

# Algebra i lærebøker 8.-trinn:

En komparativ studie av lærebøkers introduksjon til algebra.

**Line Svenning**

**Veileder**

Claire Vaugelade Berg

*Masteroppgaven er gjennomført som ledd i utdanningen ved Universitetet i Agder og er godkjent som del av denne utdanningen. Denne godkjenningen innebærer ikke at universitetet inntår for de metoder som er anvendt og de konklusjoner som er trukket.*

Universitetet i Agder, 2013

Fakultet for teknologi og realfag

Institutt for matematiske fag

## **Forord**

Denne masteroppgaven er skrevet som et resultat av arbeidet mitt på det siste halvåret av studiet på den femårige integrerte masteren i matematikdidaktikk. Prosessen med dette arbeidet har vært både utfordrende og lærerikt. Jeg vil i denne forbindelse rette en takk til de som har hjulpet meg gjennom denne prosessen.

Først og fremst vil jeg takke veilederen min Claire V. Berg for hennes gode innspill og tilbakemeldinger. Jeg har satt stor pris på hennes engasjement for emnet, og optimistiske holdning.

Jeg vil også rette en takk til forlaget Aschehoug for deres hjelp til å svare på mine spørsmål om læreverk.

I tillegg vil jeg takke Cappelen Damm og Fagbokforlaget for hjelp til å finne markedsandeler, og for å sende meg eksemplarer av lærebøker til min analyse.

Til slutt vil jeg takke familien min og spesielt foreldrene mine for deres interesse for oppgaven min.

## Sammendrag

Denne masteroppgaven er en komparativ studie av lærebøker og deres introduksjon av algebra. Det største fokuset i masteroppgaven ligger på lærebøkernes arbeidsoppgaver, og på sammenhengen mellom deres utforming og elevers forståelse.

I teorien har jeg fokusert på det semantiske og syntaktiske aspektet, ulike former for resonering og på relasjonell og instrumentell forståelse.

Jeg har følgende tre forskningsspørsmål:

- I hvilken grad bidrar lærebøkernes arbeidsoppgaver til å øke elevers relasjonsforståelse?
- Hvordan er de ulike lærebøkene organisert med hensyn til oppgaver?
- Hvilket fokus har de ulike lærerveiledningene på algebra?

For å finne ut av dette har jeg tatt for meg fire lærebøker fra 8.-trinn, og en fra 9.-trinn som alle innfører algebra for første gang. Her har jeg valgt å se på kapitlet om algebra og analysere oppgavene i lærebøkene. Oppgavene analyserte jeg med hjelp av en analysemodell hentet fra Stein et al (2009). Denne modellen deler oppgavene inn i fire ulike klasser etter hvor kognitivt krevende de er.

Resultatene fra modellen har jeg analysert i sammenheng med teorien og har kommet frem til følgende hovedfunn.

I lærebøkene jeg analyserte hadde algebrakapitlene en tydelig større andel av oppgaver tilhørende det syntaktiske aspektet enn det semantiske. Denne oppgavefordelingen fører til en større trening på symbolmanipulasjon og prosedyrer enn på forståelse av begreper og underliggende prinsipper.

Resultatene viser også at problemløsningsoppgavene, som hovedsakelig tilhører det semantiske aspektet, utgjorde en svært liten del av algebrakapitlenes totale oppgavemengde. Kun en av de fem lærebøkene hadde problemløsningsoppgaver plassert lett tilgjengelig sammen med andre oppgaver i gjennomgangen av emnet. Tre av de fem lærebøkene hadde oppgavene plassert på høyeste nivå i differensieringen eller på egne sider for kreative eller utfordrende oppgaver. Den siste læreboka inneholdt ikke en eneste problemløsningsoppgave.

