

# **EVU-studenters oppfattelse av nytte ved analyse av egne elevers resonnement og argumentasjon**

– En kvalitativ casestudie

KAROLINE KONGSHAVN NILSEN

## **VEILEDERE**

Unni Wathne og Cornelia Brodahl

**Universitetet i Agder, 2021**

Fakultet for teknologi og realfag

Institutt for matematiske fag

Master



# Forord

Etter seks år med studier er jeg omsider ved veis ende. Å skrive denne masteroppgaven har vært utrolig lærerikt. Det har vært spennende å dykke dypt i forskningslitteraturen om argumentasjon og bevis i skolen. Oversikten og forståelsen jeg har fått vil være nyttig å ta med meg, uansett hvor veien går videre.

Først og fremst, tusen takk til alle EVU-studentene som sa seg villig til å la rapporten deres benyttes til forskning. Spesielt takk til dere fem lærere som satte av tid midt i en travel hverdag til å delta på intervju. Takk for tilliten til å utforske deres tanker og meninger.

Tusen takk til Unni og Cornelia for forslag til masterprosjekt og for all veiledning jeg har fått. Gjennom konstruktive tilbakemeldinger i teams og veiledningsmøter i zoom, har dere hjulpet meg gjennom prosessen. Takk for at dere så mine ambisjoner, og gav meg utfordringer deretter. Jeg har lært utrolig mye i samarbeidet med dere.

Jeg ønsker også å takke mine foreldre, for støtten jeg fikk da jeg i perioder ikke så enden på prosjektet. Til tider var det vanskelig å holde motivasjonen oppe, og det var vanskelig å se hvordan jeg skulle komme meg fremover. Takk for at jeg fikk være hjemme i en periode jeg trengte litt ekstra omsorg, og takk for at dere var der for meg når jeg trengte dere mest.

Til slutt ønsker jeg å takke samboeren min, for å ha holdt ut med meg i en prøvende tid. Du har vært forståelsesfull og tålmodig med meg, og du har respektert prioriteringene mine. Jeg er glad for at vi skrev masteroppgavene parallelt dette semesteret. Takk for lufteturer, oppmuntrende samtaler og gode diskusjoner.

Målet mitt var å ende med et sluttprodukt jeg kunne være stolt over. Med støtte og hjelp fra alle dere, har jeg oppnådd dette.

Karoline Kongshavn Nilsen

Kristiansand, mai 2021

# Sammendrag

Denne kvalitative casestudien undersøkte hva etter- og videreutdanningsstudenter (EVU-studenter) i matematikk oppfattet som nyttig ved analyse av egne elevers resonnement og bevis. Dette ble gjort med utgangspunkt i følgende forskningsspørsmål:

*Hva oppfatter EVU-studentene som nyttig ved å analysere egne elevers skriftlige resonnement og argumentasjon?*

Det teoretiske rammeverket for studien baserte seg på en definisjon av bevis for skolematematikken. Det belyses også hvilke kunnskaper læreren trenger for å lykkes i å engasjere elever i bevis, og hvilke utfordringer som eksisterer for læreren. Resultatene fra analysen ble diskutert med utgangspunkt i det teoretiske rammeverket.

Deltakerne i studien tok videreutdanning i matematikk høsten 2020 og underviste på 8.-10. trinn. De planla og gjennomførte en undervisningsøkt og skrev rapport med fokus på matematisk argumentasjon i elevenes skriftlige arbeider.

Det ble benyttet to metoder for datainnsamling: (1) innsamling av EVU-studenters rapporter, og (2) semistrukturert intervju med fem av EVU-studentene. I studiens dataanalyse ble rapportene og de transkriberte intervjuene tolket, kodet og kategorisert. Her ble tre kjerne-kategorier av nytte identifisert: nyttig for å få innsikt i elevenes forutsetninger, nyttig for å kunne tilrettelegge for undervisning, og nyttig for egen faglig utvikling.

Konklusjonen er at analyse av egne elevers resonnement og argumentasjon var nyttig for EVU-studentene på flere forskjellige måter. Det var nyttig for dem å få innsikt i forskjellige aspekter ved elevenes forutsetninger, som grunnlag for å kunne tilrettelegge undervisningen. De oppfattet analysen som nyttig for å erverve kunnskaper knyttet til forskjellige aspekter bevis.

## Summary

This qualitative case study investigated what in-service teachers viewed as useful in evaluating their own students' reasoning and argumentation. This was done in response to the following research question:

*How do in-service teachers perceive analyzing their students' written reasoning and argumentation as useful?*

The theoretical framework for the study was a proof definition for school mathematics. It also sheds light on what knowledge the teacher requires to succeed in engaging students in proof, as well as what challenges the teacher faces. The findings in this study were discussed in light of the theoretical framework.

The study's participants were teachers in lower secondary enrolled in continuing university mathematics education in the fall of 2020. They planned and conducted a teaching session and wrote a report focusing on mathematical argumentation in the students' written work.

Methods used for data collection were: (1) collecting in-service teachers' reports and (2) conducting semi-structured interviews with five in-service teachers. The reports and the transcribed interviews were interpreted, coded and categorized through this study's data analysis. Three core categories of usefulness were identified: useful for gaining insight into students' prerequisites, useful for being able to facilitate teaching, and useful for their own professional development.

The conclusion is that analysis of their students' reasoning and argumentation was useful for the in-service teachers in several different ways. It was perceived as useful to gain insight into different aspects of the students' prerequisites, as a foundation for facilitating teaching. They perceived the analysis as useful to acquired knowledge related to various aspects of proof.

# Innholdsfortegnelse

<b>Innholdsfortegnelse</b> .....	<b>4</b>
<b>1. Innledning</b> .....	<b>6</b>
1.1 Bakgrunn for studien.....	7
1.2 Studiens fokus.....	8
1.3 Forskningsspørsmål.....	8
1.4 Disposisjon.....	9
<b>2. Teoretisk rammeverk</b> .....	<b>10</b>
2.1 Bevis.....	10
2.2 Balacheffs nivåer av bevis.....	12
2.3 Bevisaktivitetenes plass i skolen.....	13
2.3.1 Lærerens kunnskaper om bevis.....	13
2.3.2 Lærerens oppfatninger av bevisets rolle.....	15
2.3.3 Høye pedagogiske krav.....	15
2.3.4 Mangel på støtte til undervisning.....	16
<b>3. Metode</b> .....	<b>17</b>
3.1 Forskningsparadigme.....	17
3.2 Forskningsdesign og metode for datainnsamling.....	17
3.3 Studiens setting.....	18
3.4 Utvalgsprosess og deltakere.....	18
3.4.1 Utvalg 1: rapporter.....	19
3.4.2 Utvalg 2: intervju-informanter.....	19
3.5 Rapporter.....	19
3.6 Semi-strukturerte intervjuer.....	20
3.6.1 Intervjuguide.....	20
3.6.2 Planlegging og gjennomføring.....	20
3.7 Dataanalyse.....	21
3.8 Forskningskvalitet.....	22
3.8.1 Pålitelighet.....	22
3.8.2 Troverdighet.....	22
3.8.3 Overførbarhet.....	23
3.8.4 Bekreftbarhet.....	23
3.9 Ethiske betraktninger.....	24

<b>4. Resultater</b> .....	<b>26</b>
4.1 Innsikt i elevers forutsetninger.....	26
4.1.1 Argumentasjonsstrategier .....	26
4.1.2 Bruk av tegninger, figurer og illustrasjoner .....	27
4.1.3 Tidligere erfaring .....	28
4.1.4 Matematisk forståelse .....	29
4.1.5 Språklige forutsetninger.....	29
4.2 Tilrettelegging av undervisning .....	30
4.2.1 Veiledning .....	30
4.2.2 Inspirasjon.....	31
4.2.3 Formidling.....	32
4.3 Egen faglig utvikling.....	32
4.3.1 Nivåer av bevis .....	32
4.3.2 Egne forutsetninger .....	32
<b>5. Diskusjon</b> .....	<b>34</b>
5.1 Innsikt i elevenes forutsetninger .....	34
5.2 Tilrettelegging av undervisning .....	36
5.3 Egen faglig utvikling.....	38
<b>6. Avslutning</b> .....	<b>39</b>
6.1 Konklusjon.....	39
6.2 Kritisk blikk på studien .....	40
6.3 Implikasjoner for undervisning og videre forskning .....	41
<b>7. Referanser</b> .....	<b>42</b>
<b>8. Vedlegg</b> .....	<b>48</b>

# 1. Innledning

Med fagfornyelsen får argumentasjon og bevis et betydelig løft i matematikkfaget i den norske skolen. Det er utformet seks kjerneelementer i faget, hvor fem av dem beskriver «arbeidsmåter, metoder og tenkemåter i matematikk» (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 15). Kjerneelementene skal være styrende for opplæringen ved at elevene skal møte de sentrale kunnskapsområdene i matematikk gjennom disse (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 15). To av kjerneelementene er *utforskning og problemløsning* og *representasjon og kommunikasjon*. Disse beskriver følgende aktiviteter: å lete etter mønstre, finne sammenhenger, løse problemer, vurdere om løsningene er gyldige, bruke passende representasjoner og å benytte et matematisk språk til å kommunisere sine resonnerment og sin argumentasjon (Kunnskapsdepartementet, 2020, s. 3). Dette fører oss videre til kjerneelementet *Resonnering og argumentasjon*:

Resonnering i matematikk handler om å kunne følge, vurdere og forstå matematiske tankerekker. Det innebærer at elevene skal forstå at matematiske regler og resultater ikke er tilfeldige, men har klare begrunnelser. Elevene skal utforme egne resonnermenter både for å forstå og for å løse problemer. Argumentasjon i matematikk handler om at elevene begrunner fremgangsmåter, resonnermenter og løsninger og beviser at disse er gyldige. (Kunnskapsdepartementet, 2020, s. 3).

De fremhevede kjerneelementene beskriver forskjellige aktiviteter knyttet til å *bevise*, da det engelske ordet *proving* kan defineres på følgende måte: «(...) the activity associated with the search for proof; this activity can include (besides the formulation of arguments and proofs) empirical explorations to generate conjectures, reasoning by analogy to develop possible ideas for the formulation of arguments, etc.» (A. Stylianides & Ball, 2008, s. 308). G. Stylianides (2008) etablerte samlebegrepet *reasoning-and-proving* om slike aktiviteter knyttet til bevis (s. 9). Dette velger jeg å oversette til norsk som «bevisaktiviteter». Forskjellige bevisaktiviteter er: å identifisere mønstre, å finne frem til formodninger, å argumentere for hvorfor et resultat må være gyldig, og å konstruere mer formelle matematiske bevis.

Det nye læreplanverket inneholder også en overordnet del, med beskrivelse av verdier og prinsipper som danner utgangspunktet for opplæringen. Ett av prinsippene er at det skal gis rom til dybdeløring i fagene, slik at det tilrettelegges for forståelse. Utdanningsdirektoratet (2019) definerer dybdeløring på følgende måte: «Dybdeløring er å lære noe så godt at du forstår sammenhenger og kan bruke det du har lært i nye situasjoner» (s. 1). I matematikkfaget mer spesifikt, handler dybdeløring blant annet om å få en dypere forståelse for de grunnleggende matematiske egenskapene og de generelle sammenhengene mellom konseptene (Nosrati & Wæge, 2018, s. 4).

Flere forfattere har presisert at bevisaktiviteter kan fungere som et redskap til dybdeløring (se f.eks. Hanna, 2000; A. Stylianides & Ball, 2008). For eksempel skrev A. Stylianides og Ball (2008) «(...) proving can be a vehicle for deep learning in all content areas» (s. 309). Bevisaktiviteters potensiale til å fremme forståelse har blitt løftet som hovedgrunnen til dets plass i matematikklasserommet: «In the classroom the key role of proof is the promotion of mathematical understanding» (Hanna, 2000, s. 5). Faktisk, har enkelte forskere understreket at arbeid med resonnering og bevis er nødvendig for matematisk forståelse av (Hanna, 1990; Ball & Bass, 2003).



## 1.1 Bakgrunn for studien

Både den norske skolen og forskere innen matematikdidaktikk anerkjenner at bevisaktiviteter må ha en viktig plass i matematikkopplæringen. Samtidig er det mye forskning som tyder på at det er utfordrende for matematikklærere å engasjere elever i slike aktiviteter (Balacheff, 1988; Healy & Hoyles, 2000; Knuth, 2002; G. Stylianides, 2008; A. Stylianides 2016). Mange av utfordringene har medført til at bevisaktiviteter ofte har hatt en marginal plass i matematikkfaget i grunnskolen (G. Stylianides, Stylianides og Shilling-Traina 2013; A. Stylianides, 2016; Wathne & Brodahl, 2019). Harel og Sowder (2007) påpekte at dette resulterer i at elevene ikke får mulighet til å utvikle sine evner til å bevise: «at least some of the deficiencies in students' acquisition of more sophisticated proof schemes may stem from the lack of opportunity to engage in proof-fostering activities» (s. 828). Det anses altså som avgjørende at bevisaktiviteter blir prioritert dersom målet er å realisere de overordnede målene i læreplanen.

Både det faktum at det nye læreplanverket har større fokus på bevisaktiviteter, og det faktum at lærere opplever disse som utfordrende å inkludere i matematikkundervisningen, krever oppmerksomhet fra lærerutdannere. A. Stylianides (2007) understreket dette:

The difficulties that teachers often face with proof, coupled with the increased demands of taking an active role in managing students' proving activity, underscore the critical responsibility of curriculum materials and of teacher preparation and professional development programs to offer teachers the necessary guidance and to equip them with the necessary resources so that they can effectively cultivate proof and proving among their students (s. 318).

Han påpekte altså at lærerutdanningen her har et viktig ansvar i forberedelsen av fremtidige matematikklærere. De må sørge for å utdanne lærere som ser nytten av å investere tid i bevisaktiviteter og som har de nødvendige didaktiske kunnskapene og redskapene som kan hjelpe dem i dette arbeidet. På denne måten kan lærerutdanningen støtte fremtidige lærere i realiseringen av de overordnede målene i læreplanverket.

Flere forskere har vist til at denne forberedelsen av fremtidige matematikklærere er en utfordrende oppgave, og at det er mangel på forskning som matematikklærerutdanningen kan støtte seg på i håndteringen av denne oppgaven (Ponte & Chapman, 2008; G. Stylianides et al., 2013; A. Stylianides, 2016; Wathne & Brodahl, 2019). Ifølge Ponte og Chapman (2008) er det tilnærmet umulig å forberede lærere med tilstrekkelige kunnskaper for å kunne engasjere elevene i bevisaktiviteter: «However, it is very complex to provide preservice teachers with effective competence for teaching according to the reform orientations. In a sense, what is asked of preservice teacher education is an impossible task» (s. 255-256). Det å engasjere elever i bevisaktiviteter er utfordrende selv for erfarne lærere (A. Stylianides, 2016, s. 22), hvilket understreket kompleksiteten i kunnskaper nødvendig for å lykkes. Da denne forberedelsen av fremtidige lærere blir fremhevet som avgjørende for å fremme bevisaktiviteter i klasserommet, og samtidig utfordrende å få til, er dette følgelig et felt hvor det trengs mer forskningsbaserte svar.

## 1.2 Studiens fokus

Semesteret vi skulle velge tema for masteroppgaven, deltok jeg i et emne om matematisk problemløsning og modellering. Emnet inneholdt arbeid med bevisaktiviteter, og jeg gjorde meg mange erfaringer med å utforske, finne mønster, komme frem til formodninger og forsøk på å argumentere for sannheten til en formodning. Det å argumentere var noe jeg opplevde som krevende i starten, men etter hvert som jeg forstod hva det innebar, og skjønnte hvordan det kunne gjøres, ble jeg stadig mer glad i bevisaktiviteter. Dette vekket en særlig interesse for matematisk argumentasjon.

Da tiden kom for å velge tema, ble det presentert et forslag til masterprosjekt knyttet til temaet matematisk argumentasjon. Jeg anså dette som en mulighet til å utforske og fordype meg i matematiske argumentasjon, og valgte derfor å gå inn i dette masterprosjektet. Med dette valget fikk jeg tilgang til anonymiserte rapporter skrevet av en gruppe etter- og videreutdanningsstudenter (EVU-studenter). Rapportene skulle skrives med utgangspunkt i EVU-studentenes erfaringer med planlegging og gjennomføring av en undervisningsøkt basert på et gitt matematisk problem. EVU-studentene skulle samle inn de skriftlige arbeidene elevene produserte i økten, og identifisere hvilke former for å overbevise elevene hadde brukt ifølge Balacheffs teori om bevisnivåer (kap. 2.2). I rapporten skulle EVU-studentene ta stilling til 13 påstander om erfaringer med bevisaktiviteten og Balacheffs bevisnivåer og vurdere graden av (u)enighet på en skala fra 0-10. Besvarelsene deres gav en tydelig indikasjon på at flesteparten oppfattet arbeidet med analysen ved hjelp av Balacheffs bevisnivåer (kap. 2.2) som nyttig. Dette gjorde meg nysgjerrig på hva det var de oppfattet som nyttig, mer i dybden.

G. Stylianides et al. (2013) hadde som mål å bidra i utviklingen av støtte til å forberede lærerstudenter, gjennom å undersøke hvilke utfordringer lærerstudenter møtte på i forsøket på å engasjere elevene sine i bevisaktiviteter. På samme måte kan en undersøkelse av lærerstudenters oppfatninger av nytte knyttet til bevisaktiviteter potensielt være verdifull for lærerutdanningen, og i så måte være et bidrag i forskningen på hvordan man kan forberede fremtidige lærere.

## 1.3 Forskningsspørsmål

Denne studiens hensikt er å innhente dybdeinformasjon rundt EVU-studentenes oppfattelse av nytte ved å analysere elevenes skriftlige resonnement og argumentasjon.

Forskningsspørsmålet i denne studien er derfor:

*Hva oppfatter EVU-studenter som nyttig ved å foreta en analyse av egne elevers skriftlige resonnement og argumentasjon?*

Det som menes med «nyttig» i forskningsspørsmålet er om analysen var til hjelp for EVU-studentene og om de fikk utbytte av det. Jeg benytter begrepet «nyttig» på samme måte som den engelske definisjonen for «useful». Ordet «usefulness» kan defineres slik; «the quality of having utility and especially practical worth of applicability» (Merriam-Webster, 2021). Det er altså snakk om noe praktisk hjelpsomt og fordelaktig for disse EVU-studentene.

«Analyse» i forskningsspørsmålet refererer til en systematisk undersøkelse av elevenes skriftlige arbeid ved bruk av et gitt analyseverktøy. Analysen EVU-studentene skulle foreta,

var av elevenes skriftlige resonnement. Ut ifra Balacheffs bevisnivåer (kap. 2.2) gjorde de et forsøk på å identifisere bevisnivåene i tre utvalgte elevgruppers skriftlige arbeid.

## 1.4 Disposisjon

Denne studien presenteres gjennom fem kapitler. I kapitlet som følger presenteres det teoretiske rammeverket. I kapittel 3 beskrives studiens design og hvordan jeg har samlet inn og analysert data. Kapitlet avsluttes ved at jeg drøfter kvaliteten av studien, og reflekterer rundt etiske betraktninger. I kapittel 4 presenteres resultatene jeg har kommet frem til etter analysen som har blitt gjort. Kapittel 5 består av drøfting av datamaterialet i studien i lys av teorien presentert i kapittel 2. I kapittel 6 kommer jeg med en konklusjon med svar på forskningsspørsmålet. Videre har jeg et kritisk tilbakeblikk på den gjennomførte studien hvor jeg forsøker å si noe om dens begrensninger og svakheter. Helt avslutningsvis diskuterer jeg hvilke didaktiske implikasjoner funnene kan ha, både for undervisning og for videre forskning.

