



## Utmatting som følge av OPB i fortøyningslinjer av kjetting

FEM analyse av topp-kjedet utsatt for OPB i henhold til retningslinjer av Bureau Veritas. Beregning og evaluering av utmattingslevetid for kjettingen, der effekten av en innfestningsarm med et lavfriksjonslager i enden mot den flytende konstruksjonen undersøkes.

MARTIN FLYUM GUNDERSEN

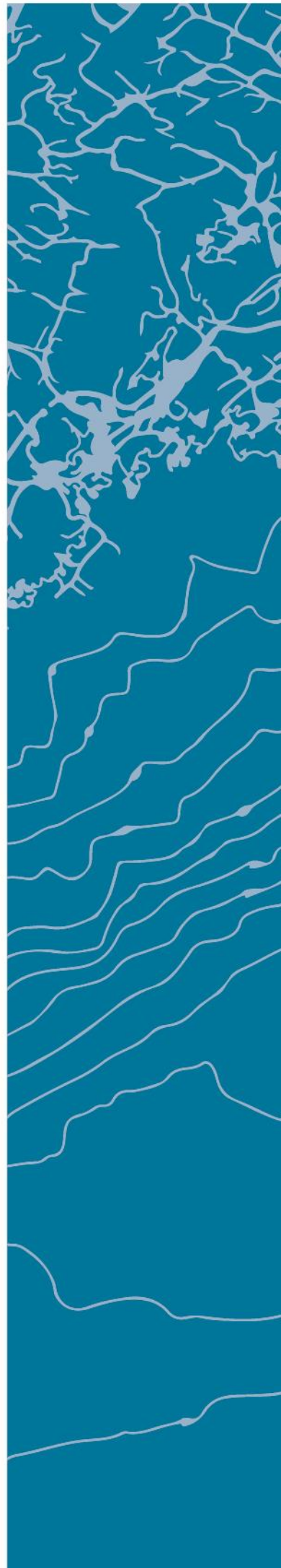
VEILEDER

Vidar Hellum

**Universitetet i Agder, 2018**

Fakultet for teknologi og realfag

Institutt for ingeniørvitenskap



## Obligatorisk egenerklæring/gruppeerklæring

Den enkelte student er selv ansvarlig for å sette seg inn i hva som er lovlige hjelpemidler, retningslinjer for bruk av disse og regler om kildebruk. Erklæringen skal bevisstgjøre studentene på deres ansvar og hvilke konsekvenser fusk kan medføre. Manglende erklæring fritar ikke studentene fra sitt ansvar.

1.	Jeg/vi erklærer herved at min/vår besvarelse er mitt/vårt eget arbeid, og at jeg/vi ikke har brukt andre kilder eller har mottatt annen hjelp enn det som er nevnt i besvarelsen.	<input checked="" type="checkbox"/>
2.	Jeg/vi erklærer videre at denne besvarelsen: <ul style="list-style-type: none"> <li>- ikke har vært brukt til annen eksamen ved annen avdeling/universitet/høgskole innenlands eller utenlands.</li> <li>- ikke refererer til andres arbeid uten at det er oppgitt.</li> <li>- ikke refererer til eget tidligere arbeid uten at det er oppgitt.</li> <li>- har alle referansene oppgitt i litteraturlisten.</li> <li>- ikke er en kopi, duplikat eller avskrift av andres arbeid eller besvarelse.</li> </ul>	<input checked="" type="checkbox"/>
3.	Jeg/vi er kjent med at brudd på ovennevnte er å betrakte som fusk og kan medføre annullering av eksamen og utestengelse fra universiteter og høgskoler i Norge, jf. Universitets- og høgskoleloven §§4-7 og 4-8 og Forskrift om eksamen §§ 31.	<input checked="" type="checkbox"/>
4.	Jeg/vi er kjent med at alle innleverte oppgaver kan bli plagiatkontrollert.	<input checked="" type="checkbox"/>
5.	Jeg/vi er kjent med at Universitetet i Agder vil behandle alle saker hvor det forligger mistanke om fusk etter høgskolens retningslinjer for behandling av saker om fusk.	<input checked="" type="checkbox"/>
6.	Jeg/vi har satt oss inn i regler og retningslinjer i bruk av kilder og referanser på biblioteket sine nettsider.	<input checked="" type="checkbox"/>

## Publiseringsavtale

Fullmakt til elektronisk publisering av oppgaven

Forfatter(ne) har opphavsrett til oppgaven. Det betyr blant annet enerett til å gjøre verket tilgjengelig for allmennheten (Åndsverkloven. §2).

Alle oppgaver som fyller kriteriene vil bli registrert og publisert i Brage Aura og på UiA sine nettsider med forfatter(ne)s godkjenning.

Opgaver som er unntatt offentlighet eller tausehetsbelagt/konfidensiell vil ikke bli publisert.

Jeg/vi gir herved Universitetet i Agder en vederlagsfri rett til å

gjøre oppgaven tilgjengelig for elektronisk publisering:  JA  NEI

Er oppgaven båndlagt (konfidensiell)?  JA  NEI

(Båndleggingsavtale må fylles ut)

- Hvis ja:

Kan oppgaven publiseres når båndleggingsperioden er over?  JA  NEI

Er oppgaven unntatt offentlighet?  JA  NEI

(inneholder taushetsbelagt informasjon. Jfr. Offl. §13/Fvl. §13)

## Forord

Master prosjektet er skrevet som en vesentlig del i masterstudiet bygg, sivilingeniør ved Universitetet i Agder. Oppgaven er obligatorisk og utgjør 30 studiepoeng. Hensikten med forprosjekt er å gi studentene mulighet til å fordype seg i ett eller flere fagområder innen studiet.

Dette forprosjektet har vært et selvstendig studie som har gitt meg muligheten til å fordype meg innenfor et spennende emne. Prosessen har vært svært lærerik og interessant hvor Jeg sitter igjen med mye nyttig kunnskap.

Jeg vil rette en stor takk til min veileder Vidar Hellum som har inspirert meg underveis i arbeidet, for å ha stor interesse i undervisningen av den teoretiske bakgrunnen og for å alltid være tilgjengelig når det er nødvendig.

## Summary

Offshore structures are exposed to harsh environments where there are many kinds of loads acting on the structure. These loads lead to complicated conditions with many possible load combinations. In addition, they are changing in both time and space since the intensity and orientation varies with time. Mooring lines in floating structures consists of mooring system where chains are widely used in what is called catenary and semi taut mooring. The mooring line is a key part in the station-keeping system that forms a connection between the structure on the surface to the seabed. Here it will keep floating structures stable with the least possible movement over a point of interest. This means that the response from the loads on the structure must be absorbed by the mooring lines.

Since the timespan in which the offshore structure is to be stationed often will be around 20 years, the mooring lines are significantly subjected to fatigue damage. This is because of the dynamic motion of the structures where the varying displacements induces tension cycles in the mooring system. In the 20 first chain links from the connection point at the floating structure, we will have a combined stress state with tension and bending stress because of tension-tension load, in plane bending and out of plane bending. This phenomenon occurs because of the angular differences between connection point on the floating structure and chain, friction between the links and changes in geometry from proof load that will help resist rolling and the sliding effect between the links. This results in bending moments to the first links of the top chain. To reduce the effect of OPB in the top chain, a "hang off" configuration can be implemented in the system. This configuration consists of an attachment arm which are free to rotate horizontally and vertically through low-friction-bearings. The rod at the coupling point will relieve the chain by curving and unburdens rotations and stresses from the chain. The tensions and curvature here will be related to moments that occur when they are below or equal to the sliding boundary of the bearing configuration linkage. The sliding boundary for the low friction bearing will also lie at a lower level relative to the moment than the sliding boundary in the chain. This means that when using such an arm with rotational properties, the potential for moment is reduced just by implementation. To obtain stresses due to the loads, stress concentrations, OPB interlink moments and IPB interlink moments are to be evaluated through FEM calculations. The rod is also evaluated through FEM analysis. The fatigue damage accumulated in a mooring component due to cyclic loads will be the sum of the fatigue damage from occurring cycles. In this report one uses a wave period  $T$  of 6.3 seconds, this means that in a year you will have 5005714.286 cycles. This is further used with S-N curves given through standards from Bureau Veritas and DNV to calculate the lifetime of the top chain and attachment arm. The attachment arms influence on the mooring line has shown to have an imposing effect in terms of OPB. Friction coefficient, pretension and length are all factors that is decisive in this matter and for the arm itself in terms of fatigue. It can also be seen that the fatigue life of the attachment arm will be lower in relation to the fatigue life of the chain with corresponding parameters. This means that when designing mooring lines based on this report, the fatigue properties of the attachment arm will be decisive for the choice of parameters.

## Innhold

1	Innledning.....	1
1.1	Bakgrunn for problemstilling.....	1
2	Samfunnsperspektiv.....	2
3	Teori.....	3
3.1	Introduksjon til kjetting i fortøyningslinjer .....	3
3.1.1	Kjettingens geometriske utforming.....	3
3.1.2	Catenary mooring.....	4
3.1.3	Belastninger på den flytende konstruksjonen.....	5
3.2	Utmatting .....	6
3.2.1	Introduksjon utmatting .....	6
3.2.2	Utmatting av kjetting ved «tension-tension» .....	7
3.2.3	Geometri og spenningskonsentrasjoner .....	8
3.2.4	Innvirkning av restspenninger .....	9
3.2.5	S-N metoden.....	10
3.2.6	Rain flow cycle counting.....	15
3.2.7	Bruk av S-N kurver ved skade akkumulering .....	16
3.2.8	S-N kurver ved DNV .....	18
3.2.9	S-N kurver for kjetting ved BV guidelines.....	19
3.3	Out of plane bending (OPB) .....	20
3.3.1	Interlink stivhetsanalyse.....	24
3.3.2	BV Guidelines.....	25
3.4	Virtuelt arbeid .....	28
3.5	Finite element method.....	34
3.5.1	FEM bjelke-elementer .....	40
3.5.2	FEM ikke-linearitet .....	46
3.5.3	Abaqus FEM bjelke modell .....	48
3.5.4	Abaqus FEM modell av innfestningsarm .....	51
4	Forskerspørsmål .....	54
5	Case/Materialer.....	55
6	Metode .....	56
7	Resultat.....	57
7.1	Validering av BV guidelines .....	57
7.2	FEM bjelke-modell av kjettingen.....	59
7.3	FEM analyse av innfestningsarmen.....	62
8	Diskusjon .....	66

8.1	Valideringen av BV guidelines .....	66
8.2	Bjelkemodell for kjettingen .....	66
8.3	Analyse av innfestningsarmen.....	67
9	Konklusjon .....	68
10	Anbefalinger .....	69
10.1	Videre arbeid.....	69

## Figurliste

Figur 3.1-1	Dimensions of common links[3].....	3
Figur 3.1-2	Fortøyningssystem .....	4
Figur 3.1-3	D.O.F for flytende offshore installasjon .....	5
Figur 3.2-1	Dislokasjoner i metaller.....	6
Figur 3.2-2	Områder med potensiale for brudd i kjetting .....	7
Figur 3.2-3	Typisk historie for strekkspenninger i fortøyningsliner[7] .....	8
Figur 3.2-4	Spenningskonsentrasjon ved sveis i kjetting.....	8
Figur 3.2-5	Effekten av restspenninger .....	10
Figur 3.2-6	Opprettelse av S-N kurve ved belastninger med konstant amplitude[7] .....	11
Figur 3.2-7	Opprettelse av regresjonslinje ut ifra test resultater.....	12
Figur 3.2-8	Normal fordeling ved test resultater .....	13
Figur 3.2-9	Opprettelse av design kurve ved fratrekk av standardavvik[7] .....	14
Figur 3.2-10	Historikk for belastning og telling av spenningscykluser[7] .....	17
Figur 3.2-11	Beregning av skade akkumulasjon ved S-N kurver[7] .....	17
Figur 3.3-1	Fortøyningssystem av kjetting for bøye.....	20
Figur 3.3-2	Tension vs. OPB belastning[11].....	21
Figur 3.3-3	Topp-kjedet ved bruk av "hang off" konfigurasjon[14] .....	22
Figur 3.3-4	Overdreven visualisering av effekten ved bruk av innfestningsarm.....	23
Figur 3.3-5	Hysterese-sløyfe for OPB/IPB moment of vinkel[10].....	24
Figur 3.3-6	FEM bjelke modell[10] .....	24
Figur 3.4-1	Lineært elastisk legemet påført belastning.....	28
Figur 3.4-2	Lineært forhold ved belastning of deformasjon .....	29
Figur 3.4-3	Aksielle krefter påført et tverrsnitt .....	29
Figur 3.4-4	Formel for intern energi.....	30
Figur 3.4-5	Moment og rotasjon påført et element.....	30
Figur 3.4-6	Euler Bernoulli bjelketeori .....	31
Figur 3.4-7	Fast innspent bjelke .....	31
Figur 3.4-8	Virtuell last påført bjelken.....	31
Figur 3.4-9	Summen av virtuell og virkelig last .....	32
Figur 3.4-10	Beregning av arbeid utført .....	32
Figur 3.4-11	Resultat ved eksisterende moment og virtuelt moment.....	32
Figur 3.4-12	Innføring av Euler Bernoulli bjelketeori .....	33
Figur 3.4-13	Ligning basert på loven om bevaring av energi .....	33

Figur 3.5-1 Oppdeling av kurve med lineære elementer .....	34
Figur 3.5-2 Stang element .....	35
Figur 3.5-3 Forskyvning av stang element.....	35
Figur 3.5-4 Grensebetingelser .....	35
Figur 3.5-5 Forskjøvet rett linje med grensebetingelser .....	36
Figur 3.5-6 uttrekk av forskyvninger .....	36
Figur 3.5-7 spennings- og tøyningens komponenter i et legeme.....	37
Figur 3.5-8 Konstituerende matrise for tøyninger og spenninger .....	37
Figur 3.5-9 innsetting av formfunksjoner.....	38
Figur 3.5-10 FEM formel relatert til loven om bevaring av energi.....	39
Figur 3.5-11 Fundamental likningen ved analyse av strukturer i FEA.....	40
Figur 3.5-12 Bjelke element ved FEA.....	40
Figur 3.5-13 Beregning av grensebetingelser.....	41
Figur 3.5-14 Beregning av gradient matrise .....	42
Figur 3.5-15 2-punkts integrasjon .....	43
Figur 3.5-16 Prosess for utregning av 2 punkts integrasjon.....	44
Figur 3.5-17 fullt integrerte, todimensjonale, firkantede elementer[15].....	44
Figur 3.5-18 «shear locking» av fullt integrerte første ordrens, faste elementer[15].....	45
Figur 3.5-19 Reduserte integrasjonselementer[15].....	45
Figur 3.5-20 «Hourglassing» ved redusert integrasjon[15].....	45
Figur 3.5-21 ulineær kurve for belastning-deformasjon[15].....	46
Figur 3.5-22 iterasjon av et inkrement[15] .....	47
Figur 3.5-23 Data for kjettingen i FEM bjelke modell.....	48
Figur 3.5-24 Oppbygging av kjetting med innfestningsarm .....	49
Figur 3.5-25 Deler i Abaqus bjelke modell .....	49
Figur 3.5-26 Komplette modell for toppkjedet med innfestningsarm .....	49
Figur 3.5-27 Grensebetingelser og belastning av modellen.....	50
Figur 3.5-28 Definerings av interlink oppførsel i modellen .....	50
Figur 3.5-29 Dimensjoner på innfestningsarm 1 .....	51
Figur 3.5-30 Dimensjoner på innfestningsarm 2 .....	51
Figur 3.5-31 Etablering av kontakt egenskaper.....	52
Figur 3.5-32 Belastningene gjennom stegene i analyse .....	52
Figur 3.5-33 Grensebetingelser gjennom stegene i analyse .....	53
Figur 7.1-1 Kurver for interlink stivhet .....	57
Figur 7.1-2 LVDT måling og vektor-regning.....	58
Figur 7.1-3 Overdreven illustrasjon av fortøyningens oppførsel ved påsatt moment og forspenning .....	<b>Feil! Bokmerke er ikke definert.</b>
Figur 7.2-1 Momenter i interlink .....	59
Figur 7.2-2 Hot spots i en kjetting-lenke[10].....	61
Figur 7.3-1 Spenningskonsentrasjoner i innfestningsarm.....	62
Figur 7.3-2 Spenningsvariasjoner ved hullet i innfestningsarm (friksjonskoeffisient på 0.16) .....	63
Figur 7.3-3 Spenningsvariasjoner ved hullet i innfestningsarm (friksjonskoeffisient på 0.19) .....	64



## Tabelliste

Tabell 3.1-1 Minimum mechanical properties for chain cables[2] .....	3
Tabell 3.1-2 Proof load and breaking load of chain links[2].....	4
Tabell 3.2-1 Proof load for steel grades .....	10
Tabell 3.2-2 Tabell 3.10.1 sannsynlighet for å oppnå mindre verdier for $\gamma_k$ [7].....	13
Tabell 3.2-3 Beregning av standardavvik[7] .....	14
Tabell 3.2-4 DFF for strukturelle forbindelser[8] .....	17
Tabell 3.2-5 Klassifisering av konstruksjonsdetaljer uten sveis[9] .....	18
Tabell 3.2-6 S-N kurver for konstruksjonsdetaljer[9] .....	18
Tabell 3.3-1 Parameter for formel 3.3.3[10] .....	25
Tabell 3.3-2 Konsentrasjonsfaktor for spenning ved BV guidelines og beregning av spenningsintervall[10] .....	26
Tabell 3.5-1 Kategorier av arbeid for FEM .....	39
Tabell 7.1-1 Sammenligning av vinkel-spekter ovenfor samsvarende test gjort av APL.....	58
Tabell 7.2-1 Andel moment ved bruk av innfestningsarm .....	60
Tabell 7.2-2 Høyeste verdiene for skadeakkumulering med område og levetid .....	61
Tabell 7.3-2 Resultater for spenninger i innfestningsarm (friksjonskoeffisient på 0.16).....	62
Tabell 7.3-3 Resultater for spenninger i innfestningsarm (friksjonskoeffisient på 0.19).....	63
Tabell 7.3-4 Skadeakkumulering og levetid for innfestningsarm ((friksjonskoeffisient på 0.16).....	64
Tabell 7.3-5 Skadeakkumulering og levetid for innfestningsarm ((friksjonskoeffisient på 0.19).....	65

## 1 Innledning

Innenfor offshore og olje virksomhet har man grovt sett 2 typer installasjoner. Disse kalles flytende og faste installasjoner. Faste installasjoner vil være plattformer konstruert på støttende søyler av betong eller stål som igjen er direkte forankret til havbunnen. Denne typen er i stor grad begrenset av havdybden hvor konstruksjonen skal installeres. Ved områder hvor dette punktet gjør det ugunstig eller helt umulig med faste installasjoner, vil det da være et alternativ med flytende konstruksjoner. Disse konstruksjonene er som navnet tilsier flytende på overflaten og er ofte bundet til havbunnen med fortøyningslinjer. Disse vil være bestående av kjede, tau og kabel eller en kombinasjon av disse tre. Denne rapporten vil kun omhandle disse flytende konstruksjonene hvor kjetting i stål er utbredt som komponent i fortøyningslinjer.

Fortøyningsssystemer består i et enkelt aspekt av fairleads, koblinger, fortøyningslinjer, og anker. Systemet danner en kobling mellom skipet eller plattformen til havbunnen, hvor den skal holde konstruksjonen stasjonært over et gitt interessepunkt på havbunnen. Ettersom industrien avanserer lengre fra kysten med økende vanddybde, blir det satt høye krav til pålitelighet og styrke til fortøyningssystemet. Dette er fordi systemet må motstå store dynamiske og statiske laster over en relativt lang levetid. Pålitelighet til fortøyningslinjen er viktig hvor verifisering av dens integritet er en stor utfordring. Dette skyldes at store deler av linjen befinner seg under vannoverflaten over lange distanser. Lastene som oppstår i fortøyningslinjen er i stor grad et resultat fra miljøet konstruksjonen befinner seg i. Bevegelse oppstår i konstruksjonen som følger av vind, bølger og havstrømmer som da videreføres til forankringslinjen. Effekten av lastene er basert på beregnede spenninger som vil opptre i fortøyningslinjen. De mest populære formene for fortøyningsystemer er det som kalles for «catenary mooring» og «taut mooring» hvor førstnevnte er relevant for denne rapporten.

### 1.1 Bakgrunn for problemstilling

Kjetting i en fortøyningslinje er i hovedsak konstruert for strekkspenninger som opptrer i spennets retning. Hvis man kun ser på seksjonen av linjen avgrenset ved rundt 20 lenker ned fra koblingspunktet på fartøyet, ville det vært en korrekt antagelse at linjen kun er utsatt strekkspenninger. Variasjoner i vinklene mellom hver enkelt lenke vil her være små og ubetydelige. Ved seksjonen av topp-kjedet som inneholder 20 lenker nærmest fartøyet, vil vi få det som kalles «out of plane bending» forkortet OPB. Dette fenomenet ble oppdaget i 2002 da en dypvanns-bøye hadde en uheldig hendelse ved flere av dens fortøyningslinjer etter kun 265 dager i bruk. Hendelsen skjedde utenfor kysten i vest Afrika hvor 4 fortøyningslinjer av kjetting feilet innenfor en kort tidsramme. Årsaken ble påvist å være et resultat av kombinasjonen mellom høye forspenninger i fortøyningslinjen og signifikante rotasjoner mellom koblingene av kjettingens lenker. Dette resulterte videre i utmatting av kjettingen hvor den ble bøyd ut av planet over dens svake akse. Dette er også i dag et svært aktuelt emne hvor forskning fortsatt pågår rundt denne skademekanismen. Hvordan OPB virker og hvordan den skal håndteres er derfor et svært interessant emne for videre forskning. I noen tilfeller vil man i dag anvende en innfestningsarm med rotasjonsegenskaper. Dette gjøres gjennom lavfriksjonslager ved tilkoblingen til flytende konstruksjoner. Spørsmålet om denne innfestningsarmens innvirkning på systemet relatert til utmatting ved OPB, vil her være den generelle problemstillingen i rapporten.

## 2 Samfunnsperspektiv

Fortøyningslinenes funksjon er å holde den flytende konstruksjonen stasjonær over et gitt interessepunkt på havbunnen. Dette vil da også gjelde for sjøtilstander med store miljøbelastninger hvor høye bevegelsesmomenter blir videreført til fortøyningssystemet. Får man uforutsette bevegelser som setter konstruksjonen ut av den stabile posisjonen kan konsekvensene være katastrofale. Slike situasjoner vil fort kunne oppstå ved brudd av flere forankringslinjer, hvor konstruksjonen kan forflytte seg over større avstander. Dette kan være på grunn av en systematisk svakhet i designet av linene, påfølgende brudd når laster overføres til de andre linene ved brudd av en enkelt fortøyningsline og/-eller korrosjon, utmatting og slitasje tærer på flere liner i tilsvarende lik grad over tid.

Ved store forflytninger vil man få overbelastning og ødeleggelse av rørledninger og stigerør. Følgene av dette er store miljømessige skader i form av olje og gassutslipp, økonomisk tap som følger av reparasjonskostnader samt tap av inntekt og verst av alt økt risiko for ulykker og tap av menneskeliv ombord på konstruksjonen. Det er derfor av stor interesse for samfunnet at det utvikles robuste metoder for å sikre at slike hendelser ikke inntreffer.

### 3 Teori

#### 3.1 Introduksjon til kjetting i fortøyningslinjer

Fortøyningslinjer av kjetting er varmvalsede stålstenger produsert fra «ingots» eller kontinuerlig støpte «billets» og «blooms». Stålet vil videre bli formet som lenker før de sveises sammen. Sveisingen utføres i to stadier hvor man først fører en strømkrets gjennom stålet[1]. Dette fører til at endene ved det enkelte kjedet danner en motstand. Her vil det skapes en elektrisk lysbue lokalt som igjen smelter metallet til plastisk tilstand. Nå går prosessen over til stadiet 2 og her vil endene sveisen til en kobling ved at de presses sammen. Det meste av urenheter samt plastisk metall vil under denne prosessen presses ut og man trenger ingen tilsetninger av metall for selve sveisen. Innenfor offshore og fortøyningslinjer vil stål kvaliteten være inndelt i 5 grupper. Disse gruppene kalles R3, R3S, R4, R4S, R5 hvor deres mekaniske egenskaper er beskrevet i tabellen under.

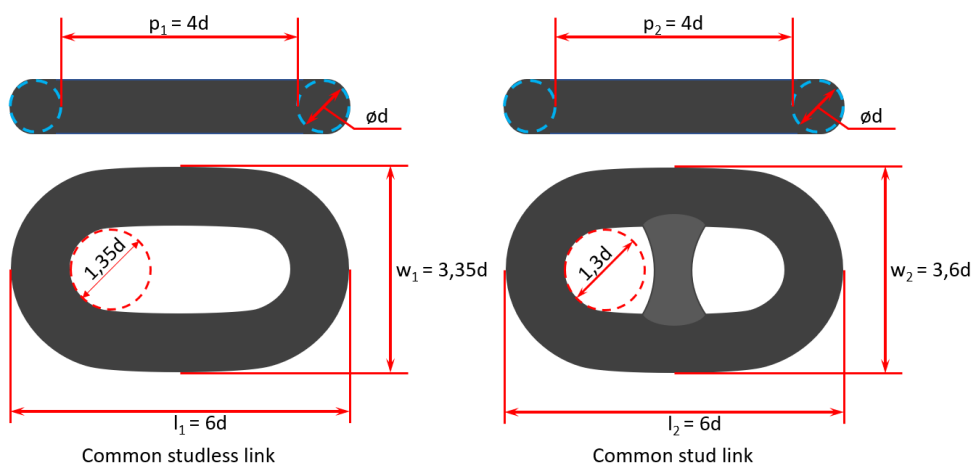
Grade	Yield stress <sup>(1)</sup> $R_e$ N/mm <sup>2</sup> [MPa]	Tensile Strength <sup>(1)</sup> $R_m$ N/mm <sup>2</sup> [MPa]	Elongation $A_5$ %	Reduction of area Z %
R3	410	690	17	50
R3S	490	770	15	50
R4	580	860	12	50
R4S	700	960	12	50
R5	760	1000	12	50

(1) Forholdet mellom “yield stress” og “tensile strength” ligger typisk i området mellom 0.85 til 0.95. Den reelle strekkfastheten vil normalt ikke overgå den minimale strekkfastheten med mer enn 150 MPa.

Tabell 3.1-1 Minimum mechanical properties for chain cables[2]

##### 3.1.1 Kjettingens geometriske utforming

Kjettingen kan i utgangspunktet komme i 2 former med tanke på utformingen. Man har den ordinære lenken kalt «studless link» og det som kalles «stud link». Den vesentlige forskjellen mellom disse er en stolpe som ligger på tvers over midtpunktet på den førstnevnte. Utformingen og dimensjoneringen er beskrevet i figur 3.1-1 og er standardisert av ISO (International Organization for Standardization).



Figur 3.1-1 Dimensions of common links[3]

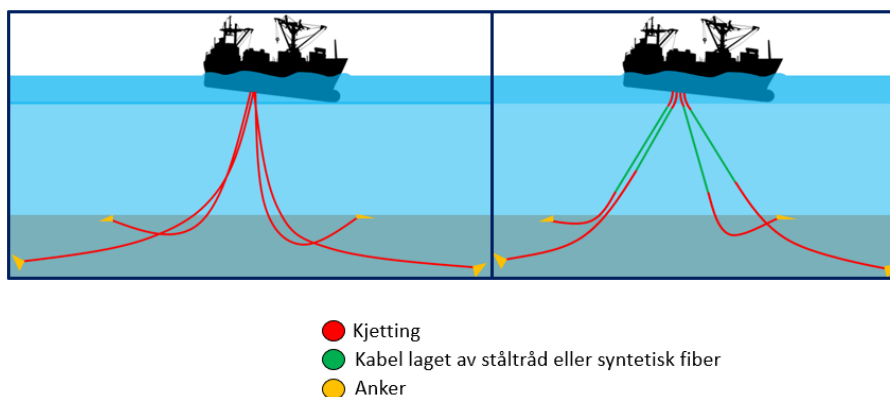
Fortøyningslinene vil videre ha følgende data angående den minimale bruddstyrken målt gjennom testing. Tabellen angir også vekt samt lengden over 5 lenker.

	Grade R3	Grade R3S	Grade R4	Grade R4S	Grade R5
Proof load, stud link (kN)	$0.0156d^2$ (44-0.08d)	$0.0180d^2$ (44-0.08d)	$0.0216d^2$ (44-0.08d)	$0.0240d^2$ (44-0.08d)	$0.0251d^2$ (44-0.08d)
Proof load, stud less (kN)	$0.0156d^2$ (44-0.08d)	$0.0174d^2$ (44-0.08d)	$0.0192d^2$ (44-0.08d)	$0.0213d^2$ (44-0.08d)	$0.0223d^2$ (44-0.08d)
Breaking load (kN)	$0.0223d^2$ (44-0.08d)	$0.0249d^2$ (44-0.08d)	$0.0274d^2$ (44-0.08d)	$0.0304d^2$ (44-0.08d)	$0.0320d^2$ (44-0.08d)
Weight, stud link (kg/m)	$0.0219d^2$				
Five link length (mm)	Minimum 22d and maximum 22.55d				
d is the chain nominal diameter					

Tabell 3.1-2 Proof load and breaking load of chain links[2]

### 3.1.2 Catenary mooring

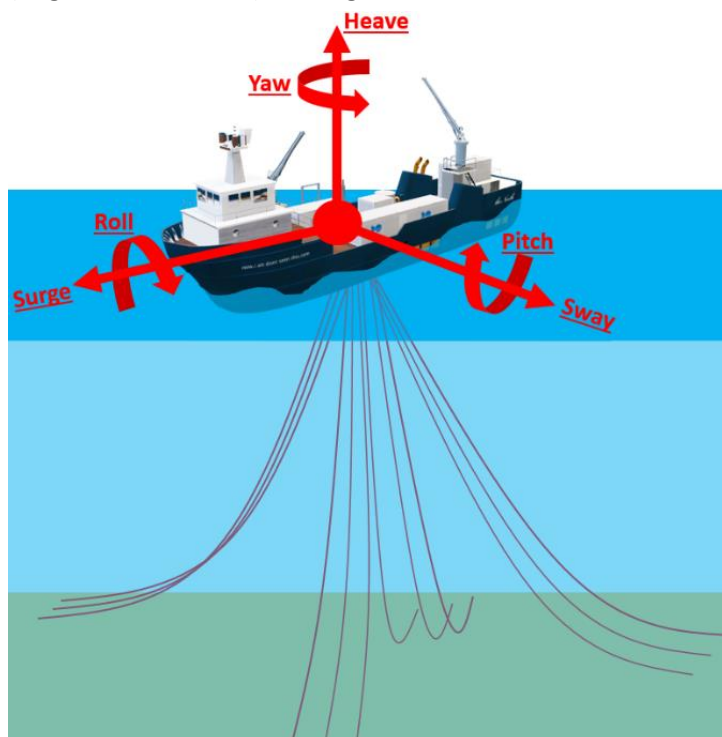
Denne rapporten vil ta utgangspunkt i denne typen fortøyningslinjer. Fortøyningssystemet her består av flere liner som er spredt ut gjerne symmetrisk rundt konstruksjonen. Navnet kommer av formen fritt-hengende liner danner under innflytelse av gravitasjon. Fortøyningslinens oppførsel vil være avhengig av konstruksjonens bevegelser. Dersom konstruksjonen forskyves fra et ankerfeste vil linen her strammes og løftes opp, og man får en økning av strekkspenninger. Her vil det etableres ulineære gjenoppbyggingskrefter av vekten fra den hengende linen, som vil prøve å holde installasjonen stasjonær. Desto større forskyvninger jo større vil disse gjenoppbyggingskreftene være. Ankerfestet vil kun være utsatt for horisontale krefter siden fortøyningslinens endestykke skal ligge horisontalt på havbunnen. Dette krever at fortøyningslinene må være relativt lange i forhold til havdybden. Bruk av bare kjetting er derfor effektivt ved relativt grunt vann. Ved dypere farvann er det ugunstig å kun bruke kjetting, dette er fordi lengden samt den hengende vekten av linen vil øke drastisk. Her vil man få en begrensende faktor ved reduksjon av tilgjengelig nyttelast på konstruksjonen. Det er derfor gunstig å erstatte deler av den tunge kjettingen med lettere kabler laget av syntetisk fiber eller ståltråd. Man vil ved denne kombinasjonen konstruere fortøyningslinen med kabel i den øvre seksjonen, dette er for å også øke elastisiteten i områder med mye bevegelse[4].



