



UNIVERSITETET I AGDER

# Måling av prisrisiko I det Nordiske kraftmarkedet ved bruk av Ekstremverdi Teori

ERIK ANTON NORDSTRØM  
TINA MINH LE

Trygve Kastberg Nilssen  
Glen Qvam Haakonsen

**University of Agder, 2022**  
School of Business and Law  
Department of Economic and Finance



## **Forord**

Denne masteroppgaven er en avsluttende del av masterstudiet ved Økonomi og administrasjon-siviløkonomi ved Handelshøyskolen ved Universitet i Agder. Oppgaven ble skrevet av to studenter som spesialiserte seg innen retningen Analytic Finance. Å kunne benytte seg av kunnskap man har lært gjennom spesialiseringen, som finansiell modellering, programmering i R-studio og kvantitativ analyse, og dermed kunne implementere dette i kraftmarkedet, har vært utrolig lærerikt og spennende.

Tema for oppgaven har vært måling av prissisiko innen kraftmarkedet, og har gitt oss en innsikt i en kompleks bransje med mange forhold å ta hensyn til. Det har vært interessant å sette seg inn i ulike statistiske teorier og metoder, og dermed bruke data hentet fra Nord Pool og Nasdaq OMX for å skrive denne oppgaven.

Arbeidet av oppgaven har pågått ved vårsemesteret 2022 og venter 30 studiepoeng. Oppgaven har vært svært lærerikt, samtidig som det har vært både utfordrende og givende.

Vi ønsker å takke vår veileder Trygve Kastberg Nilssen og Glen Qvam Håkonsen med gode tilbakemeldinger og veiledning underveis i arbeidet med oppgaven.

Kristiansand 31.mai.2022

Eirik Anton Nordstrøm

Tina Minh Le

## Sammendrag

Det som primært skiller kraftmarkedet fra andre råvaremarkeder, er den begrensede mulighet til lagring. Dette bidrar til at kraftmarkedet blir betegnet som svært volatil. Noe som gjør at aktørene må være klar over markedsrisikoen og utvikle strategier for å handtere den. Den aktøren vi har valgt å sette søkelys på er Konesesjonskraft IKS (KIKS). KIKS er et unikt interkommunalt samarbeid mellom Agder fylkeskommune og 19 kommuner i Agder. Hovedoppgaven til KIKS er forvaltning av konesesjonskraften på vegne av kommune i Agder.

Formålet med oppgaven er å bygge videre på bacheloroppgaven «Value at Risk Analyse for Konesesjonskraft IKS» av Erik Anton Nordstrøm og Mosawi Masoodeh i 2020, der Value at Risk (VaR) estimeres for å evaluere behov av reservekapital. Studien bruker relativ enkel metodikk og antar normalfordelt data

I denne oppgaven benytter vi oss også av VaR som risikomål. I tillegg benytter vi oss av statistiske metoder som Ekstremverdi teori (EVT) for å estimere verste tenkelige utfall av daglige prisendringer. Vi tar i bruk metoder som fokuserer på de karakteristiske trekkene ved finansiell data som tidsvarierende volatilitet og ekstreme prisendringer. Målet er å kunne gi et nøyaktig estimat på daglig risiko for KIKS og vise hvor mye prisene kan variere daglig og innvirkningen dette har på risiko. Studien ble utført ved bruk av data innhentet fra Nord Pool og kontrakter på 1, 2 og 3 års kontrakter på Nasdaq OMX. For å kunne modellere de ekstreme prisendringene og estimere nøyaktig VaR estimat, har vi filtrert avkastningene med en GARCH modell. Deretter har vi tilpasset de standardiserte avkastningsseriene til EVT teorien, og resultatet gir et mer nøyaktig VaR estimat. EVT-GARCH metoden som blir presentert i oppgaven kan være et nyttig verktøy for en aktør som KIKS for å estimere risikoen knyttet til produktene de omsetter.

## **Abstract**

The Power Market is very different from other raw material markets because of the is in its limited storability. The Power Market is therefore considered as highly volatile. Consequently, the need for risk management and future proofing is more important for the traders in the market.

This thesis puts a focus on Konesjonskraft IKS (KIKS), a trader in the Power Market. KIKS is a unique inter-municipal cooperation between Agder County Municipality and 19 municipalities in Agder County Municipality. The main task of KIKS is the administration of licensing power on behalf of the municipalities in Agder.

The purpose of this thesis is to build upon the bachelor's thesis «Value at Risk Analyses for Konesjonskraft IKS» written by Erik Anton Nordstrøm and Mosawi Masoodeh in 2020, where Value at Risk (VaR) was used to estimate the worst potential outcomes for losses, assuming a normal distribution of data in the portfolio of products related to the sales of power that KIKS manages.

In this thesis we also utilize VaR as a risk measure. In addition, we use statistical methods such as Extreme Value Theory (EVT) to estimate the worst outcome of daily price changes. The Power Market has frequent price fluctuations, which entails greater risk and volatility, therefore the spread of prices associated with the distribution. We use methods that consider these typical characteristics of financial data such as time-varying volatility and extreme price changes. The goal is to be able to give an accurate estimate of daily risk for KIKS and show how much the prices can vary daily and the impact this has on the risk strategy.

The study was performed using data obtained from Nord Pool and 1-, 2- and 3-year contracts on Nasdaq OMX. To be able to calculate the extreme price changes and estimate the exact VaR estimate, we have filtered the returns with a GARCH model. We then adjusted the standardized returns to the EVT theory, and the result gives a more accurate VaR estimate. The EVT-GARCH method presented in the thesis could be a useful tool for KIKS.

## Innholdsfortegnelse

1 Innledning .....	7
1.1 Bakgrunn for oppgaven.....	7
1.2 Problemstilling.....	7
1.3 Oppbygningen av oppgaven .....	8
2. Kraftmarkedet .....	9
2.1 Det nordiske kraftmarkedet.....	10
2.1.1 Spotpriser – Nord Pool.....	10
2.1.2 Årskontrakter -NASDAQ børs .....	11
2.2 Prisdannelsen i Norge .....	12
2.2.1 Været.....	12
2.2.2 Prisene på gass, kull og CO <sub>2</sub> - kvoten.....	13
2.2.3 Forbruk.....	13
2.3 Konesjonskraft IKS (KIKS).....	14
3. Risiko .....	15
3.1 Risiko i kraftmarkedet.....	15
3.2 Risiko strategien til KIKS.....	16
4. Litteratur .....	17
4.1 Strømpriser.....	17
4.2 Value-at-risk analyse (VaR) .....	18
4.3 Ekstrem verdi teori.....	19
5. TEORI OG METODE .....	21
5.1 Priser og Avkastning.....	21
5.2 Sannsynlighets fordelinger og Normalfordeling.....	22
5.3 Value at Risk.....	24
5.4 GARCH Modeller.....	25
5.5 Ekstremverdi Teori .....	28
5.6 Generalisert Pareto Fordeling .....	29
5.7 Bestemme Terskelverdi u .....	30
5.8 EVT og Value at risk .....	31
5.9 Evaluering av var beregning .....	33
5.10 Porteføljeteori .....	35
5.11 Dynamisk Korrelasjon og Kovarians.....	36
6. Data.....	38

6.1 Deskriptiv Statistikk.....	38
6.2 ARCH Effekter .....	42
6.3 Korrelasjon.....	44
7 VaR BEREGNINGER - Resultat og Diskusjon .....	45
7.1 GARCH modeller .....	45
7.2 VaR Estimering NO2.....	48
7.3 VaR Estimering Års-Kontrakter .....	53
7.4 Modellering av portefølje .....	59
Konklusjon.....	64
Vedlegg.....	66
A.1 Utledning av uttrykk for kumulativ fordeling $F(y)$ .....	66
A.2 ME plot .....	67
A.3 R Kode .....	68
Kilder .....	69

# 1 INNLEDING

## 1.1 BAKGRUNN FOR OPPGAVEN

Prisene i det Nordiske kraftmarkedet er svært volatile (Lucia & Schwartz, 2002), det vil si at produksjon og handel er forbundet med store prissvinger, noe som medfører større risiko for aktørene. På grunn av økt volatilitet kan kraftprodusenter og kraftaktører benytte seg av relevante derivater for å sikre framtidig kontantstrøm mot eventuelt prisfall. Dette har medført en økt interesse for å spekulere i markedet, hvor det er muligheter for avkasting ved uventede prisendringer. Det medfører også et økt behov for aktørene i kraftmarkedet å kunne forstå det totale risikobildet, og ha gode risikostrategier for å sikre porteføljene sine.

I denne oppgaven bruker vi Konesjonskraft IKS (KIKS) som eksempel ved å analysere risiko knyttet til produktene de selger i markedet og dermed sette søkelys på deres portefølje og risikostrategi. Kraftmarkedet er preget av ekstremhendelser hvor prisene svinger mye over kort tid. Vi bruker Value at Risk (VaR) som mål på risikoen knyttet til disse produktene, der VaR sier noe om forventet tap over en gitt tidsperiode. For å undersøke nærmere hvordan disse ekstreme prisendringene påvirker risikoen har vi valgt å benytte oss av Ekstrem Verdi Teori (EVT).

## 1.2 PROBLEMSTILLING

Konesjonskraft IKS (KIKS) er en aktør som driver krafthandel på vegne av kommunene i Agder, målsettingen er å kunne gi tilfredsstillende og pålitelige utbetalinger til disse deltaker kommunene. Kraftmarkedet er et svært interessant marked siden det er kjent for store daglige prisendringer som igjen gir svært høy volatilitet. Tidligere (Nordstrøm & Mosawi, 2020) har VaR estimat av porteføljen som KIKS forvalter har blitt gjort under antakelse om normalfordelt data. I denne oppgaven benytter vi igjen VaR som risikomål, samtidig som vi benytter oss av statistiske metoder som Ekstrem Verdi Teori (EVT) for å estimere verste tenkelige utfall av daglige prisendringer. I tillegg tar vi denne gang i bruk metoder som tar hensyn til typiske karakteristikk trekk ved finansiell data som tidsvarierende volatilitet og ekstreme prisendringer. I denne oppgaven ønsker vi dermed å kunne gi et nøyaktig estimat på daglig risiko for en aktør som KIKS og vise hvor stor daglig risiko er. Målet er å kunne teste og validere VaR modellen ut

ifra spesifiserte kriterier via out of sample testing. Ved å sammenligne våre VaR estimat gitt fra EVT metoden med VaR estimat gitt ut ifra Normalfordelt data så håper vi også å kunne gi svar på hvor riktig eller feil det var å bruke antakelse om normalfordeling ved beregning av VaR i kraftmarkedet.

### 1.3 OPPBYGNINGEN AV OPPGAVEN

I kapittel 2 og 3 gir vi en kort innføring i det nordiske kraftmarkedet. Deretter gir vi en kort beskrivelse av spotmarkedet og futuresmarkedet der det selges finansielle kontrakter med levering av et gitt volum frem i tid. Kapittel 4 går vi gjennom relevant litteratur som er skrevet om kraftmarkedet, VaR beregninger og Ekstrem Verdi Teori (EVT). I kapittel 5 beskrives Teori og Metode som blir benyttet for å utføre de ulike VaR beregningene. I kapittel 6 beskrives dataen som blir benyttet og i kapittel 7 presenteres resultat og evaluering av resultatene.



## 2. KRAFTMARKEDET

De siste årene har det vært stort søkelys på situasjonen og endringer i det norske kraftmarkedet som igjen har påvirket hvordan kjøpt og salg av kraft har utviklet seg. Kraftmarkedet er delt inn i engrosmarkedet og sluttbrukermarkedet. Engrosmarkedet for kraft kan oppfattes som ett marked der kraftprodusenter, kraftleverandører og storforbrukere som næring eller industri møtes for å handle, her kan de fritt kjøpe og selge kraft i konkurranse med tilsvarende aktører (NVE, 2022). Kraftleverandørene handler på vegne av husholdninger og mellomstore forbrukere, som mindre næringer og industrier. Større næringer og industrier handler ofte direkte med kraftprodusentene eller direkte på kraftbørsen. For forbrukere er det en selv som inngår avtaler om kjøp av kraft, fritt fra de ulike kraftleverandørene, dette skjer i sluttbrukermarkedet.

De grunnleggende aktørene i kraftmarkedet er kraftprodusenter, balanseansvarlig og kraftleverandører. Kraftprodusentene produserer og selger kraft på kraftbørsen eller bilateralt direkte mellom kraftselskapene. I Norge er det rundt 175 kraftprodusenter og Statkraft er betegnet som den største i Norge. Handelen av kraft gjennomføres 24- timer før kraften skal produseres eller forbrukes. Når handelen er inngått skal det rapporteres videre til balanseavregning. Poenget med balanseavregning er å vite hvor mye som skal produseres eller forbrukes og hvor mye som faktisk blir produsert og forbrukt. Det er denne ubalansen som gjøres opp i balanseavregningen. Balanseansvarlig kan dermed bli betegnet som en forvalter som kjøper kraft i markedet for å oppfylle kraftleverandøren sine kontrakter (Statnett, 2018).

## 2.1 DET NORDISKE KRAFTMARKEDET

I 1991 ble det norske kraftmarkedet deregulert på grunn av den nye energiloven som ble iverksatt. Hovedmålet for dereguleringen var å skape et bedre kraftmarked, hvor det var bedre balanse mellom produksjonskapasitet og etterspørsel av kraft. Det betydde økt effektivitet hos produsentene som medførte redusert regionale prisforskjeller. Dette skulle bli utført gjennom økt konkurranse mellom leverandørene og produsenten i kraftmarkedet (Hansen, Johnsen, & Oftedal, 2020). Økt konkurranse ville kunne medføre mer konkurransedyktige priser for forbrukerne uavhengig av geografisk lokalisering. Etter kraftmarkedet ble liberalisert har det nordiske kraftmarkedet som består av Sverige, Danmark og Finland, etter hvert også inntrådt det europeiske kraftmarkedet via overføringsforbindelser. Årsaken til markedskoblingen er at kraften skal kunne importeres eller eksporteres basert på tilbud og etterspørsel og dermed føre til bedre utnyttelse av eksisterende nett- og medføre bedre produksjonsressurser (Energifakta-Norge, 2022a).

Det nordiske kraftmarkedet består i dag av det fysiske markedet på Nord Pool og det finansielle markedet, som er i all hovedsak foregår på kraftbørsen Nasdaq OMX. Det er her ca. 90 prosent av all kraft i Norge blir handlet (Haugsbø, 2022).

---

### 2.1.1 SPOTPRISER – NORD POOL

Nord Pool er den største kraftbørsen i Europa. Det er her leverandører kjøper strøm og kraftprodusenter selger strøm og prisen er blant annet avhengig av tilbud og etterspørsel. Når mange aktører ønsker å kjøpe strøm, og det produseres lite blir prisene høyere og omvendt (Haugsbø, 2022). Nord Pool tar for seg det fysiske markedet og foregår på engrosmarkedet. I dette markedet skilles det mellom day-ahead spot markedet (Elspot) og intradag-markedet (Elbas), som er det markedet som sørger for at det er balanse mellom tilbud og etterspørsel. De fleste handler som blir gjort på Nord Pool består av day-ahead handel, det er her kunder kan kjøpe og selge kraft for de kommende 24 timene. Det vil si at kjøp og salg av kraft må meldes inn mellom kl 08.00 og kl 12.00, auksjonene stenger kl 12.00. Nord Pool beregner dermed systemprisen hver dag det kommende døgnet avhengig av tilbud og etterspørsel (NordPool,

2021). Intradag-markedet sørger for å opprettholde balansen mellom tilbud og etterspørsel i kraftnettet. I dette markedet handles det konstant i tidsrommet mellom klareringen i day-ahead og helt til tidsfristen en time før levering. Med dette tilbudet medfører det mer forutsigbarhet i kraftmarkedet (Energifakta-Norge, 2022b).

---

## 2.1.2 ÅRSKONTRAKTER -NASDAQ BØRS

I Norge utføres det meste av den finansielle handelen på børsen Nasdaq OMX. Finansiell krafthandel innebærer ingen fysisk leveranse av kraft, men de finansielle produktene omtales ofte som langsiktige kontrakter. Langsiktige kontrakter kan sikre aktører mot prisendringer i kraftmarkedet ved både kjøp og salg opptil seks år frem i tid, fra døgn til uker, måneder, kvartaler eller år. I denne oppgaven forenkler vi dette ved å bruke antakelsen at det kun sikres ved bruk av 1 års, 2 års og 3 årskontrakter. For å sikre kontrakter er aktørene avhengig av god likviditet i kraftmarkedet. Likviditet er et sentralt fenomen i det finansielle markedet, dette er på bakgrunn av for at markedet skal fungere optimalt må det være tilstrekkelig likviditet.

Konsekvensen av dårlig likviditet er at store produsenter av kraft ikke vil kunne oppnå de prisene de ønsker. Det betyr at Nasdaq-børsen trenger god likviditet, hvis ikke kan dette medføre uønsket utslag på volatilitet (Moe & Jordheim, 2018).

Det finansielle markedet er dermed en viktig del av aktørenes risikostyring for å prissikre fremtidige produksjoner gjennom langsiktige kontrakter (Energifakta-Norge, 2017). Det finansielle markedet fokuserer på langsiktige kontrakter som forward- og futureskontrakter, opsjoner og EPADs. Forwards- og futureskontrakter er de mest vanlige kontraktene og innebærer kontrakter på finansielle oppgjør etter avtale om levert kraft i en gitt tidsperiode. Forward og futures kontrakter er svært like, men det som skiller dem er at futureskontrakter ofte er standardisert og oppgjøret skjer både i handelen og leveringsperioden, basert på prisendringer dagen før (Hull, 2017). Ved forward kontrakter kan oppgjøret skje både fysisk og finansielt. Ved finansielt oppgjør betaler kjøper kun forskjellene mellom den avtalte prisen og systemprisen (daglige beregnet prisen fra Nord Pool) ved utløpt kontrakt (Energifakta-Norge, 2022b). I denne oppgaven fokuser vi kun på forward kontrakter på bakgrunn at slike kontrakter er en viktig del av prissikringsstrategiene til KIKS.

## 2.2 PRISDANNELSEN I NORGE

Norge er delt inn opp 5 ulike geografiske prisområder der strømmettet er delt i områdene, Østlandet (NO1), Sørlandet (NO2), Midt-Norge (NO3), Nord-Norge (NO4) og Vestlandet (NO5). Det medfører at prisområde har ulike strømpriser til enhver tid. Strømmen produseres og forbrukes ulikt i landet, det betyr at strømmen må kunne overføres fra område til område, men per i dag har ikke Norge et strømmnett som gir denne muligheten. Dermed oppstår det områder med overskudd og underskudd i landet. Det kan føre til prisforskjeller mellom områdene, noe som omtales som flaskehals(er)(Statnett, 2021).

Siden høsten 2021 har det vært store prisforskjeller mellom strømprisene i nord og strømprisene sør i landet. Årsaken til prisforskjellen skyldes blant annet ulikt tilbud og etterspørsel av strøm i de forskjellige sonene, det vil si hvor mye som produseres, og hvor mye som forbrukes. Siden Norge er en del av nordiske kraftmarkedet, er det ikke bare forholdene her i landet som påvirker strømprisene, men også internasjonale faktorer som prisene på gass, været og produksjonsforhold i andre land (NorgesEnergi, 2022).

---

### 2.2.1 VÆRET

Den norske kraftproduksjonen består av rundt 90 % vannkraft, og det medfører at nedbør er en vital del av produksjonen av kraft. Prisene går ned med mye nedbør eller tilsig fra snøsmeltingen på våren. Ved lite nedbør synker vannstanden i vannmagasinene og kraftprodusentene kan ikke produsere etterspurt mengde av strøm i markedet og prisene går opp. I Norge benyttes 60-80% av strømforbruket til oppvarming, det betyr at strømmen som oftest er dyrere på vinteren og billigere på sommeren (NorgesEnergi, 2022). En av årsakene til prisdifferansen som Norge har opplevd siden høsten 2021 er redusert strømproduksjon i sør på grunn av lite nedbør, mens det motsatte har skjedd i nord (NorgesEnergi, 2021). Vind er også en faktor som kan påvirke strømprisene, hvis det er lite vind til lands blir det produsert mindre kraft som igjen reduserer tilbudet. Vind er en del av norskenergi forsyning og stod for 7.5 % av norsk kraftproduksjon i 2021 (Øvre, 2022).

---

### 2.2.2 PRISENE PÅ GASS, KULL OG CO<sub>2</sub>- KVOTEN

Norge er en del av et europeiske kraftmarked, derfor vil det totale tilbudet og etterspørselen i det utenlandske markedet også påvirke strømprisene i Norge. Vannkraftsystemet i Norge har en normal produksjon på 133.4 TWh, og et gjennomsnittlig årlig overskudd på 15 TWh som dermed eksporteres. Samtidig betyr det at de årene med lite nedbør i Norge er man avhengig av import fra nabolandene for å dekke etterspørselen (Jøssang, 2021). Det meste av energien som produseres i Europa kommer fra gass og kull. Dette er en råvare som produsentene må kjøpe inn, og vil dermed kunne påvirke både produksjonsmengde og strømprisen. Det vil si at hvis prisene på gass og kull øker, vil prisen på kraft produsert ved kull og gass øke. En annen mekanisme er at produksjonen reduseres, dette kan føre til redusert tilbud på kraftbørsen og som igjen fører til økt pris.

Kull og gass er ikke under betegnelsen fornybarenergi, noe som betyr at produksjonen er veldig forurensende for miljøet og man må kjøpe CO<sub>2</sub> kvoter som dekker for utslippene. Kvotene omsettes i et eget marked, og økning av prisene på kull og gass medfører også stigning i kvoten (NorgesEnergi, 2022).

---

### 2.2.3 FORBRUK

Strømprisene blir også påvirket av forbruk, hvis forbruket er større enn det som er tilgjengelig av kraft i Norge, må strømmen importeres fra utlandet og da kan prisen gå opp. I 2021 har strømprisene slått en rekke rekorder på forbruk og pris i Sør-Norge, analytikerne peker ut at dette er på grunn av kraftige økninger på prisen til kull og gass, økte priser på CO<sub>2</sub> kvoten i Europa, og lavere produksjon av vind- og vannkraft enn vanlig (Lier, Revheim-Rafaelsen, & Resvoll, 2021).

I vår oppgave analyserer vi blant annet spotprisen fra området NO2, som er områdeprisen for Sørlandet. Figur 2.1, der gjennomsnittlige månedspris er oppgitt i øre pr KWh, gir en indikasjon på hvordan prisene kan endre seg, for eksempel fra januar 2020 til januar 2022 prisene økt fra 30.51 til 175.79. Det er også mulig å se i 2021 at prisene ikke følger normal syklus der de er høyere gjennom vinter månedene og lavere gjennom sommeren, i stedet økes prisene jevnt gjennom hele året.

<b>Sørvest-Norge - Kristiansand (NO2)</b>							
Prisene er oppgitt inkludert mva.							
<b>Måned/År</b>	<b>2022</b>	<b>2021</b>	<b>2020</b>	<b>2019</b>	<b>2018</b>	<b>2017</b>	<b>2016</b>
Januar	175,79	62,39	30,51	67,94	38,93	34,07	31,04
Februar	150,67	60,99	15,64	56,35	46,21	35,10	22,92
Mars	233,80	52,65	11,22	51,05	50,20	35,07	25,24
April	217,36	55,48	6,66	49,78	46,43	33,82	25,54
Mai		60,79	9,91	48,24	39,46	32,90	26,28
Juni		68,60	1,95	36,82	52,86	27,91	28,11
Juli		74,53	1,88	42,23	61,17	30,80	27,42
August		93,57	5,13	43,25	60,92	31,09	25,15
September		135,46	12,75	37,30	55,93	35,10	26,81
Oktober		121,67	17,94	46,37	49,50	31,87	34,65
November		132,92	6,24	53,38	57,76	37,56	41,68
Desember		221,35	26,77	47,56	63,47	38,25	34,79

Figur 2.1. Historiske gjennomsnittspriser pr måned for NO2 (Los, 2022).

### 2.3 KONSESJONSKRAFT IKS (KIKS)

Konsesjonskraft dreier seg om at de kommunene, som blir berørt av kraftutbyggingen til et bestemt vannkraftverk, har rett på deler av den kraften som produseres i det aktuelle vannkraftverket. Eierne av større vannkraftverk plikter å levere en andel til de kommunene som har krav på det. Dette er bestemt under vassdragsreguleringsloven som tilsier at konsesjonsavgift og konsesjonskraft skal avgis til staten og de berørte kommuner (NVE, 2018).

Konsesjonskraft IKS (KIKS) er et interkommunalt samarbeid mellom flere fylkeskommuner i Agder, totalt er det 19 kommuner som er deltakere. Kommunene har krav på ca. 10 % av kraftmengden som blir produsert i et kraftverk til forbruk i kommunene, dersom de befinner seg i en kraftverkskommune eller er berørt av utbyggingen. Formålet med selskapet er salg av konsesjonskraft på vegne av deltakerkommunene. KIKS sitt hovedmål er å være en ledende nasjonal forvalter av konsesjonskraftrettene (KIKS, 2021). Driftsinntektene baserer seg på salget av kraft på markedet, det er derfor viktig for KIKS og sikre seg inntekt for neste periode, og dette gjøres gjennom risikostراتيجien (KIKS, 2020b) som beskrives videre i kapitel 3.

### 3. RISIKO

Risiko kan beskrives som uforutsette hendelser og mye litteratur har blitt skrevet om temaet, (Burger, Graeber, & Schindlmayr, 2014) definerer risiko som «the effect of uncertainty on objectives», og legger vekt på at denne effekten kan betegnes som enten positivt eller negativt avvik fra det forventede resultatet. (Hopkin, 2017) har en annen definisjon og beskriver risiko som et usikkert utfall. Risiko handler i grunn om mulige avvik fra det forventende eller mulige avvik fra målene. Kraftmarkedet kan betegnes som svært usikkert der mange faktorer er med på å påvirke prissvingningene. Markedet påvirkes raskt av tørre værprognoser, høye gass og kull priser som igjen påvirker CO<sub>2</sub> prisene, dette er elementer som preger kraftmarkedet for tiden. Dermed er det viktig for selskap som KIKS å lage seg gode risikostراتيجier for å kunne minimere risikoen for finansielle katastrofer.

#### 3.1 RISIKO I KRAFTMARKEDET

Det er flere områder hvor kraftmarkedet skiller seg fra andre råvaremarkeder, primært er den begrensede muligheten til lagring og hyppigere prissvingninger sammenlignet med andre markeder unikt. Dette medfører også nødvendigheten for risikostyring og fremtidig sikring blir enda viktigere (Hull, 2017). Norsk energiproduksjon består i all hovedsak av vannkraft, noe som medfører muligheter for regulering og oppbevaring i magasiner. For norsk vannkrafts del, beregner man at de fleste vannkraftverk allerede er ferdig utbygget. De nye investeringene som er gjort i 2021 innebærer 53 nye småkraftverk med en samlet årsproduksjon på 0.7 TWh. Et småkraftverk har en produksjonskapasitet på under 10 MW (EnergiNorge, 2022).

For norske kraftprodusenter finnes en rekke faktorer som gjør at risikostyringen viktig. Vi kan dele risikokildene inn i tre hovedkilder (Statkraft, 2022)

- Markedsrisiko er preget av variasjoner i etterspørsel og priser, og i tillegg er det store sesongvariasjoner som har en stor innvirkning på kraftmarkedet.
- Strategisk risiko, betegnes som eksterne risikoer som kan påvirke driften og det økonomiske aspektet av kraftmarkedet. Det kan være knyttet til finansiellrisiko som deles inn i for eksempel valuta, likviditet og kredittrisiko.
- Teknisk risiko er knyttet til vedlikehold og driftsstans av produksjonsanleggene.

Den mest omtalte risikofaktoren er markedsrisiko, der alle risikofaktorene i større eller mindre grad er innvirkning på prisrisikoen som er nevnt ovenfor kapittel 2.3 (været, prisene på gass, kull og CO<sub>2</sub> koten, valutakurs og forbruk). Denne oppgaven fokuserer på markedsrisikoen og vi ser bort ifra faktorer som valuta og likviditet.

## 3.2 RISIKO STRATEGIEN TIL KIKS

Målet til KIKS er å sikre stabile utbetalinger til deltakerkommune hvert år. Dette oppnås ved jevn sikring av porteføljer som lages basert på salg av terminkontrakter på Nasdaq OMX børs. Disse kontraktene betyr at KIKS inngår avtaler om salg av kraft for hver time, gjennom et helt året. Prisen vil bli påvirket av hvor langt frem i tid og når leveringingen av kraft skal skje (KIKS, 2020a).

Den Normale strategien for KIKS innebærer at sikringen starter 3 år før den aktuelle året om skal sikres, det betyr for eksempel at sikringsprosessen for år 2023 starter i år 2020 med salg av 3-årkontrakter (NOR3Y) som da leveres til kjøperen i år 2023. I løpet av året 2021 selges 2-års kontrakter (NOR2Y) og i løpet av året 2021 selges 1 års kontrakter (NOR1Y). KIKS prøver dermed med denne strategien å sikre omtrent like mye gjennom salg av de ulike års sikringene. Inntekten blir registret for det året kraften leveres. Ved jevn sikringen vil sikringsgraden være ca. 85%, det vil si prosentdelen av kraften som er sikret innenfor sikringsperioden, den 31. desember for kommende leveringsåret (KIKS, 2020b). De resterende 15 % av totalvolumet er dermed fremdeles usikret og dette volumet omsettes gjennom salg av kraft på spotbørsen i løpet av leveringsåret (KIKS, 2020a). Resultat som leveres hvert år kan dermed ses på som en portefølje bestående av inntekter fra 3 års, 2 års og 1 års-kontrakter, samt spot. Hvert år selges et bestemt volum, porteføljen vektet dermed basert på den prosent andelen av totalt volum hvert produkt består av. Vi antar at de 85% av volumet som sikres ved års kontrakter fordels likt og at resterende brukes på spot, selv om dette kan endre seg fra år til år basert på markedssituasjonen.



## 4. LITTERATUR

Det har vært mange studier innenfor kraftmarkedet, Value at risk og Ekstrem Verdi Teori. Målet med denne Litteratur gjennomgangen er dermed å summere opp og reflektere over studiene innenfor nevnte tema. Først presenteres prisstudier om kraftmarkedet i Norge, deretter VaR, en av de mest kjente metodene for å måle finansiell risiko og til slutt EVT som handler om å modellere den øvre eller nedre halen til distribusjonen (Ragulina & Taurisano, 2014).