## 2. Teoretisk rammeverk

I dette kapitlet blir det redegjort for det teoretiske rammeverket i studien. Dette vil danne utgangspunktet for drøftingen av resultatene i kapittel 5. Jeg innleder med å vise til ulike definisjoner av konseptet *bevis*, og presenterer en definisjon som passer innenfor skolematematikken (kap. 2.1). Delkapittel 2.2 består av en redegjørelse av *Balacheffs nivåer av bevis*. I kapittel 2.3 belyses *bevisaktivitetenes plass i skolen*, med fokus på utfordringene som eksisterer for læreren.

### 2.1 Bevis

I Reid (2005) sin litteraturgjennomgang viste han til at konseptet bevis har ulike definisjoner og betydninger innen forskjellige forskningsmiljøer i matematikdidaktikk. Her fremkommer det et skille mellom et tradisjonelt syn og et bredere syn på bevis. Herbst og Balacheff (2009) understreket at en redegjørelse for hva man forsker på gjennom tydelige definisjoner derfor er nødvendig (s. 42).

Hana (2013) hevdet at «et tradisjonelt syn på et matematisk bevis er en formell kjede med logiske slutninger som begynner med en mengde premisser og ender i en konklusjon hvor gyldigheten til slutningene og premissene gjør at konklusjonen anses å være helt sikker og gyldig» (s. 82). Også Hanna og de Villers (2012) viste til dette og påpekte at den tradisjonelle definisjonen gir et snevert syn på hva et matematisk bevis er. De understreket at en slik oppfatning ikke reflekterer hvordan matematikere i virkeligheten forholder seg til bevis, og de mulighetene bevis har for å fremme matematisk forståelse. Et bredere syn på matematiske bevis anerkjenner at det i bunn og grunn dreier seg om en serie av ideer og innsikter, og ikke bare en sekvens med formelle steg som leder mot en konklusjon (s. 3).

Det finnes andre definisjoner som tar mer hensyn til at bevis også har en sosial forankring. Herbst og Balacheff (2009) viste til Balacheff sin definisjon fra 1987: «an explanation accepted by a given community at a given moment of time» (s. 47). I denne definisjonen er oppfattelsen av hva som er et gyldig bevis avhengig av fellesskapet beviset føres i. Manin (1977) hadde en lignende definisjon: «A proof becomes a proof after the social act of 'accepting it as a proof'» (s. 48). Begge disse definisjonene anerkjenner den sosiale konteksten beviset eksisterer i.

Flere forfattere har også fremhevet den subjektive dimensjonen ved begrepet bevis (Harel & Sowder, 2007; G. Stylianides, 2008; Reid & Vargas, 2018; Zaslavsky, 2018). Ifølge Harel og Sowder (2007) vil meningen med bevis, måten det er utformet og hvorvidt det er godkjent og akseptert, variere fra person til person og fra samfunn til samfunn. De understrekte at bevis tolkes subjektivt: «a proof is what establishes truth for a person or a community» (s. 3). Harel og Sowder (2007) brukte begrepet *bevisskjema* for å beskrive en person eller et samfunn sin oppfattelse av bevis: «A proof scheme consists of what constitutes ascertaining and persuading for a person (or a community)» (s. 47). Bevisskjemaer er på denne måten både knyttet til hvordan en person lar seg overbevise om sannheten til et utsagn, og hvordan personen forsøker å overbevise andre om sannheten av et utsagn.

A. Stylianides (2007) utviklet en definisjon av konseptet bevis som tok hensyn til både det subjektive aspektet og den tradisjonelle oppfatningen: et bevis er «et matematisk argument, det vil si en kjede av utsagn for eller imot en matematisk påstand, som oppfyller følgende krav:»

- I. den bruker utsagn som er sanne og fra før kjent og akseptert for en gitt elevgruppe (aksepterte sannheter)
- II. den bruker former for resonnering som er matematisk gyldige og kjente / innen rekkevidde for en gitt elevgruppe
- III. den er uttrykt ved bruk av hensiktsmessige representasjoner som er kjente / innen rekkevidde for en gitt elevgruppe

(A. Stylianides, 2007, s. 291-292, oversatt av Valenta & Enge, 2020, s. 4)

Han presiserte at begrepene «sanne», «gyldige» og «passende» må være i tråd med hva nåtidens samfunn og matematikere er enige om (s. 294). Eksempler på aksepterte sannheter er definisjoner, aksiomer, tidligere beviste matematiske resultater, regler og etablerte prosedyrer. Gyldige former for resonnering kan innebære konstruksjon av moteksempel for å vise at den gitte påstanden er usann, korrekt bruk av definisjoner eller bruk av logiske slutninger. Hensiktsmessige representasjonsformer kan være for eksempel illustrasjoner, tabeller, algebraiske symboler eller verbalt språk (Valenta og Enge, 2020 s. 5).

Denne definisjonen av bevis anerkjenner at det må være en balanse mellom matematikk som disiplin og det å erkjenne at elever er lærende i matematikk, og den kan derfor være passende innenfor skolematematikken (A. Stylianides, 2007, s. 291-294). Ifølge A. Stylianides (2007) hedrer denne definisjonen matematikk som disiplin, ved å hindre at empiriske argumenter anses som gyldige bevisformer i skolen: «The definition excludes the possibility of empirical arguments being considered as proofs at any level of schooling» (s. 298). Med empiriske argumenter menes det her argumenter basert på eksempler som bekrefter en påstand, men som ikke nødvendigvis gir tilstrekkelig grunnlag for å kunne avgjøre om påstanden er sann eller ikke. Empiriske argumenter holder følgelig ikke som bevis, da de benytter ugyldige former for argumentasjon (A. Stylianides, 2007, s. 298).

A. Stylianides (2007) understreket at denne definisjonen likevel ikke innebærer devaluering av empirisk tenkning, noe han anser som en naturlig del av en matematisk utforskningsprosess som kan lede frem til konstruksjon av gyldige argumenter. Definisjonen representerer det som ofte er sluttproduktet etter en slik prosess, og veien dit består av ulike bevisaktiviteter som å utforske, identifisere mønstre, og danne formodninger (A. Stylianides, 2007, s. 292). Poenget er at man kan ikke kalle matematisk ukvalifiserte argumenter for bevis. Man må derimot hjelpe elevene til å forstå forskjellen mellom gyldige og ugyldige former for argumentasjon, slik at de vet hva som holder som bevis (A. Stylianides, 2007, s. 298).

## 2.2 Balacheffs nivåer av bevis

Balacheff (1988) foreslo et hierarki med fire nivåer av bevis: *naiv empirisme*, *det avgjørende eksperiment*, *det generiske eksempel* og *tankeeksperimentet*. Han hevdet at disse nivåene, i den følgende rekkefølgen, representerte økende grad avansert tenkning:

1. *Naiv empirisme* innebærer at man verifiserer sannheten til en påstand gjennom å teste ut noen tilfeldig valgte eksempler (Balacheff, 1988).
2. *Det avgjørende eksperiment* innebærer å teste ut et siste avgjørende eksempel. Det innebærer å teste ut nøye utvalgte eksempler, som virkelig setter hypotesen på prøve. Eksperimentets utfall vil overbevise om hva som er sant (Balacheff, 1988).
3. *Det generiske eksempel* innebærer å argumentere for det generelle gjennom bruk av et representativt eksempel. Det innebærer at man argumenterer gjennom å gjøre visse operasjoner på objektet, for å vise hvorfor dette må gjelde for klassen av tilfeller objektet er representativt for (Balacheff, 1988).
4. *Tankeeksperimentet* innebærer argumentasjon for en påstand, uavhengig av noen konkrete eksempler. Det innebærer at man uttrykker objektet helt generelt basert på dets egenskaper og gjennomfører operasjoner på objektet for å vise hvorfor det må være sant (Balacheff, 1988).

Balacheff (1988) påpekte at argumentasjonen i de to første nivåene, naiv empirisme og det avgjørende eksperiment, ikke kvalifiserer som gyldige bevis. Når de kalles for bevis for å anerkjenne at elevene som produserer dem opplever dem som bevis (s. 218). Elever som lar seg selv overbevise eller forsøker å overbevise andre på bakgrunn av enkeltteksempler, har det Harel og Sowder (2007) betegner som *empiriske bevisskjemaer* (s. 7).

Ifølge Balacheff (1988) er empirisk argumentasjon den mest elementære formen for bevis, og kaller disse *pragmatiske bevis*. Slike argumentasjonsformer dreier seg om å direkte vise hvorfor noe må være som det er, gjennom, fysiske handlinger eller konkretisering ved bruk av ulike former for representasjoner. *Konseptuelle bevis* derimot, innebærer at man beveger seg over på det generelle, gjennom å uttrykke gitte egenskaper ved objektene og relasjonen mellom dem (s. 216). Det generiske eksemplet fungerer her som et overgangsstadium fra pragmatiske bevis til konseptuelle bevis (Balacheff, 1988, s. 229). Denne overgangen skjer gradvis ved at ideen først gjøres eksplisitt og uttrykkes gjennom hverdagspråket. For å komme videre til konseptuelle bevis må man arbeide med å gjøre språket til et redskap for logisk tenkning og deduksjon, og gradvis opparbeide et mer og mer formelt språk (Balacheff, 1988, s. 217-218).

Det eksisterer uenigheter blant forskere rundt hvorvidt generisk argumenter skal aksepteres som gyldige bevis (Reid & Vargas, 2018, s. 240). Ifølge G. Stylianides og Stylianides (2009a) er ikke generiske argumenter en form for empirisk argumentasjon, selv om det tar utgangspunkt i et eksempel. Gjennom det utvalgte representative eksemplet betrakter man alle eksemplene, og viser dermed at det gjelder generelt for hele klassen av eksempler (s. 315). Ifølge Reid og Vargas (2018) må argumentasjonen indikere en tydelig bevissthet rundt de generelle strukturene ved eksempelet, og få frem de matematiske grunnene til at det gjelder generelt for alle eksemplene, for at det skal gjelde som et generisk bevis (s. 247). Grunnen til dette er at det generiske eksempler oppfattes subjektivt (Zaslavsky, 2018, s. 295),

og det må derfor være tydelig for leseren at den som har produsert beviset ikke anser eksemplet som en form for empirisk bevis (Reid & Vargas, 2018, s. 247).

Enkelte forskere har fremhevet betydningen av generiske eksempler i skolesammenheng, som et redskap til å se det generelle gjennom det spesielle, og dermed som en bro mot konseptuelle bevis (Mason & Pimm, 1984; G. Stylianides, 2009; A. Stylianides, 2016). G. Stylianides (2009) understreket at generiske argumenter tillater elever å kunne bevise sin påstand «even when they lack mathematical language to express their proofs in more sophisticated ways» (s. 265). Ifølge Reid og Vargas (2018) er det nettopp dette som gjør generiske argumenter viktige i skolesammenheng, da er redskaper som gjør produksjon av gyldige bevis oppnåelig for alle elever (s. 244).

## 2.3 Bevisaktivitetenes plass i skolen

A. Stylianides (2016) viste til fire faktorer som kan ha bidratt til den marginale plassen bevisaktiviteter har hatt i skolen: (1) lærerens (manglende) kunnskaper om bevis, (2) lærerens (snevre) oppfatninger om bevisets rolle, (3) at undervisning i bevisaktiviteter i seg selv stiller høye pedagogisk krav, og den (4) manglende støtten til undervisningen (s. 21). Han påpekte at de tre første faktorene ikke er ment som kritikk av grunnskolelærere eller med hensikt om å påpeke at de har dårlig kompetanse. De er heller ment til å fremme utfordringene grunnskolelærere har, da matematisk argumentasjon er «hard-to-teach» og «hard-to-learn». Disse fire faktorene skal videre beskrives mer i dybden, og forskjellige aspekter ved faktorene trekkes frem.

### 2.3.1 Lærerens kunnskaper om bevis

For å lykkes med å engasjere elever i bevisaktiviteter kreves det bred og dyp kunnskap rundt ulike aspekter ved konseptet bevis (A. Stylianides & Ball, 2008). A. Stylianides (2016) viste til at en av utfordringene er nettopp mangelen på tilstrekkelige kunnskaper rundt bevis (s. 21).

I Martin og Harel (1989) sin studie fremhevet de det faktum at elever vil få utfordringer i den videre utdanningen dersom de opplever at empirisk argumentasjon er gyldig bevis (s. 42). Mange forskere har derfor vist til at et viktig element av kunnskap for læreren er å forstå hva som er gyldige og ugyldige bevisformer og kunne skille mellom empiriske og deduktive former for argumentasjon (Martin & Harel, 1989; Simon & Blume, 1996; A. Stylianides & Ball, 2008; A. Stylianides og Stylianides, 2009b), slik at de kan utfordre elevenes empiriske beviskjemaer. Tidligere forskning har vist at mange grunnskolelærere og lærerstudenter oppfatter empiriske argumenter som gyldige bevis (Goetting, 1995; Martin & Harel, 1989; Goulding, Rowland & Barber, 2002; Knuth, 2002; Sowder & Harel, 2003; Morris, 2002, 2007). Dersom læreren tenker at empirisk argumentasjon holder som bevis, vil de sannsynligvis tillate og kanskje til og med oppmuntre elevene sine til å anerkjenne dette som bevis (A. Stylianides, 2007; A. Stylianides & Stylianides, 2009b). Konsekvensen av dette kan følgelig være at elevenes *misoppfatning* av at empiriske argumenter er gyldige bevis ikke vil bli utfordret (A. Stylianides og Stylianides, 2009b, s. 238).

For å hjelpe elevene i sin utvikling av forståelse knyttet til bevis, må læreren ifølge Harel og Sowder (2007), bli bevisst på hvilken oppfattelse elevene har av bevis, for så å tilrettelegge for at de utvikler en mer nyansert oppfattelse (s. 47). De påpekte at «(...) students' construction of new knowledge is based on what they already know, and hence it is indispensable for teachers to identify students' current knowledge, regardless of its quality, so

as to help them gradually refine it» (s. 3). Basert på elevenes ståsted bør følgelig læreren tilrettelegge for at elevene gradvis utvikler en mer korrekt oppfattelse av bevis, da dette er det ultimate målet (Harel & Sowder, 2007, s. 3). Som følge av at elever ofte har empiriske bevisskjemaer, er det viktig at lærere har kunnskap om hvordan man kan tilrettelegge for overgangen til mer holdbare og gyldige argumentasjonsformer (G. Stylianides & Stylianides, 2009a; A. Stylianides & Stylianides, 2009b). For å møte elevenes misoppfatning av at empirisk argumentasjon er gyldig bevis har enkelte forfattere foreslått å tilrettelegge for en undervisningssituasjon hvor elevene oppdager at det ikke er «trygt» å kun sjekke noen enkeltteksempler for å kunne avgjøre sannheten til en påstand (G. Stylianides & Stylianides, 2009a; Balacheff, 2010). På denne måten kan elevene oppdage at det ikke vil være effektivt å argumentere ved bruk av eksempler, da man blir nødt til å sjekke alle eksemplene. Dette kan føre til at elevene ser fordelene med andre, mer holdbare argumentasjonsformer. På denne måten skapes det en *kognitiv konflikt* i eleven, som gjør at elevene får behov for å utvikle sin matematiske forståelse og oppfattelse av bevis (G. Stylianides og Stylianides, 2009a, s. 319).

Stylianou, Blanton og Knuth (2009) viste til at elevers manglende språklige ferdigheter og forståelse av notasjon kan hemme elevenes evne til å komme videre i prosessen med å argumentere (s. 5). Med støtte i flere forskere understreket de at evnen til å benytte matematisk språk og symboler derfor er vesentlig for elevers evne til å produsere bevis. Ball og Bass (2000) påpekte at språket er helt essensielt for å kunne uttrykke matematisk kunnskap: «a crucial cornerstone of moving toward the construction of publicly shared and validated mathematical knowledge (s. 221). Ifølge A. Stylianides og Ball (2008) er forståelse for betydningen av matematisk språk i bevisaktiviteter derfor et viktig element av kunnskap for læreren. Dette innebærer blant annet om kunnskap om hvordan matematiske argumenter kan representeres og hvordan matematiske ideer er definert, altså kunnskap om hensiktsmessige representasjoner og om aksepterte sannheter (kap. 2.1).

G. Stylianides et al. (2013) pekte på et annet aspekt av kunnskap som kan være viktig for lærere, «knowledge about busting existing classroom cultures» (s. 1486). Dette innebærer kunnskap om hvordan læreren kan få til endring i klasseromskulturen (s. 1486), altså kunnskap om hvordan man kan *bryte den didaktiske kontrakten* (s. 1484). Den didaktiske kontrakten er definert som en usynlig kontrakt, som består av de eksisterende normene og forventningene som eksisterer i klasserommet (Brousseau, Sarrazy & Novotná, 2014, s. 154). To typer normer, som er spesielt knyttet til forklaring, begrunnelse og argumentasjon er *sosiale normer* og *sosiomatematiske normer* (Yackel, 2001, s. 10). Begge typene dreier seg om forventningene læreren og elevene har til hverandre i klasserommet. Forskjellen er at sosiomatematiske normer er spesifikt knyttet til matematikkfaget (Yackel, 2001; Stephan, 2014). Yackel (2001) understreket at det kun er et subtilt skille mellom disse to normene. Et eksempel på en sosial norm kan være en enighet i klasserommet om *at* elevene skal forklare deres løsning. En sosiomatematisk norm derimot handler om *hva som tells* som en matematisk forklaring (Yackel, 2001, s. 14). Slike sosiale og sosiomatematiske normer er etablert over tid, og å endre dem vil følgelig være en krevende prosess som tar tid (Hana, 2013, s. 132). Ifølge G. Stylianides et al. (2013) er det viktig at læreren er klar over dette, for å ikke miste motet (s. 1486). Læreren må være bevisst på hvilke normer de oppmuntrer i klasserommet (Hana, 2013, s. 132). For å endre klasseromskulturen må man gjøre endringer i undervisningsformen, slik at man utfordrer elevenes idéer om hva som forventes av dem (Rangnes, sitert i Hana 2013, s. 132).



### 2.3.2 Lærerens oppfatninger av bevisets rolle

Oppfatningene lærere har vil påvirke hvordan de tolker mål i læreplanverket tilknyttet bevis, og hvordan de implementerer det i deres undervisning (A. Stylianides, 2007, s. 290). Hvorvidt man anser å bevise som et passende mål for elevene avhenger av hva man legger i begrepene *å bevise* og *bevis*. Dersom læreren har en oppfatning av at «proving is an advanced mathematical topic beyond the reach of elementary students» (A. Stylianides, 2016, s. 21), vil de følgelig kanskje tenke at dette ikke er noe de trenger å fokusere på i undervisningen, eller at det kun er passende for spesielt evnerike elever. A. Stylianides (2016) viste til at flere forskere fant at grunnskolelærere ofte hadde et snevert syn på bevis, og anså det å bevise som en aktivitet som kun var passende for et fåtall av elever som hadde grunnlaget for det (s. 22).

Når målet er at alle elever skal få muligheten til å engasjeres i bevisaktiviteter, må det utdannes lærere med mer nyanserte oppfatninger av hva et bevis er i skolesammenheng (A. Stylianides, 2007, s. 290). Det er større sannsynlighet for at en lærer med et bredere syn på bevis, som ser på bevis som et redskap for dybdelæring og forståelse, vil tenke at bevisaktiviteter har en naturlig plass i klasserommet (A. Stylianides, 2016, s. 22).

