



**UNIVERSITETET I AGDER**  
HANDELSHØYSKOLEN

# Girede Børshandlede Porteføljers Prestasjoner Over Tid

**Benny André Byremo**

**Veileder**

Steen Koekebakker

Masteroppgaven er gjennomført som ledd i utdanningen ved Universitetet i Agder og er godkjent som del av denne utdanningen. Denne godkjenningen innebærer ikke at universitetet inntår for de metoder som er anvendt og de konklusjoner som er trukket.

Universitetet i Agder, 2014

Handelshøyskolen ved UiA



# Forord

Masteroppgaven om girede børshandlede porteføljer representerer slutten av min femårige utdanning i økonomi og administrasjon med finansiell spesialisering her ved UiA.

I løpet av studietiden har jeg blitt sjarmert av hvilken rolle finansielle aktiva har i forhold til realaktiva i en velutviklet økonomi og hvordan finansielle utregninger og visualiseringer kan frembringes ved hjelp av datamaskiner. Alt dette i tillegg til en sunn interesse for matematikk og statistikk gjorde valget relativt enkelt da professor Steen Koekebakker foreslo oppgaveemnet.

En stor takk rettes til alle foreleserne jeg har hatt i løpet av studietiden. Spesiell takk rettes til professor Steen Koekebakker for å ha vært min veileder. Hans hjelp, forklaringer, tips, idéer og kommentarer har vært svært viktig for oppgaven.

Til slutt vil jeg gi en hjertelig takk til mamma og pappa for all hjelp de har gitt meg.



---

Benny André Byremo  
Kristiansand, Mai 2014

# Sammendrag

Girede børshandlede porteføljer er en samlebetegnelse på ett relativt nytt og populært finansielt produkt som omsettes som en aksje på en autorisert markeds plass og som lover kundene sine tilbake flere ganger den daglige avkastningen på ett underliggende finansielt aktivum. Ett eksempel på ett slikt produkt er Handelsbankens Bull produkt som lover to-ganger den daglige avkastningen på OBX aksjeindeksen. Vi ønsker å undersøke om produktene klarer å levere denne fler-gangers avkastningen over en investeringshorisont som er lengre enn en dag. Vil ett Bull produkt levere to-ganger underliggende om investeringshorisonten økes fra en dag til en uke, en måned, eller ett år?

Oppgaven tar både en teoretisk og empirisk innfallsvinkel hvor vi i begge vil ha OBX indeksen som produktenes underliggende. I den teoretiske analysen vurderer vi hvordan de girede børshandlede porteføljenes produkt design påvirker deres prestasjoner over tid. I den empiriske analysen undersøker vi de daglige og langsiktige prestasjonene til to produkter fra Handelsbanken som lover to-ganger og minus to-ganger den daglige avkastningen på indeksen, før vi til slutt undersøker om de teoretiske analyseresultatene vi har funnet gjelder for disse produktene.

Fra den teoretiske analysen finner vi at produktene kan levere både mindre og mer enn den daglige fler-gangers avkastningen over en tidshorisont som er lengre enn én dag og at størrelsene på både under- og overprestasjonen øker med investeringshorisonten som går helt opp til ett handleår. I det vi øker størrelsen på den lovede daglige fler-gangers avkastningen og/eller øker volatiliteten til indeksen vil også under- og overpresteringen til produktene øke raskere og med en større størrelse med investeringshorisonten. Vi finner at de største overpresteringene til produktene kommer når indeksen har en klar trend og lite variasjon i sine daglige priser, mens de største underpresteringene til produktene kommer når indeksens priser er tilnærmet trendløse og det i tillegg er mye variasjon i disse. At de langsiktige prestasjonene til produktene avhenger av formen på underliggendes prisserie gjør produktene stivhengige. Selv om produktene leverer både mindre og mer enn den daglige flere-gangers avkastningen over tid så vil sannsynligheten være størst for at de levere mindre ved alle investeringshorisonter. Det betyr at produktene med overhengende sannsynlighet vil gjøre det dårligere og dårligere jo lengre man holder dem. For å få ett inntrykk av Bull produktenes avkastninger i forhold til risiko ble Sharpe målet kalkulert og sammenlignet med Sharpe målet til indeksen/en lånefinansiert indeksposisjon for alle investeringshorisonter opp til ett handleår. Sharpe prestasjonen til disse Bull produktene er mindre enn Sharpe prestasjonen til indeksen/den lånefinansierte indeksposisjonen for alle investeringshorisonter, hvorav dette avviket øker med investeringshorisonten. Når størrelsen på den daglige fler-gangers avkastningen og/eller indeksens volatilitet økte falt også Bull produktenes Sharpe mål for alle investeringshorisonter.

I den empiriske analysen finner vi at de to produktene ikke klarer å levere de lovede



daglige fler-gangersavkastningene, men at de allikevel kommer ganske nærme, da særlig når underliggende har negative daglige indeks avkastninger. Vi finner videre at de daglige avvikene akkumulert er små i størrelse og variasjon over hele produktenes levetid i forhold til det teoretiske avviket som relaterer seg til produktdesignet. Til slutt plukket vi ut to tidsperioder hvor indeksen hadde en tydelig trend og en liten volatilitet og en tidsperiode hvor indeksen ikke hadde noen trend og mye volatilitet for å verifisere produktenes teoretiske stivhengighet. Vi finner at produktene overpresterte over de 2 første tidshorisontene og underpresterte over den siste tidshorisonten noe som også verifiserer de teoretiske analyseresultatene.

# Innhold

<b>Forord</b>	<b>i</b>
<b>Sammendrag</b>	<b>ii</b>
<b>Figurer</b>	<b>vi</b>
<b>Tabeller</b>	<b>viii</b>
<b>1 Introduksjon</b>	<b>1</b>
<b>2 Produktbeskrivelse</b>	<b>5</b>
2.1 Børshandlede porteføljer . . . . .	5
2.2 Forskjellen mellom børshandlede fond og børshandlede verdipapirer . . . . .	6
2.3 Girede børshandlede porteføljer . . . . .	8
2.4 Forskjellen mellom aksjefond og børshandlede porteføljer . . . . .	10
2.5 Ett illustrerende eksempel . . . . .	10
2.6 Oversikt over de ulike avkastningsavvikene . . . . .	14
<b>3 Simulering</b>	<b>16</b>
3.1 Fra lognormal til enkel avkastning . . . . .	16
3.2 Oslo Børs Total Return Index . . . . .	18
3.2.1 Avkastning . . . . .	20
3.2.2 Tidsvarierende volatilitet . . . . .	23
3.3 Lognormale Modellen . . . . .	26
3.4 Investeringshorisont og normal volatilitet . . . . .	27
3.4.1 Girede børshandlede porteføljer med giring lik 2 og -2 . . . . .	29
3.4.2 Girede børshandlede porteføljer med giring lik 4 og -4 . . . . .	45
3.4.3 Sharpe målet og Statiske Bull og Bear porteføljers sammenheng med porteføljeteorien . . . . .	53
3.5 Investeringshorisont og høy volatilitet . . . . .	59
<b>4 Empirisk analyse av girede børshandlede fond</b>	<b>63</b>
4.1 Handelsbankens Bull og Bear fond . . . . .	63
4.2 De daglige prestasjonene . . . . .	65
4.3 Sammenligning av det akkumulerte ikke-compoundingsavviket og compoun- dingsavviket over tid og verifisering av den teoretiske analysen . . . . .	71
<b>5 Konklusjon</b>	<b>79</b>
<b>Referanser</b>	<b>81</b>

<b>A</b>	<b>Appendiks</b>	<b>86</b>
A.1	Utleddning av den lognormale simuleringsmodellen og dens sannsynlighetsmomenter . . . . .	86
A.2	De girede børshandlede porteføljenes teoretiske avkastningsmål . . . . .	92
A.3	Estimering . . . . .	95
A.4	Investeringshorisont og høy volatilitet . . . . .	96
A.5	Programvare og programmeringskode . . . . .	109

## Figurer

1	Oversikt over sammenhengen mellom de ulike børshandlede porteføljene . . .	6
2	Oversikt over det totale avkastningsavviket for de girede børshandlede porteføljene . . . . .	14
3	Prisserien til OBX indeksen: 02.01.1996 - 30.12.2013. . . . .	20
4	Historiske avkastninger OBX: 03.01.1996 - 30.12.2013 . . . . .	22
5	Den tidsvarierende volatiliteten til de logaritmiske dagsavkastningene OBX: 03.01.1996 - 30.12.2013. . . . .	25
6	Compoundingeffektens 1 dags og 1 ukers påvirkning på Bull produktets avkastning når giringen er 2. . . . .	30
7	Compoundingeffektens 2 og 20 ukers påvirkning på Bull produktets avkastning når giringen er 2. . . . .	31
8	Compoundingeffektens 1 års påvirkning på Bull produktets avkastning når giringen er 2. . . . .	32
9	Compoundingeffektens 1 dagers og 1 ukers påvirkning på Bear produktets avkastning når giringen er -2. . . . .	36
10	Compoundingeffektens 2 ukers og 20 ukers påvirkning på Bear produktets avkastning når giringen er -2. . . . .	37
11	Compoundingeffektens 1 års påvirkning på Bear produktets avkastning når giringen er -2. . . . .	38
12	Sannsynligheten for tap som funksjon av investeringshorisonten n�r giringen er 2 og -2. . . . .	42
13	Compoundingsavvikets relasjon til underliggendes prisbaner n�r giringen er 2 og -2. . . . .	43
14	Indeksens prisbaner som korresponderer til de 350 største positive compoundingsavvikene til Bull produktet n�r giringen er 2 . . . . .	43
15	Sannsynlighetsfordelingen over de simulerte kumulative ett års avkastningene for OBX, Bull og Bear n�r giringen er 2 og -2. . . . .	44
16	Compoundingeffektens 1 og 2 ukers påvirkning på Bull produktets avkastning når giringen er 4. . . . .	46
17	Compoundingeffektens 20 ukers og ett års påvirkning på Bull produktets avkastning når giringen er 4. . . . .	47
18	Compoundingeffektens 1 og 2 ukers påvirkning på Bear produktets avkastning når giringen er -4. . . . .	48
19	Compoundingeffektens 20 ukers og ett års påvirkning på Bear produktets avkastning når giringen er -4. . . . .	49
20	Sannsynligheten for tap som funksjon av investeringshorisonten n�r giringen er 4 og -4. . . . .	51

21	Sannsynlighetsfordelingen over de simulerte kumulative ett års avkastningene for OBX, Bull og Bear når giringen er 4 og -4. . . . .	52
22	Porteføljeteoriens sammenheng til statistiske Bull og Bear porteføljer. . . . .	54
23	Kontantstrømmen til en statistisk Bull portefølje med statistisk giringsfaktor $\beta$ . . . . .	55
24	Sharpe målet som funksjon av investeringshorisonten og giringsfaktoren. . . . .	58
25	Historiske priser og avkastninger til Handelsbankens Bull og Bear fond: 22.01.2008 - 30.12.2013 . . . . .	65
26	Handelsbankens Bull og Bear fonds daglige prestasjoner for enkle OBX avkastninger: 22.01.2008 - 30.12.2013. . . . .	69
27	Dekomponeringsplot av Handelsbankens Bull og Bear fond: 22.01.2008 - 30.12.2013. . . . .	72
28	Tre tidsintervaller tilhørende OBX indeksen som skal illustrere produktenes teoretiske stivhengighet. . . . .	73
29	P1: Dekomponeringsplot av Handelsbankens Bull og Bear fond: 20.05.2008 - 15.10.2008. . . . .	76
30	P2: Dekomponeringsplot av Handelsbankens Bull og Bear fond: 15.07.2009 - 05.01.2010. . . . .	77
31	P3: Dekomponeringsplot av Handelsbankens Bull og Bear fond: 30.07.2011 - 30.01.2012. . . . .	78
32	Compoundingeffektens 1 og 2 ukers påvirkning på Bull produktets avkastning når giringen er 2 i ett høy volatilt oppgangsmarked. . . . .	97
33	Compoundingeffektens 20 ukers og ett års påvirkning på Bull produktets avkastning når giringen er 2 i ett høy volatilt oppgangsmarked. . . . .	98
34	Compoundingeffektens 1 og 2 ukers påvirkning på Bear produktets avkastning når giringen er -2 i ett høy volatilt oppgangsmarked. . . . .	99
35	Compoundingeffektens 20 ukers og ett års påvirkning på Bear produktets avkastning når giringen er -2 i ett høy volatilt oppgangsmarked. . . . .	100
36	Compoundingeffektens 1 og 2 ukers påvirkning på Bull produktets avkastning når giringen er 4 i ett høy volatilt oppgangsmarked. . . . .	101
37	Compoundingeffektens 20 ukers og ett års påvirkning på Bull produktets avkastning når giringen er 4 i ett høy volatilt oppgangsmarked. . . . .	102
38	Compoundingeffektens 1 og 2 ukers påvirkning på Bear produktets avkastning når giringen er -4 i ett høy volatilt oppgangsmarked. . . . .	103
39	Compoundingeffektens 20 ukers og ett års påvirkning på Bear produktets avkastning når giringen er -4 i ett høy volatilt oppgangsmarked. . . . .	104
40	Sannsynligheten for tap som funksjon av investeringshorisonten når giringen er 2 og -2 i ett høy volatilt oppgangsmarked. . . . .	105
41	Sannsynligheten for tap som funksjon av investeringshorisonten når giringen er 4 og -4 i ett høy volatilt oppgangsmarked. . . . .	106

42	Sannsynlighetsfordelingen over de simulerte kumulative ett års avkastningene for OBX, Bull og Bear i ett høy volatilt oppgangsmarked. . . . .	107
43	Sharpe målet som funksjon av investeringshorisonten og giringen i ett høy volatilt oppgangsmarked. . . . .	108

## Tabeller

1	To-dagers eksemplet. . . . .	12
2	Deskriptiv statistikk av de logaritmiske dagsavkastningene og de årlige enkle avkastningene til OBX indeksen: 03.01.1996 - 30.12.2013. . . . .	21
3	Sannsynlighetsstatistikk av indeksen og produktene for 5 av de vurderte investeringshorisontene når giringen er 2 og -2. . . . .	42
4	Sannsynlighetsstatistikk for indeks og produkter for 5 av de vurderte investeringshorisontene når giringen er 4 og -4. . . . .	51
5	Deskriptiv statistikk av de logaritmiske dagsavkastningene til OBX indeksen og Handelsbankens Bull og Bear fond: 23.01.2008 - 30.12.2013. . . . .	64
6	Regresjonsresultater: Regressering av de enkle daglige OBX avkastningene på Handelsbankens Bull og Bear fond 22.01.2008 - 30.12.2013. . . . .	66
7	Regresjonsresultater: Regressering av de enkle daglige positive og negative OBX avkastningene på Handelsbankens Bull og Bear fond 22.01.2008 - 30.12.2013. . . . .	70
8	De faktiske kumulative enkle avkastningene over 3 delperioder med periodens realiserte giringsfaktorer i parentes. . . . .	75
9	Sannsynlighetsstatistikk for indeksen og produktene for 5 av de vurderte investeringshorisontene når giringen er 2 og -2 i ett høy volatilt oppgangsmarked. . . . .	105
10	Sannsynlighetsstatistikk for indeksen og produktene for 5 av de vurderte investeringshorisontene når giringen er 4 og -4 i ett høy volatilt oppgangsmarked. . . . .	106

# 1 Introduksjon

Oppgaven undersøker girede børshandlede portefølgers prestasjoner over tid. Disse relativt nye og populære produktene blir også kalt for Bull og Bear produkter og omsettes som en aksje på en autorisert markedsplass som Oslo Børs. Dette er produkter som utstedes av finansielle institusjoner og som tilbys almeenheten. Ved hjelp av en megler kan hvem som helst investere i disse produktene såfremt man ikke har noen mangler ved sin habilitet. Produktene lover kundene sine tilbake flere ganger den daglige avkastningen på ett underliggende finansielt aktivum. Det underliggende finansielle aktivumet kan være alt fra en aksjeindeks eller råvareindeks til en vanlig aksje. Den daglige fler-gangers avkastningen blir også kalt for produktenes giringsfaktor/giringsmål eller giring. Bull produktene vil ha en positiv giring, mens Bear produkter vil ha en negative giring. For at utstederne av produktene skal klare å levere denne daglige fler-gangersavkastningen må produktene reblanseres daglig.

Ved en langsiktig investering er standard finansråd å kjøpe og holde hele markedet gjennom ett passivt forvaltet indeksfond. Det vil gi lave kostnader og maksimal diversifisering med hensyn på avkastning. I denne oppgaven analyseres Bull og Bear produktenes egenskaper i en kjøp/hold strategi når investeringshorisonten økes fra en dag til ett år.

Produktenes egenskaper har også vært analysert tidligere. Litteraturen som eksisterer tar i all hovedsak for seg girede børshandlede fond, men resultatene kan også i stor grad generaliseres til andre girede børshandlede porteføljer som eksisterer i dag. Cheng og Madhavan [13] viser hvordan den daglige rebalanseringen av både Bull og Bear fondet alltid går i samme retning som underliggendes prestasjoner og hvordan det igjen kan ha en pressende effekt på prisene og volatiliteten til underliggende og de aksjer som underliggende eventuelt består av i tiden før børsens stengetid. De utleder også en matematisk formel for Bull og Bear fondets verdi som en funksjon av underliggendes verdi noe også Avellaneda og Zhang [3] gjør, men hvor de sistnevnte blant annet inkluderte forvaltningskostnader. Hensikten med formelen var å vise hvordan Bull og Bear fondenes verdi endrer seg med investeringshorisonten. Haga og Lindset [16] viser hvordan eksistensen av en positiv risikofri rente fører til at Bull og Bear fondene ikke klarer å levere de lovede daglige fler-gangersavkastningene. Denne renteeffekten vil ha en økende positiv effekt på Bear fondets verdi og en negativ økende effekt på Bull fondets verdi etter hvert som investeringshorisonten for fondene økes. Effekten vises å være størst for Bear fondet. Lu, Wang og Zhang [24] undersøker markedsdatabasen til noen amerikanske Bull og Bear fond for å evaluere deres ytelser over en investeringshorisont som er lengre enn én dag. De finner ett negativt avvik mellom periodeavkastningen på fondene og fler-gangers avkastningen på underliggende. Til tross for at dette avviket øker med investeringshorisonten konkluderer forfatterne med at begge fondenes periodeavkastninger er tilnærmet lik fler-gangeravkastningen på underliggende helt opp til en måned. Først ved en tre måneders periode er avkastningen

på Bear fondet signifikant forskjellig fra fler-gangersavkastningen på underliggende og ved en ettårs periode gjelder det samme for Bull fondet. Hill og Foster [17] undersøker også de langsiktige prestasjonene, men til teoretiske Bull og Bear fond som de kaller for hypotetiske Bull og Bear fond. Disse fondene konstrueres fra 50 år med S&P-500 indeksdata og resultatene deres viste at det i snitt vil være like stor sannsynlighet for å oppleve en større avkastning som en mindre avkastning på de teoretiske fondene enn det underliggendes fler-gangers avkastning for perioder lengre enn én dag skulle tilsi. De viser også at jo lengre tidsperioden som disse fondene holdes og jo større volatiliteten på underliggende er jo mindre sannsynlig er det at avkastningen på fondene er tilnærmet lik fler-gangersavkastningen på underliggende. Tang og Xu [38] undersøker også markedsdata til Bull og Bear fond. De finner også at det eksisterer ett avvik mellom fondenes avkastning og fler-gangers avkastningen på underliggende når investeringshorisonten er lengre enn én dag. Avviket sporer de tilbake til ei risikofri rente, forvaltningskostnadene til fondene i prosent og underliggendes kvadererte avkastning og varians.

Oppgaven består av en teoretisk del og en empirisk del. I første del av oppgaven undersøker vi de langsiktige prestasjonene til de girede børshandlede porteføljene fra en teoretisk innfallsvinkel hvor vi simulerer OBX indeksen. Fra denne OBX indeksen konstruerer vi perfekte girede børshandlede porteføljer. Dette gjøres for å vise hvordan den daglige rebalanseringen av de girede børshandlede porteføljene (produktdesignet) påvirker deres prestasjoner over tid før vi i den påfølgende del foretar en empiriske analyse av to faktiske produkter.

Alle som ønsker å forstå Bull og Bear produktene og disse produktenes egenskaper over tid, samt få ett godt overblikk over eksisterende litteratur anbefales å lese denne oppgaven. I forhold til og i tillegg til den eksisterende litteraturen vil vår oppgave teoretisk illustrere utviklingen i produktenes avkastningsprestasjoner over tid opp til og med ett handleår i forhold til underliggendes fler-gangersavkastning. De største positive og negative prestasjonene til produktene vil ved dette tidspunktet relateres til formen på underliggendes prisbaner (såkalt stivhengighet). Litteraturen som er nevnt ovenfor har ikke gitt eksplisitte illustreringer av denne utviklingen og sammenhengen. Vi vil også se avkastningsprestasjonene til produktene i sammenheng med deres tilhørende risiko over tid. Dette gjøres ved Sharpe målet som over tid sammenlignes med Sharpe målet til indeksen. At Sharpe målet sammenlignes med Sharpe målet til OBX indeksen kommer av at indeksen vil være stedfortrederen til den uobserverbare markedsporteføljen fra porteføljeteorien. En portefølje som skal gi maksimal Sharpe og det for alle investeringshorisonter. Det skal i denne økonomien ikke eksistere noen investeringsobjekter med en større Sharpe enn den som tilhører indeksen, og det for alle investeringshorisonter. I denne sammenheng vil Sharpe målet til en lånefinansiert posisjon i indeksen (en statisk Bull portefølje) være identisk med Sharpe målet til indeksen. Det medfører at Sharpe målet til en statisk Bull portefølje også vil være en naturlig referanse for Sharpe målet til Bull produktene som



tilbys av en finansiell institusjon. Denne sammenligningen er ikke gitt i litteraturen.

Foruten å erverve mer kunnskap om børshandlede porteføljer vil den teoretiske analysen fokusere på følgende:

1. Hvordan endrer produktenes avkastningsprestasjoner seg med investeringshorisonten sammenlignet med fler-gangersavkastningen som også vil være produktenes referanseavkastning? Hvordan presterer produktene over tid i forhold til denne referansen? Under- eller overpresterer de?
2. Hvilken form har OBX indeksens prisbaner som genererer avkastningene til de teoretiske produktene som er mye større enn fler-gangersavkastningen til OBX indeksen (største overpresteringene) og hvilken form har OBX indeksens prisbaner som genererer avkastningene til de teoretiske produktene som er mye mindre enn fler-gangersavkastningen til OBX indeksen (største underpresteringene) når investeringshorisonten er ett handleår?
3. Hvordan endrer produktenes sannsynlighet for tap (risiko) seg med investeringshorisonten?
4. Hvordan endrer både avkastnings- og risiko prestasjonen til Bull produktet seg med investeringshorisonten gjennom det berømte Sharpe målet og hvordan er utviklingen i dette Sharpe målet sammenlignet med Sharpe målet til indeksen/den lånefinansierte indeksposisjonen?
5. Hvor sensitiv er analysen over i forhold til endring i produktenes daglige giringsfaktor og/eller underliggendes volatilitet?

I den empiriske analysen vil vi vurdere to produkter fra Handelsbanken; ett Bull produkt med en daglig giring lik to og ett Bear produkt med en daglig giring lik minus to, begge med OBX indeksen som underliggende. Data på produktene går fra 22. Januar 2008 til 30. Desember 2013:

1. Klarer produktene å levere den daglige to-gangeren og minus to-gangeren?
2. Hvis nei, hvordan vil dette akkumulerte avviket være i størrelse og variasjon i forhold til avviket knyttet til produktenes produktdesign (teoretiske avviket)?
3. Gjelder de teoretiske analyseresultatene som relaterer seg til produktenes stivhengighet også de empiriske data?

Oppgaven er hovedsakelig bygd opp av tre deler; produktbeskrivelsen, simuleringen av teoretiske produkter i en lognormal verden og faktiske produkter.

I første del gis det en beskrivelse av de børshandlede porteføljene og hva som skiller dem fra andre passive indeksfond. Forskjellen mellom ugirede og girede børshandlede

porteføljer blir også tydeliggjort. Til slutt blir avkastningsbegreper og avkastningsavvik for produktene definert. Disse kommer hovedsakelig fra Tang og Xu sin artikkel.

I andre del utdypes forskjellen og sammenhengen mellom to typer avkastninger; log-avkastninger og enkle avkastninger. Førstnevnte er gjenstand for simuleringsmodellen, mens sistnevnte brukes for å beregne de faktiske produktenes avkastning. I neste punkt presenteres det en beskrivelse av OBX aksjeindeksen som vil være oppgavens underliggende før simuleringsmodellen blir gitt. Til slutt kommer de teoretiske resultatene for ett simulert oppgangsmarked med en normal volatilitet. Dette for produkter med både en lav og høy giring. De same resultatene gis også for ett simulert oppgangsmarked med høy volatilitet. I forbindelse med disse resultatene blir den lånefinansierte indeksposisjonen relatert til porteføljeteorien og indeksens Sharpe mål.

I tredje del kommer en beskrivelse av produktene til Handelsbanken før de empiriske resultatene for disse produktene gis. Til slutt følger konklusjonen.

## 2 Produktbeskrivelse

Før vi underøsker produktenes egenskaper både teoretisk og empirisk vil vi gi en beskrivelse av produktene og hva som skiller dem fra andre investeringsobjekter som er nære substitutter til de børshandlede porteføljene. Det gjøres her og det som nevnes her om børshandlede porteføljer vil i all hovedsak være hentet fra Ferri [14, Kapittel 2 til 4], Bodie m.f [5, Kapittel 4], prospekter og nøkkelinformasjon fra Handlesbanken [23, 22, 21, 20] og prospekter og opplæringsmatriell fra DNB [26, 25, 27, 28, 29] hvis ingenting annet fremkommer.

### 2.1 Børshandlede porteføljer

Oppgavemessig vil børshandlede porteføljer (exchange traded portfolios) bestå av børshandlede fond (exchange traded funds) og børshandlede verdipapirer/gjeldspapirer (exchange traded notes). Børshandlede porteføljer fungerer med andre ord som en samlebetegnelse på børshandlede verdipapirer og børshandlede fond. Børshandlede porteføljer handles mellom kunder i andrehåndsmarkedet til markedspriser (kjøps og salgspriser) som bestemmes av tilbud og etterspørsel. Utstederne av de børshandlede porteføljene samarbeider med markedspleiere som har i oppgave å stille kjøps- og salgskurser for produktene. På den måten opprettholdes likviditeten for produktene<sup>1</sup>. Videre passer markedspleierne på at differansen mellom salgskursen og kjøpskursen i andrehåndsmarkedet for produktene ikke blir for stor. Sistnevnte kommer vi nærmere inn på når hovedforskjellene mellom vanlige aksjefond og børshandlede porteføljer sees nærmere på i seksjon 2.4

Begge investeringsobjektene kan enten være gitt som en ugiret versjon (unleveraged) eller som en giret versjon (leveraged). De girede utgavene samles opp i betegnelsen girede børshandlede porteføljer (leveraged exchange traded portfolios) og det er disse oppgaven skal dreie seg om. Disse girede porteføljene tituleres også som Bull og Bear produkter. En oversikt over de ulike relasjonene er gitt i figur 1. Figuren er inspirert av kapittel 3 i Ferris bok om børshandlede fond [14, Kapittel 3]. Som figuren viser gjøres det ett skille mellom vanlige børshandlede verdipapirer (ETNer) og vanlige børshandlede fond (ETFer) noe som også medfører ett skille mellom de girede versjonene av produktene, her girede børshandlede verdipapirer (LETNer) og girede børshandlede fond (LETFer).

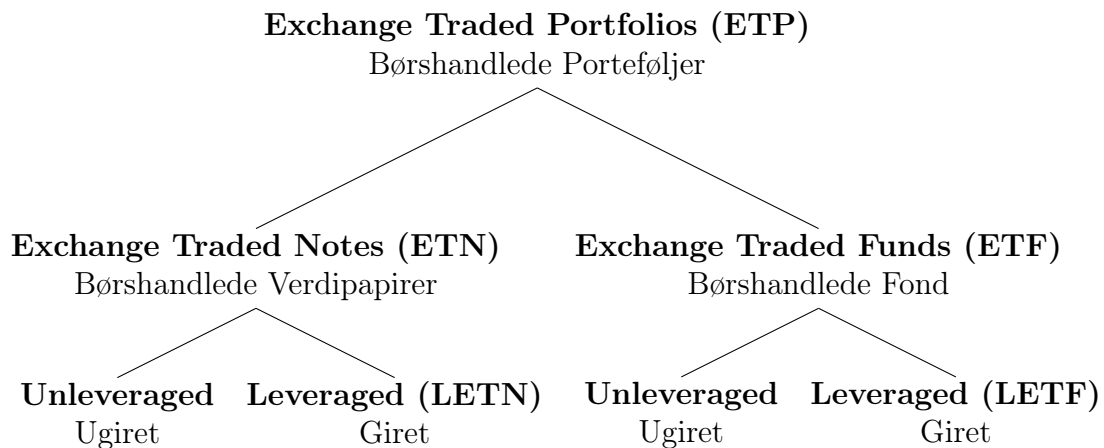
En ETN oppfører seg på samme måte som en ETF, de omsettes på samme måte som en ETF på en autorisert markeds plass<sup>2</sup> og de blir ofte referert til som en ETF. Med andre ord oppfører en ETN og en ETF seg på samme måte men omsettes som en aksje med den likviditet og kostnad det medfører. De ugirede utgavene av begge 2 følger alltid en indeks. Det finnes hovedsakelig 2 metoder som fondsforvalterne kan bruke for å replikere indeksen.

---

<sup>1</sup>En god likviditet innebærer at kunder kan kjøpe og selge mange andeler raskt, sikkert og anonymt uten at det vil ha noen særlig påvirkning på markedsprisen [11, Kapittel 3].

<sup>2</sup>For eksempel Oslo Børs

Figur 1: Oversikt over sammenhengen mellom de ulike børshandlede porteføljene



Den ene metoden er å holde akkurat de samme aksjene som indeksen består mens den andre metoden er å holde indeksderivater. For eksempel futureskontrakter på indeksen.

Selv om en ETF og en ETN utgir seg for å være det samme produktet er det allikevel noen forskjeller mellom dem som vi gjengir i neste seksjon.

## 2.2 Forskjellen mellom børshandlede fond og børshandlede verdipapirer

En ETN er usikrede gjeldsforpliktelse som følger prestasjonene til ulike typer underliggende. Underliggende kan være vanlige aksjer<sup>3</sup>, aksjeindekser, sektorspesifikke aksjeindekser eller r vareindekser. Disse betaler ikke renter og dividender til kunden heller gis det ikke noen garanti for det investerte beløpet (hovedstolen). Til tross for at en ETN gir tilbake underliggendes avkastning eier den ingenting verken aksjer, obligasjoner eller råvarer; den er ett gjeldspapir eller forpliktelse for utstederen. En ETF er på den annen hånd en kurv av verdipapirer som følger prestasjonene til ulike typer underliggende. Underliggende er alltid en indeks for en passivt forvaltet ETF; en aksjeindeks, en sektorspesifikk aksjeindeks eller en r vareindeks.

Det er i all hovedsak 4 forhold som skiller de 2 produktene i fra hverandre og er gitt ved:

1. Skattelovgivningen: Skattemessig faller gevinster og tap for personlige aksjonærer inn under aksjonærmodellen for en ETF mens de beskattes eller er fradragsberettiget med 28% for en ETN. I tillegg til dette kommer formueskatten som utgjør 1.1% av ligningsbasert verdi for begge produkter.
2. Verdipapirlovgivningen: Det er en strengere regulering av en ETF gjennom verdipapirlovgivningen enn det er for en ETN med hensyn til blant annet hvilken giring og

<sup>3</sup>Aksjer er underliggende n r giring er bygd inn i produktdesignet.

spredning produktet kan ha. En ETN kan for eksempel ha en oppgiret aksje som underliggende noe en ETF ikke kan ha. I tillegg kan en ETN gires høyere og lavere enn en giringsfaktor på 2 og -2.

3. Kredittrisiko: Kredittrisiko eksisterer for en ETN, men ikke for en ETF. Dette kommer av at en ETF er en egen juridisk enhet løsrevet fra den finansielle institusjonen som utstedet den. Det er kundene som eier fondsverdiene og ikke foretaket som utstedet produktet. Det gjør at forhold som påvirker den finansielle institusjonen, for eksempel en konkurs ikke vil påvirke verdien på en ETF. En ETN er som sagt gjeld utstedet av en finansiell institusjon og midlene institusjonen får inn fra kundene vil institusjonen stå ansvarlig for. Det innebærer at det eksisterer en kredittrisiko for en ETN. Kundene kan selv finne ut hvor stor denne kredittrisikoen er ved å sjekke institusjonens kredittvurderinger som vil være tilgjengelig fra ulike kredittvurderingsbyråer som for eksempel Standard & Poor's eller Moody's. En konsekvens av kredittrisikoen er at verdien av en ETN vil falle hvis utsteders kredittvurdering blir dårligere for en uendret underliggende indeksverdi.
4. Tracking error/følgefeil: Til slutt blir verdien av en ETN kalkulert fra dag til dag med en mekanisk formel<sup>4</sup> som er funksjon av markedsprisen til underliggende, mens verdien på en ETF er en funksjon av nettoandelsverdien<sup>5</sup> til underliggende. Det siste innebærer at en ETF vil få det som kalles en tracking error noe en ETN ikke vil få<sup>6</sup>. Det vil si at det kan oppstå ett avvik mellom den daglige avkastningen på en ETF og den daglige avkastningen på den underliggende indeksen.

Grunnen til at forskjellen mellom en ETN og en ETF prøves å klarlegges er på grunn av endringene som skjer i det norske markedet for girede børshandlede porteføljer, i tillegg til at det finnes lite som er skrevet om disse produktene. Handelsbanken har siden 22. Januar 2008 hatt 2 girede ETFer på markedet med giringsmål på 2 og -2 med OBX indeksen som underliggende i tillegg til en ugiret ETF på samme indeks. DNB hadde også slike Bull og Bear fond på markedet. Disse ble lansert 23. Juni 2008, men de girede utgavene ble

---

<sup>4</sup> Verdien av en ETN blir gitt med akkumulert verdi på dag  $t$  ( $AV_t$ ) for å skille den fra verdien av en ETF som er gitt med netto andelsverdi på dag  $t$  ( $NAV_t$ ).  $AV_t$  er i all hovedsak definert som følger for ulike typer underliggende aktiva som er giret opp med giringsfaktoren  $\beta$  ( $\beta$  er 1 for ugirede):  $AV_t = AV_{t-1} \left( 1 + \beta \frac{S_t - S_{t-1}}{S_{t-1}} \right)$ .  $S_t$  tilsvarende markedsprisen på underliggende på tidspunkt  $t$  og  $AV_0$  er for eksempel satt til 25 NOK. Forvaltningskostnader med mer har med overlegg blitt sett bort fra [27, 26].

<sup>5</sup> Netto andelsverdi ( $NAV$ ) på ett tidspunkt  $t$  vil tilsvare markedsverdiene av fondets finansielle aktivum og pengebeholdning ( $MV_t$ ) med tillegg av opptjente ikke-forfalte inntekter ( $I_t$ ) korrigert for gjeld og påløpte ikke-forfalte kostnader ( $K_t$ ), dividert med antall fondsandeler ( $A_t$ ) eller mer presist:  $NAV_t = \frac{MV_t + I_t - K_t}{A_t}$  [16].

<sup>6</sup>Fra litteraturen tilsvarende tracking error for en ETF fondsforvalternes evner til å nå det daglige avkastningsmålet (oppstår i førstehåndsmarkedet) og inngår i ikke-compoundingsavviket som er en del av det totale avkastningsavviket som litteraturen har definert for disse fondene. Tracking error tilsvarende forskjellen mellom den daglige avkastningen på ETFen og den daglige avkastningen på underliggende. Dette avviket vil ikke eksistere for en ETN. De ulike avkastningsavvikene kommer vi tilbake til senere.

trukket tilbake igjen rett før årsskiftet 2013/2014. Per idag er det kun Handelsbanken som tilbyr girede ETFer i Norge og det kun på den norske OBX indeksen. Nå virker det som om DNB istedet konsentrerer seg om girede ETNer på enkeltaksjer som blant annet Statoil, Telenor, Gjensidige, Norwegian og råvarer som gull, olje og elektrisitet i tillegg til OBX indeksen. Giringsmålene er hovedsakelig -4,-3,-2,2,3 og 4 for ulike enkeltaksjer, -4,-3,3 og 4 for OBX indeksen, mens de er -2 og 2 for råvarer. Selv om det eksisterer noen forskjeller mellom en giret ETN og en giret ETF vil begge produkter allikevel inneha de samme produkttegenskapene som blant annet følger av at produktene må rebalanseres på daglig basis for å oppnå det daglige giringsmålet. Dette innebærer at det ikke vil være noen særlig forskjell for kunden mellom å investere i en giret ETN eller i en giret ETF. Valg av giret produkt dreier seg hovedsakelig om de 4 punktene som ble nevnt ovenfor. DNB har tilfeldigvis andre giringsmål knyttet til OBX indeksen enn det Handelsbanken har slik at de utfyller hverandre i dette henseende.

De to norske finansielle institusjonene tilbyr både ugirede og girede børshandlede porteføljer, men hva skiller de to fra hverandre? Det blir det sentrale i neste avsnitt.

## 2.3 Girede børshandlede porteføljer

De ugirede børshandlede porteføljene har som mål å gi investorene den samme avkastningen som underliggende. Mange investorer søker ofte etter muligheten for en potensielt høyere avkastning (og risiko) enn det disse kan gi på egenhånd fordi de for eksempel tror at markedet vil få en oppgang. En mulighet er å benytte seg av lånefinansiering (kjøpe på marginen). Det vil si å låne penger fra sin egen megler mot å betale en rente på disse for deretter investere disse midlene i sammen med sine egne midler i en vanlig børshandlet portefølje<sup>7</sup>. Andre muligheter er å bruke futures eller swaps. Investering i girede børshandlede porteføljer vil være ett annet alternativ. Disse typene produkter skiller seg fra de vanlige børshandlede porteføljene på grunn av giringen eller gjelden som er innebygd i produktdesignet. Det er denne giringen som gjør at de kan levere enn høyere avkastning (og risiko) enn det de vanlige kan på en daglig basis. Giringen oppnås ved hjelp av derivater, hvorav de norske girede børshandlede fondene fra Handelsbanken bruker futures [23, 22]. De girede børshandlede fondene til Handelsbanken lover for eksempel investoren to- eller minus to ganger den daglige enkle avkastningen på OBX indeksen. For at det skal være mulig må fondene rebalanseres på en daglig basis ut fra hvilke endringer det har vært i underliggendes NAV i løpet av dagen. Rebalanseringen<sup>8</sup> skjer ved at forvalterne

<sup>7</sup>En statistisk giret Bull portefølje. Se seksjon 3.4.3.

<sup>8</sup>Rebalanseringen av ett giret børshandlet fond med giring 2 tar utgangspunktet i at følgende formel skal resultere i en eksponering ( $E_t$ ) på tilnærmet 2 på tidspunkt  $t$ :  $E_t = \frac{F_{t,T}}{A_t NAV_t} 100 N_t$ .  $F_{t,T}$  er futuresprisen på tidspunkt  $t$  med forfall på tidspunkt  $T$  og er teoretisk definert som følger når det ikke utbetales dividende og  $r_f$  er en daglig risikofri rente:  $F_{t,T} = S_t e^{r_f(T-t)}$  [30, Kapittel 5].  $S_t$  forutsettes teoretisk å følge en geometrisk Brownsk bevegelse definert med den lognormale modellen gitt i ligning (30) hvor parameterstørrelsene og tiden er gitt og definert i daglige størrelser. Videre er  $N_t$  antallet futureskontrakter

av fondene justerer på antallet futures; enten kjøpes det flere futures hvis fondets NAV øker eller så selges det eksisterende futures hvis fondets NAV faller for å opprettholde den daglige eksponeringen [13]. For de girede børshandlede verdipapirene skjer rebalanseringen<sup>9</sup> på tilsvarende måte ut i fra hvilken endring det har vært i akkumulert verdi (AV). Alt dette medfører at girede børshandlede porteføljer med en eksempelvis giring lik 2 og -2 kan følge OBX indeksen tilnærmet 100% og samtidig opprettholde én tilnærmet 200% og -200% eksponering mot OBX indeksen på en daglig basis. Men som vi skal se vil denne rebalanseringen medføre en compoundingseffekt<sup>10</sup> eller ett compoundingsavvik når holdeperioden for produktene overstiger en dag i en perfekt teoretisk verden hvor det ikke eksisterer noen andre avvik.

Til nå har vi sett på hva børshandlede porteføljer er, hva som skiller børshandlede fond fra børshandlede verdipapirer og hva som skiller ugirede fra girede børshandlede porteføljer, men hva skiller børshandlede porteføljer fra vanlige indeksfond? Disse forskjellene blir fokuset i neste seksjon.

---

på underliggende,  $A_t$  er antallet fondsandeler,  $NAV_t$  er nettoandelsverdi og er definert med fotnote 5. Tallet 100 fremkommer i eksponeringsbrøken siden hver futureskontrakt er på 100 enheter av underliggende [16].

<sup>9</sup>Etter det vi forstår skjer rebalanseringen av ett giret børshandelt verdipapir ut fra følgende eksponeringsformel:  $E_t = \frac{S_t N_t}{A_t AV_t}$ . I eksponeringsbrøken er  $S_t$  spotprisen på underliggende på tidspunkt  $t$ ,  $N_t$  er antallet enheter av underliggende,  $A_t$  er antallet enheter av verdipapiret, mens  $AV_t$  er akkumulert verdi fra den mekaniske formelen definert med fotnote 4 [29].

<sup>10</sup>Rentes-rente-effekt på norsk. Oppgaven vil benytte det engelske ordet compounding fordi det virker ordmessig mer riktig å bruke på avkastninger samtidig som det også vil være konsistent med begrepene som brukes i litteraturen.

## 2.4 Forskjellen mellom aksjefond og børshandlede porteføljer

Til slutt vil vi prøve å lokalisere hvilke hovedforskjeller som eksisterer mellom en børshandlet portefølje og ett vanlig aksjefond<sup>11</sup>. Fra Bodie m.fl [5, Kapittel 4] og Ferri [14, Kapittel 3 og 4] kan vi lese at den første ETFen ble introdusert året 1993 og er en avløper fra og et substitutt til de vanlige passive aksjefondene. Den første ETNen ble introdusert av Barclays Bank i 2006 og kombinerer ETF- og obligasjonsaspektet. Begge disse børshandlede porteføljene kan handles i kontinuerlig i børsens åpningstider gjennom en megler til markedspris mens aksjefondene på sin side kun kan handles i én gang om dagen direkte fra fondsselskapet til NAV. Videre kan de børshandlede porteføljene shortes og de kan kjøpes på marginen noe man ikke kan gjøre med aksjefondene. Børshandlede porteføljer har i tillegg lavere forvaltningsgebyrer enn aksjefondene, men desto høyere transaksjonsgebyrer. At de børshandlede porteføljene kan shortes gjør dem spesielt anvendelige for finansielle institusjoner som kan bruke dem som en rask hedge. Til slutt må det nevnes at det kan oppstå avvik mellom prisen som børshandlede porteføljer handles for og deres verdi (NAV/AV)<sup>12</sup>. Se fotnote 11 for en nærmere beskrivelse av denne problematikken.

## 2.5 Ett illustrerende eksempel

Oppgaven vil mange ganger referere til girede børshandlede porteføljer som Bull og Bear produkter eller bare produkter, mens den vil referere til girede børshandlede fond som

---

<sup>11</sup> Vanlige aksjefond tilsvarer de åpne investeringsselskapene (open-end funds=OEF) hvor kunder handler fondsandeler direkte av investeringsselskapet til NAV noe som medfører at antallet fondsandeler hele tiden endrer seg. Disse selskapene skiller seg fra de lukkede investeringsselskapene (closed-end fund=CEF) hvor fondsandeler handles gjennom en megler på en autorisert markedsplass/børs til en markedspris som er uavhengig av underliggendes verdi. Antall fondsandeler holdes konstant slik at det kan oppstå store forskjeller mellom markedspris og NAV noe som igjen fører til at fondsandeler omsettes med store rabatter eller premier på børsen. Hensikten med ETFen var å korrigere for denne svakheten hos CEFen ved å legge inn en arbitragemekanisme som ble utført av en tredjepart også kalt en markedspleier. Markedspleieren prøver å holde markedsprisen nær den sanne NAVen gjennom å regulere på antallet utestående fondsandeler i andrehåndsmarkedet og dermed dens markedspris. Hvis en ETF selges til en premie (markedspris>NAV) vil markedspleieren gå inn å kjøpe/låne en kurv av indeksens underliggende aksjer, bytte dem med fondsforvalteren mot en blokk (ofte 50 000 ETF andeler) av ETF andeler som de deretter splitter opp i vanlige ETF andeler og selger videre til kunder i andrehåndsmarkedet. En økt beholdning av ETF andeler vil presse ETF prisen ned. Nettoeffekten vil bli en ETF pris (som faller) som konvergerer mot NAV. Den forklarte handlealgoritmen repeteres så frem til avviket mellom markedsprisen og NAV er neglisjerbart/innenfor en spesifisert differanse. Hvis ETFen på den annen side handles til en rabatt (markedspris<NAV) vil markedspleier kjøpe ETF andeler i andrehåndsmarkedet, sette dem sammen til en blokk av ETF andeler som deretter byttes med fondsforvalteren mot indeksens underliggende aksjer og penger (akkumulert dividende med mer). Verdien av disse skal tilsvare blokkens NAV og vil så selges videre. Denne handlealgoritmen vil gi én mindre beholdning av ETF andeler og dermed presse ETFens markedspris opp slik at det oppnås en konvergering mot NAV etter ett visst antall gjentakelser. Siden markedspleierne oppnår arbitragegevinster (gratis penger) ved å utføre handlealgoritmene vil de også ha ett insentiv for å utføre dem [14, Kapittel 2]. Både en ETF og en ETN har denne arbitragemekanismen innebygd.

<sup>12</sup>Dette tilsvarer hva litteraturen kaller markedsfrikksjoner (oppstår i andrehåndsmarkedet) og inngår i det som kalles for det daglige ikke-compoundingsavviket som er en del av det totale avkningsavviket for disse type produkter.



Bull og Bear fond eller bare fond. Bull og Bear navnet eller okse- og bjørne- navnet på norsk skal symbolisere ett positivt eller ett negativt markedssyn. Ett positivt markedssyn (bullish) innebærer en tro på oppgang i markedet, mens ett negativt markedssyn (bearish) innebærer en tro på nedgang i markedet. Itilegg kommer de tilfellene hvor man ikke har en tro på verken noen spesiell oppgang eller nedgang i markedet. Da tror man indirekte på ett sideveis marked; ett marked som går opp og ned som en «jojo» uten noen spesiell drift verken den eller andre veien. Det vil si at markedet øker litt og falle litt og sånn fortsetter markedet som en funksjon av tiden rundt en eller annen middelverdi. Siste type marked kan også betegnes som ett volatilt marked eller som ett flatt marked. Produktene er som vi nevnte tidligere designet slik at de skal gi investoren tilbake ett multiplum av den underliggendes enkle daglige avkastning. Multiplumet kalles ofte for giringsfaktoren eller giringsmålet og kan betegnes med  $\beta$ . Giringsfaktoren kan ta mange forskjellige små heltallsverdier som vi blant annet så ovenfor.

I dette og neste eksempel vil vi forutsette at fondsforvalterne klarer å rebalansere produktene helt perfekt (ingen tracking error)<sup>13</sup> og at markedsprisen på produktene tilsvare verdien av produktene (ingen markedsfriksjoner). På denne måten vil Bull produktet med en giringsfaktor på 2 generere en 2% enkel daglig avkastning når OBX indeksen har en 1% enkel daglig avkastning, mens Bear produktet med en giringsfaktor på -2 vil gi en tilsvarende -2% enkel daglig avkastning. Skulle til formodning underliggende eller OBX indeksen ha en -1% enkel daglig avkastning vil Bull og Bear produktets prestasjoner bytte plass. Bear produktet vil da gi en 2% enkel daglig avkastning mens Bull produktet vil gi en -2% enkel daglig avkastning. Giringen vil med andre ord være symmetrisk og gjelde på både godt og vondt. Det gjør at en bullish investor kan gjøre det bedre enn han ellers ville gjort det med en vanlig børshandlet portefølje når han investerer i ett Bull produkt og markedet har en realisert oppgang, men han kan også gjøre det dårligere ved en realisert markedsnedgang. Tilsvarende vil gjelde for en bearish investor som vil gjøre det bedre ved en markedsnedgang og dårligere ved en markedsoppgang. Den forventede gevinsten eller tapet av å holde produktene én dag vil være identisk med produktet av den enkle daglige avkastningen til underliggende og giringsfaktoren. I litteraturen kalles dette produktet for det daglige avkastningsmålet til produktet. Dette resultatet bør ikke komme overraskende på kunden.

La oss nå utvide en-dagers eksemplet med én dag slik at produktet nå holdes over to dager. Det innebærer at markedet fortsatt har to mulige utfall for hver dag. Markedet kan enten gå opp eller det kan gå ned, men over de to dagene sett under ett vil det være fire mulige utfall; «opp-opp», «ned-ned», «opp-ned» og «ned-opp». Skjematisk kan to-dagers eksemplet best illustreres som vist i tabell 1. Tabellen viser det binomiske to-dagers eksemplet med hvert av de 4 mulige utfallene. I kolonne to (1.Dag) og tre (2.Dag) fremkommer en tenkt (urealistisk) daglig enkel avkastning for indeksen for dag 1 ( $R_{OBX,1}$ )

---

<sup>13</sup>Forutsetningen er myntet på girede børshandlede fond

Tabell 1: To-dagers eksemplet.

**Utfall 1: Opp-Opp (Ett Oppgangsmarked/ Bull Marked)**

	1.Dag	2.Dag	Periodeavkastning	Compoundingsavviket
OBX	<b>20%</b>	<b>25%</b>	50%	
Bull	40%	50%	110%	<b>10%</b>
Bear	-40%	-50%	-70%	<b>30%</b>

**Utfall 2: Ned-Ned (Ett Nedgangsmarked/ Bear Marked)**

	1.Dag	2.Dag	Periodeavkastning	Compoundingsavviket
OBX	<b>-20%</b>	<b>-25%</b>	-40%	
Bull	-40%	-50%	-70%	<b>10%</b>
Bear	40%	50%	110%	<b>30%</b>

**Utfall 3: Opp-Ned (Ett Sideveis Marked/ Volatilt Marked)**

	1.Dag	2.Dag	Periodeavkastning	Compoundingsavviket
OBX	<b>20%</b>	<b>-25%</b>	-10%	
Bull	40%	-50%	-30%	<b>-10%</b>
Bear	-40%	50%	-10%	<b>-30%</b>

**Utfall 4: Ned-Opp (Ett Sideveis Marked/ Volatilt Marked)**

	1.Dag	2.Dag	Periodeavkastning	Compoundingsavviket
OBX	<b>-20%</b>	<b>25%</b>	0%	
Bull	-40%	50%	-10%	<b>-10%</b>
Bear	40%	-50%	-30%	<b>-30%</b>

og dag 2 ( $R_{OBX,2}$ ) som igjen resulterer i de daglige avkastningsmålene for Bull produktet ( $R_{Bull,1} = 2R_{OBX,1}$ ,  $R_{Bull,2} = 2R_{OBX,2}$ ) og Bear produktet ( $R_{Bear,1} = -2R_{OBX,1}$ ,  $R_{Bear,2} = -2R_{OBX,2}$ ). Den kumulative enkle periodeavkastningen i kolonne fire fremkommer eksempelvis som:  $R_i = [S_{i,2} - S_0] \setminus S_0 = [S_0(1 + R_{i,1})(1 + R_{i,2}) - S_0] \setminus S_0 = (1 + R_{i,1})(1 + R_{i,2}) - 1$ , for  $i = \{OBX, Bull, Bear\}$ . I kolonne 5 fremkommer avviket som oppstår i det man går fra en én dags investeringshorisont for produktet til en flerdagers investeringshorisont for produktet og har til hensikt å reflektere produktdesignet eller produktenes stivhengighet. Vi vil se nærmere på dette avviket i seksjon 2.6. Definisjonsmessig er det forskjellen mellom produktenes to-dagersavkastning og to-ganger to-dagersavkastningen til underliggende. Sistnevnte går også for å være fler-gangersavkastningen på underliggende. I vårt eksempel er avviket gitt som  $R_{Bull} - 2R_{OBX}$  for Bull produktet og  $R_{Bear} + 2R_{OBX}$  for Bear produktet. Hvis avviket er positivt (overpresterer) vil Bull og Bear produktet også klare å levere mer

enn den daglige to-gangeren over tid for positive eller negative indeksavkastninger. Er avviket negativt (underpresterer) vil de også levere mindre enn den daglige to-gangeren over tid for positive eller negative indeksavkastninger. Kunder vil ønske ett størst mulig positivt avvik for begge produkter. Vi har kalt avviket for compoundingsavviket noe som også er i tråd med hva avviket blir kalt i litteraturen. Det er forøvrig den eneste grunnen til at vi har gitt avviket det navnet. Navnet er ikke ett optimalt valg for oss men på grunn av mangel på ett godt alternativ ønsker vi i denne anledning å unnskyldte bruken av det.