### 4.1 STRØMPRISER

Kraft er et gode som ikke kan oppbevares, men må konsumeres i det øyeblikket det blir produsert. Det medfører utfordringer med å planlegge hvor mye kraft som skal produseres til enhver tid (Hull, 2017). Det er gjort mange studier angående faktorer som påvirker strømprisene, siden vannkraft er sentralt i Norge kan man tenke på at økt vannreservoarnivå etterligner situasjonen på en økning av lav marginalkostnaden på fornybar energi i markedet. Det vil si økt vannnivå fører til redusert pris på kraft (Huisman, Stradnic, & Westgaard, 2013). Kvantil regresjon brukes til å lage risikomodeller basert på faktorer som påvirker prisformasjon (Bunn, Andresen, Chen, & Westgaard, 2016). Halekvantiler blir dermed estimert på bakgrunn av faktorer som tidligere priser, tilbud og etterspørsel, priser på kull og gass, prisen på CO<sub>2</sub> kvoter og kraftbørsens marginkrav. Andre studier beskriver hvordan prisutvikling på ukentlig futureskontrakter kan gi indikasjoner på hva prisutviklingen på spotmarkedet vil være, igjen er faktorer som vanntilførsel viktig, samt gjennomsnittlig spotpris for perioden (Simonsen, 2005).

Kraftmarkedet er kjent for ekstrem volatilitetsnivå, med et nivå godt over andre kjente markeder (Simonsen, 2005). Typiske trekk inkluderer volatilitetsklynger, log-normal fordeling og langsiktig seriekorrelasjon. Studien beskriver videre at volatilitet er avhengig av prisenivået og dette kommer tydeligst frem når spotprisen er lav. Andre studier (Weron, 2005) fokuserer på å modellere volatiliteten forårsaket av de unike prisstigningene som fører til fordelinger med fete haler. Weron har utarbeidet modeller ved bruk av Nord Pool data, og i artikkelen blir det presentert to modeller for å analysere ekstreme strømpriser i halen som han kaller jump-diffusion

og regime-switching. Teknikken som er brukt minner om Black-Scholes modellen som benytter seg av implisert volatilitet og underbygger tidligere forskning.

Det er stor volatilitet knyttet til systemprisen, også kjent som Nord Pool spotpriser som er underliggende instrument for andre derivater i kraftmarkedet (Solibakke, 2002). Studien viser at volatilitet kan modelleres tilstrekkelig ved ARMA-GARCH prosess. Videre beskriver (Andersson & Lillestøl, 2010) særtrekk ved systemprisen ved hjelp av ARIMA og MANOVA modeller som benyttes til å predikere prisen for neste dag. (Weron & Misiorek, 2008) bruker blant annet standard AR modeller for å forutse spotpriser. I tillegg vurderes mean-reverting jump diffusions modeller der data fra Nord Pool og California benyttes. Resultatet indikerer at produsert mengde kraft har større innvirkning på spotprisen enn andre ytre faktorer. Dette indikerer viktigheten av hvordan sesongvariasjoner kan påvirke den kortsiktige spotprisen ved Nord Pool.

## 4.2 VALUE-AT-RISK ANALYSE (VAR)

Value at Risk (VaR) er en populær måleenhet for markedsrisiko som dateres tilbake til slutten av 1980-tallet hos J.P Morgan. VaR svarer på spørsmålet hvor mye en kan tape, med en gitt sannsynlighet, over en viss periode. VaR har vært et sentralt mål for markedsrisiko siden Basel-Komiteen i 1996 fastslå at kommersielle banker skulle dekke tap på sine handelsporteføljer over en 10 dagers tidsperiode, 99 % av tiden. Finansiellforetak bruker vanligvis VaR for intern risikokontroll, med tanke på 1-dags tidsperiode og 95 % konfidensintervall. VaR er en av de mest benyttede referanseindeks for å evaluere ekstreme risikoer og litteraturen beskriver viktigheten i vurderingen av risiko i finansmarkedet (Fernandez, 2005) . Et av nøkkelementene for VaR beregning er valg av distribusjons-funksjonen for prisendringene på den ressursen som analyseres. Noen av metodene som kan anvendes for beregning av distribusjon funksjoner er Riskmetrics, GARCH-METODEN, quantile estimering og EVT (Tsay, 2002).

(Haugom, Hoff, Mortensen, Molnar, & Westgaard, 2014) sin studie undersøker ulike empiriske egenskaper i det europeiske kraftmarkedet og hvilken risikomodell som passer best til de ulike markedene. Det nordiske kraftmarkedet er det markedet som er betegnet med høyest volatilitet, der volatilitetsklynger kan oppstå om vinteren ved høy etterspørsel og forsyning. Det anbefales

forsiktighet med å anvende standardiserte modeller fra banker som Riskmetrics og historiske simulasjoner for kraftporteføljer. Dette er på grunn av de store svingningene i avkastningen. Det blir derfor anbefalt å bruke riktig VaR modell for å fange om de spesifikke verdiene i distribusjonene og forandringer i korrelasjonsdynamikken.

Andre studier (Füss, Adams, & Kaiser, 2008) anvender standard VaR modeller for å undersøke risikoen knyttet til ulike handelsvarer der man typisk ser ikke normalfordelte avkastninger. (Füss et al., 2008) konkluderer at GARCH-metoden er best egnet for VaR modellering av terminmarkeder for råvarer, når de sammenligner åtte forskjellige VaR modeller. I artikkelen er det lagt vekt på at valg av VaR modell er avhengig av serien med avkastninger. (Harmantzis, Miao, & Chien, 2006) undersøkte ytelsen til flere ulike VaR modeller ved bruk av historiske data for ulike valutakurser og indekser i aksjemarked. Her sammenlignes blant annet VaR modeller som benytter Normalfordeling og EVT metoden, studien bekrefter at modeller som kan fange dynamikken rundt fete haler gir best resultat.

Det er mange måter å estimere VaR, poenget med å beregne VaR er hovedsakelig å finne en passende økonomisk modell der datasettet kan tilpasses til en bestemt fordelingen for å estimere potensielt tap av en portefølje ved et bestemt tidsperspektiv. En god fremgangsmåte vil være å undersøke haleadferden ved det valgte datasettet og det er her ekstremverdi teori er et nyttig redskap.

### 4.3 EKSTREM VERDI TEORI

Fagfeltet EVT ble først introdusert av Leonard Tippett (1902-1985). EVT er en gren innenfor statistikken som hovedsakelig er opptatt av å håndtere de mest ekstreme avvikene til en variabel, ved å produsere asymptotiske modeller for fordelingen av de mest ekstreme avvikene. Det vil si, istedet for å se på hele fordelingen så fokuserer EVT direkte på halen og kan dermed estimere risikoen bedre (Haan & Ferreira, 2006). Teorien har dermed blitt en svært brukt statistiskmetode innenfor forskjellige fagfelt.

EVT har den siste tiden blitt brukt innenfor finansmarkedet der det er vanlig med store svinger i for eksempel valutamarkedet, aksjemarkedet og kredittsvindler (Abhay K. Singh/, David E.

Allen /, & Powell, 2011). Denne studien bruker En GARCH basert EVT tilnærming for å estimere ekstrem risiko i finansmarkedet. Samme teknikk brukes til å estimere VaR basert på data fra både Stockholms-indeksen og Dow-Indeksen (Byström, 2004). Ved å studere både rolige og volatile perioder bevises det at den betingede EVT-GARCH metoden er bedre enn standard GARCH og ubetingede modeller. Videre beskriver (Ping-Chen & Po-Chang, 2009) noen av utfordringene når EVT brukes til VaR estimering av porteføljer, spesielt knyttet optimal komponering av porteføljen og valg av terskel.

(Chan & Gray, 2006) foreslo å anvende ekstremverditeoremet (EVT) modellen for å forutse VaR for flere internasjonale kraftmarkeder, blant annet Nord Pool. De anvender en AR-EGARCH-EVT modell som gav gode resultater. For å sammenligne blir VaR estimert ved historiske simuleringer, noe som ikke viser seg å være like nøyaktig. Studien antyder at AR-EGARCH-EVT modellen er best når dataseriene er preget av stor skjevhet, stor kurtose og høy volatilitet. I en annen studie (Byström, 2005), analyseres timepriser fra Nord Pool. EVT anvendes for å undersøke halen av fordelingen av prisendringene. Her filtreres avkastningene av en AR-GARCH modell og de får god tilpasning til den Generaliserte Pareto Fordelingen. Konklusjonen Byström gjør er at EVT metoden er nøyaktig og interessant i forhold til risiko analyse i kraftmarkedet.

## 5. TEORI OG METODE

### 5.1 PRISER OG AVKASTNING

Som nevnt er markedsrisiko forårsaket av prisbevegelser på de eiendeler og ressurser man har i sin portefølje. For å studere risiko kan vi dermed begynne med å definere et uttrykk for avkastning siden disse har bedre statistiske egenskaper sammenlignet med priser. Ut ifra en tidsserie med gitte priser kan en enkel avkastning defineres som

$$r_t = (P_t - P_{t-1}) / P_{t-1} \quad 5.1$$

Der  $P_t$  er slutt pris på tidspunkt  $t$  og  $P_{t-1}$  er sluttpris en tidsenhet tidligere, altså på tidspunkt  $t-1$ . Finansielle avkastninger har en del egenskaper som pleier å gå igjen, tendensen er at fordelingen er mer spiss rundt gjennomsnittet og har flere punkter lengre ut i halen sammenlignet med for eksempel den kjente normalfordelingen. Flere observasjoner lengre ut i halen betyr økt risiko for ekstreme avkastninger. Slike fordelinger blir ofte beskrevet som fordelinger med fete haler, derfor er det viktig å finne metoder som kan modellere denne risikoen på nøyaktig vis.

En annen egenskap, som er spesielt viktig når volatilitet skal modelleres, er såkalte volatilitets klynger. Det vil si at volatilitet i markedet har en tendens til å samle seg i klynger og at store avkastninger, både positive og negative, kan forventes etter store avkastninger er blitt observert. Den siste egenskapen som kan nevnes er tendensen til at volatilitet øker mer etter en stor prisnedgang sammenlignet med stor prisøkning av samme størrelsesorden (Brooks, 2014).

Volatilitetsklynger innebærer at volatilitet ikke er konstant over tid, dermed vil både regresjonsmodeller og Auto Regressive Moving Average (ARMA) modeller være uegnet siden disse antar å ha både konstant gjennomsnitt og varians. For å modellere egenskaper som endringer i volatilitet bør man dermed vurdere en ikke lineær modell. Det finnes ulike modeller å velge mellom, men få av de har vist seg nyttige for å modellere finansiell data. For å modellere volatilitet så er en av de mest populære metodene å bruke en GARCH modell.

## 5.2 SANNSYNLIGHETS FORDELINGER OG NORMALFORDELING

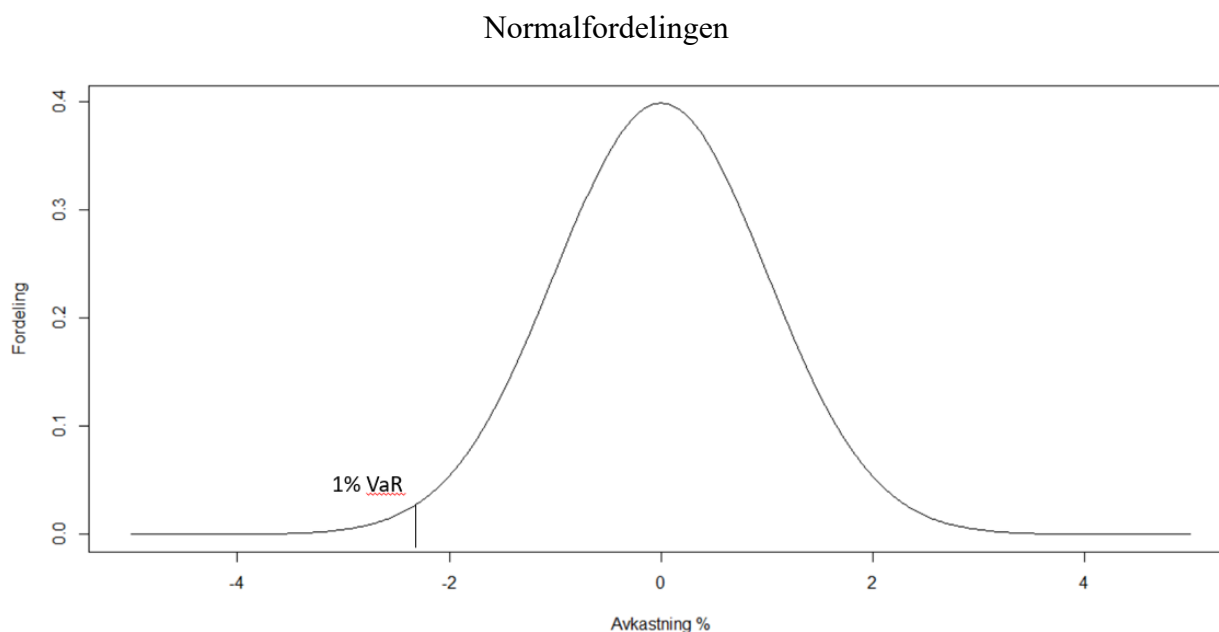
I statistikk brukes ofte sannsynlighetsfordeling for å beskrive en tilfeldig variabel, som for eksempel avkastninger til en finansiell ressurs. Hvis vi definerer  $F(x)$  som den kumulative sannsynlighetsfunksjonen av en tilfeldig variabel så vil sannsynligheten for å finne verdier av  $x$  være mindre enn en gitt verdi  $a$  være lik  $F(a)$ . For en kontinuerlig variabel kan dette skrives på generell basis som (Christoffersen, 2012).

$$\Pr(x < a) = \int_{-\infty}^a f(x)dx = F(a) \quad 5.2$$

Der  $f(x)$  representerer sannsynlighets tetthetsfunksjonen for variabelen  $x$ . En av de mest kjente fordelingene er normalfordelingen. Tetthetsfunksjonen til en normalfordelt variabel  $x$  med gjennomsnitt  $\mu$  og standardavvik  $\sigma$  er gitt ved

$$f(x; \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad 5.3$$

Ved å sette inn verdier for  $x$  vil gi den velkjente klokke diagrammet vist i figur 5.1.



*Figur 5.1 Normalkurven med gjennomsnitt null og standardavvik en. 1% VaR kvantil er indikert, arealet til venstre for streken representer 1% av areal under normalkurven.*

Fordelen med normalfordelingen er at det er relativt enkelt å beregne sannsynligheter, som er nyttig i forbindelse med VaR. For en normalfordelt variabel med gjennomsnitt  $\mu$  lik null og  $\sigma$  lik 1 vet vi at sannsynligheten  $P(x < -2.33) = 0.01$  og  $P(x < -1.64) = 0.05$ .

For at en variabel skal kunne følge normalfordelingen må den være identisk og uavhengig fordelt, med forventningsverdi  $\mu$  og konstant varians  $\sigma^2$ . Videre må  $x$  være symmetrisk med skjevhet lik null og kurtose lik 3. En populær test for normalitet er Jarque-Bera test (JB), test statistikken beregnes etter formel (Verbeek, 2004)

$$JB = \frac{n}{6} \left( S^2 + \frac{(K - 3)^2}{4} \right) \quad 5.4$$

Der  $S$  og  $K$  er estimert verdi på henholdsvis skjevhet og kurtose, JB gir dermed vektet gjennomsnitt av disse statistikkene. Under nullhypotesen om normalfordelt data følger JB chi-kvadratfordeling med to frihetsgrader. Kritisk verdi for å forkaste nullhypotesen vil dermed være 5.99.

### 5.3 VALUE AT RISK

VaR er et av de mest brukte mål på risiko innenfor finans, det derfor skrevet en mengde litteratur om temaet. En enkel definisjon på VaR er det maksimale tapet for en posisjon eller portefølje som vil være forventet ut ifra et gitt sannsynlighetsnivå (Alexander, 2008). Det vil si at hvis man beregner 5% VaR så vil sannsynligheten for å oppleve et større tap enn den beregnede VaR være på nettopp 5%. Dermed er man 95% sikker på å oppleve bedre avkastning enn estimert VaR.

I statistikken er VaR egentlig et annet navn for et gitt kvantil av en sannsynlighetsfordeling. Dermed hvis man definerer et kvantil  $q$  til en fordeling, så vil den verdien være der  $q\%$  av mulige observasjonene ligger under (Bodie, Kane, & Marcus, 2020). For eksempel defineres medianen ut ifra et kvantil på  $q = 0.5$ , det vil si at halvparten av observasjonene ligger under og halvparten over. I finans er det normalt å estimere VaR ved for eksempel 1% og 5% nivå, noe som betyr at henholdsvis 99% og 95% av avkastningen vil overstige den gitte VaR og henholdsvis 1% og 5% av avkastningen forventes å bli verre.

Vi kan dermed utlede et uttrykk for  $VaR_p$ , der  $p$  representerer  $p\%$  VaR. Vi antar at  $F(x)$  er den kumulative sannsynlighetsfunksjonen til  $x$ . Sannsynligheten  $\Pr(x < -VaR_p)$  er dermed lik  $p$ , videre kan vi anta at  $x$  følger normalfordelingen og har gjennomsnitt null og et gitt standardavvik  $\sigma$ . Da blir sannsynligheten  $\Pr(z < -VaR_p/\sigma)$  lik  $p$ , der  $z$  er standardiseringen av variabelen  $x$ , det vil si  $x/\sigma$ . Dermed har vi at  $F(-VaR_p/\sigma) = p$ , der funksjonen  $F(z)$  beregner sannsynligheten for å ligge under  $z$ , og  $F_p^{-1}$  i stedet beregner fraktilen slik at  $p\%$  av tetthetsmassen (arealet under tetthetsfunksjonen) er mindre enn  $F_p^{-1}$ . Uttrykket for  $VaR_p$  blir da

$$VaR_p = \sigma F_p^{-1} \quad 5.5$$

Hvis man antar normalfordelt avkastning så kan  $F_p^{-1}$  leses ut av fraktiltabellen og for  $p=0.01$  er  $F_p^{-1}$  lik 2.3264 og for  $p = 0.05$  er  $F_p^{-1}$  lik 1.6449 (Bodie et al., 2020).

Hvis vi nå antar at standardavviket ikke er konstant, men varierer med tiden kan vi lage en betinget modell for  $VaR_{p,t+1}$ , det vil si at standardavviket ikke er konstant med tiden, men kan



varieres. Standardavviket kan dermed uttrykkes som  $\sigma_{t+1}$  og kan estimeres ved en GARCH modell (se avsnitt 5.4).

$$\text{VaR}_{t+1}^p = \sigma_{t+1} F_p^{-1} \quad 5.6$$

## 5.4 GARCH MODELLER

I tidsserie analyse kan det hende at variansen til en variabel ikke er konstant over tid, men i stedet vise tegn til å variere mer enn vanlig. I finans blir slikt kategorisert som perioder med økt volatilitet, og da beskrives tidsserien ofte som heteroskedastisk. Hvis dataserien viser tegn til perioder med økt volatilitet, slik at variansen er korrelert over tid, så beskriver vi tidsserien som betinget heteroskedastisk (Cowpertwait & Metcalfe, 2009). Bevis for betinget heteroskedastisitet kan vi finne ved å plote Auto Korrelasjons Funksjonen (AFC) for kvadratet av det gjennomsnitts justerte avkastningsserien. Hvis de kvadratiske verdiene av avkastning viser tydelig tegn til seriekorrelasjon, er det bevis for betinget heteroskedastisitet.

Auto-Regressive-Conditional-Heteroscedastic (ARCH) modellen (Engle, 1982) tar hensyn til at variansen i en finansiell tidsserie ikke er konstant. Nå kan volatiliteten til en tidsserie modelleres slik at verdien på tidspunkt  $t$  kun er avhengig av de foregående verdiene av volatilitet, altså en såkalt auto-regressiv (AR) prosess. Under en ARCH-modell blir auto-korrelasjon i volatiliteten modellert ved å tillate at betinget varians ved tidspunkt  $t$  er avhengig av feilleddene til modellen ved tidligere tidspunkt. ARCH kan for eksempel kombineres med en regresjonsmodell for en variabel  $y_t$ , der modellen kunne være gitt ved

$$y_t = \beta x_t + u_t \quad 5.7$$

Der feilleddet  $u_t$  er antatt å være normalfordelt med gjennomsnitt lik null og varians  $\sigma^2$ , forskjellen nå er at variansen  $\sigma^2$  kan variere over tid. Generelt sett kan dermed en regresjonsmodell med auto korrelert feil kombineres med en modell for betinget heteroskedastisitet. Neste skritt er å definere et uttrykk for betinget varians, hvis vi tar med  $q$

tidligere verdier så er betinget volatilitet gitt ved en vektet funksjon av kvadratiske feilleddene (Pfaff, 2016)

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \alpha_2 u_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q u_{t-q}^2 \quad 5.8$$

Der  $\alpha_0 > 0$ ,  $\alpha_i > 0$  for  $i = 1, 2, 3, \dots, q$  som garanterer at variansen  $\sigma_t^2$  blir større enn null. Denne modellen ble senere utvidet til en Generalisert ARCH modell (Bollerslev, 1986) der betinget varians er avhengig av både tidligere feilledd og tidligere verdier av betinget varians. En GARCH(p,q) modell kan dermed fremstilles ved (Brooks, 2014).

$y_t = \mu + u_t$ $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i u_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2$	5.9
---	-----

Første ligning i 5.9 representerer betinget gjennomsnitt, der  $u_t$  er feilleddet på tidspunkt t. GARCH modellen kan modelleres ut ifra antakelsen at for eksempel normalfordelt eller student- t fordelt feilledd. Andre ligning i 5.9 representerer uttrykk for betinget volatilitet og kan dermed tolkes som en vektet funksjon av den langsiktige gjennomsnittsverdien  $\alpha_0$ , de q tidligere kvadratiske feilleddene og de p er tidligere verdiene av variansen.

Generelt sett når man skal modellere variansen til en finansiell dataserie så vil en GARCH(1,1) modell være god nok til å fange opp volatilitetsklyngene (Brooks, 2014). En slik modell for volatilitet vil være gitt av ligning 5.10

$$\sigma_{t+1}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_t^2 + \beta_1 \sigma_t^2 \quad 5.10$$

Igjen må  $\alpha_0 > 0$ ,  $\alpha_1 > 0$  og  $\beta_1 > 0$  for å oppfylle krav om positiv varians. Betinget varians kan endre seg, men så lenge summen av  $\alpha_1 + \beta_1 < 1$  så vil varians forventes å vende tilbake til et visst ubetinget nivå. Denne verdien som volatilitet forventes å vende tilbake til på sikt er gitt ved

$$\text{Var}(u_t) = \alpha_0 / (1 - (\alpha_1 + \beta_1)) \quad 5.11$$

Fra denne ligningen ser vi at for å få en stabil prosess, må betingelsen  $\alpha_1 + \beta_1 < 1$  være oppfylt. Dette er verdien man forventer at volatiliteten vender tilbake til etter et sjokk. Hvis  $\alpha_1 + \beta_1$  er større eller lik, så er ubetinget varians ikke definert og prosessen vil ikke være stasjonær.

For å estimere verdiene i modellen brukes Maximum likelihood estimering (ML), denne metoden fungerer ved å finne de mest sannsynlige verdiene på  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$  og  $\beta$  ut ifra gitt data. En log-sannsynlighetsfunksjon defineres, og man finner verdier av  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$  og  $\beta$  som maksimerer denne funksjonen. Vi estimerer GARCH modeller under både antakelse om normalfordelt og student-t fordelt feilledd  $u_t$ . Deretter bruker vi Aaike Information Criteria (AIC) til å vurdere den best egnede modellen av de to. AIC er ofte brukt til å vurdere ulike modeller mot hverandre og vurderer faktorer som god tilpasning og enkelhet, lavest AIC gir best egnede modell (Cowpertwait & Metcalfe, 2009)

Før GARCH modellen estimeres, kan det utføres en såkalt Lagrange-Multiplier (LM) test for ARCH effekter. Testen utføres ved å estimere en lineær modell for betinget gjennomsnitt, i henhold til ligning 5.9 del 1, og dermed få en serie med restledd  $u_t$ . Man beregner kvadratet  $u_t^2$  og lager en regresjon for  $u_t^2$  basert på tidligere ledd i serien, som vist i ligning 5.12.

$$u_t^2 = \gamma_0 + \gamma_1 e_{t-1}^2 + \gamma_2 e_{t-2}^2 + \dots + \gamma_p e_{t-q}^2 + v_t \quad 5.12$$

$R^2$  hentes ut fra regresjonen og en teststatistikk beregnes ved å multiplisere  $R^2$  med antall observasjoner. Denne teststatistikken vurderes deretter mot  $\chi^2(q)$  fordelingen der nullhypotesen er at det ikke er ARCH-effekter, mot den alternative hypotesen om at det er ARCH-effekter til stede (Brooks, 2014).

## 5.5 EKSTREMVERDI TEORI

Den største risikoen til en portefølje er en plutselig stor negativ prisendring, derfor er det viktig å ha kunnskap om slike hendelser. Ekstrem Verdi Teori (EVT) ble først introdusert av Leonard H.C. Tippett og er en del av statistikken som har til hensikt å modellere nettopp de ekstreme avkastningene som befinner seg i halene på en gitt fordeling.

I finans, kan EVT for eksempel brukes til å finne karakteristikene til de største og minste avkastningene i en gitt periode. Relatert til Kraftmarkedet, der for eksempel KIKS sitter på en verdi i form av kraft som skal selges, så er man spesielt interessert i de minste verdiene, det vil si de mest negative avkastningene. Risikoen kommer frem hvis kraftprisen synker, dermed er venstre halen av fordelingen over avkastningene spesielt interessant.

Det finnes ulike tilnæringer til EVT, der to av de mer kjente er de såkalt *block-maxima* (BM) og *Peak-over-Threshold* (POT). BM metoden går ut på å dele datasettet opp i blokker for deretter å finne maksimumsverdien i hver blokk. En klar svakhet med denne modellen er å identifisere hvilken fordeling disse maksimumsverdiene følger, det krever et stort datasett for å få nok blokker og dermed nok ekstreme punkter. På grunn av disse svakhetene blir denne metoden sjeldent brukt i praksis (Pfaff, 2016). I denne oppgaven benyttes derimot POT metoden, denne tilnærmingen er den mest brukte metoden som gir minst like gode resultat som BM (Byström, 2004). Den går ut på å velge de verdiene som overskrider en viss terskel som vi selv bestemmer. Avkastningene som overskrider denne terskelen regnes dermed som topper og modelleres da separat fra resten av fordelingen.

Et sentralt resultat i EVT sier at i den ekstreme halen av et bredt spekter av ulike fordelinger, det vil si når man lar terskelen bli stor, kan fordelingen av observasjoner omtrentlig beskrives av en relativt enkel fordeling, nemlig den Generaliserte Pareto Fordelingen (Christoffersen, 2012), som i resten av oppgaven forkortes til GPD. En ulempe ved EVT er forutsetningen om at avkastningene er identisk og uavhengig fordelt (iid). Over lengre tidsperioder kan finansielle avkastninger nærme seg denne antakelsen, men da oppstår utfordringer som nok observasjoner og mindre ekstreme prisendringer. EVT er dermed mest aktuelt å bruke på daglige data. For å bli kvitt noe av volatilitetsdynamikken og prøve å tilnærme antakelsen om iid, blir avkastningsserien

standardisert ved å dele på standardavviket. De standardiserte avkastningene beskrives dermed ved ligning 5.13 når vi er interessert i venstre halen.

$$z_{t+1} = -r_{t+1}/\sigma_{t+1} \quad 5.13$$

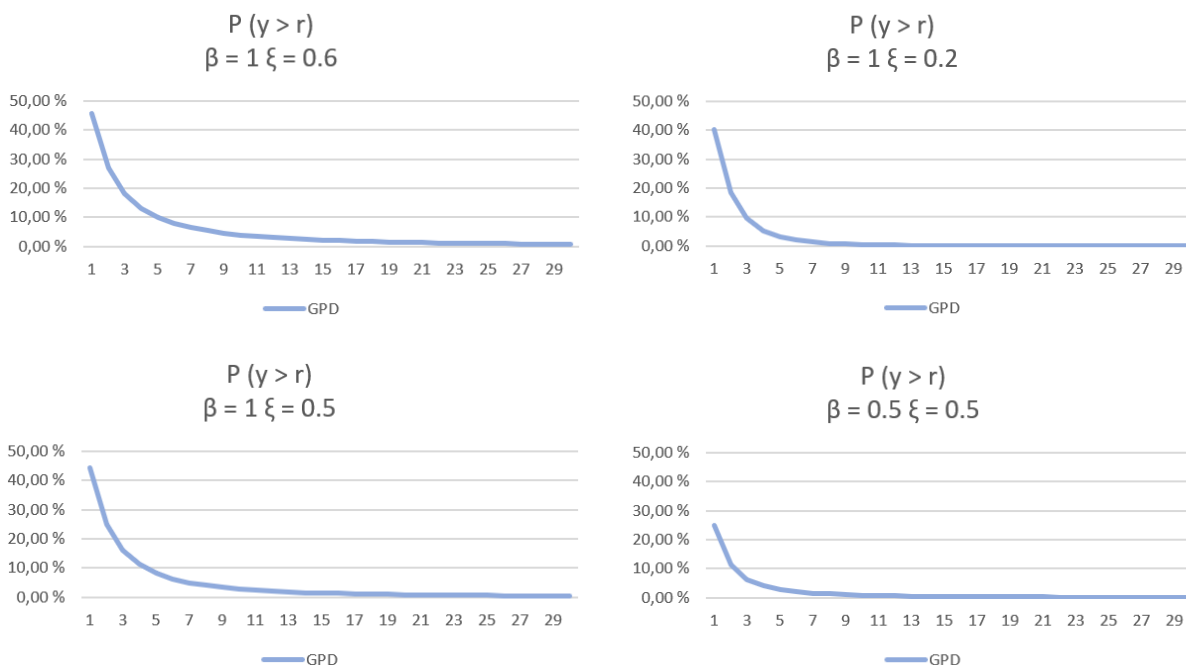
Siden vi vet at GARCH (1,1) modellen er godt egnet til å håndtere volatilitetsdynamikken blir  $\sigma_{t+1}$  modellert i henhold til ligning 5.10. Dette bør gi bedre tilnærming til iid, og vi vil dermed implementere EVT teorien på de standardiserte avkastningene og bruke teorien (Christoffersen, 2012) til å videre utlede et uttrykk for å beregne VaR $\rho$  kvantiler.