Fire av lærerveiledningene hadde et sterkt fokus på overgangen mellom aritmetikk og algebra, her var forståelse av begrepet variabler svært sentralt. Likevel var det bare to av lærerveiledningene med dette fokuset som hadde flere oppgaver med det semantiske aspektet til å støtte innunder sine forklaringer og eksempler i læreboka. De to andre lærebøkene hadde derimot en overvekt av oppgaver som kun inneholdt det syntaktiske aspektet rundt sine forklaringer.

## Summary

This master thesis is a comparative study of textbooks and their introduction to algebra. The main focus of the thesis is the textbooks tasks, the connection between them and the students understanding.

In the theoretical part, I have focused on the semantic and syntactic aspect, different forms of reasoning and relational and instrumental understanding.

I will use the following three research questions:

- To what extent helps the textbook tasks to increase students' relational understanding?
- How is the different textbooks organized in relation to the tasks?
- What is the focus on the various teacher guides in algebra?

To figure this out, I have chosen four textbooks from 8th grade, and one from the 9th grade, which all introduce algebra for the first time. Here I have chosen to look at the chapter on algebra, and further analyze the tasks in the textbooks. I analyzed the tasks with the help of an analytical model obtained from Stein at al (2009). This model parts the tasks into four different categories according to how cognitively demanding they are.

I have used the results of the model with the theory and have reached the following main findings.

The textbooks I analyzed had the algebra chapters a larger share of tasks belonging to the syntactic aspect than semantic. This large amount of the syntactic aspect leads to more training on symbol manipulation and procedures than on the understanding of the concepts and underlying concepts of algebra.

The results also show that the problem solving tasks, which mainly belong to the semantic aspect, formed a very small part of the total chapter tasks. In only one of the five textbooks problem solving tasks was located easily accessible in the introduction of the topic. Three of the five textbooks had tasks placed on the highest level tasks, or on separate pages for creative or challenging tasks. The last book contained not a single problem solving task.

Four of teacher guides had a strong focus on the crossing between arithmetic and algebra. The understanding of the concept of variables was very central. But, only two of those teacher guides that had several tasks with the semantic aspect to support their explanations and examples in the textbook. The other two textbooks, however, had a majority of tasks that only contained the syntactic aspect by their explanations.

## Innhold

1 Innledning.....	7
2 Teori .....	9
2.1 Tidligere forskning.....	9
2.2 Oppgaveanalyse: .....	9
2.3 Sentrale algebraiske aspekter: .....	12
2.3.1 Treatment og conversion .....	13
2.3.2 Oppgave med ulike representasjoner:.....	13
2.3.3 Relasjonell og instrumentell forståelse:.....	15
2.3.4 Matematisk resonering: .....	16
2.4 Mitt teoretiske perspektiv:.....	18
3 Plan for gjennomføring. Metoder og drøfting av metoder .....	19
3.1 Utvalg:.....	19
3.2 Metode:.....	19
3.3 Gjennomføring: .....	20
3.4 Troverdighet: .....	20
4 Presentasjon og analyse av data: .....	21
4.1 Resultater fra forskningsdelen og innsamlede data .....	21
4.1.1 Tetra 8: .....	21
4.1.2 Nye Mega 8B: .....	29
4.1.3 Faktor 1: .....	35
4.1.4 Sirkel 8B:.....	43
4.1.5 KodeX 9A: .....	50
4.1.6 Lærerveiledninger: .....	55
4.2 Analyse av data .....	57
5 Konklusjon .....	61
6 Avslutning: .....	63
6.1 Implikasjoner av resultatene med tanke på matematikkundervisning .....	63
6.2 Videre forskning.....	64
6.3 Egen vurdering av prosjektet.....	64
7 Referanser:.....	65
8 Appendiks.....	67
8.1 Tetra 8: .....	67
8.2 nye Mega .....	75
8.3 Faktor 1 .....	80

