Matematiske læringsmuligheter for alle

Anita Movik Simensen

Matematiske læringsmuligheter for alle

En styrkebasert flerkasusstudie om elever som presterer lavt i matematikk sin deltakelse i heterogene smågrupper

Avhandling for graden philosophiae doctor (ph.d.)

Universitetet i Agder
Fakultet for teknologi og realfag

2022

Doktoravhandlinger ved Universitetet i Agder 356

ISSN: 1504-9272

ISBN: 978-82-8427-065-4

Trykk: 07 Media

Kristiansand, Norge

Forord

Jeg ønsker med dette å rette en stor takk til alle som har bidratt til mitt arbeid med denne avhandlingen. Først og fremst vil jeg takke elever og lærere som har deltatt i min studie, jeg føler meg utrolig heldig som har fått mange interessante og lærerike erfaringer gjennom datainnsamlingen min. Jeg opplever at både elever og lærere som deltok i studien har vist meg en tillit. Dette setter jeg stor pris på!

Jeg ønsker videre å takke mine veiledere for å ha både støttet og utfordret meg gjennom doktorgradsprosjektet. Professor Pauline Vos har vært en kritisk venn som har vært delaktig i mitt arbeid gjennom hele prosjektet. Jeg setter stor pris på ditt faglige engasjement og tiden du har brukt på å sette deg inn i mine ideer og forskningsinteresser. Professor Anne Berit Fuglestad var en god støttespiller i prosjektets tidlige fase, men ble dessverre syk og gikk bort i 2018. Gjennom dine handlinger har du vist meg verdier som jeg ønsker å ta med meg videre som forsker og medmenneske. Professor Mirjam Harkestad Olsen har kommet inn i prosjektets avsluttende fase. Jeg setter stor pris på våre faglige samtaler og dine grundige tilbakemeldinger på mine tekster.

Mine kollegaer har betydd mye for meg. Jeg føler meg heldig som har hatt både stipendiater fra «Bygg 17» og kollegaer ved UiT Norges arktiske universitet rundt meg gjennom arbeidet med avhandlingen. Jeg ønsker spesielt å takke Kristina Raen, Linda Opheim, Trude Sundtjønn og alle på Rødbygget for gode diskusjoner og uvurderlig støtte.

Denne avhandlingen ville ikke vært mulig uten støtten fra min familie. Jeg ønsker å takke min nærmeste familie. Tore, Sofie, Harald og Edvin: «Dere betyr alt for meg!» Takk til Ingerd og Knut som har sørget for at det praktiske har gått rundt hjemme mens jeg har jobbet sene kvelder på kontoret eller vært på reise. I tillegg vil jeg takke mine foreldre, søsken, tantebarn og nærmeste venner for støtten jeg har fått og gleden dere har spredt gjennom disse årene.

Sammendrag

Denne avhandlingen belyser læringsmuligheter i matematikk for elever som presterer lavt i matematikk. Problemstillingen som har vært førende for doktorgradsstudien er: *Hva kjennetegner matematiske læringsmuligheter i heterogene smågrupper for elever som presterer lavt i matematikk?*

Doktorgradsstudien starter med å problematisere praksisen med å bruke elevers prestasjoner i testsituasjoner for å beskrive elever med merkelapper som for eksempel «lavt-presterende». Til tross for utfordringer knyttet til denne praksisen, er dette en realitet for mange elever. Videre rapporterer avhandlingen fra en flerkasusstudie basert på videobservasjoner av 8. trinns elever arbeid med LIST-oppgaver i heterogene smågrupper. Studien består av syv kasuser, hvert kasus er knyttet til en fokuselev som lærerne har beskrevet som lavt presterende i matematikk.

I studiens tidlige fase gjorde jeg en systematisk litteraturstudie av internasjonal forskning som omhandler årsaker til lave prestasjoner og læringsmuligheter for elever som presterer lave i matematikk. De inkluderte artiklenes forklaringer av årsaker er orientert mot sosiale, individuelle og symbolske aspekter ved læring. Videre påviste analysen av artiklene tre hovedtendenser ved adekvate læringsmuligheter for disse elevene: 1) tilgang til deltakelse og tilgang til materiell, 2) posisjonering som kompetente og høye forventninger og 3) fokus på forståelse og meningsskaping.

Jeg baserer studien min på et sosiokulturelt læringssyn, der læring forstås som kulturelt og sosialt forankret. Innenfor disse rammene har jeg undersøkt elev–elev-interaksjoner i heterogene smågrupper med fokus på hvordan slike interaksjoner kan regulere læringsmuligheter for studiens fokuselever. Jeg har benyttet meg av to teoretiske rammeverk, *teorien om objektivisering* (TO) og *prosessmodellen* (PM). I kapittel 3 argumenterer jeg ut fra ontologiske og epistemologiske betraktninger hvordan min bruk av disse teoriene kan forstås som «lokalt integrert». TO har bidratt som et verktøy til å undersøke matematisk læring som aktualisering av matematisk kunnskap gjennom multimodale handlinger. PM har bidratt som et verktøy til å beskrive gruppeprosessene og reguleringen av disse. Sammen har de gjort det mulig for meg å analysere fokuselevenes deltakelse i matematiske læringsprosesser og reguleringen av tilgangen til slike læringsprosesser.

Resultatene fra studien støtter opp om at læringsmuligheter i matematikk for elever som presterer lavt, henger sammen med hvordan disse elevene inviteres til eller hindres fra å aktualisere matematisk kunnskap. Medelevene inviterte eksplisitt fokuselevene til å delta ved å, for eksempel be dem *vise* eller *forklare*, eller ved å stille kritiske spørsmål til fokuselevenes matematiske forklaringer. Medelevene inviterte implisitt fokuselevene til å delta ved å være stille. Momenter av stillhet kan skje når medelevene møter på fremmedhet i oppgaven, noe som kan skape rom for fokuselevene til å delta i meningsskapende prosesser. Medelevene hindret fokuselevenes matematiske læringsmuligheter ved å uttrykke lave forventninger, ignorere ytringer eller hindre tilgang til materiell.

Studiens funn viser at det er mulig å skape styrkebaserte læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk. Slike muligheter kan reguleres av gruppesammensetning og medelevenes regulering. Oppgaver som er utfordrende og samtidig tilgjengelige for alle elevene kan være hensiktsmessig for heterogene grupper. Slike oppgaver vil medelevene antakelig ikke kunne løse umiddelbart og alle elevene vil kunne bidra med sin kunnskap. Slike oppgaver kan beskrives som oppgaver med lav inngangsterskel og stor takhøyde (LIST-oppgaver). Min studie viser potensialet ved tilpasset opplæring i matematikk, elever som presterer lavt i matematikk kan komme i posisjon til å bidra med sofistikerte matematiske resonnement som overgår medelevenes resonnement og bidra faglig til kollektiv aktualisering av matematisk kunnskap.

Summary

This dissertation sheds light on learning opportunities in mathematics for students who perform low in mathematics. The overarching research question was: *What characterizes mathematical learning opportunities in heterogeneous small groups for students who perform low in mathematics?*

The dissertation starts problematizing the labelling of students, the use of tests as a basis for labelling, and the social consequences of this practice. It is a social reality in schools, that students get labelled and that certain students are labelled as "performing low in mathematics". This dissertation reports from a multi-case study based on video observations of eighth grade students working in heterogeneous small groups. In each group, there was one student whom the teachers had described as low-performing in mathematics. In my study, I indicate them as focus students.

In the early phase of the study, I conducted a systematic literature review of international research regarding reason(s) for low performance in mathematics and what learning opportunities are considered appropriate for students who perform low in mathematics. The explanations in the included articles are oriented toward social, individual, and symbolic aspects of learning mathematics. The analysis of the articles demonstrated three main trends in adequate learning opportunities: (1) access to participation and to materials, (2) positioning as competent and having high expectations, and (3) focus on conceptual understanding and meaning making.

I base my study on a sociocultural view of learning, in which learning is understood as culturally and socially rooted. Within this framework, I investigated student–student interactions in heterogeneous groups and how such interactions can regulate mathematical learning opportunities for the focus students. I applied two theories: the theory of objectification (TO) and the process model (PM). In Chapter 3, I argue on ontological and epistemological grounds how the networking of these theories can be understood as *local integration*. The TO supported me in framing the mathematical learning in terms of actualization, implying that students learn when they are actively and multimodally engaged with what is to be learnt. The PM assisted me in describing the group processes and how these were regulated. Together, these two theories enabled me to analyze the focus students' participation in mathematical learning processes and the regulation of their access to such learning processes.

Furthermore, the results showed that the learning opportunities for the focus students were related to how they were invited to or prevented from actualizing mathematical knowledge. Peers invited the focus students explicitly to participate, for example, by asking them to show or to explain or by being critical of their explanations. They were also able to invite implicitly, by being silent or by *getting stuck* during the task, which gave room for the focus students to participate in meaning-making processes. On the other hand, peers hindered the focus students' learning opportunities by expressing low expectations, ignoring them, or hindering their access to materials.

The findings show that there can be ample learning opportunities for students who perform low in mathematics when working collaboratively in heterogeneous groups. However, these depend on group composition, invitations by peers, and access to materials. The suitable tasks for heterogeneous groups should be challenging, so the peers will not be able to immediately solve them, as well as accessible so everyone can participate from the beginning. Such tasks are known as LIST tasks (low-threshold, high-ceiling; in Norwegian lav inngang, stor takhøyde). My study shows the potentials of inclusive education and that students who perform low in mathematics can contribute with sophisticated mathematical reasoning that surpasses that of their fellow students and contribute to the collective actualization of mathematical knowledge.

Innholdsfortegnelse

1 Introduksjon

Denne avhandlingen handler om matematiske læringsmuligheter for elever som er vurdert av læreren til å prestere lavt i matematikk uten at de har enkeltvedtak om spesialundervisning. Avhandlingen rapporterer fra doktorgradsstudien min som er forankret i et sosiokulturelt læringssyn. Studien er en flerkasusstudie av syv 8. trinns elever. Jeg har observert disse elevene mens de har arbeidet med matematikkoppgaver i heterogene smågrupper sammen med medelever.

I dette kapitlet introduseres doktorgradsstudien min. Jeg vil starte med bakgrunnen for studien, der jeg forklarer studiens kontekst og begrunner behovet for en slik studie. Videre vil jeg gjøre rede for valg og refleksjoner som ligger bak begreper jeg bruker i avhandlingen min. Jeg avslutter kapitlet med å beskrive avhandlingens oppbygging.

1.1 Bakgrunn for studien

Opplæring som en grunnleggende rettighet for alle barn er et verdensomspennende prinsipp, og adekvate læringsmuligheter er et sentralt aspekt ved dette prinsippet (OECD, 2016a). I Norge er alle barn sikret skolegang, men ved avsluttende eksamen i matematikk etter grunnskolen får nesten 40 prosent av elevene karakteren 1 eller 2 (Kunnskapsdepartementet, 2015, s. 25). Disse elevene vil kunne få problemer med å fullføre videregående skole, og de presterer lavere enn gjennomsnittet i matematikk. Når det gjelder gjennomsnittets natur, kan det argumenteres med at det alltid vil være noen som presterer over og andre som presterer under gjennomsnittet. I denne avhandlingen har jeg forsøkt å dreie diskursene knyttet til hvilke utfordringer som følger lave prestasjoner i matematikk mot hvilke muligheter de elevene det gjelder kan møte i skolematematikken. Dette betyr ikke nødvendigvis at avhandlingen min ikke har spor av slike diskurser, men gjennom teoretiske og analytiske valg har jeg forsøkt å forankre mitt arbeid i en styrkebasert tilnærming til matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk. Et betimelig oppfølgingsspørsmål kan derfor være: *Er det problematisk at noen elever presterer under gjennomsnittet?*

Dette spørsmålet har vært med meg gjennom hele doktorgradsløpet. Spørsmålet har farget perspektivene som jeg presenterer i dette delkapitlet, og jeg vil diskutere det mer inngående som en del av min diskusjon i siste del av avhandlingen. I dette kapitlet vil jeg bidra med noen refleksive betraktninger knyttet til spørsmålet.

Hensikten med disse betraktningene er å synliggjøre diskurser som har påvirket min rolle som forsker i doktorgradsstudien.

1.1.1 Egne erfaringer

I avhandlingen har jeg valgt å undersøke matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt, ved å se på 1) hva som kjennetegner elevenes matematiske bidrag, og 2) hvordan deres muligheter til å delta i meningsskapende prosesser reguleres. I min tid som grunnskolelærer har jeg møtt elever som har uttrykt at deres opplevelse av matematikk dreier rundt hva de ikke kan, og hva de må øve mer på. Tilbakemeldingene de har fått i matematikk gjennom skolegangen, har handlet om resultater fra kartlegging, mens tilbakemeldingene i andre fag, for eksempel kroppsøving, har handlet om motivasjon og deltakelse. Oppsummert handler mine erfaringer om at disse elevene har gitt uttrykk for at de oppfatter matematikkfaget som kartlegging, testrelaterte prestasjoner og ferdighetstrening.

Mine erfaringer er basert på elevenes stemmer og mine subjektive tolkninger av disse. Jeg har samtidig notert meg at det eksisterer en nasjonal stemme som taler i retning av mine erfaringer. Denne stemmen mener jeg å ha funnet i både beskrivelsen av formålet med de nasjonale kartleggingsprøvene i regning og strategidokumentet *Tett på realfag*. Utdanningsdirektoratet beskriver de nasjonale kartleggingsprøvene i regning som et verktøy for å finne elevene som trenger ekstra støtte (Utdanningsdirektoratet, 2018). Videre sier strategidokumentet *Tett på realfag* at hensikten med kartleggingsprøvene er å «gi lærerne hjelp til å avdekke elevenes manglende kunnskaper og ferdigheter» (Kunnskapsdepartementet, 2015, s. 25). Jeg forstår disse beskrivelsene som nasjonale stemmer som retter skolens oppmerksomhet mot faglige mangler hos elever som presterer lavt i matematikk.

Min hovedmotivasjon for å starte på doktorgradsprosjektet mitt har vært å bidra med en stemme som dreier oppmerksomheten mot matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt. En slik dreining håper jeg skal bidra til å belyse de faglige styrkene og behovene hos elever som presterer lavt i matematikk.

1.1.2 Norsk kontekst

Litteraturoversikten som jeg presenterer i kapittel 2 – «Lave prestasjoner i matematikk: en forskningsoversikt» –, viser at mange av studiene som omhandler lave prestasjoner i matematikk, har blitt designet og gjennomført i utdanningssystemer der elevene nivådeles i matematikk. For å kontekstualisere min studie i lys av dette ser jeg det som hensiktsmessig å presentere aspekter ved det norske utdanningssystemet som kan tenkes å ha betydning for tolkningen og forståelsen av mine forskningsfunn.

Prinsippet om tilpasset opplæring er en av grunnsøylene i det norske utdanningssystemet (Meld. St 6 (2019–2020)). Dette prinsippet er også nedfelt i lovverket gjennom opplæringslova § 1-3. Tilpasset opplæring handler om at «skolen skal legge til rette for læring for alle elever og stimulere den enkeltes motivasjon, lærelyst og tro på egen mestring» (Utdanningsdirektoratet, 2017, s. 15). Intensjonene bak prinsippet har altså et styrkebasert preg og kan forstås som at det er skolen som skal tilpasses den enkelte elev, og ikke motsatt. Hensikten med tilpasset opplæring er at alle elever skal møte adekvate læringsmuligheter. Kunnskapsdepartementet sier følgende om tilpasset opplæring:

> Tilpasset opplæring er tilrettelegging som skolen gjør for å sikre at alle elever får best mulig utbytte av den ordinære opplæringen. Skolen kan blant annet tilpasse opplæringen gjennom arbeidsformer og pedagogiske metoder, bruk av læremidler, organisering, og i arbeidet med læringsmiljøet, læreplaner og vurdering. (Utdanningsdirektoratet, 2017, s. 16)

Kunnskapsdepartementet framhever pedagogisk differensiering som hensiktsmessig for å skape adekvate læringsmuligheter. Prinsippet om tilpasset opplæring gjelder for alle elever, uavhengig av prestasjoner og forkunnskaper, og skal skje med utgangspunkt i prinsippet om et inkluderende og likeverdig skolemiljø (Utdanningsdirektoratet, 2017). Dette betyr at alle elever «skal ha tilhørighet til en klasse og ta del i fellesskapet i skolen» (Utdanningsdirektoratet, 2020). Et inkluderende, likeverdig og mangfoldig fellesskap ses på som en berikelse for elevenes utvikling og læring.

En følge av prinsippene om tilpasset opplæring, likeverd og inkludering er at nivådeling på klasse- og skolenivå er tilnærmet ikke-eksisterende i den norske grunnskolen (Fasting, 2013). Opplæringslova § 8-2 sier om organisatorisk differensiering at «til vanleg skal organiseringa ikkje skje etter fagleg nivå, kjønn eller etnisk tilhør» (Opplæringslova, 1998). Intensjonen er at de norske skolene og klassene skal være preget av mangfold og heterogenitet slik at elevene erfarer klassen som et fellesskap der alle elevene stort sett er samlet i arbeidet med fag.

Innenfor det matematikkdidaktiske miljøet i Norge, har vi flere som har jobbet for å skape gode og hensiktsmessige læringssituasjoner i matematikk for alle elever. En av de jeg «møtte» gjennom pensumlitteraturen da jeg begynte på lærerutdanningen, var Johnsen-Høines. I boka *Begynneropplæringen* diskuterer hun viktigheten av å bygge forståelse mellom barns erfaringsbakgrunn og den formelle skolematematikken (Johnsen-Høines, 1998). Dette er aspekter ved matematiske læringsmuligheter som har vært med meg gjennom tiden som student, inn i arbeidet som lærer og deretter i arbeidet som lærerutdanner. De siste årene har disse aspektene vært med meg i mitt doktorgradsarbeid.

To andre som har jobbet mye mot lærerutdanningene og lærere i norsk skole, er Tone Dalvang og Olav Lunde. Lunde har reist rundt i store deler av landet, fra nord til sør, og holdt foredrag for lærere og andre som jobber med skole og matematikk. Han har skrevet både om matematikkmestring og tilpasset opplæring, og om matematikkvansker fra en spesialpedagogisk tilnærming (Lunde, 2009, 2010). Sammen har Dalvang og Lunde skrevet artikkelen *Med kompass mot mestring: Et didaktisk perspektiv på matematikkvansker* (Dalvang & Lunde, 2006). I denne artikkelen kommer de inn på ulike forklaringer på årsaker til matematikkvansker og de presenterer et redskap (et kompass) som de mener kan brukes for å skape en helhetlig tilrettelegging for elever med matematikkvansker. Deres sosiokulturelle forankring har vært til stor inspirasjon for meg i denne studien. Selv om jeg har valgt å bruke begrepet «lave prestasjoner i matematikk» framfor «matematikkvansker», kjenner jeg meg hjemme i deres arbeid og jeg har ønsket å bidra med resultater som kan være med å skape matematiske læringsmuligheter for alle elever, også de som presterer lavt i matematikk.

Fordi jeg i denne studien har fokus på matematiske læringsmuligheter i heterogene smågrupper, vil studiens funn kunne bidra til å bedre forstå tilpasset opplæring i matematikk i inkluderende læringsmiljø. Elevene i disse gruppene vil ikke være organisert med tanke på et enhetlig faglig nivå. Derimot vil elevene være organisert med intensjoner om variasjon i faglige prestasjoner innad i hver gruppe. Ikke alle typer matematikkoppgaver vil kunne være hensiktsmessige for alle elever, både de som presterer høyt, og de som presterer lavt. Jeg har intensjoner om å bruke oppgaver i studien som er designet med ønske om å åpne for at flest mulig elever, uavhengig av tidligere prestasjoner, får mulighet til å delta og bidra i matematiske meningsskapende prosesser.

1.1.3 Politiske betraktninger

Denne avhandlingen er empirisk forankret, og analysens omdreiningspunkt er autentiske elev–elev-interaksjoner. Til tross for at dette mikroperspektivet har vært førende for mitt arbeid, har makroperspektiver – som politiske diskurser – påvirket mine valg for både forskningsdesign, analyse og diskusjon. I dette delkapitlet vil jeg derfor diskutere utdanningspolitiske og sosiopolitiske perspektiver.

Fra et utdanningspolitisk perspektiv argumenteres det for at matematikkfaget er avgjørende for et samfunns muligheter til å utjevne sosiale forskjeller (OECD, 2016a, s. 37). Innenfor dette perspektivet presenteres elevers prestasjoner i matematikk som avgjørende for deres muligheter for videre utdanning (Kunnskapsdepartementet, 2015). Lave prestasjoner i matematikk utpekes som et hinder for videre utdanning og anses derfor som problematisk. I Norge har denne «problematikken» blitt møtt med blant annet *Tett på realfag. Nasjonal strategi for realfag i barnehagen og grunnopplæringen (2015–2019)* (Kunnskapsdepartementet, 2015). Ett av målene i denne strategien er at «andelen barn og unge på lavt nivå i matematikk skal reduseres» (s. 11). Strategidokumentet påstår at lave prestasjoner i matematikk er en utfordring som må løses med tanke på elevenes «videre utdanning og deltakelse i arbeids- og samfunnsliv» (s. 11). Kjernen i dette argumentet er at matematisk kompetanse er avgjørende for å bli en fullverdig og kompetent samfunnsborger.

Argumentene i strategidokumentet framstår som troverdige. Likevel, eller kanskje nettopp derfor, er det grunn til å lese dokumentet med kritiske briller. Det kan være utfordrende å se kritisk på argumenter i strategidokumenter som *Tett på realfag*. Slike dokumenter har autoritet og er førende for norsk utdanningspolitikk, men er ikke nødvendigvis forskningsbaserte. Videre er slike dokumenter ofte basert på veletablerte forståelser (Lange, 2019).

Valero og Meaney (2014) peker på viktigheten av at forskere ikke ukritisk aksepterer utdanningspolitiske sannheter som absolutte. Slike sannheter kan være konstruerte, og Lange og Meaney (2018) eksemplifiserer hvordan politikere kan bruke media til å etablere nye forståelser av utdanningspolitiske diskurser. De poengterer videre at når slike forståelser konstrueres basert på sunn fornuft og etablerte forståelser, reduseres mulighetene til å diskutere disse fra et kritisk perspektiv.

Kritiske diskurser (f.eks. Lange, 2019; Pais & Valero, 2011; Valero & Meaney, 2014) har viktige poeng og bidrar til å skape refleksjoner og diskusjoner rundt veletablerte forståelser av samfunns- og utdanningsstrukturer. Tittelen på min avhandling er inspirert av uttrykket «matematikk for alle», et uttrykk som jeg mener også speiles i Matematikksenterets visjon og strategi for 2015–2020, *Meningsfull matematikk for alle – et samspill mellom praksis, utvikling og forskning*. Uttrykket «matematikk for alle» er ideologisk forankret i et ønske om å bidra til å skape en skole der alle får like muligheter til å lære. Denne ideologiske tanken finner vi igjen i overordnet del av læreplanverket, der det står at «skolen må gi alle elever likeverdige muligheter til læring og utvikling, uavhengig av deres forutsetninger» (Utdanningsdirektoratet, 2017, s. 16).

Kritiske diskurser (f.eks. Lange, 2019) er en påminnelse til fagfeltet om å være oppmerksom på hvilke etablerte forståelser som legges vekt på i diskurser om lave prestasjoner i matematikk. Videre er disse diskursene en påminnelse om at mer forskning behøves for å bedre forstå uttrykket «matematikk for alle» i lys av matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk.

En som har bidratt med en kritisk stemme til uttrykket «matematikk for alle», er Pais (2012). Ifølge Pais er diskurser som legger vekt på «matematikk for alle», ikke uten utfordringer fordi de kan gi inntrykk av at utfordringene med at elever ekskluderes fra videre utdanning og samfunnsdeltakelse på grunn av lave prestasjoner i matematikk, kan løses innenfor matematikkfaget. Slike diskurser kan bidra til å kamuflere at så lenge skolen er en prestasjonsorientert arena, må nødvendigvis noen elever prestere lavt i matematikk (Pais & Valero, 2011). Ifølge Schaanning (2015) er en konsekvens av samfunnets fokus på prestasjoner i matematikk at mange elever opplever at de ender opp som tapere. Han poengterer videre at så lenge skolen er en prestasjonsorientert arena, vil ikke gruppa med elever som presterer lavt i matematikk, bli borte. Så lenge skolen bevares i sin nåværende form, vil det alltid være noen som presterer høyt og noen som presterer lavt i matematikk. En løsning på dette, ifølge Schaanning (2015), er å fjerne skolematematikken i sin nåværende form. Han sier at da «kunne hele den obligatoriske skolen befris for matematikktapere» (s. 95).

Jeg har i denne studien tatt utgangspunkt i at per i dag er skolematematikken en del av utdanningssystemene i stort sett hele verden. Jeg er oppmerksom på diskurser som forklarer matematikkens plass i utdanningssystemene som et resultat av samfunnspolitiske diskurser. Videre er jeg oppmerksom på at dagens skolesystem bidrar til å gi en del elever opplevelsen av å være tapere. Det er imidlertid ikke slik at lave prestasjoner på standardiserte tester er ensbetydende med å være «matematikktaper». Boaler og Sengupta-Irving (2016) har vist at elever som presterer lavt i matematikk, kan glede seg over matematiske utfordringer dersom de får muligheten til å utforske matematiske sammenhenger. Det er ikke sikkert at en slik matematikkglede fører til at alle presterer høyt, men det kan bety at flere får mulighet til å jobbe med matematikk ut fra sine styrker og læringsbehov (styrkebasert tilnærming). I en slik tilnærming vil matematikken stå i fokus, og elevene som presterer lavt, vil møte andre arbeidsformer enn de som har hovedvekt på automatisering og reproduksjon av lærerens handlinger (Watson, 2002).

Det synes å være et spenningsfelt mellom utdanningspolitiske og sosiopolitiske diskurser, og det å bevege seg ut i dette spenningsfeltet kan sammenliknes med å prøve å se begge sidene av et kronestykke samtidig. Når man ser på kronestykket, kan man se enten krone- eller myntsiden, man kan ikke se begge sidene samtidig. Selv om man bare ser den ene sida, vet man likevel at den andre siden er reell. Slik er det også med mikro- og makroperspektiver. Begge deler eksisterer og påvirker skolerelaterte diskurser, men det er utfordrende å forholde seg til begge retningene samtidig. For min studie gjør dette seg gjeldende ved at jeg har hovedfokus på elevene som presterer lavt i matematikk, men jeg er samtidig oppmerksom på at det er politiske samfunnsstrukturer som gjør at skolen er organisert slik at noen elever blir definert som lavt-presterende i matematikk. Fordi både studien min og klasseromssituasjonene i studien er påvirket av samfunns- og skolestrukturer, har det vært avgjørende for meg at mine forskningsrelaterte refleksjoner har vært forankret i diskurser knyttet til slike strukturer. De politiske betraktningene som jeg har diskutert i dette delkapitlet, har vært viktige for mitt doktorgradsprosjekt fordi de har utfordret min *sunne fornuft* og gitt meg briller til å se kritisk på noen «sannheter» i skolematematikken.

1.1.4 Behov for forskning

På grunn av at politiske diskurser og egne erfaringer har vært sterke stemmer i planleggingsfasen av doktorgradsarbeidet mitt, har det vært viktig for meg å være systematisk i valg av forskningslitteraturen som skulle danne bakteppet for og rammen rundt min doktorgradsstudie. Jeg har derfor gjennomført en systematisk litteraturstudie som presenteres i kapittel 2 – «Lave prestasjoner i matematikk: en forskningsoversikt». Litteraturstudien er avgrenset til matematikkdidaktiske tidsskrifter og identifiserte 28 artikler som omhandler lave prestasjoner i matematikk. Med tanke på at et søk på Google med søkeordene «low achieving mathematics» gir over 130 000 000 treff, identifiserte litteraturstudien overraskende få artikler. En forklaring på denne diskrepansen kan være at mye av litteraturen som omhandler lave prestasjoner i matematikk, ikke er direkte forskningsbasert. Det kan være lærebøker eller bøker som retter seg mot foreldre og foresatte. En annen forklaring kan være at deler av litteraturen som omhandler lave prestasjoner i matematikk, er skrevet innenfor det spesialpedagogiske forskningsfeltet og derfor omhandler elever innenfor ett eller flere av mange spesialpedagogiske fagfelt.

Denne andre forklaringen understøttes av funn rapportert i en litteraturstudie av van Garderen et al. (2009). Van Garderen et al. (2009) analyserte 50 artikler om hvordan lærere kan hjelpe elever som strever med matematikk. Av disse er 10 artikler publisert i matematikkdidaktiske tidsskrifter mens 40 artikler er publisert i spesialpedagogiske tidsskrifter. Van Garderen et al. (2009, s. 71) fant at studiene publisert innen matematikkdidaktisk fagfelt i hovedsak undersøkte matematikk og kommunikasjon, mens studiene publisert innen spesialpedagogisk fagfelt i hovedsak undersøkte memorering og strategibruk. Dette skillet i studienes hovedfokus vil påvirke hvordan elever som presterer lavt i matematikk, konstrueres som fenomen. Videre vil det påvirke hvilke læringsmuligheter disse elevene møter i utdanningssystemet. Lange (2019) har eksemplifisert hvordan språk og fokus i utdanningspolitiske diskurser former utdanningspolitiske strukturer. Språk kan brukes til å både ekskludere elever fra og inkludere elever i matematiske læringsmuligheter. Valero og Meaney (2014) peker på at også forskning er med på å forme hvordan prestasjoner i matematikk forstås i lys av sosiopolitiske sammenhenger. Forskere har derfor et ansvar fordi både begrepsbruk og forskningsfokus vil påvirke diskurser om elevenes læringsmuligheter i matematikk.

Med utgangspunkt i det lave antall artikler som omhandler lave prestasjoner i matematikk i de valgte tidsskriftene, og van Garderen et al. (2009) sin rapportering om en hovedvekt av forskning gjennomført innenfor det spesialpedagogiske forskningsfeltet har jeg i denne avhandlingen til hensikt å bidra med mer forskning som har en styrkebasert tilnærming til lave prestasjoner i matematikk. Watson (2002) har etterspurt styrkebasert forskning som omhandler elever som presterer lavt i matematikk, og Scherer et al. (2016, s. 645) peker på at det fortsatt er behov for en bedre forståelse av hvordan alle elever kan gis matematiske læringsmuligheter i en inkluderende skole. Det er i lys av denne forskningen at jeg har valgt å bruke «matematiske læringsmuligheter for alle» i tittelen på min avhandling.

1.2 Studiens hensikt og problemstilling

Studien har til hensikt å bidra til en bedre forståelse av matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk. Inspirert av Esmonde (2012) belyser denne avhandlingen matematiske læringsmuligheter som elevers tilgang til å 1) delta i matematiske meningsskapende prosesser og 2) posisjonere seg som matematisk kompetent ved å bidra med matematiske ideer.

I den forbindelse har jeg observert syv 8. trinns elever (fokuselever) fra to skoler. Disse syv fokuselevene presterte ifølge lærerne lavere enn sine medelever i matematikk. Jeg observerte fokuselevene i ulike smågrupper sammen med elever som læreren vurderte som høyere presterende. Hensikten med disse observasjonene er å bedre forstå matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk, i autentiske klasseromssituasjoner. For å få innsikt i fokuselevenes matematiske deltakelse og bidrag har elevenes samhandling vært analysens hovedfokus. Det har derfor vært avgjørende å legge til rette for at elevene får jobbe med oppgaver som tilrettelegger for at alle har forutsetning og mulighet til å delta i samtaler om oppgaven. Oppgavene må være lette å forstå slik at alle kan skjønne hva oppgaven spør etter. Samtidig må oppgaven kunne løses på ulike måter, noen mer sofistikerte enn andre, slik at alle kan bidra ut fra eget faglige nivå.

Jeg kunne ha valgt å undersøke fokuselevenes læringsmuligheter med utgangspunkt i elevenes prestasjoner på kartleggingsprøver eller under oppgavebaserte intervjuer. Slike tilnærminger til matematiske læringsmuligheter ville imidlertid ikke gitt meg mulighet til å se læringsmulighetene i lys av samhandling med andre elever. Videre ville slike tilnærminger kunnet styrke forståelsen av lave prestasjoner i matematikk som en utfordring som kan løses ved systematisk kartlegging og påfølgende systematisk trening i tabellkunnskap og algoritmebruk. Flere studier har argumentert for at slike tilnærminger ikke er hensiktsmessige for elever som presterer lavt i matematikk sin opplevelse av egne prestasjoner i matematikk (f.eks. Ben-David Kolikant & Broza, 2011; Karsenty, Arcavi & Hadas, 2007). Derimot har heterogene smågrupper blitt framhevet som hensiktsmessig for disse elevenes motivasjon, engasjement og prestasjon i matematikk (Boaler & Sengupta-Irving, 2016). Ved å observere elever som presterer lavt i matematikk, i heterogene smågrupper har jeg fått mulighet til å undersøke matematiske læringsmuligheter i lys av idealet om en inkluderende skole. De heterogene smågruppene kan ses på som mikrokosmos av samfunnet og skolesystemet. De kan derfor bidra til å styrke forståelsen av hvilke læringsmuligheter elever som presterer lavt, kan få i heterogene, ikke-nivådelte klasser.

Studiens overordnede problemstilling er: *Hva kjennetegner matematiske læringsmuligheter i heterogene smågrupper for elever som presterer lavt i matematikk?*

1.3 Begrepsavklaring

Sentrale begreper i problemstillingen er matematiske læringsmuligheter, heterogene smågrupper og elever som presterer lavt i matematikk. I dette delkapitlet presenterer jeg disse begrepene slik de forstås i denne avhandlingen. Begrepsavklaringen jeg gir i dette delkapitlet, er ment som en introduksjon til min bruk av begrepene i denne avhandlingen. I kapittel 3 – «Teoretiske perspektiver» –, vil jeg komme tilbake til begrepsavklaringen og presentere en mer inngående redegjørelse for hvordan begrepene forankres teoretisk i denne studien.

1.3.1 Matematiske læringsmuligheter

OECD (2016a, s. 13) definerer læringsmuligheter som det faglige innholdet som blir undervist i klasserommet, og tiden eleven bruker på å lære seg dette innholdet. I et klasserom vil imidlertid ikke alle elever lære det samme, selv ikke når de bruker like mye tid på å lære seg et gitt tema. Et betimelig oppfølgingsspørsmål til dette vil være: Hvordan arbeider elevene med matematikken de skal lære? I litteraturen som omhandler lave prestasjoner i matematikk fra et matematikkdidaktisk perspektiv, har noen tilnærminger til arbeid med matematikk blitt presentert som lite hensiktsmessige for å skape læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk: fokus på å bruke prosedyrer og algoritmer uten forståelse (Ben-David Kolikant & Broza, 2011), fokus på symboler framfor matematisk tenkning og forenkling av behovet for å resonnere matematisk (Empson, 2003), repetisjon og arbeid under tidspress (Watson & De Geest, 2005) og manglende anerkjennelse av matematiske ideer uttrykt med tegning, diagrammer, hverdagseksempler og -erfaringer (Karsenty et al., 2007). Watson (2002) peker på at elever som presterer lavt i matematikk, bør få mulighet til å arbeide matematisk med utgangspunkt i sine faglige styrker. Oppgavene bør derfor være av en slik art at elevene kan løse dem med matematisk tenkning (styrkebasert tilnærming), og ikke bare ved å reprodusere prosedyrekunnskap og algoritmebruk.

I min doktorgradsstudie har jeg latt meg inspirere av styrkebasert tilnærming til matematiske læringsmuligheter. OECDs (2016a) definisjon av læringsmuligheter som faglig innhold undervist og tid brukt møter i liten grad en slik tilnærming. Denne inspirasjonen og mitt valg om å forankre studien i et sosiokulturelt læringssyn har ført til at jeg i denne studien har valgt å konseptualisere læringsmuligheter i matematikk som elevenes deltakelse og bidrag i arbeid med faglig innhold.

Analytisk betyr denne konseptualiseringen av læringsmuligheter at samhandlingen mellom lærer og elev, eller mellom elev og elev, forstås som muligheter til å observere enkeltelevers læringsmuligheter fra et relasjonelt perspektiv. I denne studien har hovedfokuset vært samhandlingen mellom elever. Nærmere bestemt, jeg undersøker matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk, under arbeid i heterogene smågrupper.

1.3.2 Heterogene smågrupper

Med prinsippet om inkludering er heterogenitet et ideal i det norske skolesystemet. Internasjonalt framhever politiske stemmer heterogene skoler og klasser som positivt. Et eksempel er PISA-rapporten *Equations and inequalities: making mathematics accessible to all*, som beskriver heterogene grupper som «the real alternative to streaming and ability grouping» (OECD, 2016a, s. 208). Også i forskning finner vi slike positive omtaler. Et eksempel er Boaler og Sengupta-Irving (2016), som sier om studien sin at «the summer teaching classes were completely heterogeneous – culturally, socially and academically and the heterogeneity was part of the success of the intervention» (s. 188).

Heterogenitet kan handle om ulike variasjoner, det kan blant annet være rase, kjønn, etnisitet, språk eller sosial identitet (Healy & Powell, 2013, s. 70). I min studie handler heterogenitet om variasjon i prestasjoner. De heterogene smågruppene består av elever som presterer ulikt i matematikk. Analytisk er hensikten med å organisere elevene i heterogene smågrupper å skape mulighet for å analysere læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk, gjennom et mikroperspektiv. Dette mikroperspektivet har oppmerksomheten rettet mot en av de minste delene i matematiske meningsskapende prosesser, elev–elev-interaksjonene. Dette mikroperspektivet kan gi innsikt i trender på klasse- og skolenivå: Hvordan reguleres læringsmuligheter i matematikk for elever som presterer lavt?

1.3.3 Elever som presterer lavt i matematikk – ord og uttrykk

Det har vært utfordrende å avgjøre hvilke ord som er hensiktsmessige for å beskrive fokuselevene i min doktorgradsstudie. Valg av ord påvirker diskursene knyttet til disse elevene og kan være med på å konstruere sannheter om dem (Lange

& Meaney, 2018). Utfordringen knyttet til valg av ord er ikke unik for min studie, denne utfordringen har allerede vært diskutert av andre (f.eks. Ben-Yehuda et al., 2005; Gervasoni & Lindenskov, 2011; Sjöberg, 2006).

Utfordringene knyttet til valg av ord og uttrykk kan møtes ved å nyansere ordlyden slik at fokuset flyttes fra elevens identitet til elevens handling i en gitt situasjon. Et eksempel på dette gir Sjöberg (2006) når han presiserer at han velger å bruke begrepet *elever i matematikkvansker* til forskjell fra *elever med matematikkvansker*. En annen måte å møte denne utfordringen på eksemplifiseres av Ben-Yehuda et al. (2005). De møter utfordringen med å avstå fra å omtale denne gruppa elever med ord som refererer direkte til elevene. Istedenfor omtaler de elevene i sin studie ved å referere til dem som elever som har blitt hindret fra å delta i aritmetiske diskurser.

Fordi valg av ord påvirker diskursene knyttet til elevene, er det ikke uten problemer å referere til elever med at de har vansker, strever eller presterer lavt. Slike merkelapper kan bidra til statiske forventninger til elevene slik at de blir «låst» i et mønster av vansker, strev og lave prestasjoner. En motreaksjon til slike negativt ladede uttrykk kunne vært å beskrive elevene som *kreative*, *engasjerte* eller *talentfulle*. Dette er beskrivelser som handler om læringspotensial og læringsmuligheter. Fordi de aller fleste elevene, også de som presterer lavt i matematikk, har områder der de er kreative, engasjerte og talentfulle, passer disse beskrivelsene for elevene i min studie, som for de fleste andre elever. For å unngå å forvirre leseren med tanke på hvilke elever studien min omhandler, valgte jeg imidlertid å ikke bruke noen av disse superlativene.

Jeg vurderte å referere til elevene i studien min som *elever som hindres fra å delta i skolematematikken*, men i forkant av studien hadde jeg ingen mulighet for å si noe om deres deltakelse i skolematematikken. Det jeg visste om elevene, var at lærerne hadde plukket dem ut til meg som «elever som presterer lavere enn sine medelever i matematikk». Jeg støtter meg på Olof Magne (2001) som sier at «low achievement is a social construct. It is not a fact but a human interpretation of relations between the individual and his environment» (s. 9). Lave prestasjoner i matematikk vil ikke eksistere som fenomen i kulturer der prestasjoner i matematikk ikke måles. Videre vil hvilken del av matematikken som måles, og måleinstrumentene som brukes, påvirke de ulike elevenes prestasjoner. Samtidig som jeg støtter meg på Olof Magne, klarer jeg ikke å løsrive meg fra samfunnet og skolekulturen jeg er en del av. Jeg har derfor valgt *elever som presterer lavt i matematikk* som begrepsuttrykk for å beskrive fokuselevene i min doktorgradsstudie, som er definert av lærer til å prestere lavt i matematikk uten at de mottar spesialundervisning. Dette uttrykket er kjent fra tidligere litteratur, både lærere og forskere kjenner til begrepet, og det vektlegger elevenes prestasjoner framfor deres matematiske evner eller potensial (Matematikksenteret, u.å.).

1.4 Oversikt over avhandlingen

Avhandlingen består av åtte kapitler. I kapittel 1 har jeg presentert bakgrunn for studien og studiens hensikt. Videre har jeg introdusert begrepene *elever som presterer lavt i matematikk* og *matematiske læringsmuligheter*, som er to sentrale begrep i denne avhandlingen. Avslutningsvis har jeg introdusert aspekter ved den norske konteksten som kan være av betydning for studiens bidrag til diskurser som omhandler læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk.

I kapittel 2 presenterer jeg en systematisk litteraturstudie jeg har gjennomført for å få oversikt over forskningsartikler som omhandler lave prestasjoner i matematikk, og som er publisert innenfor det matematikkdidaktiske forskningsfeltet. Resultatene fra denne litteraturstudien presenterer jeg tematisk med utgangspunkt i 1) hvordan artiklene forklarer årsakene til lave prestasjoner i matematikk, og 2) hva artiklene sier om læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk.

I kapittel 3 gjør jeg rede for de teoretiske perspektivene som danner utgangspunkt for studien. Jeg presenterer det sosiokulturelle læringssynet som ligger som en grunnpilar i studien, og diskuterer hvordan elevenes multimodale handlinger og reguleringen av disse kan bidra med innsikt i matematiske læringsmuligheter. I dette kapitlet presenterer jeg også de teoretiske betraktningene som har vært avgjørende for hvordan jeg har konseptualisert elever som presterer lavt i matematikk, i studien. Jeg avslutter kapitlet med å presentere studiens problemstilling og forskningsspørsmål.

I kapittel 4 beskriver jeg valg av metode og metodologi. Her gjør jeg rede for forskningsparadigme, forskningsdesign, metodevalg, analyseprosess, troverdighet og etiske betraktninger.

Kapittel 5 består av analyse på kasusnivå. Hvert kasus har én fokuselev som omdreiningspunkt, og kasusene presenteres gjennom eksemplifiserende episoder fra datamaterialet. I analysen har oppmerksomheten vært på elevenes multimodale nøkkelhandlinger og reguleringen av disse.

I kapittel 6 presenterer jeg en krysskasusanalyse der fokuset er på fokuselevenes matematiske bidrag og reguleringen av disse på tvers av kasusene.

I kapittel 7 diskuterer jeg resultatene fra krysskasusanalysen i lys av litteraturen presentert i kapittel 2 og de teoretiske betraktningene presentert i kapittel 3.

Kapittel 8 presenterer en oppsummering av funnene i studien. Videre presenterer jeg implikasjoner for videre arbeid, før jeg kommer med noen teoretiske og metodologiske betraktninger. Jeg avslutter kapitlet med noen betraktninger knyttet til egne opplevelser fra arbeidet med doktorgradsprosjektet.

2 Lave prestasjoner i matematikk – en forskningsoversikt

I dette kapitlet presenterer jeg en forskningsoversikt basert på min litteraturstudie av forskning som omhandler lave prestasjoner i matematikk. Det er i lys av denne forskningen at jeg har designet og gjennomført min doktorgradsstudie. Kapitlet starter med at jeg gjør rede for utvalgskriterier og de inkluderte artiklene (delkapittel 2.1). Videre diskuterer jeg artiklene under følgende overskrifter: «Forklaringer på årsaker til lave prestasjoner i matematikk» (delkapittel 2.2) og «Læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk» (delkapittel 2.3). I delkapittel 2.4 oppsummerer jeg funnene knyttet til forklaringer på årsaker og læringsmuligheter, og ser disse opp mot hverandre. Avslutningsvis oppsummerer jeg kapitlet og diskuterer hvilke implikasjoner litteraturstudien har bidratt med i mitt arbeid med å undersøke matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk (delkapittel 2.5).

2.1 Metodologisk tilnærming til litteraturstudien

Forskningen om lave prestasjoner i matematikk bruker et mangfold av begreper og teorier (Scherer et al., 2016). Som nevnt i kapittel 1 – «Introduksjon» –, gir Google-søk på søkeordene «low achieving mathematics» over 130 000 000 treff. Det eksisterer altså en uoverkommelig stor mengde litteratur som handler om lave prestasjoner i matematikk. Van Garderen et al. (2009) fant i sin studie av forskning som omhandler lave prestasjoner i matematikk, at litteraturen baserer seg på ulike forskningstradisjoner og teoretiske tilnærminger. En konsekvens av dette er, ifølge van Garderen et al. (2009), at forskningsresultatene som presenteres ikke er entydige. For å møte noe av kompleksiteten i begrepsbruken og ulike forskningstradisjoner i forbindelse med forskning på dette fenomenet valgte jeg å gjennomføre en systematisk litteraturstudie av forskning publisert i fagfellevurderte tidsskifter innenfor det matematikkdidaktiske forskningsfeltet.

Ved å velge litteratur som er publisert i fagfellevurderte tidsskrifter, velger jeg bort blant annet politiske dokumenter som Kunnskapsdepartementets plan *Fra matteskrekk til mattemestring* (Kunnskapsdepartementet, 2011), bøker som refererer eksisterende forskning uten å bidra med ny forskning, som Holms (2002) bok *Opplæring i matematikk: For elever med matematikkvansker og andre elever*, nasjonale spesialpedagogiske ressurser som Statped sin nettside «Om matematikkvansker» (Statped, 2018). Hensikten med å velge bort denne litteraturen er ikke å utelukke slik litteratur fra avhandlingen min, men å presentere en oppsummering av forskning som plasserer seg innenfor matematikkdidaktisk forskningstradisjon.

2.1.1 Valg av tidsskrifter

Jeg har valgt å begrense litteraturstudien min til artikler publisert i følgende tidsskrifter: 1) *Educational Studies in Mathematics* (EMS), 2) *Journal for Research in Mathematics Education* (JRME), 3) *Mathematical Thinking and Learning* (MTL), 4) *Mathematics Education Research Journal* (MERJ), 5) *The Journal of Mathematical behavior* (JMB) og 6) *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* (ZDM). Ifølge en gruppe forskere som representerer *the European Mathematical Society* (EMS) og *the European Society for Research in Mathematics Education* (ERME), holder disse tidsskriftene høy forskningskvalitet (Toerner & Arzarello, 2012). I tillegg hevder Ryve (2011) at disse tidsskriftene representerer en bredde innenfor det matematikkdidaktiske forskningsfeltet.

Jeg vurderte å inkludere artikler fra *Nordisk matematikkdidaktikk* (NOMAD) i litteraturstudien. En slik inkludering kunne bidratt med et nordisk perspektiv, noe som kunne styrket min litteraturstudie. Av praktiske årsaker hadde jeg dessverre ikke mulighet til å gjennomføre en systematisk litteraturstudie av alle årganger av *NOMAD*.

2.1.2 Artikkelsøk i de utvalgte tidsskriftene

For å identifisere relevante artikler gjennomsøkte jeg alle årganger av tidsskriftene fra 1997 til og med 2019. I denne søkeprosessen ble følgende søkeord benyttet: *low achiev** [1], *low perform**, *low attain** og *struggling* i artiklenes tittel, abstrakt og nøkkelord.

Totalt ble 244 artikler identifisert i dette søket. Av disse artiklene ble 193 artikler ekskludert ut fra tekstform eller tittel. Alle bokanmeldelser ble ekskludert, og det samme ble artikler der tittelen tydet på at artikkelen ikke eksplisitt omhandlet elever som presterte lavt i matematikk. Et eksempel på en slik tittel er «Improving mathematics learning of kindergarten students through computer-assisted instruction» (Matthew et al., 2016). Etter denne utvelgelsen var det 51 inkluderte artikler. Disse ble deretter undersøkt nærmere. Etter at jeg hadde lest gjennom abstraktet og nøkkelordene, og i noen tilfeller forskningsspørsmål og

---

[1] Asterisk (*) i slutten av ordet indikerer at alle variasjoner av ordet ble søkt etter (i.e. achiever, achieving, achievement).

metode, sto jeg igjen med 28 artikler. Jeg presenterer en oversikt over hvordan disse artiklene fordeler seg på de inkluderte tidsskriftene i Tabell 2.1.

Tabell 2.1 Fordeling av artikler i tidsskriftene.

Tidsskrift	Antall artikler
Educational Studies in Mathematics (Volum 1–102)	9
Journal for Research in Mathematics Education (Volum 1–50)	5
Mathematical Thinking and Learning (Volum 1–21)	3
Mathematics Education Research Journal (Volum 1–31)	1
The Journal of Mathematical behavior (Volum 1–56)	8
Zentralblatt für Didaktik der Mathematik (Volum 1–51)	2

Noen av artiklene som jeg ekskluderte i denne fasen, handlet utelukkende om spesialpedagogiske aspekter ved lave prestasjoner i matematikk. Andre artikler ble ekskludert fordi de i abstraktet spesifiserte at de omhandlet både elever som presterer lavt og elever som presterer høyt i matematikk. Av de 28 artiklene som jeg inkluderte i min litteraturstudie, rapporterer 27 av artiklene fra empiriske studier, mens én av artiklene er en litteraturstudie. I tabell 2.2 gir jeg en oversikt over de inkluderte artiklene.

2.1.3 Fokus og analytisk tilnærming i min litteraturstudie

Scherer et al. (2016) trekker fram to aspekter som sentrale for å bedre forstå læringsmulighetene hos elever som presterer lavt i matematikk: 1) årsakene til disse elevenes prestasjoner i matematikk og 2) kunnskap om hva som kjennetegner adekvate læringsmuligheter for disse elevene. Basert på disse aspektene har følgende spørsmål dannet grunnlaget for mine diskusjoner i dette kapitlet:

1. *Hvordan forklarer forskning årsaken(e) til lave prestasjoner i matematikk?*
2. *Hva kjennetegner matematiske læringsmuligheter som tilbys og tas i bruk av elever som presterer lavt i matematikk?*

For å få innsikt i disse spørsmålene har jeg først studert de inkluderte artiklene i sin helhet. De delene av tekstene som jeg fant relevant for de to spørsmålene, valgte jeg å fargekode. Deretter grupperte jeg de fargekodede utdragene tematisk. Min analyseprosess var hovedsakelig forankret i meningsinnholdet i tekstutdragene, men prosessen var samtidig påvirket av meg som forsker ved at utdragene ble tolket i lys av mitt doktorgradsprosjekt, mine grunnholdninger og litteraturen jeg kjenner til.

2.1.4 Inkluderte artikler

I Tabell 2.2 presenterer jeg de inkluderte artiklene og gir en oversikt over artiklenes årsaksforklaringer, forfatter(e), utgivelsesår, tidsskrift, matematiske tema, elevenes alder, valg av deltakere og forskningsmetoder. Inspirert av van Garderen et al. (2009) er årsaksforklaringene delt inn i følgende tre kategorier: 1) lave prestasjoner som et sosialorientert fenomen [SF], 2) individorientert fenomen [IF] og 3) utfordringer med å uttrykke matematisk kompetanse gjennom normert fagspråk [SU]. Disse kategoriene er ikke å forstå som absolutte og tydelig adskilte kategorier. Kategoriene er ment å bidra til å synliggjøre kompleksiteten ved lave prestasjoner i matematikk gjennom å vekte ulike perspektiver.

Tabell 2.1 Inkluderte artikler.

Årsaks-forklaring	Forfatter(e) (årstall)	Tidsskrift	Fokus	Klasse /alder	Utvalgskriterier	Forskningsmetode (antall deltakere)
SF	Boaler & Sengupta-Irving (2016)	JMB	Algebra	Klasse: 6.–7.	Deltakere på sommerskole	Observasjon, før- og ettertest, intervju (94 elever)
SF	Heyd-Metzuyanim & Graven (2016)	ESM	Tall			
SF	Tait-McCutcheou & Loverigdge (2016)	MERJ	Lærers posisjonering	Klasse: 2.–3. Alder: 6–7 år.	Lavt presterende gruppe	Observasjon med video- og lydopptak, intervju (10 elever, 2 lærere)
SF	Scherer et al. (2016)	ZDM	Forskningsbasert støtte til elever med vansker	-	-	Litteraturoversikt
SF IF	Broza & B.-D. Kolikant (2015)	ZDM	Subtraksjon	Klasse: 5.	Under 50 %	Intervju, skriftlige produkter (11 elever)
	Lynch & Star (2014)	JRME	Algebra	Alder: ca. 10–15 år	Lave prestasjoner	Intervju (10 skoler, 6 elever)
SF	Straehler-Pohl, Fernández, Gellert, & Figueiras (2014)	ESM	Klasseromsdiskurser	Alder: 12–13 år	Lave prestasjoner	Observasjon

Årsaks-forklaring	Forfatter(e) (årstall)	Tidsskrift	Fokus	Klasse /alder	Utvalgskriterier	Forskningsmetode (antall deltakere)
IF	Hackenberg (2013)	JMB	Brøk og algebraiske resonnement	Klasse: 7.–8.	Observasjon, valgt av lærer, intervju	Intervju, brøktest (6 elever)
SF	Heyd-Metzuyanim (2013)	ESM	Kommunikasjon	Klasse: 7.	Valgt av lærer	Intervju (1 elev)
	Walkinton, Sherman, & Petrosino (2012)	JMB	Algebra	Klasse: 9.	Lavt presterende skole	Intervju (24 elever)
SF IF	B.-D. Kolikant & Broza (2011)	ESM	Brøk	Klasse: 5.	Deltaker på ekstra kurs i matematikk	Observasjon, intervju, før- og ettertest (18 elever)
SF	Lange & Meany (2011)	ESM	Tall	Alder: 10 år	Observasjon og intervju	Intervju
SF	Karsenty (2010)	ESM	Lineære funksjoner og likninger	Alder: 17–18 år	Lave karakterer	Feltnotat, karakterer, før- og ettertest (53 elever)
	Newton, Star, & Lynch (2010)	MTL	Algebra	Klasse: 9.–11.	Deltaker på ekstra kurs i algebra	Intervju (5 elever)
SF	Jaworski & Potari (2009)	ESM	-	Klasse: 10.	Lavt presterende klasse	Observasjon, intervju (-)
	Ridlon (2009)	MTL	Problemløs.	Klasse: 6.	Under 40 %	Test, intervju, spørreskjema, observasjon (52 elever)

Årsaks-forklaring	Forfatter(e) (årstall)	Tidsskrift	Fokus	Klasse /alder	Utvalgskriterier	Forskningsmetode (antall deltakere)
SY	Karsenty, Arcavi, & Hadas (2007)	JMB	Uformell uttrykks-former	Klasse: 8.–9.	Lavt presterende klasse	Observasjon, intervju (54 elever)
SF	D. Baker, Street, & Tomlin (2006)	MTL	Tall	Alder: 5–8 år	Lavt presterende	Intervju (2 elever)
IF	Olive & Vomvoridi (2006)	JMB	Brøk	Klasse: 6.	-	Observasjon, intervju (1 elever)
SY	Yerushalmy (2006)	JRME	Algebra	Klasse: 7.–9.	Under 25 %	Intervju (6 elever)
SF	Ben-Yehuda, Lavy, Linchevski, & Sfard (2005)	JRME	Aritmetiske diskurser	Alder: 18 år	Historie med lave prestasjoner på test	Intervju (2 elever)
IF	Kamii, Rummelsburg, & Kari (2005)	JMB	Aritmetikk	Klasse: 1.	-	Før- og ettertest (46 elever)
SF	Watson & De Geest (2005)	ESM	-	Klasse: 7.–9.	-	Møter, diskusjon, observasjon (10 lærere, 250 elever)
SF	Empson (2003)	JRME	Brøk	Klasse: 1.		Observasjon, intervju, (2 elever)

Årsaks-forklaring	Forfatter(e) (årstall)	Tidsskrift	Fokus	Klasse /alder	Utvalgskriterier	Forskningsmetode (antall deltakere)
SF IF	Houssart (2002)	JMB	Brøk	Alder: 9–10 år	Lavt presterende klasse	Observasjon, skriftlige produkter, intervju (2 elever)
SF	Watson (2002)	JMB	Matematisk tenking	Alder: 14 år	Lave prestasjoner på test	Observasjon, feltnotater (-)
SY	Yerushalmy (2000)	EMS	Problemløsing	-	Lavt presterende	Intervju (2 elever)
SF	Leikin & Zaslavsky (1997)	JRME	Samarbeid i smågrupper	Klasse: 9.	Lavt presterende klasser	Tester (4 klasser)

SF Sosialt orientert fenomen
IF Individorientert fenomen
SY Symbolorientert fenomen

2.2 Forklaringer på årsaker til lave prestasjoner i matematikk

Å forstå hvorfor elever presterer lavt i matematikk, er sentralt for å kunne legge til rette for matematiske læringsmuligheter for disse elevene (Scherer et al., 2016). I likhet med andre elever har også elever som presterer lavt i matematikk, ulike styrker og svakheter, og det er ulike årsaker til deres lave prestasjoner (Heyd-Metzuyanim, 2011; Magne, 2001; Scherer et al., 2016; van Garderen et al., 2009). Van Garderen et al. (2009) diskuterer årsaksforklaringer med utgangspunkt i forskningens teoretiske forankring. De peker på at teoretiske valg er avgjørende for hvordan vansker med matematikk forklares (s. 71). Heyd-Metzuyanim (2011, s. 7) presenterer en todeling av litteraturen. Hun beskriver den ene gruppa som individorientert og den andre gruppa som sosialt orientert.

Dette delkapitlet bygger videre på arbeidene til van Garderen et al. (2009) og Heyd-Metzuyanim (2011). Hensikten med delkapitlet er å gjøre rede for hvordan de inkluderte artiklene forklarer årsakene til lave prestasjoner i matematikk, og følgende forskningsspørsmål har vært førende for funnene som presenteres: *Hvordan forklarer forskning årsakene til lave prestasjoner i matematikk?*

Funnene knyttet til dette spørsmålet presenteres under følgende deloverskrifter: sosialt orienterte forklaringer på lave prestasjoner i matematikk (delkapittel 2.2.1), individorienterte forklaringer på lave prestasjoner i matematikk (delkapittel 2.2.2) og symbolorienterte forklaringer på lave prestasjoner i matematikk (delkapittel 2.2.3). Hensikten med kapitlet er ikke å dele artiklene inn i absolutte kategorier, men å gi en oversikt over ulike tendenser som har framkommet gjennom den tematiske analysen av artiklene.

2.2.1 Sosialt orienterte forklaringer

Fellesnevneren for studiene som presenteres i dette delkapitlet, er at de diskuterer lave prestasjoner i matematikk i lys av sosialt orienterte forklaringer. Disse studiene kan ses i sammenheng med studier som har undersøkt prestasjoner i matematikk i lys av politiske strukturer. Ett eksempel er Mellin-Olsen (1987) som diskuterer matematiske læringsmuligheter i lys av *sosial reproduksjon*. Han peker på at skolestrukturen, med læreplaner og vurderingsformer, legger føringer for hvilke elever som møter adekvate læringsmuligheter i matematikk og hvilke elever som hindres fra slike læringsmuligheter. Mens Mellin-Olsen (1987) diskuterer matematikk som et relasjonelt fenomen på makronivå, diskuterer artiklene som presenteres og diskuteres i dette delkapitlet, dette på mikronivå. Disse artiklene er empirisk forankret i klasserom eller skoler og trekker fram skolestrukturer og forventninger som sentrale faktorer for hvilke læringsmuligheter elevene møter i matematikk. Ett aspekt ved skolestrukturer som har en framtredende plass i de inkluderte artiklene, er gruppering av elever med utgangspunkt i prestasjoner. Eksempler på slike grupperinger er nivådeling innad i klasse, nivådeling på tvers av klasser i enkeltfag, nivådeling på tvers av klasser i alle fag og nivådelte skoler (Marks, 2014; OECD, 2016b).

Gruppering av elever med utgangspunkt i prestasjoner begrunnes gjerne med at homogeniteten i nivådelte grupper er hensiktsmessig med tanke på læringsbehov og faglige styrker. Marks (2014) peker på at ett av argumentene for dette er at nivådelte grupper utgjør en ensartet gruppe med tanke på læringsbehov og -potensial. Med utgangspunkt i tanken om en ensartet gruppe argumenteres det videre for at det er lettere for lærere å tilpasse opplæringen til den enkelte elev i en homogen gruppe enn i en heterogen gruppe. Tendensen i de analyserte artiklene som diskuterer lave prestasjoner som et relasjonelt fenomen, er imidlertid at de uttrykker skepsis mot nivådeling (Boaler & Sengupta-Irving, 2016; Heyd-Metzuyanim, 2013; Straehler-Pohl et al., 2014). Skepsisen mot nivådelte grupper i de inkluderte artiklene knyttes tett opp mot (lave) forventninger til det matematiske læringspotensialet hos elever som presterer lavt i matematikk.

En følge av lave forventninger til disse elevene er at de blir presentert for oppgaver som ikke nødvendigvis fremmer matematisk kompetanse og forståelse. Ifølge Boaler og Sengupta-Irving (2016) møter elever som presterer lavt i matematikk, ofte prosedyreorienterte oppgaver med fokus på reproduksjon og automatisering. Dette er oppgaver som har en tendens til å kreve nøyaktig bruk av algoritmer og har lite fokus på matematisk tenkning. Watson (2002) peker på at tendensen til å presentere elever som presterer lavt i matematikk, for slike oppgaver henger sammen med et fokus på hva elevene ikke mestrer, og en tanke om at disse elevene trenger forenklede oppgaver der læreren leder dem steg for steg fram til løsningen.

Boaler og Sengupta-Irving (2016) hevder at en hovedvekt på prosedyreorienterte oppgaver ikke samsvarer med det forskning har funnet hensiktsmessig for læring i matematikk, og Ben-David Kolikant og Broza (2011) bruker uttrykket «drill and kill» for å beskrive situasjoner der fokus på algoritmer fortrenger fokus på forståelse og mening. Poenget i disse artiklene er at matematikk i større grad handler om å utforske og undersøke sammenhenger, generalisere og delta i matematiske meningsskapende prosesser enn om å reprodusere algoritmer eller å gjenbruke regler og forklaringer. Alle elever, også de som presterer lavt i matematikk, lærer best hvis arbeidet med matematiske utfordringer kan knyttes til faglige styrker og matematisk kompetanse (Watson, 2002). Elevene trenger matematiske utfordringer. Repetisjon og prosedyreorienterte oppgaver skaper ikke nødvendigvis adekvate læringsmuligheter i matematikk, heller ikke for de elevene som presterer lavt i matematikk (Ben-David Kolikant & Broza, 2011).

Flere av artiklene som diskuterer lave prestasjoner i matematikk som et relasjonelt fenomen, rapporterer fra studier der de har undersøkt hvordan (lave) forventninger kommer til uttrykk i klasseromdiskursene. Straehler-Pohl et al. (2014) har observert og analysert kommunikasjonen mellom lærere og elever i tre nivådelte klasser. Straehler-Pohl et al. (2014) beskriver prestasjonsnivået i disse klassene som henholdsvis høyt, middels og lavt. Hensikten med deres studie var å undersøke sammenhengen mellom nivådeling i matematikk og lærernes uttrykte (lave) forventninger til elevenes læringspotensial. De sier selv at målet med studien var å undersøke kommunikasjonen på mikronivå for å bedre forstå «how the socially micro relates to the socially macro» (s. 178). Studiens funn tyder på at lave forventninger preger de matematiske samtalene i klasser for elever som presterer lavt i matematikk, mens dette ikke er tilfellet for samtalene i klasser der elevene presterer på middels eller høyt nivå. Straehler-Pohl et al. (2014) sitt hovedfunn er at elevers lave prestasjoner i matematikk (re)produseres som en følge av lærerens lave forventninger.

Heyd-Metzuyanim (2013) har analysert kommunikasjonen mellom seg selv og Dana, en elev som både hun og elevens lærer definerte som lavt presterende i matematikk. Heyd-Metzuyanim designet studien med intensjon om å invitere Dana til å delta i matematiske samtaler. I samtalene med Dana følte Heyd-Metzuyanim selv at hun inviterte eleven til å bidra med matematiske ideer og resonnement. Hun opplevde imidlertid at Dana ikke tok imot invitasjonene til å delta. Heyd-Metzuyanim opplevde under samtalen at Danas manglende deltakelse var en konsekvens av Danas manglende matematiske potensial. I etterkant av samtalen viste imidlertid analysen av kommunikasjonen mellom Dana og Heyd-Metzuyanim at sistnevnte uttrykte lave forventninger til Danas matematiske ideer og slik hindret Dana fra å ta opp matematiske læringsmuligheter. Funnene fra studien tyder på at gjennom matematiske samtaler ble Heyd-Metzuyanims lave forventninger styrket, og i tillegg utviklet også Dana selv lave forventninger til sin egen matematiske kompetanse. Dette er interessante funn fordi kompleksiteten i lærer–elev-interaksjonen blir belyst. Til tross for Heyd-Metzuyanims (2013) gode intensjoner og ønske om å hjelpe eleven ble hennes kommunikasjon påvirket av underliggende lave forventninger til elevens matematiske læringspotensial.

Ikke alle studier med denne tilnærmingen viser en entydig sammenheng mellom lave prestasjoner og lave forventninger. Tait-McCutcheon og Loveridge (2016) presenterer en studie av to læreres kommunikasjon med elever som presterte lavt i matematikk. I løpet av studien underviste lærerne hver sin klasse med elever som presterte lavt i matematikk (nivådelt klasse) på småskoletrinnet i de samme matematiske emnene. Tait-McCutcheon og Loveridge (2016) fant at selv om begge lærerne underviste elever som presterte lavt i matematikk, uttrykte lærerne ulike forventninger til elevene. Den ene læreren forventet at elevene skulle delta i undervisningen ved «listening, looking, and writing» (s. 341), altså at elevene hadde et individuelt ansvar for å følge med på lærerens forklaringer. Den andre læreren, derimot, posisjonerte elevene som aktive deltakere og bidragsytere i de matematiske samtalene, her hadde elevene et ansvar for å samarbeide om å løse matematikkoppgaver.

Funnene som Tait-McCutcheon og Loveridge (2016) rapporterer om fra sin studie, tyder på at matematiske læringsmuligheter påvirkes mer av den enkelte lærer sitt syn på matematikklæring enn av elevenes forkunnskaper, oppgavetyper og andre rammefaktorer. De skriver videre at elevene som i deres studie ble posisjonert som individuelt ansvarlige, «had fewer opportunities to engage with the mathematics, to do the mathematical work, and to experience varied teaching strategies» (Tait-McCutcheon & Loveridge, 2016, s. 344).