Figur 3.1-2 Fortøyningssystem

### 3.1.3 Belastninger på den flytende konstruksjonen

En offshore konstruksjon vil primært være utsatt for 2 typer laster. Den ene er gravitasjonsbaserte laster som i henhold til fortøyningssystemet vil være egenvekten til selve fortøyningssystemet[5]. Den andre typen er miljøbaserte laster, som vil i flytende konstruksjoner påføre store påkjenninger i fortøyningssystemet. Dette er fordi fortøyningssystemet skal holde den flytende konstruksjonen stasjonær og forhindre bevegelser utenfor en gitt toleranse. Innenfor denne toleransen vil konstruksjonen være ubegrenset ovenfor dynamiske bevegelser. Belastningene på systemet er videre definert som statiske eller dynamiske. De statiske lastene på den flytende konstruksjonen vil være egenvekt, hydrostatiske belastninger og belastninger fra havstrømmer. Dynamiske laster oppstår fra bølger og vind som vil variere. Flytende konstruksjoner vil i forhold til bevegelse ha 6 DOF (degrees of freedom) vist i figur 3.1-3.



Figur 3.1-3 D.O.F for flytende offshore installasjon

Effekten av miljøbaserte laster er basert på kalkulerte strekkspenninger som er forventet å opptre i fortøyningssystemet[6]. Ved disse kalkulasjonene må konstruksjonens bevegelser betraktes, hvor responsen av fortøyningssystemet er av interesse. Miljøbaserte laster som skal betraktes med hensyn til det geografiske området konstruksjonen befinner seg i, vil være:

- Bølger
- Vind
- Havstrømmer
- Marin vekst
- Tidevann og stormflo
- Jordskjelv
- Temperatur
- Snø og is

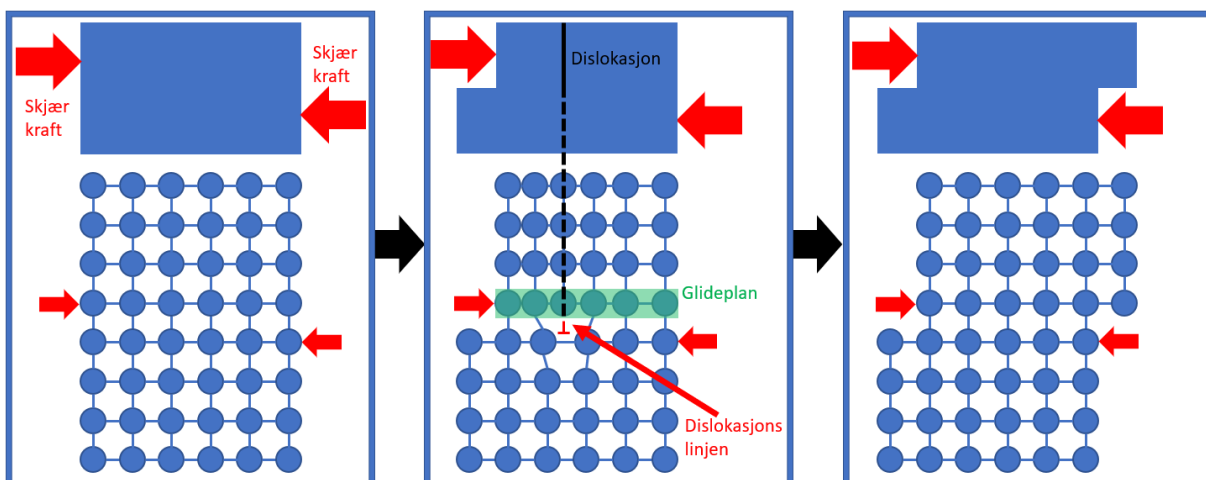
## 3.2 Utmatting

### 3.2.1 Introduksjon utmatting

Utmatting av strukturelle komponenter er definert som skadeutviklingen over tid som følger av svingende spenninger som virker på komponenten[7]. Denne skadeutviklingen vil kontinuere selv om spenningene er under materialets kapasitet. Dette er fordi skadeutviklingen er bestemt ut ifra antall spennings-sykluser, skadeutviklingen vil altså avansere ettersom syklusene øker. Etter et bestemt antall av disse syklusene vil man til slutt få brudd i materialet. Prosessen ved utmatting vil være delt inn i tre faser:

- Sprekkinitiering
- Sprekkutvikling
- Avsluttende brudd

Mekanismen bak utmatting kan forklares ved å betrakte mikrostrukturen hos komponenter i metallurgiske materialer[7]. Når materialet framstilles, vil man få defekter i gitterstrukturen som kalles dislokasjoner. Man vil altså ha diverse feil i materialet fra begynnelsen av dens levetid. Når komponenten da går over til dens bruksområde ved drift vil den bli utsatt for spenninger. Her vil dislokasjonene bevege seg langs glideplan som drives av de maksimale skjærspenningene i materialet og danne plastiske deformasjoner. Deformasjonene vil være orientert i retning hvor atomene er mest tettpakket, hvor man har de mest tettpakkede glideplanene i gitterstrukturen. Her er det enklest for atomene og bryte bånd for så å danne nye bindinger. Man vil derfor ha deformasjoner i stålkornene hvor glideplanet er orientert i retningen som samsvarer med spenningene. Ved reversering i spennings-syklusene vil disse deformasjonene forbli permanente hvor man har syklisk deformasjons herding. Ettersom man har en herding i nevnte glideplan, vil man ved påfølgende spenninger få dislokasjoner i andre nærliggende glideplan. Dette vil resultere i ekstruderinger og inntrenginger i materialet, hvor sistnevnte kan fungere som mikrosprekker. Mikrosprekker fører videre til sprekkdannelse hvor man har overganger fra mikroskopisk sprekk, påbegynnende sprekk og etablert sprekkutvikling. Initieringsfasen vil være avhengig av overflatens tilstand og de sykliske skjærspenningene. Videre sprekkutvikling vil være relatert til materialets egenskaper og strekkspenningene komponenten er utsatt for. Utvikling av sprekken vil altså dannes vinkelrett i forhold til den største hoved-strekkspenningen. Mekanismen i mikrostrukturen er vist i figur 3.2-1.



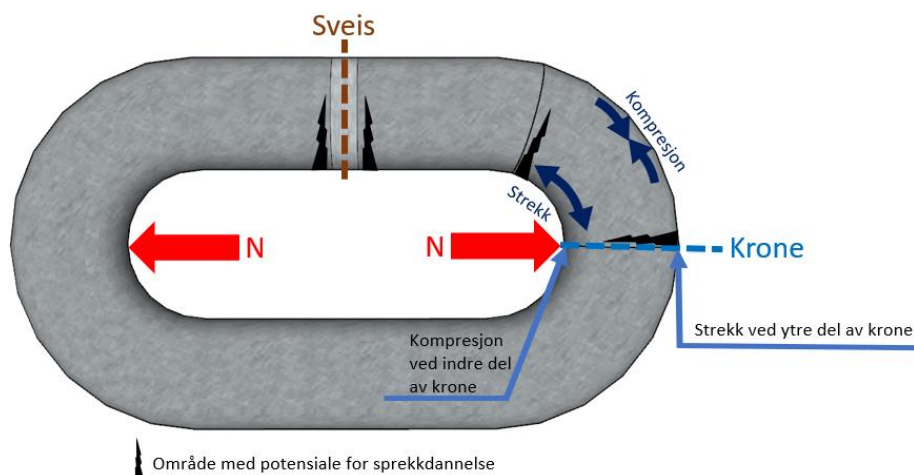
Figur 3.2-1 Dislokasjoner i metaller

Den siste fasen avsluttende brudd vil inntreffe når sprekken har tilstrekkelig dybde slik at det gjenværende kontaktområdet ikke lengre kan overføre syklusenes maksimale spenninger[7]. Avsluttende brudd kan også inntreffe i tilfeller ved det som kalles sprøhetsbrudd. Dette forekommer som et resultat av maksimum SIF (Stress intensity factor). Parameterer som er avgjørende for utmattingsprosessen for komponenter er:

- Eksterne sykliske belastninger
  - o Belastningssituasjonen og tidshistorien til disse kreftene, relatert til den strukturelle komponenten av interesse.
- Komponentens geometri
  - o Global geometri for komponenten og den lokale geometrien for områder med høye spennings-konsentrasjoner og potensiale for sprekkdannelse. Disse områdene kalles for kjerv. Kjerv er diskontinuiteter i geometrien på en komponent. Disse kan vanligvis ikke unngås siden de naturlig forekommer ved overganger ved f.eks. forandringer av tverrsnittets dimensjoner, ved sveise-tå og hull.
- Materialegenskaper
- Restspenninger
- Den generelle kvaliteten på produksjonen av komponenten
- Overflatestruktur og behandling
- Omgivende miljø når komponenten er i bruk

### 3.2.2 Utmatting av kjetting ved «tension-tension»

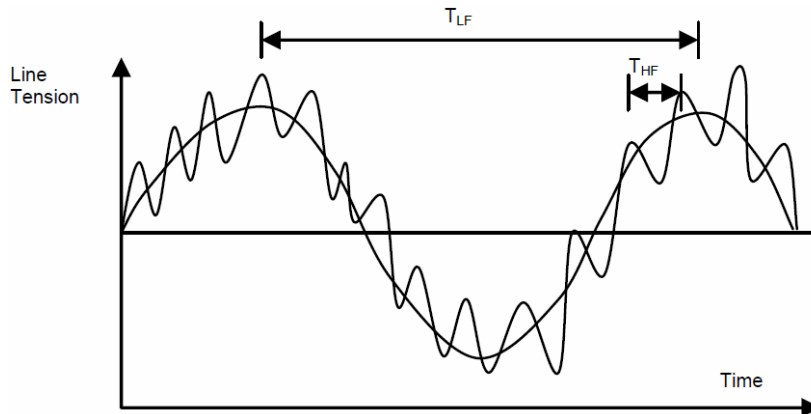
Når en kjetting kun er utsatt for sykliske strekk-krefter vil man ha et belastningsmodus på hver ende med strekkspenninger og bøyepenninger[7]. Ved utmatting har man potensiale for brudd i tre områder. To av disse vil finne sted ved kronen som er den ytterste delen av den bøyde seksjonen og overgangen fra rett til bøyde seksjon. Her vil forholdet mellom lokale spenninger og nominelle spenninger i skaftet være størst, altså størst spenningskonsentrasjoner. Det siste området som er kritisk ved utmatting er området i midten i en av de rette seksjonene. Her er sveisen for kjettinglenken lokalisert og man har ren trekraft som følger av strekkspenninger og bøyepenninger. Kjervene er altså for kjetting lokalisert i overgangen fra rett til bøyde seksjon, ved kronen og ved sveisen. Disse områdene er vist i figuren under.



Figur 3.2-2 Områder med potensiale for brudd i kjetting



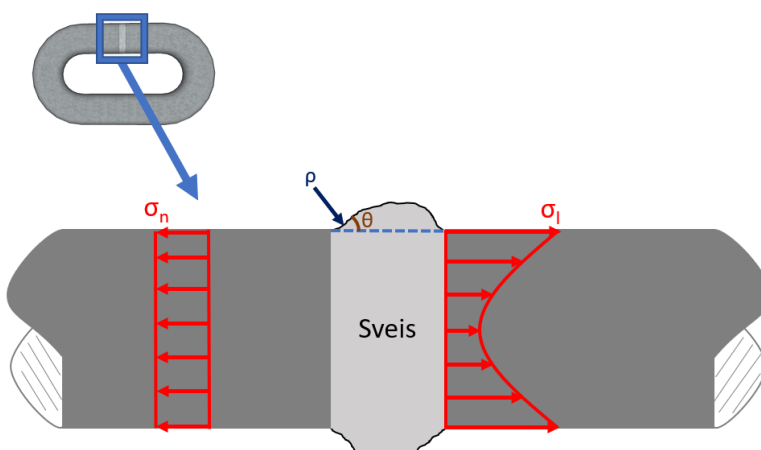
Kjetting i fortøyningsliner vil være utsatt for flere eksterne krefter som påkjenner systemet[7]. En typisk historie av strekk-spenninger for linen vil være bygd opp av bidrag med lav og høy frekvens. Lave frekvenser stammer fra fortøyningssystemets stivhet og massen av den flytende konstruksjonen. Høye frekvenser vil ha opprinnelse i bølgebelastninger og drift av konstruksjonen. Kraftene vil variere over tid med varierte frekvenser. Når man videre har fortøyningsliner spredt rundt en flytende konstruksjon, vil man til forskjellige tidspunkt ha forskjellige belastningssituasjoner i hver enkelt line. Dette gjør analysen av fortøyningsliner svært kompliserte, hvor belastningene i fortøyningssystemet avhenger av tid og sted.



Figur 3.2-3 Typisk historie for strekkspenninger i fortøyningsliner[7]

### 3.2.3 Geometri og spenningskonsentrasjoner

Et viktig punkt for å øke levetiden for konstruksjonskomponenter er å optimalisere kjervene til nevnte komponent[7]. Dette kommer av at diskontinuiteter av geometrien for komponenter vil resultere i lokale økninger av spenninger. Målet for optimalisering av geometrien vil derfor være å redusere faktoren for spenningskonsentrasjon  $K_t$ . Man bør her spesielt se på områder med potensiale for sprekke dannelse. For sveiser er områder som har en plutselige geometriske diskontinuiteter være beskrevet av vinkelen  $\theta$  og radius  $\rho$ . For kjetting vil man ha et slikt området ved sveisen som vist i figuren under.



Figur 3.2-4 Spenningskonsentrasjon ved sveis i kjetting

Økningen av spenninger relativt til de gjennomsnittlige nominelle spenningene kan her være på en faktor mellom 3 til 8[7]. Faktoren for spenningskonsentrasjon er beskrevet gjennom formelen 2.2.1.

$$K_t = \frac{\sigma_l}{\sigma_n} \quad \text{Formel 3.2.1}$$

- $\sigma_l$  = Virkelige lokale spenninger ved en «notch»
- $\sigma_n$  = Nominelle spenninger et stykke unna en «notch»

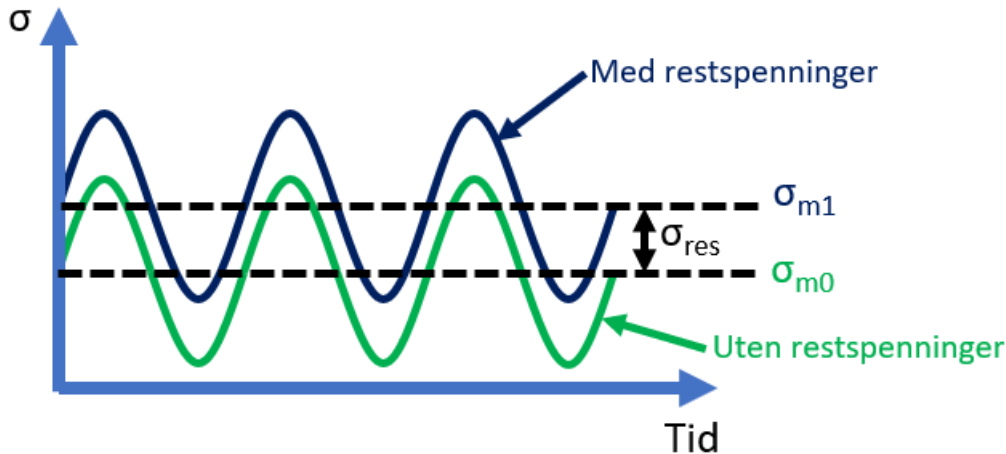
Relatert til geometriske økning av spenninger har vi også det som kalles for tykkelses-effekten[7]. Man vil ved denne effekten forkorte levetiden dersom tykkelsen av en komponent økes ved samme spenningsnivå. Forklaringen på dette er delt inn i fire. Først har vi en «notch» effekt hvor vi får økninger i konsentrasjonsfaktoren av spenninger ved sveisen. SCF (stress concentration factor) er veldig sensitiv ovenfor forholdet mellom radius  $p$  og tykkelse  $T$ . Dette betyr at når  $p/T$  synker vil SCF øke og levetiden reduseres. Vi har videre en skalerings effekt som kan forklares ved at det lokale spenningsfeltet for en 1 mm dyp sprekke vil være mer alvorlig i en tykk komponent enn i en tynn. Vi har en statistisk volumetrisk effekt hvor økningen av tykkelse vil øke sjansen for feil i materialet. Til slutt har vi en metallurgisk effekt hvor mikrostrukturen på tykkere komponenter kan være kvalitetsmessig dårligere. Tykkelses-effekten må være med i beregningene gjennom formelen:

$$SCF = \left( \frac{T}{t_{ref}} \right)^k \quad \text{Formel 3.2.2}$$

- $T$  = Tykkelsen av komponenten
- $T_{ref}$  = referanse tykkelsen
- $k$  = er en gitt parameter som gjerne varierer fra 0.25 til 0.33

### 3.2.4 Innvirkning av restspenninger

Restspenninger er spenninger som befinner seg komponenter før de brukes i drift hvor eksterne krefter påføres[7]. Som oftest vil disse dannes ved produksjonen av komponenten, men kan også oppstå ved andre omstendigheter som eventuelle kvalitetstester før bruk. Disse spenningene danner likevekt i materialet som betyr at trykk- og strekkspenninger er balansert. Ved utmatting er det strekkspenningene som her er avgjørende. Dette vil si at man i områder vil ha restspenninger som er trykkspenninger og andre steder restspenninger som er strekkspenninger. Her vil trykkspenningene være gunstige relatert til utmatting mens strekkspenninger vil være skadelig for utmatting. Dette kommer av at strekkspenningene vil ha innvirkning på den gjennomsnittlige spenningen i komponenten når den er i drift. Dette kan vises gjennom figur.



Figur 3.2-5 Effekten av restspenninger

Restspenninger i forløyningliner vil være påvirket av kvalitetstesten «proof load testing». Her vil man belaste kjettingen ovenfor strekkspenninger, som fører materialet på innsiden av hver krone over til plastisk sone. Dette resulterer i permanente deformasjoner lik 0.2% eller 0.1% og danner restspenninger i form av trykkspenninger. Når kjettingen så blir tatt i bruk må de eksterne kreftene altså først reversere disse spenningene i lenken. Konklusjonen er derfor at denne formen for restspenninger kan være gunstige relatert til utmatting av forløyninglinen. Ved «proof load testing» vil forløyninglinene av kjetting fra produksjonen testes ovenfor strekkrefter spesifisert i tabell 3.2-1.

	Grade R3	Grade R3S	Grade R4	Grade R4S	Grade R5
Proof load, stud link (kN)	0.0156d <sup>2</sup> (44-0.08d)	0.0180d <sup>2</sup> (44-0.08d)	0.0216d <sup>2</sup> (44-0.08d)	0.0240d <sup>2</sup> (44-0.08d)	0.0251d <sup>2</sup> (44-0.08d)
Proof load, stud less (kN)	0.0156d <sup>2</sup> (44-0.08d)	0.0174d <sup>2</sup> (44-0.08d)	0.0192d <sup>2</sup> (44-0.08d)	0.0213d <sup>2</sup> (44-0.08d)	0.0223d <sup>2</sup> (44-0.08d)

Tabell 3.2-1 Proof load for steel grades

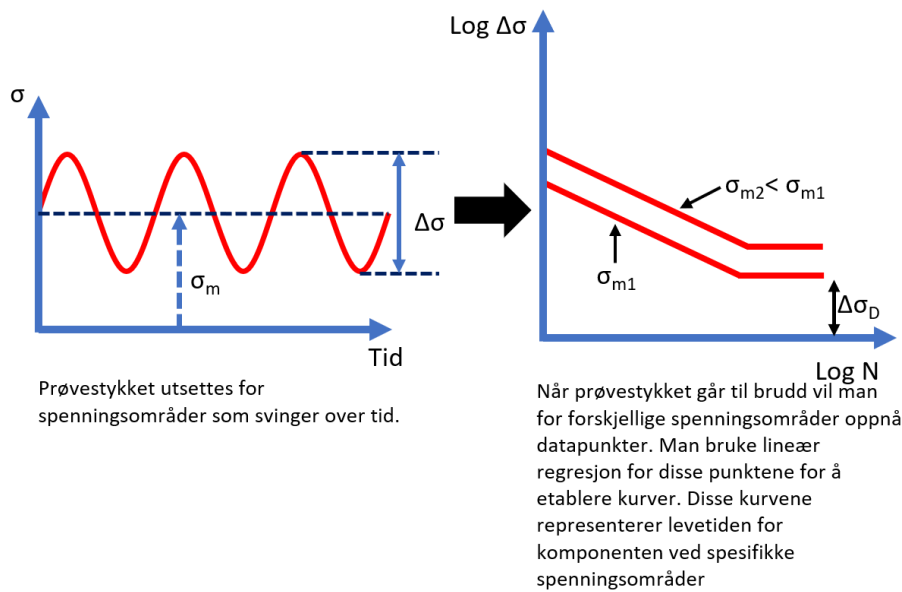
### 3.2.5 S-N metoden

Materialets flytegrense, strekkfasthet og elastisitetsmodul vil alle ha påvirkning på en komponents utmatnings-egenskaper[7]. For å karakterisere disse egenskapene må man foreta fysiske tester, hvor prøvestykker belastes ovenfor sykliske spenninger. Disse spenningen vil ha et bestemt spenningsintervall, hvor utmatningslevetiden til materialet blir en funksjon av dette påførte intervallet. Hovedparameteren vil altså være spennings-intervallet  $\Delta\sigma$ , men vil også være avhengig av gjennomsnittsspenninger i materialet. Gjennom lineær regresjon av punktene som etableres n r prøvestykkene n r brudd, vil man få kurver som uttrykker komponentens levetid også kalt S-N kurver. Denne levetiden er da uttrykt av antall sykluser ved gitte spenningsområder. Kurvene vil i den øvre delen ha en lineær tilnærming gjennom formelen:

$$\log N = \log A - m \log \Delta\sigma$$

Formel 3.2.3

- $\log A$  = hvor kurven krysser den vertikale aksen
- $-1/m$  = stigningstallet til kurven
- $\log \Delta\sigma$  = spenningsområdet



Figur 3.2-6 Opprettelse av S-N kurve ved belastninger med konstant amplitude[7]

- $\Delta\sigma_D$  = utmattings-grensen ved belastninger av konstant amplitude. (Ingen brudd som følger av utmatting når spenningene er under en viss grense.)
- $\sigma_m, \sigma_{m1}, \sigma_{m2}$  = mean stress level

Beregning av utmatting og opprettelsen av S-N kurver vil altså være basert på tester og statistisk analyse[7]. Man vil da ende opp med et resultat i form av antall sykluser til brudd for den aktuelle komponenten. S-N kurvene vil være basert på punktene ved brudd av komponenter som er innhentet ved testing. For S-N kurver vil log N ligge på horisontal akse mens log  $\Delta\sigma$  vil være den vertikale. Dette forandrer ikke det faktum at log  $\Delta\sigma$  er den forklarende variabelen mens log N er den resulterende variabelen. For å konstruere S-N kurver vil lineær regresjon være et essensielt verktøy, hvor man ønsker man å finne den lineære kurven som best passer innsamlede datapunkter. For lineær regresjon vil gjennomsnittets verdien av y være gitt ved den rette linjen som en funksjon av x. For hvert datapunkt innhentet fra tester vil vi ha et avvik  $E_i$ . Regresjonslinjen fremstilles gjennom minste kvadrats metode. For en gitt x verdi vil linjen ha en tilfeldig y verdi som er angitt med en uthevet **y**. Likningen for regresjonslinjen vil være:

$$y_i = A + Bx + E_i \quad \text{Formel 3.2.4}$$

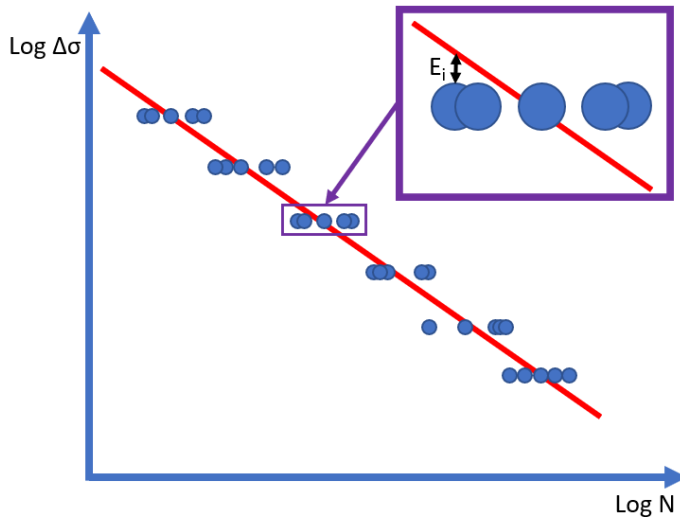
$$E(y | x) = A + Bx$$

- A = Er hvor regresjonslinjen krysser y aksen
- B = Stigningstallet til linjen
- $E_i$  = avviket fra regresjonslinjen til datapunkt nummer  $E_i$

For å finne A og B anvender man minste kvadrats metode:

$$A = \mu_y - b\mu_x \quad \text{Formel 3.2.5}$$

$$B = \frac{S_{xy}}{S_x^2} \quad \text{Formel 3.2.6}$$



Figur 3.2-7 Opprettelse av regresjonslinje ut ifra test resultater

Nødvendige parametere ved beregning av regresjonslinjer vil være:

$\mu_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ Gjennomsnitt av x verdier	Formel 3.2.7
$\mu_y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$ Gjennomsnitt av y verdier	Formel 3.2.8
$s_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)^2$ Utvalgsvarians av x	Formel 3.2.9
$s_y^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \mu_y)^2$ Utvalgsvarians av y	Formel 3.2.10
$s_{xy} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)(y_i - \mu_y)$ Utvalgskovarians	Formel 3.2.11
$\rho = \frac{s_{xy}}{s_x s_y}$ Korrelasjon	Formel 3.2.12
$Q^2 = \sum_{i=1}^n (E_i)^2$ Kvadrat-summen av feilen for datapunktene til regresjonslinjen.	Formel 3.2.13

- n = totale antall data punkter

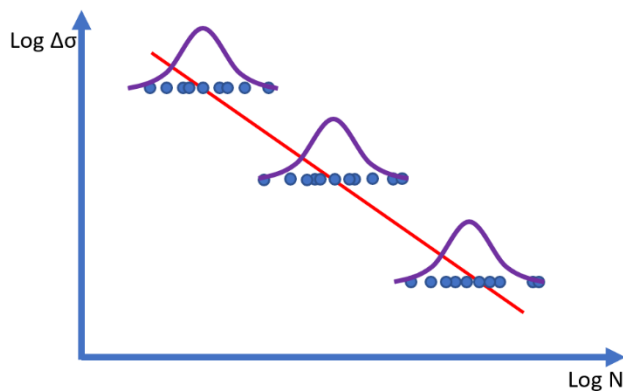
$E_i$  verdiene som ved S-N kurver er spredningen av sykluser ved feiling, vil betraktes for å være uavhengige. Dette betyr at  $N$  er normal distribuert for en gitt  $\Delta\sigma$ . Videre kan det vises at  $Q^2/s^2$  følger en chi-square distribusjon med frihetsgrader  $n-2$ , dette fordi man estimerer 2 parameter ved regresjonslinjen som er  $A$  og  $B$ . Punkttestimatet til standardavviket for  $N$  ved en gitt  $\Delta\sigma$  vil være:

$$\hat{s}^2 = \frac{Q^2}{n-2} \quad \text{Formel 3.2.14}$$

Konfidensnivået for  $s$  kan bestemmes fra chi-square fordelingen:

$$P\left(s^2 \leq \frac{(n-2)\hat{s}^2}{\chi_{1-\alpha, n-1}^2}\right) = 1 - \alpha \quad \text{Formel 3.2.15}$$

- $\chi_{1-\alpha, n-1}^2$  er prosentiler hentet fra tabell



Figur 3.2-8 Normal fordeling ved test resultater

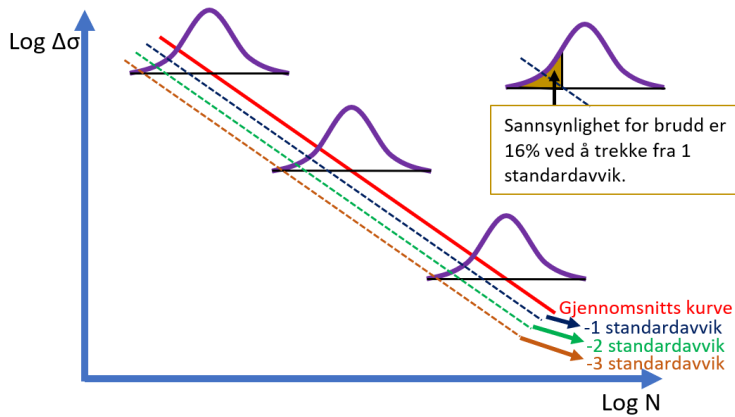
Standardavvik brukes videre for å finne prosentilkurver for  $N$  gitt  $\Delta\sigma$ [7]. Ved opprettelse av designkurver vil vi trekke ifra et bestemt antall  $k$  standardavvik fra formel 3.10.1. Dette gir formelen:

$$y_k = A - ks - Bx \quad \text{Formel 3.2.16}$$

Vi vil her ha en viss sannsynlighet for å oppnå mindre verdier for  $y_k$ [7]. Dette vil være sannsynligheten for at komponenten går i brudd før den når prosentil kurvene. Disse sannsynlighetene er gitt i tabellene under for hvor mange standardavvik vi trekker ifra gjennomsnitts-kurven.

K (antall standardavvik vi trekker fra)	Sannsynlighet for mindre verdier
0	0.50
1	0.16
2	0.023
3	0.0014

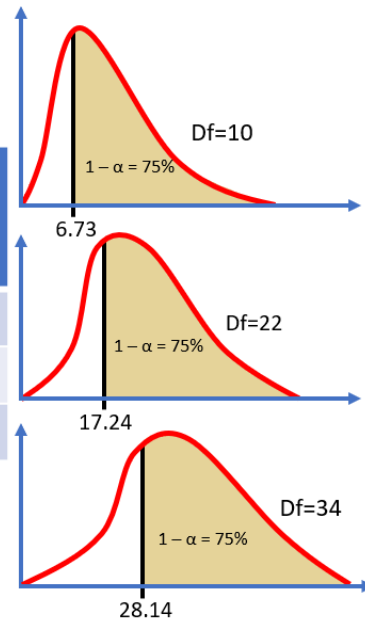
Tabell 3.2-2 Tabell 3.10.1 sannsynlighet for å oppnå mindre verdier for  $y_k$  [7]



Figur 3.2-9 Opprettelse av design kurve ved fratrek av standardavvik[7]

Ved design er det vanlig å bruke en designkurve hvor man har trukket fra 2 standardavvik fra gjennomsnittskurven[7]. Her vil man da som regel bruke punktestimatet for standardavvik. I nyere tid har man også gått over til å trekke fra 1.5 standardavvik med et krav om  $1 - \alpha = 75\%$  konfidensnivå på det anvendte standardavviket. Man beregner da standardavviket gjennom chi-square distribusjonen. Denne distribusjonen er positivt skråstilt og vil for økende antall frihetsgrader nærme seg en normaldistribusjon, men vil aldri være helt symmetrisk. Beregninger av 1.5 standardavvik med 75% konfidensnivå er vist i tabellen under som en funksjon av punktestimatet  $\hat{S} = s_{50}$ .

Antall prøvelegemer n	$\chi^2_{0.75, n-2}$	$S_{75}$ (75% konfidensnivå)	$1.5 s_{75}$
12	6.73	$1.22 s_{50}$	$1.83 s_{50}$
24	17.24	$1.13 s_{50}$	$1.69 s_{50}$
36	28.14	$1.10 s_{50}$	$1.65 s_{50}$



Tabell 3.2-3 Beregning av standardavvik[7]

### 3.2.6 Rain flow cycle counting

Denne metodikken er mest utbredt ved beregning av spenningsintervaller for utmatting[7]. Ved «time series cycle counting» vil man telle hver enkelt spennings-syklus hvor like spenningsintervaller representeres i grupper. Metodikken her er ikke alltid like direkte siden en komplett syklus ikke alltid er definert tydelig. Et problem som kan oppstå er at spenninger kommer i halv-sykluser mellom det som kalles «reversals». Reversals er hvor den deriverte av spenningen skifter fortegn, altså når spenningene skifter fra stigende til synkende eller omvendt. Videre kan vi også få halv-sykluser med mindre halvsykluser. Reglene for å telle disse spenningscyklusene er som følger:

- Når historikken for spenninger beveger seg gjennom et bunnpunkt og forbi det foregående toppunktet på vei opp vil vi telle en syklus.
- Når historikken for spenninger beveger seg gjennom et toppunkt og forbi det foregående bunnpunktet på vei ned vil vi telle en syklus.