## 5.6 GENERALISERT PARETO FORDELING

I motsetning til normalfordelingen som beskriver hele fordelingen, så er vi nå kun opptatt av å beskrive halene. Utgangspunktet er å bestemme en terskelverdi, som vi kaller  $u$ , denne verdien brukes dermed skille ut de mest ekstreme observasjonene. Det er disse verdiene som er forbi terskelen som er interessant og som brukes videre til modellering. Når terskelen  $u$  blir stor nok, så sa det sentrale teoremet i EVT at avkastningene som overgår terskelen  $u$ , vi kaller dem her for  $y$ , fra nesten hvilken som helst annen sannsynlighetsfordeling vil nærme seg den så kalte Generaliserte Pareto Fordelingen (GPD)

$$GPD(y; \xi, \beta) = \begin{cases} 1 - (1 + \xi y/\beta)^{-1/\xi} & \text{hvis } \xi > 0 \\ 1 - \exp(-y/\beta) & \text{hvis } \xi = 0 \end{cases} \quad 5.13$$

Der en skaleringsparameter  $\beta > 0$  og  $y > u$ . Den så kalte hale-indeks parameteren  $\xi$  bestemmer formen på fordelingen i halen, spesielt hvor raskt halen går mot null når  $y$  går mot uendelig (Christoffersen, 2012). I Figur 5.2 viser hvordan de to parameterne  $\xi$  og  $\beta$  påvirker halen. For finansiell data med fete haler er det rimelig å anta at vi kan vi forvente  $\xi$  større enn null.



Figur 5.2 Øverste linje viser hvordan formen på halen endres når  $\xi$  minker ( $\beta$  konstant), vi ser at halen går raskere mot null og sannsynligheten for store avkastninger minker. Nederste linje viser hvordan formen på halen endres når  $\beta$  minker ( $\xi$  konstant), vi ser nå at fordelingen blir litt mer spiss som gjør at sannsynligheten for store avkastninger minker litt.

## 5.7 BESTEMME TERSKELVERDI U

Ifølge (Christoffersen, 2012) så er bestemmelse av terskel verdien  $u$  en svakhet ved POT metoden. Valg av  $u$  vil kunne påvirke estimering av hale-indeksen og dermed også påvirke beregning av VaR. Her må det balanseres mellom partiskhet, altså det å sette  $u$  for lavt slik at for mange observasjoner tas med og varians, det vil si sette  $u$  for høyt slik at ikke nok observasjoner tas med. Hvis  $u$  settes for lavt kan det kan føre at EVT ikke holder, altså at fordelingen av observasjoner større enn  $u$  ikke gir en god tilpasning til GPD. Hvis  $u$  settes for høyt, kan det medføre stor usikkerhet og unøyaktig estimering av haleindeksen. I litteraturen foreslås at for et datasett på ca. 1000 datapunkter så skal  $u$  settes slik at man beholder de største 5% av observasjonene til å beregne  $\xi$ , det vil si 50 observasjoner. Simulering har også vist at ved Maximum likelihood estimering så bør  $u$  velges slik at man tar med minimum 70 til 150 av de standardiserte observasjonene med i beregning av GPD fordelingen (McNeil & Frey, 2000).

For å hjelpe med valg av  $u$  kan man bruke et såkalt Mean Excess plot (Pfaff, 2016). Denne visualiserer Mean Excess (ME) funksjonen som forhold av terskelen  $u$ . ME funksjonen for en tilfeldig variabel  $X$  er definert som forventningsverdien av  $X-u$ , gitt at  $X$  er større enn  $u$ . I det ekstreme, og hvis en variabel følger GPD, altså  $X \sim \text{GPD}(\xi, \beta)$  så er ME funksjonen for  $X$  lineær i forhold til  $u$

$$M(u) = \frac{\beta}{1-\xi} + \frac{\xi}{1-\xi}u, \quad 5.14$$

Når  $0 < u < \infty$  og  $0 < \xi < 1$  (Ghosh & Resnick, 2010). Et slik plot gir ikke noe definitivt svar, men gir et godt bilde for hvilke  $u$  det eksisterer et lineært forhold til ME. Man velger dermed  $u$  ut ifra området der forholdet mellom  $u$  og  $M(u)$  går fra lineært til ikke lineært forhold.

## 5.8 EVT OG VALUE AT RISK

Før EVT implementeres er det verdt å merke seg at i teorien nevnes det at man ser på verdiene av de standardiserte avkastningene som er større enn terskel  $u$ . Når vi modellerer venstre halen av en fordeling ser vi på realiteten på de verdiene av  $z$  mindre enn  $u$ . For å gjøre om på dette, ganges de standardiserte avkastningene med minus en, derav minus tegnet i ligning 5.13, på denne måten regnes tap som et positivt tall. Etter at  $u$  har blitt bestemt kan hale parameteren  $\xi$  og skaleringsfaktor  $\beta$  estimeres ved å tilpasse de observasjonene over terskelen til GPD. Vi bruker metoden ML Estimering for å finne verdiene der parameterne  $\xi$  og  $\beta$  blir optimalisert ut ifra en gitt log-likelihood funksjon.

For en aktør som selger store verdier kommer den største risikoen fra store prisfall, dermed er vi mest interessert i avkastningene,  $r_t$  fra den originale serien, mindre enn en nedre kvantil  $\text{VaR}_p$ , der  $p=0.01$  og  $0.05$ . I vedlegg A.1 har vi utledet formell for den kumulative fordeling for avkastninger større enn  $u$ . Fordeling  $F(x)$  er gitt ved

$$F(x) = 1 - T_u/T [1 + \xi(x-u)/\beta]^{-1/\xi} \quad 5.15$$

Vi setter deretter den kumulative sannsynlighets funksjonen lik  $1-p$  slik at det er en sannsynlighet  $p$  at vi får en standardisert avkastning verre enn kvantilet  $F_p^{-1}$ . Dette er definert ved

$$F(F_p^{-1}) = 1 - T_u/T [1 + \xi(F_p^{-1}-u)/\beta]^{-1/\xi} = 1-p \quad 5.16$$

Vi løser for kvantilet  $F_p^{-1}$  og får uttrykket

$$F_p^{-1} = u + \beta/\xi[(p/(T_u/T))^{-\xi} - 1] \quad 5.17$$

Til slutt kan dermed VaR beregnes for serien med originale avkastninger  $r_t$ , ved å multiplisere standardavviket med det estimert EVT kvantilet  $F_p^{-1}$ . Nå kan vi lage et ubetinget  $\text{VaR}_p$  ved å bruke konstant standardavvik  $\sigma$

$$\text{VaR}_p = -\sigma F_p^{-1} \quad 5.18$$

Eller så kan vi lage en betinget EVT modell ved å bruke tidsvarierende  $\sigma_{t+1}$  estimert fra GARCH(1,1).  $\text{VaR}_p$  for neste dag blir da beregnet som

$$\text{VaR}_{p, t+1} = -\sigma_{t+1} F_p^{-1} \quad 5.19$$

Minustegnet i ligning 5.18 og 5.19 kommer av at vi ser på venstre hale og estimerer tap.



## 5.9 EVALUERING AV VAR BEREGNING

Dataen for hver serie med avkastninger blir delt opp i en såkalt in-sample del som brukes til å estimere de ulike parameterne i GARCH og EVT modellen. Vi beholder dermed en del av dataen til en såkalt out-of-sample del der modellene kan bli testet og evaluert på usett data.

Etter å ha estimert VaR, enten det er basert på in-sample eller out-sample, så er det viktig å kunne evaluere hvor god modellen er til å beregne riktig. Dette kan gjøres ved å sammenligne estimert VaR med de realiserte avkastningene i perioden og telle antall ganger de reelle avkastningene var verre enn VaR. Vi kan derfor definere uttrykket VaR som overskrider de gangene der avkastningene  $r_{t+1}$  er mindre enn  $\text{VaR}_{p,t+1}$

Gitt definisjonen på  $\text{VaR}_{p,t+1}$ , at avkastningen bare vil være verre enn estimert  $\text{VaR}_{p,t+1}$   $p \cdot 100\%$  av tilfellene. Ved å sammenligne VaR beregningene med realisert avkastninger kan vi dermed telle antall VaR overskridelser. Vi kan registrere antall «treff» som et 1-tall for dag  $t+1$  der tapet var verre enn estimert verdi av VaR for den dagen.

$$I_{t+1} = \begin{cases} 1 & \text{hvis } r_{t+1} \leq \text{VaR}_{p,t+1} \\ 0 & \text{hvis } r_{t+1} \geq \text{VaR}_{p,t+1} \end{cases} \quad 5.20$$

$I_t$  vil dermed være en serie som viser når VaR overskridelsene skjedde. I en perfekt modell vil det kun være mulig å estimere en VaR verdi, det bør ikke være mulig å forutse når det vil skje en VaR overskridelse. Sannsynligheten for en VaR overskridelse bør dermed være  $p$  for hver dag. Treff sekvensen med VaR overskridelser skal være uforutsigbar og dermed uavhengig fordelt over tid som en Bernoulli prosess der sannsynligheten for å få et 1-tall er  $p$  og sannsynligheten for 0 er lik  $(1-p)$  (Christoffersen, 2012), der  $p$  er den samme sannsynligheten som er brukt i VaR estimering.

Det vi ønsker å teste er om andelen overskridelser, vi kaller denne andelen for  $\pi$ , fra en modell er signifikant forskjellig fra hva man burde forvente fra modell med et gitt sannsynlighetsnivå  $p$ . Dette er en ubetinget hypotesetest der vi først beregner sannsynlighet for en uavhengig Bernoulli prosess for antall treff, gitt ved funksjonen (Christoffersen, 2012)

$$L(\pi) = \prod_{t=1}^T (1 - \pi)^{1-I_{t+1}} \pi^{I_{t+1}} = (1 - \pi)^{T_0} \pi^{T_1} \quad 5.21$$

Der  $T_0$  og  $T_1$  er henholdsvis antall 0 og 1 i serien, og  $T$  er totale antall observasjoner. Det er enkelt å estimere  $\pi$  som antall 1 tall delt på totalt antall observasjoner, det vil si  $T_0/T$ . Satt inn i sannsynlighets funksjon får vi dermed et uttrykk for optimal sannsynlighet for en modell.

$$L(\hat{\pi}) = (1 - T_1/T)^{T_0} (T_1/T)^{T_1} \quad 5.22$$

Under null hypotese om at  $\pi = p$ , der  $p$  er samme sannsynlighet brukt til  $\text{VaR}_p$  beregning har vi at sannsynlighets funksjonen vil være gitt ved

$$L(p) = \prod_{t=1}^T (1 - p)^{1-I_{t+1}} p^{I_{t+1}} = (1 - p)^{T_0} p^{T_1} \quad 5.23$$

Dermed kan man sjekke null hypotesen ved å bruke forholdet mellom sannsynlighetene og lage en test variabel  $LR_{uc}$  lik  $2\ln[L(\pi)/L(p)]$ . Hvis vi setter inn for uttrykkene i ligning 5.22 og 5.23 får vi uttrykket

$$LR_{uc} = -2\ln[(1 - p)^{T_0} p^{T_1} / \{(1 - T_1/T)^{T_0} (T_1/T)^{T_1}\}] \sim \chi_1^2 \quad 5.24$$

Som når  $T$  blir stor følger kji-kvadrat fordeling med 1 grads frihet. Dermed når  $LR_{uc}$  blir større, desto mindre sannsynlig er det at  $H_0$  er sann (Christoffersen, 2012). Hvis vi velger et signifikansnivå på 5% så vil vi forkaste  $H_0$  for verdier av  $LR_{uc}$  større enn 3.84, hvis vi velger signifikans nivå på 10% så forkastes  $H_0$  for verdier av  $LR_{uc}$  større enn 2.71. Med signifikans nivå på 10% er det dermed større sannsynlighet for å forkaste nullhypotesen som igjen betyr

reduisert sannsynlighet for å akseptere en modell som egentlig er feil, som i risk sammenheng kan føre til problemer.

## 5.10 PORTEFØLJETEORI

Klassisk porteføljet teori går ut på at investorene kan eliminere ressurs-spesifikke risikoer ved å diversifisere sine beholdninger. På samme måte som en investor har en kombinasjon av en ressurser med ulik risiko i en markedsportefølje, hvor den eksakte kombinasjonen vil være avhengig av investorens risikotoleranse kan en aktør i kraftmarkedet dele opp verdiene sine i ulike produkter som for eksempel spot og futures kontrakter.

For å studere risikoen til en portefølje bestående av de ulike handelsvarene må vi definere hvordan man beregner avkastning til en portefølje, på dag  $t+1$  kan avkastning beregnes ved

$$r_{PF,t+1} = \sum_{i=1}^n w_{i,t} r_{i,t+1} \quad 5.25$$

Der  $w_{i,t}$  er vektningen av handelsvaren  $i$  ved tidspunkt  $t$ ,  $r_{i,t+1}$  er dermed avkastning til ressurs  $i$  ved tidspunkt  $t$  og  $n$  er antall ressurser i porteføljen (Christoffersen, 2012). Summen av vektene i porteføljen blir da 1.

Videre trengs uttrykket for å beregne varians av en portefølje, den kan skrives som

$$\sigma_{PF,t+1}^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{i,t} w_{j,t} \sigma_{ij,t+1} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{i,t} w_{j,t} \sigma_{i,t+1} \sigma_{j,t+1} \rho_{ij,t+1} \quad 5.26$$

Der  $\sigma_{ij,t+1}$  er kovarians mellom handelsvare  $i$  og  $j$  ved tidspunkt  $t+1$ , og  $\rho_{ij,t+1}$  er korrelasjon mellom handelsvarene  $i$  og  $j$  ved tidspunkt  $t+1$ . Denne kan også skrives på vektor form og beregnes som

$$\sigma_{PF,t+1}^2 = w_t' \Sigma_{t+1} w_t \quad 5.27$$

Der  $\Sigma_{t+1}$  er kovarians matrisen på tidspunkt  $t+1$ . Videre hvis vi nå antar at avkastningene til porteføljen er normalfordelte kan  $\text{VaR}_p$  beregnes på samme måte som tidligere (Christoffersen, 2012)

$$\text{VaR}_{t+1}^p = -\sigma_{PF,t+1} \Phi_p^{-1} \quad 5.28$$

Der  $\sigma_{PF}$  er kvadratroten av variansen til porteføljen estimert ved ligning 5.26 eller 5.27 og  $\Phi_p^{-1}$  er p-kvantilet til normalfordeling. På samme måte kan vi estimere VaR fra porteføljen ut ifra GPD, vi følger samme oppskrift beskrevet i avsnitt 5.5 til 5.8. Avkastningene standardiseres ved å bruke standardavviket  $\sigma_{PF}$ , Terskelverdi bestemmes fra ME plott vist i vedlegg, og tilpasses slik at de verste 5% regnes som ekstreme. Haleparameter og skaleringsparameter estimeres og VaR kan beregnes i henhold til ligningene 5.17, 5.18 og 5.19. Men først, for å beregne betinget standardavvik må vi lage en modell der korrelasjonen mellom handelsvarene i porteføljen ikke er konstant over tid.

## 5.11 DYNAMISK KORRELASJON OG KOVARIANS

Når vi ser på en portefølje, det enklest å anta at kovarians  $\sigma_{ij}$  og korrelasjon  $\rho_{ij}$  er konstant over tid, men i tider med stor markedsvolatilitet kan korrelasjonen mellom ressursene i en portefølje endre seg. Dermed for å oppnå størst nøyaktighet må vi ikke bare ta hensyn til hvordan variansen varierer over tid, men også hvordan de ulike ressursene i porteføljen korrelerer over tid. Vi har allerede definert uttrykk for avkastning og varians til en portefølje, i tillegg har vi estimert volatilitet til de individuelle ressursene ved hjelp av univariat GARCH modeller (avsnitt 5.4). For å estimere volatilitet til porteføljen må vi dermed også estimere kovariansen mellom ressursene. Siden vi har 4 produkter i porteføljen, må vi modellere 6 ulike serier med kovarians.

For å modellere den tidsvarierende kovarians matrisen  $\Sigma_{t+1}$  kan vi bruke multivariat GARCH modell. Kovariansen mellom to ressurser i porteføljen vil da være gitt ved

$$\sigma_{ij,t+1} = \alpha \epsilon_{i,t} \epsilon_{j,t} + \beta \sigma_{ij,t} \quad 5.29$$

Som i en GARCH modell for en variabel er prosessen drevet av to konstanter  $\alpha$  og  $\beta$ . Nå veker  $\alpha$  kryssproduktet av restleddene til de estimerte GARCH modellene til  $i$  og  $j$ . Dermed beskriver  $\alpha$  den vedvarende effekten av restleddene fra forrige periode i modellen, denne konstanten sier dermed noe om den kortsiktige effekten av et volatilitetssjokk på kovarians. Den andre konstanten  $\beta$  beskriver effekten av kovarians fra forrige periode og kan tolkes langsiktige effekten av et volatilitetssjokk. Som i univariat GARCH modeller skal summen av  $\alpha$  og  $\beta$  være mindre enn 1, i dette tilfellet for å indikere at kovarians og dermed korrelasjon ikke er konstant over tid. Det betyr også at kovarians forventes å vende tilbake til et normalt nivå på sikt etter et sjokk. En svakhet i denne modellen er at vi ikke kan variere  $\alpha$  og  $\beta$  over ulike par av handelsvarer i porteføljen, dette for å sørge for at variansen blir positiv uavhengig av hvordan porteføljen er vektet. Etter å ha estimert modellen i ligning 5.29 kan vi hente ut kovariansmatrisen for hvert tidspunkt. Vi kan deretter beregne korrelasjoner ut ifra kovariansen  $\sigma_{ij,t+1}$  og standardavvikene til ressurs  $i$  og  $j$  ved hjelp av formelen (Christoffersen, 2003)

$$\rho_{ij,t+1} = \sigma_{ij,t+1} / (\sigma_{i,t+1} \sigma_{j,t+1}) \quad 5.30$$

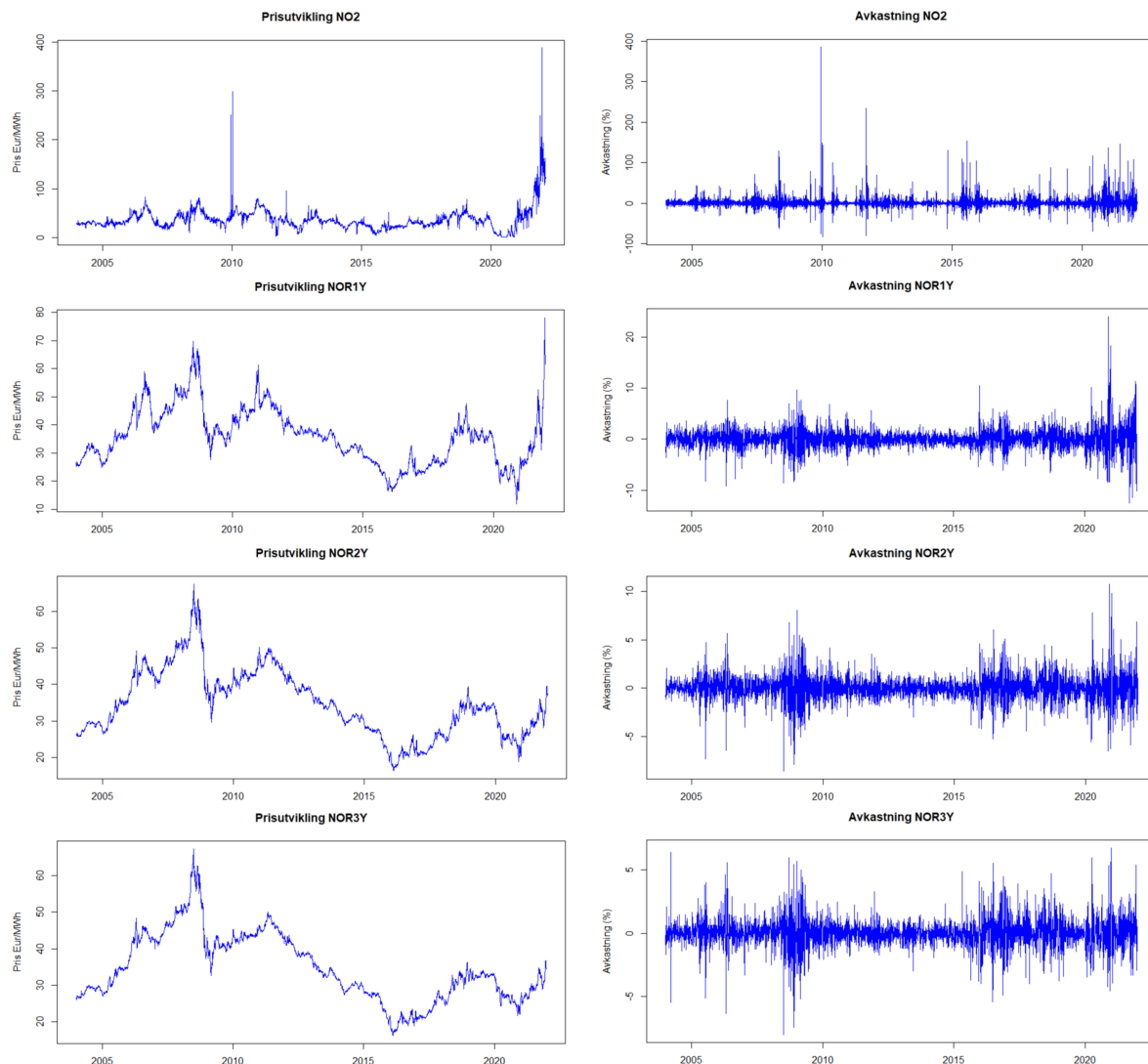
Der kovarians  $\sigma_{ij,t+1}$  er modellert av den multivariate GARCH modell fra ligning 5.29

## 6. DATA

Vi har samlet data på kraftpriser fra det nordiske markedet. Spotprisene for Kristiansandsområdet, såkalt NO2 er hentet fra Nord Pool børsen, mens prisene på 1 års-, 2 års- og 3 års- kontrakter er hentet fra NASDAQ OMX børsen. Videre i oppgave blir spotprisen bare omtalt som NO2, mens årskontraktene blir omtalt som NOR1Y, NOR2Y og NOR3Y.

### 6.1 DESKRIPTIV STATISTIKK

Daglige mellompriser mellom 01.01.2004 og 10.02.2022 fra Kristiansands området (NO2) oppgitt i Euro/MWh benyttes i analysen. For årskontraktene benyttes daglige data mellom 04.01.2004 og 28.12.2021. Mens årskontraktene kun omsettes på børsen i løpet av virkedagene mandag til fredag så omsettes NO2 alle ukedagene. Fra figur 6.1, som viser prisutvikling for henholdsvis NO2, NOR1Y, NOR2Y, NOR3Y så ser vi at prisene på spot børsen NO2 varierer betraktelig mer enn for årskontraktene. For års-produktene kan vi se en markant prisnedgang rundt 2008 som skyldes finanskrisen og en markant prisstigning i år 2021. Prisutviklingen for NO2 ser ut til å svinge mye mer, vi ser et stort hopp i prisen rundt årsskiftet 2009/2010 men den gikk raskt ned igjen. Generelt sett ser vi flere svingninger, altså prisopp ganger og prisnedgang i spotmarkedet. Episoder som finanskrisen ser ikke ut til å påvirke spotprisen i like stor grad, men det er flere perioder der prisene går opp og ned. Likevel ser vi en bratt økning på NO2 i 2021 etter at prisen hadde ligget lavt i omtrent et års tid, vi ser samme trend for årskontraktene at prisene for NOR1Y, NOR2Y, NOR3Y opplever kraftig prisøkning det siste året.



Figur 6.1 Prisutvikling til venstre og tilsvarende avkastning til høyre for henholdsvis NO2, NOR1Y, NOR2Y, NOR3Y. Prisutvikling i Futures markedet ser ut til å følge hverandre, mens det ser ut til at prisene i spotmarkedet er mer variabelt. Dette bekreftes av plottet avkastning, der vi ser meget store svingninger i spotmarkedet. Vi ser også tydelige tegn til volatilitetsklynger i samtlige datasett.

For analysen benytter vi ikke prisdata, men i stedet beregner vi enkle avkastninger i henhold til ligning 5.1. Avkastningene for dataseriene er plottet i figur 6.1, høyre side. Her ser vi tydelig at det er perioder der avkastningene varierer mer enn normalt. Man ser også tydelig at for NO2 er det flere perioder med store prissvingninger, det vil si perioder med stor volatilitet, der prisene endrer seg med opp til og over hundre prosent i løpet av kort tid. Sammenlignet med spotprisen er avkastningene på årskontraktene mer stabile, men vi ser i hovedsak 3 perioder med økt

prisendring, den nevnte finanskrisen i 2008, i perioden rundt 2016 -2017 og etter 2020. Selv om avkastningene svinger mye ser vi fra figur 6.1 at avkastningene virker å være stasjonært rundt gjennomsnittsverdien som ligger rundt null.

Statistikk	NO2	NOR1Y	NOR2Y	NOR3Y
# observasjoner	6615.000	4459.000	4459.000	4459.000
min (%)	-83.272	-12.571	-8.582	-7.997
maks (%)	384.757	24.051	10.769	6.723
snitt (%)	0.791	0.041	0.022	0.010
median (%)	-0.279	0.000	0.000	0.000
std.avvik (%)	13.736	1.926	1.284	1.074
skjevhet	6.405	0.620	0.166	0.035
Kurtosis	128.528	15.007	9.509	8.998
q01 (%)	-29.754	-5.604	-3.504	-3.083
q05 (%)	-13.732	-2.826	-2.001	-1.597
q95 (%)	17.904	2.766	1.901	1.674
q99 (%)	47.574	5.365	3.491	3.153
JB	4388322.911	27069.598	27069.598	27069.598
(p-verdi)	0.000	0.000	0.000	0.000
LM	117992.597	5893.432	4623.348	4713.527
(p-verdi)	0.000	0.000	0.000	0.000

*Tabell 6.1 Deskriptiv statistikk.*

Tabell 6.1 viser de deskriptive statistikkene fra datasettene våre, sammen med Jarque-Bera statistikk for normalitet og LM test for ARCH-effekter. Vi ser at for NO2 har vi totalt 6615 observasjoner, mens for årskontraktene er det totalt 4459 observasjoner for perioden som vi skal analysere. For finansiell data forventes en gjennomsnittlig avkastning nærme null. Vi observerer gjennomsnittlig avkastning for NO2 på 0.79%, mens for et, to og tre årskontraktene så er gjennomsnittet for perioden på henholdsvis 0.04%, 0.02% og 0.01% prosent.

Siden vi har å gjøre med store daglige prisendringer og at vi skal regne på avkastninger på en portefølje, medfører at vi velger å bruke enkle avkastninger i denne oppgaven. Dette valget får konsekvenser for størrelsen på avkastningene til NO2. For eksempel største daglig prisendring er fra 51.79 Eur/MWh til 251.04 Eur/MWh noe som medfører en daglig avkastning på 384.73%. Neste dag endrer prisen seg fra 251.04 Eur/MWh til 60.59 Eur/MWh, noe som medfører en



negativ avkastning på -75.86%. Ved å bruke enkle avkastninger tar man dermed hensyn til at maksimalt tap er 100%, men med ekstremt store prisendringer medfører dette at fordelingen blir skjev i positiv retning.

For kontraktene ser vi at gjennomsnittlig avkastning avtar med lengde på kontrakten, det samme gjør standardavviket der NOR3Y varierer minst mens standardavviket er klart størst for NO2 på 13.74 %. Maksimum- og minimumsverdiene, spesielt for NO2 data, er store relativt til gjennomsnittlig avkastning, dette tyder på stor volatilitet. Vi ser at den største negative prisendringen er på -83.27% mens største positive prisendring er på 384.76 %. Maksimum og minimums verdiene for årskontraktene er ikke fullt så ekstreme som for NO2, men likevel langt større enn gjennomsnittet. For NOR1Y ser vi at maksimumsverdien er omtrent dobbelt så stor som minimums verdien mens for NOR2Y og NOR3Y ser vi at maksimum og minimumsverdiene er omtrent like store. Dette gjenspeiles i verdiene for skjevhet der årskontraktene er mer symmetriske rundt gjennomsnittet enn for NO2. Dataene for NO2 viser positiv skjevhet som betyr en lengre eller fetere hale på høyre side av fordelingen.

Alle datasettene har positiv kurtose større enn tre, noe som igjen antyder at dataene ikke følger normalfordeling. At vi observerer eksess kurtose antyder at vi vil observere flere datapunkt i halene til fordelingen, det vil si såkalte fete haler. Det betyr også større sannsynlighet for at ekstreme verdier inntreffer. I tabellen ser vi også at par av de empiriske øvre og nedre 1% og 5% kvantilene ikke er langt unna å være symmetriske for årskontraktene, noe de laveste positive verdiene for skjevhet antydte. Derimot for NO2 er de øvre kvantilene større, noe som tyder på en lengre hale på høyre siden av fordelingen.

Jarque Bera testen viser at null hypotesen om normalfordelt data for NO2 og samtlige årskontrakter kan forkastes for alle signifikansnivåer, noe verdiene for skjevhet og kurtose antydte. Neste skritt i vår data undersøkelse er å teste for seriekorrelasjon og heteroskedastisitet, det vil si å teste for perioder med økt volatilitet. Figur 6.1 indikerer perioder med økt volatilitet, så kalte volatilitets klynger, det vil si at variansen er korrelert over tid. Dette kalles betinget heteroskedastisitet (Cowpertwait & Metcalfe, 2009).

## 6.2 ARCH EFFEKTER

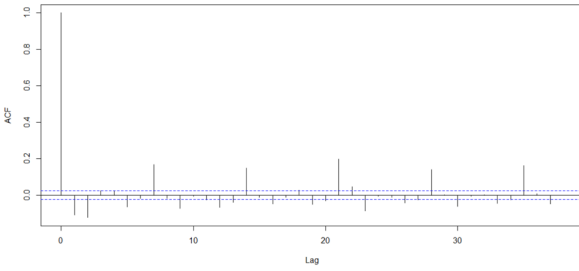
En måte å visualisere autokorrelasjon på er ved å plote ACF i et korrelogram. Figur 6.2 viser korrelogrammene for både NO<sub>2</sub> og årskontraktene. Figuren for NO<sub>2</sub> antyder ACF at både avkastningene og de kvadratiske verdiene av avkastningene, ikke har stasjonær varians. Vi ser fra plottene at vi får signifikant seriekorrelasjon for flere ledd tilbake i tid.