De blåfargede tallene i tabell 1 indikerer de viktigste positive tallene, mens de rødfargede tallene indikerer de viktigste negative tallene. Med andre ord markerer de fargede tallene slagkraften i to-dagers eksemplet. Utfall én i to-dagers eksemplet representerer ett oppgangsmarked fordi underliggende har hatt to påfølgende positive enkle dagsavkastninger på 20% og 25% som gir en to-dagers enkel avkastning lik 50% når dagsavkastningene settes inn i nettoavkastningsformelen gitt ovenfor. Ved å oppskalere de enkle dagsavkastningene til underliggende med to og minus to fås de daglige enkle Bull og Bear avkastningene. Disse blir som nevnt kalt for de daglige avkastningsmålene og er gitt som 40% og 50% for Bull produktet og -40% og -50% for Bear produktet. Puttes også disse tallene inn i nettoavkastningsformelen som er gitt ovenfor fås nettoavkastningene for todagersperioden som er lik 110% for Bull produktet og -70% for Bear produktet. Mer generelt blir disse avkastningene kalt for avkastningsmålene for en fleredagersperiode. Det interessante her er at både Bull og Bear produktene gjør det bedre enn hva produktet av giringsfaktorene og underliggendes to-dagers avkastning for perioden skulle tilsi <sup>14</sup>. Siden underliggende har hatt en 50% avkastning over en holdeperiode på to-dager vil de fleste av oss forvente at Bull produktet ville gi 100%<sup>14</sup> og ikke 110% og at Bear produktet ville gi -100%<sup>14</sup> og ikke «bare» -70%. Mer spesifikt gjør Bull produktet det 10% bedre og Bear produktet gjør det 30% bedre enn hva man kunne forvente og disse differansene kalles for compoundingavvikene i litteraturen. Går vi videre å ser på utfall to som er ett nedgangsmarked sees det samme mønstret som i utfall én. Bull- og Bear produktene gjør det 10% og 30% bedre enn det den naive forventede avkastningen for produktene over perioden skulle tilsi. Men her stopper også mønsteret og ett nytt vendt mønster emergerer frem for utfall nummer tre og utfall nummer fire som er to volatile markeder hvor underliggende har både en positiv og en negativ enkel daglig avkastning. Her gjør begge produktene det dårligere enn hva man kunne forvente med henholdsvis -10% og -30% i begge tilfeller. Eksemplet sett under ett viser at Bull- og Bear produktene kan gjøre det bedre, men de kan også gjøre det dårligere enn den naive forventede avkastningen når tidshorisonten er lengre enn én dag.

---

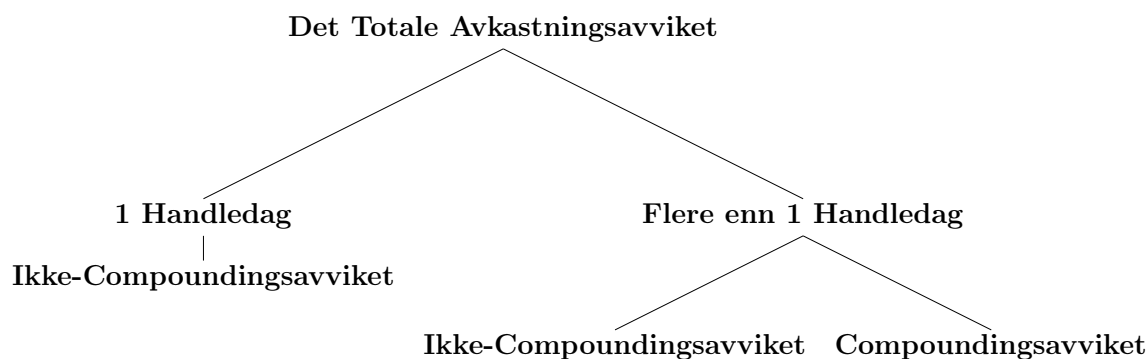
<sup>14</sup> I litteraturen blir denne fler-gangersavkastningen på underliggende også kalt for den naive forventede avkastningen og er definert som produktet av den daglige giringsfaktoren og underliggendes enkle kumulative periodeavkastning. Avkastningsbegrepets navn spiller på hvordan mange kunder misforsto produktenes avkastningsegenskaper når produktene ble holdt over en lengre tidshorisont enn én dag. Mer spesifikt trodde mange at produktene kunne levere fler-gangersavkastningen på underliggende uavhengig av lengden på investeringshorisonten. Begrepet vil stå svært sentralt i denne oppgaven.

Oppsummert prøver to-dagers-eksemplet gitt i tabell 1 å vise effekten av «compounding» på ugiret investering (OBX) og giret investering (Bull, Bear)<sup>15</sup>. Effekten av compounding gjør at todagersavkastningen ikke er lik summen av de to dagsavkastningene. Itilegg prøver eksemplet å tydeliggjøre hvordan denne effekten endrer seg med type markedsutfall som realiseres. I de to første utfallene fikk vi to-dagersavkastninger som var større enn hva summen av de enkle dagsavkastningene skulle tilsi mens vi i de to siste utfallene fikk to-dagersavkastninger som var mindre enn det summen av de enkle dagsavkastningene skulle tilsi. Produktenes prestasjoner påvirkes av compoundingen eller rettere sagt av hva som compounds og dette igjen avhenger av markedsf forholdene eller underliggendes «prisbane»/ «sti», noe som medfører produktenes «prisbaneavhengighet»/ «stiafhengighet». Det er denne stiafhengigheten som utrustrer produktene med noen fordekte egenskaper og som vil aktiveres når investeringsperioden er lengre enn en dag. Mange vitenskapelige artikler mener denne stiafhengigheten gjør Bull og Bear produktene uegnet som en langsiktig investering eller som en kjøp og hold investering. Men som vi så ovenfor kan produktene gjøre det vel så godt som de kan gjøre det dårlig ved holdeperioder lengre enn en dag.

## 2.6 Oversikt over de ulike avkastningsavvikene

Som nevnt ovenfor og som de illustrerende teoretiske eksemplene ikke tar hensyn til er forstyrrelsene som finnes i den reelle verden og som vil påvirke faktiske produkters avkastning over én dag og dermed over flere dager. Disse daglige forstyrrelsene fanges opp med det litteraturen kaller ett ikke-compoundingsavvik. Denne navnebetegnelsen vil vi også benytte noe vi i denne anledning vil be om unnskyldning for. En oversikt over de ulike avkastningsavvikene for én og flere dager og deres innbyrdes sammenheng er gitt i figur 2. Treet er inspirert av hvordan Tang og Xu [38] delte opp det totale avkastningsavviket for å finne frem til kildene for avvikene. Når produktene kun holdes én dag vil ikke-

Figur 2: Oversikt over det totale avkastningsavviket for de girede børshandlede porteføljene



<sup>15</sup>Hadde produktene i virkeligheten blitt kalkulert med de daglige (teoretiske) logavkastningene istedet for de daglige enkle avkastningene ville ikke disse compoundingsavvikene eksistert fordi en kumulativ logavkastning tilsvarer summen av de daglige logavkastningene. Se seksjon 3.1 for en tydeliggjøring mellom de 2 avkastningsbegrepene.

compoundingsavviket tilsvare det totale avkastningsavviket. Ikke-compoundingsavviket har til hensikt å si noe om fondsforvalternes evner til å nå giringsmålene for fondene<sup>16</sup> og til å si noe om markedsfriksjonene som eksisterer for produktene og som dermed medfører at verdien og markedsprisen til produktene kan avvike fra hverandre. Hvis produktene holdes to eller flere dager vil også compoundingsavviket aktiveres og det var compoundingsavviket vi så effekten av i to-dagers eksemplet. Dette avviket skal reflektere produktenes stivhengighet. De ulike avvikene gitt i figuren er definert på følgende måter:

### **Det Totale Avkastningsavviket**

= Den faktiske markedsavkastningen - Den naive forventede avkastningen

#### **Ikke-Compoundingsavviket**

= Den faktiske markedsavkastningen - Periodens avkastningsmål

#### **Compoundingsavviket**

= Periodens avkastningsmål - Den naive forventede avkastningen

Den faktiske kumulative markedsavkastningen på produktene og underliggendes kumulative periodeavkastning er definerte med ligning (2) i seksjon 3.1, mens **den naive forventede avkastningen** (fler-gangersavkastningen på underliggende) er definert med ligning (7) som tilsvarer produktet av det daglige giringsmålet og den underliggendes kumulative enkle periodeavkastning. **Periodens avkastningsmål** er de daglige avkastningsmålene multiplisert hvor de **daglige avkastningsmålene** er definert som produktet av det daglige giringsmålet og underliggendes daglige enkle avkastning. Det siste avkastningsbegrepet er definert med ligning (6).

Vi skal senere undersøke hvordan Handelsbankens girede børshandlede fond med giringsfaktor lik -2 og 2 og DNBs girede børshandlede verdipapirer med giringsfaktor lik -4 og 4, begge med OBX indeksen som underliggende gjør det i en teoretisk verden<sup>17</sup>. Det vil si i en verden hvor ikke-compoundingsavviket eksisterer, noe som medfører at compoundingsavviket utgjør totalavkastningsavviket ved en holdeperiode lenger enn én dag. Merk hvordan to-dagers eksemplet ikke var noe annet enn fire konstruerte avkastningsbaner over to dager. Oppgaven ønsker å spille videre på eksemplet ved å generalisere det til å gjelde 10 000 simulerte avkastningsbaner opp til en investeringshorisont lik 250 dager hvor hensikten er å se hvordan produktene presterer over tid. At det ikke konstrueres flere avkastningsbaner dreier seg om adgangen til datakraft og siden det ikke kan simuleres baner ut i det uendelige vil ett handleår eller 250 dager være en fornuftig plass å kutte banene. Før resultatene fra datasimuleringene gis må forutsetningene som simuleringene hviler på forklares og utdypes, noe som gjøres i begynnelsen av neste seksjon.

---

<sup>16</sup>Dette kalles også for fondenes tracking error. Dette avviket tar blant annet inn effekten av en positiv risikofri rente.

<sup>17</sup>En verden uten blant annet markedsfriksjoner, skatt, forvaltningskostnader, transaksjonskostnader, risikofri avkastning. I disse omgivelsene vil girede børshandlede fond og girede børshandlede verdipapirer med identiske giringsmål være identiske.

### 3 Simulering

Hele denne delen av oppgaven vil bli viet den teoretiske analysen og forutsetningene bak. Først gjør vi ett tydelig skille mellom to typer avkastninger nemlig logavkastninger og enkle avkastninger før vi så presenterer en beskrivelse av OBX indeksen som vil være det underliggende finansielle objektet som produktene følger. Det er ikke bare de teoretiske produktene i denne delen av oppgaven som vil følge denne, men også de faktiske produktene i neste hoveddel av oppgaven. Den stokastiske simuleringsmodellen blir så fremstilt. Denne simulerer OBX indeksavkastninger som brukes for å konstruere de teoretiske/hypotetiske Bull og Bear produktene.

#### 3.1 Fra lognormal til enkel avkastning

I denne seksjonen vil vi definere og poengtere forskjellen mellom logavkastninger som vil være «modellavkastningene» og enkle avkastninger som vil være «produktavkastningene».

«Avkastning» er ett vidt begrep og en tydeliggjøring mellom to hovedtyper avkastninger vil være viktig siden produktene er basert på en type avkastning (enkel avkastning), mens modellene som skal estimeres og simuleres fra forutsetter en annen type avkastning (logavkastning). Det er to hovedalternativer; det ene alternativet er å ta den naturlige logaritmen til den relative prisendringen over perioden eller kalkulere den vanlige enkle avkastningen. Modellene er basert på førstnevnte mens produktene er basert på sistnevnte. Definisjonen av, og sammenhengen mellom de to avkastningstypene som er gitt nedenfor er hentet fra en artikkel av Kjersti Aas [1]. Merk at definisjonene ikke hensyntar utbytte da både prisdataen for OBX indeksen og de faktiske produktene er utbyttejusterte. I definisjonene under tilsvarer  $S_t$  indeksprisen på tidspunkt  $t$ . Daglig enkel avkastning er definert som:

$$R_t = \frac{S_t - S_{t-1}}{S_{t-1}}, \quad (1)$$

med en T-dagers kumulativ enkel avkastning lik:

$$R = \frac{S_T - S_0}{S_0} = \frac{S_T}{S_0} - 1 = \frac{S_T}{S_{T-1}} \frac{S_{T-1}}{S_{T-2}} \dots \frac{S_1}{S_0} - 1 = \prod_{t=1}^T \frac{S_t}{S_{t-1}} - 1 = \prod_{t=1}^T (1 + R_t) - 1 \quad (2)$$

På tilsvarende måte er en daglig log avkastning eller daglig kontinuerlig forrenta avkastning definert som:

$$r_t \equiv \ln \left( \frac{S_t}{S_{t-1}} \right) = \ln(S_t) - \ln(S_{t-1}) \quad (3)$$

,med en T-dagers kumulativ log avkastning lik:

$$r \equiv \ln \left( \frac{S_T}{S_0} \right) = \ln \left( \prod_{t=1}^T \frac{S_t}{S_{t-1}} \right) = \sum_{t=1}^T \ln \left( \frac{S_t}{S_{t-1}} \right) = \sum_{t=1}^T r_t \quad (4)$$

Og sammenhengen mellom den logaritmiske og enkle avkastningen fremkommer ved å utnytte ligning (2) og ligning (4):

$$r \equiv \ln \left( \prod_{t=1}^T \frac{S_t}{S_{t-1}} \right) = \ln(1 + R) \quad (5)$$

Det er i all hovedsak to grunner til at logavkastningene ofte foretrekkes fremfor de enkle når tidsoppløsningen er høy. For det første ser vi at de er additive fra ligning (4). Det innebærer at logavkastningen over T-dager er lik summen av de daglige logavkastningene. At den kumulative logavkastningen er lik summen av de daglige logavkastningene har gjort at den logaritmiske flerdagersavkastningen kan betegnes som en kontinuerlig forrenta adderende avkastning. Denne additive egenskapen er attraktiv når man forutsetter at de daglige avkastningene er normalfordelte fordi da vil summen av dem også være normalfordelt. Fra ligning (2) går det frem at den enkle avkastningen over T-dager vil være ett produkt av de daglige enkle bruttoavkastningene. Forutsetter man at de enkle daglige avkastningene følger en normalfordeling vil ikke en T-dagers kumulativ enkel avkastning være normalfordelt og motsatt. Faktisk vil den enkle kumulative avkastningen være lognormalfordelt når den kumulative logavkastningen er normalfordelt noe som kan sees fra ligning (5).

For det andre vil bruken av logavkastninger som forutsettes å være normalfordelte eliminere sannsynlighetene for eller mulighetene for negative priser. Det vil derimot ikke de tilsvarende enkle avkastningene. Investorer har nemlig begrenset ansvar noe som innebærer at de ikke kan tape mer kapital enn det de har investert i ett finansielt aktivum. Å operere med mulige negative priser vil ikke gi noe særlig mening.

Begge de to kumulative avkastningsmålene vi har sett på til nå vil til tross for de nevnte matematiske og statistiske ulikheter være tilnærmet like hverandre i størrelse når den kumulative enkle avkastningen er liten av størrelse ( $R < |1|$ ). Da vil  $r \approx R$  eller noe mer korrekt  $r \approx R - \frac{1}{2}R^2$ , noe som kan sees ved å foreta en Taylor rekkeutvidelse på ligning (5) evaluert i arbeidspunktet null. Andreordens approksimasjonen vil bli benyttet i appendiks seksjon A.2 hvor de girede børshandlede porteføljenes teoretiske avkastningsmål utledes og brukes i forbindelse med seksjon 3.4 og 3.5.

I denne oppgaven vil begge avkastningsmålene bli benyttet flittig. Logavkastningene benyttes fordi den lognormale simuleringsmodellen nedenfor forutsetter nettopp slike avkastninger, mens de enkle avkastningene benyttes fordi produktene vi ser på beregnes slik.

Bull og Bear produkter med en giringsfaktor  $\beta$  skal gi det daglige avkastningsmålet lik

$\beta R_{S,t}$ . Fra ligning (2) følger følgende enkle kumulative avkastningsmål for Bull og Bear produktet når giringsmålet er  $\beta$ :

$$R_{Bull/Bear} = \prod_{t=1}^T (1 + \beta R_{S,t}) - 1 \quad (6)$$

Formlene i ligning (2) og (6) er en generalisering av den kumulative periodeavkastningsformelen gitt i forbindelse med to-dagers eksemplet i tabell 1.

Til slutt kan den formelle avkastningsformelen for den naive avkastningen (underliggendes fler-gangersavkastning) gis. Formelen vil fungere som en naturlig benchmark/referanse for produktene når investeringshorisonten er lengre enn én dag:

$$R_{Bull/Bear,Naiv} = \beta \left( \prod_{t=1}^T (1 + R_{S,t}) - 1 \right) \quad (7)$$

Merk hvordan den naive avkastningen sammfaller med avkastningsmålet når investeringshorisonten kun er én dag og hvordan en enkel negativ kumulativ avkastning på underliggende på mer enn 50% vil medføre en negativ Bull verdi når giringsfaktoren er 2, mens en tilsvarende enkel positiv kumulativ avkastning vil gi en negativ Bear verdi når giringsfaktoren er -2.

Allerede i neste seksjon hvor vi presenterer OBX indeksen vil logavkastninger og enkle bli tatt i bruk.

## 3.2 Oslo Børs Total Return Index

Oslo Børs Total Return Index vil være produktenes underliggende i den teoretiske analysen. Indeksen vil også være den underliggende for produktene i den empiriske delen senere i oppgaven. Det gjør at det er viktig å få på plass en beskrivelse av indeksen.

Aksjeindeksen er gitt med indekscoden OBX og er en norsk kapitalveiet totalavkastningsindeks vektet sammen av de 25 mest likvide eller omsatte selskapene på Oslo Børs de siste 6 månedene. At indeksen er kapitalveiet innebærer at selskaper som har en stor markedsverdi utgjør en større andel av indeksen enn selskaper med en liten markedsverdi og at indeksen er en totalavkastningsindeks innebærer at indeksselskapenes utbytte forutsettes reinvestert. Den førstnevnte begrepskarakteristikken medfører at kursbevegelsene til store selskaper påvirker indeksen mer enn kursbevegelsene til små selskaper. Indeksen er kalkulert og uttrykket i Norske kroner (NOK) og har som mål å reflektere selskapene og selskapenes avkastning på Oslo Børs. Indeksen revideres både regelmessig og ved behov for å oppnå dette. Den regelmessige revideringen skjer hvert år i Desember og i Juni. Her velges det ut hvilke selskaper som skal være med i indeksen med basis i hvilke selskaper som har vært de mest omsatte på Oslo børs de siste 6 månedene. I tillegg kan det bli foretatt «kappinger» eller justeringer av indekssvektene til alle de selskapene som utgjør



indeksen. Det er 3 tilfeller som aktiverer en slik kapping. Det første tilfellet skjer når det største selskapet i indeksen utgjør mer enn 30% av markedsverdien til indeksen. Da kappes vekten til 30% og overskytende vekt reforddeles til de andre selskapene tilsvarende deres relative andeler i indeksen. Det andre og tredje tilfellet kapping gjelder selskaper registrert i land innenfor EØS<sup>18</sup> og land utenfor EØS. Hver aksje i første tilfellet kappes til 15%, mens aksjene som en gruppe kappes til 10% i det andre tilfellet. I tillegg til den regelmessige kappingen kan det også foretas kappinger ved behov. Det skjer når det største selskapet utgjør mer enn 35% og eller ett av de andre utgjør mer enn 20% av indeksens markedsverdi. I disse tilfellene settes vektene tilbake inntil vektrestriksjonene for de regelmessige kappingene er tilfredsstilt. Kappingen er viktig fordi den avskjærer ett eller flere selskaper eller industrier fra å bli overrepresentert i indeksen. En overrepresentasjon vil gjøre indeksen avkastningsskjev og ikke-representativ i forhold til avkastningene til alle de andre selskapene på Oslo Børs [10], i tillegg til at potensielle diversifiseringsgevinster ved å handle i indeksen kan gå tapt. Per desember 2013 utgjorde Statoil (20%), Telenor (14%), DnB (13%), Yara (6%) og Seadrill (5%) de 5 største selskapene i indeksen. Disse stod for cirka 58% av indeksens markedsverdi [8]. Med andre ord vil kursbevegelsene til disse selskapene påvirke indeksen mer enn det de andre selskapene i indeksen vil gjør.

OBX er Oslo Børs viktigste indeks og kan handles i gjennom børsnoterte futures og opsjoner i tillegg til ulike ugirede og girede børshandlede porteføljer hvor sistnevnte ofte tituleres som Bull og Bear produkter. Indeksen har 2 viktige funksjoner på 2 ulike økonomiske nivåer; finansiell økonomi og makroøkonomi. I det første tilfellet fungerer indeksen som en proxy for den uobserverbare markedsporteføljen som inngår i porteføljeteorien og kapitaverdimodellen. Det innebærer at OBX indeksen kan tolkes som markedet og ved å handle OBX indeksen kan man også holde markedet. Fra porteføljeteorien vet vi at markedetsportefølja har den største Sharpe ratioen. Slik sett er det mulig å finne porteføljer med samme Sharpe ratio men ikke større. I det andre tilfellet fungerer indeksen som en medsyklisk og ledende konjunkturindikator for den norske økonomien. Det innebærer at indeksen (deflatert/dividert med for eksempel konsumprisindeksen) er høyere eller lavere enn sitt eget trendnivå samtidig som den økonomiske aktiviteten (representert med BNP målt i faste priser) i Norge er høyere eller lavere enn sitt eget trendnivå (positiv korrelasjon) og at indeksen stiger eller faller mer enn sin egen veksttrend før den økonomiske aktiviteten stiger eller faller mer enn sin egen veksttrend [35, Kapittel 7].

Dataen har vi fått fra Oslo Børs og inneholder 18 år med daglige priser som spenner fra 77.99 noteringen den 02. Januar 1996 til 503.58 noteringen den 30. Desember 2013. Dataene tas for å være pålitelige og nøyaktige siden det ikke er noe som skulle tilsi noe annet. Figur 3 viser indeksens kursutvikling over disse 18 årene. De første 6 årene viser en indeks som veksler to ganger på å øke litt og falle litt før den får en 5 årsperiode med en tydelig positiv trend. Deretter kommer ett større fall og økning i siste halvdel av 2007 til

---

<sup>18</sup>Det europeiske økonomiske samarbeidsområde også kalt european economic area (EEA)

Figur 3: Prisserien til OBX indeksen: 02.01.1996 - 30.12.2013.



første halvdel av 2008. Det går ikke tydelig frem fra figuren men indeksen hadde sin 2008 toppnotering den 22 Mai 2008 med 462.70 og sin 2008 bunnotering den 21 November 2008 med 162.92. Indeksen hadde med andre ord ett cirka 65 % fall over ett halvt års tid noe som reflekterer Finanskrisen i denne perioden. Fra bunnoteringen i 2008 ser vi en indeks som øker kraftig i den første tiden frem til slutten av cirka 2010 før den igjen stabiliserer seg noe igjen før den igjen får påfølgende opp- og nedganger hvor nettoeffekten over de siste 5 årene har en klar positiv trend. Alt dette viser er at det er umulig å vite hvor prisen vil være bare vi gir den nok tid og det er ett kjennetegn på en ikke-stasjonær data genererende prosess. En prosess hvor forventningsverdi, varians og kovarians endrer seg med tiden vil umuliggjør statistisk inferens. For eksempel vil en tosidig t-test for å teste om den gjennomsnittlige aritmetiske prisen er signifikant forskjellig fra for eksempel 200 være uten verdi.

### 3.2.1 Avkastning

Ved å transformere om indeksens daglige priser til daglige logaritmiske priser og ved å foreta en påfølgende differensiering av de daglige logaritmiske prisene fremkommer de daglige logaritmiske avkastningene til indeksen i figur 4a. Den svarte horisontale heltrukne linjen som er gitt i figuren er estimatet på den forventede daglig logavkastningen og er blitt estimert med det vanlige aritmetiske gjennomsnittet fra alle de historiske daglige logavkastningene til indeksen. Estimatet er på 0.04% og som figuren viser krysser de daglige logavkastningene hyppig denne verdien. Indeksens logavkastninger er i en vis grad predikerbare; enten ligger de over eller så ligger de under sin middelvei. Indeksens pris

Tabell 2: Deskriptiv statistikk av de logaritmiske dagsavkastningene og de årlige enkle avkastningene til OBX indeksen: 03.01.1996 - 30.12.2013.

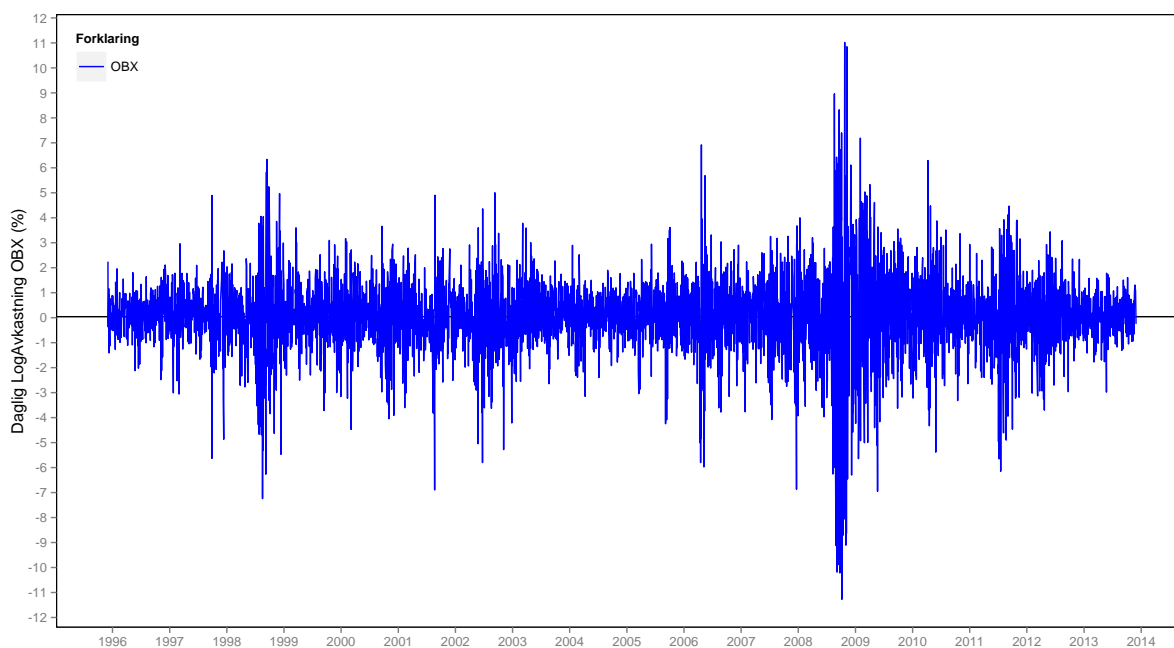
<b>OBX (%)</b>	Daglig Logavkastning	Årlig Enkel Avkastning
Antall observasjoner	4516	18
Minimum	-11.27	-52.82
Maksimum	11.02	70.40
<u>Størrelse og presisjon</u>		
på estimert forventningsverdi:		
Aritmetisk gjennomsnitt (p-verdi)	0.04 (7.71)	15.82 (4.81)
Standardfeil	0.02	7.43
95% Konfidensintervall:		
Nedre	0.00	0.15
Øvre	0.09	31.49
Historisk standardavvik	1.5694	31.5160
Historisk varians (desimalform)	0.0246	0.0993

serie derimot kunne vært hvor som helst bare vi hadde gitt den nok tid. Logavkastningene følger ingen «random walk» slik som prisserien gjorde og indeksens logavkastninger beveger seg hele tiden rundt sin egen middelvei etter hvert som tiden farer fremover. Dette er en egenskap som kjennetegner en stasjonær data genererende prosess. Det er ikke nødvendigvis like lett å skille en avkastningsserie fra å være stasjonær og ikke-stasjonær når man vurderer ett kortere tidsintervall som for eksempel én 3 måneders periode i 2008. Året 2008 var ett år med mye uro i de finansielle markedene og det kan sees både fra figur 4a og figur 4b. Sistnevnte figur<sup>19</sup> gir en oversikt over de årlige enkle avkastningene på indeksen i tillegg til at det er lagt inn informasjon om størrelsen og presisjonen på estimatet for den årlige forventede enkle avkastningen. Den forventede årlige enkle avkastningen er estimert til 15.8% på samme måte som estimatet for de daglige logavkastningene ble estimert og estimatets presisjon er gitt med det røde gjennomsiktige rektanglet. Dette rektangelet avgrensner ett 95% konfidensintervall for den estimerte forventningsverdien. Tabell 2 gir en kort oversikt over noen av de viktigste statistiske størrelsene for indeksens daglige logavkastninger og de årlige enkle avkastningene. Ved å relatere tabellen til figur 4a og figur 4b ser vi at minimums- og maksimumsverdien kom i 2008 med -11.27% og 11.02% for de daglige logavkastningene og i 2008 og 2009 med -52.82% og 70.40% for de årlige enkle avkastningene. Dette er verdier som vil påvirke det aritmetiske gjennomsnittet mer enn de andre verdiene og som dermed vil ha en stor påvirkning på de estimerte forventede avkastningene. Videre er det kun estimatet på den årlige forventede logavkastningen som

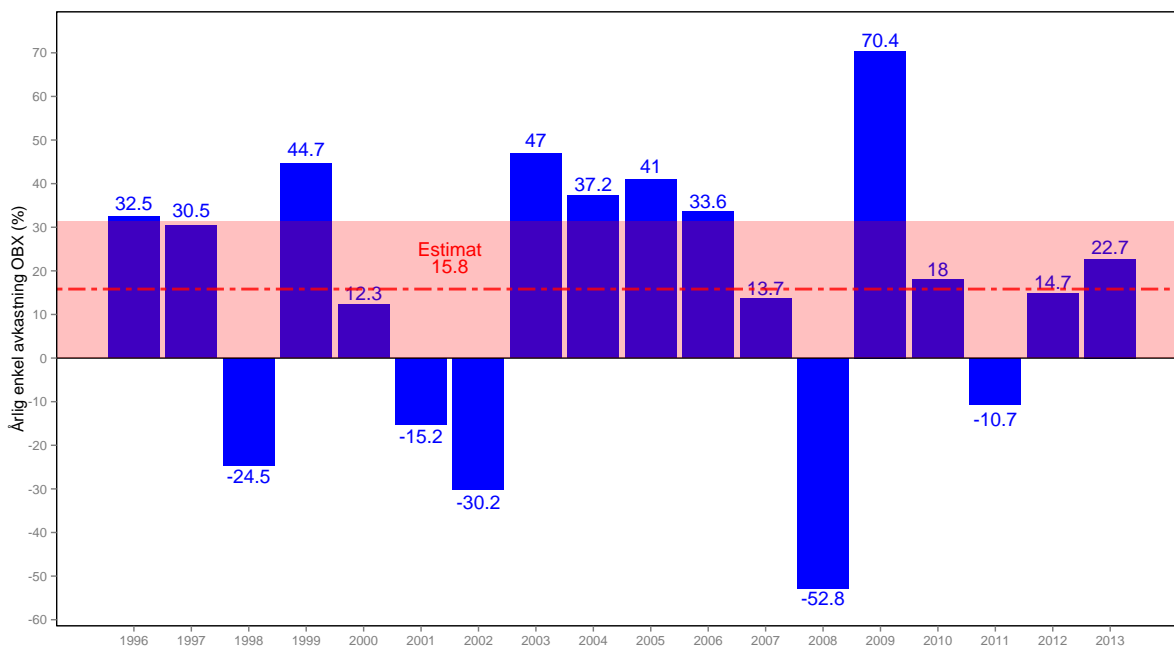
<sup>19</sup>Figuren er inspirert av tilsvarende figur fra Oslo Børs [9].

Figur 4: Historiske avkastninger OBX: 03.01.1996 - 30.12.2013

(a) Logaritmiske dagsavkastningene OBX.



(b) Årlige enkle avkastninger OBX.



er signifikant på ett 5% nivå (se p-verdi eller det spesifiserte 95% konfidensintervallet)<sup>20</sup>.

<sup>20</sup>For de årlige ble det brukt en symmetrisk t-fordeling siden vi kun hadde 18 observasjoner.

Til slutt ser vi 2 historiske standardavvik som sier noe om spredningen og usikkerheten i avkastningene. Denne er gitt som 1.57% for de daglige logavkastningen og 31.52% for de årlige enkle avkastningene.

De daglige logavkastningene for OBX kan estimeres med følgende modell når logavkastningene er uavhengige og identisk normalfordelte<sup>21</sup>:

$$r_t = \mu + \sigma z_t, \quad z_t \sim \mathcal{N}(0, 1) \quad (8)$$

Ligning (8) sier at den daglige logavkastningen er lik summen av en konstant, her  $\mu$  og ett stokastisk feilledd (error term), her en stokastisk standard normalfordelt variabel  $z_t$  skalert med en konstant  $\sigma$ . Det siste leddet  $\sigma z_t$  kan sies å representere tilfeldige nyhetssjokk  $z_t$  som skaleres med nyhetsvolatiliteten  $\sigma$  [49]. Den forventede daglige logavkastningen er lik  $\mu$  mens den uforventede avkastningen tilsvarer avkastningsavviket mellom den tilfeldige logavkastningen og den forventede logavkastningen og er gitt ved det skalerte nyhetssjokket  $\sigma z_t$ . Fra dette kan det slutes at modellen er godt egnet til å forklare den stasjonære daglige logavkastningsserien som vi ser i figur 4a hvor noen logavkastninger ligger over og noen ligger under estimatet på forventningsverdien/middelverdien  $\mu$ .

### 3.2.2 Tidsvarierende volatilitet

Figur 4a viser hvordan store logavkastninger ser ut til å følge store logavkastninger og hvordan små logavkastninger ser ut til å følge små logavkastninger. Disse sekvensene av «volatilitetsklumping», også kalt heteroskedastisitet antyder at det er en avhengighet mellom de daglige logavkastningene. Denne avhengigheten i logavkastningene klarer ikke den enkle modellen i ligning (8) å fange opp slik at residualene fra en estimering vil ikke være en tilnærmet «gaussisk hvit støy»<sup>22</sup>. Dette kan løses ved å modellere inn den tidsvarierende volatiliteten i feilleddet og ved å la den tidsvarierende volatiliteten følge en modell som fanger opp logavkastningenes data genererende volatilitetsprosess. Siden det eksisterer heteroskedastisitet i logavkastningene bør det merkes at det eksisterer ett skille mellom den ubetingede ( $\sigma$ ) og den nevnte tidsvarierende volatiliteten som også kalles for den betingede volatiliteten ( $\sigma_t$ ). Den første refererer seg til volatiliteten over hele tidsperioden som vurderes, mens den siste refererer seg til volatiliteten i en gitt tidsperiode betinget på hva som har skjedd i tiden før og opptil tidsperioden. Denne informasjonen kan oppsummeres matematisk i ett informasjonssett som består av alle de tidligere prisene og avkastningene til indeksen ( $\Omega$ ). Det finnes mange volatilitetsmodeller å velge mellom, både

<sup>21</sup>Logavkastningene er uavhengige (ingen seriekorrelasjon) og identiske (forventningsverdi og varians er konstant over tid). På engelsk forkortes det til i.i.d = independent and identical distributed.

<sup>22</sup>En gaussisk hvit støy innebærer at residualene er uavhengige og identisk normalfordelte med forventningsverdi lik null.

deterministiske og stokastiske. Vi velger å bruke den deterministiske og symmetriske<sup>23</sup> GARCH(1,1) modellen for å få ett inntrykk av når markedet hadde de lave og normale volatilitetsperiodene og når markedet hadde de høye volatilitetsperiodene. At den betingede volatilitetsmodellen er deterministisk innebærer at den standard normalfordelte variabelen  $z_t$  fra den data genererende avkastningsprosessen også er «motoren» bak den data genererende volatilitetsprosessen. På den måten styrer  $z_t$  begge prosessene. En stokastisk betinget volatilitetsmodell ville på sin side hatt sin egen stokastiske variabel korrelert med, men ulik  $z_t$ . De daglige logavkastningene forutsettes nå å være betingede normalfordelte med følgende modellrelasjoner:

$$r_t = \mu + \epsilon_t \quad , \quad \epsilon_t = \sigma_t z_t \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \epsilon_t | \Omega_{t-1} &\sim \mathcal{N}(0, \sigma_t^2) \\ \sigma_t^2 &= \omega + \alpha \epsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \end{aligned} \quad (10)$$

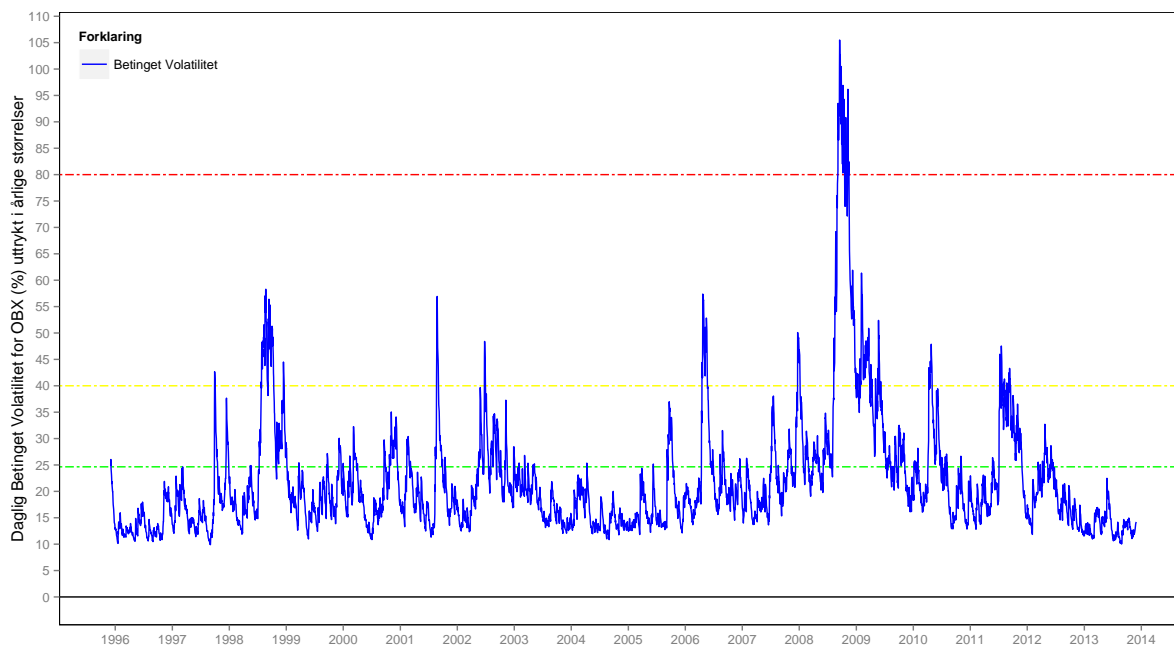
Fra GARCH spesifikasjonen i ligning (10) ser vi at store skalerte nyhetssjokk  $\epsilon_t$  og eller volatilitet  $\sigma_t$  følger store skalerte nyhetssjokk  $\epsilon_{t-1}$  og eller volatilitet  $\sigma_{t-1}$  og motsatt og det var akkurat dette vi kunne observere fra indeksens logavkastninger i figur 4a hvor store og små logavkastninger klumpet seg sammen. Når både  $\alpha$  og  $\beta$  er null samtidig er vi tilbake igjen til modellen gitt i ligning (8) med konstant volatilitet. Fra de historiske daglige logavkastningene til OBX kan vi estimere modellen og tegne inn den historiske estimerte betingede volatiliteten. Dette er gjort i figur 5 hvor den estimerte historiske daglige betingede volatiliteten er uttrykt som en årlig størrelse med den proposjonale tidsregelen<sup>24</sup>. At den daglige volatiliteten er gitt som en årlig størrelse gjør den forhåpentligvis lettere å relatere seg til. Den grønn stiplede horisontale linjen er den ubetingede volatiliteten<sup>25</sup> over perioden og vil fungere som en referanse for hva som tilsvarer en normal volatilitetsperiode for indeksen. Den ubetingede daglige volatiliteten er gitt som 24.67% i en årlig størrelse i figur 5 noe som tilsvarer en daglig størrelse lik 1.56%. Denne daglige størrelsen er nesten identisk med det historiske daglige standardavviket på 1.57% i tabell 2. Figuren viser videre hvordan den ubetingede volatiliteten i all hovedsak ligger midt mellom den laveste og høyeste betingede volatiliteten med unntak av siste halvdel av 2008 til slutten av første halvdel av 2009. Her er den betingede volatiliteten svært høy noe som gjenspeiler Finanskrisen. Ser vi bort fra tidsperioden for Finanskrisen vil den horisontale gul stiplede linjen som treffer mange av indeksens volatilitetsstopper ved 40% være ett mål på hva som vil være en høy volatilitet for indeksen. Det er også tegnet inn en rød stiplet linje

<sup>23</sup>Det finnes mer sofistikerte asymmetriske GARCH modeller som hensyntar at dårlige nyheter har en større påvirkning på volatiliteten enn positive nyheter.

<sup>24</sup>Å bruke den proposjonale tidsregelen på den daglige tidsvarierende volatiliteten kan virke som ett paradoks, men det er kun gjort for å få ett bedre inntrykk av de daglige størrelsene.

<sup>25</sup>Den ubetingede volatiliteten er gitt som:  $\sigma = \sqrt{\frac{\omega}{1-(\alpha+\beta)}}$ . Det er lett å se at  $\alpha + \beta < 1$  og  $\omega \geq 0$  for at den ubetingede volatiliteten skal være definert og positiv.

Figur 5: Den tidsvarierende volatiliteten til de logaritmiske dagsavkastningene OBX: 03.01.1996 - 30.12.2013.



som prøver å si noe om volatiliteten til indeksen under Finanskrisen. Den årlige størrelsen på 80% er mer ett unntak og vil ikke bli betraktet noe videre. Den grønne stiplede linjen som representerer en slags normal volatilitet for indeksen og den gul stiplede linjen som gjenspeiler en slags høy volatilitet for indeksen vil derimot benyttes videre. I påfølgende deler av oppgaven vil indeksens normale volatilitet bli representert med det historiske standardavviket, mens indeksens høye volatilitet vil bli representert med en årlig størrelse på 40%. Det skal vise seg at indeksens volatilitet er kritisk for Bull og Bear produktene når disse holdes lengre enn én dag.

I neste seksjon presenteres simuleringsmodellen som forutsetter uavhengige og identiske normalfordelte avkastninger.

### 3.3 Lognormale Modellen

Simuleringsmodellen som er fremstilt i denne seksjonen er utledet i appendiks A.1 og vil være motoren som genererer resultatene i den teoretiske analysen som kommer litt senere. Modellens parameterestimer vil bli basert på OBX dataen i forrige seksjon.

I seksjon 3.2.1 ble det ved ligning (8) gjengitt en modell; en enkel regresjonsmodell som grovt kan brukes til å estimere eller forklare de historiske daglige logavkastningene for OBX indeksen. I denne modellen kan parametrene  $\mu$  og  $\sigma^2$  estimeres med det historiske aritmetiske gjennomsnittet og det historiske utvalgsstandardavviket<sup>26</sup>. Estimeringsmodellen er gjengitt under hvor den matematiske forventningsverdien er tatt for både avkasning og pris<sup>27</sup>:

$$r_t \equiv \ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right) = \mu + \sigma z_t, \quad z_t \sim \mathcal{N}(0, 1) \quad (11)$$

$$\mathbb{E}[r_t] = \mu, \quad \mathbb{E}[S_t] = S_{t-1}e^{\mu + \frac{1}{2}\sigma^2} \quad (12)$$

Den estimerte modellen vil gi indeksen den forventede logavkastningen, men ikke den forventede prisøkningen. Faktisk vil den estimerte modellen gi priser som er forventnings-skjeve oppover hvis den hadde blitt brukt som en simuleringsmodell. Det kan sees ved at den forventede vekstraten for fremtidige priser ville tilsvart  $\mu + \frac{1}{2}\sigma^2$  noe som er større enn underliggendes historiske vekstrate  $\mu$ . Det er usikkerheten i modellen representert med den standard normalfordelte variabelen  $z_t$  i kombinasjon med den eksponensielle funksjonen som gir kildene til de forventede overestimerte prisene og som også vil aktivere Jensens Ulikhet [30, Kapittel 18]. Jensens ulikhet sier at forventningsverdien av en stokastisk funksjon er forskjellig i fra forventningsverdien av den stokastiske variabelen evaluert i funksjonen. Siden  $e^{(\bullet)}$  er en konveks funksjon vil en manipulering av (11) føre til at  $\mathbb{E}[S_t] > S_{t-1}e^{\mathbb{E}[r_t]}$  noe som også kan sees fra ligning (12). Fra dette fremgår det at modellen ikke kan benyttes i simuleringsøyemed uten at driftsledet nedjusteres med en halv varians på følgende måte:

$$r_t \equiv \ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right) = \mu - \frac{1}{2}\sigma^2 + \sigma z_t, \quad z_t \sim \mathcal{N}(0, 1) \quad (13)$$

$$\mathbb{E}[r_t] = \mu - \frac{1}{2}\sigma^2, \quad \mathbb{E}[S_t] = S_{t-1}e^{\mu} \quad (14)$$

Den enkle simuleringsmodellen gitt ved ligning (13) har oppstått fra en enkel Brownsk bevegelse og er utledet på en omstendelig måte bak i appendikset A.1. Det samme har forventningsverdiene gitt i ligning (14) sammen med tilhørende varians og median. Den enkle estimeringsmodellen gitt ved ligning (11) er med andre ord ikke bare tilfeldig nedjustert, men også ett resultat av en matematisk utledning basert på relativ tung teori.

<sup>26</sup>Se appendiks A.3

<sup>27</sup>Utledningen av forventningsverdien av en pris er gitt i slutten av appendiks A.1



Simuleringsmodellen gitt i ligning (13) kalles for den lognormale modellen på dagsbasis og regnes for å være «arbeidshesten» i finans. Vi opplever nå at den forventede vekstraten for fremtidige priser i ligning (14) vil tilsvare den historiske vekstraten  $\mu^{28}$  noe som gjør modellen egnet for å simulere fremtidige priser. Estimatorene på parametrene er de samme som for estimeringsmodellen. Det er verdt å merkes seg at når vi går fra estimeringsmodellen til simuleringsmodellen går vi også fra driftsleddet  $\mu$  som estimeres med den aritmetiske gjennomsnittet til det justerte driftsleddet  $\mu - \frac{1}{2}\sigma^2$  som kan estimeres med det aritmetiske gjennomsnittet minus en halv historisk varians. Sistnevnte vil være tilnærmet ekvivalent med det geometriske gjennomsnittet når de daglige logavkastningene er normalfordelte [31].

Nå har vi fått på plass det vi trenger for å få de teoretiske resultatene og disse resultatene er gitt i påfølgende avsnitter.

### 3.4 Investeringshorisont og normal volatilitet

Nå kan mye av den teorien vi har vært igjennom settes i sammen med det formålet å visualisere avkastningsprofilen til produktene over tid. Blant annet vil simuleringene bli basert på den utledede modellen i ligning (13) hvor vi definerer  $s_t \equiv \ln S_t$ :

$$s_t = s_{t-1} + \mu - \frac{1}{2}\sigma^2 + \sigma z_t, \quad z_t \sim \mathcal{N}(0, 1) \quad (15)$$

$S_0$  settes til 1 for enkelthetens skyld, noe som innebærer at  $s_0 = 0$ . Fra den daglige historiske prisserien til OBX indeksen kalkuleres de daglige logavkastningene med uttrykket i ligning (3). Fra disse blir det aritmetiske gjennomsnittet og det historiske standardavviket regnet ut. Disse vil bli modellens parameterestimerer på  $\mu$  og  $\sigma$  og har allerede blitt gitt i tabell 2 i seksjon 3.2.1. Alt i alt simuleres modellen 10 000 ganger hvor hver simulering simulerer 250 daglige logavkastninger, hvor 250 dager vil tilsvare ett handleår. Fra dette kan vi spesifisere simuleringsmodellen på følgende måte for  $t = 1, 2, 3, \dots, 250$  og  $n = 1, 2, 3, \dots, 10\,000$  hvor estimatorene er gitt på en mer nøyaktig desimalform enn det som fremkommer av tabell 2:

$$\tilde{s}_t^n = 0.000413012 - \frac{1}{2}(0.01569414)^2 + 0.01569414z_t, \quad z_t \sim \mathcal{N}(0, 1) \quad (16)$$

Parametrene i modellen er gitt i daglige størrelser noe som kan være litt vanskelig å forholde seg til. Ved å bruke de proposjonale tidsreglene på de daglige parameterestimatorene vil vi ankomme de årlige parameterestimatorene som vil tilsvare cirka 10.33% for  $\mu$  og 24.81% for  $\sigma^{29}$ . Ved å definere det daglige tidsintervallet som en andel av ett år på følgende måte  $\Delta t = \frac{1}{250}$  kan vi sette opp modellen i en årlig drakt hvor tid og parameterestimat er

---

<sup>28</sup> $\ln\left(\frac{\mathbb{E}[S_t]}{S_{t-1}}\right) = \mu$

<sup>29</sup> $\sigma_{\text{År}} = \sqrt{250}\sigma_{\text{Dag}}$  og  $\mu_{\text{År}} = 250\mu_{\text{Dag}}$

presentert i årlige størrelser<sup>30</sup>

$$\tilde{s}_t^n = \left(0.103253 - \frac{1}{2}(0.248146)^2\right) \frac{1}{250} + 0.248146z_t\sqrt{\frac{1}{250}}, \quad z_t \sim \mathcal{N}(0, 1) \quad (17)$$

Modellen er kalibrert på de historiske prisdatene hvor den presterte som det var forventet at den skulle gjøre. Simulerte prisbaner er gitt ved  $\tilde{S}_t^N = e^{\tilde{s}_t^N}$ . Fra hver av de 10 000 simulerte OBX prisseriene kan de enkle daglige OBX avkastningene regnes ut ved hjelp av ligning (1). Vi bruker enkle og ikke logaritmiske siden de daglige avkastningene til alle finansielle produkter også Bull og Bear produktene beregnes slik. Fra de enkle daglige OBX avkastningene kan de hypotetisk Bull og Bear produktene konstrueres hvor deres daglige avkastningsmål er gitt som giringsfaktoren ganger den daglig enkle OBX avkastningen. Vi vurderer en giringsfaktor på 2 og 4 for Bull produktene og -2 og -4 for Bear produktene. Til slutt kan man for hvert produkt og for hver av de 10 000 daglige enkle avkastningsseriene regne ut den kumulative periodeavkastningen for de ulike holdeperiodene. Dette kan gjøres ved hjelp av ligning (2) og ligning (6). Resultatene nedenfor er generert av statistikkprogramet R<sup>31</sup>.

De visuelle resultatene fra simuleringene er vist under og viser hvilke typer Bull og Bear avkastninger man kan forvente for ulike typer OBX avkastninger når holdeperioden for de hypotetiske produktene er 1 dag, 5 dager (1 uke), 10 dager (2 uker), 100 dager (20 uker) og 250 dager (ett år). Selv om resultatene kun vises for 5 ulike holdeperioder hadde ikke vært noe i veien for å vist simuleringresultatene for andre eller flere holdeperioder. De fleste punktdiagrammene nedenfor er konstruert som ett to-i-ett-diagram med ett minidiagram og ett hoveddiagram, hvor det øvre minidiagramet i de fleste hoveddiagrammene viser de uttømmende simuleringresultatene for den spesifikke holdeperioden, mens selve hoveddiagrammet tilsvarer det røde transparente rektangulære utsnittet fra minidiagramet. Hensikten har vært å la minidiagramet fokusere på helheten og de ekstreme utfallene, mens hoveddiagrammene fokuserer mer på de mer realistiske utfallene.