Prosedyren blir enklest hvis man starter og avslutter med ekstremverdiene[7]. Dersom tidsserien ikke starter og avslutter med slike kan man omorganisere dem. Spenningsintervallene som er telt blir fjernet fra tids-serien og lagret. Ved lange tids-serier må denne prosessen bli datastyrt siden den vil være svært tidskrevende å gjøre manuelt. Sykluser vil da bli telt vær gang toppunkt og bunnpunkt ved en «reversal» ikke oppfyller ulikheten:

$$|\sigma_i - \sigma_{i-1}| \geq |\sigma_{i-1} - \sigma_{i-2}| \quad \text{Formel 3.2.17}$$

- «i» vil her referere til en «reversal»

Spenningsintervallet og gjennomsnittsspenningene er gitt ved:

$$\Delta\sigma_{i-1} = \sigma_{i-1} - \sigma_{i-2} \quad \text{Formel 3.2.18}$$

$$\sigma_{m,i-1} = \frac{\sigma_{i-1} + \sigma_{i-2}}{2} \quad \text{Formel 3.2.19}$$

For lange tids-serier kan resultatene bli presentert i et histogram, det vil også være hensiktsmessig og legge til en sannsynlighetsfordeling til dette histogrammet[7]. En funksjon som blir mye brukt her er Weibull fordelingen:

$$f(\Delta\sigma) = \frac{h}{q} \left(\frac{\Delta\sigma}{q}\right)^{h-1} \cdot e^{-\left(\frac{\Delta\sigma}{q}\right)^h} \quad , \Delta\sigma \geq 0 \quad \text{Formel 3.2.20}$$

$$f(\Delta\sigma) = 0 \quad , \Delta\sigma < 0$$

- q = skalerings parameter
- h = form parameter

skalerings parameter q kan relateres til maksimum spenningsintervall som oppstår i tidsserien[7]. Relasjonen er:

$$q = \frac{\Delta\sigma_{max}}{(\ln n)^{\frac{1}{h}}} \quad \text{Formel 3.2.21}$$



### 3.2.7 Bruk av S-N kurver ved skade akkumulering

Spenningsvariasjonene funnet gjennom f.eks. «rain flow cycle counting» vil som regel samles i et histogram[7]. Spektrene vil være i form av kortsiktige eller langsiktige spenning-spekter. Her vil de gjelde for kortere perioder eller over hele levetiden av komponenten respektivt. I spektrene vil spenningsvariasjonene med korresponderende sykluser være illustrert som spennings-blokker. Problematikken oppstår når disse skal brukes i samsvar med S-N kurver. Dette er fordi S-N kurver vil være beregnet ved CA (constant amplitude), mens den faktiske belastningen i spektrene vil være av typen VA (variable amplitude). Her må man altså atferden for utmatting transformeres for å tilpasse dette faktum. Løsningen vil være å anta at hver av spennings-blokkene vil bidra til skadeakkumulering for en gitt komponent. Skade akkumuleringen vil følge det som kalles Miner summasjons regel og den lyder som følger:

$$D = \sum_{i=1}^{i=k} \left( \frac{n_i}{N_i} \right) \quad \text{Formel 3.2.22}$$

Hvor:

- $n_i$  = antall sykluser som faktisk forekommer
- $N_i$  = antall sykluser til brudd ifølge S-N kurven for gjeldene spenningsintervall

Man antar her at den totale skaden på komponenten gjennom alle spennings-blokkene vil akkumuleres lineært[7]. Bruddkriteriet ved Miners summasjons regel vil være ved  $D = 1.0$  og estimert levetid som følger av utmatting (PFL) vil være gitt ved:

$$L_p = PFL = \frac{L}{D} \quad \text{Formel 3.2.23}$$

Hvor:

- $L$  = Tidsrommet gjeldende histogram går over (f.eks. et år)

Videre har man også en sikkerhetsfaktor for levetiden kalt «fatigue design factor» (FDF)[7]. Denne vil komme som et tillegg til sikkerhetsfaktoren som ligger latent i design S-N kurven. Design faktoren for utmatting (FDF/DFF) vil være gitt ved:

$$FDF = \frac{PFL}{TSL} \quad \text{Formel 3.2.24}$$

Hvor:

- TSL = Target Service Life
- PFL = Predicted fatigue life

Innenfor offshore vil man for forskjellige strukturelle forbindelser ha anbefalte verdier for DFF[8]. Disse verdiene er vist i figur 3.2-4 og avhenger av:

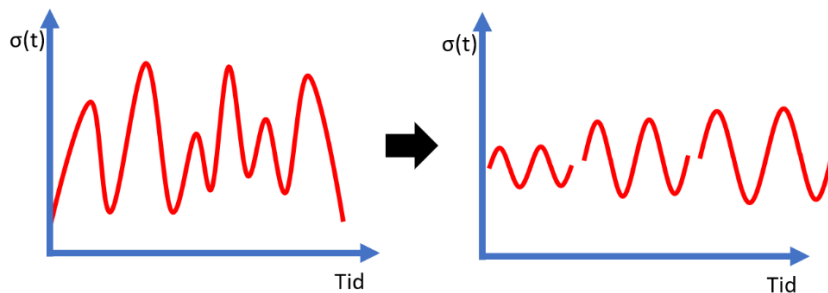
- Konsekvensen ved brudd
- Muligheter for inspeksjon og om dette er planlagt
- Egenskaper for sprekkevekst relatert til om man kan oppdage og betrakte sprekkevekst.
- pålitelighet av inspeksjonsmetoden for aktuell «hot spot».
- Usikkerhet knyttet til kalkulert skade ved utmatting
- Definisjonen av langsiktig belastning og designformat

Classification of structural components based on damage consequence	Inaccessible for inspection and repair or in the splash zone	Accessible for inspection, maintenance and repair, and where inspections or maintenance are planned	
		Below splash zone	Above splash zone
Substantial consequences	10	3	2
Without substantial consequences	3	2	1

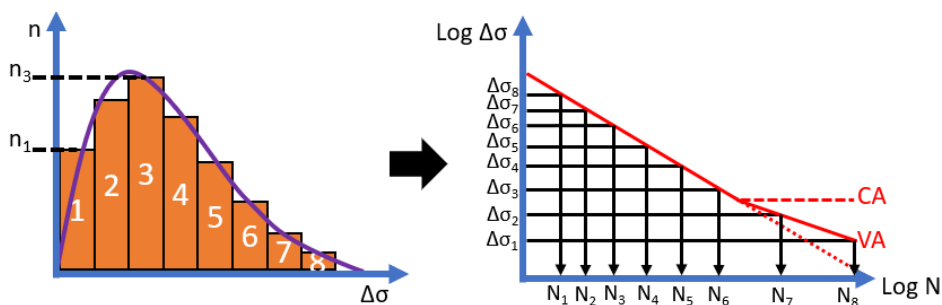
Tabell 3.2-4 DFF for strukturelle forbindelser[8]

For kjetting vil man i de fleste tilfeller ha en situasjon hvor man ikke er i stand til å etablere inspeksjoner. Dette skyldes at store deler av fortøyningslinen befinner seg under vannoverflaten over lange distanser. Konsekvensen ved brudd er også svært kritisk så man vil her velge en DFF på 10 for fortøyningslinjer.

I figur... kan vi se historikken for belastningene er delt opp i forskjellige grupper med samme spenningsintervall[7]. I figur 3.2-11 vil man videre fordele de forskjellige gruppene i blokker hvor man får antall sykluser som forekommer av hvert spenningsintervall. Til slutt kan man beregne akkumulasjonen av skade gjennom S-N kurven ved bruk av formel 3.2.22.



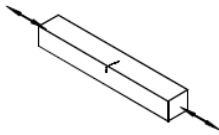
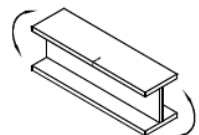
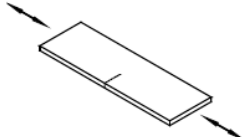
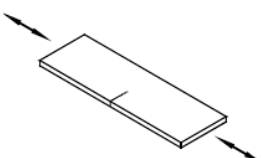
Figur 3.2-10 Historikk for belastning og telling av spenningssykluser[7]



Figur 3.2-11 Beregning av skade akkumulasjon ved S-N kurver[7]

## 3.2.8 S-N kurver ved DNV

S-N kurvene for offshore komponenter er gitt i DNVGL-RP-C203 hvor man har diverse klassifiseringer relatert til konstruksjonsdetaljer av komponenten[9]. Dette kan f.eks. være geometrisk utforming, overflatebehandling, hvordan man har sveiset og om komponenten er boltet. Klassifiseringene som er aktuelle i denne rapporten for innfestningsarmen er komponenter som ikke er sveiset. Klassene her er vist i tabellen

Detail category	Constructional details	Description	Requirement
B1	1.  2. 	1. Rolled or extruded plates and flats 2. Rolled sections	1. to 2. — Sharp edges, surface and rolling flaws to be improved by grinding. — For members that can acquire stress concentrations due to rust pitting etc. curve C is required.
B2	3. 	3. Machine gas cut or sheared material with no drag lines	3. — All visible signs of edge discontinuities should be removed. — No repair by weld refill. — Re-entrant corners (slope <1:4) or aperture should be improved by grinding for any visible defects. — At apertures the design stress area should be taken as the net cross-section area.
C	4. 	4. Manually gas cut material or material with machine gas cut edges with shallow and regular draglines.	4. — Subsequently ground to remove all edge discontinuities — No repair by weld refill. — Re-entrant corners (slope <1:4) or aperture should be improved by grinding for any visible defects. — At apertures the design stress area should be taken as the net cross-section area.

Tabell 3.2-5 Klassifisering av konstruksjonsdetaljer uten sveis[9]

For klassifisering over er parameterne for utmatting ved S-N kurver med fri korrosjon gitt i tabell 3.2-6

S-N curve	$\log \bar{a}$ For all cycles $m = 3.0$	Thickness exponent $k$
B1	12.436	0
B2	12.262	0
C	12.115	0.15
C1	11.972	0.15
C2	11.824	0.15
D	11.687	0.20
E	11.533	0.20
F	11.378	0.25
F1	11.222	0.25
F3	11.068	0.25
G	10.921	0.25
W1	10.784	0.25
W2	10.630	0.25
W3	10.493	0.25

Tabell 3.2-6 S-N kurver for konstruksjonsdetaljer[9]

### 3.2.9 S-N kurver for kjetting ved BV guidelines

Generelt for beregninger av utmatting ved OPB vil man anta kurvene for fri korrosjon som betyr at kurvene kun består av en enkel stignings kurve[10]. Design kurvene ved OPB vil være definert gjennom følgende formel:

$$K = N\sigma_{combined}^m \quad \text{Formel 3.2.25}$$

- K = hvor kurven krysser den horisontale aksene for antall sykluser
- N = antall sykluser
- m = Negativt inverse stigningstall for S-N kurven

For beregning av skade akkumulering anvendes Miner sum hvor spenningssyklusene ved hver sjøtilstand er innhentet fra «Rain Flow Cycle Counting»[10]. For beregning av skade akkumulering ved en enkel syklus «i» vil formlene være som følger:

$$d_i = \frac{\Delta\sigma_{combined}^m}{K} \quad \text{Formel 3.2.26}$$

Hvis man nå videre anvender Miner sum vil man få den samlede skaden ved utmatting over en sjøtilstand[10]. Formelen vil da avansere seg til formen:

$$d_{ss} = \sum_{cycles} \frac{\Delta\sigma_{combined}^m}{K} \quad \text{Formel 3.2.27}$$

For å videre beregne den totale skade akkumulasjonen gjennom livsløpet til komponenter må, man modifisere formelen ytterligere hvor man får:

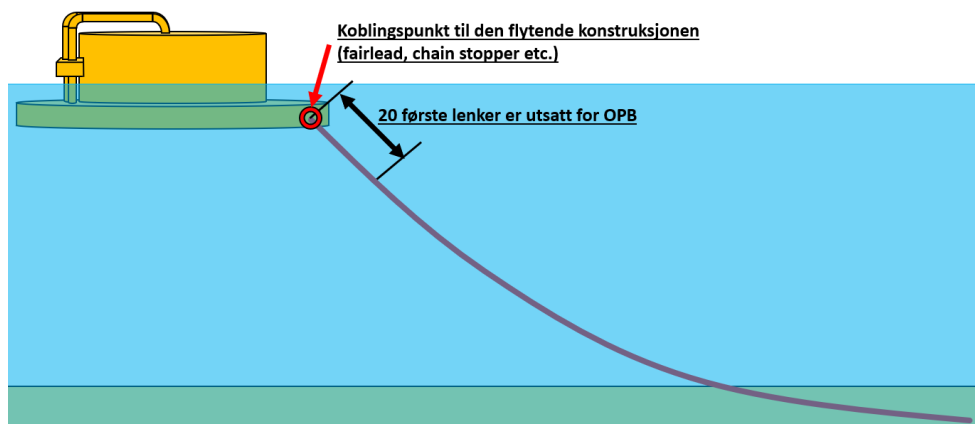
$$D_{total} = \sum_{seastates} p_{ss} N_{SY} L_D d_i \quad \text{Formel 3.2.28}$$

- $p_{ss}$  = Sannsynligheten for forekomst av sjøtilstand
- $N_{SY}$  = Antall sjøtilstander per år (tilsvarende 2922 sjøtilstander med 3 timers varighet)
- $L_D$  = beregnet levetid

### 3.3 Out of plane bending (OPB)

Anvendelse av kjetting i fortøyningslinjer er i utgangspunktet konstruert for å motstå strekkspenninger som opptrer langs med kjettingen mellom ankerfestet og koblingspunktet på flytende konstruksjoner[10]. Denne lastsituasjonen er det som kalles «tension-tension» hvor fortøyningslinjen hele tiden er utsatt for strekkspenninger, men med en varierende mengde. I realiteten vil en antagelse av tension-tension være korrekt, men kun for segmentet av linjen som er begrenset ved rundt 20 lenker ned fra øvre koblingspunkt. Her vil variasjonene i vinkel mellom lenkene være neglisjerbare som tilsier at man kun her vil ha rene strekkspenninger. For dette øvre segmentet derimot vil man i tillegg til strekkspenninger ha bøyemomenter som følger av det som kalles «out of plane bending» (OPB) og «in plane bending» (IPB). Forklaringen for dette fenomenet er at man ved tilkoblingspunkter vil få en påtvunget rotasjon av en lenke relativt til påfølgende lenke. Friksjonen mellom lenkene og geometriendring fra «proof load» vil være med på å motstå rulle og glideeffekten mellom lenkene. Bøyemomenter vil her dannes for topp-kjedet som omfatter de første 20 lenkene i fortøyningslinjen. Rotasjonene kommer av den flytende konstruksjonens bevegelse som kommer av de miljøbaserte lastene den er utsatt for. Bøyemomentene vil skape skade akkumulering gjennom utmatting av lenkene. Variablene som vil karakterisere problemene er:

- Forflytninger av den flytende konstruksjonen.
- Type og utforming av tilkoblingspunktet («fairlead», «hang off», etc.)
- Forspenning av fortøyningslinjen
- Diameter av kjettingen
- Friksjonen i glidelageret ved tilkoblingspunktet
- Friksjonen ved interlink

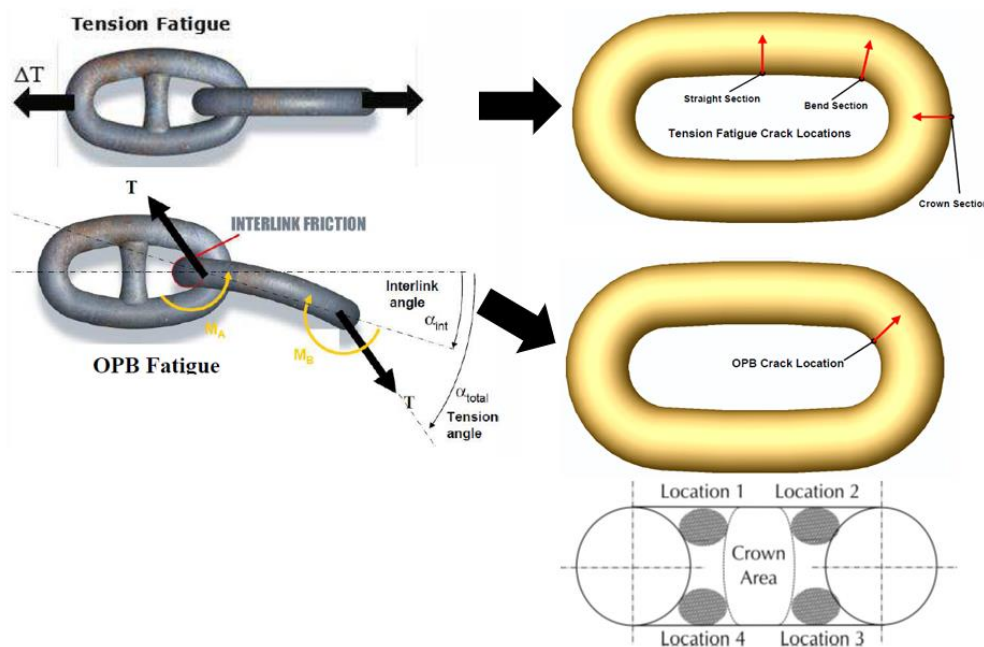


Figur 3.3-1 Fortøyningssystem av kjetting for bøye

Ved bruk av det som kalles fairlead vil man ha en lenke som ligger låst ovenfor bevegelser[10]. Bevegelse vil derimot opptre i de påfølgende lenkene. Siden kjettingen er frittliggende og følger en bøyd kurve ned mot havbunnen vil man ha vinkelendringer fra lenken som er låst og påfølgende lenker. Her faller interlink vinkelen regelmessig fra en lenke til den neste i toppkjedet. På grunn av denne vinkel-endringen og friksjonen mellom koblingene til lenkene, vil man få høye momenter i de første lenkene av topp-kjedet. Kjettingens oppførsel ved bøyning blir delt i 2 relatert til OPB. Man har en låst tilstand hvor statisk friksjon mellom lenkene låser dem ovenfor rotasjon. Nummer 2 er en glidende tilstand som oppstår når momentet mellom lenkene overgår grensen for friksjonen. Dette gjør at en lenke begynner å gli på innsiden av tilstøtende lenke. Man kan se bort ifra rulling mellom lenkene siden dette er i stor grad forhindret. Dette er på grunn av sporet lenkene legger seg i som er et resultat av plastisk deformasjon ved «proof loading». Bøyemomentene har videre to utslag av

belastnings-tilstander på lenkene som er avhengig av momentets orientering[10]. Her har man «in plane bending» hvor lenken blir bøyd innenfor symmetriplanet, og «out of plane bending» hvor lenken blir bøyd ut av dette symmetriplanet. Av disse vil det være sistnevnte som er den kritiske relatert til skadeomfang da denne fungerer over den svake akse til kjettingen. Ved utmatting av kjettingen vil man videre ha 3 komponenter av spenning som er avgjørende. Aksielle laster vil gi spenninger i form av «tension-tension» (TT) og bøyemomenter som gir spenninger ved OPB og IPB.

For de forskjellige spenningskomponentene vil man også ha en forandring i beliggenheten for de kritiske områdene av sprekkdannelse ved utmatting[10]. Ved ren strekkspenning vil et av disse områdene ligge ved sveisen hvor man har en såkalt «notch». Dette er geometriske diskontinuiteter som danner en lokal økning av spenninger. Man vil også ha to soner lokalisert ved kronen og i overgangen fra bøyd til rett seksjon. Dette er fordi forholdet mellom lokale spenninger og nominelle spenninger i skaftet er størst ved disse områdene. Ved OPB vil man ha en forflytning av brudd området hvor det beveger seg lengre ned langs den buede seksjonen og ut på siden symmetrisk over tverrsnittet av lenken. Dette er vist i figur 3.3-2.



Figur 3.3-2 Tension vs. OPB belastning[11]

De fleste moderne tilkoblings konfigurasjoner til den flytende konstruksjonen har i dag muligheter for rotasjoner om horisontal og vertikal akse[10]. Dette er for å redusere momenter i topp-kjedet og betyr at vinklene mellom disse konfigurasjonene og installasjonen ikke er konstant. Faktoren som har innvirkning på denne kapasiteten, vil da være friksjonen i lagrene for disse systemene. Friksjonen vil danne en grense for når systemet begynner å gli langs aksene. Dette betyr at man vil ha et moment i kjettingen så lenge rotasjonsmuligheten for tilkoblingssystemet er blokkert av friksjonen. Systemet vil derfor ha to oppførsler relatert til dette. En hvor systemet er fastsittende siden det opptredende momentet er lavere enn grensen som skal til for at rotering kan oppstå. Deretter har vi en oppførsel hvor momentet er større enn grensen satt grunnet friksjon og systemet sklir. Grensen for momentet som skal til for at rotasjoner oppstår i lageret til fairlead/ koblingssystemet er gitt gjennom formelen:

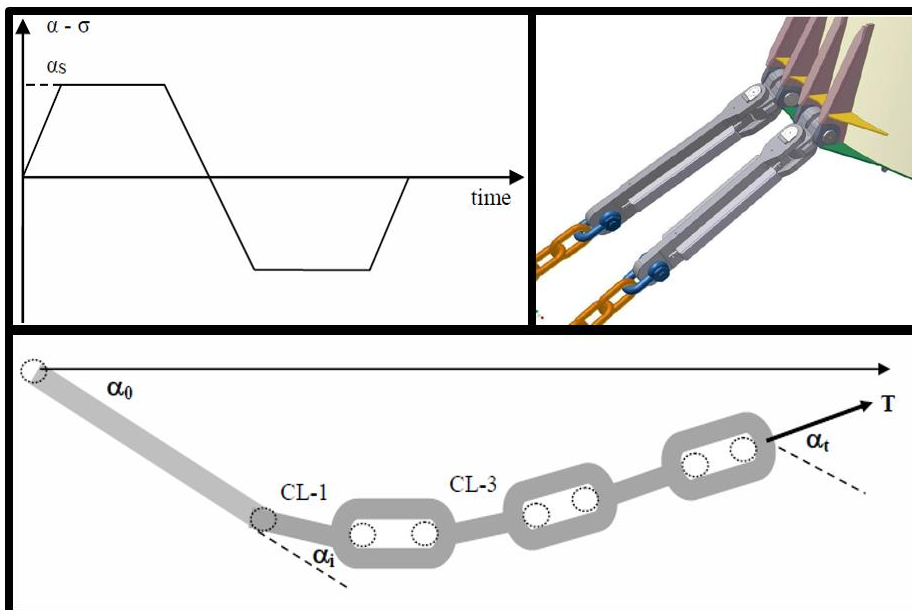
$$M_{lim} = 0,55\mu DF$$

Formel 3.3.1

Hvor:

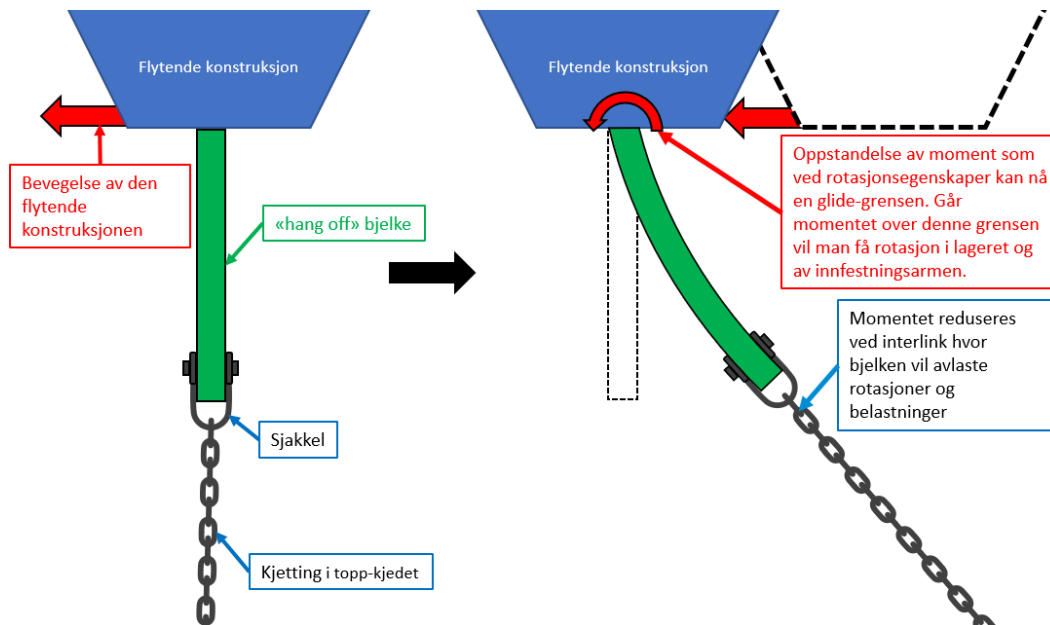
- $\mu$  = Friksjons koeffisient
- $D$  = Glidelagerets diameter
- $F$  = Aksial belastning på tilkoblingsystemet
- Friksjons-koeffisienten i denne rapporten vil for stål-stål smurt ligge på 0.16[12]- 0.19[13].

Forholdene kan også beskrives gjennom figur... [14] Her er fortøyningssystemet koblet til den flytende konstruksjonen gjennom en lang arm også kalt en «hang off» konfigurasjon. Denne tilkoblingen vil også ha rotasjonsmuligheter og denne rapporten vil ta for seg akkurat slike typer konfigurasjoner. Rotasjonen ved enden er kalt  $\alpha_0$  mens vinkelen ved interlink kalles  $\alpha_i$ . Blant lenkene i topp-kjedet er det de som ligger flat som er mest kritiske, da de er utsatt for krumning gitt ved  $1/r$ . Denne bøyningen vil øke helt til mekanismen for glidning starter ved en avviksvinkel  $\alpha$ . Dette kan skje i tilkoblingspunktet ved  $\alpha_0$  eller ved en interlink kobling med vinkel  $\alpha_i$ . Denne grensen for vinkelen blir kalt glidevinkelen. Avviksvinklene vil ved denne grensen være konstant. Dette gjelder også for bøyningen med tilknyttede spenninger. Disse vil holde seg konstant til ende rotasjonen endrer retning. Hær vil vinklene og bøyespenningene synke helt til avviksvinkelen når null. En halv belastnings-syklus vil defineres i de kritiske lenkene når dette punktet er nådd. Dette er vist oppe til venstre i figur 3.3-3 Her er avviksvinkelen og spenninger ved OPB uttrykt som en funksjon av tid.



Figur 3.3-3 Topp-kjedet ved bruk av "hang off" konfigurasjon[14]

I slike konfigurasjoner vil man få reduserte rotasjoner og momenter i topp-kjedet[14]. Dette kommer av at stangen ved koblingspunktet vil avlaste kjettingen ved at den krummer seg og tar opp rotasjoner og spenninger. Spenningene og krumningen her vil være relatert til momenter som oppstår når de er under glidegrensen for lageret i koblingskonfigurasjonen. Vi antar altså i denne rapporten at koblingskonfigurasjonen ved den flytende konstruksjonen har horisontal og vertikal rotasjonsegenskaper. En overdreven forklaring på bjelkens innflytelse ved OPB av kjettingen er visualisert i figur 3.3-4.



Figur 3.3-4 Overdreven visualisering av effekten ved bruk av innfestningsarm

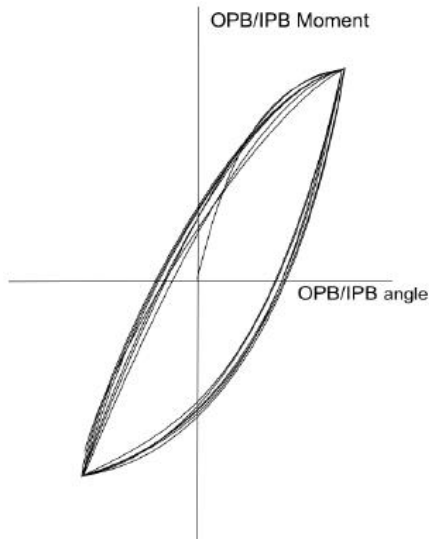
Friksjons-koeffisienten for kjettingen vil være en avgjørende faktor for OPB da dette i kombinasjon med rotasjoner og strekk spenninger danner grunnlaget for dette fenomenet[10]. Denne friksjons-koeffisienten vil for kjetting omgitt av luft typisk ligge på rundt 0,5 til 0,6. For kjetting omgitt av sjøvann vil denne koeffisienten ligge på rundt 0,25 til 0,35. Man bruker her vanligvis 0,5 ved luft og 0,3 for sjøvann. Det kan videre bevises at kurven for bøyestivheten til kjetting kan brukes for begge disse miljøtilstandene. For bøyemomentet vil man derimot ha en signifikant forskjell. Her har man i sjøvann en grense for momentet hvor hver av lenkene begynner å skli på hverandre. Dette betyr at når denne grensen overgås vil bøyemomentet forbli konstant ettersom vinkelen øker betydeligere. Når vinkelen når et lokalt ekstrempunkt vil kjettingen stikke tilbake og det dannes en hystereseløype for moment relatert til sammenkoblingsvinkel. Grensen for glidning ved moment i sjøvann er gitt gjennom formelen:

$$M_{threshold} = \frac{\mu T d}{2} \quad \text{Formel 3.3.2}$$

- T = Opptredende Strekk-kraft
- $\mu$  = Friksjonskoeffisient
- d = Kjettingens nominelle diameter

Man kan her se at momentet for glidning av lageret vil være avhengig av eventuelle forspenninger i fortøyningsslinen hvor man får en økning av terskelen jo høyere forspenning som belaster systemet. Dette betyr at man får en høyere oppbygging av moment ved høyere friksjonskoeffisient i lageret og høyere forspenning. Dette vil videreføres for kjettingen i fortøyningsslinen hvor man som resultat vil få et høyere moment ved interlink.

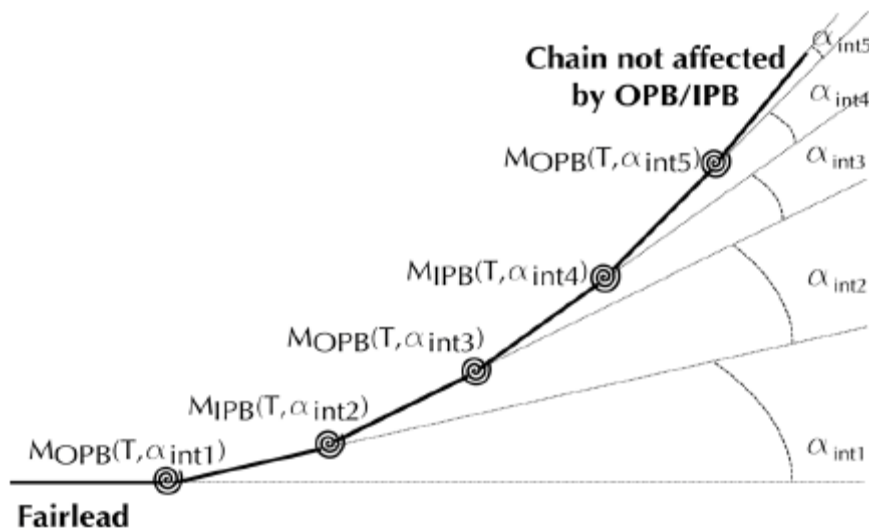




Figur 3.3-5 Hysteresesløyfe for OPB/IPB moment of vinkel[10]

### 3.3.1 Interlink stivhetsanalyse

En implisitt oppstilling av forholdet mellom interlink vinkel på de første lenkene i linen og relativ vinkel ved fairlead, samt strekkspenninger kan bli framstilt[10]. Dette gjøres ved å anvende en statisk-, ikke-lineær, FEA (finite element analysis) av de første 20 lenkene i fortøyningslinen. Man vil her koble sammen bjelke-elementer hvor stivheten for hver av disse samsvarer med stivheten for kjetting. Stivheten for interlink med grensen for bøyemomentmoment og glidning implementeres mellom hver bjelke. Dette er for å fremstille lenkens faktiske stivhet aksielt, i planet og ut av planet, samt interlink stivhet mellom bjelkene for bøyning i planet og ut av planet av lenken. Modellen vil videre være belastet med strekkspenninger i kombinasjon med relative vinkler for OPB og IPB ved tilkoblingspunktet for den flytende konstruksjonen. Den siste lenken kan en grensebetingelse i form av et boltlager. Denne modellen er vist i figur 3.3-6.