### 2.3.3 Høye pedagogiske krav

Det er flere grunner til at bevis har fått betegnelsen «hard-to-teach», og det stilles høye pedagogiske krav for å kunne lykkes i forsøket på å engasjere elevene i bevisaktiviteter (A. Stylianides, 2016, s. 21). A. Stylianides (2016) påpekte at det selv for erfarne lærere er utfordrende å håndtere og tilrettelegge for bevisaktiviteter (s. 22). Det er da rimelig å anta at dette vil være enda mer utfordrende for noen uten særlig erfaring med å inkludere slike aktiviteter i klasserommet.

En av utfordringene for læreren er å klare å støtte elevene i arbeidet med å argumentere, «without lowering the tasks' cognitive demands» (A. Stylianides, 2016, s. 22). Dette kan innebære å unngå at det blir en *traktkommunikasjon*, hvor oppgaven tømmes for det faglige innholdet ved at de kognitive kravene gradvis senkes helt til svaret til slutt plasseres i hendene på eleven (Skott, Jess & Hansen, 2008, s. 270-271). En annen utfordring er å klare å gjennomføre en god klasseromsdiskusjon, hvor man håndterer alle de ulike bidragene til elevene (A. Stylianides, 2016, s. 22). A. Stylianides (2016) peker også på at det er utfordrende å vite hvordan læreren på stående fot skal respondere på elevenes forslag og ideer, samtidig som at man prøver å veilede elevene mot oppnåelsen av de intenderte læringsmålene (s. 23).

Den didaktiske kontrakten er også noe som kan by på utfordringer for læreren, da bevisaktiviteter vanligvis ikke er i tråd med klasseromskulturen i dagens matematikklasserom (G. Stylianides et al., 2013, s. 1486). Forskning har vist at norske elever arbeider mye individuelt med oppgaver, og i liten grad forklarer svarene sine (Grønmo, Bergem, Kjærnsli, Lie & Turnmo, 2004; Danielsen, Skaar & Skaalevik, 2007; Grønmo & Onstad, 2009). I tillegg, er det ifølge Gilje m. fl. (2016) «rimelig å anta at vanlig praksis er at læreren først forklarer på tavla i plenum, før elevene går over til å bruke lærebok, oppgavehefte og kladdebok når de skal jobbe med oppgaver» (s. 68). Det virker tilsynelatende som at norsk matematikkundervisning ofte kan plasseres innenfor oppgaveparadigmet; læringsmiljø preget av oppgavefokuseret og lærerstyrt undervisning (Skovsmose, 2001, s. 126). Balacheff (1999) påpekte at den didaktiske kontrakten som oftest kommer til syne når den brytes (s. 25). Et eksempel på et slikt brudd kan være hvis elevene ikke er vant til å bevise sine påstander, og plutselig blir bedt om å gjøre det (A. Stylianides & Stylianides, 2009b, s. 251). Dersom

elevene ikke har blitt utfordret til å argumentere matematisk tidligere, kan et forsøk på å engasjere dem i slike bevisaktiviteter bli møtt med motstand. G. Stylianides et al. (2013) understreket at det derfor er viktig at læreren er bevisst på at det finnes ulike klasseromskulturer, slik at de ikke mister entusiasmen for bevisaktiviteter og har mot til å forsøke igjen (s. 1484-1486).

#### 2.3.4 Mangel på støtte til undervisning

Det faktum at det er pedagogisk krevende å engasjere elever i bevisaktiviteter, tilsier at lærere trenger støtte til å kunne ta fatt i dette. Dette kan for eksempel innebære støtte i form av lærebøker, støtte til undervisning gjennom læreplanverket, og støtte fra utdanningen (A. Stylianides, 2016, s. 23-24). A. Stylianides (2016) påpekte i denne sammenheng at det er uklart hvilken støtte som tilbys gjennom utdanningen, men at det eksisterer indikasjoner på at det ikke er tilstrekkelig fokus på å forberede lærerne på å ta med bevis ut i skolen. Her trakk han frem det faktum at det er «limited research knowledge currently available about how to productively engage elementary students in proving» (s. 24), og at dette gjerne er bakgrunnen for den manglende støtten fra lærerutdanningen.

Lærebøker har som formål å «hjelpere elever og lærere i undervisning- og læringsarbeidet i skolen» (Kongelf, 2019, s. 76). A. Stylianides (2016) fremhevet at det er en mangel på gode læreverk som støtter læreren i arbeidet med bevisaktiviteter. Dette kan være støtte i form av foreslåtte oppgaver knyttet til bevis veiledninger til hvordan de kan gjennomføres, og tips til hvordan man kan håndtere elevenes deltakelse i bevisaktivitetene. Flere studier har vist til at lærere i stor grad støtter seg på lærebøkene i deres daglige undervisning (Askew, Hogden, Hossain & Bretscher, 2010; Lepik, Grevholm & Viholainen, 2015; Pepin & Haggarty, 2001, 2002; Schmidt m.fl., 2001). Det er dermed rimelig å anta at innholdet i disse lærebøkene blir avgjørende for hva som fremmes i undervisningen. I lys av dette, og det faktum at undervisningen er preget av eksempler og pugg (se kap. 4.3.3.), virker det ikke som at lærebøkene klarer å fremme de intenderte målene i læreplanen, noe som faktisk er intensjonen (Kongelf, 2019, s. 76). Dette viser også resultatene fra Kongelf (2019) sin avhandling, der han undersøkte hvilken rolle problemløsning og algebra har i fem norske matematikklærebøker for ungdomstrinnet. Han konkluderte med at bøkene i liten grad fremmer resonnement og utforskning etter mønster for å generalisere, og at møtet med algebra i stor grad preges av enkle beregningsoppgaver (Kongelf, 2019, s. 7-8). Han viste til at lærebøkene er mangelfulle på flere områder og at metoder og innhold kan forbedres for å «i større grad være i tråd med den gjeldende læreplanen og matematikdidaktisk forskning» (Kongelf, 2019, s. 77).

A. Stylianides (2016) pekte også på at det ofte er en mangel på støtte i læreplanverket. Selv om det inkluderes mål eller kjerneelementer knyttet til bevisaktiviteter, gis det som regel ingen form for veiledning til lærerne om hvordan disse skal kunne realiseres. Han viste til at kjerneelementene (core elements) i det engelske læreplanverket, fastsatt av departementet for utdanning i England, ikke ble videre nedbrutt og spesifisert i form av konkrete kompetansemål. Det samme gjelder det norske læreplanverket, da Svendsen (2021) viste til at det å argumentere nesten bare er i tilknytning til geometri, i kompetansemålene for 1-10. trinn.

## 3. Metode

I dette kapittelet beskriver jeg prosessen knyttet til innsamling og analyse av datamaterialet. Kapittelet starter med en beskrivelse av forskningsparadigmet studien befinner seg innenfor (kap. 3.1). Delkapittel 3.2 inneholder beskrivelse av undersøkelsens forskningsdesign og metode for datainnsamling. I delkapittel 3.3 beskrives studiens setting, og i den påfølgende delen (kap. 3.4) beskrives utvalgsprosessen av deltakere i studien. I delkapitlene 3.5 og 3.6 beskrives metodene brukt for datainnsamling i dybden. Delkapittel 3.7 redegjør for hvordan jeg har bearbeidet datamaterialet for å komme frem til resultatene. I delkapitlene 3.8 og 3.9 drøftes henholdsvis studiens kvalitet og etiske betraktninger.

### 3.1 Forskningsparadigme

Flere forfattere har understreket viktigheten av at forskeren synliggjør sitt paradigmatisk utgangspunkt (Dale, 2004; Postholm 2005; Johannessen et al. 2010). Et paradigme kan defineres som et system av filosofiske oppfatninger av hva kunnskap er og hvilke metoder som anses som gyldige for å skaffe kunnskap (Guba & Lincoln, 1985; Bryman, 2012). Hvilket paradigme forskeren identifiserer seg med, vil følgelig påvirke hvordan man driver forskning og hvordan man tolker resultatene (Bryman, 2012, s. 714).

Innenfor samfunnsvitenskapelig forskning eksisterer det en «paradigme-krig» (Wardekker, 2000, s. 260). Dette innebærer blant annet uenigheter rundt hvorvidt man kan forske på den sosiale verden ved bruk av samme prinsipper, metoder og etiske betraktninger som i naturvitenskapen (Bryman, 2012, s. 27, se også Wardekker, 2020, s.). Her stiller jeg meg blant forskerne som mener at det må benyttes metoder som tar i betraktning at mennesker er fundamentalt forskjellige forskningsobjekter enn de man forsker på i naturvitenskapen (Bryman, 2012, s. 28). Dette paradigmet er kjent som *det fortolkende* paradigmet (Postholm, 2005; Bryman, 2012). Innenfor dette perspektivet anerkjenner man at «samfunnsvitenskapens studieobjekt er svært komplekst og består av kommuniserende og tolkende mennesker (...)» (Johannessen et al., 2010, s. 31). Mennesker står ikke i en «direkte, umiddelbar og ufortolket kontakt med omverden» (Saljö, 2013, s. 83). Forskerens oppgave går ut på å prøve få innsikt i hensikten bak menneskers handlinger og respons i den settingen de befinner seg i, gjennom fortolkning. Målet er å få tilgang til menneskers tenking, gjennom å tolke deres sosiale verden fra deres perspektiv (Bryman, 2012, s. 28-31). Forskningen på mennesker kan derfor ikke være helt objektiv, ettersom at det alltid innebærer forskerens subjektive tolkning og forståelse av andre menneskers ord og handlinger. Det handler om å anerkjenne at man som forsker er en del av konteksten, og dermed vil påvirke og sette preg på forskningsresultatene.

### 3.2 Forskningsdesign og metode for datainnsamling

Å benytte en metode dreier seg om «å følge en bestemt vei mot et mål» (Christoffersen og Johannessen, 2012, s. 16). Målet i denne studien var å undersøke EVU-studenter sin oppfattelse av nytten av å analysere egne elevers skriftlige resonnement og argumentasjon. Det ble dermed naturlig å ta et kvalitativt forskningsperspektiv, da dette er vanlig når målet er å få innsikt i individers oppfattelse av verden (Bell, 2014, s. 7). For å få innsikt i deres oppfatninger var det behov for å få dybdeinformasjon fra EVU-studentene. Studiens forskningsdesign er *casestudie*, da denne tilnærmingen innebærer at man undersøker og prøver å forstå den valgte casen i dybden (Bryman, 2012, s. 12). Mer spesifikt valgte jeg å gjøre en *casestudie med flere analyseenheter*, ettersom at casen i dette tilfellet bestod av en

gruppe med flere individer. Designet kjennetegnes av at forskeren får informasjon fra flere individer innenfor studiet av et avgrenset system (Johannessen et al., 2010, s. 88). I denne studien er EVU-studentene casen, og analyseenheter er et utvalg av lærerne som inngår i denne gruppen.

Bryman (2012) understreket at det ofte i casestudier er kvalitative metoder som foretrekkes, da disse anses som «particularly helpful in the generation of an intensive, detailed examination of a case» (s. 68). I tillegg bør man benytte «et mangfold av fremgangsmåter og metoder» når man skal forske på mennesker (Johannessen et al., 2010, s. 31). Dette kan begrunnes med at «all informasjon som samles inn, gir forskeren hjelp til å forstå forskningsstedet det fra forskningsdeltakernes perspektiv» (Postholm, 2005, s. 71). For å skaffe mye og detaljert data ble denne casestudien gjennomført ved å kombinere to metoder: Det ble samlet inn skriftlige rapporter fra EVU-studentene, og det ble gjennomført semi-strukturerte kvalitative intervjuer. Datamaterialet består dermed av skriftlige dokumenter og transkriberte intervjuer. Forskningsinstrumentene jeg benyttet beskrives i kapittel 3.5 og kapittel 3.6.

### 3.3 Studiens setting

Ved Universitetet i Agder tilbys emnet «Matematikk 1 (5-10. trinn)». Dette er et nettbasert videreutdanningsstudium som ansatte i skolen kan søke om støtte til å ta. Videreutdanningen er en del av den nasjonale satsingen «kompetanse for kvalitet» i regi av Kunnskapsdepartementet. Lærerne som deltar, får mulighet til å utvikle sin kompetanse i matematikk for å kunne møte kravene om 30 og 60 studiepoeng i henholdsvis barne- og ungdomsskole. Dette er et kompetansekrav som blir gjeldende fra og med året 2025.

Videreutdanningsstudiet som ble gitt høsten 2020 inkluderte et to ukers langt prosjektarbeid tilknyttet resonnering og argumentasjon. Her ble EVU-studentene utfordret til å ta matematisk argumentasjon med seg ut i klasserommet. I modulen som prosjektarbeidet inngikk i, ble EVU-studentene introdusert for Balacheffs nivåer av bevis (kap. 2.2). De ble også introdusert for en form for matematisk skriving, kalt «imaginære dialoger» (Wille, 2009, 2011), som har potensiale til å «hjelp læreren å få mer innsikt i elevenes argumenter og tenkemåter» (Lekaus & Askevold, 2014, s. 12).

### 3.4 Utvalgsprosess og deltakere

Emnet «Matematikk 1 (5-10. trinn)» inneholdt en modul med tema matematisk argumentasjon, hvor EVU-studentene skulle skrive en rapport etter gjennomført undervisningsopplegg (kap. 1.2). I forkant av modulen fikk EVU-studentene forespørsel fra forelesere om deltakelse i et forskningsprosjekt. Det ble informert om at deltakelse hovedsakelig innebar tillatelse til at prosjektrapporten kunne inngå som data i forskningsprosjektet. Det ble også spesifisert at det muligens ville være ønskelig å intervju noen av EVU-studentene, enten gjennomført av faglærer eller masterstudent knyttet til prosjektet. EVU-studentene fikk da to samtykkealternativer: 1) Samtykke til at rapportene kunne benyttes, samt at de kunne få forespørsel om å delta på intervju. 2) Samtykke til at rapportene kunne benyttes. Det ble presisert at dette samtykkealternativet ikke ville innebære noe merarbeid utover det arbeidet inkludert i prosjektoppgaven deres. Av de 60 EVU-studentene på studiet, gav 16 samtykke 1, og 27 gav samtykke 2. Totalt gav 43 stykk sitt samtykke til at rapporten kunne benyttes til forskning, og 16 samtykket til å kunne bli spurt om et intervju. Her ble *utvelging ved selvseleksjon* benyttet som metode for utvalg, ved at

informantene først får info om studien og invitasjon til å delta, og de eventuelt selv melder seg frivillig til å delta (Grønmo, 2021).

### 3.4.1 Utvalg 1: rapporter

På bakgrunn av min interesse for resonnering og argumentasjon på ungdomsskolen, og med hensyn til studiens omfang, var det naturlig å fokusere på rapportene knyttet til undervisning på ungdomsskolen. Blant de 43 EVU-studentene som samtykket til deltakelse var det 25 stykk som underviste på ungdomstrinnet. Deltakerne i denne studien er altså en gruppe med 25 EVU-studenter som underviser på 8.-10. trinn som tar videreutdanning i matematikk ved Universitetet i Agder høsten 2020. Som et resultat av at emnet er nettbasert, underviser EVU-studentene ved skoler forskjellige steder i Norge.

### 3.4.2 Utvalg 2: intervju-informanter

Til intervjuene ble det gjennomført et videre utvalg på fem studenter, ut ifra de EVU-studentene som hadde valgt samtykkealternativ 1. Disse fem EVU-studentene ble valgt ut basert på innholdet i de anonymiserte rapportene. Kriteriet for utvelgelsen var evne til personlig og informert refleksjon og analyse i rapporten. Grunnlaget for denne utvalgsstrategien var å få informanter som kunne bidra med utfyllende informasjon utover det de hadde skrevet i rapporten.

Etter å ha valgt ut hvilke fem jeg skulle invitere til intervju, ble beslutningen videreformidlet til deres faglærer. Hun fungerte deretter som en mellomperson, og sendte forespørsel om intervju på mine vegne, ettersom at jeg da ikke visste hvem som stod bak rapportene. EVU-studentene fikk tilsendt informasjonsskriv med samtykkeskjema. Alle fem takket ja til intervju. Jeg fikk deretter kontaktinformasjonen fra deres faglærer, for å avtale nærmere hvor og når det skulle gjennomføres.

## 3.5 Rapporter

Rapportene hadde et omfang på ca. 1500 ord, med følgende innhold:

- **Innledning:** med en kort beskrivelse av forberedelse og gjennomføring av undervisningsøkt
- **Hoveddel:** med en grundig refleksjon over egne erfaringer med imaginære dialoger og matematisk argumentasjon. Hoveddelen i rapporten var tredelt:
  - I. Presentasjon av elevenes skriftlige dialog, identifikasjon av bevisnivå (ut ifra Balacheffs taksonomi) og begrunnelse av bevisnivå
  - II. Refleksjon over egne erfaringer med identifikasjon og begrunnelse av bevisnivå, med utgangspunkt i følgende tre åpne spørsmål:
    - Hvilke innsikter fikk du i elevens argumentasjon, begrunnelse og bevis i deres skriftlige dialoger, i forhold til Balacheffs teori om bevisnivåer i skolen?
    - Hvilke aspekter i forhold til Balacheffs teori om bevisnivåer i skolen var til hjelp eller nyttig for deg ved din identifikasjon og begrunnelse?
    - Hvilke aspekter i forhold til Balacheffs teori om bevisnivåer i skolen var utfordrende for deg ved din identifikasjon og begrunnelse?

III. Utfylt skjema med 13 påstander om erfaringer med bevisaktiviteten og taksonomien og vurdere graden av (u)enighet på en skala fra 0-10.

I hoveddel II reflekterte EVU-studentene over sine egne erfaringer med identifikasjon og begrunnelse av bevisnivå. Denne delen fremstår som mest sentralt i datamaterialet. Utsagnene presentert i resultatdelen er her fra.

## 3.6 Semi-strukturerte intervjuer

Den andre delen av datamaterialet ble innhentet gjennom semi-strukturerte intervjuer. Denne intervjuformen tillot meg som forsker å ha et «åpent sinn» i forhold til rammene rundt hva jeg ønsket å finne ut av (Bryman, 2012, s. 12). Da målet var å få innsikt i oppfatningene til EVU-studentene, ble det naturlig å tenke at dialogen i intervjuet burde styres av informantens interesse og refleksjoner, fordi «menneskers erfaringer og oppfatninger kommer best fram når informanten kan være med på å bestemme hva som tas opp i intervjuet» (Johannessen et al., 2010, s. 136). Tanken bak å benytte denne intervjuformen var altså for å få en samtaleform på intervjuet, og for at EVU-studentene skulle få stor frihet til å uttrykke seg om temaer som engasjerte dem.

### 3.6.1 Intervjuguide

I semistrukturert intervjuer benyttes «en intervjuguide med liste over tema som skal belyses i samtalen mellom intervjueren og respondenten, og spørsmålsformuleringene tilpasses til hver enkelt respondent» (Grønmo & Malt, 2020). Målet med intervjuene var blant annet å få utfyllende informasjon fra EVU-studentene om temaene de skrev om i rapporten.

Hovedsakelig skulle intervjuet bestå av oppfølgingsspørsmål, som kunne frembringe mer «inngående og detaljert informasjon» (Postholm, 2005, s. 70). Jeg utformet derfor først en generell intervjuguide for intervjuene (se vedlegg 1). Intervjuguidene ble deretter tilpasset til hver enkelt ved å trekke frem enkelte sitater fra rapportene deres. De ble så oppmuntret til å komme med utdypende tanker og refleksjoner rundt temaene de hadde skrevet om. Dette ble benyttet som en måte å initiere til samtale, fremfor å stille konkrete spørsmål. Tanken bak dette var at EVU-studentene skulle få mest mulig frihet til å svare med egne ord og fortelle ut ifra deres egne oppfatninger.