Det skilles mellom tre ulike forventede Bull og Bear avkastninger i punktdiagrammene. Den første typen er de simulerte Bull og Bear avkastningene fra simuleringsmodellen som vil utgjøre selve hovedattraksjonen i diagrammene. Disse er de blå og runde transparente punktene i figurene og tilsvarer produktenes simulerte avkastningsmål for de ulike investeringsperiodene. Den andre typen er den naive forventede avkastningen. Den er fremstilt som en svart lineær linje i punktdiagrammene. Linjen har stigningstall 2 i Bull diagrammene og -2 i Bear diagrammene i seksjon 3.4.1 og 4 og -4 i seksjon 3.4.2. Gjør produktene det bedre enn den naive forventede avkastningen vil de blå punktene ligge over linja (positivt compoundingsavvik) og gjør de det dårligere vil de blå punktene ligge under (negativt compoundingsavvik). Det gjelder både for Bull og Bear produktet. Til slutt er

---

<sup>30</sup>En mer detaljert beskrivelse av overgangen mellom modellen på daglig form og årlig form er gitt i appendiks A.1.

<sup>31</sup>Se appendiks A.5 for en beskrivelse av programvare/pakker og kode

det teoretiske kumulative avkastningsmålet til Bull og Bear produktene inkludert som den grønne linjen i diagrammene for de 4 siste holdeperiodene. Denne teoretiske avkastningen ble utledet i appendiks A.2. For Bull og Bear produktene er den i seksjon 3.4.1 gitt med ligning (44) og (46), mens de i seksjon 3.4.2 er gitt med ligning (45) og (47). Hensikten med sistnevnte har vært å evaluere passformen til det teoretiske avkastningsmålet opp mot de ulike simulerte avkastningene for de ulike OBX avkastningene. Til slutt er det også inkludert 2 vertikale dobbelstiplede blå linjer som hovedsakelig kun fremkommer i minidiagrammene. Den venstre nedre linja fremstiller 2.50% persentilet eller fraktilet, mens den høyre øvre linja fremstiller 97.50% persentilet til de simulerte OBX avkastningene. Avstanden mellom disse to linjene fremstiller ett 95% konfidensintervall for de simulerte OBX avkastningene.

Igjen, det er kun compoundingeffekten eller konsekvensen av produktdesignet over tid vi vurderer noe som innebærer at vi forutsetter at den faktiske daglige markedsavkastningen til produktene tilsvarer de daglige avkastningsmålene til produktene.

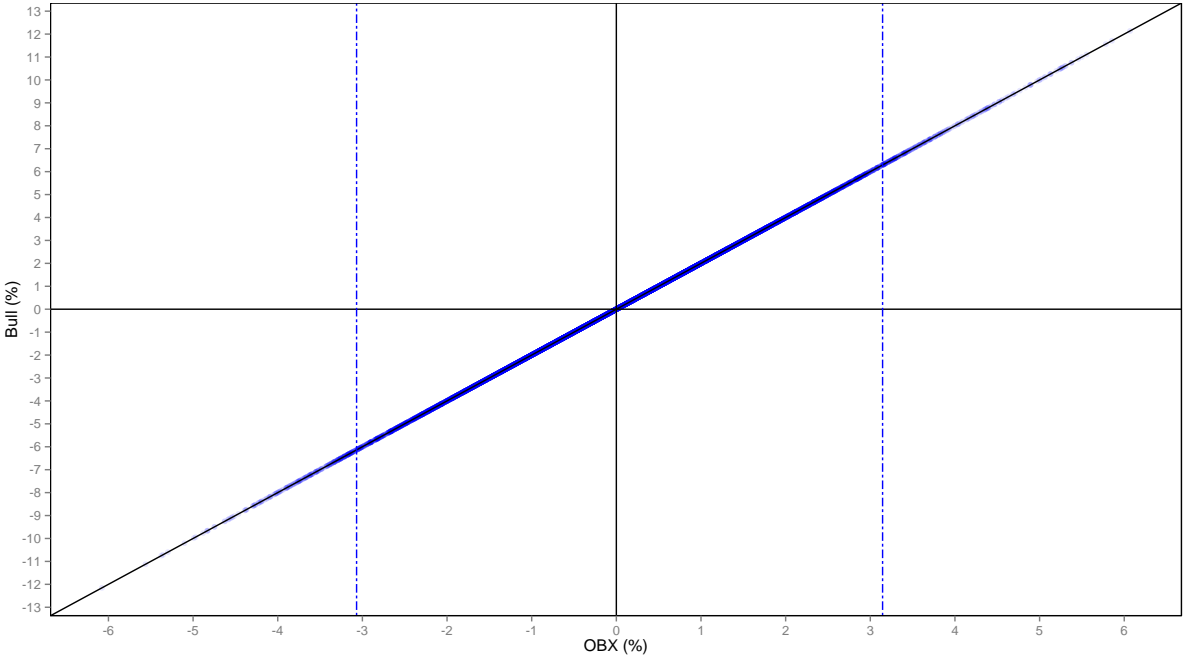
### **3.4.1 Girede børshandlede porteføljer med giring lik 2 og -2**

Resultatene for Bull og Bear produktene med en daglig giring lik 2 og -2 er gitt nedenfor. Disse produktene vil være ekvivalente med Handelsbankens girede børshandlede fond som følger OBX indeksen i en teoretisk verden.

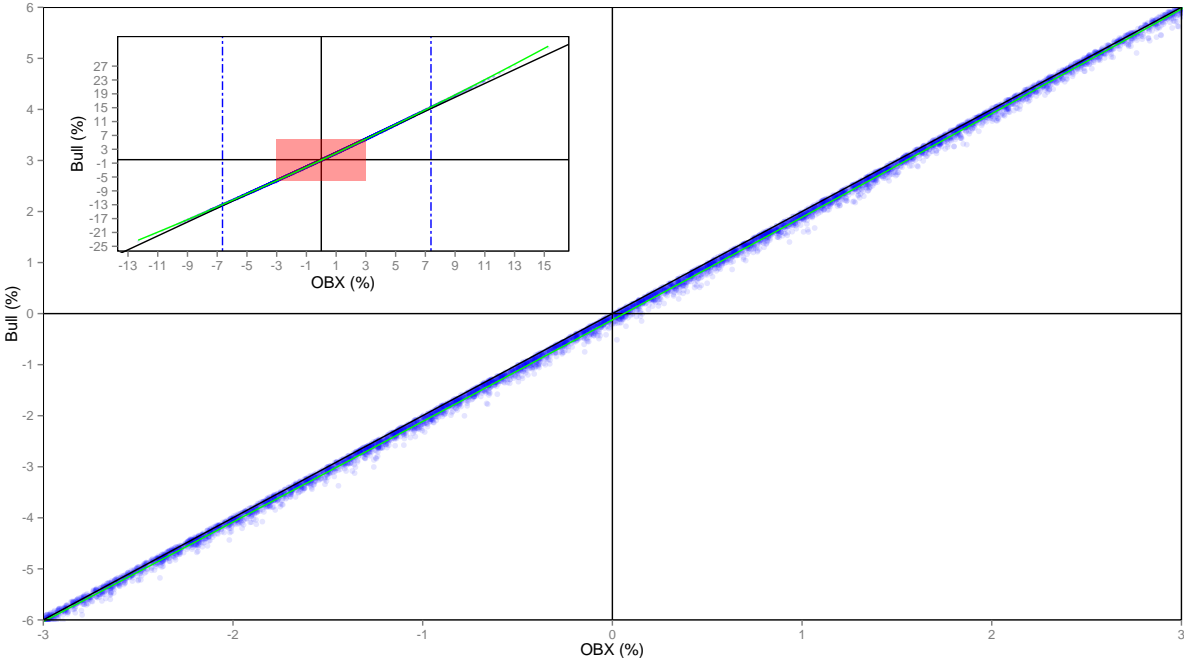
For Bull produktet fås følgende:

Figur 6: Compoundingeffektens 1 dags og 1 ukers påvirkning på Bull produktets avkastning når giringen er 2.

(a) 1 dags investeringshorisont.

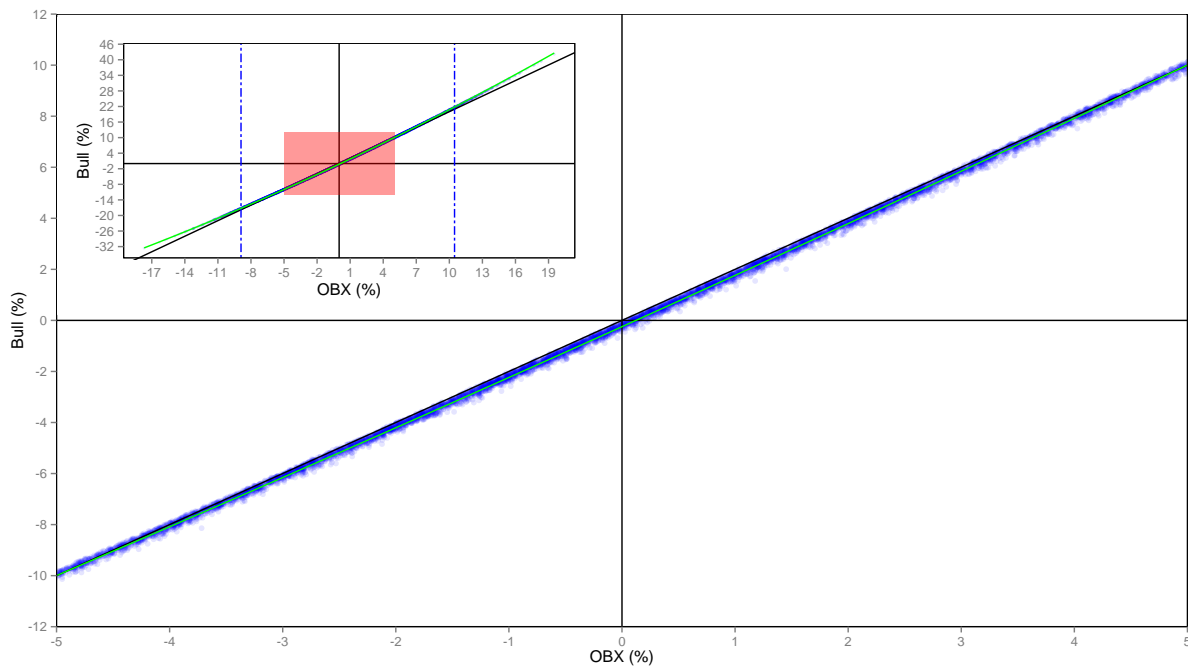


(b) 1 ukers investeringshorisont.

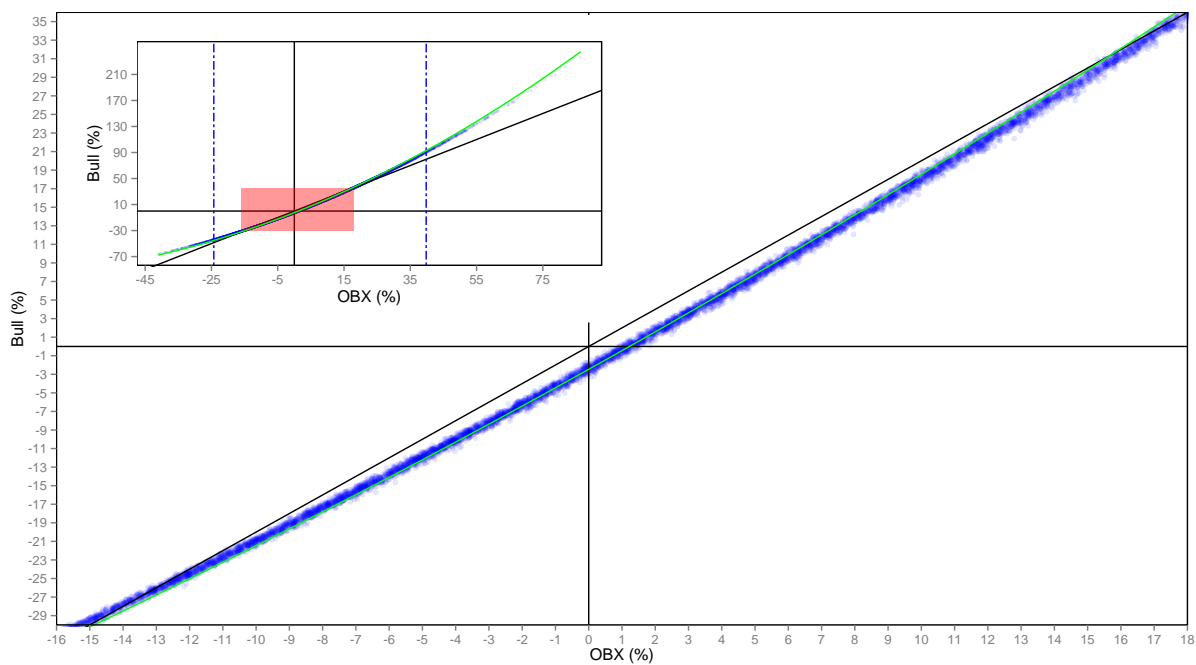


Figur 7: Compoundingeffektens 2 og 20 ukers påvirkning på Bull produktets avkastning når giringen er 2.

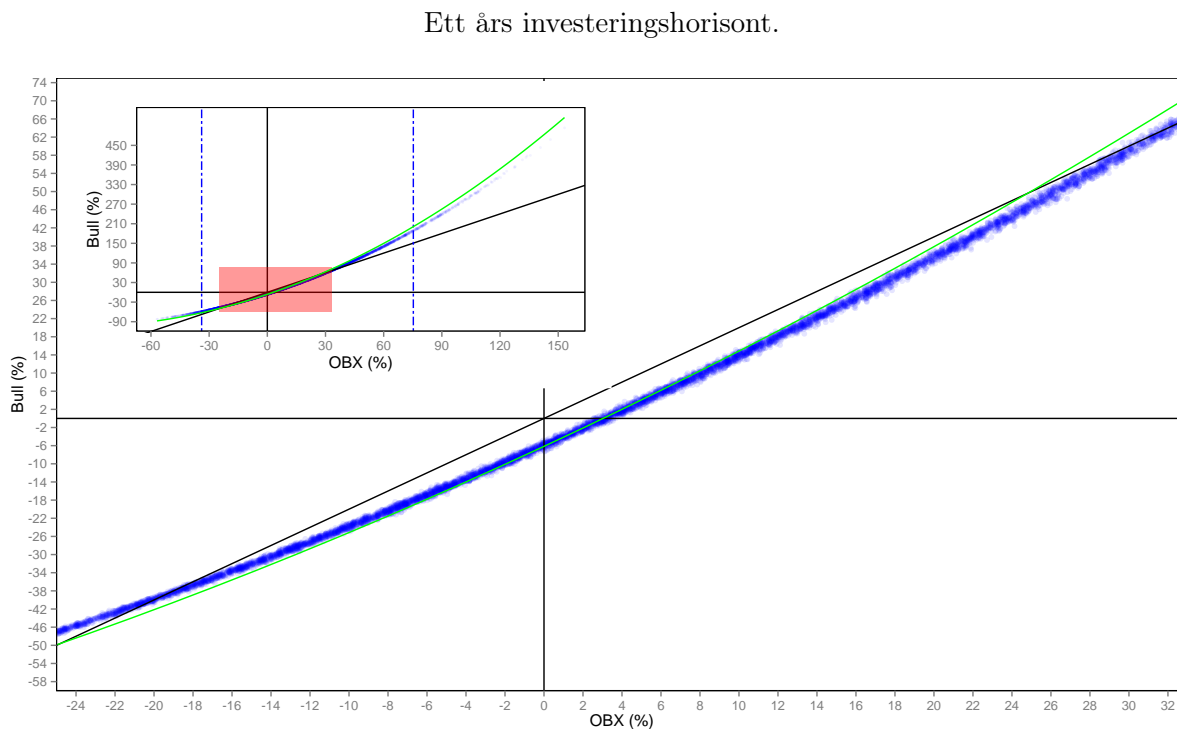
(a) 2 ukers investeringshorisont.



(b) 20 ukers investeringshorisont.



Figur 8: Compoundingeffektens 1 års påvirkning på Bull produktets avkastning når giringen er 2.



Den simulerte avkastningsprofilen til Bull produktet går fra å ha en tydelig lineær profil som sammenfaller perfekt med den naive forventede avkastningen ved en én dags holdeperiode jamfør figur 6a til å få en mer og mer ikke-lineær profil ettersom tidshorisonten for produktet økes jamfør figur 6b til figur 8. Figur 6a viser hvordan avkastningsprofilen til produktet vil se ut når compoundingeffekten ikke har noen påvirkning. Figuren viser en perfekt lineær avkastningsprofil og kan regnes som selve «benchmarken» til produktet. Etter 1 og 2 uker er det tegn på at det hypotetiske produktet gjør det både verre og bedre enn det den naive forventede avkastningen skulle tilsi jamfør figur 6b og figur 7a. Figur 7b og figur 8 viser det samme bare på en mer ekstrem måte, og ved å se bort fra det uinteressante tilfellet i figur 6a er det fremtredende hvordan det hypotetiske produktet gjør det dårligere enn forventet for middels verdier på OBX avkastningene (sees best fra hoveddiagrammene) og hvordan det hypotetiske produktet gjør det bedre enn forventet for store verdier på OBX avkastningene i begge retninger (sees best fra minipunktdiagrammene) og hvordan dette mønstret blir tydeligere og tydeligere etterhvert som holdeperioden for produktet økes. Merk også hvordan produktet vil ha en forventet avkastning lik null for en OBX avkastning lik null for en 1 dags horisont til å ha en forventet avkastning lik null for en OBX avkastning lik cirka 1% og 3% for en 20 ukers og ett års horisont. Det må altså en større og større positiv avkastning til på underliggende for at fondets verdi skal holde seg uendret jo lengre investeringshorisonten er.

Fra minidiagrammene er OBX indeksens 95% konfidensintervall gitt som intervallet

mellom de to blåstiplede vertikale linjene. Disse linjene representerer 2.50% og 97.50% persentilet til den simulerte indeksen. Bull produktet gjør det i all hovedsak dårligere enn den naive forventede avkastningen i OBX indeksens 95% konfidensintervall, men det er også antydning til at produktet kan gjøre det bedre over en lengre investeringshorisont. For en 20 ukers og en ett års horisont er det ikke helt usannsynlig at produktet kan gjøre det bedre enn den naive forventede avkastningen for de store positive og negative avkastningene som er definert i indeksens konfidensintervall. Fra en positiv OBX avkastning på cirka 25% for 20 ukers periode og fra cirka 50% for ett handleår vil man oppleve at det teoretiske Bull produktet vil gjøre det bedre enn det den naive avkastningen skulle tilsi noe som gir ett positivt compoundingsavvik. Produktet gjør det også mindre dårlig enn det den naive avkastningen skulle tilsi for noen av konfidensintervallets mest negative avkastninger noe som også gir opphavet til ett positivt compoundingsavvik. Men igjen vil positive compoundingsavvik være svært usannsynlige.

Diagrammene viser at de teoretiske avkastningene har en god passform i forhold til de simulerte avkastningene opp til en 20 ukers holdeperiode. Vi ser en grønn linje som ligger svært godt innbakt midt i det blå sløret, hvor slørets tykkelse for enhver OBX avkastning kan tolkes som en sannsynlighetsfordeling for de tilhørende Bull avkastningene. Dette gjelder spesielt for OBX avkastninger av en liten absolutt størrelse. Ved en ett års horisont ser vi lettere hvordan vi får en under- og overvurdering for store negative og store positive OBX avkastninger. At formelen har en god passform for små og mellomstore OBX avkastninger og en dårligere passform for store OBX avkastninger er ikke veldig overraskende siden både den teoretiske avkastningsformelen og simuleringmodellen forutsetter den samme geometriske Brownske bevegelsen, men hvor den teoretiske avkastningsformelen i tillegg har sitt utspring fra første- og andre- ordens taylorrekkeutvidelser evaluert for en OBX avkastning lik null. Formelen er ikke ment for store kumulative enkle indeksavkastninger.

Den teoretiske formelen har en stor svakhet siden den ikke gir noe informasjon om usikkerheten forbundet med de ulike Bull avkastningene. Den teoretiske gir kun en Bull avkastning for hver OBX avkastning, mens simuleringen på sin side gir Bull produktets sannsynlighetsfordeling for hver OBX avkastning. Noe mer presist er fordelings usikkerhet gitt ved det blå «slørets» eller det blå «båndets» tykkelse og fordelings form/høyde kan i en viss grad leses ut fra endringen i fargestyrken langs det blå båndets tverrsnitt for enhver OBX avkastning. Hvor på båndets tverrsnitt eller tykkelse man finner den sterkeste blåfargen vil også være der man finner de fleste Bull avkastningene, mens der blåfargen er lysere ligger det færre. Figurene i oppgaven ble produsert i ett vektorgrafikk format som gjør seg veldig godt når figurene i oppgavens elektroniske pdf utgave zoomes opp. Gjøres dette vil man kunne verifisere at båndet lyser sterkest langs båndets midt og svakere langs begge båndets kanter for alle Bull avkastningene og alle de 5 investeringshorisontene noe som også var som forventet. De Bull avkastningene som ligger langs båndets midt er de mest sannsynlige eller forventede Bull avkastningene for hver av de ulike OBX

avkastningene, mens de langs båndets øvre eller nedre kant gjenspeiler de mer usannsynlige Bull avkastningene for hver av de ulike OBX avkastningene. I tillegg til endringen i båndets fargestyrke langs båndets tverrsnitt har man også endringer i fargestyrken og tykkelsen langs selve båndet fra venstre til høyre i figurene. Alle figurene viser tendenser til en økt tykkelse på det blå båndet når man følger båndet fra venstre mot høyre i hoveddiagrammene noe som innebærer noe større usikkerhet rundt Bull avkastningene for store positive OBX avkastninger enn for store negative og små OBX avkastninger. Fargestyrken på båndet avtar også når man beveger seg mot venstre eller høyre ende av båndet fra midten noe som gjenspeiler få ekstreme OBX avkastninger og dermed også Bull avkastninger noe som også var som forventet.

I forbindelse med det blå båndet vil det kunne være interessant å kalkulere sannsynlighetene for tap for de ulike holdeperiodene både for indeksen og Bull produktet. Disse er blant annet gitt i figur 12. Figur 12 viser og sammenligner sannsynlighetene for tap både på OBX indeksen og Bull og Bear produktet for alle investeringshorisontene fra 1 dag opp til ett år. Sannsynlighetene for tap ved de ulike investeringshorisontene er funnet ved å dele antallet negative avkastninger på det totale antallet avkastninger for de ulike tidshorisontene. Fra figuren ser vi hvordan sannsynligheten for tap på produktet er større enn sannsynligheten for tap på indeksen for alle dager og hvordan sannsynligheten faller forsiktig og sent med antall dager produktet holdes. I tabellen 3 uttrykker  $\Delta$  og  $\Delta \%$  den absolutte og den relative endringen i sannsynligheten for tap ved å holde produktene ett år kontra å holde dem 1 dag. Til slutt er korrelasjonen mellom sannsynligheten for tap på produktene og indeksen og mellom produktene gitt. Som tabellen viser faller sannsynligheten for tap på OBX indeksen med ca 10.56% fra 49.48% ned til 38.92% i løpet av en ett års periode, mens den for Bull produktet kun faller med cirka 5.54% fra 49.48% til 43.94% noe som står i sterk kontrast til Bear produktet som vi skal komme tilbake til nedenfor. Det var forventet at sannsynligheten for tap skulle være større for Bull produktet enn for indeksen, men det var ikke helt forventet at den skulle holde seg så stabil og i tillegg falle noe. Ikke uventet er det tett opp mot perfekt lineær korrelasjon (1) mellom indeks og Bull produktet (0.9910) noe som ikke kommer overraskende gitt dems sannsynlighetsbaner i figur 12.

Det vil være meget interessant å se nærmere på de prisbanene til OBX indeksen som gav de mest negative compoundingsavvikene (hvor de blå punktene i figur 8 ligger lengst under den svarte lineære linja) og de prisbanene som gir de mest positive compoundingsavvikene (hvor de blå punktene i figur 8 ligger lengst over den svarte lineære linja) ved en ettårs holdeperiode. Figur 13 har til hensikt å bygge en bro mellom størrelsen og retningen på compoundingsavviket ved en holdeperiode tilsvarende ett handleår og den form underliggendes prisbane har hatt i tiden fra handleårets begynnelse og opp til handleårets slutt. Hvert diagram viser 10 av de 10 000 simulerte prisbanene til OBX som gav de 10 største positive og de 10 største negative compoundingsavvikene for Bull produktet og Bear produktet. De prisbanene som genererte de mest negative compoundingsavvikene

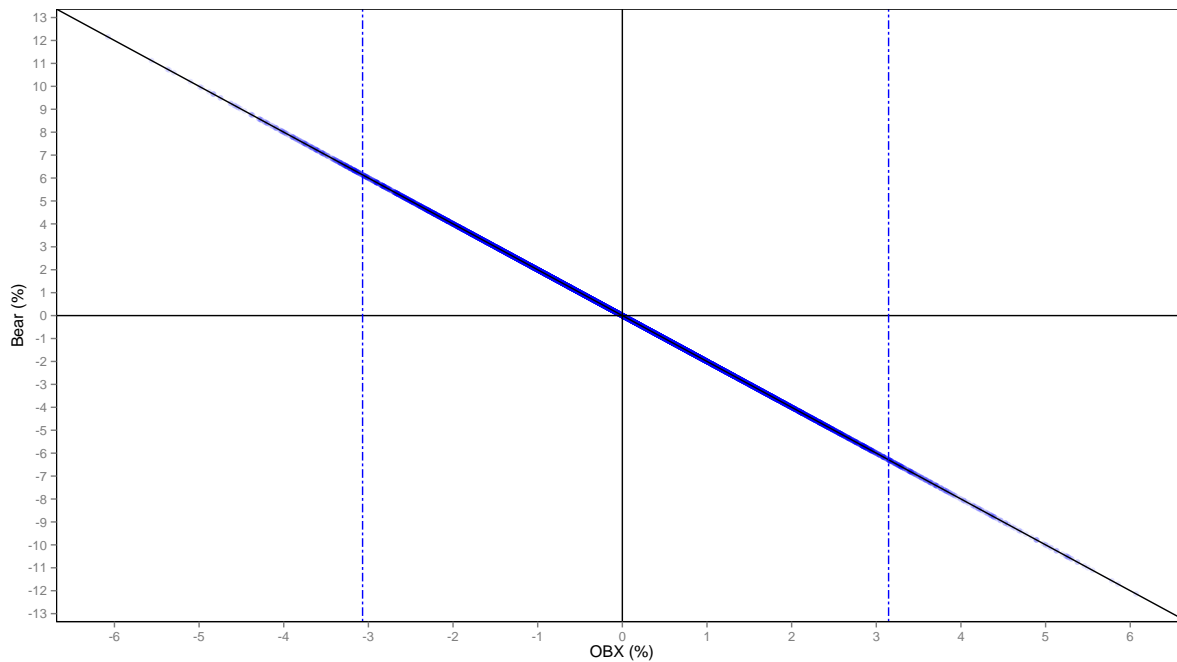


har blitt gitt i figur 13a for Bull produktet og de prisbanene som genererte de mest positive compoundingsavvikene har blitt gitt i figur 13b for Bull produktet. Figur 13a viser usymetriske prisbaner som faller og øker og slik fortsetter hver av dem opp til 250 dager eller ett handleår hvorav den totale prisendringen i løpet av perioden for de ulike prisbanene ligger i størrelsesorden 0.05 til 0.20 kroner. De fleste av prisbanene gir fra dette en helt ok lav positiv periodeavkastning, men det ser ikke ut til å ha hjulpet når det er så mye variasjon i de daglige prisene som det har vært. Fra figur 13b er ting noe annerledes. Her viser prisene en klar oppadgående drift, ja en tilnærmet lineær drift hvor prisene bare øker og øker opp til 250 dager og hvor variasjonen i de daglige prisene er relativt liten. Den totale prisendringen iløpet av perioden har vært formidabel og ligger i størrelsesorden 1.20 til 1.50 kroner for de ulike prisbanene. Bull produktet totalt sett ser ut til å prestere over all forventning over lengre tidshorisonter når underliggende har en klar positiv trend med liten variasjon i prisene noe som også bærer med seg en stor enkel periodeavkastning. Produktet presterer på den annen side langt under pari når underliggendes prisserier ikke har noen klar drift og hvor det i tillegg er mye variasjon i de daglige prisene. Den atferden medfører blant annet en liten realisert positiv periodeavkastning på OBX indeksen.

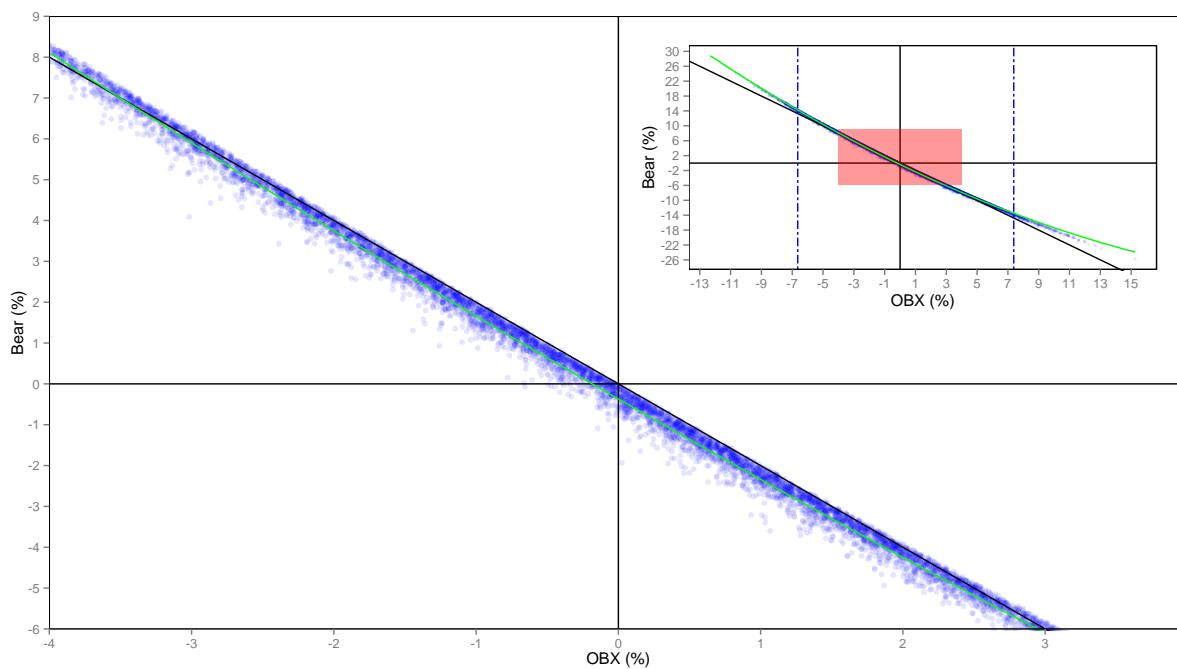
For Bear produktet fås følgende:

Figur 9: Compoundingeffektens 1 dagers og 1 ukers påvirkning på Bear produktets avkastning når giringen er -2.

(a) 1 dags investeringshorisont.

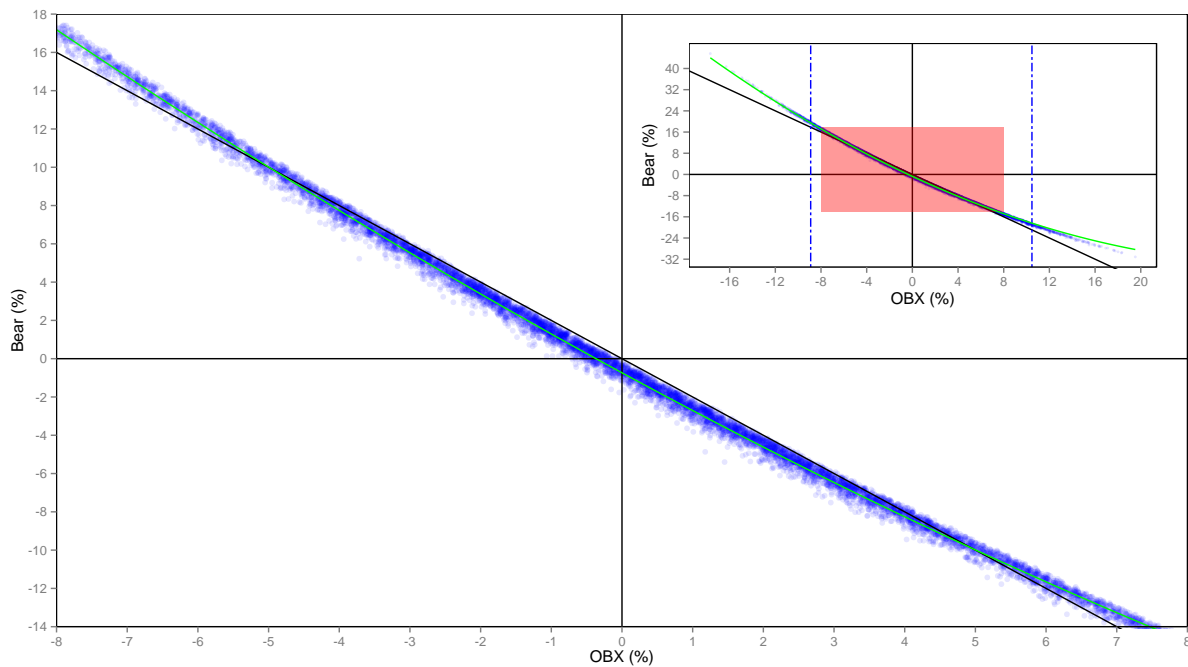


(b) 1 ukers investeringshorisont.

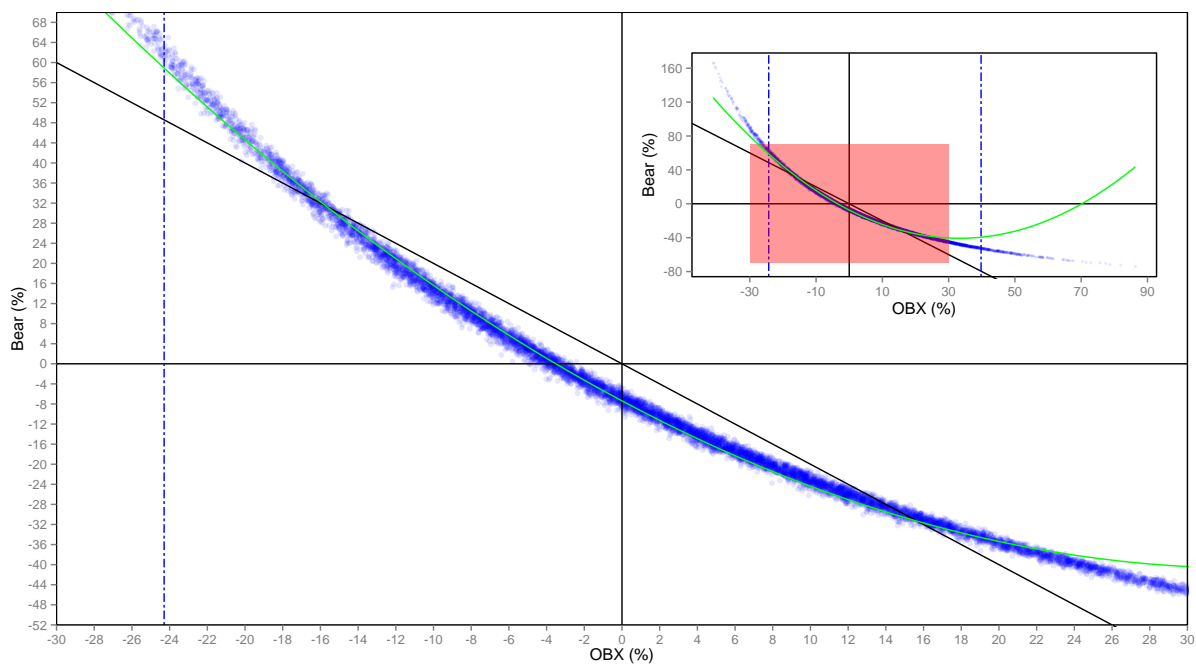


Figur 10: Compoundingeffektens 2 ukers og 20 ukers påvirkning på Bear produktets avkastning når giringen er -2.

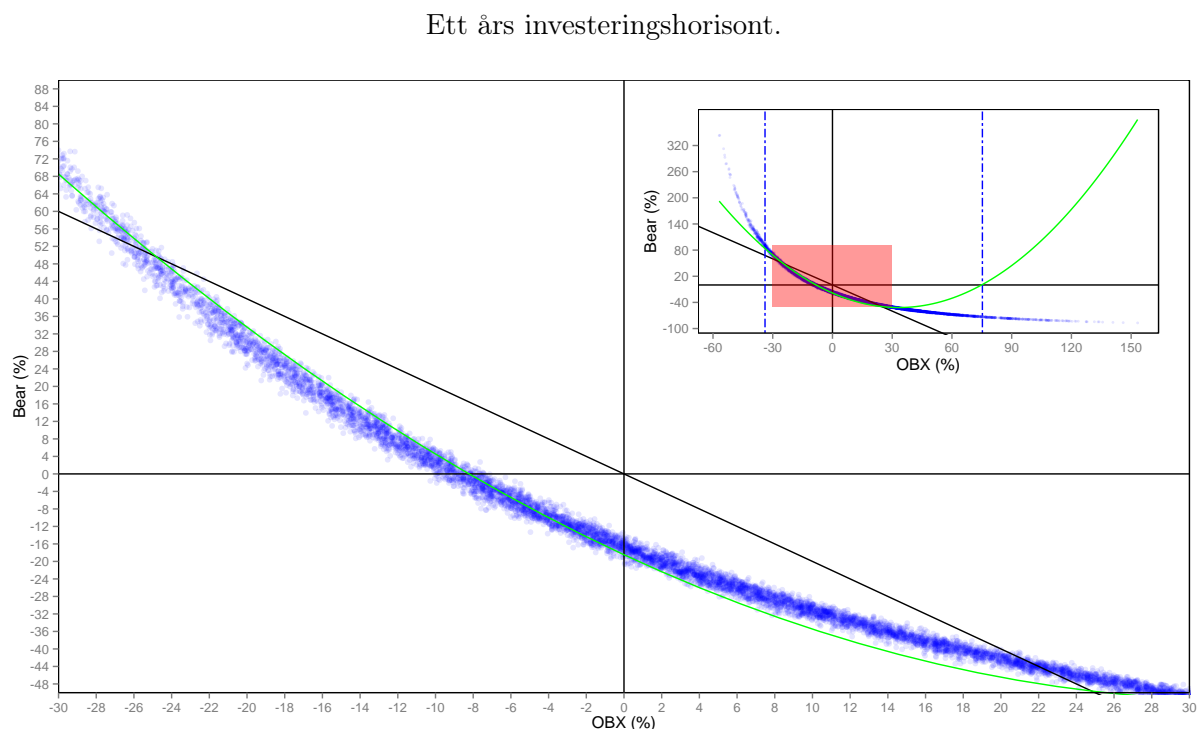
(a) 2 ukers investeringshorisont.



(b) 20 ukers investeringshorisont.



Figur 11: Compoundingeffektens 1 års påvirkning på Bear produktets avkastning når giringen er -2.



Resultatene for det hypotetiske Bear produktet viser mye av det samme som punkt-diagrammene til Bull produktet gjorde bare i en raskere takt. Figur 9a til figur 11 viser hvordan det blå båndet går fra å være lineært til å få den karakteristiske «bananformen». Vi får blant annet den karakteristiske formen hvor midten av båndet strekkes mer og mer nedover (se hoveddiagrammene) og endene strekkes mer og mer oppover (se minidiagrammene) etterhvert som holdeperioden for produktet økes. Alt dette indikerer at produktet gjør det bedre enn hva den naive forventede avkastningen skulle tilsi for ekstreme OBX avkastninger i begge retninger og dårligere for mere normale utfall. Fra figur 10b og 11 må indeksen for en 20 ukers og ett års holdeperiode ha en avkastning lik cirka -4% og lik cirka -8% for at Bear verdien skal holde seg uendret. Det må altså en større og større negativ avkastning til på underliggende for at produktets verdi skal holde seg uendret jo lengre investeringshorisonten er. Samme mønster så vi også for Bull produktet for positive OBX avkastninger.

Minidiagrammene i figur 9b til figur 11 gir indeksens 95% konfidensintervall. Bear produktet vil hovedsakelig gjøre det dårligere enn den naive forventede avkastningen i disse intervallene, men det ikke helt usannsynlig at produktet også kan gjøre det bedre for de mer ekstreme avkastningene som er definert på intervallet da særlig mindre dårlig for de store positive avkastningene og for lengre tidshorisonter.

Også her ser vi at de teoretiske Bear avkastningene treffer svært bra i forhold til de simulerte avkastningene opp til en 20 ukers holdeperiode. Det er videre tendenser for at

den teoretiske bommer noe for store OBX avkastninger i begge retninger og for svært lange tidshorisonter akkurat slik vi så den gjorde for Bull produktet.

De simulerte Bear avkastningenes sannsynlighetsfordeling for de ulike OBX avkastningene kan også karakteriseres på samme måte som for Bull produktet gjennom slørets tykkelse og i gjennom fargestyrken på slørets tverrsnitt. Sløret virker å lyse sterkest langs midten og det er tendenser til at slørets tykkelse avtar med størrelsen på de positive OBX avkastningene i hoveddiagrammene i figur 10b og figur 11. Det siste gjenspeiler en mindre usikkerhet rundt Bear avkastningene for store positive OBX avkastninger og en større usikkerhet rundt Bear avkastningene for store negative OBX avkastninger ved 20 ukers og ett års holdeperiode. Til slutt kan man se hvordan fargestyrken på sløret toner ut både til venstre og til høyre i minipunktdiagrammene gitt i figur 9b til figur 11. Det gjenspeiler få ekstreme OBX avkastninger og dermed Bear avkastninger.

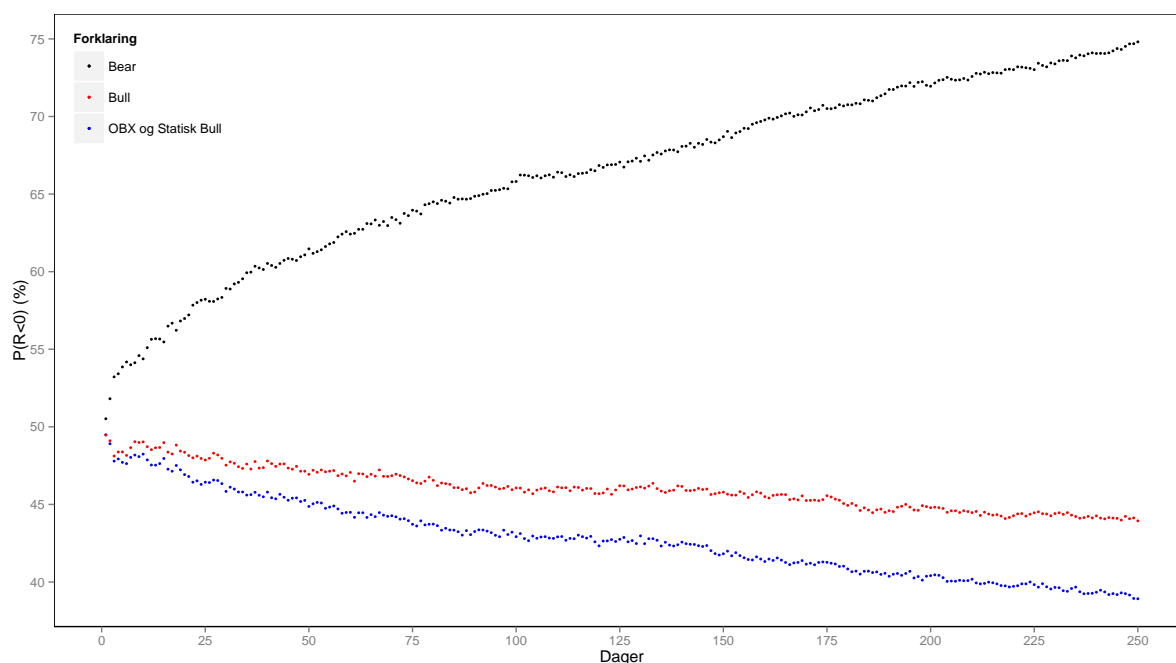
I forbindelse med slørets fargestyrke og form kunne det være interessant å se hvordan sannsynligheten for tap endrer seg med investeringshorisonten, noe som også er gjort i figur 12. Risikoen for tap på Bear produktet er logaritmisk økende fra 50.52% til hele 74.81% noe som tilsvarer en 24.29% økning i sannsynligheten for tap i løpet av 250 dagersperioden. Bli produktet holdt ett helt handleår er det overhengende sannsynlig at man går på et tap. Med Bull produktet var det litt mindre enn én cirka «fair» sjans for det samme nesten uavhengig av holdeperiodens lengde. Videre er det nesten perfekt negativ lineær korrelasjon (-1) mellom indeksen og Bear produktet (-0.9968) og mellom Bull og Bear produktene (-0.9830) noe som ikke er veldig overraskende gitt hva vi ser fra figur 12. At sannsynligheten for tap er stor og økende for Bear produktet henger sammen med at vi har simulert ett oppgangsmarked og at det er en høy negativ korrelasjon for tap mellom Bear produktet og OBX/Bull produktet kommer av at Bear produktet er designet til å gjøre det bra når markedet gjør det dårlig.

De prisbanene som har gitt de mest negative compoundingsavvikene for Bear produktet er gitt i figur 13c og de som har gitt de mest positive er gitt i figur 13d. Prisbanene i den førstnevnte figuren viser mye av den samme formen som prisbanene til Bull produktet gjorde i figur 13a og man kunne nesten tro at prisbanene var de samme, men det er de ikke. Figuren har faktisk ingen felles prisbaner med verken figur 13a eller figur 13b. Den siste sammenligningen er tatt med fordi det er intuitivt lett å kunne tro at Bear produktet ville hatt sine mest negative compoundingsavvik når Bull produktet hadde sine mest positive compoundingsavvik. Det er slående hvor mye mer symmetrisk prisbanene i figur 13c er sammenlignet med figur 13a. De aller fleste banene enten øker eller faller fra 1 krone frem til de når sin topp- eller bunnotering etter cirka ett halvt handleår før de deretter faller eller øker igjen alt etter hvilken utvikling de hadde i den første perioden. Alle banen avslutter ett sted mellom 0.80 og 1 krone, noe som gir en liten negativ periodeavkastning på OBX indeksen i forhold til størrelsen på variasjonen det har vært i dens daglige priser. Figur 13d viser som nevnt de prisbanene til underliggende som gav Bear produktet de ti største

positive compoundingsavvikene. Figuren viser blant annet fem prisbaner med positiv drift og liten variasjon. Disse fem prisbanene er identiske med fem av de ti prisbanene som gav Bull produktet dets største positive compoundingsavvik i figur 13b. De andre fem prisbanene har en klar negativ drift med en liten variasjon i de daglige prisene og de alle avslutter sin ferd litt over cirka 0.50 kroner. At det skulle fremkomme ett slikt todelt mønster bryter litt med hvilke prisbaner som genererte de positive compoundingsavvikene til Bull produktet i figur 13b. Som ett ikke-rettferdiggjørende motsvar på figur 13b ville man forventet at alle prisbanene i figur 13d ville hatt en klar negativ drift med en liten variasjon. Hovedårsaken til at vi opplever prisbaner til indeksen med både positiv og negativ drift for det teoretiske Bear produktet og kun prisbaner med positiv drift for det teoretiske Bull produktet for de mest positive compoundingsavvikene henger sammen med at produktenes nedside er begrenst mens deres oppside er ubegrenset kombinert med det faktum at vi har ett positivt estimat på den justerte driften i simuleringsmodellen. Alt dette forårsaker svært mange store positive Bull avkastninger i forhold til Bear avkastninger noe som kan sees fra figur 15. Figur 15 gir histogrammet over de simulerte ett års enkle kumulative avkastningene til OBX indeksen, Bull og Bear produktet. Histogrammet prøver å forklare hvorfor Bear produktets mest positive compoundingsavvik blir generert av to ulike OBX prisbaner, mens Bull produktet blir generert av én type prisbane. Figuren viser hvordan de kumulative ett års avkastningene for OBX, Bull og Bear produktet følger en tilnærmet lognormal fordeling. At de enkle kumulative avkastningene skulle følge en slik fordeling var som forventet ut fra teorien i seksjon 3.1 og er i tillegg en konsekvens av den lognormale modellen. Vi ser at histogrammet til Bull produktet har en mye tykkere og lengre høyre hale enn det Bear produktet har. Bear produktets histogram er mer balansert med hensyn til både positive og negative avkastninger, men denne fordelingen har også mer av sin masse på venstre side av nullavkastningen noe som også forklarer den høye sannsynligheten for tap ved en 250 dagers holdeperiode. Fra alt dette er det egentlig ikke så uventet at de store positive compoundingsavvikene for Bear produktet genereres av prisbaner til OBX indeksen som gir store negative og positive OBX avkastninger, mens de tilsvarende for Bull produktet kun genereres av OBX prisbaner som gir store positive OBX avkastninger. At man kun opplever prisbaner til OBX indeksen som gir store positive OBX avkastninger for Bull produktets ti største positive compoundingsavvik trenger ikke være riktig når man vurderer de 100 eller 200 største positive compoundingsavvikene for det samme Bull produktet. I figur 14 ser vi hvordan Bull fondet også kan oppnå ett slikt todelt mønster for de positive compoundingsavvikene bare antallet på de vurderte største positive compoundingsavvikene økes. Figuren viser 350 OBX prisbaner hvorav to av dem har en klar negativ trend med liten variasjon. Ved å øke antallet fra 350 ble også det todelte mønsteret forsterket ved enda flere OBX prisbaner med negativ drift, men disse er ikke gitt her. Hvorfor de to typene produkter har ulike OBX prisbaner for de ti største positive compoundingsavvikene kan også sees fra minidiagrammene i figur 8 og figur 11. Den venstre

enden av det blå sløret i minidiagramet for Bull produktet i figur 8 er kort i forhold til dens høyre ende noe som igjen gjør at størrelsen på de positive compoundingsavvikene for de store negative OBX avkastningene er underlegne de positive compoundingsavvikene for de store positive OBX avkastningene. Ved å sammenligne minidiagramet i figur 8 med minidiagramet for Bear produktet i figur 11 ser vi en endring på det blå båndets form. Begge endene på båndet er lange og hadde vi forlenget den svarte lineære linjen som representerer den naive forventede avkastningen lenger nedover hadde det også vært lettere å se at man like gjerne kan få store positive compoundingsavvik for store positive som store negative OBX avkastninger. Selv om det eksisterer to ulike typer prisbaner for Bear produktet i figur 13d er det prisbanene knyttet til de negative OBX avkastningene som vil være de mest interessante for kundene siden det kun er disse som gir positive Bear avkastninger. Det vil si prisbanene med en klar negativ drift og liten daglig variasjon i prisene.

Figur 12: Sannsynligheten for tap som funksjon av investeringshorisonten når giringen er 2 og -2.



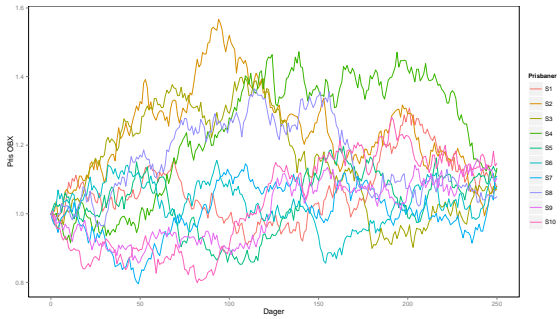
Tabell 3: Sannsynlighetsstatistikk av indeksen og produktene for 5 av de vurderte investeringshorisontene når giringen er 2 og -2.