Figur 3.3-6 FEM bjelke modell[10]

## 3.3.2 BV Guidelines

I denne rapporten brukes de alternative design kravene for OPB hvor resultatene sammenlignes ovenfor fysiske tester[10]. Denne metodikken setter kun krav til diameteren på kjettingen da denne må være mellom 84 mm til 146 mm. En ulineær vurdering av interlink stivhet mellom koblingene vil være gitt som et forhold mellom interlinken vinkelen, spenningen i forløyningenslinen og interlink momentet ved OPB og i IPB. Interlink stivheten vil være lik for IPB og OPB siden denne mekanismen er symmetrisk ved at man for annenhver lenke veksler ved OPB og IPB. Bøymomentet ved interlink vil være gitt gjennom følgende parametriske formel:

$$M_i(\alpha_{int}, T, d) = \frac{\pi d^3}{16} C \frac{P(\alpha_{int})}{G + P(\alpha_{int})} \left( \frac{T}{0,14d^2} \right)^{a(\Delta\alpha_i)} \left( \frac{d}{100} \right)^{2a(\Delta\alpha_i)+b(\Delta\alpha_i)} \quad \text{Formel 3.3.3}$$

Hvor:

- $\alpha_{int}$  = interlink vinkel (i grader)
- T = Strekkspenninger i forløyningenslinen (i kN)
- d = Kjettingens diameter
- C = 354
- G = 0,93

$$P(\alpha_{int}) = \alpha_{int} + 0.307\alpha_{int}^3 + 0.048\alpha_{int}^5 \quad \text{Formel 3.3.4}$$

$$a(\alpha_{int}) = a_1 + a_2 \tanh(a_3\alpha_{int}) \quad \text{Formel 3.3.5}$$

$$b(\alpha_{int}) = b_1 + b_2 \tanh(b_3\alpha_{int}) \quad \text{Formel 3.3.6}$$

Parameters		
$a_1 = 0.439$	$a_2 = 0.532$	$a_3 = 1.020$
$b_1 = -0.433$	$b_2 = -1.640$	$b_3 = 1.320$

Tabell 3.3-1 Parameter for formel 3.3.3[10]

Den samme kurven for bøyestivheten kan brukes i luft og i sjøvann[10]. Men i sjøvann vil bøymomentet i kjettingen være begrenset i hver lenke til en glidende grense. Ved denne grensen vil lenkene begynne å skli på hverandre. Resultatet av dette er at momentet forblir konstant mens vinkelen øker. Når vinkel når et lokalt ekstrempunkt, vil lenken stikke tilbake. Beregning av denne vinkelen er gitt i formel 2.2.2. For utmatting vil man først beregne variasjonene av momenter i retning relatert til IPB og OPB ved kontakt området for interlink. Dette er for denne rapporten gjort gjennom «FEM» analyse. Man vil så omgjøre dette til de nominelle spenningene ved bruk av formlene under.

$$\Delta\sigma_{OPB,nom} = \frac{16\Delta M_{OPB}}{\pi d^3} \quad \text{Formel 3.3.7}$$

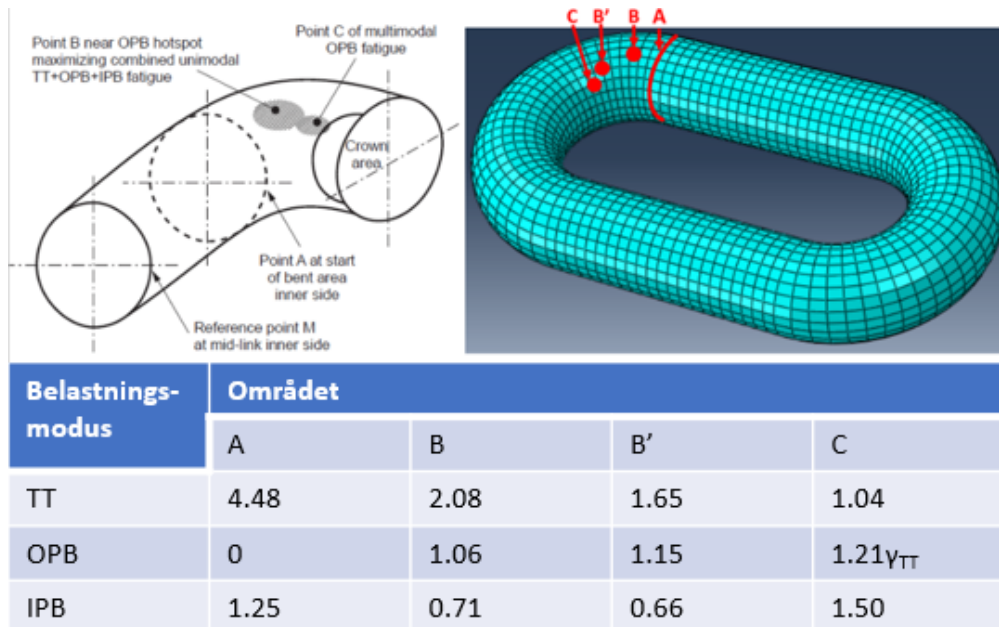
- $\Delta M_{OPB}$  = Variasjonen av momenter i retning for OPB
- d = nominell diameter av kjettingen

$$\Delta\sigma_{IPB,nom} = \frac{2,33\Delta M_{IPB}}{\pi d^3}$$

Formel 3.3.8

- $\Delta M_{IPB}$  = variasjon av momenter i retning for IPB

For å korrigere for stress konsentrasjoner vil man så videre vil man bruke formlene under for SCF ved de respektive modusene[10]. Disse likningene for SCF kan modifiseres slik at man får et uttrykk hvor man finner reelle spenningskonsentrasjoner. Disse spenningene kan brukes for videre utmattingsberegninger. Formlene og fra underliggende til modifisert form er vist under sammen med en tabell med SCF for områdene med spenningskonentrasjoner.



$$SCF_{OPB} = \frac{\Delta\sigma_{OPB}}{\Delta\sigma_{OPB,nom}} \quad \longrightarrow \quad \Delta\sigma_{OPB,nom} \times SCF_{OPB} = \Delta\sigma_{OPB}$$

$$SCF_{IPB} = \frac{\Delta\sigma_{IPB}}{\Delta\sigma_{IPB,nom}} \quad \longrightarrow \quad \Delta\sigma_{IPB,nom} \times SCF_{IPB} = \Delta\sigma_{IPB}$$

Tabell 3.3-2 Konsentrasjonsfaktor for spenning ved BV guidelines og beregning av spenningsintervall[10]

Ved bruk av retningslinjen gitt ved denne metodikken vil man for spennings- variasjoner også måtte medregne tykkelses-effekten[10]. Dette gjøres ved å korrigere spenningene gjennom formelen 2.3.9

$$\Delta\sigma_{factored} = \Delta\sigma_{combined} \left( \frac{d}{d_{ref}} \right)^k \quad \text{Formel 3.3.9}$$

- d = Kjettingens diameter
- $d_{ref}$  = Referanse diameter på kjettingen lik 84mm
- k = Tykkelses eksponent lik 0,15

Som man kan se vil man i området C ved OPB ha en ytterligere korreksjon  $\gamma_{TT}$ [10]. Dette er grunnet spenninger som virker multiaksielt ved dette området, man vil her få en økning av gjennomsnittsspenninger. Denne faktoren er altså en korreksjons faktor for effekten av gjennomsnittsspenninger for området C ved OPB. Korreksjonsfaktoren er gitt gjennom formelen under og kan ikke være under 0.95 hvor man da benytter verdien 1.1495.

$$\gamma_{TT} = 1 + 0,9 \left( \frac{P}{MBL} - 0,15 \right) \geq 0,95$$

*Formel 3.3.10*

- P = forspenning i fortøyningslinen (i kN)
- MBL = Bruddstyrken for fortøyningslinen (i kN)

Ved utmatting vil S-N kurven for fri korrosjon ha en kurve med en enkelt helning gitt ved parameterne:

- $\log K = 12.575$
- $m = 3$

Man skal også for topp-kjedet anvende en sikkerhetsfaktor som fungerer som DFF hvor den her omtales som «minimum safety factor» [10]. Denne vil være avhengig av den maksimale parameteren for stigningstallet m ved S-N kurvene. Faktoren vil være lik 3 for kurver med et stigningstall hvor kjettingen er utsatt for fri korrosjon. For kurve som angår kjetting i luft og katodisk beskyttelse vil man anvende en faktor på 5 hvor kurvene har to stigningstall.

### 3.4 Virtuelt arbeid

«Finite element analysis» kan til en viss grad relateres til matrisestatikk hvor den sentrale forskjellen er hvordan man oppnår stivhetsmatriser for en konstruksjon. Hvor matrisestatikk er en direkte tilnærings metode, vil FEM være basert på loven om bevaring av energi hvor intern energi er lik det eksterne arbeidet gjort på et legeme. FEM er derfor mer generalisert og kan brukes på mer avanserte elementer. Fremgangsmåten vil i enkelthet være at man for et gitt element gjetter hvordan den forskyvende formen for elementet ser ut og basert på denne gjetningen beregner balanser av energi. Denne metodikken er kalt prinsippet om virtuelt arbeid. For statiske systemer vil fokuset ligge primært på 2 energi komponenter. Den ene er eksternt arbeid gjort som er et resultat av krefter og distanser samt moment og rotasjoner. Den andre vil være den lagrede energien av tøyninger som er legemets respons til aksielle krefter, momenter, etc.

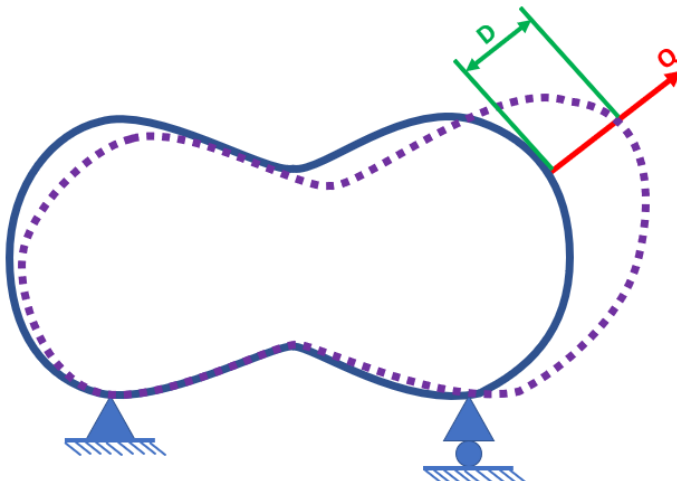
#### Eksternt arbeid

Hvis man tar for seg et lineært elastisk legeme vist i figur 3.4-1 som er utsatt for belastningen «Q», vil man her ha en forskyvning hvor belastningen inntreffer «D» i retning av belastningen og være relatert gjennom formelen:

$$Q = KD$$

Formel 3.4.1

- Q = belastning
- K = stivhet
- D = forskyvning



Figur 3.4-1 Lineært elastisk legemet påført belastning

Her vil man få et lineært forhold ved stigningstallet mellom belastning på legemet og dens deformasjon også kalt stivhet «K» samt moment og rotasjon vist i grafene under. Formelen for eksternt arbeid «W» er også gitt ved siden av disse grafene for legemet.

$$dW = QdD$$

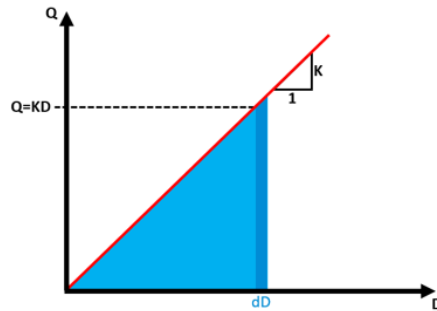
$$dW = KDdD$$

$$W = \int_0^D KD dD$$

Siden man her har en rettinklet trekant vil man få:

$$W = \frac{KD^2}{2}$$

$$W = \frac{QD}{2}$$



$$dW = Md\theta$$

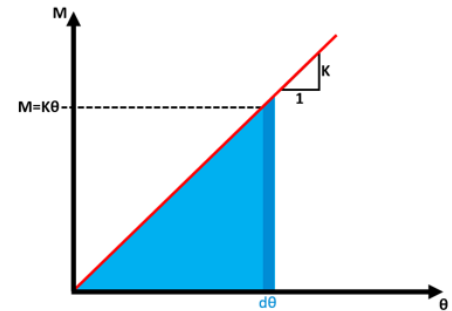
$$dW = K\theta d\theta$$

$$W = \int_0^\theta K\theta d\theta$$

Siden man her har en rettinklet trekant vil man få:

$$W = \frac{K\theta^2}{2}$$

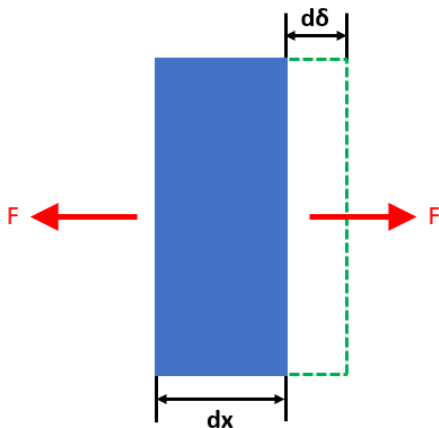
$$W = \frac{Q\theta}{2}$$



Figur 3.4-2 Lineært forhold ved belastning of deformasjon

### Lagret energi ved tøyninger

Når et element er utsatt for eksterne belastninger vil oppstandelsen av intern energi i elementet produseres. Denne energien kalles tøyings energi «U». Denne tøyingsenergien er en funksjon av hvilken type spenninger/tøyninger som inntreffer i et element. Hvis man for eksempel tar for seg aksielle krefter i segmentet med tverrsnitt vist i figur 3.4-3, vil responsen av dette være deformasjonen  $d\delta$  ved en liten forlengelse.



Figur 3.4-3 Aksielle krefter påført et tverrsnitt

Den interne energien som resultat av dette vil da i likhet med eksternt arbeid være gitt ved formelen:

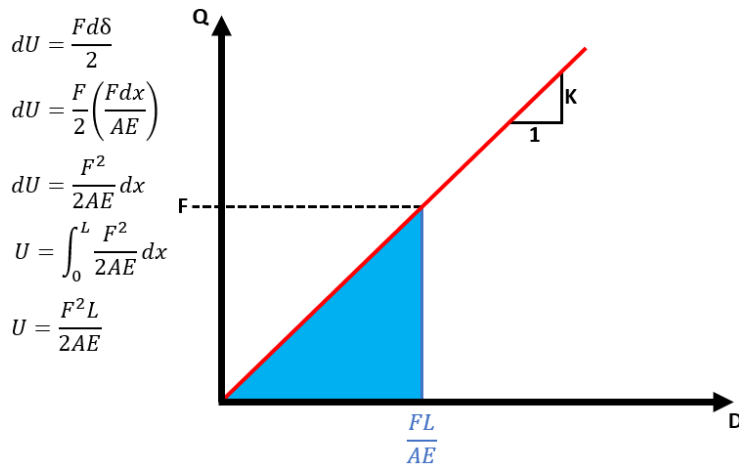
$$dU = \frac{Fd\delta}{2} \quad \text{Formel 3.4.2}$$

Tøyning  $\varepsilon$  er her gitt ved endring av lengde over opprinnelig lengde som videre gir:

$$\frac{d\delta}{dx} = \varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{F}{AE} \quad \text{Formel 3.4.3}$$

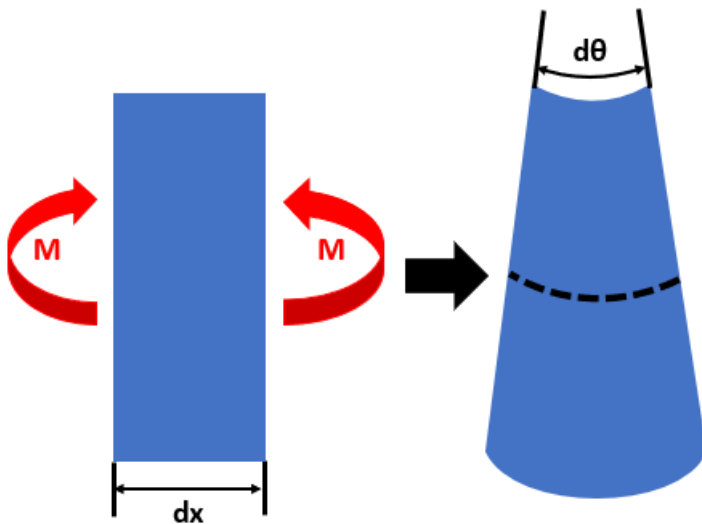
- $\varepsilon$  = Tøyning
- $\sigma$  = spenning
- E = elastisitet modul
- A = areal

Dette kan settes inn i formelen for intern energi vist i figur 3.4-4.



Figur 3.4-4 Formel for intern energi

Dette gjelder for aksielle krefter hvor man for momenter og rotasjoner kan ta for seg samme element med treghetsmoment «I» vist i figur 3.4-5



Figur 3.4-5 Moment og rotasjon påført et element

Her vil den lagrede energien ved tøyninger være gitt ved formel 2.1.4 hvor integralet over elementet vil gi den totale energien.

$$du = \frac{Md\theta}{2}$$

Formel 3.4.4

- M = moment
- dθ = liten rotasjon

Videre kan man omdefinere rotasjonen som en funksjon av den assosierte mekanikken ved bruk av Euler Bernoulli bjelketeori som vist under.

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d\theta}{dx} = \frac{M}{EI}$$

$$\downarrow$$

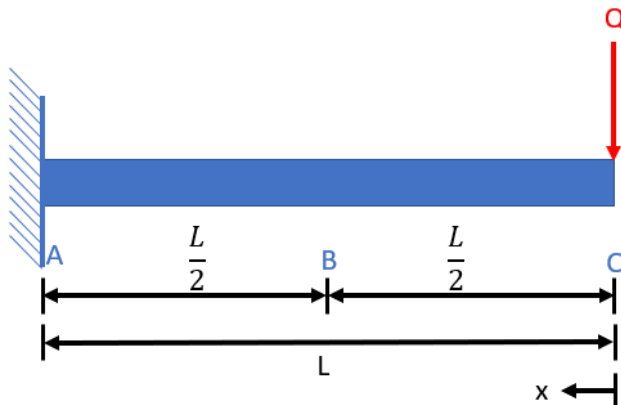
$$d\theta = \frac{Mdx}{EI} \quad \rightarrow \quad dU = \frac{M^2}{2EI} dx$$

$$U = \int_0^L \frac{M^2}{2EI} dx$$

$$U = \frac{M^2L}{2EI}$$

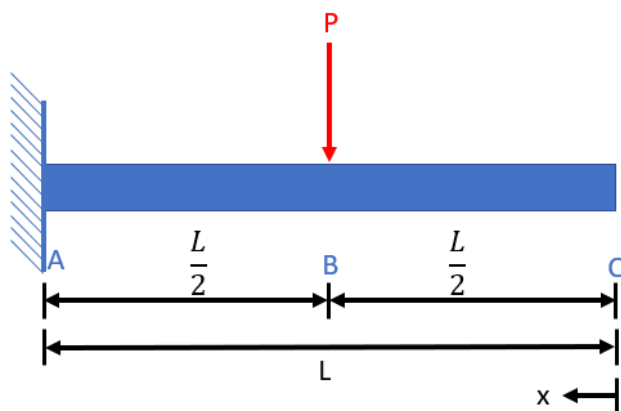
Figur 3.4-6 Euler Bernoulli bjelketeori

Den overordnede metodikken omhandler kun eksisterende arbeid hvor man kun beregner forskyvninger og deformasjoner i punktet hvor laster påføres. Skal man videre bestemme dette for et vilkårlig område på elementet må man ta i bruk konseptet om «virtuelt» arbeid. Hvis man tar for seg en fast innspent bjelke vist i figur 3.4-7 forteller prinsippet om virtuelt arbeid at man for et vilkårlig punkt av bjelken, kan plassere en virtuell last for å videre bestemme nedbøyningen i punktet.



Figur 3.4-7 Fast innspent bjelke

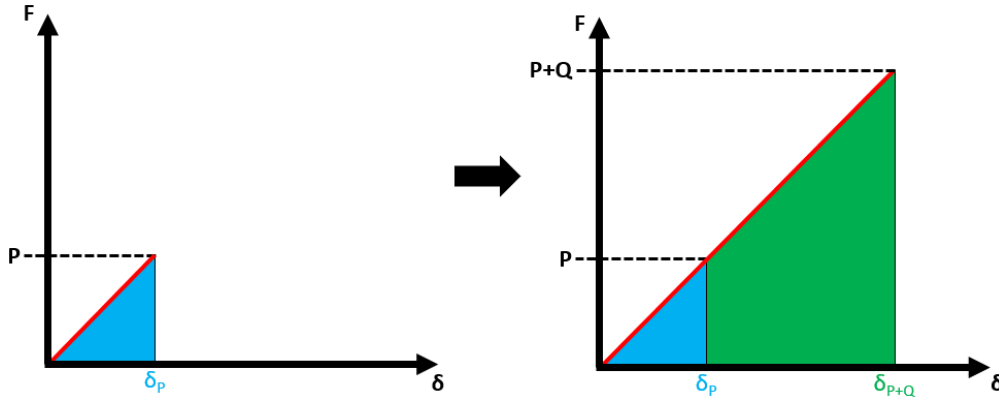
Vil man for eksempel bestemme nedbøyningen i punkt B på bjelken belaster man dette punktet med en virtuell last «P» hvor størrelsen på denne lasten er irrelevant. Siden denne lasten ikke eksisterer i realiteten, vil den ikke produsere noen «ekte» ekstern deformasjon. Bjelken belastet med den virtuelle lasten er vist i figur 3.4-8.



Figur 3.4-8 Virtuelt last påført bjelken

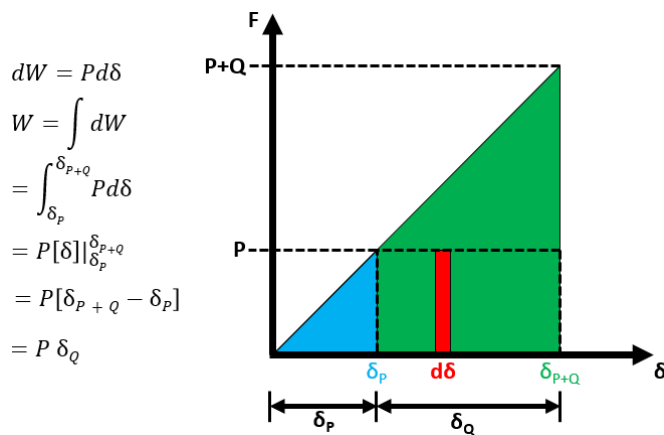


Dette vil videre brukes for å forenkle uttrykkene som omhandler eksternt arbeid utført «W» samt lagret energi ved tøyning «U». Hvis vi nå ser på kurven for last/deformasjon hvor lineær elastisk oppførsel er antatt, kan man først se på den virtuelle belastningen og dens effekt for bjelken. Man kan deretter påføre den virkelige lasten hvor den endelige bøyningen vil være summen av disse. Dette er vist i figur 3.4-9.



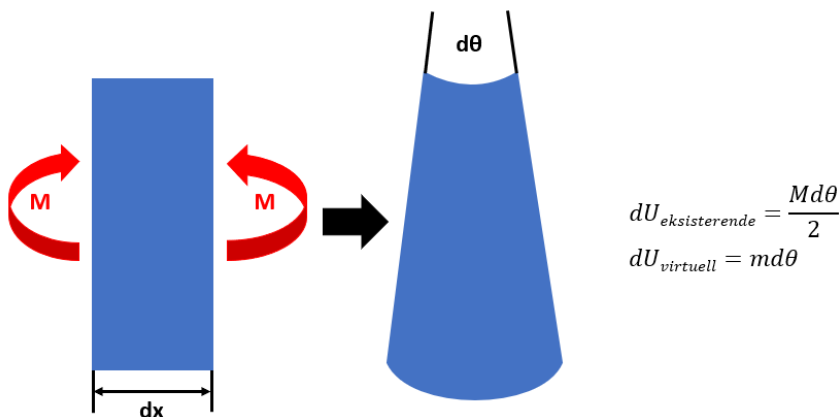
Figur 3.4-9 Summen av virtuell og virkelig last

Målet er videre og finne bøyningen av som resultat av den virkelige lasten som påføres bjelken. Dette kan oppnås ved bruk av den virtuelle lasten hvor man så beregner arbeidet utført i elementet vist i figur 3.4-10. Man ser her at man beregner arbeidet innenfor et rektangel som eliminerer det faktum at man deler på 2.



Figur 3.4-10 Beregning av arbeid utført

Eliminering av tallet 2 som nevner vil også oppstå innenfor lagret energi ved tøyning. Her vil vi nå ha et moment som følger av eksisterende last (M) samt et moment som resultat av virtuell last (m).



Figur 3.4-11 Resultat ved eksisterende moment og virtuelt moment

Videre innfører man Euler Bernoulli bjelketeori gjennom figur 3.4-12. Det er viktig å bemerke her at kun eksisterende momenter gir rotasjoner. Dette betyr at rotasjon  $d\theta$  vil være en funksjon av eksisterende moment ( $M$ ) og ikke virtuelt moment ( $m$ ).

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d\theta}{dx} = \frac{M}{EI}$$

$$dU_{virtuell} = md\theta \quad d\theta = \frac{M}{EI} dx$$

$$dU_{virtuell} = m \left( \frac{M}{EI} dx \right)$$

$$U = \int_0^L m \left( \frac{M}{EI} dx \right)$$

Figur 3.4-12 Innføring av Euler Bernoulli bjelketeori

Hvis vi nå går tilbake til bjelken i figur 3.4-7, vil vi for loven om bevaring av energi få:

$$U = W \quad \text{Formel 3.4.5}$$

$$U_{eksisterende} + U_{virtuell} = W_{eksisterende} + W_{virtuell} \quad \text{Formel 3.4.6}$$

Dette vil videre gi:

$$\int_0^L \underbrace{\frac{1}{2} M}_{\text{Eksisterende last}} \underbrace{\left( \frac{M}{EI} dx \right)}_{\text{Eksisterende forskyvning}} + \int_0^L \underbrace{m}_{\text{virtuell last}} \underbrace{\left( \frac{M}{EI} dx \right)}_{\text{Eksisterende forskyvning}} = \frac{1}{2} \underbrace{Q}_{\text{Eksisterende forskyvning}} \underbrace{\delta_C}_{\text{Eksisterende forskyvning}} + \underbrace{P}_{\text{Eksisterende last}} \underbrace{\delta_B}_{\text{virtuell last}}$$

Figur 3.4-13 Ligning basert på loven om bevaring av energi

Siden eksisterende arbeid er lik eksisterende lagret energi ved tøyning kan disse leddene kanselleres, og vi får:

$$\int_0^L m \left( \frac{M}{EI} dx \right) = P \delta_B \quad \text{Formel 3.4.7}$$

Videre kan  $P$  settes lik 1 siden dette er en virtuell last og bøyningen ved punktet B i bjelken vil da være gitt ved formelen:

$$\delta = \int_0^L m \left( \frac{M}{EI} dx \right) \quad \text{Formel 3.4.8}$$

### 3.5 Finite element method

Som nevnt tidligere kan FEM relateres til matrisestatik i forhold til fremgangsmåte hvor forskjellen er hvordan man oppnår stivhetsmatrisene og vektorene for belastninger. Prosessen vil være å først dele den aktuelle strukturen inn i elementer for deretter forme stivhetsmatriser for hver av disse. Stivhetsmatrisene vil så settes sammen og opplager betingelser anvendes. Man løser videre for ukjente forskyvninger før man substituerer tilbake for reaksjoner og interne krefter. Ved bruk av programvare kan denne prosessen vær delt inn i trinn. Disse er da:

#### 1. Første steg (før-prosessering)

- konstruer geometrien
- definer materialets egenskaper
- velg innledende- og opplagerbetingelser
- definer side betingelser (dette kan f.eks. være kontakt definisjoner)
- diskretisering av geometrien -> mesh

#### 2. Andre steg

- Formulering av element -> utvikling av ligninger for elementer

#### 3. tredje steg

- Sammensetting: Oppsett av det globale problemet -> anskaffe ligninger for hele systemet fra ligningene for ett element

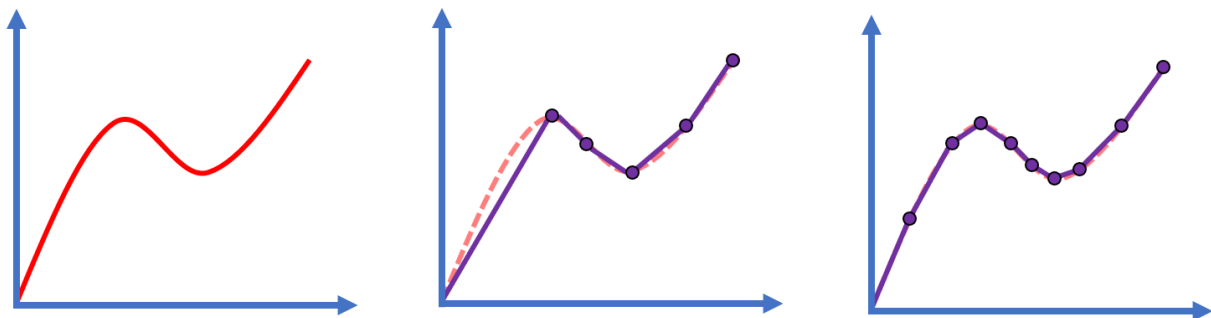
#### 4. fjerde steg

- Løsning av likningene (løse systemet av lineære ligninger)

#### 5. Femte steg (etter-prosessering)

- bestemme mengder av interesse, dette kan være spenninger og deformasjoner
- oppnå visualiseringer av responsen

Sentralt i FEM er det som kalles for «shape functions». Disse brukes for å estimere løsningen for et gitt problem. Forklaringen på dette kan betraktes i figur 3.5-1.



Figur 3.5-1 Oppdeling av kurve med lineære elementer

Man kan her se at kurven helt til venstre i figuren kan bli estimert ved bruk av en serie av lineære elementer. Ved økende antall elementer vil tilnærmingen for den opprinnelige kurven bli mer og mer nøyaktig. Dette vil på den andre siden øke beregningstiden ved bruk av programvare så man må her vurdere forholdet mellom nøyaktighet og kompleksitet. Hvis vi ser på kurven over som om den var et problem relatert til FEM, vil man anta at formet etter forskyvning vil være av lineær natur. Dette er fordi kurven er representert av lineære elementer. Form-funksjonen vil beskrive formen etter at den er lineært forskyvnet. Som man kan se i figuren vil man ved flere elementer få flere noder og elementer, dette betyr en større stivhetsmatrise. Disse form funksjonene kan komme i en rekke forskjellige former:

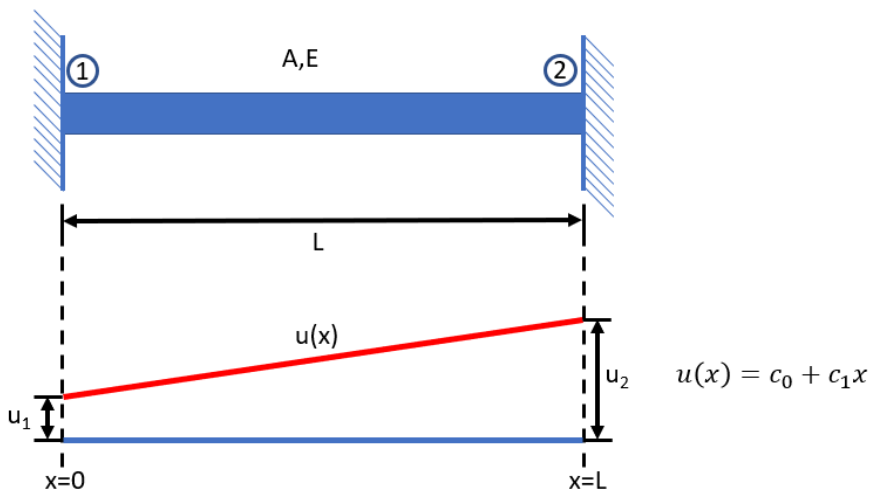
- Linear (staver/fagverk)
- Quadratic (fagverk av høyere orden)
- Bilinear (firesidige elementer)
- Etc.

