirkel ved spørsmål Ø2 4.1. Her var det Åse som kom med feil formel, mens Maria var snar til å rette opp i feilen. En kan spørre seg om Åse hadde klart å oppdage hennes egen feil om det ikke hadde vært andre i gruppen som kommenterte feilen. Det samme gjelder ved oppgave 5b der elevene skulle finne ut hvor mange grader en sirkelsektor på 32 cm^2 ville utgjøre. Elevene fikk spørsmål Ø3 5.4, om hvordan de skulle gå frem for å løse oppgaven. Dette førte til at Maria muntlig fortalte planen hun allerede hadde startet å følge: dele 400 cm^2 på forskjellige tall for å se hvilket som gir svaret 32 cm^2. Etter at Maria fortalte planen startet Per, som ikke har arbeidet med oppgaven tidligere, med arbeid i henhold til Marias plan. Her igjen får spørsmålet konsekvensen videre hjelp, og en kan spørre seg om Per hadde kommet videre med oppgaven om han hadde arbeidet individuelt og fått det samme spørsmålet. Jeg tror likevel ikke at det er dumt å starte med problemløsningstrening i grupper. Det støttes av forskningen til både Schoenfeld (1987) som også valgte å la elevene arbeide i grupper, og Kramarski & Mevarech (2003) som viser til at best resultat for både matematiske prestasjoner og forklaringer kommer av samarbeidslæring og metakognitiv trening sammen. Pólyas fire trinn for problemløsning kan også trekkes inn (Pólya, 1971). Hadde elevene hatt disse trinnene klart for seg, kunne dette ført til mer selvregulering uten støtte fra gruppen.

Når i prosessen er det mest hensiktsmessig å stille spørsmål? Ut ifra at det er forståelsesspørsmål og strategiske spørsmål som har gitt videre hjelp i problemløsningen kan det tenkes at spørsmålene i denne studien gav best effekt om de ble stilt forholdsvis tidlig i prosessen. Samtidig ser vi at mange av de strategiske spørsmålene ved oppgave 6, der de skal finne antall ruter, er stilt både tidlig og seint, og at dette gav en jevn fordeling av hjelp. Da må det også sies at noen av disse spørsmålene kanskje gav mer hint enn spørsmålene stilt til de andre oppgavene. Spørsmål Ø3 6.9 var «Lar dere kvadratene overlappe hverandre? Hvorfor/hvorfor ikke?». Dette tolket elevene som direkte hjelp, og arbeidet videre med tolkningen om at rutene kunne overlappe. Det er denne siste oppgaven som utgjør en stor del av statistikken når det i oppsummeringen av resultatdelen står at 25% av spørsmålene som ble stilt i økt 3 gav videre hjelp i problemløsningen. Kun ett spørsmål ved oppgave 5 gav videre hjelp (9% av spørsmålene til oppgave 5), mens 5 av spørsmålene i oppgave 6 gav videre hjelp (38,5% av spørsmålene til oppgave 6). Det tyder likevel på at økt 3 med mest metakognitiv påvirkning gir best resultat da færre spørsmål i økt 2 førte til færre tilfeller av videre hjelp. I økt 2 var det altså 15,4% av spørsmålene som gav videre hjelp. Ingen av spørsmålene til oppgave 3, mens 33,3% av spørsmålene til oppgave 4. Et motargument for å kun stille spørsmål tidlig i prosessen vil være å se på de fire trinnene for problemløsning. For å bli en god problemløser arbeider du systematisk og trinnvis. Det vil da si at en stiller ulike spørsmål underveis i hele prosessen. Viktigst av alt, som vi så i forrige del av kapittelet, er at en må gjøre grundig arbeid, og gjøre seg ferdig i ett trinn før en går videre til neste (Pólya, 1971). Det at det er de tidlige spørsmålene som gir best effekt kan skyldes at elevene ikke har gjort seg ferdig på de tidlige trinnene før spørsmål tilhørende andre steg i problemløsningsprosessen blir stilt.