### 3.6.2 Planlegging og gjennomføring

Tidspunkt for intervju ble avtalt over mail, og det ble avklart at de skulle gjennomføres på zoom. Jeg sendte deretter hver av EVU-studentene en invitasjon til zoom-møte på det avtalte tidspunktet. Det var viktig for meg å ha frihet til fullstendig tilstedeværelse i intervjuene. For å slippe å notere underveis valgte jeg derfor å dokumentere intervjuene ved bruk av opptaksfunksjonen i zoom, etter å ha avklart med EVU-studentene om at dette var greit for dem. Som en back-up tok jeg også opptak på mobilen, etter bekreftelse fra EVU-studentene.

Dalen (2004) påpekte at det viktigste som intervjuer er å lytte og å «vise genuin interesse for det informanten forteller» (s. 37), gjennom kommentarer og respons på det de forteller om. I intervjuene forsøkte jeg å finne en balanse mellom dette og med å ikke være for anerkjennende til deres utsagn, for å unngå å virke bekreftende eller avkreftende om det de fortalte. Dalen understreket nemlig også at man som forsker bør forsøke å holde egne oppfatninger og meninger utenfor.

### 3.7 Dataanalyse

En analyse av datamaterialet innebærer «å ta kodede opplysninger ut av den helheten den inngår i, for så å bygge opp en ny og forskerkonstruert kunnskap om et fenomen» (Johannessen et al., 2010, s. 231). Det dreier seg om å velge ut enkelte deler av datamaterialet, og å finne best mulig måte å presentere denne dataen på for å få belyse de fenomenene man undersøker (Postholm, 2005, s. 53). For å redusere datamaterialet, med hensikt om å gjøre det oversiktlig og forståelig, kan man kode og kategorisere det. Dette kalles gjerne en *deskriptiv analyse* (Postholm, 2005s. 91). I denne studien ble en slik type analyse gjort, både av rapporter og av transkriberte intervjuer. I de neste avsnittene skal jeg beskrive prosessen med koding og kategorisering av datamaterialet.

Jeg startet med å lese gjennom alle 25 rapportene, og markerte ut sitater jeg fant interessante. I denne prosessen fikk jeg et inntrykk av temaer som gikk igjen i EVU-studentenes refleksjoner. Jeg begynte å utforme en liste med temaer og fylte på dem etter hvert som jeg identifiserte dem. Dette utviklet seg med andre ord til å bli en søken etter underliggende temaer i datamaterialet. Denne prosessen er kjent som en *kvalitativ innholdsanalyse*, og er den mest utbredte formen for analyse av dokumenter innenfor kvalitativ forskning (Brymanm 2012, s. 557). Analysen er et kontinuerlig arbeid, og avsluttes egentlig ikke før forskningsprosjektet er ferdig (Dalen, 2004; Postholm 2005;). Min analyseprosess fortsatte gjennom intervjuene og transkriberingen av dem. Her dannet jeg meg et inntrykk av EVU-studentenes oppfatninger. Etter å ha gjennomført og transkribert intervjuene, lest gjennom transkriptene gjentatte ganger, og markert ut interessante sitater, ble det veldig tydelig at EVU-studentene fokuserte på hvordan aspekter ved analysen hadde vært nyttig for dem på forskjellige måter.

Gjennom flere omganger fortsatte jeg å lese og å markere ut utsagn i rapportene og transkriptene. Da jeg begynte å få et klarere bilde på hva EVU-studentene oppfattet som nyttig, lagde jeg noen kategorier basert på temaene identifisert i det totale datamaterialet. Jeg gav hver av kategoriene en fargekode, slik at jeg kunne sortere sitater fra rapportene og utsagn fra transkriptene etter disse fargekodene. Jeg lagde så en tabell i Word, med en kolonne til hver kategori. Her limte jeg inn EVU-studentenes utsagn i radene nedover. Da jeg jobbet meg gjennom datasettet for å plassere utsagnene inn i tabellen, så jeg at jeg trengte noen flere kategorier. Jeg innså at kategoriene jeg hadde på dette tidspunktet ikke var helt tilstrekkelig for å få frem de viktigste aspektene ved EVU-studentenes oppfattelser. Jeg fortsatte da å gjennomgå datasettet flere ganger, for å finne frem til mer dekkende kategorier. Etter hvert begynte jeg å innse at flere av kategoriene jeg identifiserte var underkategorier av noen overordnede kategorier, altså *kjernekatteogorier*. Jeg endte opp med å sortere de forskjellige underkategoriene etter de tre identifiserte kjernekategoriene. Da jeg følte at jeg hadde funnet frem til dekkende underkategorier gikk jeg gjennom og sorterte datasettet igjen med nye fargekoder. Dette var for å sørge for at jeg hadde fått med alt viktig innhold fra datamaterialet. I kapittel 4 presenterer jeg resultatet av analysen jeg har beskrevet i denne delen.

## 3.8 Forskningskvalitet

Det paradigmet studien er gjennomført innenfor vil legge føringer for hvordan man bør vurdere kvaliteten på forskningen (Wardekker, 2000, s. 259). Begrepene *pålitelighet*, *troverdighet*, *overførbarhet* og *bekreftbarhet* er fire foreslåtte kriterier som utgangspunkt for å måle kvaliteten på kvalitativ forskning (Guba og Lincoln, 1985, 1989; oversatt av Johannessen et al., 2010, s. 229-230). I den påfølgende delen skal jeg utforske innholdet i disse begrepene, og basert på disse beskrive hvordan jeg som kvalitativ forsker har gått frem for å sikre studiens kvalitet.

### 3.8.1 Pålitelighet

Bryman (2012) trekker parallell mellom pålitelighet og reliabilitet. Han understreket at reliabilitet dreier seg om i hvilken grad det er mulig å gjenskape den samme studien (s. 46). Dette er noe utfordrende innen kvalitativ forskning, da funnene ofte er veldig kontekststøtthengige og det vil være vanskelig for en annen forsker å kopiere akkurat den samme forskningen (Johannessen et al., 2010, s. 229). Det er umulig å «fryse» en sosial setting og omstendighetene for å gjøre studien «replikerbar» (s. 229). Postholm (2005) understreket at kontekstuelle funn likevel kan være til nytte, ved at det kan ha overføringsverdi til andre lignende settinger. En god dokumentasjon og synliggjøring av forskningsprosessen styrker dermed påliteligheten til forskningen (Postholm, 2005, s. 131). I metodekapittelet har jeg gitt grundige beskrivelser av alt som har blitt gjort. I ettertid kan det være vanskelig å huske alle detaljene. Det at jeg for min egen del valgte å skrive forskningslogg, var til hjelp når jeg skulle presentere stadiene og valgene som ble tatt. Dette førte også til økt bevissthet rundt valgene jeg tok.

### 3.8.2 Troverdighet

Troverdighet dreier seg om hvor troverdige funnene i en undersøkelse er (Bryman, 2012, s. 49). Det eksisterer en mulighet for at dataene denne i undersøkelsen har blitt påvirket av det faktum at rapportene ble innsamlet i tilknytning til en vurderingssituasjon. Faren er at EVU-studentene kan ha skrevet ting ut ifra hva de har tenkt at foreleseren ønsket å lese. Dette er en utfordring jeg var klar over fra start. Her er det viktig å understreke at EVU-studentene ikke skulle gis karakter. Rapportene skulle kun vurderes til godkjent/ikke godkjent. Det at rapportene ikke står alene som datamateriale, er også et viktig poeng her, da ulike kilder som understøtter og bekrefter hverandre vil styrke både påliteligheten og troverdigheten på arbeidet (Postholm & Jacobsen, 2016, s. 130). Jeg har benyttet både rapporter og intervjuer som metoder for datainnsamling. Det å benytte flere datainnsamlingsstrategier er en måte å styrke troverdigheten til funnene (Postholm, 2005, s. 132). Dette er en form for triangulering, noe som ofte blir benyttet innenfor kvalitativ forskning for å sikre forskningskvaliteten (Postholm, 2005, s. 84). Det å trekke datainnsamlingen bort fra studiesammenheng kan også muligens ha vært positivt med tanke på troverdigheten i datamaterialet. Her fikk EVU-studentene mulighet til å ytre seg mer fritt, uten å tenke på at det de sa ville påvirke deres vurdering i kurset. Det er også viktig å trekke frem det faktum at jeg som masterstudent er likestilt med EVU-studentene, i form av at begge parter er studenter. Dette kan gjerne ha bidratt til at EVU-studentene turte å være mer åpne i deres uttalelser. Det faktum at jeg selv er student er også positivt med tanke på at en del av forskningsarbeidet innebærer å ta forskningsdeltakernes perspektiv (se 3.2). Det at jeg selv har perspektiv som student kan jo bidra til å gjøre mine fortolkninger mer troverdige, ved at jeg forstår situasjonen de er i.



*Member-checking* er også noe som kan styrke troverdigheten til funnene i en studie (Lincoln & Guba, 1985; Merriam, 1998; Stake, 1995). Dette innebærer at forskeren «ber deltakerne uttale seg om de kjenner seg igjen i beskrivelsene, analysene og tolkningene» som har blitt gjort (Postholm & Jacobsen, 2016, s. 130). Det kan argumenteres for at intervjuene i denne studien fungerte som en form for *member-checking*, da disse hovedsakelig bestod av oppfølgingsspørsmål. Postholm (2005) peker nemlig på at slike spørsmål kan være en form for *oppklarings spørsmål* som bidrar til å sjekke om man har forstått deltakeren riktig (s. 81). I intervjuene fikk EVU-studentene muligheten til å fortelle utfyllende rundt sine sitater og komme med tilleggsinformasjon. På denne måten kunne de rettlede meg dersom jeg hadde tolket deres sitater fra rapportene feil, og dermed fungerte intervjuene som en sjekk på at jeg hadde forstått dem riktig.

### 3.8.3 Overførbarhet

De grundige beskrivelsene av gjennomførelse og funn, vil forhåpentligvis også styrke undersøkelsens *overførbarhet*. Dette dreier seg om hvorvidt resultatene fra forskningsprosjektet kan overføres til lignende situasjoner (Johannessen et al., 2010, s. 230). Det handler om hvorvidt beskrivelsene, fortolkningene og forklaringene som presenteres kan være nyttige på andre områder enn akkurat det området som studeres. Dette er altså snakk om å legge til rette for *naturalistisk generalisering* (Postholm, 2005, s. 131). Det at jeg har gitt utfyllende beskrivelser av setting, gjennomførelse, og funn, åpner opp for at leseren kan kjenne igjen sin egen situasjon. Videre er det opp til mottakeren å vurdere nytteverdien av informasjonen som blir tilgjengeliggjort gjennom presentasjonen av funnene (Dalen, 2004; Postholm, 2004).

### 3.8.4 Bekreftbarhet

Enkelte forskere trekker paralleller mellom bekreftbarhet og objektivitetskriteriet i kvantitativ forskning (Johannessen et al., 2010, Bryman, 2012). Ifølge Postholm (2005) derimot er ikke objektivitet et formålstjenlig begrep i kvalitative studier. Hun påpekte at «en kvalitativ forsker innser at forskningen er verdiladet» (s. 128). Det handler om å anerkjenne at man som forsker ikke kan være fullstendig objektiv. Hun påpekte at forskeren heller bør forsøke å synliggjøre sin egen subjektivitet, og vise leseren hvilket perspektiv man entrer forskningen med. Dette er viktig, da «forskeren er det viktigste forskningsinstrumentet i kvalitativ forskning» (Postholm, 2005, s. 127). Dette er grunnen til at jeg valgte å beskrive min nysgjerrighet og interesse for temaet, som utgangspunkt for studiens fokus (se kap. 1.2). Ved å synliggjøre min subjektivitet som forsker, kan leseren få innsyn i perspektivet jeg entrer forskningen med, og betrakte tolkningene i lys av mitt ståsted.

Ifølge Johannessen et al. (2010) kan man også sikre studiens bekreftbarhet gjennom å ha et kritisk blikk på studiens gjennomførelse (s. 231). Dette handler om å kommentere og vurdere hvorvidt tidligere erfaringer, oppfatninger, tilnærminger og metoder vil ha hatt innvirkning på fortolkningen og resultatene. Dette er noe av grunnlaget for at jeg i avslutningen (kap. 6.2) har et kritisk blikk på forskningsprosessen og resultatene. Ifølge Johannessen et al. (2010) kan også bekreftbarheten sikres ved at man sjekker om fortolkningen støttes av informantene i undersøkelsen (s. 231). Som fremhevet i kapittel 3.8.2, kan intervjuene ha fungert som en måte å sjekke om jeg hadde forstått informantene riktig.

### 3.9 Etske betraktninger

Bryman (2012) viste til fire etiske prinsipper som det er vanlig å ta hensyn til i samfunnsvitenskapelig forskning, nemlig at (1) EVU-studentene ikke skal bli utsatt for skade, (2) det skal være informert samtykke, (3) EVU-studentenes privatliv skal respekteres og ivaretas, og (4) det må være åpenhet og ærlighet rundt hva man forsker på (s. 135). Det første prinsippet er ivaretatt, da deltakelse i denne studien innebærer svært liten risiko for skade, verken psykisk eller fysisk. Det er dermed tvilsomt at studieobjektene har opplevd å bli utsatt for noen form for skade.

Det andre prinsippet ble også ivaretatt. I forkant av studien fikk EVU-studentene informasjon om undersøkelsen og tilbud om å samtykke til at rapporten kunne brukes som datamateriale. Det ble også utformet et eget informasjonsskriv (se vedlegg 2), etter mal fra NSD, med detaljerte opplysninger rundt studien. De fikk informasjon om studiens formål, hvem som er ansvarlig for prosjektet, hvorfor de fikk forespørsel om å delta, hva deltakelse ville innebære, forsikring om at deltakelse var helt frivillig, om informantens personvern og rettigheter, og om hvordan opplysningene om informanten ville håndteres etter endt forskningsprosjekt. I skrivet var det en samtykkeerklæring (vedlegg 3) som EVU-studentene måtte skrive under på, hvor de samtykket til at opplysningene om dem kunne behandles fram til prosjektslutt. Informasjonsskrivet inneholdt også kontaktinformasjon slik at det var åpent for EVU-studentene å ta kontakt dersom de skulle lure på noe. Det er også viktig å få frem, at jeg innledet intervjuene med å presisere at deltakelse var helt frivillig, og at EVU-studentene når som helst kunne velge å trekke seg uten at det ville medføre noen negative konsekvenser for dem.

Dette masterprosjektet ble vurdert av NSD (Norsk senter for forskningsdata) til å være i samsvar med personvernlovgivningen, og ble dermed godkjent (vedlegg 4). Når det kommer til respekt og ivaretagelse av privatliv er det viktig å påpeke at all informasjon innhentet fra EVU-studentene er faglig og profesjonell. Det er ingen spørsmål i intervjuene knyttet til deres private liv. Det er også slik at alle rapportene ble anonymisert før jeg fikk tilgang til dem. Først etter at de fem utvalgte EVU-studentene hadde bekreftet samtykke til intervju med meg, fikk jeg kontaktinformasjonen deres. Det er kun deres faglærere i emnet MA-922 og mine veiledere som kjenner til deres ekte navn og identitet, og i presentasjon av resultatene har jeg gjort to tiltak for å bestrebe anonymitet: For det første valgte jeg å gi EVU-studentene fiktive navn, slik at de ikke vil kunne gjenkjennes i en eventuell publikasjon. De blir derfor benevnt som Jens, Oda, Svein, Per og Einar. Det andre tiltaket var å transkribere alt til bokmål, for å sørge for at EVU-studentene ikke kunne gjenkjennes gjennom dialekten. Det er også viktig å nevne at alle lydopptak og råmateriale vil slettes ved prosjektets slutt, i henhold til NSDs retningslinjer.

Det siste prinsippet innebærer åpenhet og ærlighet rundt hva det forskes på, og det er i stor grad ivaretatt gjennom informasjonsskrivet med tilhørende samtykkeskjema. Man kan likevel møte på noen utfordringer knyttet til dette i kvalitative studier. Slike studier har ofte en *induktiv* tilnærming, og innebærer derfor en viss form for fleksibilitet og endringer underveis prosessen (Dalen, 2004; Postholm, 2005). Som regel har forskeren noen undersøkelsesspørsmål klar på forhånd, men er bevisst på at disse gjerne vil endres og omformuleres underveis (Postholm, 2005, s. 36). Dalen (2004) understreket at det er opp til forskeren å vurdere hvorvidt det er behov for å utforme ny samtykkeerklæring (s. 112). Dette er noe jeg reflekterte over både underveis i prosessen, og nå i etterkant. Jeg valgte å innhente nytt samtykke da jeg skulle intervju EVU-studentene, for å informere dem om at studien

ville omhandle deres utbytte av å analysere egne elevers resonnement og argumentasjon (se vedlegg). EVU-studentene har altså ikke hadde blitt villedet til å tro at forskningen dreier seg om noe annet enn det den faktisk gjør.

## 4. Resultater

I denne delen av oppgaven presenteres resultatene jeg har kommet frem til. Analysearbeidet beskrevet i metodekapittelet innebar en kodeprosess, hvor jeg kategoriserte datamaterialet. Kategoriene ble utarbeidet med hensikt om å besvare forskningsspørsmålet:

*Hva oppfatter EVU-studenter som nyttig ved å foreta en analyse av egne elevers skriftlige resonnement og argumentasjon?*

Gjennom kodeprosessen endte jeg opp med følgende tre kjernekategori av nytte: *for å få innsikt i elevenes forutsetninger, for tilrettelegging av undervisning, og for deres egen faglig utvikling*. For at funnene skal komme tydelig frem strukturerer jeg kapittelet etter disse tre kjernekategoriene, i den gitte rekkefølgen. Disse utgjør da tre delkapitler, som er videre delt inn og strukturert etter underkapitler basert på de identifiserte underkategoriene.

I dette kapittelet presenteres oppfatningene til de fem utvalgte EVU-studentene med pseudonymene Jens, Oda, Svein, Per og Einar. Her trekkes det frem sitater fra rapportene og utsagn fra intervjuene i tilknytning til hver av de tre kjernekategoriene og de tilhørende underkategoriene. Målet med dette er å gi EVU-studentene en tydelig stemme gjennom å løfte frem og gjengi deres egne ord. Samtidig vil jeg utfylle med egne ord for å få frem konteksten rundt de respektive utsagnene.

### 4.1 Innsikt i elevers forutsetninger

EVU-studentene oppfattet analysen som nyttig for å få innsikt i forskjellige aspekter ved elevenes forutsetninger. Underkategoriene identifisert innenfor denne kjernekategori er innsikt i elevenes: *argumentasjonsstrategier* (kap. 4.3.1), *bruk av tegninger, figurer og illustrasjoner* (kap. 4.3.2), *tidligere erfaring* (kap. 4.3.3), *matematiske forståelse* (kap. 4.3.4) og *språklige forutsetninger* (kap. 4.3.5).

#### 4.1.1 Argumentasjonsstrategier

Om hvordan elevene gikk frem for å argumentere skrev Jens: «Elevene testet et par tallrekker som medførte treff i forhold til hva de søkte etter». Han skrev også følgende i rapporten om elevenes argumentasjon: «Elevene konkluderer ut ifra ett eksempel, det er utviklet og ikke sikkert» og «Tross mangler av tall, så argumenterer elevene og konkluderer ut ifra et eksempel». Han fortsatte med å beskrive sin oppfattelse av dette: «Slik jeg tolker det opplever elevene at eksempelet verifiserer ideen, eller teorien de har, og de opplever således at de kom i mål». Dette indikerer at analysen var nyttig, ved at han fikk innsikt i elevenes argumentasjonsform.