For årskontraktene ser ACF plottene for avkastningene ut som tilfeldige. Autokorrelasjon kan da finnes ved å plote kvadratiske verdier av avkastningene (korrigeret for gjennomsnittlig avkastning større enn null) siden dette er tilsvarende variansen. For årskontraktene ser vi nå tydelige tegn på autokorrelasjon, som er et bevis på at vi har betinget heteroskedastisitet i dataen vår. Her ser vi tydelig at seriekorrelasjonen er vedvarende i flere ledd som igjen tyder på at GARCH modellene bør ha høy orden, det vil si stor  $p$  og  $q$  fra ligning 5.9, noe som vil være upraktisk.

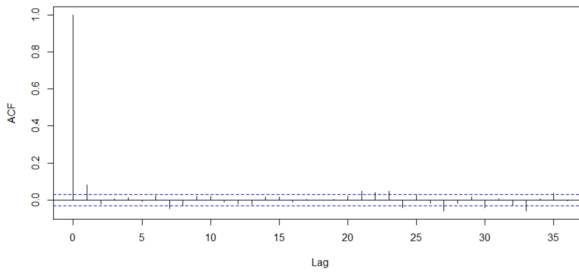
Vi har også testet for ARCH effekter ved å utføre testen som er foreslått av Engle (Engle, 1982) For hver dataserie har vi estimert en AR(1) modell, deretter estimeres en regresjonsmodell for kvadratet av feilleddet henhold til ligning 5.12. Gitt  $p$ -verdier på null så kan null hypotesen om homoskedastisitet forkastes for alle fire dataserier. Det vil si at vi kan konkludere at dataene inneholder både serie-korrelasjon og betinget heteroskedastisitet, dermed vil en GARCH modell være godt egnet til å modellere volatiliteten før vi bruker EVT metoden.

### AFC for Avkastninger

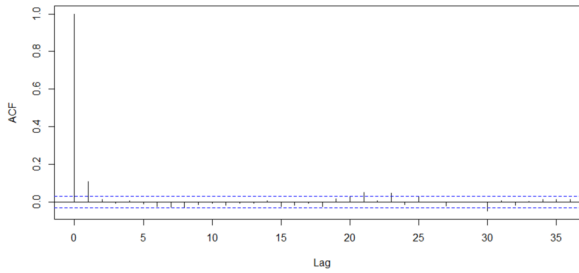
NO2



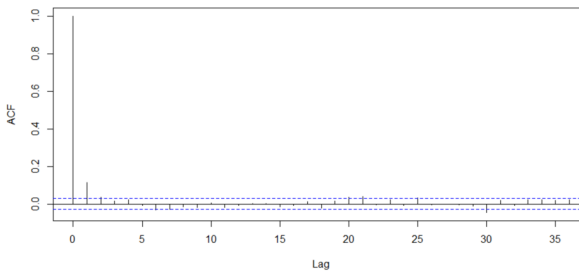
NOR1Y



NOR2Y

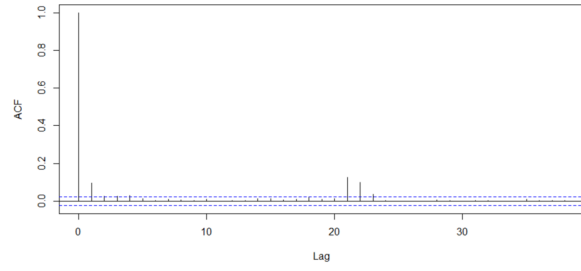


NOR3Y

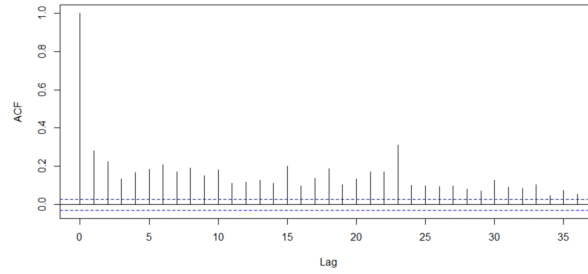


### AFC for Snitt justert kvadrat avkastninger

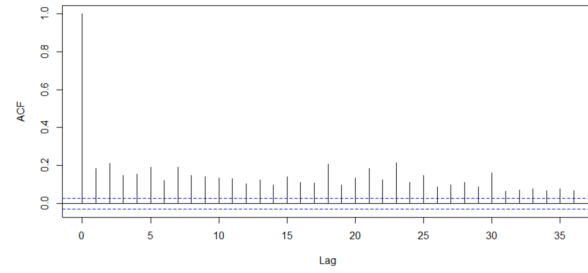
NO2



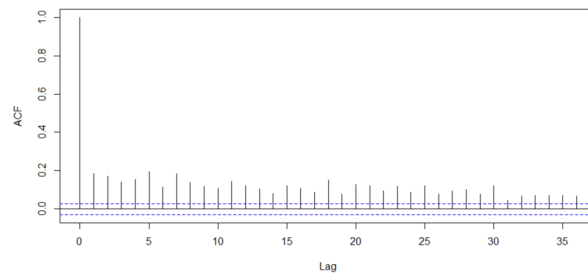
NOR1Y



NOR2Y



NOR3Y



Figur 6.2 AFC for henholdsvis avkastninger (venstre side) og gjennomsnitts justert kvadratiske avkastninger (høyre side). De blå stripete linjene indikerer for hvor autokorrelasjon regnes som signifikant

### 6.3 KORRELASJON

Hvis vi skal analysere en portefølje bestående av de ulike årskontraktene og NO2 må vi se på korrelasjonen mellom disse. Tabell 6.2 viser historisk korrelasjon mellom spotmarkedet og de ulike årskontraktene. Her ser vi på korrelasjon mellom kontrakter solgt på samme dag, som forventet ser vi sterk positiv korrelasjon mellom NOR1Y, NOR2Y og NOR3Y. Derimot ser vi tilnærmet null korrelasjon mellom avkastningene til de ulike årskontraktene og NO2.

	<b>NOR1Y</b>	<b>NOR2Y</b>	<b>NOR3Y</b>	<b>NO2</b>
<b>NOR1Y</b>	1.000	0.877	0.783	0.037
<b>NOR2Y</b>	0.877	1.000	0.920	0.001
<b>NOR3Y</b>	0.783	0.920	1.000	-0.006
<b>NO2</b>	0.037	0.001	-0.006	1.000

*Tabell 6.2 Korrelasjon mellom NOR1Y, NOR2Y, NOR3Y og NO2. Korrelasjon nærmere 1 er indikasjon på sterk korrelasjon, mens verdier rundt null tyder på at prisendringene mellom to handelsvarer ikke korrelerer.*

## 7 VAR BEREGNINGER - RESULTAT OG DISKUSJON

Dataen indikerer at svingningene i kraftmarkedet kan regnes som ekstreme. Vi skal dermed bruke EVT til å beregne halekvantilene til de ulike dataseriene forbundet med produktene som vi presenterte i deskriptiv statistikk på i Avsnitt 6. For å sammenligne bruker vi også halekvantilene til normalfordeling til å beregne VaR. Vi bruker de tradisjonelle nivåene på 1% og 5% og presenterer resultat på både in-sample og out-sample evalueringer. Vi ser først på en in-sample periode der vi tilpasser modellen til våre dataserier. Deretter bruker vi en out-of-sample-periode til å teste hvor effektiv våre modeller er til å predikere VaR på ny data.

Vi beregner VaR ved fire ulike metoder, to av de er veldig enkle der vi kun bruker konstant standardavvik for perioden og multipliserer med kvantilene for henholdsvis normalfordelingen og EVT. Disse enkle modellene omtales som henholdsvis Normal og EVT. Deretter beregner vi betinget VaR der vi bruker GARCH til å estimere volatilitet, også kombinerer vi dette med VaR<sub>p</sub> kvantilene fra normalfordeling og EVT, disse modellene omtales som henholdsvis GARCH og EVT-GARCH

Vi begynner analysen med å se individuelt på hver handelsvare, det vil si lage modeller for NO<sub>2</sub>, NOR1Y, NOR2Y, NOR3Y hver for seg. Siden NO<sub>2</sub> handles hver dag så har vi flere datapunkter i denne serien. De første 5115 observasjonene, noe som tilsvarer 14 år med daglige data, brukes til å tilpasse modellen og de siste 1500 observasjonene til å teste. For årskontraktene brukes de første 3459 observasjonene til å tilpasse modellen, mens de siste 1000 observasjonene brukes til testing. Dette tilsvarer på samme vis omtrent 14 år med daglige data til å tilpasse modellene og 4 år med data til å teste modellene.

### 7.1 GARCH MODELLER

Selv om data foreslår GARCH modeller av høyere orden så velger vi for enkelhets skyld å bruke GARCH(1,1), Modeller av denne orden har vist seg å gi gode resultat for de fleste finansielle data (Brooks, 2014). For å prøve å tilpasse best mulig GARCH modell, har vi estimert to modeller for hver dataserie, en med normalfordelte innovasjoner og en med student-t fordelt innovasjoner.

GARCH(1,1) estimeres i henhold til ligning 5.10 og verdiene på de estimerte koeffisientene er presentert i tabell 7.1. For spot pris NO2 ser vi at den estimerte  $\mu$  i student-t modellen ikke er statistisk signifikant, men koeffisientene  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$  og  $\beta_1$  i formelen for betinget varians er statistisk signifikant for alle konfidensnivå. Siden AIC er lavest i student-t fordelte modellen bruker vi denne videre i VaR beregningene og til å standardisere avkastningene i henhold til ligning 5.13. Som forventet er summen av koeffisientene  $\alpha_1$  og  $\beta_1$ , vektene for henholdsvis forrige restledd og forrige verdi av varians, nærme 1 (0.999 i NO2 modellen). Dette indikerer at perioder med høy volatilitet vil være vedvarende, det vil si hvis vi ser store positive eller negative avkastninger, så vil modellen gi prediksjoner på høy volatilitet i lenger tid fremover. Det at modellen gir høyt estimat for  $\alpha_1$  (0.303745) tyder på at omfanget av et volatilitetssjokk blir med videre og kan resultere i høyere utslag i målt varians.

GARCH modellene for de nordiske kontraktene NOR1Y, NOR2Y og NOR3Y er også presentert i tabell 7.1. Vi ser at koeffisientene  $\alpha_1$  og  $\beta_1$  som inngår i formel for betinget varians, ligning 5.10, er statistisk signifikant for alle modeller. Vi ser også at de skiller seg litt fra modellen for NO2. Koeffisienten  $\alpha_1$  er nå mindre, en indikasjon at volatilitetssjokkene ikke blir like store. Summen av koeffisientene  $\alpha_1 + \beta_1$  er fortsatt nære 1, noe som indikerer at høy volatilitet er vedvarende. Vi ser også at det generelle risikonivået på sikt er estimert langt lavere på årskontraktene, gitt at estimert verdi på ubetinget varians blir beregnet på lavere nivå. Dette er i grunn forventet siden disse kontraktene blir brukt som sikring mot stor volatilitet i spotmarkedet.

	<b>Garch (1,1)</b>	<b>Garch (1,1)</b>
<b>NO2</b>	(normal)	(Student-t)
$\mu$	0.00391***	-0.000918
$\alpha_0$	0.00060***	0.000329***
$\alpha_1$	0.412613***	0.303745***
$\beta_1$	0.586387***	0.695255***
AIC	-2.2241	-2.6731
Ubetinget $\sigma$	0.7746	0.5736
<b>NOR1Y</b>		
$\mu$	0.000104	0.000232
$\alpha_0$	0.000003*	0.000003*
$\alpha_1$	0.092365***	0.084655***
$\beta_1$	0.895201***	0.901576***
AIC	-5.7548	-5.7853
Ubetinget $\sigma$	0.0155	0.0148
<b>NOR2Y</b>		
$\mu$	0.000133	0.000123
$\alpha_0$	0.000001	0.000001
$\alpha_1$	0.095593***	0.095514***
$\beta_1$	0.896199***	0.896541***
AIC	-6.4357	-6.4797
Ubetinget $\sigma$	0.0110	0.0112
<b>NOR3Y</b>		
$\mu$	0.000040	-0.000009
$\alpha_0$	0.000003*	0.000002
$\alpha_1$	0.105937***	0.130614**
$\beta_1$	0.865400***	0.858004***
AIC	-6.6804	-6.8101
Ubetinget $\sigma$	0.0102	0.0133

Tabell 7.1 Estimerte Parametere for tilpassede GARCH modeller. Tall markert med (\*\*\*), (\*\*) og (\*) er signifikant forskjellig fra null for henholdsvis alle signifikansnivå, 1% og 5% nivå

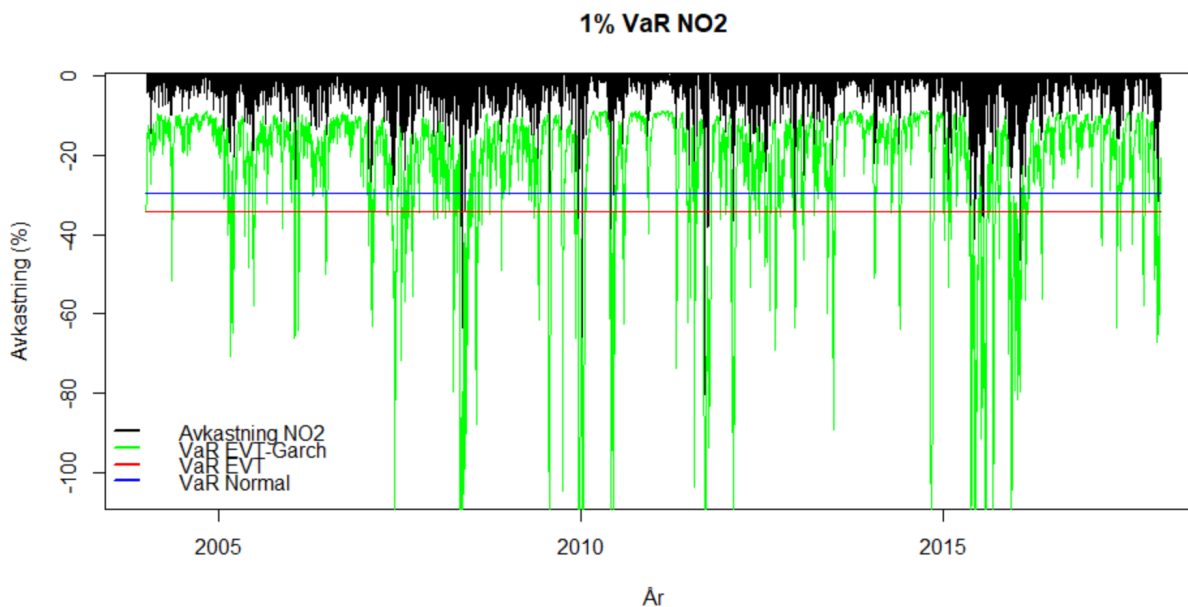
## 7.2 VAR ESTIMERING NO2

Som nevnt estimerer vi VaR på fire ulike måter, der den første modellen er en enkel ubetinget modell. Det vil si vi lar ikke standardavviket variere med tid, i stedet bruker vi standardavvik i perioden på 12.77%, vi antar gjennomsnittlig avkastning på null og bruker og 1% og 5% kvantilene fra normalfordelingen, det gir konstant daglig VaR på henholdsvis -29.70% og -21.00%. Vi får en betinget modell for VaR ved å bruke estimert volatilitet fra GARCH modellen og multiplisere denne med 1% og 5% kvantilene fra normalfordelingen (ligning 5.6). Deretter sammenligner vi disse VaR beregningene med de virkelige avkastningene og teller antall ganger virkelig avkastning var mindre enn den estimerte VaR verdien for den aktuelle dagen. Antall overskridelser og test statistikk i henhold til ubetinget test for korrekt antall overskridelser er presentert i tabell 7.2, der disse modellene er listet som Normal og GARCH modellene.

For å benytte EVT metoden så standardiserer vi avkastningene i henhold til ligning 5.13. De standardiserte observasjonene over en terskel  $u$  skal tilpasses til GPD. Det første valget som må tas er dermed hvordan bestemme terskelverdien  $u$ , dette valget kan påvirke resultatene i stor grad. ME plot for NO2 data, lagt ved som figur i vedlegg A.2, antyder valg av  $u$  mindre enn 2. Hvis vi for eksempel velger en  $u$  lik 1.85 så vil 132 observasjoner være forbi terskelen, dette er de mest negative observasjonsevne av de standardiserte avkastningene. Dette tilsvarer  $T_u$ , og disse observasjonene brukes til å estimere GPD. Et slikt valg av  $T_u$  er også i henhold til anbefalinger gjort etter (McNeil & Frey, 2000), som simulerte optimale verdier for valg av antall observasjoner som skal brukes til å estimere GPD. Det neste skrittet i prosedyren er å estimere hale parameteren  $\xi$  og skaleringsparameter  $\beta$  ved å tilpasse GPD til de standardisert avkastningene ved hjelp av ML estimering. Med en  $u$  lik 1.85 blir verdien på hale parameteren  $\xi$  estimert til 0.4061 mens skaleringsparameteren estimeres til 0.6993. Med  $T$  lik 5115, altså totalt antall observasjoner i vår in-sample data serie har vi nå alle de nødvendige variabler til å estimere VaR. En ubetinget EVT modell for  $VaR_p$  estimeres der vi bruker standardavviket for avkastningene og en betinget modell, der vi lar standardavviket variere med tid. Vi beregner EVT kvantilene for  $p$  lik 1% og 5% og beregner  $VaR_p$  i henhold til ligning 5.17, ved å bruke det samme standardavviket som ble beregnet for perioden. Ubetinget daglig  $VaR_p$  blir estimert til henholdsvis -33.94% og -18.44% for  $p$  lik 1% og 5%. Neste skritt er å kombinere EVT med



volatilitet gitt fra GARCH slik at vi får en betinget EVT modell (EVT-GARCH). Ligning 5.19 gir betinget  $\text{VaR}_{p,t+1}$ , der  $\sigma_{t+1}$  er gitt av GARCH modellen.



Figur 7.1 Grønn linje viser 1% VaR estimert av EVT-GARCH. Vi ser at estimert daglig  $\text{VaR}_{0.01, t+1}$  kan variere fra -10% i perioder med lav volatilitet til opp over 100% i svært volatile perioder. Vi kan også se ut ifra de to ubetingede  $\text{VaR}_{0.01}$  estimatene at på 1% nivå gir EVT et lavere estimat. Ubetinget Normalmodell gir daglig  $\text{VaR}_{0.01}$  på -29.70%, mens ubetinget EVT modell gir daglig  $\text{VaR}_{0.01}$  på -33.94%

Vi beregner  $\text{VaR}_{p,t+1}$  for  $p$  lik 0.01 og 0.05, Figur 7.1 viser daglige 1% VaR estimert av EVT-GARCH modellen sammenlignet med de reelle avkastningene i perioden. Ut ifra figuren ser det ut som modellen gir en nokså god tilpasning til de reelle avkastningene, bortsett fra i perioder med høy volatilitet, da ser det ut som VaR overestimeres. En grunn til dette kan det være at standard GARCH er symmetrisk, og gir samme respons på positivt og negativt sjokk. Som beskrevet i avsnitt 6 så blir negative avkastninger begrenset ut ifra maks tap på 100%, det samme gjelder ikke positive avkastninger. For et mer nøyaktig  $\text{VaR}_{p,t+1}$  estimat kan det ved fremtidige studier vurderes å bruke for eksempel EGARCH som tar hensyn til slik asymmetri.

For å evaluere hvor god modellene er til å beregne VaR teller vi hvor mange VaR overskridelser modellen gir, altså hvor mange ganger der  $r_{t+1} > \text{VaR}_{t+1}$ . Vi sammenligner med forventet antall overskridelser fra en gitt  $p$ , for å få en ide om hvor nøyaktig modellen er. Antakelsen er at en

nøyaktig VaR modell vil gi så nærme forventet verdi som mulig. For eksempel hvis vi beregner VaR over en periode med 5115 observasjoner og vi beregner 1% kvantilet så forventes det  $0,01 \cdot 5115$  lik 51 overskridelser. Videre utfører vi en ubetinget hypotese test til Christoffersen (Christoffersen, 2012) for korrekt antall overskridelser, der antall overskridelser og test statistikkene blir presentert i tabell 7.2.

<b>In-sample NO2</b>	<b>Forventet</b>	<b>Normal</b>	<b>GARCH</b>	<b>EVT</b>	<b>EVT-GARCH</b>
<b>p = 0.01</b>	51	35	70	24	50
LR <sub>uc</sub>		5.79	6.300	18.113	0.026
<b>p = 0.05</b>	255	79	196	108	268
LR <sub>uc</sub>		174.17	15.92	152.34	0.61
<b>Out-sample NO2</b>					
<b>p = 0,01</b>	14	26	41	20	28
LR <sub>uc</sub>		6.70	30.95	1.53	9.08
<b>p = 0,05</b>	74	59	77	77	95
LR <sub>uc</sub>		3.84	0.06	0.06	5.22
<p><i>Tabell 7.2 Rapporterte VaR overskridelser der en antatt god modell skal ha så nærme det forventede antall VaR overskridelse som mulig. Nullhypotese for LR<sub>uc</sub> H<sub>0</sub>: p = π. Nullhypotesen forkaste på 5% signifikansnivå hvis verdien av LR<sub>uc</sub> er større enn 3.84, og på 10% signifikansnivå hvis LR<sub>uc</sub> er større enn 2.71.</i></p>					

Hvis vi undersøker in-sample resultatene først, så ser vi at en nøyaktig modell forventes det henholdsvis 51 og 255 VaR overskridelser på 1% og 5% nivå. Vi ser at på 5% nivå så er EVT-GARCH modellen mest nøyaktig med 258 VaR overskridelser, her kan vi ikke forkaste null hypotesen om korrekt antall overskridelser på hverken 5 eller 10% signifikansnivå. På 1% nivå kan vi heller ikke forkaste null hypotesen om korrekt antall VaR overskridelse, det virker også som nøyaktigheten til EVT-GARCH modellen ser ut til å bli enda bedre for 1% nivå Dette viser også andre studier (Byström, 2004) (Byström, 2005) der EVT brukes til å estimere VaR kvantil, der jo lenger ut i halen man kommer desto mer øker nøyaktigheten til VaR<sub>p,t+1</sub> estimatet.

For In-sample perioden er det kun EVT-GARCH modellen som gir korrekt antall VaR overskridelser, ut ifra test statistikken LR<sub>uc</sub> ser vi at null hypotesen om korrekt antall overskridelser forkastes for samtlige av de andre modellene. Videre i tabell 7.2 ser vi at GARCH modellen, som er basert på antakelsen om normalfordeling, gir for få overskridelse på 5% nivå,

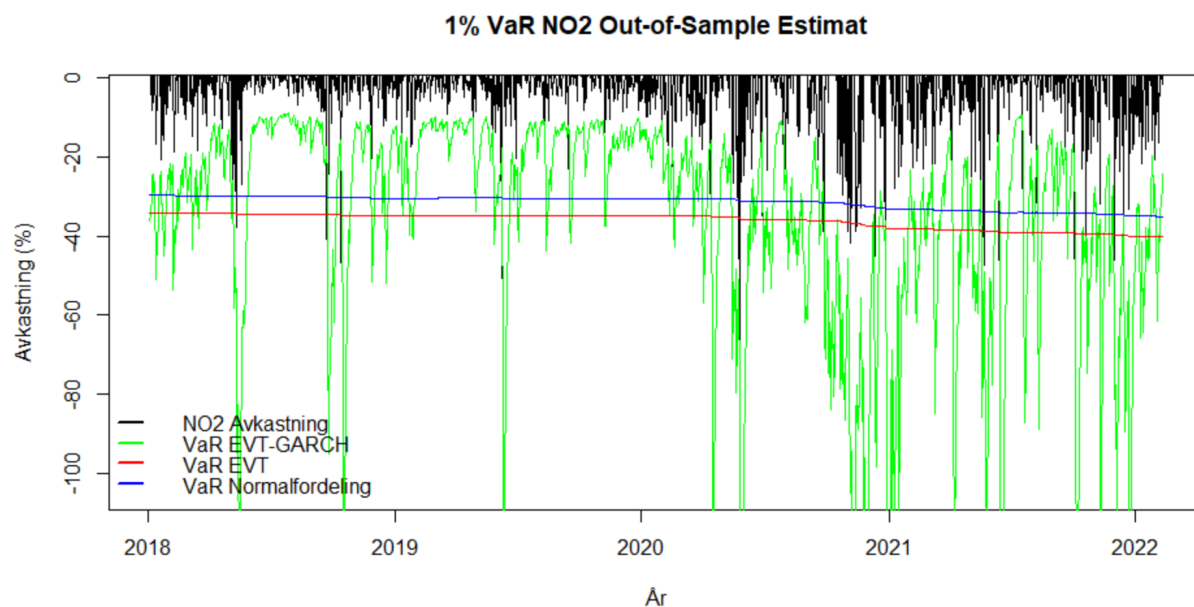
noe som tyder på at VaR overestimeres. Når vi beveger oss lenger ut i halen og estimerer 1 % VaR gir denne modellen for mange overskridelser, som tyder på at VaR estimeres for lavt. Dette er mer som forventet i og med at normalfordelingen har antatt tynnere hale enn den reelle fordelingen av avkastningene til NO2.

Til slutt ser vi at de ubetingede modellene gir langt færre VaR overskridelser enn forventet, noe som tyder på at daglig VaR blir overestimert når man bruker konstant standardavvik over en lengre periode. Periodene med høy volatilitet trekker opp standardavviket, men det er nok perioder med lavere eller normal volatilitet som igjen gir færre VaR overskridelser på alle konfidensnivå.

For å teste modellene videre er vi interessert i å teste på usett data. Out-of-sample perioden består av 1500 observasjoner mellom 03.01.2018 og 10.02.2022 som tilsvarer ca. 4 år med daglige observasjoner. GARCH modellen med student-t fordelte restledd brukes til å predikere volatilitet for neste dag i henhold til ligning 5.10. For de to betingede modellene, EVT- GARCH og GARCH, estimeres  $VaR_{p,t+1}$  ved å multiplisere volatiliteten med 1% og 5% kvantilene fra henholdsvis EVT og normalfordelingen. For de ubetingede modellene beregnes et bevegelig standardavvik av de siste 5115 observasjonene (samme antall som i in sample beregningene), deretter beregnes VaR ut ifra de samme 1% og 5% kvantilene fra EVT og normalfordelingen. På denne måten lager vi kun en prediksjon av VaR for en dag fremover hver gang. Resultat av antall overskridelser sammenlignet med de virkelige avkastningene er også vist tabell 7.2

Hvis vi sammenligner de to betingede modellene (GARCH og EVT-GARCH) så ser vi at på 5% nivå gir GARCH modellen best resultat ut ifra antall VaR overskridelser. Når vi beveger oss lenger ut i halen på 1% nivå er ikke GARCH modellen like god, nå gir modellen for mange overskridelser i forhold til forventet nivå. På 1% nivå er EVT-GARCH mer nøyaktig, likevel kan vi forkaste null hypotesen om korrekt antall VaR overskridelser for begge modeller. Det som er overaskende, er at for denne perioden gir den ubetingede EVT modellen korrekt antall VaR overskridelser for både 1% og 5%. Den ubetingede Normalmodellen gir godkjent resultat på 5% nivå, men ikke på 1 % nivå. At de ubetingede modellene gir best resultat kan være tilfeldig, eller rettere sagt på grunn av valgt test periode. For in-sample perioden observerte vi at disse

modellene overestimerte  $\text{VaR}_p$ , disse modellene vil være trege til å reagere på volatilitetsendringer, og gitt at out-of-sample perioden har vært ekstremt volatilt så har nå antall  $\text{VaR}_p$  overskridelser tilpasset seg til korrekt nivå. Man vil dermed kunne anta at hvis perioden med høy volatilitet fortsetter, vil de ubetingede modellene etter hvert gi for mange overskridelser og muligens underestimere  $\text{VaR}_p$ . Uansett så viser dette at for en periode med stor volatilitet gir en enkel betinget modell et godt estimat på det daglige volatilitetsnivået. Figur 7.2 viser estimatet fra out-of-sample perioden for 1% VaR for EVT-GARCH modellen og for de enkle ubetingede modellene.



Figur 7.2 Grønn linje viser 1% VaR estimert av EVT-GARCH. Vi ser at estimert daglig  $\text{VaR}_{0.01,t+1}$  igjen kan variere fra -10% i perioder med lav volatilitet til opp over -100% i svært volatile perioder. Vi kan også se ut ifra de to ubetingede  $\text{VaR}_{0.01}$  estimatene at på 1% nivå gir de ekstreme avkastningene utslag og beregner et større VaR kvantil enn Normalfordelingen som igjen gjør at EVT gir et lavere estimat. Vi ser også tydelig at bakdelen med en ubetinget modell er at flere VaR overskridelser vil gruppere seg sammen når volatiliteten blir stor, som for eksempel i perioden 2020-2022.

### 7.3 VAR ESTIMERING ÅRS-KONTRAKTER

På tilsvarende måte deler vi dataseriene inn i in-sample periode for å beregne modellene og en out-sample-periode for å teste hvor god modellen er på usett data. Vi tilpasser GARCH modeller med normalfordelt og student-t fordelte restledd til hver dataserie og koeffisientene fra ligning 5.10 for betinget varians ble presentert i tabell 7.1.

Vi beregner de samme fire modellene for årskontraktene. Ubetinget standardavvik blir beregnet til 1.56%, 1.17% og 1.03% for henholdsvis NOR1Y, NOR2Y og NOR3Y. Med antatt normalfordeling blir daglig  $\text{VaR}_{0.01}$  estimert til henholdsvis -3.62%, -2.73% og -2.39%.