Hvert element i en konstruksjon vil ha sitt eget sett med form funksjoner. Prosessen for å oppnå disse er først å anta en funksjon, denne skal representere formen etter forskyvning av det aktuelle elementet. Deretter vil man bruke nodenes forskyvninger til å løse for konstanter før de omskrives til matriser. Dette kan vises ved å ta for seg et typisk stang-element som vist under



Figur 3.5-2 Stang element

Form funksjonene vil her være relatert til hvordan elementet vil se ut etter forskyvninger. Et stang-element vil her ha to ukjente som vil være forskyvningene i hver ende. Hvis vi her er interessert i forskyvningene langs hele elementet vil det være mest logisk at den enkleste antagelsen her vil være en rett linje mellom disse to punktene. Vi kan altså bestemme forskyvninger langs hele elementet ved å anta en rett linje mellom node 1 og 2 i forskyvnet tilstand. Dette er vist i figuren under hvor formelen for linjen ved forskyvning er gitt til høyre.



Figur 3.5-3 Forskyvning av stang element

Her vil grensebetingelsene være gitt ved node 1 og 2 som:

- ①  $u(x = 0) = u_1$
- ②  $u(x = L) = u_2$

Figur 3.5-4 Grensebetingelser

Dette vil gjennom formelen for den rette linjen ved forskyvning gi:

$$u(x) = c_0 + c_1x$$

$$\textcircled{1} \quad u(0) = c_0 + c_1(0) = u_1$$

$$\Rightarrow c_0 = u_1$$

$$\Rightarrow u(x) = u_1 + c_1x$$

$$\textcircled{2} \quad u(L) = u_1 + c_1L = u_2$$

$$\Rightarrow \frac{c_1L}{L} = \frac{u_2 - u_1}{L}$$

$$\Rightarrow c_1 = \frac{u_2 - u_1}{L}$$

Figur 3.5-5 Forskjøvet rett linje med grensebetingelser

Vi vil videre isolere  $u_1$  og  $u_2$  hvor vi ønsker å trekke ut de respektive forskyvningene til hver av nodene, dette er vist under.

$$\begin{aligned} u(x) &= u_1 + \left(\frac{u_2 - u_1}{L}\right)x \\ &= u_1 + \left(\frac{u_2}{L} - \frac{u_1}{L}\right)x \\ &= u_1 + \frac{u_2}{L}x - \frac{u_1}{L}x \\ &= \left(u_1 - \frac{u_1}{L}x\right) + \left(\frac{u_2}{L}x\right) \\ &= \left(1 - \frac{x}{L}\right)u_1 + \left(\frac{x}{L}\right)u_2 \end{aligned}$$

Figur 3.5-6 uttrekk av forskyvninger

Her vil vi nå ved omskrivning ha en forskyvnings vektor og en matrise for form funksjoner  $[N]$  hvor forskyvninger langs elementet er gitt ved kryssproduktet av disse.

$$\{d\} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} \quad \text{Formel 3.5.1}$$

$$[N] = [N_1 \quad N_2] = \left[1 - \frac{x}{L} \quad \frac{x}{L}\right] \quad \text{Formel 3.5.2}$$

$$u(x) = N_1u_1 + N_2u_2 = [N_1 \quad N_2] \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} \quad \text{Formel 3.5.3}$$

Vi får altså at:

$$\text{Form funksjoner } [N] \times \text{nodal forskyvning } [d] = \text{elementets deformerte form } [u] \quad \text{Formel 3.5.4}$$

Dette konseptet kan brukes for å definere andre mengder av interesse i elementet. Dette kan for eksempel være tøyninger. Tøyning er definert som endringsraten til forskyvninger altså:

$$\varepsilon = \frac{du}{dx} \quad \text{Formel 3.5.5}$$

Tøyninger ved dette elementet vil altså være gitt ved:

$$\varepsilon(x) = \left[ \frac{dN_1}{dx} \right] u_1 + \left[ \frac{dN_2}{dx} \right] u_2 = \begin{bmatrix} \frac{dN_1}{dx} & \frac{dN_2}{dx} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} \quad \text{Formel 3.5.6}$$

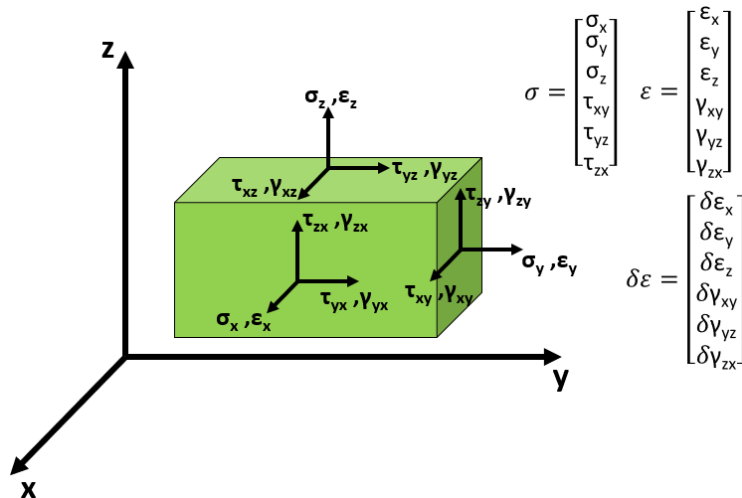
Den første matrisen i det siste uttrykket over blir kalt gradient matrisen [B] og er tøyningens gradient matrise. Denne vil for stang-elementet være:

$$[B] = \left[ \frac{d}{dx} \left( 1 - \frac{x}{L} \right) \quad \frac{d}{dx} \left( \frac{x}{L} \right) \right] = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} & \frac{1}{L} \end{bmatrix} \quad \text{Formel 3.5.7}$$

Og vi får for tøyningen:

$$\varepsilon(x) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} & \frac{1}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = -\frac{u_1}{L} + \frac{u_2}{L} = \frac{u_2 - u_1}{L} \quad \text{Formel 3.5.8}$$

Fundamentet for FEM er nå å kombinere konseptet om virtuelt arbeid med dette konseptet omhandlende form funksjoner. Man vil her i stedet for å bruke laster og forskyvninger for å finne lagret energi ved tøyning, bruke spenninger og tøyninger. For et infinitesimalt 3 dimensjonalt legeme vil man ha 6 spennings- og tøynings komponenter som vist i figur 3.5-7. Disse behandles nå som vektorer vist under hvor det er viktig å påpeke at man også kan ha virtuelle tøyninger ( $\delta\varepsilon$ ).



Figur 3.5-7 spennings- og tøynings komponenter i et legeme

Spenninger og tøyninger i 3 dimensjoner vil videre være relatert til hverandre gjennom en konstituerende matrise som vist under. Denne matrisen definerer forholdet mellom påførte spenninger og resulterende tøyninger.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix}$$

Figur 3.5-8 Konstituerende matrise for tøyninger og spenninger

Hvis vi nå tar for oss et stang-element hvor vi kun har påført en spennings-komponent som resulterer i en tøyings-komponent, vil dette konstituerende forholdet ved lineær oppførsel være Youngs modulus (E):

$$\sigma_x = E \varepsilon_x \quad \text{Formel 3.5.9}$$

For å videre oppnå den virtuelle energien ved tøyning kan man nå bruke tøyninger over et lite differensialt element for så å integrere over volumet av hele elementet. Merk at vektoren for tøyning må transponeres i henhold til matrise multiplikasjon.

$$U_{\text{eksisterende}} = U = \frac{1}{2} \iiint_V (\varepsilon^T)(\sigma) dV \quad \text{Formel 3.5.10}$$

$$U_{\text{virtuell}} = \delta U = \iiint_V (\delta \varepsilon^T)(\sigma) dV \quad \text{Formel 3.5.11}$$

Det store konseptet er nå er å få inkorporert formfunksjonene som vil gi:

$$\begin{array}{ll} u = Nd & \varepsilon = Bd \\ \downarrow & \downarrow \\ \delta u = N(\delta d) & \delta \varepsilon = B(\delta d) \\ \downarrow & \downarrow \\ \delta u^T = (\delta d^T)N^T & \delta \varepsilon^T = (\delta d^T)B^T \end{array}$$

Figur 3.5-9 innsetting av formfunksjoner

Spenninger vil relatert til dette være gitt ved:

$$\sigma = C\varepsilon = CBD \quad \text{Formel 3.5.12}$$

Fører man å dette inn i integralet i formel 2.2.10 får man:

$$\delta U = \iiint_V (\delta d^T)(B^T)(C)(B)(d) dV \quad \text{Formel 3.5.13}$$

For eksternt arbeid utført på et element bruker vi den fundamentale definisjonen for arbeid innenfor fysikk. Dette er da:

$$\text{Arbeid} = \text{kraft} \times \text{distanse} \quad \text{Formel 3.5.14}$$

Innenfor FEM deler man disse inn i tre kategorier:

Kategorier av arbeid	Virkning i dimensjoner	Forklaring
Arbeid utført ved krefter i elementet (F)	3D effekt	Elementets egenvekt etc. kraft over volum
Arbeid utført av krefter på overflaten av elementet ( $\Phi$ )	2D effekt	Friksjon, distribuert last etc. Kraft over areal
Arbeid utført ved punktlaster (P)	1D effekt	Belastning som er direkte påført på noder i elementet

Tabell 3.5-1 Kategorier av arbeid for FEM

Når vi videre beregner arbeid utført ved disse belastningene må vi integrere over volumet for komponent F og over arealet ved komponent  $\Phi$ . Dette trengs ikke for komponent P siden den ikke fungerer over hele elementet, Vi får:

$$W_{eksisterende} = W = \frac{1}{2} \iiint_V (u^T F) dV + \frac{1}{2} \iint_S (u^T \Phi) dS + \frac{1}{2} (d^T P) \quad \text{Formel 3.5.15}$$

$$W_{virtuell} = \delta W = \iiint_V (\delta u^T F) dV + \iint_S (\delta u^T \Phi) dS + (\delta d^T P) \quad \text{Formel 3.5.16}$$

Dette kan omskrives ved bruk av form funksjonene hvor det virtuelle arbeidet vil være:

$$\delta W = \iiint_V (\delta d^T) (N^T) (F) dV + \iint_S (\delta d^T) (N^T) (\Phi) dS + (\delta d^T P) \quad \text{Formel 3.5.17}$$

Det eksisterende arbeidet vil som nevnt i forrige kapittel være lik eksisterende lagret energi ved tøyning og man kan kansellere disse leddene slik at vi får:

$$\begin{aligned}
 & U = W \\
 & \cancel{U_{eksisterende}} + U_{virtuell} = \cancel{W_{eksisterende}} + W_{virtuell} \\
 & \iiint_V (\delta d^T) (B^T) (C) (B) (d) dV = \iiint_V (\delta d^T) (N^T) (F) dV + \iint_S (\delta d^T) (N^T) (\Phi) dS + (\delta d^T P)
 \end{aligned}$$

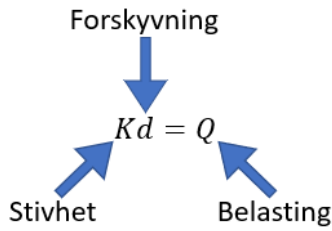
Figur 3.5-10 FEM formel relatert til loven om bevaring av energi

uttrykket  $(\delta d^T)$  står for de virtuelle forskyvningene og er derfor vilkårlige verdier uten noen essensiell mening. Disse kan derfor videre også kanselleres på begge sider nederst i figur 3.5-10. Formelen for konservering av energi vil videre være:

$$\iiint_V (B^T C B d) dV = \iiint_V (N^T F) dV + \iint_S (N^T \Phi) dS + (P) \quad \text{Formel 3.5.18}$$

Dette er den fundamentale likningen ved analyse av strukturer i FEA. Vi kan her se til venstre i likningen at vi multipliserer integralet med de eksisterende forskyvningene som kan trekkes ut. Det som da er gjenstående i integralet vil være uttrykket for stivhetsmatrisen for elementet. Til høyre har vi uttrykker som alle er relatert til belastninger. Vi vil altså ha:





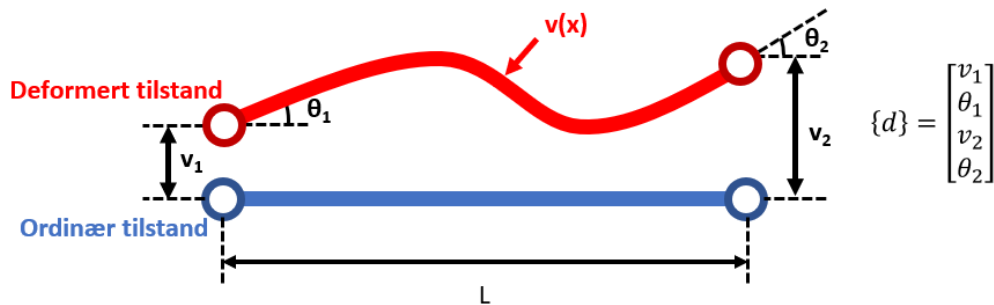
$$K = \iiint_V (B^T C B) dV$$

$$Q = \iiint_V (N^T F) dV + \iint_S (N^T \Phi) dS + (P)$$

Figur 3.5-11 Fundamental likningen ved analyse av strukturer i FEA

### 3.5.1 FEM bjelke-elementer

Et særegent område innenfor «finite element method» med tanke på form funksjoner vil være ved tilfeller av bjelke-elementer. Dette kan forklares ved å ta for seg elementet vist i figur 3.5-12 hvor vi har 4 frihetsgrader (vertikal forskyvning  $v_1$  og  $v_2$ , samt rotasjon  $\theta_1$  og  $\theta_2$ ). Vektoren bestående av nodal forskyvning er vist til høyre i figuren og er konstanter som definerer den deformerte tilstanden til bjelke-elementet.



Figur 3.5-12 Bjelke element ved FEA

Hvor man for det foregående stang-elementet kun hadde to ukjente hvor den antatte deformasjonen ble funnet ved lineær interpolering, vil vi her i tillegg ha rotasjoner. Dette skyldes at vi for bjelker også ønsker å ta hensyn til bøyningen av det aktuelle elementet. Man trenger derfor den deriverte av form funksjonen hvor stigningstallet er av betydning. Den antatte deformerte tilstanden for et bjelke-element vil derfor være av kubisk karakter og er gitt ved:

$$v(x) = c_0 + c_1 x + c_2 x^2 + c_3 x^3 \tag{Formel 3.5.19}$$

$$\theta(x) = v'(x) = c_1 + 2c_2 x + 3c_3 x^2 \tag{Formel 3.5.20}$$

Siden vi her har 4 ukjente konstanter for nodenes deformasjon, vil man også ha 4 grensebetingelser. Disse er vist under sammen med beregning av de 2 første konstantene.

$$\begin{aligned}
 \textcircled{1} \quad v(x=0) = v_1 = c_0 + c_1(0) + c_2(0^2) + c_3(0^3) \quad & \textcircled{2} \quad \theta(x=0) = \theta_1 = c_1 + 2c_2(0) + 3c_3(0^2) \\
 c_0 = v_1 \quad & c_1 = \theta_1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 v(x) &= v_1 + \theta_1 x + c_2 x^2 + c_3 x^3 \\
 \theta(x) &= \theta_1 + 2c_2 x + 3c_3 x^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \textcircled{3} \quad v(x=L) = v_2 = v_1 + \theta_1(L) + c_2(L^2) + c_3(L^3) \\
 v_2 - v_1 + \theta_1 L = c_2(L^2) + c_3(L^3) \\
 \textcircled{4} \quad \theta(x=L) = \theta_2 = \theta_1 + 2c_2(L) + 3c_3(L^2) \\
 \theta_2 - \theta_1 = c_2(2L) + c_3(3L^2)
 \end{aligned}$$

○ = Grensebetingelse

Figur 3.5-13 Beregning av grensebetingelser

Dette kan omskrives i matrise form som:

$$\begin{bmatrix} L^2 & L^3 \\ 2L & 3L^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_2 - v_1 + \theta_1 L \\ \theta_2 - \theta_1 \end{bmatrix} \quad \text{Formel 3.5.21}$$

Gjennom den inverse matrisen av det første leddet over kan vi nå finne uttrykkene for de gjestående konstantene:

$$\begin{bmatrix} c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{L^3} \begin{bmatrix} 3L & -L^2 \\ -2 & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_2 - v_1 + \theta_1 L \\ \theta_2 - \theta_1 \end{bmatrix} \quad \text{Formel 3.5.22}$$

$$\begin{bmatrix} c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3v_2}{L^2} - \frac{3v_1}{L^2} - \frac{2\theta_1}{L} - \frac{\theta_2}{L} \\ \frac{2v_1}{L^3} - \frac{2v_2}{L^3} + \frac{\theta_1}{L^2} + \frac{\theta_2}{L^2} \end{bmatrix} \quad \text{Formel 3.5.23}$$

Disse kan nå settes inn i det ordinære uttrykket for form funksjonen i formel 2.2.19 hvor vi nå har:

$$\begin{aligned}
 v(x) &= c_0 + c_1 x + c_2 x^2 + c_3 x^3 \\
 &= v_1 + \theta_1 x + \left( \frac{3v_2}{L^2} - \frac{3v_1}{L^2} - \frac{2\theta_1}{L} - \frac{\theta_2}{L} \right) x^2 + \left( \frac{2v_1}{L^3} - \frac{2v_2}{L^3} + \frac{\theta_1}{L^2} + \frac{\theta_2}{L^2} \right) x^3 \\
 &= \left( 1 - \frac{3x^2}{L^2} + \frac{2x^3}{L^3} \right) v_1 + \left( x - \frac{2x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} \right) \theta_1 + \left( \frac{3x^2}{L^2} - \frac{2x^3}{L^3} \right) v_2 + \left( -\frac{x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} \right) \theta_2
 \end{aligned}$$

Disse uttrykkene vil være form funksjonene  $[N_1 \ N_2 \ N_3 \ N_4]$  hvor:

$$N_1 = 1 - \frac{3x^2}{L^2} + \frac{2x^3}{L^3} \quad N_2 = x - \frac{2x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} \quad N_3 = \frac{3x^2}{L^2} - \frac{2x^3}{L^3} \quad N_4 = -\frac{x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2}$$

For bjelke elementer vil man også få en endring i gradient matrisen  $[B]$  hvor vi for bjelker har spenninger ved bøyning:

$$\sigma = \frac{My}{I} \quad \text{Formel 3.5.24}$$

Dette betyr at deformasjoner er gjennom Euler Bernoulli bjelke teorem er gitt ved:

$$\varepsilon = \frac{M}{EI} y = \frac{d^2 v}{dx^2} y \quad \text{Formel 3.5.25}$$

Dette betyr altså at gradient matrisen vil være den dobbelt-deriverte av form funksjonene med hensyn til  $x$ . Man får også med bjelkens høyde  $y$  hvor spenninger i bjelker øker fra tyngdepunktet og ut vist til høyre i figur 3.5-14. Gradient matrisen vil altså bli:

$$\varepsilon = [B]\{d\} = y [B_1 \quad B_2 \quad B_3 \quad B_4] \begin{Bmatrix} v_1 \\ \theta_1 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix}$$

Hvor:

$$B_1 = \frac{12x}{L^3} - \frac{6}{L^2} \quad B_3 = \frac{6}{L^2} - \frac{12x}{L^3}$$

$$B_2 = \frac{6x}{L^2} - \frac{4}{L} \quad B_4 = \frac{6x}{L^2} - \frac{2}{L}$$



Figur 3.5-14 Beregning av gradient matrise

Vi kan nå videre se på formuleringen for stivhetsmatriser ved «finite element method». Her vil den generelle formelen for stivhet være gitt ved:

$$K = \iiint_V (B^T C B) dV \quad \text{Formel 3.5.26}$$

Hvis vi nå videre antar at det konstituerende forholdet er ved lineær oppførsel med Youngs modulus har man  $[c]=E$  og man får:

$$K = E \iiint_V (B^T B) dV \quad \text{Formel 3.5.27}$$

Uttrykket i dette integralet vil for bjelker være:

$$B^T B = y^2 \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ B_4 \end{bmatrix} [B_1 \quad B_2 \quad B_3 \quad B_4] \quad \text{Formel 3.5.28}$$

Hvis man nå videre trekker ut leddene som er konstante over tverrsnitts-arealet av bjelken kan man forenkle ved at:

$$\int_A \int y^2 dA = \text{treghetsmoment } (I) \quad \text{Formel 3.5.29}$$

Altså ender man her opp med en stivhetsmatrise som er gitt ved:

$$[K] = EI \int_{x=0}^{x=L} [B]^T [B] dx \quad \text{Formel 3.5.30}$$

Programvarer vil bruke metoder med numerisk integrasjon for å løse likninger. Integralene vist i formel (3.5.31) vil først være konvertert over til et isoparametrisk koordinatsystem med grensene  $[-1, +1]$  som gir samme resultat, dette kan gjøres gjennom substitusjon. Formelen for stivhetsmatrisen  $K$  vil være på formen:

$$K = \int_{\zeta=-1}^{\zeta=+1} \int_{\eta=-1}^{\eta=+1} \int_{\xi=-1}^{\xi=+1} (B^T C B) |J| d\xi d\eta d\zeta \quad \text{(Formel 3.5.32)}$$

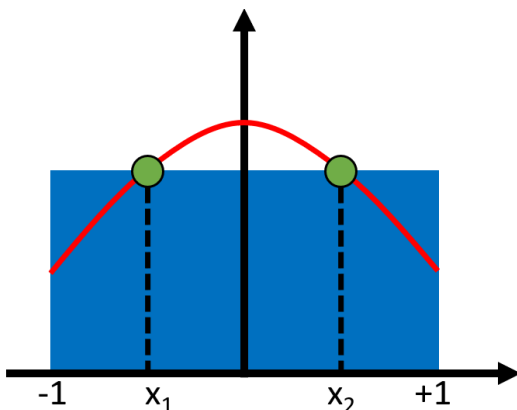
- $|J|$  = Jacobi-determinant

For FEM vil elementer være basert på polynomer så den raskeste og mest nøyaktige metode for numerisk integrasjon er det som kalles «Gaussian quadrature». Denne vil ved en dimensjon være gitt som:

$$\int_{-1}^{+1} f(t) dx = \sum_{i=1}^n [w_i \times f(x_i)] \quad \text{(Formel 3.5.33)}$$

- $n$  = antall punkter
- $w_i$  = vektings-faktor
- $x_i$  = utvalgspunkt

Hovedmålet her er å velge rett antall utvalgspunkter for en funksjon for så videre å vekte dem. Et eksempel på dette er vist i figuren under hvor man vil finne arealet under kurven og bruker 2-punkts integrasjon.



Figur 3.5-15 2-punkts integrasjon

Ved 2-punkts integrasjon vil man ha 4 ukjente ( $w_1$ ,  $w_2$ ,  $x_1$ , og  $x_2$ ) og arealet er gitt ved:

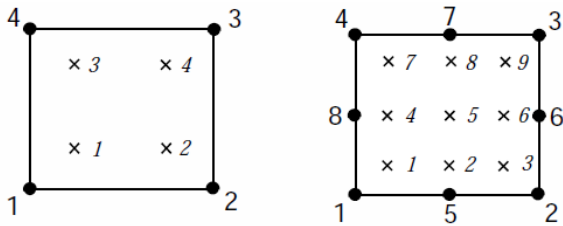
$$\text{Areal under kurven} = w_1 \times f(x_1) + w_2 \times f(x_2) \quad (\text{Formel 3.5.34})$$

For å finne verdiene for  $w_1$ ,  $w_2$ ,  $x_1$ , og  $x_2$  vil man for hver ukjent ta integralet av  $x$  med økende eksponent. Har man for eksempel 4 ukjente vil man få integralet av 1,  $x$ ,  $x^2$  og  $x^3$ . Videre vil man få 4 likninger med 4 ukjente hvor disse løses ved bruk av algebra, prosessen er vist i figur 3.12.3 Ved multiple integraler er prosessen lik hvor man da jobber fra det indre integralet og ut.

$$\begin{array}{l}
 f(x) = 1 \Rightarrow \int_{-1}^{+1} 1 dx = 2 = w_1 + w_2 \Rightarrow w_1 + w_2 = 2 \\
 f(x) = x \Rightarrow \int_{-1}^{+1} x dx = 0 = w_1 x_1 + w_2 x_2 \Rightarrow w_1 x_1 + w_2 x_2 = 0 \\
 f(x) = x^2 \Rightarrow \int_{-1}^{+1} x^2 dx = \frac{2}{3} = w_1 x_1^2 + w_2 x_2^2 \Rightarrow w_1 x_1^2 + w_2 x_2^2 = \frac{2}{3} \\
 f(x) = x^3 \Rightarrow \int_{-1}^{+1} x^3 dx = 0 = w_1 x_1^3 + w_2 x_2^3 \Rightarrow w_1 x_1^3 + w_2 x_2^3 = 0
 \end{array}
 \Rightarrow
 \begin{array}{l}
 w_1 = 1 \quad x_1 = -\frac{1}{\sqrt{3}} \\
 w_2 = 1 \quad x_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}
 \end{array}$$

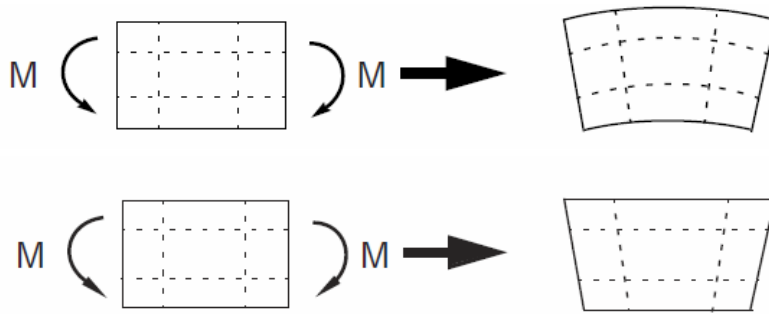
Figur 3.5-16 Prosess for utregning av 2 punkts integrasjon

Man kan ved FEM ha full integrasjon eller redusert integrasjon[15]. Full integrasjon refererer til antall Gauss punkter som kreves for å integrere polynomiske termer i et elements stivhetsmatrise nøyaktig, når elementet har en vanlig form. En «vanlig form» betyr for «hexahedral» and «quadrilateral» elementet at kantene er rette og møtes ved rette vinkler, samt at noder i kantene befinner seg midtpunktet av kanten. Fullt integrerte, lineære elementer bruker to integrasjonspunkter i hver retning. Dermed vil firkantede tredimensjonale elementer ha et  $2 \times 2 \times 2$  oppsett av integrasjonspunkter i elementet. Plasseringen av integrasjonspunktene i fullt integrerte, todimensjonale, firkantede elementer er vist i figur 3.5-17.



Figur 3.5-17 fullt integrerte, todimensjonale, firkantede elementer[15]

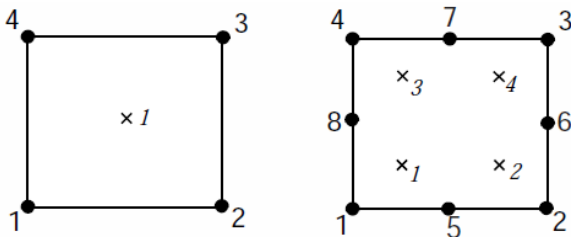
fullt integrerte første ordrens, faste elementer vil ha et problemområde kalt «shear locking»[15]. «Shear locking» gjør at elementene blir for stive ved bøyning. Dette kan forklares ved å tenke seg et lite stykke materiale i en komponent som er utsatt for kun bøyning (bøyningen er vist i den øvre delen i figur 3.5-18).



Figur 3.5-18 «shear locking» av fullt integrerte første ordrens, faste elementer[15]

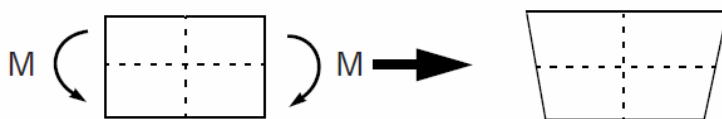
Linjer som i utgangspunktet er parallelle med den horisontale akse har konstant krumning[15]. Linjer gjennom tykkelsen forblir rette og vinkelen mellom de horisontale og vertikale linjene forblir  $90^\circ$ . Kantene på et lineært element er ikke i stand til å bøye seg og vil derfor deformeres som vist i nedre del av figur 3.5-18. Siden kantene ikke vil bøye seg vil deformasjonen oppfattes som følger av skjærkrefter siden det kun er vinkelen mellom horisontale og vertikale linjer som forandres. Dette stemmer ikke hvor materialet er utsatt for moment og skjærkreftene skal være lik 0. Derfor skal fullt integrerte, lineære elementer bare brukes når man er sikker på at belastningen vil produsere minimal bøyning.

Redusert integrasjon kan kun brukes av «quadrilateral» og «hexahedral» elementer. Reduserte integrasjonselementer bruker et færre integreringspunkter i hver retning enn fullt integrerte elementer. Redusert integrasjon ved lineære elementer har bare et enkelt integrasjonspunkt plassert på elementets sentrum. Punktene ved redusert integrasjon er vist i figur ...



Figur 3.5-19 Reduserte integrasjonselementer[15]

Man vil også ved redusert integrasjon ha et problemområde som kalles «hourglassing». Man kan også her se for seg et lite stykke materiale i en komponent som er utsatt for kun bøyning (vist i figur 3.5-20).



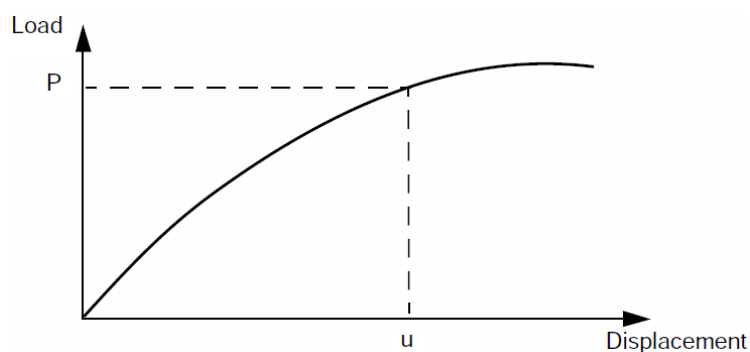
Figur 3.5-20 «Hourglassing» ved redusert integrasjon[15]

Ingen av de stiplede linjene har endret seg i lengde, og vinkelen mellom dem er også uendret[15]. Dette betyr at alle komponentene av spenning ved elementets eneste integrasjonspunkt er null. Denne bøyings-modusen for deformasjon er dermed en null-energi-modus hvor ingen belastningsenergi genereres av deformasjonen. Elementet er ikke i stand til å motstå denne typen deformasjon siden den ikke har stivhet i denne modusen. I en grov «mesh» kan denne modusen forplante seg videre og produsere meningsløse resultater.

## 3.5.2 FEM ikke-linearitet

Et strukturelt problem som er ikke-lineær vil ha en stivhet som endres etter hvert som den deformeres[15]. Stivheten for elementet vil nå være avhengig av forskyvningene. Dette betyr at man for beregning av forskyvning for gitt belastning ikke lenger kan multiplisere belastninger med innledende fleksibilitet. For implisitt analyse i abaqus betyr dette at strukturens stivhetsmatrise vil samles og inverteres mange ganger for oppdateringer av stivhetsmatrisen. Dette resulterer i en forlenget beregningstid. Man kan ha 3 former for ulinearitet ved analyser:

- **ikke-linearitet av materialet**  
Som et eksempel her kan man ta for seg metaller som har et forholdsvis lineært forhold mellom spenning og deformasjon ved lave belastningsverdier[15]. Ved høyere belastninger vil materialet begynne å flyte, her vil responsen være ikke-lineær og irreversibel. Dette trenger ikke være relater til belastning hvor Deformasjons-avhengige materialdata og materialfeil er begge former for ulinearitet i materialet.
- **ikke-linearitet av grensebetingelser**  
Denne formen inntreffer når grensebetingelsene forandres underveis i analyser[15]. Disse kan være ekstremt diskontinuerlige. Dette kan forklares med et eksempel hvor man har en bjelke med fast innspenning i den ene enden som bøyes ned mot et stopp-punkt. Bjelken vil under simuleringen komme i kontakt med dette punktet. Her vil det oppstå en stor og øyeblikkelig endring i strukturens respons.
- **ikke-linearitet av geometri**  
Denne formen for ikke-linearitet er relatert til endringer av geometrien til modellen som analyseres[15]. Dette refererer til ikke-lineariteter i kinematiske mengder som relasjonen mellom tøyning og deformasjon. Slike ikke-lineariteter kan oppstå på grunn av store forskyvninger, store tøyninger og store rotasjoner. Hvis vi igjen bruker den fast innspente bjelken som et eksempel, vil deformasjonen ved stor nedbøyningen endre strukturen og dermed stivheten til bjelken. I tillegg vil ikke lasten forbli vinkelrett på bjelken og virkningen av lasten på strukturen endres betraktelig.