	<b>OBX (%)</b>	<b>Bull (%)</b>	<b>Bear (%)</b>
1 dag	49.48	49.48	50.52
5 dager	47.71	48.38	53.86
10 dager	48.24	49.03	54.38
100 dager	42.92	46.06	65.81
250 dager	38.92	43.94	74.81
$\Delta$	-10.56	-5.54	24.29
$\Delta$ %	-21.34	-11.20	48.08
	$\rho_{OBX,Bull}$	$\rho_{OBX,Bear}$	$\rho_{Bull,Bear}$
	0.9910	-0.9968	-0.9830

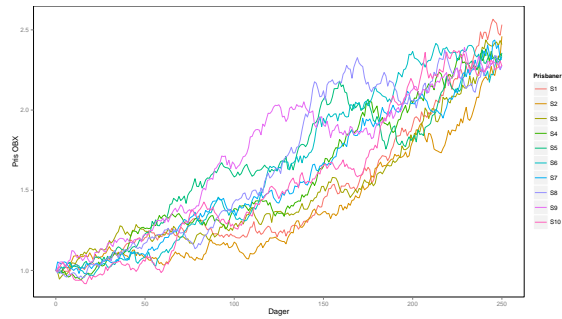


Figur 13: Compoundingsavvikets relasjon til underliggendes prisbaner når giringen er 2 og -2.

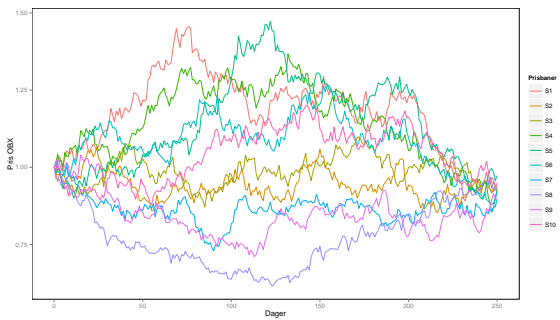
(a) Prisbanene som gav de mest negative compoundingsavvikene for Bull produktet.



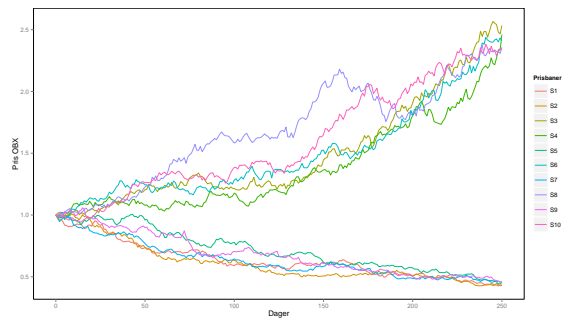
(b) Prisbanene som gav de mest positive compoundingsavvikene for Bull produktet.



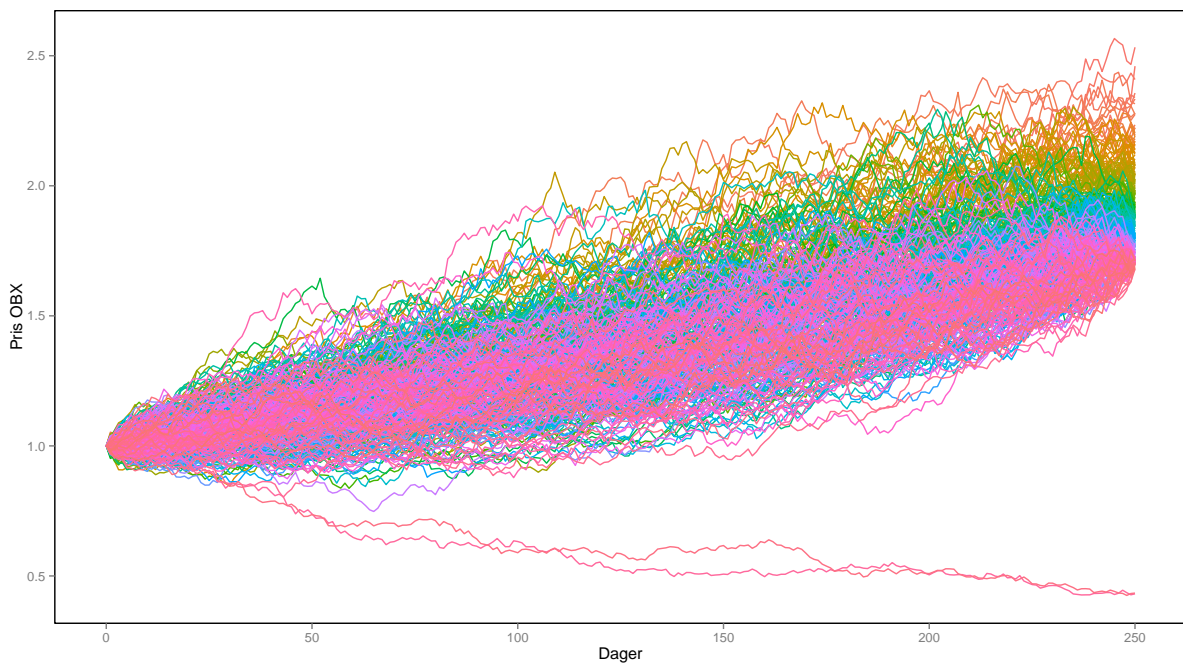
(c) Prisbanene som gav de mest negative compoundingsavvikene for Bear produktet.



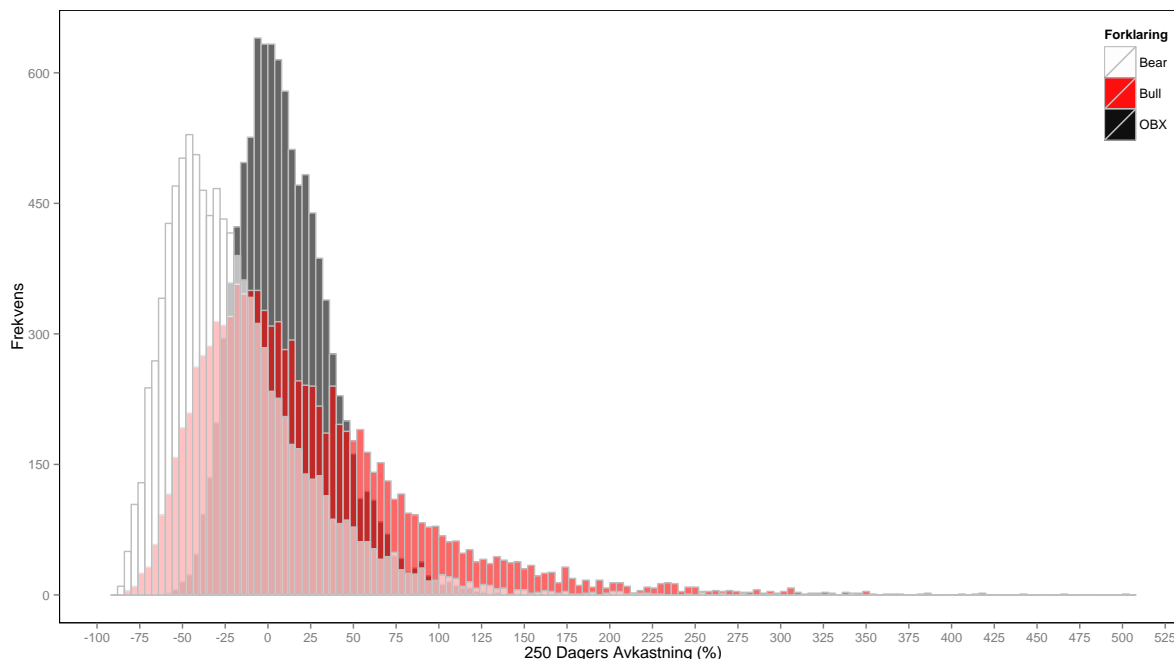
(d) Prisbanene som gav de mest positive compoundingsavvikene for Bear produktet.



Figur 14: Indeksens prisbaner som korresponderer til de 350 største positive compoundingsavvikene til Bull produktet når giringen er 2



Figur 15: Sannsynlighetsfordelingen over de simulerte kumulative ett års avkastningene for OBX, Bull og Bear når giringen er 2 og -2.



I oppsummerende ord ser avkastningsprofilen til det hypotetiske Bull og Bear produktet ut til å være en funksjon av investeringshorisonten. Jo lengre investeringshorisonten er jo mer ikke-lineær blir avkastningsprofilen til produktene, hvor Bear produktets ikke-linearitet vokser frem raskest. De simulerte Bull og Bear avkastningene gitt sammen med konfidensintervallene til den simulerte OBX indeksen viser hvordan produktene med en overhengende sannsynlighet vil gi en lavere avkastning enn den naive forventede avkastningen når holdeperioden er lengre enn én dag og at størrelsen på denne underpresteringen øker med investeringshorisonten. Videre så vi hvordan den teoretiske avkastningsformelen for produktene har en god passform relativt til de simulerte avkastningene når investeringshorisonten er kort og OBX avkastningene er små og moderate. Deretter så vi hvordan sannsynligheten for tap på Bull produktet faller noe, mens det øker drastisk fra verre til verst for Bear produktet. Til slutt så vi på hvilke OBX prisbaner som genererte de største positive og negative compoundingsavvikene for både Bull og Bear produktet. Fellesnevneren for begge de hypotetiske produktene når man vurderte de største positive compoundingsavvikene var OBX prisbaner med en liten daglig variasjon i prisene og en tydelig trend. Trenden var klart positiv for Bull produktet helt opp til de cirka 350 største positive compoundingsavvikene før produktet viste litt av den samme todelte trenden som Bear produktet hadde for de 10 største positive compoundingsavvikene. Fra disse prisbanene fikk man en stor absolutt periodeavkastning på underliggende OBX indeks. De mest negative compoundingsavvikene ble for både Bull og Bear produktene generert av OBX prisbaner med store daglige variasjoner i prisene og uten en tydelig trend enten den ene eller andre eller begge veier noe som igjen medførte en liten absolutt avkastning på

OBX indeksen. Simuleringene viser at Bull og Bear produktene egner seg veldig godt i ett oppadgående- og i ett nedadgående- marked, mens ingen av dem egner seg i sideveise- eller flatte markeder.

Det vil være interessant å se hva som kommer til å skje med avkastnings- og risiko prestasjonen til produktene når vi dobler det daglige giringsmålet på både Bull og Bear produktet. Hvordan vil denne endringen slå ut i produktenes prestasjoner over tid? Dette vil være fokuset i neste seksjon.

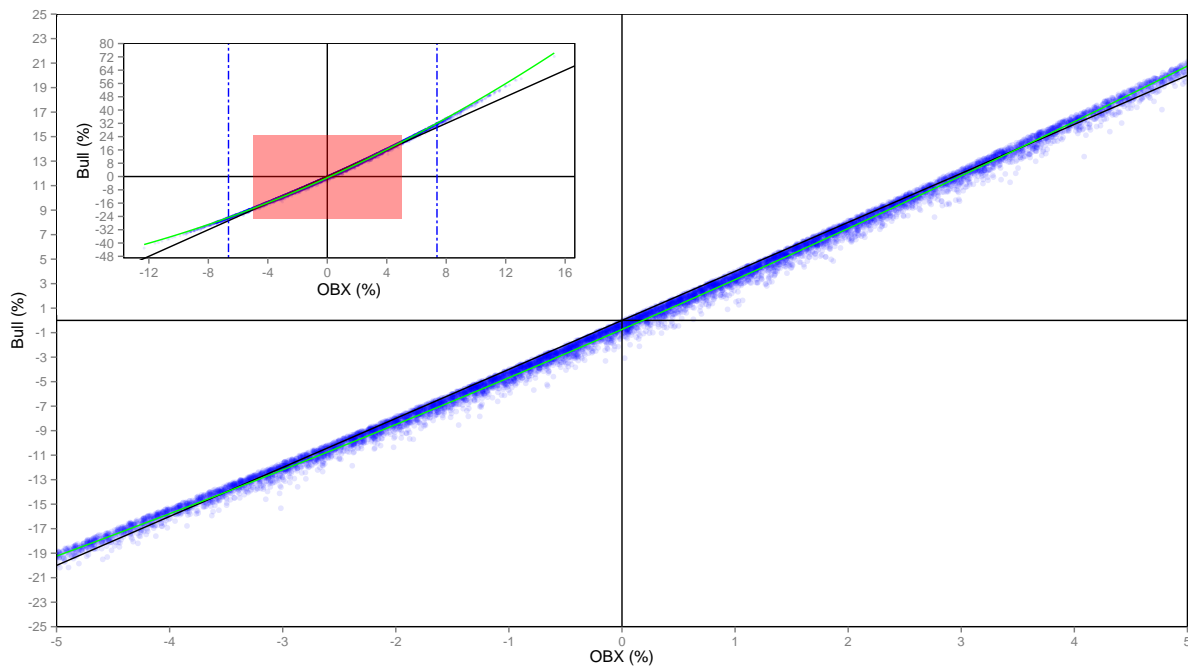
### **3.4.2 Girede børshandlede porteføljer med giring lik 4 og -4**

Resultatene for Bull og Bear produktene med giring lik 4 og -4 er gitt nedenfor. Én dags horisonten vurderes ikke da den hadde den samme lineære avkastningsprofilen som vi så for Bull og Bear produktet ovenfor. Produktene som vurderes her vil være ekvivalente med DNB sine girede børshandlede verdipapirer med ett daglige giringsmål på 4 og -4 som følger OBX indeksen i en teoretisk verden.

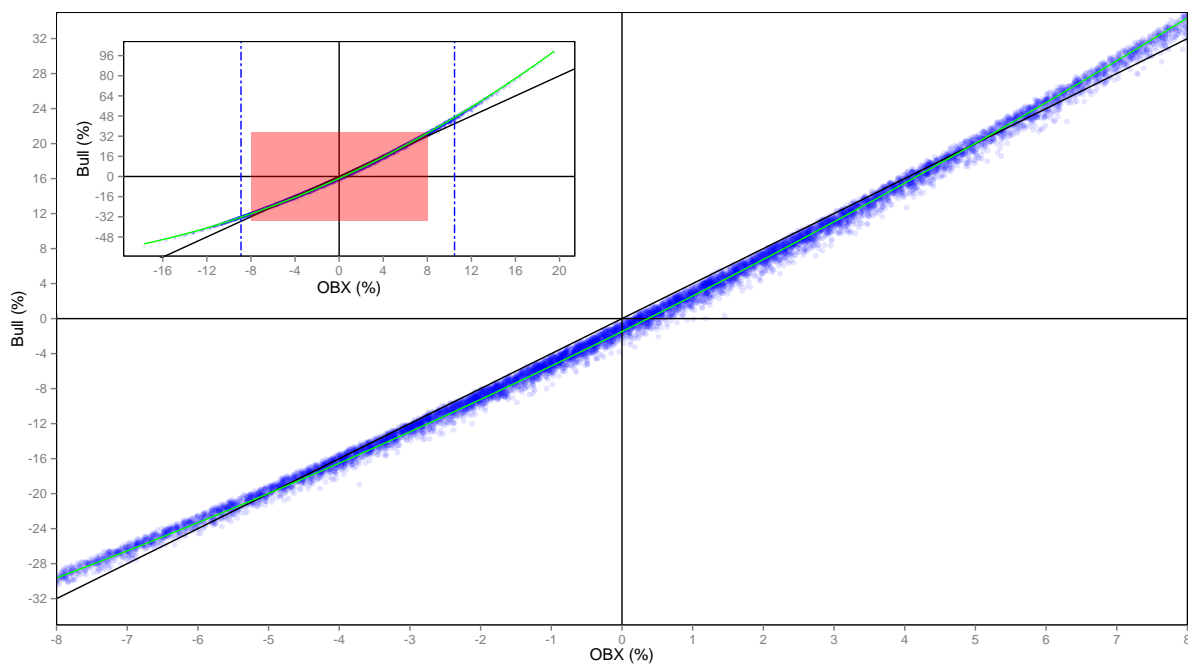
For Bull og Bear produktet fås følgende:

Figur 16: Compoundingeffektens 1 og 2 ukers påvirkning på Bull produktets avkastning når giringen er 4.

(a) 1 ukers investeringshorisont

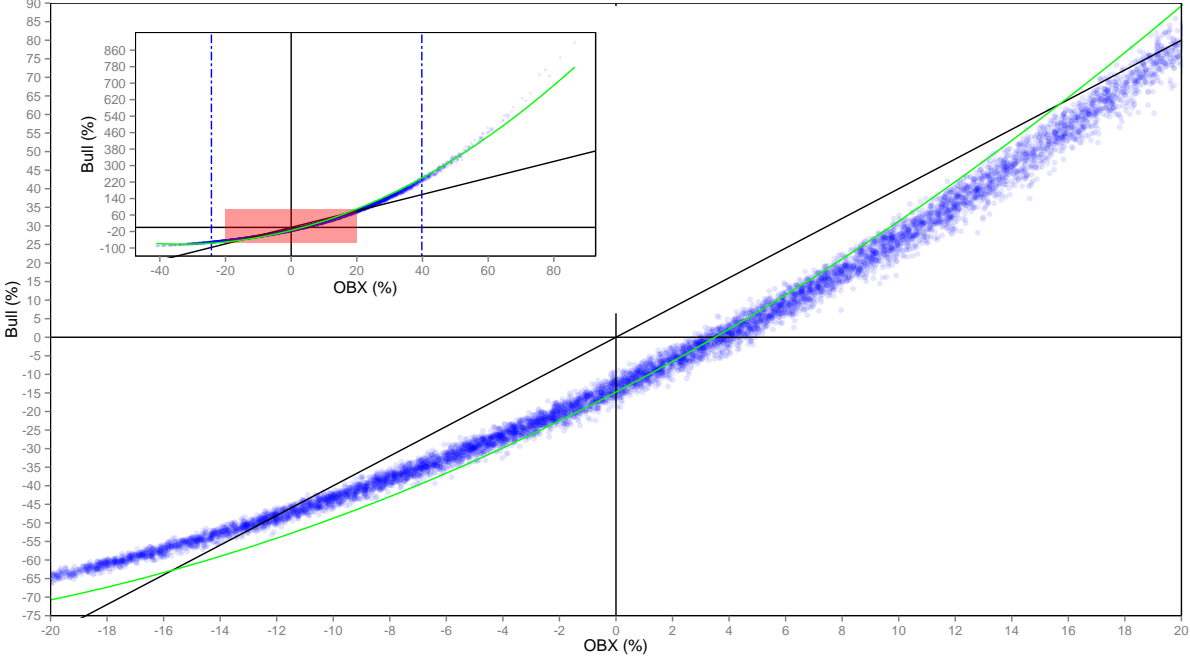


(b) 2 ukers investeringshorisont.

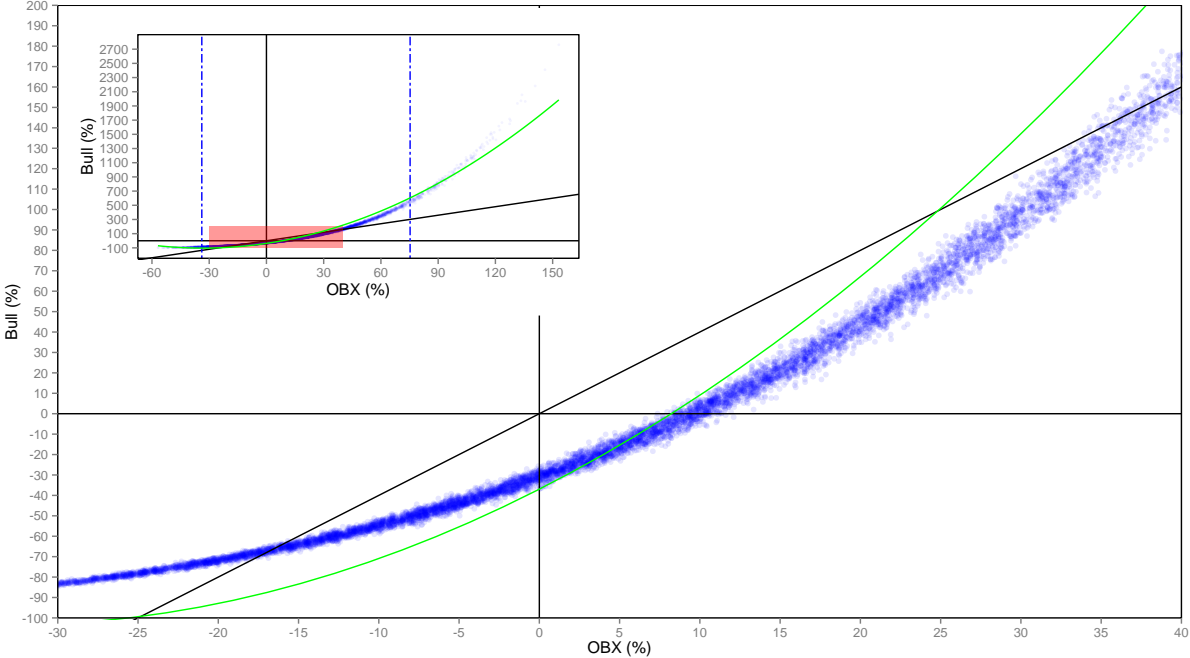


Figur 17: Compoundingeffektens 20 ukers og ett års påvirkning på Bull produktets avkastning når giringen er 4.

(a) 20 ukers investeringshorisont.

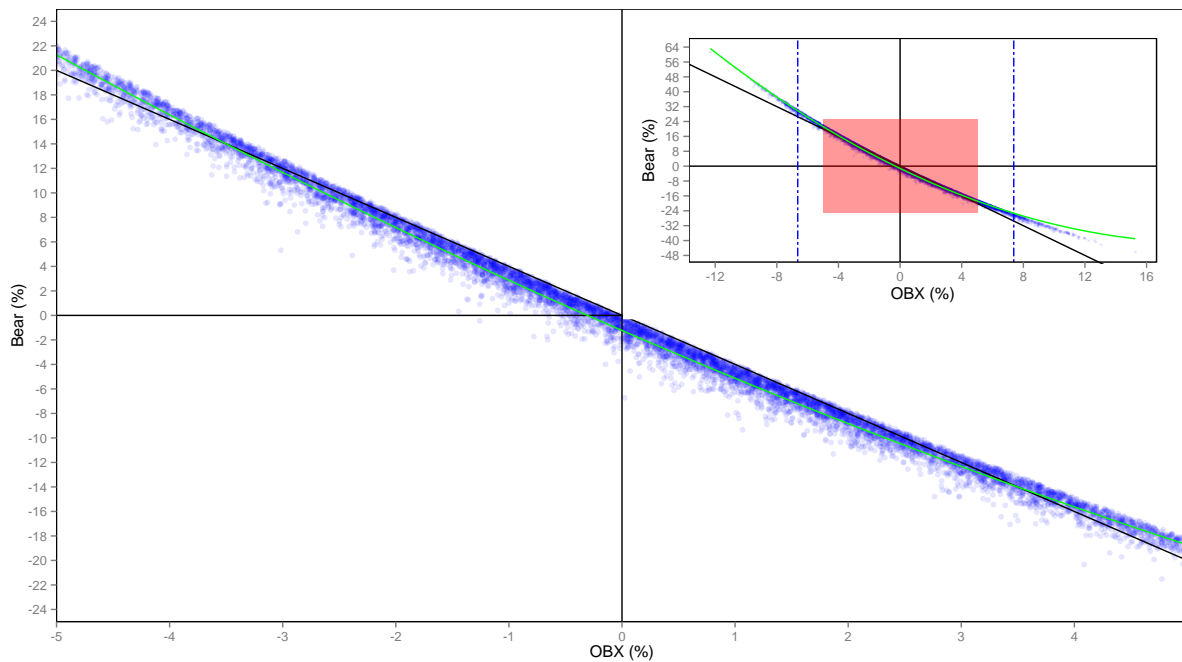


(b) Ett års investeringshorisont.

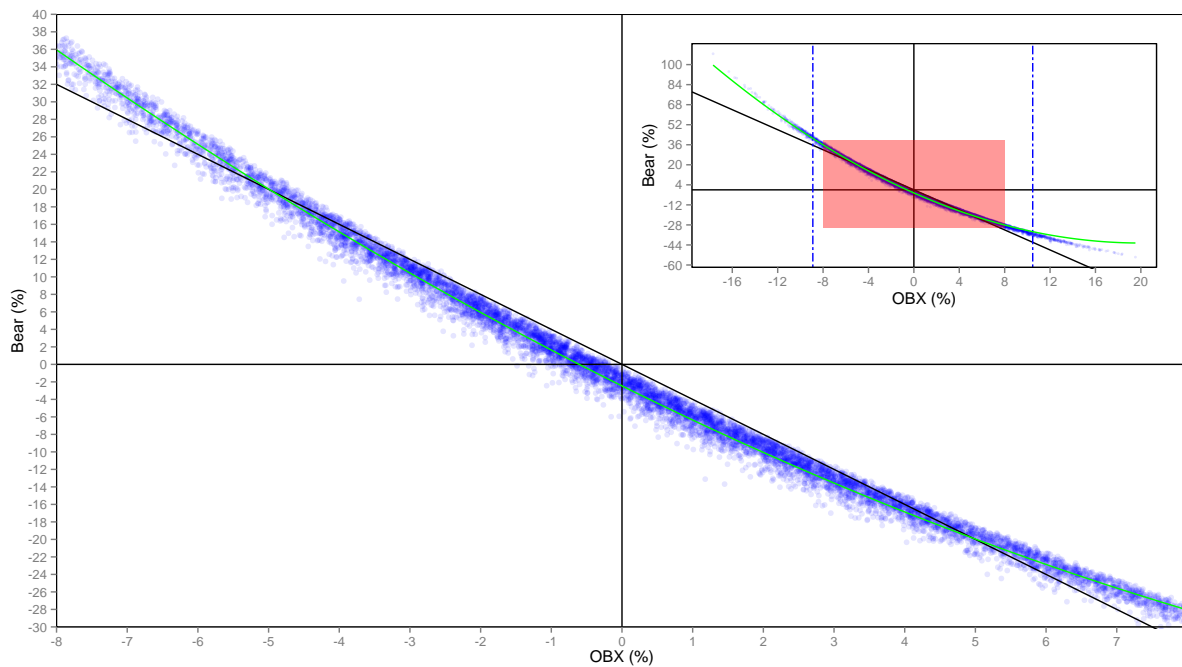


Figur 18: Compoundingeffektens 1 og 2 ukers påvirkning på Bear produktets avkastning når giringen er -4.

(a) 1 ukers investeringshorisont

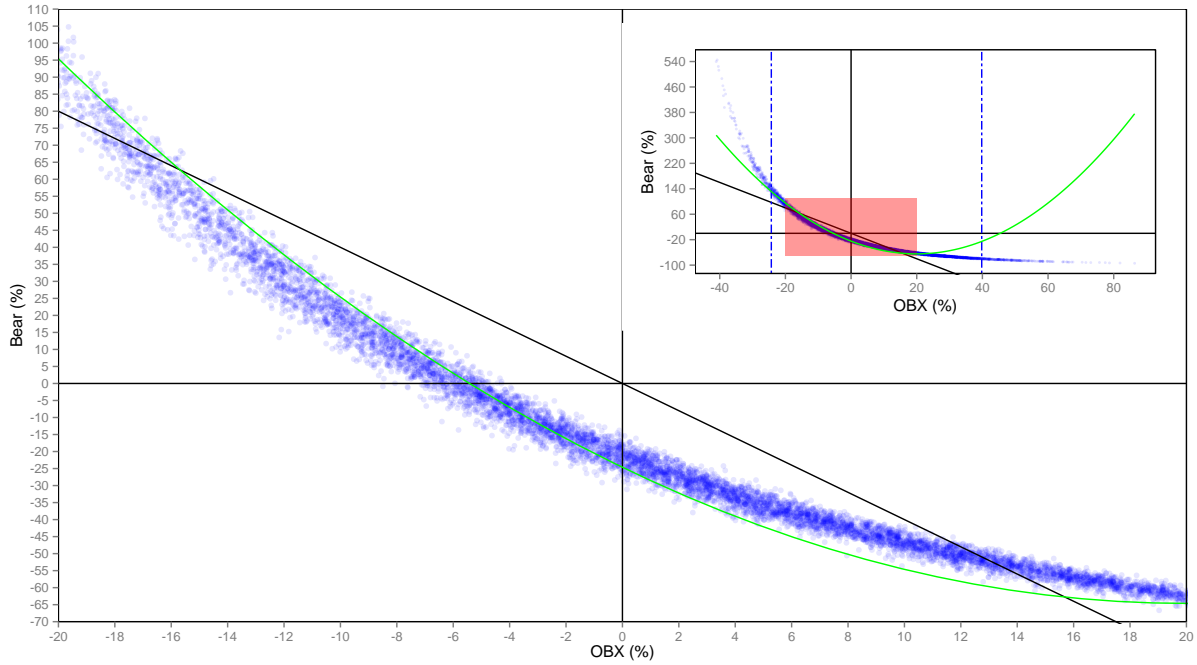


(b) 2 ukers investeringshorisont.

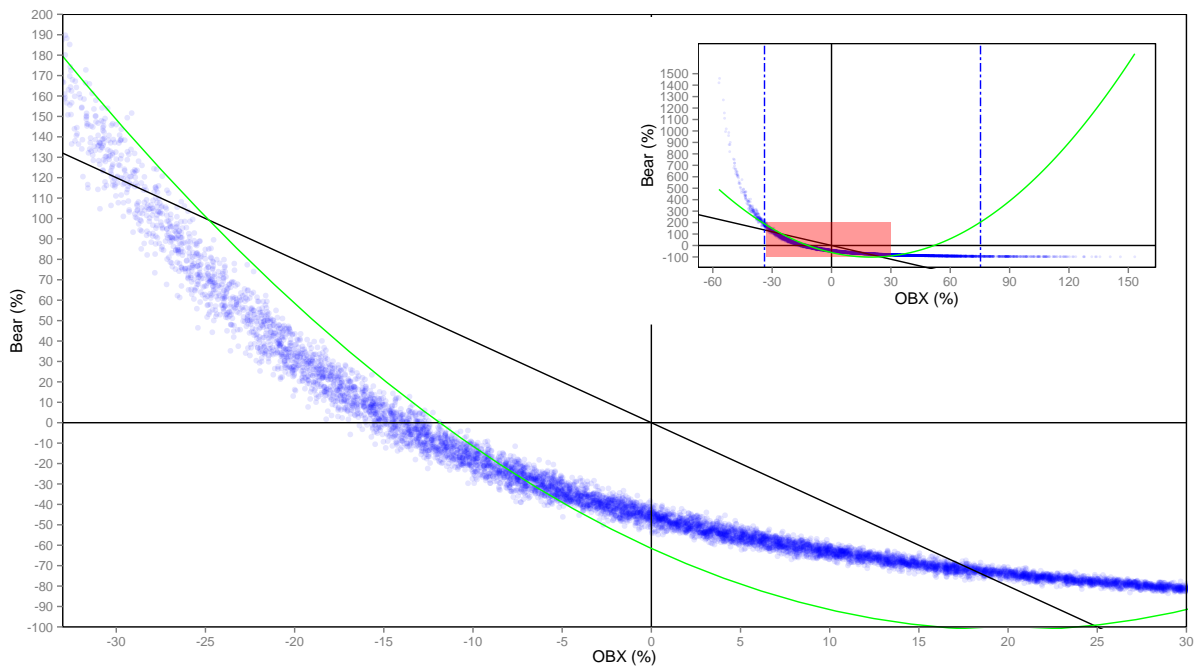


Figur 19: Compoundingeffektens 20 ukers og ett års påvirkning på Bear produktets avkastning når giringen er -4.

(a) 20 ukers investeringshorisont.



(b) Ett års investeringshorisont.



Den simulerte avkastningsprofilen har den samme formen som vi så i forrige seksjon når vi vurderte giringsmål 2 og -2. Her emergerer ikke-lineariteten frem raskere og den er også større etterhvert som investeringshorisonten økes noe som også medfører at compoundingsavviket blir større. Denne utviklingen er størst for Bear produktet. Dette innebærer at produktene med giring 4 og -4 gjør det enda verre for normale OBX avkastninger og enda bedre for ekstreme OBX avkastninger enn det den naive avkastningen skulle tilsi sammenlignet med når giringen var 2 og -2.

Det er spesielt fremtredende hvor mye større usikkerhet det er knyttet til de ulike «sannsynlighetsfordelingene» til Bull produktet for store positive OBX avkastninger og til Bear produktet for store negative OBX avkastninger når figur 17a og 17b betraktes for Bull produktet og figur 19a og 19b betraktes for Bear produktet enn det var i de tilsvarende figurene når vi vurderte giring 2 og -2. Vi kan observere at det blå båndet «eksploderer» noe når vi går fra venstre mot høyre i Bull produktets 20 ukers og ett års punktdiagrammer og tilsvarende når vi går fra høyre til venstre i Bear produktets 20 ukers og ett års punktdiagrammer.

Videre ser vi at det teoretiske avkastningsmålet gitt med den grønne linjen har en god passform for én 1 og 2 ukers horisont for begge produkter jamfør figur 16a og 16b for Bull produktet og figur 18a og 18b for Bear produktet. For en 20 ukers og ett års horisont er passformen heller dårlig for begge produkt jamfør figur 17a og 17b for Bull produktet og figur 19a og 19b for Bear produktet. I forhold til produktene med giring lik -2 og 2 er passformen for de 2 siste holdeperiodene mye dårligere. Alt dette var som forventet ut fra de samme grunnene som er gitt i forrige seksjon.

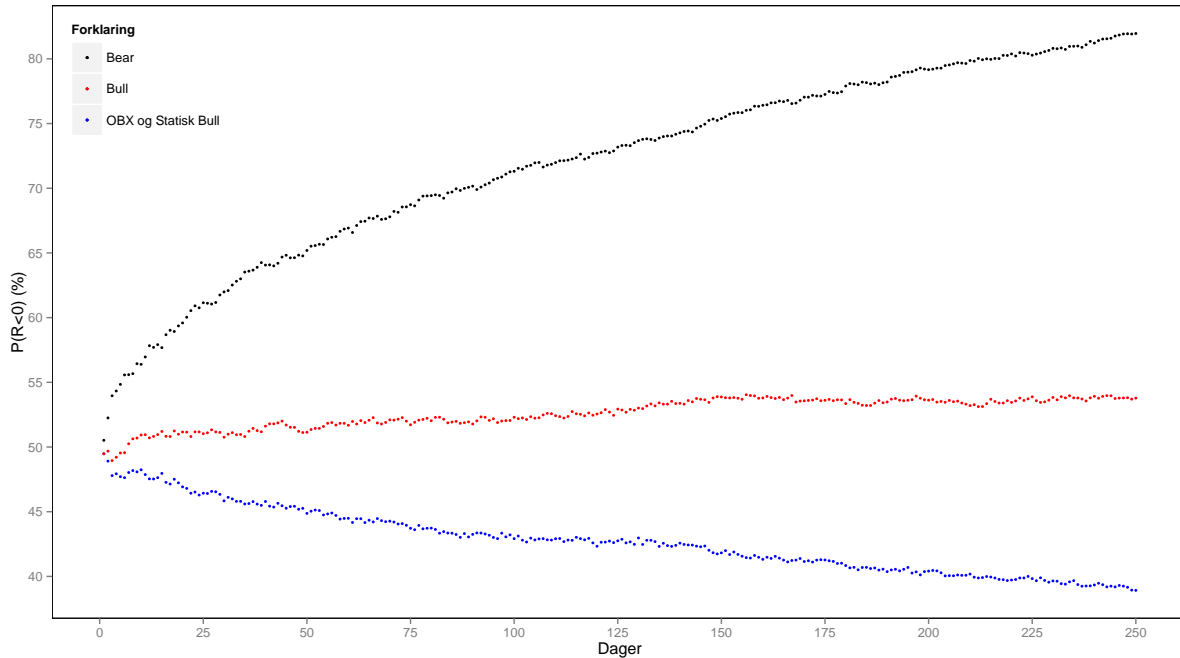
Prisbanene til OBX indeksen som relaterer seg til de 10 største positive og negative compoundingsavvikene for begge produkter er ikke inkludert her siden prisbanene viser den samme formen som da giringen var 2 og -2 for produktene. Det eneste nye forskjellen som fremkom i figurene var at Bear produktets 10 største positive compoundingsavvik kun ble generert av en type OBX prisbane; prisbaner med en negativ drift og liten variasjon i de daglige prisene. Da giringen var 2 og -2 observerte vi at produktene hadde 5 identiske prisbaner for de 10 største positive compoundingsavvikene. Det er ikke tilfellet her. Her deler de 4 identiske prisbaner for de 10 største negative compoundingsavvikene. For å få den todelingen vi observerte for de positive compoundingsavvikene når giringen var 2 og -2 måtte vi helt opp til de 150 største positive compoundingsavvikene for Bear produktet og de 3000 største for Bull produktet.

Sannsynlighetsbanene for tap er inkludert i figur 20 og noe av den tilhørende sannsynlighetsstatistikken er gitt i tabell 4. Dette fordi Bull produktet skiller seg ut med en økende sannsynlighet for tap i løpet av perioden, noe som er stikk motsatt fra da giringen av produktet var 2. Det gir en nesten perfekt negativ lineær korrelasjon med indeksens sannsynlighet for tap (-0.9289) og ikke en nesten perfekt positiv lineær korrelasjon med indeksen da den hadde giringsmålet 2 (0.9910). Sannsynlighet for tap på Bear produktet



er også noe større enn da det hadde giring lik -2. Den underliggende årsaken til den økende

Figur 20: Sannsynligheten for tap som funksjon av investeringshorisonten når giringen er 4 og -4.



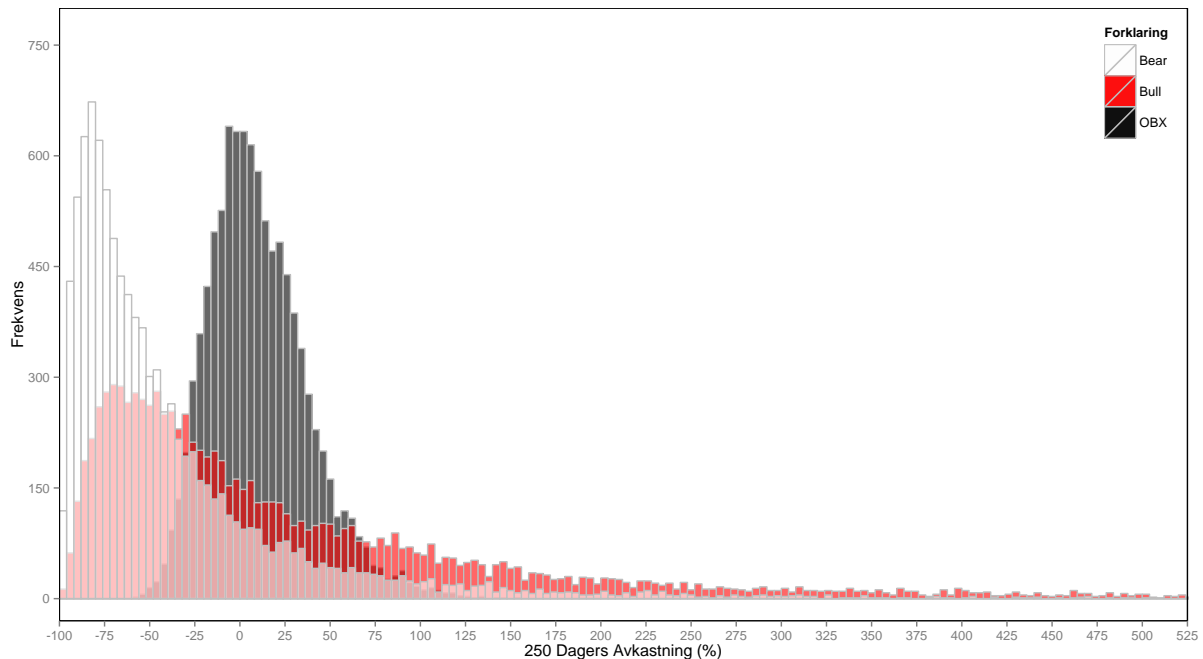
Tabell 4: Sannsynlighetsstatistikk for indeks og produkter for 5 av de vurderte investeringshorisontene når giringen er 4 og -4.

	OBX (%)	Bull (%)	Bear (%)
1 dag	49.48	49.48	50.52
5 dager	47.71	49.54	54.84
10 dager	48.24	50.93	56.39
100 dager	42.92	52.30	71.31
250 dager	38.92	53.78	81.96
$\Delta$	-10.56	4.30	31.44
$\Delta$ %	-21.34	8.69	62.23
	$\rho_{OBX,Bull}$	$\rho_{OBX,Bear}$	$\rho_{Bull,Bear}$
	-0.9289	-0.9947	0.9524

sannsynligheten for tap på Bull produktet ved en økning i investeringshorisonten kommer av at giringen øker produktenes historiske standardavvik eller volatilitet<sup>32</sup> noe som igjen

<sup>32</sup> Bevis: Estimaten på produktenes forventede avkastning og tilhørende volatilitet kan estimeres på

Figur 21: Sannsynlighetsfordelingen over de simulerte kumulative ett års avkastningene for OBX, Bull og Bear når giringen er 4 og -4.



fører til at formen på lognormalfordelingen endres. Underliggende har fortsatt uforandret volatilitet. Dette kan blant annet sees fra histogrammene til produktenes kumulative enkle ett årsavkastninger gitt i figur 21. Sammenlignes disse med histogrammene gitt i figur 15 hvor indeksens lognormalfordeling er uforandret og dermed ett referansepunkt mellom begge figurene ser vi at en større andel av sannsynlighetsmassen ligger på nedsiden av null for begge produkter i tillegg til at vi ser at begge produktene har fått tykkere og lengre høyrehaler noe som betyr at begge produktene har flere og større positive avkastninger av ekstreme størrelser. Det må sies at histogrammet «lyver» litt fordi det inkluderer ikke de mest ekstreme positive avkastningene for produktene. «Halene» er med på å forklarer hvorfor vi kun observerte en type prisbaner for de ti største positive compoundingssavvikene for produktene, mens formen forklarer de stigende sannsynlighetsbanene i figur 20.

Til nå har vi evaluert produktenes avkastningsprofil over tid og vi har vurdert risikoen til produktene gjennom sannsynligheten for tap. I neste seksjon ser vi på ett prestasjonsmål som hensyntar produktenes avkastning og risiko på samme tid. Dette prestasjonsmålet blir kalt for Sharpe målet og er ett berømt finansielt prestasjonsmål som relaterer seg til

---

samme måte som for underliggende indeks jamfør appendiks A.3. Det vil si at estimatet for produktenes daglige forventningsverdi  $\mu_L$  er gitt med det aritmetiske gjennomsnittet hvor  $R_{t,S}$  er den enkle daglige avkastningen på underliggende:  $\hat{\mu}_L = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \beta R_{t,S} = \beta \hat{\mu}_S$ . Dette sammen med estimatet for produktenes historiske standardavvik gir følgende:  $\hat{\sigma}_L^2 = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (R_{t,L} - \hat{\mu}_L)^2 = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (\beta R_{t,S} - \beta \hat{\mu}_S)^2 = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (\beta (R_{t,S} - \hat{\mu}_S))^2 = \beta^2 \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (R_{t,S} - \hat{\mu}_S)^2 = \beta^2 \hat{\sigma}_S^2 \Rightarrow \hat{\sigma}_L = |\beta| \hat{\sigma}_S$ . Fra dette følger det at  $4\hat{\sigma}_S > 2\hat{\sigma}_S$ . Nærmere bestemt har produktene med giring lik -4 og 4 dobbelt så stor daglig volatilitet som produkter med giring lik 2 og -2. Ved å bruke den proporsjonale tidsregelen ( $\sqrt{250}$ ) vil vi ankomme det årlige estimatet på volatiliteten.

porteføljeteorien og som vil stå i sentrum for den neste seksjonen.

### 3.4.3 Sharpe målet og Statistiske Bull og Bear portefølgers sammenheng med porteføljeteorien

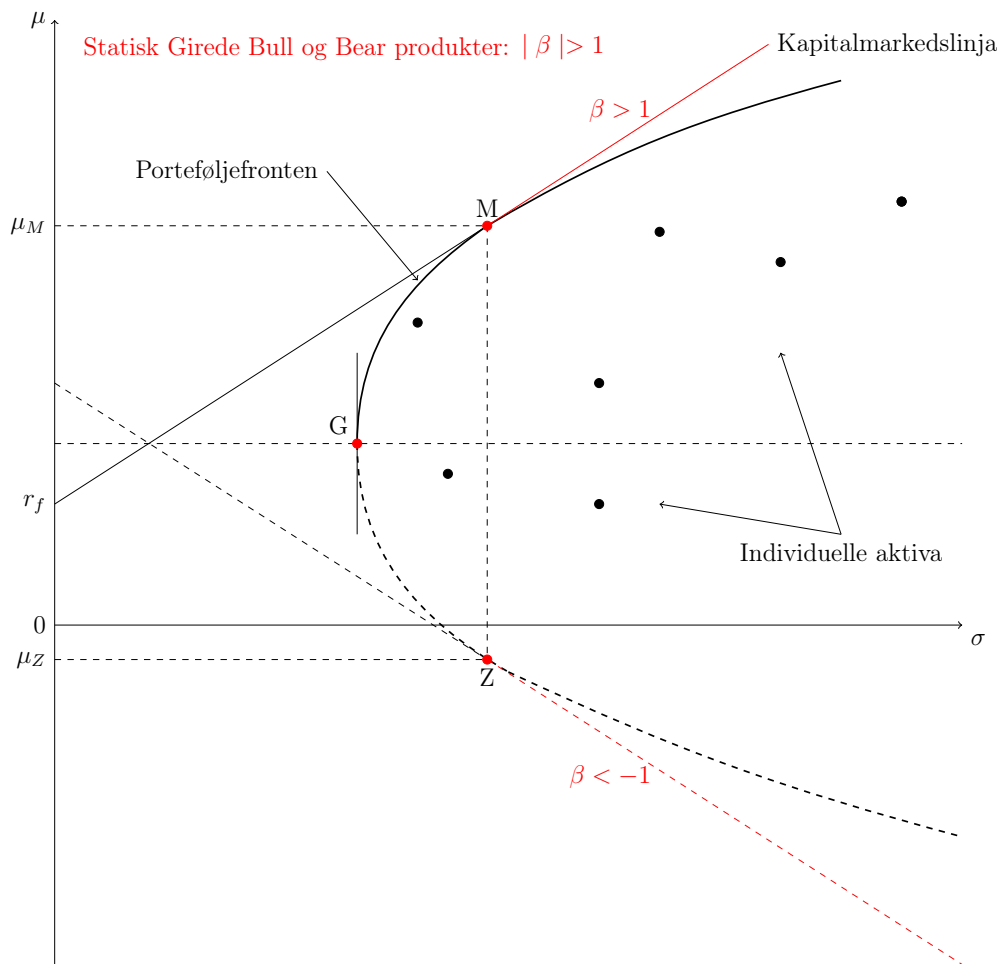
Sharpe målet eller Sharpe ratioen har sitt utspring fra porteføljeteorien og er ett av de mest kjente prestasjonsmålene som brukes i evalueringen av en portefølje eller en forvalter. Prestasjonsmålet benyttes hovedsakelig i evalueringen av avkastnings- og risiko profilen til en investors totale portefølje ( $P$ ) og ikke bare en del av den. Dette kommer av at Sharpe målet er definert som meravkastningen utover en risikofri rente per enhet total risiko:

$$Sharpe = \frac{\mu_P - r_f}{\sigma_P} \quad (18)$$

En portefølje av finansielle aktivum vil gi bedre avkastnings- og risiko muligheter enn det finansielle aktivum vil kunne gi på egenhånd (diversifiseringsgevinster/eliminering av usystematisk risiko) gitt at det ikke eksisterer en perfekt positiv korrelasjon mellom alle porteføljenes aktivum. Alle rasjonelle investorer i denne økonomien vil minimere risikoen for både en gitt forventet avkastning og en gitt budsjettbetingelse. Resultatet fra denne optimeringsprosessen er den kurvede porteføljefronten i figur 22. Den øvre halvdel av porteføljefronten som er gitt med den svarte heltrukne linjen gir hver av de risikable porteføljene som gir den høyeste forventede avkastningen ( $\mu$ ) for hvert risikonivå ( $\sigma$ ). I det ett risikofritt investeringsobjekt med en risikofri avkastning ( $r_f$ ) introduseres og inkluderes i investorens mulighetssett og dermed også i risikominimeringsprosessen vil også den effisiente porteføljefronten endres fra den kurvede formen til formen tilsvarende den svarte og røde heltrukne lineære linjen med positiv stigning. Formen tilsvarende den svarte og røde heltrukne lineære linjen med positiv stigning. Formen tilsvarende investors kapitalallokeringslinje (KAL) og gitt identiske investorer med samme informasjon vil kapitalmarkedslinjen (KML) utgjør summen av alle investorenes kapitalallokeringslinjer. Sharpe målet utgjør selve stigningstallet til de definerte porteføljene langs KAL og KML. Sharpe målet hensyntar både avkastningen og risikoen til den fullstendige porteføljen på samme tid. Fra dette fremgår det indirekte at markedsporteføljen ( $M$ ) også kalt tangeringsporteføljen og settet av de andre porteføljene (en kombinasjon av den risikofrie investeringen og markedsporteføljen) langs KML vil inneha det største Sharpe målet i denne økonomien. Det skal med andre ord ikke eksistere en KAL som gir en større stigning og dermed Sharpe det KML gir. Hvilken portefølje en investor kan og vil velge fra KML avhenger av investorens risiko preferanser som matematisk sett er presentert med en nyttefunksjon. For svært risikoaverse investorer vil andelen investert i markedsporteføljen være liten og andelen investert i den risikofrie objektet være stor. Eksempelvis plasseres noe i banken til en risikofri rente ( $r_f$ ) mens resten plasseres i en ugiret børshandlet portefølje (ETF) med OBX indeksen som underliggende. OBX indeksen fungerer som en

stedfortreder/proxy for den uobserverbare markedsporteføljen i den norske økonomien. Grafisk innebærer det en tilpasning på KML mellom  $r_f$  og  $M$  i figur 22 ( $0 \leq \beta < 1$ ) for

Figur 22: Porteføljeteoriens sammenheng til statistiske Bull og Bear porteføljer.



svært risikoaverse aktører. Lite risikoaverse investorer derimot tilpasser seg gjerne på den øvre heltrukne røde delen av KML ( $\beta \geq 1$ ). Det siste innebærer at de enten investere alt de eier av likvider i en ETF som følger OBX indeksen ( $\beta = 1$ ) eller så girer de opp sin egen posisjon i ETFen ved å låne penger til en risikofri rente som de deretter plasserer sammen med sine egne penger i en ETF som følger OBX indeksen. Som vi ser fra figur 22 vil en slik lånefinansiert indeksposisjon resultere i en statistisk Bull portefølje med både økt risiko og forventet avkastning.

Frem til nå har vi forutsatt at spare- og lånerenten (risikofri avkastning) er identiske<sup>33</sup> og lavere enn avkastningen på porteføljen med global minimumsvarsians ( $G$ ) på den opprinnelige porteføljefronten slik at vi får en positiv stigning på KML og dermed ett

<sup>33</sup> I virkelighetens verden vil det være urimelig å anta at låne- og sparerenten er identiske da utsteder av ett lån vil være eksponert mot låntakers kredittrisiko noe som igjen medfører at lånerenten alltid vil ligge over sparerenten.

positivt Sharpe mål<sup>34</sup>. Dette vil eksempelvis ikke være tilfellet hvis avkastningen på portefølje  $G$  er lik den risikofrie avkastningen eller mindre enn den risikofrie avkastningen. I figur 22 vil det første tilfellet resultere i en svart stiplet horisontal KML linje uten stigning og dermed ett Sharpe mål lik null. Praktisk sett innebærer det at man investerer hele sin posisjon i det risikofrie investeringsobjektet som gir tilbake sparenten  $r_f$ . Risikoaverse investorer foretrekker nemlig en sikker avkastning fremfor en usikker avkastning når begge avkastningene er i samme størrelse. I det andre tilfellet ender vi opp med en svart og rød stiplet KML med neaktiv stigning og dermed ett negativt Sharpe mål. Veldig risikoaverse investorer vil da velge porteføljer mellom  $r_f$  og  $Z$  ( $0 \geq \beta > -1$ ) hvor  $Z$  tilsvarer denne situasjons markedsportefølje. Implikasjonen av dette er at investorer vil shorte en ETF som følger indeksen helt opp til ett beløp tilsvarende 100% av egne penger som sammen med egne penger plasseres til sparenten  $r_f$ . Lite risikoaverse investorer vil kunne tilpasse seg nedenfor punktet  $Z$  på den rødstiplede delen av den negativt stigende KML hvor investorene shorter en størrelse større enn størrelsen på sin egen likviditetsbeholdning ( $\beta \leq -1$ ) som de sammen med egne likvider plasserer til sparenten  $r_f$ . Det siste kalles også for en statistisk Bear portefølje. Selv om det teoretiske sett er mulig å få en konstant KML eller en negativt stigende KML vil det praktisk sett innebære at den totale verdien investert på Oslo Børs er null eller negativ noe vi kan observere at den ikke er per idag [6].