Heyd-Metzuyanim og Graven (2016) har undersøkt læreres forventninger i lys av elevenes oppførsel og faglige kompetanse. Funnene de presenterer, tyder på at lærere kan ha en tilbøyelighet til å begrense elevers matematiske læringsmuligheter fordi de ikke klarer å skille elevens oppførsel fra elevens faglige kompetanse. Dette eksemplifiserer de ved å beskrive to elever som presterer lavt i matematikk, Mina og Ronaldo. Lærerne mente Mina framsto som en positiv og hardtarbeidende elev, mens de beskrev Ronaldo som en urolig og lite samarbeidsvillig elev. Heyd-Metzuyanim og Graven (2016) fant at disse oppfatningene farget lærernes opplevelse av elevens faglige kompetanse. Funnene som presenteres av Heyd-Metzuyanim og Graven (2016), samsvarer med Watsons (2002) påstand om at det ofte fokuseres på oppførselen til elever som presterer lavt i matematikk, framfor på deres faglige styrker.

Et annet aspekt ved forholdet mellom lærerens forventninger og elevenes matematiske læringsmuligheter belyses i en studie av Jaworski og Potari (2009). Ifølge Jaworski og Potari er ett av funnene deres på mikronivå at elevenes matematiske læringsmuligheter avhenger av at elevene opplever disse som motiverende og innenfor rekkevidde. Her er ikke fokuset på lave forventninger, men på ulike forventninger. Innenfor rammene av virksomhetsteori diskuterer Jaworski og Potari (2009) sammenhenger mellom elevenes læringsmuligheter på mikronivå og makrofaktorer. De konkluderer med at forskjeller mellom elevenes og lærerens forventninger kan hindre elevene fra å ta opp matematiske læringsmuligheter. Det er derfor avgjørende at læreren ikke bare fokuserer på elevenes læringsmuligheter på mikronivå (klasserommet), men også tar hensyn til makronivå, som familiesituasjon og sosiale samfunnsstrukturer.

D. Baker et al. (2006) har undersøkt hvordan manglende sammenheng mellom skolematematikken og elevenes matematiske hverdagserfaringer kan hindre elever fra å ta opp matematiske læringsmuligheter på skolen. Basert på observasjoner av to elever i både hjemme- og skolesituasjon fant D. Baker et al. (2006) at det både faglig og sosialt var manglende sammenheng mellom hverdagsmatematikken hjemme og skolematematikken. Denne mangelen på sammenheng skapte utfordringer for de to elevenes deltakelse i skolematematikken, slik at de ble «disengaged, outside, passive children in the mathematics classroom» (s. 306). Dette til tross for at de var aktive i matematikkrelaterte aktiviteter hjemme. D. Baker et al. (2006) foreslår at skolen må ta hensyn til elevenes hverdagserfaringer og bruke disse for å skape læringsmuligheter tilpasset elevenes hjemmemiljø og -erfaringer.

En studie som også ser på sammenhengen mellom skole og hjem, er Lange og Meaneys (2011) studie der de har intervjuet to elever som presterte lavt i matematikk, om deres opplevelser med lekser. De fant at ikke bare lærerens, men også elevenes og foreldrenes forventninger regulerer elevenes læringsmuligheter. Elevene i deres studie opplevde at når deres egne forventninger ikke samsvarte med forventninger fra lærerne og foreldrene, ble de hindret fra å ta opp matematiske læringsmuligheter på grunn av emosjonell dissonans. Lange og Meaney (2011) sier at «if procedural mathematics is to be done as homework, there is potential for students to experience emotional trauma, especially if they have difficulties with mathematics» (s. 48). Dette er i tråd med anbefalinger fra forskere som er kritiske til at prosedyreorienterte oppgaver ofte anbefales for elever som presterer lavt i matematikk (f.eks. Ben-David Kolikant & Broza, 2011; Watson, 2002). Det som gjør at Lange og Meaneys (2011) funn er et viktig bidrag i dette delkapitlet, er at de belyser noe av kompleksiteten med lave prestasjoner som et relasjonelt fenomen gjennom elevstemmen. Samtidig viser de hvordan makronivåer, som sosiale og institusjonelle dimensjoner, påvirker relasjonene mellom elever og foreldre i leksesammenheng. Avslutningsvis spør Lange og Meaney (2011) om det er hensiktsmessig at elevene får prosedyreorienterte lekser når man er klar over hvor ødeleggende disse kan være for elevenes opplevelse av matematikk.

2.2.2 Individorienterte forklaringer

Artiklene som diskuteres i dette delkapitlet, beskriver individorienterte forklaringer på lave prestasjoner i matematikk. Ifølge Heyd-Metzuyanim (2011, s. 4) er individorienterte årsaksforklaringer én av to hovedtrender for hvordan lave prestasjoner i matematikk blir forklart i forskningsbasert litteratur. De inkluderte artiklene belyser individorienterte årsaksforklaringer både eksplisitt og implisitt.

Med eksplisitt menes det her at artikkelen uttrykker at den aktuelle studien har hatt fokus på individorienterte aspekter ved elevenes læring. Et eksempel er Kamii et al. (2005) sin studie hvis hensikt var å undersøke hvordan sensomotoriske læringsaktiviteter påvirker elevenes kognitive skjema. Basert på Piagets teori tar de utgangspunkt i at aktiviteter som fremmer elevenes logisk-matematiske kunnskap (logico-mathematical knowledge), er hensiktsmessige for elevenes tallforståelse.

Med implisitt menes her artikler som refererer til individorienterte aspekter ved lave prestasjoner som en del av studiens bakgrunn. Et eksempel på en slik artikkel er artikkelen skrevet av Ben-David Kolikant og Broza (2011). De posisjonerer seg innenfor en sosiokulturell tradisjon, men peker samtidig på at kognitive utfordringer er en av hovedårsakene til lave prestasjoner i matematikk. De sier blant annet at elever som presterer lavt i matematikk, har

> difficulties in abstraction and discernment, a focus on the concrete and the familiar, problems with telling apart significant and insignificant details, an inability to see the similar in the dissimilar and vice versa, an inability to simultaneously consider several aspects of the same problem, and a difficulty in distinguishing between the general and the specific. (Ben-David Kolikant & Broza, 2011, s. 27)

Denne tilnærmingen til lave prestasjoner i matematikk finner vi også i en senere studie av Broza og Ben-David Kolikant (2015). Her peker de igjen på at det er en tendens i litteraturen til at lave prestasjoner i matematikk forklares med kognitive utfordringer. Broza og Ben-David Kolikant (2015) sier at spenningen mellom elevenes kognitive utfordringer og aktive deltakelse i matematiske læringsprosesser gjør det utfordrende for læreren å legge til rette for meningsfull matematikklæring for disse elevene. Ved å konseptualisere lave prestasjoner i matematikk som et individuelt anliggende som kan møtes med tilpasset opplæring, plasserer Broza og Ben-David Kolikant (2015) årsakene for lave prestasjoner hos den enkelte elev samtidig som de poengterer at læreren har hovedansvaret for å tilby disse elevene adekvate læringsmuligheter.

Et fellestrekk ved artiklene som eksplisitt beskriver lave prestasjoner i matematikk som et individorientert fenomen, er at de er teoretisk forankret i Piaget sitt arbeid. Kamii et al. (2005) sin artikkel er allerede nevnt som ett eksempel på dette. De sier at «logico-mathematical knowledge consists of mental relationships, which have their source in each individual’s mind» (s. 40). Kamii et al. (2005, s. 47) rapporterer funn som tyder på at sensomotoriske matematikkrelaterte aktiviteter kan ha positiv effekt på både elevers hoderegningsstrategier og elevers tekstoppgavekompetanse. Ifølge Kamii et al. (2005, s. 49) er det avgjørende at elevene organiseres i nivådelte grupper for at elevene i hver gruppe skal kunne utveksle matematiske ideer på en meningsfull måte. De poengterer videre at disse gruppene ikke kan være statiske, men at de må endres dersom elever ikke passer inn i sin gruppe. Kamii et al. (2005) presiserer at slike endringer kan gjøres med bakgrunn i lærerens vurderinger eller i elevenes egne ønsker.

Olive og Vomvoridi (2006) har forankret sin studie i Piagets utviklingsteori (s. 19). Med utgangspunkt i elevenes kognitive skjema knyttet til brøk undersøkte de forholdet mellom lærerens oppfatning av elevens brøkforståelse og elevens faktiske begrepsforståelse. For å få innsikt i dette forholdet gjennomførte de en tredelt datainnsamling som besto av: 1) observasjon av aktiviteter i hel klasse (6. trinn), 2) intervju med elever parvis og 3) intervju med lærer. I artikkelen sin presenterer de data og funn som omhandler én av elevene, Tim, som de definerte som lavt presterende innenfor temaet brøk. I etterkant av studien forklarer Olive og Vomvoridi (2006) Tims lave prestasjoner med at lærerens forklaringer ikke var tilpasset Tims kognitive skjema. Gjennom informasjonen de fikk om Tims kognitive skjema, utviklet de oppgaver og forklaringer som bidro til at Tim utviklet adekvate kognitive skjema og ble i stand til å følge lærerens forklaringer. Basert på resultatene fra studien mener Olive og Vomvoridi (2006) at elevers lave prestasjoner ikke handler om manglende matematiske evner, men om begrenset begrepsapparat. De poengterer videre at det er lærerens ansvar å tilpasse opplæringen til elevenes begrepsapparat og slik skape læringsmiljø der elevene får mulighet til å utvikle og styrke sine kognitive skjema. Avslutningsvis sier de at «the research methodology also enabled Tim's teacher to better understand Tim's conceptual difficulties (and difficulties of other students in her class) and consequently adjust her instruction to address those difficulties» (s. 44). De dreier dermed fokuset inn på hvordan læreren kan lære om elevens begrepsrelaterte vansker, og videre hvordan læreren kan møte disse vanskene.

Hackenberg (2013) har, med utgangspunkt i Piaget sitt arbeid og kognitive skjema, undersøkt hvordan elevers brøkbegrep påvirker deres prestasjoner innenfor algebra. Funnene som rapporteres i artikkelen til Hackenberg (2013), tyder på at elevenes begrepsforståelse knyttet til multiplikative strukturer er avgjørende for deres forståelse av både brøk og algebraiske resonneringskompetanse. Med utgangspunkt i disse funnene etterspør Hackenberg (2013) mer kunnskap om hvordan man kan styrke elevenes begrepsforståelse knyttet til multiplikative strukturer.

2.2.3 Symbolorienterte forklaringer

Mens de to foregående delkapitlene er inspirert av litteraturoversiktene til van Garderen et al. (2009) og Heyd-Metzuyanim (2011), belyser dette delkapitlet et tredje perspektiv på årsaker til lave prestasjoner i matematikk som framkom i min analyse av de inkluderte artiklene (se delkapittel 2.1.3): lave prestasjoner forklart som elevers utfordringer knyttet til formelle uttrykksformer.

Fra dette perspektivet handler det ikke om at elevene mangler kognitive skjema, matematiske evner eller motivasjon. Det handler heller ikke om at elevene mangler matematisk kompetanse. Derimot handler dette perspektivet om at elevenes bidrag og kompetanse ikke anerkjennes fordi de strever med å uttrykke denne med formelt anerkjente uttrykksformer.

Watson (2002, s. 462) peker på at elevers reproduksjon av algoritmer ikke nødvendigvis betyr at elevene lærer matematikk. Videre argumenterer hun for at matematisk tenkning kan ligge bak elevers bruk av tegning for å løse matematikkoppgaver. Hun sier at «since symbolization and transformation are two mathematical actions, and since this student performed them voluntarily, I would say that he was doing some mathematical thinking» (s. 465). Ett av poengene i Watsons (2002) artikkel er at elever som presterer lavt i matematikk, har en matematisk kompetanse som ikke kommer til syne i eller anerkjennes av utdanningssystemene. Watson (2002) er kritisk til tendensen med å sette likhetstegn mellom elevers reproduksjon av algoritmer og elevers læring i matematikk. Ifølge Watson (2002) medfører denne tendensen ofte at fokuset blir på elevenes endelige svar på matematikkoppgaver. Lærerens rolle blir derfor å lede eleven gjennom oppgaven steg for steg, noe som ikke nødvendigvis fører til at elevene lærer matematikk. Watson (2002) argumenterer for at en styrkebasert tilnærming der elevene får mulighet og oppmuntres til å arbeide med matematiske problemstillinger som krever matematisk tenkning, vil være til hjelp for elevenes utvikling av matematikkfaglig kompetanse.

Yerushalmy (2000) poengterer i sin artikkel at de lavt presterende elevene i hans studie var svært motiverte, hardtarbeidende og villige til å bruke tid på å løse oppgavene (s. 144). Videre presiserer Yerushalmy (2006) at disse elevene gjerne presterte godt i andre fag og hadde meget gode kognitive evner (s. 385). Ifølge Yerushalmy (2000, 2006) er en utfordring at elever som presterer lavt i matematikk, trenger mer tid enn sine høyere presterende medelever for å uttrykke seg med formelt anerkjente symboler. Avslutningsvis sier Yerushalmy (2006) at «we should learn to identify those components of meaningful learning environments for algebra that allow everybody to demonstrate their strengths» (s. 385). Kjernen i Yerushalmys (2006) artikkel er at elever som strever med å uttrykke seg med formelt anerkjente symboler, mister matematiske læringsmuligheter. De får ikke vist fram sine matematiske styrker, og deres matematiske kompetanse blir ikke anerkjent.

Karsenty et al. (2007) adresserer aspekter ved den matematiske kompetansen til elever som presterer lavt i matematikk, ved å fokusere på disse elevenes uformelle matematikkprodukt. Med uformelle produkt mener de matematiske ideer som uttrykkes 1) skriftlig gjennom tekst, tegning, tabell, diagram, 2) muntlig, 3) ved hjelp av fysiske modeller eller 4) gjennom kroppsspråk (s. 157). Karsenty et al. (2007) sier at de ikke stiller seg bak tanken om at «korrekt matematikk» er ensbetydende med «å produsere en rekke av korrekte symboler» (s. 159). Derimot mener de at uformelle matematikkprodukter potensielt kan gi innsikt i den matematiske kompetansen til elever som presterer lavt i matematikk. Ifølge Karsenty et al. (2007) er dette en innsikt som i liten grad er tilgjengelig gjennom eksisterende standardiserte tester. Et av funnene de presenterer fra studien sin, er at elever som presterer lavt i matematikk, kan løse relativt komplekse matematiske problemer dersom de har mulighet til å omgå formler og rigid symbolbruk (s. 174). Avslutningsvis hevder de at «rushing into formal mathematical outcomes, without taking into consideration the intuitions and informal ideas of students, might weaken potential strengths of learners, especially low achievers» (s. 175). Et ensidig fokus på formelt anerkjente uttrykksformer vil altså, ifølge Karsenty et al. (2007), begrense matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt.

Houssart (2002) rapporterer fra en studie som undersøkte lavt presterende elevers arbeid med brøk over en periode på seks uker. Artiklene jeg har diskutert fram til nå i dette delkapitlet, rapporterer fra studier som omhandler elever på ungdomstrinnet. Houssarts (2002) studie omhandler elever på barnetrinnet (9–10 år). I studien sammenlikner Houssart elevenes skriftlige prestasjoner med den matematiske kompetansen elevene uttrykte i både klasseroms- og intervjusituasjoner. Ifølge Houssart (2002) startet studien med at læreren ga elevene mange muligheter til å diskutere brøkoppgaver med intensjoner om å skape matematiske læringsmuligheter basert på forståelse. Etter hvert fikk imidlertid individuelt skriftlig arbeid mer plass, og hovedfokuset ble på elevenes arbeid med brøkoppgaver. Selv om læreren gjennom hele studien ga elevene noe rom for å diskutere brøkoppgaver, sier Houssart (2002) at under arbeid med skriftlige oppgaver fikk elevene anerkjennelse for å løse oppgavene nøyaktig slik læreren hadde etterspurt (s. 199). Houssarts (2002) studie er en påminnelse om at elevers matematiske kompetanse ikke nødvendigvis er synlig i deres skriftlige produkter.

Empson (2003) rapporterer fra en studie av førsteklassinger som presterer lavt i matematikk, sine møter med brøk. Hovedfunnet som rapporteres, er at interaksjonen mellom lærer og elev er mer avgjørende for elevens matematiske læringsmuligheter enn elevens forutsetninger for matematisk kompetanse (s. 338). Empson (2003) nevner ikke formelt aksepterte uttrykksformer i matematikk. Imidlertid poengterer hun at elevenes muligheter til å bruke hverdagserfaringer og uttrykke matematiske ideer gjennom uformelle uttrykksformer er avgjørende for de matematiske læringsmulighetene til elever som presterer lavt.

Artiklene jeg diskuterer i dette delkapitlet, har vært verdifulle for mitt arbeid med doktorgradsstudien fordi de belyser noe av kompleksiteten med å bruke elevers skriftlige produkter for å vurdere deres matematiske kompetanse. Skriftlige produkter brukes ofte for å kartlegge den matematiske kompetansen hos elever som presterer lavt (Watson, 2002). De diskuterte artiklene viser imidlertid at det ikke nødvendigvis er sammenheng mellom elevers skriftlige produkter og deres matematiske kompetanse. Særlig synes det som om denne tendensen er gjeldende når de skriftlige produktene vurderes ut fra en relativt rigid tolkning av formelt anerkjente uttrykksformer i matematikk. Denne tendensen har blitt et omdreiningspunkt for mine refleksive betraktninger knyttet til hva som kan være hensiktsmessig for å undersøke matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk. Dette diskuterer jeg mer inngående i kapittel 4 – «Metodologiske betraktninger».

2.3 Læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk

Hensikten med dette delkapitlet er å gjøre rede for hvordan de inkluderte artiklene beskriver matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk, og slik bidra til bedre forståelse av følgende forskningsspørsmål: *Hva kjennetegner matematiske læringsmuligheter som tas opp av elever som presterer lavt i matematikk?*

Hensikten med kapitlet er ikke å dele artiklene inn i absolutte kategorier, men derimot å gi innblikk i noen av tendensene som framkom gjennom den tematiske analysen av artiklene. Disse tendensene presenterer jeg under overskriftene: deltakelse i matematiske meningsskapende prosesser (delkapittel 2.3.1), posisjonering som kompetent (delkapittel 2.3.2.) og fokus på forståelse (delkapittel 2.3.3). Avslutningsvis oppsummerer jeg i delkapittel 2.3.4 funnene knyttet til læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk før jeg presenterer noen implikasjoner for min doktorgradsstudie (delkapittel 2.5).

2.3.1 Deltakelse i matematiske meningsskapende prosesser

Deltakelse i matematiske meningsskapende prosesser som et sentralt aspekt ved elevers læringsmuligheter er fokus i den eldste artikkelen som er inkludert i min litteraturstudie. Denne artikkelen har tittelen «Facilitating student interactions in mathematics in a cooperative learning setting» (Leikin & Zaslavsky, 1997). Funnene som Leikin og Zaslavsky (1997) rapporterer, tyder på at muligheter for å delta i matematiske samtaler kan skape matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk. De sier:

> This finding indicates that the experimental cooperative learning method provides opportunity for students to engage in constructing explanations regarding underlying principles for solving mathematical problems. (Leikin & Zaslavsky, 1997, s. 352)

Leikin og Zaslavsky (1997) diskuterer altså hvorvidt deltakelse i matematiske meningsskapende prosesser sammen med medelever kan være hensiktsmessig for de matematiske læringsmulighetene til elever som presterer lavt i matematikk.

Tidsmessig og tematisk kan Leikin og Zaslavskys (1997) artikkel sies å være en av pionerene innenfor deltakelse som et sentralt aspekt ved disse elevenes læringsmuligheter.

Ben-Yehuda et al. (2005) rapporterer fra en studie der de undersøkte to elever (18 år) som presterte lavt i matematikk, sine muligheter for å delta i aritmetiske diskurser. Hensikten med studien var å bidra til en bedre forståelse av hva som kan hindre tilgangen til matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk. Ben-Yehuda et al. (2005, s. 219) peker på at standardiserte tester ofte ikke tar høyde for kompleksiteten i aritmetiske diskurser og individuelle ulikheter. Videre poengterer de at slike tester ofte fokuserer mer på elevene som individer enn på elevenes deltakelse. Funnene som presenteres fra studien, tyder på at en styrkebasert og prospektiv tilnærming er hensiktsmessig for å skape matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk. En slik tilnærming vil gi elevene mulighet til å delta i matematiske meningsskapende prosesser der diskursene bygges opp rundt elevens styrker. Ben-Yehuda et al. (2005, s. 219) sier at «to succeed, one need find a manner of participation that makes the best of special individual strengths and bypasses particular weaknesses». Avslutningsvis presiserer Ben-Yehuda et al. (2005) at lave prestasjoner i matematikk er et heterogent fenomen som gjerne skjules under homogene merkelapper. De sier videre at ved å fokusere på deltakelse framfor på deltakeres prestasjoner kan man møte denne heterogeniteten slik at det skapes matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk.

Fra en studie av ungdomsskoleelever rapporterer Watson og De Geest (2005) liknende funn. I en innovativ studie undersøkte de ti læreres undervisningspraksis over to år. Hensikten med studien var å bedre forstå hvordan lærere kan legge til rette for at elever som presterer lavt i matematikk, kan heve sine prestasjoner (s. 209). Ifølge Watson og De Geest (2005) er tid, selvstendighet og utfordringer sentrale aspekter ved disse elevenes deltakelse i matematiske meningsskapende prosesser. De sier at

> based on common principles, the most universal of these being the creation of space and time for learning through extended thinking time and extended tasks. Furthermore, the results show that giving even low-attaining, demoralized students more choice, freedom, challenge, responsibility and time enables them to gain recognizable, testable skills. (Watson & De Geest, 2005, s. 230)

Funnene som Watson og De Geest (2005) rapporterer fra sin studie, treffer i snittet av de tre kategoriene som presenteres i figur 2.1. Dette viser noe av kompleksiteten med å legge til rette for matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk. Deltakelse i matematiske meningsskapende prosesser framstår som overordnet for disse elevenes læringsmuligheter. For å nå dette målet er det avgjørende at elevene får den tiden de behøver for å arbeide tilstrekkelig med matematikkfaglige utfordringer (s. 213). Tid er en rammefaktor som bestemmes på overordnet nivå i utdanningssystemet. Den enkelte lærer kan gjøre justeringer innenfor rammene av tilgjengelig tid, men ikke overstyre nasjonale retningslinjer for tidsbruk. Lærere kan legge til rette for elevers selvstendighet og faglige utfordringer. Dette er aspekter som er innenfor rammene som den enkelte lærer selv styrer. Samtidig har forskning vist at lærere har en tendens til å ubevisst begrense aspekter som selvstendighet og faglige utfordringer for elever som presterer lavt (f.eks. Heyd-Metzuyanim, 2013).

Ben-David Kolikant og Broza (2011) fokuserer i sin studie på hvordan oppgavenes kontekst kan støtte opp under elevenes forståelse av brøk. I studien sin brukte Ben-David Kolikant og Broza (2011) korte filmer for å skape en kontekst rundt oppgavene som elevene skulle arbeide med. De begrunner bruken av film med at elever som presterer lavt i matematikk, kan ha utfordringer med å fange opp både kontekst og problem når de arbeider med matematikk. Videre sier de at filmene viste elever som diskuterer oppgaver som omhandler brøk. Gjennom filmene kan disse elevene fungere som rollemodeller for hvordan matematikksamtaler kan foregå (s. 29). En hensikt med filmene var å dra linjer mellom konkrete og symbolske framstillinger av brøk. Funnene som presenteres av Ben-David Kolikant og Broza (2011), tyder på at film kan være hensiktsmessig for å skape et felles utgangspunkt for matematiske samtaler, men det er avgjørende at læreren deltar og hjelper elevene med å dra linjer mellom det matematiske problemet og konteksten som presenteres i filmen. Dette tyder på at interaksjonen mellom lærer og elev har en nøkkelrolle både for hvordan elevene bruker filmene for å kontekstualisere matematikkoppgavene, og for elevenes tilgang til å delta i matematiske samtaler.

I en annen studie bygde Broza og Ben-David Kolikant (2015) videre på studien fra 2011 og undersøkte interaksjoner mellom lærer og elev for å bedre forstå hva som kan bidra til at matematiske læringssituasjoner oppleves som meningsfulle for elever som presterer lavt i matematikk. Også i denne studien er lærerens rolle som støttende stillas sentral, og de diskuterer hvordan læreren som støttende stillas kan bidra til at matematiske læringsmuligheter oppleves som meningsfulle for elever som presterer lavt i matematikk. Funnene som Broza og Ben-David Kolikant (2015) rapporterer, tyder på at disse elevenes deltakelse i matematiske meningsskapende prosesser skiller seg fra deltakelsen til elever som presterer høyere. Ifølge Broza og Ben-David Kolikant (2015) er det derfor utfordrende for lærere å forutse læringsprosessene hos elever som presterer lavt i matematikk. De foreslår at for å tilpasse opplæringen for disse elevene bør lærere «go beyond cognitive and subject matter aspects, and look into socio-emotional aspects of the teacher-student interaction that could affect learning and offer suitable scaffolds in response» (Broza & Ben-David Kolikant, 2015, s. 1104). Poenget her er at uavhengig av årsakene til lave prestasjoner i matematikk kan læringsmuligheter skapes gjennom det sosiokulturelle læringsmiljøet hvis lærere opptrer som støttende stillas ut fra elevenes læringsbehov og -styrker.

Kamii et al. (2005) rapporterer om hvordan elevers deltakelse i konstruktivistisk orienterte aktiviteter kan brukes for å fremme deres konstruksjon av kognitive skjema. Bakgrunnen for Kamii et al. (2005) sin studie er at aktiviteter som innebærer bruk av kroppslige handlinger, har potensial til å støtte elevers matematiske læring på tre nivå: 1) physical knowledge (objects), 2) social knowledge (conventional) og 3) logico-mathematical knowledge (mentally, inside the student) (Kamii et al., 2005, s. 41). Funnene fra Kamii et al. (2005) sin studie tyder på at deltakelse i undersøkende virksomhet som tar utgangspunkt i konkrete objekter, kan være hensiktsmessig for utviklingen av aritmetisk kompetanse hos elever som presterer lavt i matematikk.

Artiklene viser videre at lave prestasjoner i matematikk ikke alltid handler om mangel på motivasjon eller innsats. For eksempel viste eleven i Heyd-Metzuyanims (2013) studie både motivasjon og ønske om å lære. Eleven ble imidlertid hindret fra å ta del i matematiske læringsmuligheter gjennom forskeren/læreren sin måte å møte eleven gjennom kommunikasjon. Også flere andre artikler rapporterer funn som gir innsikt i hvordan elevers deltakelse i lærer–elev-interaksjonen kan regulere læringsmulighetene for elever som presterer lavt i matematikk (e.g. Straehler-Pohl et al., 2014; Tait-McCutcheon & Loveridge, 2016). Det vil være interessant å undersøke liknende strukturer i elever som presterer lavt i matematikk sin deltakelse i elev–elev-interaksjoner.

2.3.2 Posisjonering som kompetent

Flere av artiklene diskuterer relasjonelle aspekter ved elevers læringsmuligheter i matematikk, og det å bli posisjonert som en kompetent lærende presenteres som en forutsetning for elevers læringsmuligheter. I noen av studiene, for eksempel Heyd-Metzuyanim (2013) og Straehler-Pohl et al. (2014), argumenteres det implisitt for at det å posisjoneres som kompetent gir bedre læringsmuligheter enn å posisjoneres som ikke-kompetent. I disse studiene undersøkes det hvordan elever som presterer lavt i matematikk, hindres fra matematiske læringsmuligheter fordi de posisjoneres som ikke-kompetente. Disse aspektene har jeg berørt i delkapittel 2.2, jeg vil derfor ikke diskutere dem inngående her i delkapittel 2.3. Mitt fokus i dette delkapitlet er på eksplisitte utsagn som omhandler posisjonering av elever som presterer lavt i matematikk, som kompetente.

Empson (2003) rapporterer fra en studie der 1. trinns elever som presterer lavt i matematikk, fulgte et 5 ukers brøkprogram som hadde til hensikt å bidra til at elevene utviklet sin forståelse av brøk. Empson (2003) peker på lærerens posisjonering av elevene som kompetente deltakere som ett av tre sentrale aspekter ved elevenes matematiske forståelse. Empson (2003) sier at til tross for at læreren i studien hadde kjennskap til at studiens fokuselever viste mindre forståelse for brøk enn medelevene, ble ikke fokuselevene posisjonert som ikke-kompetente. Videre sier Empson (2003) at «they [fokuselevene] were instead animated as children who engaged in the practices of mathematics, and, consequently, as children who understood mathematics. This positioning positively affected their participation and learning» (s. 339). Empson (2003) peker på at hensiktsmessige læringsmuligheter handler mer om lærerens tilrettelegging enn om elevenes forkunnskaper og kognitive ferdigheter.

Betydningen av å posisjoneres som en kompetent lærende aktualiseres også i en studie gjennomført og rapportert av Houssart (2002). Studien er gjennomført i en britisk klasse med 9 og 10 år gamle elever som presterer lavt i matematikk. Studien har fokus på hvordan oppgaver kan regulere matematiske læringsmuligheter for disse elevene. Houssart rapporterer at oppgavenes format påvirker elevenes matematiske læringsmuligheter. Når oppgavene blir forenklet eller rutinepreget, mister elevene motivasjon, og de presterer lavere enn når oppgavene er mer krevende. Videre fant Houssart at når oppgavene ble forenklet, ble elevenes oppførsel mer utfordrende. Funnene som Houssart (2002) rapporterer, tyder på at oppgavene som elevene presenteres for, påvirker deres matematiske læringsmuligheter. Forenklede og rutinepregete oppgaver kan være en indikasjon på at læreren anser elevene som ikke-kompetente og derfor mener at elevene trenger enkle oppgaver. Krevende og komplekse oppgaver kan være en indikasjon på at læreren anser elevene som kompetente og mener at de trenger utfordrende oppgaver.

Liknende tendenser blir rapportert fra en studie der 6. og 7. trinns elever deltok på en 5 ukers sommerskole (Boaler & Sengupta-Irving, 2016). I løpet av denne sommerskolen jobbet elevene i heterogene grupper med problemer relatert til algebra. Boaler og Sengupta-Irving (2016) fant at både motivasjon, engasjement og prestasjoner økte i løpet av sommerkurset. Studiens resultater tyder på at oppgaver som utfordrer elevene matematisk og et læringsmiljø som åpner for samarbeid på tvers av prestasjonsnivå, er hensiktsmessig for læringsmulighetene i matematikk for elever som presterer lavt. Funnene fra Boaler og Sengupta-Irving (2016) og Houssart (2002) sine studier tyder på at lærerens posisjonering av elever som kompetente eller ikke-kompetente kan gjenspeiles i oppgavene som elevene blir presentert for på skolen.

Karsenty (2010) undersøkte om ufaglærte hjelpelærere kan være en hensiktsmessig ressurs for elever som presterer lavt i matematikk på videregående nivå i skolen. Funn fra studien tyder på at ufaglærte hjelpelærere kan ha en positiv effekt på disse elevenes prestasjoner i matematikk. Karsenty (2010) hevder at relasjonen mellom elev og hjelpelærer er sentral for elevenes forbedrede prestasjoner. Hjelpelærerne brukte egne erfaringer for å støtte og oppmuntre elevene, noe som sannsynligvis gjorde at elevene følte seg sett og forstått. Hjelpelærerne fortalte blant annet elevene at de selv hadde strevd med matematikk, men at de hadde klart eksamen likevel. Slik formidlet hjelpelærerne at «alle» kan lære matematikk og følgelig er kompetente lærende. Det å ha prestert lavt i matematikk over tid er ikke ensbetydende med å aldri klare eksamen. Karsenty (2010) poengterer at studiens hensikt ikke var å sammenlikne faglærte lærere med ufaglærte lærere. I tillegg hevder hun at elever med spesifikke matematikkvansker ikke hadde utbytte av ufaglærte lærere.

Scherer et al. (2016) peker på elevens muligheter til å vise matematisk styrke og kompetanse som avgjørende for læreres mulighet til å skape læringsmuligheter tilpasset den enkelte elev (s. 641). Artiklene som er diskutert i dette delkapitlet, deler en felles interesse for å utvikle en bedre forståelse av hvordan legge til rette for matematiske læringsmuligheter der elever som presterer lavt i matematikk posisjoneres som kompetente og kan bruke sine faglige styrker. De fleste av artiklene rapporterer om stort læringspotensial hos disse elevene. De hevder videre at det er manglende tilgang til matematiske læringsmuligheter, ikke manglende læringspotensial, som fører til lave prestasjoner. Watson (2002) fant i sin studie at «all [students] were able to participate in learning interactions which were not based on simplification, step-by-step approaches, learnt procedures, but with expected conjecture, exemplification, generalization, reflection on pattern and other aspects of advanced mathematical activity» (s. 473).

Resultatene som rapporteres i dette delkapitlet, tyder på at posisjonering av elevene som kompetente lærende kan være positivt for elevenes læringsmuligheter i matematikk. Disse resultatene er viktige for min studie både med tanke på valg av oppgaver og hvordan jeg opptrer i samtaler med elevene. Selv om det gjennom de inkluderte artiklene framstår som om det er bred enighet om disse resultatene, er det andre fagtradisjoner som presenterer andre resultater. Ett eksempel på dette er utsagn som: «Thus, low achievers seem to not do well at authentic problem solving and discussion of mathematical concepts without solid preparation in the underlying mathematical foundations» (S. Baker et al., s. 68). Jeg noterer meg at slike utsagn kan være av interesse for min studie, men jeg velger å avgrense meg til de resultatene som presenteres i artiklene som er inkludert i min litteraturstudie.

2.3.3 Fokus på forståelse

Forståelse versus automatisering og repetisjon diskuteres i flere av artiklene. Ifølge Ben-David Kolikant og Broza (2011) er det en gjennomgående trend at lærere anser fokus på automatisering og repetisjon som mer hensiktsmessig for elever som presterer lavt i matematikk, enn fokus på matematisk forståelse. De sier at mange lærere mener at «drill and kill» er den mest effektive måten å heve prestasjonene hos disse elevene (s. 24). Denne trenden kommer også Baxter et al. (2001) inn på. De hevder at en del forskere innenfor det spesialpedagogiske feltet mener at enkle regler er den beste tilnærmingen for å undervise elever som presterer lavt i matematikk: «These researchers see one simple set of rules as the best approach to teaching these students» (s. 530). I flere av de inkluderte artiklene argumenteres det for at elever som presterer lavt i matematikk, har et særlig behov for å ha fokus på forståelse og fleksible strategier når de jobber med matematikkfaget.

Watson (2002) fokuserer i sin artikkel i hovedsak på matematisk tenkning fra en styrkebasert tilnærming. Ifølge Watson handler en styrkebasert tilnærming ikke om å fylle faglige hull. Derimot handler en slik tilnærming om å legge til rette for at eleven utvikler sin matematiske forståelse med utgangspunkt i faglige styrker. Videre argumenterer Watson for at dersom en styrkebasert tilnærming skal fungere, er det avgjørende at læreren identifiserer elevenes matematikkfaglige forståelse. Watson (2002) argumenterer for at en slik identifisering best kan gjøres med utgangspunkt i klasseromsinteraksjoner. Standardiserte tester er i liten grad egnet til dette formålet, da de ofte informerer mer om hva elever som presterer lavt i matematikk, ikke kan, enn om hva de kan eller forstår (s. 461). Watson peker videre på at forenklinger av oppgaver kan føre til at elevene løser oppgavene instrumentelt uten å involvere matematisk tenkning eller forståelse. For å få innsikt i elevenes matematiske forståelse har Watson i sin studie hatt fokus på klasseromsinteraksjoner. Avslutningsvis konkluderer Watson (2002) med at en styrkebasert tilnærming kan skape rom for at elever som presterer lavt i matematikk, kan delta i matematiske resonnement som omhandler kompleks matematisk tenkning.

Ridlon (2009) rapporterer fra en studie som undersøker elever som presterer lavt i matematikk, sitt arbeid innenfor rammene av problembasert læring. Ifølge Ridlon gis ofte elever som presterer lavt i matematikk, oppgaver der det forventes at de reproduserer prosedyrer presentert av læreren. En slik tilnærming medfører, ifølge Ridlon, ofte at elevene opplever arbeidet i matematikk som løsrevet fra deres matematiske forståelse. Elevene følger prosedyrer, men konstruerer ingen matematisk forståelse (s. 192). Ridlon peker på at lærere har en tendens til å favorisere forenklede steg-for-steg-oppgaver og ferdighetstrening når de planlegger matematiske læringssituasjoner for elever som presterer lavt i matematikk. Denne tilnærmingen er, ifølge Ridlon, ikke hensiktsmessig med tanke på å utvikle et rikt begrepsapparat i matematikk. Ridlon (2009) sier at for elever som presterer lavt i matematikk, er det særlig viktig å «understand a concept *before* being asked to practice it» (s. 193, kursiv i originalen). Poenget til Ridlon er at forståelse må komme før reproduksjon av algoritmer og regler.

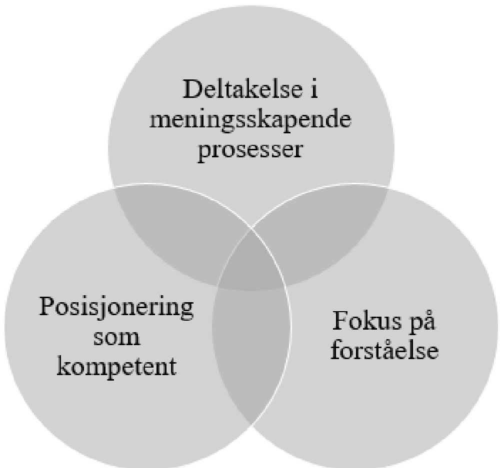
Houssart (2002) rapporterer fra sin studie av 9 og 10 år gamle elever i en klasse med elever som presterer lavt, om hvordan elevenes prestasjoner økte når de fikk jobbe med komplekse oppgaver i matematikk, mens prestasjonene sank når oppgavene ble forenklet. Tilsvarende funn blir rapportert om muntlige versus skriftlige oppgaver. Når elevene fikk diskutere oppgavene, viste de større grad av forståelse enn når oppgavene ble presentert skriftlig (s. 195). Disse funnene kan sies å være i krysningspunktet mellom «posisjonering som kompetent» og «fokus på forståelse». Ved å gi elevene komplekse oppgaver gis det implisitt signaler om høye forventninger. Slik sett kan disse funnene sies å være relatert til «posisjonering som kompetent». Videre viser funnene som Houssart rapporterer, at når elevene jobber med oppgavene der de kan ta utgangspunkt i forståelse, presterer de høyere enn når oppgavene blir rutinepreget. Ifølge Houssart (2002) er fokus på forståelse og muligheter til å diskutere oppgaver muntlig positivt for elevene som presterte lavt på formelle tester. Når forståelse og muntlige diskusjoner er fokus, kan disse elevene vise en utforskende tilnærming til de matematiske problemene, og de kan uttrykke et mangfold av strategier (s. 199).

Ben-David Kolikant og Broza (2011) konkluderer i sin studie med at fokus på matematisk forståelse er avgjørende for å skape adekvate læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk: «It is our belief that the type of intervention these students need more than any other is intervention aimed at improving their understanding of mathematical procedures, concepts, and terminology» (s. 24).

2.4 Oppsummering av forklaringer og læringsmuligheter

I dette delkapitlet vil jeg starte med å oppsummere litteraturstudiens funn knyttet til matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt, før jeg diskuterer disse funnene opp mot funnene knyttet til forklaringer på årsaker til lave prestasjoner i matematikk.

Jeg har presentert funnene knyttet til læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk under følgende deloverskrifter: 1) deltakelse i matematiske meningsskapende prosesser, 2) posisjonering som kompetent og 3) fokus på forståelse (se figur 2.1).



Figur 2.1 Kategorier av hva som kjennetegner matematiske læringsmuligheter som tas opp av elever som presterer lavt i matematikk.

Hensikten med denne figuren har ikke vært å dele artiklene inn i absolutte kategorier. Kategoriene overlapper hverandre, og hensikten min har vært å gi innblikk i ulike tendenser som har framkommet gjennom den tematiske analysen av artiklene. Deltakelse i meningsskapende prosesser kan handle om mulighet til å posisjoneres som kompetent og mulighet til å jobbe med matematisk forståelse. Når en elev posisjoneres som kompetent og fokuserer på forståelse, kan denne eleven komme i posisjon til å delta i meningsskapende prosesser. På samme måte kan en elevs forståelse av et matematisk problem, føre til at eleven posisjoneres som kompetent. Alle disse tre kategoriene kan derfor ses i sammenheng med hverandre, og delvis vil de også påvirke hverandre og bli påvirket av hverandre.

Når det gjelder funnene knyttet til forklaringer på årsaker til lave prestasjoner i matematikk, har jeg tolket disse som sosialt orientert, individorientert og symbolorientert. Den sosialt orienterte forklaringen overlapper med kategoriene presentert i figur 2.1. *Deltakelse i meningsskapende prosesser* handler, innenfor rammene av heterogene smågrupper, om sosiale relasjoner og elevers muligheter for samhandling med de øvrige elevene i sin gruppe. *Posisjonering som kompetent* kan handle om hvordan medelevene posisjonerer hverandre innad i en slik gruppe, men også om hvordan den enkelte elev posisjonerer seg selv i forhold til gruppas øvrige deltakere. For begge tilfellene vil posisjoneringen inneholde sosiale aspekter. Når det gjelder *fokus på forståelse* kan dette dreie seg om én elevs forståelse i forhold til de andre elevenes forståelse. Dette vil i så fall inneholde sosiale aspekter. Fokus på forståelse kan imidlertid også være relatert til én elev sin opplevde forståelse av en gitt oppgave. Dette vil kunne sies å inneholde individuelle aspekter. Likevel vil disse aspektene kunne sies å være historisk og kulturelt forankret. Derfor vil også et fokus på forståelse fra et individuelt perspektiv inneholde sosiale aspekter. Dette argumentet kan også benyttes som begrunnelse for at *deltakelse i meningsskapende prosesser* og *posisjonering som kompetent* inneholder både individuelle og sosiale aspekter.

Når det gjelder den symbolorienterte forklaringen på årsaker til lave prestasjoner i matematikk, framstår denne som fremmed i forhold til sosialt orienterte og individorienterte forklaringer. I oversiktsartiklene til van Garderen et al. (2009) og Scherer et al. (2016) berøres sosialt orienterte og individorienterte forklaringer, men ikke symbolorienterte forklaringer på lave prestasjoner i matematikk. Forklaringen var imidlertid framtredende i flere av artiklene jeg inkluderte i litteraturstudien, og har derfor en plass som resultat i studien. De tre kategoriene som presenteres i figur 2.1, kan sies å ha noen sammenfallende tendenser med de symbolorienterte forklaringene. Mulighetene for å *delta i meningsskapende prosesser* kan, for mange oppgaver innenfor matematikken, reguleres av lese- og skrivekompetanse knyttet til symboler. Videre vil disse kompetansene også kunne regulere hvorvidt en elev oppfattes som kompetent eller ikke. Derfor vil også elever kunne *posisjoneres som kompetent* ut fra symbolorientert kompetanse. Dette argumentet gjelder også for muligheten til å arbeide med matematikk med utgangspunkt i forståelse. Mange oppgaver i matematikk krever en viss symbolsk kompetanse for å forstå oppgaven. Derfor vil elevers muligheter for å *fokusere på forståelse* kunne reguleres av deres symbolske lese- og skrivekompetanse.

2.5 Implikasjoner for min doktorgradsstudie

En av utfordringene med å undersøke læringsmuligheter hos elever som presterer lavt i matematikk, er at disse elevenes matematiske bidrag ikke alltid er synlig i klasseromsdiskursen eller gjennom standardiserte tester (e.g. Karsenty et al., 2007). Dette er ikke overraskende, da det ofte er elevenes lave prestasjoner på standardiserte tester som er utgangspunktet for å «definere» dem som elever som presterer lavt i matematikk (Watson, 2002). En fellesnevner for artiklene som er diskutert i dette kapitlet, er at de etterspør et større fokus på deltakelse og forståelse. Dette har bidratt til at jeg ønsker å ha fokus på elevenes deltakelse i matematiske meningsskapende prosesser framfor på elevenes prestasjoner målt med standardiserte tester. Jeg ønsker altså ikke å måle individuelle prestasjoner. Jeg ønsker derimot å undersøke relasjonelle forhold ved matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk. Derfor har jeg valgt å observere studiens fokuselever i sosial kontekst, og jeg har valgt bort intervju som metode.

Lynch og Star (2014) påpeker viktigheten av at elever som presterer lavt i matematikk, blir presentert for oppgaver som åpner for fleksibel strategibruk og matematiske samtaler. Dette samsvarer med funn rapportert av Boaler (2014). Disse funnene vil ha betydning for hvilke oppgaver som anses som hensiktsmessige for å undersøke matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk. Oppgavene bør åpne for både ulike løsningsmetoder og matematiske samtaler. Viktigheten av at elever som presterer lavt i matematikk, får muligheten til å delta i matematiske samtaler er et sentralt aspekt ved funnene som Houssart (2002) rapporterer. Jeg ønsker derfor å bruke oppgaver der elevene kan bidra med ulike strategier og derfor med matematisk kunnskap ut fra egne forutsetninger.

Både Boaler og Sengupta-Irving (2016) og Leikin og Zaslavsky (1997) peker på viktigheten av læringsmiljøer preget av mangfold og heterogenitet for å skape styrkebaserte læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk. Dette støttes av Ben-Yehuda et al. (2005) og Straehler-Pohl et al. (2014) som rapporterer hvordan homogene grupperinger av elever som presterer lavt i matematikk, kan begrense matematiske læringsmuligheter for disse elevene. Disse funnene tyder på at heterogene grupper kan være hensiktsmessige for elever som presterer lavt i matematikk sine læringsmuligheter. Disse implikasjonene, sett i sammenheng med prinsippene om inkludering og tilpasset opplæring i norsk skole, har bidratt til at jeg ønsker å undersøke elever som presterer lavt i matematikk sin deltakelse i heterogene smågrupper.

Artiklene som jeg har diskutert i kapittel 2 har bidratt til at jeg ønsker å definere mitt arbeid inn mot *deltakelse i matematiske meningsskapende prosesser*. Samtidig vil mitt fokus på relasjonelle aspekter ved læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk, kunne gi noe innsikt i *posisjonering som kompetent* fordi posisjonering skjer i relasjon mellom mennesker. I kapittel 3 vil jeg videre gjøre rede for hvordan mitt arbeid også vil kunne gi innsikt i *fokus på forståelse*. Oppsummert ønsker jeg i min studie å undersøke fokuselevenes læringsmuligheter fra som et sosialt orientert og relasjonelt fenomen med utgangspunkt i de tre aspektene ved matematiske læringsmuligheter som jeg har presentert i figur 2.1.

3 Teoretiske perspektiver

I dette kapitlet belyser jeg de teoretiske perspektivene som danner referanserammen for denne studien. Som nevnt i kapittel 1 er studiens overordnede problemstilling: *Hva kjennetegner matematiske læringsmuligheter i heterogene smågrupper for elever som presterer lavt i matematikk?* Hensikten med kapitlet er å 1) gjøre rede for mine valg knyttet til teoretiske perspektiv, 2) forklare hvordan jeg bruker terminlogi fra disse perspektivene til å belyse matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk og 3) diskutere kompatibiliteten til de valgte teoretiske perspektivene.

Jeg starter dette kapitlet med å gjøre rede for de sosiokulturelle perspektivene til læring som danner bakteppet for min forståelse av læringsmuligheter (delkapittel 3.1). Deretter gjør jeg rede for hvordan *teorien om objektivisering* (TO) (Radford, 2015b) kan brukes for å få innsikt i matematiske læringsprosesser hos elever som presterer lavt i matematikk (delkapittel 3.2). I delkapittel 3.3 forklarer jeg hvordan jeg forstår *prosessmodellen* (PM) som et verktøy for å få innsikt i elever som presterer lavt i matematikk, sine muligheter til å delta i matematiske læringsprosesser i heterogene smågrupper. I delkapittel 3.4 drøfter jeg kompatibiliteten mellom TO og PM. Avslutningsvis presenterer jeg, i delkapittel 3.5, forskningsspørsmålene som operasjonaliserer problemstillingen som har vært førende for doktorgradsstudien.

3.1 Avhandlingens sosiokulturelle referanseramme

Sosiokulturelle tilnærminger til læring og utvikling bygger i stor grad på Lev S. Vygotskys arbeider (f.eks. 1978, 1986). Hans ikke-dualistiske tilnærming til tenkning og læring tar utgangspunkt i at høyere mentale prosesser, altså evnen til å tenke abstrakt og generalisere, er forankret i sosiokulturelle aktiviteter (Wertsch, 1991, s. 19). Denne forankringen i sosiokulturelle aktiviteter medfører at mentale prosesser ses i sammenheng med kulturelle, historiske og situasjonsbestemte aktiviteter. Wertsch (1991) sier at «the basic goal of a sociocultural approach to mind is to create an account of human mental processes and their cultural, historical, and institutional settings» (s. 6). Forholdet mellom høyere mentale prosesser og individets kulturhistoriske omgivelser forstås som gjensidig og dynamisk, noe Vygotsky (1978) poengterer i boka *Mind in society*:

> The dialectical approach, while admitting the influence of nature on man, asserts that man, in turn, affects nature and creates through his changes in nature new

> natural conditions for his existence. This position is the keystone of our approach to the study and interpretation of man's higher psychological functions and serves as the basis for the new methods of experimentation and analysis that we advocate. (s. 60–61)

Store deler av Vygotsky sitt arbeid dreier seg om utvikling av høyere mentale prosesser. I min avhandling er søkelyset på læringsmuligheter. For å kunne bruke og bygge videre på Vygotsky sitt arbeid ser jeg det derfor som nødvendig å definere hvilken forståelse av forholdet mellom læring og utvikling av høyere mentale prosesser som ligger til grunn for min avhandling. Dette er et forhold som også Vygotsky diskuterer i sine tekster. I delkapittel 3.1.1 presenterer jeg ideer fra hans arbeid som har vært sentrale for hvordan jeg forstår læring i denne avhandlingen.

3.1.1 Forholdet mellom læring og utvikling

I kapitlet «Interaction between learning and development», diskuterer Vygotsky (1978) tre ulike teoretiske tilnærminger til forholdet mellom læring og utvikling før han redegjør for egen forståelse av forholdet. De tre teoretiske tilnærmingene Vygotsky diskuterer er: 1) utvikling er uavhengig av læring, 2) læring *er* utvikling og 3) læring og utvikling er ulike, men gjensidige prosesser (1978, s. 79–81). Det er særlig dette tredje perspektivet som Vygotsky framhever når han redegjør for egen forståelse av forholdet mellom læring og utvikling.

Slik jeg tolker Vygotskys redegjørelse for forholdet mellom læring og utvikling, handler hans tekster i stor grad om å posisjonere seg i forhold til andre teoretikere. Videre er det verd å merke seg at Vygotskys fokus i hovedsak dreier seg om forholdet mellom læring og utvikling, og i mindre grad om å definere læring og utvikling som kategoriske og veldefinerte fenomen. Lindén (1992) peker på denne mangelen på presishet og sier at det er viktig å se på «barnet som en del av de sosiale omgivelser» (s 32). Slik flytter hun fokuset fra teoretisk rigiditet til kjernen i den sosiokulturelle tilnærmingen til læring. Nemlig at sosial samhandling har en nøkkelrolle i læring og utvikling.

De glidende overgangene og mangelen på presise definisjoner kan ses i sammenheng med at både læring og utvikling er komplekse fenomen som ikke kan defineres gjennom rigide og entydige definisjoner. Säljö (2016) sier at ingen definisjon kan beskrive alle aspekter ved læring. Det som imidlertid kommer tydelig fram av Vygotskys (1978) tekst, er at han ser på både læring og utvikling som kulturelle prosesser. Videre presiserer han at læring potensielt kan føre til utvikling av høyere mentale prosesser. Læring kommer altså før utvikling, og utvikling avhenger av læring. Samtidig poengterer han at læring og utvikling ikke følger hverandre absolutt, slik en skygge følger objektet som skaper skyggen (Vygotsky, 1978, s. 91).

Basert på de tre teoretiske tilnærmingene som Vygotsky først diskuterer og deretter forkaster, presenterer han *den proksimale utviklingssonen (ZPD)* som et alternativ for å bedre forstå forholdet mellom læring og utvikling.

3.1.2 Den proksimale utviklingssonen

Vygotsky (1978) forklarer at to elever som presterer likt på standardiserte tester, kan ha svært ulikt utviklingspotensial og følgelig ulikt læringspotensial (s. 86). Disse ulikhetene kommer ikke fram dersom skolen kun setter søkelys på hva elevene kan gjøre individuelt. Ulikhetene kommer til syne i sosial samhandling. Vygotsky (1978) presenterer den proksimale utviklingssonen (ZPD) som en hensiktsmessig modell for å bedre forstå elevers utviklings- og læringspotensial. Han beskriver ZPD slik:

> It is the distance between the actual developmental level as determined by independent problem solving and the level of potential development as determined through problem solving under adult guidance or in collaboration with more capable peers. (s. 86)

Hovedbudskapet i dette sitatet, slik jeg tolker det, er at elevens utviklingspotensial ligger mellom det eleven kan gjøre individuelt, og grensen for det eleven kan gjøre i samhandling med andre. Det eleven kan gjøre individuelt (aktuell utviklingssone) gir et retrospektivt innblikk i elevens mentale utvikling, mens grensen for det eleven kan gjøre i samhandling med andre (potensiell utviklingssone), gir et prospektivt innblikk i elevens mentale utvikling. Følgelig er det mellom aktuell utviklingssone og potensiell utviklingssone at elevens læringspotensial og læringsmuligheter ligger. For arbeidet mitt med denne avhandlingen har dette prospektive fokuset vært sentralt fordi det gir mulighet til å forstå læring og læringspotensial som noe mer enn det som skjer her og nå. Læring er dynamisk, og læringspotensial strekker seg utover elevens aktuelle prestasjoner.

Fordi teksten om ZPD i boka *Mind in Society* er skrevet med utgangspunkt i tanker Vygotsky har presentert tidlig på 1900-tallet, kan et betimelig spørsmål være: *Er dette fortsatt relevant for dagens forskning og undervisning?* Svaret på dette spørsmålet mener jeg å finne i noen av artiklene diskutert i kapittel 2. Blant annet peker Watson (2002) på at elever som presterer lavt i matematikk, ofte vurderes med utgangspunkt i hva de ikke klarer på standardiserte matematiske tester. Watson tar dermed opp tråden fra Vygotskys tekster og etterspør mer forskning fra en prospektiv og styrkebasert tilnærming, altså en tilnærming som legger mer vekt på elevenes styrker og læringspotensial enn på deres tidligere prestasjoner.

Videre rapporterer flere av artiklene som jeg presenterer i kapittel 2, funn som viser at elever som presterer lavt i matematikk, har matematisk kunnskap og læringspotensial som ikke kommer til uttrykk gjennom standardiserte tester (f.eks. Boaler & Sengupta-Irving, 2016; Houssart, 2002; Karsenty et al., 2007). En av styrkene ved ZPD som teoretisk modell er nettopp at den dreier fokuset mot hva som er elevens potensial, mer enn mot hva som er elevens resultater på individuelle tester. Dette er et fokus som har blitt etterspurt av blant annet Watson (2002). Jeg anser ZPD som en teoretisk modell som åpner opp for å bedre forstå elevers læringspotensial fra et forskningsperspektiv som har til hensikt å støtte opp under at prestasjoner i matematikk forstås som dynamiske og noe som kan utvikles, og ikke som statiske og endelige. Læringspotensial betyr at det er to mulige hovedscenario. Det ene er at læring skjer, og det andre er at læring ikke skjer. Jeg forstår dette som at det er viktig å undersøke potensielle læringsmuligheter og hvordan elever hindres fra å ta i bruk slike læringsmuligheter.

3.1.3 Medierende handlinger

Med utgangspunkt i arbeidene til Hegel og Marx hevder Vygotsky (1978, s. 54) at mennesker ikke har direkte tilgang til kunnskap som eksisterer i deres sosiale omgivelser. Derimot tilegner mennesker seg kunnskap gjennom medierende (indirekte) virksomhet. Selv om Vygotsky ikke uttrykker en entydig definisjon av mediering, finnes begrepet gjennomgående i hans arbeid. Wertsch et al. (1995), som henviser til både skriftlige arbeider av og muntlig kommunikasjon med Vygotsky, peker på mediering som et sentralt aspekt innenfor sosiokulturell forskning og sier:

> The notions of ‘mediational means’ and ‘mediated action’ have emerged today as essential building blocks in the formulation of sociocultural research. An underlying assumption of such research is that humans have access to the world only indirectly, or mediately, rather than directly, or immediately. This applies both with regard to how humans obtain information about the world and how

> they act on it – two processes that are usually viewed as being fundamentally intertwined. (s. 21)

Mennesker forstår verden gjennom medierende handlinger og redskaper, og mediering skjer i samhandling mellom mennesker og kulturen. Medierende handlinger er formidlere av kunnskap, kunnskapen blir tilgjengelig for mennesket gjennom handlingene. På samme tid er handlingene med på å skape kunnskap. Denne dialektiske forståelsen av kunnskap er et grunnprinsipp innenfor en sosiokulturell forståelse av kunnskap.

Medierende handlinger og redskaper kan være fysiske, men de kan også være språk. Språk forstås her innenfor fleksible rammer. Språk kan være ord, men også gester eller tegn. Språket er videre mer enn det observerbare, språket inneholder og er preget av intensjoner og kulturhistoriske aspekter. Videre peker Wertsch et al. (1995) på at menneskers tilegnelse av kunnskap om verden og menneskers handlinger ikke kan ses uavhengig av hverandre. Menneskers tilegnelse av kunnskap tolker jeg som læring. Læring og handlinger påvirker hverandre gjensidig og er gjensidig avhengige av hverandre. Handlinger medierer læring, og læring påvirker og utvikler handlingene (Säljö, 2016, s. 111).

Mediering er et sentralt begrep i min avhandling fordi det operasjonaliserer læring, som i utgangspunktet ikke er observerbar. Denne operasjonaliseringen medfører at elevenes læringsprosesser kan observeres via deres medierende handlinger. Dette betyr ikke at alle aspekter ved læring kan observeres. Selv om medierende handlinger er et sentralt aspekt ved læring i et sosiokulturelt perspektiv, kan deler av læringen foregå som ikke-observerbare mentale prosesser. I min avhandling dreies imidlertid fokuset mot de observerbare delene av elevers læringsprosesser.

3.2 Teorien om objektivisering

I denne studien bruker jeg teorien om objektivisering (TO) for å undersøke matematiske læringsprosesser for elever som presterer lavt i matematikk. TO er forankret i en sosiokulturell forståelse av læring, og i dette delkapitlet gjør jeg rede for hvordan jeg forstår TO som et verktøy for å undersøke matematiske læringsprosesser for elever som presterer lavt i matematikk.

TO er utviklet av Radford og kollegaer, som gjennom de siste to tiårene har observert og analysert elevers multimodale interaksjoner under arbeid med matematikkoppgaver. Med utgangspunkt i disse observasjonene og analysene har Radford og kollegaer teoretisert matematikklæring i klasseromsepisoder (Radford, 2003, 2015b; Roth & Radford, 2011). Et grunnprinsipp ved TO er at læring ses på som sosiokulturell virksomhet i en historisk kontekst:

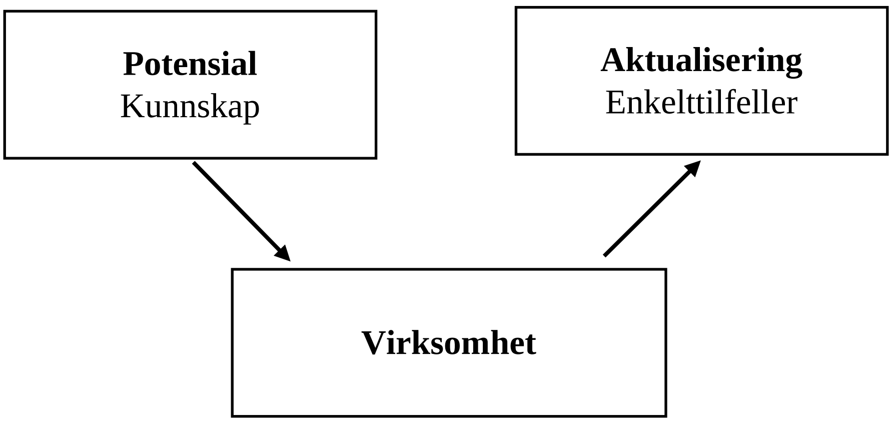
> The theory of knowledge objectification suggests a view of teaching and learning anchored in the idea that learning is a social activity (*praxis cogitans*) deeply rooted in historically constituted cultural forms of thinking and being. (Radford, 2008, s. 229, kursiv i originalet)

Det er særlig to aspekter ved dette synet på læring som har hatt betydning for min studie: 1) læring som sosial virksomhet og 2) sosial virksomhet som historisk og kulturelt forankret. Disse aspektene har vært avgjørende for hvordan jeg i denne studien operasjonaliserer matematiske læringsprosesser for elever som presterer lavt i matematikk. Videre har de vært avgjørende for hvordan jeg konseptualiserer lave prestasjoner i matematikk, nemlig som et historisk og sosiokulturelt fenomen.

3.2.1 Epistemologiske og ontologiske betraktninger

Teorien om objektivisering (TO) er epistemologisk forankret innenfor rammene av dialektisk materialisme. Innenfor disse rammene er kunnskap noe som ikke kan representeres. Kunnskap er *muligheter* for virksomhet. Kunnskap er derfor alltid i bevegelse. Radford (2015b) bruker musikk som en metafor på dette og forklarer at et instrument har potensial til å skape musikk, men musikken kan kun skapes gjennom bevegelse. På samme måte som musikken eksisterer som potensiell i instrumentet, eksisterer matematikk som potensiell kunnskap i kulturhistoriske kontekster.

Radford (2015b, s. 137) forklarer videre at dette synet på kunnskap er ontologisk forankret i kategoriene potensiell kunnskap (potentiality) og aktualisert kunnskap (actuality) (se figur 3.1).



Figur 3.1 Læring skjer ved at kunnskap aktualiseres gjennom medierende virksomhet (Radford, 2015b, s. 137, min oversettelse).

På den ene siden forstås matematiske begreper som historiske og kulturbetingede fenomen som eksisterer som potensiell kunnskap. På den andre siden aktualiseres det generelle i matematiske begreper gjennom enkelttilfeller og handlinger. Radford (2015b) presiserer at enkelttilfellene og handlingene er både konkrete og abstrakte: «In the singular, mathematical knowledge appears as both concrete and abstract. It cannot be concrete only; nor can it be abstract only. It is both simultaneously» (s. 136).

Et sentralt poeng i dette kunnskapssynet er at kunnskap blir tilgjengelig for eleven(e) gjennom medierende virksomhet. Medierende virksomhet kan beskrives gjennom en utvidelse av Radfords musikkmetafor. En melodi blir tilgjengelig ved at den spilles (formidles) med ett eller flere instrument. Melodien eksisterer på samme måte som kunnskap. Den er ikke direkte tilgjengelig for mennesker, men den kan aktualiseres gjennom medierende virksomhet. I den medierende virksomheten er instrumentene medierende redskap som kan brukes for å formidle melodien. Denne metaforen illustrerer fundamentet i en dialektisk materialistisk forståelse av kunnskap. Samtidig som melodien blir tilgjengelig gjennom instrumentene som medierende redskaper, er instrumentene med på å forme melodien. Aktualiseringen av melodien vil avhenge av type instrument, instrumentets klang og ikke minst teknikken og kompetansen hos den som spiller. Oppsummert kan medierende virksomhet beskrives metaforisk som en treenighet mellom musiker, instrument og melodi.

En konsekvens av en dialektisk materialistisk forståelse av kunnskap er at læring kan observeres gjennom «our participation in the activity that makes this way of thinking present in the singular» (Radford, 2015b, s. 139). Når tilgjengelig kunnskap aktualiseres, skapes det muligheter for elever til å delta i matematiske læringsprosesser. Derfor kan forskerens oppmerksomhet mot aktualisering av kunnskap bidra til en bedre forståelse av matematiske læringsprosesser. Jeg forstår elevenes deltakelse i medierende virksomhet som avgjørende for å undersøke læringsprosesser i matematikk. Det er gjennom koordinering av verbale ytringer, kroppsspråk og bruk av materiell at matematisk kunnskap blir aktualisert. Aktualiseringen er derfor ikke kun uttrykket av et enkelttilfelle (f.eks. det skriftlige produktet eller ytringen), det er på samme tid både uttrykket, de medierende handlingene og den matematiske kunnskapen.

3.2.2 Matematiske læringsprosesser – matematisk oppmerksomhet

Når elever jobber sammen om matematikkoppgaver, er ikke all kommunikasjon nødvendigvis del av deres matematiske læringsprosesser. Radford (2013) teoretiserer læring i matematikk som objektiviseringsprosesser. Han forklarer objektiviseringsprosesser som sosiale prosesser der elevene «progressively becoming critically aware of an encoded form of thinking and doing – something we gradually take note of and at the same time endow with meaning» (s. 26). Det handler altså om prosesser der elevene gradvis blir oppmerksom på sosiokulturelle former for handling og tenkning. Det er utfordringer for forskeren knyttet til å observere oppmerksomhet. Elever kan ha blikket rettet mot *noe* uten at de gir dette *noe* oppmerksomhet. De kan også være oppmerksomme uten at dette kan observeres av andre, for eksempel ved at de gir dette *noe* mental oppmerksomhet ved å tenke på og analysere dette *noe* uten bruk av verbale eller kroppslige handlinger. Jeg har i denne studien kun mulighet til å analysere oppmerksomhet som kan observeres i elevenes medierende handlinger.

Radford (2009) peker på at kroppslige handlinger sett isolert fra helheten ikke nødvendigvis bidrar med innsikt i elevers matematiske læringsprosesser. Det er når verbalt språk, kroppsspråk og bruk av materiell undersøkes fra et holistisk ståsted, at handlingene gir mulighet til å undersøke læringsprosesser. Dette samsvarer med Lewis (1998) som poengterer at:

> It would not be possible to understand a phenomenon merely by understanding the various parts in detail and then aggregating these discrete parcels of knowledge. The ways in which the parts interrelate with each other, and with other phenomena, are important aspects of our understanding of the phenomenon. (s. 99)

Radford et al. (2003) har teoretisert momenter der verbalt språk, kroppsspråk og bruk av materiell er koordinert og sammen bidrar til objektivisering som *semiotiske noder*. De definerer semiotiske noder som «pieces of students' semiotic activity where action, gesture, and word work together to achieve knowledge objectification» (s. 56). En styrke ved semiotiske noder er at de kan brukes for å identifisere momenter der multimodale handlinger setter kunnskap i bevegelse. Derfor kan semiotiske noder brukes av forskere for å identifisere momenter av oppmerksomhet, altså momenter som det kan være hensiktsmessig å analysere for å undersøke elevers læringsprosesser i matematikk. Semiotiske noder kan bestå av en enkeltelevs matematiske bidrag eller av flere elevers felles bidrag. I denne avhandlingen har jeg brukt semiotiske noder for å identifisere episoder i heterogene smågrupper der elevenes multimodale handlinger aktualiserer matematisk kunnskap.