Metakognitiv aktivitet var den konsekvensen av spørsmålene som fremtrådte oftest. I økt 2 førte 53,8% av spørsmålene til metakognitiv aktivitet, og i økt 3 58,3% av spørsmålene. Et eksempel kan hentes fra oppgave 5a, der elevene skal finne arealet til en sirkelsektor når de vet arealet av hele sirkelen. Elevene får spørsmål Ø3 5.2 som spør etter målet med oppgaven. Maria svarer konkret at målet er å finne ut arealet av sirkelsektoren. Ved å svare på dette spørsmålet blir utsagnet analysert til en metakognitiv aktivitet, sette mål, som konsekvens av et spørsmål. De fleste spørsmålene er formulert slik at ved å svare på dem vil elevene automatisk komme med et utsagn som passer i analyseskjemaet for metakognitiv aktivitet. Det er mange og vide kategorier innenfor analyseskjemaet som fanger opp mange utsagn. Unntaket er tilknytningsspørsmålene. Som vi ser i tabell 7 er det få av disse spørsmålene som gir konsekvensen metakognitiv aktivitet. Dette kan begrunnes med at analyseskjemaet hadde veldig spisse kategorier innenfor refleksjonskategorien, og at tilknytningsspørsmålene ikke var utformet slik at de skulle samsvare med analyseskjemaet og motsatt. Det er flere spørsmål som ikke får noen konsekvens i noen av øktene. Det har vært et kort intervall mellom alle tre øktene. Det er ingen tydelige tegn til at elevene viser mye mer metakognitiv aktivitet fra økt 1 til økt 3. Dette kan tyde på at det er riktig at det tar tid å implementere metakognitiv tenking hos elevene som studiene til Dignath & Büttner (2008) og Schoenfeld (1987) viser.

Oppsummert kan vi si at det er funnet tre typer konsekvenser av de metakognitive spørsmålene. Ingen konsekvens kan ha flere årsaker, men en av disse kan være manglende trening i å besvare slike spørsmål, og at det derfor er noe som trengs å arbeide med over tid, noe som samsvarer med Schoenfeld sine resultater (Schoenfeld, 1987). Noen spørsmål gir videre hjelp i problemløsningen, men langt i fra alle. Den videre hjelpen var eksempelvis at en missoppfatning eller feil ble oppdaget, eller at en plan ble utvekslet muntlig slik at alle gruppemedlemmene kom videre i prosessen. Metakognitiv aktivitet er den konsekvensen som forekommer flest ganger. Dette kan skyldes vide kategorier i analyseskjemaet, samt at spørsmålene fremprovoserer konkrete svar som vil passe inn i analyseskjemaet. Det er forståelsesspørsmål og strategiske spørsmål som gir flest konsekvenser i form av metakognitiv aktivitet eller videre hjelp i problemløsningen. I min studie kan det se ut som at det er de spørsmålene som blir stilt tidlig i prosessen som gir best effekt. Det kan skyldes at elevene ikke har gjort seg ferdig på de tidlige trinnene i Pólyas fire steg for problemløsning før spørsmål tilhørende andre steg i problemløsningsprosessen blir stilt (Pólya, 1971).

7.0 Konklusjon og implikasjoner

I denne studien har vi sett på to forskningsspørsmål som omhandler hvilke metakognitive aktiviteter som kan observeres, og hvilke konsekvenser som kan observeres av metakognitive spørsmål som blir stilt under problemløsningen. Elevene viste mest metakognitiv aktivitet innenfor kategorien orientering, og minst aktivitet innenfor refleksjon. Kvaliteten på de metakognitive utsagnende er varierende, og mye tyder på at elevene ikke har mye trening innenfor metakognisjon. Elevene viser at de flere ganger ikke analyserer problemet grundig nok før de starter. Det er også få ganger de sjekker om svaret de har fått kan være riktig. Konsekvensene på spørsmålene som blir stilt er varierende. De varierer mellom ingen konsekvens, metakognitiv aktivitet og videre hjelp i problemløsningen, der over halvparten av spørsmålene i hver økt førte til metakognitiv aktivitet. Det er flere ganger nevnt en sammenheng mellom Pólyas fire steg for problemløsning og metakognitive aktiviteter (Pólya, 1971). Manglende forståelse kan være en faktor til at elevene ikke responderer bedre på noen spørsmål, eller viser til flere metakognitive aktiviteter. Det er altså viktig å hente frem forkunnskaper, analysere oppgaven, og sette mål før en går videre til neste steg som er planlegging. Studien samsvarer med tidligere forskning om at metakognisjon ikke alltid oppstår av seg selv, da aktiviteten tidsstyring er helt fraværende (De Jager et al., 2005). Den støtter også viktigheten av undervisning i, og trening av metakognisjon (Kramarski & Mevarech, 2003; Mevarech & Fridkin, 2006). Da det ikke var stor forskjell i metakognitiv aktivitet i økt 1 og 3 samsvarer dette med tidligere forskning om at det tar tid å trene opp metakognitive ferdigheter (Dignath & Büttner, 2008).