For oss vil en positiv KML være det mest realistiske noe som gjør oss interessert i avkastningen og Sharpe målet til den statiske Bull porteføljen. Avkastningen på denne statiske Bull porteføljen har en nær sammenheng til den naive avkastningen (fler-gangersavkastningen) definert med ligning (7) samtidig som den også vil ha ett like stort Sharpe mål som markedsporteføljen fordi den ligger på samme KML. Dette kan vi vise med ett eksempel hvor vi betrakter kontantstrømmen av å låne penger for å generere en statistisk Bull portefølje. Vi

Figur 23: Kontantstrømmen til en statistisk Bull portefølje med statistisk giringsfaktor  $\beta$ .

	0	T	
			→ Tid
EK investert	$-S_0$	$S_T$	
Låner	$(\beta - 1)S_0$	$-(\beta - 1)S_0(1 + r_f)$	
Investerer lånet	$-(\beta - 1)S_0$	$(\beta - 1)S_T$	
<b>Netto</b>	<b><math>-S_0</math></b>	<b><math>S_T\beta - (\beta - 1)S_0(1 + r_f)</math></b>	

forutsetter at spare og lånerenten er identiske. Vi oppnår en statistisk giringsfaktor på  $\beta$  når vi investerer 100% av egne penger (EK=egenkapital) samtidig som vi låner  $(\beta - 1)100\%$  av banken til lånerenten  $r_f$  som reinvesteres i markedsporteføljen. Alle disse transaksjonene

<sup>34</sup> I tillegg har vi forutsatt at shortsalg på individuelle aktiva er lov noe det ikke er.

gjøres på tidspunkt  $t$ . På tidspunkt  $T$  selger vi andelene våre og betaler tilbake lånet. Denne kontantstrømoppstillingen er gitt i figur 23. Ved å legge merke til at  $S_T = S_0(1 + R_S)$ , hvor  $R_S$  er den enkle kumulative periodeavkastningen på markedsporteføljen kan vi fra netto kontantstrøm regne oss frem til den enkle kumulative periodeavkastningen på den statiske Bull porteføljen som har den statiske giringsfaktoren  $\beta$ :

$$\begin{aligned} R_{Statisk\ Bull} &= \frac{S_T\beta - (\beta - 1)S_0(1 + r_f) - S_0}{S_0} \\ R_{Statisk\ Bull} &= (1 + R_S)\beta - (\beta - 1)(1 + r_f) - 1 \\ R_{Statisk\ Bull} &= \beta R_S - r_f(\beta - 1) \end{aligned} \tag{19}$$

Eksempelvis vil vi få en statisk Bull portefølje med en statisk giringsfaktor på 2 ved å investere 100% av egne midler samtidig som vi låner ett beløp i banken tilsvarende 100% av egne midler. Med disse 2 beløpene får vi en 200% eksponering mot underliggende. Det vil gi en periodeavkastning lik  $R_{Statisk\ Bull} = 2R_S - r_f$ . Når  $r_f = 0$  vil avkastningen på den statiske Bull porteføljen tilsvare den naive avkastningen definert med ligning (7). Vi kan vise at Sharpe målet til den statiske Bull porteføljen er identisk med Sharpe målet til markedsporteføljen for alle giringsfaktorer  $\beta$ <sup>35</sup>:

$$\begin{aligned} Sharpe_{Statisk\ Bull} &= \frac{\beta R_S - r_f(\beta - 1) - r_f}{\beta \sigma_S} \\ Sharpe_{Statisk\ Bull} &= \frac{R_S - r_f}{\sigma_S} \end{aligned} \tag{20}$$

Fra ligning (20) vil en statisk Bull portefølje<sup>36</sup> ha samme Sharpe mål som en hvilken som helst annen kombinasjon av den risikofrie investeringen og OBX indeksen også kalt markedsporteføljen. Dette resultatet er viktig fordi den statiske Bull porteføljen har en mulighet for å opptre som en referanseportefølje for Bull produktene. Dette fordi Sharpe målet vil være uavhengig av den statiske giringsfaktoren i tillegg til at den statiske Bull porteføljen i utgangspunktet skal gi det høyeste Sharpe målet som er mulig i denne økonomien.

Vi ønsker å se hvordan Bull produkter med ulike giringsfaktorer og for ulike investeringshorisonter presterer i forhold til denne statiske Bull porteføljen. Ett negativt aspekt som bør nevnes i denne forbindelse og som Sharpe målet ikke hensyntar er at den statiske Bull porteføljen åpner opp for en ubegrenset nedside, det vil si at det eksisterer en mulighet for en negativ og stor porteføljeværdi. Det gjør at det egentlig ikke blir helt riktig å sammenligne en statisk Bull portefølje med ett daglig rebalanserende Bull produkt som har sin nedside begrenset til det investerte beløpet. I denne forbindelse bør det også nevnes

<sup>35</sup>Ta forventningsverdien og standardavviket til:  $R_{Statisk\ Bull} = \beta R_S - r_f(\beta - 1)$

<sup>36</sup> Ett statisk Bull portefølje kan også genereres ved kjøp av futures kontrakter eller opsjoner på markedsporteføljen tilsvarende en verdi større enn det egne midler skulle tilsi.

at Sharpe målet forutsette visse statistiske egenskaper hos de avkastningene som vurderes. Mer spesifikt forutsetter Sharpe målet at avkastningene er normalfordelte noe som igjen innebærer at avkastningenes sannsynlighetsfordeling kan karakteriseres fullstendig av det historiske standardavviket og det aritmetiske gjennomsnittet som vil være estimatene på den konstante volatiliteten og middelverdien til avkastningene. Vi vet at de enkle kumulative avkastningene følger en tilnærmet lognormalfordeling istedet for en normalfordeling. Det gir en asymmetrisk fordeling som Sharpe målet ikke er dimensjonert for. Det estimerte standardavviket klarer ikke å fange opp den reelle risikoen knyttet til investeringsobjektet ved en slik ikke-normalfordeling. Til tross for disse ulempene er Sharpe målet den beste referansen vi har til å evaluere disse investeringsobjektene opp mot hverandre.

En negativ KML vil være ett lite sannsynlig utfall noe som gjør det mindre interessant å sammenligne en statisk Bear portefølje med ett daglig rebalanserende Bear produkt fra en finansiell institusjon.

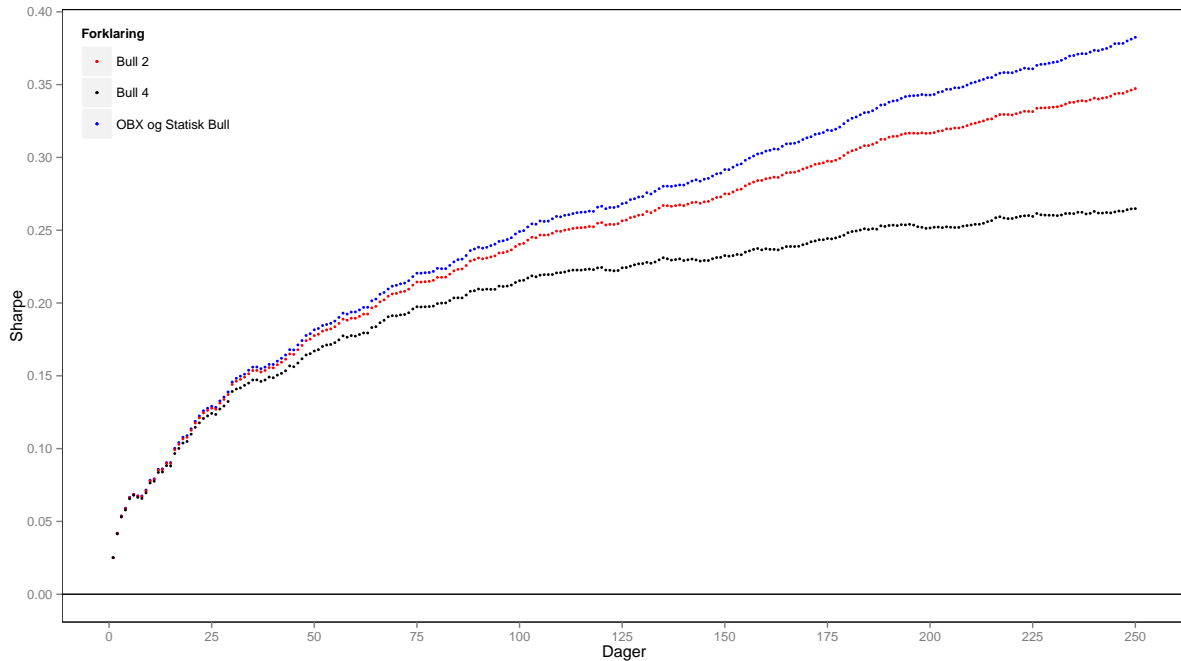
Siden vi bruker en simuleringsmodell som forutsetter uavhengige og identiske normalfordelte avkastninger vil estimatet på forventet avkastning og volatilitet for en fler-dagersperiode øke med de proposjonale tidsreglene. Mer spesifikt vil forventet avkastning øke med  $t$  og volatiliteten vil øke med  $\sqrt{t}$ . Når vi i tillegg antar at den risikofrie renten i økonomien er lik null<sup>37</sup> vil Sharpe målet forventes å øke med  $\sqrt{t}$  for hver påfølgende økning i tidsenheten. Fra dette forventes det at Sharpe målet har ett positivt men avtagende grenseprodukt. Hva vi er ute etter er hvordan Sharpe målet til ett daglig rebalanserende Bull produkt utvikler seg i forhold til OBX indeksen/en lånefinansiert indeksposisjon (statisk Bull portefølje) og det er det som er fokus i neste avsnitt.

I figur 24 er det teoretiske Sharpe målet en funksjon av både investeringshorisonten og giringsfaktoren. Ovenfor ble det nevnt at det ikke skal eksistere noen porteføljer med ett Sharpe mål høyere enn det som korresponderer med indeksen/statiske Bull porteføljer og dette vises også i figur 24. Den statiske Bull porteføljen troner øverst for hele investeringshorisonten opp til 250 dager. Fra figuren ser vi hvordan den daglige rebalanseringen av Bull produktet spiser opp Sharpe prestasjonen fra cirka 25 handledager og at dette konsumet øker med giringsfaktoren på Bull produktet slik at Bull produktet med girning 4 gjør det dårligere enn Bull produkt med girning 2 som igjen gjør det dårligere enn den statiske Bull porteføljen for alle investeringshorisonter. Videre ser vi at alle de 3

---

<sup>37</sup>I den teoretiske analysen frem til nå har vi forutsatt at den risikofrie renta er null uten å si det eksplisitt. Det ble forutsatt indirekte i det vi konstruerte de teoretiske/hypotetiske Bull og Bear produktene perfekte daglige avkastningsmål. Haga og Lindset [16] viser nemlig hvordan eksistensen av en positiv risikofri rente vil medføre at de faktiske girede børshandlede fondene ikke vil oppnå sine daglige avkastningsmål. Det gjør at den risikofrie renta ikke bare vil påvirke den statiske Bull porteføljens/lånefinansierte indeksposisjonens avkastning over tid i forhold til den naive avkastningen, men også Bull og Bear fondenes daglige avkastninger i forhold til det daglige avkastningsmålet. Dette avviket er en del av fondenes ikke-compoundingsavvik. Girede børshandlede verdipapirer/gjeldspapirer vil være immune mot denne renteeffekten. I denne forbindelse vil også en risikofri rente lik null bety at estimatet på  $\mu$  i simuleringsmodellen tilsvarer en form for risikopremie.

Figur 24: Sharpe målet som funksjon av investeringshorisonten og giringsfaktoren.



Sharpe kurvene vokser i en positiv men avtagende takt, noe som også var som forventet. Fra alt dette kan vi slutte at Sharpe målet øker med investeringshorisonten og faller med giringsfaktoren. Men som nevnt ovenfor forutsetter portefølje-teorien og dermed også Sharpe målet normalfordelte avkastninger slik at standardavviket blir ett adekvat mål på risiko. Siden våre enkle kumulative avkastninger er ikke-normalfordelte vil heller ikke Sharpe målet være helt tilstrekkelig i å beskrive de faktiske prestasjonene til de statiske Bull porteføljene og de daglige rebalanserende Bull produktene. Ergo bør andre prestasjonsmål etterstrebes for å få ett best mulig bilde av realitetene.

I oppgavens neste del undersøker vi produktene på nytt og på samme måte som vi har gjort her, men da for en OBX indeks som vi gir en høy volatilitet alt annet uforandret.



### 3.5 Investeringshorisont og høy volatilitet

Vi har sett hvordan avkastningsprofilen, sannsynligheten for tap og Sharpe målet til de teoretiske Bull og Bear produktene endrer seg med investeringshorisonten og giringsfaktoren. I denne seksjonen gjentar vi hele forrige seksjon 3.4 med unntak av at vi går fra ett simulert normal volatilt til ett høy volatilt oppgangsmarked alt annet uforandret. Volatilitetsestimatet til indeksen vil ikke lenger bli estimert med det historiske utvalgsstandardavviket men vil bli basert på den historiske estimerte betingede volatiliteten i figur 5 i seksjon 3.2.2. Fra denne figuren så vi at en årlig volatilitet på rundt 40%<sup>38</sup> gitt med den gulstiplede horisontale linjen vil treffe de fleste betingede volatilitetstoppene og vil oppgavemessig regnes som en høy volatilitet for indeksen når vi ser bort fra den betingede volatiliteten knyttet til tidsperioden for Finanskrisen som er mer som ett ekstremt høy volatilt unntak å regne. Simuleringsmodellen i en årlig drakt for  $t = 1, 2, 3, \dots, 250$  og  $n = 1, 2, 3, \dots, 10\ 000$ :

$$\tilde{s}_t^n = \left(0.103253 - \frac{1}{2}(0.40)^2\right) \frac{1}{250} + 0.40z_t \sqrt{\frac{1}{250}}, \quad z_t \sim \mathcal{N}(0, 1) \quad (21)$$

De samme figurene som ble generert i forrige seksjon har også blitt generert for denne seksjonen når vi ser bort fra figurene som viser indeksens prisbaner som gav de 10 største compoundingsavvikene. Disse figurene ble ekskludert fordi de viste tilnærmet den samme informasjonen som vi så fra figurene i forrige seksjon. Alle de andre figurene er også ganske like dem fra forrige seksjon og er av den grunn ikke plassert her, men lagt til appendikset A.4. Denne seksjonen vil av disse grunner ikke bli like systematisk som foregående seksjon.

For å undersøke hvordan en høyere indeks volatilitet slår ut på Bull og Bear produktets prestasjoner over tid sammenlignet vi produktene med samme giringsfaktor opp mot hverandre. Bull og Bear produktets avkastningsprofil for de 4 ulike investeringshorisontene når giringen er 2 og -2 og indeksen har en høy volatilitet fremkommer i figur 32 til figur 35 i appendikset A.4. De gjennomsiktige røde rektanglenes størrelser og definerte områder som er gitt i disse figurene er identiske med de tilsvarende gjennomsiktige røde rektanglenes størrelser og definerte områder gitt i tilsvarende figur 6b til figur 8 og figur 9b til figur 11 i seksjon 3.4 hvor indeksen hadde en normal volatilitet. De er ikke endret med den hensikt å la dem være en referanse mellom hoveddiagrammene i det normal volatile og høy volatile simulerte oppgangsmarkedet. Ved å sammenligne figurene opp mot hverandre observerer vi ett større avkastningsintervall for de simulerte OBX avkastningene i figurenes minidiagrammer for enhver investeringshorisont ved den økte indekxvolatiliteten. Vi observerer videre at Bull og Bear produktet har fått ett tykkere blått bånd med en svakere blåfarge i figurenes hoveddiagrammer som innebærer en større usikkerhet i Bull og Bear produktets avkastning for hver OBX avkastning og det for enhver

---

<sup>38</sup>Den årlige volatiliteten på 40% tilsvarer en daglig volatilitet på cirka 2.53% som er en økning fra den daglige normale volatiliteten på cirka 1.57% som i en årlig størrelse var gitt som cirka 24.81%.

investeringshorisont. De samme observasjonene finner vi også i avkastningsprestasjonene til Bull og Bear produktet i sammenligningen mellom det simulerte normal volatile markedet i figur 16 til figur 19 og det simulerte høy volatile markedet i figur 36 til figur 39 når giringen er lik 4 og -4. Denne usikkerheten i Bull og Bear produktenes avkastninger øker også innad i det høy volatile markedet når giringen på produktene øker fra 2 og -2 i figur 32 til figur 35 til en giring lik 4 og -4 i figur 36 til figur 39. Det samme så vi skjedde da giringen økte for den normal volatile indeksen. At det blir mer usikkerhet i Bull og Bear produktets «sannsynlighetsfordeling» for hver OBX avkastning og for hver investeringshorisont har en naturlig forklaring. Fra fotnote 32 så vi hvordan Bull og Bear produktets daglige volatilitet var ett produkt av den daglige giringsfaktoren og indeksens eller underliggendes daglige volatilitet. Når underliggendes daglige volatilitet øker øker også Bull og Bear produktets daglige volatilitet og hvis giringsfaktoren også øker øker Bull og Bear produktets daglig volatilitet enda mer. Slik at en økning i indeksens daglige volatilitet og deretter en økning i giringsfaktoren vil gi 2 volatilitetseffekter på Bull og Bear produktets usikkerhet eller volatilitet og som vi har sett fra figur 32 til figur 39 i appendikset A.4 gir det ett tykkere og lysere blått bånd. Foruten økt usikkerhet vil også ikke-linæriteten i avkastningsprofilen til Bull og Bear produktet vokse raskere fram og med en større størrelse når volatiliteten til indeksen øker og denne veksten og størrelsen forsterkes når giringen dobles. Sistnevnte ble også observert når indeksen hadde en normal volatilitet og giringen doblet seg. Endringen i ikke-linæritetens utvikling og form betyr for eksempel at ett Bull eller Bear produkt med en daglig giringsfaktor på 2 eller -2 vil gjør det både mye bedre og mye dårligere (større compoundingsavvik) og det i en raskere takt over tid enn det den daglige to-gangeren eller minus to-gangeren over tid (naive avkastningen) skulle tilsi enn om indeksen hadde hatt en normal volatilitet.

Den teoretiske Bull og Bear avkastningen er gitt med den grønne linjen i figur 32 til figur 39 i appendikset og som vi ser har den en god passform for en 1 ukers og 2 ukers investeringshorisont og for normale OBX avkastninger og en svært dårlig passform for 20 ukers og 1 års investeringshorisont og for ekstreme OBX avkastninger.

Avstanden mellom de blåstiplede vertikale linjene i avkastningsprofilenes minidiagrammer gir 95% konfidensintervallet for de simulerte OBX avkastningenes. Fra konfidensintervallene ser vi at produktene i nesten all hovedsak underpresterer i forhold til den naive avkastningen. Dette gjorde dem også når indeksen hadde en mer normal volatilitet, men her er størrelsen på underpresteringen større.

Appendikset A.4 inkluderer ikke figurene som viser indeksens prisbaner som genererte de ti største compoundingsavvikene for produktene ved en ett års investeringshorisont. Det kommer av at figurene ikke gav noen ny informasjon. En endring i volatiliteten endret ikke formen på prisbanene som gav de ti største positive og negative compoundingsavvikene. I andre ord kom fortsatt de ti største overpresteringene for Bull produktet når indeksen hadde en klar positiv trend og en liten variasjon i de daglige prisene og for Bear produktet kom

overpresteringen når indeksen hadde en klar negativ trend og en liten variasjon i de daglige indeksprisene. For begge kom de ti største underpresteringene når indeksen var tilnærmet trendløs og hadde mye variasjon i de daglige prisene. Dette både for giring 2/-2 og 4/-4. Med andre ord er det ingen endringer i formen på indeksens prisbaner som gav produktene de største over eller- underpresteringene i forhold til den naive avkastningen ved ett handleår. For å få en to-delning i indeksens prisbaner for de største positive compoundingsavvikene når giringen var 2 og -2 måtte vi vurdere de 15 største positive compoundingsavvikene for Bear produktet og de 400 største for Bull produktet. I det giringen doblet seg til 4 og -4 måtte vi opp til de 200 største positive compoundingsavvikene for Bear produktet og de 1500 største for Bull produktet.

Sannsynligheten for tap er økende med investeringshorisonten for både Bull og Bear produktet og denne sannsynligheten øker med giringen jamfør figur 40 og figur 41 i appendikset. Økningen i sannsynligheten for tap i løpet av en ett års investeringshorisont er for Bull produktet 6.26% og 20.66% når giringen er 2 og 4, noe som er en oppgang fra sannsynlighetene på -5.54% og 4.30% når indeksen hadde en normal volatilitet. For Bear produktet er de samme sannsynlighetene 24.55% og 35.58%, noe som er en liten økning fra sannsynlighetene på 24.29% og 31.44% da indeksen hadde en normal volatilitet. Sannsynligheten for tap på OBX indeksen faller med 1.72% i løpet av den samme ettårige investeringshorisonten, noe som er en økning fra fallet på 10.56% da den hadde en normal volatilitet.

Histogrammene for de enkle kumulative ettårs avkastningene til OBX indeksen, Bull og Bear produktet er gitt i figur 42a og figur 42b. Histogrammet til indeksen vil være ett referansepunkt mellom de 2 figurene. Histogrammene prøver å illustrere hvorfor sannsynligheten for tap øker så mye for Bull og Bear produktet i løpet av investeringshorisonten og med giringen og hvorfor vi ikke får ett to-delt trendmønster i indeksens priser for de største positive compoundingsavvikene til Bull og Bear produktet. Som vi nevnte ovenfor vil Bull og Bear produktets daglige volatilitet øke når indeksens volatilitet og/eller giringsfaktor øker som igjen vil slå ut i formen på histogrammene. Når indeksens volatilitet øker øker det også spredningen i de enkle ett årige kumulative indeksavkastningene når indeksens histogram i figur 42a sammenlignes med sitt tidligere histogram i figur 15. Den økte volatiliteten til indeksen forplanter seg videre til Bull og Bear produktets histogrammer når de samme figurene sammenlignes. Begge produkter har fått en større andel av sin sannsynlighetsmasse på nedsiden av null i tillegg til at de har fått lengre høyre haler som ikke vises fullstendig i figurene. Produktenes sannsynlighetsmasse på nedsiden av null blir større når giringen øker fra 2 og -2 i figur 42a til 4 og -4 i figur 42b i tillegg til at produktenes høyre halene blir enda lengre, noe som ikke vises helt i figurene.

Til slutt viser figur 43 Sharpe målet for Bull produktet med en giring lik 2 og 4 som sammenlignes med Sharpe målet for en statisk Bull portefølje når indeksen har en høy volatilitet. Alle de 3 har ett Sharpe mål som følger hverandre ganske tett de

første 25 dagene før det deretter skjer en divergering mellom dem. Rangeringen mellom dem er fortsatt uendret hvor den statisk girde Bull porteføljen rager høyest for alle investeringshorisonter med ett Sharpe mål som er tilnærmet lik Sharpe målet som Bull produktet med giring 4 hadde når indeksen hadde en normal volatilitet i figur 24. Deretter kommer Bull produktet med giring 2 og 4. Som vi ser spiser den daglige rebalanseringen av produktene fortsatt opp Sharpe prestasjonen og dette konsumet øker med giringsfaktoren. For Bull produktet med giring lik 4 er Sharpe målet nesten uendret fra cirka 75 handledager. Som vi ser når vi sammenligner figur 24 og figur 43 mot hverandre faller Sharpe målet både med den daglige giringsfaktoren til produktene og den underliggendes volatilitet for alle investeringshorisonter.

Vi forlater nå vår teoretiske analyse for å se nærmere på de daglige og de langsiktige prestasjonene til 2 faktiske produkter fra Handelsbanken. Disse har begge OBX indeksen som underliggende. Det ene er ett Bull fond med giring 2 og det andre er ett Bear fond med giring -2. Begge ble introdusert på Oslo Børs for første gang den 22. Januar 2008.

## 4 Empirisk analyse av girede børshandlede fond

Her vil vi vurdere de faktiske markedsdataene til 2 girede børshandlede fond. Det betyr at vi kun står ovenfor én unik pris- og avkastningsserie som igjen betyr at vi kun har én pris og avkastning for hver dag. Det betyr at vi forlater våre 10 000 pris- og avkastningsserier som gav oss 10 000 priser og avkastninger for hver dag.

De empiriske markedsdataene er kun gitt for Handelsbankens girede børshandlede fond med giring 2 og -2. DNB sine girede børshandlede verdipapirer med giring 4 og -4 vurderes ikke fordi de i skrivende stund kun har vært på markedet i cirka 20 handledager<sup>39</sup> noe som innebærer for stor usikkerhet til å vurderes. I tillegg må oppgaven begrenses kvantitativt.

I neste del presenteres det noe deskriptiv statistikk av fondene før vi undersøker om fondene klarer å levere den daglige to-gangeren og minus to-gangeren.

### 4.1 Handelsbankens Bull og Bear fond

Handelsbankens Bull og Bear fond er 2 girede børshandlede indeksfond med OBX indeksen som underliggende. Begge fondene omsettes på Oslo Børs og data for begge fondene har blitt gitt av Oslo Børs og igjen tas dataen for å være nøyaktige og pålitelig da det ikke er noe som skulle tilsi noe annet. Bull fondet har fått navnet XACT Derivat Bull og tickerkode OBXEXDBULL, mens Bear fondet har fått navnet XACT Derivat BEAR og tickerkode OBXEXDBEAR. Begge fondene kom på markedet 22. januar 2008 noe som gjør dem litt over 6 år gamle per idag. Kundene av fondene får en diversifiseringsgevinst gjennom en bred eksponering mot de ulike selskapene/industriene som inngår i indeksen i tillegg til at styrken på de daglige avkastningene på indeksen forsterkes med Bull og Bear fondenes 200% og -200% daglige eksponering mot indeksens verdi som Handelsbanken oppnår ved å kjøpe og selge futures på de selskapers aksjer som inngår i indeksen [23, 22]. Det siste innebærer at Bull fondet på en daglig basis vil stige eller synke med 2% når OBX indeksen stiger eller faller med 1%, mens Bear fondet på en daglig basis vil stige eller falle med 2% når OBX indeksen faller eller stiger med 1%. Begge fondene er svært risikable investeringer noe som gjenspeiles fra Handelsbankens egen vurdering av fondene. Handelsbanken gir begge fondene 7 ut av 7 hvor 7 betegner den høyeste risikoen en investering kan oppnå [21, 20]. Fondene genererer inntekter for Handelsbanken gjennom ett årlig forvaltningshonorar tilsvarende 0.80% av den forvaltede kapitalen. Denne forvaltningskostnaden ekskluderer transaksjonskostnadene og belastes kundene på daglig basis. Disse kostnadene reduserer mulige verdiøkninger fra fondene noe som gjør dem relevante å kjenne til tross for at de ikke vil bli vurdert noe nærmere i oppgaven.

I tabell 5 er det presentert deskriptiv statistikk av indeksen og fondens daglige log-avkastninger for de siste 6 årene. Her ser vi at alle de 3 estimatene for forventet daglig logavkastning er ikke-signifikant forskjellig fra null på ett 5% signifikansnivå (se p-verdier

---

<sup>39</sup>Produktene med giring 4 og -4 kom på markedet 04.04.2014

Tabell 5: Deskriptiv statistikk av de logaritmiske dagsavkastningene til OBX indeksen og Handelsbankens Bull og Bear fond: 23.01.2008 - 30.12.2013.

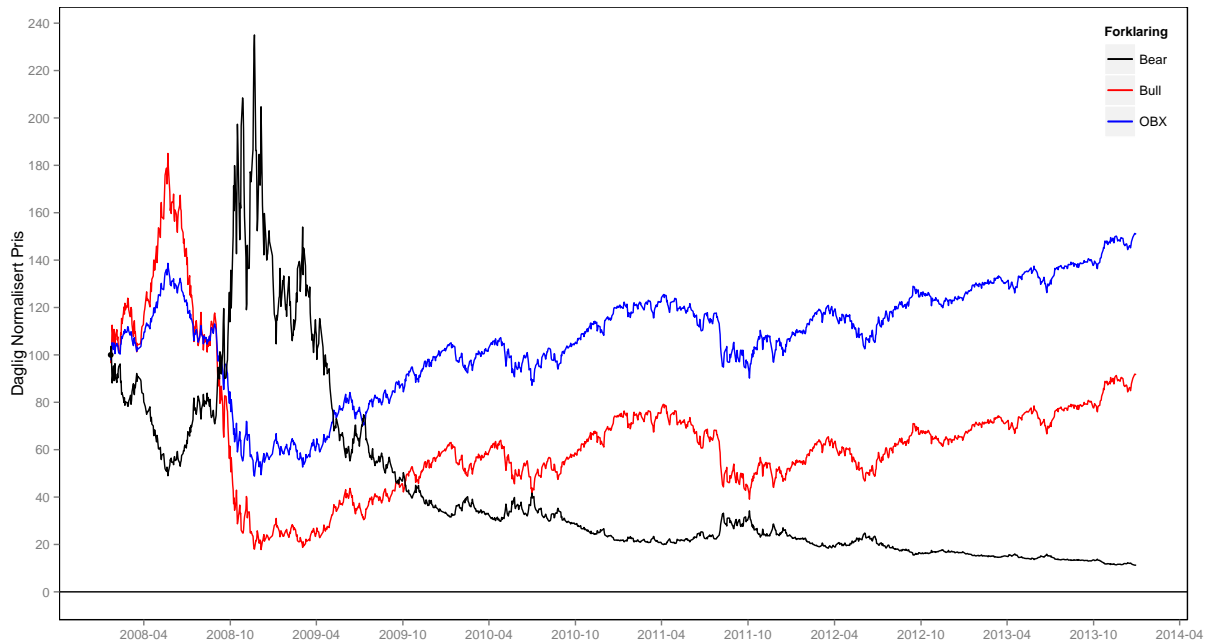
Daglig logavkastninger (%)	OBX	Bull	Bear
Antall observasjoner	1493	1493	1493
Minimum	-11.27	-24.27	-23.26
Maksimum	11.02	18.81	19.40
<u>Størrelse og presisjon</u>			
på estimert forventningsverdi:			
Aritmetisk gjennomsnitt (p-verdi)	0.03 (59.16)	-0.01 (95.30)	-0.15 (13.25)
Standardfeil	0.05	0.10	0.10
95% Konfidensintervall:			
Nedre	-0.07	-0.20	-0.34
Øvre	0.13	0.19	0.04
Historisk standardavvik	1.984	3.824	3.756
Historisk varians (desimalform)	0.00039	0.0015	0.0014

eller estimatenes konfidensintervall). Videre er standardavvikene og minimums og maksimums verdiene til fondene tilnærmet lik det dobbelte av tilsvarende verdier for OBX indeksen noe som var som forventet, mens 95% konfidensintervallet for Bull og Bear fondets estimerte middelverdier virker kjøpere. Bull fondet har eksempelvis en lavere nedre grense enn to ganger indeksens nedre grense og lavere enn to ganger indeksens øvre grense. Bear fondet på sin side har en lavere øvre grense enn to ganger indeksens nedre grense og en lavere nedre grense enn det to ganger indeksens øvre grense skulle tilsi. Begge fondenes historiske priser og daglige logavkastninger er visualisert i figur 25. Prisene til Bull og Bear fondet er sammenlignet med OBX indeksens pris og alle de 3 historiske prisseriene for tidsperioden 22. Januar 2008 til 30. Desember 2013 er normaliserte<sup>40</sup> slik at alle får en pris lik 100 den 22. Januar 2008 i figur 25a. Begge fondenes prisserier slik de er gitt i figur 25a og de daglige logavkastninger slik de er gitt i figur 25b og 25c har de samme karakteristikene som indeksen hadde hvor indeksens prisserie var ikke-stasjonær, mens de daglige logavkastningene var stasjonære og volatilitetsklumpende. I figur 25a ser vi hvordan Bull fondets pris øker mer og faller mer enn OBX indeksens pris, og hvordan de 2 prisseriene er tilnærmet likeløpende ovenfor hverandre noe Bear og indeksens pris ikke er. Bear og indeksens pris er tilnærmet speilbilder av hverandre hvor Bear prisen faller mer enn OBX indeksen øker og øker mer enn OBX prisen faller.

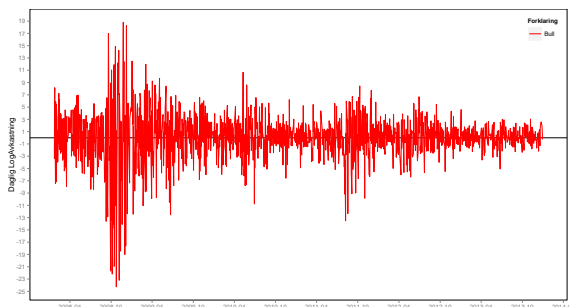
<sup>40</sup>Hver av de 3 historiske prisseriene for det vurderte tidsintervallet ble multiplisert med:  $\frac{100}{Pris_{22.01.2008, i}}$ , for  $i = \{OBX, Bull, Bear\}$

Figur 25: Historiske priser og avkastninger til Handelsbankens Bull og Bear fond: 22.01.2008 - 30.12.2013

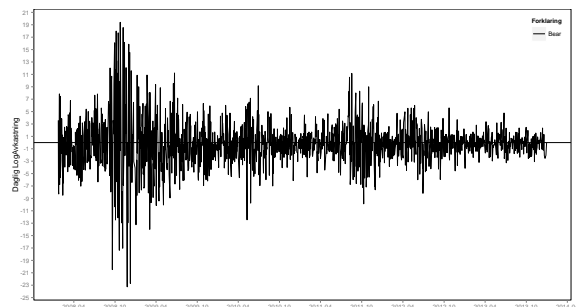
(a) Daglige normaliserte priser.



(b) Bull fondets daglige logavkastninger.



(c) Bear fondets daglige logavkastninger.



## 4.2 De daglige prestasjonene

På en daglig basis lover fondene sine kunder 2 og -2 ganger den daglige avkastningen på OBX indeksen før forvaltnings- og transaksjonskostnadene medregnes. Her vil vi se om de faktisk klarer å levere dette på en daglig basis ved hjelp av klassiske lineære regresjoner (OLS) som blant annet forutsetter uavhengige og identiske normalfordelte feilledd i tillegg til ikke-stokastiske uavhengige variabler<sup>41</sup>. Her er det viktig å nevne at

<sup>41</sup>Sistnevnte innebærer at det ikke er noe korrelasjon mellom de uavhengige variabelene og feilleddene. Skulle en slik korrelasjon eksistere vil det gi forventningsskjevne parameterestimer. I forbindelse med dette

Svenska Handelsbanken AB som er markedspleieren til Handelsbankens fond vil rebalansere fondene ut i fra hvilke endringer det har vært i fondenes NAV i løpet av dagen og ikke ut fra hvilken endring det har vært i markedsprisen i løpet av dagen selv om det er endringen i markedsprisen som er basis for kundenes avkastning. Kjøps- og salgskursen som markedspleier stiller i markedet skal ligge nær hverandre med en maksimal spesifisert differanse hvor kjøpskursen alltid er større enn salgskursen. Markedspleier vil kjøpe og selge fondsandeler i andrehåndsmarkedet for å holde markedsprisen nær NAV. På denne måten er det grunn til å tro at NAV som en hovedregel vil ligge ett sted inni markedskursdifferansen og hvor en høyere likviditet i fondene vil forsterke dette inntrykket. Vi gjør som kundene og ser på fondens siste omsatte kurs som kan være en kjøps- eller salgskurs og som dermed vil avvike noe fra NAV (markedsfrikasjoner). Dette vil kunne gi noe støy i regresjonsresultatene våre nedenfor når vi vurderer fondenes daglige prestasjoner sett med kundenes øyner.

I tabell 6 fremkommer regresjonsresultatene basert på regresjonsmodellen gitt i samme tabell hvor de enkle daglige avkastningene til indeksen regresseres på de daglige enkle fondsavkastningene. Denne type regresjonsmodell blir kalt for Single Index Model (SIM) i

Tabell 6: Regresjonsresultater: Regressering av de enkle daglige OBX avkastningene på Handelsbankens Bull og Bear fond 22.01.2008 - 30.12.2013.

$$R_{t,L} = \alpha + \beta R_{t,S} + \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\epsilon^2)$$

	<b>Bull</b>		<b>Bear</b>	
	$\alpha$	$\beta$	$\alpha$	$\beta$
Estimat	-0.0002248	1.8841590	0.0001318	-1.8840215
Standardfeil	0.0000650	0.0153312	0.0000559	0.0125889
$t^{obs}$	-3.4559	-7.5559	2.3569	9.2128
P-verdi	0.0005	0.000	0.0184	0.000
$R^2$	0.9765		0.9776	

finans og er grovt sagt en implementering av den kjente teoretiske kapitalverdimodellen (KVM). Basert på det som er sagt innledningsvis skal  $\beta$  være lik 2 for Bull fondet og -2 for Bear fondet i tillegg til at konstantleddet skal være null for begge fond. Det kan vises at  $\beta^2 \sigma_S^2$  er den systematiske risikoen og  $\sigma_\epsilon^2$  er den usystematiske risikoen i modellen hvor summen av dem tilsvarer den totale risikoen  $\sigma_L^2$ . Når den usystematiske risikoen er lav vil forklaringskraften  $R^2$  til modellen bli høy. Denne forklaringskraften er gitt som forholdet mellom den systematiske risikoen og den totale risikoen som igjen gjenspeiler den forklarte variasjonen over den totale variasjonen. Hvis modellen har en god lineær tilnærming til datapunktene vil  $R^2$  ligge nær opp til 1, men hvis den har en dårlig lineær tilnærming til

er det også grunn til å nevne at en korrelasjon mellom én modells uavhengige variabler (multikollinearitet) kan medføre problemer i selve den matematiske utregningen av OLS estimatene og dems tilhørende standardfeil. Det vil gjøre dem upålitelige, men for oss vil ikke dette potensielle problemet eksistere fordi vi vurderer kun én uavhengig variabel.



datapunktene vil den ha en  $R^2$  nær 0. På denne måten vil forklaringskraften si noe om kvaliteten til modellens lineære tilnærming til de observerte datapunktene. Konstantleddet  $\alpha$  skiller SIM fra KVM hvor en positiv eller negativ verdi vil reflektere én uavhengig mer- eller mindreavkastning på fondet utover de daglige lovede avkastningsmålene på markedsindeksen.

Etter å ha estimert modellen i tabell 6 ble det utført en residualanalyse av modellens estimerte feilledd av både visuell og analytisk art. Denne analysen er ikke inkludert i oppgaven. Analysen viste at residualene var seriekorrelerte (kaller det brudd 1) og hadde heteroskedastisitet (kaller det brudd 2) i tillegg til at residualenes sannsynlighetsfordeling hadde tykkere haler enn det en normalfordeling med samme forventningsverdi (null) og standardavvik ville hatt (kaller det brudd 3). Disse uønskede statistiske egenskapene til residualene medfører at 3 av forutsetningene for OLS estimatoren er brutt. Disse bruddene vil ikke påvirke selve parameterestimaten; disse vil fortsatt være forventningsrette og konsistente, men ikke lenger effisiente og dermed best. Brudd 1 og 2 vil gi feil standardfeil for parameterestimaten og dermed villedende testobservatorer. Dette i sammen med residualenes tykke haler gitt som brudd 3 vil gi feil p-verdier, noe som kan forplante seg til feil hypoteseslutninger. På toppen av dette vil forklaringskraften ( $R^2$ ) i modellen også bli påvirket siden residualene inngår i denne størrelsen. Til tross for alt dette vil OLS estimeringen fortsatt kunne benyttes i hypotesesammenheng hvis vi erstatter de vanlige standardfeilene til de estimerte parametrene med deres tilhørende robuste<sup>42</sup>. Det er de robuste og ikke de vanlige som er blitt gitt i tabell 6 og som har blitt brukt for å regne ut de tilhørende testobservatorene og p-verdiene.

I tabellen er testobservatorene ( $t^{obs}$ ) for de estimerte  $\alpha$ -verdiene basert på hypotesetester forskjellig i fra null, mens testobservatorene for de estimerte  $\beta$ -verdiene er basert på hypotesetester forskjellig i fra 2 og -2. Det er estimatet på det daglige giringsmålet  $\beta$  som er spesielt interessant og som vi ser er estimatet lik 1.8842 og -1.8840 for hvert av de 2 fondene noe som statistisk sett er sterkt signifikant forskjellig i fra 2 og -2 på ett 5% signifikansnivå. Det kan sees fra de spesifiserte p-verdiene definert som  $P(t > |t^{obs}|_{H_0 \text{ er sann}})$  i tabellen. For eksempel sier den tilhørende p-verdien til Bear fondets  $\alpha$ -estimat at vi i 1.84% av alle tilfeller vil se en testobservator lik 0.0001318 eller høyere når nullhypotesen er sann. Hvis signifikansnivået er lik 5% så sier vi også at vi i 5% av alle tilfeller vil se en testobservator lik 0.0001318 eller høyere kun på grunn av tilfeldigheter. Ut fra dette vil en testobservator verdi lik 0.0001318 under nullhypotesen være lite sannsynlig på

---

<sup>42</sup>I oppgaven benyttet vi Newey-West sine standardfeil fra 1987. Disse kalles også for HAC standard errors som er forkortelse for heteroskedasticity-and-autocorrelation-consistent standardfeil. Siden regresjonsanalysen med mer ikke er hovedfokus i oppgaven henvises det til Verbeek [40, Kapittel 4] for en spesifisering av estimatoren til residualenes varians-kovarians-matrise og dermed også parameterestimatenes varians-kovarians-matrise. Merk at antallet autokovarianser (lags/bandwidth) som benyttes i estimeringen av HAC standardfeil avhenger av vekten av autokovariansene (type kernel) og utvalgsstørrelsen. I oppgaven ble antallet valgt basert på en automatisk regel som Newey og West utleder i sin artikkel fra 1994 [32], mens kernelen ble satt til å være lik konstanten 1.

ett 5% signifikansnivå og dermed forkaster vi den og dette støttes av dataen. For Bull fondet foreligger det en mindreavkastning lik  $-0.0002$  og for Bear fondet foreligger det en meravkastning lik  $0.0001$ . Begge disse  $\alpha$ -estimaterne er signifikant forskjellige i fra null på ett 5% nivå. Forklaringskraften  $R^2$  i modellen er svært høy for begge to, med henholdsvis 97.65% og 97.76% noe som vil si at nesten hele variasjonen i fondenes daglig avkastning kan forklares av variasjonen i markedsindeksens daglige avkastning noe som var som forventet (eksisterer lite diversifiserbar risiko), men som nevnt ovenfor vil forklaringskraften være påvirket av de estimerte residualene ikke er identiske og uavhengige. Fra det som er nevnt kan vi slutte at Bull og Bear fondet ikke klarer å levere de daglige giringsmålene, men at de til gjengjeld ser ut til å levere en mindre- og meravkastning utover og uavhengig av det lovede daglige giringsmålet og dette er støttet av dataen.

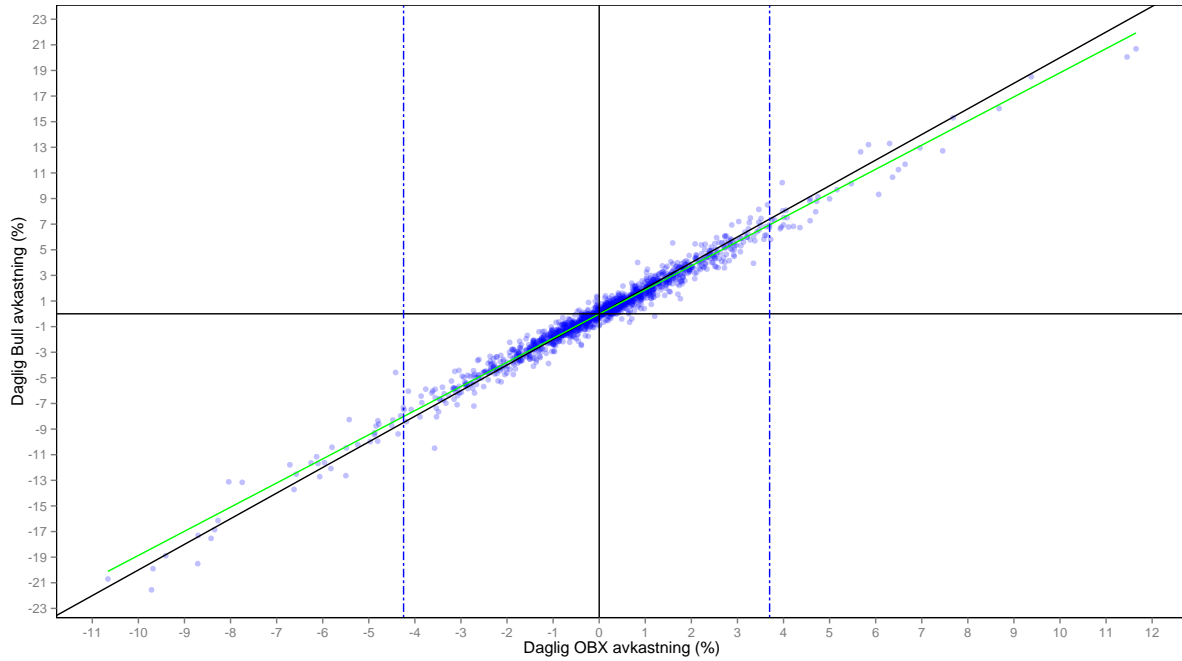
I figur 26 er fondenes faktiske enkle daglige avkastninger for de ulike enkle daglige indeksavkastningene tegnet inn som de runde blå transparente punktene. Disse er sammenlignet med både det teoretiske daglige avkastningsmålet gitt som den svarte lineære linjen med stigningstall 2 for Bull fondet jamfør figur 26a og  $-2$  for Bear fondet jamfør figur 26b og med de estimerte daglige enkle avkastningene generert med regresjonsmodellen og parameterestimaterne gitt i tabell 6. Til slutt er det lagt inn 2 vertikale blå stiplede linjer som utgjør ett 95% konfidensintervall over de faktiske OBX avkastningene for perioden. Hadde fondene gitt 2 og  $-2$  ganger den daglige enkle avkastningen på markedsindeksen ville alle de blå punktene lagt seg langs hver av de 2 svarte lineære linjene i figur 26a og 26b, men til tross for at de bommer litt kommer de allikevel svært nær noe som gjenspeiles av de estimerte avkastningene som er representert med de grønne lineære linjene. Avstanden mellom de daglige enkle markedsavkastningene og de daglige avkastningsmålene til fondene er en differanse som går under navnet ikke-compoundingsavviket. Fra figurene er avviket lite og skal reflektere markedsfriksjoner og markedsforvalternes evner til å nå giringsmålene/tracking error.

Ett naturlig steg videre fra dette er å isolere fondenes daglige prestasjoner for positive indeksavkastninger og for negative indeksavkastninger med det formål å se om det eksisterer en asymmetri i fondenes daglige prestasjoner. Fondenes daglige prestasjoner for positive OBX avkastninger er gitt i øvre del (a) av tabell 7, mens fondenes daglige prestasjoner for negative OBX avkastninger er gitt i nedre del (b) av tabell 7. Igjen presenteres robuste standardfeil. For Bull fondet faller parameterestimatet fra cirka 1.884 for alle OBX avkastninger til cirka 1.856 for positive OBX avkastninger, mens det for Bear fondet øker fra cirka  $-1.884$  for alle OBX avkastninger til cirka  $-1.860$  for positive OBX avkastninger. Som det fremgår fra øvre del av tabell 7 er disse parameterestimaterne sterkt signifikant forskjellig fra 2. Konstantleddene derimot som representerer en uavhengig mer- eller mindre avkastning utover indeksavkastningen er ikke signifikant forskjellig fra null.

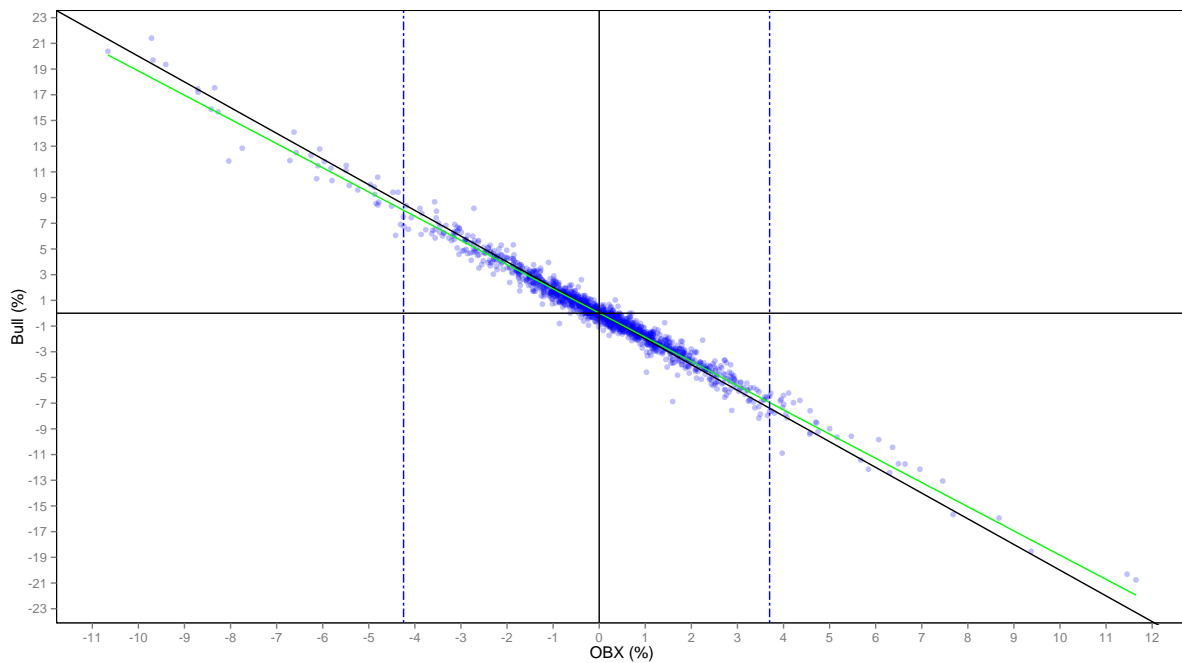
For negative OBX avkastninger øker Bull fondets parameterestimat fra cirka 1.884 for alle OBX avkastninger til cirka 1.942, mens det for Bear fondet faller fra cirka  $-1.884$  for

Figur 26: Handelsbankens Bull og Bear fonds daglige prestasjoner for enkle OBX avkastninger: 22.01.2008 - 30.12.2013.

(a) Daglige enkle avkastninger for OBX og Bull.



(b) Daglige enkle avkastninger for OBX og Bear.



alle OBX avkastninger til cirka -1.936. Disse estimatene er også signifikant forskjellig fra 2. De estimerte konstantleddene er i motsetning til de forrige signifikant forskjellig i fra null.

Tabell 7: Regresjonsresultater: Regressering av de enkle daglige positive og negative OBX avkastningene på Handelsbankens Bull og Bear fond 22.01.2008 - 30.12.2013.

(a) $R_{t,L} = \alpha + \beta R_{t,S}^+ + \epsilon_t, \epsilon_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\epsilon^2)$				
	<b>Bull</b>		<b>Bear</b>	
	$\alpha$	$\beta$	$\alpha$	$\beta$
Estimat	-0.0001318	1.8560375	0.00005959	-1.8600
Standardfeil	0.0002438	0.0192814	0.0002450	0.0181077
$t^{obs}$	-0.5408	-7.4664	0.2432	7.7562
P-verdi	0.5886	0.000	0.8078	0.000
$R^2$	0.9521		0.9538	

(b) $R_{t,L} = \alpha + \beta R_{t,S}^- + \epsilon_t, \epsilon_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\epsilon^2)$				
	<b>Bull</b>		<b>Bear</b>	
	$\alpha$	$\beta$	$\alpha$	$\beta$
Estimat	0.0008811	1.9423440	-0.0008546	-1.9357194
Standardfeil	0.0003105	0.0265716	0.0002485	0.0149342
$t^{obs}$	2.8376	-2.1698	-3.4387	4.3042
P-verdi	0.0045	0.0300	0.00058	0.000
$R^2$	0.9637		0.9655	

Det sjarmerende med resultatene finner sted i sammenligningen mellom fondenes prestasjoner for positive og negative OBX avkastninger. Som det fremkommer er det estimerte giringsmålet for Bull fondet nærmere 2 for negative indeksavkastninger enn det er for positive, mens det estimerte giringsmålet for Bear fondet er nærmere -2 for negative OBX avkastninger enn det er for positive. Oppsummert virker det som om fondene kommer nærmere de lovede giringsmålene når markedet faller enn om det øker. Hvis OBX indeksen øker vil kunder som har investert i Bull fondet tjene mindre enn de vil tape ved ett indeksfall av samme størrelse. Kunder som investerer i Bear fondet vil oppleve det motsatte. Disse vil tjene mer enn de vil tape når indeksen faller kontra om indeksen øker. Oppsummert er Bear fondet bedre enn Bull fondet og investorer som klarer å predikere en markedsnedgang vil gjøre det bedre med Bear fondet enn med Bull fondet ved en tilsvarende predikert markedsoppgang.