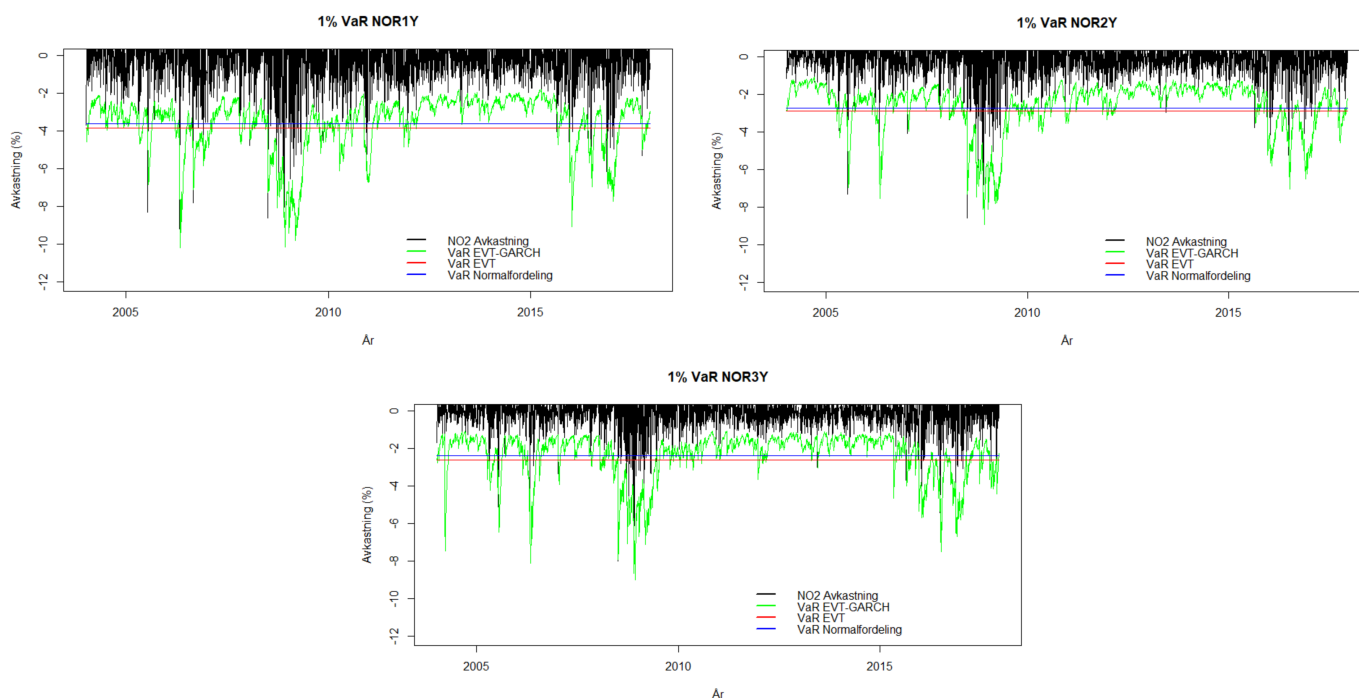
Tilsvarende kan  $\text{VaR}_{0.05}$  estimeres til henholdsvis -2.56%, -1.92% og -1.69%. Deretter bruker vi GARCH til å estimere tidsvarierende volatilitet og bruker 1% og 5% kvantilene fra normalfordeling til å estimere  $\text{VaR}_{p,t+1}$ . For å evaluere resultatet teller vi opp antall VaR overskridelser og resultat er presentert i tabell 7.4.

Deretter benyttes EVT for å beregne kvantilene i henhold til GPD. Avkastningsseriene standardiseres i henhold til ligning 5.13, der  $\sigma_{t+1}$  er standardavviket gitt fra GARCH(1,1) modellert med student-t fordelte restledd. Deretter bestemmes terskelverdien  $u$  for de tre dataseriene i henhold til teori og metode, her finner vi best tilpasning ved å bruke færre punkter, enn for eksempel ME plott antyder, men vi bruker likevel mer enn anbefalt minimum på 70 (McNeil & Frey, 2000). Vi prøver å holde antall datapunkter over terskelverdien for årskontraktene på samme nivå. Terskelverdiene, samt antall punkter over terskelverdi, estimert  $\xi$  og  $\beta$  for årskontraktene er oppsummert i tabell 7.3.

	<b>u</b>	<b>Tu</b>	<b>TL</b>	<b>ξ</b>	<b>β</b>
<b>NOR1Y</b>	1.87	101	3458	0.2430	0.4977
<b>NOR2Y</b>	1.85	105	3458	0.2469	0.4921
<b>NOR3Y</b>	1.86	94	3458	0.3399	0.5777
<i>Tabell 7.3 Estimerte Parametere fra GPD for årskontraktene NOR1Y, NOR2Y, NOR3Y. sammenlignet med NO2 ser vi at verdiene indikerer smalere og spisser rundt null sammenlignet med NO2.</i>					

Ut fra de estimerte verdiene på  $\xi$  og  $\beta$  ser vi at venstre halen på NOR1Y og NOR2Y er nærmest identisk, mens ut ifra estimerte verdier på haleparameteren  $\xi$  kan vi tolke det slik at venstre halen på NOR3Y vil være litt fetere enn de to andre.  $\text{VaR}_p$  for  $p$  lik 1% og 5% beregnes i henhold til ligning 5.17 og 5.18. Med de samme verdiene for standardavvik får vi nå ved EVT estimert daglig  $\text{VaR}_{0.01}$  for NOR1Y, NOR2Y, NOR3Y på henholdsvis -3.86, -2.91% og -2.62%. Tilsvarende  $\text{VaR}_{0.05}$  verdier for EVT ligger på -2.52%, -1.90% og -1.59%

Fra de ubetingede modellene kan vi se fra tabell 7.4 at ved kun å modellere halen så økes nøyaktigheten på  $\text{VaR}_p$  estimatet, spesielt for 1% VaR. GARCH modeller har fordelen ved å kunne gi tidsvarierende  $\text{VaR}_{p,t+1}$ , igjen kombineres dermed EVT og GARCH. Vi bruker dermed de estimerte verdiene fra tabell 7.3 og bruker nå ligningene 5.17 og 5.19. Figur 7.3 illustrerer daglige  $\text{VaR}_{0.01,t+1}$  verdier estimert av EVT-GARCH modellen.



Figur 7.3 In-sample resultat. Grønn linje viser 1% VaR estimert av EVT-GARCH. Vi ser at estimert daglig  $VaR_{0.01,t+1}$  varierer mellom ca. -2% i perioder med lav volatilitet til opp -10% i volatile perioder for NOR1Y, For NOR2Y og NOR3Y er estimert VaR litt lavere. Vi kan også se ut ifra de to ubetingede  $VaR_{0.01}$  estimatene at på 1% nivå gir EVT et lavere estimat enn normalfordelingen.

Fra figuren kan vi se at i de mest volatile periodene, for eksempel under finanskrisen, blir  $VaR_{0.01,t+1}$  estimert til å ligge nede mot -10% for NOR1Y, mens for NOR3Y blir samme verdi estimert til mellom 9%. I mer stabile tider ligger risiko nivået langt lavere der daglige  $VaR_{0.01,t+1}$  ligger mellom -2% og -4% for NOR1Y, mens det ser ut til å ligge litt høyere for NOR2Y og NOR3Y.

På samme måte som for NO2 evaluerer vi VaR beregningene ved å telle opp antall VaR overskridelser ( $r_{t+1} < VaR_{t+1}$ ). Hvis vi ser på NOR1Y så ser det ut som at ved å modellere kun halen på fordelingen så klarer vi å øke nøyaktigheten i VaR beregningene. EVT-GARCH modellen gir nærmest korrekt antall overskridelser for både p lik 0.01 og 0.05. Sammenlignet med GARCH modellen, der vi antar normalfordeling, ser vi ut fra tabell 7.4 at for p lik 0.05 gir modellen et brukbart resultat, men vi forkaster likevel nullhypotesen om korrekt antall overskridelser. Tendensen er det samme som for NO2 at  $VaR_{0.05,t+1}$  blir overestimert, mens

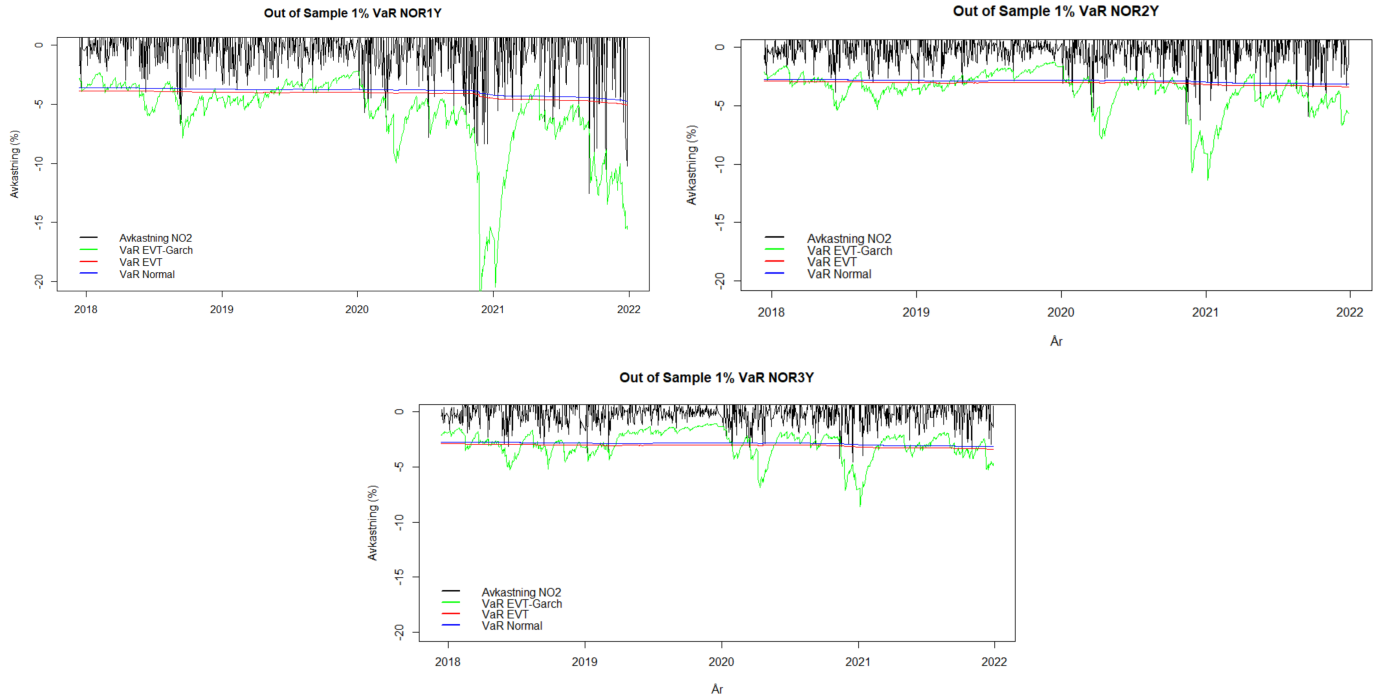
$VaR_{0.01,t+1}$  blir underestimert. Vi ser samme trenden for NOR2Y og NOR3Y, der det kun er EVT-GARCH modellen som gir godkjent resultat ifølge test for korrekt antall overskridelser.

<b>In-sample NOR1Y</b>	<b>Forventet</b>	<b>Normal</b>	<b>GARCH</b>	<b>EVT</b>	<b>EVT-GARCH</b>
<b>p = 0.01</b>	34	56	45	48	34
$LR_{uc}$		11.2868	2.8966	4.693	0.010
<b>p = 0.05</b>	172	149	147	157	163
$LR_{uc}$		3.6409	4.2931	1.586	0.608
<b>in-sample NOR2Y</b>					
<b>p = 0.01</b>	34	66	41	57	31
$LR_{uc}$		22.77	1.1363	12.28	0.388
<b>p = 0.05</b>	172	149	140	152	153
$LR_{uc}$		3.64	7.03	2.767	2.50
<b>In-sample NOR3Y</b>					
<b>p = 0.01</b>	34	65	48	50	33
$LR_{uc}$		21.48	4.69	6.10	0.074
<b>p = 0,05</b>	172	141	147	161	183
$LR_{uc}$		6.594	4.29	0.882	0.61

*Tabell 7.4 Rapporterte VaR overskridelser der en antatt god modell skal ha så nærme det forventede antall VaR overskridelse som mulig. Nullhypotese for  $LR_{uc}$   $H_0: p = \pi$ . Nullhypotesen forkaste på 5% signifikansnivå hvis verdien av  $LR_{uc}$  er større enn 3.84, og på 10% signifikansnivå hvis  $LR_{uc}$  er større enn 2.71.*

For å evaluere modellene på en mer realistisk måte så gjør vi også out-of-sample evalueringer, det vil si hvor gode er modellene til å predikere  $VaR_{p,t+1}$ . For de to betingede modellene bruker vi de samme estimerte GARCH(1,1) modellene med student-t fordelte feilledd for å predikere volatilitet for dag t+1. For EVT modellene brukes de estimerte parameterne fra tabell 7.3 til å beregne EVT kvantilene. For de ubetingede modellene beregnes et standardavvik basert på de siste 3459 observasjonene. Figur 7.4 viser estimerte  $VaR_{0.01,t+1}$  for EVT-GARCH samt de 2 ubetingede modellene. Vi ser at estimert risikonivå for NOR1Y er litt større sammenlignet med NOR2Y og NOR3Y. På 1% nivå ser vi at EVT gir et noe lavere estimat på VaR, og fra tabell 7.5 ser det ut som dette forbedrer VaR estimatet, gitt at EVT modellene er nærmere det forventede antallet overskridelser.





Figur 7.4 Out-of-sample resultat. Figur 7.3 Grønn linje viser 1% VaR estimert av EVT-GARCH. Vi ser at estimert daglig  $VaR_{0,01,t+1}$  varierer mellom ca. -5% i perioder med lav volatilitet til opp -20% i svært volatile perioder for NOR1Y. For NOR2Y og NOR3Y varierer estimert VaR typisk mellom -3 til -5% og opp imot -10% på de mest volatile dagene. Vi kan også se ut ifra de to ubetingede  $VaR_{0,01}$  estimatene at på 1% nivå gir EVT et lavere estimat enn normalfordelingen, vi ser også at i svært volatile perioder som etter 2020 så vil VaR overskridelser gruppere seg sammen ved bruk av ubetinget modell.

Fra de estimerte VaR verdiene og resultat fra tabell 7.5 kan vi nå se at for  $p = 0.05$ , er estimert VaR kvantil fra EVT veldig likt den fra normalfordeling. Faktisk gir EVT et noe større estimat (mindre negativt) i og med at EVT gir noen flere VaR overskridelser, vi ser dette gjelder spesielt NOR1Y og NOR3Y. Videre kan vi se at i den volatile testperioden gir modellene for få godkjente resultater, for  $p = 0.05$  gir GARCH og EVT-GARCH korrekt resultat for alle tre typer kontrakter. For  $p = 0.01$  ser vi tendens til bedre resultat for EVT-GARCH, men i out-of-sample perioden er det kun for NOR3Y at vi klarer å lage en modell der vi ikke forkaster null hypotesen om korrekt antall VaR overskridelser.

<b>Out-sample NOR1Y</b>	<b>Forventet</b>	<b>Normal</b>	<b>GARCH</b>	<b>EVT</b>	<b>EVT-GARCH</b>
p = 0.01	9	57	21	51	18
LR <sub>uc</sub>		106.78	9.31	85.99	5.24
p = 0.05	49	105	60	113	61
LR <sub>uc</sub>		54.08	2.01	62.68	2.41
<b>Out-sample NOR2Y</b>					
p = 0.01	9	37	19	29	17
LR <sub>uc</sub>		43.62	6.49	24.16	4.11
p = 0.05	49	78	54	80	54
LR <sub>uc</sub>		14.26	0.34	16.22	0.34
<b>Out-sample NOR3Y</b>					
p = 0.01	9	25	15	21	9
LR <sub>uc</sub>		16.07	2.20	9.31	0.10
p = 0,05	49	58	48	67	60
LR <sub>uc</sub>		1.30	0.08	5.56	2.01
<p><i>Tabell 7.5 Rapporterte VaR overskridelser der en antatt god modell skal ha så nærme det forventede antall VaR overskridelse som mulig. Nullhypotese for LR<sub>uc</sub> H<sub>0</sub>: p = π. Nullhypotesen forkastes på 5% signifikansnivå hvis verdien av LR<sub>uc</sub> er større enn 3.84, og på 10% signifikansnivå hvis LR<sub>uc</sub> er større enn 2.71.</i></p>					

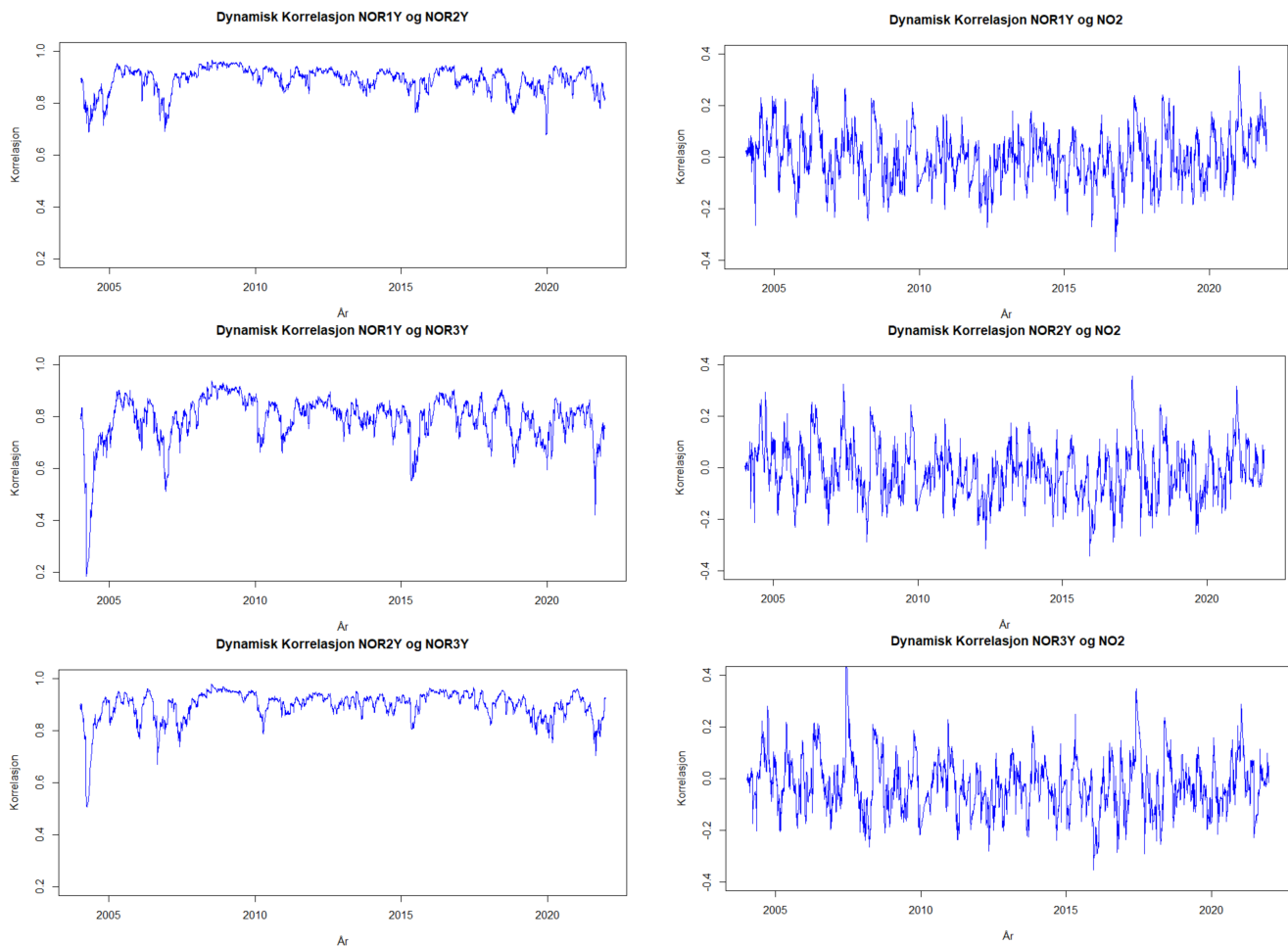
Vi kan se tydelig fra denne analysen at risk profilen til disse dataseriene, inkludert NO2 skiller seg fra normalfordelingen. Hvis vi ser på 5% VaR så er estimert hale kvantil større for normalfordelingen sammenlignet med EVT, men normalfordelingen har en hale som går raskere ned mot null, dermed ser vi at når vi beregner VaR på 1% nivå så gir EVT kvantilet største estimat for VaR. Nettopp dette er noe av kritikken mot VaR som risiko mål (Artzner, Delbaen, Jean-Marc, & Heath, 1999), i og med at VaR ikke gir noe informasjon om tapet som potensielt ligger lenger ut i halen. For eksempel hvis vi ser på in-sample VaR<sub>0.05</sub> for årskontraktene, her er estimert VaR<sub>0.05</sub> i samme størrelsesorden for Normalfordeling og EVT. I teorien kan dermed Normalfordeling og EVT gi samme estimat på VaR selv om risiko profilene ikke er den samme. VaR målet vil dermed ikke alltid klare å avsløre forskjellen med mindre VaR for flere ulike p rapporteres samtidig, som vi har gjort i vår studie, estimert VaR<sub>0.01,t+1</sub> for NOR1Y viser at risiko for ekstreme prisendringer er større enn estimatet gitt fra normalfordelingen. En annen mulighet som vil være et forslag for videre studier er å bruke Expected Shortfall som risiko mål,

i stedet for å beregne et bestemt kvantil som i VaR. så estimeres gjennomsnittlig tap under et bestemt kvantil.

I denne oppgaven har vi valgt å dele datasettet opp i en såkalt in-sample periode for å estimere modellen, også har vi valgt å beholde en del av datasettet til å lage en såkalt out-of-sample test for å validere modellene. Vi delte datasettene slik at omtrent de siste 20% ble beholdt til out-of-sample testing. Fra avsnitt 6, og figur 6.1 kan vi se at dette er en av de mest volatile periodene, som til en viss grad kan tilfældige resultat der modeller som ikke var gode i in-sample perioden plutselig viser seg å gi gode estimat for out-of-sample perioden. Studien viser at generelt sett gir EVT-GARCH modellen mest nøyaktig  $VaR_{0.1}$  estimat for in-sample perioden, men for den svært volatile out-of-sample perioden blir  $VaR_{0.01}$  estimert noe lavt. For å forbedre VaR prediksjoner bør det dermed vurderes en modell haleparameter  $\xi$  og skaleringsparameter  $\beta$  oppdateres eller beregnes på et rullende datasett for å kunne ta hensyn til perioder med mer ekstreme avkastninger.

## 7.4 MODELLERING AV PORTEFØLJE

I siste del av analysen ønsker vi å se på en portefølje bestående av 28.33% NOR1Y, 28.33% NOR2Y, 28.33% NOR3Y og 15% NO2. Et slikt valg av vektene  $w_i$  tilsvarer omtrent hvordan KIKS velger å sikre sine inntekter. Avkastningene  $r_{PF}$  til denne porteføljen beregnes i henhold til ligning 5.25, for å estimere standardavviket til porteføljen brukes ligning 5.26. Her kan vi bruke konstant standardavvik og korrelasjon, eller vi kan lage en dynamisk modell, med  $\sigma_{i,t+1}$  og  $\sigma_{j,t+1}$  gitt av våre estimerte GARCH modeller. I tillegg brukes multivariabel GARCH gitt av ligning 5.29 til å modellere dynamisk kovarians mellom de fire ressursene. De estimerte verdiene på  $\alpha$  og  $\beta$  er på henholdsvis 0.03294 og 0.94954 der begge er statistisk signifikant på 5% nivå. Vi ser at summen er mindre enn 1 som betyr at kovarians forventes returnere til en langsiktig snittverdi. Dynamisk Korrelasjon kan deretter estimeres i henhold til ligning 5.30, og er vist i figur 7.5.



*Figur 7.5 Dynamisk korrelasjon.*

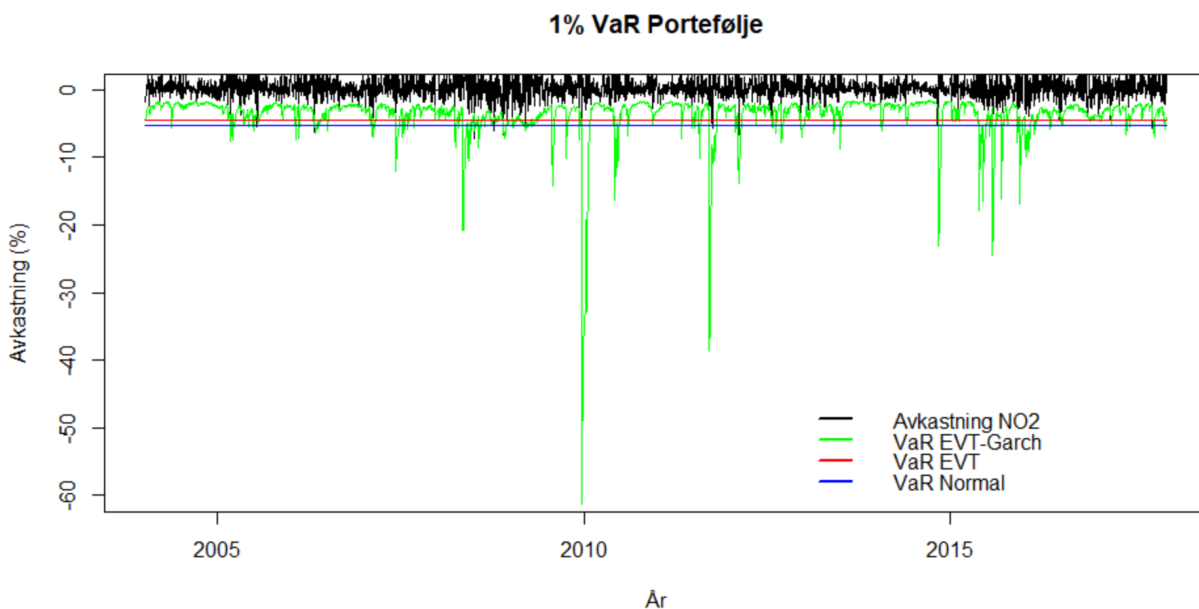
Figur 7.5 viser at korrelasjon mellom NOR1Y, NOR2Y og NOR3Y er høy, det er mulig å tyde at korrelasjonen er høy og stabil i perioder med pris nedgang som for eksempel i perioden 2008-2009 og fra midten av 2011 til midten av 2016. I perioder med prisoppgang er det mulig å tyde litt større svingninger i korrelasjon. Ut ifra modellen så svinger korrelasjon mellom de ulike årskontraktene og NO2 stort sett mellom -0.2 og 0.2 med antydning til økt korrelasjon fra 2020 da prisene på samtlige kraftvarer har økt betraktelig. Med dynamisk korrelasjon modellert kan vi nå estimere tidsvarierende eller betinget standardavvik til denne porteføljen ut ifra ligning 5.26. Deretter kan vi estimere  $VaR_{p,t+1}$  ut ifra kvantilene til normalfordeling

Vi benytter igjen EVT metoden for å modellere venstre hale av avkastningene i henhold til GPD. Avkastningene standardiseres i henhold til ligning 5.13, der  $\sigma_{t+1}$  nå er gitt ved det dynamiske

standardavviket til porteføljen, gitt av ligning 5.26. Vi lager ME plott (se vedlegg) som anslår en terskel  $u$  på ca. 1. En  $u$  på 1.155 tilsvarer 5% observasjonene verre enn terskelen. Det vil si en  $T_u$  på 173 og det er disse observasjonene som blir tilpasset til GPD.

Hale parameteren  $\xi$  og skaleringsfaktor  $\beta$  blir estimert ved ML estimering og beregnes til  $\xi = 0.4226$  og  $\beta = 0.3530$ .  $VaR_{p,t+1}$  kan deretter estimeres i henhold til ligning 5.17 og 5.19, verdier for  $p = 0.01$  er plottet i figur 7.6.

Vi beregner i tillegg de samme ubetingede modellene ved å la standardavvik og korrelasjon i ligning 5.26 være konstant. Korrelasjon mellom produktene tilsvarer nå verdiene fra tabell 6.2.  $VaR_p$  beregnes deretter ved å bruke de tilsvarende kvantilene fra normal og EVT fordelingene. For porteføljen blir  $VaR_{0.01}$  og  $VaR_{0.05}$  fra EVT modellen estimert til -4.48% og -2.63%. Tilsvarende tall med antatt normalfordelt avkastning er estimert til -5.29% og -3.74%. Verdiene for  $VaR_{0.01}$  er vist i figur 7.6.



Figur 7.6 Estimert  $VaR_{0.01}$  for en portefølje bestående av 28.33% NOR1Y, 28.33% NOR2Y, 28.33% NOR3Y og 15% NO2. Grønn linje gir daglig VaR estimert av EVT-GARCH modellen. Vi ser at modellen gir noen store utslag i VaR der de reelle tapene ikke nødvendigvis var store. Dette kan skyldes at porteføljen opplever store positive avkastning og dermed vil GARCH modellen predikere høy volatilitet. EVT modellen estimerer daglig  $VaR_{0.01}$  på -4.48% mens tilsvarende estimat gitt fra normalfordelingen ligger på -5.29%.

Deretter sjekkes nøyaktigheten av beregningene ved å telle antall VaR overskridelser for  $p$  lik 0.01 og 0.05. Resultatene vises i tabell 7.6 og vi ser at kun EVT GARCH metoden består testen for korrekt antall VaR overskridelser for både  $p$  lik 0.01 og 0.05. Her kommer fordelene med å kun modellere halen av fordelingen til syne, siden avkastningene til KIKS porteføljen ser ut til å være skjevt fordelt i positiv retning. Ved antatt normalfordelingen ser vi at både Normal og GARCH modellen gir for få VaR overskridelser, det tyder på at  $VaR_p$  blir overestimert for både  $p$  lik 0.01 og 0.05. Det er også mulig å se at det å benytte modeller med tidsvarierende volatilitet vil kunne forbedre resultatene. Videre er det tydelig at å benytte EVT forbedrer nøyaktigheten til estimert VaR, men igjen, best mulig resultat oppnås ved å kombinere EVT med GARCH for å estimere daglig Value at Risk.