Resultatet av denne studien håper jeg kan være til nytte hos blant annet matematikklærere. Det kom frem av studien at ikke alle spørsmålene gav like god effekt, noe som fører til at det må gis tilstrekkelig opplæring til elevene i bruk av metakognitive spørsmål. En måte å arbeide med problemløsning og metakognitiv tenking på vil være å bruke Pólyas fire trinn for problemløsning. Da må en i så tilfelle ta seg god tid og arbeide godt med hvert trinn. Ikke gå videre før det tinnet en holder på med er automatisert. Dette vil da føre til at elevene blir metakognitivt aktive. Arbeidet med trinnene bør inneholde tilstrekkelig arbeid med å aktivere forkunnskaper og å analysere oppgaven, lage en god handlingsplan og hvordan en skal overvåke fremdriften. Ser en på tidsstyring som en aktivitet som burde implementeres i skolen bør dette også inkluderes i arbeidet med Pólyas trinn.

Videre forskning bør undersøke om det er noen metakognitive spørsmål som gir bedre effekt enn andre. Er det de generelle, eller de oppgavespesifikke spørsmålene som gir best effekt enten på kort eller lang sikt? Det vil også være interessant å gå i dybden på noen metakognitive aktiviteter, som eksempelvis å analysere oppgaven. I hvor stor grad samsvarer elevenes tenking med Pólyas fire steg for problemløsning? Og kan en konkludere med at manglende forståelse av problemet fører til mindre metakognitiv aktivitet ved at elever dropper å sjekke svaret, lager kortere handlingsplan, og hopper over evaluering og refleksjon? Det bør forskes mer på hvordan en på best mulig måte kan trene elevene i metakognisjon gjennom matematikkundervisningen.

Til sist vil jeg komme med en liten egenrefleksjon. Om jeg skulle ha gjennomført forskningen på nytt, er det flere ting som kunne blitt forbedret. Oppgavetypene hadde mye å si for elevenes metakognitive aktiviteter. Jeg burde undersøkt grundigere hvilke problemer elevene hadde vært borti før, og hvilke som fremsto som helt nye. Det at de hadde gjort et lignende problem tidligere førte til at de trakk raske konklusjoner, og at jeg ikke rakk å stille alle de spørsmålene jeg ønsket underveis. Jeg skulle også vært enda mer på hugget med å stille spørsmål slik at spørsmålene hadde en best mulig timing i forhold til hvor elevene var i prosessen. Dette kunne kanskje ha ført til at elevene brukte mer tid på å forstå problemet før de gikk videre. Jeg kommenterte tidligere at ikke alle spørsmål samsvarte med hva analyseskjemaet fanget opp. En utfordring med analyseskjemaets siste kategori, refleksjon, er at den har så spesifikke underkategorier at de rommer så mye. Enten skulle jeg ha brukt et enda mer spisset analyseskjema innenfor alle kategorier slik at det ikke ble en slik skjevfordeling, eller så kunne jeg ha åpnet opp de siste underkategoriene mer. Et eksempel på et åpent punkt kunne vært «oppsummerer». Dette punktet kunne da inkludert både å konkludere ved referering til oppgaveteksten, og det å rekapitulere problemløsningens prosess. Et siste punkt jeg vil kommentere er at det hadde vært en styrke om analysen hadde blitt kontrollert av noen eksterne. I denne studien er det kun mine vurderinger som ligger til grunn for analysen, noe som mest sannsynlig kan ha ført til at flere utsagn har blitt oversett.

8.0 Referanser

Bryman, A. (2016). *Social research methods* (5. utg.). Oxford university press.