Fra resultatene ovenfor fremkommer det at fondene ikke klarer å levere to-gangeren og minus to-gangeren på en daglig basis. Det innebærer eksistensen av ett ett daglig ikke-compoundingsavvik hvor avviket er størst for positive indeksavkastninger for begge fond. Til tross for at avviket er lite ved én 1 dags holdeperiode vil det være interessant å se hvordan ikke-compoundingsavvikene akkumulerer seg opp når fondene holdes over én fler-dagershorisont. Dette er gjort i neste seksjon hvor det gjøres en sammenligning mellom det akkumulerte ikke-compoundingsavviket og compoundingsavviket til fondene over hele

fondenes levetid. Helt til slutt verifiserer vi produktenes stivhengighet fra den teoretiske analysen ved å plukke ut 3 tidsperioder hvor teorien predikerer at fondene skal overprestere (positivt compoundingsavvik) og underprestere (negativt compoundingsavvik).

### 4.3 Sammenligning av det akkumulerte ikke-compoundingsavviket og compoundingsavviket over tid og verifisering av den teoretiske analysen

Det ble gjort ett skille mellom ikke-compoundingsavviket og compoundingsavviket i forbindelse med produktenes totalavkastningsavvik i seksjon 2.6, hvor vi så virkningen av compoundingsavviket i seksjon 3.4 og seksjon 3.5. Siden fondene ikke klarer å levere det daglige giringsmålet/daglige fler-gangersavkastningen på to og minus to vil det være ønskelig på se hvordan ikke-compoundingsavvikets størrelser utvikler seg med tiden og i forhold til compoundingsavvikets størrelse. Sagt på en annen måte ønsker vi å se hvordan avviket knyttet til markedsfriksjoner og tracking error utvikler seg på egenhånd og i forhold til avviket knyttet til selve produktdesignet. Målet med figur 27 er å gi de 2 akkumulerte avvikene ett ansikt. Figur 27a og 27b viser 2 ulike kumulative avkastninger for fondene. Markedsavkastningen til fondene er gitt med den røde linjen og kalkulert med ligning (2):

$$R = \prod_{t=1}^T (1 + R_t) - 1$$

Avkastningsmålet er gitt med den blå linjen og kalkulert med ligning (6):

$$R_{Bull} = \prod_{t=1}^T (1 + 2R_{S,t}) - 1$$

$$R_{Bear} = \prod_{t=1}^T (1 - 2R_{S,t}) - 1$$

I figur 27c og i figur 27d er compoundingsavviket gitt med den blå linjen og er forskjellen mellom avkastningsmålet og den naive avkastningen, hvor den naive avkastningen er gitt med ligning (7):

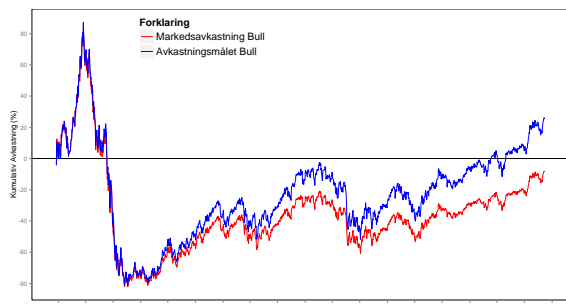
$$R_{Bull,Naiv} = 2 \left( \prod_{t=1}^T (1 + R_{S,t}) - 1 \right)$$

$$R_{Bear,Naiv} = -2 \left( \prod_{t=1}^T (1 + R_{S,t}) - 1 \right)$$

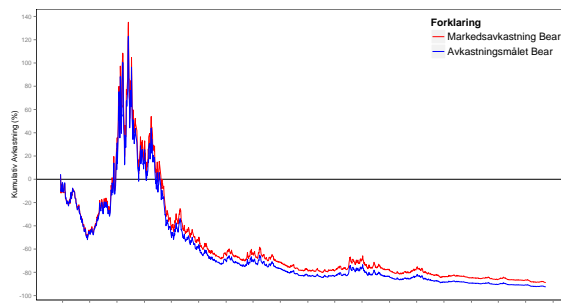
Ikke-compoundingsavviket er gitt med den røde linjen og er forskjellen mellom markedsavkastningen og avkastningsmålet.

Figur 27: Dekomponeringsplot av Handelsbankens Bull og Bear fond: 22.01.2008 - 30.12.2013.

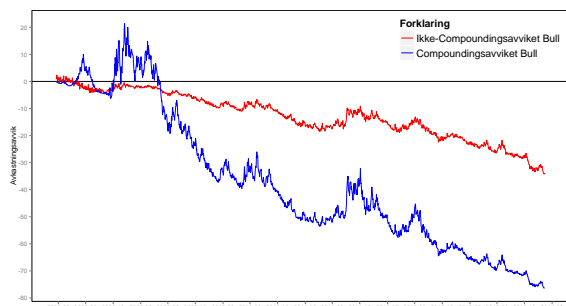
(a) Enkle kumulative avkastninger for Bull fondet



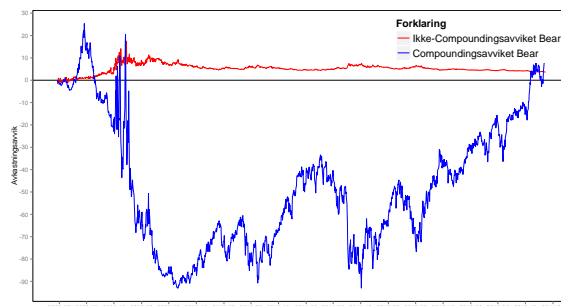
(b) Enkle kumulative avkastninger for Bear fondet



(c) Akkumulerte avvik for Bull fondet



(d) Akkumulerte avvik for Bear fondet

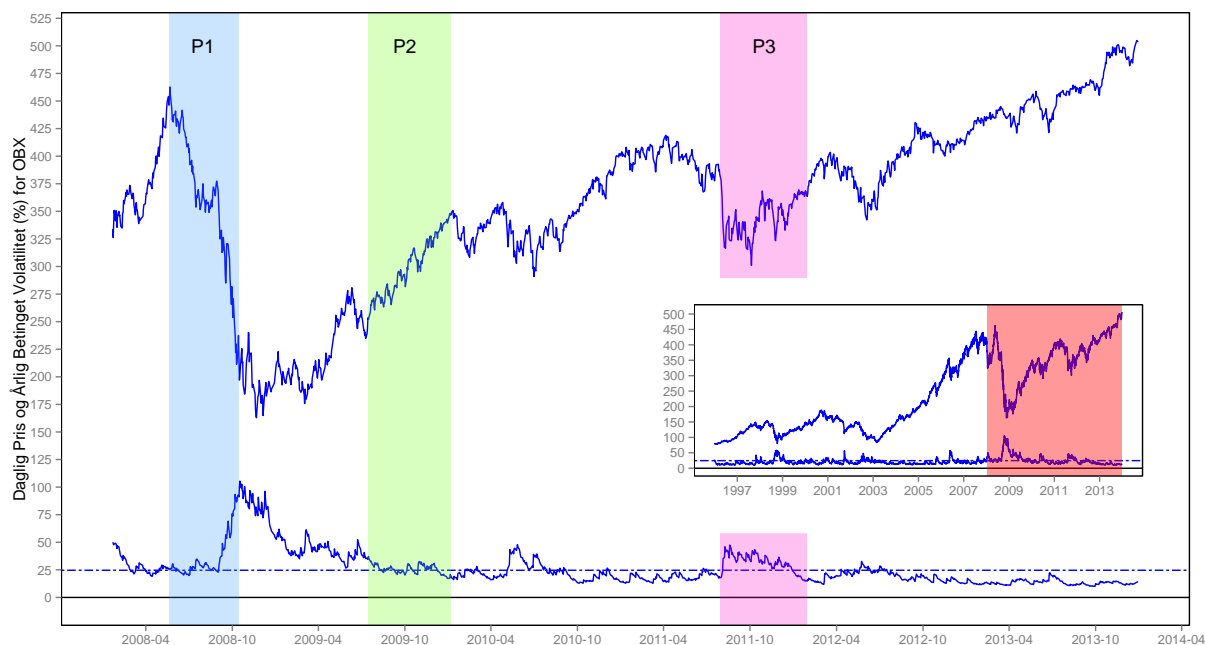


Fra figur 27a ser vi hvordan den kumulative markedsavkastningen og det kumulative avkastningsmålet for Bull fondet divergerer fra hverandre med tiden noe som igjen gir ett økende negativt ikke-compoundingsavvik i figur 27c. For Bear fondet utvikler det seg i starten ett positivt avvik mellom de 2 avkastningsstørrelsene i figur 27b før den positive divergeringen mellom dem stabiliserer seg. Det gir ett lite positivt og konstant ikke-compoundingsavvik i figur 27d. Til tross for at ikke-compoundingsavviket er lite på en daglig basis så vil det akkumulert utgjøre en del, men dette akkumulerte avviket er ikke i nærheten av Bull og Bear fondets blå compoundingsavvik i verken størrelse eller variasjon som vi ser fra figur 27c og figur 27d.

Figur 28 viser både OBX indeksens daglige prisserie og indeksens daglige betingede volatilitet uttrykt i en årlig størrelse fra seksjon 3.2. Den daglige betingede volatiliteten til indeksens logavkastninger er ment å være en referanse for når indeksen hadde sine historiske normal volatile og høy volatile tidsperioder. Både prisserien og den betingede volatiliteten er gitt som de blå heltrukne linjene sammen med den ubetingede volatiliteten som er gitt som den blåstiplede horisontale linjen. Hensikten med figuren er å teste de teoretiske resultatene på de empiriske data gjennom å trekke ut 2 tidsperioder som den teoretiske analysen predikerer at Bull og Bear fondet vil overprestere og 1 tidsperiode hvor den

teoretiske analysen predikerer at de begge vil underprestere. Fra den teoretiske analysen i

Figur 28: Tre tidsintervaller tilhørende OBX indeksen som skal illustrere produktenes teoretiske stivhengighet.



seksjon 3.4 og seksjon 3.5 fant vi at Bull og Bear produktene vil overprestere (positivt compoundingsavvik) i forhold til den naive avkastningen/ fler-gangersavkastningen når underliggende har en tydelig trend enten den ene eller andre veien og det er lite variasjon i de daglige prisene, mens de begge vil underprestere (negativt compoundingsavvik) når underliggende er tilnærmet trendløs og det er en del variasjon i de daglige prisene. Hoveddiagramet i figur 28 er en forstørret utgave av det gjennomsiktige røde rektangulære området i figurens minidiagram og tilsvarer i all hovedsak hele levetiden på Handelsbankens Bull og Bear fond opp til årsskiftet 2013/2014. I hoveddiagramet fremkommer det ett gjennomsiktig blått rektangulært område hvor indeksen hadde en klar negativ trend og hvor det i tillegg var relativt liten variasjon i de daglige logavkastningene. Denne tidsperioden har vi kalt P1 og er en tidsperiode hvor Bear fondet teoretisk sett skal overprestere. Tidsperioden er på cirka 5 kalendermåneder og går fra 20. Mai 2008 til 15. Oktober 2009 og tilsvarer i all hovedsak perioden for Finanskrisen. Tidsperiode 2 også kalt P2 er avgrenset med det gjennomsiktige grønne rektangulære området og tilsvarer en tidsperiode hvor indeksen hadde en klar positiv trend og en liten variasjon i de daglige logavkastningene. Denne tidsperioden er på cirka 6 kalendermåneder og går fra 15. Juli 2009 til 05. Januar 2010 og er en periode hvor Bull fondet skal overprestere i henhold til den teoretiske analysen. Til slutt er tidsperiode 3 gitt som det gjennomsiktige fiolette rektangulære området. Denne

tidsperioden har vi kalt P3 og er en periode hvor indeksen var tilnærmet trendløs og hvor det i tillegg var en del variasjon i de daglige logavkastningene. Tidsperioden er på cirka 6. kalendermåneder og går fra 30. Juli 2011 til 30. Januar 2012. I denne perioden predikerer teorien at begge fond skal underprestere.

Det er først og fremst compoundingsavviket til Bull og Bear fondet i figur 29, figur 30 og figur 31 vi er interessert i og som vi ser overpresterte Bull fondet i periode P1 og P2 (positivt compoundingsavvik), mens det underpresterte i periode P3 (negativt compoundingsavvik) noe også den teoretiske analysen predikerte ville skje. I periode P1 gjorde Bull fondet det mindre dårlig enn det den naive referansen skulle tilsi og i periode P2 gjorde Bull fondet det mye bedre enn den naive referansen skulle tilsi. Fra den teoretiske analysen så vi hvordan Bull produktet kunne oppnå store positive compoundingsavvik både når underliggende hadde en klar negativ og positiv trend som igjen genererte en stor negativ og positiv kumulativ periodeavkastning på underliggende. Som det fremgår fra tabell 8 hadde OBX indeksen i løpet av hele periode P1 og P2 en kumulativ avkastning på -52.62% og 42.01%. I forhold til disse OBX avkastningen leverte Bull fondet under første periode mindre enn to-gangeren (-80.53%) og under andre periode litt mer enn to-gangeren (89.80%). I figur 31 er Bull fondets prestasjon i periode P3 gjengitt. Bull fondet gjorde det i begynnelsen tilnærmet like dårlig som den naive referansen, mens Bull fondet i siste halvdel av perioden gjorde det mye dårligere noe som også er i tråd med hva vi også så i den teoretiske analysen. Fra tabell 8 kan vi observere at OBX indeksen hadde en liten negativ kumulativ avkastning på -5.25% over hele denne perioden, mens Bull fondet hadde litt mer enn tre-gangeren (-17.48%). Ikke-compoundingsavviket var for tidsperioden P1 lite, negativt og konstant, mens det var økende negativt i tidsperioden P2. At ikke-compoundingsavviket er økende negativt med investeringshorisonten i periode P2 og tilnærmet lite, konstant og negativt i periode P1 er ikke så overraskende gitt de assymetriske daglige regresjonsresultatene fra forrige seksjon. Resultatene viste at Bull fondet gjorde det dårligere for daglige positive OBX avkastninger enn det gjorde for daglige negative noe som også vil slå ut i de akkumulerte størrelsene. I tidsperiode P3 gikk ikke-compoundingsavviket fra å være lite og positivt til å bli økende negativt. Det akkumulerte ikke-compoundingavviket gjorde med andre ord Bull fondets prestasjoner dårligere for hver av de 3 vurderte tidsperiodene.

Bear fondet gjorde det likedan som Bull fondet i tidsperiode P1 og P2 hvor Bear fondet presterte bedre enn det den naive referansen skulle tilsi, mens det underpresterte i tidsperiode P3 noe også den teoretiske analysen forutså. Mer spesifikt gjorde Bear fondet det i tidsperiode P1 bedre enn det minus to ganger den kumulative avkastningen på indeksen skulle tilsi, mens fondet under tidsperiode P2 gjorde det mindre dårlig enn det den naive referansen skulle tilsi, hvorav P2 var en periode hvor indeksen hadde en klar positiv trend som igjen genererte en stor positiv kumulativ periodeavkastning for indeksen. Fra den teoretiske analysen så vi hvordan Bear produktet ikke bare kunne oppnå store



positive compoundingsavvik (overprestere) når underliggende hadde en klar negativ trend som igjen genererer en stor negativ kumulativ periodeavkastning på underliggende, men også når underliggende har en klar positiv trend som igjen gir en stor positiv periodeavkastning på underliggende. Det siste medførte at Bear fondet gjorde det mindre dårlig

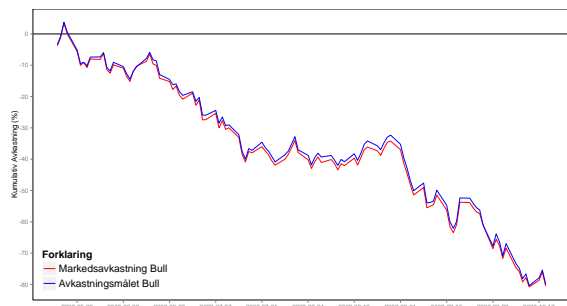
Tabell 8: De faktiske kumulative enkle avkastningene over 3 delperioder med periodens realisererte giringsfaktorer i parantes.

(%)	P1	P2	P3
<b>OBX</b>	-52.62	42.01	-5.25
<b>Bull</b>	-80.53 (1.53)	89.80 (2.14)	-17.48 (3.33)
<b>Bear</b>	234.62 (-4.50)	-53.56 (-1.27)	-2.50 (0.48)

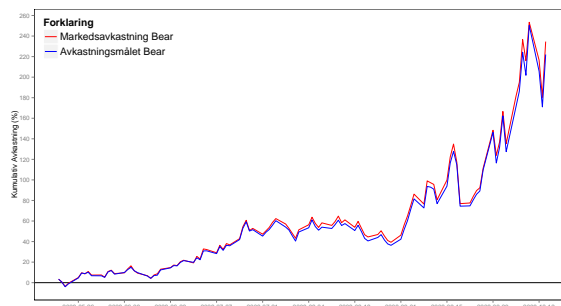
enn den naive referansen i periode P2. Fra tabell 8 leverte Bear fondet avkastningsmessig mindre enn minus fire-gangeren (234.62%) over hele periode P1, og nærmere minus en-gangeren (-53.56%) enn minus to-gangeren over hele peridoe P2. I periode P3 gjorde Bear fondet det litt bedre enn den naive referansen i begynnelsen før fondet i den gjenværende tiden gjorde det dårligere noe som kan sees fra figur 31. Bear fondet leverte tilnærmet en halv-gang den kumulative OBX avkastningen (-2.50%) over hele perioden sett under ett. Ikke-compoundingsavviket er lite, positivt og økende i periode P1 og i periode P2, mens det går fra å være lite og negativt til å bli økende positivt i periode P3. Dette avviket bedret Bear fondets prestasjoner noe for hver av de 3 vurderte tidsperiodene.

Figur 29: P1: Dekomponeringsplot av Handelsbankens Bull og Bear fond: 20.05.2008 - 15.10.2008.

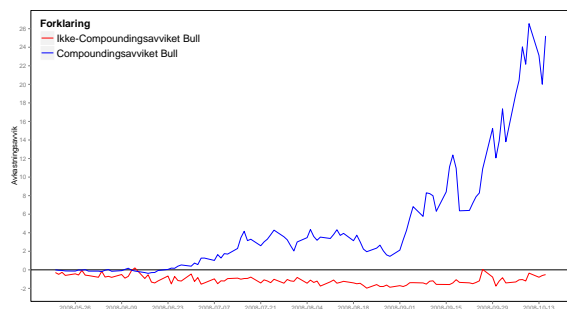
(a) Enkle kumulative avkastninger for Bull fondet



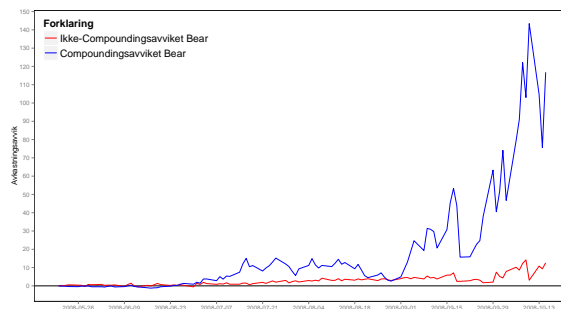
(b) Enkle kumulative avkastninger for Bear fondet



(c) Akkumulerte avvik for Bull fondet

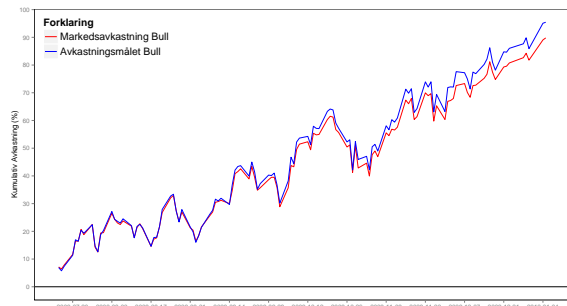


(d) Akkumulerte avvik for Bear fondet

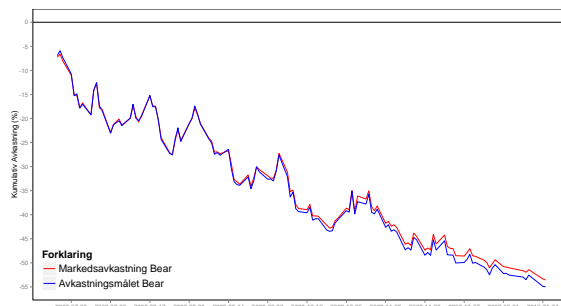


Figur 30: P2: Dekomponeringsplot av Handelsbankens Bull og Bear fond: 15.07.2009 - 05.01.2010.

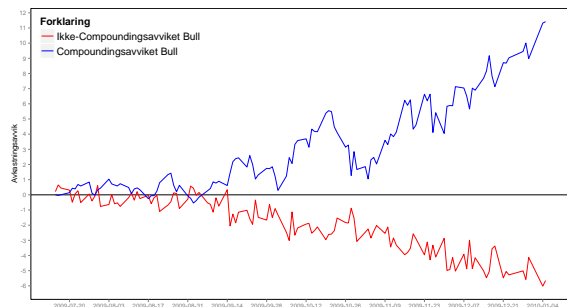
(a) Enkle kumulative avkastninger for Bull fondet



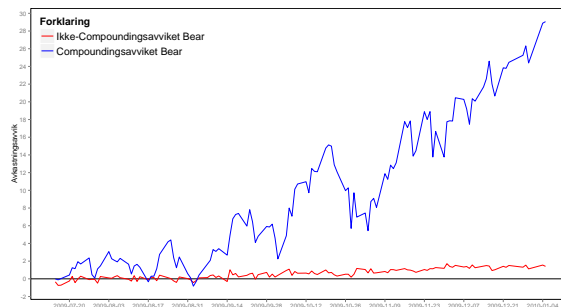
(b) Enkle kumulative avkastninger for Bear fondet



(c) Akkumulerte avvik for Bull fondet

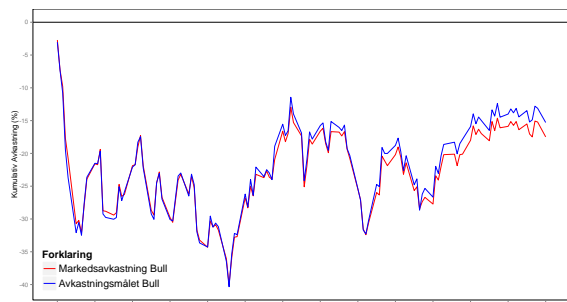


(d) Akkumulerte avvik for Bear fondet

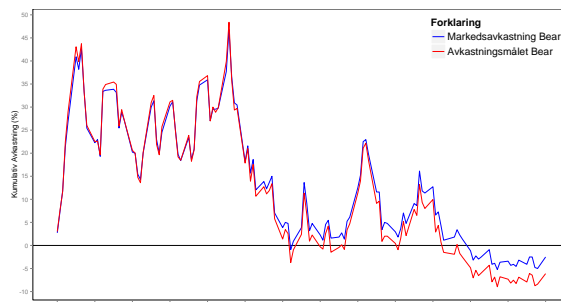


Figur 31: P3: Dekomponeringsplot av Handelsbankens Bull og Bear fond: 30.07.2011 - 30.01.2012.

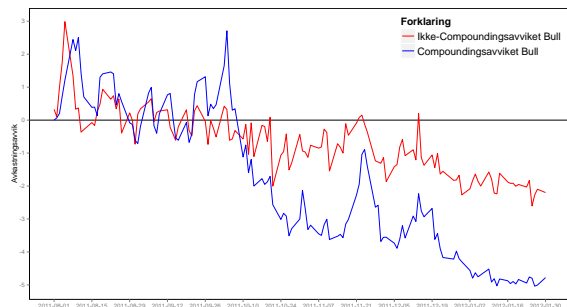
(a) Enkle kumulative avkastninger for Bull fondet



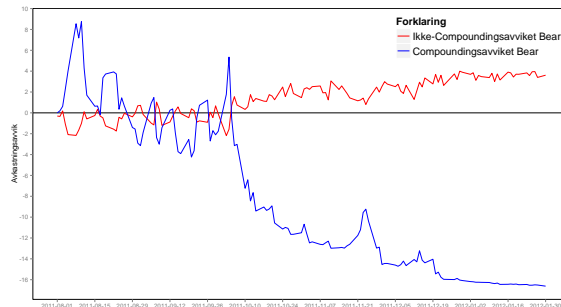
(b) Enkle kumulative avkastninger for Bear fondet



(c) Akkumulerte avvik for Bull fondet



(d) Akkumulerte avvik for Bear fondet



Spørsmålene som ble stilt i introduksjonen av oppgaven kan med resultatene i dette kapitlet og forrige kapitel besvares, noe som gjøres i neste kapitel.

## 5 Konklusjon

Etter å ha undersøkt både de teoretiske og faktiske produktene kan spørsmålene fra introduksjonen besvares hvorav de teoretiske spørsmålene besvares først:

Vi finner at produktene både under- og overpresterer i forhold til fler-gangersavkastningen til indeksen når investeringshorisonten for produktene er lengre enn én dag. Denne under- og overpresteringen øker med investeringshorisonten slik at det utvikler seg større og større ikke-lineæritet i produktenes avkastningsprofil jo lengre produktene holdes. Denne ikke-lineæriteten innebærer at produktene gjør det bedre enn fler-gangersavkastningen og ikke fullt så dårlig som flere-gangersavkastningen for store absoluttverdier på indeksens avkastninger, mens de gjør det dårligere enn fler-gangersavkastningen for normale absoluttverdier på indeksens avkastninger. Selv om produktene øker størrelsen på sine under- og overpresteringer med investeringshorisonten er det underpresteringen som er det mest sannsynlige utfallet for alle investeringshorisonter opp til ett handleår. Det betyr i realiteten at produktene gjør det dårligere og dårligere jo lengre de holdes.

Produktenes største overpresteringer ved ett handleår ble generert av daglige indekspriser som hadde en tydelig trend, enten den eller andre eller begge veier og det i tillegg var lite variasjon i disse. På den annen side ble produktenes største underpresteringer generert av tilnærmet trendløse daglige indekspriser som hadde en del variasjon (sideveise markeder). Dette viser at produktenes prestasjoner ikke bare avhenger av start- og sluttprisen på underliggende, men også av formen på underliggendes prisbane, noe som gjør produktene stiavhengige. Denne stiavhengigheten vil produktene ikke være alene om, men også dele med mange eksotiske opsjoner.

Når giringen på Bull produktet var to og giringen på Bear produktet var minus to falt sannsynligheten for tap på Bull produktet med cirka seks prosent i løpet av den ettårige investeringshorisonten, mens sannsynligheten for tap på Bear produktet økte med cirka tjuefire prosent i løpet av den samme investeringshorisonten. Sistnevntes ugunstige utvikling kommer av at vi har simulert ett oppgangsmarked.

Både Bull produktet og den lånefinansierte indeksposisjonen/indeksen hadde ett Sharpe mål som økte i en positiv, men avtagende takt med investeringshorisonten. Sharpe målet til Bull produktet var lavere enn Sharpe målet til den lånefinansierte indeksposisjonen/indeksen for alle investeringshorisonter. Dette Sharpe avviket økte også med investeringshorisonten.

I det vi doblet giringen på Bull og Bear produktet fra to og minus to til fire og minus fire vokste også under- og overpresteringene til produktene raskere frem med investeringshorisonten og med en større størrelse. Det ble også mer usikkerhet i produktenes avkastninger for hver indeksavkastning og det for alle de vurderte investeringshorisontene. Til tross for produktene øker størrelsene på både sine under- og overpresteringer i en raskere takt vil det fortsatt være underpresteringene som er det mest sannsynlige utfallet

for alle investeringshorisonter. Det betyr at produktene med en doblett giring vil gjøre det enda verre og det i en raskere takt enn tidligere og det for alle investeringshorisonter. Formen på indeksens prisbaner som gav produktene de største under- og overpresteringene ved ett handleår er uendrede. Sannsynligheten for tap har gått fra å være cirka seks prosent fallende til å bli cirka fire prosent økende ved en ettårige investeringshorisont for Bull produktet, mens det har økt cirka ett prosent for Bear produktet. Den økte giringen på Bull produktet gav også ett fall i Sharpe målet for alle investeringshorisonter opp til ett handleår, hvorav dette fallet øker med investeringshorisonten.

Til slutt ble det i den teoretiske analysen vist at en økning i indeksens volatilitet vil ha de tilnærmet samme effektene på produktenes prestasjoner som en økning i produktenes giring. Blant annet så vi en større usikkerhet i produktenes avkastning for de ulike indeksavkastningene og det for de ulike investeringshorisontene. Produktenes under- og overpresteringer vokste også raskere frem med lengden på investeringshorisonten og det med en større størrelse. Disse effektene ble også forsterket i det giringen på produktene økte. Underpresteringene er fortsatt det mest sannsynlige utfallet for alle investeringshorisonter. Formen på indeksens prisbaner som genererte de største under- og overpresteringene er fortsatt uendrede. Sannsynligheten for tap på produktene økte med indeksens volatilitet, hvorav denne ugunstige utviklingen også ble forsterket i det giringen på produktene doblett seg. Sharpe prestasjonen til både referansen og Bull produktet har også fått ett vesentlig fall for alle investeringshorisontene opp til og med ett handleår. Rangeringen mellom dem er fortsatt uendret fra tidligere hvor Sharpe målet til den lånefinansierte posisjonen/indeksen troner øverst for alle investeringshorisonter, før vi deretter får Bull produktet med en giring lik 2 og til slutt Bull produktet med en giring lik 4. Fra dette er det ikke bare størrelsen på produktenes giring som spiser opp Sharpe prestasjonen, men også størrelsen på indeksens volatilitet.

I den empiriske analysen av Handelsbankens Bull og Bear fond fant vi at produktene ikke klarer å lever den daglige to-gangeren og minus to-gangeren, men at de allikevel kommer svært nærme disse lovede daglige flere-gangersavkastningene spesielt for negative indeksavkastninger. Deretter så vi hvordan avviket knyttet til produktdesignet er overlegent avviket knyttet til markedsfriksjoner i både variasjon og størrelse når vi vurderer hele den seks årige levetiden til produktene. Vi verifiserte til slutt de teoretiske produktenes stivhengighet på Handelsbankens faktiske produkter. Handelsbankens produkter overpresterte når indeksen hadde en klar trend og en liten variasjon i de daglige prisene, mens de underpresterte når indeksen hadde tilnærmet trendløse priser med mye variasjon.

## Referanser

- [1] Kjersti Aas. To log or not to log: The distribution of asset returns. Technical report, SAMBA avdelingen ved Norsk Regnesentral, 2004.
- [2] Carol Alexander. *Market Risk Analysis Volume 2: Practical Financial econometrics*. John Wiley & Sons, 2008.
- [3] Marco Avellaneda and Stanley Zhang. Path-dependence of leveraged ETF returns. *SIAM Journal on Financial Mathematics*, 1(1):586–603, 2010.
- [4] Fred Espen Benth. *Option Theory with Stochastic analysis. An Introduction to Mathematical Finance*. Springer, first edition, 2002.
- [5] Zvi Bodie, Alex Kane, and Alan. J Marcus. *Investment and Portfolio Management: Global Edition*. McGraw Hill Companies, ninth edition, 2011.
- [6] Kjell Arne Brekke. *Kapitalverdimodellen*, 2001. Lastet ned: 10.05.2014, fra: <http://folk.uio.no/kjellbre/finans/CAPM.pdf>.
- [7] Chris Brooks. *Introductory Econometrics for Finance*. Cambridge University Press, second edition, 2008.
- [8] Oslo Børs. *Nytt utvalg fra 20. desember*. Lastet ned: 22.04.2014, fra: <http://www.oslobors.no/Oslo-Boers/Om-oss/Presserom/Nyheter-fra-Oslo-Boers/Nytt-OBX-utvalg-fra-20.-desember>.
- [9] Oslo Børs. *OBX-indeksen passerte 500 for første gang*. Lastet ned: 16.04.2014, fra: <http://www.oslobors.no/Oslo-Boers/Om-oss/Presserom/Nyheter-fra-Oslo-Boers/OBX-indeksen-passerte-500-for-foerste-gang>.
- [10] Oslo Børs. *Oslo Børs: Index Methodology*. Lastet ned: 13.04.2014, fra: [http://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=2&ved=0CC4QFjAB&url=http%3A%2F%2Fwww.oslobors.no%2Fob\\_eng%2Fobnewsletter%2Fdownload%2F7377b6650b9d2230f434ecfa01a34147%2Ffile%2Ffile%2F2013-10-22%2520slo%2520B%25C3%25B8rs%2520Index%2520Methodology.pdf&ei=xI9KU8HRNsP02wWznIHIBA&usg=AFQjCNEEOSpjG4rdsrETTN1GgzM7Ci8m4g&bvm=bv.64542518,d.b2I](http://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=2&ved=0CC4QFjAB&url=http%3A%2F%2Fwww.oslobors.no%2Fob_eng%2Fobnewsletter%2Fdownload%2F7377b6650b9d2230f434ecfa01a34147%2Ffile%2Ffile%2F2013-10-22%2520slo%2520B%25C3%25B8rs%2520Index%2520Methodology.pdf&ei=xI9KU8HRNsP02wWznIHIBA&usg=AFQjCNEEOSpjG4rdsrETTN1GgzM7Ci8m4g&bvm=bv.64542518,d.b2I).
- [11] John Y. Campbell, Andrew W. Lo, and A. Craig MacKinlay. *The Econometrics of Financial Markets*. Princeton University Press, 1997.
- [12] Peter Carl and Brian G. Peterson. *PerformanceAnalytics: Econometric tools for performance and risk analysis*, 2013. R package version 1.1.0. <http://CRAN.R-project.org/package=PerformanceAnalytics>.

- [13] Minder Cheng and Ananth Madhavan. The dynamics of leveraged and inverse exchange-traded funds. *Journal Of Investment Management (JOIM)*, Fourth Quarter, 2009.
- [14] Richard A. Ferri. *The ETF Book: All you need to know about exchange -traded funds*. John Wiley & Sons, 2008.
- [15] Alexios Ghalanos. *rugarch: Univariate GARCH models*, 2014. R package version 1.3-1. <http://cran.r-project.org/web/packages/rugarch/index.html>.
- [16] Raymond Haga and Snorre Lindset. Understanding bull and bear ETFs. *The European Journal of Finance*, 18(2):149–165, 2012.
- [17] Joanne Hill and George Foster. Understanding returns of leveraged and inverse funds. *Journal of Indexes*, pages 40–58, 2009.
- [18] Eric Hughson, Michael Stutzer, and Chris Yung. The misuse of expected returns. *Financial Analysts Journal*, pages 88–96, 2006.
- [19] John Hull. *Options, Futures, and Other Derivative Securities*. Prentice Hall, second edition, 1993.
- [20] Handelsbanken Kapitalforvaltning. *Nøkkelinformasjon XACT Derivat Bear*. Lastet ned: 21.04.2014, fra: <https://secure.msse.se/shb/no/funds/N00010405855/KIID.pdf>.
- [21] Handelsbanken Kapitalforvaltning. *Nøkkelinformasjon XACT Derivat Bull*. Lastet ned: 21.04.2014, fra: <https://secure.msse.se/shb/no/funds/N00010405848/KIID.pdf>.
- [22] Handelsbanken Kapitalforvaltning. *Prospekt for XACT Derivat Bear*. Lastet ned: 22.04.2014, fra: <http://globaldocuments.morningstar.com/documentlibrary/Document/663dd406aa6829a9.msdoc/original>.
- [23] Handelsbanken Kapitalforvaltning. *Prospekt for XACT Derivat Bull*. Lastet ned: 22.04.2014, fra: <http://globaldocuments.morningstar.com/documentlibrary/Document/d39c6bf66951fe05.msdoc/original>.
- [24] Lei Lu, Jun Wang, and Ge Zhang. Long term performance of leveraged ETFs. *Financial Services Review*, 21(1), 2012.



- [25] DNB Markets. *DnB Nor: Prospekt Tillegg til Grunnprospekt*. Lastet ned: 24.04.2014, fra:  
<https://www.dnb.no/portalfont/nedlast/no/markets/grunnprospekt/tillegg-grunnprospekt-2010.pdf>.
- [26] DNB Markets. *DNB Prospekt: Endelige Vilkår for ETN (Exchange Traded Notes) med Opera Software ASA, REC Solar ASA, Golden Ocean Group Ltd, Schibsted ASA, Fred Olsen Energy ASA, DNO International ASA, BW LPG Ltd, Norsk Hydro ASA og OBX Stock Index som underliggende*. Lastet ned: 24.04.2014, fra:  
<https://www.dnb.no/portalfont/nedlast/no/markets/investeringsprodukter/etn/fellesavtaler/endelige-vilkaar-etn-april-2014.pdf>.
- [27] DNB Markets. *Exchange Traded Products fra DNB Markets: Beregning av daglig NAV/AV*. Lastet ned: 24.04.2014, fra:  
<https://www.dnb.no/portalfont/nedlast/no/markets/investeringsprodukter/etp/opplaring/etp-beregning.pdf>.
- [28] DNB Markets. *Exchange Traded Products fra DNB Markets: Hva er ETF, ETN og ETP?* Lastet ned: 24.04.2014, fra:  
<https://www.dnb.no/portalfont/nedlast/no/markets/investeringsprodukter/etp/opplaring/etp-hva-er.pdf>.
- [29] DNB Markets. *Exchange Traded Products fra DNB Markets: Verdiutvikling/avkastning over tid, stivhengighet Hedging og rebalansering*. Lastet ned: 11.05.2014, fra:  
<https://www.dnb.no/portalfont/nedlast/no/markets/investeringsprodukter/etp/opplaring/etp-verdiutvikling.pdf>.
- [30] Robert L. McDonald. *Derivatives Markets, International Edition*. Pearson, third edition, 2013.
- [31] Dmitry Mindlin. *On the Relationship between Arithmetic and Geometric Returns*, 2011. Lastet ned: 24.04.2014, fra:  
[http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=2083915](http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2083915).
- [32] Whitney K. Newey and Kenneth D. West. *Automatic Lag selection in Covariance Matrix Estimation*, 1994. Lastet ned: 08.05.2014, fra:  
<http://www.ssc.wisc.edu/~bhansen/718/NeweyWest1994.pdf>.
- [33] R Core Team. *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria, 2013. R version 3.0.2. <http://www.R-project.org/>.

- [34] Jeffrey A. Ryan and Joshua M. Ulrich. *xts: eXtensible Time Series*, 2013. R package version 0.9-7. <http://CRAN.R-project.org/package=xts>.
- [35] Erling Steigum. *Moderne Makroøkonomi*. Gyldendal Norsk Forlag, eight edition, 2010.
- [36] R Studio. *RStudio: integrated development environment for R*. Rstudio version 0.98.501. <https://www.rstudio.com>.
- [37] Knut Sydsæter, Arne Strøm, and Peter Berck. *Matematisk Formelsamling for Økonomer*. Gyldendal Norske Forlag, fourth edition, 2011.
- [38] Hongfei Tang and Xiaoqing Eleanor Xu. Solving the return deviation conundrum of leveraged exchange-traded funds. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 48(01):309–342, 2013.
- [39] Paul Teetor. *R cookbook*. O’Reilly Media, Inc., 2011.
- [40] Marno Verbeek. *A Guide to Modern Econometrics*. John Wiley & Sons, second edition, 2004.
- [41] Bin Wang. *bstats: Ordinary Regression Analysis with R*, 2014. R package version 1.1-11-5. <http://CRAN.R-project.org/package=bstats>.
- [42] Hadley Wickham. *reshape: Flexibly reshape data*. R package version 0.8.4. <http://cran.r-project.org/web/packages/reshape/index.html>.
- [43] Hadley Wickham. *scales: Scale functions for graphics*. R package version 0.2.3. <http://CRAN.R-project.org/package=scales>.
- [44] Hadley Wickham. *ggplot2: Elegant Graphics for Data Analysis*. Springer New York, 2009.
- [45] Hadley Wickham and Chang Winston. *ggplot2: An implementation of the Grammar of Graphics*. R package version 0.9.3.1. <http://cran.r-project.org/web/packages/ggplot2/index.html>.
- [46] Achim Zeileis. *Econometric Computing with HC and HAC Covariance Matrix Estimators*, 2004. Lastet ned: 08.05.2014, fra: <http://www.jstatsoft.org/v11/i10/paper>.
- [47] Achim Zeileis. *sandwich: Econometric Computing with HC and HAC Covariance Matrix Estimators*, 2004. R package version 2.3-0. <http://cran.r-project.org/web/packages/sandwich/index.html>.

- [48] Achim Zeileis and Torsten Hothorn. *lmtest: Diagnostic Checking in Regression Relationships*, 2002. R package version 0.9-33. <http://cran.r-project.org/web/packages/lmtest/index.html>.
- [49] Eric Zivot. *The Constant Expected Return Model*. Lastet ned: 05.03.2014, fra: <http://faculty.washington.edu/ezivot/econ424/constantexpectedreturn.pdf>.

# A Appendiks

## A.1 Utledning av den lognormale simuleringsmodellen og dens sannsynlighetsmomenter

Her utledes simuleringsmodellen som ble gitt i seksjon 3.3. Utledningen begynner i ett kontinuerlig rammeverk med en kontinuerlig tids- og variabel- prosess før den deretter ruller over i en diskret tids- og variabel- prosess. Dette kommer av at finansielle priser kun er observerbare i børsenes åpningstider og de daglige historiske prisene er begrenset til ett visst antall desimaler, i tillegg til at det er datamaskiner som utfører simuleringsjobben og disse klarer ikke å simulere kontinuerlige prosesser. Utledningen under vil ha en positiv synergieffekt i utledningen av de teoretiske avkastningsmålene til Bull og Bear produktene som kommer i påfølgende seksjon.

Finansielle priser følger en stokastisk prosess. McDonad [30, Kapittel 20] viser hvordan en stokastisk prosess for finansielle priser kan bygges opp fra en standard Brownsk bevegelse. Den Brownske bevegelsen er den viktigste byggeklossen i den lognormale modellen, noe som gjør den tankevekkende, og dermed verdt å kikke nærmere på. Benth [4, Kapittel 2] og McDonald [30, Kapittel 20] nevner at den Brownske bevegelsen  $\mathcal{B}(t)$  har følgende fem egenskaper:

1. Den Brownske bevegelsen er null på tidspunkt null. Det vil si  $\mathcal{B}(0) = 0$ .
2. Den har uavhengige ikke-overlappende inkremitter, noe som innebærer at den tilfeldige variabelen  $\mathcal{B}(t) - \mathcal{B}(s)$  er uavhengig av den tilfeldige variabelen  $\mathcal{B}(u) - \mathcal{B}(v)$  når  $t > s \geq u > v \geq 0$ .
3. Prosessen har stasjonære inkremitter, noe som kan uttrykkes på følgende måte: Fordelingen av  $\mathcal{B}(t) - \mathcal{B}(s)$  for  $t > s \geq 0$  er kun en funksjon av tidsdifferansen  $t - s$  og ikke av  $t$  og  $s$  hver for seg.
4. Inkrementene  $\mathcal{B}(t) - \mathcal{B}(s)$  for  $t > s \geq 0$  har en normal sannsynlighetsfordeling med en forventningsverdi lik null og varianse lik tidsdifferansen  $t - s$ .
5. Prosessen  $\mathcal{B}(t)$  er kontinuerlig.

Egenskap nummer tre kan avledes fra egenskap nummer fire, men er nødvendig for å avgrense den Brownske bevegelsen fra den mer generelle Levy prosessen. En Levy prosess oppfyller kun egenskap en til tre noe som medfører at den Brownske bevegelsen er et spesialtilfelle av en Levy prosess. Den Brownske bevegelsen er den eneste Levy prosessen som har en kontinuerlig bevegelsesbane eller «sti» jamfør egenskap nummer fem samtidig som den er ingensteds deriverbar. Fra de gitte egenskaper kan det Brownske inkrementet

på tidspunkt  $t$  skrives som:

$$dB(t) = z\sqrt{dt} \ , \quad z \sim \mathcal{N}(0, 1) \quad (22)$$

Den Brownske bevegelsen i ligning (22) vil på egenhånd være svært lite egnet i å beskrive endringene i finansielle priser siden inkrementenes forventningsverdier over tid er lik null, noe som rent praktisk vil innebære at det ikke vil være mulig å tjene noe på å investere i finansielle aktiva. Hvis man derimot utvider prosessen med et deterministisk driftsledd  $\mu$  og i tillegg multipliserer inn et skaleringsledd  $\sigma$  i den Brownske bevegelsen før man til slutt gjør begge leddene proposjonalt avhengig av prisen vil vi kunne ankomme den geometriske Brownske bevegelsen på standardform, som også er en spesifikk Ito prosess:

$$\frac{dS(t)}{S(t)} = \mu dt + \sigma dB(t) \quad (23)$$

Den geometrisk Brownske bevegelsen er en stokastisk differensialligning og ikke en ordinær en på grunn av usikkerheten som ligger i støyleddet  $\sigma dB(t)$ . Det er verdt å merke seg at  $\mu$  og  $\sigma$  parameteren er to positive konstanter representert i årlige størrelser. Et positivt signifikant driftsledd gjør det mulig på lang sikt å tjene penger i finansmarkedet. Driftsparameteren er forventet å være større enn den risikofrie avkastningen i markedet og dens størrelse er økende i og nært beslektet med den systematiske risikoen som en investor ikke klarer å diversifisere bort [19, Kapittel 9]. Skaleringsfaktoren  $\sigma$  kalles også for volatiliteten eller standardavviket til prosessen. Den er med for å gi prosessen en spesifikk varianse isteden for en varianse lik en per tidsenhet som den ellers ville fått. Det er verdt å merke seg at  $\sigma$  lik null vil gjøre den prosentvise endringen i prisen deterministisk. Ved å gjøre driftsleddet  $\mu$  og støyleddet  $\sigma dB(t)$  proposjonale med prisen vil man oppnå en forventet prisendring og variansen i norske kroner per tidsenhet som avhenger av det eksisterende prisnivået i norske kroner.

Ved å benytte Itos lemma, som er en utvidelse av den ordinære matematikkens kjerneregul på differensialform vil vi kunne finne den tilsvarende prosessen for endringen i den logaritmiske prisen og ikke bare i den ordinære prisen. Ved å definere  $F(S(t)) = \ln(S(t))$ , hvor  $S(t)$  følger prosessen i ligning (23) vil  $d \ln(S(t))$  være en ny Ito prosess [19, Kapittel 10] definert som:

$$d \ln S(t) = \left( \mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) dt + \sigma dB(t) \quad (24)$$

En påfølgende integrering av begges sidene fra tiden  $t = 0$  til  $T > t$ , samt en substituering inn av uttrykket for en standard Brownsk bevegelse fra ligning (22) vil gi:

$$S(T) = S(0)e^{\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)T + \sigma z\sqrt{T}} \ , \quad z \sim \mathcal{N}(0, 1) \quad (25)$$

Dette er «arbeidshesten» i finans og kalles ofte for den lognormale modellen på årsbasis fordi prisene er lognormalfordelte og parametrene og tiden i modellen er definert i årlige størrelser. Førstnevnte vil si at den naturlige logaritmen til prisene følger en normalfordeling. At prisene følger en lognormalfordeling vil innebære at prisene er avskjært fra muligheten til å bli negative. Det innebærer også at prisene vil følge en skjev usymmetrisk sannsynlighetsfordeling som ikke lenger har modus, median og forventningsverdi i samme punktet slik de ellers ville hatt ved en vanlig normalfordeling. Ligning (25) kan videre transformeres til logavkastningen for tidsperioden ved å ta den naturlige logaritmen til den relative prisendringen over perioden:

$$r \equiv \ln \left( \frac{S(T)}{S(0)} \right) = \left( \mu - \frac{1}{2}\sigma^2 \right) T + \sigma z \sqrt{T} \quad , \quad z \sim \mathcal{N}(0, 1) \quad (26)$$

Den lognormale modellen slik den er gitt i ligning (25) og (26) sier kun noe om sannsynlighetsfordelingen til prisen og avkastningen på tidspunkt  $T$  og ikke noe om de tilsvarende sannsynlighetsfordelingene til prisene og avkastningene på alle tidspunktene før og opp til tidspunkt  $T$ . Det er dermed svært ønskelig å finne ett uttrykk for prisbanene på ulike tidspunkt opp til og med tidspunkt  $T$ . Den lognormale modellen på diskret form fås ved å dele opp tidsperioden  $T$  i  $n$  tidsperioder hver med en intervall lengde på  $\Delta t$  noe som gir sammenhengen  $n\Delta t = T$ , idet det også huskes at  $t = 0$ . Ved en påfølgende utnyttelse av at den lognormale modellen er en rekursiv formel kan vi ved å foreta rekursive substitusjoner få et uttrykk for prisen på ethvert tidspunkt som funksjon av parametrene og prisen idag [30, Kapittel 19]:

$$\begin{aligned}
 S_{1\Delta t} &= S_0 e^{(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t}z_1} \\
 S_{2\Delta t} &= S_{1\Delta t} e^{(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t}z_2} = S_0 e^{(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)2\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t}(z_1+z_2)} \\
 S_{3\Delta t} &= S_{2\Delta t} e^{(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t}z_3} = S_0 e^{(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)3\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t}(z_1+z_2+z_3)} \\
 &\vdots \\
 S_{n\Delta t} &= S_{(n-1)\Delta t} e^{(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t}z_n} = S_0 e^{(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)n\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t}\sum_{i=1}^n z_i} \quad (27)
 \end{aligned}$$

Ligning (27) vil være ekvivalent med ligning (25). Koblingen mellom dem kan opprettes ved å definere om  $\sqrt{\Delta t}$  til  $\sqrt{T/n}$  i ligning (27) for deretter å legge merke til at  $\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n z_i \sim \mathcal{N}(0, 1)$ .

For denne oppgavens del vil det være hensiktsmessig å ha tiden og parameterstørrelsene spesifisert i daglige størrelser. Ligning (27) kan omtransformeres for å møte dette ønsket ved å definere  $T$  til å være lik ett år slik at  $\Delta t = 1/n$ . Videre transformeres  $\mu$  og  $\sigma$  om til daglige størrelser gjennom en bruk av de proposjonale tidsreglene. De proposjonale tidsreglene kan brukes så lenge avkastningene er identiske og uavhengige fordelte noe som er oppfylt og følger fra de spesifiserte egenskapene til den enkle Brownske bevegelsen

gitt ovenfor. Mer spesifikt følger det fra egenskap nummer to og egenskap nummer fire. Tidsreglene er gitt som  $\sigma^2 = n\sigma_{dag}^2$  og  $\mu = n\mu_{dag}$ . Ved å fylle inn de spesifiserte definisjoner i en generalisert versjon av ligning (27) fås:

$$S_t = S_{t-1} e^{\left(n\mu_{dag} - \frac{1}{2}n\sigma_{dag}^2\right)\frac{1}{n} + \sqrt{n}\sigma_{dag}\frac{1}{\sqrt{n}}z_t} \quad (28)$$

$$S_t = S_{t-1} e^{\mu_{dag} - \frac{1}{2}\sigma_{dag}^2 + \sigma_{dag}z_t} \quad (29)$$

Ligning (29) kan videre «pyntes på» ved å «kappe av» de kortlevde fotindeksene på parametrene:

$$S_t = S_{t-1} e^{\mu - \frac{1}{2}\sigma^2 + \sigma z_t}, \quad z_t \sim \mathcal{N}(0, 1) \quad (30)$$

Den gitte modellen kan videre transformeres om til ett uttrykk for daglige logavkastninger:

$$r_t \equiv \ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right) = \mu - \frac{1}{2}\sigma^2 + \sigma z_t, \quad z_t \sim \mathcal{N}(0, 1) \quad (31)$$

Modellen i ligning (30) og (31) er den lognormale modellen på diskret pris- og avkastningsform hvor parameter verdiene er benevnt i daglige størrelser. Campbell med flere [11, Kapittel 2] omtaler denne modellen som «the Random Walk 1 model» eller i kortform som «RW1». Zivot på sin side døper modellen på avkastningsform for «The Constant Expected Return Model» forkortet til CER modellen. Det kan vises at den lognormale modellen som er gitt med ligning (30) er en ikke-stasjonær data genererende prosess ved å transformere den om til en autoregressiv prosess eller mer riktig til en random walk med drift ved å definere om  $\ln S_t$  til  $s_t$  og  $\mu - \frac{1}{2}\sigma^2$  til  $\alpha$ :

$$s_t = \alpha + s_{t-1} + \sigma z_t, \quad z_t \sim \mathcal{N}(0, 1) \quad (32)$$

Ved å flytte over  $s_{t-1}$  til venstre side i ligning (32) kan vi uttrykke modellen med en lagoperator ( $\mathbb{B}s_t = s_{t-1}$ ):

$$(1 - \mathbb{B})s_t = \alpha + \sigma z_t, \quad z_t \sim \mathcal{N}(0, 1) \quad (33)$$

For at modellen skal være stasjonær må roten ( $b$ ) av den karakteristiske ligningen som følger fra ligning (33) og som er gitt ved:

$$1 - b = 0 \quad (34)$$

ligge utenfor enhetssirkelen<sup>43</sup>. Det vil si at roten må være større enn 1 i absoluttverdi ellers

---

<sup>43</sup>Det er også mulig å se dette ved å definere om koeffisienten til  $s_{t-1}$  i ligning (32) fra 1 til en vilkårlig koeffisient for eksempel  $\rho$  og deretter ta forventningsverdi, varians og kovarians. Da vil man blant annet kunne observere at  $\rho$  lik 1 vil gi en ubegrenset forventningsverdi [2, Kapittel 5.2].

vil modellen være ikke-stasjonær. Ikke-stasjonæriteten innebærer at forventningsverdi, varians og kovarians/korrelasjon ikke vil være konstante over tid. Som vi ser fra ligning (34) er roten 1 og ikke større enn 1 noe som gjør modellen ikke-stasjonær. Med bakgrunn i dette vil ikke de daglige prisene slik de er presentert i ligning (30) være stasjonære noe som vil gi prisen en ikke-konstant forventningsverdi, varians og median<sup>44</sup>. Diffrensieringen av de daglige logprisene vil på den annen hånd vil gi stasjonære logavkastninger slik at den lognormale modellen på avkastningsform slik den er gitt med ligning (31) vil være en stasjonær modell.