<b>KIKS portefølje</b>	<b>Forventet</b>	<b>Normal</b>	<b>GARCH</b>	<b>EVT</b>	<b>EVT-GARCH</b>
<b>p=0.01</b>	34	15	22	24	28
LRuc		14.22	5.31	3.66	1.35
<b>p=0.05</b>	172	33	59	86	173
LRuc		176.37	104.83	55.96	0.00
<p><i>Tabell 7.6 Rapporterte VaR overskridelser der en antatt god modell skal ha så nærme det forventede antall VaR overskridelse som mulig. Nullhypotese for <math>LR_{uc}</math> <math>H_0: p = \pi</math>. Nullhypotesen forkastes på 5% signifikansnivå hvis verdien av <math>LR_{uc}</math> er større enn 3.84, og på 10% signifikansnivå hvis <math>LR_{uc}</math> er større enn 2.71.</i></p>					

Bakgrunnen for å regne VaR for en slik portefølje er for å kunne si noe om total markedsrisiko for en aktør som KIKS. Måten de sikrer stabile utbetalinger hvert år, selv hvis markedet ustabil er ved bruk av reservekapital. Det er ikke ønskelig å ha for mye eller for lite i reserve og det er for å bestemme beløpet på reservekapitalskontoen VaR beregninger er avgjørende. I utgangspunktet er dermed KIKS interessert i mer langsiktige VaR prognoser. En vanlig måte å skalere fra en enkel periode til flere perioder er kvadratrot regelen, men når fordelingen ikke er normal og det er serie korrelasjoner i dataene så er det ingen teoretiske argumenter for å bruke denne metoden (Byström, 2005). Likevel blir denne metoden hyppig brukt i praksis. Hvis vi bruker denne regelen på vårt daglige 5% VaR estimert gitt av EVT, på -2.63%, og med antatt 250 handelsdager så tilsvarer dette -41.58% pr år. I teorien betyr det i at i 5% av tilfellene så vil verdien på porteføljen kunne reduseres med 41.58% i løpet av et år. I praksis er det flere grunner

til at tallet i virkeligheten ikke blir fullt så ille, det opplagte er skaleringsproblematikken, det andre er at resultat fra tabell 7.6 antyder at -2.63% daglig var et for lavt estimat. Det er også verdt å nevne at i praksis blir risikoen knyttet til denne porteføljen spredt over flere år, et prisfall på årskontraktene vil påvirke resultatet i flere perioder fremover i tid siden disse er sterkt korrelert. Denne studien gir dermed ikke noe svar på hvor stor reservekapitalen bør være. Det vi kan si basert på tabell 7.6, at resultatene våre tyder på at ved å bruke antakelsen om normalfordeling så blir VaR kvantilet for en portefølje bestående av NO2, NOR1Y, NOR2Y og NOR3Y noe overestimert.

## KONKLUSJON

I denne oppgaven har vi undersøkt prisene på ulike kraftprodukter, både prisene på NO<sub>2</sub> som omsettes på Nord Pool spotbørs og prisene på ulike futures kontrakter med lengde på ett, to og tre år. Vi har vist at spesielt spotmarkedet er meget volatil, med mange store prisendringer og at den empiriske fordeling definitivt ikke følger normalfordelingen. For å modellere disse ekstreme prisendringene og estimere nøyaktig VaR estimat, har vi filtrert avkastningene med en GARCH modell. Deretter har vi tilpasset de standardiserte avkastningsseriene til EVT teorien, og vist at dette gir mer nøyaktige VaR estimat enn ved bruk av kun standard GARCH eller enkle modeller basert på normalfordelt data. Generelt sett forbedres estimerte VaR ved å benytte seg av EVT enten man ser på enkle ubetingede modeller eller modeller der volatilitet kan variere. Vi har også sett at risikoen knyttet til års produktene er betraktelig lavere og nærmere normalfordelingen. Likevel antyder studien at også for disse produktene gir EVT forbedrede estimat for VaR. Vi har også vist at ved å bruke EVT kan vi lage nøyaktige VaR estimat for en portefølje av samtlige produkter analysert i studien.

I tillegg til å gi nøyaktige VaR estimat så kan resultatene og metodene vi bruker være nyttig for en aktør som KIKS. Det er på grunn av selv om fokuset til KIKS er mer langsiktig for å sikre utbetalinger til deltakerkommunene, vil en risikoansvarlig være avhengig av verst tenkelige scenario på kortere sikt hvis det er stor turbulens i markedet. Her kan EVT-GARCH metoden presentert i denne oppgaven være et nyttig verktøy.

Studien vår har noen områder der vi har potensial til forbedringer. Resultatene fra In-sample analysen er meget gode og viser tydelig at EVT gir de beste resultatene. For out-of-sample testene er resultatene ikke like klare, for eksempel normalfordeling kan gi gode resultat for noen av dataseriene. Generelt sett viser EVT-GARCH metoden de beste resultatene på tvers av dataserie og VaR nivå. Hvis modellene skal brukes til å predikere VaR vil det nok være nødvendig med modellering, som re-estimerer VaR kvantilene med jevne mellomrom. Vi ser også forbedringspotensial i valg av GARCH modell for å håndtere symmetri forskjeller. Et annet punkt som vil være av interesse er å se på valget av terskelverdi, der man kan utvikle en



algoritme som tester og finner best mulig tilpasning i stedet for prøve seg frem, før man benytter seg av EVT i praksis.

For å summere, ved finjustert EVT-GARCH vil metoden kunne være et nyttig verktøy til å predikere nøyaktige VaR verdier. Resultatene våre tyder på at EVT metoden har flere fordeler og gir et mer nøyaktig resultat enn ved å bruke standard normalfordeling.

A.1 UTLEDNING AV UTTRYKK FOR KUMULATIV FORDELING F(Y)

Som beskrevet i (Christoffersen, 2003), La u være terskel, og vurder så sannsynligheten for at en standardisert avkastning z minus u er lavere enn en verdi y, gitt at z ligger bortenfor terskel u.

Dermed er z toppen, z-u er størrelsen på overskridelsen, Den kumulative fordelingen for variabelen y kan dermed skrives som

$$F_u(y) = P(z-u < y \mid z > y), y > u \quad A.1$$

Fra lov om betinget sannsynlighet blir dette

$$\begin{aligned} F_u(y) &= P(u < z < y+u) / P(z > y) & A.2 \\ &= [F(y + u) - F(u)] / (1 - F(u)) \end{aligned}$$

EVT teorien sier at når u blir stor nok så tilnærmer  $F_u(y)$  seg GPD fordelingen gitt i ligning 5.13.

Vi antar at  $\xi > 0$  siden vi har med finansielle dataserier som normalt beskrives med egenskaper som fete haler. Vi skal nå vurdere punktene y, altså punktene  $y > u$ . Vi lar  $x = y+u$  der y og u er punkter i halen på fordelingen. Fra uttrykket i A.2 kan vi da skrive

$$\begin{aligned} F_u(y) &= F(x-u) & A.3 \\ &= [F(y + u) - F(u)] / (1 - F(u)) \\ &= [F(x) - F(u)] / (1 - F(u)) \end{aligned}$$

Dette uttrykket kan omformuleres slik at vi får et uttrykk for F(x)

$$\begin{aligned} F(x) - F(u) &= (1 - F(u))F_u(x-u) & A.4 \\ F(x) &= F(u) + (1 - F(u))F_u(x-u) \\ &= -1 + F(u) + (1 - F(u))F_u(x-u) + 1 \\ &= -(1 - F(u)) + (1 - F(u))F_u(x-u) + 1 \\ &= 1 - (1 - F(u))[1 - F_u(x-u)] \end{aligned}$$

La T være antall observasjoner totalt og  $T_u$  antall observasjoner forbi terskel u. Sannsynligheten for at et punkt ligger forbi terskel u vil dermed være  $T_u/T$ . Videre vil kumulativ sannsynlighet  $F(u)$  dermed bli  $1 - T_u/T$ . Som nevnt antar vi at  $\xi > 0$ ,  $F(x-u) = F(y)$  estimeres ved Maximum

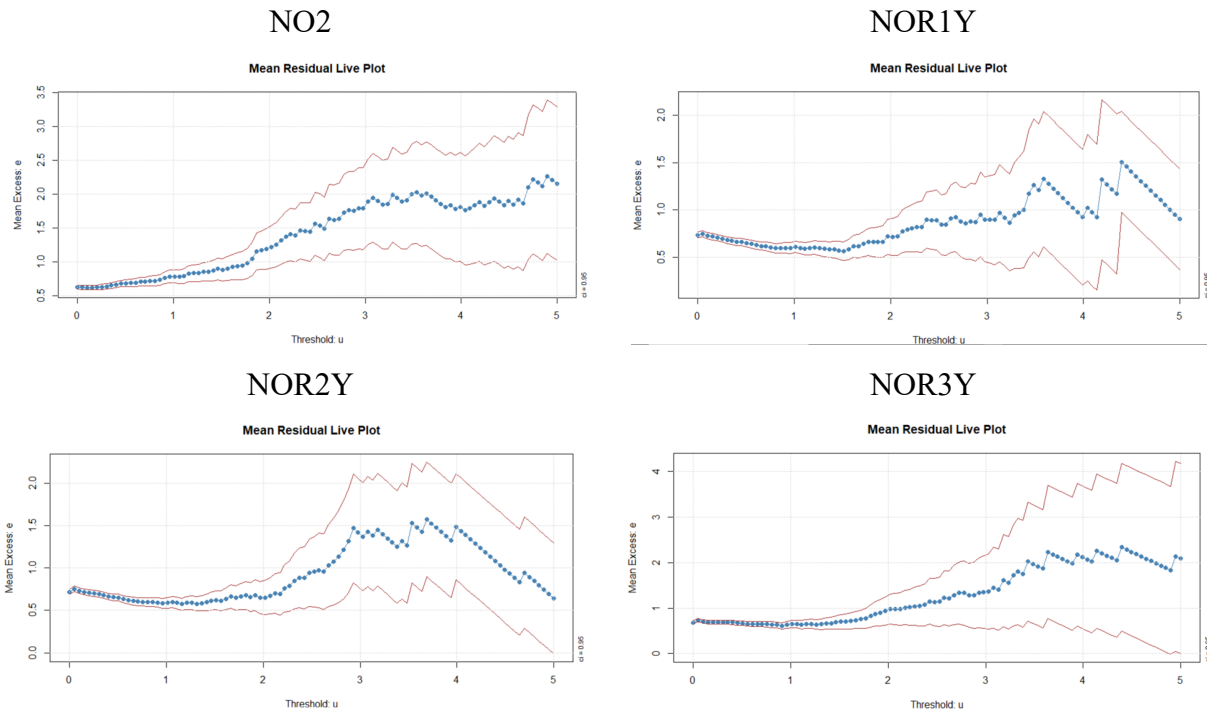
likelihood, For å komme frem til et uttrykk  $F(x)$  for punkter i halen bruker vi dermed uttrykket fra ligning 5.13 for GPD, nemlig  $GPD(y, \xi, \beta) = 1 - (1 + \xi y/\beta)^{-1/\xi}$ . Dermed blir fordelingen gitt ved

$$F(x) = 1 - T_u/T [1 - (1 + \xi(x-u)/\beta)^{-1/\xi}] \tag{A.5}$$

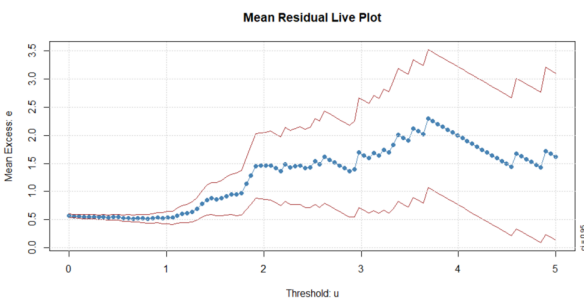
$$= 1 - T_u/T [1 + \xi(x-u)/\beta]^{-1/\xi}$$

## A.2 ME PLOT

Som hjelp til å bestemme terskel verdi  $u$  har vi lagt ved ME plot for NO2, NOR1Y



## KIKS Portefølje



Figur A2.1 ME plott for de ulike dataseriene.

For NO2 ser vi et noenlunde lineært forhold opp til u lik ca. 1.9, vi antar dermed at et godt valgt ligger i området mellom 1.7 og 2. For NOR1Y ser vi et noenlunde lineært forhold frem til ca u lik 1.5. For NOR2Y ser det ut til å være litt lavere og ligge i området rundt 1.4. Når det gjelder NOR3Y så ser det igjen lineært frem til u rundt 1.6.

Som nevnt gir ikke disse plottene noe fasit svar, For årskontraktene virker det som at hvis man følger valg av u antydnet fra ME plott gir det veldig mange observasjoner som regnes som ekstreme, og dermed gir det ikke en god tilpasning til GPD. Derfor velges høyere u verdier enn antydnet. For Porteføljen ser vi tendenser til et lineært forhold opp til ca. 1.

### A.3 R KODE

For å estimere GARCH modeller har vi brukt rugarch pakken, mer dokumentasjon om denne pakken og funksjonene den inneholder finnes tilgjengelig på nett (Alexios Galanos, 2022). For å estimere EVT og tilpasse GPD har vi brukt pakken fExtremes, mer informasjon om denne pakke og funksjonene er tilgjengelig (Wuertz, Setz, & Chalabi, 2017). For å modellere dynamisk korrelasjon har vi brukt rmgarch pakken, mer informasjon om denne pakken er også tilgjengelig (Alexios Galanos, 2022). Kopi av R kode er vedlagt etter litteraturliste.

## KILDER

- Abhay K. Singh/, David E. Allen /, & Powell, R. J. (2011). *Value at Risk Estimation Using Extreme Value Theory* Paper presented at the International Congress on Modelling and Simulation (MODSIM 2011) Perth, Australia. 19. Desember 2011.
- Alexander, C. (2008). *Market Risk Analysis* John Wiley Sons Inc
- Andersson, J., & Lillestøl, J. (2010). Multivariate Modelling and Prediction of Hourly One-Day Ahead Prices at Nordpool. 133-154. doi:10.1007/978-3-642-12067-1\_9
- Artzner, P., Delbaen, F., Jean-Marc, E., & Heath, D. (1999). Coherent Measures of Risk. *Mathematical Finance*, 9, 203 - 228. doi:10.1111/1467-9965.00068
- Bodie, Z., Kane, A., & Marcus, A. (2020). *Investment* (12 ed.): **McGraw-Hill Education**.
- Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of econometrics*, 31(3), 307-327.
- Brooks, C. (2014). *Introductory Econometrics for Finance* (3rd ed.). New York: Cambridge University Press.
- Bunn, D., Andresen, A., Chen, D., & Westgaard, S. (2016). Analysis and forecasting of electricity price risks with quantile factor models. *The Energy Journal*, 37(1).
- Burger, M., Graeber, B., & Schindlmayr, G. (2014). *Managing Energy Risk* (second Edition ed.): Wiley.
- Byström, H. N. E. (2004). Managing extreme risks in tranquil and volatile markets using conditional extreme value theory. *International Review of Financial Analysis*, 13(2), 133-152. doi:<https://doi.org/10.1016/j.irfa.2004.02.003>
- Byström, H. N. E. (2005). Extreme value theory and extremely large electricity price changes. *International Review of Economics & Finance*, 14(1), 41-55. doi:[https://doi.org/10.1016/S1059-0560\(03\)00032-7](https://doi.org/10.1016/S1059-0560(03)00032-7)
- Chan, K. F., /, & Gray, P. (2006). Using extreme value theory to measure value-at-risk for daily electricity spot prices. *International Journal of Forecasting*, 22(2), 283-300. doi:<https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2005.10.002>
- Christoffersen, P. F. (2003). *Elements of Financial Risk*. USA: Academic Press.
- Christoffersen, P. F. (2012). *Elements of Financial Risk Management* (2nd Edition ed.). USA: Academic Press.
- Cowpertwait, P. S. P., & Metcalfe, A. V. (2009). *Introductory Time Series with R*. New York: Springer.
- Electric, S. (N/A). Five Global Trends Shaping the future of Energy In *Sneider Electric Professional Services White Paper*
- Energifakta-Norge. (2017). FINANSIELL KRAFTHANDEL. Retrieved from <https://energifaktanorge.no/norsk-energiforsyning/kraftmarkedet/>
- Energifakta-Norge. (2022a). Et Integret marked. Retrieved from <https://energifaktanorge.no/norsk-energiforsyning/kraftmarkedet/>
- Energifakta-Norge. (2022b, 23.02.2022). Kraftmarkedet. Retrieved from <https://energifaktanorge.no/norsk-energiforsyning/kraftmarkedet/>
- EnergiNorge. (2022, 02.02.22). Vannkraftutbyggingen på høyeste nivå på over 30 år. Retrieved from [https://www.energinorge.no/nyheter/2022/vannkraftutbyggingen-pa-hoyeste-niva-pa-over-30-ar/?fbclid=IwAR1EtsnGcl3J\\_d8ZaNvtH5IEy4HSOYqWtXH4xxCSsg9Yo4TS5tGwz2Zi3ng](https://www.energinorge.no/nyheter/2022/vannkraftutbyggingen-pa-hoyeste-niva-pa-over-30-ar/?fbclid=IwAR1EtsnGcl3J_d8ZaNvtH5IEy4HSOYqWtXH4xxCSsg9Yo4TS5tGwz2Zi3ng)
- Engle, R. F. (1982). Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*, 50(4), 987-1007. doi:10.2307/1912773
- Fernandez, V. (2005). Risk management under extreme events. *International Review of Financial Analysis*, 14(2), 113-148. doi:<https://doi.org/10.1016/j.irfa.2004.06.012>
- Füss, R., Adams, Z., & Kaiser, D. (2008). The predictive power of value-at-risk models in commodity futures markets. *Journal of Asset Management*, 11. doi:10.1057/jam.2009.21

- Galanos, A. (2022). Package 'rmgarch'. Retrieved from <https://cran.r-project.org/web/packages/rmgarch/rmgarch.pdf>
- Galanos, A. (2022). Package RuGarch. Retrieved from <https://cran.r-project.org/web/packages/rugarch/rugarch.pdf>
- Ghosh, S., & Resnick, S. (2010). A discussion on mean excess plots. *Stochastic Processes and their Applications*, 120(8), 1492-1517. doi:<https://doi.org/10.1016/j.spa.2010.04.002>
- Hansen, M. I., /, Johnsen, T. A., /, & Oftedal, J. Ø. (2020). *Det norske kraftmarkedet til år 2020. Nasjonale og regionale fremskrivninger* (96/16). Retrieved from Statistics Norway: [https://www.ssb.no/a/histstat/rapp/rapp\\_199616.pdf](https://www.ssb.no/a/histstat/rapp/rapp_199616.pdf)
- Harmantzis, F., Miao, L., & Chien, Y. (2006). Empirical study of value-at-risk and expected shortfall models with heavy tails. *Journal of Risk Finance*, 7, 117-135. doi:10.1108/15265940610648571
- Haugom, E., Hoff, G., Mortensen, M., Molnar, P., & Westgaard, S. (2014). *The forecasting of medium-Term Futures contract* (Master thesis). Retrieved from [https://ntnuopen.ntnu.no/ntnu-xmlui/bitstream/handle/11250/2460674/2014\\_haugomEtAl\\_jem.pdf?sequence=4&isAllowed=y](https://ntnuopen.ntnu.no/ntnu-xmlui/bitstream/handle/11250/2460674/2014_haugomEtAl_jem.pdf?sequence=4&isAllowed=y) Norwegian University of Science and Technology (NTNU)- Department of industrial Economics and Technology database.
- Haugsbø, F. (2022, 16.04.2022). På innsiden av kraftbørsen VG. Retrieved from [https://www.vg.no/nyheter/innenriks/i/rEJOPm/paa-innsiden-av-kraftboersen?fbclid=IwAR3FupYlVhwzgtY23QappSdEWktQtwHOr1PchT8dTbL1i263H7NWfFap\\_k](https://www.vg.no/nyheter/innenriks/i/rEJOPm/paa-innsiden-av-kraftboersen?fbclid=IwAR3FupYlVhwzgtY23QappSdEWktQtwHOr1PchT8dTbL1i263H7NWfFap_k)
- Hopkin, P. (2017). *Fundamentals of Risk Management*: Kogan Page
- Huisman, R., Stradnic, V., & Westgaard, S. (2013). Renewable energy and electricity prices: indirect empirical evidence from hydro power.
- Hull, J. C. (2017). *Options, Futures and Other Derivatives*: Pearson Education Limited.
- Haan, d. L., & Ferreira, A. (2006). *Extreme Value Theory An Introduction* Springer.
- Jøssang, T. I. (2021, 29.09.2021). Hvor mye strøm eksporterer vi, hvor mye importerer vi, og hvorfor? *Stavanger Aftenblad* Retrieved from <https://www.aftenbladet.no/lokalt/i/47L92o/hvor-mye-stroem-eksporterer-vi-hvor-mye-importerer-vi-og-hvorfor?fbclid=IwAR0BrO3lVaty7tX4NkVlpDVVD5KTynZzgc7p2ubkO1213QrXp3sSNIW--Os>
- KIKS. (2020a, 14.10.2020). Risikostrategi. Retrieved from [https://konesjonskraft.no/om-kiks/styringsdokument/risikostrategi/?fbclid=IwAR3HyZJH8W7y6Uv\\_EXVOugAsHWeoPVmAYMjXozwTOG25Xz1y7VRCu4MoVLO](https://konesjonskraft.no/om-kiks/styringsdokument/risikostrategi/?fbclid=IwAR3HyZJH8W7y6Uv_EXVOugAsHWeoPVmAYMjXozwTOG25Xz1y7VRCu4MoVLO)
- KIKS. (2020b). *Årsmelding-2020* (QBC8N-UUQ4U-NCZI3-2UHKQ-GC5WS-2PAHY). Retrieved from [https://konesjonskraft.no/getfile.php/131802-1647251462/Årsmeldingar/Årsmelding\\_2020\\_KIKS.pdf](https://konesjonskraft.no/getfile.php/131802-1647251462/Årsmeldingar/Årsmelding_2020_KIKS.pdf)
- KIKS. (2021, 15.01.2021). Organisering. Retrieved from <https://konesjonskraft.no/om-kiks/organisering/>
- Lier, T., Revheim-Rafaelsen, M., & Resvoll, A. (2021, 19.12.2021). Ny strømprisrekord i Sør-Norge mandag. *E24*. Retrieved from <https://e24.no/privatoekonomi/i/Qy3jMx/ny-stroemprisrekord-i-soer-norge-mandag?fbclid=IwAR1Gqclns1a0zHtv3FWzn4kvn8i56Qr0tsJ0FVoD3iL5uVsiyVM89qg95Fw>
- Los. (2022). Historiske strømpriser In. Los.no.
- Lucia, J. J., & Schwartz, E. S. (2002). Electricity Prices and Power Derivatives: Evidence from the Nordic Power Exchange. *Review of Derivatives Research*, 5(1), 5-50. doi:10.1023/A:1013846631785
- McNeil, A. J., & Frey, R. (2000). Estimation of tail-related risk measures for heteroscedastic financial time series: an extreme value approach. *Journal of Empirical Finance*, 7(3), 271-300. doi:[https://doi.org/10.1016/S0927-5398\(00\)00012-8](https://doi.org/10.1016/S0927-5398(00)00012-8)

- Moe, S., & Jordheim, H. M. (2018, 19.september.2018). Kraftselskapene mener børsen trenger en som Einar Aas. E24. Retrieved from [https://e24.no/boers-og-finans/i/J1dgjJ/kraftselskapene-mener-boersen-trenger-en-som-einar-aas?fbclid=IwAR0\\_51w6t2hk1yUX7CGNs-6VHLOIpYHTMkbQNQVvmbGAa1\\_nt8cbyhm\\_38A](https://e24.no/boers-og-finans/i/J1dgjJ/kraftselskapene-mener-boersen-trenger-en-som-einar-aas?fbclid=IwAR0_51w6t2hk1yUX7CGNs-6VHLOIpYHTMkbQNQVvmbGAa1_nt8cbyhm_38A)
- NHO. (N/A). 6 ting du må vite om ACER. Retrieved from [https://www.nho.no/tema/energi-miljo-og-klima/artikler/ting-du-ma-vite-om-acer/?fbclid=IwAR3S8kfPFyVoTEIHwrkGaW01ySs8BzXu80U1631is-v0d2v-9Wt\\_JuzJtiw](https://www.nho.no/tema/energi-miljo-og-klima/artikler/ting-du-ma-vite-om-acer/?fbclid=IwAR3S8kfPFyVoTEIHwrkGaW01ySs8BzXu80U1631is-v0d2v-9Wt_JuzJtiw)
- Nilsen, F. S., & Sæter, S. O. (2021). Ny strømrekord i Norge Retrieved from <https://e24.no/olje-og-energi/i/6zBLm0/ny-stroemrekord-i-norge?fbclid=IwAR0qNfu2LL5KEpr13ZeM1IR2qmtJOeJb8fIYzW8njtUU0xeTVg7FuPwCYs>
- NordPool. (2021). About us Retrieved from <https://www.nordpoolgroup.com/en/About-us/>
- Nordstrøm, E. A., & Mosawi, M. (2020). *Value at Risk Analyse for Konespsjonskraft IKS*. (Bacheloroppgave). Universitet i Agder, UIA
- NorgesEnergi. (2021, 18.11.2021). Derfor er strømmen mye billigere i nord enn i sør Retrieved from <https://norgesenergi.no/stromsmart/billigere-strom-i-nord/?fbclid=IwAR06p6s9YupdxR7clky3cMwfVn6tall2mplmjoCy3PUagPnCKp9thT8ezRQ>
- NorgesEnergi. (2022, 13.01.2022). Slik påvirkes strømprisene Retrieved from <https://norgesenergi.no/stromsmart/dette-pavirker-stromprisen/?fbclid=IwAR2QleYp0nZZpYzWf6K8O6A12un4cDF4zJHKlgSarwCGGC-q1gkiB7iCFdo>
- NTB. (2022, 24.02.2022). Russisk invasjon kan bidra til kraftig vekst i strømprisen i Sør-Norge neste uke. Retrieved from [https://www.tu.no/artikler/russisk-invasjon-kan-bidra-til-kraftig-vekst-i-stromprisen-i-sor-norge-neste-uke/517592?fbclid=IwAR0KRtPljKrJAwQzgDCdBMui9-vAcWa7BCFsnI3UY3\\_s3JzuDcJQ7Jn1ZA8](https://www.tu.no/artikler/russisk-invasjon-kan-bidra-til-kraftig-vekst-i-stromprisen-i-sor-norge-neste-uke/517592?fbclid=IwAR0KRtPljKrJAwQzgDCdBMui9-vAcWa7BCFsnI3UY3_s3JzuDcJQ7Jn1ZA8)
- NVE. (2018, 20.12.2021). Konespsjonskraft og konespsjonsavgifter. Retrieved from <https://www.nve.no/konesjon/konesjonsbehandling-av-vannkraft/konespsjonskraft-og-konespsjonsavgifter/>
- NVE. (2022). Engrosmarkedet. Retrieved from <https://www.nve.no/reguleringsmyndigheten/regulering/kraftmarkedet/engrosmarkedet/>
- Pfaff, B. (2016). *Financial Risk Modelling and Portfolio Optimization in R* (2nd Edition ed.). West Sussex, UK: Wiley.
- Ping-Chen, L., & Po-Chang, K. (2009). Portfolio value-at-risk forecasting with GA-based extreme value theory. *Expert Systems with Applications*, 36(2, Part 1), 2503-2512. doi:<https://doi.org/10.1016/j.eswa.2008.01.086>
- Ragulina, G., & Taurisano, A. (2014). *Hvordan beregne ekstremverdier for gitte gjentaksintervaller?* ( 22/2014). Retrieved from Norges vassdrags- og energidirektorat i et samarbeid med Statens vegvesen og Jernbaneverket [https://publikasjoner.nve.no/rapport/2014/rapport2014\\_22.pdf](https://publikasjoner.nve.no/rapport/2014/rapport2014_22.pdf)
- Regjeringen. (2021, 12.10.2021). Kraftmarkedet og strømpris Retrieved from <https://www.regjeringen.no/no/tema/energi/stromnett/kraftmarkedet-og-strompris/id2076000/>
- Simonsen, I. (2005). Volatility of power markets. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 355(1), 10-20. doi:<https://doi.org/10.1016/j.physa.2005.02.062>
- Solibakke, P. (2002). Efficient estimated mean and volatility characteristics for the Nordic spot electricity power market. *International Journal of Business*, 7.
- Statkraft. (2022). *Interim Report Q1*. Retrieved from [https://www.statkraft.no/globalassets/1-statkraft-public/05-investor-relations/4-reports-and-presentations/2022/q1-2022/interim-report-q1-2022.pdf?fbclid=IwAR1hz815cq0vpKrZmNrfY2qQltf2q-m7h0m6uu9hfgq\\_rvLYB0h\\_7oxvMps](https://www.statkraft.no/globalassets/1-statkraft-public/05-investor-relations/4-reports-and-presentations/2022/q1-2022/interim-report-q1-2022.pdf?fbclid=IwAR1hz815cq0vpKrZmNrfY2qQltf2q-m7h0m6uu9hfgq_rvLYB0h_7oxvMps)

- Statnett. (2018, 05.11.2018). Balanseavregning. Retrieved from <https://www.statnett.no/for-aktorer-i-kraftbransjen/systemansvaret/kraftmarkedet/avregningsansvaret/balanseavregning/>
- Statnett. (2021, 13.12.2021). Hvorfor har vi prisområder? Retrieved from <https://www.statnett.no/om-statnett/bli-bedre-kjent-med-statnett/om-strompriser/fakta-om-prisomrader/>
- Tsay, R. S. (2002). *Analysis of Financial Time series* (Second Edition ed.): John Wiley & Sons, Inc.
- Verbeek, M. (2004). A Guide to Modern Econometrics. In *A Guide to Modern Econometrics* (2nd ed.). West Sussex: John Wiley and Sons.
- Viseth, E. S. (2021, 06.10.2021). Her er alle Norges utenlandskabler *TU.no*. Retrieved from [https://www.tu.no/artikler/her-er-alle-norges-utenlandskabler/513908?key=CBQpXqRD&fbclid=IwAR2pv4VCv1panVW\\_xd07nn5108NE9lcUvepBRXUGjqhLlog6qBRHS5why-U](https://www.tu.no/artikler/her-er-alle-norges-utenlandskabler/513908?key=CBQpXqRD&fbclid=IwAR2pv4VCv1panVW_xd07nn5108NE9lcUvepBRXUGjqhLlog6qBRHS5why-U)
- Weron, R. (2005). Heavy tails and electricity prices *Hugo Steinhaus Center, Wroclaw Univerisity of Technology, Poland 50-370 Wroclw Poland* Retrieved from [http://prac.im.pwr.edu.pl/~hugo/RePEc/wuu/wpaper/HSC\\_05\\_02.pdf?fbclid=IwAR1Nb9Fu0WyMn2jJ7s7uRN2z62ueVF3Aj6wn3\\_dIRxIUfQP0ibwxaGG8HGM](http://prac.im.pwr.edu.pl/~hugo/RePEc/wuu/wpaper/HSC_05_02.pdf?fbclid=IwAR1Nb9Fu0WyMn2jJ7s7uRN2z62ueVF3Aj6wn3_dIRxIUfQP0ibwxaGG8HGM)
- Weron, R., & Misiorek, A. (2008). Forecasting Spot Electricity Prices: A Comparison of Parametric and Semiparametric Time Series Models. *International Journal of Forecasting*, 24, 744-763. doi:10.1016/j.ijforecast.2008.08.004
- Wuertz, D., Setz, T., & Chalabi, Y. (2017). Package 'fExtremes'. Retrieved from <https://cran.r-project.org/web/packages/fExtremes/fExtremes.pdf>
- Øvre, O. A. (2022, 14.mars.2022). Vind sto for 7,5 prosent av norsk kraftproduksjon i 2021. Retrieved from <https://energiogklima.no/nyhet/datakilder/status-for-vindkraft-i-norge/?fbclid=IwAR1z23EeuRPhMhYiE7BVjwALj6Nu-NNInCfOkK8HXhFEXvORW63g1vYMrUQ>