Cheng, E. C. K. & Chan, J. K. M. (2021). Metacognition and Metacognitive Learning. *Developing Metacognitive Teaching Strategies Through Lesson Study*, 11-24. https://doi.org/10.1007/978-981-16-5569-2_2

De Jager, B., Jansen, M. & Reezigt, G. (2005). The development of metacognition in primary school learning environments. *School effectiveness and school improvement*, *16*(2), 179-196. https://doi.org/10.1080/09243450500114181

Dignath, C. & Büttner, G. (2008). Components of fostering self-regulated learning among students. A meta-analysis on intervention studies at primary and secondary school level. *Metacognition and learning*, *3*(3), 231-264. https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/s11409-008-9029-x.pdf

Flavell, J. H. (1979). Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive–developmental inquiry. *American psychologist*, *34*(10), 906-911. https://doi.org/10.1037/0003-066X.34.10.906

Harrison, G. M. & Vallin, L. M. (2018). Evaluating the metacognitive awareness inventory using empirical factor-structure evidence. *Metacognition and Learning*, *13*(1), 15-38. https://doi.org/10.1007/s11409-017-9176-z

Herbjørnsen, O. (2006). *Rom, form og tall : matematikkdidaktikk for grunnskolen* (2. utg.). Universitetsforl.

Håkonsen, K. M. (2014). *Psykologi og psykiske lidelser* (5. utg.). Gyldendal akademisk.

Kramarski, B. & Mevarech, Z. R. (2003). Enhancing mathematical reasoning in the classroom: The effects of cooperative learning and metacognitive training. *American educational research journal*, *40*(1), 281-310. https://journals.sagepub.com/doi/pdf/10.3102/00028312040001281

Kuhn, D. & Dean, J., David. (2004). Metacognition: A bridge between cognitive psychology and educational practice. *Theory into practice*, *43*(4), 268-273. https://doi.org/10.1207/s15430421tip4304_4

Kunnskapsdepartementet. (2017). *Overordnet del – verdier og prinsipper for*

grunnopplæringen. https://www.regjeringen.no/contentassets/53d21ea2bc3a4202b86b83cfe82da93e/overordnet-del---verdier-og-prinsipper-for-grunnopplaringen.pdf

Lai, E. R. (2011). *Metacognition: A Literature Review Research Report*. Pearson. http://images.pearsonassessments.com/images/tmrs/Metacognition_Literature_Review_Final.pdf

Meijer, J., Veenman, M. V. J. & van Hout-Wolters, B. H. A. M. (2006). Metacognitive activities in text-studying and problem-solving: Development of a taxonomy. *Educational Research and Evaluation*, *12*(3), 209-237. https://doi.org/10.1080/13803610500479991

Meld. St. 28 (2015-2016). *Fag – Fordypning – Forståelse: En fornyelse av Kunnskapsløftet*. Kunnskapsdepartementet. https://www.regjeringen.no/contentassets/e8e1f41732ca4a64b003fca213ae663b/no/pdfs/stm201520160028000dddpdfs.pdf

Mevarech, Z. & Fridkin, S. (2006). The effects of IMPROVE on mathematical knowledge, mathematical reasoning and meta-cognition. *Metacognition and learning*, *1*(1), 85-97. https://doi.org/10.1007/s11409-006-6584-x

Perels, F., Gürtler, T. & Schmitz, B. (2005). Training of self-regulatory and problem-solving competence. *Learning and instruction*, *15*(2), 123-139. https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2005.04.010

Pólya, G. (1971). *How to solve it : a new aspect of mathematical method* (2. utg.). Princeton University Press.

Postholm, M. B. & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanningen*. Cappelen Damm akademisk.

Schoenfeld, A. H. (1987). What's all the fuss about metacognition. *Cognitive science and mathematics education*, 189-215. https://www.researchgate.net/publication/240412645_What''s_all_the_fuss_about_metacognition

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. I D. A. Grouws (Red.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (s. 334-370). National Council of Teachers of Mathematics.