3.2.3 Deltakelse i sosial virksomhet – en multimodal tilnærming

Deltakelse i sosial virksomhet handler om samhandling. Det handler om å uttrykke egne tanker og ideer og om å lytte til andre og respondere på andres ideer. Det handler om å gi rom for andres ideer og om å ta rom for å uttrykke egne ideer. Medierende handlinger er sentrale i denne deltakelsen.

Radford (2009) sier at «thinking does not occur solely *in* the head but also *in* and *through* a sophisticated semiotic coordination of speech, body, gestures, symbols and tools» (s. 111). Radford (2009) presiserer at tenkning selvsagt kan være en rent mental prosess som ikke involverer verbalspråk, kroppsspråk og bruk av materiell (multimodale handlinger). En elev kan for eksempel resonnere matematisk eller undersøke sammenhenger mellom tall mens han eller hun sitter for seg selv og tenker. Funnene som Radford (2009) rapporterer, tyder imidlertid på at for mange elever er verbale og kroppslige handlinger genuine deler av deres læringsprosesser, de er medierende handlinger (s. 122). Disse funnene betyr at elevers handlinger vil kunne gi innsikt i deres matematiske læringsprosesser.

Johansson et al. (2014) sier at kroppslige handlinger har fått økt oppmerksomhet i forskning innenfor det matematikkdidaktiske fagfeltet. De peker videre på at innenfor denne forskningen defineres i liten grad kroppslige handlinger eksplisitt, og de etterspør tydeligere definisjoner av kroppslige handlinger. Videre presenterer de tre perspektiver på forholdet mellom verbalspråk og kroppsspråk: 1) verbal- og kroppsspråk er sammenflettet, 2) verbal- og kroppsspråk har ulike funksjoner og 3) verbal- og kroppsspråk er semiotiske redskaper for objektivisering (Johansson et al., 2014, s. 896).

Jeg har tatt utgangspunkt i dette tredje perspektivet. Det vil si at jeg ser på elevenes verbale og kroppslige handlinger som noe mer enn reproduksjon av elevenes tanker. Jeg anser videre kroppslige handlinger som noe mer enn et tilskudd for å gjøre verbalspråket tydeligere. Jeg ser på elevenes verbale og kroppslige handlinger som sosiokulturelle redskap som medierer den dialektiske prosessen av aktualisering av matematisk kunnskap og deltakelse i matematiske læringsprosesser. Dette betyr at elevenes handlinger og matematiske kunnskap formes og utvikles gjensidig og er i konstant bevegelse.

3.2.4 Oppsummering av teorien om objektivisering i min studie

I delkapittel 3.2 har jeg gjort rede for hvordan teorien om objektivisering (TO) har påvirket min konseptualisering og operasjonalisering av læringsprosesser i matematikk. Med utgangspunkt i TO har jeg definert elevers deltakelse i sosial virksomhet som en nøkkel som gir forskeren tilgang til å undersøke læringsprosesser i matematikk. Fordi all deltakelse i sosial virksomhet ikke nødvendigvis er knyttet til matematiske læringsprosesser, bruker jeg i denne studien semiotiske noder for å identifisere episoder i heterogene smågrupper der matematisk kunnskap aktualiseres.

Videre ser jeg på elevenes verbale og kroppslige handlinger som sosiokulturelle redskap som medierer aktualisering av matematisk kunnskap og deltakelse i matematiske læringsprosesser. Min studie handler altså om aktualisering av matematisk kunnskap og tilgangen til denne aktualiseringen. Det er derfor sentralt å undersøke 1) hva som kjennetegner fokuselevenes aktualisering av matematisk kunnskap, og 2) hvordan tilgangen til å delta reguleres innad i heterogene smågrupper. For å undersøke denne reguleringen av deltakelse har jeg valgt å benytte meg av prosessmodellen (PM) utviklet av Dekker og Elshout-Mohr (1998) som et konseptuelt rammeverk.

3.3 Prosessmodellen

I avhandlingen har jeg valgt å undersøke matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt ved å se på 1) hva som kjennetegner deres matematiske bidrag, og 2) hvordan deres muligheter til å delta i matematikksamtaler reguleres i heterogene smågrupper. Dette første punktet møtes i stor grad av teorien om objektivisering (TO), som er utviklet med utgangspunkt i episoder der oppmerksomheten er rettet mot elevers matematiske samtaler. Det andre punktet krever et rammeverk som kan gi innsikt i læringsmuligheter for de elevene som er stille. På hvilken måte deltar disse elevene i de matematiske læringsprosessene i heterogene smågrupper? Hva gjør elevene som ikke aktualiserer matematiske ideer, og hvordan er samspillet mellom disse elevene og medelevene? TO mangler verktøy for å undersøke det andre punktet og disse spørsmålene. Hensikten med å bruke prosessmodellen (PM) i min studie er å åpne opp for å undersøke nettopp dette. Nemlig hvordan elevers muligheter til å delta i matematiske læringsprosesser reguleres innad i heterogene smågrupper.

Min forståelse av disse reguleringene kan ses i sammenheng med hvordan jeg forstår den proksimale utviklingssonen (ZPD). Som jeg har gjort rede for i delkapittel 3.1.2, bruker jeg hovedsakelig ZPD i denne studien som teoretisk ramme for å undersøke matematikklæring innenfor en styrkebasert tilnærming. Det vil si at mitt fokus er mer på elevenes matematiske læringspotensial i samhandling med andre enn på elevenes prestasjoner på individuelle tester. Andre har brukt ZPD som argument for at asymmetriske relasjoner er avgjørende for å skape prospektive læringsmuligheter for elever (Lantolf & Thorne, 2006). Innenfor dette synet anses en mer kompetent «andre» som helt avgjørende for å skape læringsmuligheter innenfor elevens proksimale utviklingssone. Roth og Radford (2011) uttrykker at de er kritiske til denne asymmetrien. De sier at «the zone of proximal development is an interactional achievement that allows all participants to become teachers and learners» (s. 101). Slik jeg forstår dette utsagnet, åpner de for at den proksimale utviklingssonen kan forstås som dynamisk og bevegelig. Dette betyr at i en smågruppe vil elevene kunne veksle på hvem som er «den kompetente andre». Denne vekslingen ligger i spenningsfeltet mellom elevenes faglige kunnskap og deres tilgang til å delta i gruppas kollektive matematiske læringsprosesser.

I denne studien tar jeg utgangspunkt i at denne vekslingen og elevenes tilgang til å delta i læringsprosesser (sam)skapes mellom elevene i sosial virksomhet. Roth og Radford (2011) refererer til elevers tilgang til å delta som *space.* De peker videre på at denne tilgangen skapes med og av elevene: «This space – which, following Vygotsky, is denoted by the term *zone of proximal development* – does not just exists like a box into which the participants step. It is something that the participants have to produce» (s. 71). Roth og Radford (2011) peker her på at matematiske læringsmuligheter (sam)skapes i elevenes interaksjon. En slik forståelse av læringsmuligheter bygger på et dynamisk syn der alle har matematisk læringspotensial. Litteraturen jeg presenterte i kapittel 2, viser imidlertid et mer komplekst bilde av elevers tilgang til matematiske læringsmuligheter. Det er ikke slik at en kompetent annen alltid bidrar til å skape læringsmuligheter (e.g. Straehler-Pohl et al., 2014). Det er heller ikke slik at elever alltid er likeverdige når det kommer til å regulere tilgangen til matematiske læringsmuligheter (e.g. Gresalfi, 2009).

For å forstå elevers læringsmuligheter i heterogene smågrupper er det derfor ikke tilstrekkelig å bare undersøke deres aktualisering av matematisk kunnskap. Det er også nødvendig å undersøke hvordan elevenes tilgang til matematiske læringsprosesser skapes og hindres som et relasjonelt fenomen mellom elevene.

3.3.1 Aktualisering av kunnskap – nøkkelhandlinger

Dekker og Elshout-Mohr (1998) presenterer prosessmodellen (PM) som er et konseptuelt rammeverk som kan brukes for å undersøke læringsprosesser i matematikk. Rammeverket bygger på arbeidet til én av forfatterne, Dekker. Hun har undersøkt elevers matematikklæring gjennom å studere gruppeprosesser i heterogene smågrupper under arbeid med matematiske problemer (s. 304). Med utgangspunkt i denne forskningen har Dekker og Elshout-Mohr (1998) funnet fire nøkkelhandlinger som de hevder er sentrale i elevers kollektive matematikklæring:

- å *vise* sitt arbeid
- å *forklare* sitt arbeid
- å *begrunne* sitt arbeid
- å *rekonstruere* sitt arbeid

Ifølge Dekker og Elshout-Mohr (1998) finnes slike handlinger i matematiske læringsprosesser i heterogene smågrupper. Dekker og Elshout-Mohr (1998) forklarer at elever som jobber individuelt, kan uttrykke nøkkelhandlingene mentalt, altså uten at de kan observeres. Når elever arbeider sammen og kommuniserer med hverandre, uttrykker de imidlertid nøkkelhandlinger som er observerbare (s. 305).

Nøkkelhandlingen *å vise* kjennetegnes av at elever viser hva de har gjort eller hva de har fått som svar. *Å forklare,* derimot, kjennetegnes av at elevene uttrykker seg om sitt arbeid eller svar. Til forskjell fra *å vise* involverer altså *å forklare* at elevene har tanker rundt eget arbeid eller svar. Nøkkelhandlingen *å begrunne* handler om å begrunne sitt arbeid eller svar, mens *å rekonstruere* kjennetegnes av at elevene endrer sin forklaring eller sitt svar.

I det originale arbeidet til Dekker og Elshout-Mohr (1998) operasjonaliseres nøkkelhandlingene som verbale ytringer. Oppmerksomheten mot kun verbalspråk bør ses i lys av når prosessmodellen ble utviklet (omkring 1998). På denne tiden var tilgangen til digitale verktøy, som for eksempel videokamera, begrenset sammenliknet med dagens tilgang til slike verktøy. Det var derfor lettere å få tilgang til elevenes verbale ytringer enn til deres multimodale handlinger. I denne avhandlingen har jeg valgt å operasjonalisere nøkkelhandlingene som multimodale handlinger. Dette valget kan ses i lys av både tilgang til digitale verktøy og hvordan jeg har valgt å teoretisere kunnskap. Ifølge Radford (2015b) aktualiserer elever matematisk kunnskap gjennom ytringer bestående av komplekse sammensetninger av verbalspråk, kroppsspråk og bruk av materiell. Mitt valg av teorien om objektivisering (TO) som teoretisk rammeverk fører derfor til at jeg teoretiserer nøkkelhandlingene som multimodale handlinger.

3.3.2 Tilgang til læringsprosesser – regulering av deltakelse

Når elever jobber sammen i grupper, kan de kommunisere med hverandre og sammen aktualisere matematisk kunnskap som kunne vært utenfor rekkevidde dersom de jobbet individuelt. Det er imidlertid ikke slik at elever alltid deler felles mål og forventninger selv om de jobber sammen om oppgaver. Dette betyr at elevene i en klasse eller gruppe ikke nødvendigvis opplever like læringsmuligheter. Det betyr også at de ikke nødvendigvis bruker læringsmulighetene likt (Esmonde & Langer-Osuna, 2013; Gresalfi, 2009).

Ifølge Dekker og Elshout-Mohr (1998) kan prosessmodellen (PM) brukes som teoretisk rammeverk for å undersøke hvordan læringsmuligheter reguleres. De refererer til handlinger som etterfølges av nøkkelhandlinger som *regulerende handlinger*. De forklarer videre at når en elev stiller spørsmål om en medelevs arbeid, kan medeleven oppleve sitt arbeid som verdifullt og viktig (Pijls et al., 2007, s. 327). Denne opplevelsen kan motivere medeleven til å uttrykke nøkkelhandlinger.

Dekker og Elshout-Mohr (1998) forklarer at en elev kan åpne for nøkkelhandlingen *å vise* ved å stille hva-spørsmål. Eksempel på slike spørsmål kan være: «Hva har du fått? Hva gjør du?» (s. 306, min oversettelse). Hva-spørsmål anses altså som romåpnere for elevers muligheter til å uttrykke nøkkelhandlingen *å vise*.

Hvordan- og hvorfor-spørsmål kan, ifølge Dekker og Elshout-Mohr (1998), skape rom for nøkkelhandlingen *å forklare*. Eksempler på slike spørsmål kan være: «Hvordan fikk du det? Hvordan har du tenkt?» Nøkkelhandlingen *å forklare* kan også være en respons på at noen sier at de ikke forstår. Et eksempel på dette kan være at en elev uttrykker nøkkelhandlingen *å vise* og sier: «Jeg fikk 37 som svar.» Til dette svarer en av medelevene: «Jeg forstår ikke hvorfor du fikk 37.» Dette svaret kan forstås som en regulerende handling som potensielt kan føre til at eleven som startet med å uttrykke nøkkelhandlingen *å vise*, følger opp med å forklare hvordan han eller hun fikk svaret 37.

Den tredje nøkkelhandlingen, *å begrunne*, kan være vanskelig å skille fra nøkkelhandlingen *å forklare.* Dekker og Elshout-Mohr (1998) sier at den regulerende handlingen i forkant av en gitt nøkkelhandling er avgjørende for å skille mellom disse to nøkkelhandlingene. Dersom en nøkkelhandling er en respons på den regulerende handlingen *kritikk,* tolkes nøkkelhandlingen som *å begrunne.* De eksemplifiserer den regulerende handlingen *kritikk* med ytringen «Jeg tror ditt svar er feil» (s. 306). Kritikk anses altså som en romåpner for nøkkelhandlingen *å begrunne.*

Nøkkelhandlingen *å rekonstruere* vil, ifølge Dekker og Elshout-Mohr (1998), komme naturlig i de tilfeller der nøkkelhandlingen *å begrunne* ikke anerkjennes av medelevene (s. 306). Når en elev rekonstruerer sitt arbeid eller svar, blir disse endret. Et eksempel på dette kan være dersom eleven som tidligere viste at han eller hun hadde fått 37 som svar, nå sier: «Jeg glemte å legge til de siste tre tallene og ser nå at svaret blir 49.»

3.3.3 Oppsummering av prosessmodellen

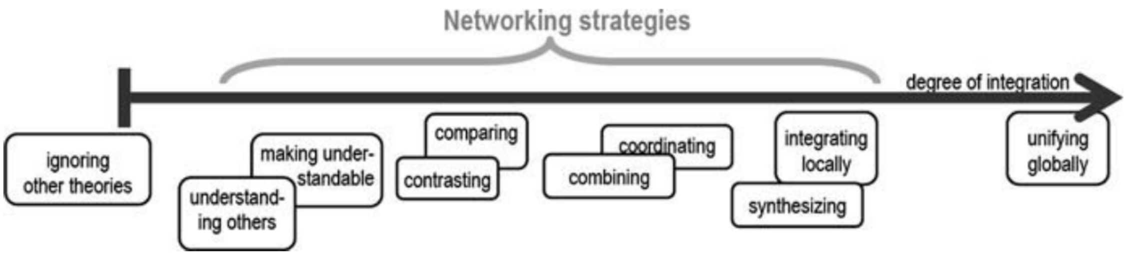
For å oppsummere: Dekker og Elshout-Mohr (1998) har utviklet prosessmodellen med utgangspunkt i elevers handlinger og har delt disse inn i to hovedkategorier. Handlinger som uttrykker matematiske ideer, er definert som nøkkelhandlinger. Handlinger som etterspør eller av andre grunner etterfølges av nøkkelhandlinger, definerer Dekker og Elshout-Mohr som regulerende handlinger. De fire nøkkelhandlingene er *å vise, å forklare, å begrunne og å rekonstruere.* De regulerende handlingene er hva-, hvorfor- og hvordan-spørsmål og ytringer som inspirerer elever til å uttrykke nøkkelhandlinger.

Dekker og Elshout-Mohr (1998) omtaler både nøkkelhandlinger og regulerende handlinger som positive bidrag til elevers muligheter og tilgang til å delta i matematiske læringsprosesser. Jeg anser både nøkkelhandlinger og regulerende handlinger som fruktbare utgangspunkt for å undersøke matematiske læringsprosesser og -muligheter for elever som presterer lavt i matematikk. Gjennom prosessmodellen har jeg et analytisk verktøy som kan gi innsikt i 1) hvordan elever som presterer lavt i matematikk, inviteres til å delta i matematiske læringsprosesser, og 2) hvilke nøkkelhandlinger disse elevene bidrar med.

Fordi fokuselevene i studien er elever som presterer lavt i matematikk, vil det være tenkelig at disse elevene ikke alltid møter gunstige muligheter for å delta i matematiske læringsprosesser. Jeg synes derfor det vil være interessant å undersøke regulerende handlinger i en videre kontekst enn den som presenteres av Dekker og Elshout-Mohr (1998). Nemlig med utgangspunkt i både hvordan regulerende handlinger kan skape rom for deltakelse, og hvordan regulerende handlinger kan stenge rom for deltakelse.

3.4 Kompatibilitet – teorien om objektivisering og prosessmodellen

I dette delkapitlet gjør jeg rede for betraktninger som omhandler kompatibiliteten mellom denne studien, teorien om objektivisering (TO) og prosessmodellen (PM). Kompatibilitet handler om å være kompatible, altså om å passe sammen med noe (Dvergsdal, 2019). Teoriene som brukes, må anses som kompatible med studiens problemstilling og datamateriale, og de må anses kompatible med hverandre. Med utgangspunkt i Bikner-Ahsbahs og Prediger (2010) sitt arbeid (se figur 3.2) retter jeg her oppmerksomheten mot hvorvidt TO og PM lar seg kombinere, både empirisk og teoretisk.



Figur 3.2 Landskapet av strategier for å kombinere teorier (Bikner-Ahsbahs & Prediger, 2010, s. 492).

Bikner-Ahsbahs og Prediger (2010) argumenterer for at teorier kan kombineres i ulik grad, på ulike måter og for ulike årsaker. Disse tre aspektene har, sammen med spørsmålet om hvorvidt teoriene lar seg kombinere, vært sentrale for teksten jeg presenterer i dette kapitlet. Hensikten med å konstruere et rammeverk bestående av både TO og PM har vært å åpne for muligheten til å undersøke matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk, fra et bredere perspektiv enn det hver av teoriene alene ville kunne åpne for. Denne hensikten er inspirert av blant annet Bikner-Ahsbahs og Prediger (2010) som sier:

> Given that all theoretical approaches have their limitations as a lens for understanding empirical phenomena, the idea of triangulation (see section 'Developing Theories by Networking') suggests looking at the same phenomenon from different theoretical perspectives as a method for deepening insights into the phenomenon. (s. 495)

I dette sitatet ligger det en forventning om at det å studere et fenomen fra ulike teoretiske perspektiver vil kunne gi en dypere innsikt i fenomenet enn det hvert enkelt perspektiv alene kan bidra med. Det er nettopp en slik forventning som ligger bak mitt valg om å kombinere de teoretiske perspektivene TO og PM.

Matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk, er et komplekst fenomen som ingen teori kan beskrive fullt ut, heller ikke de to teoretiske perspektivene jeg har valgt. Med utgangspunkt i Bikner-Ahsbahs og Prediger (2010) sitt arbeid mener jeg imidlertid at disse perspektivene, forutsatt at de er kompatible, sammen kan bidra til en dypere forståelse av denne kompleksiteten enn det hver av dem kan bidra til individuelt.

3.4.1 Empirisk kompatibilitet

Ifølge Tabach et al. (2020) er empiriske betraktninger viktige for å vurdere kompatibiliteten mellom teoretiske perspektiv. Dersom teoriene ikke passer sammen med hensyn til empiri, vil de ikke kunne brukes til å analysere samme datamateriale. Jeg vil nå komme med betraktninger knyttet til empirien i min studie og til TO og PM som analytiske redskaper.

Elevers aktualisering av matematisk kunnskap når de jobber i smågrupper, er framtredende i store deler av Radford (f.eks. 2015a) sitt arbeid. Figur 3.3 viser et transkripsjonsutdrag fra en observasjon av samhandlingen mellom tre elever. Dette utdraget har Radford (2015a) analysert ved å bruke teorien om objektivisering (TO) som teoretisk rammeverk.

Karl	How about doing 500 plus 500?
Erica	No. Do something simpler
Karl	(*Talking almost at the same time*) 500 plus 500 equals 1000
Erica	plus 1, 1001
Karl	plus 1, equals 1001
Cindy	(*Talking about Term 50*) 50 plus 50, plus 1 equals 101

Figur 3.3 Transkripsjonsutdrag som har blitt analysert innenfor rammene av teorien om objektivisering (Radford, 2015a, s. 215).

I Radfords (2015a) analyse er oppmerksomheten rettet mot eleven Karl og hans aktualisering av matematisk kunnskap. Dette illustrerer en av styrkene ved TO, nemlig at dette rammeverket kan brukes for å undersøke elevers matematiske læringsprosesser gjennom deres deltakelse i smågrupper. Men hva om Cindy hadde vært studiens fokuselev, hvordan kan vi bedre forstå hennes matematiske læringsmuligheter? Hvilken rolle har Cindy i transkripsjonsutdraget i figur 3.3? Det er nettopp her styrken til PM kommer til sin rett. Dette eksemplifiseres i figur 3.4. Her har Pijls et al. (2007) analysert samtalen mellom to elever innenfor rammene av PM.

1	P:	I assumed that every time that, every time that the ball moves toward the middle, that the probability that it, er, one upward and then this way and that way, so here the probability is 1, 2, 3, 4 and 5, and then I've added those chances, that's 25, and then this is three 25ths, so twelve 100ths
2	S:	Yes.
3	P:	Is 12 percent.
4	S:	Yes.
5	P:	I think, but I'm not sure, so it would be, yes, 20% and that 4%. Well, shall we (. . .)
6	P:	You may come up with another theory, but anyway I think it's better than 1/9.
7	S:	Okay.

Figur 3.4 Transkripsjonsutdrag som har blitt analysert innenfor rammene av prosessmodellen (Pijls et al., 2007, s. 320).

Til forskjell fra Radfords (2015a) analyse av transkripsjonsutdraget i figur 3.3, har Pijls et al. (2007) hatt oppmerksomheten rettet mot både eleven P(eter) og eleven S(usan) i analysen av transkripsjonsutdraget i figur 3.4. Dette betyr ikke at TO alltid kun undersøker én elevs aktualisering. Det framstår imidlertid som en trend at TO brukes for å undersøke den eller de som er aktive bidragsytere. PM, derimot, retter i tillegg oppmerksomheten mot regulerende handlinger i både for- og etterkant av nøkkelhandlingene som aktualiserer matematisk kunnskap.

Disse to transkripsjonsutdragene er tilsynelatende svært like i form. De inneholder verbale ytringer fra elev–elev-interaksjoner. Transkripsjonen som Radford har brukt, er laget med utgangspunkt i observasjon av kommunikasjon mellom tre elever. Transkripsjonen Pijls og kollegaer har brukt, er laget med utgangspunkt i observasjon av kommunikasjonen mellom to elever. I både Radford og Pijls sine arbeid har rammeverkene blitt brukt til å analysere ulike transkripsjonsutdrag fra smågrupper med varierende antall elever. Begge rammeverkene framstår derfor som fleksible med tanke på antall elever i en smågruppe. Jeg anser denne fleksibiliteten som hensiktsmessig fordi størrelsen på smågruppene kan variere som en konsekvens av fravær eller andre praktiske årsaker.

Det som skiller den empiriske tilnærmingen i eksemplene gitt i figurene 3.3 og 3.4, er at Radford (2015a) i tillegg til transkripsjonsutdrag også bruker bilder fra videoene i datamaterialet og elevenes skriftlige produkter. Figur 3.5 viser eksempler på hvordan Radford (2015a) bruker piler til å forklare elevens kroppsspråk og setter disse i sammenheng med elevens skriftlige produkt.

Figur 3.5 Bilder med piler som forklarer elevens håndbevegelser og elevens skriftlige produkt (Radford, 2015a, s. 220).

Bildene i figur 3.5 viser noe av styrken ved TO, nemlig at rammeverket inneholder verktøy som kan fange opp elevers matematiske kunnskap utover det som kan fanges opp gjennom elevenes verbale ytringer. Dersom en elev sier: «Hvis du ta den og den, og legger til den», vil den verbale ytringen ikke gi noen forståelse av hvilken matematisk kunnskap eleven aktualiserer eller retter oppmerksomheten mot. Derimot vil elevens multimodale handlinger kunne gjøre det mulig for forskeren å identifisere episoden som en semiotisk node, altså et tilfelle der eleven gjennom multimodale handlinger retter oppmerksomheten mot matematisk kunnskap.

Der Radford (2015a) styrker sin analyse gjennom observasjoner av multimodale handlinger, har Dekker og Elshout-Mohr (1998) styrket sin analyse gjennom å rette oppmerksomheten mot regulerende handlinger (se figur 3.6).

A is working		B is working
A asks B to show his work	*What are you doing?* *What have you got?*	*B asks A to show her work*
A becomes aware of her own work		B becomes aware of his own work
A shows her own work	**I am doing this...** **I have got this...**	**B shows his own work**
A becomes aware of B’s work		B becomes aware of A’s work
A asks B to explain his work	*Why are you doing that?* *How did you get that?*	*B asks A to explain her work*

Figur 3.6 Prosessmodellen til Dekker og Elshout-Mohr (1998, s. 307).

I modellen i figur 3.6 viser Dekker og Elshout-Mohr (1998) hvordan de har valgt å teoretisere sammenhengen mellom regulerende handlinger og nøkkelhandlinger. Modellen består av tre kolonner: 1) kolonnen til venstre beskriver elev A sine handlinger, 2) midterste kolonne definerer nøkkelhandlingene og de regulerende handlingene, og 3) kolonnen til høyre beskriver elev B sine handlinger.

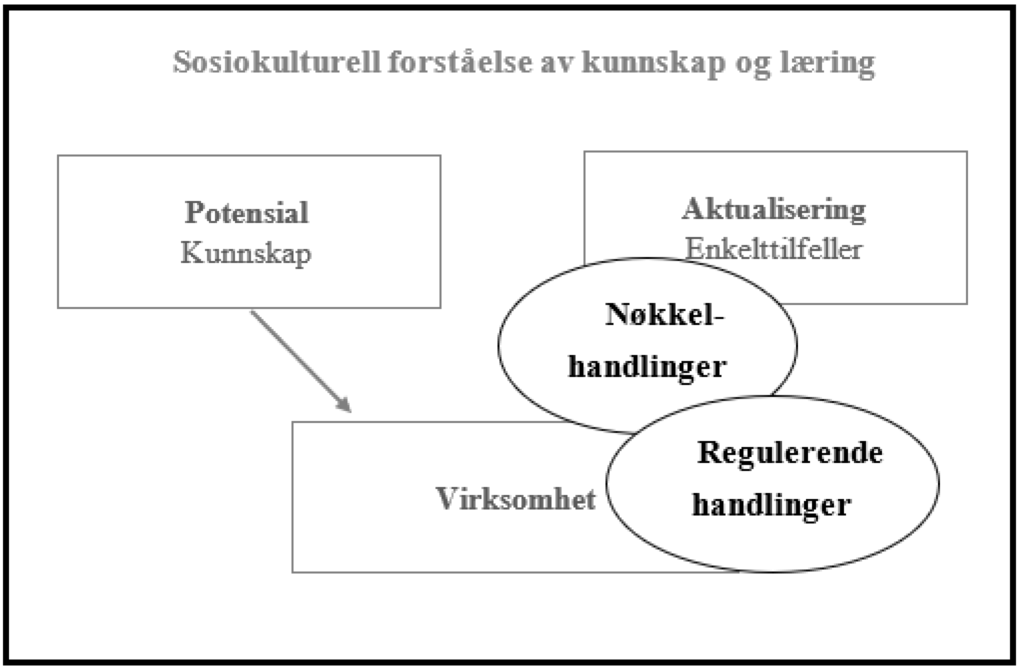
Oppmerksomheten i studien min er rettet mot samhandlingen mellom elever når de jobber med matematikk i heterogene smågrupper. Empirien vil derfor bestå av observasjoner som er filmet med videokamera og deretter transkribert. Både TO og PM har blitt utviklet ut fra analyse av empiri uttrykt ved skriftlige transkripsjoner. Begge de teoretiske rammeverkene framstår derfor som kompatible når det kommer til analyse av empiri. De framstår videre som kompatible med empirien i min studie.

3.4.2 Graden av integrering

Når det kommer til teoretiske betraktninger i originallitteraturen som presenterer TO og PM (e.g. Dekker & Elshout-Mohr, 1998; Radford, 2015b), er de teoretiske betraktningene i større grad uttrykt eksplisitt for TO enn for PM. Radford (2015b) diskuterer inngående ontologiske og epistemologiske perspektiver over et tidsspenn fra Hegel og fram til i dag. Dekker og Elshout-Mohr (1998), derimot, sier at «learning in small groups is perceived as promoting the independence of the students and stimulating all kinds of metacognitive activities» (s. 304), og bygger videre på dette. Dekker og Elshout-Mohr (1998) har dermed ikke vært like eksplisitte som Radford (2015b) i sin redegjørelse for den teoretiske forankringen til rammeverket. Denne ulikheten har hatt betydning for graden av integrering jeg har valgt i prosessen med å kombinere TO og PM. Med utgangspunkt i Bikner-Ahsbahs og Prediger (2010) sitt landskap av strategier for å kombinere teorier (presentert i figur 3.2) definerer jeg kombinasjonen av TO og PM som lokalt integrert.

Bikner-Ahsbahs og Prediger (2010) forklarer at lokal integrering av teorier vil kunne være hensiktsmessig når deler av en teori integreres inn i en tyngre og mer dominant teori, altså når det er en asymmetri i forholdet mellom teoriene. De advarer videre mot å plukke deler fra teorier som er inkompatible, og sette disse sammen til en ny teori. I dette delkapitlet vil jeg gjøre rede for hvordan jeg har integrert PM som en del av TO, og begrunne hvorfor jeg anser teoriene som teoretisk kompatible.

Som gjort rede for i delkapittel 3.1 og 3.2 har jeg forankret den teoretiske grunnmuren for min studie i elementer fra sosiokulturelle forståelser av kunnskap og operasjonalisert disse ved elementer fra TO. Dette betyr at en sosiokulturell forståelse av kunnskap ligger som fundament i alle delene av TO som brukes i studien min. Vygotskys betraktninger knyttet til læring er forankret i at mennesket kun har indirekte tilgang til kunnskap. Mennesket har tilgang til kunnskapen gjennom medierende virksomhet. I TO finner vi dette igjen gjennom en forståelse av multimodale handlinger som medierende handlinger, altså handlinger som skaper og formidler kunnskap. Jeg har valgt å se PM i forlengelsen av dette. Dette betyr at jeg definerer både nøkkelhandlinger og de regulerende handlingene som deler av medierende virksomhet (se figur 3.7).



Figur 3.7 Nøkkelhandlinger og regulerende handlinger lokalt integrert som medierende sosiale handlinger.

Den lokale integreringen av PM i TO har for meg hatt to konsekvenser som jeg har festet meg ved. Den første konsekvensen er av praktisk og pragmatisk art og angår hvilke handlinger som kan defineres som henholdsvis nøkkelhandlinger og regulerende handlinger. Mens Dekker og Elshout-Mohr (1998) kun har eksemplifisert slike handlinger gjennom verbale ytringer, har jeg definert dem gjennom multimodale handlinger. Den andre konsekvensen er av mer teoretisk og dyptgripende art og angår hvordan nøkkelhandlinger og regulerende handlinger defineres. Jeg forstår ikke slike handlinger som kun verbale ytringer som indikerer at elever har tilegnet seg matematisk kunnskap. Nøkkelhandlinger og regulerende handlinger er en del av både medierende virksomhet og aktualisering av kunnskap. På samme måte som en melodi, instrumentet og musikeren sammen kan aktualisere melodien, mener jeg eleven og elevens handlinger i multimodal virksomhet sammen kan aktualisere matematisk kunnskap. Nøkkelhandlinger og regulerende handlinger forstår jeg ikke bare som multimodale uttrykksformer for matematisk kunnskap, de *er* elevenes matematiske læringsprosess. De er deler av medierende virksomhet og de er deler av aktualisering av matematisk kunnskap; på samme tid som de uttrykker matematisk kunnskap, skaper de matematisk kunnskap.

Denne konseptualiseringen av nøkkelhandlinger og regulerende handlinger betyr at når jeg analyserer datamaterialet med utgangspunkt i slike handlinger, er analysen forankret i avhandlingens sosiokulturelle referanseramme og teorien om objektivisering. Dette kan illustreres med en kjent metafor, isfjellet. Nøkkelhandlinger og regulerende handlinger er den synlige toppen av isfjellet, mens bunnen av isfjellet, som er under vann, består av studiens sosiokulturelle forankring og teorien om objektivisering.

3.4.3 Oppsummering – kompatibilitet

Oppsummert kan begge rammeverkene brukes for å analysere elev–elev-interaksjon. De er utprøvde og utviklet gjennom analyse av kommunikasjonen i smågrupper og bør derfor være egnet for å undersøke sosial virksomhet i grupper på 2–4 elever. Når det gjelder hvordan rammeverkene definerer handlingene som analyseres, skiller de imidlertid lag. Mens TO teoretiserer handlingene som multimodale enheter, blir de i PM teoretisert som verbale enheter. Dette skillet kan til en viss grad forklares med at verbale ytringer har vært mer tilgjengelig enn multimodale handlinger da PM ble utviklet i 1998. Slik sett kan man anta at dersom PM skulle blitt (videre)utviklet i dag, ville Dekker og Elshout-Mohr (1998, s. 307) muligens ha fremmet et større fokus på multimodale aspekter ved kommunikative handlinger.

For TO sin del handler imidlertid oppmerksomheten på de multimodale aspektene ved elevers handlinger om noe mer grunnleggende enn tilgang til digitale verktøy som gir mulighet til et retrospektivt innblikk i elevenes multimodale handlinger. Multimodale handlinger forstås som genuine deler av elevenes matematikklæring. Én konsekvens av at jeg har valgt å integrere PM lokalt i TO, er at både nøkkelhandlinger og regulerende handlinger forstås som multimodale handlinger. En annen konsekvens er at nøkkelhandlinger og regulerende handlinger forstås som medierende handlinger forankret i en sosiokulturell forståelse av kunnskap og læring.

3.5 Problemstilling og forskningsspørsmål

Studien har til hensikt å bidra til en bedre forståelse av matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk. I dette kapitlet har jeg plassert matematiske læringsmuligheter innenfor et relasjonelt perspektiv som er forankret i en sosiokulturell referanseramme. Det er i lys av denne rammen at jeg har definert studiens problemstilling som: *Hva kjennetegner matematiske læringsmuligheter i heterogene smågrupper for elever som presterer lavt i matematikk?*

Matematiske læringsmuligheter definerer jeg i denne studien som 1) elevenes aktualisering av matematisk kunnskap og 2) tilgang og mulighet til å aktualisere matematisk kunnskap. Med utgangspunkt i dette har jeg operasjonalisert problemstillingen gjennom følgende forskningsspørsmål:

1. *Hva kjennetegner elevene som presterer lavt i matematikk, sin aktualisering av matematisk kunnskap i heterogene smågrupper?*
2. *Hvordan reguleres mulighetene til å aktualisere matematisk kunnskap for elever som presterer lavt i matematikk, når de jobber i heterogene smågrupper?*

Disse forskningsspørsmålene har blitt til i lys av de teoretiske rammene som er satt for avhandlingen. For spørsmål 1 betyr dette at kjennetegn knyttes opp mot en multimodal forståelse av de nøkkelhandlingene elevene uttrykker. For spørsmål 2 betyr dette at elevenes tilgang til å delta i matematiske læringsprosesser anses som avgjørende for deres matematiske læringsmuligheter. Derfor vil datamaterialet analyseres med utgangspunkt i den multimodale reguleringen som kan observeres i de heterogene smågruppene. Dette gjelder både med hensyn til hvordan det skapes rom for deltakelse, og hvordan rom for deltakelse stenges.

4 Metodologi

I dette kapitlet begrunner og beskriver jeg metodene jeg bruker for å undersøke matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk. Hensikten med dette er å gi leseren et bakteppe for å forstå hva studien min faktisk undersøker, og hvilke premisser som ligger bak mine metodologiske valg.

Kapitlet har følgende struktur: I delkapittel 4.1 gjør jeg rede for valg av forskningsparadigme, målet er å skape et grunnlag for å forstå *hvorfor* og *hvordan* jeg har valgt metoder for studien min. I delkapittel 4.2 presenterer jeg studiens design og diskuterer kasusstudien, og mer spesifikt multikasusstudien, som utgangspunkt for en bedre forståelse av matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk. Jeg runder av delkapittel 4.2 med refleksive betraktninger knyttet til kvaliteter ved studien. I delkapittel 4.3 beskriver jeg hvilke matematikkoppgaver jeg har brukt i studien, og i delkapittel 4.4 forklarer jeg datainnsamling og forskningsmetode. I delkapittel 4.5 beskriver jeg dataanalyse og kodingsprosess. Avslutningsvis presenterer og diskuterer jeg metodologiske valg i lys av etiske betraktninger (delkapittel 4.6).

4.1 Forskningsparadigme

Jeg ønsker i denne studien å undersøke problemstillingen: *Hva kjennetegner matematiske læringsmuligheter i heterogene smågrupper for elever som presterer lavt i matematikk?* Denne problemstillingen har jeg operasjonalisert gjennom følgende forskningsspørsmål: 1) *Hva kjennetegner elevene som presterer lavt i matematikk, sin aktualisering av matematisk kunnskap i heterogene smågrupper?* og 2) *Hvordan reguleres mulighetene til å aktualisere matematisk kunnskap for elever som presterer lavt i matematikk, når de jobber i heterogene smågrupper?*

Det første forskningsspørsmålet har jeg formulert som et hva-spørsmål. Min hensikt med dette er å bidra til mer forståelse av matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt, gjennom en beskrivende tilnærming. Jeg retter altså oppmerksomheten mot å beskrive fokuselevenes deltakelse med verktøy fra det teoretiske rammeverket jeg har beskrevet i kapittel 3. Det vil si gjennom en multimodal tilnærming til nøkkelhandlinger. Det andre forskningsspørsmålet har jeg formulert som et hvordan-spørsmål. Min hensikt med dette er å bidra til mer forståelse av kompleksiteten i læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk. Her retter jeg oppmerksomheten mot (sam)handlingstrender mellom elevene, med hovedvekt på medelevenes handlinger som regulerende faktorer for fokuselevenes aktualisering av matematisk kunnskap.

4.1.1 Ontologiske betraktninger

Ontologiske betraktninger handler om hvordan man oppfatter og definerer den sosiale verden: «Ontological assumptions make claims about what kinds of social phenomena do or can exist, the conditions of their existence, and the ways in which they are related» (Blaikie & Priest, 2019, s. 120).

Fordi metodologiske valg er forankret i ontologiske betraktninger, er forståelse av forskerens ontologiske posisjon viktig for å forstå premissene som ligger til grunn for studien. Forskerens oppfatning av verden vil påvirke hvorvidt forskningen handler om å oppdage eller å skape kunnskap. Forskeren kan designe og gjennomføre sin studie med utgangspunkt i at verden er objektiv og uavhengig av mennesker, eller at verden er sosialt konstruert og reprodusert. Det er dette andre synet som har vært førende for mitt design og min gjennomføring av studien.

Jeg retter oppmerksomheten mot sosiokulturell samhandling, og jeg forstår mine observasjoner og funn som produsert og reprodusert i og gjennom sosiokulturell samhandling. Denne tilnærmingen sammenfaller med det ontologiske synet som Blaikie og Priest (2019) beskriver som *idealisme*: «Social reality is made up of shared interpretations that social actors produce and reproduce as they go about their everyday lives» (s. 97). Ontologisk posisjonerer jeg meg derfor som forsker innenfor idealisme i denne studien.

4.1.2 Epistemologiske betraktninger

Epistemologiske betraktninger handler om hvordan kunnskap blir tilgjengelig og er avgjørende for hvilke metoder forskeren benytter for å skape mer kunnskap (Cohen et al., 2000, s. 6). Epistemologiske betraktninger retter altså oppmerksomheten mot hva man kan finne ut om et gitt fenomen og hvordan man kan finne ut dette (Blaikie & Priest, 2019). Jeg søker kunnskap om matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk. Disse læringsmulighetene har jeg operasjonalisert som elevenes aktualisering av matematisk kunnskap og elevers tilgang til å aktualisere matematisk kunnskap. Konteksten jeg har avgrenset min studie til, er heterogene smågrupper.

I heterogene smågrupper kan elevene (sam)arbeide om matematiske oppgaver, og det er dette (sam)arbeidet jeg undersøker for å skape mer forståelse av matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk. Den kunnskapen min studie kan frambringe, vil altså være relatert til matematiske læringsmuligheter som blir synlige i elevenes samhandling i heterogene smågrupper. Kunnskapen kan dermed forstås som subjektiv eller konstruert. Jeg forstår forskningsfunnene fra denne studien som historisk og sosiokulturelt forankrede produkter. Kunnskapen som framkommer gjennom min studie, forstår jeg som produkter av min mediering av elevenes (sam)handling med utgangspunkt i teorien om objektivisering og prosessmodellen. Altså er funnene jeg presenterer i denne avhandlingen både en formidling av kunnskap og en nyskapning av kunnskap. Et slikt kunnskapssyn beskriver Blaikie og Priest (2019, s. 123) som konstruktivisme. Epistemologisk posisjonerer jeg meg som forsker i denne studien derfor innenfor konstruktivisme.

4.1.3 Fortolkende forskningsparadigme

Studiens problemstilling og forskningsspørsmål retter oppmerksomheten mot relasjonelle aspekter ved matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk. Fordi jeg retter oppmerksomheten mot elevenes (sam)handling i heterogene smågrupper, er kunnskapen jeg søker avhengig av både fokuselevene og medelevene. De er alle deltakere i og produkter av sosiokulturell virksomhet, og de påvirker hverandre gjensidig. Derfor kan ikke fokuselevenes aktualisering av matematisk kunnskap undersøkes løsrevet fra medelevenes handlinger. Ingen eksisterende teori kan fullt ut forklare denne dialektiske relasjonen mellom elevene, derfor må min forklaring ses på som én av flere tolkninger av relasjonen. En slik forståelse av kunnskap faller inn under det fortolkende forskningsparadigmet (Blaikie & Priest, 2019).

Oppsummert har jeg designet og gjennomført denne studien med en forståelse av sannhet som relativistisk og konstruert. Kunnskapen jeg søker innsikt i gjennom studien, medieres av de teoretiske og analytiske verktøyene jeg har benyttet i studien, og jeg som forsker er et sentralt verktøy. Dette betyr at jeg som forsker påvirker studiens funn. Min bruk av teoretiske og analytiske verktøy er avgjørende for de funn som jeg rapporterer i denne avhandlingen. Med disse ontologiske og epistemologiske betraktningene som bakteppe plasserer jeg meg som forsker i denne studien innenfor rammene av et fortolkende forskningsparadigme.

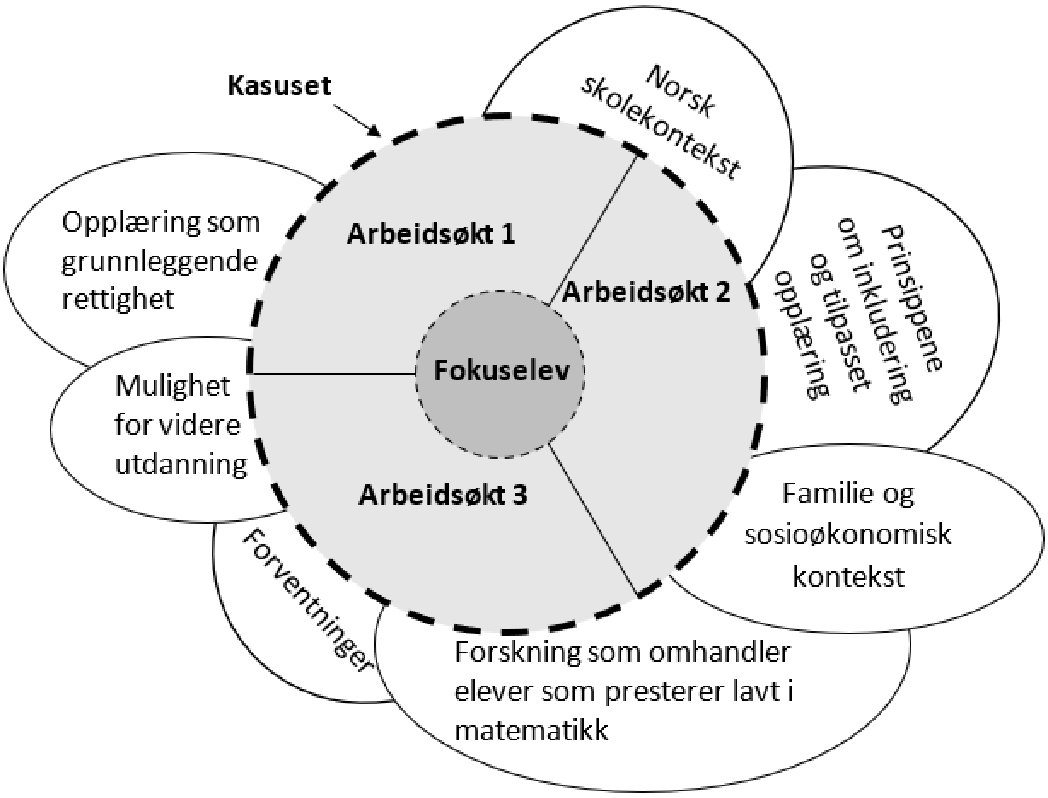
4.2 Forskningsdesign

Formålet med forskningsprosjektet jeg rapporterer fra i denne avhandlingen, er å bidra til mer forståelse av hva som kjennetegner matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk, når de deltar i heterogene smågrupper. Gresalfi (2009) peker på at elevers deltakelse i matematiske læringsfellesskap «are the result of complex interactions between themselves, content, and others in a particular activity system that shapes what students are able and willing to do together» (s. 363). Gjennom å undersøke interaksjonen mellom fokuselev og medelever på mikronivå kan jeg få innsikt i enkeltelevens matematiske læringsmuligheter (kasusstudien). For å få en bredde i denne innsikten ønsker jeg å undersøke flere slike kasuser (flerkasusstudien).

4.2.1 Kasusstudien

Hensikten med denne studien er å bedre forstå matematiske læringsmuligheter (fenomen) for elever som presterer lavt i matematikk, under arbeidsøkter der elevene jobber i heterogene smågrupper (analyseenhet). Det er denne helheten av eleven, medelevene og oppgavene, altså arbeidsøktene, som jeg i denne studien har definert som et kasus. Denne interessen for å undersøke et generelt fenomen gjennom enkeltkasuser er i tråd med Stakes (1995) beskrivelse av kasusstudien: «Case study is the study of the particularity and complexity of a single case, coming to understand its activity within important circumstances» (s. xi). Mitt design av kasusstudien er i hovedsak inspirert av Stakes (1995, 2006) arbeid. Epistemologisk har Stakes metodologiske tilnærming til kasusstudien blitt definert inn under konstruktivisme (Yazan, 2015), noe som sammenfaller med kunnskapssynet jeg har tatt i denne studien.

Kasusene i studien har jeg organisert rundt studiens fokuselever, som ifølge læreren er elever som presterer lavt i matematikk. Nærmere bestemt har jeg observert syv elever i arbeidsøkter der de deltok i heterogene smågrupper sammen med sine medelever. Med utgangspunkt i Stakes (1995) grafiske framstilling av kasusstudien presenterer jeg i figur 4.1 organiseringen av kasusene i min studie.



Figur 4.1 Grafisk framstilling av studiens kasuser. Figur hentet fra Stake (1995, s. 5).

Hvert kasus er avgrenset av tidsperiodene der fokuseleven og medelevene jobber i heterogene smågrupper. Stake (2005) presiserer at det er avgjørende at et kasus kan avgrenses. Han sier at et barn eller en lege kan være eksempler på et kasus, mens arbeidet som lege ikke kan avgrenses tilstrekkelig for å være et kasus (s. 444). Jeg definerer hver av fokuselevene som navet i ett kasus, analysen av de observerte arbeidsøktene i hvert kasus roterer rundt fokuseleven. Jeg valgte de syv fokuselevene i min studie strategisk fra to skoler. Miles og Huberman (1994) sier at kvalitative kasuser ofte velges strategisk framfor tilfeldig fordi «social processes have a logic and a coherence that random sampling can reduce to uninterpretable sawdust» (s. 27). Slik sett følger mitt valg av fokuselever den tradisjonen Miles og Huberman (1994) beskriver.

Kasusstudiedesignet framstår som en hensiktsmessig tilnærming for å undersøke fokuselevenes læringsmuligheter fra både et dybde- og et mikroperspektiv. Det vil si at jeg har jobbet meg systematisk gjennom datamaterialet og analysert både fokuselevens og medelevenes multimodale handlinger. For hvert av kasusene har denne prosessen hatt ulik form. Mens noen av fokuselevene i hovedsak har uttrykt seg verbalt, har andre uttrykt seg nesten utelukkende gjennom kroppsspråk og bruk av materiell. På samme måte har noen av fokuselevene framstått som indre motivert for å aktualisere matematisk kunnskap, mens andre fokuselever i hovedsak har aktualisert matematisk kunnskap på forespørsel fra medelevene. Disse ulikhetene er det som bidrar til det spesifikke i hvert kasus, det som kjennetegner det enkelte kasus. For å fange dette spesifikke har min oppmerksomhet i analysen vært rettet ulikt i de forskjellige kasusene. I kasuser der store deler av samspillet foregår verbalt, har jeg gitt transkripsjonen stor oppmerksomhet. I kasuser der samspillet i stor grad har foregått gjennom kroppsspråk, har jeg gitt filmene stor oppmerksomhet. I de fleste kasusene har filmene og transkripsjonene utgjort en helhet der hver del har vært sentral for å forstå fokuselevenes aktualisering av matematisk kunnskap.

Muligheten til å gå i dybden på hvert kasus har vært avgjørende for at jeg skulle kunne forstå både fokuselevens aktualisering av matematisk kunnskap gjennom nøkkelhandlinger og reguleringen av tilgangen til å aktualisere matematisk kunnskap. Når et kasus bidrar til kunnskap om et generelt fenomen, refererer Stake (2005) til dette som en instrumentell kasusstudie. En studie der flere instrumentelle kasusstudier blir undersøkt, kaller Stake (2005) for et flerkasusstudie.

4.2.2 Flerkasusstudien

Mens kasusstudiens styrke er dybdeforståelse av et spesifikt kasus som representerer et fenomen, kan flere kasuser bidra til en bredere forståelse av fenomenet. Fenomenet jeg undersøker i denne studien, er matematiske læringsmuligheter for elever som ifølge læreren presterer lavt i matematikk. Stake (2006) forklarer at for at flere kasuser skal regnes som en multikasusstudie, er det avgjørende at «the cases need to be similar in some ways» (s. 1). De syv kasusene i studien min er like i at fokuselevene presterer lavt i matematikk og ikke mottar spesialundervisning, fokuselevene observeres i arbeidsøkter der de jobber med matematikkoppgaver i heterogene smågrupper, oppgavene er like for alle fokuselevene, og de heterogene smågruppene har tilgang til likt materiell. Stake (2006) foreslår at mellom fire og ti kasuser kan bidra til å styrke både det unike ved hvert kasus og kompleksiteten ved fenomenet. Færre enn fire kasuser vil ifølge Stake (2006), gi mindre innsikt i kompleksiteten ved fenomenet. Flere enn ti kasuser vil gi et bilde som er for komplekst til at én forsker kan gå i dybden på kasusene. Mitt valg av syv kasuser ble gjort både av pragmatiske årsaker, det var syv elever som lærerne pekte ut i de to klassene, og for å møte Stake (2006) sitt forslag om mellom fire og ti kasuser.

For meg har hvert kasus en egenverdi fordi de gir meg mulighet til å undersøke matematiske læringsmuligheter for enkelteleven fra et dybdeperspektiv. Hvert av kasusene har én elev som omdreiningspunkt. Samtidig gir flere kasuser meg mulighet til å undersøke noe av mangfoldet knyttet til læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk. Stake (2006) forklarer at «an important reason for doing the multicase study is to examine how the program or phenomenon performs in different environments» (s. 23). Ulike miljø kan tolkes som ulike arenaer individet opptrer i. Her velger jeg å tolke det som elevenes læringsmiljø. Jeg undersøker matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt, på to nivå når det kommer til ulike læringsmiljø. For det første undersøker jeg læringsmulighetene for den enkelte fokuselev i flere miljø med utgangspunkt i observasjoner av ulike heterogene gruppesituasjoner. Derfor kan hvert av kasusene i denne studien sies å undersøke fenomenet i ulike miljø for den enkelte fokuselev. For det andre undersøker jeg flere kasuser, noe som medfører en videre utvidelse av antall miljø der jeg undersøker fenomenet på tvers av kasusene.

Stake (2006) refererer til spenninger mellom interessen for det enkelte kasus og fenomenet representert av kasuset som «the case-quintain dilemma» (s. 7). Dette er en spenning jeg har kjent på gjennom doktorgradsprosjektet. På kasusnivå har jeg vært i personlig kontakt med kasusets fokuselev gjennom datainnsamlingen og deretter jobbet med datamaterialet knyttet til fokuseleven på mikronivå. Dette har ført til at jeg har kommet tett på hvert kasus. Denne nærheten har ført til at jeg har opplevd en personlig interesse for hvert kasus og kjent på et ønske om å rapportere fra kasusene på et detaljnivå som ikke er innenfor rammene av denne avhandlingen. Et slikt detaljnivå vil kunne skape en dypere forståelse av enkeltelevens matematiske læringsmuligheter, men ikke nødvendigvis bidra til å skape en dypere forståelse av matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt, på fenomennivå. Gjennom flerkasusstudien har jeg rettet oppmerksomheten mot fenomennivået og undersøker matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt, på tvers av kasusene. Stake (2006) understreker at i en flerkasusstudie er enkeltkasusene (case) valgt fordi de er interessante for å belyse et fenomen (quintain). Han poengterer videre at kasuset også er interessant i seg selv. Det er dette som er noe av styrken i flerkasusstudien, nemlig at den er forankret i både analyse på dybde- og mikronivå av kasusene og på tvers av kasusene i krysskasusanalysen.

4.2.3 Analyseenhet

I denne studien har jeg definert studiens analyseenhet med utgangspunkt i Vygotskys (1987) beskrivelse av analyseenheten som «a product of analysis that *processes all the basic characteristics of the whole.* The unit is a vital and irreducible part of the whole» (s. 46, kursiv i originalen). Slik jeg tolker denne beskrivelsen, inneholder analyseenheten den minste enheten som har en komplett epistemologisk funksjon (Ernest, 2016, s. 42). Analyseenheten er forankret i en forståelse av kunnskap som potensiell og alltid i bevegelse. Denne forståelsen bygger på at kunnskap aktualiseres innenfor rammene av medierende virksomhet, altså skapende og formidlende virksomhet.

For å imøtekomme studiens epistemologiske forankring har jeg valgt å definere arbeidsøktene som studiens analyseenhet. Disse arbeidsøktene er definert og avgrenset av tid, oppgaver og gruppesammensetning. Hver fokuselev deltar i ulike arbeidsøkter, hver bestående av ulike oppgaver og medelever. Dermed er fokuseleven del av ulike medierende virksomheter som hver for seg kan bidra med et unikt perspektiv på matematiske læringsmuligheter for fokuseleven. Hver arbeidsøkt kan forstås som et «hele», altså som en enhet som karakteriserer de matematiske læringsmulighetene som skapes for elever som presterer lavt i matematikk, når de er del av en heterogen smågruppe.

Mitt valg av analyseenhet betyr ikke at studien kan belyse alle aspekter ved den medierende virksomheten som arbeidsøktene representerer. Jeg mener imidlertid at arbeidsøktene er tilstrekkelig avgrenset til å kunne bidra til innsikt i matematiske læringsmuligheter i heterogene smågrupper for elever som presterer lavt i matematikk. Fordi hver arbeidsøkt er unik når det kommer til oppgave og gruppesammensetning, mener jeg at det ikke vil være hensiktsmessig å sette likhetstegn mellom kasus og analyseenhet slik blant annet Yin (2018, s. 102) velger å gjøre. Med utgangspunkt i studiens teoretiske rammeverk betyr dette at min oppmerksomhet er rettet mot elevenes medierende handlinger i arbeidsøktene. Jeg forstår elevenes handlinger som både skapende og formidlende. Elevenes handlinger har jeg konseptualisert innenfor rammene av dialektisk materialisme (TO) og operasjonalisert gjennom nøkkelhandlinger og regulerende handlinger (PM). Dette betyr at mitt valg av arbeidsøkter som analyseenhet kan ses i sammenheng med både studiens sosiokulturelle referanseramme og mitt valg av teoretisk rammeverk (Dekker & Elshout-Mohr, 1998; Radford, 2015b).

4.2.4 Refleksive betraktninger

Kasusstudiers kvaliteten har blitt diskutert av flere. Mens noen perspektiver vektlegger rigid evaluering av objektivitet (f.eks. Yin, 2003), er det andre som legger hovedvekt på å forstå hvordan forskeren har undersøkt studiens problemstilling (f.eks. Stake, 1995). I denne studien har jeg tatt dette andre perspektivet. Bak dette valget ligger det en forståelse av at forskeren ikke har direkte og objektiv tilgang til kunnskap om verden. Forskerens forståelse av verden er mediert av forskerens kulturhistoriske erfaringer. En konsekvens av denne forståelsen er at mitt mål ikke har vært å «minimize the errors and biases in a study» (Yin, 2003, s. 37). Min oppmerksomhet har derimot vært rettet mot refleksive prosesser og transparens gjennom fyldige beskrivelser. Følgende sitat fra Stake (1995) har fungert som et bakteppe for mine refleksive betraktninger knyttet til gjennomføringen av denne studien:

> Qualitative case study is highly personal research. Persons studied are studied in depth. Researchers are encouraged to include their own personal perspectives in the interpretation. The way the case and the researcher interact is presumed unique and not necessarily reproducible for other cases and researchers. The quality and utility of the research is not based on its reproducibility but on whether or not the meanings generated, by the researcher and he reader, are valued. (s. 135)

Her peker Stake (1995) på et sentralt aspekt ved kvalitative kasusstudier, nemlig interaksjonen mellom forskeren og kasuset. På den ene siden vil forskeren ha stor innvirkning på forskningsprosessen. På den andre siden vil kasuset påvirke forskeren. Denne gjensidigheten gjør at det ikke kan trekkes entydige skiller mellom forskeren og forskningen. De er to sider av den samme mynten. Denne tosidigheten gjør at fyldige beskrivelser av både forskningsprosessen og forskerens rolle og påvirkning er viktig for å gi leseren mulighet til å vurdere studiens troverdighet.

I både gjennomføringen av doktorgradsstudien og i rapporteringen av studien har jeg etterstrebet refleksive prosesser knyttet til min rolle som forsker. De fleste av diskusjonene knyttet til disse prosessene har jeg hatt sammen med mine tre veiledere. Et aspekt som har vært viktig for meg å diskutere, er hvordan jeg som forsker kan rette oppmerksomheten mot elever som presterer lavt i matematikk, uten å bidra til å skape eller styrke oppfatninger om prestasjoner i matematikk som noe statisk. Disse diskusjonene har vært rettet mot både min konseptualisering av «elever som presterer lavt i matematikk» og min tolkning av fokuselevenes aktualisering av matematisk kunnskap.

Når det gjelder min konseptualisering av «elever som presterer lavt i matematikk», har min oppmerksomhet dreid fra elevenes matematiske identitet til deres matematiske læringsmuligheter. Dette betyr at jeg har flyttet oppmerksomheten i retning av en styrkebasert tilnærming som jeg håper skal være med på å vise at alle elever, også de som presterer lavt i matematikk, har stort læringspotensial i matematikk. Dette er et perspektiv som allerede har fått oppmerksomhet i forskning som omhandler læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk (f.eks. Heyd-Metzuyanim, 2013; Straehler-Pohl et al., 2014; Watson, 2002).

Når det gjelder min tolkning av fokuselevens aktualisering av matematisk kunnskap, har jeg gått flere runder med hva som regnes som «matematisk kunnskap». Jeg kunne ha brukt teorien om objektivisering til å argumentere for at matematisk kunnskap inneholder spor av generalisering, det er imidlertid uklart hva som ligger i uttrykket «spor av generalisering» (Radford, 2003). På grunn av denne uklarheten og fordi jeg har valgt å operasjonalisere teorien om objektivisering gjennom nøkkelhandlingene definert av Dekker og Elshout-Mohr (1998), har jeg valgt en pragmatisk tilnærming til hva som regnes som matematisk kunnskap. Dersom elevens handling er knyttet til oppgaven det jobbes med, og handlingen samsvarer med en av de fire nøkkelhandlingene, har jeg definert handlingen som del av aktualisering av matematisk kunnskap.

4.3 Oppgaver

4.3.1 Bakgrunn for valg av oppgaver

Med en styrkebasert tilnærming til matematiske muligheter og norsk skolekontekst som bakteppe har det vært viktig for meg at oppgavene jeg bruker i studien, kan tilpasses til heterogene smågrupper; altså at de kan passe for samarbeid mellom elever som presterer lavt og elever som presterer høyt. Dersom oppgavene er for enkle for elevene som presterer høyt, ville dette kunne føre til at disse elevene tar rollen som lærere der de leder de andre elevene gjennom oppgaveløsningen (Webb, 1980). Dersom oppgavene er for vanskelige for elevene som presterer lavt i matematikk, ville dette kunne føre til at disse elevene blir passive i oppgaveløsningsprosessen (Mulryan, 1992).

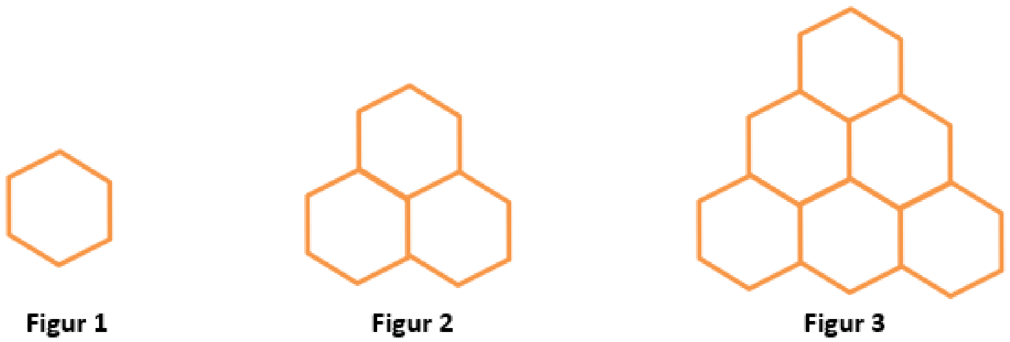
For å møte dilemmaet med oppgaver som på den ene siden er tilstrekkelig lette og på den andre siden er tilstrekkelig vanskelige, har jeg valgt å bruke oppgaver som kan utformes etter prinsippet «low floor, high ceiling» (Boaler & Dweck, 2015, s. 62). Dette prinsippet handler om at alle elevene, uavhengig av prestasjonsnivå, kan forstå hva oppgaven handler om. Videre kan oppgaven løses på ulike måter, der noen av måtene forstås som mer sofistikerte enn andre. På norsk omtales slike oppgaver som LIST-oppgaver; LIST er her forkortelse for «lav inngang og stor takhøyde» (Simensen & Olsen, 2018). Boaler og Dweck (2015) beskriver figurtallsoppgaver som mulig å utforme som LIST-oppgaver. Videre har Boaler og Sengupta-Irving (2016) beskrevet figurtallsoppgaver som hensiktsmessige for elever som presterer lavt i matematikk, fordi de åpner for matematiske læringsmuligheter der alle elever gis mulighet til å bidra med matematiske ideer (s. 186).

Oppgaver som handler om figurtall, har potensial til å fremme elevers matematiske forståelse og til å engasjere elever i læringsprosesser basert på matematisk tenkning (Schoenfeld, 2013). Videre har Radford (2003) eksemplifisert hvordan elever som jobber med figurtall, kan komme i posisjon til å aktualisere matematisk kunnskap gjennom multimodale handlinger. For elever som ikke er helt stødige på det formelle matematikkspråket, kan man anta at de multimodale handlingene står nærmere elevenes begrepsinnhold enn det formelle matematikkspråket gjør. De multimodale handlingene blir da elevens språk av 1. orden (Johnsen-Høines, 1998). Muligheter til å aktualisere matematisk kunnskap gjennom kjente språkformer har blitt pekt på som avgjørende for at elever som presterer lavt skal oppleve adekvate læringsmuligheter i matematikk (f.eks. Houssart, 2002; Karsenty et al., 2007).

4.3.2 Innblikk i oppgavene

Hver arbeidsøkt er basert på arbeid med én oppgave om figurtall. Arbeidsøkt 1 er basert på arbeid med oppgave 1, arbeidsøkt 2 er basert på arbeid med oppgave 2, og arbeidsøkt 3 er basert på arbeid med oppgave 3. Oppgavene presenteres i sin helhet i vedlegg 10.4–10.6. De tre oppgavene som ble brukt i denne studien, har følgende overordnede struktur: 1) visualisering av figurmønsteret, 2) spørsmål av konkret art knyttet til de første figurene, 3) spørsmål av konkret art knyttet til figurer etter de første figurene og 4) spørsmål av generell art knyttet til figurmønsteret. Hovedinspirasjonen for å starte alle oppgavene med visualisering av figurmønsteret har jeg funnet hos Boaler og Dweck (2015). De sier at visualisering av figurmønsteret bidrar til at oppgaven har lav inngangsterskel, fordi visualiseringen gjør at alle elevene kan se hvordan mønsteret vokser (s. 62).

Oppgave 1 og 2 er begge basert på figurmønsteret *diamanten* som representerer trekanttallene, og starter med å visualisere de tre første figurene i dette figurmønsteret (se figur 4.2). Disse oppgavene er inspirert av arbeidet til Schoenfeld (2013, s. 608). Oppgave 1 har spørsmål om antall brikker i figurene (kan beskrives ved en kvadratisk funksjon), og oppgave 2 har spørsmål om omkretsen til figurene (kan beskrives ved en lineær funksjon).



a) Diamantfigurene er bygget opp av sekskanter. Finn ut hvor mange sekskanter som trengs for å lage de første figurene og fyll inn i tabellen:

Figur nummer	1	2	3	4	5
Antall brikker	1	3			

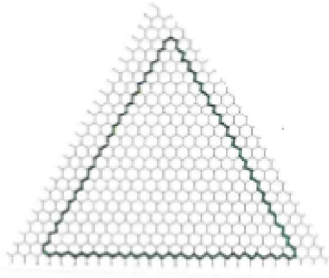
Figur 4.2 Eksempel på visualisering av figurmønster og oppfølgende spørsmål.