R kode:

Data:

```
#####  
rm(list=ls(all=TRUE))  
#install.packages("rmgarch", repos="http://R-Forge.R-project.org")  
#install.packages("rugarch",dependencies=TRUE)  
#detach("package:rugarch", unload = TRUE)  
library(zoo)  
library(xts)  
library(moments)  
library(tseries)  
library(kableExtra)  
library(rugarch)  
library(dplyr)  
library(nortsTest)  
library(aTSA)  
library(rmgarch)  
options(scipen = 999)  
  
#### compute returns #####  
returns <- function(x) {  
  n = length(x)  
  r <- diff(x)/x[1:(n-1)]  
  return(r)  
}  
logreturns <- function(x) {  
  n = length(x)  
  r <- log(x[-1]/x[-n])  
  return(r)  
}  
#####  
  
##### access the data #####  
#spot  
data <- read.zoo("spotdata.txt", header=TRUE)  
#head(data)  
  
# select the time period for NO2 (fullt dataset)  
start <- as.Date("2004-01-01", format="%Y-%m-%d")  
end <- as.Date("2022-02-10", format="%Y-%m-%d")  
data <- window(data, start = start, end = end)  
dates <- index(data)
```

```

# retrieve data
data <- as.data.frame(coredata(data))
#head(data)

#calculate returns
Returns_NO2 = returns(data$NO2)
dates_ret = dates[-1]
head>Returns_NO2)

#time series

NO2.ret = xts>Returns_NO2, order.by = dates_ret)
#Nordpool.ret = xts>Returns_Nordpool, order.by = Returns_dates)
#Epad = xts(data$areadiff, order.by = dates)

##### årskontrakter #####
KIKSdata.price = read.table("KIKSpriser.txt", header = TRUE)
KIKSdata.ret <- read.table("KIKSreturns.txt", header = TRUE)
#head(KIKSdata.ret)

KIKSdata.price <- as.data.frame(KIKSdata.price)
price.dates <- KIKSdata.price$Dates
price.dates <- as.Date(price.dates)
#length(KIKSdata.ret$NOR1Y)
#correct for rollover in yearly contracts
KIKSdata.ret <- filter(KIKSdata.ret, KIKSdata.ret$Roll == 0)
KIKSdata.ret <- as.data.frame(KIKSdata.ret)
#length(KIKSdata.ret$NOR1Y)
KIKSdates <- as.Date(KIKSdata.ret$Date)
KIKSdata.ret <- KIKSdata.ret[,-c(1,5,7)]
#head(KIKSdata.ret)
KIKSmatrix <- as.matrix(KIKSdata.ret)
#construct a KIKS portfolio
w <- c(0.85/3, 0.85/3, 0.85/3, 0.15)
#portfolio returns
port.ret = KIKSmatrix%*%w
KIKSport = port.ret

#descriptive statistics
NO2.n <- round(length>Returns_NO2), digits = 0)
NO2min <- min>Returns_NO2)*100

```

```

NO2max <- max>Returns_NO2)*100
NO2mean <- mean>Returns_NO2)*100
NO2med <- median>Returns_NO2)*100
NO2std <- sqrt(var>Returns_NO2))*100
NO2skew <- skewness>Returns_NO2)
NO2kurt <- kurtosis>Returns_NO2)
NO2.q01 = quantile>Returns_NO2, 0.01)*100
NO2.q05 = quantile>Returns_NO2, 0.05)*100
NO2.q95 = quantile>Returns_NO2, 0.95)*100
NO2.q99 = quantile>Returns_NO2, 0.99)*100

NOR1Y.n <- round(length(KIKSdata.ret$NOR1Y), digits = 0)
NOR1Ymin <- min(KIKSdata.ret$NOR1Y)*100
NOR1Ymax <- max(KIKSdata.ret$NOR1Y)*100
NOR1Ymean <- mean(KIKSdata.ret$NOR1Y)*100
NOR1Ymed <- median(KIKSdata.ret$NOR1Y)*100
NOR1Ystd <- sqrt(var(KIKSdata.ret$NOR1Y))*100
NOR1Yskew <- skewness(KIKSdata.ret$NOR1Y)
NOR1Ykurt <- kurtosis(KIKSdata.ret$NOR1Y)
NOR1Y.q01 = quantile(KIKSdata.ret$NOR1Y, 0.01)*100
NOR1Y.q05 = quantile(KIKSdata.ret$NOR1Y, 0.05)*100
NOR1Y.q95 = quantile(KIKSdata.ret$NOR1Y, 0.95)*100
NOR1Y.q99 = quantile(KIKSdata.ret$NOR1Y, 0.99)*100

NOR2Y.n <- round(length(KIKSdata.ret$NOR2Y), digits = 0)
NOR2Ymin <- min(KIKSdata.ret$NOR2Y)*100
NOR2Ymax <- max(KIKSdata.ret$NOR2Y)*100
NOR2Ymean <- mean(KIKSdata.ret$NOR2Y)*100
NOR2Ymed <- median(KIKSdata.ret$NOR2Y)*100
NOR2Ystd <- sqrt(var(KIKSdata.ret$NOR2Y))*100
NOR2Yskew <- skewness(KIKSdata.ret$NOR2Y)
NOR2Ykurt <- kurtosis(KIKSdata.ret$NOR2Y)
NOR2Y.q01 = quantile(KIKSdata.ret$NOR2Y, 0.01)*100
NOR2Y.q05 = quantile(KIKSdata.ret$NOR2Y, 0.05)*100
NOR2Y.q95 = quantile(KIKSdata.ret$NOR2Y, 0.95)*100
NOR2Y.q99 = quantile(KIKSdata.ret$NOR2Y, 0.99)*100

NOR3Y.n <- round(length(KIKSdata.ret$NOR3Y), digits = 0)
NOR3Ymin <- min(KIKSdata.ret$NOR3Y)*100
NOR3Ymax <- max(KIKSdata.ret$NOR3Y)*100
NOR3Ymean <- mean(KIKSdata.ret$NOR3Y)*100
NOR3Ymed <- median(KIKSdata.ret$NOR3Y)*100
NOR3Ystd <- sqrt(var(KIKSdata.ret$NOR3Y))*100
NOR3Yskew <- skewness(KIKSdata.ret$NOR3Y)
NOR3Ykurt <- kurtosis(KIKSdata.ret$NOR3Y)
NOR3Y.q01 = quantile(KIKSdata.ret$NOR3Y, 0.01)*100

```

```

NOR3Y.q05 = quantile(KIKSdata.ret$NOR3Y, 0.05)*100
NOR3Y.q95 = quantile(KIKSdata.ret$NOR3Y, 0.95)*100
NOR3Y.q99 = quantile(KIKSdata.ret$NOR3Y, 0.99)*100

port.n <- length(KIKSport)
portmin <- min(KIKSport)
portmax <- max(KIKSport)
portmean <- mean(KIKSport)
portmed <- median(KIKSport)
portstd <- sqrt(var(KIKSport))
portskew <- skewness(KIKSport)
portkurt <- kurtosis(KIKSport)

# JB test
NO2JB = jarque.bera.test>Returns_NO2)
NOR1YJB = jarque.bera.test(KIKSdata.ret$NOR1Y)
NOR2YJB = jarque.bera.test(KIKSdata.ret$NOR1Y)
NOR3YJB = jarque.bera.test(KIKSdata.ret$NOR1Y)

portJB = jarque.bera.test(KIKSport)

##### test for ARCH effects #####
# Fit an AR(1) and check the residuals heteroscedasticity
# H_0: homoskedastic H_1: heteroskedastic

>Returns_NO2.ts = ts>Returns_NO2)
NO2.AR = arima>Returns_NO2.ts, order=c(1,0,0))
#acf(NO2.AR$residuals)
#pacf(NO2.AR$residuals)
#tsdiag(NO2.AR) # before... and Ljung-Box #
NO2archtest = arch.test(NO2.AR, output = F)
NO2.LM = NO2archtest[1,4]
NO2.LM.p = NO2archtest[1,5]

>Returns_NOR1Y.ts = ts(KIKSdata.ret$NOR1Y)
NOR1Y.AR = arima>Returns_NOR1Y.ts, order=c(1,0,0))
NOR1Yarchtest = arch.test(NOR1Y.AR, output = F)
NOR1Y.LM = NOR1Yarchtest[1,4]
NOR1Y.LM.p = NOR1Yarchtest[1,5]

>Returns_NOR2Y.ts = ts(KIKSdata.ret$NOR2Y)
NOR2Y.AR = arima>Returns_NOR2Y.ts, order=c(1,0,0))
NOR2Yarchtest = arch.test(NOR2Y.AR, output = F)
NOR2Y.LM = NOR2Yarchtest[1,4]
NOR2Y.LM.p = NOR2Yarchtest[1,5]

```

```

Returns_NOR3Y.ts = ts(KIKSdata.ret$NOR3Y)
NOR3Y.AR = arima>Returns_NOR3Y.ts, order=c(1,0,0))
NOR3Y.archtest = arch.test(NOR3Y.AR, output = F)
NOR3Y.LM = NOR3Y.archtest[1,4]
NOR3Y.LM.p = NOR3Y.archtest[1,5]

port.ts = ts(KIKSport)
port.AR = arima(port.ts, order=c(1,0,0))
port.archtest = arch.test(port.AR, output = F)
port.LM = port.archtest[1,4]
port.LM.p = port.archtest[1,5]

#table with statistics
stat= c("# observasjoner", "min (%)", "maks (%)", "snitt (%)", "median (%)",
        "std.avvik (%)", "skjevhet", "Kurtosis", "q01 (%)", "q05 (%)",
        "q95 (%)", "q99 (%)", "JB", "(p-verdi)", "LM", "(p-verdi)")

NO2_stats = c(NO2.n, NO2min, NO2max, NO2mean, NO2med,
              NO2std, NO2skew, NO2kurt,
              NO2.q01, NO2.q05, NO2.q95, NO2.q99,
              NO2JB$statistic, NO2JB$p.value,
              NO2.LM, NO2.LM.p)
NOR1Y_stats = c(NOR1Y.n, NOR1Ymin, NOR1Ymax, NOR1Ymean, NOR1Ymed,
                NOR1Ystd, NOR1Yskew, NOR1Ykurt,
                NOR1Y.q01, NOR1Y.q05, NOR1Y.q95, NOR1Y.q99,
                NOR1YJB$statistic, NOR1YJB$p.value,
                NOR1Y.LM, NOR1Y.LM.p)
NOR2Y_stats = c(NOR2Y.n, NOR2Ymin, NOR2Ymax, NOR2Ymean, NOR2Ymed,
                NOR2Ystd, NOR2Yskew, NOR2Ykurt,
                NOR2Y.q01, NOR2Y.q05, NOR2Y.q95, NOR2Y.q99,
                NOR2YJB$statistic, NOR2YJB$p.value,
                NOR2Y.LM, NOR2Y.LM.p)
NOR3Y_stats = c(NOR3Y.n, NOR3Ymin, NOR3Ymax, NOR3Ymean, NOR3Ymed,
                NOR3Ystd, NOR3Yskew, NOR3Ykurt,
                NOR3Y.q01, NOR3Y.q05, NOR3Y.q95, NOR3Y.q99,
                NOR3YJB$statistic, NOR3YJB$p.value,
                NOR3Y.LM, NOR3Y.LM.p)

port_stats = c(port.n, portmin, portmax, portmean, portmed,
               portstd, portskew, portkurt, portJB$statistic)

Descriptive <- data.frame("Statistikk" = stat,
                          "NO2" = NO2_stats,
                          "NOR1Y" = NOR1Y_stats,
                          "NOR2Y" = NOR2Y_stats,
                          "NOR3Y" = NOR3Y_stats)

```

```

#portfolio =port_stats)
#####
#Korrelasjoner

corr.kiks = cor(KIKSdata.ret)
corr.kiks<-round(corr.kiks, digits = 3)
#table for correlation matrix

#endrer korrelasjon over tid?
KIKSdata.corr = read.table("EWMAcorr.txt", header = TRUE)
head(KIKSdata.corr)
dates_corr = as.Date(KIKSdata.corr$date)

#####
#test for stationarity
NO2.adf = adf.test>Returns_NO2)
NOR1Y.adf = adf.test(KIKSdata.ret$NOR1Y)
NOR2Y.adf = adf.test(KIKSdata.ret$NOR2Y)
NOR3Y.adf = adf.test(KIKSdata.ret$NOR3Y)
NO2.pp = pp.test>Returns_NO2)

##### Test and training data #####

#create test data and train data for NO2
#length>Returns_NO2)*0.225
#class>Returns_NO2)
#6615-1500
#dates_ret[5845]

NO2.train = Returns_NO2[1:5115]
NO2.test = Returns_NO2[5116:6615]
#length(NO2.train)
#length(NO2.test)
dates_ret.train = dates_ret[1:5115]
dates_ret.test = dates_ret[5116:6615]
dates_ret.train[5115]
# Create test and train data for Yearly contracts

#length(KIKSdata.ret$NOR1Y)*0.225
#class>Returns_NO2)
#4459-1000
#dates_ret[5845]

```

```

NOR1Y.train = KIKSdata.ret$NOR1Y[1:3459]
NOR1Y.test = KIKSdata.ret$NOR1Y[3460:4459]
KIKSdates.train = KIKSdates[1:3459]
KIKSdates.train[3459]
KIKSdates.test = KIKSdates[3460:4459]
#length(NOR1Y.train)
#length(NOR1Y.test)
#KIKSdates.test[1000]

NOR2Y.train = KIKSdata.ret$NOR2Y[1:3459]
NOR2Y.test = KIKSdata.ret$NOR2Y[3460:4459]
NOR3Y.train = KIKSdata.ret$NOR3Y[1:3459]
NOR3Y.test = KIKSdata.ret$NOR3Y[3460:4459]
NO2port.train = KIKSdata.ret$NO2[1:3459]
NO2port.test = KIKSdata.ret$NO2[3460:4459]
port.train = KIKSport[1:3459]
port.test = KIKSport[3460:4459]

KIKSport.train = data.frame(NOR1Y.train,
                             NOR2Y.train,
                             NOR3Y.train,
                             NO2port.train)
KIKSport.train2 = data.frame(NO2port.train,
                              NOR1Y.train,
                              NOR2Y.train,
                              NOR3Y.train)

#####
Garch:
source("data.r")

##### Garch
# Estimating GARCH using rugarch (results used in paper)

spec <- ugarchspec(mean.model = list(armaOrder=c(0,0)),
                   variance.model = list(model = "sGARCH", garchOrder=c(1,1)),
                   distribution.model = 'norm')
spec.std <- ugarchspec(mean.model = list(armaOrder=c(0,0)),
                      variance.model = list(model = "sGARCH", garchOrder=c(1,1)),
                      distribution.model = 'std')
#garchNO2.full = ugarchfit(data= Returns_NO2, spec = spec, solver = "hybrid")
#garchNO2.train = ugarchfit(data= NO2.train, spec = spec, solver = "hybrid")
#garchNO2.train.std = ugarchfit(data= NO2.train, spec = spec.std, solver = "hybrid")
#coef(garchNO2.train)
#sigma.NO2train.norm = sqrt(garchNO2.train@fit$var)

```

```

sigma.NO2train = sqrt(garchNO2.train.std@fit$var)
#plot(sigma.NO2train, type = "l")
#res.no2 = garchNO2.train.std@fit$residuals
acf(res.no2)
#standardize the returns using the the garch model
#sigma calculates sigma for next day

#beregning av standardiserte returns
standard.NO2 <- NO2.train[-1]/sigma.NO2train[-length(sigma.NO2train)]

#plot(standard.NO2, type = "l")
#plot>Returns_NO2, type = "l")

#modellere sigma for test data
modelroll.NO2= ugarchroll(spec=spec, data>Returns_NO2, n.ahead = 1,
  n.start = 5115, refit.every = 50, refit.window = c("moving"),
  window.size = NULL, solver = "hybrid", fit.control = list(),
  solver.control = list(), calculate.VaR = F,
  cluster = NULL, keep.coef = TRUE)
modelroll.NO2.evt= ugarchroll(spec=spec.std, data>Returns_NO2, n.ahead = 1,
  n.start = 5115, refit.every = 50, refit.window = c("recursive"),
  window.size = NULL, solver = "hybrid", fit.control = list(),
  solver.control = list(), calculate.VaR = F,
  cluster = NULL, keep.coef = TRUE,
  VaR.alpha = c(0.01, 0.05))

coef(modelroll.NO2.evt)
#sigma.test = modelroll.NO2@forecast$density$Sigma
#sigma.test = sigma.test[-1]
sigma.test.evt = modelroll.NO2.evt@forecast$density$Sigma
#length(sigma.test)

VaRgarch.test = modelroll.NO2@forecast$VaR[,"alpha(1%)"]
VaRgarch.test = VaRgarch.test[-1]
NO2.norm = sigma.test*qnorm(0.01)
#return=modelroll.NO2@forecast$VaR[,"realized"]
#Hit=return<VaRgarch.test
#sum(Hit)
#length(sigma.test)

#####
#NOR1Y Garch
garchNOR1Y = ugarchfit(data= NOR1Y.train, spec = spec, solver = "hybrid")
garchNOR1Y.std = ugarchfit(data= NOR1Y.train, spec = spec.std, solver = "hybrid")

sigma.NOR1Y = sqrt(garchNOR1Y@fit$var)

```



```

sigma.NOR1Y.std = sqrt(garchNOR1Y.std@fit$var)
#plot(garchNOR1Y@fit$var, type = "l")
Standard.NOR1Y = NOR1Y.train[-1]/sigma.NOR1Y.std[-3459]
Modelroll.std.NOR1Y = ugarchroll(spec=spec.std, data=KIKSdata.ret$NOR1Y, n.ahead = 1,
    n.start = 3459, refit.every = 20, refit.window = c("moving"),
    window.size = NULL, solver = "hybrid", fit.control = list(),
    solver.control = list(), calculate.VaR = F,
    cluster = NULL, keep.coef = TRUE,
    VaR.alpha = c(0.01, 0.05))
Modelroll.NOR1Y = ugarchroll(spec=spec, data=KIKSdata.ret$NOR1Y, n.ahead = 1,
    n.start = 3459, refit.every = 20, refit.window = c("moving"),
    window.size = NULL, solver = "hybrid", fit.control = list(),
    solver.control = list(), calculate.VaR = F,
    cluster = NULL, keep.coef = TRUE,
    VaR.alpha = c(0.01, 0.05))

```

```

sigmaNOR1Y.test = Modelroll.std.NOR1Y@forecast$density$Sigma
sigmaNOR1Y.test.norm = Modelroll.NOR1Y@forecast$density$Sigma
#length(sigmaNOR1Y.test)

```

```

#####

```

```

#NOR2Y Garch
garchNOR2Y = ugarchfit(data= NOR2Y.train, spec = spec, solver = "hybrid")
garchNOR2Y.std = ugarchfit(data= NOR2Y.train, spec = spec.std, solver = "hybrid")

```

```

sigma.NOR2Y = sqrt(garchNOR2Y@fit$var)
sigma.NOR2Y.std = sqrt(garchNOR2Y.std@fit$var)
#plot(garchNOR2Y@fit$var, type = "l")
Standard.NOR2Y = NOR2Y.train[-1]/sigma.NOR2Y.std[-3459]

```

```

plot(KIKSdates.train ,Standard.NOR1Y, type = "l")
Modelroll.NOR2Y = ugarchroll(spec=spec, data=KIKSdata.ret$NOR2Y, n.ahead = 1,
    n.start = 3459, refit.every = 20, refit.window = c("moving"),
    window.size = NULL, solver = "hybrid", fit.control = list(),
    solver.control = list(), calculate.VaR = T,
    cluster = NULL, keep.coef = TRUE,
    VaR.alpha = c(0.01, 0.05))
Modelroll.std.NOR2Y = ugarchroll(spec=spec.std, data=KIKSdata.ret$NOR2Y, n.ahead = 1,
    n.start = 3459, refit.every = 20, refit.window = c("moving"),
    window.size = NULL, solver = "hybrid", fit.control = list(),
    solver.control = list(), calculate.VaR = F,
    cluster = NULL, keep.coef = TRUE,
    VaR.alpha = c(0.01, 0.05))

```

```

sigmaNOR2Y.test = Modelroll.std.NOR2Y@forecast$density$Sigma

```

```
sigmaNOR2Y.test.norm = Modelroll.NOR2Y@forecast$density$Sigma
```

```
#####
```

```
#NOR3Y Garch
```

```
garchNOR3Y = ugarchfit(data= NOR3Y.train, spec = spec, solver = "hybrid")
```

```
garchNOR3Y.std = ugarchfit(data= NOR3Y.train, spec = spec.std, solver = "hybrid")
```

```
sigma.NOR3Y = sqrt(garchNOR3Y@fit$var)
```

```
sigma.NOR3Y.std = sqrt(garchNOR3Y.std@fit$var)
```

```
#plot(garchNOR2Y@fit$var, type = "l")
```

```
Standard.NOR3Y = NOR3Y.train[-1]/sigma.NOR3Y.std[-3459]
```

```
Modelroll.NOR3Y = ugarchroll(spec=spec, data=KIKSdata.ret$NOR3Y, n.ahead = 1,  
  n.start = 3459, refit.every = 20, refit.window = c("moving"),  
  window.size = NULL, solver = "hybrid", fit.control = list(),  
  solver.control = list(), calculate.VaR = T,  
  cluster = NULL, keep.coef = TRUE,  
  VaR.alpha = c(0.01, 0.05))
```

```
Modelroll.std.NOR3Y = ugarchroll(spec=spec.std, data=KIKSdata.ret$NOR3Y, n.ahead = 1,  
  n.start = 3459, refit.every = 20, refit.window = c("moving"),  
  window.size = NULL, solver = "hybrid", fit.control = list(),  
  solver.control = list(), calculate.VaR = F,  
  cluster = NULL, keep.coef = TRUE,  
  VaR.alpha = c(0.01, 0.05))
```

```
sigmaNOR3Y.test.std = Modelroll.std.NOR3Y@forecast$density$Sigma
```

```
sigmaNOR3Y.test = Modelroll.NOR3Y@forecast$density$Sigma
```

```
#####
```

```
#####
```

```
#NO2 Garch portfolio
```

```
garchNO2port = ugarchfit(data= NO2port.train, spec = spec.std, solver = "hybrid")
```

```
sigma.NO2port = sqrt(garchNO2port@fit$var)
```

```
#plot(garchNOR2Y@fit$var, type = "l")
```

```
Standard.NO2port = NO2port.train/sigma.NO2port
```

```
Modelroll.NO2port = ugarchroll(spec=spec, data=KIKSdata.ret$NO2, n.ahead = 1,  
  n.start = 3459, refit.every = 20, refit.window = c("moving"),  
  window.size = NULL, solver = "hybrid", fit.control = list(),  
  solver.control = list(), calculate.VaR = F,  
  cluster = NULL, keep.coef = TRUE,  
  VaR.alpha = c(0.01, 0.05))
```

```

sigmaNO2port.test = Modelroll.NO2port@forecast$density$Sigma
#####
EVT:
source("data.r")
source("Garch.r")
## Loading of packages1
#install.packages("roll")
library(fBasics)
library(fExtremes)
library(ismev)
library(GAS)
library(evir)
library(roll)

##### Function to calculate VaR from an EVT #####
VaR.EVT = function(sigma,u, p, Tu, TL, xi ) {
  VaR = -sigma*u*(p/(Tu/TL))^-xi
  return(VaR)
}
VaR.EVT.prop = function(sigma,u, p, Tu, TL, xi, beta ) {
  VaR = -sigma*(u+(beta/xi)*(((p/(Tu/TL))^-xi)-1))
  return(VaR)
}
EVT.kvantil.prop = function(u, p, Tu, TL, xi, beta ) {
  kvant = (u+(beta/xi)*(((p/(Tu/TL))^-xi)-1))
  return(kvant)
}

EVT.kvant = function(u, p, Tu, TL, xi ) {
  kvant = u*(p/(Tu/TL))^-xi
  return(kvant)
}

(u_NO2+(0.7450918/xi_NO2)*(((p05/(Tu_NO2/TL_NO2))^-xi_NO2)-1))
p01 = 0.01
p05 = 0.05
#####
#NO2 tap som et positivt tall
NO2loss = -1*standard.NO2
mrlPlot(NO2loss, umin = 0, umax = 5)
#sum(NO2loss > 160)
plot(NO2loss, type = "l")
u_NO2 = quantile(NO2loss, 0.95)

```

```

#u_NO2 = 1.85
NO2fit = gpdFit(NO2loss, u = u_NO2)
xi_NO2 = NO2fit@fit$par.ests[1]
beta_NO2 = NO2fit@fit$par.ests[2]
Tu_NO2 = sum(NO2loss >u_NO2)
TL_NO2 = length(NO2loss)
#xi_NO2 = 0.1890838

Var.NO2.train = VaR.EVT.prop(sigma.NO2train, u_NO2, p05, Tu_NO2, TL_NO2, xi_NO2,
beta_NO2)
Var.norm = rep(sd(NO2.train)*qnorm(0.01), length(Var.NO2.train)-1)
Var.evt = rep(-1*sd(NO2.train)*EVT.kvantil.prop(u_NO2, p05, Tu_NO2, TL_NO2, xi_NO2,
beta_NO2 ), length(Var.NO2.train)-1)
garch.norm = sigma.NO2train*qnorm(0.05)
length(Var.norm)
#u_NO2+(0.7450918/xi_NO2)*(((p01/(Tu_NO2/TL_NO2))^-xi_NO2)-1)

##### simple unconditional model#####
#calculate sigma
sigma.test.roll = roll_sd>Returns_NO2, width = 5115)
sigma.test.roll = sigma.test.roll[5116:6615]
Var.norm.test = 100*sigma.test.roll*qnorm(0.01)
Var.evt.test = 100*sigma.test.roll*EVT.kvantil.prop(u_NO2, p05, Tu_NO2, TL_NO2, xi_NO2,
beta_NO2 )

#VaR fra test data
Var.NO2.test = VaR.EVT.prop(sigma.test.evt, u_NO2, p01, Tu_NO2, TL_NO2, xi_NO2,
beta_NO2)
garch.test = qnorm(0.05)*sigma.test.evt
#EVT.kvantil.prop( u_NO2, p05, Tu_NO2, TL_NO2, xi_NO2, beta_NO2)

plot(NO2fit, which = 1)
plot(NO2fit, which = 2)
plot(NO2fit, which = 3)
plot(NO2fit, which = 4)

length(Var.NO2.train)
#performance test
VaRTest(alpha = 0.05, actual = NO2.train[-1],
VaR = Var.NO2.train[-5115], conf.level = 0.95)

VaRTest( alpha = 0.01, actual = NO2.train[-1],
VaR = garch.test[-5115], conf.level = 0.95)

T0= 5115-268

```

```

T1 = 268
x1 = T0*log(1-p05)
x2 = T1*log(p05)
x3 = T0*log(1-T1/5114)
x4 = T1*log(T1/5114)
test = -2*(x1+x2-x3-x4)

```

```

VaRTest(alpha = 0.01, actual = NO2.test[-1],
         VaR = Var.NO2.test[-1500], conf.level = 0.95)

```

```

length(NO2.test)
norm.exceed = sum(-Var.norm>NO2.train*100)
evt.exceed = sum(-Var.evt>NO2.train*100)
norm.exceed.test = sum(-Var.norm.test>NO2.test*100)
evt.exceed.test = sum(-Var.evt.test>NO2.test*100)

```

```

##### NOR1Y #####
#NOR1Y tap som et positivt tall
NOR1Yloss = -1*Standard.NOR1Y
mrlPlot(NOR1Yloss, umin = 0, umax = 5)
#sum(NO2loss > 160)

```

```

#u_NOR1Y = quantile(NOR1Yloss, 0.95)
#u_NOR1Y = 1.87
NOR1Yfit = gpdFit(NOR1Yloss, u = u_NOR1Y)
xi_NOR1Y = NOR1Yfit@fit$par.ests[1]
beta_NOR1Y = NOR1Yfit@fit$par.ests[2]
Tu_NOR1Y = sum(NOR1Yloss > u_NOR1Y)
TL_NOR1Y = length(NOR1Yloss)
#xi_NO2 = 0.1890838

```

```

VaR_NOR1Y.train = VaR.EVT.prop(sigma.NOR1Y.std, u_NOR1Y, p01, Tu_NOR1Y,
TL_NOR1Y, xi_NOR1Y, beta_NOR1Y)
Var.norm.1Y = rep(100*sd(NOR1Y.train)*qnorm(0.01), length(VaR_NOR1Y.train))
Var.evt.1Y = rep(-1*sd(NOR1Y.train)*EVT.kvantil.prop(u_NOR1Y, p05, Tu_NOR1Y,
TL_NOR1Y, xi_NOR1Y, beta_NOR1Y), length(VaR_NOR1Y.train))
Var.norm.1Y.garch = sigma.NOR1Y*qnorm(0.05)

```

```

#test
VaR_NOR1Y.test = VaR.EVT.prop(sigmaNOR1Y.test, u_NOR1Y, p01, Tu_NOR1Y,
TL_NOR1Y, xi_NOR1Y, beta_NOR1Y)
Var_NOR1Y.garch.test = sigmaNOR1Y.test*qnorm(0.01)
#test = sigmaNOR1Y.test*EVT.kvantil.prop(u_NOR1Y, p05, Tu_NOR1Y, TL_NOR1Y,
xi_NOR1Y, beta_NOR1Y)