Schraw, G., Crippen, K. J. & Hartley, K. (2006). Promoting self-regulation in science education: Metacognition as part of a broader perspective on learning. *Research in science education*, *36*(1), 111-139. https://doi.org/10.1007/s11165-005-3917-8

Schraw, G. & Dennison, R. S. (1994). Assessing metacognitive awareness. *Contemporary educational psychology*, *19*(4), 460-475. https://doi.org/10.1006/ceps.1994.1033

Steffe, L. P. & Thompson, P. W. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. *Handbook of research design in mathematics and science education*, 267-306. https://www.researchgate.net/profile/Patrick-Thompson-2/publication/264119299_Teaching_experiment_methodology_Underlying_principles_and_essential_elements/links/574207db08ae298602ee2870/Teaching-experiment-methodology-Underlying-principles-and-essential-elements.pdf

Szetela, W. & Nicol, C. (1992). Evaluating Problem Solving in Mathematics. *Educational Leadership*, *49*(8), 42-45. https://files.ascd.org/staticfiles/ascd/pdf/journals/ed_lead/el_199205_szetala.pdf

Säljö, R. & Moen, S. (2001). *Læring i praksis : et sosiokulturelt perspektiv*. Cappelen akademisk.

Utdanningsdirektoratet. (2020). *Læreplan i matematikk 1.–10. trinn* (MAT01-05). https://data.udir.no/kl06/v201906/laereplaner-lk20/MAT01-05.pdf?lang=nno

Veenman, M. V., Hout-Wolters, V., Bernadette, H. & Afflerbach, P. (2006). Metacognition and learning: Conceptual and methodological considerations. *Metacognition and learning*, *1*(1), 3-14. https://doi.org/10.1007/s11409-006-6893-0

Veenman, M. V. J. & van Cleef, D. (2019). Measuring metacognitive skills for mathematics: students' self-reports versus on-line assessment methods. *ZDM*, *51*(4), 691-701. https://doi.org/10.1007/s11858-018-1006-5

9.0 Vedlegg

9.1 Informasjonsskriv og samtykkeskjema

Vil du delta i forskningsprosjektet

"Metakognisjon i matematikkundervisningen, en måte å fremme metakognitiv tenkning gjennom problemløsende gruppearbeid på ungdomsskolen?"

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å *observere hvordan dere reflekterer i grupper når dere arbeider med problemløsningsoppgaver*. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formål
Prosjektet inngår i min masteroppgave som skal leveres i mai 2022. Her vil jeg bruke noen konkrete spørsmål som kan hjelpe dere til å hente frem matematisk kunnskap dere har fra før, i tillegg til refleksjon, og til å svare på oppgaven. Ut fra dette vil jeg se på om denne metoden kan være et forslag til hvordan lærere sterkere kan vektlegge metakognisjon i matematikkundervisningen.
Jeg vil bruke tre undervisningstimer i matematikk til å gjennomføre prosjektet, og dere vil da arbeide med relevante oppgaver for temaet dere har om i undervisningen.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?
Institutt for matematiske fag ved Universitetet i Agder er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?
Din skole er valgt ut til å delta i dette forskningsprosjektet, og din klasse representerer et aktuelt alderstrinn for min masteroppgave. Deres matematikklærer var villig til å delta i prosjektet. Derfor får alle i 9D spørsmålet om å delta.

Hva innebærer det for deg å delta?

- *Metoden jeg skal benytte meg av går ut på at elevene sitter sammen i grupper og arbeider med oppgaver knyttet til plangeometri som er temaet dere holder på med for tiden. Hvis du velger å delta i prosjektet innebærer det at du kan bli valgt ut i en gruppe som vil bli filmet (i klasserommet), og observert mens du løser oppgavene. Dette prosjektet vil pågå over 3 matematikktimer.*
- *Å bli filmet vil si at det står et kamera på et stativ rettet mot gruppen som har sagt ja til å bli filmet. Denne gruppen er plassert i et hjørne slik at ikke andre kommer med. Det blir også tatt opp lyd med kameraet. Elevene som ikke er med på videoen kan likevel bli hørt på videoen. Derfor er vi nødt til å ha et samtykke for både lydopptak og videopptak.*
- *Om foreldre ønsker å se oppgavene som blir gitt til elevene på forhånd er det bare å ta kontakt.*