Oppgave a i figur 4.2 kan løses på ulike måter. For eksempel ved å 1) telle brikkene én og én (enkel tellestrategi), 2) summere brikkene radvis (videreutviklet tellestrategi), 3) ta utgangspunkt i forrige figur og legge til figurnummeret i aktuell figur (rekursivt resonnement) eller 4) multiplisere figurnummeret med påfølgende tall og deretter halvere produktet (eksplisitt resonnement). Oppgaven kan løses uten automatisert tabellkunnskap eller oversikt over formler og regneregler. Videre er teksten i oppgavene lettfattelig slik at høy lesekompetanse og symbolforståelse ikke er avgjørende for å forstå oppgaven. Oppgavene er designet med intensjoner om å gi elevene mulighet til å jobbe både konkret og abstrakt. Figurtall kan illustreres med bilder, de kan bygges med materiell, de kan beskrives med tekst eller verbalt, og de kan tegnes. For å åpne opp for elevenes bruk av disse mulighetene hadde elevene i studien tilgang på heksagonrutete ark og heksagonformete brikker. I tillegg var det lagt inn figurer på oppgavearket (se figur 4.3).

For å oppmuntre elevene til å finne antall brikker på ulike måter hadde oppgavene eksplisitte spørsmål som etterspurte dette (se figur 4.3).

c) Finn ut hvor mange brikker som trengs for å lage figur nr. 20 og forklar hvordan dere tenker.

d) Forklar ulike måter å finne antall brikker i figur nr. 20?

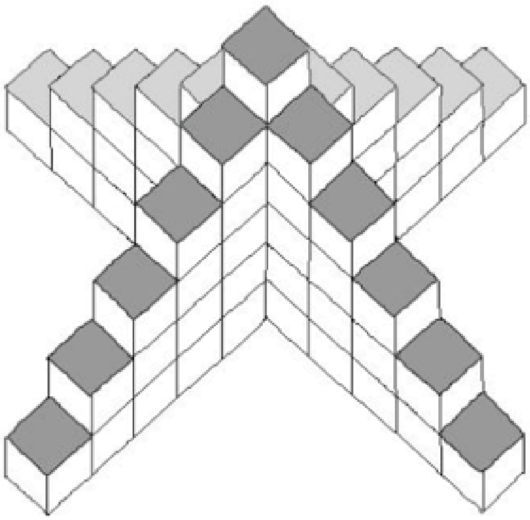


Figur 4.3 Oppgavene etterspør ulike løsningsmåter.

Når oppgavene kan løses på ulike måter, kan de være utgangspunkt for diskusjon. De kan derfor være hensiktsmessige utgangspunkt for å skape rom for aktualisering av matematiske ideer gjennom nøkkelhandlinger når elever (sam)arbeider i heterogene smågrupper (Dekker & Elshout-Mohr, 1998).

Når det gjelder oppgaven om omkrets, valgte jeg å bruke en ikke-standardisert måleenhet på følgende form: «sted» + «meter». Eksempelvis vil begrepsuttrykket for denne enheten være «altameter» for elever i Alta og «oslometer» for elever i Oslo. Fordi jeg selv bor i Alta, bruker jeg begrepet «altameter», uavhengig av begrepsbruken på oppgavearket, når jeg rapporterer fra studien. Hensikten med en slik lokaltilpasset måleenhet var å kunne legge inn et lite element av lokal tilhørighet i oppgaven.

Oppgave 3 er basert på figurmønsteret *tårnet* og starter med å visualisere kun figurnummer 6 (se figur 4.4). Starten av oppgave 3 skiller seg dermed fra oppgave 1 og 2 ved at 1) figurmønstrene er ulike, 2) ulike figurnummer er visualisert, og 3) figurnummeret står *under* figurene i oppgave 1 og *i* teksten i oppgave 3.



a) Dette er figur nummer 6. Forklar med ord hvordan figur nummer 1, 2 og 3 ser ut.

b) Hvor mange kuber trengs for å bygge figuren over?

Figur 4.4 Tårnet – figuren som danner utgangspunkt for spørsmålene i oppgave 3.

Denne oppgaven er hentet fra Swan (1984, s. 18), og originalt var første spørsmål i oppgaven: «Hvor mange kuber trengs for å bygge figuren over?» For å møte ønsket om oppgaver med lav inngangsterskel valgte jeg å legge til oppgave a som retter oppmerksomheten mot de tre første tårnfigurene. Videre fikk alle gruppene utdelt kuber som de kunne bygge de fire første figurene med. Dette betyr at de ikke kunne bygge hele figur 6 for å svare på oppgave b. Avslutningsvis spør oppgaven: «Hvor mange kuber trengs for å bygge en slik figur som er n kuber høy?» Dette spørsmålet etterspør en sammenheng som kan beskrives som en kvadratisk funksjon.

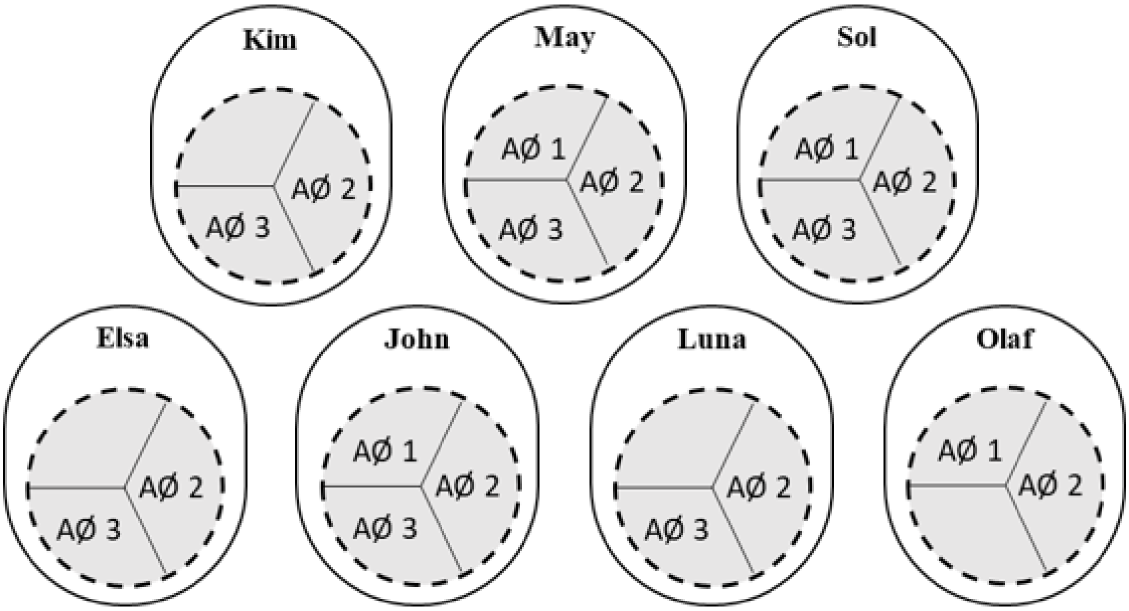
Selv om både oppgave 1 og oppgave 3 etterspør en sammenheng som kan beskrives som en kvadratisk funksjon, er det forskjell i forventet vanskelighetsgrad på de to oppgavene. Generelt kan det forventes at det vil være utfordrende for ungdomsskoleelever å uttrykke sammenhenger eksplisitt ved kvadratiske funksjoner. Sammenhengen det spørres etter i oppgave 1, kan imidlertid relativt enkelt beskrives rekursivt, mens det samme ikke er tilfellet for sammenhengen det spørres etter i oppgave 3. I oppgave 3 vil imidlertid kubene kunne være til god hjelp for å beskrive den eksplisitte sammenhengen mellom figurtall og antall kuber (Boaler & Dweck, 2015, s. 65).

4.4 Datainnsamling og forskningsmetoder

I dette delkapitlet beskriver jeg prosjektets datainnsamling og forskningsmetode.

4.4.1 Fokuselevene observert i heterogene smågrupper

Studien min er basert på observasjoner av syv 8. trinns elever (studiens fokuselever) fra to ulike skoler. Jeg har samlet inn data fra tre arbeidsøkter der fokuselevene og deres medelever har vært organisert i heterogene smågrupper der elevene har jobbet med oppgaver om figurtall. Intensjonen min var å observere og samle data knyttet til hver fokuselev i tre slike arbeidsøkter. Fordi elever ikke alltid er til stede i all skoletid, har jeg for noen av fokuselevene samlet inn data fra kun to arbeidsøkter. Datamaterialet knyttet til hver av fokuselevene har jeg organisert som et kasus. Videre varierer de heterogene smågruppene for noen av fokuselevene, men ikke for alle. De heterogene smågruppene presenteres i kapittel 5 – «Resultater» – i forbindelse med introduksjon til hvert kasus. Figur 4.6 viser en oversikt over studiens fokuselever og hvilke arbeidsøkter jeg har observert fokuselevene i heterogene smågrupper. Alle navn på elever er fiktive.



Figur 4.5 Oversikt over observerte arbeidsøkter for hver fokuselev.

Alle elevene som deltok i studien, hadde nettopp startet på 8. trinn da datainnsamlingen ble gjennomført. Dette er det første klassetrinnet der norske elevers prestasjoner blir vurdert summativt med karakterer. Dette betyr at fokuselevenes prestasjoner ikke kan ha blitt vurdert med lave karakterer over tid i forkant av at jeg startet studien. Derfor var lærernes antakelser om lavere prestasjoner i matematikk basert på elevenes prestasjoner på skriftlige tester i starten av 8. trinn, som for eksempel «Alle teller» og nasjonale prøver i regning, og kommunikasjon mellom elev og lærer.

4.4.2 Observasjon

Gjennom observasjon har jeg mulighet til å undersøke elevenes multimodale (sam)handling med utgangspunkt i nøkkelhandlinger. Elevenes (sam)handling skapes av komplekse koordineringer av verbalspråk, kroppsspråk og bruk av materiell. For å kunne undersøke denne kompleksiteten på mikronivå har jeg valgt å filme elevene under arbeidsøktene der de arbeidet med figurtall.

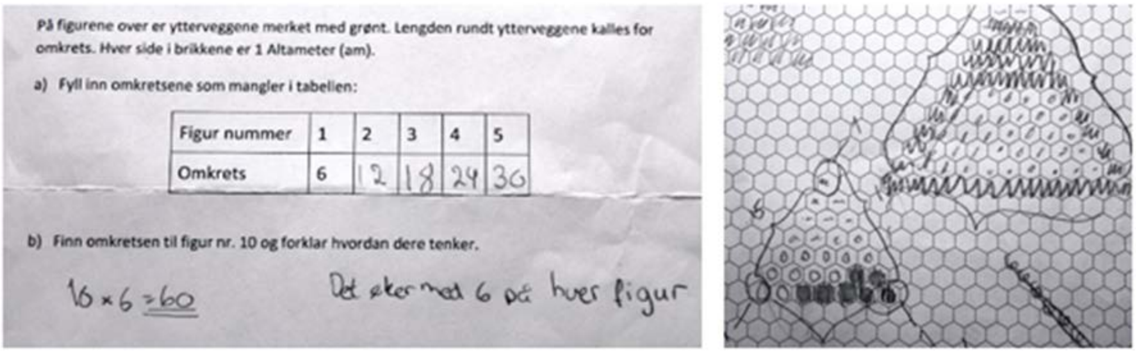
Alle elevene i de deltakende klassene ble organiserte i smågrupper, og alle gruppene jobbet med samme oppgave. I syv av gruppene deltok fokuselever, og disse gruppene ble derfor filmet. Figur 4.6 gir en oversikt over hvordan klassen er organisert i smågrupper og med videokameraer.

Figur 4.6 Oversiktsbilde fra Fjelldalen skole.

Filmene fra videoopptakene har gjort det mulig for meg å gå i dybden på både fokuselevenes multimodale handlinger og interaksjonen mellom fokuselevene og medelevene. En av styrkene med videoopptak er at det blir mulig å analysere interaksjon mellom elever på mikronivå fra en multimodal tilnærming. Forskeren kan se på videoene gjentatte ganger og analysere elevenes interaksjon fra ulike perspektiver. Oppmerksomheten kan være rettet mot enkelte aspekter ved interaksjonen som tale, bevegelser eller bruk av materiell, eller mot flere av disse aspektene. Forskeren kan la oppmerksomheten vandre mellom film og transkripsjon, eller oppmerksomheten kan rettes mot kun film eller transkripsjon.

4.4.3 Skriftlige produkter

På slutten av hver arbeidsøkt samlet jeg inn de skriftlige produktene som elevene hadde produsert i løpet av arbeidsøkta. Disse produktene består av forklaringer skrevet på oppgavearket, tegninger laget på blanke ark eller på ark med heksagonruter, og utregninger på blanke ark. Figur 4.7 viser eksempler på skriftlige produkter.


På figurene over er ytterveggene merket med grønt. Lengden rundt ytterveggene kalles for omkrets. Hver side i brikkene er 1 Altameter (am).

a) Fyll inn omkretsene som mangler i tabellen:

Figur nummer	1	2	3	4	5
Omkrets	6	12	18	24	36

b) Finn omkretsen til figur nr. 10 og forklar hvordan dere tenker.

10 × 6 = 60 Det øker med 6 på hver figur

Figur 4.7 Eksempler fra elevenes skriftlige arbeid – arbeidsark og heksagonruteark.

Jeg har brukt de skriftlige produktene for å få en bedre forståelse av videoene. Dette gjelder særlig i situasjoner der elevene bruker skriftlige produkter i sin aktualisering av matematisk kunnskap. Det kan for eksempel være hvis en elev sier: «Det blir den ganger den» og samtidig peker på en tegning. I slike situasjoner har de skriftlige produktene bidratt til min forståelse av hva «den og den» refererer til. Andre ganger kan det være at en elev tegner eller skriver til sin forklaring. I slike tilfeller vil det skriftlige produktet kunne bidra med mer informasjon om innholdet i elevenes aktualisering av matematisk kunnskap.

4.5 Dataanalyse

I dette delkapitlet gjør jeg rede for analyseprosessen gjennom følgende tredeling: transkripsjon, valg av episoder og kodingsprosessen.

4.5.1 Transkripsjon

Jeg startet med å transkribere videoene av elevenes (sam)handling i de heterogene smågruppene umiddelbart etter å ha observert en arbeidsøkt. Dette betyr ikke at jeg alltid rakk å transkribere ferdig gjennomførte observasjoner før neste observasjon ble gjennomført. Det å transkribere fortløpende, og parallelt med datainnsamling, var imidlertid viktig for meg fordi det ga meg mulighet til å gjøre organisatoriske endringer underveis ved behov. Eksempler på slike endringer kan være å endre videokameraets posisjon eller vinkel, å endre plassering av mikrofonen for å redusere bakgrunnsstøy og å endre elevenes plassering i forhold til hverandre og videokamera.

Inspirert av samtaleanalyse, som forklart av Bryman (2008), rettet jeg oppmerksomheten mot fire områder i første del av transkripsjonsprosessen: 1) tidspunkt for ytring, 2) innhold i ytring, 3) hvem bidrar med ytringen, og 4) perioder med stillhet. I andre del av transkripsjonsprosessen fokuserte jeg på kroppsspråk og bruk av materiell når disse framsto som knyttet til nøkkelhandlinger eller regulerende handlinger. Perioder der elevene snakket om ikke-matematiske spørsmål, for eksempel helgens aktiviteter, markerte jeg med «ikke-matematikk». Figur 4.8 viser et skjermutsnitt fra NVivo som eksempel fra transkriberingsprosessen.

Figur 4.8 Eksempel fra video og transkripsjon i NVivo.

Skjermutsnittet i figur 4.8 består av to deler: videoen (til venstre) og skrevet tekst om videoen (til høyre). Følgende elementer er inkludert i den skrevne teksten (fra venstre mot høyre): Den første kolonnen angir turens ordinalitet. En tur starter når en elev begynner å snakke, og slutter når en annen elev begynner å snakke. I noen tilfeller kan en elevs bruk av kroppsspråk eller bruk av materiell definere turen. Et eksempel er når en elev spør en annen elev om vedkommende forstår oppgaven, og den andre eleven svarer ved å riste på hodet. Her vil risting på hodet bli betraktet som en tur, på lik linje med at «nei» vil bli betraktet som en tur. Den andre kolonnen viser tidspunktet for når turen skjer. Det vil si når turen starter og når den ender. Den tredje kolonnen viser hva som ble sagt, dette inkluderer pauser og fyllstoff som «er» og «um». Pauser som varer lenger tid enn 2 sekunder, er angitt med parenteser og et tall som indikerer hvor mange sekunder pausen varer. Kolonne nummer fire viser mine kommentarer og betraktninger knyttet til elevenes kroppsspråk og bruk av materiell. Denne kolonnen må betraktes mer som personlige notater enn som strukturerte beskrivelser av bevegelsene. For episodene som ble valgt for detaljanalyse, ble elevenes kroppsspråk og bruk av materiell analysert mer omfattende. Oppmerksomheten ble da rettet mot elevenes verbale og kroppslige handlinger som sosiokulturelle redskap som medierer aktualisering av matematisk kunnskap og deltakelse i matematiske læringsprosesser. Den femte kolonnen viser hvem som snakker i den aktuelle turen.

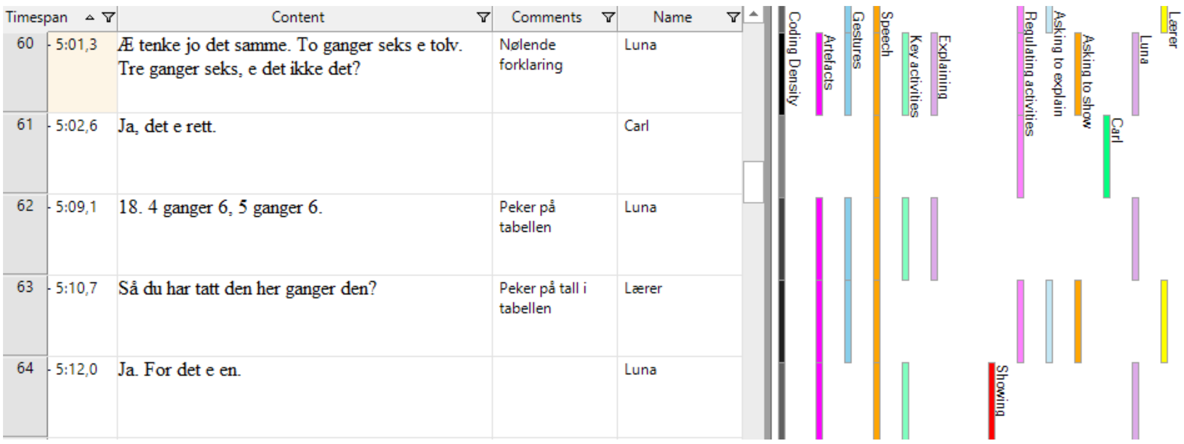
4.5.2 Valg av episoder som representerer arbeidsøktene

Prosessen med å transkribere de syv kasusene, hver representert ved 2–3 timer video, resulterte i mer enn 400 sider med transkripsjoner. Å rapportere i detalj om alle disse videoene ville ha ført til en tekst langt utover rammene for denne avhandlingen. Resultatene som presenteres i kapittel 5 – «Resultater» –, søker å presentere hver av kasusene med utgangspunkt i studiens analyseenhet (arbeidsøkter). Hver arbeidsøkt er representert ved utvalgte episoder, og i dette delkapitlet gjør jeg rede for hvordan jeg har valgt ut episodene som presenteres i kapittel 5.

Både Guba og Lincoln (1981) og Stake (2006) peker på at episodene forskeren velger for å representere kasusene i en kasusstudie, vil påvirke studiens funn. Guba og Lincoln (1981) sier at «an unethical case writer could so select from among available data that virtually anything he wished could be illustrated» (s. 378). For mitt arbeid med denne studien er dette et aktuelt poeng. Jeg har episoder der fokuselevene framstår som bidragsytere i gruppas matematiske læringsprosess, og jeg har episoder der fokuselevene framstår som lite delaktige i gruppas læringsprosesser. Slike variasjoner i datamaterialet kan jeg også finne for medelevenes deltakelse.

Mitt valg av episoder ble diskutert da jeg presenterte foreløpige funn fra studien min på konferansene PME 38 og ICME 13. På disse konferansene presenterte jeg episoder fra henholdsvis kasusene Kim og Luna ved å vise videoutdrag fra datamaterialet. Etter å ha vist disse utdragene ble jeg spurt om hvorvidt fokuselevene i de aktuelle episodene kan sies å være typiske for elever som presterer lavt i matematikk. De som spurte om dette, forklarte at de ikke forventet at elever med lavere prestasjon skulle være like aktive og kommunikative som elevene Kim og Luna var under arbeid med figurtall i heterogene smågrupper. Spørsmålet er betimelig og absolutt relevant. Spørsmålet kan videre ses i sammenheng med Watsons (2002) påstand om at det har vært en tendens til at både forskere og lærere har hatt mer fokus på hva elever som presterer lavt, ikke kan, enn på hva de potensielt kan klare. Spørsmålene jeg fikk etter å ha presentert denne studien på PME 38 and ICME 13, tyder på at denne antakelsen fortsatt eksisterer blant forskere.

Min oppmerksomhet er imidlertid ikke rettet mot hva elever som presterer lavt i matematikk, ikke kan, men mot hva de kan. Derfor har jeg valgt å representere hver av fokuselevene i studien ved episoder som eksemplifiserer deres matematiske læringsmuligheter. Med utgangspunkt i studiens teoretiske forankring har jeg definert nøkkelhandlinger som et kjennemerke for matematiske læringsmuligheter. Derfor har jeg valgt ut episoder med relativt høy kodingstetthet av nøkkelhandlinger som et utgangspunkt for kasusene. Et eksempel på en episode med høy kodingstetthet demonstreres i figur 4.9.



	Timespan	Content	Comments	Name
60	5:01,3	Æ tenke jo det samme. To ganger seks e tolv. Tre ganger seks, e det ikke det?	Nølende forklaring	Luna
61	5:02,6	Ja, det e rett.		Carl
62	5:09,1	18. 4 ganger 6, 5 ganger 6.	Peker på tabellen	Luna
63	5:10,7	Så du har tatt den her ganger den?	Peker på tall i tabellen	Lærer
64	5:12,0	Ja. For det e en.		Luna

Figur 4.9 Koding i NVivo.

Det er stripene på høyre side av transkripsjonen som indikerer at dette utdraget har relativt høy kodingstetthet. Etter første utvelgelse av episoder og analyse av episoder hadde jeg et dokument på over 100 sider som presenterte de syv kasusene (omtrent 20 sider per kasus). Dette dokumentet har blitt fortettet ved at jeg presenterer tematisk like episoder, både innad i og på tvers av kasusene, gjennom én representativ episode.

I delkapittel 4.5.3 kommer jeg mer inn på samspillet mellom min utvelgelse av episoder og kodingsprosess.

4.5.3 Kodingsprosessen

Første steg i kodingsprosessen var å velge ut episoder som kunne gi innsikt i matematiske læringsmuligheter for fokuselevene. På dette tidspunktet hadde jeg ennå ikke kodet datamaterialet med kodene knyttet til nøkkelhandlinger og regulerende handlinger. Oppmerksomhet min var derfor i dette steget rettet mot å ekskludere episoder som besto av ikke-matematiske samtaler. Disse episodene kunne gitt innsikt i det sosiale samspillet mellom elevene. Dette er et viktig og interessant aspekt ved elevers læringsmiljø, men aspektet er likevel utenfor rammene for denne avhandlingen.

Andre steg i kodingsprosessen var å kode de ikke-ekskluderte delene av datamaterialet med utgangspunkt i nøkkelhandlingene definert av Dekker og Elshout-Mohr (1998): *å vise* sitt arbeid, *å forklare* sitt arbeid, *å begrunne* sitt arbeid, *å rekonstruere* sitt arbeid. Hensikten var å synliggjøre og identifisere episoder der fokuselevene deltok, eller prøvde å delta, i gruppas aktualisering av matematisk kunnskap. Min oppmerksomhet her var altså rettet mot fokuselevens verbale og kroppslige handlinger som sosiokulturelle redskap. De multimodale handlingene har jeg forstått som medierende redskaper i elevenes aktualisering av matematisk kunnskap og deltakelse i matematiske læringsprosesser.

Elevenes handlinger som har gitt innsikt i hvilket svar de har fått, har jeg kodet som nøkkelhandlingen *vise*. Eksempel på dette kan være hvis en medelev spør: «Hva tenker du?» og fokuseleven peker på en figur eller et tall i en tabell. De handlingene som har gitt innsikt i hvordan elevene tenker, har jeg kodet som *forklare*. Eksempel på dette kan være når elevene teller brikker for å finne antall sekskanter i en diamantfigur. Et annet eksempel kan være hvis en elev beskriver hvordan han eller hun har bygget en gitt tårnfigur med de tilgengelige kubene. Jeg har valgt å la skillet mellom nøkkelhandlingene *vise* og *forklare* bestemmes av om handlingen gir innsikt i svaret eller i prosessen bak svaret. Dette er ikke et skille som alltid er entydig, men for å gi best mulig innsikt i min koding har jeg valgt å legge inn bilder sammen med noen av transkripsjonene (se kapittel 5). Disse bildene håper jeg kan bidra til en bedre forståelse av min kodingsprosess. Når det gjelder nøkkelhandlingen *forklare*, har jeg valgt å følge Dekker og Elshout-Mohrs (1998) beskrivelse av denne. De beskriver denne handlingen som en respons på den regulerende handlingen *kritikk*. Dette betyr at identiske nøkkelhandlinger kan kodes ulikt. Kodingen av dem avhenger av de regulerende handlingene som har framkommet i forkant av dem. Den siste nøkkelhandlingen, *reformulere*, har jeg brukt når en elev endrer på sin forklaring eller begrunnelse. Altså når jeg har observert at en nøkkelhandling er en reformulering av en tidligere nøkkelhandling.

Tredje steg i kodingsprosessen var å kode elevenes multimodale handlinger med utgangspunkt i regulerende handlinger. I Dekker og Elshout-Mohr (1998) sitt arbeid blir regulerende handlinger definert som handlinger i forkant av nøkkelhandlinger. De eksemplifiserer regulerende handlinger som elevers spørsmål knyttet til medelevers arbeid. I mitt datamateriale har jeg hatt oppmerksomheten rettet mot regulerende handlinger fra et multimodalt perspektiv. Dette betyr at dersom en medelev skyver materiale mot en fokuselev, kan dette tolkes som en regulerende handling selv om medeleven ikke stiller et verbalt spørsmål.

4.6 Etiske betraktninger

Forskningsprosjektet mitt kunne ikke vært gjennomført uten elevene som deltok, og deres lærere. Elevene og lærernes beste har vært sentralt gjennom hele prosjektgjennomføringen, og i dette delkapitlet gjør jeg rede for mine etiske betraktninger knyttet til deltakernes beste og deres anonymitet. I delkapittel 4.6.1 beskriver jeg hvordan personlige data har blitt behandlet. I delkapittel 4.6.2 diskuterer jeg deltakende elevers anonymitet og konfidensialitet. Avslutningsvis, i delkapittel 4.6.3, diskuterer jeg etiske dilemma knyttet til å forske på elever som beskrives ut fra prestasjoner i matematikk.

4.6.1 Behandling av personopplysning

Etiske spørsmål er sentrale i all forskning, og i Norge reguleres forskernes etiske ansvar av Personopplysningsloven (2000). Hovedformålet med denne loven er å beskytte forskningsdeltakernes rettigheter og å sikre at personopplysninger behandles konfidensielt. Før jeg startet datainnsamling i prosjektet mitt, dokumenterte jeg planlagt behandling av personopplysninger gjennom å melde prosjektet til NSD (Norsk senter for forskningsdata). NSD vurderte da at prosjektplanen var i tråd med lovverket (se vedlegg 10.7).

Etter å ha fått prosjektet vurdert av NSD ønsket jeg å komme i kontakt med lærere på ungdomstrinnet som underviste 8. trinns elever i matematikk. Jeg sendte ut e-post til rektorer ved ulike skoler, men fikk ingen respons på disse. Via mitt nettverk ved UiT Norges arktiske universitet (da Høgskolen i Finnmark) fikk jeg kjennskap til to lærere på to ulike skoler som kunne tenke seg å gjennomføre mitt prosjekt i sine klasser. Jeg kontaktet disse lærerne og ble invitert til å informere elevene i deres matematikk-klasser om studien min. Jeg informerte elever på 8. trinn ved de to skolene (én klasse per skole) om studien både muntlig og skriftlig. I tillegg fikk foresatte skriftlig informasjon om studien. Vedlagt det skriftlige informasjonsskrivet var et samtykkeskjema slik at elever som ønsket å delta i prosjektet, kunne levere frivillig informert samtykke (se vedlegg 10.1–10.3). Etter at samtykkeskjemaene var returnert, satt læreren elevene sammen i heterogene smågrupper. Det er ikke samlet inn data om elever som ikke har levert informert samtykke til deltakelse der både elev og foresatte har signert.

Videofilene fra observasjonene er lagret på en av UiT Norges arktiske universitetets servere og er sikret med passord. Fordi det ikke er lett å anonymisere personer i videoer uten avanserte videoredigeringsprogrammer, har videoene ikke blitt anonymisert. Jeg forklarer i informasjonsbrevet at videoene ikke vil bli anonymisert. Videre forklarer jeg at episoder fra videoene kan bli brukt i presentasjoner for lærere og forskere når hensikten er å eksemplifisere elevers arbeid med figurtall i heterogene smågrupper. Dette har elever og foresatte samtykket til.

Bildene som er brukt i denne avhandlingen eller andre forskningsrapporter, er sladdet for å gjøre det vanskeligere for leserne å identifisere elevene. Nedenfor redegjør jeg for hvordan jeg har håndtert deltakernes anonymitet og konfidensialitet i prosjektet.

4.6.2 Anonymitet og konfidensialitet

Det er et etisk grunnprinsipp at forskeren har et særlig ansvar for å bevare forskningsdeltakernes anonymitet og behandle data konfidensielt. I det følgende vil jeg beskrive tre nivåer av anonymitet og konfidensialitet og diskutere hvordan jeg forholder meg til disse: 1) fullstendig anonymitet, 2) anonymitet etter datainnsamling og før analyse og 3) anonymitet i forskningsrapport(er).

Det første nivået av anonymitet og konfidensialitet for deltakere, fullstendig anonymitet, refererer til situasjoner der deltakernes identitet ikke er kjent for forskerne eller de som leser forskningsrapportene. Fullstendig anonymitet kan være tilfellet når det brukes metoder som ikke krever direkte kontakt mellom deltakere og forskere (Cohen et al., 2000). I min studie er ikke fullstendig anonymitet mulig da jeg møter forskningsdeltakerne i klasserommet. Jeg har likevel etterstrebet å behandle all data konfidensielt. Ifølge Cohen et al. (2000) betyr konfidensialitet at selv om forskere vet hvem som har gitt informasjonen, eller er i stand til å identifisere deltakere, vil denne lenken ikke bli synlig når de rapporterer om forskningen (s. 62).

Det andre nivået av anonymitet, anonymitet etter datainnsamling og før analyse, kunne vært mulig dersom datamaterialet i denne studien hadde bestått av lydfiler og ikke av videofiler. I en slik situasjon ville jeg kunne anonymisere datamaterialet før analyseprosessen ved å transkribere lydfilene uten å inkludere elevenes navn og annen personspesifikk informasjon. Fordi jeg anser elevenes multimodale ytringer som avgjørende for min analyse, har jeg imidlertid valgt videofilming. Jeg har derfor ikke hatt mulighet til å anonymisere datamaterialet for analyseprosessen.

Min databehandling samsvarer med det tredje nivået av anonymitet, anonymitet i forskningsrapport(er). Jeg forklarer i informasjonsbrevet til informantene at videoene ikke vil bli anonymisert, men at jeg vil behandle dem konfidensielt. For å anonymisere elevene har bildene som er brukt i denne avhandlingen eller andre forskningsrapporter, blitt sladdet. Denne sladdingen har til hensikt å gjøre det vanskeligere for leserne å identifisere elevene.

4.6.3 Etiske dilemma – å forske på elever som presterer lavt

Det er knyttet noen mulige etiske dilemma til å forske på elever som presterer lavt i matematikk. I dette delkapitlet gjør jeg rede for hvordan jeg har møtt to av disse dilemmaene: begrepsbruk og egne forventninger.

Begrepet «elever som presterer lavt i matematikk» er et velkjent begrep, og det brukes blant annet av OECD (2016b). Her er det imidlertid verd å merke seg at mens *jeg* omtaler enkeltelever når jeg bruker begrepet, omtaler OECD en gruppe elever. Utfordringer med en slik begrepsbruk kommer fram i NESHs retningslinjer. I disse retningslinjene understrekes det at forskere «bør være forsiktige med å operere med inndelinger eller betegnelser som gir grunnlag for urimelig generalisering» (NESH, 2016, s. 24). Jeg er imidlertid mer opptatt av begrepsinnholdet enn av begrepsuttrykket. Når det gjelder begrepsinnholdet, ønsker jeg å undersøke matematiske læringsmuligheter for disse elevene fra en styrkebasert tilnærming. Altså med oppmerksomheten rettet mot hvilke styrker disse elevene har når det kommer til å delta i matematiske læringsprosesser. Når det gjelder begrepsuttrykket, har jeg valgt en pragmatisk tilnærming. Med dette mener jeg at det er hensiktsmessig for meg som forsker å ha et begrep som beskriver fokuselevene i studien. Jeg mener videre at begrepet «elever som presterer lavt» viser til elevenes prestasjoner og derfor ikke skal tolkes som en personlig og statisk karakteristikk.

Når det gjelder egne forventninger, har jeg gjennom studien kjent på en bekymring for å ubevisst uttrykke lave forventninger til fokuselevenes matematiske deltakelse og potensial. Denne bekymringen kan ses i sammenheng med min kjennskap til blant annet artikkelen der Heyd-Metzuyanim (2013) rapporterer at hun som forsker og lærer ubevisst uttrykte lave forventninger til en elev som deltok i hennes studie. Disse forventningene påvirket hennes kommunikasjon med eleven på en slik måte at kommunikasjonen hindret eleven fra å delta i matematiske læringsprosesser. Jeg har rettet oppmerksomheten mot at mine eventuelle lave forventninger til fokuselevene kan komme til uttrykk på minst to områder: 1) min kommunikasjon med elevene og 2) min analyse av elevenes deltakelse i de heterogene smågruppene.

For å møte min bekymring knyttet til disse to områdene har jeg i kommunikasjon med elevene anstrengt meg for å snakke med gruppene og ikke med enkeltelever. Dette var selvfølgelig ikke lett og ikke alltid mulig. Fra videoene har jeg imidlertid ikke vært i stand til å identifisere episoder der jeg eller lærerne kommuniserer med kun én elev. I retroperspektiv ser jeg videre at min og lærernes kommunikasjon med elevene i de videofilmede arbeidsøktene er svært sparsommelig. Jeg ser det derfor som sannsynlig at fokuselevene i liten grad har møtt lave forventninger fra meg eller lærere i arbeidsøktene som danner grunnlaget for datamaterialet i denne studien.

Når det gjelder analyse av elevenes samhandling, har jeg diskutert deler av analysen med «kritiske venner» og da i hovedsak med mine veiledere. Gjennom doktorgradsprosessen har jeg hatt to veiledere fra det matematikkdidaktiske fagfeltet og én veileder fra det spesialpedagogiske fagfeltet. Disse veilederne har utfordret meg på ulike aspekter ved min tolkning av analysen. På den ene siden har jeg blitt utfordret på matematikkdidaktiske aspekter ved min analyse og tolkning av de to førstnevnte veilederne. På den andre siden har jeg blitt utfordret på relasjonelle aspekter av sistnevnte veileder. Jeg opplever at disse to perspektivene sammen har hjulpet meg med å flytte fokuset fra bekymringen for å uttrykke lave forventninger til bevissthet knyttet til eventuelle lave forventninger.

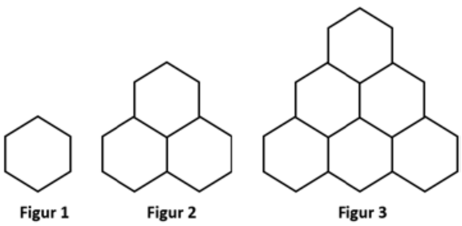
Stake (2006) peker på at «it is an ethical responsibility for us as case researchers to identify affiliations and ideological commitments that might influence our interpretations – not only for the contracting parties but for the readers of reports, and, of course, for ourselves» (s. 87). Jeg har et etisk ansvar overfor blant annet studiens deltakere, leseren og meg selv. Jeg kan ikke garantere at jeg ikke har bidratt med lave forventninger inn i kommunikasjon med elevene eller i analysen. Jeg mener imidlertid at jeg har gjort mitt beste for å være mest mulig bevisst på hvordan min rolle og mine forventninger kan påvirke studiens deltakere og analyseprosess.

5 Resultater

5.1 Fokuseleven John

I studien min observerte jeg John i tre arbeidsøkter og to ulike heterogene grupper (se tabell 5.1). I de to første arbeidsøktene framsto John som mindre deltakende enn i tredje arbeidsøkt. Min oppmerksomhet i kasusstudien knyttet til John er rettet mot handlinger som kan ha vært regulerende for Johns tilgang til å aktualisere matematisk kunnskap i de ulike arbeidsøktene.

Tabell 5.1 Oversikt over arbeidsøktene og smågruppene, fokuselev John.

Observasjoner av John		
Arbeidsøkt	**Figur(er)**	**Deltakere i smågruppene**
Arbeidsøkt 1 – Antall		
Arbeidsøkt 2 – Omkrets		
Arbeidsøkt 3 – Tårnet		

5.1.1 John i arbeidsøkt med antallsoppgaven

Denne arbeidsøkta blir presentert gjennom to episoder som eksemplifiserer hvordan John gikk fra å uttrykke nøkkelhandlinger til å bli passiv og ikke-deltakende i gruppas arbeid. Begge episodene er hentet fra starten av arbeidsøkta.

Episode 1 – medelevenes respons som regulerende

Innledningsvis leste medeleven Tina høyt mens John satt ved siden av henne og så på oppgavearket. Da Tina hadde lest hele oppgaven, sa John at han også ville lese oppgaven og tok oppgavearket.

Deretter snakket elevene om hvor mange brikker det er i diamantfigurene 3–5 (se transkripsjonsutdrag 1).

Transkripsjonsutdrag 1

6	John	Jeg vil lese oppgaven [tar oppgavearket og ser på det i stillhet (4 s), gir arket tilbake til Tina].	
7	Tina	1, 2, 3, 4, 5, 6 [peker på bildet av diamantfigur 3]. Ja, det blir 6 der og på 4 blir det.	N – Forklare
8	John	9.	N – Vise
9	Tina	Det er 3, nei, 6 pluss 4. 10.	N – Forklare
10	John	Ja. Også 14.	N – Vise
11	Tina	Altså 10 pluss 5.	N – Forklare
12	Hans	Det er vel 15.	N – Vise
13	Tina	Ja	
14	John	Og jeg sa 14.	K – Vise R
15	Tina	Finn ut hvor mange brikker som trengs for å bygge figur nummer 10. Forklar hvordan dere tenker.	R

I dette transkripsjonsutdraget forsøkte John å delta i gruppas arbeid med å finne antall sekskanter i diamantfigurene, først ved å uttrykke at han ønsket å lese oppgaven selv og deretter gjennom nøkkelhandlingen *vise*. Når John uttrykte at han ønsket å lese oppgaven selv og tok oppgavearket fra Tina, responderte medelevene med å tillate at han tok arket, være stille og vente mens han leste oppgaveteksten og studerte diamantfigurene avbildet på oppgavearket. Denne responsen regulerte rom for John til å delta i gruppas arbeid med oppgaven. John bidro med den matematiske nøkkelhandlingen *vise* to ganger (tur 8 og 10), men det er uklart om John regnet feil (6 + 4 = 9, 10 + 5 = 14) eller valgte feil basistall (6 + 3 = 9, 10 + 4 = 14). Medeleven Tina overså bidragene og responderte med å forklare hvordan man kan finne antall brikker i de aktuelle figurene. Denne responsen kan tolkes som nøkkelhandlingen *forklare* der hensikten kunne være å forklare John hvordan man finner antall brikker. En annen tolkning kan være at responsen er en regulerende handling som har til hensikt å fortelle John at han ikke har løst oppgaven riktig. Uavhengig av Tinas intensjoner viser transkripsjonsutdraget at John fortsatte å bidra med nøkkelhandlinger etter Tinas respons. Først fortsatte han ved å uttrykke en ny nøkkelhandling (tur 10). Deretter fortsatte han ved å poengtere at han foreslo at diamantfigur 5 har 14 brikker (tur 14), da de andre mener den har 15 brikker. Dette utsagnet ble ignorert av medelevene, og Tina gikk videre til neste oppgave.

Episode 2 – medelevene bruker gruppas materiell

Transkripsjonsutdrag 2 eksemplifiserer hvordan gruppa gikk videre fra å diskutere oppgaven om antall sekskanter i diamantfigurene verbalt og med utgangspunkt i bildene på oppgavearket til å bygge diamantfigurer. Figur 5.1 viser bildeutsnitt knyttet til transkripsjonsutdraget.

Transkripsjonsutdrag 2

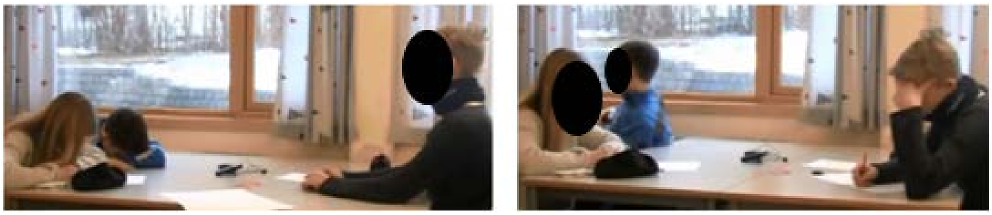
16		[Hans begynner å bygge med sekskantbrikkene]	N – Vise
17	John	Også skal vi liksom bare lage 10 sånne? [peker på bildet av diamantfigurene på arbeidsarket]	R
18	Tina	Nja, eller nei. Det går jo opp med liksom 1.	N – Forklare
19	John	Ja.	
20	Tina	Da er det 1, så er det 2, så er det 3 mer [peker på bildet av diamantfigurene]. Også er det 4 mer.	N – Forklare
21	John	Så 5, 6, 7. Også må vi jo se hvor mye 10 er.	N – Forklare R
22	Tina	Ja, hvor mange man trenger for å lage.	
23	John	Prøver du å lage?	R
24		[Hans begynner å bygge diamantfigur 10]	N – Vise

Figur 5.1 Bilder til transkripsjonsutdrag 2.

I denne episoden hadde John tilgang til den visuelle framstillingen av diamantfigurene, men ikke til sekskantbrikkene. Disse brikkene var det medeleven Hans som hadde, og det var han som bygde diamantfigur 10 (tur 24). Bildene som hører til tur 17–24, viser hvordan avstanden mellom John og Hans hindret John fra å følge med på figuren som Hans bygde.

Sammendrag – John i arbeidsøkt med antallsoppgaven

I begynnelsen av arbeidsøkta aktualiserte John matematisk kunnskap gjennom nøkkelhandlinger. Men disse var ofte ikke nøyaktige, og medelevene ignorerte handlingene hans eller korrigerte hans aktualisering av matematisk kunnskap. Da han spurte om Hans kunne lage diamantfigur nummer 10 (tur 23), ble denne regulerende handlingen akseptert, men nøkkelhandlingene John uttrykte, ble ignorert. Videre fikk John ikke tilgang til verken sekskantbrikkene eller arket med heksagonruter. Etter at Johns tilgang til å bidra med nøkkelhandlinger hadde blitt hindret gjentatte ganger, framsto John som utenfor gruppas arbeid med oppgaven. Figur 5.2 gir et innblikk i slutten av episode 2 der John ventet mens Tina og Hans jobbet med oppgaven på hvert sitt ark.



Figur 5.2 John på slutten av arbeidsøkta med antallsoppgaven.

Utover i arbeidsøkta aktualiserte John stadig færre nøkkelhandlinger, og oftest ble bidragene hans ignorert av medelevene. Analysen av elevenes handlinger i denne arbeidsøkta identifiserte et nytt funn knyttet til regulerende handlinger. Ignoreringen kan være en form for regulering av samarbeidet – ikke for å invitere til nøkkelhandlinger, men for å hindre elever fra å bidra med nøkkelhandlinger.

5.1.2 John i arbeidsøkt med omkretsoppgaven

Denne arbeidsøkta kjennetegnes i grove trekk av de (sam)handlingstrendene som ble funnet i arbeidsøkta med antallsoppgaven (delkapittel 5.1.1). John bidro med få nøkkelhandlinger, han hadde ikke tilgang til gruppas materiell, og medelevene ignorerte for det meste de få nøkkelhandlingene han uttrykte. I begynnelsen av arbeidsøkta åpnet det imidlertid seg en mulighet for John til å delta i gruppas arbeid med å finne omkretsen til ulike diamantfigurer.

Episode 1 – ukjente begreper kan være romåpnere

Denne episoden tar utgangspunkt i transkripsjonsutdrag 3 der elevene møtte oppgavens måleenhet, «altameter». John hadde oppgavearket og leste høyt.

Transkripsjonsutdrag 3

7	John	På figurene over er ytterveggene merket med grønt. Lengden rundt ytterveggen kalles for omkrets. Hver side i brikkene er en altameter.	R
8	Tina	Jeg får se litt [tar oppgavearket fra John]. På figurene over er ytterveggene merket med grønt. Lengden rundt ytterveggene kalles for omkrets. Hver side av brikkene er en altameter.	R
9	Hans	[utydelig]	
10	Tina	Hva, hva er altameter?	R
11	Forsker	Diskuter i gruppa om noen vet hva det er.	R
12		[Hans tar oppgavearket]	
12	John	Altameter, det er den tingen som er der [peker på en av sidene på bildet av diamantfigur 3]. Det er liksom 1, 2, 3, 4, 5, 6 [peker på bildet av diamantfigur 1].	N – Forklare
13	Hans	En altameter. Det blir jo. 1 side er 1 altameter [peker på bildet av diamantfigur 1].	N – Forklare
14	John	Sånn her, 1, 2, 3 [peker på bildet av diamantfigur 1].	N – Forklare
15	Hans	Figur 1 har 6 altameter, altså sider [peker på oppgavearket].	N – Forklare
16	Tina	Jeg får se [tar oppgavearket]. Eee, fyll inn. Hvis det blir 6, er det jo bare å telle.	N – Forklare
17	Hans	Ja	

Denne episoden startet med at Tina ignorerte Johns regulerende handling ved å ikke respondere på nøkkelhandlingen, og ved å ta oppgavearket fra han og lese på nytt det John akkurat hadde lest høyt. Da Tina leste oppgaven og kom til begrepet «Altameter», stoppet hun opp og spurte hva en «altameter» er. Denne pausen og

Tinas fremmedhet med begrepet «altameter» regulerte en mulighet for John til å bidra med nøkkelhandlingen *vise*. Da John uttrykte nøkkelhandlingen i tur 12, aktualiserte han kunnskap om omkrets ved å kombinere verbalspråk, kroppsspråk og bruk av materiell. Denne nøkkelhandlingen var et bidrag til gruppas arbeid med å forstå oppgaven.

Sammendrag – John i arbeidsøkt med omkretsoppgaven

Denne arbeidsøkta karakteriseres i stor grad av samme tendenser som arbeidsøkta med antallsoppgaven, der John prøvde å bidra med matematiske nøkkelhandlinger, men disse bidragene ble ignorert av medelevene. Medelevenes regulering var derfor av en art som hindret Johns aktualisering av matematisk kunnskap.

Analysen av arbeidsøkta med omkretsoppgaven viste at da medelevene møtte et begrep som var fremmed for dem, «altameter», fikk John mulighet til å bidra med matematiske nøkkelhandlinger. Dette er et nytt forskningsfunn som viser at medelevers møte med fremmede elementer kan regulere kommunikasjonsrom der elever som presterer lavt i matematikk, får mulighet til å aktualisere matematisk kunnskap.

5.1.3 John i arbeidsøkt med tårnoppgaven

I Johns tredje arbeidsøkt (sam)arbeidet han kun med Tina om å finne antall kuber i tårnfigurene. Arbeidsøkta startet med at Tina leste oppgaven høyt mens John lekte med kubene, dette er dermed den første arbeidsøkta i mitt datamateriale der John hadde full tilgang til gruppas materiell (både tekst og figurer på oppgavearket, og kubene).

Episode 1 – samhandling

I transkripsjonsutdrag 4 diskuterte John og Tina tårnoppgaven med utgangspunkt i den visuelle framstillingen av tårnfigur 6 på oppgavearket.

Transkripsjonsutdrag 4

14	Tina	Jeg har funnet ut hvordan vi skal gjøre det.	
15	John	Se, kan jeg få lese?	R
16	Tina	[Plasserer oppgavearket framfor John]. Dette er figur nummer 6. Forklar med ord hvordan figur nummer 1, 2 og 3 ser ut.	R
17	John	Det der? [peker på bildet av tårnfigur 6]	R

18	Tina	Det er liksom figur nummer 6 [peker på bildet av tårnfigur 6]. Den midterste har seks opp.	N – Forklare
19	John	Ja. Fem. Nei. 1, 2, 3, 4, 5, 6 [nikker for hvert tall].	N – Vise

I denne episoden la Tina oppgavearket framfor John og leste oppgaven høyt (tur 16). Slik regulerte hun en mulighet for John til å studere den visuelle framstillingen av tårnfigur 6, samtidig som han hørte oppgaveteksten. John pekte på bildet av tårnfigur 6 og Tina forklarte hvordan man kan se at dette er tårnfigur 6. Her ble ikke Johns spørsmål om tilgang til oppgaven ignorert som i de to tidligere arbeidsøktene. I tur 19 teller John klossene i midten og undersøker slik nøkkelhandlingen Tina uttrykte i tur 18. Episoden er et eksempel på hvordan samhandling og tilgang til materiell (som bilder av figurene og kuber) kan mediere aktualisering av matematiske ideer hos elever som presterer lavt.

Episode 2 – parallelle prosesser

I transkripsjonsutdrag 5 jobbet John med å finne antall kuber i tårnfigur nummer 6 mens Tina prøvde å beskrive tårnfigur 1. Figur 5.3 viser bildeutsnitt knyttet til transkripsjonsutdraget.

Transkripsjonsutdrag 5

51	John	Skal jeg lage den her tingen? [starter å bygge en figur med kubene]	R
52	Tina	Figur nummer 1. Figur nummer 1 ser ut som (5 s) 1 firkant (5 s) med [skriver ned en forklaring av tårnfigur 1]. Figur 1 ser ut som en firkant i midten med 4 klosser rundt på de 4 sidene sine [leser beskrivelsen]. Liksom ...	N – Forklare
53	John	Ja [bygger en tårnfigur med kubene].	N – Vise
54	Tina	... så det blir sånn her, sånn, sånn og sånn [tegner noe]. (3 s) Figur nummer 2.	N – Vise
55	John	Hva er det?	R
56	Tina	Nei, jeg tror ikke den ser sånn ut, for figur nummer 2 ser vel sånn der ut [peker på oppgavearket]. Og da blir det bare 1 kloss. For liksom, det er jo ikke, det er jo ikke, det er jo ikke fire på den øverste. Rundt den	N – Reformulere

		øverste [peker på bildet av tårnfigur 6].	
57	John	[Nikker og peker på figuren han har bygd]	N – Vise
58	Tina	Ja, du må jo følge med. Og da blir det, jeg tror det bare blir 1. Sånn at det bare blir 1 kloss på figur nummer 1.	N – Vise
59	John	Ja [nikker].	
60	Tina	Jeg tror det. Høres det riktig ut når du tenker at den øverste på figur nummer 6 er 1 kloss og ikke har noen rundt seg? [peker på bildet av tårnfigur 6]	R
61	John	[Nikker]	
62	Tina	Da blir jo det som nummer 1.	N – Vise
63	John	Mm [nikker]	

Figur 5.3 Bilder til transkripsjonsutdrag 5.

I denne episoden har John tilgang til kubene, og disse bruker han til å bygge deler av tårnfigur 6. Fordi Tina prøver å beskrive tårnfigur 1, tolker jeg Johns aktivitet som selvstendig og som et tegn på at tilgang til bildet på arket og til kubene har bidratt til en lav inngangsterskel til oppgaven for John. Bildene i figur 5.3 viser hvordan John og Tina først jobber hver for seg, før bildet til tur 57 viser hvordan John uttrykker nøkkelhandlingen *vise* gjennom multimodale handlinger. Denne nøkkelhandlingen tolkes i analysen som en invitasjon til Tina til å lytte til Johns aktualisering av matematisk kunnskap.

Episode 3 – John som deltaker i smågruppa

I transkripsjonsutdrag 6 brukte John og medeleven Tina arbeidsarket, bildet på oppgavearket og kubene for å forklare hvor mange kuber som trengs for å bygge tårnfigur 6. Figur 5.4 presenterer bilder som hører til transkripsjonsutdraget.

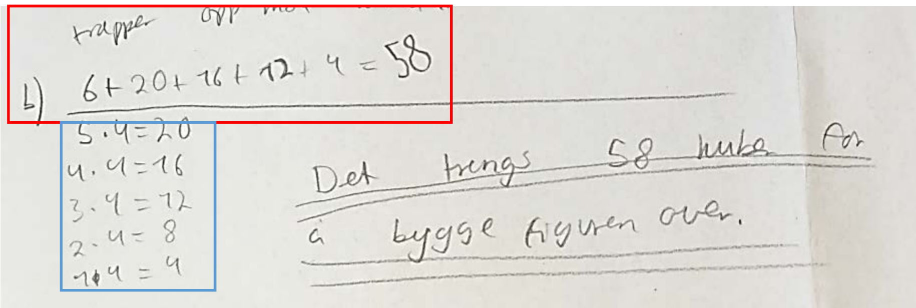
Transkripsjonsutdrag 6

257	John	Ok, ok. Vi begynner med de høyeste først. Ja, men det er greit? Det er greit? 20, 36 [peker på tallene på	N – Vise

		arbeidsarket (se figur 5.5)].	
258	Tina	20 pluss 6	N – Vise
259	John	Pluss 16	
260	Tina	Vi må si til kameraet først hvordan vi gjør det. Her er den [viser tårnet de har bygd]. Her er den, det er liksom 5 på rad, liksom sånn her. Også blir det 5 ganger 4, som er 20. 4 ganger 4 er 16. 3 ganger 4 er 12. 2 ganger 4 er 8, og 1 ganger 4 er 4.	N – Forklare
261	John	Også sånn her, hvis vi tar 16 + 20 er 36, også den [peker på «4» på arbeidsarket], da er det 40.	N – Vise
262	Tina	Mm.	
263	John	Også kan vi ta.	
264	Tina	46 pluss 12	N – Vise
265	John	Pluss 12, det blir.	
266	Tina	58	N – Vise
267	John	58, ja.	

Figur 5.4 Bilder til transkripsjonsutdrag 6.

I denne episoden samarbeidet John og Tina om å forklare antall kuber i tårnfigur 6. De har delt tårnfiguren opp i «vegger» (se tur 257 i figur 5.4). John har regulert samarbeidet til at de deler disse «veggene» opp i rader. Det vil si at i en vegg består første rad av én kube, andre rad av to kuber osv. Antall kuber i hver rad har de multiplisert med 4 (se blå ramme i figur 5.5). Til sist har de summert alle produktene og lagt til 6 (se rød ramme i figur 5.5). Dessverre glemte de antall kuber i andre rad da de summerte alle produktene, slik at de ikke fant nøyaktig antall kuber i tårnfigur 6.



Figur 5.5 John og Tina sitt skriftlige produkt fra arbeidet med tårnoppgaven.

Episoden demonstrerer viktigheten av å skape rom for multimodale handlinger innenfor rammene av medierende virksomhet. I denne episoden beveget John seg mellom tårnfiguren på arket, egen regulering, medelevens nøkkelhandlinger, teksten elevene har produsert (figur 5.5), fysisk tårnfigur bygd av kuber, egne kroppslige handlinger og egne verbale ytringer. Det er i rommet mellom disse ulike modalitetene at John i samarbeid med Tina kom i posisjon til å framstå som en likeverdig deltaker i gruppas aktualisering av matematisk kunnskap.

Sammendrag – John i arbeidsøkt med tårnoppgaven

Johns deltakelse i denne tredje arbeidsøkta oppsummeres i figur 5.6.

Figur 5.6 Sammendrag av Johns deltakelse i arbeidsøkt med tårnfigurene.

Arbeidsøkta startet med at John «lekte» med kubene. Da Tina i episode 1 bidro med regulerende handlinger som gjorde at John fikk tilgang til teksten og bildet på arket, studerte han den visuelle framstillingen av tårnfigur 6 på oppgavearket og begynte på egen hånd å bygge deler av figurene. Mens John bygde figurer med kubene, jobbet medeleven Tina med å formulere en skriftlig beskrivelse av de første tårnfigurene. Deretter samarbeidet John og Tina om å aktualisere matematisk kunnskap ved å bruke de fysiske figurene og Tinas forklaring til å forklare hvor mange kuber det trengs for å bygge tårnfigur 6. Samarbeidet mellom John og Tina var regulert av tilgangen til fysisk materiell (kubene og tegningen av tårnfigur 6) og Tinas anerkjennelse av Johns nøkkelhandlinger. Denne anerkjennelsen kom til syne gjennom bekreftende ytringer som «mm» (tur 262) og ytringer som fulgte opp Johns nøkkelhandlinger (tur 266).

Funn fra analysen av arbeidsøkta med tårnoppgaven identifiserte Johns tilgang til materiell som en regulerende faktor som var avgjørende for Johns muligheter til å aktualisere matematisk kunnskap.

5.1.4 Oppsummering av Johns læringsmuligheter

Min analyse viser at John i de to første arbeidsøktene gjorde flere forsøk på å delta, men at han likevel ikke framsto som en aktiv bidragsyter når det kom til å aktualisere matematisk kunnskap. Deltakelse handler om samhandling og regulering; altså om å uttrykke egne tanker og ideer, om å lytte til andre og respondere på andres ideer. Når medelevene ignorerte Johns nøkkelhandlinger, kan dette tolkes som at de ikke lyttet til Johns matematiske ideer. Medelevenes intensjon med denne responsen kan jeg kun spekulere rundt. Én mulig forklaring kan være at medelevene ønsket å skjule at Johns nøkkelhandlinger ikke var nøyaktige. En annen mulig forklaring kan være at medelevene ikke ønsket å bruke tid på nøkkelhandlinger som ikke var korrekte. Uavhengig av intensjonene bak medelevenes ignorering regulerte ignoreringen at John ble mer og mer passiv utover i disse to arbeidsøktene. Ignorering kan derfor forstås som en implisitt hindring av matematiske læringsmuligheter. Et funn fra analysen som avviker fra John som passiv, er funnet om at medelevenes møte med det fremmede begrepet «altameter» regulerte kommunikasjonsrom for John. Dette funnet tyder på at når medelevene møter utfordringer, kan dette bidra til matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk.

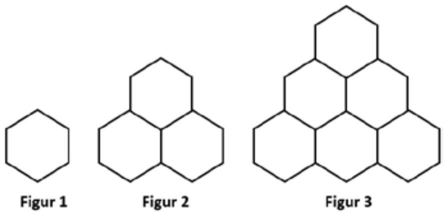
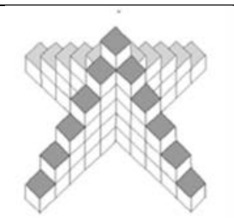
Analysen av arbeidsøkta med tårnoppgaven identifiserte tilgangen til materiell som avgjørende for Johns muligheter til å aktualisere matematisk kunnskap gjennom multimodale nøkkelhandlinger. Ved at han fikk tilgang til kubene, aktualiserte han matematisk kunnskap både alene og i samspill med medeleven. Videre tok han utgangspunkt i medelevens skriftlige produkt for å forklare hvordan man kan regne seg fram til antall kuber i en gitt tårnfigur. Også dette tyder på at tilgangen til materiell hadde betydning for Johns matematiske læringsmuligheter.

Kasuset med fokuseleven John som omdreiningspunkt demonstrerer hvordan tilgang til materiell, medelevenes fremmedhet med et begrep og medelevenes respons kan regulere læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk. Tilgang til materiell (tekst og figurer på oppgavearket, kubene) kan være avgjørende for elevens mulighet til å uttrykke nøkkelhandlinger og aktualisere matematisk kunnskap. Medelevenes fremmedhet med et begrep kan stanse deres lederrolle og regulere at fokuseleven får rom til å bidra. Videre kan medelevers ignorering av fokuselevens nøkkelhandlinger regulere at fokuseleven blir hindret fra å delta i gruppas aktualisering av matematisk kunnskap. Ignorering framstår som en regulerende handling som effektivt hindrer elever fra matematiske læringsmuligheter.

5.2 Fokuseleven Luna

I studien min observerte jeg Luna i to arbeidsøkter der hun jobbet med medelevene Carl og Nora (se tabell 5.2). Arbeidsøkt 1 fikk jeg ikke observert på grunn av tekniske problemer. Luna framsto i disse arbeidsøktene som en aktiv bidragsyter i gruppas aktualisering av matematisk kunnskap.

Tabell 5.2 Oversikt over arbeidsøktene og smågruppene, fokuselev Luna.

<table>
<tr><th colspan="3">Observasjoner av Luna</th></tr>
<tr><th>Arbeidsøkt</th><th>Figur(er)</th><th>Deltakere i smågruppene</th></tr>
<tr><td>Arbeidsøkt 1 – Antall</td><td rowspan="2">
</td><td>Ikke videofilmet</td></tr>
<tr><td>Arbeidsøkt 2 – Omkrets</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Arbeidsøkt 3 – Tårnet</td><td></td><td>
</td></tr>
</table>

5.2.1 Luna i arbeidsøkt med omkretsoppgaven

Denne arbeidsøkta blir presentert gjennom tre episoder som eksemplifiserer hvordan medelevene først aktualiserte matematisk kunnskap uten at Luna deltok, deretter hvordan Luna bidro med nøkkelhandlinger innad i gruppa, og til sist hvordan Luna aktualiserte matematisk kunnskap i samtale med læreren.

Episode 1 – nøkkelhandlinger og regulerende handlinger uten deltakelse

Denne episoden tar utgangspunkt i transkripsjonsutdrag 7 og 8, der elevene i Lunas gruppe jobbet med å finne omkretsen til de første diamantfigurene. Figur 5.7 viser bildeutsnitt knyttet til transkripsjonsutdrag 7.

Transkripsjonsutdrag 7

6	Nora	1, 2, 3, 4, 5, 6 [peker på bildet av diamantfigur 1 mens hun teller].	N – Forklare
7	Carl	6	N – Vise
8	Nora	Da er det 6 på den der første	N – Vise
9	Luna	Men hva med de andre?	R
10	Nora	Det må vi finne ut. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 (figur 5.7).	N – Forklare
11	Carl	Det der er 12.	N – Vise
12	Nora	8, 9, 10, 11, 12 [peker med blyanten mens hun teller].	N – Forklare
13	Carl	Jeg skal gjette nå at det der er 24.	N – Vise
		La oss telle.	R
14	Nora	Hva tror du [ser på Luna]?	R
15	Carl	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, [peker med fingeren mens han teller (figur 5.7)].	
16	Luna	Øøø, jeg vet ikke.	
17	Nora	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16 17, 18 [peker med blyanten mens hun teller].	N – Forklare
18	Carl	[Teller i kor med Nora].	N – Vise
18	Luna	Hæ?	R
19	Carl	Å, ja.	

Figur 5.7 Bilder til transkripsjonsutdrag 7.

I dette transkripsjonsutdraget diskuterte medelevene Carl og Nora omkretsen til de første diamantfigurene, denne diskusjonen foregikk for det meste uten at Luna var involvert (se figur 5.7). I begynnelsen av transkripsjonsutdraget, da medelevene hadde sagt at omkretsen til den første diamantfiguren er 6, spurte Luna hva omkretsen til de andre er (tur 9). Her svarte Nora at de må finne det ut, og hun gjorde det ved å telle sidene på diamantfigur 2. Deretter spurte Nora hva Luna tror omkretsen til diamantfigur 3 er (tur 14). Dette spørsmålet kan tolkes som en regulerende handling med intensjon om å åpne rom for at Luna kunne bidra med matematiske nøkkelhandlinger. Lunas respons var imidlertid ikke en nøkkelhandling, hun svarte at hun ikke visste hva omkretsen til diamantfigur 4 er (tur 16). Noras respons på dette var å telle sidene til diamantfigur 3. Dette kan forstås som samme type respons som den hun bidro med da Luna i tur 9 spurte om hvordan de skulle finne omkretsen til diamantfigurene etter diamantfigur 1. Denne responsen kan tolkes som en forklaring på hvordan de kan finne omkretsen til diamantfigurene, men responsen kan også tolkes som en ignorering av Lunas ytring om at hun ikke har noen nøkkelhandling å bidra med.

Transkripsjonsutdrag 8 presenterer fortsettelsen på transkripsjonsutdrag 7.

Transkripsjonsutdrag 8

20	Nora	For 3 ganger 6 er 18.	N – Forklare
21	Carl	Aaa. Ja, så da har vi bare	R
22	Nora	Også 4. 4 ganger 6, det er 24, er det 24?	N – Forklare
23	Luna	4 ganger 6? Nei. 4, 4.	
24	Carl	4 ganger 6.	
25	Nora	Det er 24.	N – Vise

26	Carl	Ja, det er 24.	
27	Nora	Og 5 ganger 6 er 30.	N – Forklare
28	Carl	Hæ?	R
29	Luna	35.	N – Vise
30	Carl	Da er det der 30.	N – Vise
31	Nora	Det er 30.	N – Vise
32	Carl	Ja, det er 30.	N – Vise

I slutten av transkripsjonsutdrag 7 sa Luna «hæ?» (tur 18), en ytring som kan tolkes som en regulerende handling som etterspør en forklaring eller en begrunnelse. Slik sett kan Noras ytring i tur 20, der hun forklarte hvordan omkretsen til diamantfigur 3 kan finnes med multiplikasjon, tolkes som nøkkelhandlingen *forklare*. Luna gjentok i tur 23 denne forklaringen av omkretsen til diamantfigur 4, men hun sa ikke noe om hva produktet blir. Avslutningen av tur 23 der Luna sa «4, 4», er vanskelig å tolke, kanskje hun ønsker å vektlegge at nummeret på diamantfiguren er 4, eller hun prøver å finne produktet ved gjentatt addisjon. Før hun rakk å resonnere ferdig, har imidlertid Carl og Nora svart at produktet er 24, og medelevene gikk videre til diamantfigur 5. Denne gangen gjentok ikke Luna multiplikasjonsstrategien, men hun bidro med nøkkelhandlingen *vise* og sa at hun tror omkretsen er «35» (tur 29). Responsen fra medelevene var å gjenta tre ganger at omkretsen er «30». De forklarte ikke hvorfor, og de spurte heller ikke Luna om hva hun mente da hun svarte «35».

Denne repeteringsresponsen kan tolkes på flere måter. Det kan være at medelevene ønsket å nedtone at Luna svarte feil. Det kan også være at de tenker at Luna ville forstå oppgaven dersom de gjentok hva som er riktig svar. Responsen kan også tolkes som en ignorering av Lunas nøkkelhandling, altså som en ikke akseptert og inkludert del av gruppas matematiske samtale. Uavhengig av hva som ligger bak medelevenes ignorering, antar jeg at medelevene gjorde sitt beste utfra deres erfaringer med hva som forventes i skolematematikken.