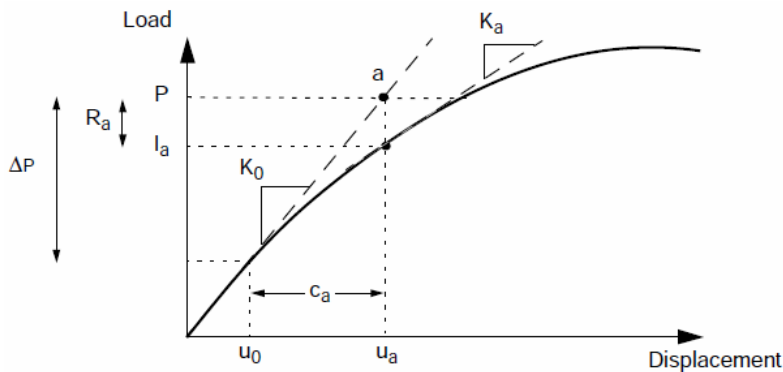


Figur 3.5-21 ulineær kurve for belastning-deformasjon[15]

Målet med en ulineære analyse er å bestemme løsningen til f.eks. belastning-forskyvnings kurven vist i figur 3.5-21[15]. Her må man evaluere de ytre krefter «P» og de interne krefter «I» som virker på et legeme. vi vil her ha spenninger i elementene i legemet. Dette resulterer i interne belastninger som virker på en node, hvor noden tilhører disse elementene. De interne kreftere «I» og ytre kreftere «P» må videre balansere hverandre for å ha statisk likevekt. Den totale kraften må altså være lik 0 som vist i formelen:

$$P - I = 0 \quad \text{Formel 3.5.35}$$

For ikke-lineariteter vil abaqus benytte «Newton Raphson method»[15]. Her vil man konvergere mot løsningen ved å påføre de angitte belastningene gradvis og arbeider inkrementelt mot den endelige løsningen. Dette skyldes at analysene ikke lenger kan beregnes ved å løse et enkelt system av ligninger ved ulinearitet. Med andre ord vil belastningene deles inn i mindre inkremitter hvor man finner en tilnærmet likevekts konfigurasjon på slutten av hvert inkrement. Her trengs det i mange tilfeller flere forsøk eller «iterations» som det er kalt for å finne disse konfigurasjonene. Den tilnærmede løsningen for analysen vil til slutt være summen av alle inkrementelle responser.



Figur 3.5-22 iterasjon av et inkrement[15]

Den ikke-lineære responsen av en struktur til et lite belastnings-inkrement er vist i figur 3.5-22. Abaqus/Standard bruker strukturens opprinnelige stivhet  $K_0$  som er basert på konfigurasjonen ved  $u_0$  og  $\Delta P$ , til å beregne korreksjonen for forskyvningen  $c_a$ . ved å bruke denne kan man oppdatere konfigurasjonen til  $u_a$ . basert på den oppdaterte konfigurasjonen vil det formes en ny stivhet  $K_a$  samtidig som  $I_a$  beregnes. Videre kan forskjellen mellom belastningene  $P$  og  $I_a$  beregnes gjennom formelen:

$$R_a = P - I_a \quad \text{Formel 3.5.36}$$

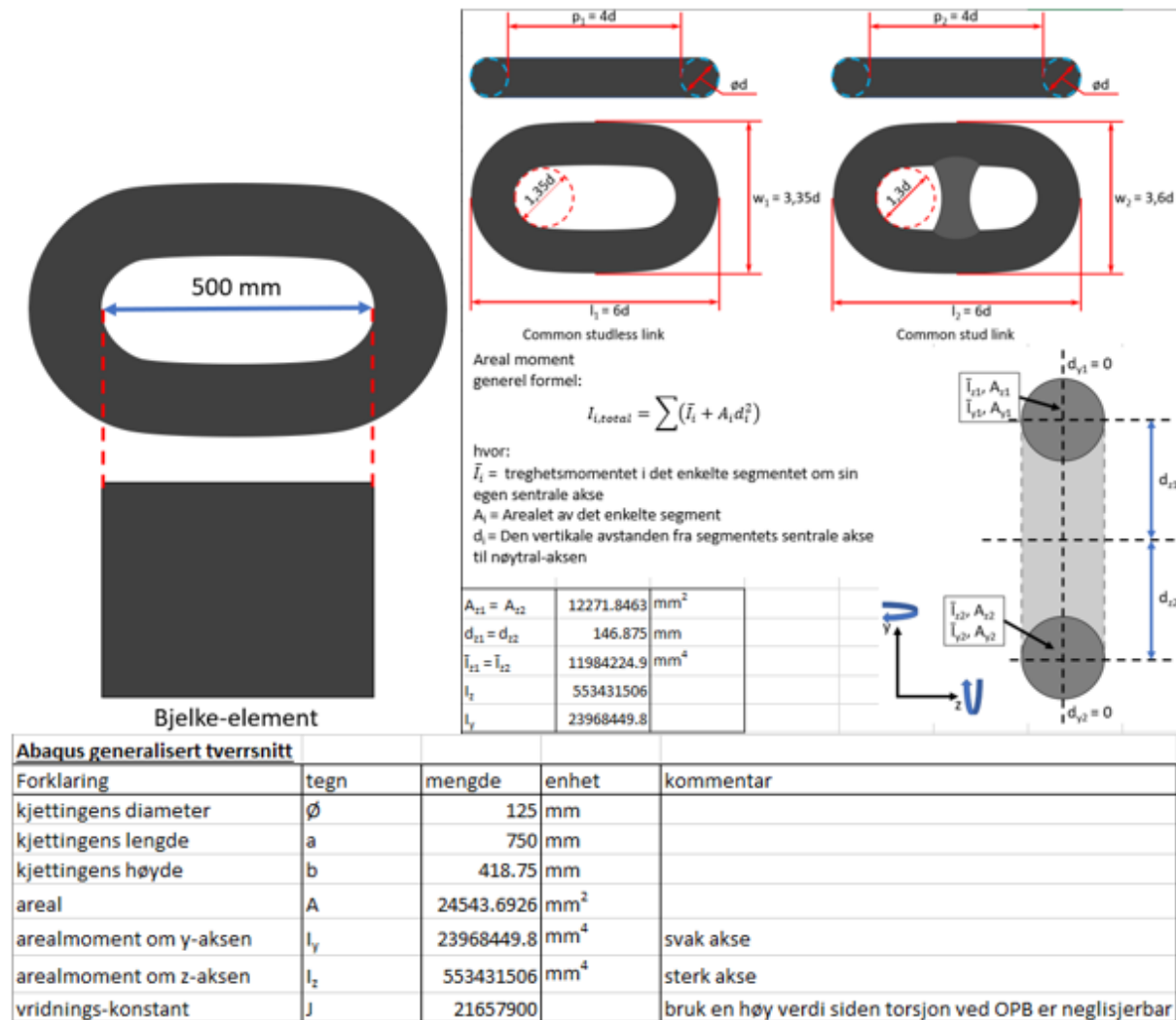
- Hvor  $R_a$  er definert som restkraft for iterasjonen

Hvis  $R_a$  er lik null for alle frihetsgradene, er strukturen i likevekt og punktet a hadde ligget på kurven i figuren over. For beregninger av ulineære problemer er sannsynligheten for å få  $R_a$  lik null svært liten. Denne blir derfor sammenlignet med en toleranse verdi. Dersom den er under denne verdien vil  $u_a$  aksepteres som likevekt og man får en oppdatering av konfigurasjonen. Løsningen vil også før godtagelse evalueres ovenfor forskyvningen  $c_a$ , hvor den må være under 1% til den totale inkrementelle forskyvningen ( $\Delta u_a = u_a - u_0$ ). Hvis denne verdien er over 1% vil det bli foretatt en ny iterasjon. Begge disse forutsetningene må være tilfredsstillende for at en løsning sies å ha konverget for et belastnings inkrement.



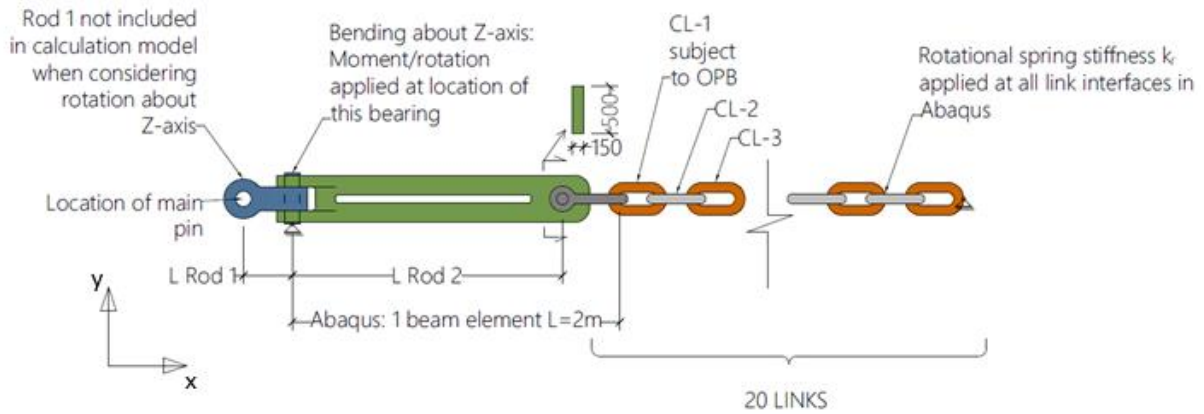
### 3.5.3 Abaqus FEM bjelke modell

Som nevnt tidligere vil kjetting lenkene ved OPB gjelde for de 20 første lenkene i fortøyningslinen ved koblingspunktet til den flytende konstruksjonen. Man vil her opprette en bjelke modell hvor hver av lenkene blir sett på som en bjelke med et koblingspunkt mellom hver som simulerer interlink stivheten. Diameteren av kjettingen vil være 125 mm hvor dimensjonene er gitt gjennom figur 3.5-23 Lengden av hver av bjelkene vil være lik lengden mellom de indre kronene. Dette er fordi koblingspunktet mellom hver kjetting befinner seg ved disse punktene. For kjettingen bruker vi et generalisert tverrsnitt hvor man legger inn data for areal, arealmoment, vridnings-konstant etc. som er spesifisert i figuren under. Beregninger for arealmoment kan finnes i vedlegg 9.



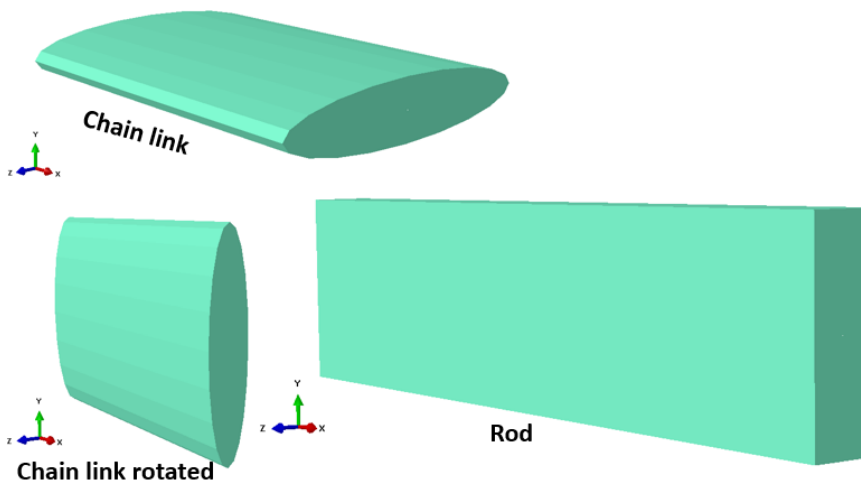
Figur 3.5-23 Data for kjettingen i FEM bjelke modell

For stangen ved koblingspunktet har vi brukt 3 forskjellige lengder på 1.6 meter, 2.4 meter og 3.2 meter. Lengden på elementet vil her bli lengre som følger av sjakkelen hvor vi har brukt en lengde på 2 meter, 2.8 meter og 3.6 meter. Vi legger med andre ord sjakkelen med i stang-elementet siden den her ikke er interessant og betraktes som stiv med stangen. Dette gjelder for OPB hvor vi for IPB må legge til 410 mm for lengden inn til koblingspunktet. Dette er på grunn av at rotasjonene om de respektive aksene ved OPB og IPB ligger i disse koblingspunktene.



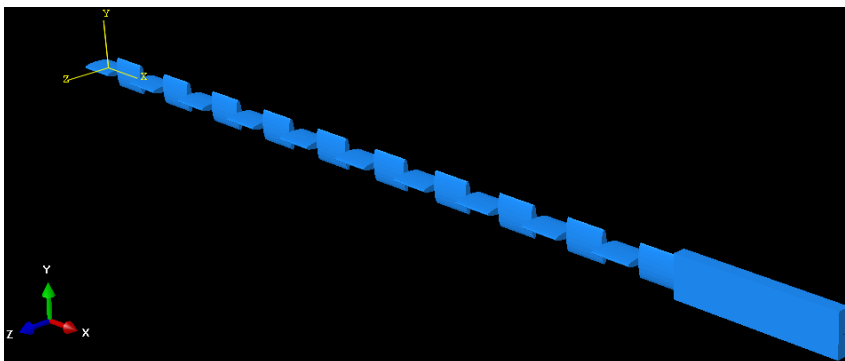
Figur 3.5-24 Oppbygging av kjetting med innfestningsarm

Stålkvaliteten for kjettingen vil være av graden R3 hvor vi her har brukt en Youngs modulus på 207000 MPa, Poisson-tall på 0.3 og skjærmodul på 80000 MPa. Stangen er antatt som «high strength steel» med samme Youngs modulus og poisson-tall. For kjettingen oppretter vi en i en kopi av den første bjelken med seksjonsegenskapene hvor vi modifiserer den slik at den svake akse og den sterke akse blir vendt. Vi vil nå ha en lenke som kan plasseres vertikalt og en som kan plasseres horisontalt i samme koordinatsystem. Selv om geometrien ikke er helt korrekt for kjettingen vist i figuren under, vil de være basert på korrekt areal og arealmoment.



Figur 3.5-25 Deler i Abaqus bjelke modell

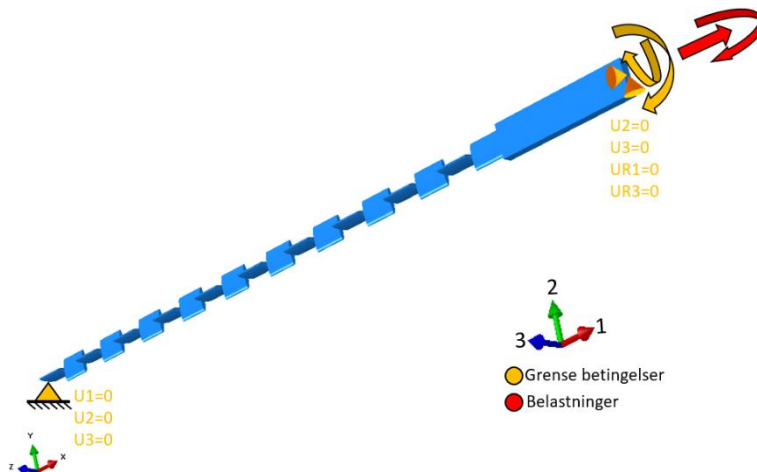
Man vil nå ved «assembly» modulen danne et tilfelle hvor vi kobler 20 av lenkene sammen hvor man veksler mellom det liggende og vertikale elementet. I enden vil man koble lenkene til stangen. I «step» modulen lager man et «static, general step» hvor «Nlgeom» er satt til på for ikke-linearitet. Den komplette modellen er vist i figuren under.



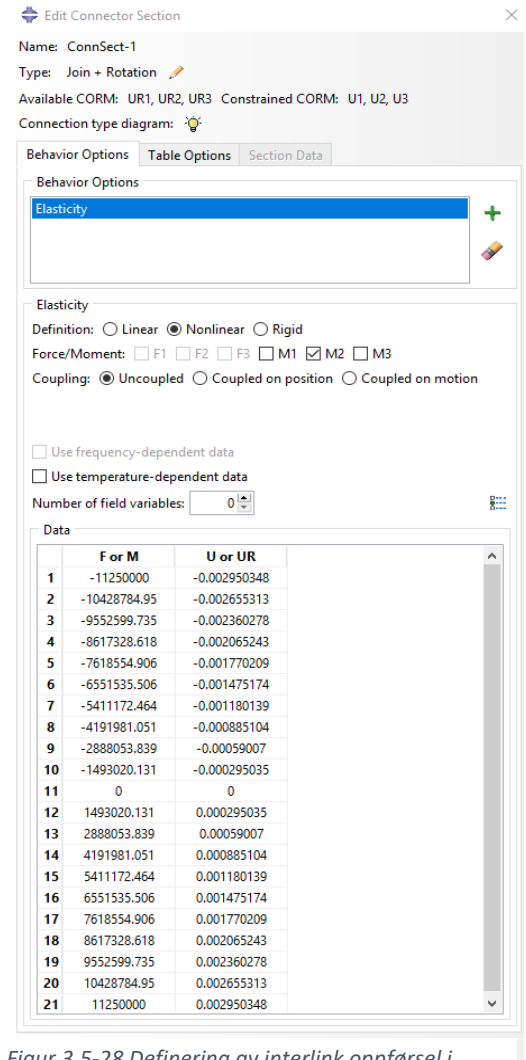
Figur 3.5-26 Komplette modell for toppkjedet med innfestningsarm

I interaksjonsmodulen er målet å konstruere en ikke-lineær fjæring mellom hver av bjelkeelementene som simulerer oppførselen for kjettingen under OPB. Dette gjøres ved først å danne en kabel funksjon gjennom hver av lenkene. Man oppretter så koblingene som er av typen «join + rotation» mellom hver av bjelkene. Man legger her til momenter og rotasjoner ved OPB beregnet gjennom BV Guidance Note NI604DTR00E.

For modulen «loads» vil man for grensebetingelsene ha et boltlager i den ene enden av kjettingen. Ved stangen helt i den andre enden har man et lager. Dette lageret skal hindre rotasjoner og bevegelser i alle retninger bortsett fra rotasjonen om y-aksen samt bevegelsen langs x-aksen. Dette er fordi forspenningene og rotasjonen ved OPB er av interesse. Systemet vil belastet gjennom en forspenning av fortøyningslinen, hvor vi oppgaven har valgt 600 kN, 800 kN, 1200 kN og 1600 kN. Man har også et moment i enden av stangen som er beregnet gjennom glidningsgrensen for koblingspunkter (fairlead) gjennom BV guidelines. Grensebetingelser og belastninger er vist i figuren under.



Figur 3.5-27 Grensebetingelser og belastning av modellen



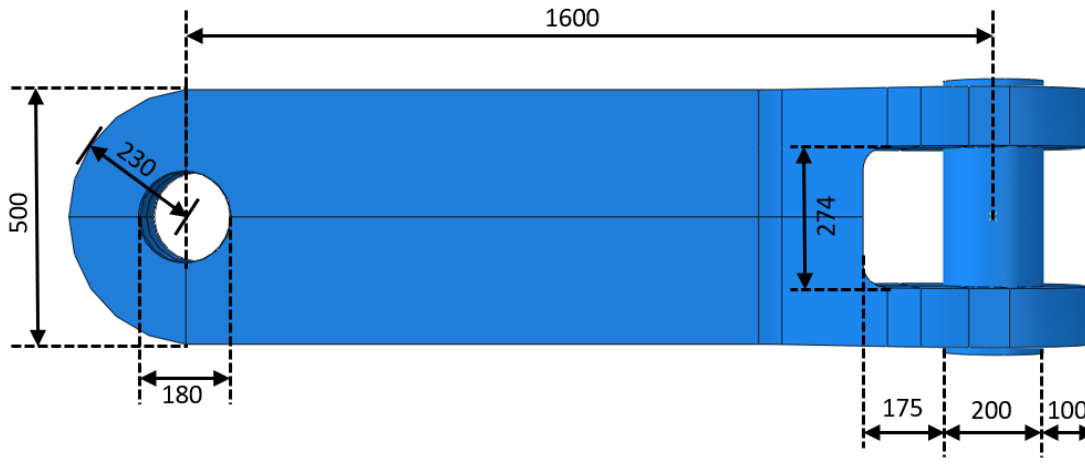
Figur 3.5-28 Definerings av interlink oppførsel i modellen

For analyser ved IPB av den kritiske lenken vil boltlageret være analogt med OPB. For grensebetingelsen ved stangen vil man her tillate bevegelser med x-aksen og rotasjoner om z-aksen. Belastningene vil fremdeles være forspenninger i retning av x-aksen men for momentet vil det nå være om z-aksen.

For å hente ut momenter og rotasjoner ved interlink vil man modifisere «history output request» ved analysen. Man vil her endre domenet fra å gjelde for «whole model» til «Set». Settet som her velges vil være relatert til kabel-funksjonen opprettet tidligere. Som «output variable» vil man videre velge CTF (total forces and moments) og CCU (constitutive displacements and rotations) som finnes under connector fanen. Momenter og rotasjoner kan nå finnes i koblingene som simulerer interlink etter analysen. Dette gjøres ved å opprette XY data med «ODB history output» som kilde.

### 3.5.4 Abaqus FEM modell av innfestningsarm

Modellen for innfestningsarmen vil være konstruert i 3 lengder målt fra koblingspunkt i lager til koblingspunkt ved sjakkelen. Disse lengdene er på 1.6 meter, 2.4 meter og 3.2 meter. Dimensjonene for innfestningsarmen er gitt i figurene under. Disse dimensjonene er analogt for alle lengdene hvor man kun forlenger delen med en tykkelse på 150mm, som ligger førhullet til sjakkelen.



Figur 3.5-29 Dimensjoner på innfestningsarm 1

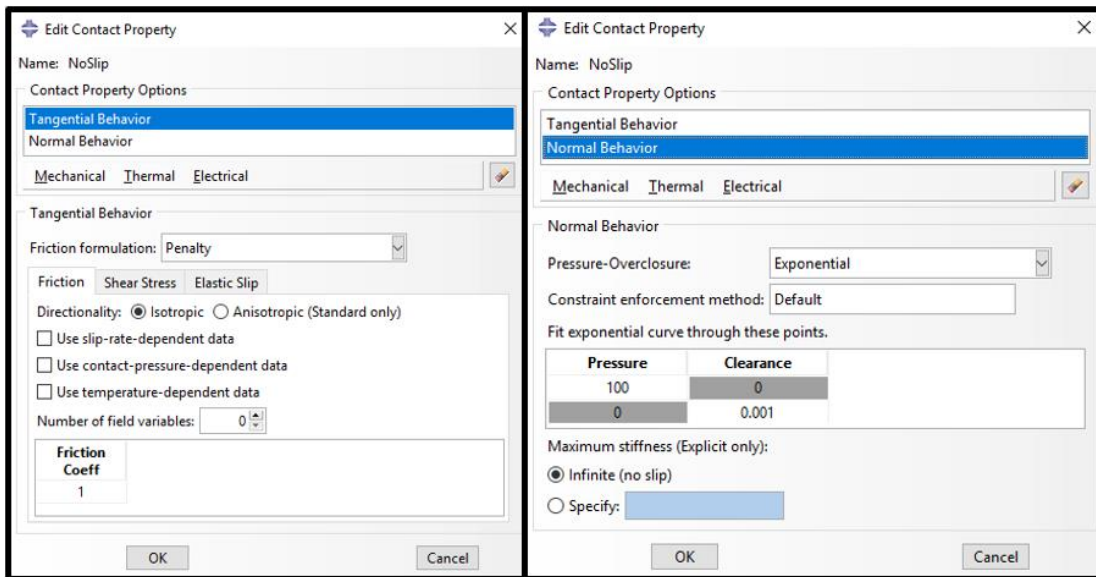


Figur 3.5-30 Dimensjoner på innfestningsarm 2

Boltene i lageret og sjakkelen vil være konstruert som «analytical rigid» siden man her er interessert i innfestningsarmens oppførsel. Dette er også for at man videre vil belaste disse elementene med momenter og strekk-krefter. Siden man vil innføre krefter gjennom disse boltene vil man her legge referansepunktet for disse i senter av sirklene og i nøytral akse for innfestningsarmen. Radiusen for disse boltene vil være redusert med 0.2 mm for å unngå kontakt problemer definert senere. For «Assembly» modulen setter man sammen elementene hvor dette her vil bestå av å plassere boltene i hullene. I «materials» vil man ved materialegenskapene av innfestningsarmen også her ha Youngs modulus på 207000 MPa og et Poisson-tall på 0.3. Innfestningsarmens mesh er av typen C3D8R som er lineær blokk med 8 noder hvor man benytter redusert integrasjon med «hourglass control».

Overflater vil defineres for overflaten av boltene samt innsiden av hullene. Man vil videre definere kontakt overflater hvor «master» overflatene vil være knyttet til overflaten av boltene. «slave» overflatene vil være tilknyttet de respektive hullene for boltene. For «interaction» modulen vil man nå opprette høy friksjon mellom overflaten på boltene og hullene. Dette er fordi man ikke vil ha glidning imellom disse overflatene, hvor man senere vil belaste boltene med moment om svak akse av armen. Dette er særlig vesentlig for overflatene ved lageret. Man lager derfor en kontakt egenskap hvor tangentiell oppførsel har friksjonsegenskaper i form av «penalty», med en friksjon lik 1.0. Oppførselen normalt på overflaten vil være definert med en «pressure overclosure» som er eksponentiell. Her vil man sette presset lik 100 når klareringen mellom overflaten er 0, og 0 når klareringen er 0.001. Her vil trykket utvikle seg eksponentielt mellom overflatene ettersom nodene i

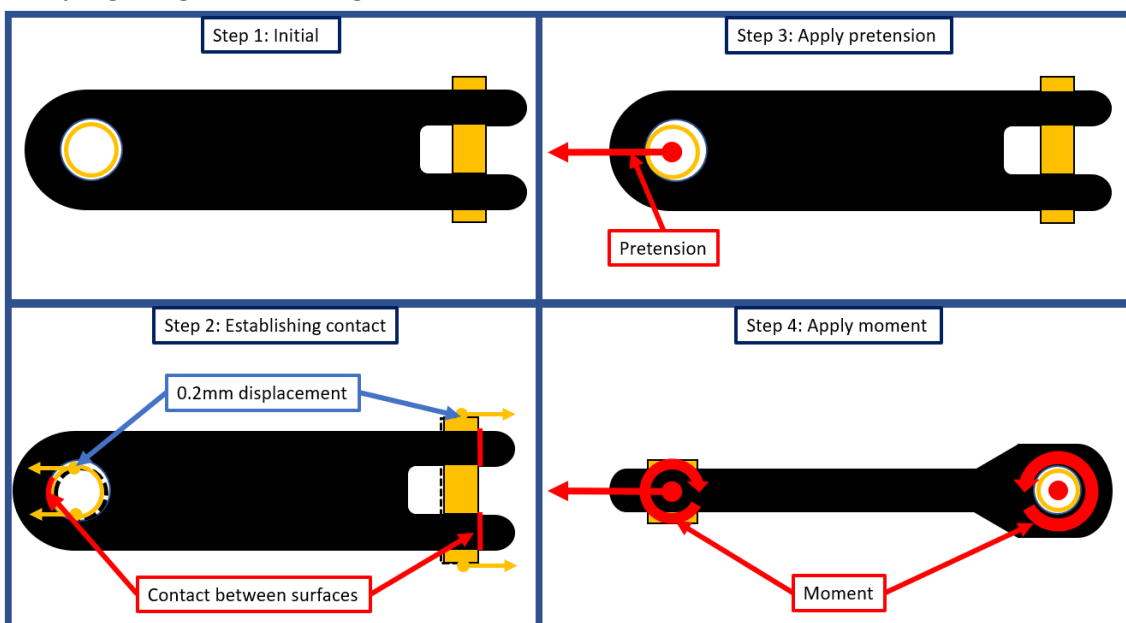
en av overflatene beveger seg inn i motsatt overflate. Dette skaper en definisjon av hardhet mellom nevnte overflater. Dette er vist i figur 3.5-31



Figur 3.5-31 Etablering av kontakt-egenskaper

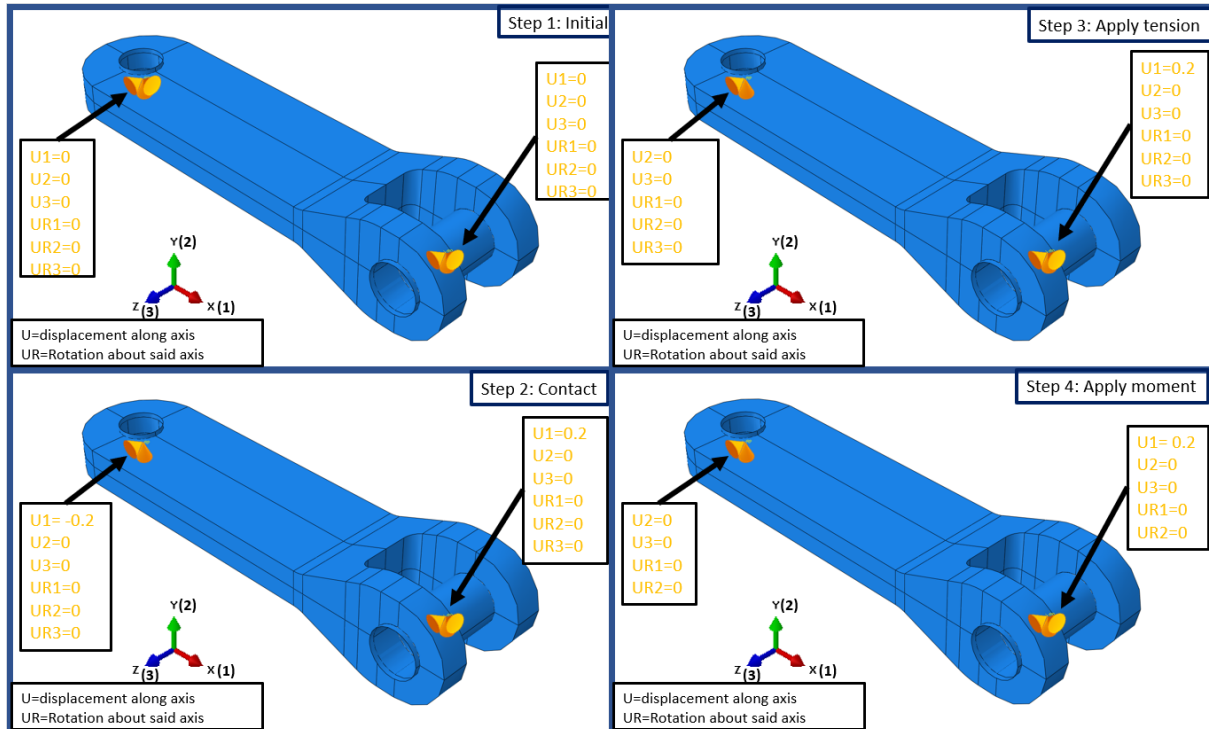
Kontakt overflatene er av typen «surface-surface» med en formulering for glidning som er «finite sliding». Man vil også aktivere utjevning av overflater for 3D geometri hvor det lar seg gjøre. For å videre korrigere «overclosure» av overflatene i kontakt vil man aktivere det som kalles «interference fit». Her vil overkapslingen gradvis bli fjernet i slave-overflaten og vi velger «automatic shrink fit» som justering for overkapslingen.