8.4 Sirkel 8B.....	90
8.5 KodeX 9A.....	99
8.6 Faktor 1 Lærereens bok:.....	102

# 1 Innledning

I oppgaven skal jeg sammenlikne enkelte lærebøkers presentasjon av algebra. Jeg har valgt å se nærmere på lærebøker som i stor grad er i bruk ute i skolen. Her har jeg valgt 8.-trinnsbøker og medfølgende lærerveiledninger/lærereksemplarer fra følgende læreverk; Faktor, Nye mega, Tetra og Sirkel. Disse lærebøkene jeg har en sammenlagt markedsandel på ca. 65-70 %. Jeg skal i tillegg se på et annet læreverk, KodeX, hvor algebra først introduseres i 9.-trinn. Med dette skal jeg se om det er noen forskjell i hvordan algebra introduseres i dette læreverket, som venter ett år med å introdusere algebra. Markedsandelen til dette læreverket ligger på rundt 5-6 %

De siste årene har svake prestasjoner i både TIMSS og PISA ført til store medieoppslag i aviser og på TV. Norske elever har gang på gang prestert dårlig i matematikk og spesielt algebra. I tillegg finnes det for tiden ingen statelige instanser som kontrollerer innholdet og kvaliteten på lærebøker. Nasjonalt læremiddelsenter, som hadde denne oppgaven, ble lagt ned i 2001. Det vil derfor bli spennende å se hvordan algebra fremstilles i disse lærebøkene som har en så stor plass i norsk matematikkundervisning.

I læreplanen kunnskapsløftet for matematikk fellesfag står det at eleven skal kunne følgende under mål for opplæringa:

«..bruke, med og utan digitale hjelpemiddel, tal og variablar i utforsking, eksperimentering, praktisk og teoretisk problemløysing og i prosjekt med teknologi og design» (Utdanningsdirektoratet, 2006).

Her kommer det tydelig frem at elevene skal ta i bruk eksperimentering og problemløsning, noe jeg har tenkt å fokusere på i min oppgave.

Jeg har følgende tre forskningsspørsmål:

- I hvilken grad bidrar lærebøkene arbeidsoppgaver til å øke elevers relasjonsforståelse?
- Hvordan er de ulike lærebøkene organisert med hensyn til oppgaver?
- Hvilket fokus har de ulike lærerveiledningene på algebra?

Gjennom arbeid med disse forskningsspørsmålene håper jeg å få en oversikt over hva slags kunnskap og forståelse som elever kan skaffe seg gjennom arbeid med lærebøkene algebraoppgaver. Jeg ønsker i denne sammenhengen å undersøke om lærebokas oppgaver har et hovedfokus på algebra gjennom innlæring av prosedyrer og regler (syntaktisk aspekt), eller har et fokus på relasjoner og forståelse (semantisk aspekt).

Gjennom mine egne erfaringer fra skolen har jeg opplevd et stort fokus på regler, og nesten ingen på relasjoner. Dette gjelder både gjennom egen skolegang og fra praksisperioden min.

For en stund tilbake pratet jeg med en venninne om undervisning av algebra i skolen. Hun fortalte at hun aldri hadde forstått seg på X og Y. Læreren hennes hadde gang på gang forklart henne «at du må jo bare gjøre sånn og sånn», noe hun ikke skjønnte noe av. Det endte med at hun følte seg dum som ikke fikk til disse oppgavene, og endte opp med halvveis å gi opp.

Her ble det en konflikt mellom elvens ønske om virkelig å forstå hva hun gjør og hvorfor, og lærerens fokus på prosedyrer og regler. Venninnen min ønsket med andre ord en relasjonell forståelse av emnet, mens læreren kun presenterte den instrumentelle.

Jeg kjenner meg selv igjen i denne historien, men da på motsatt side av skalaen av min venninne. Jeg hadde sjelden problemer med å følge undervisningen, rett og slett fordi jeg hadde en instrumentell forståelse på mange områder. Så mens hun følte seg dum fordi hun ikke forstod algebra, var jeg fornøyd med å lære reglene.