Episode 2 – stillhet kan gi rom for aktualisering av matematisk kunnskap

Denne episoden tar utgangspunkt i transkripsjonsutdrag 9 der elevene diskuterte omkretsen til diamantfigur 10. Figur 5.8 viser bildeutsnitt knyttet til transkripsjonsutdraget.

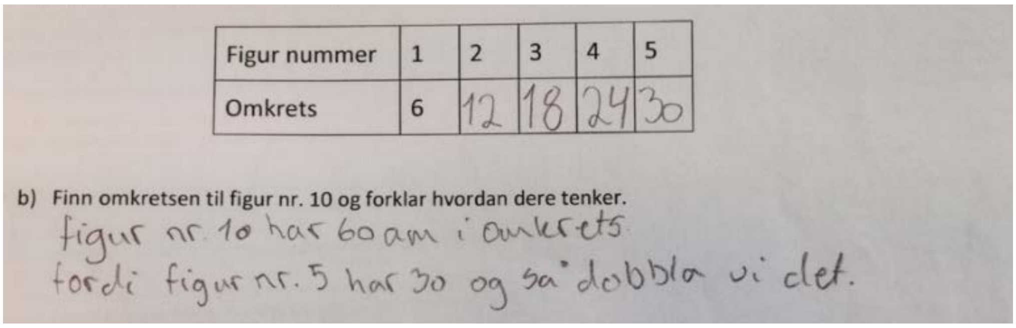
Transkripsjonsutdrag 9

49	Carl	Ja. Nå har vi et mønster [holder alle sekskantbrikkene i handa].	
50	Nora	Da blir det 10 ganger 6 er 60.	N – Forklare
51	Carl	Ja. 60.	N – Vise
52	Nora	Hvordan skal vi skrive det? Figur nummer 10 har (3 s) …	R
53	Carl	Eee, hvem er god å forklare her?	R
54	Nora	60 AM. (9 s) Også, hvordan fant vi det ut?	R
55	Carl	Em, vi fant det ut (5 s)	R
56	Luna	Fordi 5 er 30 [peker på tabellen], og 5 ganger mer er 30 mer, og det blir 60.	N – Forklare

Figur 5.8 Bilder knyttet til transkripsjonsutdrag 9.

Til forskjell fra den første episoden der medelevene diskuterte ulike måter å finne omkretsene på, ble medelevene i denne episoden enige om en strategi der de bruker multiplikasjon for å finne omkretsen til diamantfigur 10. Episoden startet med at medelevene Carl og Nora aktualiserte mønsteret de har funnet; figurtallnummer multiplisert med seks. Denne aktualiseringen etterfulgtes av fire ytringer der medelevene etterspurte en forklaring, samtidig som de la inn pauser i ytringene sine (tur 52–55). Disse ytringene og pausene kan tolkes som regulerende handlinger, og de etterfulgtes av at Luna bidro med nøkkelhandlingen *forklare* (tur 56). Nøkkelhandlingen uttrykte Luna som en multimodal handling der hun koordinerte verbalspråk og bruk av materiell (tabell).

Figur 5.9 presenterer tabellen Luna brukte i sin aktualisering av den matematiske forklaringen, under tabellen presenteres gruppas skriftlige produkt.



Figur nummer	1	2	3	4	5
Omkrets	6	12	18	24	30

b) Finn omkretsen til figur nr. 10 og forklar hvordan dere tenker.

figur nr. 10 har 60 cm i omkrets
fordi figur nr. 5 har 30 og så dobbla vi det.

Figur 5.9 Gruppas skriftlige produkt: tabell, omkrets og forklaring.

Gruppa var innom tre ulike strategier for å finne omkretsen til diamantfigurene. Først telte de sidene i de konkrete figurene, deretter multipliserte de figurnummeret med seks, og til sist forklarte Luna at omkretsen til figur nummer 10 er det dobbelte av omkretsen til figur nummer 5. Det var Lunas forklaring som ble presentert i gruppas skriftlige produkt (se figur 5.9).

Episode 3 – ulike forklaringer

Transkripsjonsutdrag 10 og 11 eksemplifiserer Lunas ulike forklaringer av hvordan omkretsen til diamantfigurene kan bli funnet.

Transkripsjonsutdrag 10

59	Lærer	Hvordan tenker du her, Luna [peker på tabellen]?	R
60	Luna	Jeg tenke jo det samme.	
61	Lærer	Ja, hvordan da?	R
62	Luna	2 ganger 6 er 12 [peker på tabellen].	N – Forklare
63	Lærer	2 ganger 6 er 12.	
64	Luna	3 ganger 6, er det ikke det?	N – Forklare
65	Carl	Ja, det er rett.	
66	Luna	18. 4 ganger 6, 5 ganger 6.	N – Forklare

I denne episoden kom læreren bort til gruppa og spurte Luna om hva hun tenker (regulerende handling). Luna sa at hun tenker «det samme» (linje 60). I linjene 62, 64 og 66 pekte hun på tabellen og forklarte hvordan omkretsen kan bli funnet ved å multiplisere med seks. Det er usikkert hvorfor Luna her forklarte en annen strategi enn den hun forklarte til gruppa, og som medeleven Nora skrev ned i episode 2. En mulig forklaring på denne endringen er at hun anser multiplikasjonsstrategien som mer sofistikert enn doblingsstrategien. En annen mulighet er at den ferdig utfylte tabellen fungerte som en regulator som skapte en mulighet for Luna til å forklare multiplikasjonsstrategien.

I transkripsjonsutdrag 11 diskuterte elevene hvordan de kan finne omkretsen til diamantfigur 13. Et par minutter før Transkripsjonsutdrag 11 sa Luna: «10 er 60. Deretter må man plusse på 3, som er 18.»

Transkripsjonsutdrag 11

113	Luna	Sånn som vi gjorde, hva gjorde vi igjen?	R
114	Nora	Vi plussa dem sammen	N – Forklare
115	Luna	Vi tok 60 pluss 18. Pluss.	N – Forklare
116	Nora	Ja.	
117	Luna	Og 3 er 18.	N – Vise
118	Nora	Pluss 18. Ja, nå kan du finne en [ser på Carl].	

I denne episoden brukte Luna først tabellen og forklarte til læreren hvordan omkretsen kan finnes ved å multiplisere figurtallet med seks. Deretter forklarte hun hvordan omkretsen kan bli funnet ved å dele diamantfiguren opp i mindre figurer (her figur 13 = figur 10 + figur 3) og deretter summere omkretsen til de mindre figurene.

Sammendrag – Luna i arbeidsøkt med omkretsoppgaven

Arbeidsøkta startet med at medelevene jobbet sammen om å finne omkretsen til de første diamantfigurene, mens Luna observerte medelevenes aktualisering av matematisk kunnskap. Da Luna sa at hun ikke forsto, ignorerte medelevene denne ytringen. Senere ignorerte de også Lunas nøkkelhandlinger når disse ikke var nøyaktige. Manglende nøyaktighet handlet i dette kasuset i hovedsak om ikke-korrekte svar. Senere i arbeidsøkta bidro Luna med nøkkelhandlinger etter at medelevene hadde bidratt med fire påfølgende regulerende handlinger og deretter ble stille.

Selv om medelevene ignorerte Lunas ytringer om at hun ikke forsto, og de ikke-nøyaktige nøkkelhandlingene, anerkjente de Lunas nøkkelhandlinger om strategier som ikke var identiske med strategiene som medelevene hadde aktualisert. Et eksempel er da Luna foreslo at omkretsen til en diamantfigur kan bli funnet ved å splitte figuren opp i mindre figurer og summere omkretsene til disse figurene. Det er denne strategien som kommer til syne i gruppas skriftlige produkt, til tross for at medelevene brukte multiplikasjon som strategi for å finne omkretsen til diamantfigurene. Avslutningsvis, i episode 3, brukte Luna tabellen på oppgavearket for å aktualisere en generalisering av mønsteret for diamantfigurenes omkrets – figurnummeret multiplisert med seks. Dette er en annen strategi enn den strategien Luna aktualiserte i episode 2, der hun delte diamantfigurene i mindre figurer og summerte omkretsen til de mindre figurene.

Analysen av arbeidsøkta med omkretsoppgaven identifiserte tre aspekter ved regulering av Lunas muligheter for å aktualisere matematisk kunnskap gjennom nøkkelhandlinger. For det første identifiserte analysen medelevenes pauser og stillhet som en regulering som bidro til kommunikasjonsrom for Luna. For det andre identifiserte analysen medelevenes ignorering av Lunas nøkkelhandlinger som en regulering som hindret Luna fra å bidra med flere matematiske nøkkelhandlinger. For det tredje identifiserte analysen tilgangen til tabellen som en regulering som hadde betydning for Lunas aktualisering av matematisk kunnskap. Når hun hadde tilgang til tabellen brukte hun en annen strategi enn når hun ikke brukte tabellen for å forklare en strategi for å finne omkretsen til diamantfigurene.

5.2.2 Luna i arbeidsøkt med tårnoppgaven

I denne arbeidsøkta jobbet Luna og medelevene Carl og Nora med å finne antall kuber i tårnfigurene. I forrige arbeidsøkt brukte ikke gruppa de tilgjengelige brikkene, men i denne arbeidsøkta brukte de kubene i sitt arbeid.

Episode 1 – Luna regulerer rom for gruppas aktualisering

I transkripsjonsutdrag 12 diskuterte gruppa hvordan de første tårnfigurene ser ut. Figur 5.10 viser bildeutsnitt knyttet til transkripsjonsutdraget.

Transkripsjonsutdrag 12

13	Luna	Enn hvis vi prøver å bygge den?	R
14	Nora	Ja, vi bygger den.	
15	Carl	Se her, her er figur nummer 1 [legger én kube på pulten].	N – Vise
16	Luna	Ja, men så ser du siden at det er 4, tar vi 1 sånn her	N – Vise

		[peker på bildet av tårnfigur 6]. Skal vi gjøre det?	
17	Nora	Ja, finn figur [...]	
18	Luna	1, 2, 3, 4, 5, 6, ok 5. Vi tar ikke toppen	N – Vise
19	Nora	Er det [...]	
20	Carl	Hei dere, se her er figurene [legger fram tårnfigur 1 og 2 bygd med kuber].	N – Vise
21	Nora	Hæ?	
22	Carl	Figur nummer 2 ser sånn ut [plukker opp tårnfigur 2 som er bygd med kuber], figur nummer 1 ser sånn ut [plukker opp én kube].	N – Vise
23	Luna	Sikker på det?	R

Figur 5.10 Bilder tilknyttet transkripsjonsutdrag 12.

Episoden viser hvordan Luna bidro med regulerende handlinger for å få mulighet til å undersøke tårnfigurenes oppbygging; hun foreslo at de skal bygge tårnfigurene. Forslaget ble anerkjent av medelevene, og Carl reformulerte nøkkelhandlingen han uttrykte verbalt i forkant av episoden, «Figur 1 er bare én kloss», med en nøkkelhandling uttrykt multimodalt, «Se her, her er figur nummer 1 [legger én kube på pulten]» (tur 15). Mens Carl bygde figurene, studerte Luna bildet av tårnfigur 6 (se figur 5.10). Da Carl la fram tårnfigurene han hadde bygd, spurte Luna om han er sikker på at disse er riktige (tur 23).

I denne episoden tok Luna noe av styringen (tur 13 og 18), og aksepterte ikke umiddelbart Carls forslag (tur 16). Dette kan skyldes at hun forsøkte å selv etablere en forklaring som tok utgangspunkt i hennes egen forståelse. Videre tolker jeg Lunas ytring i tur 23 som en regulerende handling som ber om en forklaring eller begrunnelse fra Carl. En slik tolkning kan bety at Lunas ytring i tur 23 var en oppfølging og en bekreftelse av Noras «hæ?» i tur 21. Episoden illustrerer slik sett symmetriske relasjoner der alle gruppedeltakerne hadde stemmer som fikk både muligheter til å aktualisere matematisk kunnskap gjennom nøkkelhandliger og muligheter til å regulere gruppas aktualisering av matematisk kunnskap.

Episode 2 – Luna bruker materiellet for å aktualisere

I transkripsjonsutdrag 13 diskuterer elevene fortsatt hvordan de kan beskrive de første tårnfigurene. Figur 5.11 viser bildeutsnitt knyttet til transkripsjonsutdraget.

Transkripsjonsutdrag 13

49	Luna	Ja, ikke hvordan dem ble bygd opp. Dette er figur nummer 6, forklar med ord hvordan figur nummer 1, 2 og 3 ser ut.	R
50	Carl	Ser ut. Det blir vanskeligere [30 sekunder med ikke-oppgaverelevant snakk].	
51	Nora	Den ser ut som et kryss.	N – Forklare
52	Luna	Under	
53	Nora	Under ser det ut som et kryss. Også blir det mindre kryss, også blir det mindre kryss.	N – Forklare
54	Luna	Det der var bra. Et kryss og et mindre kryss, og oppå toppen er det bare én.	N – Forklare
55	Nora	Ja.	
56	Luna	Trea har sånn 2 kryss og 1 topp.	N – Forklare
57	Nora	Ja.	
58	Luna	Som en pyramide.	N – Vise
59	Nora	Og figur nummer 1 er bare 1.	N – Vise
60	Luna	En kloss. Og figur 2 er bare 6. Eller et kryss.	N – Vise
61	Nora	[Skriver ned Lunas beskrivelse] Sånn. Hva er det det står? (9 s) To er [plukker opp tårnfigur 2]?	
62	Luna	Et kors og én brikke oppå.	N – Vise

Figur 5.11 Bilder til transkripsjonsutdrag 13.

Dette transkripsjonsutdraget starter med at Luna sa til Carl at oppgaven ikke handler om at de skal bygge tårnfigurer, men at de skal beskrive disse figurene med ord. Fram til nå hadde Luna studert bildet av tårnfigur nummer 6 på oppgavearket og ikke vært involvert i Carls bygging med kuber. Nora, som satt mellom Luna og Carl (se figur 5.11), forklarte at figuren Carl hadde bygd, ser ut som et kryss med mindre og mindre kryss (tur 51 og 53). Disse nøkkelhandlingene, som er basert på rekursive sammenhenger i figurmønsteret, førte til at Luna bidro med nøkkelhandlinger (se figur 5.11 og tur 54 og 56). Episoden illustrerer at både materiell og medelevenes nøkkelhandlinger kan regulere muligheter for Luna til å bidra med matematiske nøkkelhandlinger.

Sammendrag – Luna i arbeidsøkt med tårnoppgaven

I starten av denne arbeidsøkta foreslo Luna at de kunne bygge tårnfigurene med kubene, og brukte deretter både de fysiske figurene og bildet på oppgavearket til å aktualisere matematisk kunnskap. Gjennom arbeidsøkta framsto Luna tilsynelatende som en likeverdig deltaker i gruppas arbeid, og hun bidro med både regulerende handlinger og nøkkelhandlinger. Disse handlingene uttrykte hun i hovedsak multimodalt; hun brukte bildet på oppgavearket og kubene og etterspurte bygging. Videre bidro hun til gruppas aktualisering ved å forklare oppbyggingen av tårnfigurer som medelevene hadde bygd.

Funn fra analysen identifiserte medelevenes nøkkelhandlinger som sentrale for Lunas aktualisering av matematisk kunnskap. Elevene etterspurte i liten grad hverandres mening eller forståelse. De matematiske nøkkelhandlingene framsto som en kjede av multimodale handlinger som sto i gjensidig relasjon til hverandre – nøkkelhandlingene var oftest en fortsettelse av tidligere nøkkelhandlinger. Dette betyr at nøkkelhandlinger kan regulere oppfølgingsnøkkelhandlinger.

5.2.3 Oppsummering av Lunas læringsmuligheter

Min analyse viser at Lunas muligheter til å aktualisere matematisk kunnskap ble regulert av samsvaret mellom hennes ytringer og medelevenes nøkkelhandlinger. I begynnelsen ble Lunas ytringer ignorert av medelevene når hun sa at hun ikke forsto, eller når hennes matematiske nøkkelhandlinger kunne forstås som ikke-nøyaktige. Tendensen var at medelevene ignorerte Lunas ikke-nøyaktige nøkkelhandlinger ved å ikke respondere disse. Dette er en implisitt regulering av Lunas matematiske læringsmuligheter. Senere i arbeidsøkta, da medelevene ble stille, åpnet det seg muligheter for Luna til å aktualisere matematisk kunnskap gjennom nøkkelhandlinger. Stillhet kan derfor være en regulering som inviterer til deltakelse og åpner for at elever som presterer lavt, kan bidra med matematiske nøkkelhandlinger. Dette forskningsfunnet viser at regulerende handlinger ikke bare handler om hva som blir sagt, men også om hva som ikke blir sagt. Stillhet og pauser kan være avgjørende for elevers muligheter til å aktualisere matematisk kunnskap i heterogene smågrupper. Funn fra analysen viser at stillhet og pauser implisitt kan invitere elever som presterer lavt i matematikk, til å aktualisere matematisk kunnskap.

Et annet funn fra arbeidsøkta knyttet til arbeid med tårnfigurene er at medelevenes nøkkelhandlinger fungerer som regulerende og etterfølges av Lunas nøkkelhandlinger. Dette funnet viser at en regulerende handling ikke nødvendigvis må etterspørre forståelse eller tenkemåte. En regulerende handling kan være en handling som gir innsikt i egen tenkemåte, og som slik bidrar implisitt til at andre elever forklarer sin tenkemåte.

Analysen identifiserte videre tilgangen til tabell som regulerende for hvilken matematisk kunnskap Luna aktualiserte. Når Luna brukte tabellen for å uttrykke nøkkelhandlinger, aktualiserte hun matematisk kunnskap som kan forstås som mer generalisert enn når hun ikke brukte tabellen for å uttrykke nøkkelhandlinger.

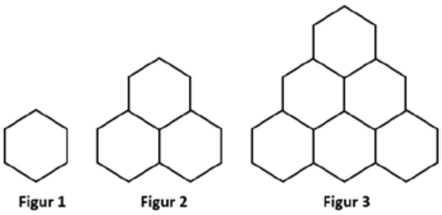
Kasuset med fokuseleven Luna som omdreiningspunkt demonstrerer hvordan medelevenes stillhet og nøkkelhandlinger kan bidra til å regulere læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk. Når stillhet og nøkkelhandlinger inviterer til deltakelse, framstår elevene som mer likeverdige enn når en eller flere av elevene tar én lederrolle og regulerer de andre elevenes deltakelse gjennom eksplisitte spørsmål knyttet til forståelse eller forklaring. Videre viser forskningsfunnet knyttet til bruk av tabellen for å aktualisere matematisk kunnskap at materiell kan regulere elevers valg av strategi og slik sett ha betydning for innholdet i elevenes nøkkelhandlinger.

5.3 Fokuseleven May

I studien min observerte jeg May i tre ulike arbeidsøkter og i tre ulike smågrupper (se tabell 5.3). I de to første arbeidsøktene framsto May som tilbaketrukket og reservert. Hun var stort sett stille og uttrykte sjelden matematiske nøkkelhandlinger uten invitasjoner til å bidra fra medelevene. I disse to arbeidsøktene var hun del av to ulike heterogene smågrupper, dermed vil analysen av disse arbeidsøktene kunne gi innblikk i matematiske læringsmuligheter for May i ulike medierende virksomheter.

På grunn av May sin reserverte rolle i de to første arbeidsøktene, valgte jeg å observere May under arbeid med Siv. May og Siv jobbet med omkretsoppgaven, som May allerede kjente fra andre arbeidsøkt. Ifølge læreren var Siv en venninne av May og fulgte individuell opplæringsplan (IOP) i matematikk.

Tabell 5.3 Oversikt over arbeidsøktene og smågruppene, fokuselev May.

Observasjoner av May		
Arbeidsøkt	**Figur(er)**	**Deltakere i smågruppene**
Arbeidsøkt 1 – Antall		
Arbeidsøkt 2 – Omkrets		
Arbeidsøkt 3 – Omkrets		

5.3.1 May i arbeidsøkt med antallsoppgaven

I denne arbeidsøkta (sam)arbeidet May, Eva og Tom om å finne antall brikker i ulike diamantfigurer. Allerede i starten av arbeidsøkta framsto May som lite deltakende. Fysisk er dette synlig ved at hun satt et stykke fra medelevene (se bilde av May, Eva og Tom i tabell 5.3). I gruppas kommunikasjon var dette synlig ved at hun i svært liten grad bidro med multimodale handlinger.

Arbeidsøkta startet med at elevene skulle bli kjent med diamantfigurene, og de ble bedt om å finne antall brikker i de fem første diamantfigurene. Antall brikker skulle de skrive inn i en tabell som var presentert på oppgavearket.

Episode 1 – «Hva tenker du, May?»

Medelevene Eva og Tom fant antall brikker for de fem første diamantfigurene og skriver dette inn i tabellen uten at May var deltakende. Bildet av gruppa i tabell 5.3 eksemplifiserer hvordan Eva og Tom regulerte bruken av fysiske brikker for å utforske figurene, mens May satt så langt unna at hun kun kunne observere deres aktualisering av matematisk kunnskap på avstand.

Etter at medelevene var ferdig med å fylle ut tabellen, henvendte Tom seg til May og spurte om hun forsto hva de hadde gjort. May nikket, og medelevene fortsatte med å tegne diamantfigur 10 på heksagonrutearket. Transkripsjonsutdrag 14 eksemplifiserer hvordan medelevene etter at de hadde funnet antall brikker i diamantfigur 10, spurte hva May tenkte. Figur 5.12 viser bildeutsnitt knyttet til transkripsjonsutdraget.

Transkripsjonsutdrag 14

66	Eva	Hva tenker du [ser på May]?	R
67	Tom	Ja, hva du tenker du [ser på May]?	R
68	May	Hva var oppgaven igjen?	R
69	Tom	Det er den der [gir oppgave arket til May og peker på oppgaven som spør om ulike måter å finne antall brikker i diamantfigur 10].	
70	May	Er ikke det den der [peker på diamantfigur 10 som Eva og Tom har tegnet på arket med heksagonrutene]?	R
71	Eva	Ja, det der er figur nummer 10.	N – Vise
72	Tom	Ja, men hva tenker vi?	R
		Jeg tenker at vi teller det.	N – Vise
73	Eva	Ja, jeg tenker og at vi teller det, for vi gjør jo det. Jeg tenker at vi bare plusser på. Hva blir det?	N – Vise R

Figur 5.12 Bilder til transkripsjonsutdrag 14.

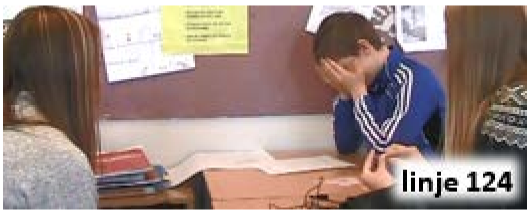
Da medelevene Eva og Tom inviterte May til å fortelle hvordan hun tenkte, svarte hun med å spørre om hva oppgaven var (tur 68). Tom svarte med å gi henne oppgavearket, og May pekte da på heksagonrutearket der medelevene hadde tegnet diamantfigur 10. Fram til nå hadde ikke May aktualisert matematisk kunnskap gjennom observerbare nøkkelhandlinger. Medelevene hadde spurt henne både om hun forsto og om hva hun tenkte, samtidig hadde de regulert en privatisert aktualisering av matematisk kunnskap som May fysisk ble hindret fra å delta i. Eva og Tom hadde oppgavearket med visualiseringen av diamantfigurene mellom seg, Eva satt med ryggen mot May, og May satt et godt stykke unna (se bilde av May, Eva og Tom i tabell 5.3).

Episode 2 – «Skjønner du, May?»

Transkripsjonsutdrag 15 kommer etter at medelevene hadde forklart ulike strategier for å finne antall brikker i diamantfigur 10 og deretter spurt May om hun forsto. Figur 5.13 viser bildeutsnitt knyttet til transkripsjonsutdraget.

Transkripsjonsutdrag 15

116	Tom	På figur ... Skjønner du det? Hvorfor vi gjør det?	R
117	Eva	Når vi har figur 5, og for at den skal bli større, må man plusse på 6, også 7, også 8, også 9, også 10.	N – Forklare
118		May nikker.	
119	Tom	Skjønner du? Ikke bare si ja, skjønner du?	R
120		May nikker.	
121	Eva	Ja, ikke bare si ja.	R
122	Tom	Jeg mener det. Skjønner du? Skjønner du?	R
123		May nikker	
124	Tom	Skjønner du? [legger ansiktet i hendene sine (se figur 5.13)]	R
125		May nikker.	



Figur 5.13 Bilde til transkripsjonsutdrag 15.

I transkripsjonsutdrag 15 spurte Tom fire ganger om May forsto, og hver gang nikket May bekreftende. I tillegg responderte Eva på et av spørsmålene med å forklare hvordan man kan finne antall brikker i diamantfigur 10 (tur 117). Toms spørsmål om May forstår, kan tolkes som en invitasjon til May om å aktualisere matematisk kunnskap. Da Eva i tur 117 svarte på Toms regulerende handling med en nøkkelhandling, kan dette tolkes som et hinder for Mays aktualisering. Evas ytring i tur 117 kan imidlertid også tolkes som en støtte for May, nemlig at Eva viser eller forklarer May hvordan oppgaven kan løses. Uavhengig av Evas intensjoner etterfølges ikke Toms regulerende handling i tur 116 av at May aktualiserer matematisk kunnskap gjennom observerbare nøkkelhandlinger.

Da Tom sist i transkripsjonen (tur 124) la ansiktet i hendene sine (se figur 5.13), kan dette ha vært et uttrykk for frustrasjon. En slik tolkning støtter opp under at Tom ønsket å legge til rette for at May skulle få aktualisere matematisk kunnskap knyttet til oppgaven de jobber med. Denne tolkningen støttes av det som skjedde videre, se transkripsjonsutdrag 16.

Transkripsjonsutdrag 16

126	Tom	Okey, forklar til meg. Forklar. Jeg trenger en forklaring [skyver heksagonbrikkene mot May].	R
127	Eva	Du vet jo forklaringa [tar heksagonbrikkene].	R
128	Tom	Ja, for jeg må ha henne med.	
129	Eva	For at den skal bli større, må man plusse på neste tall.	N – Forklare
130	Tom	Hun skulle jo forklare.	
131		[Eva «leker» med heksagonbrikkene]	
132	Eva	Ja, skriv det ned.	R
133	Tom	Nei, jeg skal først ha henne med. Okey, forklar [ser på May].	R
134	May	Man bare plusser på en til. Liksom, jo lenger ned man kommer.	N – Forklare
135	Eva	Ja, der fikk du forklaringa.	
136	Tom	Hæ?	

137 Eva Der fikk du forklaring.

I transkripsjonsutdrag 16 gikk Tom bort fra å spørre May om hun forstår, og ba henne heller om å forklare. Parallelt med at han muntlig etterspurte en forklaring, skjøv han heksagonbrikkene mot May (tur 126). Denne multimodale handlingen kan tolkes som en regulerende handling som inviterer May til å aktualisere matematisk kunnskap. Det var Eva som fulgte opp Toms regulerende handlinger og dermed også regulerte Mays muligheter til å bidra. Evas reguleringer begrenset Mays mulighet til å benytte Toms invitasjoner. Først da hun sa at Tom vet forklaringen, deretter da hun tok heksagonbrikkene (tur 127), og deretter da hun svarte på et spørsmål stilt til May (tur 129). I denne episoden snakket begge medelevene om May i tredjeperson entall, dette kan oppfattes som at de ikke regner May som en likeverdig deltaker i gruppa.

Transkripsjonsutdraget eksemplifiserer noe av kompleksiteten ved reguleringen som skjer i elev–elev-interaksjoner. På den ene siden ber Tom om at May skal forklare, noe som kan tolkes som en invitasjon til å aktualisere matematisk kunnskap gjennom nøkkelhandlinger. På den andre siden snakker de om May i tredjeperson entall, noe som kan tolkes som at de (ubevisst) anser May som mindre kompetent sammenliknet med dem selv.

Sammendrag – May i arbeidsøkt med antallsoppgaven

Denne arbeidsøkta eksemplifiserer noe av kompleksiteten bak elevers muligheter til å aktualisere matematisk kunnskap i heterogene smågrupper. I arbeidsøkta inviterte Tom flere ganger May til å aktualisere matematisk kunnskap gjennom å forklare hvordan hun forsto oppgaven og de ulike løsningsmåtene. Denne invitasjonen aktualiserte han multimodalt; altså både verbalt, gjennom kroppsspråk og ved bruk av materiell (brikkene og den tegnede diamantfigur 10). Det var imidlertid ikke May, men Eva som benyttet kommunikasjonsrommet. Dette gjorde hun 1) verbalt ved å si at Toms spørsmål allerede hadde blitt besvart, 2) ved å svare på et spørsmål stilt til May og 3) multimodalt ved å ta heksagonbrikkene som Tom skjøv mot May. I tillegg kan også Evas kroppsspråk – hun satt med ryggen mot May – tolkes som avvisende og dermed regulerende som hinder for Mays mulighet til å aktualisere matematisk kunnskap.

Analysen viste at når en elev inviteres av en medelev til å aktualisere matematikk gjennom nøkkelhandlinger, kan en annen medelev hindre eleven fra å benytte seg av invitasjonen ved å fylle kommunikasjonsrommet. En medelevs nøkkelhandlinger vil i en slik situasjon kunne fungere som regulerende handlinger som hindrer elever som presterer lavt, fra å aktualisere matematisk kunnskap.

5.3.2 May i arbeidsøkt med omkretsoppgaven

I denne arbeidsøkta (sam)arbeidet May med Bob og Tom for å finne omkretsen til ulike diamantfigurer. Til forskjell fra arbeidsøkt 1 bidro begge medelevene med regulerende handlinger som kan tolkes som invitasjoner til May for å aktualisere matematisk kunnskap. Bildet av May, Bob og Tom i tabell 5.3 viser at elevene var mer fysisk samlet rundt arbeidsarket i arbeidsøkt 2 enn det som var tilfellet i arbeidsøkt 1.

Episode 1 – medeleven Bob inviterer til handling

Bob tok en ledende rolle da gruppa startet med omkretsoppgaven, og han inviterte May til å aktualisere matematisk kunnskap knyttet til figurenes omkrets. Denne invitasjonen er startpunktet for transkripsjonsutdrag 17.

Transkripsjonsutdrag 17

40	Bob	May har du lyst å telle hvor mange det er rundt den første [gir May oppgavearket med bildet av figurene og en blyant]?	R
41	May	Rundt kanten?	N – Vise
42		[Bob nikker mot May]	
43	Bob	Prøv å telle.	R
44	Tom	Ja, hun [utydelig]	
45	May	[Tar blyanten og peker på veggene rundt diamantfigur 2]. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12.	N – Forklare

Transkripsjonsutdraget viser en av de første gangene i datamaterialet mitt der May tar imot en invitasjon til å aktualisere matematisk kunnskap gjennom en matematisk nøkkelhandling. Her uttrykte Bob en regulerende handling gjennom å koordinere verbalspråk, kroppsspråk og bruk av materiale (blyant og billedlig framstilling av figurene). I tillegg til å invitere May til å bidra med matematiske nøkkelhandlinger gjennom multimodale handlinger bidro Bob med tid. Da May spurte om hun skulle telle rundt kantene, nikket han og sa at hun kunne prøve å telle.

Episode 2 – fra telling til eksplisitt formel

Transkripsjonsutdrag 18 er fra siste del av arbeidsøkta om omkretsoppgaven der May jobber med Bob og Tom. Figur 5.14 viser bildeutsnitt knyttet til transkripsjonsutdraget.

Transkripsjonsutdrag 18

699 Bob	Ja, der. [Gir blyanten til May (figur 5.14)]. Bare skriv det der. Ok, hva er forklaringa vår? Du kan bare si hva du skriver.	R
700 May	Vi tar sånn, hva som er rundt.	
701 Bob	Ja.	
702 May	Hvor 6.	
703 Bob	Ja, men hvor mange sider. Skriv. Da må du skrive. Vi tar antall sider.	R N – Forklare
704 Tom	På en brikke.	
705 Bob	Mm. Antall sider på en brikke. (9 s) Side, også ganger vi det med (8 s).	N – Forklare
706 May	Ganger med figurnummer [peker på ruta med «figurnummer» i tabellen (figur 5.14)].	N – Forklare
707 Bob	Ja.	
…		
715 May	Man tar antall sider på en brikke.	N – Forklare
716 Forsker	[nikker]	R
717 May	Og ganger med figurnummer.	N – Forklare
…		
731 Bob	I stedet for å skrive det med ord. Sånn som du ville skrevet det i matteboka når du skal regne det. Hva skriver man da?	R

732 May	N ganger 6.	N – Forklare

Figur 5.14 Bilder til transkripsjonsutdrag 18.

Transkripsjonsutdraget eksemplifiserer hvordan elevene sammen kom fram til et generelt uttrykk for hvordan de kan finne omkretsen til en hvilken som helst diamantfigur. En av medelevene inviterte May og ga henne tid. Dette gjorde at May fikk rom for å bidra til å aktualisere matematisk kunnskap gjennom nøkkelhandlinger hun uttrykte multimodalt. Hun koordinerte verbalspråk, kroppsspråk og bruk av materiell (se figur 5.14). Avslutningsvis var det May som skrev denne forklaringen som «*N* ganger 6».

Sammendrag – May i arbeidsøkt med omkretsoppgaven

I denne arbeidsøkta uttrykte medelevene regulerende handlinger som eksplisitt inviterte May til å aktualisere matematisk kunnskap gjennom nøkkelhandlinger. De regulerende handlingene var av multimodal karakter – 1) medelevene ga May tilgang til blyant, tabell og bilder av diamantfigurene, 2) de pekte på diamantfigurene, og 3) de spurte om hun kunne telle sidene. Som bildene i figur 5.14 viser, så hadde Bob lagt oppgavearket framfor May og gitt henne en blyant som hun kunne bruke til å telle med. May svarte på disse regulerende handlingene med å aktualisere matematisk kunnskap gjennom multimodale nøkkelhandlinger. Først var disse nøkkelhandlingene nær knyttet til strategien telle én og én. Senere aktualiserte hun gjennom nøkkelhandlingene generelle sammenhenger knyttet til tallmønsteret som beskriver diamantfigurenes omkrets. Avslutningsvis i arbeidsøkta samarbeidet May og medeleven Bob om å aktualisere et generelt uttrykk for tallmønsteret som beskriver diamantfigurenes omkrets. Dette uttrykket skrev May ned som «*N* ganger 6».

Analysen identifiserte spesielt to forskningsfunn knyttet til Mays tilgang til å aktualisere matematisk kunnskap. For det første framsto tilgangen til materiell og medelevenes regulerende handlinger som avgjørende for at May skulle komme i posisjon til å bidra med nøkkelhandlinger. For det andre framsto tabellen som avgjørende for at May skulle komme i posisjon til å aktualisere det generelle uttrykket for omkretsen til diamantfigurene med egne ord.

5.3.3 May i arbeidsøkt med omkretsoppgaven for andre gang

I denne arbeidsøkta jobbet May og Siv med å finne omkretsen til diamantfigurene. Læreren omtalte Siv som en god venninne av May. Siv hadde ikke deltatt i noen av prosjektets arbeidsøkter tidligere fordi hun fulgte IOP i matematikkfaget. En følge av dette er at det i denne gruppesammensetningen var May som var vurdert som høyest presterende, og Siv som var vurdert som lavest presterende. May hadde tidligere jobbet med omkretsoppgaven i en annen smågruppe (med Bob og Tom), mens oppgaven var ukjent for Siv.

Episode 1 – regulerende handlinger i arbeidet med å finne omkrets

Transkripsjonsutdrag 19 eksemplifiserer hvordan May i denne arbeidsøkta bidro med handlinger som regulerte medeleven Sivs deltakelse i arbeidet med å finne omkretsen til diamantfigurene. Figur 5.15 viser bildeutsnitt knyttet til transkripsjonsutdraget.

Transkripsjonsutdrag 19

6	May	Okey, på figurene over er ytterveggene merka med grønt. Det er det her [peker på oppgavearket (figur 5.15)], de grønne.	N – Vise
7	Siv	Mm.	
8	May	Lengden rundt ytterveggene kalles for omkrets. Hver side i brikkene er én altameter [peker på en av sidene]. [utydelig] Fyll inn omkretsene som mangler i tabellen. På nummer en, der står det seks. Vet du hvorfor?	N – Vise R
9	Siv	Jeg vet ikke.	
10	May	Fordi det er 1, 2, 3, 4, 5, 6, seks sider [peker på sidene mens hun teller].	N – Forklare
11	Siv	Liksom de her?	R
12	May	Ja, liksom de som er rundt. Hva tror du det blir her på to da?	N – Forklare R

Figur 5.15 Bilder til transkripsjonsutdrag 19.

I denne episoden var det May som regulerte og uttrykte nøkkelhandlingene *vise* og *forklare*. Oppgavearket med bilde av diamantfigurene lå mellom henne og medeleven Siv, og det var May som pekte og forklarte hvordan de kunne løse oppgaven (figur 5.15). De gangene Siv bidro med matematiske nøkkelhandlinger, var de responser på Mays regulerende handlinger.

Episode 2 – fra telling til multiplikasjon

I transkripsjonsutdrag 20 forklarte May hvordan omkretsen kan bli funnet ved å bruke multiplikasjon som strategi.

Transkripsjonsutdrag 20

56	May	For eksempel. 6 pluss 6, det er jo 12. Så da blir det jo 12. Da har vi egentlig bare tatt 6 to ganger. Så 6, hvis vi tar det tre ganger så blir det jo 18. 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18. Så det er jo egentlig bare ganga med seks hele tida. (3 s) Skjønner du?	N – Forklare R
57	Siv	Ja, litt.	
58	May	Ok, da har vi funnet ut. Men du skjønner hva vi har gjort?	R
59	Siv	Mm, jeg skjønte jo egentlig litt av den der etter hvert. Også den der.	

Dette transkripsjonsutdraget viser at selv om May stort sett benyttet en telle-alle-strategi for å forklare Siv hvordan de kan finne omkretsen til diamantfigurene, var hun oppmerksom på at omkretsen også kunne bli funnet ved å bruke multiplikasjon som strategi. Hun forklarte i tur 56 hvordan omkretsen til de første tre figurene kunne bli funnet ved å multiplisere figurnummeret med seks.

Sammendrag – May i andre arbeidsøkt med omkretsoppgaven

I denne arbeidsøkta hadde May en ledende rolle og var den som inviterte medeleven Siv til å aktualisere matematisk kunnskap gjennom nøkkelhandlinger. May vekslet mellom å bidra med nøkkelhandlinger og regulerende handlinger, disse handlingene uttrykte hun i stor grad multimodalt. May forklarte både begreper og løsningsstrategier for medeleven Siv, ofte etterfulgt av spørsmålet «Skjønner du?» I denne arbeidsøkta var de fleste av Mays nøkkelhandlinger ikke et resultat av Sivs regulerende handlinger. May framsto som en selvstendig initiativtaker til å aktualisere matematisk kunnskap gjennom multimodale nøkkelhandlinger.

Analysen av arbeidsøkta med omkretsoppgaven viste at når en elev som presterer lavt i matematikk, arbeider med medelever som presterer lavere enn denne eleven selv, kan dette føre til at eleven får en sentral rolle i gruppas aktualisering av matematisk kunnskap. Det er et funn at gruppesammensetningen kan være en regulerende faktor for elever som presterer lavt sine muligheter til å aktualisere matematisk kunnskap.

5.3.4 Oppsummering av Mays læringsmuligheter

Min analyse av Mays deltakelse i de tre ulike gruppene viser noe av kompleksiteten ved fokuselevenes deltakelse i heterogene smågrupper. I den første gruppa forble May relativt passiv gjennom hele arbeidsøkta. I den andre gruppa aktualiserte May mer matematisk kunnskap enn i den første arbeidsøkta, men nøkkelhandlingene var stort sett alltid respons på medelevenes regulerende handlinger som inviterte May til å aktualisere matematisk kunnskap. I den tredje gruppa aktualiserte May matematisk kunnskap gjennom multimodale nøkkelhandlinger uten at medeleven regulerte dette ved å etterspørre Mays forklaring eller forståelse.

Analysen identifiserte medelevenes eksplisitte regulering som avgjørende for Mays muligheter til å aktualisere matematisk kunnskap i de to første gruppene. I den første gruppa inviterte medeleven Tom flere ganger May eksplisitt til å forklare hvordan hun tenkte. Disse invitasjonene regulerte medeleven Eva slik at May ikke fikk mulighet til å benytte seg av dem. Dette gjorde Eva 1) verbalt ved å svare på Toms spørsmål til May, 2) kroppslig ved å snu ryggen mot May og 3) multimodalt ved å ta kontroll på materiellet (brikkene, billedlige framstillinger og tabell) slik at May ikke hadde tilgang til dette. Dette forskningsfunnet viser at medelevers nøkkelhandlinger kan være regulerende på en måte som hindrer matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk.

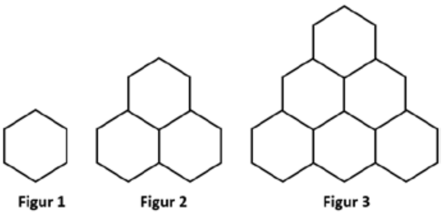
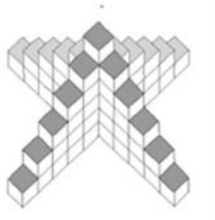
Analysen av den andre arbeidsøkta viste at medelevene ventet til etter at én av dem har bidratt med eksplisitte regulerende handlinger som etterspurte Mays forståelse eller forklaring. Denne ventetiden skapte noen sekunders stillhet og pause, noe som framsto som regulerende for Mays muligheter til å uttrykke matematiske nøkkelhandlinger. Videre hadde May i denne arbeidsøkta tilgang til materiellet. Forskningsfunnene fra analysen tyder på at kombinasjonen av medelevenes eksplisitte regulerende handlinger, tid og tilgang til materiell var avgjørende for Mays muligheter til å aktualisere matematisk kunnskap. Analysen av den tredje arbeidsøkta identifiserte May i en ledende rolle der hun var den som inviterte medeleven til å bidra med matematiske nøkkelhandlinger. Disse invitasjonene uttrykte May både gjennom nøkkelhandlinger og regulerende handlinger. Analysen identifiserte spor fra tidligere arbeidsøkter i Mays handlinger. Hennes aktualisering av matematisk kunnskap har spor fra arbeidsøkta der hun jobbet med Bob og Tom, og de regulerende handlingene hun uttrykker, har spor fra begge de to tidligere arbeidsøktene.

Kasuset med fokuseleven May som omdreiningspunkt viser et nytt forskningsfunn, som er at medelevenes multimodale handlinger kan hindre elever som presterer lavt i matematikk, fra innsikt i medelevenes aktualisering av matematisk kunnskap gjennom nøkkelhandlinger. Eksempler på multimodale handlinger som kan hindre innsikt for fokuseleven, kan være at medelevene snur ryggen mot fokuseleven eller tar kontroll over alt materiell. Slike regulerende handlinger vil kunne hindre fokuseleven fra å følge medelevenes matematiske nøkkelhandlinger. Videre viser funnene fra dette kasuset at når elever som presterer lavt i matematikk, får mulighet til å aktualisere matematisk kunnskap sammen med sine medelever, kan de uttrykke generelle sammenhenger knyttet til eksplisitte uttrykk for tallfølger.

5.4 Fokuseleven Olaf

I studien min observerte jeg Olaf i to arbeidsøkter og én heterogen smågruppe (se tabell 5.4). I begge arbeidsøktene framsto Olaf som en positiv gutt som sporadisk bidro med aktualisering av matematisk kunnskap. I begge arbeidsøktene hadde han tilgang til gruppas materiell: brikker, arbeidsark med heksagonmønster og oppgaveark med bilder av diamantfigurene.

Tabell 5.4 Oversikt over arbeidsøktene og smågruppene, fokuselev Olaf.

Observasjoner av Olaf		
Arbeidsøkt	**Figur(er)**	**Deltakere i smågruppene**
Arbeidsøkt 1 – Antall		
Arbeidsøkt 2 – Omkrets		
Arbeidsøkt 3 – Tårnet		Olaf deltok ikke i denne arbeidsøkta

5.4.1 Olaf i arbeidsøkt med antallsoppgaven

I denne arbeidsøkta (sam)arbeidet Olaf, Anna og Thor om å finne antall brikker i ulike diamantfigurer. Bildet av gruppa i tabell 5.4 (arbeidsøkt 1) viser at elevene hadde plassert seg slik at Anna og Thor satt sammen, mens Olaf satt på motsatt side av bordet.

Episode 1 – gruppa starter på oppgaven

Transkripsjonsutdrag 21 gir innsikt i hvordan gruppa startet arbeidet med å finne antall brikker i de første tre diamantfigurene.

Transkripsjonsutdrag 21

6	Thor	Figur nummer 1 (3 s).	N – Vise
7	Olaf	En trekant.	
8	Thor	I figur nummer 1 trengs det antall brikka, 1, ikke sant? Figur 2 så trengs det 3.	N – Vise
9	Anna	På figur 3 trenger man 6.	N – Vise
10	Thor	1, 2, 3, 4, 5, 6, så skriver vi det. Ikke sant? Dere er enige?	N – Forklare

11	Anna	Eee, ja, okay. Men skulle ikke vi finne ut hvordan oppgave det var? Liksom, hvordan (3 s).	R
12	Olaf	Se her, jeg får se [tar oppgavearket] (10 s). Jeg skjønte litt [gir oppgavearket til Thor].	R
15	Anna	Ja.	
16	Olaf	Jeg skjønte ikke helt [Olaf lager bråk i mikrofonen og forlater gruppa].	R

I denne episoden var det Anna og Thor som uttrykte nøkkelhandlingene om hvor mange brikker hver av figurene består av. Olaf sa to ganger at han ikke skjønte helt. Det er usikkert om han mente at han ikke skjønte den matematiske kunnskapen som medelevene hadde aktualisert gjennom nøkkelhandlinger, eller om han ikke skjønte hva oppgaven spurte etter videre. Uavhengig av hva Olaf mente, ble hans ytringer der han sier at han ikke skjønner helt, ignorert av medelevene.

Episode 2 – medelevene inviterer til telling

Transkripsjonsutdrag 22 eksemplifiserer samspillet mellom Olaf og medelevene da Olaf ble med i samtalen knyttet til antall brikker i diamantfigur 3. Figur 5.16 viser bildeutsnitt knyttet til transkripsjonsutdraget.

Transkripsjonsutdrag 22

24	Anna	Eee, (5 s) ja det er 6 [oppgavearket er framfor Anna (figur 5.16)]	N – Vise
25	Thor	Ja, da skriver vi det. Sant da er vi enige i at der er det 6 sekskanter?	R
26	Olaf	Nei.	R
27	Thor	Kan du telle det her. 1, 2, 3, 4, 5, 6 [peker på bildet av diamantfigur 3 (figur 5.16)].	R N – Forklare
28	Olaf	Vent litt, vent litt.	R
29	Thor	For det er figur 3, og der er jo 6, ikke sant?	N – Forklare
30	Olaf	Jeg tenkte rundt den også [peker med en blyant på	N –

		diamantfigur 3 (figur 5.16)].	Forklare
31	Thor	Neimen, det blir jo ikke noe. Er det noe rundt den [peker med en blyant rundt kanten på diamantfigur 3]?	R
32	Olaf	Jeg vet ikke, 1, 2 ... [peker på bildet av diamantfigur 3].	N – Vise
33	Anna	Men se nå her.	R
34	Olaf	… 4, 5, 6.	N – Vise
35	Anna	Jammen.	
36	Thor	Se nå her.	R
37	Anna	På 1 er det 1, på 2 er det 3, og det er 1, 2, 3 [teller brikkene i den nederste raden til diamantfigur 3], så da må det jo være 6 der [peker på tabellen].	N – Forklare
38	Thor	Ja, da må det være 6 der.	N – Vise
39	Olaf	1, 3, 6, 12, 24.	N – Vise

Figur 5.16 Bilder til transkripsjonsutdrag 22.

I denne episoden uttrykte Olaf at han ikke var enig i medelevenes svar på antall sekskanter i diamantfigur 6 (tur 26). Denne gangen ble ikke Olafs ytring ignorert, som i episode 1. Derimot fulgte medeleven Thor, i tur 27, opp med å invitere Olaf til å telle antall sekskanter i diamantfigur 3. Før Olaf rakk å respondere på invitasjonen, telte Thor selv antall brikker i diamantfigur 3. Dette kan tolkes som at Thor først regulerte kommunikasjonsrom for Olafs aktualisering av matematisk kunnskap og deretter hindret Olaf fra å benytte seg av dette kommunikasjonsrommet. Det kan også tolkes som at Thor prøvde å hjelpe Olaf ved å vise han hvordan han kan telle antall brikker i diamantfigur 3. Denne tolkningen kan forstås som at Thor har lave forventninger til Olafs muligheter for å aktualisere matematisk kunnskap gjennom nøkkelhandlinger. Elevene i gruppa snakket videre om diamantfigur 3, og i tur 32 og 34 telte Olaf brikkene i denne figuren. Da Thor, i tur 38, poengterte at da må det være seks brikker i diamantfigur 3, svarte Olaf med å foreslå et mønster for antall brikker i diamantfigurene (tur 39). Denne ytringen kan tolkes som at Olaf var mer interessert i å finne et generelt mønster i en rekke av tall enn å telle én og én.

Episode 3 – nøkkelhandlinger som uttrykker generelle sammenhenger

Transkripsjonsutdrag 23 følger opp episode 2 og styrker tolkningen om at Olaf hadde oppmerksomheten rettet mer mot generelle mønstre enn mot antall brikker i konkrete diamantfigurer. Figur 5.17 viser bildeutsnitt knyttet til transkripsjonsutdraget.

Transkripsjonsutdrag 23

116	Thor	Så da blir det 15, ikke sant? 1, 2, 3 (...) 14, 15.	N – Forklare
117	Anna.	Ja, det vi sa.	
118	Olaf	Ja.	
119	Thor	Olaf, ikke sant det blir det?	R
120	Olaf	Ja.	
121	Thor	Fordi du plusser på, slik som du sa, 5.	N – Vise
122	Olaf	Ja, på siden (figur 5.17).	N – Vise
123	Thor	På sia. Og da blir det 15.	N – Vise
124	Anna	Ja.	
125	Olaf	Å se neste figur, tar du bare og ... (figur 5.17).	N – Forklare
126	Anna	Nei, vi har ikke flere igjen.	R
127	Olaf	... så tar du bare det du plussa på den forrige også ...	N – Forklare
128	Thor	Ja.	
129	Olaf	Også plusser du bare én på det.	N – Forklare
130	Thor	Mm. Så da blir det jo ... Egentlig kan man fortsette på det i det uendelige, men, også b [referer til deloppgave	N – Vise

b]. Finn ut ...

Figur 5.17 Bilder til transkripsjonsutdrag 23.

Episoden eksemplifiserer tendensen til at Olaf framsto som avmålt da medelevene regulerte kommunikasjonsrom for hans matematiske bidrag. Men da han aktualiserte matematisk kunnskap, var de matematiske nøkkelhandlingene knyttet til spesifikke figurer. Da Thor, i tur 116, brukte telling for å finne antall brikker i diamantfigur 5, fulgte Olaf opp med å forklare figurenes rekursive vekst (tur 125–129). Nøkkelhandlingen *forklare* uttrykte Olaf multimodalt gjennom å kombinere verbale ytringer, kroppsspråk og bruk av materiell (se figur 5.17).

Sammendrag – Olaf i arbeidsøkt med antallsoppgaven

Denne arbeidsøkta startet med at medelevene jobbet med oppgaven og aktualiserte matematisk kunnskap gjennom nøkkelhandlinger, mens Olaf sa at han ikke forsto. Denne ytringen fra Olaf ignorerte medelevene. Medelevenes ignorering fungerte som en regulering som ikke inviterte Olaf til å utdype hva han ikke forsto. Da Olaf igjen sa at han ikke var enig i gruppas aktualisering av matematisk kunnskap, fulgte medelevene opp med å invitere Olaf til å telle antall brikker. Denne invitasjonen kan tolkes som at medelevene ønsket å regulere lav inngangsterskel for Olafs deltakelse. Invitasjonen kan også tolkes som at medelevene hadde lave forventninger til Olafs muligheter for å aktualisere matematisk kunnskap. Videre i arbeidsøkta framsto Olaf som mer interessert i å aktualisere generelle sammenhenger enn i å bruke telling for å finne antall brikker i konkrete diamantfigurer. Som figur 5.18 viser, foregikk store deler av (sam)arbeidet i gruppa ved at Anna og Thor diskuterte oppgaven, mens Olaf bygde figurer med sekskantbikkene.

Figur 5.18 Arbeidsøkt med antallsoppgaven, fokuseleven Olaf.

Analysen identifiserte i særlig grad to forskningsfunn knyttet til matematiske læringsmuligheter for Olaf. For det første ble hans ytringer ofte ignorert, dette regulerte reduserte muligheter for Olaf til å aktualisere matematisk kunnskap gjennom nøkkelhandlinger. For det andre ble Olaf invitert til å telle én og én selv om han selv uttrykte nøkkelhandlinger knyttet til generalisering av tallmønsteret for omkretsen til diamantfigurene.

5.4.2 Olaf i arbeidsøkt med omkretsoppgaven

Denne arbeidsøkta eksemplifiserer noe av det samme som arbeidsøkta med antallsoppgaven; medelevene inviterte Olaf til å aktualisere matematisk kunnskap, og Olaf rettet ved flere tilfeller oppmerksomheten mot generelle sammenhenger når han aktualiserte matematisk kunnskap gjennom nøkkelhandlinger.

Episode 1 – mulighet til å forklare

I transkripsjonsutdrag 24 jobbet Olaf sammen med medelevene Anna og Thor med omkretsoppgaven. Da arbeidsøkta startet, var ikke Olaf i klasserommet, så Anna og Thor arbeidet uten Olaf de første 10 minuttene. Da Olaf kom og så oppgaven, var hans første reaksjon: «Skal vi jobbe med denne dritten igjen?» Anna og Thor viste han da oppgavearket og forklarte at denne oppgaven handlet om å finne omkretsen til diamantfigurene.

Transkripsjonsutdrag 24

32	Thor	Du. Men ok. Det blir vel 12 da.	N – Vise
33	Anna	Ja.	
34	Thor	Ja, 12. Også, den der var (3 s). Olaf, hvor mange var det der? Hvor mange var det der?	R
35	Olaf	18.	N – Vise
36	Thor	Det var 18, ja. Ok.	
37	Olaf	6, 12, 18.	N – Forklare
38	Thor	18, også?	R
39	Anna	Da blir den neste.	R
40	Olaf	Jeg tenker 16 pluss 8. Eller 18 pluss 16.	N – Forklare

41	Thor	Men 18 pluss ...	R
42	Anna	24, blir det ikke?	N – Vise
43	Thor	Ja. 24, ikke sant. Og da blir neste? Hva er neste der?	R
44	Olaf	30.	N – Vise

Episoden eksemplifiserer hvordan Olaf bidro med nøkkelhandlinger rettet mot utviklingen av mønstre knyttet til omkretsen til diamantfigurene (tur 37). Da han i tur 40 begynte å forklare hvordan han tenkte, ble nøkkelhandlingen hans ignorert, og medelevene avbrøt forklaringen hans. I tur 44 bidro han med nøkkelhandlingen *vise* igjen, noe som bidro til gruppas generalisering av omkretsformelen.

Episode 2 – medelevene inviterer til nøkkelhandlingen *forklare*

I transkripsjonsutdrag 25 spurte medeleven Anna om Olafs forklaring på omkretsen til diamantfigur 13. Transkripsjonsutdraget eksemplifiserer hvordan Olaf responderte på denne regulerende handlingen.

Transkripsjonsutdrag 25

172	Anna	Ok, vil du forklare den der [ser på Olaf og peker på oppgavearket]? Den der b, nei, c.	R
173	Olaf	Sånn.	
174	Anna	Sånn det som står der.	
175	Olaf	Jeg har forklart inni hodet mitt.	
176	Anna	Å, du skulle liksom forklare.	R
178	Olaf	Ok, vi, vi fortsetter.	R
179	Anna	Ja, da får du forklare den der da. For nå har jeg og han forklart.	R
180	Thor	Finn flere måter å finne omkretsen, da kan man (5 s).	R
181	Olaf	Da kan man bare ta 13 ganger 6 da.	N – Forklare

Episoden viser noe av kompleksiteten ved å få innsikt i Olafs læringsmuligheter i matematikk. Medelevene regulerte flere ganger kommunikasjonsrom som kunne invitere Olaf til å bidra med en forklaring, og han tøyset det bort med blant annet: «Jeg har forklart inni hodet mitt» (tur 175). Denne responsen fra Olaf kan ha sammenheng med erfaringene da hans matematiske nøkkelhandlinger ble ignorert.

Til sist (tur 181) forklarte Olaf hvordan de eksplisitt kan finne omkretsen til diamantfigur 13 ved å multiplisere 13 og 6. Dermed bidro han til gruppas matematiske aktualisering.

Episode 3 – «det var faktisk riktig»

I transkripsjonsutdrag 26 snakket elevene om hva omkretsen til diamantfigur 42 er når oppgaven sier at omkretsen til diamantfigur 41 er 246 «altameter».

Transkripsjonsutdrag 26

231	Anna	Men hva får vi her?	R
232	Thor	Vi får 246 pluss 6. Hva er det?	N – Forklare
233	Olaf	Nei, det er vel (3 s) 252.	N – Vise
234	Anna	Hvorfor blir det det, Olaf?	R
235	Thor	Ja, ikke sant.	
236	Anna	Hvorfor blir det det?	R
237	Thor	Det blir det.	
238	Olaf	Fordi det blir 252.	N – Vise
239	Anna	Men hvorfor? Hvorfor blir det 246 pluss 6?	R
240	Olaf	Fordi man hele tiden plusser på 6.	N – Forklare
241	Thor	Ja.	
242	Anna	Det er riktig svar.	
243	Thor	Det var faktisk riktig. Bra Olaf.	

Denne episoden bekrefter funnene fra tidligere episoder; Olaf bidro med nøkkelhandlinger rettet mot de generelle tendensene i figurmønsteret som undersøkes. Oftest gjennom at han *viser*. Da medelevene spurte om Olafs *forklaring* (tur 234, 236 og 239), forklarte han at den rekursive sammenhengen mellom figurene var at «man hele tiden plusser på 6» (tur 240). Et annet funn som forsterkes gjennom denne episoden, er medelevenes forventninger til Olaf. Da Olaf i denne episoden forklarte den rekursive sammenhengen mellom omkretsen til påfølgende diamantfigurer, responderte medelevene med å påpeke at svaret hans faktisk er korrekt.

Sammendrag – Olaf i arbeidsøkt med omkretsoppgaven

Denne arbeidsøkta karakteriseres av at medelevene regulerte kommunikasjonsrom for Olaf gjennom konkrete spørsmål. I første episode stilte medelevene lukkede spørsmål som «Olaf, hvor mange var det der?» (tur 34), mens de i andre episode åpnet mer opp med spørsmål som «Ok, vil du forklare den der?» (tur 172) og «Hvorfor blir det det?» (tur 236). Olafs respons på de åpne spørsmålene var at han aktualiserte matematisk kunnskap gjennom nøkkelhandlinger som beskrev både rekursiv sammenheng mellom omkretsen til påfølgende figurer og eksplisitt omkretsen med utgangspunkt i figurtallet. Medelevenes forventninger til Olafs matematiske kompetanse framstår som lav i denne arbeidsøkta. Denne tolkningen er forankret i at 1) de ignorerte hans nøkkelhandlinger der disse avvek fra medelevenes nøkkelhandlinger, og 2) de poengterte at han svarte riktig da nøkkelhandlingene hans samsvarte med deres nøkkelhandlinger.

Det er et funn fra analysen av denne arbeidsøkta at medelevene indirekte uttrykte lave forventninger til Olaf ved at de etterspurte konkrete handlinger framfor aktualisering av generelle sammenhenger. Dette funnet gir innblikk i hvordan medelevenes forventninger kan regulere muligheter for å aktualisere matematisk kunnskap for elever som presterer lavt.

5.4.3 Oppsummering av Olafs læringsmuligheter

Analysen av Olafs deltakelse i gruppas arbeid viser at medelevene eksplisitt inviterte han til å bidra med matematiske nøkkelhandlinger, men at han ikke alltid tok imot invitasjonene. Da medelevene forklarte noe og spurte om alle var enige, svarte Olaf flere ganger at han ikke var enig eller at han ikke forsto. Denne responsen fra Olaf kan tolkes som regulerende handlinger som inviterte medelevene til å bidra med nøkkelhandlinger som kunne føre til at Olaf uttrykte forståelse.

Medelevene vekslet mellom å ignorere Olaf når han sa at han ikke forsto, og å invitere han til å aktualisere matematisk kunnskap gjennom multimodale handlinger der han for eksempel pekte på materiell (brikker eller figurer) for å telle én og én. Videre viser analysen at da Olaf bidro med matematiske nøkkelhandlinger eller andre oppgaverelaterte handlinger, ble ikke disse alltid anerkjent av gruppa. Noen ganger avbrøt medelevene han, og andre ganger ignorerte de hans bidrag. Denne tendensen var særlig framtredende når Olaf bidro med ideer som ikke var nøyaktige eller ikke samsvarte med medelevenes nøkkelhandlinger.

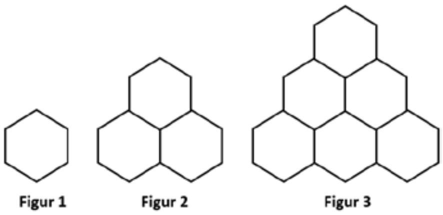
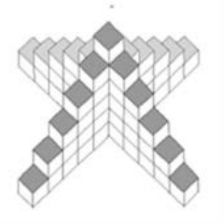
Nøkkelhandlingene Olaf bidro med, karakterisertes av at de stort sett ble uttrykt gjennom verbale ytringer, og ved at han viste figurenes mønster. Selv om medelevene flere ganger regulerte kommunikasjonsrom for Olaf ved å invitere han til å telle én og én, aktualiserte han i hovedsak matematisk kunnskap som beskrev generaliserbare sammenhenger. Selv om Olaf hovedsakelig uttrykte nøkkelhandlingene verbalt, hadde han gjennom begge arbeidsøktene tilgang til sekskantbrikkene, og han hadde alltid studert materiell (diamantfigurer laget med brikker eller bilder av diamantfigurene) i forkant av de verbale ytringene.

Kasuset med fokuseleven Olaf som omdreiningspunkt demonstrerer hvordan medelevenes forventninger kan medføre at de regulerende handlingene hindrer elever som presterer lavt, fra å aktualisere matematisk kunnskap ut fra egen forståelse. Forskningsfunnene fra dette kasuset viser at når Olaf aktualiserte matematisk kunnskap som ikke var beslektet med medelevenes nøkkelhandlinger, ble dette ignorert. Videre viser analysen at medelevenes regulering av Olafs deltakelse gjennom lukkede spørsmål hindret matematiske læringsmuligheter for Olaf. Dette funnet kan ses i sammenheng med forskningsfunnet som viser at når medelevene regulerte Olafs deltakelse gjennom åpne spørsmål, åpnet denne reguleringen for matematiske læringsmuligheter for Olaf. Medelevenes forventninger kan derfor implisitt regulere matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt.

5.5 Fokuseleven Sol

I studien observerte jeg Sol i tre arbeidsøkter og to ulike smågrupper (se tabell 5.5). Sol framsto som en aktiv elev som gjerne diskuterte oppgavene med sine medelever. I tillegg var hun en sentral bidragsyter i gruppas skriftliggjøring av arbeidet. Hun brukte både tekst og tegning for å produsere det skriftlige materialet. Kasuset knyttet til Sol bidrar med innsikt i matematiske læringsmuligheter for en elev som framstår som en aktiv bidragsyter i gruppas aktualisering av matematisk kunnskap.

Tabell 5.5 Oversikt over arbeidsøktene og smågruppene, fokuselven Sol.

Observasjoner av Sol		
Arbeidsøkt	**Figur(er)**	**Deltakere i smågruppene**
Arbeidsøkt 1 – Antall		
Arbeidsøkt 2 – Omkrets		
Arbeidsøkt 3 – Tårnet		

Lærerne sa ikke noe om sine forventninger til alle fokuselevene, men Sol var en av elevene som læreren beskrev sine forventninger av. Ifølge læreren var Sol en flittig elev som arbeidet samvittighetsfullt og fokusert i de fleste matematikktimene. Hun presterte imidlertid svært lavt på skriftlige tester i matematikk, og læreren opplevde at det ikke var samsvar mellom innsats og prestasjon.

5.5.1 Sol i arbeidsøkt med antallsoppgaven

I denne arbeidsøkta jobbet Sol, Kim og Ted med oppgaven om antall brikker i diamantfigurene.

Episode 1 – nøkkelhandlinger uttrykt gjennom tegning

Gruppa fant antall sekskanter i diamantfigur 5 og 10 ved å tegne figurene på arket med sekskantet rutemønster og deretter telle antall sekskanter. Figur 5.19 viser tegningen som gruppa lagde, og som de brukte for å finne antall brikker i diamantfigur 10.

Figur 5.19 Gruppas tegning av figur 10.

Alle gruppemedlemmene bidro med multimodale handlinger i tegneprosessen, men det var Sol som tegnet. Den tegnede figuren brukte Sol deretter til å finne antall sekskanter i diamantfigur 10 ved å telle én og én mens medelevene diskuterte antall sekskanter med hverandre.

Episode 2 – nøkkelhandlinger uttrykt verbalt

I transkripsjonsutdrag 27 og 28 diskuterte elevene antall brikker i diamantfigur 20.

Transkripsjonsutdrag 27

28	Sol	14, 15, 16 ... 16. 160. 165. Kom jeg til.	N - Vise
29	Ted	Ja, da må du ha telt feil.	R - Kritikk
30	Sol	Nei.	
31	Ted	Jo.	
32	Kim	Ti ganger 20.	N – Forklare
33	Ted	Nei.	
34	Sol	Nei, vi skal bare ned til 10. 20 pluss 19 pluss18 pluss 17 pluss 16 pluss 15 pluss 14 pluss 13 pluss 12 pluss 11. [bruker kalkulator] 155 var det.	N – Forklare
35	Ted	155.	N – Vise
36	Kim	Kommer du til det?	R
37	Sol	Jeg kom til 165.	N – Vise

I transkripsjonsutdrag 27 summerer Sol tallene fra 10 til 20. Summen er 165, og Sol mente dette er antall brikker i diamantfigur 20 (tur 28). Ted kritiserte henne og sa at hun måtte ha telt feil (tur 29). I tur 34 summerte Sol tallene på nytt, denne gangen uten tallet 10, og kom til 155. I transkripsjonsutdrag 28 diskuterte elevene videre hva som skulle summeres for å finne antall brikker i diamantfigur 20.