Det er frivillig å delta
Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Elever som velger å ikke delta vil likevel følge samme undervisningsopplegg ved å løse oppgaver i grupper. Disse vil ikke bli med på verken lyd eller video ved at de som deltar blir tatt ut i et annet rom. Om du ønsker å trekke deg kan du kontakte lærer, eller prosjektansvarlig.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger
Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

- *Det er bare jeg, Judith Emelie Espegren, og veiledere ved institutt for matematiske fag; Per Sigurd Hundeland og Kjetil Damsgaard som vil ha tilgang til, å se råmaterialet.*
- *Navnet og kontaktopplysningene dine vil jeg erstatte med en kode som lagres på egen navneliste adskilt fra øvrige daga. Datamaterialet, video- og lydopptakene vil jeg lagre på et passordbeskyttet område på Universitetet i Agder så ingen uvedkommende får tilgang på dette.*

I selve masteroppgaven vil du bli anonymisert. Jeg kommer ikke til å bruke skolens navn, men skrive at det er en 9.klasse ved en skole i Sør-Norge. Jeg kommer heller ikke til å bruke ditt navn, men anonymisere det.

Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?
Opplysningene anonymiseres når prosjektet avsluttes/oppgaven er godkjent, noe som etter planen er *Prosjektet avsluttes i desember 2022. Personopplysninger og opptak vil da bli slettet.*

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?
Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra *Universitetet i Agder* har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Dine rettigheter
Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke opplysninger vi behandler om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene
- å få rettet opplysninger om deg som er feil eller misvisende
- å få slettet personopplysninger om deg
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å vite mer om eller benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- *Institutt for matematiske fag* ved *Kjetil Damsgaard (kjetil.damsgaard@uia.no).*
- Vårt personvernombud: *Johanne Warberg Lavold (johanne.lavold@uia.no)*

Hvis du har spørsmål knyttet til NSD sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS på epost (personverntjenester@nsd.no) eller på telefon: 53 21 15 00.

Med vennlig hilsen

Kjetil Damsgaard *Judith Emelie Espegren*
(Forsker/veileder)

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet «*Metakognisjon i matematikkundervisningen, en måte å fremme metakognitiv tenkning gjennom problemløsende gruppearbeid på ungdomsskolen?*», og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- ☐ å delta i *prosjektet slik det er beskrevet over med video (bilde og lyd).*
- ☐ å delta i *prosjektet slik det er beskrevet over med bare lydopptak.*

- ☐ Jeg samtykker ikke til at mitt barn skal delta.

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

----

(Signert av prosjektdeltakers foresatt, dato)

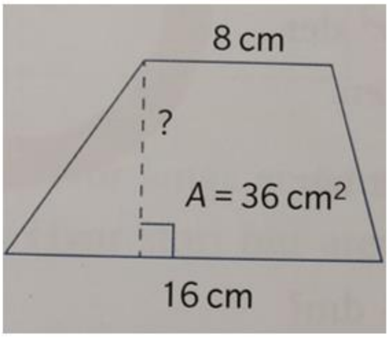
9.2 Oppgaver

9.2.1 Økt 1

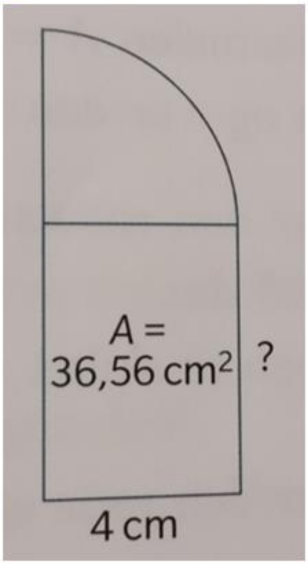
Oppgave 1

Finn målene som mangler.