Jeg hadde selv lenge en instrumentell forståelse av store områder i matematikken. Det var slik jeg lærte på både ungdomsskole og videregående skole, og det var sjelden vanskelig. Det var først på universitetsnivå at jeg slet med å henge med. Den instrumentelle tilnæringsmåten fungerte ikke lenger like godt når matematikken begynte og bli avansert, og jeg merket at jeg manglet en god del grunnleggende kunnskap. Av det jeg manglet av kunnskap var det mye jeg hadde læret instrumentelt, altså lært å bruke, men aldri helt forstått. Jeg hadde aldri virkelig forstått fordi jeg bare hadde blitt vist hvordan, men ikke hvorfor.

Ut fra egne erfaringer opplever jeg relasjonell forståelse som noe det er langt tyngre å bygge opp en senere i livet enn tidligere. Jeg hørte først om forskjellen på relasjonell og instrumentell forståelse på mitt tredje år på universitetet, og det var først da jeg skjønnte hvorfor jeg ikke husket mer av den matematikken jeg hadde lært, og hvorfor det var vanskelig å anvende den.

Det som likevel bekymrer meg mest med dette er hvor lett det var for meg med min instrumentelle forståelse opp gjennom videregående skole, når jeg kjenner flere som er bedre enn meg i matematikk som slet seg med frustrasjon gjennom flere emner bare fordi de ønsket en relasjonell forståelse, noe hverken fikk god hjelp med gjennom læreren eller læreboka.

Derfor ønsker jeg å fokusere på dette gjennom min masteroppgave, her tar jeg for meg en av faktorene som kan være avgjørende for en elevs oppfatning av matematikk, nemlig lærebøker.

Opgaven min er strukturert på følgende måte.

I kapittel to vil jeg ta for meg den teorien som jeg baserer oppgaven min på. Jeg starter kapittelet med å gå inn på litt tidligere forskning som er gjort på lærebøker. Deretter vil jeg ta for meg Stein et al (2009) sin modell for analyse av oppgaver. Denne modellen kommer jeg også til å bruke i analysen av lærebokoppgaver. Videre skal jeg se på det semantiske og det syntaktiske aspektet. I tillegg skal jeg se dette i sammenheng med imitativ og kreativ matematisk resonering, og til slutt med instrumentell og relasjonell forståelse. Til slutt i kapittelet vil jeg ta for meg mitt teoretiske perspektiv som jeg har til grunn for oppgaven min.

I kapittel tre skal jeg ta for meg metode, og utvalget av materialet jeg baserer oppgaven på. I tillegg skriver jeg litt om gjennomføringen av selve oppgaven. Kapittel fire tar for seg analysen av lærebøkene og resultatene. Her vil jeg også knytte de opp mot teoridelen.

Deretter i kapittel fem vil jeg ha en diskusjonskonklusjon. Her vil jeg prøve å svare på forskningsspørsmålene ut fra resultatene fra analysen. Til slutt i kapittel seks har jeg avslutning. Dette kapitelet inneholder pedagogiske implikasjoner til matematikkundervisning, forslag til videre forskning og oppgavens betydning for meg selv.



## 2 Teori

### 2.1 Tidligere forskning

I 2012 skrev Jorunn Reinhardtzen sin masteroppgave ved Universitetet i Agder hvor hun sammenliknet lærebøkers introduksjon til algebra i bøker fra fire ulike land: Finland, Norge, Sverige og USA (California). Hun har analysert oppgaver med et fokus på ulike perspektiv av algebra. Hun kom blant annet frem til er at introduksjonsoppgavene i lærebøker ofte legger opp til å lære elever nødvendige tekniske ferdigheter for å arbeide med algebra (Reinhardtzen, 2012).

Rezats (2006) har skrevet om strukturen i tyske lærebøker. Han fant ut at det fantes en hovedstruktur som de fleste fulgte. Her startet kapitlene med en innledende aktivitet, deretter fulgte forklaringer, en faktaboks og nye forklaringer. Etter det er det en gjennomgang av en eksempeloppgave og til slutt arbeidsoppgaver (Rezats, 2006).