Med utgangspunktet i Sydsæters formelsamling [37, Kapittel 34; side 204] kan vi finne følgende uttrykk for den forventede prisen på tidspunkt  $t$  fra den lognormale modellen spesifisert i ligning (30):

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}[S_t] &= \mathbb{E}\left[S_{t-1}e^{\mu-\frac{1}{2}\sigma^2+\sigma z_t}\right] \\
\mathbb{E}[S_t] &= S_{t-1}e^{\mu-\frac{1}{2}\sigma^2}\mathbb{E}[e^{\sigma z_t}] \quad , \quad \sigma z_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2) \\
\mathbb{E}[S_t] &= S_{t-1}e^{\mu-\frac{1}{2}\sigma^2}e^{\frac{1}{2}\sigma^2} \\
\mathbb{E}[S_t] &= S_{t-1}e^{\mu}
\end{aligned} \tag{35}$$

Og prisens varians på tidspunkt  $t$ :

$$\begin{aligned}
\mathbb{V}[S_t] &= \mathbb{V}\left[S_{t-1}e^{\mu-\frac{1}{2}\sigma^2+\sigma z_t}\right] \\
\mathbb{V}[S_t] &= \left[S_{t-1}e^{\mu-\frac{1}{2}\sigma^2}\right]^2 \mathbb{V}[e^{\sigma z_t}] \quad , \quad \sigma z_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2) \\
\mathbb{V}[S_t] &= \left[S_{t-1}e^{\mu-\frac{1}{2}\sigma^2}\right]^2 e^{\sigma^2} (e^{\sigma^2} - 1) \\
\mathbb{V}[S_t] &= [S_{t-1}e^{\mu}]^2 (e^{\sigma^2} - 1) \\
\mathbb{V}[S_t] &= [\mathbb{E}[S_t]]^2 (e^{\sigma^2} - 1)
\end{aligned} \tag{36}$$

Det vil også være naturlig å ta med uttrykket for medianen til fordelingen siden den ofte sies å være et bedre uttrykk for sentraltedensen enn forventningsverdien når en variabel ikke er symmetrisk fordelt, slik som er nettopp tilfellet med de lognormalfordelte prisene [18, Appendikset]. Hughson med flere viser i sitt appendiks hvordan sannsynligheten for å oppnå eller overstige den forventede verdien faller med tiden og volatiliteten til den lognormalfordelt variabelen og at den vil gå mot null for store verdier på disse. Den prosentvise forskjellen mellom forventningsverdien og medianen er videre vist å være en økende funksjon av volatiliteten og tiden. Ut fra dette kan man slutte at forventningsverdien vil være lite representativ i forhold til medianen og da særlig for veldig volatile finansielle aktivum. Medianen er definert til å være den verdien som balanserer sannsynlighetsmassen til en fordeling. Det vil si at medianen er det fraktilet til fordelingen som gjør at 50% av

---

<sup>44</sup>Medianen kan presenteres som en funksjon av forventningsverdien



verdiene ligger over og 50% ligger under. For en standard normalfordeling er medianen sammenfallende med forventningsverdien som er null og siden modellen på prisform kun er en transformasjon av modellen på avkastningsform kan vi ved å sette inn  $\epsilon = 0$  i ligning (30) få medianen til prisen:

$$\mathbb{M}[S(T)] = S(0)e^{\mu - \frac{1}{2}\sigma^2} = \mathbb{E}(S(T))e^{-0.5\sigma^2} \quad (37)$$

Medianen er med andre ord lavere enn forventningsverdien og vil med bakgrunn i artikkelen til Hughson med flere kunne fungere som et bedre mål på lognormalfordelingens sentraltendens eller forventningsverdi enn det den matematiske forventningsverdien kan.

Forventningsverdien og variansen til den lognormale modellen:

$$\mathbb{E}(r_t) = \mu - \frac{1}{2}\sigma^2 \quad (38)$$

$$\mathbb{V}(r_t) = \sigma^2 \quad (39)$$

## A.2 De girede børshandlede porteføljenes teoretiske avkastningsmål

Denne seksjonen vil gjengi utledningen av prisformelen som Cheng & Madhavan [13] utledet i sin artikkel for Bull og Bear fondene. Dette uttrykket vil deretter bli utsatt for den samme manipuleringen som Tang & Xu [38] foretok i sin artikkel med det formål å komme frem til det teoretiske uttrykket for fondenes avkastningsmål. Uttrykket for produktenes avkastningsmål er gjengitt som den grønne linjen i figurene i seksjon 3.4 og appendiks A.4.

Som nevnt i litteraturdelen utledet Cheng og Madhavan[13] en prisingsmodell for girede børshandlede fond eller Bull og Bear fond. Denne formelen vil også gjelde for girede børshandlede verdipapirer slik at den vil gjelde for alle de girede børshandlede porteføljene eller Bull og Bear produktene som eksisterer per dags dato når vi forutsetter perfekte produkter. Det siste innebærer at utledningen forutsetter at den daglige markedsavkastningen på produktene er lik det daglige avkastningsmålet på produktene noe som innebærer at ikke-compoundingeffekten eller ikke-compoundingsavviket er lik null. En titt nærmere på denne modellen vil kunne gi en bedre innsikt og forståelse av produktene. Formelen står også svært sentralt i Bull- Bear litteraturen og viser compoundingeffektens påvirkning på produktverdiene. Denne prisingsmodellen kan utledes på samme måte som den lognormale modellen gitt med ligning (25). Ved å la  $L_t$  være NAV/AV eller markedsprisen på produktet og ved å la  $S_t$  være prisen på underliggende på tidspunktet  $t$  vil det daglige avkastningsmålet for produktet kunne uttrykkes:

$$\frac{L_t - L_{t-1}}{L_{t-1}} = \beta \frac{S_t - S_{t-1}}{S_{t-1}}$$

Ved å la dagslengden gå mot null fås:

$$\frac{dL(t)}{L(t)} = \beta \frac{dS(t)}{S(t)}$$

Lar så underliggende følge en geometrisk brownsk bevegelse som vil være ekvivalent med å sette inn uttrykket fra ligning (23):

$$\frac{dL(t)}{L(t)} = \beta\mu dt + \beta\sigma d\mathcal{B}(t)$$

Kan så definere en ny Ito prosess fra  $G(L(t)) = \ln(L(t))$ :

$$d \ln L(t) = \left( \beta\mu - \frac{\beta^2}{2} \sigma^2 \right) dt + \beta\sigma \mathcal{B}(t)$$

På samme måte som gjort tidligere kan uttrykket integreres og det operasjonaliserte

uttrykket for den Brownske bevegelse i ligning (22) kan settes inn:

$$L(T) = L(0)e^{\left(\beta\mu - \frac{\beta^2}{2}\sigma^2\right)T + \beta\sigma\sqrt{T}z}, \quad z \sim \mathcal{N}(0, 1) \quad (40)$$

Siden både underliggende og produktet følger den samme stokastiske prosessen får vi ved å legge til og trekke fra  $\frac{\beta}{2}\sigma^2T$  i eksponenten til den eksponensielle funksjonen uttrykt prisen på produktene som en funksjon av underliggendes pris:

$$L(T) = L(0) \left(\frac{S(T)}{S(0)}\right)^\beta e^{\frac{(\beta-\beta^2)}{2}\sigma^2T}, \quad S(T) = S(0)e^{(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)T + \sigma z\sqrt{T}}, \quad z \sim \mathcal{N}(0, 1) \quad (41)$$

Ligning (41) uttrykker prisformelen som Cheng og Madhavan utledet i sin artikkel og som vi ser består den av den konvekse funksjonen:  $\left(\frac{S(T)}{S(0)}\right)^\beta$  og skalaren:  $e^{\frac{(\beta-\beta^2)}{2}\sigma^2T}$ . Ved å la giringsfaktoren eller  $\beta$  være lik 1 i ligning (41) vil verdien av produktet sammenfalle med verdien av underliggende. Skalaren er den faktoren som er særlig interessant i uttrykket og ved nærmere øyesyn ser vi at den er mindre enn 1 fordi:  $\beta - \beta^2 < 0$ , noe som medfører at skalaren er en fallende funksjon av størrelsen på underliggendes volatilitet  $\sigma$  og lengden på investeringshorisonten  $T$ . Dette gjør at produktverdiene vil ødelegges over tid og mange ville kanskje øyne en arbitragemulighet ved å shorte produktene for deretter kjøpe dem tilbake senere, men det vil ikke være riktig. De fleste av oss vil ikke på forhånd kunne vite hvilket markedsutfall som vil bli realisert. Det realiserde markedsutfallet kommer inn gjennom den konvekse funksjonen som fremstiller underliggendes bruttoavkastning iløpet av perioden og denne effekten kan fint overstige den negative effekten fra skalaren. Skalaren er også den komponenten som tar inn produktenes stivhengighet i gjennom hva litteraturen kaller den kvadratiske variasjonen  $\sigma^2T$ . Til tross for at skalaren har en negativ påvirkning på produktverdiene over tid vil den også ha en positiv innvirkning. Den vil nemlig eliminere muligheten for negative produktsverdier noe forfatterne karakteriserer som en innebygd stivhengig opsjon på underliggende. Hadde man konstruert en statisk giret Bull portefølje ved å låne på marginen ville man på den annen side kunne opplevd negative produktsverdier hvis underliggende hadde falt med mer enn 50% i løpet av investeringsperioden. Dette vil man ikke oppleve med de vanlige Bull og Bear produktene fordi de rebalanseres daglig. Fra ligning (40) kan forventningsverdien og medianen til produktet finnes på samme måte som for den lognormale prismodellen:

$$\mathbb{E}[L(T)] = L(0)e^{\beta\mu T}, \quad \mathbb{M}[L(T)] = L(0)e^{\left(\beta\mu - \frac{\beta^2}{2}\sigma^2\right)T} \quad (42)$$

Bull produktets forventede verdi vil gå mot null når driften til underliggende er negativ, mens Bear produktets verdi vil gå mot null når driften til underliggende er positiv. Ett bedre mål på sentraltendensen er medianen, men også denne gir det samme bilde gitt at  $\mu < \frac{\beta}{2}\sigma^2$  for Bull produktet. Over tid i en realistisk likevekt vil man kunne forvente at

Bull produktets verdi øker, mens Bear produktets verdi faller.

Tang og Xu [38] viser hvordan modellformelen til Cheng og Madhavan [13] spesifisert i ligning (41) for Bull og Bear produktet kan gjengi kildene til compoundingsavviket. Modellen settes på diskret form og hvert steg gjengis under. Notasjonsmessig tilsvarer  $R_L$  det kumulative avkastningsmålet til produktet og  $R_S$  tilsvarer den kumulative avkastningen til underliggende:

$$\begin{aligned}
\ln\left(\frac{L_T}{L_0}\right) &= \beta \ln\left(\frac{S_T}{S_0}\right) + \frac{(\beta - \beta^2)}{2} \sigma^2 T \\
\ln(1 + R_L) &= \beta \ln(1 + R_S) + \frac{(\beta - \beta^2)}{2} \sigma^2 T \\
R_L - \frac{1}{2} R_L^2 &\cong \beta \left( R_S - \frac{1}{2} R_S^2 \right) + \frac{(\beta - \beta^2)}{2} \sigma^2 T \\
R_L - \beta R_S &\cong \frac{1}{2} R_L^2 - \frac{1}{2} \beta R_S^2 + \frac{(\beta - \beta^2)}{2} \sigma^2 T \\
R_L - \beta R_S &\cong \frac{1}{2} \beta^2 R_S^2 - \frac{1}{2} \beta R_S^2 + \frac{(\beta - \beta^2)}{2} \sigma^2 T \\
R_L - \beta R_S &\cong \frac{(\beta^2 - \beta)}{2} R_S^2 - \frac{(\beta^2 - \beta)}{2} \sigma^2 T
\end{aligned} \tag{43}$$

I første steget ble den naturlige logaritmen tatt og i andre steget ble definisjonen av den enkle kumulative bruttoavkastningen i ligning (2) brukt. I tredje steget ble andreordens approksimasjon til  $\ln(1 + R) \cong R - \frac{1}{2} R^2$  satt inn. Denne approksimasjonen ble nevnt i forbindelse med ligning (5). Steg fire er rett frem, mens i steg 5 ble førsteordens approksimasjon  $R_L \cong \beta R_S$  benyttet. Siste steg er også rett frem. Ligning (43) sier at compoundingsavviket på venstre side har en positiv sammenheng med den kvadererte kumulative avkastningen til underliggende, mens det har en negativ sammenheng med variansen til underliggende. Videre har den absolutte størrelsen på compoundingsavviket en positiv sammenheng med  $\beta^2 - \beta$ . Fra ligning (43) er det rett frem å finne avkastningsmålene til både Bull produktene med giring lik 2 og 4 og Bear produktene med giring lik -2 og -4 som funksjon av underliggendes avkastning. Definerer  $L = \{Bull_2, Bull_4, Bear_{-2}, Bear_{-4}\}$  og  $S = OBX$ :

$$R_{Bull_2} \cong R_{OBX}^2 + 2R_{OBX} - \sigma^2 T \tag{44}$$

$$R_{Bull_4} \cong 6R_{OBX}^2 + 4R_{OBX} - 6\sigma^2 T \tag{45}$$

$$R_{Bear_{-2}} \cong 3R_{OBX}^2 - 2R_{OBX} - 3\sigma^2 T \tag{46}$$

$$R_{Bear_{-4}} \cong 10R_{OBX}^2 - 4R_{OBX} - 10\sigma^2 T \tag{47}$$

Andregradsfunksjonene som er gitt med ligning (44) og (46) ble tegnet inn som den grønne linjen i figur 6 til figur 11 og i figur 32 til figur 35 mens andregradsfunksjonene i ligning (45) og ligning (47) ble tegnet inn i figur 16 til figur 19 og figur 36 til figur 39.

### A.3 Estimering

Det finnes mange estimeringsteknikker for å estimere parametrene i de ulike modellene i oppgaven. Her vil vi konsentrere oss om OLS<sup>45</sup> (ordinary least squares). Den enkle estimeringsmodellen uten helningskoeffisient:

$$r_t = \mu + \sigma z_t, \quad z_t \sim \mathcal{N}(0, 1) \quad (48)$$

$$\Leftrightarrow r_t = \mu + \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2) \quad (49)$$

kan estimeres med OLS estimatoren gjennom å minimere summen av kvadrerte residualer ( $\mathbb{L}$ ). Jo mindre denne summen er jo større blir modellens forklaringskraft  $R^2$  og dermed også korrelasjonen ( $\sqrt{R^2}$ ) mellom de faktiske avkastningene og de estimerte. OLS estimeringen er mulig å utføre siden vi står ovenfor en lineær modell:

$$\mathbb{L} = \sum_{t=1}^T \hat{\epsilon}^2 \quad (50)$$

$$\mathbb{L} = \sum_{t=1}^T (r_t - \hat{\mu})^2 \quad (51)$$

Deriverer med hensyn på  $\hat{\mu}$  og setter lik null:

$$\frac{d\mathbb{L}}{d\hat{\mu}} = -2 \sum_{t=1}^T (r_t - \hat{\mu}) = 0 \quad (52)$$

En oppløsning av summasjonsindeksen før en påfølgende omskriving av  $\sum_{t=1}^T \hat{\mu}$  til  $T\hat{\mu}$  gir:

$$\hat{\mu} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_t \quad (53)$$

Som også er ett globalt minimumspunkt:

$$\frac{d^2\mathbb{L}(\hat{\mu})}{d\hat{\mu}^2} = 2T > 0 \quad (54)$$

Estimatoren tilsvarende den aritmetiske historiske gjennomsnittsavkastningen  $\bar{r}$ . Det kan vises at estimatoren ( $\hat{\mu}$ ) er forventningsrett (en egenskap som holder for alle utvalgsstørrelser)

---

<sup>45</sup>Maximum likelihood er en annen metode som kan brukes for å estimere både lineære og ikke-lineære modeller. Denne metoden finner de parameterestimaterne som maksimerer sannsynligheten for å observere de historiske data under forutsetning av at de observerte data følger en spesifikk sannsynlighetsfordeling. Metoden ble brukt i forbindelse med estimering av de historiske tidsvarierende volatiliteten til OBX indeksen. Metoden er attraktiv fordi den gir konsistente og effisiente parameterestimater. Ulempen ved den er at man ofte ikke får analytiske løsninger. Datamaskiner implementerer metoden igjennom ulike numeriske algoritmer som også har blitt døpt «fjellklatring» (hill climbing). Ett problem med denne fjellklatringen er at man kan ende opp med ett lokalt maksimum og ikke ett globalt maksimum, i tillegg er det ikke sikkert at det vil skje en konvergering mot maksimumet eller at det vil ta lang tid før det skjer.

og konsistent (holder for store utvalgsstørrelser) jamfør Brooks [7, Kapittel 2 og 3]. Brooks viser hvordan variansen  $\sigma^2$  til feilleddene kan estimeres med  $\hat{\sigma}^2 = \frac{\mathbb{L}(\hat{\mu})}{T-1} = \frac{\sum_{t=1}^T (r_t - \bar{r})^2}{T-1}$ . Dette blir kalt det historiske standardavviket for avkastningene. Til slutt er presisjonen eller variansen til  $\hat{\mu}$  estimert med  $\hat{\sigma}_{\hat{\mu}}^2 = \frac{\hat{\sigma}^2}{T}$  [49]. Som vi ser er estimatets varians mindre enn avkastningenes eller feilleddenes varians med faktoren  $\frac{1}{T}$ . Tas kvadratrot av  $\hat{\sigma}_{\hat{\mu}}^2$  fås punkttestimatets volatilitet som tituleres som standardfeilen til parameterestimatet.

Simuleringsmodellen:

$$r_t = \mu - \frac{1}{2}\sigma^2 + \sigma z_t, \quad z_t \sim \mathcal{N}(0, 1) \quad (55)$$

$$\Leftrightarrow r_t = \mu - \frac{1}{2}\sigma^2 + \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2) \quad (56)$$

er estimeringsmodellen nedjustert med en halv varians for å få forventningsrette fremtidige priser. Parameterestimerene er fortsatt de samme som for estimeringsmodellen.

For regresjonsmodellene gitt i tabell 6 og 7 henvises det videre til kapittel 2 i Verbeeks bok [40] eller til kapittel 2 til 4 i Brooks bok [7] for hvordan parameterestimatene og dems statistiske egenskaper kan utledes når en regresjons/estimeringsmodell har én eller flere helningskoeffisienter og Gauss-Markov forutsetningene er oppfylt.

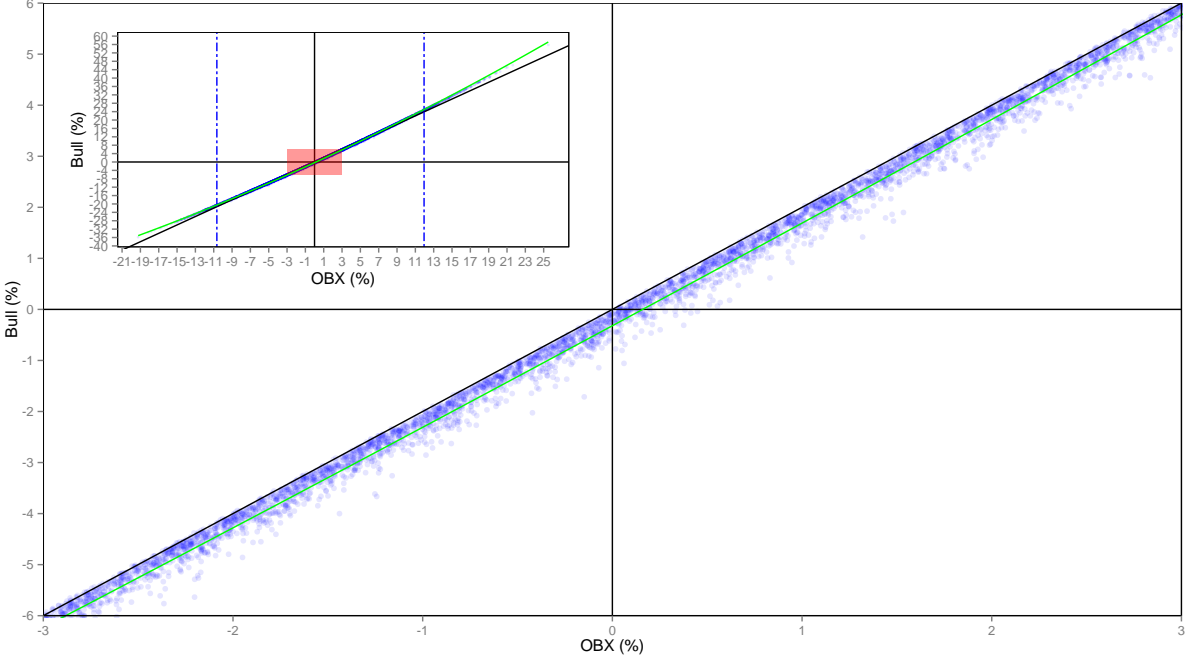
## A.4 Investeringshorisont og høy volatilitet

De teoretiske analyseresultatene til seksjon 3.5 er gjengitt her.

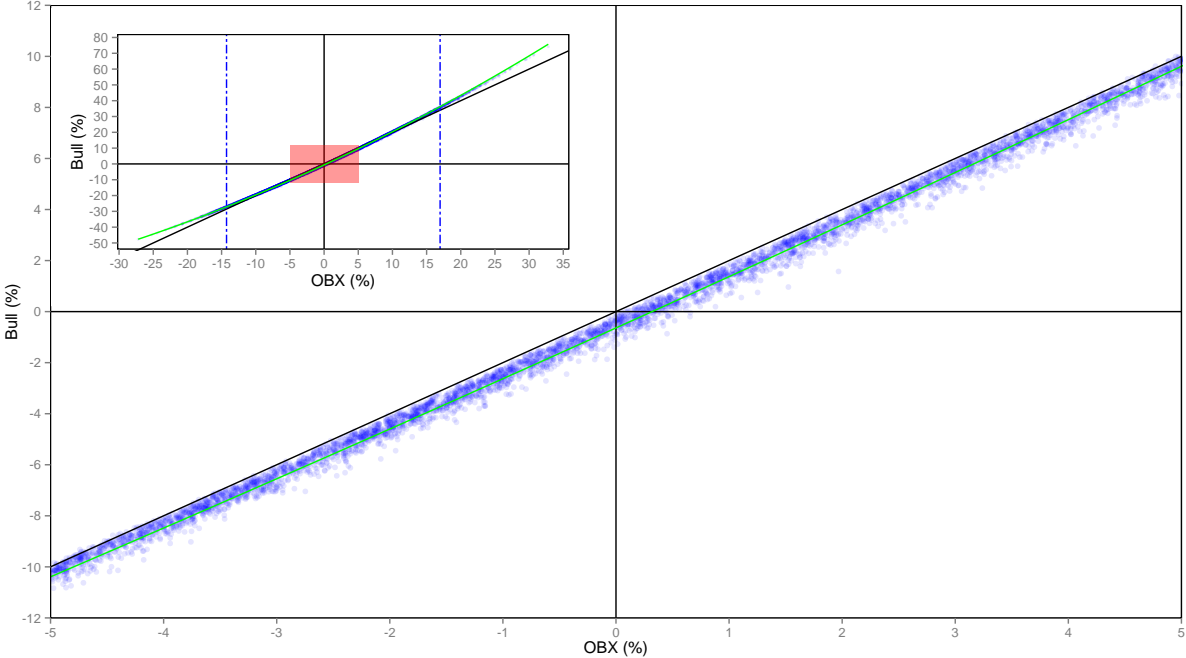
For Bull og Bear produkter med giring 2 og -2 fås følgende i ett simulert høy volatilt oppgangsmarked :

Figur 32: Compoundingeffektens 1 og 2 ukers påvirkning på Bull produktets avkastning når giringen er 2 i ett høy volatilt oppgangsmarked.

(a) 1 ukers investeringshorisont



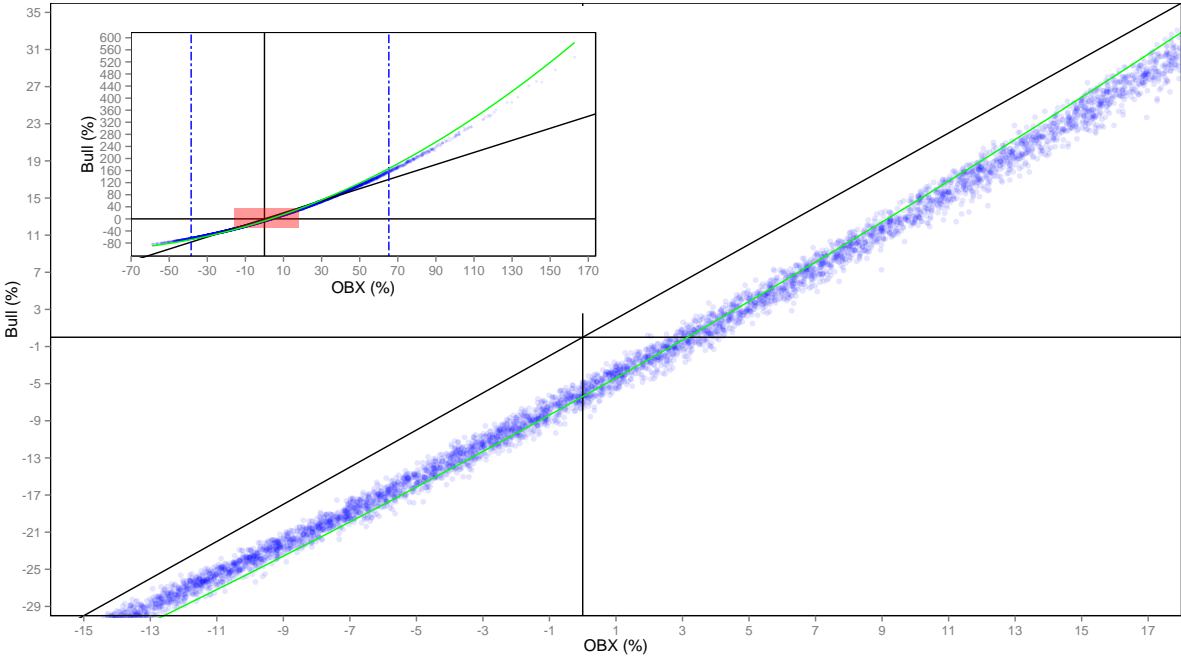
(b) 2 ukers investeringshorisont.



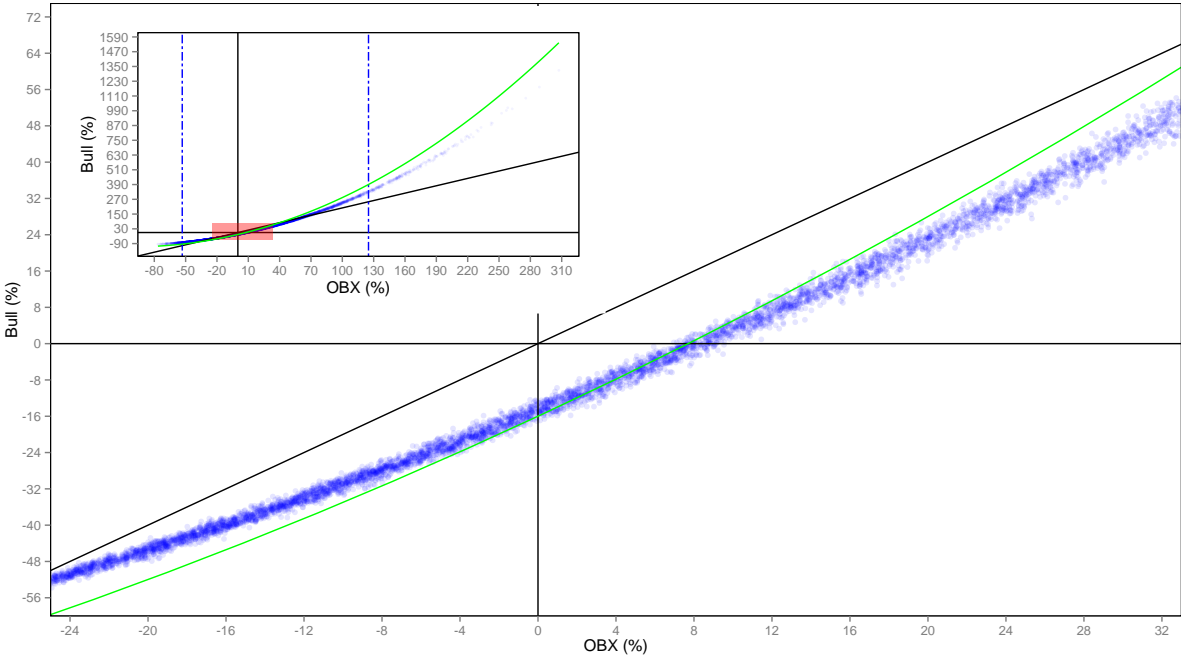


Figur 33: Compoundingeffektens 20 ukers og ett års påvirkning på Bull produktets avkastning når giringen er 2 i ett høy volatilt oppgangsmarked.

(a) 20 ukers investeringshorisont.

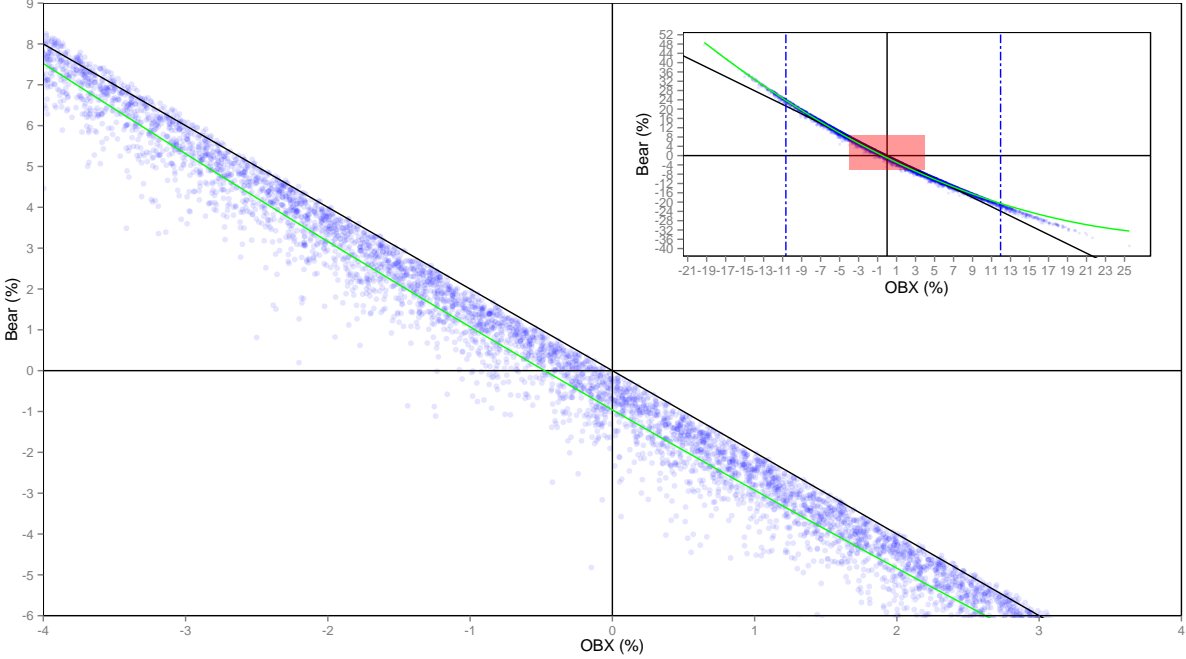


(b) Ett års investeringshorisont.

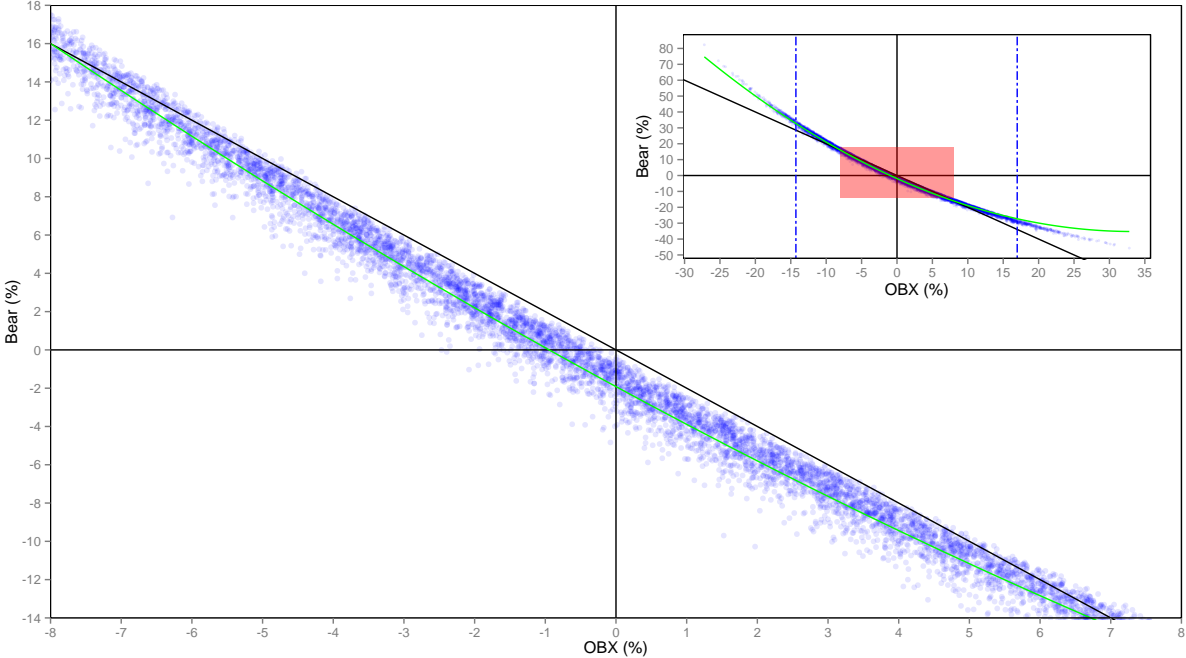


Figur 34: Compoundingeffektens 1 og 2 ukers påvirkning på Bear produktets avkastning når giringen er -2 i ett høy volatil oppgangsmarked.

(a) 1 ukers investeringshorisont

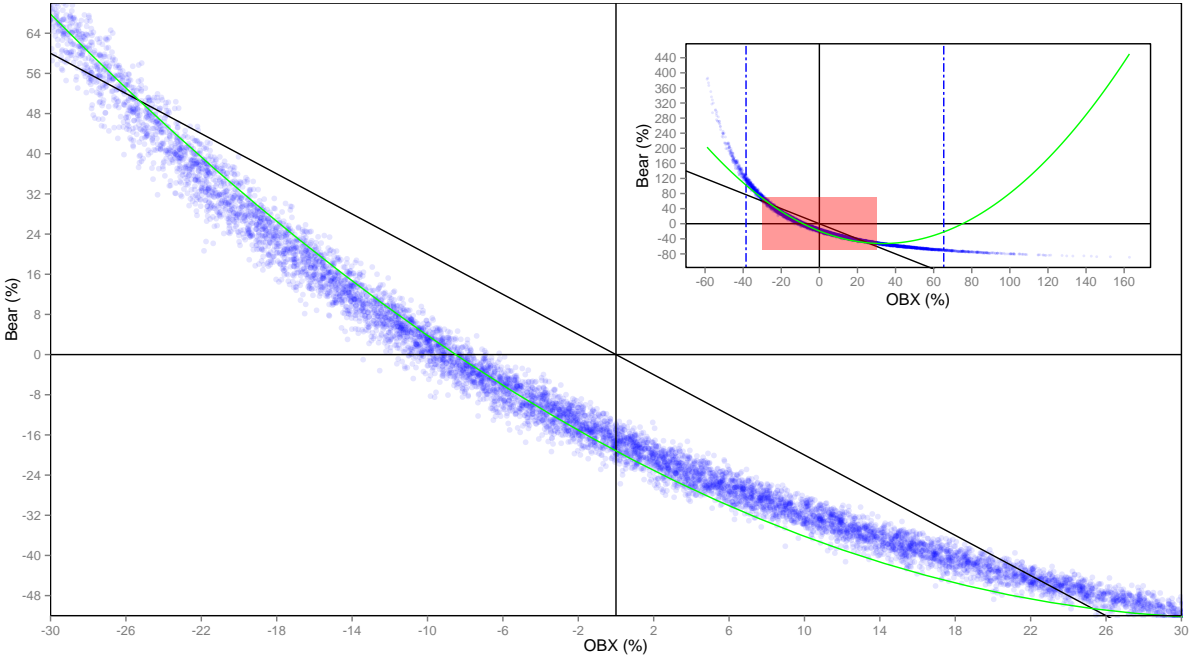


(b) 2 ukers investeringshorisont.

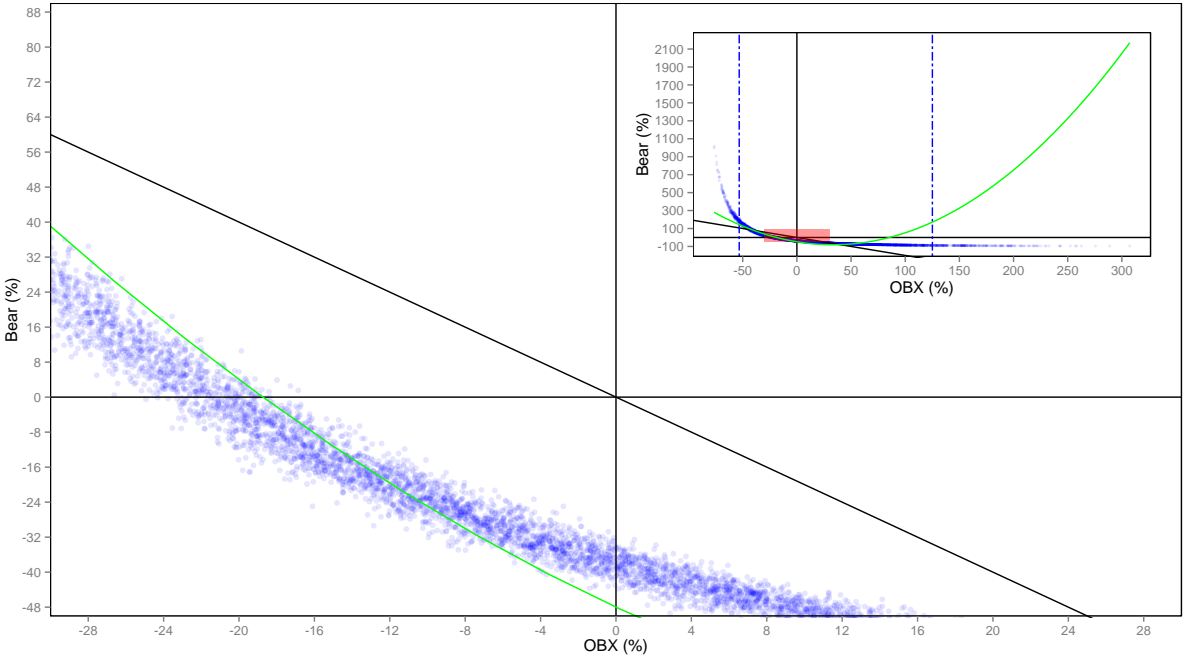


Figur 35: Compoundingeffektens 20 ukers og ett års påvirkning på Bear produktets avkastning når giringen er -2 i ett høy volatilt oppgangsmarked.

(a) 20 ukers investeringshorisont.



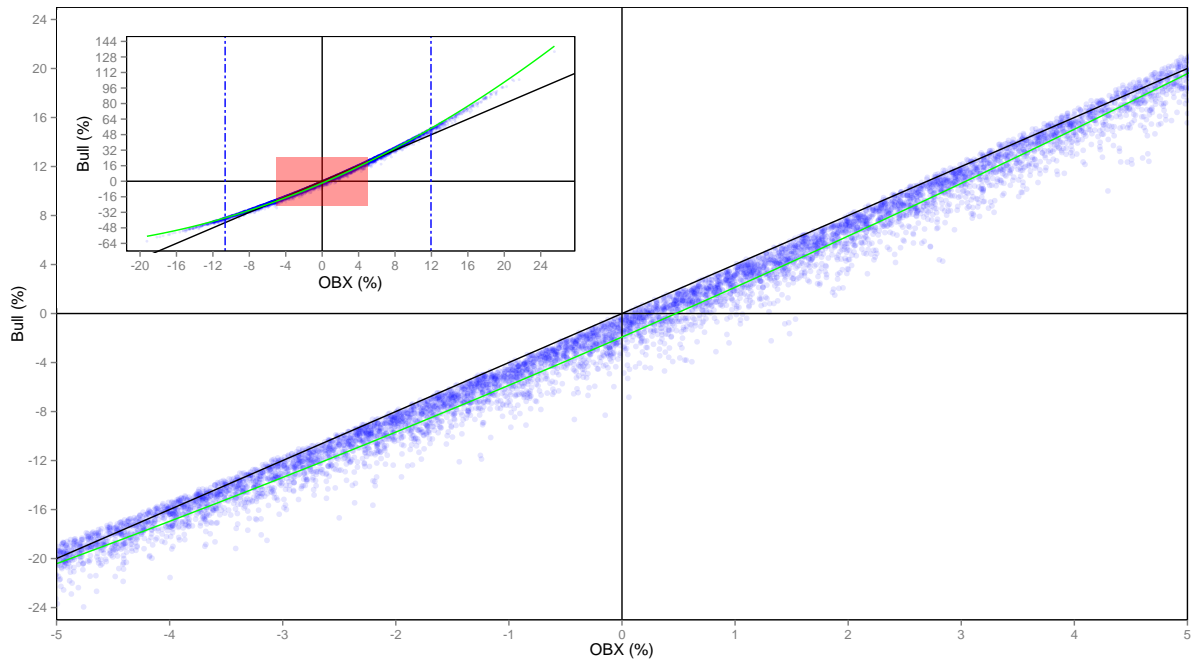
(b) Ett års investeringshorisont.



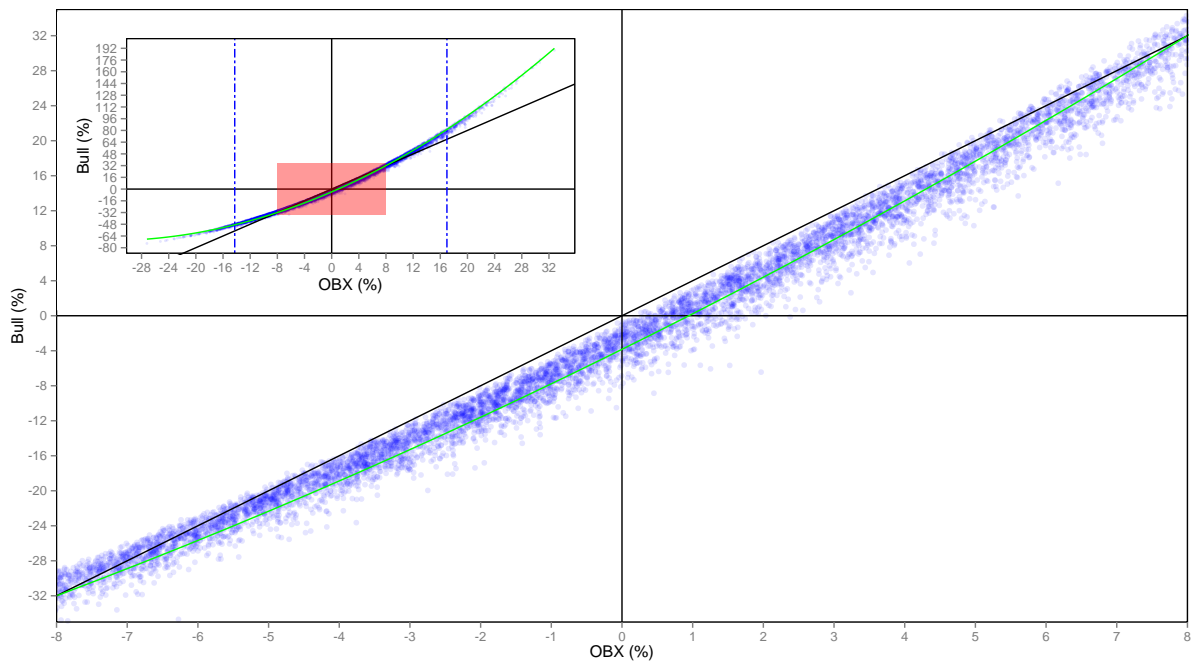
For Bull og Bear produkter med giring 4 og -4 fås følgende i ett simulert høy volatilt oppgangsmarked :

Figur 36: Compoundingeffektens 1 og 2 ukers påvirkning på Bull produktets avkastning når giringen er 4 i ett høy volatilt oppgangsmarked.

(a) 1 ukers investeringshorisont

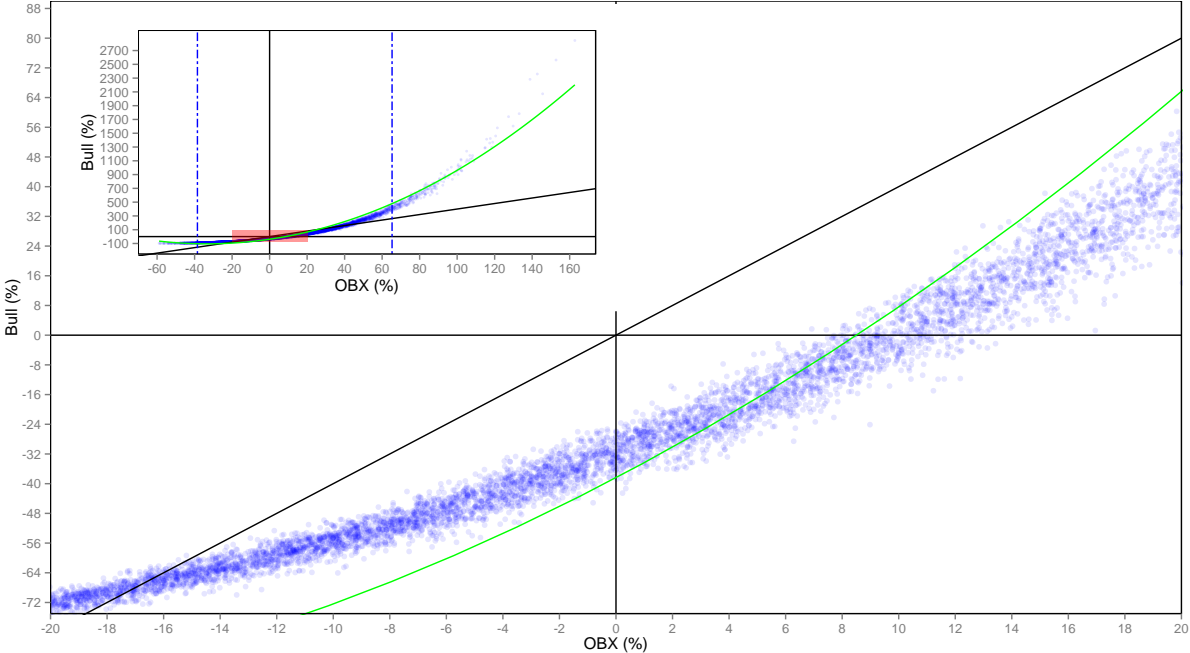


(b) 2 ukers investeringshorisont.

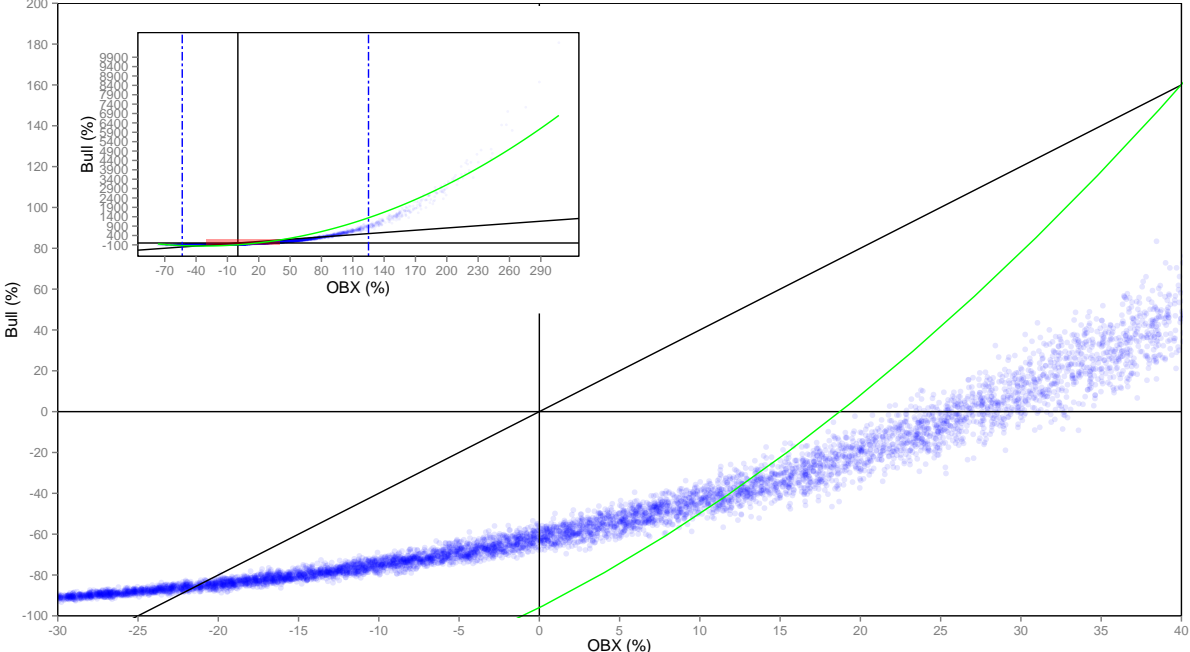


Figur 37: Compoundingeffektens 20 ukers og ett års påvirkning på Bull produktets avkastning når giringen er 4 i ett høy volatilt oppgangsmarked.

(a) 20 ukers investeringshorisont.