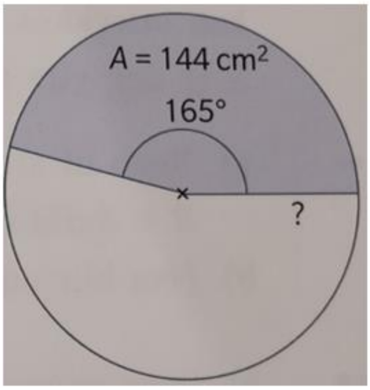
a)



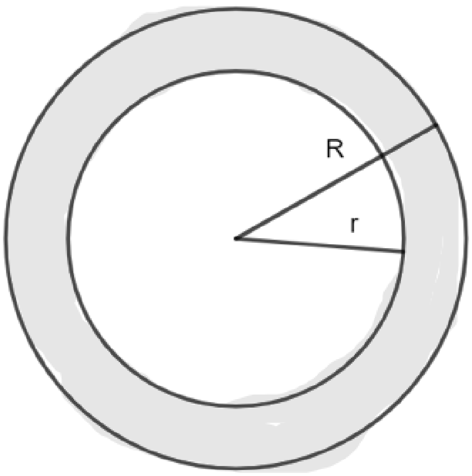
b)



c)



Oppgave 2

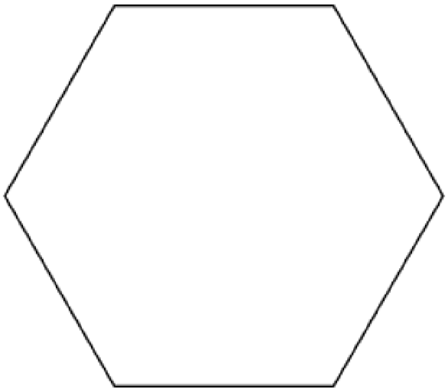


a) Et ringformet område er begrenset av to sirkler med radius 3 cm og 5 cm. Regn ut arealet av ringen.

b) Tenk deg at den største sirkelen har et areal på 150 cm^2. Jeg ønsker at det ringformede området skal være 60 cm^2. Konstruer ringen. (Rund av til en desimal).

9.2.2 Økt 2

Oppgave 3

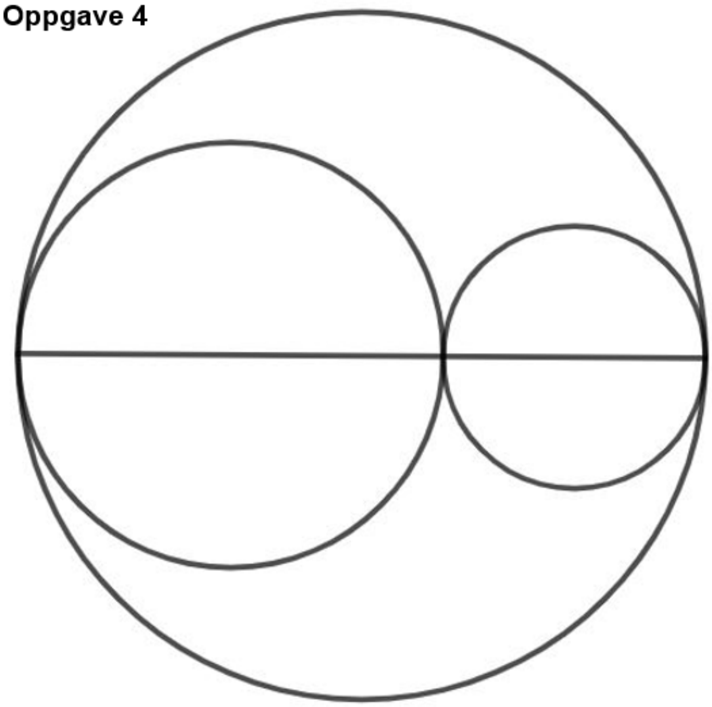


a) Hvor lang er omkretsen av denne regulære sekskanten når hver av sidene er x + 10 cm lange.

b) Per tegnet en regulær sekskant som har omkrets 87 cm. Hva er verdien til x når sidene er x + 10 cm?

c) Per har dilla på geometri, og tegner enda en figur, en regulær nikant som har en omkrets på 189 cm. Hva er verdien til x når sidene er x + 13?

Oppgave 4



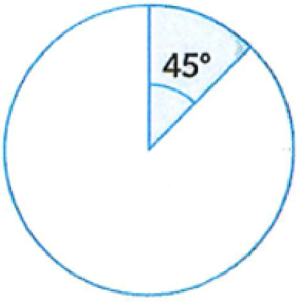
De små sirklene har sentrum på diameteren til den store, og sirklene tangerer hverandre.

a) Hva er lengst, omkretsen til den store sirkelen eller summen av omkretsene til de to små sirklene?

b) Kan du begrunne dette generelt?