Transkripsjonsutdrag 28

38	Kim	Skal jeg telle alle de her? [Kim teller alle brikkene i den tegnede diamantfigur 20 (se figur 5.20)]	R
39	Sol	Stopp nå. Stopp nå. Du skal jo ikke telle 9, 8 og 7.	R
40	Kim	Hvorfor ikke?	R
41	Sol	Derifra kan du telle. Hvis du vil.	R
42	Ted	Da må vi legge til det vi hadde fra før av.	N – Vise
43	Sol	Skal det også legges til, 10, 9, 8, 7, 6, 5?	R
44	Ted	Ja, selvfølgelig.	
45	Sol	Ja, ja [tar kalkulatoren og starter med å summere 10, 9, 8 …].	

I dette transkripsjonsutdraget kommer det fram at Sol trodde de bare skulle summere tallene fra 10 til 20, ikke 1 til 9, for å finne antall brikker i diamantfigur 20. Da Ted påpekte at de måtte legge sammen antall brikker i diamantfigur 5 med summen av tallene fra 10 til 20, aksepterte Sol dette og brukte kalkulatoren for å finne denne summen. Kalkulatoren var derfor med på å regulere Sols aktualisering av matematisk kunnskap.

I episoden framsto Sol gjennomgående som en aktiv deltaker, hun bidro ofte med oppgaverelaterte handlinger. I tillegg hadde hun tilgang til de tegnede figurene og kalkulatoren. Analysen viser at medelevene for det meste regulerte hvordan hun kunne finne korrekt svar. Elevene brukte lite tid på å snakke om hvordan de tenkte, eller hvorfor én strategi framsto som mer hensiktsmessig eller korrekt enn en annen strategi. Med bakgrunn i dette funnet framstår Sols deltakelse i gruppa som et ekko av medelevenes aktualiserte matematisk kunnskap.

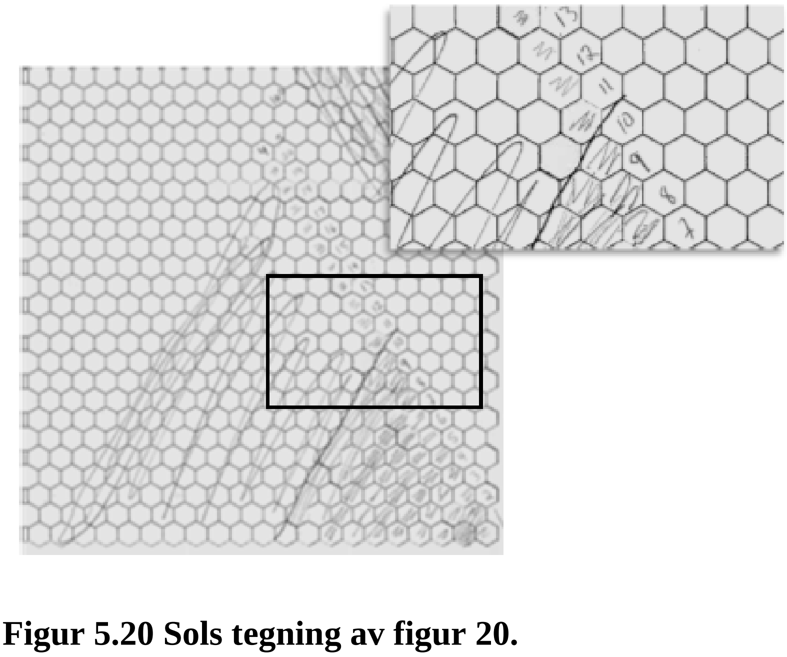
Episode 3 – forklaring gjennom tegning

I transkripsjonsutdrag 29 jobbet Sol og medelevene med oppgaven: «Truls blir spurt om å finne ut hvor mange brikker som trengs for å lage figur 20. Han svarer 110. Forklar om han har rett og hvordan han kan ha tenkt?»

Transkripsjonsutdrag 29

118	Sol	Han har jo ganget det bare med 2.	N – Vise
119	Ted	Hva er det han har ganget med 2?	R
120	Kim	Siden. Telte én side og ganget med 2.	N – Vise
121	Sol	Ja, det har han. For svaret er dobbelt så mye.	N – Forklare
122	Ted	Som hva da?	R
123	Sol	Som 110. Altså.	N – Forklare
124	Kim	Nei, det er ikke dobbelt så mye for da hadde svaret vært 220.	N – Forklare
125	Sol	Figur nummer 20.	
126	Ted	Hva er det som han mener at det er dobbelt av?	R
127	Sol	[Starter å tegne på sekskantrutearket] (20 s). Her er 10 [Sol fortsetter å tegne].	N – Vise

Da medelevene Kim og Ted begynte å snakke om antall sekskanter i diamantfigur 20, begynte Sol å tegne denne på egen hånd. Hun regulerte selv rom der hun kunne tegne figuren. Sol tegner da først diamantfigur 10, som hun tegner ved å farge én og én rute (se figur 5.20).



Figur 5.20 Sols tegning av figur 20.

Da Sol hadde tegnet diamantfigur 10, fortsatte hun umiddelbart med å utvide figuren med å legge til 10 rader. Hun nummererte radene med antall sekskanter i den aktuelle raden.

Episoden eksemplifiserer at Sol bidro med nøkkelhandlingene *vise* og *forklare*, men hun strevde med å begrunne den matematiske kunnskapen. Da medelevene Kim og Ted etterspurte flere detaljer prøvde Sol først å uttrykke seg verbalt, men gikk deretter over til å uttrykke seg multimodalt gjennom tegning. Episoden viser også at Kim og Ted ga Sol rom til å uttrykke seg gjennom kroppsspråk og bruk av materiell. Det tar tid å tegne, men begge medelevene fulgte med da Sol uttrykte nøkkelhandlinger gjennom å koordinere tegning og verbale ytringer.

Sammendrag – Sol i arbeidsøkt med antallsoppgaven

Denne arbeidsøkta eksemplifiserer noe av kompleksiteten ved sammenhengen mellom tilgangen til materiell og den matematiske kunnskapen elevene aktualiserer i heterogene smågrupper. Muligheten til å uttrykke seg multimodalt (først gjennom kalkulatoren, senere gjennom tegning) framsto som avgjørende for Sols muligheter til å aktualisere matematisk kunnskap. Først i arbeidsøkta aktualiserte Sol matematisk kunnskap ved å bruke tegning som uttrykk for nøkkelhandlingen *vise*. Deretter uttrykte hun nøkkelhandlingen *forklare* verbalt. Til sist, da medelevene regulerte kommunikasjonsrommet ved å be Sol *begrunne* sine forklaringer, gikk hun tilbake til tegning som uttrykksform

Et av funnene fra analysen er at elevers bruk av tegning kan regulere deres mulighet til å aktualisere matematisk kunnskap knyttet til generalisering. Dette betyr at dersom elever hindres fra å tegne, vil dette kunne være en regulerende handling som hindrer elevene fra å aktualisere matematisk kunnskap. Sol tegnet først figurer i samhandling med Kim og Ted, deretter tegnet hun på egen hånd. Da hun begynte å tegne diamantfigurer, markerte hun én og én rute. Denne strategien er enkel og elementær, men den viser hvordan Sol aktualiserte oppbyggingen av diamantfigurene. Etter hvert aktualiserte hun matematisk kunnskap gjennom å tegne diamantfigurer ved å markere hele linjer. Dette tolker jeg som en utvikling i retning av generalisering, der hun flyttet oppmerksomheten fra én og én brikke til en rekursiv tolkning av diamantfigurene som oppbygd av rader med brikker. Analysen viste at tilgang til materiell og bruk av tegning kan regulere muligheter for å aktualisere matematisk kunnskap for elever som presterer lavt i matematikk.

5.5.2 Sol i arbeidsøkt med omkretsoppgaven

I denne arbeidsøkta jobbet Sol, Kim og Ted med oppgaver knyttet til omkretsen til diamantfigurene. Arbeidsøkta var i grove trekk preget av de samme tendensene som den første arbeidsøkta; Sol regulerte sin tilgang til materiell (tegning) for å aktualisere matematisk kunnskap gjennom nøkkelhandlinger. Arbeidsøkta med omkretsoppgaven presenteres gjennom kun én episode som eksemplifiserer tendensen med gruppas produksjon av skriftlige svar på oppgaven.

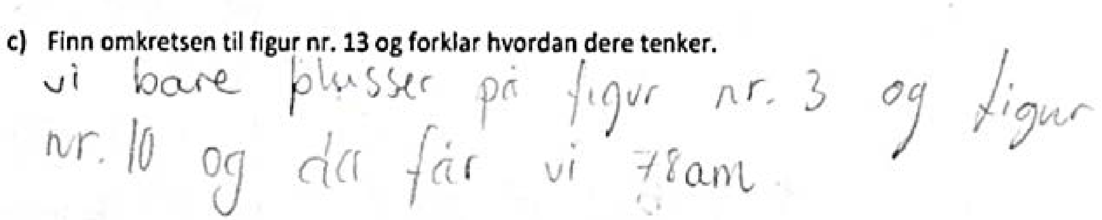
Episode 1 – produksjon av skriftlige forklaringer

I transkripsjonsutdrag 30 jobbet gruppa med å gi et skriftlige svar på oppgave c: «Finn omkretsen til figur nr. 13 og forklar hvordan dere tenker.»

Transkripsjonsutdrag 30

37	Sol	Vi bare?	R
38	Ted	Vi plusser figur nummer 3 og 10 sammen.	N – Vise
39	Sol	Hva? Vi plusser?	R
40	Ted	Vi plusser omkrets.	N – Vise
41	Sol	Vi bare plusser på?	R
42	Ted	Vi plusser figur nummer 3 og figur nummer 10. Sammen. Og da får vi 78.	N – Forklare

Figur 5.21 viser gruppas skriftlige svar på deloppgave c. Teksten ble skrevet av Sol, men er en gjentakelse av Teds verbale ytring.



Figur 5.21 Gruppas forklaring på hvordan finne omkretsen til figur 13.

Sammendrag – Sol i arbeidsøkt med omkretsoppgaven

I denne arbeidsøkta deltok Sol i gruppas arbeid ved at hun produserte den skriftlige besvarelsen på bakgrunn av medelevenes forklaringer. Gjennom regulerende handlinger etterspurte Sol medelevenes forklaringer og svar på oppgavene. Hun brukte dermed regulerende handlinger for å invitere medelevene til å aktualisere matematisk kunnskap gjennom nøkkelhandlinger. Innholdet i disse nøkkelhandlingene brukte Sol deretter for å skrive ned gruppas skriftlige produkt.

Fordi Sol påtok seg arbeidet med å skrive, var hun aktiv og deltakende i gruppas arbeid gjennom hele arbeidsøkta. Funn fra analysen viser imidlertid at hun ofte skrev ned medelevenes aktualisering av matematiske kunnskap, og at hun ikke kom i posisjon til selv å aktualisere matematisk kunnskap gjennom nøkkelhandlinger i denne prosessen.

5.5.3 Sol i arbeidsøkt med tårnoppgaven

I arbeidsøkta med tårnoppgaven jobbet Sol med Jim og Ola, altså i en annen smågruppe enn i tidligere arbeidsøkter.

Episode 1 – «Vi skal ikke lage noe, vi skal forklare med ord!»

I transkripsjonsutdrag 31 brukte Sol kubene for å aktualisere matematisk kunnskap gjennom å bygge tårnfigur 4 med kuber. Figur 5.22 viser bildeutsnitt knyttet til transkripsjonsutdraget.

Transkripsjonsutdrag 31

55	Sol	Her er 4. Følger dere med? (Figur 5.22).	N – Vise R
56	Ola	Ja.	
57	Jim	Nei, følger ikke med. Jeg skjønner ikke hva du gjør nå.	R
58	Ola	Se her.	
59	Sol	[Fjerner noen kuber fra veggen som hun viser i tur 55, slik at den nå er 3 kuber høy]. Slik ser treer-veggen ut. (Figur 5.22)	N – Vise
60	Jim	Men, hva gjør du? Hva er oppgaven? Du er jo morsom.	R
61	Ola	[utydelig]	
62	Jim	Dette er figur nummer 6. Forklar med ord hvordan figur nummer 1 og 2 og 3 ser ut [leser oppgaven]. Vi skal jo ikke lage noe. Vi skal forklare med ord.	R

Figur 5.22 Bilder til transkripsjonsutdrag 31.

I denne episoden startet Sol med å studere bildet av tårnfigur 6 før hun begynte å bygge deler av tårnfigur 6 med kubene (se figur 5.22). Episoden demonstrerer at Sol uttrykte nøkkelhandlinger uten at disse nødvendigvis framstår som respons på medelevenes regulerende handlinger. Videre viser denne episoden hvordan medeleven Jim uttrykte seg nedsettende (du er morsom) og fortalte Sol at de ikke skulle løse oppgaven med kubene slik hun gjorde (tur 60). Denne kritikken fra Jim fungerte som en regulerende handling som hindret Sol fra å aktualisere matematisk kunnskap gjennom multimodale nøkkelhandlinger.

Episode 2 – «Du er dum i hodet!»

Transkripsjonsutdrag 32 viser en liknende tendens som transkripsjonsutdrag 31 i episode 2. Figur 5.23 viser bildeutsnitt knyttet til transkripsjonsutdraget.

Transkripsjonsutdrag 32

204	Jim	Herregud, du er dum i hodet! Se her, 1 vegg er 15 klosser, og da blir det 15 ganger 4. Og 1 vegg her er 15 klosser.	R N – Forklare
205	Sol	Nei.	R
206	Jim	Nå, hva er det?	R
207	Sol	22 [peker på veggen som er 6 kuber høy].	N – Vise
208	Jim	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21. Det er 21 [teller klosser i den 6 klosser høye veggen].	N – Forklare
209	Sol	Ja.	
210	Jim	Det er ikke det samme for at her. For, se på denne tegninga, se. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 [teller kuber i avbildet tårnfigur 6].	N – Forklare
211	Sol	Det er jo 1 vegg inni der også [peker på toppen i	N –

avbildet tårnfigur 6].	Forklare

Figur 5.23 Bilder til transkripsjonsutdrag 32.

Denne episoden illustrerer at Sol fortsatte med å bidra i gruppas matematiske meningsskapende prosess selv om medelever, slik som Jim i første episode, kom med nedsettende ytringer. Videre viser episoden hvordan Sol brukte kubene for å uttrykke matematiske nøkkelhandlinger, mens medeleven Jim kritiserte henne for å bruke kubene.

Sammendrag – Sol i arbeidsøkt med tårnoppgaven

I denne arbeidsøkta brukte Sol de tilgjengelige kubene for å aktualisere matematisk kunnskap gjennom nøkkelhandlinger. Arbeidsøkta starter med at en av medelevene kritiserer Sol for å bruke kubene: «Vi skal jo ikke lage noe. Vi skal forklare med ord» (tur 62). Denne kritikken kan tolkes som en regulerende handling som devaluerer bruken av materiell i form av kuber. Til tross for denne kritikken fortsatte Sol å bruke kubene for å uttrykke nøkkelhandlinger. Senere i arbeidsøkta brukte alle elevene i gruppa kubene for å aktualisere matematisk kunnskap. Samtidig sa en av medelevene «Herregud du er dum i hodet!» (tur 204) da Sol sa at hun ikke forsto hans forklaring. Denne ytringen kan tolkes som en regulerende handling som kunne ha hindret Sol fra å uttrykke manglende forståelse for medelevenes aktualisering av nøkkelhandlinger.

Analysen viser at til tross for at Sol ble kritisert for å både bruke feil strategi (hun bruker kubene) og ikke forstå medelevenes forklaringer, fortsatte hun å bidra i gruppas aktualisering av matematisk kunnskap med multimodale nøkkelhandlinger. Hun brukte kubene gjennom hele arbeidsøkta, og hun bidro produktivt ved å peke på at kubene i midten av figuren måtte telles med for å finne antall kuber i tårnfiguren (tur 211). Et tilfelle illustrert i arbeidsøkta er at medelevene kan bidra med regulerende handlinger som devaluerer bruk av kuber og favoriserer bruk av tabeller og bilder.

5.5.4 Oppsummering av Sols læringsmuligheter

Min analyse av Sols deltakelse i gruppas aktualisering av matematisk kunnskap tyder på at deltakelsen i hovedsak ble regulert av hennes tilgang til materiell. I alle de tre arbeidsøktene framsto tilgangen til og bruken av materiell som avgjørende for Sols aktualisering av matematisk kunnskap. Medelevenes regulering av Sols bruk av materiell var ulik i de to gruppene hun var del av. Medelevene i gruppa for de to første arbeidsøktene regulerte kommunikasjonsrom for Sol ved at de fulgte med på hennes multimodale handlinger, kom med oppfølgingsspørsmål til hennes uttrykte ideer og kritiserte hennes matematiske bidrag. Analysen av den tredje arbeidsøkta viser at medelevene hun jobbet sammen med her, bidro med nedsettende ytringer som potensielt kunne ha vært regulerende slik at de hindret Sols deltakelse. Disse ytringene ignorerte imidlertid Sol, og hun fortsatte å bidra med matematiske nøkkelhandlinger selv om medelevene uttrykte seg nedsettende om hennes aktualisering av matematisk kunnskap. Det er et forskningsfunn at Sols kvantitative deltakelse i gruppas meningsskapende prosesser i liten grad var regulert av medelevenes (regulerende) handlinger.

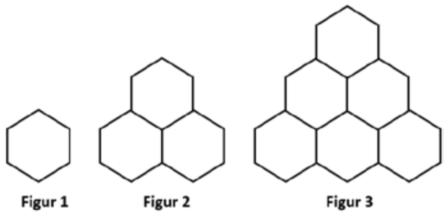
Analysen viser videre at tilgang til materiell framsto som avgjørende for Sols muligheter til å aktualisere matematisk kunnskap gjennom nøkkelhandlinger. Gjennom tegning og figurbygging aktualiserte hun generelle sammenhenger gjennom de konkrete figurene. I de tilfellene der Sol ikke hadde tilgang og mulighet for å uttrykke seg multimodalt, framsto hennes bidrag som ekko av medelevenes nøkkelhandlinger. Dette var tilfellet for både de nøkkelhandlingene Sol uttrykte, og de skriftlige besvarelsene hun produserte.

Kasuset med fokuseleven Sol som omdreiningspunkt demonstrerer hvordan aktualisering av matematisk kunnskap hos elever som presterer lavt ikke alltid framstår som regulert av medelevenes handlinger. I dette kasuset uttrykte Sol multimodale nøkkelhandlinger uavhengig av om medelevene devaluerte disse eller ikke. Et annet funn fra dette kasuset er at Sol gjennom bruk av materiell endret sin aktualisering av matematisk kunnskap fra konkret en-og-en-forklaring til en forklaring basert på den rekursive sammenhengen for tallfølgen som beskriver omkretsen til diamantfigurene. Dette funnet viser at materiell kan gi elever som presterer lavt, en lav inngangsterskel for å aktualisere matematisk kunnskap, men at materiellet videre kan støtte elevenes aktualisering av generelle sammenhenger.

5.6 Fokuseleven Elsa

I studien min observerte jeg Elsa i to arbeidsøkter og i to ulike heterogene smågrupper (se tabell 5.6). På grunn av uforutsett fravær besto smågruppa i den første arbeidsøkta av kun Elsa og Lars. I den andre arbeidsøkta besto gruppa av Elsa, Emil, Lars og Mari.

Tabell 5.6 Oversikt over arbeidsøktene og smågruppene, fokuselev Elsa.

Observasjoner av Elsa		
Arbeidsøkt	**Figur(er)**	**Deltakere i smågruppene**
Arbeidsøkt 1 – Antall		Ikke videofilmet
Arbeidsøkt 2 – Omkrets		
Arbeidsøkt 3 – Tårnet		

5.6.1 Elsa i arbeidsøkt med omkretsoppgaven

I denne arbeidsøkta jobbet Elsa og medeleven Lars med å finne omkretsen til de ulike diamantfigurene. Arbeidsøkta blir presentert gjennom tre episoder som eksemplifiserer hvordan Elsas muligheter til å uttrykke matematiske nøkkelhandlinger i stor grad ble regulert av Lars sine handlinger.

Episode 1 – ukjente begreper som romåpnere

Transkripsjonsutdrag 33 presenterer starten av arbeidsøkta der Elsa og Lars gjorde seg kjent med oppgaven knyttet til å finne omkretsen til diamantfigurer.

Transkripsjonsutdrag 33

1	Elsa	På figuren over er ytterveggene merket med grønt.	
2	Lars	Du må si høyere. På figurene over er ytterveggene merket med grønt, lengden rundt ytterveggen kalles for	R

		omkrets. Hver side i (3 s).	
3	Elsa	Brikken er 1 altameter, AM. Det er det hun har funnet på. Det vil si at.	
4	Lars	Det her er 1 altameter [peker på en av sidene til figurene som er avbildet på oppgavearket].	K – Vise
5	Elsa	Ja.	
6	Lars	Her er 1 altameter [peker på oppgavearket]. Og her er 1 [peker på oppgavearket].	K – Vise
7	Elsa	Ja.	
8	Lars	Her og her [peker på oppgavearket]. På nummer 1 er det 6 altameter, for det er 1, 2, 3 ... [peker på sidene i diamantfigur 1].	K – Forklare
9	Elsa	Det er 6 kanter.	K – Forklare
10	Lars	Ok, hvis du vil si det så dumt.	

Episoden gir bakgrunn for å forstå Elsas matematiske læringsmuligheter fordi den illustrerer flere sentrale aspekter ved muligheter for å aktualisere matematisk kunnskap for Elsa. For det første kan Elsas høytlesning av oppgaven tolkes som at hun ønsker å sette seg inn i oppgaven for å forstå hva den handler om. Da Lars avbrøt henne, ble hun imidlertid stille og tok ikke ordet igjen før Lars kommer til et begrep som var nytt for han. Her fikk Elsa rom for å uttrykke seg, ikke fordi Lars regulerte og spurte etter hennes mening, men fordi han ble stille. Da Elsa forklarte hva en «altameter» er, avbrøt Lars henne igjen og ga flere eksempel på hva en «altameter» er. Til sist, da Lars skulle forklare hvorfor diamantfigur 1 har omkretsen 6 «altameter», avbrøt Elsa og sa at det er 6 kanter. Lars responderte da med «Ok, hvis du vil si det så dumt», en ytring som kan tolkes som at han hadde foretrukket at svaret skulle bli et annet svar, muligens et mer sofistikert.

Episode 2 – «hysj på deg», regulerende handling som hindrer deltakelse

Transkripsjonsutdrag 34 eksemplifiserer hvordan medeleven Lars hindret Elsa fra å uttrykke multimodale nøkkelhandlinger. Figur 5.24 viser bildeutsnitt knyttet til transkripsjonsutdraget.

Transkripsjonsutdrag 34

22	Lars	Også på nummer 2 er det 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, [9, 10, 11, 12] [peker på sidene med en blyant mens han teller].	N – Forklare
23	Elsa	[9, 10, 11, 13].	N – Forklare
24		[Lars skriver «12» i tabellen]	N – Vise
25	Elsa	Også er det [peker på diamantfigur 3 på oppgavearket].	N – Vise
26	Lars	1, 2.	
27	Elsa	[Elsa peker på sidene i diamantfigur 2] Se, se her er 12 …	R
28	Lars	Hysj nå på deg [dytter bort Elsas hand]. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18. [peker på sidene med en blyant mens han teller].	R
30		[Lars skriver «18» i tabellen]	N – Vise
31		[Lars bygger diamantfigur 4]	N – Vise

Figur 5.24 Bilder til transkripsjonsutdrag 34.

Episoden viser hvordan Lars avbrøt Elsas deltakelse og hindret henne fra å bidra med matematiske nøkkelhandlinger ved å be henne være stille og fysisk skyve hånda hennes bort fra materiellet. I starten av episoden aktualiserte Elsa matematisk kunnskap gjennom multimodale nøkkelhandlinger, men i slutten av episoden hadde Lars flyttet oppgavearket fysisk, og Elsa hadde trukket hendene sine bort fra oppgavearket med bildene av diamantfigurene (se figur 5.24, tur 30–31). Disse handlingene gjorde at Else ble tilskuer, mens Lars brukte oppgavearket for å aktualisere matematisk kunnskap.

Episode 3 – Elsa foreslår multiplikasjon som strategi

I transkripsjonsutdrag 35 hadde elevene nettopp funnet omkretsen til diamantfigur 5 ved å lage figuren med heksagonbrikker, og nå diskuterte de omkretsen til diamantfigur 10. Figur 5.25 viser bildeutsnitt knyttet til transkripsjonsutdraget.

Transkripsjonsutdrag 35

80	Elsa	Det er jo bare å gange med, eller [peker på diamantfigur 5].	N – Vise
81	Lars	6 pluss 6 pluss 6 hele veien.	N – Vise
82	Elsa	Nei, ta ganging. Alle tar sånne plusstegn hele tiden.	R N – Vise
83	Lars	Det er mye lettere å plusse.	N – Begrunne
84	Elsa	Ja, ja. Skriv nå det da. Også figur 10. Finn omkretsen til figur 10. Og dette er figur? [peker på diamantfigur 5]. 5? 6, 7, 8, 9, 10 [peker på imaginære rekker]. Det blir jo en hel haug med rekker.	R N – Forklare
85	Lars	Hm	
86	Elsa	Det blir 60.	N – Vise
87	Lars	Nei.	R
88	Elsa	Jo, siden du dobler jo bare opp. Det her er 5 [peker på tabellen]. Så dobler du bare opp.	N – Begrunne
89	Lars	Men jeg tror ikke det blir det, skjønner du.	R
90	Elsa	Og du tenker?	R
91	Lars	Jeg vet ikke, jeg vet ikke hva jeg tenker. (3 s) 6 pluss 6 pluss 6 pluss 6 pluss 6 helt opp til 30.	N – Forklare
92	Elsa	Kalkulator.	
93	Lars	Nei, helt opp til 10. Helt til det øker 10 ganger. 6 ganger 10 er det jo. 60. Ja, det er jo det.	N – Forklare

Figur 5.25 Bilder til transkripsjonsutdrag 35.

Episoden eksemplifiserer hvordan Elsa fikk mulighet til å bidra da medeleven ikke kom videre. Hun generaliserte figurens vekst ved å vise til imaginære rekker. Videre foreslo hun to ulike strategier for å finne omkretsen til diamantfigur 10. Først foreslo hun multiplikasjon, og deretter foreslo hun å doble omkretsen til diamantfigur 5. Disse forslagene uttrykte hun som multimodale nøkkelhandlinger der hun koordinerte peking, verbale ytringer og materiell (diamantfigur 5 og tabell). I bildene i figur 5.25 er det synlig at brikkene var mellom de to elevene, noe som resulterte i at Lars trakk arket enda mer mot sin side, og Elsa hadde stor avstand til det han skrev. Likevel bidro hun til gruppas aktualisering av matematisk kunnskap.

Sammendrag – Elsa i arbeidsøkt med omkretsoppgaven

I starten av denne arbeidsøkta ble Elsa hindret av medeleven Lars da hun leste oppgaveteksten. Da Lars kom til det fremmede begrepet «altameter», skaptes imidlertid et kommunikasjonsrom for Elsa der hun kom i posisjon til å aktualisere matematisk kunnskap gjennom nøkkelhandlinger som forklarte innholdet i begrepet. Dette funnet viser at medelevers møte med fremmede elementer i oppgaven, kan regulere muligheter for å aktualisere matematisk kunnskap for elever som presterer lavt i matematikk. Videre i arbeidsøkta ba Lars Elsa være stille, og han skjøv henne bort fra det tilgjengelige materiellet (brikkene, tabellen og bildene). Disse handlingene kan tolkes som nedsettende. I tur 10 sa Lars: «Ok, hvis du vil si det så dumt» og i tur 28 sa han: «Hysj nå på deg» og dyttet bort Elsas hand fra materiellet. Gjennom disse handlingene ble Elsa hindret fra å aktualisere matematisk kunnskap. Lars sine regulerende handlinger inviterte derfor ikke Elsa til å aktualisere matematisk kunnskap, men hindret derimot Elsa fra å aktualisere matematisk kunnskap. Elsa responderte på disse regulerende handlingene ved å bli mindre deltakende enn det hun var i starten av arbeidsøkta. Avslutningsvis, i episode 3, fikk hun igjen tilgang til materiell. Denne tilgangen ble etterfulgt av at Elsa aktualiserte matematisk kunnskap. Disse nøkkelhandlingene varierte mellom *vise, forklare* og *begrunne.* I denne episoden framsto Elsa og Lars som tilsynelatende likeverdige. Dette kom blant annet til syne da Lars i linje 89 sier at han ikke tror Elsa har rett og Elsa følger opp med å spørre hvordan Lars tenkte (linje 90).

Funn fra analysen viser at tilgangen til å uttrykke seg multimodalt kan regulere muligheter for elever som presterer lavt, til å aktualisere matematisk kunnskap gjennom nøkkelhandlinger.

5.6.2 Elsa i arbeidsøkt med tårnoppgaven

I arbeidsøkta med tårnoppgaven skulle egentlig Elsa jobbe med Emil, Lars og Mari (se tabell 5.6). Her fikk imidlertid ikke Elsa noen muligheter til å delta i matematiske meningsskapende prosesser fordi medelevene Emil og Lars okkuperte både materiellet og kommunikasjonsrommet gjennom store deler av arbeidsøkta. De brukte kubene til å leke med og dreide samtalen inn mot denne «leken» (se figur 5.26).

Figur 5.26 Arbeidsøkta der Elsa og medelevene Emil, Lars og Mari skulle jobbe med tårnoppgaven.

Emil og Lars sin lek hindret Elsa og Mari fullstendig fra å arbeide med oppgaven. Elsa og Mari gjorde noen forsøk på å arbeide med oppgaven, men disse forsøkene stoppet opp fordi 1) Elsa og Mari ikke hadde tilgang til materiell, og 2) Emil og Lars avbrøt og forstyrret Elsa og Mari sin kommunikasjon (regulerende handling). Gruppas aktivitet i denne arbeidsøkta var i svært liten grad matematikkrelatert, og Elsa kom ikke i posisjon til å aktualisere matematisk kunnskap.

5.6.3 Oppsummering av Elsas læringsmuligheter

I starten av arbeidsøkta om antallsoppgaven ble Elsa eksplisitt hindret av medeleven Lars da hun leste oppgaveteksten. Da Lars kom til det fremmede begrepet «altameter», skaptes imidlertid et kommunikasjonsrom for Elsa der hun kom i posisjon til å forklare begrepsinnholdet i «altameter». Medelevers fremmedhet med begreper i oppgaveteksten kan derfor implisitt regulere muligheter for å aktualisere matematisk kunnskap gjennom nøkkelhandlinger. Videre i arbeidsøkta ba Lars Elsa være stille, og han hindret hennes tilgang til materiell ved å skyve henne bort fra det tilgjengelige materiellet (brikkene, tabellen og bildene). Gjennom disse handlingene, som kan tolkes som nedsettende, ble Elsa eksplisitt hindret fra å aktualisere matematisk kunnskap. Lars sine regulerende handlinger inviterte derfor ikke til deltakelse, men hindret derimot deltakelse. Elsa responderte på disse regulerende handlingene med å bli mindre deltakende enn det hun var i starten av arbeidsøkta. Avslutningsvis, i episode 3, fikk hun igjen tilgang til materiell. Denne tilgangen ble etterfulgt av at Elsa bidro med matematiske nøkkelhandlinger. Disse nøkkelhandlingene varierte mellom *vise, forklare* og *begrunne.*

Analysen synliggjorde at medeleven Lars gjentatte ganger regulerte gruppas aktualisering av matematisk kunnskap ved å blokkere Elsas matematiske nøkkelhandlinger. Eksempler på dette er når Elsa bidro med nøkkelhandlinger, og Lars stoppet henne ved å be henne være stille og komme med nedsettende ytringer. Lars regulerte også Elsas tilgang til materiell ved å fysisk skyve armen hennes bort fra materiellet. Dette forskningsfunnet viser at medelever eksplisitt kan bidra med regulerende handlinger som hindrer elever som presterer lavt i matematikk, fra å aktualisere matematisk kunnskap. Denne hindringen kan skje gjennom å 1) blokkere disse elevenes nøkkelhandlinger verbalt og 2) hindre disse elevenes tilgang til materiell.

Arbeidsøkta med tårnoppgaven viser en tendens som sammenfaller med funnene fra arbeidsøkta med omkretsoppgaven. Da Elsa skulle jobbe med Emil, Lars og Mari om tårnoppgaven, okkuperte Emil og Lars det tilgjengelige materiellet og brukte det til ikke-oppgaverelatert aktivitet. Dette gjorde at Elsa og medeleven Mari, tross gjentatte forsøk på å rette oppmerksomheten mot tårnoppgaven, ikke kom i gang med oppgaverelatert arbeid.

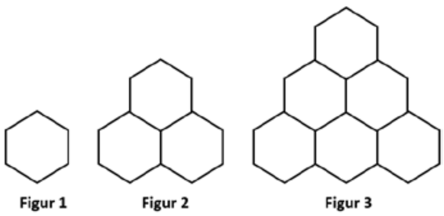
Kasuset med fokuseleven Elsa som omdreiningspunkt demonstrerer at når Elsa fikk muligheter til å bidra med matematiske nøkkelhandlinger, aktualiserte hun generelle sammenhenger ved å koordinere verbalspråk, kroppsspråk og bruk av materiell. Når medeleven Lars kritiserte de matematiske ideene hun uttrykte, fulgte hun opp med å *begrunne* disse sammenhengene. Et eksempel er da hun foreslo at omkretsen til figurene kan finnes ved multiplikasjon, og medeleven Lars ikke var enig. Hun ignorerte kritikken hans og fortsatte med å forklare hvorfor det ville være hensiktsmessig med multiplikasjon framfor gjentatt addisjon. Da medeleven Lars fortsatt ikke var enig, begrunnet hun dette med en annen strategi: dele opp figuren i mindre figurer. Denne begrunnelsen uttrykte hun verbalt samtidig som hun pekte på tabellen.

Forskningsfunnene fra dette kasuset viser at medelever kan regulere matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt, ved å hindre dem fra å aktualisere matematisk kunnskap. Funnene viser videre at både medelevers fremmedhet med begreper i oppgaven og tilgang til bruk av materiell for å uttrykke nøkkelhandlinger kan skape matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk.

5.7 Fokuseleven Kim

I studien min observerte jeg Kim i tre ulike arbeidsøkter og to ulike heterogene smågrupper (se tabell 5.7). I to av disse arbeidsøktene var Kim og Sol i samme gruppe (begge definert av lærer som elever som presterer lavt i matematikk). Fordi læreren beskrev Sol som lavere presterende enn Kim, har jeg valgt å analysere og rapportere fra disse to arbeidsøktene i lys av kasuset Sol og tar Kim som medelev (se delkapittel 5.5). I dette delkapitlet rapporterer jeg fra den tredje arbeidsøkta, der Kim jobbet med Ben og Bob, som han ifølge læreren presterte lavere enn. Bob har vi allerede møtt; han var medelev i Mays andre arbeidsøkt (se delkapittel 5.3.2).

Tabell 5.7 Oversikt over arbeidsøktene og smågruppene, fokuseleven Kim.

<table>
<tr><th colspan="3">Observasjoner av Kim</th></tr>
<tr><th>Arbeidsøkt</th><th>Figur(er)</th><th>Deltakere i smågruppene</th></tr>
<tr><td>Arbeidsøkt 1 – Antall</td><td rowspan="2">
</td><td rowspan="2">
</td></tr>
<tr><td>Arbeidsøkt 2 – Omkrets</td></tr>
<tr><td>Arbeidsøkt 3 – Tårnet</td><td></td><td>
</td></tr>
</table>

5.7.1 Kim i arbeidsøkt med tårnoppgaven

I arbeidsøkta med tårnoppgaven jobbet Kim, Bob og Ben sammen. Gjennom hele arbeidsøkta hadde elevene tilgang til kuber som kunne brukes for å bygge tårnfigurer opp til figur nummer 4. Tårnfigur 6 er avbildet på oppgavearket (se tabell 5.7).

Den første deloppgaven i tårnoppgaven er å finne antall kuber i et seks kuber høyt tårn. Gruppa startet med å bygge en modell av tårnet, men hadde ikke nok kuber til å bygge hele tårnet. De bygde derfor tre av «veggene» til tårnet. Deretter foreslo Bob en strategi for å finne antall kuber i tårnfigur 6; de kunne telle antall kuber i én vegg, gange med fire og legge til seks. Ben og Kim sa seg enige i denne strategien, og gruppa kom fram til at tårnfigur 6 består av 66 kuber.

Episode 1 – elevene teller antall kuber

I transkripsjonsutdrag 36 jobbet elevene med å finne flere strategier for å finne antall kuber i tårnfigur 6. Figur 5.27 viser bildeutsnitt knyttet til transkripsjonsutdraget.

Transkripsjonsutdrag 36

39 Kim	Vi kan jo bare telle dem.	N – Vise
40 Bob	Telle, da har vi tatt en måte.	
41 Kim	Telle baksida. (3 s) Telle hele baksida og plusse på 8. Nei, plusse på 30. Telle hele baksida og plusse på 30. 15 pluss 15, det blir den veggen [peker på en av veggene] der og den veggen der [peker på en annen vegg]. Da blir det på en måte 30 der. Og så tar vi 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36. pluss 30. Det går også an.	N – Forklare
42 Bob	Jeg skjønte ikke hva du gjorde.	R
43 Kim	Hvis man først tar. Først tar man og teller, eller først tar man (3 s). 15, 15, 15, 15.	N – Forklare
44 Bob	Ja.	
45 Ben	Hvis man bare har 1 vegg, teller man de her og ganger dem med 2.	N – Forklare
46 Kim	Ja, Bob [tar en av veggene fra tårnet, snur den og kombinerer det med en av de andre veggene slik at det blir et rektangel].	N – Forklare
47 Bob	Men Kim, vi skal jo finne ut hvordan vi kan gjøre det med bare den [peker på oppgavearket]. Uten å i det hele tatt ta opp der [peker på tårnet de har bygd].	R

Figur 5.27 Bilder til transkripsjonsutdrag 36.

Episoden gir et innblikk i den matematisk meningsskapende prosessen som skjer mellom medeleven Bobs nøkkelhandling om at antall kuber kan bli funnet ved å dele figuren opp i fire vegger og seks kuber, og Kims nøkkelhandling om å transformere figuren til et rektangel. I rommet mellom disse to måtene for å finne antall kuber på foreslo Kim at kubene kunne telles én og én og han *reformulerte* medeleven Bobs nøkkelhandling med å dele figuren opp i vegger. Da Bob *kritiserte* Kims matematiske nøkkelhandling og sa at han ikke forsto Kims *forklaring*, refererte Kim til Bobs nøkkelhandling ved å *forklare* at han tok utgangspunkt i de fire veggene (tur 43). Her kombinerte Kim verbalspråk, kroppsspråk og materiell for å både forklare og begrunne strategien (se figur 5.27). Episoden endte med at Bob *kritiserte* Kim for å bruke kubene, og ikke bildet av tårnfigur 6 på oppgavearket, for å løse oppgaven.

Episode 2 – antall kuber er lik *den* ganger *den*

I transkripsjonsutdrag 37 reformulerte og begrunnet Kim den matematiske kunnskapen han uttrykte gjennom nøkkelhandlingene *vise* og *forklare* i episode 1. Figur 5.28 viser bildeutsnitt knyttet til transkripsjonsutdraget.

Transkripsjonsutdrag 37

48	Kim	Hvis du tar den [peker langs grunnlinja til figuren de har bygd] ganger den [flytter hånda fra bunnen til toppen av figuren de har bygd].	N – Reformulere
49	Bob	Men du kan ikke ta den veggen her [peker på tårnfigur 6], for det stikker en sånn der ut [peker på en av veggene].	R

50	Kim	Den [peker langs grunnlinja] ganger den [peker på toppen av tårnfigur 6].	N – Begrunne
51	Bob	Da gir det ingen mening, da skulle jo den vært der [peker på veggen som mangler].	R
52	Kim	Ikke hold her nå. Jeg må jo ha den, jeg skal vise Bob.	R
53	Ben	Jeg må jo ordne den.	R
54	Kim	Se her, hvis man tar den for eksempel løs [tar en av veggene].	N – Begrunne
55	Bob	Ja.	
56	Kim	Så legger man den der [plasserer veggen på figurens venstreside]. Så lager man en helt like der [plasserer veggen på figurens høyreside]. Så tar man den nederste [peker på grunnlinja] ganger den her [peker på toppen].	N – Begrunne
57	Bob	Det som er, er at vi skal prøver å forklare med ord liksom, hvordan vi kan gjøre det med den her [holder opp oppgavearket].	R
58	Ben	Den, vi kan jo ikke begynne å trekke fra og ta av der [peker på bildet av tårnfigur 6 på oppgavearket].	R
59	Bob	Vi kan ikke ta av den [peker på oppgavearket].	R
60	Kim	Nei, nei. Det er jo bare å si. Du tar dem. Så tar du den nederste [peker langs grunnlinja til tårnfigur 6] ganger den høyeste [peker på toppen av tårnfigur 6].	N - Begrunne
61	Ben	Det gir jo ingen mening.	R

Figur 5.28 Bilder til transkripsjonsutdrag 37.

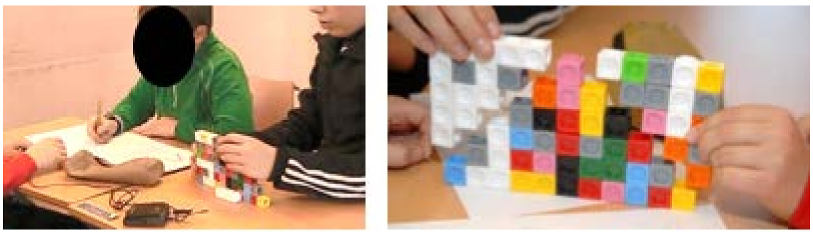
Episoden eksemplifiserer hvordan Kim begrunnet strategien for å finne antall kuber i tårnfigur 6 ved å transformere figuren de hadde bygd fra tårnform til rektangelform (se figur 5.28). Selv om han ikke brukte ordet rektangel, delte han tårnfiguren og kombinerte delene slik at de formet et rektangel. Han brukte deretter rektangelet til å begrunne at antall kuber i tårnet kan generaliseres med uttrykket «*den* (grunnlinja) ganger *den* (høyden)» (tur 50). Årsaken til at jeg tolket det som at Kim i denne episoden aktualiserte den matematiske kunnskapen gjennom nøkkelhandlingen *begrunne*, og ikke gjennom nøkkelhandlingen *vise*, er at nøkkelhandlingene var en respons på medelevenes kritikk. Ben kritiserte ved å påstå at tårnet ikke kunne deles opp, og Bob ved å si at oppgaven skulle besvares med ord og ikke med kuber og figurer.

Episode 3 – antall kuber er lik grunnlinja ganger høyden

I transkripsjonsutdrag 38 forklarte Kim at tårnet kan transformeres til et rektangel. Figur 5.29 viser bildeutsnitt knyttet til transkripsjonsutdraget.

Transkripsjonsutdrag 38

24	Kim	Jo, det gjør jo det, for det blir jo et rektangel [transformerer tårnet til et rektangel].	N – Forklare
25	Bob	Og da blir det jo *den* [peker langs grunnlinja] ganger *den* [peker fra grunnlinja til toppen av figuren].	N – Forklare
26	Ben	Ja, ja, men vi kan jo ikke gjøre det på det der arket [peker på oppgavearket].	R
27	Kim	Nei, nei. Men det er jo bare å si *den* (grunnlinja) ganger *den* (høyden). For da får du uten å gjøre det på ordentlig å snu dem. Da blir det hele den nederste ganger den i midten [flytter fingeren horisontalt og vertikalt på den avbildede tårnfigur 6].	N - Begrunne
	…		
109	Ben	Kim, den måten her var genial!	



Figur 5.29 Ben gjentar Kims nøkkelhandling ved å lage et rektangel, og elevene avslutter arbeidsøkta med å lage et rektangel sammen.

Denne episoden demonstrerer hvordan Kims bruk av begrepet «rektangel» ble et vendepunkt for gruppas matematiske samtale. Fram til dette punktet hadde Ben og Bob kritisert Kims ideer ved å referere til at de ikke skulle bruke kubene for å løse oppgaven. Etter at Kim hadde forklart at det blir et rektangel, uttrykte både Bob og Ben at de var enige med Kim. Bob ved å gjenta Kims nøkkelhandling verbalt og Ben ved å gjenta ideen gjennom kroppsspråk og bruk av materiell.

Sammendrag – Kim i arbeidsøkt med tårnoppgaven

I denne arbeidsøkta startet medelevene med å aktualisere matematisk kunnskap gjennom nøkkelhandlinger som forklarte hvordan de kunne finne antall kuber ved å telle kuber på den billedlige framstillingen av tårnfigur 6. Den billedlige framstillingen av tårnfiguren regulerte aktualiseringen av disse første nøkkelhandlingene. Kim fulgte opp medelevenes forklaring og brukte kubene for å konkretisere den. Denne bruken av kubene kritiserte medelevene han for: «Men Kim, vi skal jo finne ut hvordan vi kan gjøre det med bare den [peker på oppgavearket]. Uten å i det hele tatt ta opp der [peker på tårnet de har bygd].» (tur 47). Til tross for kritikken fortsatte Kim å bruke kubene for å uttrykke nøkkelhandlinger som *forklarte, begrunnet* og *reformulerte* matematisk kunnskap knyttet til tallmønsteret som beskriver antall kuber i en gitt tårnfigur. Kims bruk av kubene inkluderte både bygging av figurene, peking på figurene og transformering (fra tårn til rektangel) av figurene. Medelevenes kritikk av Kims bruk av materiell regulerte her muligheter for Kim til å *begrunne* og *reformulere* sin aktualisering av matematisk kunnskap.

Analysen identifiserte medelevenes regulerende handlinger som ikke-inviterende til å uttrykke matematiske nøkkelhandlinger ved bruk av kubene. Samtidig identifiserte analysen bruken av materiell (kubene) som avgjørende for gruppas suksess med å finne et eksplisitt uttrykk for antall kuber i tårnfigurene. Dette funnet viser noe av kompleksiteten ved å skape matematiske læringsmuligheter der bruken av materiell kan være avgjørende for elevenes muligheter for å aktualisere matematisk kunnskap.

5.7.2 Oppsummering av Kims læringsmuligheter

Min analyse av Kims deltakelse i gruppas matematiske meningsskapende prosesser viser at Kim bidro med matematiske nøkkelhandlinger uten at medelevene eksplisitt etterspurte hans forståelse eller forklaring. Kims bidrag kan dermed ikke forstås som direkte respons på medelevenes eksplisitte regulerende handlinger, men de er likevel basert på medelevenes nøkkelhandlinger. Dette gjorde at Kim framsto som en likeverdig partner i gruppa.

Da Kim aktualiserte kunnskap om antall kuber i tårnfigurene, kritiserte medelevene han eksplisitt for å bruke kubene i sin forklaring. Denne kritikken møtte Kim med å *begrunne* og *reformulere* forklaringen gjennom multimodale nøkkelhandlinger der han avslutningsvis forklarer hvorfor kubene kan hjelpe til med å generalisere antall kuber. Kritikken regulerte Kims muligheter for å *begrunne* og *reformulere* den matematiske kunnskapen han hadde aktualisert gjennom nøkkelhandlingene *vise* og *forklare*. Vendepunktet for gruppas arbeid med oppgaven kom da Kim brukte begrepet «rektangel» i sin forklaring. Dette forskningsfunnet viser at medelevenes forventninger kan være påvirket av språklige nyanser. Når elever som presterer lavt i matematikk, bruker materiell for å aktualisere matematisk kunnskap, kan medelevene ha forventninger om at kunnskapen ikke er tilstrekkelig. Dersom det brukes fagbegreper for å aktualisere kunnskapen, kan medelevene anerkjenne denne kunnskapen selv om den sammenfaller med kunnskapen de tidligere fant å ikke være tilstrekkelig. Bruk av fagbegreper i nøkkelhandlingene kan regulere rom for at medelevene samarbeider videre med elever som presterer lavt i matematikk, sin aktualisering av kunnskap.

Min analyse identifiserte Kims tilgang til hensiktsmessig materiell som en regulerende faktor for hans muligheter til å aktualisere et generelt uttrykk for antall kuber i tårnfigurene. Uten hensiktsmessig materiell ville Kim ikke hatt mulighet til å bygge tårnfigur nummer 6, og heller ikke til å transformere tårnet slik at det ble et rektangel. Videre har ordene «*den* ganger *den*» liten eller ingen mening uten kroppsspråket og bruken av materiell som hører til og er sentrale deler av nøkkelhandlingen som aktualiserte den matematiske kunnskapen.

Kasuset med fokuseleven Kim som omdreiningspunkt demonstrerer hvordan tilgang til hensiktsmessig materiell og muligheter til å uttrykke seg multimodalt kan regulere elevers aktualisering av matematisk kunnskap. Forskningsfunnet knyttet til denne tilgangen viser at dette ikke bare kan regulere enkeltelevens forståelse. Gjennom å aktualisere matematisk kunnskap gjennom multimodale nøkkelhandlinger regulerte Kim at gruppa som helhet avslutningsvis aktualiserte kunnskap om antall kuber i tårnfigurene. Dette poenget illustreres når medelevene Ben og Bob gjentar Kims nøkkelhandlinger ved å kombinere verbalspråk, kroppsspråk og bruk av materiell og avslutningsvis med Bens avslutningskommentar: «Kim, den måten her var genial!» (tur 109).

6 Krysskasusanalyse

I dette kapitlet belyses læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk, på tvers av kasusene som ble presentert i kapittel 5. Funnene presentert i kapittel 5 – «Resultater»– illustrerer noe av kompleksiteten innenfor hvert kasus. Hensikten med kapittel 6 – «Krysskasusanalyse»– er å løfte funnene fra kasusnivå til fenomennivå gjennom å tematisere krysskasusanalysens funn. Oppmerksomheten flyttes dermed fra fokuselevenes konkrete nøkkelhandlinger og regulerende handlinger i arbeidsøkter med medelevene (se figur 4.1) til fenomenet matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk. Dette skiftet i oppmerksomhet er i tråd med Stake (2006) som sier at hensikten med flerkasusstudien er å forstå fenomenet (quintain) gjennom ulike situasjoner (s. vi).

Kapitlets struktur tar utgangspunkt i studiens problemstilling og forskningsspørsmål og har tre deler: 1) fokuselevenes nøkkelhandlinger og aktualisering av matematisk kunnskap, 2) medelevenes regulerende handlinger og 3) matematiske læringsmuligheter i heterogene smågrupper. Den første delen retter oppmerksomheten deskriptivt mot matematiske læringsmuligheter med fokus på matematiske nøkkelhandlinger. Denne delen omhandler karakteristikker av elever som presterer lavt i matematikk, sin aktualisering av matematisk kunnskap og kan forstås som en oppfølging av arbeidet til Dekker og Elshout-Mohr (1998). I delkapittel 3.4.2 har jeg beskrevet elevenes nøkkelhandlinger som både medierende virksomhet og aktualisering av matematisk kunnskap; på samme tid som de uttrykker matematisk kunnskap, skaper de matematisk kunnskap. Den andre delen i dette kapitlet retter oppmerksomheten mot regulerende handlinger som gir rom til matematiske læringsmuligheter. Denne delen kan forstås som en utvidelse av arbeidet til Dekker og Elshout-Mohr (1998) ved at den søker innsikt i regulering av matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt, i et videre perspektiv enn det som omtales som regulerende i den originale prosessmodellen. Dette videre perspektivet er forankret i teorien om objektivisering og forståelsen av kunnskap som potensielt aktualisert gjennom medierende virksomhet (kapittel 2). Den tredje delen er en oppsummering av de to første delene, og oppmerksomheten rettes mot matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk.

6.1 Nøkkelhandlinger – aktualisering av matematisk kunnskap

I min analyse har jeg brukt matematiske nøkkelhandlinger for å identifisere episoder i de heterogene smågruppenes arbeid der elever som presterer lavt, har aktualisert matematisk kunnskap. Nøkkelhandlingene har jeg tolket multimodalt med oppmerksomheten rettet mot om de viser, forklarer, begrunner eller reformulerer en matematisk ide (Dekker & Elshout-Mohr, 1998; Radford, 2014). Figur 6.1 gir en oversikt over hvilke av disse fire nøkkelhandlingene som framkom i de enkelte kasusene.

	Fokuselevenes nøkkelhandlinger			
	Vise	**Forklare**	**Begrunne**	**Reformulere**
John	x	x		
Luna	x	x		x
May	x	x		x
Olaf	x	x		x
Sol	x	x	x	x
Elsa	x	x	x	x
Kim	x	x	x	x

Figur 6.1 Oversikt over nøkkelhandlinger identifisert på kasusnivå.

Kategorien *vise* var den nøkkelhandlingen som oftest ble identifisert gjennom analysen. Denne handlingen definerte jeg i tråd med Dekker og Elshout-Mohr (1998) som en handling som svarer på «what have you got?» (s. 306). Dette betyr at når jeg i analysen identifiserer at elevene *viser*, gir ikke dette nødvendigvis innsikt i hvordan elevene har tenkt. Handlingen *vise* kan derimot være en inngang for elevene til å starte på å *forklare* hvordan de har tenkt. Analysen av kasuset knyttet til fokuseleven Olaf illustrerte dette i transkripsjonsutdrag 24 (se delkapittel 5.4.2). Først *viste* Olaf hva han tenkte, i tur 35: «18». Deretter *forklarte* han hvordan han tenkte, i tur 40: «Jeg tenker at 16 pluss 8. Eller 18 pluss 16.» Som argumentert for i delkapittel 3.4 kan både denne og andre handlinger som aktualiserer matematisk kunnskap, uttrykkes multimodalt. I min analyse ble dette synlig gjennom at fokuselevene *viste* matematisk kunnskap gjennom kroppsspråk, for eksempel ved at de pekte på et bilde, en tabell eller en figur. Dette eksemplifiseres i kasuset knyttet til fokuseleven John da han bygde en tårnfigur med kubene og pekte på denne mens medeleven Tina beskrev den første tårnfiguren (se delkapittel 5.1.3). Hovedtrenden i datamaterialet er imidlertid at elevene *viste* matematisk kunnskap gjennom verbale ytringer. Det er videre et funn at fokuselevenes mulighet til å *vise* matematisk kunnskap fungerte som en inngang til å bidra i gruppas aktualisering av matematisk kunnskap.

Analysen identifiserte nøkkelhandlingen *forklare* i alle kasusene, og denne handlingen kom ofte til syne gjennom en kombinasjon av muntlig språk, kroppsspråk og bruk av materiell. Dette eksemplifiseres i kasuset knyttet til fokuseleven Elsa da hun tok utgangspunkt i diamantfigur 5 som var bygd med brikker, og pekte på imaginære rekker for å beskrive diamantfigur 10 (se delkapittel 5.6.1). Nøkkelhandlingen *forklare* definerte jeg i tråd med Dekker og Elshout-Mohr (1998) som en ytring som svarer på «how did you get that?» (s. 306). Dette betyr at jeg definerte elevenes handlinger som *forklare* når disse ga innsikt i hvordan elevene tenker. Slike handlinger var ofte knyttet til elevenes beskrivelse av figurenes oppbygging eller av tallmønsteret som beskriver figurenes omkrets eller antall brikker/kuber. Analysen påviste at elevenes forklaringer ofte var knyttet til materiell. Videre viste analysen at fokuselevene gjerne *forklarte* i etterkant av at de først hadde aktualisert matematisk kunnskap gjennom *å vise*.

Gjennom analysen identifiserte jeg få tilfeller av nøkkelhandlingen *begrunne*. Dekker og Elshout-Mohr (1998, s. 306) forklarer at det som skiller *begrunne* fra *forklare*, er at førstnevnte er en respons på kritikk. Dette betyr at disse nøkkelhandlingene er innholdsmessig like. For å skille dem har jeg derfor analysert dem i lys av de regulerende handlingene som fant sted i forkant av disse nøkkelhandlingene. Oftest framkom nøkkelhandlingen *begrunne* i min analyse ved at en elev aktualiserte matematisk kunnskap gjennom *å vise*, deretter avviste eller kritiserte medelevene denne kunnskapen, og eleven svarte med å *begrunne* kunnskapen som ble kritisert. Dette illustreres i kasuset knyttet til fokuseleven Elsa da hun først sa at omkretsen til diamantfigur 10 blir 60, og deretter *begrunnet* dette med at omkretsen til figur 10 kan bli funnet ved å doble omkretsen til diamantfigur 5 (se delkapittel 5.2.1). Analysen påviste få tilfeller der fokuselevenes aktualisering av matematisk kunnskap ble kritisert av medelevene. Dette kan forklare hvorfor jeg fant få tilfeller av nøkkelhandlingen *begrunne*, som er en respons på kritikk, men det er også et funn i seg selv at det var få tilfeller der elevene kritiserte medelevenes matematiske nøkkelhandlinger.

Den siste nøkkelhandlingen, *reformulere*, framkom i analysen av de fleste kasusene. Den opptrer imidlertid ikke like ofte som kategoriene *vise* og *forklare* innad i kasusene. De fleste stedene der analysen påviste *reformulere*, kom dette til syne gjennom fokuselevenes multimodale handlinger. Dette eksemplifiseres i kasuset Kim da han gjorde om tårnet han hadde bygd med kuber, til et rektangel (se delkapittel 5.7.1). Her reformulerte han forklaringen ved å transformere materiellet og bruke kubene for å omforme sin strategi. Fokuselevenes tilgang til materiell framsto som avgjørende for deres muligheter til å aktualisere matematisk kunnskap gjennom nøkkelhandlingen *reformulere.*

I tillegg til at fokuselevenes nøkkelhandlinger kan gi innsikt i deres aktualisering av matematisk kunnskap, var de også «benchmarker» for meg som forsker for å identifisere episoder som kunne gi innsikt i reguleringen av matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk, når de deltar i heterogene smågrupper. I delkapittel 6.2 presenterer jeg funn knyttet til regulering av matematiske læringsmuligheter i de heterogene smågruppene.

6.2 Regulering av matematiske læringsmuligheter

For å undersøke matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt, har jeg analysert elevenes muligheter for å aktualisere matematisk kunnskap gjennom nøkkelhandlinger. I kapittel 3 – «Teoretiske perspektiv» – har jeg argumentert for at slike muligheter reguleres innenfor rammene av medierende virksomhet (blant annet medelever, materiell og oppgaver). Det er denne reguleringen som er utgangspunkt for krysskasusanalysen som presenteres i dette delkapitlet, og oppmerksomheten har jeg hovedsakelig rettet mot medelevenes regulerende handlinger. Figur 6.2 gir en oversikt over regulerende handlinger som framkom i de enkelte kasusene.

Medelevenes regulerende handlinger							
	John	**Luna**	**May**	**Olaf**	**Sol**	**Elsa**	**Kim**
Be om forklaring		x	x	x			
Foreslå handling			x	x			
Bidra med nøkkelhandling		x	x	x	x	x	x
Kritisere					x	x	x
Møte fremmedhet	x	x		x		x	x
Bidra med stillhet		x	x		x		x
Gi tilgang til materiell	x	x	x	x	x	x	x
Hindre tilgang til materiell	x		x			x	
Ignorere	x	x		x			
Uttrykke seg nedsettende					x	x	

Figur 6.2 Oversikt over regulerende handlinger identifisert på kasusnivå.

6.2.1 Be om forklaring

Gjennom analysen identifiserte jeg den regulerende handlingen *be om forklaring* i tre av kasusene. Ifølge Dekker og Elshout-Mohr (1998) vil elever som *ber om forklaring*, bidra til at medelever uttrykker matematiske nøkkelhandlinger. Gjennom analysen fant jeg at dette ikke nødvendigvis er tilfellet. Kasuset knyttet til fokuseleven May illustrerer dette når en medelev spør om hun kan forklare og hun ikke responderer med nøkkelhandlinger (se delkapittel 5.3.1).

Analysen viste at medelever som *ber om forklaring*, kan være en starter for fokuselevenes aktualisering av matematisk kunnskap dersom denne handlingen koordineres med tilgang til materiell og stillhet. Dette ble eksemplifisert i kasuset knyttet til fokuseleven John da medelevene ba om forklaring og samtidig ga han tilgang til materiell og medelevens stillhet (se delkapittel 5.1.3). Videre viste analysen også det motsatte; at handlingen ikke fungerte som en starter for fokuselevenes aktualisering av matematisk kunnskap når materiell ikke var tilgjengelig, og kommunikasjonsrommet ble tatt av en annen medelev (mangel på stillhet). Dette illustreres da en medelev spurte May om hvordan hun tenkte, og en annen medelev tok materiellet og bidro med matematiske nøkkelhandlinger (se delkapittel 5.3.1).

6.2.2 Foreslå handling

Den regulerende handlingen *foreslå handling*, forekom i kun to av kasusene. Funn fra analysen viser at denne handlingen oftest forekom etter at *be om forklaring* ikke førte til at fokuseleven bidro med matematiske nøkkelhandlinger. Et eksempel på dette er da fokuseleven May ble spurt om å telle antall sider i en diamantfigur (se delkapittel 5.3.2).

Videre identifiserte analysen at denne handlingen i hovedsak kom til syne i asymmetriske relasjoner, altså der en medelev var i lederrolle og fokuseleven ventet. I de fleste tilfellene kom *foreslå handling* til syne ved at medelevene inviterte fokuselevene til å bidra med multimodale handlinger. Denne handlingen kom til syne i ulike modaliteter. Dette eksemplifiseres i kasuset knyttet til fokuseleven May da en medelev spurte om May sin forklaring og samtidig skjøv heksagonbrikkene mot May (se delkapittel 5.3.1). Dette eksemplet viser også noe av kompleksiteten knyttet til å identifisere og skille handlingen *foreslå handling* fra *be om forklaring*. Det nevnte eksemplet fra fokuseleven May har jeg i analysen definert som at medeleven indirekte foreslår at May kan bidra med en multimodal handling.

6.2.3 Bidra med nøkkelhandling

Analysen identifiserte *bidra med nøkkelhandling* som den regulerende handlingen som forekom hyppigst. Denne handlingen bidro de fleste elevene i studien med, og ofte fungerte den inviterende ved å regulere kommunikasjonsrom der andre elever, også fokuselevene, fikk mulighet for å aktualisere matematisk kunnskap.

Når handlingen var en del av elevenes dialog, bidro den til at fokuselev og medelever framsto som likeverdige partnere i arbeidet med oppgaven. Dette illustreres i kasuset knyttet til fokuseleven Luna der dialogen var preget av at både Luna, og medelevene bidro med nøkkelhandlinger som var relatert til tidligere uttrykte nøkkelhandlinger (se delkapittel 5.2.2). I slike tilfeller var *bidra med nøkkelhandling* en romåpner for fokuselevenes aktualisering av matematisk kunnskap.

Analysen viste imidlertid at når *bidra med nøkkelhandling* var en medelevs respons på en invitasjon til fokuseleven om å bidra med sin forståelse av oppgaven, fungerte den som et hinder for fokuselevenes muligheter for å bidra. Dette eksemplifiseres da en medelev inviterte May til å forklare, og annen medelev forklarte hvordan hun tenkte (se delkapittel 5.3.1). Handlingen åpnet heller ikke kommunikasjonsrom for fokuselevene når den opptrådte sammen med et avvisende kroppsspråk (for eksempel en medelev som snur ryggen mot fokuseleven) eller sammen med at fokuselevens tilgang til materiell ble hindret.

6.2.4 Kritisere

Den regulerende handlingen *kritisere* forekom i tre av kasusene. Dekker og Elshout-Mohr (1998) hevder at medelever som *kritiserer* andre elevers nøkkelhandlinger, kan bidra til at elevene begrunner den matematiske kunnskapen som de har uttrykt. Analysen min støtter opp under denne påstanden og viser at kritikk av fokuselevenes matematiske bidrag kan føre til at fokuselevene følger opp med å begrunne bidragene sine. Dette eksemplifiseres da medelevene kritiserte Kims forslag til hvordan de kunne finne antall kuber i tårnfigurene, og Kim begrunnet sin forklaring (se delkapittel 5.7.1).

Videre viser analysen min at *kritisere* stort sett brukes av elevene som respons på nøkkelhandlinger som de anerkjenner. Denne handlingen er altså en respons på nøkkelhandlinger som medelevene vurderer som et reelt, men ikke godt nok begrunnet, bidrag til gruppas aktualisering av matematisk kunnskap. Et eksempel på dette er da en medelev kritiserer Sols forslag til antall kuber i en del av tårnfiguren, og hun fortsetter med å forklare hvordan hun kom fram til sitt forslag (se delkapittel 5.5.1).

6.2.5 Møte fremmedhet

Analysen identifiserte *møte fremmedhet* som en implisitt regulerende handling som åpnet opp for fokuselevenes aktualisering av matematisk kunnskap. Med implisitt mener jeg her at en medelev framstår som usikker i kommunikasjonsrommet, og denne usikkerheten gir fokuseleven mulighet til å bidra med matematisk kunnskap. Denne reguleringen kom til syne i min analyse ved to tilfeller: 1) i møte med det fremmede begrepet «altameter» og 2) i etterspørselen etter ulike løsningsstrategier.

Der elevene møtte det fremmede begrepet «altameter», stoppet medelevene opp, og fokuseleven fikk mulighet til å forklare dette begrepet for gruppas medlemmer. Etterspørselen etter flere løsningsstrategier førte til at medelevene ble «forpliktet» til å anerkjenne alle elevenes, også fokuselevens, måter å løse oppgavene på. Analysen viser at i noen av kasusene førte dette til at medelevene skrev ned fokuselevens strategi som gruppas svar på oppgaven, selv om medelevene hadde bidratt med andre strategier (se delkapittel 5.2.1). I andre kasuser bidro dette til at fokuseleven gjentok og reformulerte sin løsningsstrategi helt til medelevene anerkjente denne som en hensiktsmessig aktualisering av matematisk kunnskap (se delkapittel 5.7.1).

6.2.6 Bidra med stillhet

Den regulerende handlingen *bidra med stillhet* kom til syne i analysen som en følge av andre regulerende handlinger. Når den kom til syne som en følge av handlingene *be om forklaring* eller *foreslå handling*, framsto den som en eksplisitt regulering av fokuselevenes muligheter for å bidra med matematisk kunnskap. Analysen viser at *bidra med stillhet* i disse tilfellene framsto som en måte for medelevene til å regulere kommunikasjonsrom der fokuselevene fikk matematiske læringsmuligheter.

Analysen viste videre at når medelevene *bidro med stillhet* etter å ha møtt fremmedhet i oppgaven, framsto stillheten som en implisitt invitasjon til fokuselevens aktualisering av matematisk kunnskap. *Bidra med stillhet* framsto i disse tilfellene som en regulering påvirket av ytre faktorer som for eksempel oppgaveteksten. Uavhengig av medelevenes intensjoner når de *bidro med stillhet*, viste imidlertid analysen at stillheten her oftest ble etterfulgt av at fokuselevene bidro med matematisk kunnskap.

6.2.7 Tilgang til materiell

Analysen min fant *tilgang til materiell* som en avgjørende regulator for fokuselevenes aktualisering av matematisk kunnskap. Dette funnet er knyttet både til at tilgang til materiell er en bidragsyter, og til at manglende tilgang til materiell er et hinder for fokuselevenes aktualisering av matematisk kunnskap. Funnet illustreres i kasuset knyttet til fokuseleven John, der Johns bidrag med nøkkelhandlinger er sparsomt der han ikke har tilgang til materiell, og hyppigere der han har tilgang til materiell (se delkapittel 5.1.1 og 5.1.3).