```

```

##### simple unconditional model#####
#calculate sigma
sigma.test.roll.1Y = roll_sd(KIKSdata.ret$NOR1Y, width = 3459)
sigma.test.roll.1Y = sigma.test.roll.1Y[3460:4459]
Var.norm.1Y.test = qnorm(0.01)*sigma.test.roll.1Y
Var.evt.1Y.test = -1*sigma.test.roll.1Y*EVT.kvantil.prop(u_NOR1Y, p01, Tu_NOR1Y,
TL_NOR1Y, xi_NOR1Y, beta_NOR1Y)

VaRTest(alpha = 0.01, actual = NOR1Y.train[-1],
        VaR = VaR_NOR1Y.train[-3459], conf.level = 0.95)

VaRTest(alpha = 0.05, actual = NOR1Y.test[-1],
        VaR = -1*test[-1000], conf.level = 0.95)

norm.exceed = sum(-Var.norm.1Y>NOR1Y.train*100)
evt.exceed = sum(-Var.evt.1Y>NOR1Y.train*100)
norm.exceed.test = sum(-Var.norm.1Y.test>NOR1Y.test*100)
evt.exceed.test = sum(-Var.evt.1Y.test>NOR1Y.test*100)

#####
#NOR2Y tap som et positivt tall
NOR2Yloss = -1*Standard.NOR2Y
mrlPlot(NOR2Yloss, umin = 0, umax = 5)
#sum(NOR2Yloss > 160)

#u_NOR2Y = quantile(NOR2Yloss, 0.95)
#u_NOR2Y = 1.85
NOR2Yfit = gpdFit(NOR2Yloss, u = u_NOR2Y)
xi_NOR2Y = NOR2Yfit@fit$par.ests[1]
beta_NOR2Y = NOR2Yfit@fit$par.ests[2]
Tu_NOR2Y = sum(NOR2Yloss > u_NOR2Y)
TL_NOR2Y = length(NOR2Yloss)
#xi_NO2 = 0.1890838

#beregne VaR (train)
VaR_NOR2Y.train = VaR.EVT.prop(sigma.NOR2Y.std, u_NOR2Y, p05, Tu_NOR2Y,
TL_NOR2Y, xi_NOR2Y, beta_NOR2Y)
Var.NOR2Y.garch = sigma.NOR2Y.std*qnorm(0.05)
Var.evt.2Y = rep(-1*sd(NOR2Y.train)*EVT.kvantil.prop(u_NOR2Y, p05, Tu_NOR2Y,
TL_NOR2Y, xi_NOR2Y, beta_NOR2Y), length(VaR_NOR2Y.train))
Var.norm.2Y = rep(100*sd(NOR2Y.train)*qnorm(0.01), length(VaR_NOR2Y.train))

```

```

#test
VaR_NOR2Y.test = VaR.EVT.prop(sigmaNOR2Y.test, u_NOR2Y, p01, Tu_NOR2Y,
TL_NOR2Y, xi_NOR2Y, beta_NOR2Y)
Var_NOR2Y.garch.test = sigmaNOR2Y.test*qnorm(0.01)

##### simple unconditional model#####
#calculate sigma
sigma.test.roll.2Y = roll_sd(KIKSdata.ret$NOR2Y, width = 3459)
sigma.test.roll.2Y = sigma.test.roll.2Y[3460:4459]
Var.norm.2Y.test = qnorm(0.01)*sigma.test.roll.2Y
Var.evt.2Y.test = -1*sigma.test.roll.2Y*EVT.kvantil.prop(u_NOR2Y, p01, Tu_NOR2Y,
TL_NOR2Y, xi_NOR2Y, beta_NOR2Y)

plot(NOR2Y.train, type = "l")
lines(VaR_NOR2Y.train, type="l", col = "green")
plot(NOR2Y.test, type = "l")
lines(VaR_NOR2Y.test, type="l", col = "green")

VaRTest(alpha = 0.05, actual = NOR2Y.train[-1],
        VaR = VaR_NOR2Y.train[-3459], conf.level = 0.95)

VaRTest(alpha = 0.05, actual = NOR2Y.test[-1],
        VaR = Var.evt.2Y.test[-1000], conf.level = 0.95)

#####
#NOR3Y tap som et positivt tall
NOR3Yloss = -1*Standard.NOR3Y
mrlPlot(NOR3Yloss, umin = 0, umax = 5)
#sum(NOR2Yloss > 160)

u_NOR3Y = quantile(Standard.NOR3Y, 0.95)
#u_NOR3Y = 1.86
NOR3Yfit = gpdFit(NOR3Yloss, u = u_NOR3Y)
xi_NOR3Y = NOR3Yfit@fit$par.ests[1]
beta_NOR3Y = NOR3Yfit@fit$par.ests[2]
Tu_NOR3Y = sum(NOR3Yloss > u_NOR3Y)
TL_NOR3Y = length(NOR3Yloss)
#xi_NO2 = 0.1890838

#train
VaR_NOR3Y.train = VaR.EVT.prop(sigma.NOR3Y.std, u_NOR3Y, p01, Tu_NOR3Y,
TL_NOR3Y, xi_NOR3Y, beta_NOR3Y)
Var.NOR3Y.garch = sigma.NOR3Y.std*qnorm(0.05)
Var.evt.3Y = rep(-1*sd(NOR3Y.train)*EVT.kvantil.prop(u_NOR3Y, p05, Tu_NOR3Y,
TL_NOR3Y, xi_NOR3Y, beta_NOR3Y), length(VaR_NOR3Y.train))

```

```

Var.norm.3Y = rep(100*sd(NOR3Y.train)*qnorm(0.01), length(VaR_NOR3Y.train))

#test
VaR_NOR3Y.test = VaR.EVT.prop(sigmaNOR3Y.test.std, u_NOR3Y, p01, Tu_NOR3Y,
TL_NOR3Y, xi_NOR3Y, beta_NOR3Y)
Var_NOR3Y.garch.test = sigmaNOR3Y.test*qnorm(0.01)

##### simple unconditional model#####
#calculate sigma
sigma.test.roll.3Y = roll_sd(KIKSdata.ret$NOR3Y, width = 3459)
sigma.test.roll.3Y = sigma.test.roll.3Y[3460:4459]
Var.norm.3Y.test = qnorm(0.01)*sigma.test.roll.3Y
Var.evt.3Y.test = -1*sigma.test.roll.3Y*EVT.kvantil.prop(u_NOR3Y, p01, Tu_NOR3Y,
TL_NOR3Y, xi_NOR3Y, beta_NOR3Y)

plot(NOR3Y.train, type = "l")
lines(VaR_NOR3Y.train, type="l", col = "green")
plot(NOR3Y.test, type = "l")
lines(VaR_NOR3Y.test, type="l", col = "green")

VaRTest(alpha = 0.05, actual = NOR3Y.train[-1],
        VaR = Var.NOR3Y.garch[-3459], conf.level = 0.95)

sum(NOR3Y.train[-1] < VaR_NOR3Y.train[-3459])

VaRTest(alpha = 0.01, actual = NOR3Y.test[-1],
        VaR = Var.evt.3Y.test[-1000], conf.level = 0.95)

#####

#KIKS portfolio
KIKSloss = -1*standard.port
KIKSloss = data.frame(LOSS = KIKSloss[,1])
KIKSloss = as.numeric(KIKSloss$LOSS)

mrlPlot(KIKSloss, umin = -5, umax = 5)

u_KIKS = 1.1
KIKSfit = gpdFit(KIKSloss, u = u_KIKS)
Tu_KIKS = sum(KIKSloss > u_KIKS)
TL_KIKS = length(KIKSloss)
xi_KIKS = 0.05953535

```



```

p = 0.05
VaR_KIKS = -garch.port*u_KIKS*(p/(Tu_KIKS/TL_KIKS))^(xi_KIKS)
plot(port.ret, type = "l")
lines(VaR_KIKS, type="l", col = "green")
#performance test
VaRTest(alpha = 0.05, actual = port.ret,
         VaR = VaR_KIKS, conf.level = 0.95)

#####
EVT portefølje:
source("data.r")
source("Garch.r")

w1 = 0.85/3
w2 = 0.85/3
w3 = 0.85/3
w_spot = 0.15
sig1Y = sigma.NOR1Y.std
#sig1Y = sigmaNOR1Y.test
sig2Y = sigma.NOR2Y.std
#sig1Y = sigmaNOR1Y.test
sig3Y = sigma.NOR3Y.std
#sig3Y = sigmaNOR3Y.test
sigNO2 = sigma.NO2port
#sigNO" = sigmaNO2port.test
#####
port.spec = ugarchspec(mean.model = list(armaOrder=c(0,0)),
                      variance.model = list(model = "sGARCH", garchOrder=c(1,1)),
                      distribution.model = 'norm')
uspec= multispec(replicate(4, port.spec))
portmodel = dccspec(uspec, dccOrder = c(1,1), distribution = "mvnorm")
portfit.garch = dccfit(portmodel, data = KIKSport.train)
portfit2 = dccfit(portmodel, data = KIKSdata.ret)

#portroll = dccroll(portmodel, data= KIKSdata.ret, n.ahead = 1, n.start = 3459 , refit.every = 25,
#   refit.window = "moving", solver = "solnp", fit.control = list(eval.se = TRUE),
#   parallel = FALSE, parallel.control = list(pkg = c("multicore", "snowfall"), cores = 2),
#   solver.control = list(), save.fit = FALSE, save.wdir = NULL, trace = FALSE)

#portroll = dccroll(portmodel, data= KIKSdata.ret, n.ahead = 1, n.start = 3459 , refit.every = 250,
#   refit.window = "moving", solver = "solnp")

#dynamisk korrelasjon

```

```

korrelasjon = rcor(portfit2)
#dim(korrelasjon)[3]
korrelasjon[,1]
korr1Y2Y = korrelasjon[2,1,]
korr1Y3Y = korrelasjon[3,1,]
korr2Y3Y = korrelasjon[3,2,]
korr1YNO2 = korrelasjon[4,1,]
korr2YNO2 = korrelasjon[4,2,]
korr3YNO2 = korrelasjon[4,3,]

```

```

plot(korr1Y2Y, type = "l")

```

```

#dynamisk kovarians
covar = rcov(portfit.garch)
#dim(covar)
covar[,1]
cov1Y2Y = covar[2,1,]
cov1Y3Y = covar[3,1,]
cov2Y3Y = covar[3,2,]
cov1YNO2 = covar[4,1,]
cov2YNO2 = covar[4,2,]
cov3YNO2 = covar[4,3,]

```

```

#formel for varians
portvar = w1^2*sig1Y^2 +
w2^2*sig2Y^2 +
w3^2*sig3Y^2 +
w_spot^2*sigNO2^2 +
2*w1*w2*cov1Y2Y +
2*w1*w3*cov1Y3Y +
2*w2*w3*cov2Y3Y +
2*w1*w_spot*cov1YNO2 +
2*w2*w_spot*cov2YNO2 +
2*w3*w_spot*cov3YNO2
portsd = sqrt(portvar)

```

```

portvar.ubet = w1^2*sd(NOR1Y.train)^2 +
w2^2*sd(NOR2Y.train)^2 +
w3^2*sd(NOR3Y.train)^2 +
w_spot^2*sd(NO2port.train)^2 +
2*w1*w2*cov(NOR1Y.train, NOR2Y.train) +
2*w1*w3*cov(NOR1Y.train, NOR3Y.train) +
2*w2*w3*cov(NOR2Y.train, NOR3Y.train) +

```

```

2*w1*w_spot*cov(NOR1Y.train, NO2port.train) +
2*w2*w_spot*cov(NOR1Y.train,NO2port.train) +
2*w3*w_spot*cov(NOR1Y.train, NO2port.train)
sdport.ubet = sqrt(portvar.ubet)

#EVT modell for portefølje
#plot(port.standard, type = "l")
#garchport = ugarchfit(data= port.train, spec = spec, solver = "hybrid")
#sigmaport = sqrt(garchport@fit$var)
#standardisere
port.standard = port.train[-1]/portsd[-length(portsd)]
Portloss = -1*port.standard
mrlPlot(Portloss, umin = 0, umax = 5)

u_port = quantile(Portloss, 0.95)
#u_port = 1.15
portfit = gpdFit(Portloss, u = u_port)
xi_port = portfit@fit$par.ests[1]
beta_port = portfit@fit$par.ests[2]
Tu_port = sum(Portloss >u_port)
TL_port = length(Portloss)

sd(port.train)
#VaR
Var.port.train = VaR.EVT.prop(portsd, u_port, p01, Tu_port, TL_port, xi_port, beta_port)
EVT.kvantil.prop(u_port, p05, Tu_port, TL_port, xi_port, beta_port)
port.norm.g = sqrt(portvar)*qnorm(0.01)
port.norm = rep(sdport.ubet*qnorm(0.01), 3459)
port.evt = rep(-1*sdport.ubet*EVT.kvantil.prop(u_port, p01, Tu_port, TL_port, xi_port,
beta_port), 3459)

#test
VaRTest(alpha = 0.05, actual = port.train[-1],
        VaR = port.evt[-3459], conf.level = 0.95)
sum(port.train[-1]<Var.port.train[-3459])

#####
#out of sample
#forecast
covar.roll = rcov(portroll)
cov1Y2Y.t = covar.roll[2,1,]
cov1Y3Y.t = covar.roll[3,1,]
cov2Y3Y.t = covar.roll[3,2,]
cov1YNO2.t = covar.roll[4,1,]
cov2YNO2.t = covar.roll[4,2,]
cov3YNO2.t = covar.roll[4,3,]

```

```

portvar.t = w1^2*sigmaNOR1Y.test^2 +
w2^2*sigmaNOR2Y.test^2 +
w3^2*sigmaNOR3Y.test.std^2 +
w_spot^2*sigmaNO2port.test^2 +
2*w1*w2*cov1Y2Y.t +
2*w1*w3*cov1Y3Y.t +
2*w2*w3*cov2Y3Y.t +
2*w1*w_spot*cov1YNO2.t +
2*w2*w_spot*cov2YNO2.t +
2*w3*w_spot*cov3YNO2.t
portsd.t = sqrt(portvar.t)
plot(portsd.t, type = "l")

#calculate var betinger
Var.port.test = VaR.EVT.prop(portsd.t, u_port, p05, Tu_port, TL_port, xi_port, beta_port)
Var.portnorm.g = portsd.t*qnorm(0.05)

#test
VaRTest(alpha = 0.05, actual = port.test[-1],
        VaR = Var.port.test[-1000], conf.level = 0.90)

```

```
#####
```

### Diskusjonsoppgave for Eirik Anton Nordstrøm med søkelys på ordet internasjonal

Det nordiske Kraftmarkedet er betegnet som svært volatile på grunn av de hyppige prissvingningene som blir påvirket av flere internasjonale faktorer. Faktorene som nevnes i oppgaven er sesongvariasjoner, kull- og gasspriser på et internasjonalt nivå og hvordan dette påvirker CO<sub>2</sub> kvoter, valutapåvirkning og forbruk. Siden kraftmarkedet er så volatile medfører dette en risiko for aktørene i markedet, og det blir derfor enda viktigere for aktørene å satse på gode risikostrategier for å sikre seg videre kontantstrøm.

Formålet med denne masteroppgaven er å bygge videre på bacheloroppgaven skrevet av Eirik Anton Nordstrøm og Mosawi Masoodeh «Value at Risk Analyse for Konesjonskraft IKS» i 2022. Der formålet var å evaluere behovet for reservekapital slik at Konesjonskraft IKS kunne sikre seg utbetaling til deltaker kommunene av konesjonskraft ordningen i Agder. Value at risk analyse ble benyttet for å kunne estimere det verste mulige utfallet for tap av estimerte inntekter i perioden 2020 til 2023 (Nordstrøm & Mosawi, 2020). I denne oppgaven bygger vi videre på den modellen, og benytter oss også av Value at Risk som en risikoanalyse. I tillegg bruker vi Ekstremverdi teorien for å estimere verste utfall av daglige prisendringer. Dette på bakgrunn av at kraftmarkedet er preget av kraftige prissvingninger, disse prisendringene vil vise seg som «spiker» i halen til en normalfordeling. Vi benytter oss av metoder som tar hensyn til disse ekstreme prisendringene, der målet er å kunne gi et presist estimat på den daglige risikoen til Konesjonskraft IKS (KIKS), og på den måten kunne visse hvor mye prisvariasjonene påvirker risikostrategien.

Det et felles nordisk kraftmarked som Norge er en del av, sammen med Danmark, Sverige, og Finland, som via overføringsforbindelser/kabler igjen er integrert i det europeiske felleskraftmarkedet hvor det er overføringskabler blant annet til Nederland, Tyskland, Baltikum, Polen og Russland (EnergifaktaNorge,2022). Det medfører et internasjonalt samarbeid som medfører at landene kan påvirke hverandre som igjen påvirker kraftprisene lokalt. For eksempel det som skjer i verden nå, med Russisk invasjon av Ukraina kan bidra til kraftig prisvekst i Sør-Norge. Det er på grunn av Ukraina- angrepet som driver gassprisene opp, samtidig som oljeprisene har økt til gamle høyder, som nevnt i oppgaven vår er en av faktorene som kan påvirke strømprisene til å øke, er prisen på gass og kull. Sammen med mindre vind kan det føre til at kraftprisene i Sør-Norge kan øke med opptil 25 prosent fremover (NTB, 2022). Hendelser som skjer i verden nå illustrere hvordan kraftmarkedet påvirker prisene i hvert enkelt land. Med disse ekstreme hendelsene påvirker dette volatiliteten i kraftmarkedet, som igjen påvirker strategien til aktørene i kraftmarkedet som i vårt tilfelle er KIKS.

Ved å se halen til normalfordelingen undersøker vi risikoen knyttet til disse ekstreme prisendringene ved daglig basisk og årskontrakter. Metodene som er brukt er ekstreme populære metoder innom finans og er dermed internasjonale anerkjente metode for analysering av risiko. En enkel definisjon på value at risk (VaR) er det maksimale tapet for en portefølje som vil være forventet ut ifra et gitt sannsynlighetsnivå (Alexander, 2008). Dette er statistiske metoder som vi har lært på masteren i Analytic Finans gjennom fag som Investment, der vi lærte om de grunnleggende teoriene om moderne investeringsteori, og hvordan

vi skulle anvende disse teoriene til programmeringsprogrammer som R-studio for å kunne se forholdene mellom risiko og avkastning. Teorien som vi har brukt i denne oppgaven, har vi anvende med data hentet Nord Pool, spot priser for Kristiansandsområdet, såkalt NO2 og årskontraktene 1, 2 og 3 år fra Nasdaq OMX som vi implementer i teoretiske modeller og evaluerer ytelsen til porteføljen. Vi har også fått benyttet kunnskaper fra Emperical Finance, der vi lærte å fokusere på forskningsperspektivet i empirisk finans. Det vil si at vi ser nærmere på økonomiske tilnærminger, hvor de tekniske spesifikasjonene til modellene er hentet fra internasjonale forskning og litteratur. I oppgaven vår fokuserer vi på ulike versjoner av GARCH sammen med normalfordelingen. Sist, men ikke minst har vi også bruke metoder vi har lært i Financial econometrics der vi lærte de grunnleggende statistiske metodene og estimerings metoder, og om forholdene mellom variablene over en periode. Modeller for å modellere volatiliteten av finans data ved bruk av GARCH.

Det er mye forskning og debatter om hvilken metode som egner seg best for å måle risiko. (Artzner et al, 1999) har blant annet kritisert VaR metoden for å ikke gi nok informasjon om tapet som potensielt ligger i halen, og mener derfor at Expected Shortfall er det mer presis og bedre metode å bruke for å måle risiko. (Bystrøm, 2004) skrev en fagartikkel om hvordan man skulle håndtere ekstreme risikoer i volatile markeder, men også når kraftmarkedet var stabilt, ved å bruk av ekstremverdi teori. Der han finner ut at betinget EVT modeller gir mer nøyaktig value at risk mål. Forskningen som er presentert i oppgaven er forskning om kraftmarkedet, som vi har delt inn i forskning angående strømprisene, Value at risk og ekstremverdi teori.

Selv om kraftmarkedet påvirkes av internasjonale forhold og deler er internasjonalisert via nordisk samarbeid samt overføringskabler kan likevel ikke problemstillingen i denne oppgaven klassifiseres som relevant internasjonalt. Oppgaven vår er ikke betegnet som internasjonal med tanke på vi fokuserer på Konesjonskraft IKS som holder til i Agder, men kraften som selges blir utført på det internasjonale markedet Nord Pool kraftbørs og Nasdaq OMX. Norge har både eksport og imponert av kraft, når det er lite tilgjengelig kraft i visse områder på grunn av de ulike faktorene som vi har nevnt, må kraften importeres fra utlandet. Tidligere var kraftutveksling hovedsakelig basert på bilaterale kontrakter, men i seinere tid har kraftmarkedet blitt mer flersidig det vil si at for det meste av det som blir handlet for på Nord Pool er kortsiktige kontrakter mellom flere land.

Metodene som er benyttet i oppgaven er internasjonale metoder, som er velkjente og brukt som pensum på masterstudiet. Det er metoder som ikke bare blir brukt i kraftmarkedet, men også markeder som aksjemarkedet og forskning på kull- og gasspriser.

## Kilder

- Alexander, C. (2008). *Market Risk Analysis* John Wiley Sons Inc
- Artzner, P., Delbaen, F., Jean-Marc, E., & Heath, D. (1999). Coherent Measures of Risk. *Mathematical Finance*, 9, 203 - 228. doi:10.1111/1467-9965.00068
- Byström, H. N. E. (2004). Managing extreme risks in tranquil and volatile markets using conditional extreme value theory. *International Review of Financial Analysis*, 13(2), 133-152. doi:10.1016/j.irfa.2004.02.003
- Nordstrøm, E. A., & Mosawi, M. (2020). *Value at Risk Analyse for Konsepsjonskraft IKS*. (Bacheloroppgave). Universitet i Agder, UIA
- NTB. (2022, 24.02.2022). Russisk invasjon kan bidra til kraftig vekst i strømprisen i Sør-Norge neste uke. Retrieved from [https://www.tu.no/artikler/russisk-invasjon-kan-bidra-til-kraftig-vekst-i-stromprisen-i-sor-norge-neste-uke/517592?fbclid=IwAR0KRtPljKrJAwQzgDCdBMui9-vAcWa7BCFsnI3UY3\\_s3JzuDcJQ7Jn1ZA8](https://www.tu.no/artikler/russisk-invasjon-kan-bidra-til-kraftig-vekst-i-stromprisen-i-sor-norge-neste-uke/517592?fbclid=IwAR0KRtPljKrJAwQzgDCdBMui9-vAcWa7BCFsnI3UY3_s3JzuDcJQ7Jn1ZA8)
- Energifakta-Norge. (2022, 23.02.2022). Kraftmarkedet. Retrieved from <https://energifaktanorge.no/norsk-energiforsyning/kraftmarkedet/>

## Diskusjon oppgave med fokus på ordet internasjonal for Tina Minh Le

Problemstillingen i denne oppgaven er å bruke Value at risk analysemetode, og ekstremverdi teori for å estimere verste utfall av daglige prisendringer av porteføljen til Kongsberg Kraft IKS (KIKS). I tillegg benytter vi oss av metoder som tar hensyn til de typiske trekkene ved finansiell data som tidsvarierende volatilitet og ekstreme endringer. Målet er å kunne gi et nøyaktig estimat av daglige risiko for KIKS og vise hvor mye prissvingningene påvirker risikostrategien.

Problemstillingen oppgaven reiser er relevant også internasjonalt da den omhandler kraftmarked som er kjent for stor volatilitet også i andre markeder enn Norden. Ingen land, forbrukere, bedrifter eller andre organisasjoner kan i dag operere lokalt og upåvirket av internasjonale forhold. Bedrifter og et lands politikk blir i stor grad påvirket av internasjonale trender, utfordringer og muligheter. Kraftmarkedet er viktig og påvirker forbrukere over hele verden, bedriftseiere innenfor produksjon og andre strømkrevende virksomheter må ta hensyn til og forutse svingninger i kraftpriser for å redusere kostnader. Samtidig kan andre land og bedrifter tjene stort på økning i priser av råmaterialer til produksjon av kraft.

Internasjonale forhold, trender og krefter påvirker i stor grad kraftmarkedet. Tilbud og etterspørsel er grunnlaget for prissettingen. Tilgang og priser på råmaterialer, værforhold, politiske valg som sanksjoner og boikotter og import/eksport av kraft påvirker tilbudet og derfor prisene i kraftmarkedet. Internasjonale trender har vist at store deler av verden har blitt påvirket av faktorene over og kraftprisene har økt fra andre halvdel av 2021. Dette kommer blant annet av høyere CO<sub>2</sub>-pris, høyere priser for kull, mangel på gass samt lite vind (Viseth, 2021).

Internasjonale faktorer har også blitt en større påvirkningskraft enn tidligere, med mer globalisering, påvirkning av konflikter, politikk, sjøkabler og samarbeid mellom land. Etter innføringen av energiloven i 1990 har Norge, Sverige og Finland gjennomført energireformer etter samme prinsipp hvor man i stor grad konkurranseutsetter kraftmarkedet og har i dag et felles kraftmarked. Det er innført punktтарiffer og også det danske kraftmarkedet er blitt innlemmet i det nordiske kraftmarkedet. De første overføringskablene til Sverige, Danmark, Finland og Russland tilrettela for både import og eksport mellom landene. Etter den tid er det bygget flere forbindelser med fastlands-Europa og det er i dag 17 strømlinjer til utlandet (Viseth, 2021). Dette muliggjør for eksport av strøm fra områder med lav spotpris til områder med høy spotpris, også over landegrensene i Europa (Regjeringen, 2021).

Den internasjonale trenden med økt fokus på kraftmarkedet vil fortsette i økende grad. Aktørene vil fortsette å se etter grønnere kilder til energi som er bærekraftige. Klimaproblematikk påvirker kraftmarkedet, splitt med fornybar energi, skaper problemer eller muligheter med mer vær, vind og nedbør. Prisene vil også fortsette å være en viktig faktor for verdens produksjon og befolkninger. Tilgang på kraft, spesielt bærekraftig og billig vil gi en fordel samt en eksport mulighet for mange nasjoner, inkludert Norge. Etterspørselen etter kraft virker heller ikke å være fallende og er forventet å øke de



kommende årene, spesielt for voksende nasjoner (Electric, N/A). Prisene i kraftmarkedet er også et av de mest volatile av alle handelsvarer eller andre finansielle produkter. Det er også store forskjeller på volatiliteten i forskjellige land (Electric, N/A).

ACER, EUs energibyrå har også vært et dagsaktuelt tema i Europa og er en del av samarbeidet om kraft i Europa. Dette samarbeidet omhandler felles kjørerregler for kraftmarkedene for å sikre at de fungerer (NHO, N/A). Behovet for et slikt samarbeid og sikring av vilkår og hvordan man opprettholder kraftmarkedet i de forskjellige europeiske landene viser at problemstillingen denne oppgaven reiser, er relevant også i europeisk skala.

Når det kommer til analysemetodene som er benyttet i oppgaven kan de også betegnes som internasjonale. Det finnes uendelig forskningsartikler om metodene Value at risk og ekstremverdi teoremet for å for å kunne risiko vurdere halen på en normalfordeling. Det er risikomodeller som har blitt mye anvendt i porteføljeforvaltning i markeder som med olje og aksjer. Det det også benyttet andre framgangsmåter for å kunne finne de samme resultatene for eksempel (Weron, 2005) undersøker prisdynamikken i kraftmarkedet ved bruk av Nord Pool statistikk. Han undersøker de Ekstreme prisene i halen ved å bruk av jump-diffusion og regime-switching. Men (Bystrøm, 2005) brukte også data hentet fra Nord Pool for å undersøke prisendringene i det nordiske kraftmarkedet. Der anvender han ekstremverdi teoremet for å undersøke endringene i halen. (Chan & Gray, 2006) foreslo å anvende ekstremverdi teori for å forutse Value at risk på de daglige spotpriser.

Konklusjonen er at oppgaven vår kan på mange måte betegnes som internasjonalt. Det er et internasjonalt kraftmarked, selv om prisene lokalt er under store svingninger i forhold til resten av Europa. Norge har de det siste året opplevd prisrekorder i mange områder, Sør-Norge. I media har vi lest overskrifter som «Ny strømkord i Norge» (Nilsen & Sæter, 2021), «ny strømkord» fra Aftemposten osv. Disse faktorene som påvirker disse strømprisene er påvirkningen fra nabolandene og internasjonale forhold som nevnt ovenfor, med fokus på etterspørsel og tilbud. Det er internasjonale metoder som vi har benyttet som vi har lært gjennom to år på studiet som kan videreføres i denne analysen.

## Kilder

- Byström, H. N. E. (2005). Extreme value theory and extremely large electricity price changes. *International Review of Economics & Finance*, 14(1), 41-55. doi:10.1016/s1059-0560(03)00032-7
- Chan, K. F., /, & Gray, P. (2006). Using extreme value theory to measure value-at-risk for daily electricity spot prices. *International Journal of Forecasting*, 22(2), 283-300.  
doi:<https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2005.10.002>
- Electric, S. (N/A). Five Global Trends Shaping the future of Energy In *Scneider Electric Professional Services White Paper*
- NHO. (N/A). 6 ting du må vite om ACER. Retrieved from [https://www.nho.no/tema/energi-miljo-og-klima/artikler/ting-du-ma-vite-om-acer/?fbclid=IwAR3S8kfPFyVoTEIHwrkGaW01ySs8BzXu80UI631is-v0d2v-9Wt\\_JuzJtiw](https://www.nho.no/tema/energi-miljo-og-klima/artikler/ting-du-ma-vite-om-acer/?fbclid=IwAR3S8kfPFyVoTEIHwrkGaW01ySs8BzXu80UI631is-v0d2v-9Wt_JuzJtiw)
- Regjeringen. (2021, 12.10.2021). Kraftmarkedet og strømpris Retrieved from <https://www.regjeringen.no/no/tema/energi/stromnettet/kraftmarkedet-og-strompris/id2076000/>
- Viseth, E. S. (2021, 06.10.2021). Her er alle Norges utenlandskabler *TU.no*. Retrieved from [https://www.tu.no/artikler/her-er-alle-norges-utenlandskabler/513908?key=CBQpXqRD&fbclid=IwAR2pv4VCv1panVW\\_xd07nn5108NE9lcUvepBRXUGjqhLlog6qBRHS5why-U](https://www.tu.no/artikler/her-er-alle-norges-utenlandskabler/513908?key=CBQpXqRD&fbclid=IwAR2pv4VCv1panVW_xd07nn5108NE9lcUvepBRXUGjqhLlog6qBRHS5why-U)
- Weron, R. (2005). Heavy tails and electricity prices *Hugo Steinhaus Center, Wroclaw Univerisity of Technology, Poland 50-370 Wroclw Poland* Retrieved from [http://prac.im.pwr.edu.pl/~hugo/RePEc/wuu/wpaper/HSC\\_05\\_02.pdf?fbclid=IwAR1Nb9Fu0WyMn2jJ7s7uRN2z62ueVF3Aj6wn3\\_dIRxIUfQP0ibwxaGG8HGM](http://prac.im.pwr.edu.pl/~hugo/RePEc/wuu/wpaper/HSC_05_02.pdf?fbclid=IwAR1Nb9Fu0WyMn2jJ7s7uRN2z62ueVF3Aj6wn3_dIRxIUfQP0ibwxaGG8HGM)