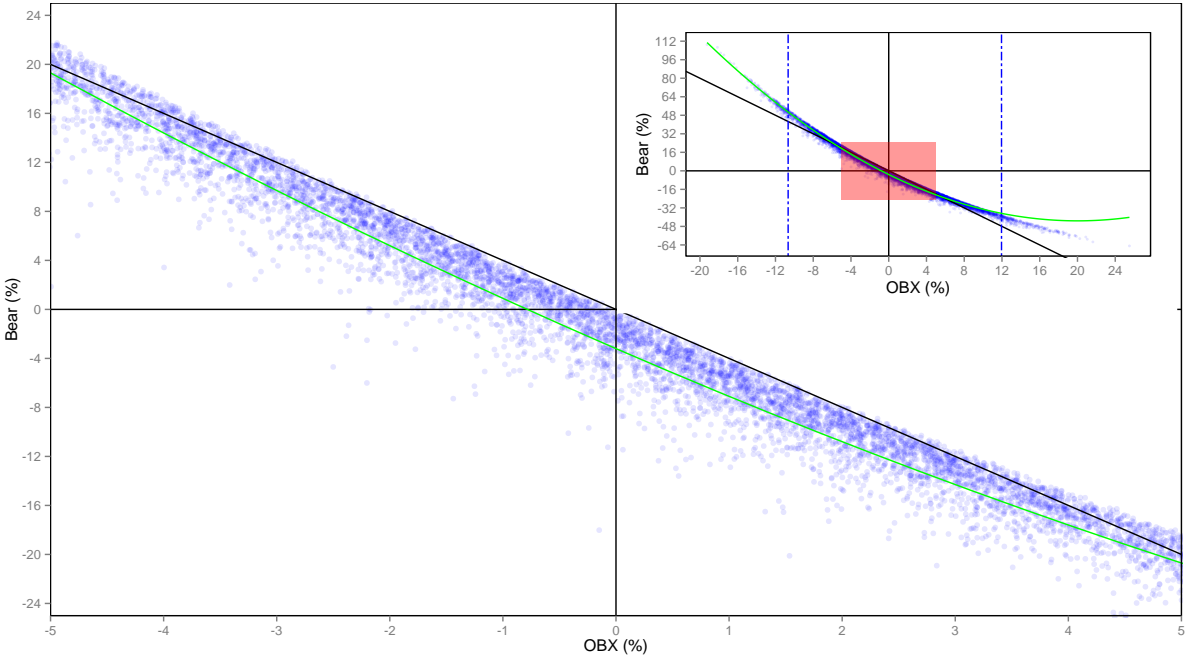


(b) Ett års investeringshorisont.

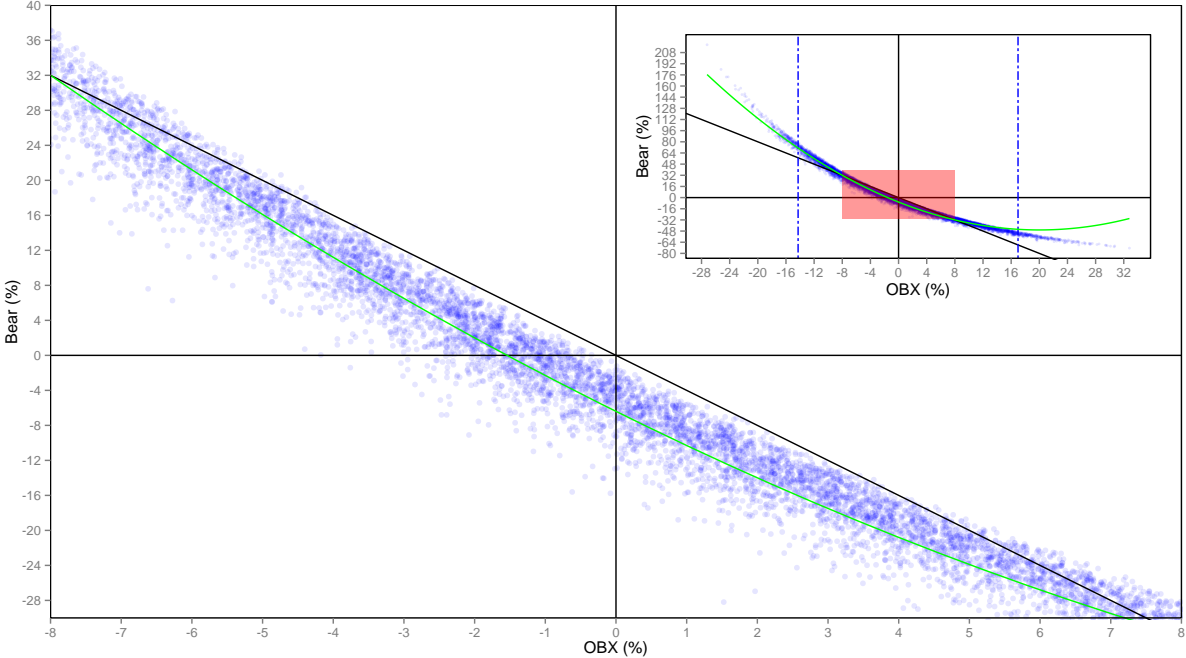


Figur 38: Compoundingeffektens 1 og 2 ukers påvirkning på Bear produktets avkastning når giringen er -4 i ett høy volatilt oppgangsmarked.

(a) 1 ukers investeringshorisont

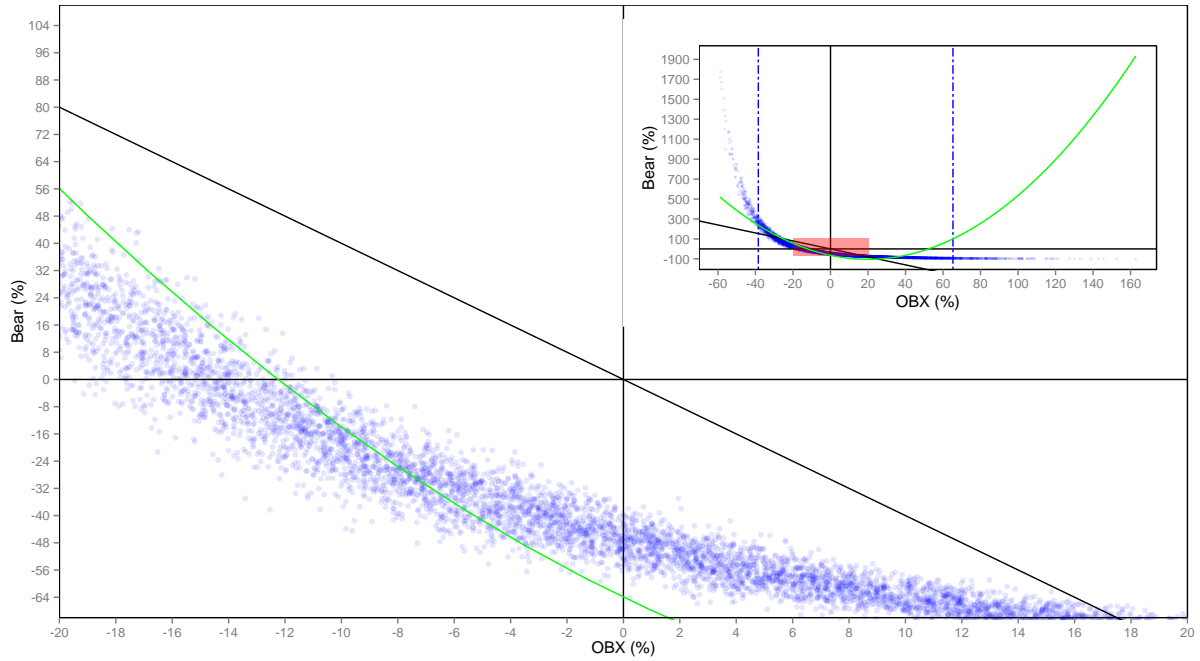


(b) 2 ukers investeringshorisont.

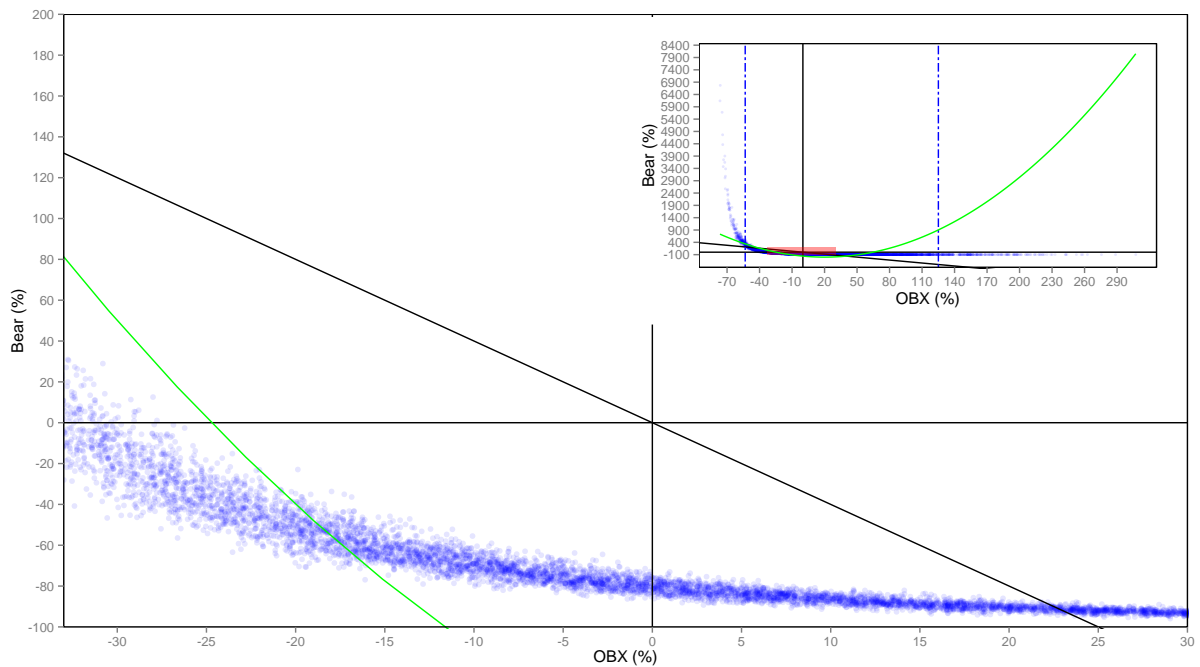


Figur 39: Compoundingeffektens 20 ukers og ett års påvirkning på Bear produktets avkastning når giringen er -4 i ett høy volatilt oppgangsmarked.

(a) 20 ukers investeringshorisont.

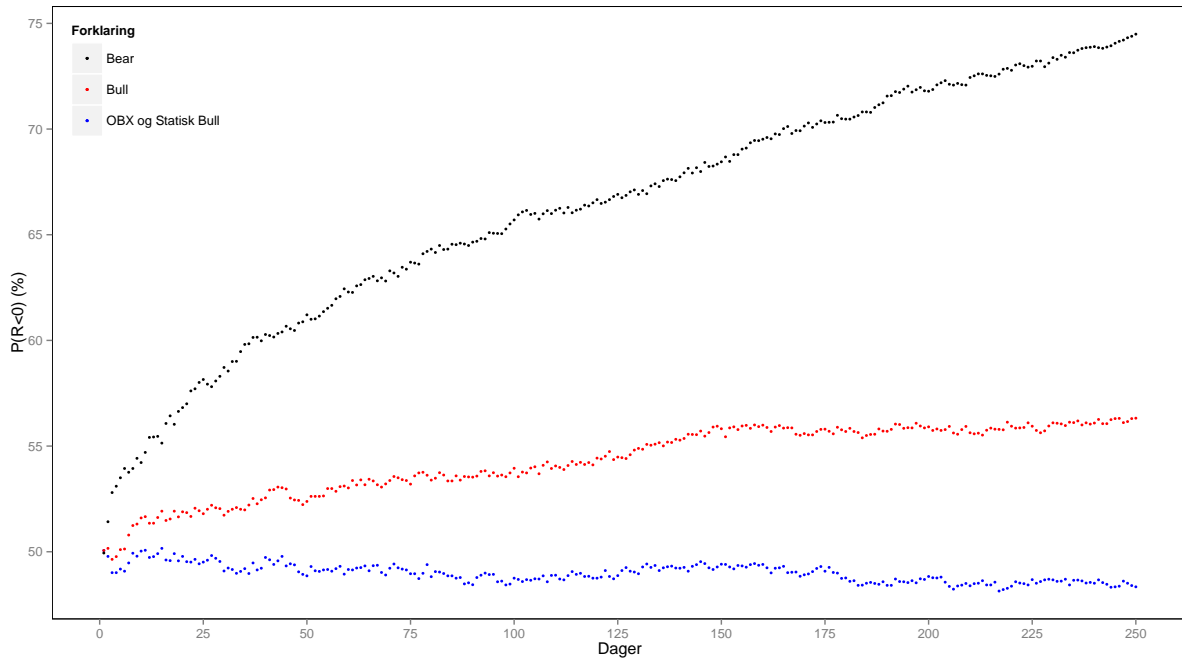


(b) Ett års investeringshorisont.



Sannsynlighetene for tap i ett simulert høy volatilt oppgangsmarked er gitt med:

Figur 40: Sannsynligheten for tap som funksjon av investeringshorisonten når giringen er 2 og -2 i ett høy volatilt oppgangsmarked.

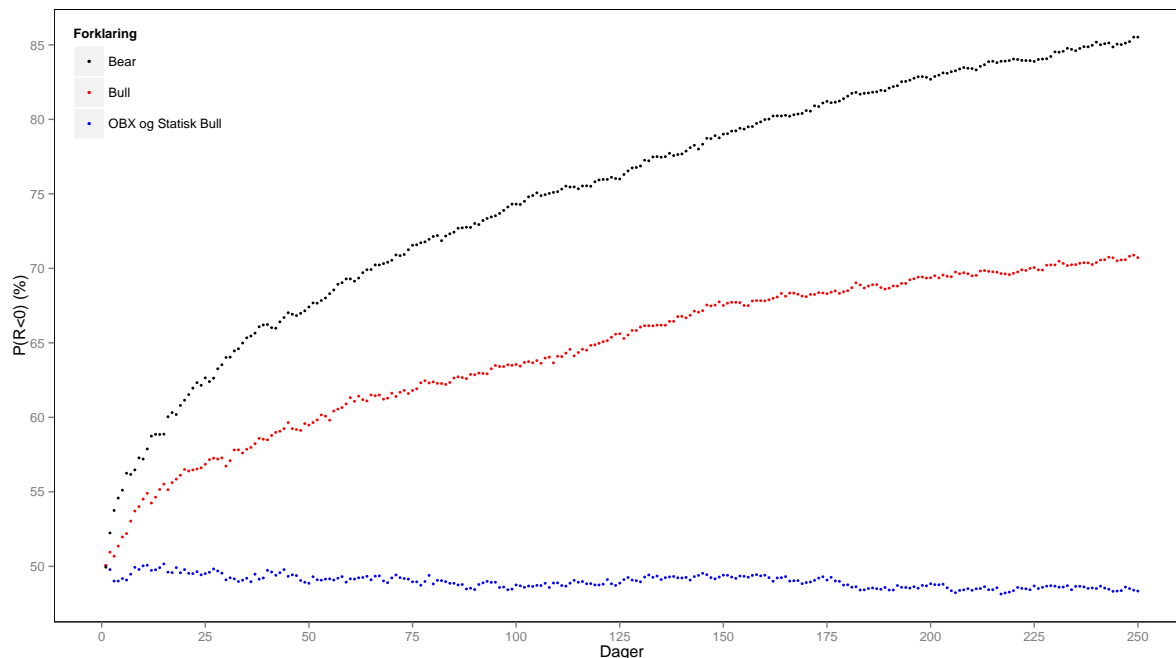


Tabell 9: Sannsynlighetsstatistikk for indeksen og produktene for 5 av de vurderte investeringshorisontene når giringen er 2 og -2 i ett høy volatilt oppgangsmarked.

	OBX (%)	Bull (%)	Bear (%)
1 dag	50.06	50.06	49.94
5 dager	49.18	50.10	53.50
10 dager	50.03	51.60	54.22
100 dager	48.75	53.95	65.70
250 dager	48.34	56.32	74.49
$\Delta$	-1.72	6.26	24.55
$\Delta$ %	-3.44	12.50	49.16
	$\rho_{OBX,Bull}$	$\rho_{OBX,Bear}$	$\rho_{Bull,Bear}$
	-0.5867	-0.7309	0.9727



Figur 41: Sannsynligheten for tap som funksjon av investeringshorisonten når giringen er 4 og -4 i ett høy volatilt oppgangsmarked.

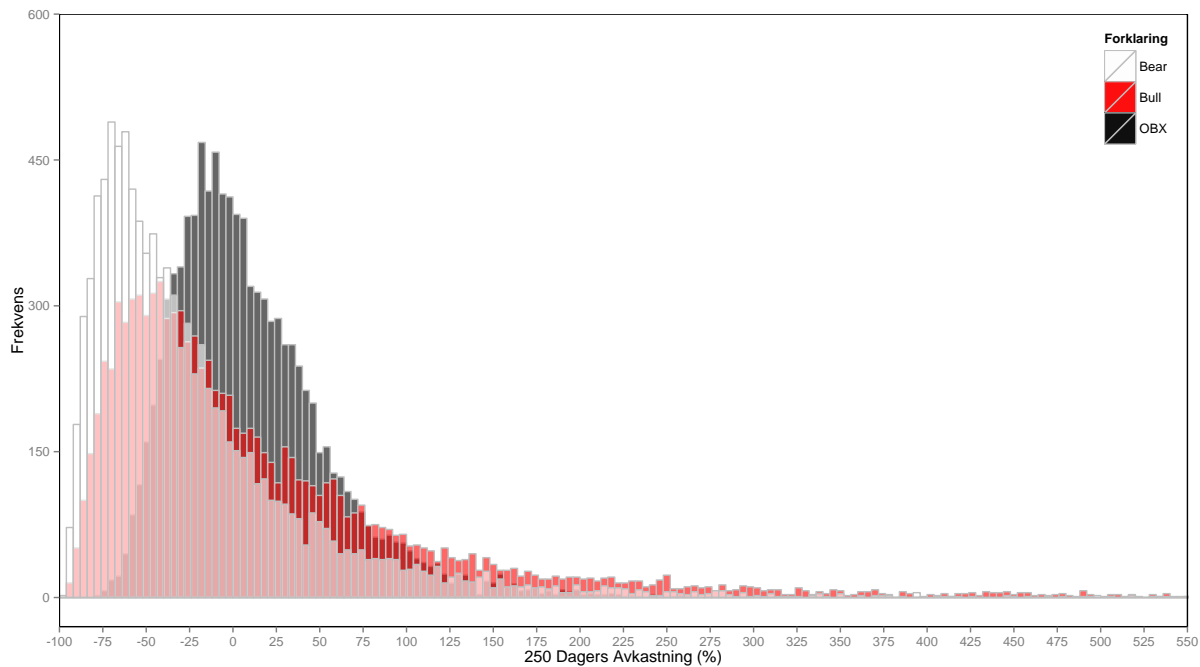


Tabell 10: Sannsynlighetsstatistikk for indeksen og produktene for 5 av de vurderte investeringshorisontene når giringen er 4 og -4 i ett høy volatilt oppgangsmarked.

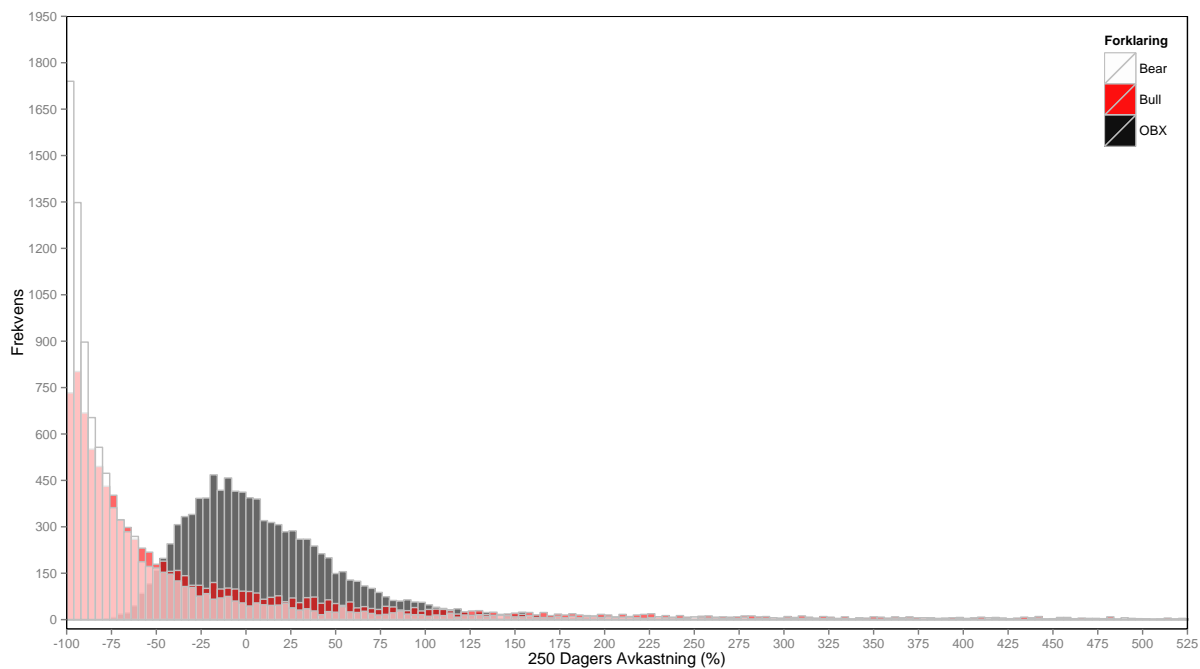
	OBX (%)	Bull (%)	Bear (%)
1 dag	50.06	50.06	49.94
5 dager	49.18	51.97	55.11
10 dager	50.03	54.51	57.20
100 dager	48.75	63.55	74.31
250 dager	48.34	70.72	85.52
$\Delta$	-1.72	20.66	35.58
$\Delta$ %	-3.44	41.27	71.25
	$\rho_{OBX,Bull}$	$\rho_{OBX,Bear}$	$\rho_{Bull,Bear}$
	-0.6802	-0.7167	0.9972

Figur 42: Sannsynlighetsfordelingen over de simulerte kumulative ett års avkastningene for OBX, Bull og Bear i ett høy volatilt oppgangsmarked.

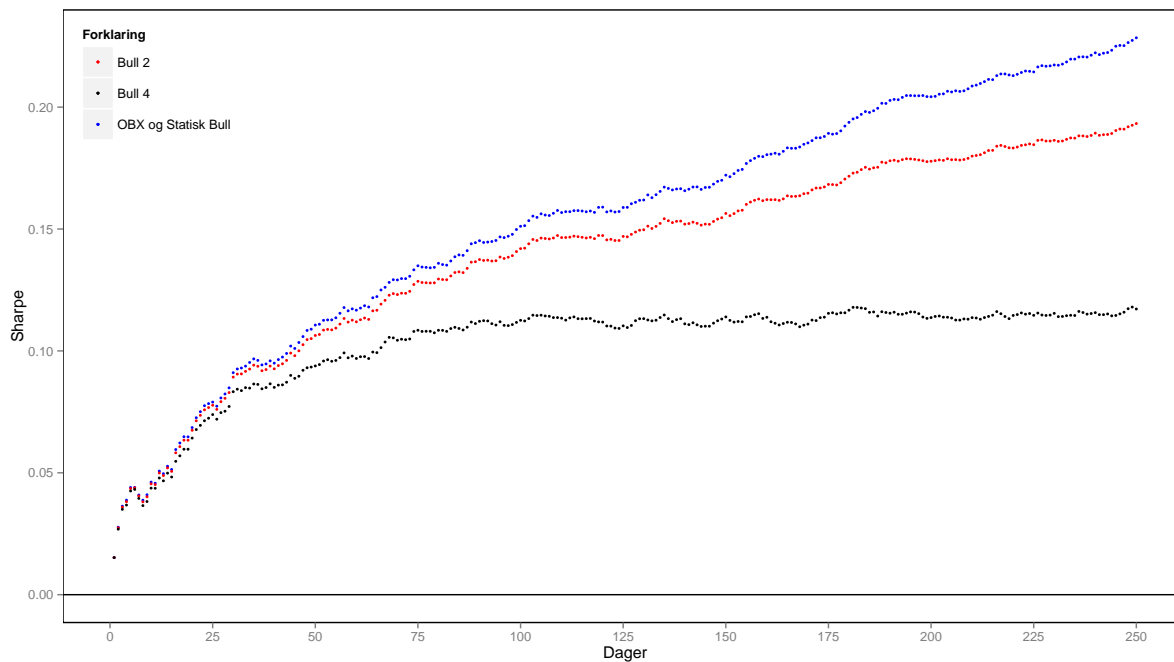
(a) Giring 2 og -2



(b) Giring 4 og -4.



Figur 43: Sharpe målet som funksjon av investeringshorisonten og giringen i ett høy volatilt oppgangsmarked.



## A.5 Programvare og programmeringskode

All behandling av data i både den teoretiske og empiriske analysen har blitt gjort i R[33, 36, 39]. Dette er ett gratis program som kan lastes ned fra nettet og som kommer med mange hendige «hjelpapakker». Muligheten for å laste inn disse pakkene i R gjør hele programkonstruksjonen særlig kraftfull, fleksibel og anvendelig for finansielle kalkulasjoner og visualiseringer. De hjelpepakkene som har blitt brukt i forbindelse med oppgaven er rugarch pakken [15], xts pakken [34], PerformanceAnalytics pakken [12], ggplot2 pakken [45, 44], reshape pakken [42] og scales pakken [43]. I denne oppgaven ble første pakke brukt til å få estimert den historiske tidsvarierende volatiliteten gitt i seksjon 3.2.2, andre pakke ble brukt til å lage tidsserieobjekter, tredje pakke ble brukt for å få deskriptiv statistikk og kalkulere de to ulike hovedtypene avkastninger, mens de 3 siste ble brukt for å skape figurene. I den empiriske delen av oppgaven blir det brukt 3 pakker til. Det er bstats pakken [41], lmtest pakken [48] og sandwich pakken [47, 46]. De 2 første ble brukt til å diagnostere residualene fra de lineære regresjonene mens den siste ble brukt til å estimere de robuste standardfeilene til de estimerte parametrene.

Det ble generert noen tusen linjer med R-kode i forbindelse med oppgaven. Det gjør at koden som inkluderes må begrenses mengdemessig. Siden R-koden også er ganske homogen taler det også i mot å inkludere hele koden. Den R-koden som er valgt ut er ment å være gode representative eksempler for koden som har blitt brukt i oppgaven og koden som er inkludert tilhører i all hovedsak de teoretiske analyseresultatene i seksjon 3.4. Koden er gitt for en giring på produktene lik 2 og -2 og for en normal volatilitet på underliggende. Ved å justere koden kan man få resultatene for en annen giring og/eller annen volatilitet. De fleste justeringer vil relatere seg til figurkoden. Mye av figurkoden fra seksjon 3.4 er bygd opp ganske likt slik at ikke all figurkoden fra denne seksjonen er inkludert. Den første for-loop koden som er gitt nedenfor er inspirert av den i Zivot sitt forelesningsnotat [49]. R-koden kommenteres en del i begynnelsen før kommenteringen sakte fases ut. R-koden som genererte den deskriptive statistikken av OBX indeksen i seksjon 3.2 og de empiriske analyseresultatene i seksjon 4 har ikke blitt inkludert av plasshensyn.

```
# Setter arbeidsmappe:
setwd("~/Dropbox/Bennys Masteroppgave/Data")

# Laster inn hjelpepakkene som brukes i den teoretiske analysen:
library(xts) # For å lage tidsserieobjektene.
library(PerformanceAnalytics) # Avkastninger og deskriptiv statistikk.
library(ggplot2) # Figurer.
library(reshape)
library(grid)
library(scales) # Skaper tidsseriefigurer i ggplot2.
```

```

# Teoretiske Analysen #

# Laster inn OBX Indeksens prisdata i en dataramme som deretter
# transformeres om til ett tidsserieobjekt. Fra dette
# tidsserieobjektet kalkuleres indeksens daglige logavkastninger:
obx.df <- read.csv("OBX 1996_2013.csv", header = T,
sep = ";", dec = ",")
time <- as.Date(obx.df$Dato, format = "%d.%m.%y")
obx.xts <- xts(obx.df$OBX, time)
r.xts <- CalculateReturns(obx.xts, method = "log")
r.xts <- r.xts[-1]

# Klargjør data for simuleringsmodellen:
S0 <- 1 # Pris på tidspunkt 0/åpningsprisen.
nsim <- 10000 # Antall simuleringer.
days <- 250 # Antall simulerte verdier i hver simulering.
sd.e <- sd(r.xts) # Det historiske utvalgsstandardavviket.
mu_raw <- mean(r.xts) # Det aritmetiske gjennomsnittet.
mu_adj <- mean(r.xts) - 0.5 * sd.e^2 # Det justert driftsledet.

# Definerer simuleringsmatrisa.
S_matrix <- matrix(0, nrow = days, ncol = nsim)

# Velger driftsledet som skal brukes i simuleringsmodellen.
mu <- mu_adj

# Finner den simulerte prismatrisa:
set.seed(123)
for (sim in 1:nsim) {
sim.e <- rnorm(days, mean = 0, sd = sd.e)
sim.s <- log(S0) + mu * seq(days) + cumsum(sim.e)
sim.S <- exp(sim.s)
S_matrix[, sim] <- sim.S
}

# Lager tidsserieobjekt av simuleringsmatrisa:
tid <- time[1:(days + 1)]
S_matrix <- rbind(rep(S0, nsim), S_matrix)

```

```

S_matrix.xts <- xts(S_matrix, tid)

# Kalkulerer de enkle dagsavkastningene:
R_matrix <- CalculateReturns(S_matrix.xts,
method = "simple")
R_matrix <- R_matrix[-1]
R_matrix <- coredata(R_matrix)

# Bull og Bear avkastningene med giring 2 og -2:
R_bull <- R_matrix * 2
R_bear <- R_matrix * (-2)

# Daglige bruttoavkastninger:
R_matrix <- R_matrix + 1
R_bull <- R_bull + 1
R_bear <- R_bear + 1

# Legger åpningsprisen til de daglige bruttoavkastningsmatrisene:
R_matrix <- rbind(rep(S0, nsim), R_matrix)
R_bull <- rbind(rep(S0, nsim), R_bull)
R_bear <- rbind(rep(S0, nsim), R_bear)

# Kalkulerer de enkle kumulative bruttoavkastningene:
RCUM_matrix <- apply(R_matrix, 2, cumprod)
RCUM_bull <- apply(R_bull, 2, cumprod)
RCUM_bear <- apply(R_bear, 2, cumprod)

# De effektive enkle kumulative periode-avkastningene:
RCUM_matrix <- (RCUM_matrix - S0)/S0
RCUM_bull <- (RCUM_bull - S0)/S0
RCUM_bear <- (RCUM_bear - S0)/S0

# Fjerner nullraden:
RCUM_matrix <- RCUM_matrix[-1, ]
RCUM_bull <- RCUM_bull[-1, ]
RCUM_bear <- RCUM_bear[-1, ]

# Avkastning i prosent:

```

```

RCUM_matrix <- RCUM_matrix * 100
RCUM_bull <- RCUM_bull * 100
RCUM_bear <- RCUM_bear * 100

# Avkastningsprofilen til produktene:

# Punktdiagram som viser compoundingeffektens påvirkning på de simulerte
# Bull og Bear avkastningene ved en 250 dagers investeringshorisont.
# Samme diagrammer kan også genereres for andre investeringshorisonter.
# I tillegg til de simulerte avkastningene fremkommer den naive
# referanseavkastningen og den teoretiske avkastningen:
obx_bull <- data.frame(cbind(OBX = RCUM_matrix[250,
], Bull = RCUM_bull[250, ]))
obx_bear <- data.frame(cbind(OBX = RCUM_matrix[250,
], Bear = RCUM_bear[250, ]))

# Ett 95% konfidensintervall for de simulerte OBX avkastningene:
# 2.5% og 97.5% persentilene/fraktilene:
p2.5 <- as.numeric(quantile(RCUM_matrix[250,
], 0.025))
p97.5 <- as.numeric(quantile(RCUM_matrix[250,
], 0.975))

# OBX/Bull avkastning
punkt_obx_bull <- ggplot(obx_bull, aes(OBX,
Bull))

hoved <- punkt_obx_bull + geom_point(size = 1,
alpha = 1/20, colour = "blue") + scale_x_continuous(breaks = seq(-60,
150, 30)) + scale_y_continuous(breaks = seq(-90,
500, 60)) + geom_abline(intercept = 0,
slope = 2, colour = "black") + theme(panel.grid.major = element_blank(),
panel.grid.minor = element_blank(), panel.background = element_blank(),
panel.border = element_rect(fill = NA),
plot.title = element_text(size = 18,
face = "bold")) + geom_hline(yintercept = 0) +
geom_vline(xintercept = c(0, p2.5, p97.5),
linetype = c(1, 6, 6), colour = c("black",

```

```

"blue", "blue")) + xlab("OBX (%)") +
ylab("Bull (%)") + geom_rect(data = obx_bull[1,
], xmin = -25, xmax = 33, ymin = -60,
ymax = 75, fill = "red", alpha = 0.4) +
stat_function(data = obx_bull, fun = function(OBX) ((OBX/100)^2 +
2 * (OBX/100) - 0.01569414^2 * 250 *
1) * 100, geom = "line", color = "green")

forstørret <- punkt_obx_bull + geom_point(size = 2,
alpha = 1/10, colour = "blue") + scale_x_continuous(breaks = seq(-60,
150, 2)) + scale_y_continuous(breaks = seq(-90,
500, 4)) + geom_abline(intercept = 0,
slope = 2, colour = "black") + theme(panel.grid.major = element_blank(),
panel.grid.minor = element_blank(), panel.background = element_blank(),
panel.border = element_rect(fill = NA),
plot.title = element_text(size = 18,
face = "bold")) + coord_cartesian(xlim = c(-25,
33), ylim = c(-60, 75)) + geom_hline(yintercept = 0) +
geom_vline(xintercept = c(0, p2.5, p97.5),
linetype = c(1, 6, 6), colour = c("black",
"blue", "blue")) + xlab("OBX (%)") +
ylab("Bull (%)") + stat_function(data = obx_bull,
fun = function(OBX) ((OBX/100)^2 + 2 *
(OBX/100) - 0.01569414^2 * 250 *
1) * 100, geom = "line", colour = "green")

grid.newpage()
print(forstørret)
vp <- viewport(width = 0.67, height = 0.67,
x = 0.035, y = 0.31, just = c("left",
"bottom"))
pushViewport(vp)
print(hoved, vp = vp)

# OBX/Bear avkastning:
punkt_obx_bear <- ggplot(obx_bear, aes(OBX,
Bear))

```



```

hoved <- punkt_obx_bear + geom_point(size = 1,
alpha = 1/10, colour = "blue") + scale_x_continuous(breaks = seq(-60,
160, 30)) + scale_y_continuous(breaks = seq(-100,
350, 60)) + geom_abline(intercept = 0,
slope = -2, colour = "black") + theme(panel.grid.major = element_blank(),
panel.grid.minor = element_blank(), panel.background = element_blank(),
panel.border = element_rect(fill = NA),
plot.title = element_text(size = 18,
face = "bold")) + geom_hline(yintercept = 0) +
geom_vline(xintercept = c(0, p2.5, p97.5),
linetype = c(1, 6, 6), colour = c("black",
"blue", "blue")) + xlab("OBX (%)") +
ylab("Bear (%)") + geom_rect(data = obx_bear[1,
], xmin = -30, xmax = 30, ymin = -50,
ymax = 90, fill = "red", alpha = 0.4) +
stat_function(data = obx_bear, fun = function(OBX) (3 *
(OBX/100)^2 - 2 * (OBX/100) - 3 *
0.01569414^2 * 250 * 1) * 100, geom = "line",
color = "green")

forstørret <- punkt_obx_bear + geom_point(size = 2,
alpha = 1/10, colour = "blue") + scale_x_continuous(breaks = seq(-60,
160, 2)) + scale_y_continuous(breaks = seq(-100,
350, 4)) + geom_abline(intercept = 0,
slope = -2, colour = "black") + theme(panel.grid.major = element_blank(),
panel.grid.minor = element_blank(), panel.background = element_blank(),
panel.border = element_rect(fill = NA),
plot.title = element_text(size = 18,
face = "bold")) + coord_cartesian(xlim = c(-30,
30), ylim = c(-50, 90)) + geom_hline(yintercept = 0) +
geom_vline(xintercept = c(0, p2.5, p97.5),
linetype = c(1, 6, 6), colour = c("black",
"blue", "blue")) + xlab("OBX (%)") +
ylab("Bear (%)") + stat_function(data = obx_bear,
fun = function(OBX) (3 * (OBX/100)^2 -
2 * (OBX/100) - 3 * 0.01569414^2 *
250 * 1) * 100, geom = "line", colour = "green")

```

```

grid.newpage()
print(forstørret)
vp <- viewport(width = 0.68, height = 0.67,
x = 0.308, y = 0.31, just = c("left",
"bottom"))
pushViewport(vp)
print(hoved, vp = vp)

# Empiriske sannsynligheter for tap:

# OBX

PforTapOBX <- rep(0, days)
for (days in 1:days) {
tap.days <- which(RCUM_matrix[days, ] <
0)
ntap.days <- length(tap.days)
ntot.days <- length(RCUM_matrix[days,
])
PforTapOBX[days] <- ntap.days/ntot.days
}

# Bull
PforTapBULL <- rep(0, days)
for (days in 1:days) {
tap.days <- which(RCUM_bull[days, ] <
0)
ntap.days <- length(tap.days)
ntot.days <- length(RCUM_bull[days, ])
PforTapBULL[days] <- ntap.days/ntot.days
}

# Bear
PforTapBEAR <- rep(0, days)
for (days in 1:days) {
tap.days <- which(RCUM_bear[days, ] <
0)
ntap.days <- length(tap.days)

```

```

ntot.days <- length(RCUM_bear[days, ])
PforTapBEAR[days] <- ntap.days/ntot.days
}

# Figur over de empiriske sannsynlighetene for tap som funksjon
# av investeringshorisonten:
x <- seq(1, 250, 1) # Daglig investeringshorisont (er på avkastningsnivå).

sanns0 <- data.frame(cbind(Dager = x, Pobx = PforTapOBX *
100))
sanns1 <- data.frame(cbind(Dager = x, Pbull = PforTapBULL *
100))
sanns2 <- data.frame(cbind(Dager = x, Pbear = PforTapBEAR *
100))

ggplot() + geom_point(data = sanns0, aes(x = Dager,
y = Pobx, color = "OBX og Statisk Bull"),
size = 1) + geom_point(data = sanns1,
aes(x = Dager, y = Pbull, color = "Bull"),
size = 1) + geom_point(data = sanns2,
aes(x = Dager, y = Pbear, color = "Bear"),
size = 1) + scale_x_continuous(breaks = seq(0,
250, 25)) + scale_y_continuous(breaks = seq(0,
100, 5)) + theme(panel.grid.major = element_blank(),
panel.grid.minor = element_blank(), panel.background = element_blank(),
panel.border = element_rect(fill = NA),
plot.title = element_text(size = 18,
face = "bold")) + xlab("Dager") +
ylab("P(R<0) (%)") + scale_color_manual("Forklaring",
values = c(`OBX og Statisk Bull` = "blue",
Bull = "red", Bear = "black")) +
theme(legend.justification = c(0, 1),
legend.position = c(0, 1))

# Spesifikke sannsynligheter for tap:
PforTapOBX[c(1, 5, 10, 100, 250)]
PforTapBULL[c(1, 5, 10, 100, 250)]
PforTapBEAR[c(1, 5, 10, 100, 250)]

```

```

# Endringen i sannsynligheten for tap i løpet av perioden:
PforTapOBX[250] - PforTapOBX[1]
PforTapBULL[250] - PforTapBULL[1]
PforTapBEAR[250] - PforTapBEAR[1]

# Korrelasjon
cor(PforTapBULL, PforTapOBX)
cor(PforTapBEAR, PforTapOBX)
cor(PforTapBULL, PforTapBEAR)

# Finner avkastningsbanene som gav de 10 største positive og negative
# compoundingsavvikene (p=10) ved en 250 dagers holdeperiode for
# BULL produktet:
compavBULL <- RCUM_bull[250, ] - 2 * RCUM_matrix[250,
]

p <- 10 # Antall prisbaner 'p' som skal vises ifm de 'p' største avvikene.
x <- seq(0, 250, 1) # Ny Daglig investeringshorisont (er på prisnivå).

# Negative Compoundingsavvik Bull:

# Rangerer avvikene ved en 1 års horisont fra minst til størst:
compavBULLmin <- order(compavBULL, decreasing = F)

# Plukker ut de 'p' første og største negative avvikene:
compavBULLmin <- compavBULLmin[1:p]

# Setter sammen indeksens pris serier som gav de største negative
# compoundingsavvikene i en dataramme som deretter visualiseres i en figur:
minSbull <- matrix(0, nrow = 251, ncol = p)
for (i in 1:p) {
minSbull[, i] <- S_matrix[, compavBULLmin[i]]
}

minSbull <- data.frame(minSbull)

for (i in 1:p) {
colnames(minSbull)[i] <- paste("S", i,

```

```

sep = "")
}

minSbull.df <- data.frame(cbind(x, minSbull))
minSbull.melt <- melt(minSbull.df, id = "x")
colnames(minSbull.melt) <- c("x", "Prisbaner",
"value")

ggplot(data = minSbull.melt, aes(x = x, y = value,
colour = Prisbaner)) + geom_line() +
theme(panel.grid.major = element_blank(),
panel.grid.minor = element_blank(),
panel.background = element_blank(),
panel.border = element_rect(fill = NA),
plot.title = element_text(size = 18,
face = "bold")) + xlab("Dager") +
ylab("Pris OBX")

# Positive Compoundingsavvik Bull:

# Rangerer avvikene ved en 1 års horisont fra størst til minst:
compavBULLmax <- order(compavBULL, decreasing = T)

# Plukker ut de 'p' første og største positive avvikene:
compavBULLmax <- compavBULLmax[1:p]

# Setter sammen indeksens pris serier som gav de største positive
# compoundingsavvikene i en dataramme som deretter visualiseres i en figur:
maxSbull <- matrix(0, nrow = 251, ncol = p)
for (i in 1:p) {
maxSbull[, i] <- S_matrix[, compavBULLmax[i]]
}

maxSbull <- data.frame(maxSbull)

for (i in 1:p) {
colnames(maxSbull)[i] <- paste("S", i,
sep = "")
}

```

```

}

maxSbull.df <- data.frame(cbind(x, maxSbull))
maxSbull.melt <- melt(maxSbull.df, id = "x")
colnames(maxSbull.melt) <- c("x", "Prisbaner",
"value")

ggplot(data = maxSbull.melt, aes(x = x, y = value,
colour = Prisbaner)) + geom_line() +
theme(panel.grid.major = element_blank(),
panel.grid.minor = element_blank(),
panel.background = element_blank(),
panel.border = element_rect(fill = NA),
plot.title = element_text(size = 18,
face = "bold")) + xlab("Dager") +
ylab("Pris OBX")

# For å få 2 typer OBX prisbaner for de største positive
# compoundingsavvikene til Bull fondet kan 'p' for eksempel settes til
# 350 i den forrige kode seksjonen.

# Finner avkastningsbanene som gav de 10 største positive og negative
# compoundingsavvikene ved en 250 dagers holdeperiode for
# BEAR produktet:
compavBEAR <- RCUM_bear[250, ] - (-2) * RCUM_matrix[250,
]

# Negative Compoundingsavvik Bear:

# Rangerer avvikene ved en 1 års horisont fra minst til størst:
compavBEARmin <- order(compavBEAR, decreasing = F)

# Plukker ut de 'p' første og største negative avvikene:
compavBEARmin <- compavBEARmin[1:p]

# Setter sammen indeksens pris serier som gav de største negative
# compoundingsavvikene i en dataramme som deretter visualiseres i en figur:
minSbear <- matrix(0, nrow = 251, ncol = p)

```

```

for (i in 1:p) {
minSbear[, i] <- S_matrix[, compavBEARmin[i]]
}

minSbear <- data.frame(minSbear)

for (i in 1:p) {
colnames(minSbear)[i] <- paste("S", i,
sep = "")
}

minSbear.df <- data.frame(cbind(x, minSbear))
minSbear.melt <- melt(minSbear.df, id = "x")
colnames(minSbear.melt) <- c("x", "Prisbaner",
"value")

ggplot(data = minSbear.melt, aes(x = x, y = value,
colour = Prisbaner)) + geom_line() +
theme(panel.grid.major = element_blank(),
panel.grid.minor = element_blank(),
panel.background = element_blank(),
panel.border = element_rect(fill = NA),
plot.title = element_text(size = 18,
face = "bold")) + xlab("Dager") +
ylab("Pris OBX")

# Positive Compoundingsavvik Bear:

# Rangerer avvikene ved en 1 års horisont fra størst til minst:
compavBEARmax <- order(compavBEAR, decreasing = T)

# Plukker ut de 'p' første og største positive avvikene:
compavBEARmax <- compavBEARmax[1:p]

# Setter sammen indeksens pris serier som gav de største positive
# compoundingsavvikene i en dataramme som deretter visualiseres i en figur:
maxSbear <- matrix(0, nrow = 251, ncol = p)
for (i in 1:p) {

```

```

maxSbear[, i] <- S_matrix[, compavBEARmax[i]]
}

maxSbear <- data.frame(maxSbear)

for (i in 1:p) {
  colnames(maxSbear)[i] <- paste("S", i,
  sep = "")
}

maxSbear.df <- data.frame(cbind(x, maxSbear))
maxSbear.melt <- melt(maxSbear.df, id = "x")
colnames(maxSbear.melt) <- c("x", "Prisbaner",
"value")

ggplot(data = maxSbear.melt, aes(x = x, y = value,
colour = Prisbaner)) + geom_line() +
theme(panel.grid.major = element_blank(),
panel.grid.minor = element_blank(),
panel.background = element_blank(),
panel.border = element_rect(fill = NA),
plot.title = element_text(size = 18,
face = "bold")) + xlab("Dager") +
ylab("Pris OBX")

# Sjekker om det finnes felles prisserier mellom de ulike største
# compoundingsavvikene:
Reduce(intersect, list(compavBEARmin, compavBULLmax))
Reduce(intersect, list(compavBEARmax, compavBULLmax))
Reduce(intersect, list(compavBEARmin, compavBULLmin))

# Sannsynlighetsfordelingen til OBX og produktene ved en 250 dagers
# holdeperiode:
hist.df <- data.frame(cbind(OBX = RCUM_matrix[250,
], Bull = RCUM_bull[250, ], Bear = RCUM_bear[250,
]))

ggplot(data = hist.df) + geom_histogram(aes(x = OBX,

```



```

fill = "OBX"), alpha = 0.6, bin = 4,
colour = "grey") + geom_histogram(aes(x = Bull,
fill = "Bull"), alpha = 0.6, bin = 4,
colour = "grey") + geom_histogram(aes(x = Bear,
fill = "Bear"), alpha = 0.6, bin = 4,
colour = "grey") + scale_x_continuous(breaks = seq(-100,
550, 25)) + scale_y_continuous(breaks = seq(0,
1500, 150)) + theme(panel.grid.major = element_blank(),
panel.grid.minor = element_blank(), panel.background = element_blank(),
panel.border = element_rect(fill = NA),
plot.title = element_text(size = 18,
face = "bold")) + xlab("250 Dagers Avkastning (%)") +
ylab("Frekvens") + scale_fill_manual("Forklaring",
values = c(OBX = "black", Bull = "red",
Bear = "white")) + theme(legend.justification = c(1,
1), legend.position = c(1, 1))

# Sharpe målet for de teoretiske Bull fondene:

# Sharpe målet som funksjon av investeringshorisonten og giringen.

# Kalkulerer de enkle dagsavkastningene:
R_matrix <- CalculateReturns(S_matrix.xts,
method = "simple")
R_matrix <- R_matrix[-1]
R_matrix <- coredata(R_matrix)

# Bull avkastningene med giring 2 og 4:
R_bull2 <- R_matrix * 2
R_bull4 <- R_matrix * 4

# Bruttoavkastningene:
R_matrix <- R_matrix + 1
R_bull2 <- R_bull2 + 1
R_bull4 <- R_bull4 + 1

# Legger åpningsprisen til de daglige bruttoavkastningsmatrisene:
R_matrix <- rbind(rep(S0, nsim), R_matrix)

```

```

R_bull12 <- rbind(rep(S0, nsim), R_bull12)
R_bull14 <- rbind(rep(S0, nsim), R_bull14)

# Kalkulerer de enkle kumulative bruttoavkastningene:
RCUM_matrix <- apply(R_matrix, 2, cumprod)
RCUM_bull12 <- apply(R_bull12, 2, cumprod)
RCUM_bull14 <- apply(R_bull14, 2, cumprod)

# De effektive kumulative periode-avkastningene:
RCUM_matrix <- (RCUM_matrix - S0)/S0
RCUM_bull12 <- (RCUM_bull12 - S0)/S0
RCUM_bull14 <- (RCUM_bull14 - S0)/S0

# Fjerner nullraden:
RCUM_matrix <- RCUM_matrix[-1, ]
RCUM_bull12 <- RCUM_bull12[-1, ]
RCUM_bull14 <- RCUM_bull14[-1, ]

# De statiske Bull avkastningene:
RCUM_statiskbull12 <- RCUM_matrix * 2
RCUM_statiskbull14 <- RCUM_matrix * 4

# Avkastning i prosent:
RCUM_matrix <- RCUM_matrix * 100
RCUM_bull12 <- RCUM_bull12 * 100
RCUM_bull14 <- RCUM_bull14 * 100
RCUM_statiskbull12 <- RCUM_statiskbull12 *
100
RCUM_statiskbull14 <- RCUM_statiskbull14 *
100

# Risikofri rente er forutsatt lik null:
SharpeOBX <- rep(0, days)
for (days in 1:days) {
mean.days <- mean(RCUM_matrix[days, ])
standav.days <- sd(RCUM_matrix[days,
])
SharpeOBX[days] <- mean.days/standav.days

```

```

}

SharpeSTATISKBULL2 <- rep(0, days)
for (days in 1:days) {
mean.days <- mean(RCUM_statiskbull2[days,
])
standav.days <- sd(RCUM_statiskbull2[days,
])
SharpeSTATISKBULL2[days] <- mean.days/standav.days
}

SharpeSTATISKBULL4 <- rep(0, days)
for (days in 1:days) {
mean.days <- mean(RCUM_statiskbull4[days,
])
standav.days <- sd(RCUM_statiskbull4[days,
])
SharpeSTATISKBULL4[days] <- mean.days/standav.days
}

SharpeBULL2 <- rep(0, days)
for (days in 1:days) {
mean.days <- mean(RCUM_bull2[days, ])
standav.days <- sd(RCUM_bull2[days, ])
SharpeBULL2[days] <- mean.days/standav.days
}

SharpeBULL4 <- rep(0, days)
for (days in 1:days) {
mean.days <- mean(RCUM_bull4[days, ])
standav.days <- sd(RCUM_bull4[days, ])
SharpeBULL4[days] <- mean.days/standav.days
}

# Verifiserer at SharpeOBX, SharpeSTATISKBULL2 og
# SharpeSTATISKBULL4 har identiske Sharpe mål:
all.equal(SharpeOBX, SharpeSTATISKBULL2, SharpeSTATISKBULL4)

```

```

# Plot av Sharpe målet:
x <- seq(1, 250, 1) # Investeringshorisonten (er på avkastningsform).
sharpeobx <- data.frame(cbind(Dager = x,
SharpeOBX = SharpeOBX))
sharpebull2 <- data.frame(cbind(Dager = x,
SharpeBULL2 = SharpeBULL2))
sharpebull4 <- data.frame(cbind(Dager = x,
SharpeBULL4 = SharpeBULL4))

ggplot() + geom_point(data = sharpeobx, aes(x = Dager,
y = SharpeOBX, color = "OBX og Statisk Bull"),
size = 1) + geom_point(data = sharpebull2,
aes(x = Dager, y = SharpeBULL2, color = "Bull 2"),
size = 1) + geom_point(data = sharpebull4,
aes(x = Dager, y = SharpeBULL4, color = "Bull 4"),
size = 1) + scale_x_continuous(breaks = seq(0,
250, 25)) + scale_y_continuous(breaks = seq(-0.5,
0.5, 0.05)) + theme(panel.grid.major = element_blank(),
panel.grid.minor = element_blank(), panel.background = element_blank(),
panel.border = element_rect(fill = NA),
plot.title = element_text(size = 18,
face = "bold")) + xlab("Dager") +
ylab("Sharpe") + scale_color_manual("Forklaring",
values = c(`OBX og Statisk Bull` = "blue",
`Bull 2` = "red", `Bull 4` = "black")) +
theme(legend.justification = c(0, 1),
legend.position = c(0, 1)) + geom_hline(yintercept = 0)

```