Jeg fant gjennom analysen at *tilgang til materiell* kunne gi fokuselevene mulighet til å bidra med matematisk kunnskap både individuelt og som en del av samhandlingen med de andre elevene. Individuell bruk er når fokuselevene brukte materiell for å aktualisere kunnskap i tilfeller der medelevene diskuterte løsningsstrategier uten å involvere fokuseleven. Dette eksemplifiseres da Olaf bygde diamantfigurer med heksagonbrikker mens medelevene diskuterte antall brikker i diamantfigurene (se delkapittel 5.4.1). Her kunne Olaf synliggjøre matematisk kunnskap selv om han ikke deltok i medelevenes matematikksamtale. Bruk av materiell i samhandling med de andre er når fokuselevene brukte materiell for å *vise, forklare, begrunne* eller *reformulere* matematisk kunnskap for de andre elevene i gruppa. Dette illustreres da Kim brukte kubene for å *forklare* og *begrunne* sin strategi for å finne antall kuber i tårnfigurene (se delkapittel 5.7.1).

Gjennom analysen identifiserte jeg *tilgang til materiell* som ikke bare avgjørende for fokuselevenes tilgang til å bidra med nøkkelhandlinger, men også for å bidra med matematisk kunnskap. I kasuset knyttet til fokuseleven Luna illustreres dette ved at hennes bruk av materiell påvirket strategiene hun uttrykte (se delkapittel 5.2.1). I kasuset knyttet til fokuseleven Sol illustreres dette ved at hennes strategier og generelle trekk ved aktualiseringen endret seg mens hun tegnet ulike diamantfigurer (se delkapittel 5.5.1).

Når det gjelder den regulerende handlingen *hindring av tilgang til materiell*, framsto denne som et hinder for fokuselevenes matematiske læringsmuligheter. Denne reguleringen kan føre til at elever som eksplisitt blir invitert til å bidra med matematisk kunnskap, ikke benytter seg av denne invitasjonen. Da fokuseleven May ble spurt om hvordan hun tenkte uten at hun hadde tilgang til materiell, svarte ikke May med å vise eller forklare sin tankegang. Videre viser analysen at når elever gjentatte ganger blir hindret fra å benytte seg av materiellet, kan dette føre til at de blir passive og ikke deltar i gruppas aktualisering av matematisk kunnskap.

6.2.8 Ignorere

Den regulerende handlingen *ignorere* framkom i tre av kasusene, og den kan deles inn i to hovedkategorier: 1) ignorering av fokuselevens unøyaktige nøkkelhandlinger og 2) ignorering av at fokuseleven uttrykker manglende forståelse. Den første kategorien inneholder tilfeller der medelevene ignorerte fokuselevens nøkkelhandlinger når disse kunne forstås som unøyaktige eller ikke sammenfalt med medelevenes aktualisering av matematisk kunnskap. Dette eksemplifiseres da Luna *viste* hvordan hun tenkte, og dette ikke var riktig i forhold til medelevenes forventninger; medelevene ignorerte nøkkelhandlingen og fulgte ikke opp med spørsmål eller forklaringer knyttet til Lunas forslag (se delkapittel 5.2.1). Den andre kategorien inneholder tilfeller der medelevene ignorerte fokuselevens ytringer når disse handlet om at fokuseleven ikke forsto oppgaven eller medelevenes løsningsstrategier. Dette eksemplifiseres da John først bidro med en nøkkelhandling som var unøyaktig, og deretter presiserte at han hadde kommet fram til et annet svar enn medelevene (se delkapittel 5.1.1).

Analysen viser at medelevenes *ignorering* ofte ble etterfulgt av at fokuseleven ble passiv. I noen av tilfellene gjentok fokuseleven flere ganger at han og hun ikke forsto, og hver gang ble denne ytringen ignorert av medelevene. Denne gjentatte ignoreringen ble også identifisert i analysen der fokuselevene poengterer at deres tidligere aktualisering av matematisk kunnskap var unøyaktig eller feil. I disse tilfellene ble først den unøyaktige nøkkelhandlingen ignorert av medelevene og deretter ble ytringen om unøyaktighet ignorert.

6.2.9 Uttrykke seg nedsettende

Analysen min identifiserte den regulerende handlingen *uttrykke seg nedsettende* i to kasuser. Til forskjell fra handlingen *kritisere*, som retter seg mot elevenes matematiske bidrag og ikke nødvendigvis er negativ kritikk, er det å *uttrykke seg nedsettende* rettet mot personen som uttrykker de matematiske bidragene. Dette illustreres da en medelev sa til Sol at hun var «dum i hodet» (se delkapittel 5.5.3). Et annet eksempel på hvordan medelevenes nedsettende ytringer kan regulere fokuselevens matematiske læringsmuligheter, framkom interaksjonen mellom fokuseleven Elsa og medeleven Lars. Lars responderte på Elsas aktualisering av matematisk kunnskap med å både anerkjenne denne og referere til denne som «dum» (delkapittel 5.6.1). Videre ba han Elsa om å være stille og han dyttet henne bort fra det tilgjengelige materiellet. Analysen viser at medelever som *uttrykker seg nedsettende*, kan hindre fokuselevenes videre deltakelse i gruppas arbeid med oppgavene. Der analysen identifiserte at medelevene *uttrykte seg nedsettende*, var elevene på vei inn i medierende virksomhet basert på felles aktualisering av matematisk kunnskap. De nedsettende ytringene hindret i noen av tilfellene dette fellesskapet og ble etterfulgt av at elevene jobbet i parallelle løp. For eksempel ved at én elev brukte materiell for å undersøke matematiske sammenhenger, mens en annen formulerte matematiske sammenhenger med tekst. Samtidig viste analysen, at medelevenes nedsettende ytringer ikke alltid hindret fokuselevene fra matematiske læringsmuligheter. Både Sol og Elsa kom i posisjon til å aktualisere matematisk kunnskap etter at medelevene hadde uttrykt seg nedsettende om dem.

6.3 Oppsummering av matematiske læringsmuligheter

Gjennom krysskasusanalysen har jeg fått innsikt i fenomenet matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk. Denne innsikten har jeg fått ved å undersøke fokuselevenes nøkkelhandlinger og medelevenes regulerende handlinger på tvers av kasusene og fokuselevenes nøkkelhandlinger i lys av medelevenes regulerende handlinger.

Krysskasusanalysen tyder på at medelevenes regulerende handlinger har betydning for fokuselevenes muligheter for å aktualisere matematisk kunnskap gjennom nøkkelhandlinger, og dermed for fokuselevenes matematiske læringsmuligheter. Når fokuselevene får mulighet til å bidra med matematiske nøkkelhandlinger, *viser, forklarer, begrunner* og *reformulerer* de matematisk kunnskap.

Nøkkelhandlingen *vise* framstår som avgjørende for fokuselevens muligheter til å delta i gruppas aktualisering av matematisk kunnskap. Videre framstår medelevenes respons som regulerende for fokuselevens muligheter for videre deltakelse i gruppas aktualisering. En respons kan være en regulerende handling som inviterer til eller hindrer fokuselevens aktualisering av matematisk kunnskap. Disse handlingene kan grovt deles inn i to kategorier: 1) handlinger som åpner for / inviterer til aktualisering og 2) handlinger som hindrer/blokkerer aktualisering. Disse kategoriene er ikke absolutte da min analyse påviste noen av de regulerende handlingene i snittet av kategoriene. Dette gjelder blant annet handlingen *be om forklaring*. I de tilfeller der medelevene ba fokuselevene om å forklare sin forståelse av oppgavene, ble dette ofte, men ikke alltid, etterfulgt av at fokuselevene bidro med nøkkelhandlinger (se delkapittel 6.2). Selv om kategoriene ikke er absolutte, gir de et bilde av hovedtendenser knyttet til om handlingene åpner eller lukker kommunikasjonsrommet for fokuselevene.

Figur 6.3 gir en oversikt over de regulerende handlingene som framkom i krysskasusanalysen. Syv av de handlingene jeg analyserte, åpnet for / inviterte til fokuselevenes aktualisering, og tre hindret/blokkerte fokuselevenes aktualisering.

Regulerende handlinger									
Åpne for / invitere til aktualisering							**Hindre/blokkere aktualisering**		
Be om forklaring	Foreslå handling	Bidra med nøkkelhandling	Kritisere	Møte fremmedhet	Bidra med stillhet	Gi tilgang til materiell	Hindre tilgang til materiell	Ignorere	Uttrykke seg nedsettende

Figur 6.3 Oversikt over regulerende handlinger som framkom i krysskasusanalysen.

Krysskasusanalysen viser at matematiske læringsmuligheter i heterogene smågrupper for elever som presterer lavt i matematikk, påvirkes av regulerende handlinger.

Når medelevene *ber om forklaring*, *bidrar med nøkkelhandlinger* eller *er stille*, kan dette regulere kommunikasjonsrom der fokuselevene får mulighet til å aktualisere matematisk kunnskap gjennom nøkkelhandlingen *vise.*

Gjennom *å foreslå handling, gi tilgang til materiell* eller *møte fremmedhet* kan medelever bidra til å åpne for at fokuselevene kan bidra med nøkkelhandlingen *forklare*.

Når medelever *kritiserer* en nøkkelhandling, kan det føre til at fokuseleven begrunner den matematiske kunnskapen uttrykt i tidligere nøkkelhandlinger.

Dersom elevene bruker tid på å diskutere fokuselevens nøkkelhandlinger, kan de regulerende handlingene som jeg har analysert som åpne for / invitere til aktualisering, medvirke til at fokuseleven *reformulerer* den matematiske kunnskapen uttrykt gjennom tidligere nøkkelhandling.

Videre fant jeg i analysen at medelever som *hindrer tilgang til materiell, ignorerer* og *uttrykker seg nedsettende,* kan hindre og blokkere fokuselevenes muligheter til å aktualisere matematisk kunnskap gjennom nøkkelhandlinger. Disse handlingene vil ikke alltid hindre fokuselevene fra å delta i gruppas aktualisering av matematisk kunnskap, men særlig de to første handlingene framsto som effektive hinder for fokuselevenes deltakelse.

Oppsummert påviste analysen at elementer som kan endre asymmetrien i de heterogene gruppene, og medelevenes anerkjennelse av fokuselevenes aktualisering av matematisk kunnskap er sentrale kjennetegn på reguleringer som kan bidra til matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk. Videre framstår *tilgangen til materiell* og *kritikk* som sentralt for hva som kjennetegner den matematiske kunnskapen som fokuselevene aktualiserte. De regulerende handlingene som beskriver hovedtendensene for hva som hindrer matematiske læringsmuligheter i heterogene smågrupper for elever som presterer lavt i matematikk, er å *ignorere* og å *hindre tilgang til materiell.*

7 Diskusjon

Hensikten med denne studien har vært å belyse matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk. Matematiske læringsmuligheter har jeg avgrenset til tilgangen og mulighetene til å bidra i matematisk meningsskapende prosesser, og i denne avhandlingen har jeg undersøkt slike prosesser i heterogene smågrupper.

Som diskutert i kapittel 3 – «Teoretiske perspektiv» – er avhandlingen epistemologisk forankret i en dialektisk materialistisk forståelse av kunnskap der læring av matematikk forstås i spenningsfeltet mellom læringsmuligheter og handling. Teoretisk bygger denne forståelsen på en historisk og kulturbetinget tilnærming til læring som er presentert og argumentert for av Luis Radford (f.eks. Radford, 2009; Roth & Radford, 2011). Dette epistemologiske synet er ontologisk fundamentert i to kategorier: potensiell kunnskap og aktualisert kunnskap. På den ene siden forstås matematiske begreper som generaliserbare fenomen som eksisterer som potensiell kunnskap. På den andre siden aktualiseres det generelle i matematiske begreper gjennom enkelttilfeller og konkrete handlinger. Sentralt i dette kunnskapssynet er at kunnskap blir tilgjengelig for eleven(e) gjennom medierende virksomhet.

I dette kapitlet diskuterer jeg studiens funn i lys av dette epistemologiske ståstedet og litteratur presentert tidligere i avhandlingen. I denne diskusjonen retter jeg oppmerksomheten mot relasjonelle aspekter ved matematiske læringsmuligheter i heterogene smågrupper for elever som presterer lavt i matematikk. Hensikten med diskusjonen er å belyse hva som kjennetegner matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk. Kapitlet er inndelt i følgende delkapitler: «Tilgang til å aktualisere matematisk kunnskap» (7.1), «Lave prestasjoner som et relasjonelt fenomen» (7.2) og «Matematiske læringsmuligheter i heterogene smågrupper» (7.3).

7.1 Tilgang til å aktualisere matematisk kunnskap

Ved å studere fokuselevenes muligheter til å aktualisere matematisk kunnskap i elev–elev-interaksjoner har jeg søkt innsikt i matematiske læringsmuligheter i heterogene smågrupper for elever som presterer lavt i matematikk. Mine forskningsfunn belyser hvordan medelevenes handlinger kan invitere til eller hindre slike muligheter (se delkapittel 6.3). Her i delkapittel 7.1 diskuterer jeg disse funnene opp mot litteraturen og teorien jeg har presentert tidligere i avhandlingen. Inspirert av funnene fra min litteraturstudie, presentert i delkapittel 2.3, har jeg valgt å strukturere diskusjonen under følgende underoverskrifter: «Regulering av deltakelse» og «Posisjonering som kompetent».

7.1.1 Regulering av deltakelse

Funnene knyttet til sammenhenger mellom medelevenes regulerende handlinger og fokuselevenes nøkkelhandlinger bidrar med nye nyanser til Dekker og Elshout-Mohrs (1998) prosessmodell. Dekker og Elshout-Mohr (1998) beskriver regulerende handlinger som inviterende og positive for elevers matematiske aktualisering gjennom nøkkelhandlinger. Mine funn viser at regulerende handlinger kan være inviterende, men at de ikke nødvendigvis er det; de kan også være til hinder for elevers deltakelse i heterogene smågruppers aktualisering av matematisk kunnskap. Videre bidrar mine funn med innsikt i hvordan medelevers handlinger kan regulere fokuselevenes aktualisering av matematisk kunnskap. Disse funnene er i samsvar med forskning som peker på at tilgang til matematiske læringsmuligheter skapes innenfor et komplekst nett av relasjoner mellom elever og den læringskonteksten elevene befinner seg innenfor (f.eks. Gresalfi, 2009; Sjöblom & Meaney, 2021).

Litteraturen jeg har presentert i delkapittel 2.3.1 – «Deltakelse i matematiske meningsskapende prosesser» – peker på flere aspekter som kan bidra til å fremme deltakelse: delta i matematiske samtaler med andre elever (Ben-Yehuda et al., 2005; Leikin & Zaslavsky, 1997), tid, selvstendighet og utfordringer (Watson & De Geest, 2005), kontekstualisering av matematikkoppgaver (Ben-David Kolikant & Broza, 2011) og deltakelse i konstruktivistisk orienterte aktiviteter (Kamii et al., 2005). Disse aspektene berører hvordan matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt, kan reguleres innad i heterogene smågrupper. Funnene jeg har presentert, er et tilskudd til funn presentert i denne litteraturen og bidrar med forståelse av hvordan medelevers handlinger kan regulere matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk.

Gjennom krysskasusanalysen fant jeg tendenser knyttet til karakteristikker av sammenhenger mellom medelevenes regulerende handlinger og fokuselevenes deltakelse i gruppas aktualisering av matematisk kunnskap. Noen av tendensene er knyttet til mulighet for deltakelse. Medelever som *ber om forklaring*, *bidrar med nøkkelhandlinger* eller *er stille*, kan bidra til å regulere kommunikasjonsrom der fokuselevene får mulighet til å aktualisere matematisk kunnskap gjennom nøkkelhandlingen *vise*. Medelever som *foreslår handling*, *gir tilgang til materiell* eller *møter fremmedhet*, kan åpne for at fokuselevene kan bidra med nøkkelhandlingen *forklare.* Videre kan regulerende handlinger der medelever *kritiserer*, føre til nøkkelhandlinger der fokuseleven begrunner den matematiske kunnskapen uttrykt i nøkkelhandlingen. Andre tendenser er knyttet til hindring av deltakelse. Disse tendensene framstår som nye funn når de ses i sammenheng med litteraturen jeg har presentert i litteraturstudien i kapittel 2. Medelever som *hindrer tilgang til materiell, ignorerer* eller *uttrykker seg nedsettende*, kan bidra til å hindre fokuselevene fra å aktualisere matematisk kunnskap gjennom nøkkelhandlinger. Disse tendensene er ikke absolutte, men de gir likevel et innblikk i relasjonene mellom medelevenes regulerende handlinger og fokuselevenes deltakelse i gruppas meningsskapende prosesser.

Mine funn som omhandler muligheter for fokuselevene til å delta, støtter opp under tidligere forskning som presenterer arbeid i heterogene smågrupper som hensiktsmessig for å skape matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk (Boaler & Sengupta-Irving, 2016; Pijls et al., 2007). Videre bidrar disse funnene med innsikt på mikronivå om hvordan læringsmuligheter kan reguleres innenfor slike grupper. I lys av litteraturen jeg har presentert i kapittel 2 – «Lave prestasjoner i matematikk – en forskningsoversikt» – framstår funnet knyttet til den regulerende handlingen *møte fremmedhet* som et nytt funn. I mitt datamateriale er fremmedhet i stor grad knyttet til matematikkoppgavens utforming. Dersom medelevene skal kunne møte fremmedhet, må oppgaven inneholde aspekter som legger til rette for dette. Slike aspekter var i denne studien særlig knyttet til begrepet «altameter» og oppgavenes invitasjoner til å finne ulike løsningsstrategier.

Mitt funn om at fremmedhet for medelevene kan skape muligheter for elever som presterer lavt, til å delta i matematiske meningsskapende prosesser, har jeg ikke funnet indikasjoner på i litteraturstudien min (kapittel 2). Når en medelev som opplever å beherske matematikkfaget meget godt, møter på det fremmede begrepet «altameter», skaper dette et brudd i medelevens opplevelse. Min analyse illustrerte at slike brudd kan skape stillhet og dermed kommunikasjonsrom for fokuselevene, og at fokuselevene gjerne benyttet disse rommene for å bidra i gruppas arbeid. Dette funnet viser at fokuselevene var motivert til å bidra, men at deres deltakelse ble påvirket av medelevenes regulerende handlinger. Når det gjelder ulike løsningsstrategier, påviste analysen at elever som presterer lavt, kan bruke ulike strategier, og at valg av strategi kan være knyttet til tilgjengelig materiell. Videre viste analysen at når elevene blir bedt om å finne ulike løsningsstrategier, kan elever som presterer lavt, få mulighet for å aktualisere strategier som medelevene ikke har kjennskap til. Dette kom særlig til syne i forbindelse med fokuseleven Kim som briljerte med en sofistikert løsning som medelevene beskrev som «genial» (se tur 109 i delkapittel 5.7.1). Funnene knyttet til ulike strategier støtter opp under Lynch og Star (2014) sine funn ved å illustrere at også elever som presterer lavt i matematikk, kan benytte ulike strategier for å løse matematikkoppgaver.

Funnene som omhandler manglende muligheter for fokuselevene til å delta, kan bidra med mer innsikt i hva som kan hindre matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt. Forskningen jeg har beskrevet i litteraturoversikten min (kapittel 2), rapporterer om hvordan elever som presterer lavt, kan bli hindret fra matematiske læringsmuligheter gjennom at 1) lærere ignorerer de matematiske nøkkelhandlingene hos elever som presterer lavt (Heyd-Metzuyanim, 2013; Jaworski & Potari, 2009), og gjennom at 2) foreldre ignorerer eller ikke anerkjenner disse elevenes aktualisering av matematisk kunnskap (Lange & Meaney, 2011). Mine resultater er et nytt tilskudd til denne forskningen og bidrar med ny kunnskap om hvordan medelevenes ignorering kan hindre fokuselevenes tilgang til å delta i gruppas kollektive aktualisering av matematisk kunnskap. Ignorering er en handling som kan være vanskelig å fange opp i klasserommet, og mine funn tyder på at dette er en handling som effektivt kan hindre matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt. Dette illustrerer noe av kompleksiteten ved lave prestasjoner i matematikk; lave prestasjoner kan medføre hindret tilgang til matematiske læringsmuligheter, og hindret tilgang kan medføre lave prestasjoner. Altså kan lave prestasjoner i matematikk bli reprodusert i relasjonene mellom elever. Esmonde (2009) presenterer i sin litteraturstudie fire teoretisk forankrede aspekter ved matematiske læringsmuligheter innenfor en sosiokulturell referanseramme: 1) deltakelse, 2) sosial kontekstualisering 3) identitetsskapende prosesser og 4) kommunikasjon om matematikk. Mitt funn knyttet til *ignorering* har spor av alle disse fire aspektene og bidrar med innsikt i noe av kompleksiteten i relasjonen mellom disse fire aspektene: medelevers ignorering kan ha betydning for fokuselevenes videre deltakelse; den sosiale konteksten kan medvirke til at noen elevers ytringer blir ignorert; ignoreringen kan påvirke fokuselevenes identitet; ignoreringen kan påvirke videre kommunikasjon om matematikk, samtidig som den kan være et produkt av tidligere kommunikasjon. Slik blir ignorering en regulerende handling som bærer med seg spor fra elevenes tidligere erfaringer, relasjoner og kommunikasjon, på samme tid som den påvirker kommende læringsmuligheter.

De regulerende handlingene *uttrykke seg nedsettende* og *hindre tilgang til materiell* har også spor etter de fire teoretisk forankrede aspektene (Esmonde, 2009). Elev–elev-kommunikasjon som preges av at medelever uttrykker seg nedsettende, vil både kunne påvirke elevers deltakelse og identitetsskapende prosesser. Samtidig er det viktig å huske på at sjargongen i ungdommers kommunikasjon kan framstå som brutal uten at den nødvendigvis oppleves slik av elevene. Gjennom min analyse framkom det funn knyttet til nedsettende ytringer som belyser noe av kompleksiteten med å undersøke kommunikasjonsmønstre. Noen steder var de nedsettende ytringene til hinder for deltakelse, mens de andre steder ikke framsto som hinder. Dette ble illustrert i kasusene knyttet til fokuselevene Elsa og Sol. Da medeleven Lars sa «hysj nå på deg» og dyttet bort Elsas hånd fra materiellet, ble Elsa stille og sluttet å delta i den kollektive aktualiseringen av matematisk kunnskap. Her tolket jeg Lars sin handling som nedsettende fordi den framsto som devaluerende. Analysen viser at handlingen var regulerende ved å hindre Elsa tilgang til matematiske læringsmuligheter. I motsetning til eksemplet med Elsa illustrerer eksemplet med Sol hvordan nedsettende ytringer ikke nødvendigvis er til hinder for videre deltakelse. Da medeleven Jim sa til Sol at hun var «dum i hodet», fortsatte Sol med å forklare hvordan hun løste oppgaven. Hun lot seg altså ikke hindre fra å aktualisere matematisk kunnskap selv om medeleven uttrykte seg nedsettende om henne.

Tilgangen til materiell er også knyttet til regulerende handlinger som både kan invitere til og hindre fokuselevenes tilgang til å aktualisere matematisk kunnskap under arbeid med oppgavene som ble benyttet i denne avhandlingen. I forbindelse med bruk av materiell skiller Klaveness (2010) mellom konkretiseringsmateriell og abstraksjonsmateriell. Førstnevnte begrep refererer til materiell som brukes for å konkretisere matematiske ideer, og sistnevnte begrep refererer til materiell som brukes for å utforske matematiske problemstillinger. Hun sier at både lærere og litteratur omtaler bruk av materiell som hensiktsmessig for å konkretisere matematiske ideer for elever på småskoletrinnet eller elever med lærevansker. Gjennom analysen påviste jeg tilfeller der de fleste av studiens elever, både fokuselever og medelever, brukte materiell for å konkretisere. Dette funnet kan være relatert til den oppgavetypen elevene har jobbet med i studien, og vil ikke være gjeldende for elevers arbeid med alle typer matematikkoppgaver. Mine funn knyttet til materiell som regulerende faktor kan ses på som utdypende bidrag til funn presentert av Karsenty et al. (2007). De fant at elever som presterer lavt når de uttrykker seg gjennom standardisert symbolspråk, kan vise et høyere prestasjonsnivå når de uttrykker seg gjennom materiell som tegning, tabell, diagram eller fysiske modeller (Karsenty et al., 2007). Mine funn viser imidlertid noe mer av kompleksiteten ved tilgang til materiell, nemlig at medelever kan bruke materiell for å både invitere til og hindre tilgang til læringsmuligheter i heterogene smågrupper for elever som presterer lavt i matematikk.

Videre viste analysen at selv om mine intensjoner var at alle elevene skulle ha tilgang til materiell, var ikke dette nødvendigvis tilfellet. I flere av de analyserte episodene ble fokuselevene hindret fra å bruke materiell. Dette funnet gir innsikt i et praktisk dilemma. På den ene siden kan felles materiell for hele gruppa være en invitasjon til elevene om å jobbe kollektivt med å aktualisere matematisk kunnskap gjennom bruk av materiellet. På den andre siden påviste min analyse at felles materiell kan medføre at enkelte elever ikke har tilgang til materiellet og derfor hindres fra å bruke dette for å undersøke matematiske sammenhenger i oppgaven gruppa jobber med.

Avhandlingens funn tyder videre på at selv om de fleste elevene brukte materiell for å konkretisere oppgaven i starten av gruppenes meningsskapende prosess, brukte fokuselevene noen ganger mer tid enn medelevene på å bruke materiellet som konkretiseringsmateriell. Dette eksemplifisertes blant annet ved at fokuselevene John og Sol brukte materiell for å aktualisere matematisk kunnskap, parallelt med at medelevene deres uttrykte seg gjennom verbale ytringer (se delkapittel 5.1.3 og 5.5.1). Dette funnet har sammenfallende tendenser med funn rapportert av Yerushalmy (2006), som sier at elever som presterer lavt i matematikk, kan streve med å uttrykke seg med formelt anerkjente symboler. De får ikke vist fram sine matematiske styrker, og deres matematiske kompetanse blir ikke anerkjent. En følge av dette er ifølge Yerushalmy (2006) at disse elevene blir hindret fra matematiske læringsmuligheter.

Mine funn tyder på at i arbeid med figurtallsoppgaver som er designet som LIST-oppgaver, kan materiell regulere tilgangen til å delta i meningsskapende prosesser for elever som presterer lavt i matematikk. Med materiell mener jeg her både konkret materiell som brikker eller klosser, ruteark tilpasset oppgaven (her med heksagonruter), tabeller og bilder av figurene. Materiellet framsto som avgjørende for en lav terskel for elevenes inngang til LIST-oppgavene gjennom 1) å være en hjelp for å uttrykke nøkkelhandlinger (fokuseleven Sol), 2) støtte opp under ulike strategivalg (fokuseleven Luna), 3) en inngang til å uttrykke seg gjennom normert symbolspråk (fokuseleven May), og 4) undersøke sammenhenger (fokuseleven John). Min oppmerksomhet har imidlertid i hovedsak vært rettet mot reguleringen av tilgang til matematiske læringsmuligheter, og ikke mot oppgavene.

I dette delkapitlet har jeg diskutert fokuselevenes tilgang til å aktualisere matematisk kunnskap i heterogene smågrupper som et relasjonelt fenomen der sosial interaksjon både kan invitere til eller hindre denne tilgangen. Studien min kan derfor forstås som et bidrag til forskning som undersøker lave prestasjoner i matematikk som relasjonelt fenomen.

7.1.2 Posisjonering som kompetent

I dette delkapitlet diskuterer jeg de regulerende handlingene jeg har presentert i tabell 6.3, i lys av hvorvidt disse handlingene potensielt kan posisjonere fokuselevene som kompetente bidragsytere i aktualisering av matematisk kunnskap. Mine funn omhandler både regulerende handlinger som kan bidra til å posisjonere fokuselevene som kompetente deltakere, og handlinger som kan bidra til å posisjonere dem som mindre kompetente.

Gjennom analysen av litteraturen presentert i delkapittel 2.3.2 – «Posisjonering som kompetent» – har jeg identifisert to aspekter som kan bidra til at elever som presterer lavt i matematikk, blir posisjonert som kompetente: læreren anser elevene som engasjerte, lærevillige og kompetente (Empson, 2003; Karsenty, 2010), og oppgavens format (Boaler & Sengupta-Irving, 2016; Houssart, 2002). Videre nevner litteraturen at lærere som har lave forventninger til elever som presterer lavt, kan bidra til å posisjonere disse elevene som mindre kompetente og slik hindre dem fra å benytte seg av matematiske læringsmuligheter (Heyd-Metzuyanim, 2013; Straehler-Pohl et al., 2014). Funnene mine bidrar med innsikt i hvordan medelever kan regulere posisjoneringen av elever som presterer lavt, som kompetente deltakere i heterogene smågruppers aktualisering av matematisk kunnskap.

Funnene fra min analyse illustrerer hvordan medelevenes møte med fremmedhet kan bidra til å skape læringsmuligheter for fokuselevene. I tilfeller der medelevene hindret fokuseleven fra å delta tidlig i gruppas arbeid med oppgavene, påviste analysen at medelevenes møte med det fremmede begrepet «altameter» bidro til å skape rom for fokuselevenes deltakelse i gruppas kommunikasjon. Når medelevene møtte på dette begrepet ble de stille, og det oppsto mulighet for fokuselevene til å aktualisere matematisk kunnskap. Det finnes ingen entydige svar på om denne matematiske læringsmuligheten var et resultat av stillhet eller av at fokuseleven ble posisjonert som kompetent. Jeg tolker imidlertid disse skiftene, der medelevene ble stille og fokuseleven tok ordet, til å handle om posisjonering. Slik jeg forstår disse tilfellene, startet de med at medelevene hindret fokuselevene fra å delta, men når medelevene møtte på noe fremmed, altså noe de ikke følte at de hadde kompetanse om, fikk fokuseleven mulighet til å uttrykke sin kompetanse. Dette mener jeg kan tolkes som at fremmedhet bidro til at medelevene ble posisjonert som mindre kompetent og fokuseleven ble posisjonert som mer kompetent.

I flere av kasusene oppsto ikke-planlagte endringer i gruppesammensetningen underveis i doktorgradsprosjektet. Disse endringene har gitt innsikt i hvordan ulike gruppesammensetninger kan bidra til ulik posisjonering av elever som presterer lavt i matematikk. I noen av kasusene førte endringene til at gruppene endret størrelse, slik at fokuseleven jobbet med kun én medelev gjennom arbeidsøkta. Slike endringer førte ved flere tilfeller til at fokuselevene fikk mer tilgang til materiell, og slik fikk mulighet til å aktualisere matematisk kunnskap. Altså til at fokuseleven ble posisjonert som kompetent. Kasuset knyttet til fokuseleven May er i en særstilling fordi May i de første to arbeidsøktene jobbet med høyere presterende medelever, og i den tredje arbeidsøkta jobbet med en medelev som læreren beskrev som lavere presterende sammenliknet med May. Analysen påviste en markant endring i Mays rolle i disse arbeidsøktene. Først var hun passiv og bidro kun med matematiske nøkkelhandlinger som respons på medelevenes handlinger. Deretter var hun aktiv og bidro med både å aktualisere matematisk kunnskap og å regulere rom for medeleven til å bidra med nøkkelhandlinger. I det siste tilfellet framsto May som posisjonert som kompetent ved at hun 1) framsto som leder i den matematiske samtalen, 2) bidro med matematiske nøkkelhandlinger uten at medeleven etterspurte disse, og 3) uttrykte regulerende handlinger. Disse funnene belyser viktigheten av å ikke vurdere elevers matematiske kompetanse løsrevet fra læringskonteksten; gruppesammensetningen kan være avgjørende for hvordan eleven posisjoneres og derfor for elevens matematiske læringsmuligheter.

Tidligere studier har rapportert funn knyttet til hvordan lærerens posisjonering og forventninger kan påvirke matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt (Heyd-Metzuyanim, 2013; Tait-McCutcheon & Loveridge, 2016). Mine funn kan ses i lys av disse tidligere studiene, og bidrar til å bedre forstå hvordan elevenes posisjonering og forventninger kan regulere læringsmuligheter for fokuselevene. Både fokus- og medelevenes posisjonering og forventninger framsto som påvirket av gruppesammensetningen, og hadde derfor betydning for fokuselevenes matematiske læringsmuligheter. Analysen viste at når medelevene *ignorerte* matematiske nøkkelhandlinger uttrykt av fokuselevene, bidro dette til at fokuselevene ble hindret fra videre deltakelse. Medelevens ignorering framsto som en regulerende handling som posisjonerte fokuselevens aktualisering av matematisk kunnskap som mindre kompetent. Den regulerende handlingen *ignorere* er en passiv handling som kan observeres gjennom manglende respons fra medelevene. Den regulerende handlingen *nedsettende ytring,* derimot, er en aktiv handling som kan observeres gjennom medelevenes nedsettende ytringer. Når medelever sier at en annen elev er dum i hodet, kan dette forstås som et forsøk på å posisjonere den andre eleven som mindre kompetent. Analysen viste imidlertid at slike nedsettende ytringer ikke alltid hindret fokuselevens videre deltakelse. Dette funnet gir innblikk i noe av kompleksiteten ved reguleringen av matematiske læringsmuligheter i heterogene smågrupper.

Tilgangen til materiell som en invitasjon til å aktualisere matematisk kunnskap har jeg allerede diskutert, men analysen min viste at fokuselevenes bruk av materiell ikke alltid ble vurdert av medelevene som udelt positivt. Ved flere tilfeller i datamaterialet uttrykte medelevene at oppgavene ikke skulle løses ved bruk av materiell. Dette eksemplifiseres da fokuselevene Sol og Kim brukte materiell for å forklare sin løsningsstrategi, og medelevene sa at de ikke kunne bruke materiellet for å løse oppgaven (se delkapittel 5.5.3 og 5.7.1). Dette er eksempler på at de som bruker materiell, kan bli posisjonert som mindre kompetente.

Når medelevene påsto at de ikke skulle bruke materiell for å løse oppgavene, kan dette tolkes som at de har forventninger om at forklaringer basert på materiell ikke er matematisk holdbare. Hva som regnes som matematisk holdbart, avhenger av elevenes faglige kompetanse og hvilke forventninger de har til matematisk nøyaktighet. I skolematematikken har det vært en tendens der matematisk nøyaktighet knyttes tett opp mot om det endelige svaret er riktig eller galt (Ryan, 2019). Ryan (2019) argumenterer for at en slik tolkning av matematisk nøyaktighet kan hindre elever som uttrykker seg upresist, eller med matematiske uttrykksformer utenfor norm, om matematiske ideer, fra videre deltakelse i matematisk meningsskapende prosesser.

I min analyse fant jeg at medelevenes ignorering av fokuselevenes ytringer var et hinder for deres muligheter til å delta og bidra videre i meningsskapende prosesser. Dette funnet kan i lys av Bakhtins (1986) påstand om at ingenting er verre enn mangelen på respons (s. 127), tolkes som en regulering der fokuselevene posisjoneres som mindre kompetente. Videre sammenfaller dette funnet med Heyd-Metzuyanims (2013) funn der hun i rollen som lærer ubevisst ignorerte aktualisering av matematisk kunnskap hos en elev som presterte lavt, og slik hindret eleven fra matematiske læringsmuligheter. Analysen min viste få tilfeller der medelevenes ignorering av fokuselevenes nøkkelhandlinger ble etterfulgt av at fokuseleven bidro med flere nøkkelhandlinger. Den regulerende handlingen *ignorere* har jeg derfor tolket som en handling som effektivt kan hindre fokuselevene fra å uttrykke matematiske nøkkelhandlinger. Disse funnene er i tråd med Ryans (2019) påstand om at «any student whose ways of expressing mathematical knowledge differs from the 'pursuit-of-preciseness-and-certainty' normativity» (s. 28), kan bli hindret av medelevene fra å bidra i matematiske meningsskapende prosesser. Tendensen Ryan peker på, gjelder både for elever som uttrykker unøyaktige nøkkelhandlinger, og for elever som uttrykker seg utenfor norm, for eksempel multimodalt.

7.2 Lave prestasjoner som et relasjonelt fenomen

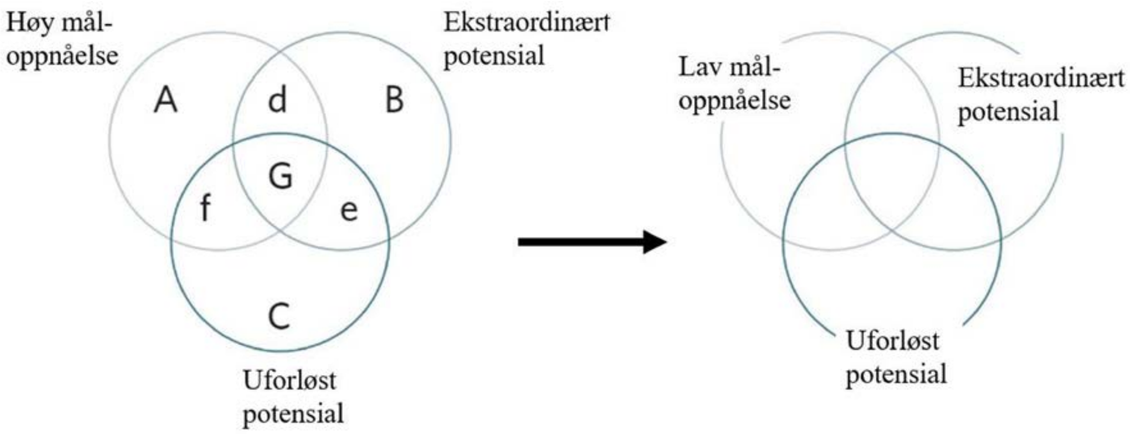
Arbeidet mitt med denne avhandlingen startet ut fra en interesse for matematikkvansker, og gjennom min studie av eksisterende litteratur, teoretiske betraktninger og metodologiske valg har jeg endt opp med fokuselever som lærerne mente presterer lavt i matematikk. Disse elevene presterer altså under gjennomsnittet i matematikk. Et spørsmål som har fulgt meg gjennom hele forskningsprosessen, og som jeg mener er et betimelig spørsmål å vende tilbake til i avhandlingens siste kapitler, er: *Er det problematisk at noen elever presterer under gjennomsnittet?*

Fra et utdanningspolitisk ståsted vil jeg si at det er problematisk at noen elever presterer under gjennomsnittet fordi elevenes prestasjoner i matematikk har betydning for deres valgmuligheter innen høyere utdanning. Dette sammenfaller med tanker jeg hadde i begynnelsen av arbeidet med denne studien. Mitt arbeid med denne avhandlingen har imidlertid bidratt til at jeg har beveget meg mellom utdanningspolitiske diskurser og sosiopolitiske og kritiske diskurser. Dette har medført at min oppmerksomhet har gått i retning av reguleringer av fokuselevenes tilgang til matematiske læringsmuligheter. Disse reguleringene har i hovedsak funnet sted i interaksjoner mellom elever og kan derfor forstås som relasjonelle.

Bakenfor denne studien ligger min forforståelse av at fokuselevene har styrker og kunnskap som ikke nødvendigvis blir synlig i skriftlige og standardiserte tester. Fokuselevene i studien er valgt ut fordi læreren deres har pekt dem ut som elever som strever med matematikken, og jeg refererer til dem som *elever som presterer lavt i matematikk*. Det å bruke en slik referanse kan oppfattes som at det settes en merkelapp på elevene, og at elevene ut fra prestasjoner i matematikk defineres inn i statiske kategorier. Man kan argumentere mot at det er en merkelapp, og si at det bare er ord, at det alltid vil være noen som presterer lavere og noen som presterer høyere enn andre i en gruppe. For meg handler det å referere til elevene i min studie som *elever som presterer lavt i matematikk*, om å sette ord på en situasjon som finnes naturlig i alle grupper. Videre ønsker jeg å bidra til å rette oppmerksomheten i retning av hvordan elever som presterer lavt i matematikk, kan inviteres til å delta i matematiske læringsmuligheter.

Analysen min påviste at gruppesammensetningene hadde betydning for hvordan fokuselevenes tilgang til læringsmuligheter ble regulert av medelevene. Dette er i samsvar med studier som har beskrevet lave prestasjoner i matematikk som et relasjonelt fenomen (Ben-Yehuda et al., 2005). Jeg anser ikke prestasjoner i matematikk som statisk. En elev kan prestere lavt på en standardisert test som omhandler brøk, og prestere høyt på en test som omhandler måling. Videre kan en elev som presterer lavt på en standardisert test, prestere høyt i en testsituasjon som baserer seg på matematiske samtaler (Houssart, 2002). En elev som presterer lavere i standardiserte testsituasjoner enn i tilrettelagte testsituasjoner kan sies å underprestere i førstnevnte situasjon. Flere nevner underprestasjon som en årsak til at mange elever defineres som elever som presterer lavt i matematikk (f.eks. Gervasoni & Lindenskov, 2011; Scherer et al., 2016). En elev som underpresterer kan ha stort læringspotensial, men likevel prestere lavt.

Alle fokuselevene i studien min kan defineres som underpresterende i enkelte kontekster. I ordet *underprestasjon* ligger det implisitt at eleven presterer lavere enn «noe». Det er imidlertid uklart hva dette noe er. Det kan være knyttet til andre elevers prestasjoner, egne evner, egen kompetanse i matematikk, egen kompetanse i andre fag eller noe annet. I litteratur om elever som presterer lavt i matematikk, brukes begrepet underprestasjon som om det er eksklusivt for elever som presterer lavt i matematikk (Gervasoni & Lindenskov, 2011; Scherer et al., 2016). Begrepet underprestasjon kan imidlertid like gjerne referere til elever som presterer middels eller høyt. En elev som har stort læringspotensial, kan prestere høyt i matematikk og likevel ikke prestere i forhold til sitt potensial, altså en underprestasjon. Denne overlappingen illustrerer Olsen (2019) med en modell for elevgruppen med stort læringspotensial, som tar utgangspunkt i elever med høy måloppnåelse, ekstraordinært potensial og/eller uforløst potensial (venstre side i figur 7.1). De samme sammenhengene og overlappingene gjelder for elever som presterer lavt i matematikk. Videre kan en elev prestere høyt i noe og lavt i noe annet. Høyre side av figur 7.1 viser hvordan jeg har endret Olsens (2019) modell til å beskrive elever som presterer lavt, som elever som også kan ha ekstraordinært eller uforløst potensial.



Figur 7.1 Variasjoner for elever som underpresterer / uforløst potensial (diagram på venstre side gjengitt fra Olsen, 2019, s. 17).

Modellene i figur 7.1 illustrerer viktigheten av å la elever arbeide i ulike grupper for å skape læringsmiljø som er forankret i prinsippene om tilpasset opplæring i et inkluderende fellesskap. Ulike gruppesammensetninger betyr ulike relasjoner og kan bidra til at elever får ulike muligheter til å bruke læringsmuligheter knyttet til sitt potensial. Dette kan forstås som aspekter ved prospektive og styrkebaserte tilnærminger. En elev som presterer lavt i matematikk kan ha ekstraordinært potensial og en som har høy måloppnåelse kan ha uforløst potensial. Ved å la elever jobbe i heterogene grupper kan skolen bidra til at elever som presterer lavt kan få muligheter til å utvikle sitt læringspotensial i matematikk innenfor rammene av et inkluderende læringsmiljø. Jeg anser mitt arbeid som en stemme og et bidrag til de som hevder at også elever som presterer lavt i matematikk, trenger matematiske læringsmuligheter som er forankret i forståelse og utforsking innenfor et inkluderende fellesskap (f.eks. Barclay, 2021; Boaler & Sengupta-Irving, 2016; Scherer et al., 2016).

Lave prestasjoner som et relasjonelt fenomen henspiller både på relasjonelle aspekter mellom elever og mellom elev og lærer. Selv om jeg er komfortabel med å referere til fokuselevene som elever som presterer lavt i matematikk, velger jeg å ta til etterretning at det innenfor matematikkdidaktisk forskning rapporteres om at merkelapper som elever blir tildelt av lærere og andre, er en av hovedårsakene til at elevene utvikler vansker i matematikk (f.eks. Bishop & Kalogeropoulos, 2015, s. 200). Sammenhengen mellom merkelapp og matematikkvansker framstår som en veletablert sannhet. Jeg mener imidlertid at flerstemmighet er viktigere enn taushet og det å ta avstand fra begrepsbruk (f.eks. Ben-Yehuda et al., 2005) for å overkomme utfordringer knyttet til å bruke begreper som «elever som presterer lavt i matematikk». Mitt bidrag for å vise at jeg tar dette til etterretning, er mine refleksjoner knyttet til begrepsbruken og mine intensjoner om å unngå å havne i diskurser preget av lave forventninger (Straehler-Pohl et al., 2014).

Slike diskurser kan tolkes som at de har spor av Bakhtins (1981) argument om at ytringer aldri eksisterer som nøytrale og selvstendige enheter. En ytring er alltid en respons på tidligere ytringer og et bidrag til kommende ytringer. Ytringen hører alltid halvt til stemmen som uttrykker den, og halvt til tidligere og kommende ytringer (s. 293). Slik kan det å omtale elever som lavt presterende i matematikk påvirke elevenes forventninger til egne prestasjoner, og slik indirekte påvirke elevens framtidige prestasjoner. Flere studier har rapportert funn relatert til hvordan læreres forventninger kan påvirkes av elevenes tidligere prestasjoner, og videre påvirker elevenes egne forventninger og læringsmuligheter i matematikk (OECD, 2016b; Straehler-Pohl et al., 2014). Mine funn viser at også medelevenes forventninger preger læringsmulighetene hos elever som presterer lavt i matematikk. Dette bidrar med en ny stemme til samklangen i diskurser som skapes mellom lærere, foreldre/foresatte og eleven selv. Disse diskursene blir til gjennom relasjoner. Når stemmene i diskursene bekrefter hverandres lave forventninger, kan en konsekvens være at merkelappen «elever som presterer lavt i matematikk» blir statisk og vanskelig å komme bort fra. Slik kan samspillet mellom lave prestasjoner og lave forventninger bidra til at det blir vanskelig for elever som presterer lavt, å bryte historien med lave prestasjoner.

Oppsummert ønsker jeg å bidra til en forståelse av elever som presterer lavt i matematikk, som en sammensatt gruppe med ulik kunnskap og potensial. Mine funn støtter opp under studier som rapporterer lave prestasjoner sett i sammenheng med begrensede læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk (Boaler & Sengupta-Irving, 2016; Houssart, 2002; Watson, 2002). Dette medfører at «lave prestasjoner» kan forstås som et fenomen som kan reproduseres i de relasjoner eleven er del av. Analysen min påviste tendenser til slik reproduksjon når medelevene ignorerte fokuselevenes ytringer, og når medelevene snakket nedsettende til fokuselevene. Videre illustrerer funnene viktigheten av å legge til rette for at elever møter varierte læringsmiljø, med ulike arbeidsformer, oppgaver og gruppesammensetninger. Med utgangspunkt i dette mener jeg at opplæringen i matematikk ikke bør dreies rundt den enkelte elevs prestasjoner, men rundt den enkelte elevs kunnskap og læringspotensial, altså en prospektiv og styrkebasert tilnærming (Watson, 2002). Viktigheten av dette mener jeg illustreres i analysen av blant annet fokuseleven Kims matematiske læringsmuligheter. Til tross for at Kim ble beskrevet av læreren som en elev som presterte lavt i matematikk, viste analysen at hans bidrag var avgjørende for gruppas endelige svar. Ved å bruke kubene som abstraksjonsmateriell ga han sofistikerte forklaringer og begrunnelser for den generelle sammenhengen mellom tårnfigur og antall kuber. Kasuset knyttet til fokuseleven Kim kan derfor gi innsikt i og forståelse av noen utfordringer knyttet til å bruke elevers prestasjoner på standardiserte tester som mål for deres matematiske kompetanse.

7.3 Matematiske læringsmuligheter i heterogene smågrupper

I dette delkapitlet diskuterer jeg studiens funn innenfor rammene av teorien om objektivisering og prosessmodellen. Teorien om objektivisering retter i stor grad oppmerksomheten mot elevers aktualisering av matematikk, og kunnskap ses på som mulighet for virksomhet (Radford, 2015b). Slike muligheter kan, ifølge Radford (2015b), observeres gjennom elevers multimodale handlinger. Jeg har operasjonalisert elevers aktualisering av matematisk kunnskap som nøkkelhandlinger. Disse nøkkelhandlingene har jeg hentet fra prosessmodellen (Dekker & Elshout-Mohr, 1998). Prosessmodellen retter oppmerksomheten mot både elevers matematiske nøkkelhandlinger og elevers regulerende handlinger.

Jeg har undersøkt relasjoner mellom elevers nøkkelhandlinger og regulerende handlinger i den hensikt å bedre forstå hvordan tilgang til matematiske læringsmuligheter i heterogene smågrupper kan reguleres for elever som presterer lavt i matematikk. Et nytt aspekt i denne studien er at jeg har brukt prosessmodellen med utgangspunkt i et multimodalt perspektiv, altså har jeg undersøkt nøkkelhandlinger og regulerende handlinger gjennom elevenes verbale, kroppslige og materielle ytringer. Et annet nytt aspekt er at jeg har brukt de to teoretiske rammeverkene for å undersøke læringsmuligheter i *heterogene smågrupper for* *elever som presterer lavt i matematikk*. Da rammeverkene ikke har blitt eksplisitt utviklet for disse elevene og denne konteksten, er det ikke gitt at rammeverkene vil være hensiktsmessige for min studie.

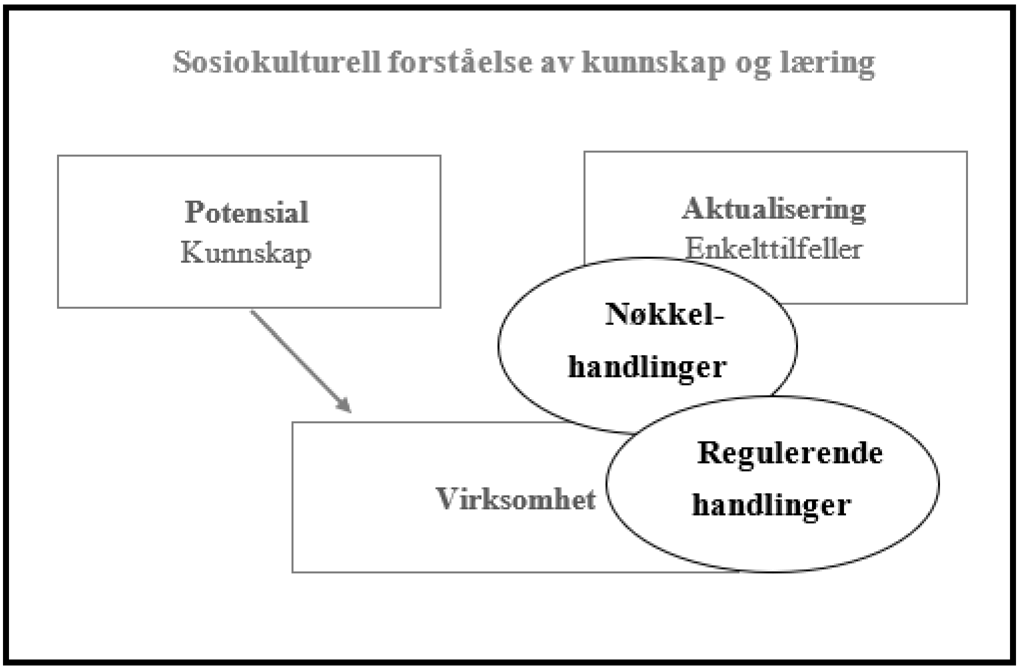
Mine funn knyttet til fokuselevenes aktualisering av matematisk kunnskap tyder på at det multimodale perspektivet var hensiktsmessig for å få innsikt i disse elevenes aktualisering av matematisk kunnskap. Analysen identifiserte flere tilfeller der fokuselevenes verbale ytringer ikke var tilstrekkelig for å forstå det matematiske innholdet i elevens nøkkelhandling (se delkapittel 5.1 og 5.5). Videre påviste analysen flere tilfeller der fokuselevenes nøkkelhandlinger utviklet seg mot mer generalisering gjennom bruk av materiell (se delkapittel 5.6), og tilfeller der bruk av materiell framsto som avgjørende for fokuselevens valg av strategi (se delkapittel 5.2). Disse funnene styrker forståelsen av elevers verbale og kroppslige prosesser som sosiokulturelle redskap som medierer, altså skaper og formidler matematiske læringsmuligheter (Radford, 2015b). Liknende funn har blitt beskrevet av Karsenty et al. (2007) som har undersøkt elevers skriftlige produkter under arbeid innenfor geometri og algebra. De fant at elever som presterer lavt i matematikk, kan aktualisere mer matematisk kunnskap gjennom uformelle uttrykksformer enn gjennom standardiserte og symbolbaserte uttrykksformer. Det vil i videre forskning kunne være interessant å undersøke både 1) sammenhenger mellom oppgaver og elevenes aktualisering av matematisk kunnskap og 2) hvordan elevers handlinger kan regulere medelevers aktualisering i lys av oppgavetype og tilgjengelig materiell.

Også funnene mine knyttet til medelevenes handlinger tyder på at det multimodale perspektivet har vært viktig for å få innsikt i reguleringen av læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk. Noe av kompleksiteten med denne innsikten har vært medelevenes flerstemmighet. På den ene siden påviste analysen tilfeller der medelevene ignorerte fokuselevenes bidrag (se delkapittel 5.1), noe som hindret fokuseleven fra videre aktualisering av matematisk kunnskap. På den andre siden påviste analysen tilfeller der en medelev etterspurte fokuselevens forklaring, og en annen medelev tok kontroll på materiellet og ga en forklaring (se delkapittel 5.3). Også dette var en regulerende handling som ikke ble etterfulgt av at fokuseleven aktualiserte matematisk kunnskap. Analysen min sier ikke noe om medelevenes intensjoner, men det kan tenkes at både medelevenes ignorering og deres forklaringer ubevisst handler om å hjelpe fokuselevene med å kamuflere manglende forståelse. En slik tolkning av medelevenes intensjoner baserer jeg på Heyd-Metzuyanim (2013) og Straehler-

Pohl et al. (2014), som har funnet indikasjoner på at lave forventninger til elevers matematiske kompetanse kan føre til regulerende handlinger som hindrer elever som presterer lavt, fra å uttrykke matematiske nøkkelhandlinger. I videre forskning kan det være av interesse å undersøke hvordan regulerende handlinger kan posisjonere elever som presterer lavt, som elever med matematiske læringsmuligheter. I en slik studie kan teorien om objektivisering og prosessmodellen nyanseres opp mot andre teorier, for eksempel posisjoneringsteori (f.eks. Herbel-Eisenmann et al., 2015; Tait-McCutcheon & Loveridge, 2016).

Rammene for denne studien har vært heterogene smågrupper og figurtallsoppgaver utformet som LIST-oppgaver. Disse rammene har betydning for hvordan funnene mine kan forstås. Selv om norske klasserom oftest har heterogene elevgrupper, vil ikke funnene fra de heterogene smågruppene nødvendigvis være representative for elev–elev-interaksjoner under plenumsarbeid i helklasse. Videre er det verd å merke seg at mitt valg av oppgaver ikke skal forstås som at jeg mener slike oppgaver vil kunne dekke alle aspekter ved matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk. I flere av artiklene i min litteraturoversikt i kapittel 2 pekes det på som uheldig at elever som presterer lavt, ofte møter en hovedvekt av prosedyreorienterte oppgaver (Ben-David Kolikant & Broza, 2011; Watson, 2002). En slik kritikk kan føre til at pendelen svinger slik at disse elevene aldri møter prosedyreorienterte oppgaver. Bakgrunnen for mitt valg av oppgaver har ikke vært å legge til rette for en ensartet bruk av oppgaver i matematikkundervisningen. Derimot har valget vært forankret i intensjoner om å skape matematiske læringsmuligheter for alle studiens elever, også fokuselevene (Boaler & Sengupta-Irving, 2016).

I kapittel 3 – «Teoretiske perspektiv» – presenterte jeg prosessmodellen som lokalt integrert i teorien om objektivisering (se figur 7.2).



Figur 7.2 Nøkkelhandlinger og regulerende handlinger som observerbare deler av matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt (se delkapittel 3.4).

Gjennom analysen har jeg kunnet identifisere fokuselevenes nøkkelhandlinger og medelevenes regulerende handlinger gjennom deres multimodale ytringer. Hver nøkkelhandling har vært en del av både elevenes aktualisering og deres deltakelse i den matematiske virksomheten. Samtidig har de regulerende handlingene vært et svar på tidligere nøkkelhandlinger og en regulering av kommende nøkkelhandlinger. Nøkkelhandlingene og de regulerende handlingene har bidratt til å aktualisere matematiske læringsmuligheter. De har stått fram som observerbare enkelttilfeller av potensielle læringsmuligheter for studiens fokuselever. Denne aktualiseringen har vist at elever som presterer lavt i matematikk, kan bidra med matematisk kunnskap dersom de får mulighet til å uttrykke nøkkelhandlinger der de kan koordinere muntlig språk, kroppsspråk og bruk av materiell. Videre har den vist at medelevenes anerkjennelse, for eksempel gjennom nøkkelhandlinger eller kritikk, kan skape læringsmuligheter for fokuselevene. Motsatt kan medelevenes ignorering hindre fokuselevene fra å aktualisere matematisk kunnskap gjennom nøkkelhandlinger.

8 Konklusjon

Hensikten med denne avhandlingen har vært å undersøke matematiske læringsmuligheter i heterogene smågrupper for elever som presterer lavt i matematikk. Både i Norge og internasjonalt er det et uttrykt ønske å redusere andelen elever som presterer lavt i matematikk (Kunnskapsdepartementet, 2015; OECD, 2016b). Flere studier har etterspurt et større fokus på disse elevenes faglige styrker og læringsbehov framfor på deres faglige svakheter og mangler (Ben-Yehuda et al., 2005; Watson, 2002). Videre har heterogene læringsmiljø der elevene blir anerkjent som kompetente lærende, blitt framhevet som hensiktsmessig for å skape matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk (Boaler & Sengupta-Irving, 2016; OECD, 2016a).

Kapitlet er inndelt i følgende delkapitler: «Studiens svar på forskningsspørsmål og problemstilling» (8.1), «Implikasjoner for videre arbeid» (8.2), «Teori og metodologi – retrospektive betraktninger» (8.3) og «Avsluttende refleksjoner» (8.4).

8.1 Studiens svar på forskningsspørsmål og problemstilling

8.1.1 Første forskningsspørsmål

Studiens første forskningsspørsmål er: *Hva kjennetegner elevene som presterer lavt i matematikk, sin aktualisering av matematisk kunnskap i heterogene smågrupper?*

Fokuselevene aktualiserte matematisk kunnskap gjennom nøkkelhandlinger, oftest *vise* eller *forklare*, som ble uttrykt som et finstemt samspill mellom verbalspråk, kroppsspråk og bruk av materiell. Dette er et funn som samsvarer med tidligere forskning (Radford, 2015b), men er samtidig en påminnelse om viktigheten av å legge til rette for at også elever på ungdomstrinnet får muligheter til å aktualisere matematisk kunnskap ved å bruke ulike modaliteter.

Tilgangen til materiell framsto som betydningsfull for nøkkelhandlinger som fokuselevene uttrykte i de heterogene smågruppene. Gjennom materiellet fikk fokuselevene frihet til og ansvar for å aktualisere matematisk kunnskap som tok utgangspunkt i deres forståelse og kreativitet. Videre var fokuselevenes bruk av materiell preget av selvstendighet og engasjement. Når medelevene diskuterte enkeltaspekter ved oppgaven med hverandre uten at fokuseleven ble invitert med, kunne fokuseleven bruke materiellet for å utforske oppgaven. Denne bruken av materiell gjorde fokuselevens nøkkelhandlinger observerbare for meg som forsker, og analysen viste at fokuseleven utviklet sine strategier i retning av abstraksjon gjennom å utforske oppgaven ved hjelp av materiell. Analysen påviste at fokuselevene kunne bruke materiell for å utvikle nøkkelhandlingene fra å uttrykke konkrete strategier til å uttrykke mer generelle og sofistikerte strategier. Videre viste analysen at materiellet var sentralt for hva som karakteriserte den matematiske kunnskapen som elevene som presterte lavt, aktualiserte. Fokuselevene uttrykte ulike strategier når de brukte ulikt materiell (bilder, fysiske modeller og tabell) som utgangspunkt for sine forklaringer. Dette kan være en indikasjon på at tilgangen til å uttrykke seg gjennom ulike modaliteter fremmer fleksible strategier.

Når fokuselevenes nøkkelhandlinger ble uttrykt gjennom materiell som brikker eller kuber, ble dette ved flere tilfeller avvist av medelevene, som sa at oppgavene ikke skulle løses med bruk av materiell. Likevel anerkjente medelevene stort sett bruk av materiell som tabell og bilder av figurene. Når fokuselevene fikk mulighet til å bruke materiell i arbeid med oppgavene, skapte dette muligheter for dem både til å delta i gruppas aktualisering av matematisk kunnskap og for å utvikle sine strategier i retning av generalisering. Analysen viste at fokuselever som blir møtt av at medelevene anerkjenner deres matematiske kunnskap og inviterer til videre deltakelse, kan bruke materiell for å uttrykke sofistikerte og kreative strategier som er nyskapende for gruppas kollektive aktualisering av kunnskap.

Oppsummert fant jeg følgende tre aspekter knyttet til hva som karakteriserte fokuselevenes tilgang til materiell for å aktualisere matematisk kunnskap: 1) gjennom bruk av materiell som konkretiseringsmateriell uttrykte fokuselevene nøkkelhandlingene *vise* og *forklare*, 2) når nøkkelhandlingene i første punkt ble anerkjent av medelevene, oppsto det muligheter som fokuselevene benyttet seg av for å uttrykke nøkkelhandlingene *begrunne* og *reformulere* analysen påviste her tilfeller der materiellet ble brukt som abstraksjonsmateriell, og 3) når fokuselevene brukte materiellet for å aktualisere matematisk kunnskap, kom de i posisjon til å bidra med matematisk kunnskap som hjalp gruppa med å besvare oppgaven de jobbet med.

8.1.2 Andre forskningsspørsmål

Studiens andre forskningsspørsmål er: *Hvordan reguleres mulighetene til å aktualisere matematisk kunnskap for elever som presterer lavt i matematikk, når de jobber i heterogene smågrupper?* I delkapittel 6.3 presenterte jeg en oversikt over regulerende handlinger som framkom i min analyse. For å minne leseren om disse handlingene gjengir jeg dem i figur 8.1.

Regulerende handlinger									
Åpne for / invitere til aktualisering							**Hindre/blokkere aktualisering**		
Be om forklaring	Foreslå handling	Bidra med nøkkelhandling	Kritisere	Møte fremmedhet	Bidra med stillhet	Gi tilgang til materiell	Hindre tilgang til materiell	Ignorere	Uttrykke seg nedsettende

Figur 8.1 Oversikt over regulerende handlinger som framkom i krysskasusanalysen.

Mine funn viser at medelevenes handlinger regulerte fokuselevenes muligheter til å aktualisere matematisk kunnskap gjennom å invitere til eller hindre læringsmuligheter for fokuselevene. Noen av disse inviterende handlingene regulerte fokuselevenes muligheter eksplisitt; medelevene spurte om fokuselevene kunne vise, forklare eller bygge. Andre av de inviterende handlingene var av implisitt karakter; medelevene viste eller forklarte hvordan de tenkte, og fokuselevene bidro i samtalen med sin forståelse av oppgavene.

Gjennom analysen framsto materiell som avgjørende for fokuselevenes tilgang til matematiske læringsmuligheter; medelevene kunne invitere fokuselevene til å uttrykke nøkkelhandlinger ved å gi dem tilgang til materiell, eller de kunne blokkere fokuselevene fra å uttrykke nøkkelhandlinger ved å hindre tilgang til materiell. Dette funnet gir innsikt i noe av kompleksiteten ved å legge til rette for at elever skal ha tilgang til materiell i arbeidet med matematikk. Selv om mine prospektive intensjoner var at alle elevene skulle ha tilgang til materiell, viste analysen at det ikke nødvendigvis var alle elevene i de heterogene gruppene som hadde tilgang til materiellet.

De regulerende handlingene *ignorere* og *uttrykke seg nedsettende* framkom stort sett som blokkerende i analysen. Både medelevenes ignorering og nedsettende ytringer knyttet til fokuselevenes ytringer framsto som effektive hinder for fokuselevenes muligheter for å ta del i matematiske læringsmuligheter. Begge disse regulerende handlingene framkom i analysen i tilfeller som kan beskrives ved to ulike karakteristikker: 1) fokuselevene sa at de ikke forsto, og 2) fokuselevene uttrykte seg unøyaktig. Dette kan tyde på at det kan være hensiktsmessig å forske mer på matematiske samtaler som omhandler manglende forståelse og unøyaktige svar. Her vil det være interessant med mer kunnskap om både lærer–elev- og elev–elev-interaksjoner. Oppmerksomheten kan her være rettet mot hvilke responser elever som presterer lavt, får på ukorrekte svar og hvilke responser de får når de sier at de ikke forstår. Mens de regulerende handlingene *ignorere* og *uttrykke seg nedsettende* framsto som hindringer for fokuselevenes matematiske læringsmuligheter, framsto den regulerende handlingen *kritisere* som en invitasjon for fokuselevenes *begrunnelser* og *reformuleringer*. Dette funnet må ses i lys av hvordan nøkkelhandlingen *begrunne* defineres i denne studien, nemlig som en respons på kritikk, og er derfor ikke å regne som et nytt funn. Det som er viktig å merke seg her, er at medelevers kritikk av fokuselevenes aktualiserte kunnskap i analysen framkommer som en invitasjon, mens ignorering og nedsettende ytringer framkommer som hindringer. Dette kan tyde på at det kan være behov for å jobbe målrettet med hvordan medelever og lærere kan anerkjenne elevers aktualisering av matematisk kunnskap gjennom kritisk respons.

De regulerende handlingene *bidra med stillhet* og *fremmedhet* framkom stort sett i analysen som invitasjoner til matematiske læringsmuligheter for elevene som presterte lavt i matematikk. Når medelevene bidro med stillhet, fikk fokuselevene tid til å *vise* og *forklare* matematisk kunnskap gjennom nøkkelhandlinger. Videre førte medelevenes møte med fremmedhet stort sett til at fokuselevene aktualiserte matematisk kunnskap. Dette funnet var hovedsakelig knyttet til medelevenes møte med begrepet «altameter» og til at oppgaven etterspurte ulike strategier for å finne løsningen. Den regulerende handlingen som oftest ble etterfulgt av fokuselevenes deltakelse i gruppas kollektive aktualisering av matematisk kunnskap, var *bidra med nøkkelhandling*. Episodene som var karakterisert av at elevene byttet på å bidra med nøkkelhandlinger uten at medelevene spurte eksplisitt om hvordan fokuselevene tenkte, framsto som balanserte med tanke på elevenes posisjon. Alle elevene framsto i disse episodene som kompetente deltakere som hadde en stemme som ble anerkjent av de øvrige gruppemedlemmene.