I rapporten skrev også Oda at hun opplevde å få «innsikt i hvordan de jobbet for å argumentere og begrunne hypotesen». Hun oppsummerte generelt om hvordan elevene gikk frem for å argumentere: «De fleste valgte å teste ut hypotesen for flere og eventuelt høye tall, eller å fortsette med pyramidetegningene fra startdialogen». Hun skrev følgende om de skriftlige innleveringene: «Flere av dialogene ble dessverre korte og mangelfulle, og mange slo seg til ro med at de hadde funnet en oppskrift, uten noe ønske om å teste ut eller bevise/begrunne videre».

Svein skrev at han kunne se at elevene begynte å tenke generisk: «Tegningene nederst på startdialog-arket viser at gruppen nå begynner å tenke generisk, men fundert på konkrete». Han gav også uttrykk for at han kunne se hvordan de resonnerer: «De oppdager at pyramiden kan brytes om til kvadrater, og, selv om de bare gir ett eksempel, konkluderer de med at dette ‘funger hver gang’ uten at de trenger å legge til noen ‘brikker’». Han så noe lignende hos en annen gruppe: «I den nederste figuren, hvor de gjør pyramiden om til et kvadrat, viser de også at de tenker generisk: Fokuset er ikke på eksempelet – det virker tilfeldig valgt – men på hvordan resultatet blir et kvadrat som kan uttrykkes som». Han fortalte at han kunne se hvordan de tenkte: «Skriblingen på startdialog-arket gir en pekepinn på hva de mener: De ser hvert nivå som en kjerne som blir kledd et nytt skall av kvadrater».

Per skrev i rapporten at han erfarte at alle elevene hadde en noenlunde lik prosedyre. Elevene hans gjorde først en enkel utprøving om hypotesen stemmer, for så å prøve ut med enda høyere oddetall. Han skrev at elevene så bevegde seg over på det generelle når de så at det kunne uttrykkes generelt som et oddetall opphøyet i annen. Per skrev følgende om alle gruppens arbeider: «De har benyttet et generaliserbart talleksempel og argumentasjonen lar seg bruke på et hvilket som helst tall  $x$ . Elevene har generalisert, men har ikke et formelt korrekt matematisk bevis». I intervjuet fortalte han følgende om hvordan elevene gikk frem: «De jobber ut ifra sånn som de er trent opp til da for å si det sånn. Altså det å finne et system, og kanskje ende opp med en formel for  $n$ , da er de i mål, det er det de har blitt lært opp til».

Einar skrev følgende om elevenes arbeid: «Alle gruppene fant løsningen på oppgaven som figurtall/kvadrattall. Elevene i klassen har trolig lagt seg til en uvane med å identifisere tall og forsøke å finne en regneoperasjon som lar seg utføre». Han fortsatte videre: «Elevene klarer å komme frem til hvordan oppgavene skal løses, men de klarer ikke å argumentere for eller forklare hvorfor de alltid kan gjøre slik». Han skrev følgende om de skriftlige arbeidene til elevene: «(..) ingen av dialogene hadde forklaringer til hvorfor funnene gjelder for alle tilfeller. De stoppet rett og slett opp, og dette kan henge sammen med at de føler enkeltteksempler som tabeller og generelle uttrykk gjelder som bevis». I intervjuet utdypet han seg om dette: «Når de har funnet at denne formelen fungerer, og så har de testet den, så er det ikke så mye mer de kan finne ut, ifølge dem selv». Han fortalte videre: «Elevene sin oppfattelse er jo at de har nådd et bevis så lenge de har funnet det formelle uttrykket». Einar konkluderte på følgende måte om elevenes evner til å arg: «Elevene mine er nok ennå ikke innforstått med hva argumentasjon innebærer. Dette gjenspeiles i at ingen nådde nivå 3 eller 4. Den største utfordringen ligger i elevenes evne til å hevde generalitet og begrunne den».

#### 4.1.2 Bruk av tegninger, figurer og illustrasjoner

Når det kommer til begrensninger for elevene er det flere av EVU-studentene som peker på at elevene virker å ha lite erfaring med å benytte tegninger, figurer og illustrasjoner for å argumentere. Per skriver i rapporten at «Det å benytte figurer i matematisk argumentasjon har det vært lite av underveis i matematikkundervisningen. Det ser man i dialogene som er presentert». Han skrev videre: «Ingen av gruppene i klassen brukte tegninger videre i sin argumentasjon, selv om jeg forsøkte å veilede dem i den retningen». Han påpekte at elevene gav uttrykk for at det var uvant: «Mange i klassen syntes det var uvant å skulle finne argumenter og ga uttrykk for at de ikke skjønnte hvordan de kunne bruke tegningene videre annet enn å tegne tilsvarende trapper for større oddetall». I intervjuet forklarte Per at «det de har lært i forhold til å bruke figurer er jo mer sånn type illustrasjoner, og hjelp underveis på en måte, for å finne en løsning, og ikke det at de skal bygge om på en sånn figur, og bruke det videre, det har de på en måte ikke vært borte i det hele tatt». Han konkluderte slik: «Hadde vi jobbet mer med argumentasjon i matematikkundervisningen i tidligere skoleår og vist ulike

eksempler, ville trolig flere hatt med illustrasjoner og omformet disse videre i sin argumentasjon».

Dette er også noe som Oda peker på: «De trenger nok mer øving i å bruke illustrasjoner for å generalisere matematiske problem». Hun forteller mer utfyllende i intervjuet: «Det virket helt nytt for dem på en måte å skulle bruke illustrasjoner eller tegninger for å på en måte begrunne da. De aller fleste holdt bare på med å plusse sammen og så fant de ut at det stemte, og brukte på en måte tallene da. Og de som begynte å illustrere littegrann kom seg veldig kort med det da. De bare tegnet de samme pyramidene nedover, og det var ingen som tenkte at man kunne flytte disse klossene for å skape noe annet da. Og det var på en måte helt fremmed for absolutt alle da. Så jeg tror den type øving, det tror jeg er noe de aldri har gjort før, og det virket hvert fall som at det var helt, helt ukjent for de da, at de kunne bruke, på en måte flytte på de klossene da, for å generalisere. De var på en måte låst seg litt fast i de her tallene, og da ble det på en måte så og si umulig å komme seg til høyere enn nivå to da, i bevisnivåene. Da kommer man seg ikke til generaliseringen da. Så det tror jeg nok - det var litt sånn øyeåpner for min del da, at dette er noe de kan veldig lite om. De er ikke vant til å tenke på den måten da. Å skulle bruke illustrasjoner til å forklare».

#### 4.1.3 Tidligere erfaring

I rapporten skrev Einar at han kunne se at elevene ikke var vant til å måtte argumentere generelt: «De finner derfor det generelle uttrykket som løsning, og viser hvordan oppgaven kan løses, men er ikke vant til å argumentere hvorfor dette gjelder for alle tilfeller». Han fortalte at han ble interessert i å finne ut noe mer om bakgrunnen og forutsetningene til elevene sine: «Og jeg har jo på grunn av dette – hadde jo aldri undersøkt det hvis ikke, så jeg er jo glad for det – men jeg undersøkte veldig grundig da, hvordan undervisning og vurdering av elevene har vært. Opp til nå da. Og jeg har snakket med barneskolelærerne, og det er veldig resultatorientert. Altså, det er innøving, algoritme, svar. Innøving, algoritme, svar».

Oda fortalte noe lignende om sine elever: «De er såpass vant til å få en oppgave, skrive et svar. Ferdig. På en måte». Hun utdypet videre: «De virket veldig lite interessert i det her å skulle bevise ting da. Noen av de iallefall. Så det var litt sånn frustrerende. Jeg tror de har jobba veldig lite med bevis før. Jeg er ikke mattelærer i den klassen, og har ikke vært mattelærer før da. Så jeg tror på en måte det er noe som er litt nytt som de ikke har vært så mye borti».

I intervjuet pekte Per på at han kunne se at elevene hadde lite erfaring med matematisk argumentasjon fra tidligere: «Hvis jeg hadde liksom trimmet dem med det fra åttende klasse av, eller fra niende klasse for den saks skyld, så tror jeg mange flere hadde kommet mye lengre, på en måte. Og da tipper jeg også noen hadde klart å komme i mål i forhold til en generalisering ut ifra tegning også. Men i og med at vi aldri har gjort det, så er det på en måte en ting du ikke tenker ut selv da». Dette indikerer at EVU-studentene oppfattet analysearbeidet som nyttig for å bli bevisst på deres tidligere undervisning, og elevenes manglende erfaring i å argumentere.

#### 4.1.4 Matematisk forståelse

I rapporten uttrykte Oda eksplisitt at hun opplevde å få innsikt i elevenes forståelse i det matematiske forståelse: «Elevenes skriftlige dialoger ga meg innsikt i elevenes forståelse (eventuelt manglende forståelse) for det matematiske problemet». I intervjuet utdypet hun om dette: «Ja, når jeg så at de begynte å skrive da, så fikk jeg jo litt for meg hvem som hadde forstått hva det var meningen at de skulle gjøre dem og hva de prøvde å bevise». Videre fortalte hun: «Så når de begynte å skrive, så så jeg med en gang at disse har forstått hva som skal bevises, på en måte, og på en måte hvordan en kan gå frem og hvordan en kan fortsette på dialogen. Og så var det andre som kanskje ikke helt forstod hva problemet var da, skulle jeg til å si, og eventuelt hvor de kunne gå videre da. Så noen trengte en del veiledning og tips da, på hvordan de kunne argumentere». Det kan virke som at Oda opplevde at en del av analysearbeidet startet allerede i klasserommet, da hun gikk rundt å se elevene skrive.

Jens skrev også veldig tydelig at han opplevde å få innsikt i elevenes matematiske forståelse: «Det å jobbe med Balacheffs teori om bevisnivåer har gitt meg bedre forståelse for hvorvidt elevene faktisk har oppnådd relasjonsforståelse til matematikkområdet». Han utdypet videre i intervjuet om hvordan han oppfattet det som nyttig: «Balacheffs taksonomi hjelper meg, slik jeg ser det, å avdekke om elevene har oppnådd relasjonsforståelse til matematikkområdet. Det vil si om de virkelig har forstått det, eller om de gjennomfører reproduksjon, ubevisst plagiat». Han fortalte videre: «For slik jeg har skjønt, og sånn som jeg opplever at det her hjelper meg er hvis jeg klarer å hjelpe eleven til å bygge opp bevisrekka si, så vil vi vite om eleven faktisk har forstått fagområdet. At det er en direkte sammenheng der da, mellom bevisførsel og faglig forståelse. Og det er der jeg mener at denne, at jeg har blitt bevisst da, på denne teorien til Balacheff, at det har hjulpet meg med det, sånn at ergo så hjelper det meg å forstå om eleven har forstått».

Det at Einar fikk kontroll på at elevene hadde forstått oppgaven, kom frem i følgende utsagn: «Elevene har kommet langt, og på mange måter forstått oppgaven». Også Svein pekte på at han kunne se mye av elevens forståelse i det skriftlige arbeidet: «Det ligger også mye forståelse mellom linjene. For eksempel: Elevene trekker inn gjennomsnitt». Han understreket videre: «De uttrykker seg tidvis upresist (...), men forståelsen er likevel tydelig». Dette tyder på at både Einar og Svein synes det var nyttig for å få innsikt i elevenes forståelse av matematikken involvert i oppgaven.

#### 4.1.5 Språklige forutsetninger

Svein pekte på at han så at elevene prøvde å uttrykke seg matematisk, men ble noe hindret av språket: «Selv om elevene har vanskeligheter med å uttrykke seg presist, er det tydelig at det er selve matematikken de tevler med, og de baserer seg bare i begrenset grad på konkrete». Han hadde et lignende utsagn senere: «I tillegg mangler de begreper for å kunne uttrykke seg med presisjon.» Det tyder på at han ser at de mangler noe ferdighetene når det kommer til å kommunisere matematisk. I intervjuet fortalte også Svein at han blir klar over at elevene til tider mangler språk til å uttrykke sin forståelse: «Det var jo litt stilig, for det her var jo en elev som helt åpenbart har veldig sterke matematiske evner, men mangler i veldig stor grad evne til å jobbe abstrakt, eller, jobbe med matematikk uten å binde seg opp til grafisk representasjon, eller konkrete da. Men likevel så har han et påfallende fravær av begrep til å støtte opp om dette her». Han utdypet videre: «eleven pekte på at dette var noe som – dette kommer jo bare til å fortsette. Der var det jo et mønster da. Men det manglet jo som sagt på fagbegrepene».

Per skrev i rapporten: «To andre grupper i klassen kom ikke i mål med sin dialog. Her kan språklige utfordringer være årsaken». Han forteller i intervjuet at han ikke tok med disse dialogene bland de han presenterte i rapporten, nettopp på grunn av språklige utfordringer: «Jeg tok ikke med dem blant de dialogene som var presentert da, men jeg synes det var viktig å nevne det på en måte, fordi blant de elevene som vi har da så har vi jo en del fremmedspråklige elever også - og da er det helt klart, da blir jo språket en ganske så stor utfordring». Dette kan indikere at han opplevde analysearbeidet som nyttig for å få innsikt i hvordan det å argumentere var en særlig utfordring for fremmedspråklige elever, grunnet språklige forutsetninger.

## 4.2 Tilrettelegging av undervisning

Når det kommer til tilrettelegging av undervisning uttrykte EVU-studentene at analysen var nyttig for *veiledning* av elevene (kap. 4.2.1), det gav *inspirasjon* til undervisningen (kap. 4.2.2), og det økt bevisstheten rundt *formidling* i faget (kap. 4.2.3).

### 4.2.1 Veiledning

Jens skrev følgende i rapporten: «Så når jeg måtte identifisere og begrunne svarene til elevene, hjelper det meg i det *videre arbeidet* som lærer i klasserommet». Jens utypte i intervjuet om hvordan han mente det hjelper han som lærer: «Ja, eh, jeg har blitt mer bevisst på spørsmålsformuleringen, til elevene, sant». Han presiserte: «Det gir meg også et verktøy til å stille bedre spørsmål. Oppfølgingsspørsmål. Sant. Hvis det viser seg at eleven fortsatt leker innenfor det lille tallmaterialet som vi har, så kan jeg utfordre eleven på å løfte argumentasjonen, og bevisrekka til eleven». Dette tyder på at Jens anser analysen som nyttig for å se hvor elevene ligger, for å kunne stille elevene spørsmål som utfordrer dem til å argumentere videre.

I intervjuet uttrykte Oda at analysen var nyttig for å se hvordan elevene tenkte: «Så det var litt interessant da, når de måtte sette ord på det så så man litt hvordan de tenkte da». Hun utdypet om det samme temaet senere i intervjuet: «Og da er det kanskje lettere å skulle komme med en liten veiledning, for da skjønner du hva som skjer i hodet deres, og hvor de er på en måte. Tankemessig da». Hun fulgte opp med å si: «Det å kunne gi de litt sånn hint og tips da til veien videre. Når man har det litt mer konkret i ord da». I intervjuet fortalte hun også at hun ønsket å ta opp tråden med elevene: «Jeg kunne godt tenke meg å gå tilbake til - altså hatt elevene på nytt - og vist de hvordan det kan gjøres på en måte da, hvordan denne generaliseringen kan oppnås». Dette tyder på at hun opplevde analysen som nyttig for å kunne veilede elevene videre. Hun fortalte om hvordan hun kunne gått frem: «Altså gi de litt sånn, modellere litt for de da, hvordan denne type oppgaver kan løses og hvordan man kan begrunne. Altså hva som egentlig kreves og hva som er mulig. Og litt det her med verdien i å skulle bevise et problem da». Hun konkluderte slik: «Så jeg tror det trenger litt sånn god modellering og samtidig gjentatt øving, og litt mer forståelse for hvorfor det er viktig og hvordan man kan gjøre det da».

I rapporten foreslo Oda også å introdusere elevene for bevisnivåene til Balacheff: «Det hadde sannsynligvis vært nyttig å introdusere elevene for Balacheffs bevisnivåer for å skape dypere forståelse for hva som skal til for å ha et *solid* bevis». I intervjuet forklarte hun at dette kunne vært til hjelp for å motivere enkelte elever til å argumentere videre, ved å «vise hvor skalaen ligger» og hvilke kriterier man kan stille for et bevis. Hun formulerte seg slik: «For hvis ikke de vet helt hva som kreves eller hvordan et bevis kan være for å være gyldig så er det veldig



fort gjort å slå seg til ro med på en måte veldig lite, for da tenker de at da har vi gjort jobben. Men ved å få det litt mer skissert, så vet de litt kanskje hvilken vei de kan gå og hva som forventes da. På en litt mer konkret måte». Hun la til følgende: «Og ikke nødvendigvis at man skal nå opp til nivå fire, det er jo på en måte – har jeg forstått det sånn at det er ganske sjelden på grunnskolenivå – men på en måte kanskje det her å strekke seg til nivå tre da, som jeg tror mange kunne klart hvis de bare vet litt hva som på en måte forventes, og hva som kjennetegner de ulike bevisnivåene».

På samme måte som Oda, foreslo også Einar i intervjuet at han kunne vise elevene eksempler på hvordan de kunne argumentere: «så må jeg jo gi eleven, det har jeg jo lært etter hvert, at du må, må, du må gi ‘sånn skal det gjøres, her har du fasit’, ‘sånn kan det se ut’. Og det er det som er mangelfullt for mine elever. De har ikke sett dette før». Einar foreslo også at elevene kanskje hadde behov for å se eksempler på hvor empirien «svikter», og dermed overbevise dem om at det ikke holder å konkludere basert på noen enkelte eksempler: «Ja, og så er det det, den eneste måten å overbevise de om dette her er at de har nok kunnskap til at du kan ta den der typiske, klassiske – jeg husker den ikke akkurat nå – men ‘er alle primtall ...’ et eller annet. Og så fungerer det opp til et enormt antall primtall, og så plutselig når du kommer til et primtall som er sånn mange siffer stort, så funker det ikke. For første gang. Ikke sant. Du må så langt opp i det ekstreme for å bevise det – jeg husker ikke hvilket bevis det er. Men sant, altså du må liksom vise dem sånne ting, for at de skal forstå». Videre presiserte han følgende: «For at såpass unge mennesker skal kunne forstå at – hvor viktig et bevis er – at det er bunnsolid, at det er - at de må vite at for at et bevis er solid, så trenger de, ja, de trenger mange eksempler. De trenger gode eksempler på det». Dette kan tyde på at Einar oppfatter analysen som nyttig for å kunne veilede elevene, ettersom at han tydelig ser at de trenger eksempler på hvorfor argumentasjon ut ifra enkeltteksempler ikke er tilstrekkelig.

I tilknytning til innsikten Svein fikk i elevenes språklige forutsetninger (kap. 4.1.5), uttrykte han i intervjuet: «Så det har jo vist at dette er ting man må satse på, eller fokusere litt på fremover». Her refererte han til elevenes manglende begreper og språklige begrensninger. Dette tyder på at Svein oppfattet analysen som nyttig for å bli klar over hva de burde fokusere på i undervisningen fremover, og hvordan han kunne veilede elevene.