I «steps» modulen vil man opprette 3 steg for analysen. Den første vil være å etablere kontakt mellom boltene og hullene. Man vil ved dette steget innføre en forskyvning av boltene inn mot respektive hull på 0,2mm. Deretter vil man ha et steg hvor strekk-krefter belaster systemet før man i siste steg påfører momentene. Strekk-krefter og momenter settes i referansepunktet på hver bolt. Momentet brukt i boltet for sjakkelen er funnet fra bjelkemodellen i punktet 400 mm fra enden med sjakkelen og inn. Dette vil være samme punkt bolten er lokalisert. Belastningene gjennom de forskjellige stegene er vist i figur 3.5-32.



Figur 3.5-32 Belastningene gjennom stegene i analyse

Grensebetingelsene vil i likhet med lastene modifiseres over de forskjellige stegene. Man vil først legge til forskyvningen langs x-aksen med innfestningsarmen. Siden systemet er belastet med konstante strekkspenninger som følger av forspenning, er det mest naturlig at denne forskyvningen går til høyre for boltene i lageret og til venstre for boltene i sjakkelen. Ellers vil man for boltene innføre grensebetingelser for alle rotasjoner og forskyvning i alle retninger ved dette steget. Det er viktig å påpeke at krefter og grensebetingelser skal innføres i referansepunktene for hver av boltene. I steg 3 vil man modifisere grensebetingelsene ved en frigjøring langs x-aksen for boltene i sjakkelen. Til slutt i det siste steget vil man videre modifisere begge grensebetingelsene hvor man nå frigjør begge boltene for rotasjoner om z-aksen. Utviklingen av grensebetingelsene er vist i figuren under.



Figur 3.5-33 Grensebetingelser gjennom stegene i analyse

For videre å finne spenninger ved analysen sjekkes de maksimale og minimale principal stresses. Her vil man finne ut hvor de største spenningene er lokalisert. Disse finner man enkelt gjennom å først klikke på «options», fra menyen her velger man «contour plot option». Når man har klikket på denne vil man få en meny hvor man kan velge fanen «limits», Her huker man av for show location. For videre beregninger av utmatting vil det være strekk spenninger som er interessante og vi vil derfor hente ut disse. Dette gjøres enkelt gjennom «probe values» for punktene av interesse, disse er vist i detalj i resultat delen av rapporten. Innenfor utmatting vil man bruke spenningsvariasjoner hvor en syklus tilsvarer komplett bøyning av bjelken i hver retning. Vi må altså gjøre en ytterligere analyse hvor alt er analogt med forrige bortsett fra momentet som er påført. Her setter man altså på et motsatt moment slik at man får en motsatt bøyning av innfestningsarmen. Deretter henter man spenningene fra eksakt samme punkter som på foregående analyse.

## 4 Forskerspørsmål

1. Undersøkelser av kjetting som er utsatt for kombinert aksiallast og bøyemoment (ut av planet bøyning - OPB og i planet bøyning - IPB).
  - a) Beregning av spenninger som beskrevet i BV guidelines ved bruk av Abaqus. Hvor stor påvirkning har innfestningsarmer på fortøyningsystemet?
  - b) Validering av beregningsmetode basert på tester utført av APL/Marintek og beskrive eventuelle avvik mellom beregningsmetode og test resultater.
2. Hvor mye kan effekten av OPB reduseres ved å endre «hang off» konfigurasjon ved tilkoblingspunktet på den flytende konstruksjonen?
  - a) Optimalisering av denne konfigurasjonen med hensyn til friksjon i lageret, forspenning og dimensjoner, ved å variere disse parameterne i FEM analyser.

## 5 Case/Materialer

I denne rapporten er det tatt for seg et spesifikt koblingsystem ved den flytende konstruksjonen. I denne konfigurasjonen vil topp-kjedet være koblet til en bjelke, som har gjennom lager egenskaper for rotasjon horisontalt og vertikalt. Bjelken vil videre være koblet til den flytende konstruksjonen som i dette tilfellet er en bøye brukt innenfor offshoreindustrien. Fortøyningssystemet er av typen «catenary mooring» som er forspente. Denne typen består av flere liner som er spredt ut gjerne symmetrisk rundt konstruksjonen. Navnet kommer av formen fritt-hengende liner danner under innflytelse av gravitasjon. Formålet med bjelken ved koblingspunktet i dette systemet vil være å redusere effekten av OPB ved å fungere som en spenningsavlastning for kjettingen. Bjelken vil altså bøye seg og ta opp momenter når man får bevegelser av den flytende konstruksjonen. Selve kjettingen er av graden R3 med en konstant nominell diameter på 125 mm. Innfestningsarmen er av «High strength steel» hvor dimensjoner vil variere over analysene.

Oppgaven går først ut på å sammenligne resultatene fra FEM modellen med resultater fra fysiske tester gjort av APL. Dette er for å validere metodikken beskrevet av BV guidelines slik at resultatene kan brukes ved videre beregning. Valideringen gjøres ved å sammenligne interlink vinklene hvor man må bruke vektor regning fra dataen hentet ut av FEM modellen. Grunnen til dette er at man i de fysiske testene har benyttet LVDT målinger. Hvis dette stemmer overens, kan man videre bruke momenter ved interlink fra FEM modellen for å beregne spenninger i kjettingen. Man trenger kun å beregne disse spenningene i den kritiske lenken, som tilsvarer første lenke koblet til bjelken ved den flytende konstruksjonen. Her vil momentet og derav spenningene være størst. Man vil nå videre beregne utmattings-egenskapene for kjettingen ved OPB og IPB. Metodikken her vil også være beskrevet gjennom BV guidelines hvor man har gitt S-N kurve samt faktorer for spenningskonsentrasjoner. Av typene OPB og IPB vil førstnevnte være av interesse, begrunnelsen for dette er at man for den kritiske lenken vil få størst skadeakkumulering for OPB. For beregninger av utmatting vil man i denne oppgaven anvende en bølge periode T på 6.3 sekunder. Dette vil bety at man i løpet av et år vil ha et antall av belastningssykluser på 5005714.286 sykluser.

Til slutt vil man i denne oppgaven se på bjelken og optimalisering av denne med tanke på friksjon i lageret, forspenning og lengde. Analysene er begrenset til OPB over svak aske av innfestningsarmen. Ut ifra dette kan man evaluere utmattings-egenskapene for innfestningsarmen. Man vil altså se hvor slank denne kan være med tanke på spenninger utmattings-egenskaper. Dette gjøres gjennom analyser av 3 forskjellige lengder på innfestningsarmen. Lengdene vil være 1.6 meter, 2.4 meter og 3.6 meter målt fra koblingspunkt til koblingspunkt.



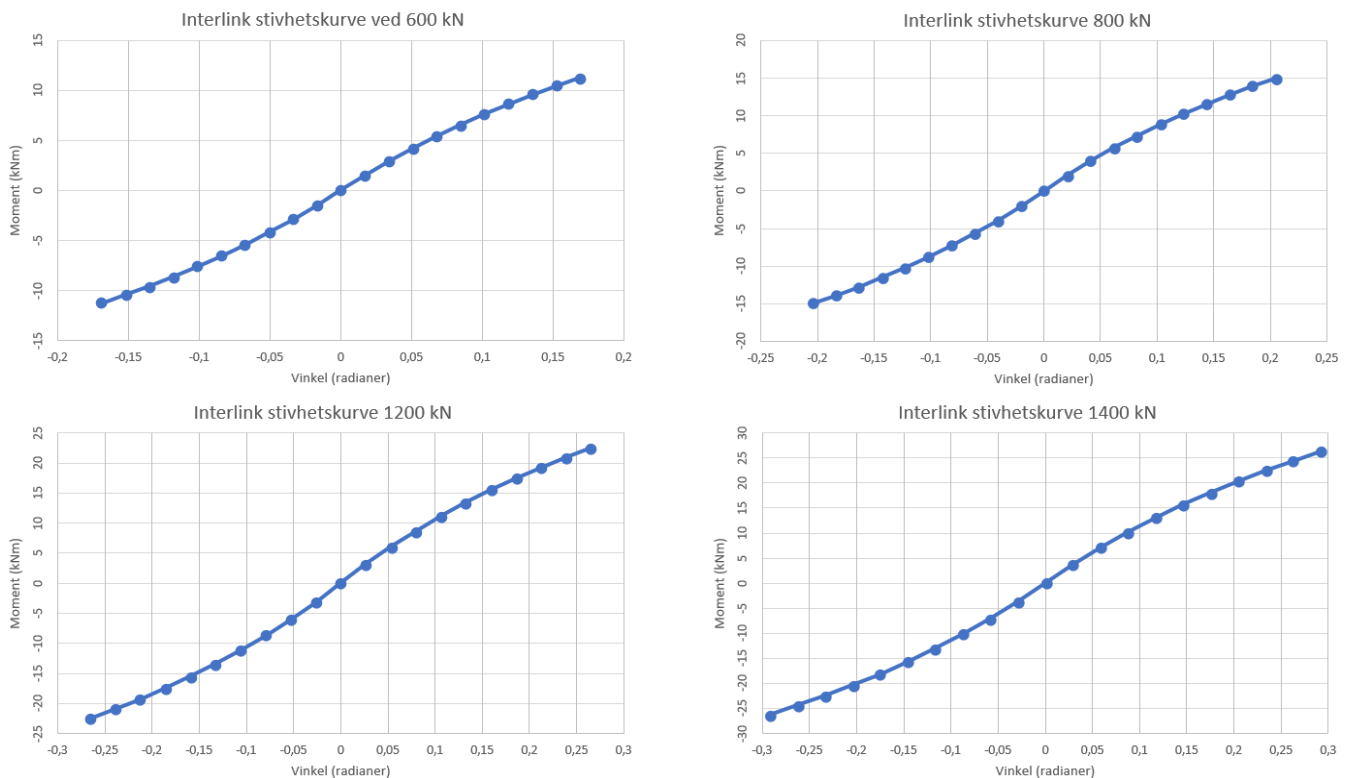
## 6 Metode

Metodikken ved denne rapporten er i stor grad kvantitativ hvor resultater er opparbeidet gjennom bruk av analyseprogrammet Abaqus. Man vil gjennom dette programmet lage modeller med tilhørende omstendigheter relatert til geometri, material egenskaper, grensen betingelser etc. Programmet vil videre beregne resultater bestemt av brukeren, her er strekkspenninger, momenter og rotasjoner av særlig interesse. Analysene er gjort ved forskjellige lengder, friksjonskoeffisienter og forspenninger hvor man har fått tilstrekkelig mengder data for videre beregning av utmatting. Programmet Excel er også godt brukt hvor man har opparbeidet flere regneark ved beregninger og resultater. For beregninger har man tatt utgangspunkt i retningslinjer satt av Bureau Veritas for utmatting av kjetting grunnet OPB. Ellers har man i prosjektet en del litteraturstudium angående utmatting og finite element method hvor dette er viktige emner og sette seg inn i. Man har også benyttet standarder fra DNV.

## 7 Resultat

### 7.1 Validering av BV guidelines

Først har man i denne oppgave opparbeidet et regneark for beregning av oppførselen for interlink relatert til vinkel og moment. Ettersom fortøyningslinen befinner seg i sjøvann må man her medregne en terskel for moment når to påfølgende kjettinger begynner å skli på hverandre. Etter dette momentet er nådd vil man for videre økning av interlink vinkel ha konstant moment lik terskelen. Man finner altså først terskelen for moment og respektive vinkel for dette momentet. Man vil gjennom beregningene av glidegrense for kjettingen og lageret se at grensen i kjetting er høyere enn lageret. Rotasjonene vil altså her inntre før man når glidegrensen for interlink i kjettingen. Ved bruk av en innfestningsarm vil man altså i teorien aldri kunne få maksimale momenter ved interlink. Videre vil interlink vinkelen falle regelmessig fra en lenke til den neste gjennom til sammen 20 lenker. Her deler man derfor terskelen for vinkelen ved glidning på 10, hvor man får vinkel-forskjellen mellom hver lenke. Man har både positive og negative vinkler hvor fortøyningslinen følger en buet kurve ned mot ankerfestet på havbunnen. Dette vil totalt gi 20 interlink vinkler. For modellen har man fastsatte forspenninger på 600 kN, 800 kN, 1200 kN og 1400 kN. Kurvene for interlink stivheten er vist i figur 7.1-1.



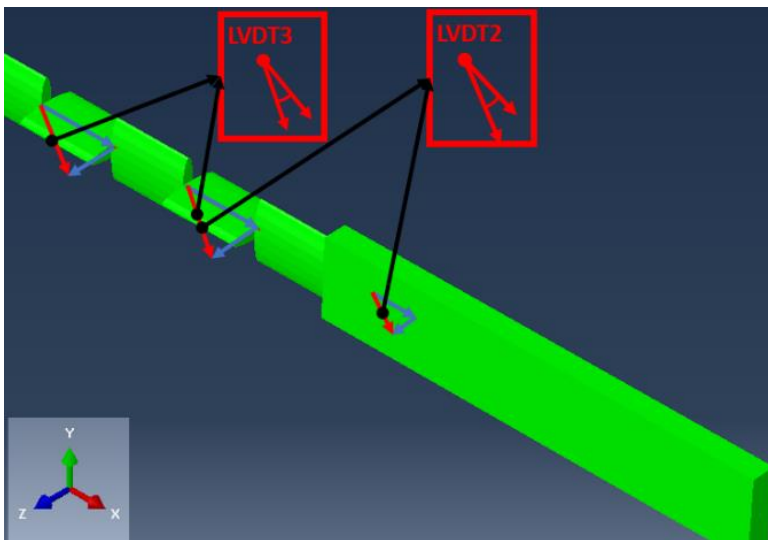
Figur 7.1-1 Kurver for interlink stivhet

Mellom hver av bjelke segmentene i modellen setter man inn koblinger med verdiene funnet for interlink stivheten. Man vil her få en simulering av den ulineære oppførselen ved interlink for OPB. Man vil i tillegg til forspenningen belaste bjelkemodellen ovenfor momenter som beregnes gjennom formel 3.3.1. Momentet vil variere ut ifra forspenning og friksjon i lageret ved innfestningen til den flytende konstruksjonen. Regnearket kan finnes i vedlegg 1.

Man vil videre kalibrere FEM modellen etter fysiske tester gjort av APL slik at man får en realistisk fremstilling av videre resultater. Dette gjøres ved bruk av vektor-regning hvor man i testene har brukt LVDT målinger. LVDT målingene gir rekkevidden på vinkelen ved OPB ved bruk av instrumenter som er plassert på overflaten av stangen og kjettingene. Instrumentene beveges med kjettingen og stangen og man kan avlese vinkelen og dens rekkevidde. Gjennom vektor regning kan man her oppnå samme resultater for rekkevidden av vinkler ved de to første stående lenkene. Disse henvises som LVDT 2 og LVDT 3 respektivt. Man finner altså de deformerte koordinatene i bjelke modellen i start og endepunkt for hver av områdene ved LVDT. Man får videre vektorer langs x-aksen og z-aksen i tilfellet ved OPB. Her bruker man formelen for vinkel mellom disse vektorene for å få vinkler i samsvar med LVDT.

$$\cos\angle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

Formel 7.1.1



Figur 7.1-2 LVDT måling og vektor-regning

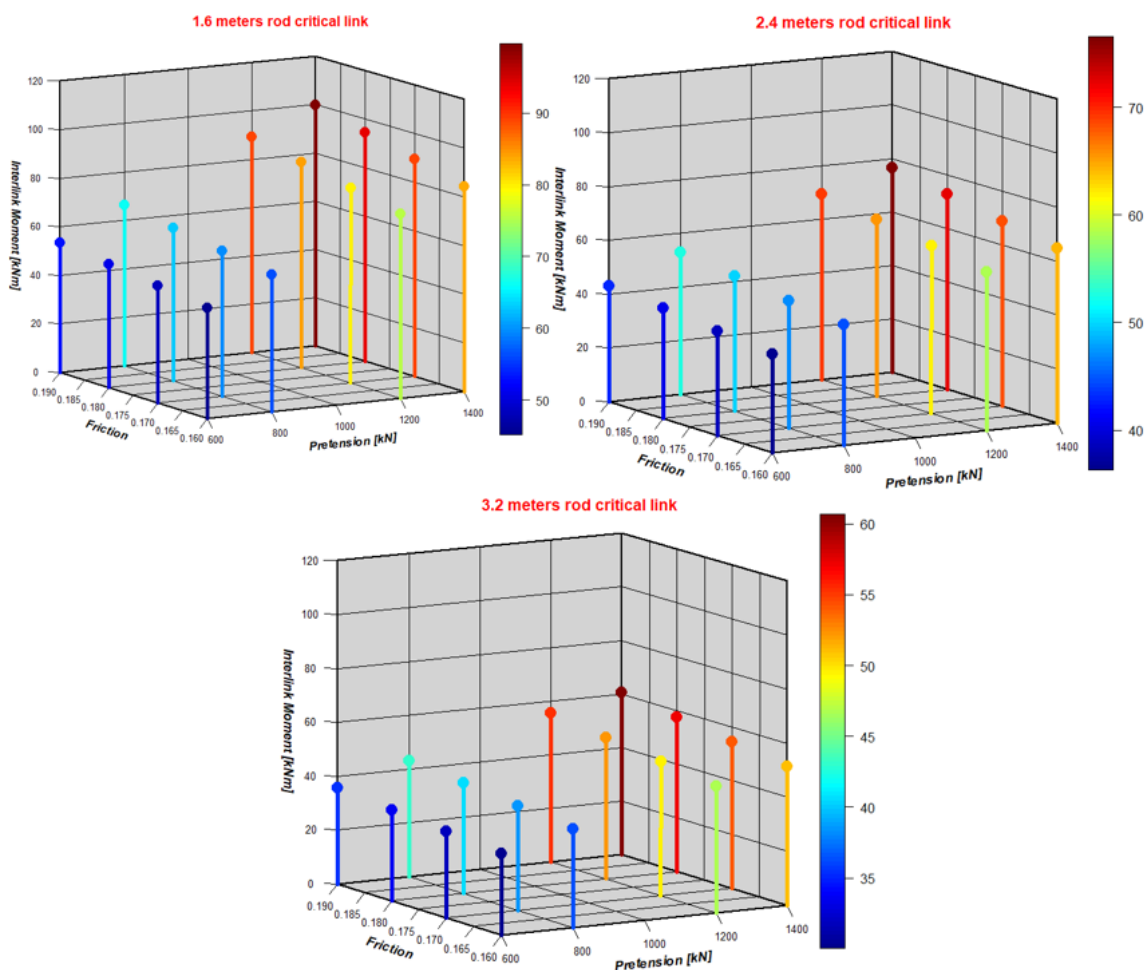
Vinkel-spekteret vil for vektor beregningen her være multiplisert med 2 hvor også kan ha vinkelendring i omvendt retning ved belastning av moment i motsatt retning. Resultatene er gitt i tabellen under hvor man sammenligner ovenfor samsvarende test gjort av APL ved hver forspenning.

1.6m bjelke med en forspenning på 600 kN	LVDT2	LVDT3	1.6m bjelke med en forspenning på 800 kN	LVDT2	LVDT3
APL	0.3	0.1	APL	0.3	0.1
FEM bjelkemodell	0.25	0.13	FEM bjelkemodell	0.27	0.13
1.6m bjelke med en forspenning på 1200 kN	LVDT2	LVDT3	1.6m bjelke med en forspenning på 1400 kN	LVDT2	LVDT3
APL	0.3	0.1	APL	0.3	0.1
FEM bjelkemodell	0.32	0.14	FEM bjelkemodell	0.33	0.15

Tabell 7.1-1 Sammenligning av vinkel-spekter ovenfor samsvarende test gjort av APL

## 7.2 FEM bjelke-modell av kjettingen

Modellen med bjelke elementer brukes nå videre for beregning av momenter, rotasjoner og utmatting. Dette er her kun nødvendig for den kritiske lenken hvor det største momentet er lokalisert. Dette er fordi brudd grunnet utmatting vil forekomme her først. Momentet er derfor hentet fra første interlink som i modellen vil være første kobling til «hang off» konfigurasjonen. Det er også her etablert et regneark for beregninger av utmatting i henhold til BV guidelines i vedlegg 5. Første resultater er hentet både for IPB og OPB ved forskjellige lengder på «hang off» konfigurasjonen i hver lenke. Dette gjelder for 1.6 meters innfestningsarm og friksjonskoeffisient på 0.16. Disse kan finnes i vedlegg 4 for OPB og vedlegg 3 for IPB. Videre resultater er gitt relatert til OPB som er verst tenkelige situasjon over svak akse av «hang off» konfigurasjonen. Her bruker man forskjellige friksjonskoeffisienter i lageret ved innfestningsarmen, samt lengde på stangen og forspenning i systemet. Momenter i interlink kan betraktes i grafene under ved variert lengde innfestningsarmen. Resultater for spenninger i kritisk lenke er gitt i vedlegg 5.



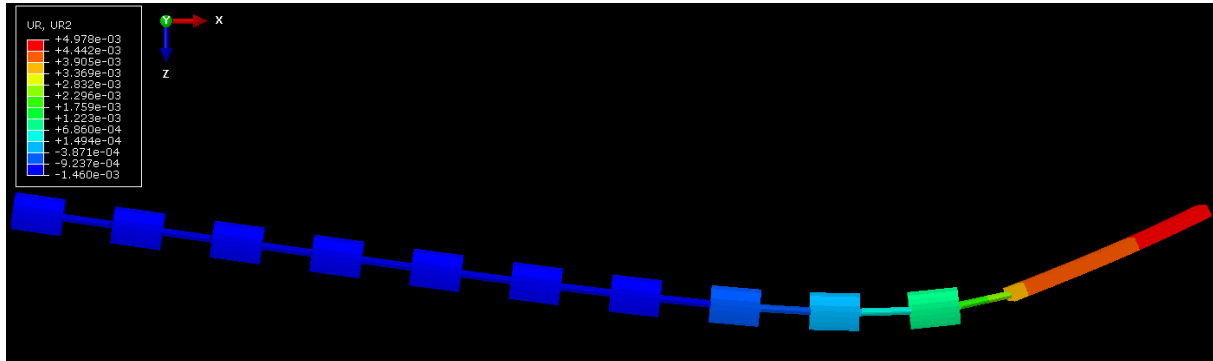
Figur 7.2-1 Momenter i interlink

Resultatene viser at man ved bruk «hang off» konfigurasjon vil få et moment i kritisk lenke som tilsvarer mellom 19%-47% av momentet kjettingen kan opparbeidet når den overgår terskelen for glidning. Dette kommer av at lavfriksjonslageret i innfestningsarmen vil begynne å skli hvor terskelen for glidning her er lavere. Dette samt at armen vil krumme seg og ta opp moment og redusere avviksvinkel i kjettingen. Man kan i tabell 7.2-1 se de forskjellige andelene som det opptrenden momentet i første interlink får, ovenfor det totale momentet som kan etableres. her ved de forskjellige gruppene med lengde på innfestningsarm og friksjonskoeffisient i lageret opp imot påførte forspenninger.

Andel moment ved bruk av hang off konfigurasjon av det totale momentet kjettingen kan opparbeidet				
Omstendighet relatert til lengde og friksjon ved "hang off"	600 kN pretension	800 kN pretension	1200 kN pretension	1400 kN pretension
1.6m Rod, with a friction coefficient of 0.16	40.1186667%	37.4367333%	33.56413333%	32.08300952%
1.6m Rod, with a friction coefficient of 0.17	42.56862222%	39.7128667%	35.61995556%	34.04278095%
1.6m Rod, with a friction coefficient of 0.18	45.0176%	41.9870667%	37.6636%	36.00015238%
1.6m Rod, with a friction coefficient of 0.19	47.4600889%	44.2448667%	39.70808889%	37.96213333%
2.4m Rod, with a friction coefficient of 0.16	32.2584889%	29.6736%	26.03044889%	24.63253333%
2.4m Rod, with a friction coefficient of 0.17	34.24062222%	31.4926667%	27.63617778%	26.15417143%
2.4m Rod, with a friction coefficient of 0.18	36.2154667%	33.3124667%	29.21048889%	27.66342857%
2.4m Rod, with a friction coefficient of 0.19	38.1816889%	35.13133333%	30.79204444%	29.1608%
3.2m Rod, with a friction coefficient of 0.16	26.69834%	24.2490933%	20.80631778%	19.51050857%
3.2m Rod, with a friction coefficient of 0.17	28.3352%	25.74613333%	22.08662222%	20.70293333%
3.2m Rod, with a friction coefficient of 0.18	29.9736889%	27.2326%	23.36697778%	21.91146667%
3.2m Rod, with a friction coefficient of 0.19	31.6084444%	28.7124%	24.64728889%	23.10758095%

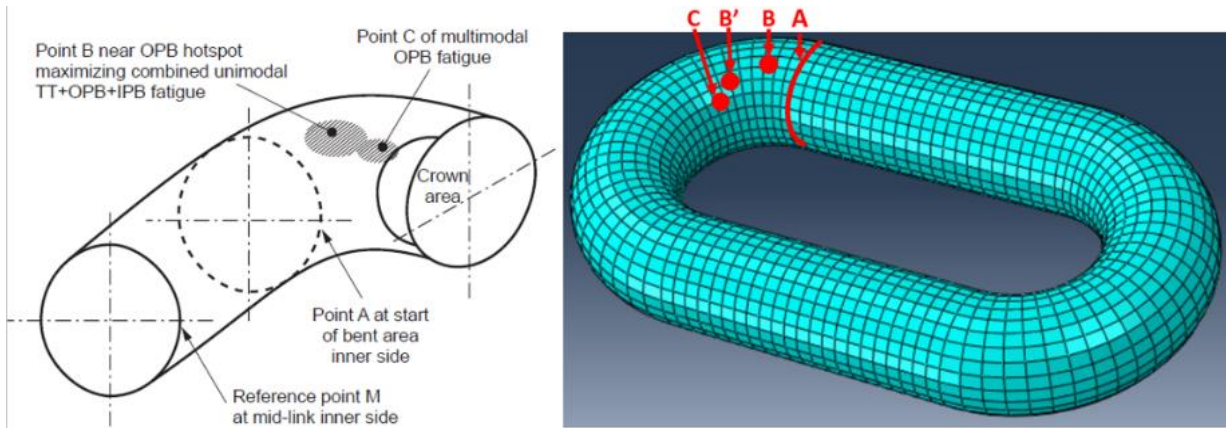
Tabell 7.2-1 Andel moment ved bruk av innfestningsarm

Man kan i figur 7.2-2 se en overdreven illustrasjon av fortøyningslinens oppførsel ved påsatt moment og forspenning. Figuren viser verdiene for rotasjoner om y-aksen (UR2) med en 1.6 meters bjelke med 1400kN forspenning. Regnearket i Excel for beregningene her finnes i vedlegg 2.



Figur 7.2-2 Overdreven deformasjon av fortøyningslinen ved påsatt moment og forspenning

Momentene funnet i interlink er videre brukt for beregning av utmatting for den kritiske lenken. Her ble det først etablert et regneark gitt i vedlegg 6. I denne beregningen vil momentvariasjonen være multiplisert med 2 hvor man antar bøyning i begge retninger ved en belastnings-syklus. Resultatene er gitt i vedlegg 7 hvor utmatting er beregnet for både IPB og OPB, her er sistnevnte av interesse. Skadeakkumuleringen gjelder for 1 år med et totalt antall på 5005714.286 sykluser. Resultatene viser en forflytning i lokaliseringen for brudd-området i kjettingen. Dette skyldes en økning i konsentrasjons-faktoren for spenning ved økende forspenning i fortøyningslinen. Forflytningen vil bevege seg fra området B' til C vist i figur 7.2-3. Forflytningen etableres mellom forspenningene 800 kN og 1200 kN ved alle lengder brukt i denne rapporten.



Figur 7.2-3 Hot spots i en kjetting-lenke[10]

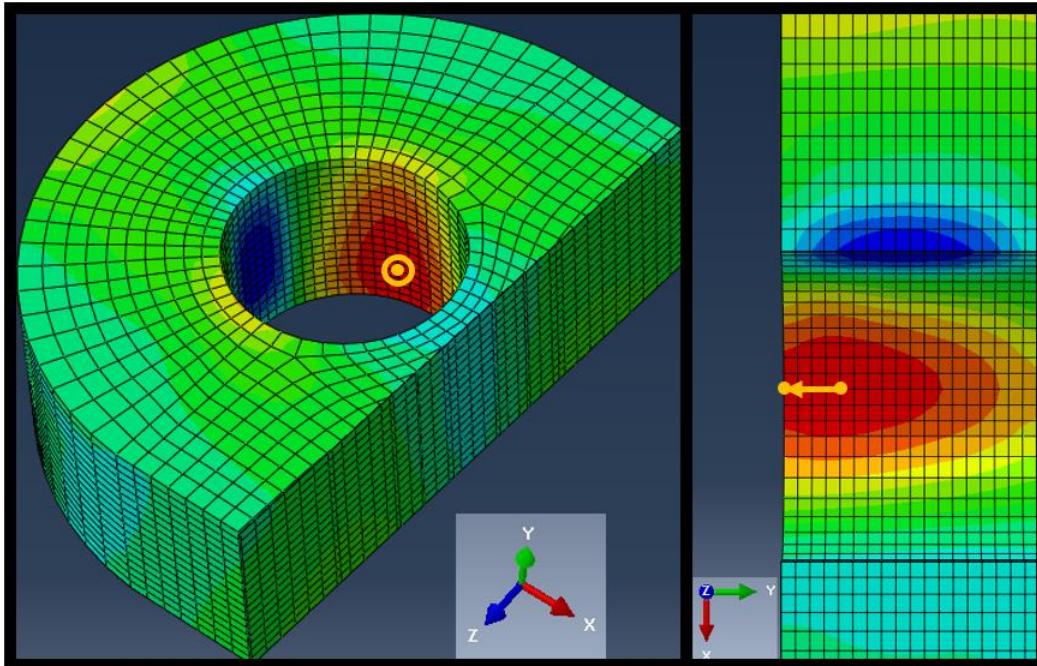
De høyeste verdiene for skadeakkumulering og hvilket områdene dette gjelder er vist i tabell 7.2-2. Man kan her evaluere levetiden for den kritiske lenken gitt i år. Levetiden for kjettingen er også gitt med en design faktor for utmatting på 3.