8.1.3 Problemstilling

Studiens overordnede problemstilling har jeg i kapittel 3 beskrevet som: *Hva kjennetegner matematiske læringsmuligheter i heterogene smågrupper for elever som presterer lavt i matematikk?*

Et kjennetegn ved de matematiske læringsmulighetene for fokuselevene, er at læringsmulighetene er forankret i multimodalitet. Når fokuselevene hadde mulighet for å uttrykke seg ved å koordinere verbalspråk, kroppsspråk og bruk av materiell, aktualiserte de ved flere tilfeller matematisk kunnskap som ble anerkjent av medelevene. Når slike tilfeller oppsto, og fokuselevene forklarte andre strategier enn det medelevene hadde forklart, var det ofte fokuselevens strategi som ble skrevet ned som svar på oppgaven. Dette kan tolkes som at fokuseleven ble posisjonert som kompetent. Videre viste analysen at fokuselevenes aktualisering av matematisk kunnskap gjennom bruk av materiell kunne bidra til at fokuselevene uttrykte generelle sammenhenger som var til hjelp for gruppas aktualisering av matematisk kunnskap.

Videre er det et funn at det framkom få tilfeller der fokuselevene uttrykte seg symbolsk. Dette funnet kan ha sammenheng med oppgavens natur og det faktum at medelevene oftest var de som skrev gruppas svar. Min analyse sier ikke noe om disse sammenhengene, og det kan være interessant å studere dette videre ved å undersøke læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk, under arbeid med andre oppgaver. Fordi jeg ikke har designet min studie med intensjoner om å fange opp matematiske læringsmuligheter gjennom fokuselevenes symbolbruk, bidrar ikke mine funn om manglende symbolbruk til å beskrive kjennetegn ved matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt.

Gjennom analysen identifiserte jeg tilfeller der både fokuselevene og medelevene kom fram til unøyaktige svar når de jobbet seg gjennom prosedyrebaserte utregninger. Mens medelevenes unøyaktige svar gjerne ble reformulert eller ble stående som endelige svar, ble fokuselevenes unøyaktige svar ignorert. Denne ignoreringen var også tilfellet når fokuselevene selv påpekte at de hadde kommet fram til feil svar eller til et annet svar enn medelevene. Dette funnet tyder på at når bidragene som uttrykkes av elever som presterer lavt i matematikk, er unøyaktige kan dette bidra til å begrense deres matematiske læringsmuligheter.

Studien min støtter opp under forskning som har rapportert heterogene smågrupper som hensiktsmessig for å skape styrkebaserte læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk (Boaler & Sengupta-Irving, 2016). Funnene fra analysen viser at disse elevene kan bidra med sofistikerte strategier som hjelper gruppa i arbeidet med å løse oppgavene de jobber med (Barclay, 2021). Slike bidrag vil både kunne skape matematiske læringsmuligheter for medelevene og posisjonere elevene som presterer lavt som kompetente deltakere. Samtidig viser analysen utfordringer som er knyttet til relasjonelle aspekter og lave forventninger innad i de heterogene smågruppene. Funn som framstår som nye i lys av litteraturstudien jeg har presentert i kapittel 2, er at medelevene kan hindre matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt, gjennom de regulerende handlingene *nedsettende ytringer*, *ignorering* og *blokkering av tilgang til materiell*. Dette er i samsvar med studier som har undersøkt hvordan matematiske læringsmuligheter konstrueres i sosiale relasjoner (Heyd-Metzuyanim, 2013).

Gjennom doktorgradsarbeidet mitt har jeg fått mulighet til å observere fokuselever som har framstått som engasjerte og motiverte i arbeid med matematikkoppgaver. De har forstått oppgavene, og selv etter at medelevene har snakket nedsettende til dem, har de fortsatt å bidra med matematiske nøkkelhandlinger når medelevene har invitert til dette. Når medelevene har stoppet opp i møte med det fremmede begrepet «altameter», har fokuselevene forklart begrepet for de andre elevene og slik hjulpet gruppa i gang med oppgaven. Fokuselevene har bidratt med nøkkelhandlinger som har framstått som vesentlige bidrag i gruppenes kollektive aktualisering av matematisk kunnskap. Mine observasjoner og analyser støtter opp under og er et bidrag til den styrkebaserte tilnærmingen som Watson (2002) har promotert som hensiktsmessig for arbeid knyttet til læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk.

Oppsummert viser mine funn at heterogene smågrupper kan være en del av den inkluderende skolens tilpassede opplæring i matematikk. Dette skal ikke forstås som at slik organisering vil kunne løse alle matematikkdidaktiske utfordringer i klasserommet. Når oppgavene er tilpasset elevgruppa, kan det imidlertid skapes styrkebaserte læringsmuligheter der alle elever, både de som presterer lavt og de som presterer høyt, kan lære sammen og kollektivt aktualisere matematisk kunnskap.

8.2 Implikasjoner for videre arbeid

8.2.1 Implikasjoner for forskningsfeltet

Litteratur innenfor det matematikkdidaktiske forskningsfeltet tyder på at det har vært en tradisjon å utvise forsiktighet for å forske eksplisitt på elever som presterer lavt i matematikk (Ben-Yehuda et al., 2005; Gervasoni & Lindenskov, 2011). Den økende mengden forskningslitteratur som retter oppmerksomheten mot disse elevenes faglige styrker uten å diskutere begrepsmessige aspekter, kan imidlertid tyde på en endring innen forskningstradisjonen knyttet til lave prestasjoner i matematikk (f.eks. Barclay, 2021; Tait-McCutcheon & Loveridge, 2016). Scherer et al. (2016) presenterer en kort redegjørelse for diskusjoner knyttet til begrepsmessige aspekter, før de presenterer forskningsfunn knyttet til effektiv undervisning for elever som presterer lavt i matematikk. Studien min kan ses som et bidrag for å bedre forstå hvordan forskning kan undersøke matematiske læringsmuligheter for disse elevene.

Flere av studiene i min litteraturstudie presentert i kapittel 2 retter oppmerksomheten mot lærerens betydning for matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt. Funnene fra kasusanalysene bidrar med mer innsikt i hvordan medelevene kan regulere læringsmuligheter for disse elevene. Videre forskning kan undersøke de regulerende faktorene, både de inviterende og de hindrende, jeg har presentert i figur 8.1, i andre kontekster og med et større datamateriale. Slike utvidelser vil kunne bidra både til forståelse av hvordan medelever regulerer hverandres muligheter til å aktualisere matematisk kunnskap, og til en mulig styrking av prosessmodellen som rammeverk for å undersøke elev–elev-interaksjoner.

Sjöblom og Meaney (2021) har brukt prosessmodellen for å adressere noe av kompleksiteten i elev–elev-interaksjoner gjennom å studere hvordan elever lytter til hverandres aktualisering av matematisk kunnskap. Deres studie tyder på at lytting er en sentral del av medelevers regulerende handlinger. Videre tyder studien på at når elever blir gjort bevisst på viktigheten av å lytte, kan de utvikle seg som produktive lyttere. Sjöblom og Meaneys (2021) studie gir innsikt i hvordan lytting kan regulere læringsmulighetene, og hvordan forskere gjennom intervju kan gi elever mulighet til å utvikle sin produktive lytting. Deres forskningsdesign og metodologiske tilnærming kan være til hjelp for studier som har til hensikt å bedre forstå hvordan elev–elev-interaksjoner kan styrkes gjennom elevers bevissthet knyttet til regulerende handlinger.

Mine funn tyder på at i arbeid med figurtallsoppgaver er tilgang til materiell og muligheter for å uttrykke seg multimodalt avgjørende for matematiske læringsmuligheter i heterogene smågrupper for elever som presterer lavt. Likevel opplever jeg at studien min har etterlatt flere spørsmål enn svar. Det er behov for innsikt i hvordan elevene kan utvikle hensiktsmessige måter å arbeide kollektivt på med materiell som et verktøy for abstraksjonsprosesser. Videre er det behov for studier som undersøker tilgangen til og bruken av materiell for andre oppgavetyper og i andre kontekster der elevene er organisert på andre måter.

Jeg har designet studien rundt fokuselever som lærer har beskrevet som lavt presterende i matematikk, uten at de mottar spesialundervisning. I videre forskning kan det være av interesse å gjennomføre liknende studier med utgangspunkt i elever som mottar spesialundervisning i matematikk. Det kan synes som det eksisterer et skille mellom forskningsfeltene for matematikkdidaktikk og spesialpedagogikk; førstnevnte retter oppmerksomheten mot matematikk og kommunikasjon, og sistnevnte mot memorering og strategibruk (van Garderen et al., 2009). Scherer et al. (2016) peker på kompleksiteten ved lave prestasjoner og forklarer at mens noen av elevene som presterer lavt i matematikk, har blitt definert med spesifikke vansker (diagnose), har andre blitt definert som underpresterende. Jeg mener at min litteraturstudie (kapittel 2) viser at den matematikkdidaktiske forskningen på elever som presterer lavt, har utviklet en tradisjon og forskningskompetanse som er solid nok til å brukes for å undersøke matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt og mottar spesialundervisning i matematikk.

8.2.2 Implikasjoner for praksisfeltet

Mine funn bidrar med implikasjoner for praksisfeltet ved å eksemplifisere hvordan elever som presterer lavt i matematikk, kan inviteres inn i heterogene smågruppers aktualisering av matematisk kunnskap. Studien viser at elever som presterer lavt i matematikk, kan bidra med sofistikert matematisk kunnskap dersom de får mulighet til å arbeide med oppgaver som utfordrer dem matematisk, samtidig som elevene har tilgang til hensiktsmessig materiell og mulighet til å uttrykke matematiske nøkkelhandlinger. Når slike tilfeller oppstår, kan elever som presterer lavt, hjelpe sine medelever til å aktualisere matematisk kunnskap. Slike eksemplifiseringer er avgjørende for at praksisfeltet skal kunne etterstrebe å møte elever som presterer lavt i matematikk, med tilpassede forventninger og oppgaver som åpner for å aktualisere matematisk kunnskap (Barclay, 2021; Boaler & Sengupta-Irving, 2016).

Videre bidrar mine funn med innsikt i hvordan LIST-oppgaver kan være et bidrag for å skape matematiske læringsmuligheter for alle elever i heterogene smågrupper. Intensjonene med slike oppgaver er å åpne for at alle elever kan bidra med og bygge matematisk kunnskap uavhengig av prestasjoner på standardiserte tester (Boaler & Dweck, 2015, s. 62). Avhandlingens funn viser at LIST-oppgaver som omhandler figurtall, kan være et fruktbart bidrag til matematikkarbeidet i heterogene læringsmiljø, men at forarbeid som omhandler læringssamtaler og hensiktsmessig materiell, vil være avgjørende for å skape matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk. Designprinsipper som har framkommet gjennom studien, berører både Lav Inngangsterskel (LI) og Stor Takhøyde (ST) i LIST-oppgaver. Prinsippet om lav inngangsterskel kan møtes med tilgang til konkret materiell (tabeller å fylle inn i, brikker eller bilder osv.). Prinsippet om stor takhøyde kan møtes ved at oppgavene etterspør ulike strategier for å komme fram til oppgavens svar. Det vil være verdifullt med mer praksisrettet forskning som undersøker matematiske læringsmuligheter i heterogene smågrupper for elever som presterer lavt, med utgangspunkt i både andre LIST-oppgaver og andre oppgavetyper.

Mine resultater viser at organisering i smågrupper på to eller tre elever kan være mer hensiktsmessig enn grupper på fire elever. Videre viser resultatene at endring av gruppene kan bidra til å endre hierarkiske strukturer innad i gruppene. Elever som presterer lavt i matematikk, er en sammensatt gruppe der elevene har ulike styrker og svakheter. Smågrupper der elevene jobber sammen, vil derfor også kunne falle inn under betegnelsen *heterogene smågrupper*. Slike gruppesammensetninger vil kunne posisjonere elevene på måter de ikke opplever så ofte i andre gruppesammensetninger. Min analyse viser videre at førsteinntrykket i klasserommet ikke alltid stemmer. En elev som framstår som lat, kan være hindret av medelevene fra å delta i gruppas aktualisering av matematisk kunnskap, og en elev som framstår som engasjert og deltakende, kan bidra med ekko av medelevenes nøkkelhandlinger.

I forbindelse med arbeid i heterogene smågrupper vil praksisfeltet kunne ha nytte av mer og bedre forståelse av hvordan materiell kan brukes i slike grupper. Gjennom min analyse har det framkommet to aspekter ved bruk av materiell som jeg mener kan være av interesse for praksisfeltet. Det første aspektet er knyttet til hva som kan være hensiktsmessig materiell. Hensiktsmessig viser her til både elevenes behov og oppgavene elevene skal arbeide med. Det andre aspektet er knyttet til elevenes tilgang til materiellet. Her vil lærerens kunnskap om hvordan elevene kan regulere egen og hverandres tilgang til materiell, være av betydning for hvordan lærer kan tilrettelegge for elevenes bruk av materiell. Denne kunnskapen kan lærer videre bruke for å skape muligheter for elevene til å utvikle hensiktsmessige former for kollektiv aktualisering av matematisk kunnskap gjennom bruk av materiell.

Når det gjelder kvaliteter ved matematikksamtalene, tyder mine funn på at elevers kritiske spørsmål til medelevenes aktualisering av matematisk kunnskap kan være positivt for de matematiske læringsmulighetene i heterogene smågrupper. Medelevene kan altså invitere fokuselevene til å delta videre i gruppas aktualisering av matematisk kunnskap ved å stille kritiske spørsmål til strategiene som fokuselevene uttrykker. Medelevene kan imidlertid også hindre fokuselevene fra videre deltakelse. Analysen min viste at når medelevene ignorerte fokuselevenes aktualisering av matematisk kunnskap, var dette en regulerende handling som i de fleste tilfellene førte til at fokuseleven ikke bidro med flere nøkkelhandlinger i den aktuelle episoden. Dette er noe både lærere og lærerutdannere kan ha med seg når de snakker med elever om hensiktsmessige og uhensiktsmessige måter å bidra i smågruppers aktualisering av matematisk kunnskap. Disse samtalerelaterte aspektene håper jeg at også spesialpedagoger i praksisfeltet vil ta med seg i arbeidet med elever som mottar spesialundervisning. Selv om min studie ikke har dreid seg om disse elevene, har jeg et ønske om at også elever som mottar spesialundervisning, skal få arbeide med matematiske oppgaver som kan undersøkes gjennom matematiske samtaler. Dette vil kunne åpne for at elever som mottar spesialundervisning i matematikk, får tilgang til å resonnere matematisk og ikke bare øver på prosedyrer og algoritmer. En slik tilnærming vil gi disse elevene mulighet for å veksle mellom å jobbe konkret og abstrakt i kollektive læringsmiljø, noe som kan være med på å fremme motivasjon og matematisk forståelse.

8.3 Teori og metodologi – retrospektive betraktninger

I dette delkapitlet beskriver jeg mine retrospektive refleksjoner knyttet til teorien presentert i kapittel 3 og metodologien presentert i kapittel 4.

8.3.1 Studiens teoretiske rammeverk

Mine prospektive tanker rundt valg av teoretisk rammeverk har vært forankret i 1) politiske diskurser og egne erfaringer presentert i kapittel 1 og 2) i litteraturstudien jeg har presentert i kapittel 2. I dette delkapitlet ønsker jeg å rette oppmerksomheten mot min etterpåklokskap knyttet til mine valg av teoretisk rammeverk. Inspirert av Biesta (2015), som argumenterer for en pragmatisk tilnærming til teori, vil jeg komme inn på hvordan de valgte teoriene har vært til hjelp for arbeidet mitt, hvilke begrensninger teoriene har hatt innenfor rammene av min studie og hvor kompatible teoriene framstår i mine retrospektive betraktninger.

Jeg valgte teorien om objektivisering (TO) som hovedteori fordi jeg mente at den har potensial til å gi innsikt i elevers aktualisering av matematisk kunnskap utover den innsikten standardiserte testsituasjoner kan gi. Jeg anså det som en fordel at TO retter oppmerksomheten mot elevenes aktualisering, altså mot hva elevene kan og får til. En slik oppmerksomhet er i tråd med en styrkebasert tilnærming som jeg innledningsvis i avhandlingen har presentert som hensiktsmessig for denne studien (delkapittel 1.1.4). Med utgangspunkt i en sosiokulturell forståelse av læring har jeg vektlagt elevers deltakelse i sosial virksomhet som en del av deres matematiske læringsmuligheter. Dette betyr at ikke bare fokuselevenes, men også medelevenes handlinger har betydning for fokuselevenes matematiske læringsmuligheter. For å fange opp noe av kompleksiteten i interaksjonen mellom fokuselevene og medelevene valgte jeg å integrere prosessmodellen (PM) lokalt i teorien om objektivisering.

Alle teorier blir utviklet innenfor rammene av en kontekst, og Biesta (2015) peker på viktigheten av å ta hensyn til disse rammene når man designer en studie:

> The case for pragmatism therefore always comes with the suggestion that any theory, philosophy or theoretical or philosophical position one encounters should be (re)connected with the particular context which it emerged and, more importantly, with the particular problems those working on the theory or philosophy sought to address. (s. 135)

I kapittel 3 – «Teoretiske perspektiv» – har jeg gjort rede for hvordan studien min sammenfaller med den empiriske konteksten som TO og PM har blitt utviklet innenfor. Analysene presentert i kapittel 5 og 6 viser viktigheten av å undersøke elevenes interaksjon fra et multimodalt perspektiv. Flere av funnene som har blitt presentert i disse kapitlene, ville ikke blitt fanget opp dersom kun elevenes verbale interaksjon ble analysert. Dette gjelder både for elevenes nøkkelhandlinger og for de regulerende handlingene. Videre tyder analysene på at PM var til hjelp for å undersøke interaksjonene mellom fokuselevene og medelevene. Mens TO fungerte som linse for å fange opp fokuselevenes aktualisering, fungerte PM som linse for å fange opp hva som skjedde i forkant av fokuselevenes aktualisering eller mangel på aktualisering.

Når det gjelder begrensninger ved studiens teoretiske rammeverk, er disse knyttet til både min bruk av rammeverkene og hva rammeverkene potensielt kan si noe om. Min bruk av TO og PM er forankret i litteratur som beskriver deres opprinnelse (Dekker & Elshout-Mohr, 1998; Radford, 2003). Denne forankringen kan føre til at ny eller uvanlig informasjon om fokuselevenes matematiske læringsmuligheter kamufleres og ikke kommer til syne gjennom min analyse. For å møte denne utfordringen har jeg gjort et metodologisk valg knyttet til å systematisere analysen; jeg har brukt NVivo i analysen (se kapittel 4 – «Metodologi» –). Et av premissene i forskning er at forskeren kun kan se det forskeren velger å se etter. For meg og med mine valg av teoretiske rammeverk betyr dette at jeg har undersøkt læringsmuligheter i lys av elev–elev-interaksjoner. Min oppmerksomhet har vært rettet mot hvordan elevenes nøkkelhandlinger og regulerende handlinger har fungert som medierende handlinger i heterogene smågrupper. Slik har min bruk av TO og PM bidratt til innsikt i hvordan matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt, reguleres i heterogene smågrupper. Videre har bruken av disse rammeverkene bidratt til at analysen har hatt redusert oppmerksomhet på fokuselevenes opplevde læringsmuligheter og medelevenes intensjoner bak de regulerende handlingene.

I et retrospektivt perspektiv framstår TO og PM som kompatible rammeverk. Funnene presentert i kapittel 5 og 6 ville ikke vært påvist gjennom kun ett av rammeverkene. TO har vært til hjelp for å identifisere aspekter ved nøkkelhandlinger og regulerende handlinger som ikke ville vært synlige gjennom kun elevenes verbalspråk. Videre har PM vært avgjørende for å identifisere episoder der fokuselevene aktualiserte eller ble hindret fra å aktualisere matematisk kunnskap. Dersom jeg hadde basert analysen på TO alene, ville jeg ikke kunnet få innsikt i hvordan medelever kan regulere læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk. Det kan imidlertid være verd å merke seg at disse rammeverkene ikke vil være hensiktsmessige for å rette oppmerksomheten mot hvordan elever og lærer kan jobbe for å utvikle hensiktsmessig kommunikasjon mellom fokuselev og medelever. For et slikt perspektiv vil det være nødvendig å integrere andre rammeverk, se Sjöblom og Meaney (2021) for eksempel på hvordan PM kan integreres i andre rammeverk.

8.3.2 Studiens metodologiske tilnærming

Studien min er empirisk forankret og basert på elev–elev-interaksjoner i heterogene smågrupper. Dette anser jeg som en styrke fordi jeg har kommet tett på studiens elever, både fokuselever og medelever, og slik har opplevd studien som praksisnær og derfor relevant for praksisfeltet. Nærhet til informantene i kasusstudien framheves av Stake (1995) som både en karakteristikk av og en styrke ved kasusstudien. Det er nettopp dette som ligger i kasusstudiens natur. Selv om jeg har etterstrebet at datamaterialet skal være autentisk og analysen skal være troverdig, er studien min designet og gjennomført i relasjonen mellom forsker og kasuser (se delkapittel 4.2.4). En konsekvens av disse subjektive og nære relasjonene har vært at min og lærer, for de tilfeller der vi har diskutert enkeltelever i etterkant av gjennomført arbeidsøkt, sine opplevelser fra arbeidsøkta ikke nødvendigvis har samsvart med analysen. For eksempel kunne analysen vise at en elev som i arbeidsøkta framsto som sløv og lite motivert, hadde blitt hindret av sine medelever til å delta i gruppas aktualisering av matematisk kunnskap. Dette ble illustrert gjennom fokuseleven John, som jeg tolket som umotivert og passiv i arbeidsøkta. Analysen viste imidlertid at John gjorde forsøk på å delta, men at medelevene hindret han fra å delta i gruppas aktualisering av matematisk kunnskap ved å ignorere hans ytringer og hindre hans tilgang til materiell. Videre kunne analysen vise at en elev som i arbeidsøkta framsto som engasjert og deltakende, ikke bidro med matematiske nøkkelhandlinger, men derimot regulerte medelevenes nøkkelhandlinger. Fokuseleven Sol illustrerte dette. Ved å be medelevene beskrive løsningsstrategiene eller svaret på oppgavene fikk hun hjelp til å skrive ned gruppas svar og forklaring. Slik framsto Sol som en aktiv bidragsyter i gruppas arbeid, men egentlig var hennes skriftliggjøring et ekko av medelevenes matematiske nøkkelhandlinger. Slike avvik mellom opplevelse og analyse viser noe av kompleksiteten ved å forske på interaksjoner. Samtidig tolker jeg det som en styrke ved analysen at denne påviste funn som ikke var forankret i mine opplevelser i arbeidsøkta.

I et retrospektivt perspektiv ser jeg syv fokuselever som hensiktsmessig ut fra hvordan jeg har designet og gjennomført studien. Det har vært praktisk mulig for meg å analysere data fra alle kasusene, og de har både gitt meg dybdeinnsikt i hvert kasus og kryssoversikt over funn på tvers av kasusene. Jeg ser imidlertid at det kunne vært interessant å undersøke hvordan elever kan bli bevisst og utvikle hensiktsmessige kommunikasjonsmønster for nøkkelhandlinger og regulerende handlinger. Et slikt perspektiv ville krevd færre fokuselever og et annet forskningsdesign for å kunne være gjennomførbart for én forsker.

Når det gjelder studiens begrensninger, ser jeg at det kan oppfattes som en begrensning at jeg kun har samlet inn data knyttet til hver fokuselev innad i de heterogene gruppene. Jeg kunne ha gått mer i dybden på hver enkelt elev og benyttet andre metoder, for eksempel intervju, for å bedre forstå elevenes egne erfaringer. Dette kunne ha gitt interessante funn knyttet til affektive aspekter ved matematiske læringsmuligheter i heterogene smågrupper for elever som presterer lavt. Dette ville imidlertid ha vært så tidkrevende at jeg hadde måttet redusere antall fokuselever og slik innskrenke studiens krysskasusanalyse.

Videre ser jeg at studien er begrenset med tanke på oppgavetyper, matematisk tema og organisering av elevene. Når det er sagt, viser min analyse at oppgavene jeg har valgt, kan være hensiktsmessige utgangspunkt for å undersøke matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk. Kasuset knyttet til fokuseleven Kim viste at Kim bidro med en sofistikert og kreativ strategi for å finne antall kuber i tårnfigurene. Denne strategien har ikke elevene jobbet med tidligere på skolen, og den er ikke nær knyttet til prosedyrebaserte metoder. Kim *forklarer, begrunner* og *reformulerer* strategien helt til medelevene anerkjenner den. Avslutningsvis sier medelevene at strategien er genial.

Min studie gir imidlertid kun innsikt i en begrenset del av matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt. For å bedre forstå læringsmuligheter for disse elevene behøves det mer forskning som retter oppmerksomheten mot ulike arbeidsformer, oppgavetyper og organisering. Gjennom å undersøke disse elevenes læringsmuligheter i både individuelt arbeid, gruppearbeid og helklassesituasjoner vil man kunne skape bedre forståelse av hvordan opplæringen kan tilpasses disse elevene innenfor rammene av en inkluderende skole.

8.4 Avsluttende refleksjoner

Avslutningsvis ønsker jeg å komme med noen betraktninger om mine opplevelser fra arbeidet med doktorgradsprosjektet mitt. Prosjektet var opprinnelig inspirert av blant annet mine erfaringer som lærer (se delkapittel 1.1). Jeg hadde et ønske om å designe og gjennomføre en studie som kunne bidra til at elever som presterer lavt i matematikk, får møte matematiske læringsmuligheter fra en prospektiv og styrkebasert tilnærming som tar utgangspunkt i deres faglige styrker og behov.

Gjennom mitt forarbeid knyttet til prosjektet ble jeg oppmerksom på at min forståelse av matematikk som kunnskap og skolefag baserte seg på (vel)etablerte sannheter som jeg aldri hadde satt spørsmålstegn ved. Dette bidro til at jeg opplevde en dragning mot kritiske diskurser (delkapittel 1.1.3). Min opplevelse er at det har vært, og er, utfordrende å bevege seg inn i diskurser som rokker ved etablerte sannheter og forståelser. Det har derfor vært både krevende og interessant for meg å trå inn i spenningsfeltet mellom utdanningspolitiske og sosiopolitiske (les: kritiske) diskurser.

I ettertid ser jeg at studien min har trekk som kan ses i sammenheng med noen av kjerneelementene som presenteres for fagområdet matematikk i Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020 (Kunnskapsdepartementet, 2020): 1) elevene i studien har jobbet *utforskende* med matematiske problemer som de ikke kunne løse i sin helhet med kjente strategier, 2) elevene har benyttet ulike *representasjonsformer og kommunikasjon* for å uttrykke matematiske sammenhenger, og 3) elevene har gjennom matematikksamtaler og bruk av materiell *vekslet mellom konkrete og abstrakte* resonnement. Disse sammenhengene ser jeg på som indikasjoner på at fagfornyelsen må få betydning for alle elever, også de som presterer lavt i matematikk. Når elever som presterer lavt i matematikk, får mulighet til å delta i kollektiv aktualisering av matematisk kunnskap, kan de framstå som engasjerte, motiverte og kreative i utforsking av matematiske problemer. I mitt videre arbeid ønsker jeg å lære mer om hvordan organisering av elevene og oppgavetyper kan ha betydning for matematiske læringsmuligheter for elever som presterer lavt i matematikk.

9 Referanser

Baker, D., Street, B. & Tomlin, A. (2006). Navigating schooled numeracies: Explanations for low achievement, in mathematics of UK children from low SES background. *Mathematical Thinking and Learning, 8*(3), 287–307. https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0803_5

Baker, S., Gersten, R. & Lee, D.-S. (2002). A synthesis of empirical research on teaching mathematics to low-achieving students. *The Elementary School Journal*, *103*(1), 51–73.

Bakhtin, M. (1981). *The dialogic imagination: Four essays*. University of Texas Press.

Bakhtin, M. (1986). *Speech genres and other late essays*. University of Texas Press.

Barclay, N. (2021). Valid and valuable: Lower attaining pupils' contributions to mixed attainment mathematics in primary schools. *Research in Mathematics Education*, *23*(2), 208–225. https://doi.org/10.1080/14794802.2021.1897035

Baxter, J. A., Woodward, J. & Olson, D. (2001). Effects of reform-based mathematics instruction on ow achievers in five third-grade classrooms. *The Elementary School Journal*, *101*(5), 529–547.

Ben-David Kolikant, Y. & Broza, O. (2011). The effect of using a video clip presenting a contextual story on low-achieving students' mathematical discourse. *Educational Studies in Mathematics*, *76*(1), 23–47. https://doi.org/10.1007/s10649-010-9262-5

Ben-Yehuda, M., Lavy, I., Linchevski, L. & Sfard, A. (2005). Doing wrong with words: What bars students' access to arithmetical discourses. *Journal for Research in Mathematics Education*, *36*(3), 176–247.

Biesta, G. (2015). No paradigms, no fashions, and no confessions: Why researchers need to be pragmatic. I A. M. Otterstad & A. B. Reinertsen (Red.), *Metodefestival og øyeblikksrealisme: Eksperimenterende kvalitative forskningspassasjer* (s. 133–149). Fagbokforlaget.

Bikner-Ahsbahs, A. & Prediger, S. (2010). Networking of theories—An approach for exploiting the diversity of theoretical approaches. I B. Sriraman & L. English (Red.), *Theories of mathematics education: Seeking new frontiers* (s. 483–506). Springer Berlin Heidelberg.

Bishop, A. J. & Kalogeropoulos, P. (2015). (Dis)engagement and exclusion in mathematics classrooms—Values, labelling and stereotyping. I A. Bishop, H. Tan & T. N. Barkatsas (Red.), *Diversity in mathematics education: Towards inclusive practices* (s. 193–217). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-05978-5_12

Blaikie, N. & Priest, J. (2019). *Designing social research: The logic of anticipation* (designing social research). Polity Press.

Boaler, J. (2014). Ability grouping in mathematics classrooms. I S. Lerman (Red.), *Encyclopedia of mathematics education* (s. 1–5). Springer Netherlands.

Boaler, J. & Dweck, C. (2015). *Mathematical mindsets: Unleashing students' potential through creative math, inspiring messages and innovative teaching*. John Wiley & Sons, Incorporated.
Boaler, J. & Sengupta-Irving, T. (2016). The many colors of algebra: The impact of equity focused teaching upon student learning and engagement. *The Journal of Mathematical Behavior*, *41*, 179–190. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2015.10.007
Broza, O. & Ben-David Kolikant, Y. (2015). Contingent teaching to low-achieving students in mathematics: Challenges and potential for scaffolding meaningful learning. *ZDM*, *47*(7), 1093–1105. https://doi.org/10.1007/s11858-015-0724-1
Bryman, A. (2008). *Social research methods.* Oxford University Press.
Cohen, L., Morrison, K. & Manion, L. (2000). *Research methods in education* (5. utg.). Routledge Falmer.
Dalvang, T. & Lunde, O. (2006). Med kompass mot mestring. *Nordisk matematikkdidaktikk: Nomad*, *11*(4), 37–64.
Dekker, R. & Elshout-Mohr, M. (1998). A process model for interaction and mathematical level raising. *Educational Studies in Mathematics*, *35*(3), 303–314. https://doi.org/10.1023/A:1003187204737
Dvergsdal, H. (2019). Kompatibel. Hentet 3. desember 2020 fra https://snl.no/kompatibel
Empson, S. B. (2003). Low-performing students and teaching fractions for understanding: An interactional analysis. *Journal for Research in Mathematics Education*, *34*(4), 305–343. https://doi.org/10.2307/30034786
Ernest, P. (2016). The unit of analysis in mathematics education: Bridging the political-technical divide? *Educational Studies in Mathematics*, *92*(1), 37–58. https://doi.org/10.1007/s10649-016-9689-4
Esmonde, I. (2009). Ideas and identities: Supporting equity in cooperative mathematics learning. *Review of Educational Research*, *79*(2), 1008–1043. https://doi.org/10.3102/0034654309332562
Esmonde, I. (2012). Mathematics learning in groups: Analysing equity within an activity structure. I B. Herbel-Eisenmann, J. Choppin, D. Wagner & D. Pimm (Red.), *Equity in discourse for mathematics education* (s. 51–67). Springer Netherlands.
Esmonde, I. & Langer-Osuna, J. M. (2013). Power in numbers: Student participation in mathematical discussions in heterogeneous spaces. *Journal for Research in Mathematics Education*, *44*(1), 288–315. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.44.1.0288
Fasting, R. B. (2013). Adapted education: The Norwegian pathway to inclusive and efficient education. *International Journal of Inclusive Education*, *17*(3), 263–276. https://doi.org/10.1080/13603116.2012.676083
Gervasoni, A. & Lindenskov, L. (2011). Students with 'special rights' for mathematics education. I B. Atweh, M. Graven, W. Secada & P. Valero (Red.), *Mapping Equity and Quality in Mathematics Education* (s. 307–323). Springer Netherlands.

Gresalfi, M. S. (2009). Taking up opportunities to learn: Constructing dispositions in mathematics classrooms. *Journal of the Learning Sciences*, *18*(3), 327–369. https://doi.org/10.1080/10508400903013470

Guba, E. G. & Lincoln, Y. S. (1981). *Effective evaluation*. Jossey-Bass.

Hackenberg, A. J. (2013). The fractional knowledge and algebraic reasoning of students with the first multiplicative concept. *The Journal of Mathematical Behavior*, *32*(3), 538–563. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2013.06.007

Healy, L. & Powell, A. B. (2013). Understanding and overcoming “disadvantage” in learning mathematics. I M. A. Clements, A. J. Bishop, C. Keitel, J. Kilpatrick & F. K. S. Leung (Red.), *Third International Handbook of Mathematics Education* (s. 69–100). Springer New York.

Herbel-Eisenmann, B. A., Wagner, D., Johnson, K. R., Suh, H. & Figueras, H. (2015). Positioning in mathematics education: Revelations on an imported theory. *Educational Studies in Mathematics*, *89*(2), 185–204. https://doi.org/10.1007/s10649-014-9588-5

Heyd-Metzuyanim, E. (2011). *Emotional aspects of learning mathematics - how the interaction between identifying and mathematizing influences the effectiveness of learning* (Doctoral thesis). University of Haifa.

Heyd-Metzuyanim, E. (2013). The co-construction of learning difficulties in mathematics—teacher–student interactions and their role in the development of a disabled mathematical identity. *Educational Studies in Mathematics*, *83*(3), 341–368. https://doi.org/10.1007/s10649-012-9457-z

Heyd-Metzuyanim, E. & Graven, M. (2016). Between people-pleasing and mathematizing: South African learners’ struggle for numeracy. *Educational Studies in Mathematics*, *91*(3), 349–373. https://doi.org/10.1007/s10649-015-9637-8

Holm, M. (2002). *Opplæring i matematikk: For elever med matematikkvansker og andre elever*. Cappelen Damm Akademisk.

Houssart, J. (2002). Simplification and repetition of mathematical tasks: A recipe for success or failure? *The Journal of Mathematical Behavior*, *21*(2), 191–202. https://doi.org/10.1016/S0732-3123(02)00116-5

Jaworski, B. & Potari, D. (2009). Bridging the macro- and micro-divide: Using an activity theory model to capture sociocultural complexity in mathematics teaching and its development. *Educational Studies in Mathematics*, *72*(2), 219–236. https://doi.org/10.1007/s10649-009-9190-4

Johansson, M., Lange, T., Meaney, T., Riesbeck, E. & Wernberg, A. (2014). Young children’s multimodal mathematical explanations. *ZDM*, *46*(6), 895–909. https://doi.org/10.1007/s11858-014-0614-y

Johnsen-Høines, M. (1998). *Begynneropplæringen: Fagdidaktikk for barnetrinnets matematikkundervisning* (2. utg.). Caspar forlag.

Kamii, C., Rummelsburg, J. & Kari, A. (2005). Teaching arithmetic to low-performing, low-SES first graders. *The Journal of Mathematical Behavior*, *24*(1), 39–50. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2004.12.004

Karsenty, R. (2010). Nonprofessional mathematics tutoring for low-achieving students in secondary schools: A case study. *Educational Studies in Mathematics*, *74*(1), 1–21. https://doi.org/10.1007/s10649-009-9223-z
Karsenty, R., Arcavi, A. & Hadas, N. (2007). Exploring informal mathematical products of low achievers at the secondary school level. *The Journal of Mathematical Behavior*, *26*(2), 156–177. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2007.05.003
Klaveness, E. (2010). Konkretiseringsmateriell og abstraksjonsmateriell. *Tangenten*, *1*, 27–29.
Kunnskapsdepartementet. (2011). *Fra matteskrekk til mattemestring*. Hentet 5. august 2020 fra https://www.regjeringen.no/globalassets/upload/kd/vedlegg/grunnskole/strategiplaner/matematikk_aug_2011.pdf
Kunnskapsdepartementet. (2015). *Tett på realfag: Nasjonal strategi for realfag i barnehagen og grunnopplæringen (2015–2019)*. Kunnskapsdepartementet.
Kunnskapsdepartementet. (2020). *Læreplan i matematikk (MAT01-05)*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløfet 2020.
Lange, T. (2019). Unpacking the emperor's new policies: How more mathematics in early childhood will save Norway. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, *19*(1), 8–20. https://doi.org/10.1007/s42330-019-00041-1
Lange, T. & Meaney, T. (2011). I actually started to scream: Emotional and mathematical trauma from doing school mathematics homework. *Educational Studies in Mathematics*, *77*(1), 35–51. https://doi.org/10.1007/s10649-011-9298-1
Lange, T. & Meaney, T. (2018). Policy production through the media: The case of more mathematics in early childhood education. I M. Jurdak & R. Vithal (Red.), *Sociopolitical dimensions of mathematics education: From the margin to mainstream* (s. 191–207). Springer International Publishing.
Lantolf, J. P. & Thorne, S. L. (2006). *Sociocultural theory and the genesis of second language development* (Oxford applied linguistics). Oxford University Press.
Leikin, R. & Zaslavsky, O. (1997). Facilitating student interactions in mathematics in a cooperative learning setting. *Journal for Research in Mathematics Education*, *28*(3), 331–354. https://doi.org/10.2307/749784
Lewis, J. (1998). Embracing the holistic/constructivist paradigm and sidestepping the post-modern challenge. I A. Dyson, A. Millward & C. Clark (Red.), *Theorising special education* (s. 90–105). Routledge.
Lindén, N. (1992). *Stillaser om barns læring* (2. utg.). Caspar forlag.
Lunde, O. (2009). *Nå får jeg det til! Om tilpasset opplæring i matematikk, eller hvordan Bob-Kåre kan mestre matten!* Info vest forlag.
Lunde, O. (2010). *Hvorfor tall går i ball: Matematikkvansker i et spesialpedagogisk fokus*. Info vest forlag.
Lynch, K. & Star, J. R. (2014). Views of struggling students on instruction incorporating multiple strategies in algebra I: An exploratory study.

Journal for Research in Mathematics Education, *45*(1), 6–18. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.45.1.0006

Magne, O. (2001). *Literature on special educational needs in mathematics. A bibliography with some comments*. Department of Educational and Psychological Research—Malmö University.

Marks, R. (2014). Educational triage and ability-grouping in primary mathematics: A case-study of the impacts on low-attaining pupils. *Research in Mathematics Education*, *16*(1), 38–53. https://doi.org/10.1080/14794802.2013.874095

Matematikksenteret. (u.å.). *Elever som presterer lavt i matematikk*. Hentet 6. juli 2020 fra https://www.matematikksenteret.no/kompetanseutvikling/elever-som-presterer-lavt-i-matematikk

Matthew, E. F., Jason, L. A., Doug, H. C., Julie, S. & Jeffrey, M. W. (2016). Improving mathematics learning of kindergarten students through computer-assisted instruction. *Journal for Research in Mathematics Education*, *47*(3), 206–232. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.47.3.0206

Meld. St 6. (2019–2020). *Tett på – tidlig innsats og inkluderende fellesskap i barnehage, skole og SFO*. Kunnskapsdepartementet.

Mellin-Olsen, S. (1987). *Politics of Mathematics Education*. Kluwer Academic Publishers.

Miles, M. B. & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook.* Sage.

Mulryan, C. M. (1992). Student passivity during cooperative small groups in mathematics. *The Journal of Educational Research*, *85*(5), 261–273.

NESH. (2016). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi*. De nasjonale forskningsetiske komiteene. Hentet 9. september 2021 fra https://www.forskningsetikk.no/globalassets/dokumenter/4-publikasjoner-som-pdf/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-humaniora-juss-og-teologi.pdf

OECD. (2016a). *Equations and inequalities: Making mathematics accessible to all*. OECD Publishing. https://doi.org/10.1787/9789264258495-en

OECD. (2016b). *Low-performing students: Why they fall behind and how to help them succeed*. OECD Publishing. https://doi.org/10.1787/9789264250246-en

Olive, J. & Vomvoridi, E. (2006). Making sense of instruction on fractions when a student lacks necessary fractional schemes: The case of Tim. *The Journal of Mathematical Behavior*, *25*(1), 18–45. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2005.11.003

Olsen, M. H. (2019). Læringspotensial. I M. H. Olsen & K. Skogen (Red.), *Læringspotensial* (s. 11–26). Cappelen Damm akademisk.

Opplæringslova. (1998). *Lov om grunnskolen og den vidaregåande opplæringa (LOV-2019-06-21-60)*. Hentet 9. september 2021 fra https://lovdata.no/lov/1998-07-17-61/§8-2

Pais, A. (2012). A critical approach to equity. I O. Skovsmose, O. Skovsmose & B. Greer (Red.), *Opening the cage: Critique and politics of mathematics education* (s. 49–91). Sense Publishers.
Pais, A. & Valero, P. (2011). Beyond disavowing the politics of equity and quality in mathematics education. I B. Atweh, M. Graven, W. Secada & P. Valero (Red.), *Mapping equity and quality in mathematics education* (s. 35–48). Springer Netherlands.
Personopplysningsloven. (2000). *Lov om behandling av personopplysninger (LOV-2018-06-15-38)*. Hentet 22. januar 2021 fra https://lovdata.no/dokument/NL/lov/2018-06-15-38
Pijls, M., Dekker, R. & Hout-Wolters, B. (2007). Reconstruction of a Collaborative Mathematical Learning Process. *Educational Studies in Mathematics*, *65*(3), 309–329. https://doi.org/10.1007/s10649-006-9051-3
Radford, L. (2003). Gestures, speech, and the sprouting of signs: A semiotic-cultural approach to students' types of generalization. *Mathematical Thinking and Learning*, *5*(1), 37–70. https://doi.org/10.1207/S15327833MTL0501_02
Radford, L. (2008). The ethics of being and knowing: Towards a cultural theory of learning. I L. Radford, G. Schubring & F. Seeger (Red.), *Semiotics in mathematics education: Epistemology, history,classroom, and culture* (bd. 1, s. 215–234). Sense Publishers.
Radford, L. (2009). Why do gestures matter? Sensuous cognition and the palpability of mathematical meanings. *Educational Studies in Mathematics*, *70*(2), 111–126. https://doi.org/10.1007/s10649-008-9127-3
Radford, L. (2013). Three key concepts of the theory of objectification: Knowledge, knowing, and learning. *REDIMAT - Journal for Research in Mathematics Education*, *2*(1), 7–44. https://doi.org/10.4471/redimat.2013.19
Radford, L. (2015a). Early algebraic thinking: Epistemological, semiotic, and developmental issues. I J. S. Cho (Red.), *The Proceedings of the 12th international congress on mathematical education: Intellectual and attitudinal challenges* (s. 209–227). Springer International Publishing.
Radford, L. (2015b). The epistemological foundations of the theory of objectification. I L. Branchetti (Red.), *Teaching and learning mathematics. Some past and current approaches to mathematics education*, (bd. 7, s. 127–149). Isonomia.
Radford, L., Demers, S., Guzmán, J. & Cerulli, M. (2003). Calculators, graphs, gestures, and the production of meaning. I N. Pateman, B. Dougherty & J. Zilliox (Red.), *27th conference of the international group for the psychology of mathematics education* (bd. 4, s. 55–62). University of Hawaii.
Ridlon, C. L. (2009). Learning mathematics via a problem-centered approach: A two-year study. *Mathematical Thinking and Learning*, *11*(4), 188–225. https://doi.org/10.1080/10986060903225614
Roth, W.-M. & Radford, L. (2011). *A cultural-historical perspective on mathematics teaching and learning*. Sense Publishers.

Ryan, U. (2019). Mathematical preciseness and epistemological sanctions. *For the Learning of Mathematics*, *39*(2), 25–29.
Ryve, A. (2011). Discourse research in mathematics education: A critical evaluation of 108 journal articles. *Journal for Research in Mathematics Education*, *42*(2), 167–199. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.42.2.0167
Scherer, P., Beswick, K., DeBlois, L., Healy, L. & Opitz, E. M. (2016). Assistance of students with mathematical learning difficulties: How can research support practice? *ZDM*, *48*(5), 633–649. https://doi.org/10.1007/s11858-016-0800-1
Schoenfeld, A. (2013). Classroom observations in theory and practice. *ZDM*, *45*(4), 607–621. https://doi.org/10.1007/s11858-012-0483-1
Schaanning, E. (2015). Hvis skolematematikken ikke fantes. *Arr - idéhistorisk tidsskrift, 4 Liv, Arr, idéhistorie. Festtidsskrift til Espen Schaanning*. Hentet 9. september 2021 fra https://arrvev.no/artikler/hvis-skolematematikken-ikke-fantes-1
Simensen, A. M. & Olsen, M. H. (2018). ROM – Realfagstalenter og motivasjon. *Tangenten*, *3*, 23–27.
Sjöberg, G. (2006). *Om det inte är dyskalkyli - vad är det då?: En multimetodstudie av eleven i matematikproblem ur ett longitudinellt perspektiv* (PhD dissertation). Umeå universitet. Hentet 9. september 2021 fra http://urn.kb.se/resolve?urn=urn:nbn:se:umu:diva-777
Sjöblom, M. & Meaney, T. (2021). "I am part of the group, the others listen to me": Theorising productive listening in mathematical group work. *Educational Studies in Mathematics*, *107*(3), 565–581. https://doi.org/10.1007/s10649-021-10051-2
Stake, R. E. (1995). *The art of case study research*. Sage.
Stake, R. E. (2005). Qualitiative case studies. I N. K. Denzin & Y. S. Lincoln (Red.), *The Sage handbook of qualitative research* (3. utg., s. 443–466). Sage.
Stake, R. E. (2006). *Multiple case study analysis*. Guilford Press.
Statped. (2018). *Om matematikkvansker*. Hentet 9. september 2021 fra https://www.statped.no/matematikkvansker/om-matematikkvansker/
Straehler-Pohl, H., Fernández, S., Gellert, U. & Figueiras, L. (2014). School mathematics registers in a context of low academic expectations. *Educational Studies in Mathematics*, *85*(2), 175–199. https://doi.org/10.1007/s10649-013-9503-5
Swan, M. (1984). *Problems with patterns and numbers: An O-level module*. Hentet 9. september 2021 fra https://www.mathshell.com/publications/tss/ppn/ppn_teacher.pdf
Säljö, R. (2016). *Læring: En introduksjon til perspektiver og metaforer*. Cappelen Damm akademisk.
Tabach, M., Rasmussen, C., Dreyfus, T. & Apkarian, N. (2020). Towards an argumentative grammar for networking: A case of coordinating two approaches. *Educational Studies in Mathematics*, *103*(2), 139–155. https://doi.org/10.1007/s10649-020-09934-7

Tait-McCutcheon, S. L. & Loveridge, J. (2016). Examining equity of opportunities for learning mathematics through positioning theory. *Mathematics Education Research Journal*, *28*(2), 327–348. https://doi.org/10.1007/s13394-016-0169-z
Toerner, G. & Arzarello, F. (2012) Grading mathematics education research journals. *Newsletter of the european mathematical society* (s. 52–54). EMS Publishing House.
Utdanningsdirektoratet. (2017). *Overordnet del – verdier og prinsipper for grunnopplæringen*. Hentet 17. juli 2020 fra https://www.regjeringen.no/contentassets/37f2f7e1850046a0a3f676fd45851384/overordnet-del---verdier-og-prinsipper-for-grunnopplaringen.pdf
Utdanningsdirektoratet. (2018). *Kva er kartleggingsprøver?* Hentet 17. juli 2020 fra https://www.udir.no/eksamen-og-prover/prover/hva-er-kartleggingsprover/
Utdanningsdirektoratet. (2020). *Tilpasset opplæring.* Hentet 4. september 2020 fra https://www.udir.no/laring-og-trivsel/tilpasset-opplaring/
Valero, P. & Meaney, T. (2014). Trends in researching the socioeconomic influences on mathematical achievement. *ZDM*, *46*(7), 977–986. https://doi.org/10.1007/s11858-014-0638-3
Van Garderen, D., Scheuermann, A., Jackson, C. & Hampton, D. (2009). Supporting the collaboration of special educators and general educators to teach students who struggle with mathematics: An overview of the research. *Psychology in the Schools*, *46*(1), 56–78. https://doi.org/10.1002/pits.20354
Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. I M. Cole, V. John-Steiner, S. Scribner & E. Souberman (Red.). Harvard University Press.
Vygotsky, L. S. (1986). *Thought and language*. MIT Press.
Vygotsky, L. S. (1987). Thinking and speech. I N. Minick (Red.), *The collected works of L. S. Vygotsky. Vol. 1. Problems of general psychology* (s. 39–243). Plenum Press.
Watson, A. (2002). Instances of mathematical thinking among low attaining students in an ordinary secondary classroom. *The Journal of Mathematical Behavior*, *20*(4), 461–475. https://doi.org/10.1016/S0732-3123(02)00088-3
Watson, A. & De Geest, E. (2005). Principled teaching for deep progress: Improving mathematical learning beyond methods and materials. *Educational Studies in Mathematics*, *58*(2), 209–234. https://doi.org/10.1007/s10649-005-2756-x
Webb, N. M. (1980). An analysis of group interaction and mathematical errors in heterogeneous ability groups. *British Journal of Educational Psychology*, *50*(3), 266–276. https://doi.org/10.1111/j.2044-8279.1980.tb00810.x
Wertsch, J. V. (1991). *Voices of the mind: A sociocultural approach to mediated action*. Harvard University Press.
Wertsch, J. V., Río, P. d. & Alvarez, A. (1995). Sociocultural studies: History, action, and mediation. I J. V. Wertsch, P. d. Río & A. Alvarez (Red.),

Sociocultural studies of mind (Learning in doing, s. 1–34). Cambridge University Press.
Yazan, B. (2015). Three approaches to case study methods in education: Yin, Merriam, and Stake. *The Qualitative Report*, *20*(2), 134–152.
Yerushalmy, M. (2000). Problem solving strategies and mathematical resources: A longitudinal view on problem solving in a function based approach to algebra. *Educational Studies in Mathematics*, *43*(2), 125–147. https://doi.org/10.1023/A:1017566031373
Yerushalmy, M. (2006). Slower algebra students meet faster tools: Solving algebra word problems with graphing software. *Journal for Research in Mathematics Education*, *37*(5), 356–387.
Yin, R. K. (2003). *Case study research: Design and methods* (3. utg. Applied social research methods series, bd. 5). Sage.
Yin, R. K. (2018). *Case study research and applications: Design and methods* (6. utg.). Sage.

10 Vedlegg

10.1 Informasjonsskriv – elever

Anita Movik Simensen
UiT Norges arktiske universitet
Follumsv. 31
9509 ALTA

Alta 26.04.2013

Storåsen skole[2]
v/ barn og foresatte på 8. trinn

Til elever og foresatte på 8. trinn

I forbindelse med mitt doktorgradsarbeid i matematikkdidaktikk ved Universitet i Agder ønsker jeg å være ute i skolen for å lære mer om hvordan matematikkundervisningen foregår.

Jeg har laget en modell for å legge til rette for at elevene skal forstå mer av arbeidet med matematikk, noe som i andre land har vist seg å gi bedre læringseffekt enn kun å arbeide med å huske regler utenat. Lærer Tom Li har sagt seg villig til å prøve ut denne modellen og vi har avtalt et samarbeid for skoleåret 2013/2014.

Undervisningen i samarbeidsperioden vil være knyttet opp mot læreplanen for 8. trinn og det vil legges vekt på faglig progresjon hos elevene. Målet med samarbeidet er å prøve ut modellen og observere hvordan elevene snakker med hverandre og læreren om arbeidet med matematikk. Hensikten er at jeg skal lære mer om hvordan matematikkundervisningen foregår og hvordan elever lærer matematikk. For lettere å huske hva som skjer vil det bli benyttet video- og lydopptaker. Jeg ønsker også å snakke med noen av elevene om deres oppfatning av undervisningsopplegget.

Det som blir tatt opp, innsamlede opplysninger, vil behandles konfidensielt og datamaterialet anonymiseres slik at verken skole, elever eller lærere kan gjenkjennes. Prosjektet antas avsluttet innen juni 2017, og alle lyd- og videoopptak vil da slettes. Som forsker er jeg underlagt taushetsplikt. Det er frivillig å delta, og mulig å trekke seg underveis. Prosjektet er meldt til Personvernombudet for forskning, Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste. De resultater prosjektet måtte frambringe, ønsker jeg å presentere i foredrag og artikler. Ingen lyd- eller bildeopptak vil bli presentert.

Tilbakemelding gis via vedlagt svarark, som leveres til klassens lærer. Dersom noen ikke ønsker å delta, gi i så fall beskjed til lærer.

Professorene Pauline Vos og Anne Berit Fuglestad vil stå for den faglige veiledningen av mitt doktorgradsarbeid.

Med hilsen

Anita Movik Simensen

[2] Alle navn på skole, rektor og lærer er fiktive i alle informasjonsskrivene.

Jeg samtykker i at min datter/sønn____
kan delta i prosjektet ved Storåsen skole skoleåret 2013/2014

________________ ________________________
Dato Signatur, elev

________________ ________________________
Dato Signatur, foresatte

10.2 Utvidet informasjonsskriv – elever

Dato: Mai 2013

Besøksadresse: Gimlemoen 25 J
Direkte: 78 45 01 16
Faks: 38 14 10 71

Til elever og foresatte
ved 8. trinn på Storåsen skole

Prosjektet: Matematisk tenking i smågrupper

I det pågående matematikkprosjektet i klassen deres har det kommet fram gode eksempler på hvordan arbeid i smågrupper kan føre til at elever på ulike nivåer i matematikk bidrar aktivt i arbeidet med matematikk.

Som nevnt i tidligere informasjonsbrev vil resultater fra prosjektet presenteres på konferanser for lærere og forskere og i artikler og andre vitenskapelige publikasjoner. Alle deltakere i prosjektet vil i disse presentasjonene være anonymisert.

I tillegg til å presentere resultater som bygger på anonymisert data ønsker vi å vise korte utdrag av video-opptak eller bilder for å illustrere episoder der elevene løser matematikkoppgaver på en god måte. I disse video-opptakene vil elevene ikke være anonymiserte og det kan være mulig å se ansiktet til elevene som deltar i videoene. I denne sammenhengen kan det også være aktuelt å si noe om elevenes tidligere prestasjoner i matematikk. Utdragene og bildene vil bli lagret i 15 år etter prosjektslutt juni 2017 på server ved Norges arktiske universitet der prosjektleder har sin arbeidsplass. Prosjektleder har ansvaret for disse og de vil bli behandlet konfidensielt i tråd med tidligere utsendt informasjon. Det kan bli aktuelt for prosjektleder å bruke dem i egne foredrag for lærere og forskere etter prosjektslutt. Prosjektet er meldt til Personvernombudet for forskning, Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste.

Tilbakemelding gis via svarslipp under:

Med hilsen

Anita Movik Simensen
Prosjektleder

✂ --

Svarslipp:

Angående prosjektet: Matematisk tenking i smågrupper

Jeg har gjort meg kjent med informasjonen om prosjektet og samtykker.

Elevens navn/ underskrift: ______________________

Foresattes underskrift: _________________________

10.3 Informasjonsskriv – rektor

Anita Movik Simensen
UiT Norges arktiske universitet
Follumsv. 31
9509 ALTA

Alta 20.03.2013

Storåsen skole
v/ rektor Trude Olsen
Skogsveien 3
9711 BØFJORD

Til rektor ved Storåsen skole

Viser til tidligere kontakt via e-post og vil med dette informere om at det i løpet av skoleåret 2013/2014 vil bli gjennomført datainnsamling ved deres skole. Jeg har vært i kontakt med lærer Tom Li som har sagt seg villig til at hennes undervisning kan bli observert.

Det innsamlede datamaterialet vil bli benyttet i arbeid knyttet til mitt doktorgradsarbeid innenfor fagfeltet matematikkdidaktikk. Oppgaven vil i hovedsak dreie seg om elevers læring av matematikk og hvordan bruk av muntlig språk og kommunikasjon kan påvirke denne læringen. Datainnsamlingen vil foregå i tre periode og vil bestå av observasjon og intervju, her vil det bli brukt både video- og lydopptak. Alt innsamlet materiale vil anonymiseres og skal ikke kunne tilbakeføres til skolen, elevene eller læreren.

Prosjektet er meldt til Personvernombudet for forskning, Norsk samfunnsvitenskapelige datatjeneste. Det vil bli sendt ut informasjon med samtykkeerklæring til elever og foresatte, og disse vil bli informert om at det er mulig å la være å delta på prosjektet.

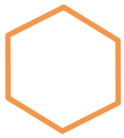
Professorene Pauline Vos og Anne Berit Fuglestad vil stå for den faglige veiledningen av mitt doktorgradsarbeid.

Med hilsen

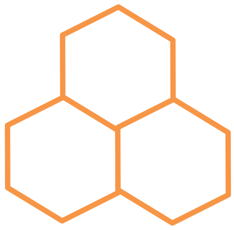
Anita Movik Simensen

10.4 Oppgave 1

Oppgave 1 – Diamantene



Figur 1



Figur 2

Figur 3

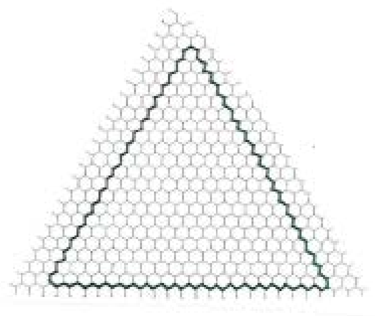
a) Diamantfigurene er bygget opp av sekskanter. Finn ut hvor mange sekskanter som trengs for å lage de første figurene og fyll inn i tabellen:

Figur nummer	1	2	3	4	5
Antall brikker	1	3			

b) Finn ut hvor mange brikker som trengs for å lage figur nr. 10 og forklar hvordan dere tenker.

c) Finn ut hvor mange brikker som trengs for å lage figur nr. 20 og forklar hvordan dere tenker.

d) Forklar ulike måter å finne antall brikker i figur nr. 20?



e) Truls blir spurt om å finne ut hvor mange brikker som trengs for å lage figur 20. Han svarer 110. Forklar om han har rett og hvordan han kan ha tenkt?

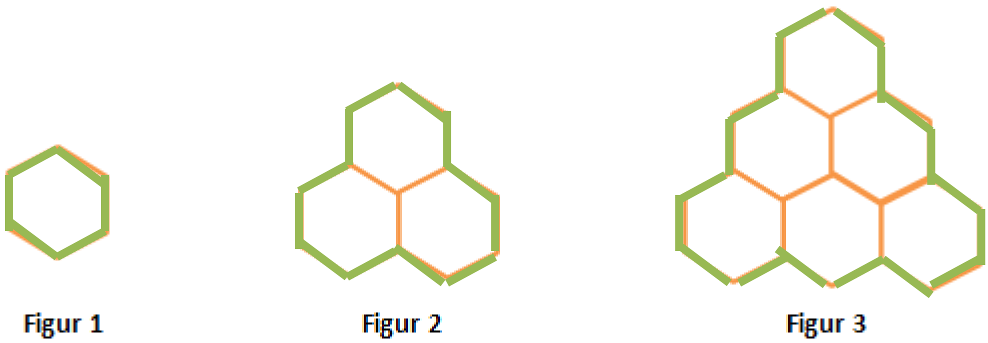
f) For å lage figur nummer 37 trengs det 703 brikker. Hvor mange brikker trengs for å lage figur nummer 38? Skriv en forklaring på hvordan dere tenker.

g) Velg en stor diamantfigur hver.
   i. Skriv figurnumrene inn i tabellen i oppgave a).
   ii. Finn deretter ut hvor mange brikker som trengs til hvert av diamantfigurene og fyll inn i tabellen.

Figur nummer	1	2	3	4	5	10	13	20	37			
Antall brikker									703			

10.5 Oppgave 2

Oppgave 2 - Omkrets



På figurene over er ytterveggene merket med grønt. Lengden rundt ytterveggene kalles for omkrets. Hver side i brikkene er 1 Altameter (am).

a) Fyll inn omkretsene som mangler i tabellen:

Figur nummer	1	2	3	4	5
Omkrets	6				

b) Finn omkretsen til figur nr. 10 og forklar hvordan dere tenker.

c) Finn omkretsen til figur nr. 13 og forklar hvordan dere tenker.

d) Kan dere finne flere måter å finne omkretsen til figur nr. 13?

e) Figur nummer 41 har omkrets på 246 am. Hvor lang er omkretsen til figur nummer 42? Skriv en forklaring på hvordan dere tenker.

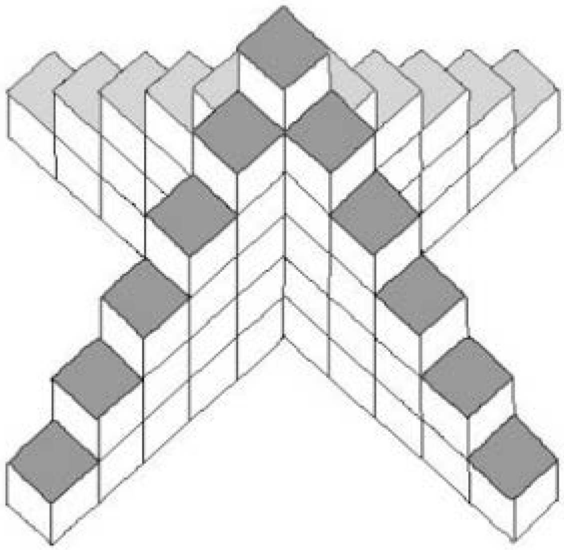
f)

Fyll ut tabellen og forklar hvem som har rett.

Figur nummer	1	2	3	4	5			13				
Antall brikker												
Omkrets	6											

10.6 Oppgave 3

Oppgave 3 – Tårnfigurene



a) Dette er figur nummer 6. Forklar med ord hvordan figur nummer 1, 2 og 3 ser ut.

b) Hvor mange kuber trengs for å bygge figuren over?

c) Hvor mange kuber trengs for å bygge en slik figur som er 12 kuber høy?

d) Forklar hvordan du tenker for å finne svaret på b).

e) Hvor mange kuber trengs for å bygge en slik figur som er *n* kuber høy?

10.7 Tilbakemelding fra NSD

Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste AS
NORWEGIAN SOCIAL SCIENCE DATA SERVICES

Harald Hårfagres gate 29
N-5007 Bergen
Norway
Tel: +47-55 58 21 17
Fax: +47-55 58 96 50
nsd@nsd.uib.no
www.nsd.uib.no
Org.nr. 985 321 884

Anita Movik Simensen
Institutt for matematiske fag
Universitetet i Agder
Serviceboks 422
4604 KRISTIANSAND S

Vår dato: 03.07.2013	Vår ref:34397 / 3 / HIT	Deres dato:	Deres ref:

TILBAKEMELDING PÅ MELDING OM BEHANDLING AV PERSONOPPLYSNINGER

Vi viser til melding om behandling av personopplysninger, mottatt 29.04.2013. All nødvendig informasjon om prosjektet forelå i sin helhet 02.07.2013. Meldingen gjelder prosjektet:

34397	*Matematikkvansker - tiltak for svaktpresterende elever*
Behandlingsansvarlig	*Universitetet i Agder, ved institusjonens øverste leder*
Daglig ansvarlig	*Anita Movik Simensen*

Personvernombudet har vurdert prosjektet og finner at behandlingen av personopplysninger er meldepliktig i henhold til personopplysningsloven § 31. Behandlingen tilfredsstiller kravene i personopplysningsloven.

Personvernombudets vurdering forutsetter at prosjektet gjennomføres i tråd med opplysningene gitt i meldeskjemaet, korrespondanse med ombudet, ombudets kommentarer samt personopplysningsloven og helseregisterloven med forskrifter. Behandlingen av personopplysninger kan settes i gang.

Det gjøres oppmerksom på at det skal gis ny melding dersom behandlingen endres i forhold til de opplysninger som ligger til grunn for personvernombudets vurdering. Endringsmeldinger gis via et eget skjema http://www.nsd.uib.no/personvern/meldeplikt/skjema.html. Det skal også gis melding etter tre år dersom prosjektet fortsatt pågår. Meldinger skal skje skriftlig til ombudet.

Personvernombudet har lagt ut opplysninger om prosjektet i en offentlig database, http://pvo.nsd.no/prosjekt.

Personvernombudet vil ved prosjektets avslutning, 30.06.2017, rette en henvendelse angående status for behandlingen av personopplysninger.

Vennlig hilsen

Vigdis Kvalheim

Vigdis Namtvedt Kvalheim

Hildur Thorarensen

Hildur Thorarensen

Hildur Thorarensen tlf: 55 58 26 54
Vedlegg: Prosjektvurdering

Avdelingskontorer / District Offices
OSLO: NSD. Universitetet i Oslo, Postboks 1055 Blindern, 0316 Oslo. Tel: +47-22 85 52 11. nsd@uio.no
TRONDHEIM: NSD. Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet, 7491 Trondheim. Tel: +47-73 59 19 07. kyrre.svarva@svt.ntnu.no
TROMSØ: NSD. SVF, Universitetet i Tromsø, 9037 Tromsø. Tel: +47-77 64 43 36. nsdmaa@sv.uit.no

Personvernombudet for forskning

Prosjektvurdering - Kommentar

Prosjektnr: 34397

Ifølge prosjektmeldingen skal det innhentes skriftlig samtykke basert på skriftlig informasjon om prosjektet og behandling av personopplysninger. Personvernombudet finner reviderte informasjonsskriv mottatt 16.06.2013 og 02.07.2013 tilfredsstillende utformet i henhold til personopplysningslovens vilkår.

Foreldre samtykker for sine barn der de er under 15 år. Selv om foreldre/foresatte samtykker til barnets deltakelse, minner vi om at barnet også gi sin aksept til deltakelse. Barna bør få tilpasset informasjon om prosjektet, og det må sørges for at de forstår at deltakelse er frivillig og at de når som helst kan trekke seg dersom de ønsker det. Dette kan være vanskelig å formidle, da barn ofte er mer autoritetstro enn voksne. Frivillighetsaspektet må derfor særlig vektlegges i forhold til barn, og spesielt når forskningen foregår på eller i tilknytning til en organisasjon som barnet står i et avhengighetsforhold til, som for eksempel skole.

Prosjektet skal avsluttes 30.06.2017 og innsamlede opplysninger skal da anonymiseres, og lyd- og video-opptak slettes. Anonymisering innebærer at direkte personidentifiserende opplysninger som navn/koblingsnøkkel slettes, og at indirekte personidentifiserende opplysninger (sammenstilling av bakgrunnsopplysninger som f.eks. yrke, alder, kjønn) fjernes eller grovkategoriseres slik at ingen enkeltpersoner kan gjenkjennes i materialet.