#### 4.2.2 Inspirasjon

Svein fortalte i intervjuet: «Men det er jo noe veldig nyttig prinsipp å ta med seg i alle fagene egentlig. At de lærer seg til å argumentere så vanntett som mulig for sine synspunkter. Å bare slenge ut et eller annet å si at, det er det. Eller bruke mer anekdotiske beviser som vi bruker veldig ofte. Det at en bare har et eksempel fra et eller annet, ‘ja, men det fungerte jo da’, men dermed så fungerer det for alle til enhver tid». Han fulgte opp med utsagnet: «Så det har vært nyttig! Det har jeg brukt. Argumentasjon har jeg tatt veldig mye mer inn i undervisningen, ja, i løpet av høsten». Dette tyder gjerne på at han synes det har vært nyttig for å få inspirasjon til å inkludere argumentasjon og bevis i undervisningen.

Einar uttrykte noe lignende i intervjuet: «Men jeg har veldig tro på dette her med at argumentasjon og bevis, at de kan gå litt lengre, og sette i gang den nysgjerrigheten. Det er det som vi har fått rom til å gjøre nå». I rapporten skrev han også følgende: «Bevis for argumentasjon av løsningene er derfor heller ikke vektlagt i stor grad på ungdomstrinnet, men det skader ikke å ha litt mer av det. Det er altså ikke for sent å lære ‘gamle’ hunder å gjø på nytt vis, men det er utfordrende å starte i 9. klasse, dersom en ikke prioriterer det». Dette kan tyde på at også Einar har fått øynene opp for argumentasjon og bevis, og ser at det ville vært lurt å bruke mer tid på arbeid med dette.

### 4.2.3 Formidling

I rapporten viste Jens til at analysen var nyttig for å bli bevisst på sin egen formidling i faget: «Dette prosjektet om Balacheffs teori om bevisførsel har bidratt til å hjelpe meg i å forstå hvordan jeg kan jobbe på en bedre måte for å formidle matematikk». I intervjuet forklarte han hvordan dette hjalp han: «Har jeg klart å uttrykke faget faktisk på en sånn måte at eleven faktisk forstår fagområdet, og ikke bare er i stand til å gjengi det jeg har sagt? Og det syntes jeg var interessant. Og det var godt å lære». Han la også til: «Og ikke bare interessant, men veldig nyttig. Så det som jeg egentlig fikk ut av det her først og fremst var jo et rent og godt praktisk verktøy, som gjør meg til en bedre matematikklærer». Dette tyder på at Jens oppfatter det som nyttig for å sjekke om han har forklart seg godt nok til eleven, ved å se hvordan eleven klarer å uttrykke seg på egenhånd.

Det kan virke som at også Einar også har blitt mer bevisst på egen formidling, basert på følgende uttalelse: «Du spurte meg tidligere om hva jeg tenker om å jobbe med bevis og argumentasjon med klassen min, så er det jo sånne ting jeg tenker over da. At de stiller for lite spørsmål. 'Men hvorfor fungerer det sånn som det'. Og kanskje jeg som lærer også gjør det». Han fortalte videre: «Og så har jeg reflektert veldig mye rundt dette nå, og funnet ut at før når jeg underviste i geometri så føler jeg at jeg har hatt så lite tid for hvert år, til å snakke om geometrien og utvide den, at vi har rushet på for å nå regelen, sånn at alle vet at det er fire pi tredjedeler som er volumet av en kule, istedenfor at de skal få lov å leke seg frem til, eksperimentere, tenke gjennom det».

## 4.3 Egen faglig utvikling

I forhold til deres faglige utvikling, pekte EVU-studentene på at arbeidet med analysen var nyttig for å lære om ulike *nivåer av bevis* (kap. 4.1.1) og bli bevisst på deres *egne forutsetninger* (kap. 4.1.2).

### 4.3.1 Nivåer av bevis

I intervjuet gav Svein uttrykk for at Balacheffs nivåer av bevis var nyttig, ved at han ble klar over at det eksisterer ulike nivåer av bevis: «Jeg vet ikke om jeg skal kalle det pedagogiske verktøy, men i hvert fall, det er noe av det som jeg sitter igjen med i fra dette som går på undervisningsmetodikk og vurderingsmetodikk, altså, den gav veldig god mening. Den festet meg med en gang. Jeg hadde aldri tenkt over dette med nivåer av vurdering – nivåer av bevis». Jens uttrykte noe lignende i intervjuet: «Denne her metoden hjelper meg på flere nivåer. Eller, ikke denne metoden, men denne teorien da. Det å være bevisst på det». Han uttrykker i rapporten at det har gitt han muligheten til å «faktisk forske på matematikk» i hans 9. klasse. Også Per nevnte noe lignende, i refleksjonen i rapporten: «Å identifisere og begrunne bevisnivå var nytt og uvant for meg. Det var til stor hjelp å ha satt seg inn i Balacheffs nivåer og kriterier for nivåene». Dette indikerer at disse EVU-studentene oppfattet analysen som nyttig for å bli kjent med Balacheffs teori om nivåer av bevis (kap. 2.2).

### 4.3.2 Egne forutsetninger

Da Oda skulle forberede seg til analysen oppdaget hun at hun selv også hadde utfordringer med å argumentere for påstanden. Hun ordla seg slik i intervjuet: «Selv når jeg fant den dialogen for første gang, så var det litt sånn 'hmm, hvordan i all verden skal jeg bevise dette her?' Det tok ganske lang tid før jeg kom på noe fornuftig selv. Men det har jo noe med å gjøre at jeg også er ganske ny for den her måten å tenke på da. Men som jeg på en måte har lært mer om dette halvåret som har vært da».

Svein uttrykte også noe lignende i intervjuet: «Jeg kjenner det med nivå fire, nivå fire argumentasjonen, det får jeg nesten ikke til selv en gang, fordi jeg er såpass avhengig av å se ting for meg. Å jobbe med konkrete». Han utdypet det slik: «Så når jeg skal henge metaforiske knagger på metaforiske knagger, eller, altså abstrakte knagger på abstrakte knagger, da faller det helt til jord altså. Sånn der gamle Post-it lapper veldig fort». Han benyttet her gamle Post-it lapper med dårlig klister som metafor, for å illustrere hvordan han opplever det å resonnerer abstrakt. Dette kan tyde på at også han har blitt mer bevisst på egne forutsetninger for å argumentere og bevise.

## 5. Diskusjon

Hensikten med resultatdelen av oppgaven var, gjennom sitater fra rapportene og utsagn fra intervjuene, å presentere EVU-studentens oppfatninger av hva som var nyttig ved arbeidet med analysen. Forskningsspørsmålet som ble stilt var:

*Hva oppfatter EVU-studenter som nyttig ved å foreta en analyse av egne elevers skriftlige resonnement og argumentasjon?*

I lys av den teoretiske rammen som er etablert, skal jeg nå trekke frem og diskutere noen viktige resultater. Målet med dette er å besvare forskningsspørsmålet, gjennom støtte i begrepsrammeverket og tidligere forskning. Det er viktig å understreke at tolkningene som blir gjort her gjøres basert på tolkningene jeg allerede har gjort gjennom analysen av datamaterialet. Jeg ønsker også å påpeke at teorien fungerer som en ramme for mine tolkninger. Selv om ikke alt som blir nevnt i teorikapitlet trekkes frem i diskusjonen, er dette likevel nyttig som bakgrunn for leseren for å få en helhetlig forståelse for det som diskuteres.

For å gjøre diskusjonen enkel å følge, velger jeg å følge samme struktur som i resultatdelen: *innsikt i elevenes forutsetninger, tilrettelegging for undervisning og egen faglig utvikling*. Jeg velger her å ikke dele de tre delkapitlene i underkapitler, da funnene vil være interessante i en større helhet. Diskusjonen vil derfor knytte sammen funn fra ulike underkapitler innenfor, og si hva det betyr i en større sammenheng.

### 5.1 Innsikt i elevenes forutsetninger

Elevene argumenterte og konkluderte basert på empiriske eksempler. Harel og Sowder (2007) fremhevet den subjektive opplevelsen av bevis. Balacheff (1988) påpekte at elever gjerne opplever at testing av empiriske eksempler holder som bevis, noe Harel og Sowder (2007) kalte empiriske bevisskjemaer. Jens tolkning var at elevene opplevde at «eksempelet verifiserer ideen» og at de hadde bevist påstanden gjennom å teste ut enkelte tall. For Oda virket det også å være tydelig at elevene opplevde hypotesen som bevist gjennom empirisk testing da de slo seg til ro med at de hadde funnet mønsteret, og dermed ikke følte noe behov for å argumentere videre. Også Einar uttrykte en slik bevissthet når han skrev at elevene «føler enkeltteksempler som tabeller og generelle uttrykk gjelder som bevis». EVU-studentenes tolkning var at elevene oppfattet empiriske argumentasjon som tilstrekkelig bevis. Hvorvidt elevene faktisk har empiriske bevisskjemaer er det ikke grunnlag for å konkludere med her, men EVU-studentenes oppfattelse var at de per definisjon hadde det. Analysen av elevenes resonnement og argumentasjon var altså nyttig for å gjøre elevenes empiriske bevisskjemaer synlige for læreren.

Enkelte elever begynte også å tenke generisk. Ifølge Balacheff (1988) fungerer det generiske eksemplet som et overgangsstadium hvor man gradvis løsriver seg fra eksemplene i retning mot det generelle, og på denne måten kan elevene bevege seg fra pragmatiske til konseptuelle bevis. I elevenes argumentasjon fikk Svein se elevenes oppdagelse av at de kunne omforme pyramiden til å bli et kvadrat, og at denne omformingen kunne gjøres med alle pyramidene. Han ser at elevene begynner å tenke mer generelt, men med utgangspunkt i et konkret eksempel. Analysen var på denne måten nyttig for å se at elevene hadde påbegynt overgangsprosessen fra pragmatiske til konseptuelle bevis.

Normene og forventningene i klasserommet ble synlige for læreren. G. Stylianides et al. (2013) påpekte viktigheten av at læreren er bevisst på klasseromskulturen som eksisterer. Balacheff (1999) understreket at den didaktiske kontrakten blir synlig når den brytes, noe som innebærer at de sosiale og sosiomatematiske normene blir synlige. Ifølge Per kom ikke elevene lengre i argumentasjonen enn utprøvingen av tall, fordi det var dette elevene hadde vært vant med fra tidligere undervisning. Han understreket at de jobbet slik som de hadde blitt lært opp til. Elevene hadde tidligere blitt utfordret til å utforske og lete etter system og mønster i tallene, men pleide ikke å gå noe lengre enn å finne frem til en formodning. Hvorvidt det som kommer til syne er sosiale eller sosiomatematiske normer kan være vanskelig å avgjøre med kun denne informasjonen, da det ifølge Yackel (2001) er et subtilt skille mellom disse. Dersom elevenes formodninger tidligere ble akseptert som tilstrekkelig matematisk forklaring, vil det tydelig være snakk om sosiomatematiske normer. Det er uansett tydelig at den didaktiske kontrakten ble synlig for Per, og at han dermed ble bevisst på de eksisterende normene i klasserommet. Således var analysen nyttig for å synliggjøre normene i klasserommet.

Elevene manglet erfaring i å argumentere ved bruk av tegninger, figurer og illustrasjoner. Ifølge Balacheff (1988) innebærer det generiske eksempel at man manipulerer et representativt eksempel med hensikt om å vise hvordan ideen gjelder generelt. A. Stylianides og Ball (2008) viste til at et viktig element av kunnskap for læreren kjennskap til hensiktsmessige representasjoner. Da generiske eksempler ifølge Reid og Vargas (2018) vil være en argumentasjonsform som er oppnåelig for alle elever, vil det være viktig for læreren å kjenne til hensiktsmessig representasjon for et generisk eksempel. Både Oda og Per fremhevet at illustrasjoner ville vært hensiktsmessige representasjonsformer for å få frem den generelle ideen gjennom et generisk bevis, i dette tilfellet. De påpekte at generaliseringen kunne oppnås ved å tegne en pyramide, for så å omstrukturere den ved å flytte på klossene. Oda påpekte at elevene var veldig opphengt i tallene, og ifølge henne ble det tilnærmet umulig å finne ut hvordan de kunne argumentere generelt. Hun mente det ble vanskelig for elevene å komme videre i argumentasjonen, uten særlig kjennskap til hvordan de kunne benyttet figurer for å argumentere. Her er det viktig å bemerke at et generisk eksempel også kunne vært numerisk. Ifølge Oda ville det kanskje vært enklere å se det generelle gjennom en visualisering ved bruk av illustrasjoner. Per påpekte at elevene hans hadde tidligere brukt figurer for å komme frem til formodninger, men ikke i sammenheng med å argumentere for hvorfor formodningen måtte være sann. Analysen var dermed nyttig for å oppdage elevenes manglende evne til å se tegninger av figurer som hensiktsmessige for å argumentere.

Elevenes møte med bevisaktiviteten førte til brudd med den didaktiske kontrakten. Ifølge A. Stylianides og Stylianides (2009b) kan læreren møte på utfordringer i forsøket på å engasjere elevene i bevisaktiviteter, dersom elevene ikke har erfaring med dette fra tidligere. Dette innebærer da en brytning med den didaktiske kontrakten. Oda opplevde at elevene var lite interesserte i å skulle bevise noe. Arbeidet med analysen var en «øyeåpner» for henne. Hun erfarte at mange av de skriftlige innleveringene var korte og mangelfulle. Hun påpekte at dette ikke var hennes klasse, men det ble synlig at dette var nytt for elevene og ikke noe de hadde holdt på med tidligere. Svein påpekte at han også ble bevisst på elevenes manglende erfaring fra tidligere. Som resultat av hans oppdagelse av at elevene ikke virket å være vant med å argumentere, undersøkte han hvordan undervisningen hadde vært med deres tidligere lærere. Han fikk da informasjon om at den tidligere undervisningen hadde vært veldig resultatorientert, med fokus på pugging, algoritmer og fasitsvar. Oda og Svein erfarte at

bevisaktiviteter ikke var i tråd med den tradisjonelle undervisningen elevene var vant med. Analysen var på denne måten nyttig for å erfare en brytning med den didaktiske kontrakten.

Elevene forsøkte å gjøre sine ideer eksplisitt gjennom språket. Som vi har sett, handler overgangsprosessen til konseptuelle bevis om å først klare å uttrykke ideene gjennom hverdagspråket, for så å gradvis opparbeide et mer formelt språk (Balacheff, 1988). Ifølge G. Stylianides (2009) kan et generisk eksempel være nyttig, da det tillater elevene å bevise en påstand selv når de mangler sofistikert matematisk språk til å uttrykke argumentasjonen. Gjennom analysen fikk Svein innsikt i at elevene prøvde å få frem sine tanker. Dette gjorde de gjennom tegninger og forsøk på å uttrykke hva de tenkte verbalt. Svein kunne se at elevene hadde et «påfallende fravær av begrep» til å kunne støtte seg på. Dermed var altså analysen nyttig for å se hvor elevene lå i prosessen med å gjøre ideene eksplisitt.

Fremmedspråklige elever slet med å uttrykke tankene sine. Ifølge Ball og Bass (2000) er språket helt essensielt for å kunne uttrykke sin matematiske forståelse. Ifølge A. Stylianides og Ball (2008) er det viktig at lærere er bevisste på hvor viktig språket er i matematisk argumentasjon. Per pekte på at det å argumentere ble spesielt utfordrende for fremmedspråklige elever, da manglet begreper for å kunne uttrykke seg. Han er tydelig bevisst på at det var en sammenheng mellom elevenes språklige begrensninger og at de fremmedspråklige elevene ikke lyktes i argumentasjonen. Følgelig var analysen nyttig for å synliggjøre språket som avgjørende for å kunne argumentere.

## 5.2 Tilrettelegging av undervisning

Innsiktene læreren fikk, la grunnlag for veiledning. Ifølge Harel og Sowder (2007) er lærerens oppgave å bygge videre på elevenes forståelse, basert på elevenes ståsted. Som vist til i forrige kapittel (5.1), ble elevenes empiriske beviskjema synliggjort for læreren. Jens oppdaget at elevene argumenterte empirisk og hans forslag til veiledning var å stille dem oppfølgingsspørsmål for å utfordre dem til å løfte argumentasjonen. Oda foreslo at hun kunne modellere for elevene og på den måten vise hvordan de kunne begrunne generelt. Også Einar mente elevene trengte å se noen eksempler på hvordan de kunne argumentere. Analysen var altså nyttig for å kunne bygge videre på elevenes forståelse.

Generaliseringen vil være oppnåelig for elevene. Reid og Vargas (2018) pekte på at det generiske eksempel er et verktøy som kan gjøre generalisering og produksjon av gyldige bevis oppnåelig for alle elevene. Hvis man betrakter dette i sammenheng med A. Stylianides (2007) sin definisjon av bevis, kan det generisk eksempel anses som en form for resonnering som er innen rekkevidde for elevene. Oda presiserer at målet er å hjelpe elevene å «strekke seg til nivå tre», da dette er noe hun tror mange kunne klart. Hun understreket at nivå fire, etter hennes forståelse ville sjeldent være oppnåelig på grunnskolenivå. Her er det tydelig en bevissthet om at det generiske eksempel ville være oppnåelig for elevene. På denne måten var analysen nyttig ved at Balacheffs bevisnivåer synliggjorde hva som var innen rekkevidde for elevene.

Elevene må overbevises om at eksempler ikke holder som bevis. Ifølge Martin og Harel (1989) vil oppfattelsen av empiriske argumenter som gyldige bevis gi elevene utfordringer i fremtiden, dersom det aldri blir utfordret. Ifølge G. Stylianides og Stylianides (2009a) er dette en misoppfatning. De viste til at læreren kunne tilrettelegge for en kognitiv konflikt for å imøtekomme dette. Einar foreslo nettopp dette, at han kunne vise elevene eksempler på hvor empirien «svikter», slik at de skjønner at det ikke er trygt å bare sjekke noen tall for å

konkludere om en påstand er sann eller ikke. Han understreket at elevene gjerne måtte få se mange gode eksempler på dette. Ifølge Einar ble det nødvendig å tilrettelegge for en kognitiv konflikt hos elevene, for å støtte dem i den videre utviklingen av forståelse for bevis. Analysen var altså nyttig for å bli klar over behovet for å tilrettelegge for at elevene skulle oppleve kognitive konflikter.

Elevene trenger mer øving for å bli vant til å argumentere. G. Stylianides et al. (2013) viste til at endring i klasseromskulturen vil ta tid, og at dette krever at læreren har bevissthet om dette og kunnskap om hvordan den kan endres. Hana (2013) viste til at elevenes idéer om hva som forventes av dem kunne utfordres gjennom endringer i undervisningsformen. Ifølge Oda trengte elevene «gjentatt øving» for å bli mer vant med bevisaktiviteter (se kap. 4.2.1). Per mente elevene måtte «trimmes» fra starten av ungdomsskolen, for å gjøre elevene mer vant med å argumentere (se kap. 4.1.3). Einar sammenligner det å gjøre elevene mottakelige for bevisaktiviteter med å «lære 'gamle' hunder å gjø på nytt vis». Han understreket at det er noe som må prioriteres hvis endring skal finne sted. Elevene hans hadde vært vant med en «tradisjonell» undervisning preget av «innøving, algoritme, svar», og han påpekte at det derfor ville være utfordrende å starte med å argumentere for sine løsninger så sent som i 9. klasse. Dette indikerer at EVU-studentene var bevisst på at klasseromskulturen må endres for at elevene skal bli mer mottakelige for bevisaktiviteter, og at dette ville ta tid. og for å gjøre dette må det skje en betydelig endring i undervisningen med større fokus på bevisaktiviteter. På denne måten var analysen nyttig for å synliggjøre behovet for å endre klasseromskulturen for å gjøre elevene mer mottakelige for bevisaktiviteter.