9.2.3 Økt 3

Oppgave 5

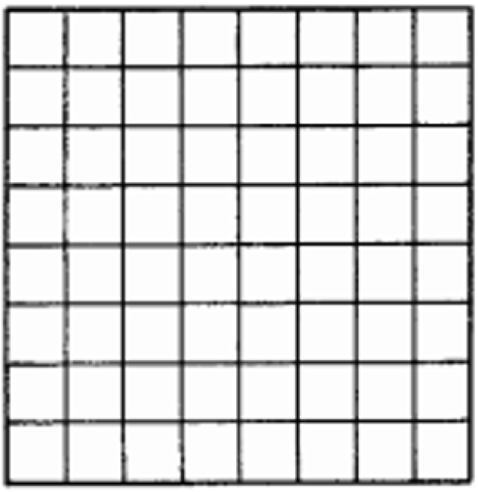


Arealet av hele sirkelen er 400 cm^2

a) Hva blir arealet av sirkelsektoren?

b) Vi ønsker å lage en sirkelsektor som er 32 cm^2. Hvor mange grader vil sektoren utgjøre?

Oppgave 6



Hvor mange kvadrat er det i dette rutenettet?

9.3 Metakognitive spørsmål - økt 2

9.3.1 Oppgave 3

3.1 Hva er omkrets?

3.2 Hva vet du om denne figuren – er det noe spesielt med figuren?

3.3 Hva skal dere gjøre for å komme frem til en løsning?

3.4 (Hvorfor er dette en god strategi?)

3.5 Hva var det som gjorde at dere kom videre eller stoppet opp?

3.6 Hvordan kan dere vite at svaret er riktig?

3.7 Har dere gjort lignende oppgaver tidligere?

9.3.2 Oppgave 4

4.1 Hva er formelen for omkrets av en sirkel?

4.2 Hva skal dere finne ut av?

4.3 Hva kan dere gjøre for å komme frem til en løsning på oppgave a?

4.4 Hvordan skal dere gjennomføre planen?

4.5 Hvordan kan dere sjekke om svaret er riktig?

4.6 Ligner denne oppgaven på noe dere har gjort tidligere, eller ser dere en sammenheng med noe dere har lært tidligere?

9.4 Metakognitive spørsmål – økt 3

9.4.1 Oppgave 5

5.1 Kan dere beskrive med egne ord hva en sirkelsektor er?

5.2 Hva er målet med oppgavene?

5.3 Hva tror dere svaret vil bli?

5.4 Hvordan skal dere gå frem for å løse oppgavene?

5.5 Hvorfor er dette en god strategi?

5.6 Finnes det andre måter å løse oppgaven på?

5.7 Har dere oversikt over hvilke beregninger dere har gjort og hva som gjenstår?

5.8 Hvordan kan dere vite at svaret er riktig?

5.9 Ligner dette på noe dere har gjort eller lært tidligere?

5.10 Ville dere gjort noe annerledes neste gang dere skal løse et lignende problem?

5.11 Syns dere denne oppgaven var vanskelig eller lett? Hvorfor?

9.4.2 Oppgave 6

6.1 Hva er et kvadrat?

6.2 Hva skal dere finne ut av?

6.4 Hvor mange kvadrat gjetter dere at det kan være (uten å telle)?

6.5 Hvor mange ulike størrelser av kvadrat finnes det i sjakkbrettet?

6.6 Hvordan skal dere gå frem for å løse oppgaven?

6.7 Hvorfor er dette en god strategi?

6.8 Hvordan skal dere ha system på hvilke kvadrater dere har telt og ikke?

6.9 Lar dere kvadratene overlappe hverandre? Hvorfor/hvorfor ikke?

6.10 Hvordan kan dere vite at svaret er riktig?

6.11 Har dere gått igjennom løsningen deres for å sjekke at dere ikke har oversett noe?

6.12 Ligner dette på noe dere har gjort eller lært tidligere?

6.13 Hva kan dere gjøre annerledes neste gang dere skal løse et lignende problem?