Damage accumulation for 1 year at given friction in bearing																
Friction coefficient of 0.16				Friction coefficient of 0.17				Friction coefficient of 0.18				Friction coefficient of 0.19				
600 kN pretension	OPB $d_{1year}$	area	lifetime (years)	lifetime with DFF	OPB $d_{1year}$	area	lifetime (years)	lifetime with DFF	OPB $d_{1year}$	area	lifetime (years)	lifetime with DFF	OPB $d_{1year}$	area	lifetime (years)	lifetime with DFF
1.6 meters rod	0.03159007	B'	31.65551469	10.55183823	0.03773809	B'	26.49842553	8.832808508	0.04463321	B'	22.40483955	7.46827985	0.05229941	B'	19.12067458	6.373558193
2.4 meters rod	0.01642265	B'	60.89151694	20.29717231	0.01963976	B'	50.917129	16.97237633	0.02323771	B'	43.03349256	14.34449752	0.02723181	B'	36.72175664	12.24058555
3.2 meters rod	0.00931031	B'	107.4078624	35.80262081	0.01112987	B'	89.84832906	29.94944302	0.01317443	B'	75.90462976	25.30154325	0.01544972	B'	64.72610629	21.57536876
Damage accumulation for 1 year at given friction in bearing																
Friction coefficient of 0.16				Friction coefficient of 0.17				Friction coefficient of 0.18				Friction coefficient of 0.19				
800 kN pretension	OPB $d_{1year}$	area	lifetime (years)	lifetime with DFF	OPB $d_{1year}$	area	lifetime (years)	lifetime with DFF	OPB $d_{1year}$	area	lifetime (years)	lifetime with DFF	OPB $d_{1year}$	area	lifetime (years)	lifetime with DFF
1.6 meters rod	0.06084448	B'	16.43534422	5.478448074	0.07263084	B'	13.7682559	4.589418632	0.08583689	B'	11.65000302	3.883334342	0.10044216	B'	9.955978959	3.318659653
2.4 meters rod	0.03029968	B'	33.00364658	11.00121553	0.0362206	B'	27.60859671	9.20286557	0.04286943	B'	23.32664429	7.775548095	0.05028185	B'	19.88789158	6.629297193
3.2 meters rod	0.01653537	B'	60.47642729	20.1588091	0.0197908	B'	50.52852259	16.84284086	0.02342042	B'	42.69778253	14.23259418	0.02744959	B'	36.43041808	12.14347269
Damage accumulation for 1 year at given friction in bearing																
Friction coefficient of 0.16				Friction coefficient of 0.17				Friction coefficient of 0.18				Friction coefficient of 0.19				
1200 kN pretension	OPB $d_{1year}$	area	lifetime (years)	lifetime with DFF	OPB $d_{1year}$	area	lifetime (years)	lifetime with DFF	OPB $d_{1year}$	area	lifetime (years)	lifetime with DFF	OPB $d_{1year}$	area	lifetime (years)	lifetime with DFF
1.6 meters rod	0.15069062	C	6.636113058	2.212037686	0.18011091	C	5.552134389	1.850711463	0.21292438	C	4.696502986	1.565500995	0.24951512	C	4.007773166	1.335924389
2.4 meters rod	0.07029184	C	14.22640332	4.742134441	0.08411895	C	11.88792773	3.962642575	0.09932907	C	10.06754576	3.355848586	0.11635244	C	8.594577152	2.864859051
3.2 meters rod	0.03589596	C	27.85828696	9.286095653	0.04293859	C	23.28907184	7.763023948	0.05084726	C	19.66674346	6.555581153	0.05967156	C	16.75840273	5.586134244
Damage accumulation for 1 year at given friction in bearing																
Friction coefficient of 0.16				Friction coefficient of 0.17				Friction coefficient of 0.18				Friction coefficient of 0.19				
1400 kN pretension	OPB $d_{1year}$	area	lifetime (years)	lifetime with DFF	OPB $d_{1year}$	area	lifetime (years)	lifetime with DFF	OPB $d_{1year}$	area	lifetime (years)	lifetime with DFF	OPB $d_{1year}$	area	lifetime (years)	lifetime with DFF
1.6 meters rod	0.21911204	C	4.563875263	1.521291754	0.26176768	C	3.820181311	1.27339377	0.3095665	C	3.230323743	1.076774581	0.36298841	C	2.754908862	0.918302954
2.4 meters rod	0.09916723	C	10.0839766	3.361325533	0.11870358	C	8.424345475	2.808115158	0.14046203	C	7.119361596	2.373120532	0.16452778	C	6.078000952	2.026000317
3.2 meters rod	0.04927728	C	20.293329	6.764443001	0.05887577	C	16.98491648	5.661638828	0.06979998	C	14.32665231	4.775550769	0.08186615	C	12.21506035	4.071686785

Tabell 7.2-2 Høyeste verdiene for skadeakkumulering med område og levetid

### 7.3 FEM analyse av innfestningsarmen

For innfestningsarmen er målet å lokalisere spenningskonsentrasjoner for uthenting av spenninger ved de forskjellige lengdene og forspenningene. Spenningskonsentrasjonene finner man ved innsiden av hullet for sjakkelen, dette er vist i figur 7.3-1. Her har man i tillegg til spenningene ved hot spot tatt verdien for spenning ved ytterkant. Videre har man påført et motsatt moment på komponenten for å få etablert spennings variasjonen disse punktene gjennomgår ved en syklus. Man sammenligner så hvilke av disse 2 områdene som vil ha høyest spennings-variasjon. Dette vil være området lokalisert ytterst ved overflaten på komponenten ved hullet. Spenningskonsentrasjonen ligger her på en faktor mellom 4 til 5. For friksjonskoeffisienter har man kun benyttet grenseverdiene på 0.16 og 0.19 for innfestningsarmen. Regneark og resultater for innfestningsarmen er gitt i vedlegg 8.



Figur 7.3-1 Spenningskonsentrasjoner i innfestningsarm

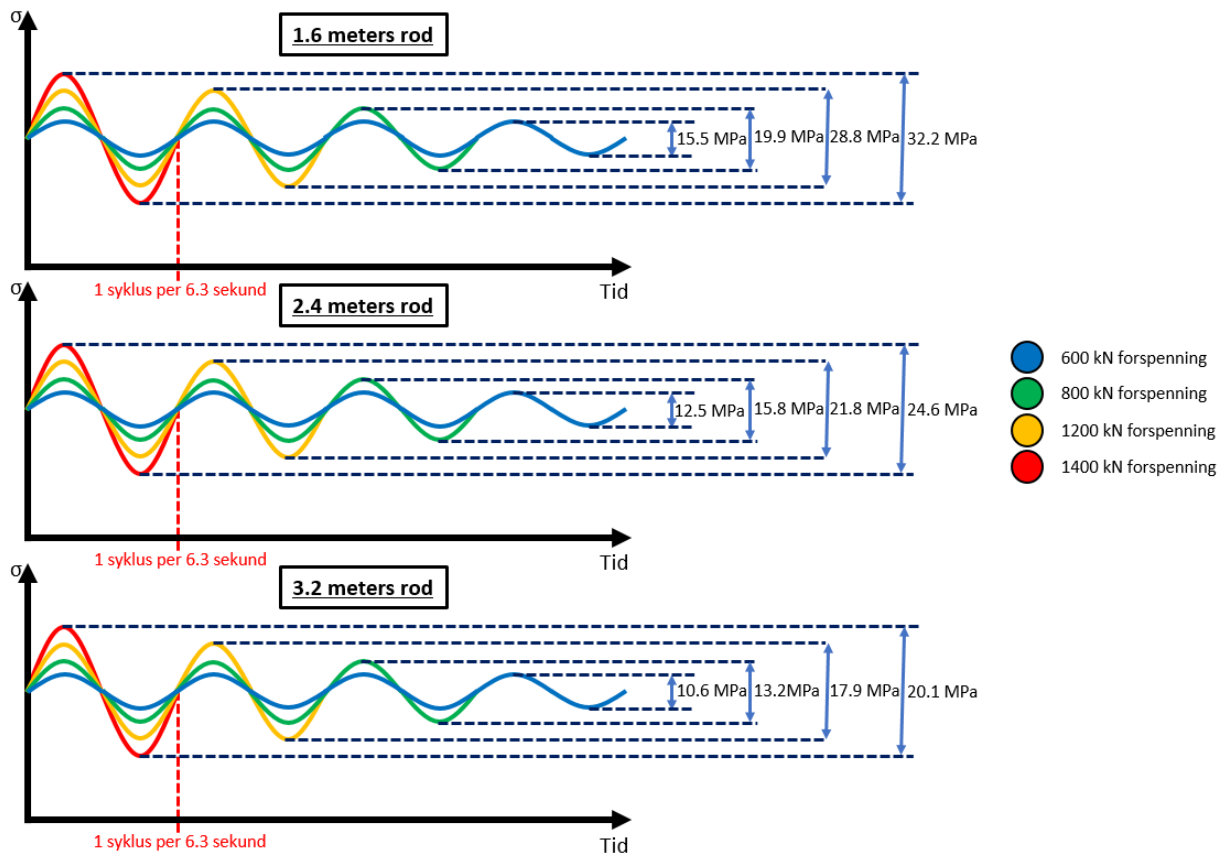
Spenningene er vist i tabellen for under for en friksjonskoeffisient på 0.16. Her har man oppgitt spenningskonsentrasjoner spennings- konsentrasjoner ved ytterpunkt og spenningsvariasjoner.

Rod length [meter]	Pretension [kN]	SCF ytterkant	Nominal stress [MPa]	Stress at outer edge [MPa]	Stress at outer edge with opposite bending [MPa]	Stress range [MPa]	Mean stress [MPa]
1.6	600	4.54518149	10.99786667	49.9873	34.4425	15.5448	42.2149
1.6	800	4.538209657	14.48586667	65.7399	45.8396	19.9003	55.78975
1.6	1200	4.519033083	21.33653333	96.4205	68.2408	28.1797	82.33065
1.6	1400	4.505382001	24.712	111.337	79.1804	32.1566	95.2587
2.4	600	4.652189094	10.40613333	48.4113	35.938	12.4733	42.17465
2.4	800	4.649538309	13.6888	63.6466	47.8917	15.7549	55.76915
2.4	1200	4.628427515	20.1312	93.1758	71.3946	21.7812	82.2852
2.4	1400	4.615952479	23.2992	107.548	82.9115	24.6365	95.22975
3.2	600	4.930907708	9.991466667	49.267	38.6504	10.6166	43.9587
3.2	800	4.92796894	13.136	64.7338	51.4854	13.2484	58.1096
3.2	1200	4.90736564	19.30133333	94.7187	76.7921	17.9266	85.7554
3.2	1400	4.896840748	22.3344	109.368	89.2251	20.1429	99.29655

Tabell 7.3-1 Resultater for spenninger i innfestningsarm (friksjonskoeffisient på 0.16)

Spenningsvariasjonene vil ligge mellom 10.6 MPa og 32.2 MPa, hvor den største er funnet for innfestningsarmen med en lengde på 1.6 meter og en forspenning på 1400 kN.

Spenningsvariasjonene er vist i figur 7.3-2.



Figur 7.3-2 Spenningsvariasjoner ved hullet i innfestningsarm (friksjonskoeffisient på 0.16)

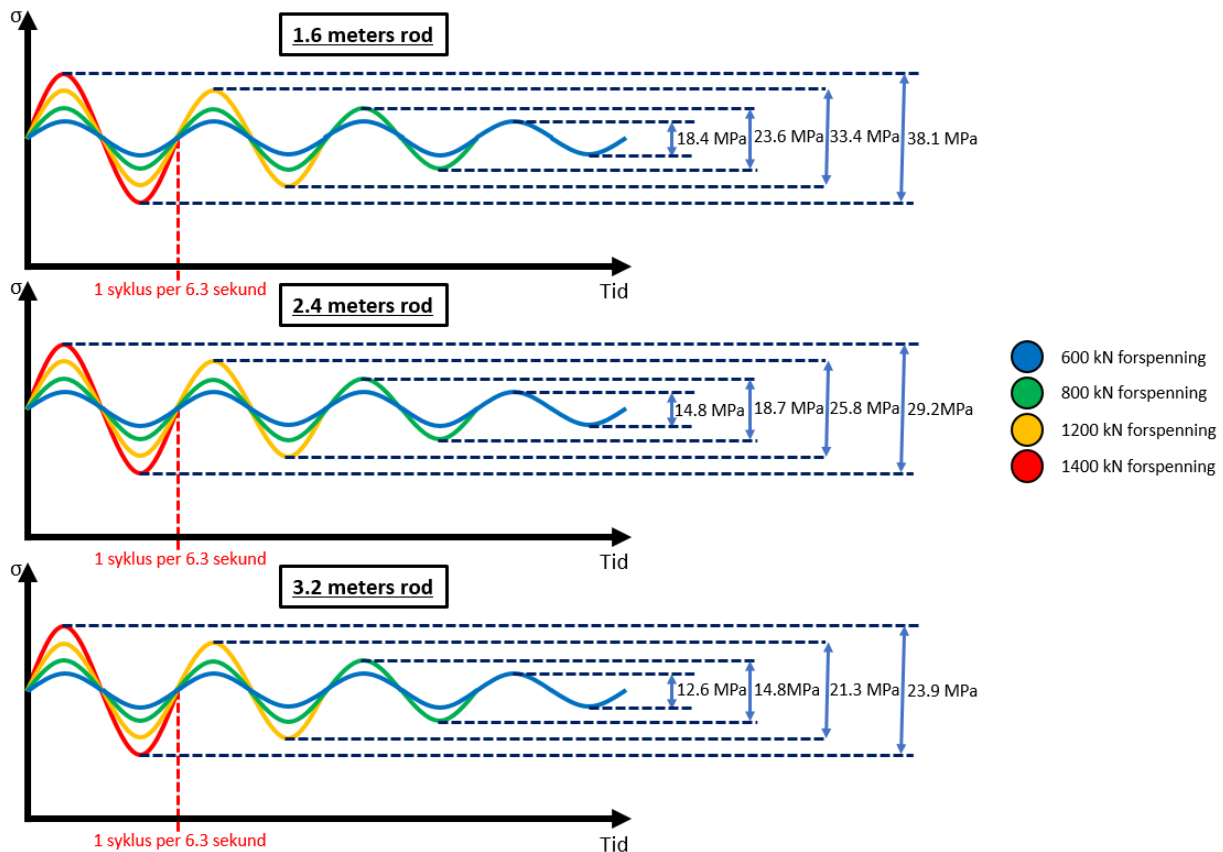
For en friksjonskoeffisient på 0.19 vil spenningsene være gitt i tabell 7.3-3 hvor spennings intervallet er illustrert i figur 7.3-3.

Rod length [meter]	Pretension [kN]	SCF outer edge	Nominal stress [MPa]	Stress at outer edge [MPa]	Stress at outer edge with opposite bending [MPa]	Stress range [MPa]	Mean stress [MPa]
1.6	600	4.452674778	11.54986667	51.4278	33.0105	18.4173	42.21915
1.6	800	4.449837577	15.18666667	67.5782	44.0163	23.5619	55.79725
1.6	1200	4.438209463	22.31733333	99.049	65.663	33.386	82.356
1.6	1400	4.427191986	25.82133333	114.316	76.2403	38.0757	95.27815
2.4	600	4.568559684	10.8504	49.5707	34.7892	14.7815	42.17995
2.4	800	4.569648773	14.2472	65.1047	46.4418	18.6629	55.77325
2.4	1200	4.557215478	20.8912	95.2057	69.3954	25.8103	82.30055
2.4	1400	4.546859477	24.15733333	109.84	80.6474	29.1926	95.2437
3.2	600	4.851463546	10.3584	50.2534	37.6716	12.5818	43.9625
3.2	800	4.853133339	13.59146667	65.1047	50.2658	14.8389	57.68525
3.2	1200	4.841441447	19.91146667	96.4002	75.135	21.2652	85.7676
3.2	1400	4.833788153	23.0128	111.239	87.3761	23.8629	99.30755

Tabell 7.3-2 Resultater for spenninger i innfestningsarm (friksjonskoeffisient på 0.19)

Her vil spenningsvariasjonene ligge mellom 12.6 MPa opp til 38.1 MPa, hvor den største er funnet for innfestningsarmen med en lengde på 1.6 meter og en forspenning på 1400 kN.





Figur 7.3-3 Spenningsvariasjoner ved hullet i innfestningsarm (friksjonskoeffisient på 0.19)

Spenningsvariasjonene vil videre brukes for å beregne utmattingsegenskapene for innfestningsarmen. Her bruker man samme antall sykluser som for kjettingen hvor resultatene er gitt i tabellen under. DFF er her gitt med både en faktor på 3 og 10 hvor dette systemet er kritisk med tanke på konsekvenser, men med usikkerhet rundt inspeksjons-rutiner da dette kan variere. Levetiden for innfestningsarmen er gitt i tabell 7.3-4 for en friksjonskoeffisient på 0.16 og tabell 7.3-5 for en friksjonskoeffisient på 0.19.

Fatigue rod 1.6m				
friction coefficient 0.16	600 kN Pretension	800 kN Pretension	1200 kN Pretension	1400 kN Pretension
OPB rod $d_{1\text{year}}$	0.010285407	0.021579676	0.061273848	0.091049262
levetid i år	97.22512859	46.33989784	16.32017632	10.98306546
levetid med DFF på 10	9.722512859	4.633989784	1.632017632	1.098306546
levetid med DFF på 3	32.4083762	15.44663261	5.440058775	3.661021822

Fatigue rod 2.4m				
friction coefficient 0.16	600 kN Pretension	800 kN Pretension	1200 kN Pretension	1400 kN Pretension
OPB rod $d_{1\text{year}}$	0.005313861	0.010708115	0.028295115	0.040945208
levetid i år	188.1870953	93.3871216	35.34178935	24.42288215
levetid med DFF på 10	18.81870953	9.33871216	3.534178935	2.442288215
levetid med DFF på 3	62.72903178	31.12904053	11.78059645	8.140960717

Fatigue rod 3.2m				
friction coefficient 0.16	600 kN Pretension	800 kN Pretension	1200 kN Pretension	1400 kN Pretension
OPB rod $d_{1\text{year}}$	0.003276592	0.006367315	0.015774654	0.022378555
levetid i år	305.1951151	157.0520633	63.39283265	44.68563692
levetid med DFF på 10	30.51951151	15.70520633	6.339283265	4.468563692
levetid med DFF på 3	101.731705	52.35068778	21.13094422	14.89521231

Tabell 7.3-3 Skadeakkumulering og levetid for innfestningsarm ((friksjonskoeffisient på 0.16)

<b>Fatigue rod 1.6m</b>				
friction coefficient 0.19	600 kN Pretension	800 kN Pretension	1200 kN Pretension	1400 kN Pretension
OPB rod d1year	0.017105822	0.035817641	0.10189649	0.151150555
levetid i år	58.45962906	27.91920304	9.813880725	6.615920129
levetid med DFF på 10	5.845962906	2.791920304	0.981388072	0.661592013
levetid med DFF på 3	19.48654302	9.306401015	3.271293575	2.20530671

<b>Fatigue rod 2.4m</b>				
friction coefficient 0.19	600 kN Pretension	800 kN Pretension	1200 kN Pretension	1400 kN Pretension
OPB rod d1year	0.008843447	0.017799321	0.04708095	0.068121529
levetid i år	113.0780783	56.18191721	21.24001333	14.67964702
levetid med DFF på 10	11.30780783	5.618191721	2.124001333	1.467964702
levetid med DFF på 3	37.69269277	18.72730574	7.080004444	4.893215673

<b>Fatigue rod 3.2m</b>				
friction coefficient 0.19	600 kN Pretension	800 kN Pretension	1200 kN Pretension	1400 kN Pretension
OPB rod d1year	0.005453739	0.010587251	0.026331432	0.037207948
levetid i år	183.3604265	94.45322212	37.97742613	26.87597811
levetid med DFF på 10	18.33604265	9.445322212	3.797742613	2.687597811
levetid med DFF på 3	61.12014216	31.48440737	12.65914204	8.958659369

Tabell 7.3-4 Skadeakkumulering og levetid for innfestningsarm (friksjonskoeffisient på 0.19)

## 8 Diskusjon

### 8.1 Valideringen av BV guidelines

For sammenligningen av testen gjort av APL og resultatene i denne rapporten antar vi at man har avrundet til en desimal hvor det er snakk om små vinkler. Usikkerheten ligger på testen som gjelder for 1400 kN hvor man her egentlig ville hatt en avrundning til 0.2 for LVDT 3 i bjelke modellen. Vi velger her å si at dette er innenfor et akseptabelt nivå for videre beregning, hvor vi har et marginalt avvik på 0.025 grader for rotasjon i hver retning.

### 8.2 Bjelkemodell for kjettingen

For bjelke modellen vil man kunne ha en reduksjon mellom 81%-53% av momentet alt ettersom hvilke omstendigheter man har valgt med en innfestningsarm. Dette er relatert til det maksimale momentet kjettingen kan opparbeidet når den overgår terskelen for glidning. Parameteren som utgjør mest relatert til reduksjon av interlink moment være lengden på innfestningsarmen. Her vil man få en gjennomsnittlig reduksjon av moment på 25.5% for hver forlengelse mellom 1.6 meter, 2.4 meter og 3.2 meter. For forspenningen vil man for en økning på 200 kN ha en gjennomsnittlig økning av momenter på 16.2%. Friksjonskoeffisienter på 0.16, 0.17, 0.18 og 0.19 vil mellom hver gi en gjennomsnittlig økning på 5.8%. Effektive tiltak for reduksjon av spenninger i kritisk lenke vil derfor være å forlenge selve innfestningsarmen. Andre effektive tiltak er å redusere forspenningen i fortøyningslinen og minimalisere glidningsgrensen gjennom friksjonskoeffisienten i lageret for innfestningsarmen. Det er viktig å påpeke at resultatene vist i tabell 7.2-1 er i forhold til det maksimale momentet i kritisk lenke. Det maksimale momentet før glidning vil her øke med forspenningen, hvor momentet som er anvendt også vil øke siden man har brukt glidegrensen i lageret. Disse er altså begge avhengig av forspenninger noe som betyr at selv om prosentene er lavere kan man fremdeles ha et større moment i kritisk lenke. Dette er tilfellet ved alle utregningene i denne rapporten, hvor man for økt forspenning har et større moment i kritisk lenke.

I forhold til utmatting kan man se at levetiden i den kritiske lenken omtrentlig vil dobles ettersom man forlenger innfestningsarmen ved en gitt forspenning. Man vil også få en forflytning av SCF som nevnt tidligere fra område B' til C. Dette skyldes at man i område C ikke se bort ifra effekten av gjennomsnittlige spenninger, hvor man får en korreksjonsfaktor. Med andre ord må man innføre en korreksjonsfaktor ved SCF for multiaksiell OPB. Denne avhenger av forspenningene som vil gi en høyere konsentrasjonsfaktor og skadeakkumulering. Denne korreksjonsfaktoren vil være på en konstant verdi på 1.1495 for alle verdier under 0.95 gitt av formel 3.3-10. For verdier over vil denne begynne å øke, hvor man mellom 800-1200kN får en forflytning fra område B' til C.

### 8.3 Analyse av innfestningsarmen

Selv om man finner maksimale spenninger inne i tverrsnittet på bjelken vil det største spenningsintervallet ligge i ytterkant. Grunnen til at maksimale spenninger ligger her kan være som følger av boltens innflytelse, hvor det er denne som belastes ovenfor strekk-krefter og moment. For spenningsvariasjonen i innfestningsarmen vil man mellom laveste og høyeste forspenning ha en dobling av spenningsvariasjonen analogt gjennom alle de forskjellige lengdene. Man får også en indikasjon på at man ved en økning av lengden vil få en svak minkende gevinst med tanke på reduksjon av spenningsvariasjonen. Hvis man altså i utgangspunktet har en relativt kort lengde på innfestningsarmen, vil utbytte på en forlengelse av denne være større med hensyn til spenninger. For utmatting vil man i likhet med kjettingen ha størst gevinst ved forlengelse av innfestningsarmen. Her ser man en trend hvor levetiden nærmest dobles mellom de forskjellige lengdene anvendt i rapporten. Forskjeller ved forspenning er også utslagsgivende hvor man får først har en halvering av levetiden mellom 600 til 800 kN. For spranget mellom 800-1200 kN vil man her ha en økning for reduksjon av levetid hvor man har en prosentnedgang på rundt 60-65%. Økningen her skyldes nok et større sprang mellom forspenningen siden man her har en økning på 400 kN, hvor man ellers har en differanse på 200 kN. Mellom 1200-1400 kN vil man ha en prosentnedgang av levetiden på rundt 30%. Friksjonen vil fra spranget mellom 0.19 til 0.16 gi en prosent økning av levetiden på 40% noe som også er svært utslagsgivende for innfestningsarmen. Det er viktig å påpeke at man i denne rapporten har anvendt maksimale verdier for belastninger systemet kan ha med tanke på moment. Spenningsvariasjonene som dette resulterer i, er av konstant amplitude (CA). I realiteten vil man ha spenningsvariasjoner av typen variabel amplitude (VA) hvor mange av disse spenningsvariasjonene kan være relativt mye mindre. Man vil altså i realiteten kunnet ha mye bedre omstendigheter for spenninger som gir lengre levetid. Her har man altså en verst tenkelig spennings-situasjon med konstant amplitude.

Utmattingen av komponenten er i denne rapporten beregnet med en S-N kurver for fri korrosjon, med en klassifisering B2. Dette er egentlig ikke en fullstendig realistisk fremstilling, hvor man for denne komponenten i bruk benytter katodisk beskyttelse. Dette består i enten å sveise på eller bolte fast en offeranode på innfestningsarmen. Dette har vi sett bort ifra i denne oppgaven da dette ville gjort det vanskeligere å modellere, med tanke på sveis og hull for bolt. Beregningene vil derfor være en indikator ved verst tenkelige scenario for komponenten. Dersom man her benytter katodisk beskyttelse, kan man for sveis og hull for bolt eventuelt få høyere spenningskonsentrasjoner ved disse. Dette vil på den andre siden belønnes ved at man kan ta i bruk en gunstigere S-N kurve noe som kan gi en lengre levetid for komponenten. Man kan også se at innfestningsarmens levetid vil ligge lavere i forhold til levetiden av kjettingen med tilsvarende parametere. Dette betyr at man ved design av fortøyningslinjer ut ifra denne rapporten vil ha innfestningsarmens utmattingssegenskaper som avgjørende for valg av parametere.

## 9 Konklusjon

Det er vist gjennom denne rapporten at BV guidelines er en god tilnærming i bruk for FEM analyse ovenfor kjettingens oppførsel ved OPB. Man vil fremdeles her ha avvik hvor man aldri helt vil kunne gjenskape resultater ved virkelige test analyser. Dette vil i tilfellet her være snakk om avviksvinkelen mellom kjettingene, hvor vi her har en feil i forhold til virkelige test i regi av APL på 0.025 grader for hver retning. Analysen er i stor grad avhengig av forspenningen hvor den er en sentral parameter for momentet som anvendes i lageret og glidegrensen for kjetting. Hvis man altså øker forspenningen i systemet, vil man ha en økning av potensiale for moment i kjetting og en økning av moment som oppstår i lageret og innfestningsarmen. Innfestningsarmens funksjon her vil være å avlaste moment i kjettingen ved at den krummer seg og tar opp rotasjoner og spenninger. Glidegrensen for lavfriksjonslageret vil også ligge på et lavere nivå i forhold til moment enn glidegrensen i kjettingen. Dette betyr at man ved bruk av en slik arm med rotasjonsegenskaper reduserer potensialet for moment kun ved implementering.

Innfestningsarmens påvirkning vil være relatert til hvilken forspenning som anvendes og friksjonskoeffisienten i lageret. Med en slik innfestningsarm vil man kunne ha en reduksjon mellom 81%-53% av det maksimale momentet som kan oppstå i interlink. kjettingen vil få en forflytning av bruddlokalisering fra område B' til C som et resultat av en økning av forspenningen. Forflyttingen finner sted når forspenningen er mellom 800-1200 kN. Lengden på innfestningsarmen er en variabel med stor påvirkning for reduksjon av momenter. Her vil man kunne ha en gjennomsnittlig reduksjon på 25.5% for en økning på 800 mm. Effektive tiltak for reduksjon av spenninger i kritisk lenke vil derfor være å forlenge selve innfestningsarmen. Andre effektive tiltak kan være å redusere forspenningen i fortøyningslinen. Man kan også redusere spenningsoppbygging ved å minimalisere glidningsgrensen gjennom friksjonskoeffisienten i lageret for innfestningsarmen. For levetiden av kjettingen vil man relatert til lengden på innfestningsarmen få en dobling ettersom den økes mellom 1.6 meter, 2.4 meter og 3.2 meter.

For utmatting av innfestningsarmen vil man i likhet med kjettingen ha stor gevinst ved forlengelse av innfestningsarmen. Her ser man en trend hvor levetiden nærmest dobles mellom de forskjellige lengdene anvendt i rapporten. Forskjeller på forspenning er også utslagsgivende hvor man får først har en halvering av levetiden mellom 600 til 800 kN. For spranget mellom 800-1200 kN har man en prosentnedgang av levetiden på rundt 60-65%, som skyldes en økning av differanse av forspenningen på 400 kN. Mellom 1200-1400 kN vil man ha en prosentnedgang av levetiden på rundt 30%. Man kan anta at nedgangen vil øke mellom hvert steg man reduserer forspenningene i fortøyningslinen fra 1400 til 600 kN. Friksjonskoeffisienten i lageret er også en viktig faktor hvor man ved reduksjoner fra 0.19 til 0.16 vil ha en økning på 40%. For optimalisering av innfestningsarmen kan man derfor se både på forspenning, friksjon og lengden av innfestningsarmen. Det gunstige tilfellet vil for innfestningsarmen være med en lav forspenning på 600 kN, med en lengde på 3.2 meter og friksjonskoeffisient på 0.16. Design av fortøyningslinen relatert til utmatting, vil fra denne rapporten være bestemt ved innfestningsarmens utmattingsegenskaper. Dette er fordi levetiden for armen vil ligge lavere enn for den kritiske lenken med tilsvarende friksjonskoeffisient i lager, lengde på arm og forspenning.

## 10 Anbefalinger

Man kan ut ifra resultatene i denne rapporten helt klart anbefale bruk av innfestningsarm med lavfriksjonslager i fortøyningssystemer bestående av kjetting. Ved å ha rotasjonsegenskaper med lavfriksjonslager, vil man ved implementering kunne redusere momentoppbygningen hvor glidegrensen er lavere. Innfestningsarmens påvirkning i systemet har vist seg i denne rapporten å være svært gunstig for utmattingslevetiden hvor man kan få en betraktelig reduksjon av momenter ved interlink.

For kjettingen det mest effektive tiltaket for reduksjon av spenninger i kritisk lenke være å forlenge selve innfestningsarmen. Andre effektive tiltak kan være å redusere forspenningen i fortøyningsslinen og minimalisere glidningsgrensen gjennom friksjonskoeffisienten i lageret for innfestningsarmen. Også for innfestningsarmen vil det mest effektive tiltaket for å prolongere levetiden være å forlenge den. Man kan også se på forspenningene og optimalisering av lavfriksjonslageret da disse også er avgjørende for levetiden av komponenten.

For armen vil man gjennom denne rapporten få en klar indikasjon på at man bør planlegge inspeksjons-rutiner. Dette er fordi man her får en kort levetid ved bruk av en DFF på 10. Her vil man ha stor gevinst av inspeksjoner hvor armen ligger i en relativt kort avstand under havoverflaten og kan benytte en DFF på 3.

### 10.1 Videre arbeid

Problemområdet OPB for fortøyningsskjeder er komplisert. Dette gjør at mange tester må utføres før man kan etablere egenskaper ved utmatting. Ved tilstrekkelig mengde tester vil man få bedre oversikt ved etablerte utmattingsegenskaper av kjettingen. For OPB er det ikke bare kvantiteten av antall tester, men også variasjoner. Dette betyr at et bredere utvalg av situasjoner bør undersøkes. Dette kan være å endre tykkelsen og stål kvaliteten på kjettingene. Her kan man også se på tykkelsen av innfestningsarmen. For innfestningsarmen kan man for videre arbeid gjøre analyser hvor man implementerer katodisk beskyttelse i modellen med sveis eller hull for bolt. Dette kan være interessant med tanke på spenninger og levetid hvor man kan korrigere med ny S-N kurve. Man kan også beregne utmattingen ved mer realistiske histogrammer av spenningsvariasjoner, for å evaluere reduksjonen av skadeakkumuleringen.

- [1] L. E. MOSS. 2002. *Comparing flash and butt welding*. Hentet fra: <https://www.thefabricator.com/article/tubepipefabrication/comparing-flash-and-butt-welding>.
- [2] *Offshore mooring chain*, DNVGL-OS-E302, 2015.
- [3] *Ships and marine technology - offshore mooring chains*, ISO 20438, 2017.
- [4] S. K. CHAKRABARTI, *Handbook of offshore engineering* ELSEVIER, 2005.
- [5] A. S. K. a. S. V. Kapadiya, "Offshore engineering: An overview of types and loadings on structures," 2014.
- [6] *Position mooring*, DNVGL-OS-E301, 2015.
- [7] N. R. Tom Lassen, *Fatigue life analyses of welded structures* Wiley-ISTE, 2006.
- [8] I. Lotsberg, *Fatigue design of marine structures*. Cambridge University Press, 2016.
- [9] *Fatigue design of offshore steel structures*, DNVGL-RP-C203, 2016.
- [10] D. N. veritas, "Fatigue of top chain of mooring lines due to in-plane and out-of-plane bendings," Bureau Veritas, Guidance Note NI 604 DT R00 E, October 2010 2010.
- [11] F. D. Lucile Rampi, Pedro Vargas, "Chain out of plane bending (opb) joint industry project (jip) summary and main results," OTC-25779-MS, 2015.
- [12] E. Edge. *Coefficient of friction equation and table chart*. Hentet fra: [https://www.engineersedge.com/coefficients\\_of\\_friction.htm](https://www.engineersedge.com/coefficients_of_friction.htm).
- [13] StructX. *Static friction coefficients*. Hentet fra: [https://www.structx.com/Material\\_Properties\\_005a.html](https://www.structx.com/Material_Properties_005a.html).
- [14] A. B. Tom Lassen, Eirik Storvoll, "Fatigue life predictions of mooring chains subjected to tension and out of plane bending," i *OMAE2009-79253*, Honolulu, Hawaii, 2009: ASME.
- [15] D. S. S. Corp, *Abaqus getting started with abaqus*. Dassault Systèmes Simulia Corp, 2008.