Læreren ble bevisst på at elevene hadde manglende begreper. Da konseptuelle bevis krever evne til å resonnerer deduktivt gjennom et formelt språk, er det nødvendig å utvikle språket i den retningen for å kunne løsrive seg gradvis fra eksemplene (Balacheff, 1988). Ifølge A. Stylianides og Ball (2008) er kunnskap om det språklige aspektet ved bevis viktig for læreren å ha. Svein fortalte at innsikten han fikk i elevenes manglende evner til å uttrykke seg gjorde han bevisst på at fokus fremover i undervisningen måtte være på utvikling av vokabular og språk. Han påpekte at målet var at elevene skulle klare å «uttrykke seg med presisjon». Svein var altså klar over hvilken retning han skulle føre elevene i, for å hjelpe dem videre mot produksjon av konseptuelle bevis. Analysen var dermed nyttig for å se behovet for tilrettelegging for språklig utvikling i undervisningen.

Erfaringene gav inspirasjon til å inkludere bevisaktiviteter i undervisningen. Ifølge A. Stylianides (2007) vil lærerens oppfatninger av begrepet bevis påvirke hvordan målene knyttet til dette tolkes av læreren, og dermed legge føringer for hvilken rolle bevisaktiviteter får i undervisningen. Hvis det man legger i begrepet «å bevise» er lignende A. Stylianides og Ball (2008) sin definisjon av *proving*, anser man gjerne bevis som noe alle elever kan ha nytte av, da det innebærer forskjellige aktiviteter man gjør for å komme frem til et bevis. En slik bred definisjon vil innebære å anerkjenne bevisaktiviteters muligheter til å fremme forståelse, og betrakte bevisaktiviteter som noe som har en naturlig plass i klasserommet. Svein fortalte han hadde begynt å inkludere argumentasjon i undervisningen i løpet av høsten. Også Einar hadde et positivt syn på argumentasjon og bevis, og mente det ville være nyttig å «sette i gang nysgjerrigheten», og «la elevene leke seg frem» og «eksperimentere». Han fortalte at han tidligere hadde «rushet på for å nå regelen», men ville prioritere å sette av mer tid til å la elevene utforske hvorfor ting fungerer som det gjør. Dette indikerer at både Svein og Einar har innsett potensialet ved argumentasjon. Arbeidet med analysen var nyttig for å utvide perspektivet og gi et bredere syn på bevisets rolle i skolen.

### 5.3 Egen faglig utvikling

A. Stylianides (2016) viste til at en av faktorene, som kan ha bidratt til bevisaktiviteters marginale plass, er knyttet til lærerens kunnskaper om bevis. I lys av dette er det interessant at EVU-studentene rapporterte at analysen var nyttig for å lære om og bli bevisst på Balacheffs nivåer av bevis. Svein spesifiserte at han tidligere ikke var bevisst på at det eksisterte ulike nivåer av bevis. Jens uttrykte at Balacheffs teori var nyttig å være bevisst på. Per peker på å at det var nyttig å «sette seg inn i» Balacheffs teori om nivåer av bevis. Også Oda gav uttrykk for å ha ervervet ny kunnskap. Hun pekte på at bevis og argumentasjon opprinnelig var utfordrende og nytt, men at hun hadde lært mer om dette i løpet av halvåret. Disse resultatene indikerer at arbeidet med å analysere egne elevers skriftlige resonnement og argumentasjon er nyttig for å erverve ny kunnskap om bevis. Utfordringen her vil være å tolke hvilken kunnskap EVU-studentene mener å ha fått. Eventuelle spekulasjoner her vil ikke kunne føre til konklusjoner, men det er imidlertid interessant å drøfte.

Et viktig aspekt ved bevisnivåene, som Balacheff (1988) selv påpekte, er at de to første bevisnivåene ikke er gyldige bevis. Ifølge A. Stylianides (2007) sin definisjon er slik empirisk argumentasjon ikke en gyldig form for resonnering, og A. Stylianides og Ball (2008) påpekte at det å kunne skille mellom gyldig og ugyldig argumentasjon er et viktig element av kunnskap for læreren. Om kunnskapen EVU-studentene sikter til innebærer bevisstheten rundt skillet mellom gyldige og ugyldige bevisformer er en av flere *mulige* tolkninger. I lys av dette er det uansett interessant å betrakte hvordan EVU-studentene uttrykte seg om elevenes arbeider. Ifølge G. Stylianides (2008) kan man nemlig få innsikt i en persons oppfattelse av bevis, basert på hvordan de omtaler andres løsninger av et matematisk problem. I EVU-studentenes beskrivelser av innsikt de fikk i elevenes forutsetninger og ideer rundt tilrettelegging av undervisning indikeres det en bevissthet over at empirisk argumentasjon ikke er en gyldig form for resonnement. Resultatene indikerer følgelig at EVU-studentene har en oppfattelse av bevis som ifølge A. Stylianides (2007) hedrer matematikk som disiplin. Dette funnet samsvarer ikke med tidligere studier, da flere forskere fant at grunnskolelærere og lærerstudenter oppfattet empirisk argumentasjon som gyldige bevis (se kap. 2.3.1). Denne studien gir ingen grunnlag for å konkludere med hvorvidt disse EVU-studentene har empiriske bevisskjemaer eller ikke, og dette var heller ikke hensikten. Poenget her var kun å vise til at det tilsynelatende virker som at EVU-studentene har en mer korrekt oppfattelse av bevis, i forhold til hva det har blitt vist til at andre lærerstudenter har hatt.

Gjennom kapitlene 5.1 og 5.2 er det flere aspekter av didaktiske og matematiske kunnskaper, som ifølge A. Stylianides og Ball (2008) er viktige for læreren å ha, som blir synlige hos EVU-studentene. Hvorvidt aspektene av kunnskaper hos EVU-studentene som kommer til syne her er resultat av arbeidet med analysen er en vurdering som er utenfor rammene av denne studien. Å forsøke å trekke noen slutninger rundt hvorvidt det faktisk var arbeidet med analysen som førte til ny kunnskap har derfor ingen hensikt. Hensikten var kun å løfte noen interessante momenter fra resultatene, knyttet til EVU-studentenes kunnskaper og oppfatninger.



## 6. Avslutning

Dette kapittelet inneholder en konklusjon, med besvarelse av forskningsspørsmålet i studien. Videre betraktes den gjennomførte studien med et kritisk blikk, ved å drøfte ulike faktorer innvirkning på resultatene. Til slutt ønsker jeg å fremheve betydningen av informasjonen jeg har kommet frem til, og rette søkelyset fremover med ideer til videre forskning.

### 6.1 Konklusjon

*Hva oppfatter EVU-studenter som nyttig ved å foreta en analyse av egne elevers skriftlige resonnement og argumentasjon?*

EVU-studentene oppfattet analysen av egne elevers skriftlige resonnement og argumentasjon som nyttig for å få innsikt i forskjellige aspekter ved elevenes forutsetninger, som grunnlag for tilrettelegging av undervisningen. Dette var nyttig for å erverve kunnskap om forskjellige aspekter ved bevis.

Analysen var nyttig for å synliggjøre empiriske beviskjemaer og generelt gi innsikt i hvor elevene var i prosessen fra pragmatiske til konseptuelle bevis. Dette ble oppfattet som nyttig for å kunne tilrettelegge for riktig fokus i den påfølgende undervisningen. I denne sammenheng ble Balacheffs bevisnivåer oppfattet som nyttig for å synliggjøre hva som var innen rekkevidde for elevene, og på denne måten vise retning for hvor elevene skulle veiledes.

Analysen ble oppfattet som nyttig for å se at elevene trengte å få noen eksempler på argumentasjon, se hvordan illustrasjoner kan benyttes i utforskning og argumentasjon. EVU-studentene oppfattet også analysen nyttig for å oppdage behovet for tilrettelegging for kognitiv konflikt for å utfordre misoppfatninger om bevis, og å se behovet for å rette fokus mot utvikling av begreper og språklige ferdigheter.

EVU-studentene oppfattet også analysen som nyttig for å erfare brudd med den didaktiske kontrakten, slik at sosiale- og sosiomatematiske normer ble synliggjort. Dette var nyttig for å få frem behovet for å endre klasseromskulturen for å gjøre elevene mer mottakelige for bevisaktiviteter. På denne måten ble analysen også oppfattet som nyttig for å få inspirasjon til undervisningen, ved at perspektivet på bevisets rolle i skolen ble utvidet.

## 6.2 Kritisk blikk på studien

Denne studiens funn av EVU-studenters oppfattelse av nytte har helt klart noen begrensninger. Studien berører en kombinasjon av komplekse problemstillinger, og det er viktig å anerkjenne de dimensjonene som eksisterer her. Jeg ønsker i denne delen å løfte frem noen av disse momentene som det er viktig å være bevisst på.

For det første er det viktig å være bevisst på at EVU-studentenes oppfattelse av nytte er tilknyttet rammene for analysen de skulle foreta. Analysen er knyttet til et gitt matematisk problem og en bestemt metode for matematisk skriving som redskap til å føre resonneret og argumentasjonen. Bruk av en annen matematikkoppgave eller metode kunne ha ført til andre oppfattelser av nytte ved analysen. Oppfattelsen av nytte kan også ha blitt påvirket av andre faktorer knyttet til konteksten, som tidspunktet undervisningsopplegget ble gjennomført, om EVU-studenten samarbeidet med noen andre studenter om gjennomførelse, hvem EVU-studentene eventuelt samarbeidet med, elevgruppen som deltok osv. Det er viktig å anerkjenne at funnene er kontekstavhengige.

For det andre er det viktig å påpeke at andre metoder for datainnsamling gjerne kunne ha fanget opp flere eller andre aspekter ved EVU-studentenes oppfattelse. Kravene om innhold i rapportene og de veiledende spørsmålene la rammene for besvarelsene. Dette betyr ikke nødvendigvis at EVU-studentene beskriver ting de ikke mener, men det kan tenkes at ikke alle hadde kommet til å tenke på alle de aspektene de nevner dersom de ikke hadde blitt veiledet i den retningen. Dette betyr dermed heller ikke nødvendigvis at formatet på rapporten har ført til et feil inntrykk av deres oppfattelse. Konsekvensene ville kanskje vært at enkelte oppfattelser ikke ville blitt fanget opp.

En tredje ting jeg ønsker å trekke frem er at utvalget av fem EVU-studenter har vært avgjørende for resultatene. Funnene viser at det er noen variasjoner i hva som oppfattes som nyttig, selv blant de fem jeg har intervjuet. Intervju med andre EVU-studenter ville sannsynligvis ført til at andre aspekter av nytte hadde blitt løftet frem. Det at jeg benyttet alle rapportene i identifiseringen av temaer og begynnelsen på å danne kategorier, kan likevel ha bidratt til å sørge for at de mest vesentlige oppfatningene i den totale gruppen på 25 EVU-studenter har blitt fremhevet.

Et fjerde moment jeg vil fremheve er at mine valg av spørsmål og formuleringer underveis i intervjuene har lagt grunnlag for responsen jeg har fått fra informantene. Andre oppfølgingsspørsmål kunne kanskje fått frem flere viktige ting ved EVU-studentenes oppfattelser. Dette kunne gitt et enda bedre grunnlag for å besvare forskningsspørsmålet. Som presisert i metodekapittelet (se kap. 3.6.2), forsøkte jeg å finne en balanse mellom det å være interessert i det EVU-studentene fortalte om og å ikke fremstå som (u)enig i deres utsagn. Det faktum at jeg er en uerfaren forsker har følgelig påvirket resultatene. Jeg gjorde mitt ytterste i forberedelsen til intervjuene. Det er viktig å anerkjenne at datainnsamling gjennom semistrukturert intervju blir enda bedre med mer erfaring og trening.

For det femte, er det viktig å anerkjenne at det er mange tolkningsdimensjoner i en slik kvalitativ studie. Som forsker er jeg kanskje studiens viktigste forskningsinstrument, da alt datamaterialet tolkes av meg. Målet som kvalitativ forsker var å finne meningene bak ordene til EVU-studentene, og forsøke å se situasjonen fra deres perspektiv. Tolkningene som har blitt gjort er basert på mine forutsetninger og bakgrunn, og resultatene er følgelig preget av dette.

## 6.3 Implikasjoner for undervisning og videre forskning

Utgangspunktet for denne studien er at det fremdeles eksisterer lite forskning på hvordan matematikklærerutdanningen kan forberede studenter på å lykkes i å engasjere elevene sine i bevisaktiviteter. Dette er til tross for at matematikklærerutdanningens evne til å forberede fremtidige lærere er avgjørende for at bevisaktiviteter ikke skal fortsette å ha en marginal plass i skolen. Med hensikt om å kunne bidra til verdifull informasjon på dette forskningsfeltet, ønsket jeg å undersøke EVU-studenters oppfatninger av nytte knyttet til bevisaktiviteter. Målet med dette var å bidra med forskningsbasert kunnskap som kan videre utnyttes og gi inspirasjon til planleggere i lærerutdanningen.

Resultatene viser at analyse av elevers skriftlige resonnement og argumentasjon ut ifra Balacheffs nivåer av bevis er nyttig for etter- og videreutdanningsstudenter på forskjellige måter. Ulike utgangspunkt og erfaringer med bevisaktiviteten vil gi forskjellige oppfatninger av hvordan analysen kan være nyttig. Presentasjonen av EVU-studentenes oppfatninger av nytte fremhever viktige aspekter som kan være nyttige ved en slik analyse. Resultatene i denne studien kan dermed anses som verdifull informasjon for lærerutdanningen, da en slik analyse potensielt kan være nyttig også for andre lærerstudenter. Denne informasjonen kan følgelig være nyttig i arbeid med å utforme et utdanningsløp som tilbyr den støtten fremtidige lærere trenger for å kunne engasjere elevene sine i bevisaktiviteter.

Som vi har sett, stilles det høye pedagogiske krav til læreren i forsøket på å engasjere elevene i bevisaktiviteter og lærere trenger mange typer kunnskaper for å kunne lykkes i dette arbeidet. Funnene i denne studien indikerer at lærerstudenter kan erverve kunnskaper knyttet til forskjellige aspekter ved bevis gjennom arbeidet med analyse ut ifra Balacheffs nivåer av bevis. Hvilke kunnskaper man erverver gjennom arbeidet med en slik analysen vil sannsynligvis variere, og dette er utenfor omfanget av denne studien å vurdere. For å danne et bedre grunnlag for å vurdere hvilke kunnskaper som kan erverves gjennom arbeidet med en slik analyse, må det benyttes metoder med hensikt om å undersøke nettopp dette. En idé er å gjennomføre intervjuer med lærerstudenter i starten av semesteret, hvor man forsøker å avdekke hvilke forutsetninger studentene har i forkant av et slik prosjekt. Deretter kan man gjøre nye intervjuer i etterkant av prosjektarbeidet som inkluderer en slik analyse. Dersom det er noen endring i diskursen vil dette kunne indikere at læring har funnet sted, og man kan forsøke å avdekke hvilke nye oppfatninger og kunnskaper som har vokst frem. Dersom man kan vise til at spesifikke elementer ved lærerutdannelsen kan bidra til at lærerstudentene utvikler de nødvendige kunnskapene og oppfatningene spesifisert gjennom de fire faktorene, kan dette forhåpentligvis bidra til å sørge for at bevisaktiviteter får en vesentlig større plass i skolen.

Da mye forskning viser at undervisningen i stor grad styres av lærebøkene, er det kanskje likevel ikke tilstrekkelig å utdanne lærere som er inspirerte og motiverte til å engasjere elevene i bevisaktiviteter. Det faktum at det er utfordrende selv for erfarne lærere å skulle engasjere elever i bevisaktiviteter, får frem viktigheten av at lærerne må få støtte også etter utdannelsen. Dette er noe som krever oppmerksomhet fra lærebokforfattere. Dersom det forventes at lærere skal tilrettelegge for bevisaktiviteter, må lærerne ha lærebøker tilgjengelig som fremmer slike aktiviteter gjennom oppgaver som tilbys, og veiledning til gjennomførelse.

## 7. Referanser

- Askew, M., Hodgen, J., Hossain, S. & Bretscher, N. (2010). *Values and variables. Mathematics education in high-performing countries*. London: Nuffield foundation.
- Balacheff, N. (1988). Aspects of proof in pupils' practice of school mathematics. I D. Pimm (Red.), *Mathematics, teachers and children* (s. 216–235). London: Hodder & Stoughton.
- Balacheff, N. (1999). Contract and custom: two registers of didactical interactions. *Math Educat Univ Georgia Athens*, 9(2), 23–29.
- Balacheff, N. (2010). Bridging knowing and proving in mathematics: A didactical perspective. I G. Hanna, H. N. Jahnke, & H. Pulte (Red.), *Explanation and proof in mathematics* (s. 115–135). Heidelberg: Springer.
- Ball, D. L., & Bass, H. (2000). Making believe: The collective construction of public mathematical knowledge in the elementary classroom. I D. Philips (Red.), *Constructivism in education: Yearbook of the National Society for the Study of Education* (s. 193–224). Chicago, IL: University of Chicago Press.
- Ball, D. L. & Bass, H. (2003). Making mathematics reasonable in school. I J. Kilpatrick, W. G. Martin & D. Schifter (Red.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (s. 27–44). Reston, Virginia: NCTM
- Bell, J. (2014). *Doing Your Research Project: A guide for first-time researchers*. (4. utg.) Berkshire, England: Open University Press.
- Brousseau, G., Sarrazy, B. & Novotná, J. (2014) Didactic contract in Mathematics Education. I Lerman S. (Red.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (s. 153-159). Dordrecht, Nederland: Springer.
- Bryman, A. (2012). *Social research methods*. (4. utg.) New York: Oxford university press.
- Christoffersen, L. & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Oslo: Abstrakt forlag.
- Dalen, M. (2004). *Intervju som forskningsmetode – en kvalitativ tilnærming*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Danielsen, I. J., Skaar, K. & Skaalvik, E. M. (2007). De viktige få: analyse av elevundersøkelsen 2007. (The important few: analysis of the pupil survey 2007). Kristiansand: Oxford Research.
- Gilje, Ø., Ingulfsen, L., Dolonen, J. A., Furberg, A., Rasmussen, I., Kluge, A., ... Skarpaas, K. G. (2016). *Med ARK og APP 2016– Bruk av læremidler og ressurser for læring på tvers av arbeidsformer*. Oslo: Universitetet i Oslo. Hentet fra: [https://www.uv.uio.no/iped/forskning/prosjekter/ark-app/arkapp\\_syntese\\_endelig\\_til\\_trykk.pdf](https://www.uv.uio.no/iped/forskning/prosjekter/ark-app/arkapp_syntese_endelig_til_trykk.pdf)

- Goetting, M. (1995). *The college students' understanding of mathematical proof*. (Upublisert doktoravhandling). University of Maryland, College Park.
- Goulding, M., Rowland, T., & Barber, P. (2002). Does it matter? Primary teacher trainees' subject knowledge in mathematics. *British Educational Research Journal*, 28, 689-704.
- Grønmo, S. (2021, 27. april). Utvalg. *Store norske leksikon* på snl.no. Hentet fra: <https://snl.no/utvalg>
- Grønmo, L. S., Bergem, O. K., Kjærnsli, M., Lie, S. & Turmo, A. (2004). Hva i all verden har skjedd i realfagene? Norske elevers prestasjoner i matematikk og naturfag i TIMSS 2003. Oslo: Universitetet i Oslo.
- Grønmo, L.S. & Onstad, T. (Red.) (2009). Tegn til bedring: norske elevers prestasjoner i matematikk og naturfag i TIMSS 2007. Oslo: Unipub.
- Hana, G., M. (2013). *Matematiske byggesteiner, metamatematikk for lærerutdanningen*. Bergen: Caspar forlag.
- Hanna, G. (1990). Some pedagogical aspects of proof. *Interchange*, 21(1), 6–13.
- Hanna, G. (2000). Proof, explanation and exploration: An overview. *Educational Studies in Mathematics*, 44 (1-3), 5-23.
- Hanna, G. & de Villers, M (2012). Aspects of Proof in Mathematics Education. I G. Hanna & M. de Villers (Red.), *Proof and Proving in Mathematics Education* (s. 1-10). Nederland: Springer.
- Harel, G., & Sowder, L. (2007). Toward comprehensive perspectives on the learning and teaching of proof. I F. K. Lester (Red.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, (2. Utgave, s. 805–842). USA: Information Age Publishing
- Healy, L., & Hoyles, C. (2000). A Study of Proof Conceptions in Algebra. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(4), 396-428.
- Herbst, P. & Balacheff, N. (2009). Proving and Knowing in Public; The Nature of Proof in a Classroom. I M. L. Blanton & D. A. Stylianou (Red.), *Teaching and learning proofs across the Grades: A K-16 perspective*, (s. 40-70). Michigan: Routledge
- Johannessen, A., Tufte, P. A. & Christoffersen, L. (2010). *Introduksjon til samfunnsvitenskapelig metode* (4. utg.). Oslo: Abstrakt forlag AS
- Knuth, E. J. (2002). Secondary school mathematics teachers' conceptions of proof. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33, 279-405.
- Kongelf T.R. (2019). *Matematisk innhold og matematiske metoder i lærebøker brukt på ungdomstrinnet i Norge. Gullgruve eller fallgruve for utvikling av matematisk kompetanse i problemløsning og algebra* (Doktoravhandling). Kristiansand: Universitetet i Agder.

- Kunnskapsdepartementet. (2019, 13. mai). *Kjerneelementer i fag*. Hentet fra: <https://www.regjeringen.no/contentassets/3d659278ae55449f9d8373fff5de4f65/kjerneelementer-i-fag-for-utforming-av-lareplaner-for-fag-i-lk20-og-lk20s-fastsatt-av-kd.pdf>
- Kunnskapsdepartementet. (2020) *Læreplan i matematikk 1.-10. trinn*. (MAT01-05) Hentet fra: <https://data.udir.no/kl06/v201906/laereplaner-lk20/MAT01-05.pdf?lang=nob>
- Lekaus, S., & Askevold, G., A. (2014). Matematisk argumentasjon. *Tangenten - tidsskrift for matematikkundervisning*, 25(4), 12-17.
- Lepik, M., Grevholm, B. & Viholainen, A. (2015). Using textbooks in mathematics classrooms – the teachers’ view. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 20(3-4), 129- 156.
- Lincoln, Y. S. & Guba, E. G. (1985). *Naturalistic Inquiry*. Beverly Hills, CA: Sage Publications, Inc.
- Lincoln, Y. S. & Guba, E. G. (1989). *Fourth generation evaluation*. Sage Publications, Inc.
- Manin, Y. I. (1977) *A course in mathematical logic* (1. utg.). New York: Springer.
- Malt, U. & Grønmo, S. (2020, 22. april). Strukturert intervju. *Store norske leksikon* på snl.no. Hentet fra: [https://snl.no/strukturert\\_intervju](https://snl.no/strukturert_intervju)
- Martin, W. G. & Harel, G. (1989) Proof frames of preservice elementary teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(1), 41-51.
- Mason, J., & Pimm, D. (1984). Generic examples: Seeing the general in the particular. *Educational Studies in Mathematics*, 15(3), 277-289.
- Merriam, S. B. (1998). *Qualitative Research and Case Study Applications in Education*. San Francisco: Jossey-Bass Publishers.
- Merriam-Webster (2021, 22. April). Usefulness. I Merriam-Webster.com dictionary. Hentet fra <https://www.merriam-webster.com/dictionary/usefulness>
- Morris, A. K. (2002). Mathematical reasoning: adults’ ability to make the inductive-deductive distinction. *Cognition and Instruction*, 20(1), 79-118.
- Morris, A, K. (2007). Factors affecting pre-service teachers’ evaluations of the validity of students’ mathematical arguments in classroom contexts. *Cognition and Instruction*, 25(4), 479-522.
- Nosrati, M. & Wæge, K. (2018, 13. April) *Dybdelering i matematikk*. Matematikksenteret. Hentet fra: [http://realfagsloyper.no/sites/default/files/2018-04/MN%20KW%20dybdel%C3%A6ring%2015.04.18\\_0.pdf](http://realfagsloyper.no/sites/default/files/2018-04/MN%20KW%20dybdel%C3%A6ring%2015.04.18_0.pdf)

- Pepin, B. & Haggarty, L. (2001). Mathematics textbooks and their use in English, French and German classrooms: a way to understand teaching and learning cultures. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 33(5), 158–175.
- Pepin, B. & Haggarty, L. (2002). An investigation of mathematics textbooks and their use in English, French and German classrooms: who gets an opportunity to learn what? *British Educational Research Journal*, 28(4), 567-590.
- Ponte, J. P. & Chapman, O. (2008). Preservice mathematics teachers' knowledge and development. I L. English (Red.), *Handbook of international research in mathematics education* (2. utg., s. 223–261). New York: Routledge.
- Postholm, M. B. (2005). Kvalitativ metode. En innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasusstudier. Oslo: Universitetsforlaget.
- Postholm, M. B., & Jacobsen, D. I. (2011). Læreren med forskerblikk: Innføring i vitenskapelig metode for lærerstudenter. Kristiansand: Høyskoleforlaget.
- Reid, D. (2005). The meaning of proof in mathematics education. *European Research in Mathematics Education IV. Proceedings of CERME4*, (s. 458-468).
- Reid, D., & Vargas, E. V. (2018). When is a generic argument a proof? *Advances in mathematics education research on proof and proving*, 1, 238-250.
- Schmidt, W. H., McKnight, C. C., Houang, R. T., Wang, H., Wiley, D. E., Cogan, L. S. & Wolfe, R. G. (2001). *Why schools matter: A cross-national comparison of curriculum and learning*. San Francisco, CA: Jossey-Bass.
- Simon, M. A., & Blume, G. W. (1996). Justification in the mathematics classroom: A study of prospective elementary teachers. *Journal of Mathematical Behavior*, 15, 3–31.
- Skott, J., Jess, K., & Hansen, H. C. (2008). *Matematik for lærerstuderende; delta-fagdidaktikk*. Danmark: Samfundslitteratur
- Skovsmose, O. (2001) Landscapes of Investigation. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 33, 123-132. <https://doi.org/10.1007/BF02652747>
- Sowder, L. & Harel, G. (2003). Case studies of mathematics majors' proof understanding, construction and appreciation. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 3, 251-267.
- Stake, R. E. (1995). *The Art of Case Study Research*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications, Inc.
- Stephan, M. (2014) Sociomathematical Norms in Mathematics Education. I Lerman S. (Red.), *Encyclopedia of Mathematics Education*. Dordrecht, Nederland: Springer. [https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8\\_143](https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8_143)
- Stylianou, D. A., Blanton M. L. & Knuth E. J. (Red.). (2009) *Teaching and learning proof across the grades: a K-16 perspective*. New York: Routledge.

- Stylianides, A. J. (2007). Proof and proving in school mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38, 289–321.
- Stylianides, A. J. (2016). *Proving in the elementary mathematics classroom*. Oxford, England: Oxford University Press.
- Stylianides, A. J., & Ball, D. L. (2008). Understanding and describing mathematical knowledge for teaching: Knowledge about proof for engaging students in the activity of proving. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11, 307–332. doi: 10.1007/s10857-008-9077-9
- Stylianides, A. J., og Stylianides, G. J. (2009b). Proof constructions and evaluations. *Educational Studies in Mathematics*, 72(2), 237-253.
- Stylianides, G. J. (2008) An analytic framework of reasoning-and-proving. *For the Learning of Mathematics*, 28(1), 9–16.
- Stylianides, G. J. (2009) Reasoning-and-proving in School Mathematics Textbooks. *Mathematical Thinking and Learning*, 11, 258-288.
- Stylianides, G. J., & Stylianides, A. J. (2009a). Facilitating the transition from empirical arguments to proof. *Journal for Research in Mathematics Education*, 40(3), 314–352.
- Stylianides, G. J., Stylianides, A. J. & Shilling-Traina L. N. (2013) Prospective teachers' challenges in teaching-and-proving. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 11, 1463-1490.
- Svendsen, S. (2020, 19. april) Bevisets stilling i matematikkundervisningen. Hentet fra: <https://www.utdanningsnytt.no/fagartikkel-matematikk/bevisets-stilling-i-matematikkundervisningen/239369>
- Säljö (2013) *Læring i praksis; et sosiokulturelt perspektiv*. (10. utg.) Oslo: J.W. Cappelens forlag a.s.
- Utdanningsdirektoratet. (2019, 19. mars). *Dybdelæring*. Hentet fra: <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/dybdelaring/>
- Valenta, A., & Enge, O. (2020). Bevisrelaterte kompetanser i læreplanen LK20 for matematikk i grunnskolen. *Acta Didactica Norden*, 14(3), 1-18. <https://doi.org/10.5617/adno.8195>
- Wathne, U. & Brodahl, C. (2019). Engaging mathematical reasoning-and-proving: a task, a method, and a taxonomy. *Journal of the International Society for Teacher Education*, 23(1), 6-17.
- Willem L. Wardekker (2000) Criteria for the Quality of Inquiry. *Mind, Culture, and Activity*, 7(4), 259-272, [https://doi.org/10.1207/S15327884MCA0704\\_02](https://doi.org/10.1207/S15327884MCA0704_02)



- Wille, A., & Boquet, M. (2009). Imaginary dialogues written by low-achieving students about origami: A case study. *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 5, 3-5.
- Wille, A. (2011). Activation of inner mathematical discourses of students about fractions with the help of imaginary dialogues: A case study. *Proceedings of the 35th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 337–344.
- Yackel, E. (2001). Explanation, justification and argumentation in mathematics classrooms. *Proceedings of the 25<sup>th</sup> PME International Conference*, 1, 9-24.
- Zaslavsky, O. (2018). Genericity, conviction, and conventions: Examples that prove and examples that don't prove. I A. J. Stylianides & G. Harel (Red.), *Advances in mathematics education research on proof and proving: An international perspective* (s. 283–298). Cham, Sveits: Springer.

## 8. Vedlegg

### Vedlegg 1: Intervjuguide

#### Intervjuguide

##### Komme i gang

Uformell prat (Jeg leser spørsmålene, og kommer kun med oppfølgingsspørsmål dersom noe er uklart i informantens svar. Jeg forteller at informanten kan spørre underveis dersom noe ved spørsmålsformuleringen er uklart.)

##### Informasjon (ca. 2 min)

- Bakgrunn og formål med intervjuet
- Hva intervjuet skal brukes til
- Taushetsplikt, anonymitet, informert samtykke
- Opplyser at opptaket nå starter

##### Nøkkelspørsmål

Du vil nå bli bedt om å kommentere dine funn og svar i hoveddelene i prosjektrapporten.

1. Presentasjon, identifikasjon og begrunnelse av elevenes skriftlige imaginære dialoger: Du skrev «...». Kan du utdype hva du mente med dette?
2. Refleksjon over dine erfaringer med identifikasjon og begrunnelse av bevisnivå: Kan du utdype ditt svar «...»?
3. Hvor enig eller uenig er du i påstandene? Du var svært enig/enig/verken enig eller uenig/uenig/svært uenig i påstand «...» Hvorfor dette?

##### Oppsummering

- Er det noe du vil legge til?
- Har jeg forstått deg riktig?

## Vedlegg 2: Informasjonsskriv

### Vil du delta i forskningsprosjektet

#### **”En kvalitativ casestudie av EVU-studenters utbytte av å analysere egne elevers resonnement og argumentasjon»**

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å forske på hva man som lærer kan få ut av å analysere elevers resonnement og argumentasjon, og hvordan dette kanskje kan være til nytte for fremtidig undervisning. I dette skrivet gir jeg deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

#### **Formål**

I starten av semesteret informerte dine faglærere fra universitetet deg om dette pågående forskningsprosjektet, og har lagt ut en modul med tittelen «Forespørsel om deltakelse i forskningsprosjektet». Jeg lagde også en appell-video, der jeg presenterte meg selv, og min rolle i dette prosjektet. Som jeg presenterte i appell-videoen så skal jeg skrive min masteroppgave nå til våren. På dette tidspunktet hadde jeg ikke funnet konkret ut hva jeg ville fokusere på enda, og jeg fortalte at jeg skulle komme tilbake med mer konkret informasjon om akkurat hva jeg vil forske på.

Jeg har kommet et stykke lengre i prosessen, og har fått litt klarere tanker om hva jeg ønsker å fokusere på. Med utgangspunkt i rapporten din, og forhåpentligvis også intervju, ønsker jeg å undersøke hvilket utbytte man som lærer kan ha av å analysere hvordan elevene argumenterer for en matematisk påstand. Min foreløpige problemstilling er: "Hvordan opplever EVU-studenter nytten av å analysere elevers bevisnivåer for deres fremtidige undervisning?" Jeg ønsker altså å fokusere på hvilket utbytte du får av å analysere elevene dine sin argumentasjon i forsøk på å bevise, og hvordan dette kan være nyttig for deg i fremtidig undervisning.

#### **Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?**

Universitetet i Agder er ansvarlig for prosjektet.

#### **Hvorfor får du spørsmål om å delta?**

Du virker å være en veldig reflektert lærer, og har utrolig mange spennende tanker som du skriver om i rapporten. Du er en av fem studenter som får denne henvendelsen, etter å ha valgt samtykkealternativ 1 og har takket ja til å få en forespørsel om å delta på intervju. Basert på refleksjonene i rapporten din som jeg har lest i anonymisert form, ønsker jeg å intervju deg for å få mer utfyllende informasjon og dypere innsikt i det du skriver om der. Jeg ønsker veldig gjerne at du skal være blant disse studentene som blir intervjuet til min masteroppgave.

#### **Hva innebærer det for deg å delta?**

Som nevnt ovenfor vil deltakelsen innebære et avtalt intervju over telefon eller videomøte. Intervjuet vil vare ca. 20 minutter. Intervjuet vil som sagt hovedsakelig bestå av oppfølgingsspørsmål fra det du skriver om i rapporten. Jeg tar lydopptak av intervjuet, og skal transkribere dette i etterkant. Transkriptet vil inngå som del av datamaterialet, sammen med rapporten din.

#### **Det er frivillig å delta**

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg. Det vil ikke påvirke ditt forhold til faglærere eller vurdering i kurset hvor rapporten inngår, om du velger å delta i studien eller ikke, eller skulle trekke deg underveis.

### **Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger**

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrevet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. Datamaterialet lagres på egen personlig maskinvare og mobile enheter. Det vil kun være jeg og mine veiledere Cornelia og Unni som har tilgang til opplysningene om deg.

I selve oppgaven vil dere være anonymisert med nummerkode, og ingen informasjon om ditt kjønn eller alder vil knyttes til utsagnene dine på intervjuet, så du vil ikke kunne gjenkjennes i teksten. Ved en eventuell publikasjon vil du som deltaker altså ikke kunne gjenkjennes.

### **Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?**

Opplysningene anonymiseres når prosjektet avsluttes/oppgaven er godkjent, noe som etter planen er 14.06.2021. Alle personopplysninger og data i form av rapporter, lydopptak og transkript av intervjuet, vil bli slettet etter levert oppgave.

### **Dine rettigheter**

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene,
- å få rettet personopplysninger om deg,
- å få slettet personopplysninger om deg, og
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

### **Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?**

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra Universitetet i Agder har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

### **Hvor kan jeg finne ut mer?**

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- Universitetet i Agder ved Cornelia Brodahl, tlf. 95821512, brodahl@uia.no (cornelia.brodahl@uia.no)
- Universitetet i Agder ved Karoline K. Nilsen, tlf: 98449553, mail: karokoni@gmail.com
- Universitetet i Agder sitt personvernombud: Ina Danielsen, danielsen@uia.no (ina.danielsen@uia.no) Tlf: 45254401

Hvis du har spørsmål knyttet til NSD sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

- NSD – Norsk senter for forskningsdata AS på epost ([personverntjenester@nsd.no](mailto:personverntjenester@nsd.no)) eller på telefon: 55 58 21 17.

Med vennlig hilsen

Cornelia Brodahl  
(Forsker/veileder)

Karoline Kongshavn Nilsen

## Vedlegg 3: Samtykkeerklæring

---

### **Samtykkeerklæring**

- Jeg har mottatt og forstått informasjon om masterstudien og samtykker til å delta i intervju.
- Cornelia Brodahl kan gi bort rapporten min uten at den er anonymisert, samt min kontaktinformasjon (navn, e-mail, telefon).

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

---

(Signert av prosjektdeltaker, dato)

# Vedlegg 4: NSD vurdering

7.5.2021

Meldeskjema for behandling av personopplysninger



## NSD sin vurdering

### Prosjekttittel

En kvalitativ casestudie av EVU-studenter sitt utbytte av å analysere egne elevers resonnement og argumentasjon.

### Referansennummer

470484

### Registrert

17.11.2020 av Karoline Kongshavn Nilsen - karolinekn@student.uia.no

### Behandlingsansvarlig institusjon

Universitetet i Agder / Avdeling for lærerutdanning

### Prosjektansvarlig (vitenskapelig ansatt/veileder eller stipendiat)

Cornelia Brodahl, comelia.brodahl@uia.no, tlf: 4795821512

### Type prosjekt

Studentprosjekt, masterstudium

### Kontaktinformasjon, student

Karoline Kongshavn Nilsen, karokoni@gmail.com, tlf: 98449553

### Prosjektperiode

06.09.2020 - 11.06.2021

### Status

26.11.2020 - Vurdert

### Vurdering (1)

---

#### 26.11.2020 - Vurdert

Det er vår vurdering at behandlingen av personopplysninger i prosjektet vil være i samsvar med personvernlovgivningen så fremt den gjennomføres i tråd med det som er dokumentert i meldeskjemaet med vedlegg 26.11.2020, samt i meldingsdialogen mellom innmelder og NSD. Behandlingen kan starte.

#### MELD VESENTLIGE ENDRINGER

Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde

<https://meldeskjema.nsd.no/vurdering/5fa3e631-c917-45de-9d89-d0fa7477b8a4>

1/3

dette til NSD ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilke type endringer det er nødvendig å melde:

<https://www.nsd.no/personverntjenester/fylle-ut-meldeskjema-for-personopplysninger/melde-endringer-i-meldeskjema>

Du må vente på svar fra NSD før endringen gjennomføres.

#### TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET

Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 11.06.2021.

#### LOVLIG GRUNNLAG

Prosjektet vil innhente samtykke fra de registrerte til behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte kan trekke tilbake. Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være den registrertes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

#### PERSONVERNPRINSIPPER

NSD vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:

- lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at de registrerte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen
- formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke viderebehandles til nye uforenlige formål
- dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet
- lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

#### DE REGISTRERTES RETTIGHETER

Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: åpenhet (art. 12), informasjon (art. 13), innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18), underretning (art. 19), dataportabilitet (art. 20).

NSD vurderer at informasjonen som de registrerte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.

Vi minner om at hvis en registrert tar kontakt om sine rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

#### FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER

NSD legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1 f) og sikkerhet (art. 32).

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og eventuelt rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

#### OPPFØLGING AV PROSJEKTET

NSD vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Lykke til med prosjektet!

7.5.2021

Meldeskjema for behandling av personopplysninger

**Kontaktperson hos NSD: Marita Ådnanes Helleland**  
Tlf. Personverntjenester: 55 58 21 17 (tast 1)