Birgit Pepin har gjennom flere studier sett på bruk av lærebøker i flere land. I Pepin et al (2002) undersøkte hun lærebøker i matematikk og bruk av dem i klasserom på ungdomstrinnet i England, Frankrike og Tyskland. Hun fokuserer på de mest solgte lærebøkene i de ulike landene. I tillegg er studien basert på observasjoner av formidlingen av lærestoffet gjennom bøkene og intervjuer av et lite utvalg lærere. Resultatene viser at det er stor variasjon blant tilgang til lærebøker og hva slags matematikk elever lærer i de ulike landene. Franske lærebøker inneholdt blant annet en god del oppgaver basert på utforskning, mens det i de tyske lærebøkene var lagt opp en klar struktur med mye teori og mindre spillerom til å utforske (Pepin & Haggarty, 2002).

### 2.2 Oppgaveanalyse:

Stein et al (2009) har valgt å vurdere oppgaver utfra hvor kognitivt krevende de er. Ulike oppgaver krever ulike nivåer og typer tankegang. Oppgaver som baserer seg på å memorere en prosedyre leder til en annen type tenkning enn en oppgave som krever arbeid med matematiske konsepter og oppfordrer til å se å finne sammenheng og mening. Dermed er det viktig for lærere å være oppmerksomme på hvilken tankegang de ulike oppgavene krever, og å velge oppgaver utfra dette. For eksempel hvis læreren har et mål om at elevene skal lære fakta, regler eller definisjoner, da er vil det være nyttig å ta i bruk en oppgave som går ut på memorering. På samme måte vil det være lurt å velge en oppgave som baserer seg på prosedyrer hvis det er målet. Trenger elevene derimot å få en dypere forståelse av matematiske konsepter og sammenhenger, da bør læreren velge en oppgave som er mer kognitivt krevende.

Hvis elevene bare møter på de to første oppgavetyper kan dette medføre en begrenset forståelse av hva matematikk er og hvordan man arbeider med det. I tillegg kan et konstant bruk av slike oppgaver medføre at elevene får vanskeligheter med ta i bruk kunnskap til å løse oppgaver som skiller seg ut fra de andre (Stein, Smith, Henningsen, & Silver, 2009, pp. xvii, 1, 5).

The Mathematical Task Framework var utviklet for å veilede klasseromsanalysen i QUASAR<sup>1</sup> prosjektet. Den viser til hvordan oppgaver utfolder seg under introduksjon i klassen. De passerer gjennom tre ulike faser: først står de skrevet i pensum, i internasjonalt materiale eller er laget av en lærer, etterpå blir de introdusert til klassen av en lærer, og til slutt arbeidet med av elevene.

Ved hjelp av The Mathematical Task Framework ble brukt til å analysere hundrevis av oppgaver i perioden 1990-1995. Denne analysen kom frem til to viktige hovedfunn:

- 1) Matematiske oppgaver som krevde en høy kognitiv innsats var de vanskeligste å implementere i undervisningen. Disse ble ofte justert under introduksjonen i klassen slik at de presenterte mindre kognitivt krevende oppgaver.
- 2) Elever tilegnet seg mest kunnskap i klasser hvor de fikk presentert oppgaver som krevde en høy grad av kognitiv tenkning, og minst i klasserom hvor de fikk oppgaver som var basert på prosedyrer (Stein et al., 2009, p. xvii).

Jeg skal basere oppgaveanalysen min på Stein et al (2009) sin modell for oppgaveanalyse. Denne modellen tar utgangspunkt i hvor stort kognitivt utbytte elevene får av matematikkoppgaver, og grupperer dem utfra dette i fire følgende klasser: *Memorering*, *prosedyrer uten sammenheng*, *prosedyrer med sammenheng* og *problemløsning*. Navnene er direkte oversatt, og *prosedyrer med/uten sammenheng* er en forkortelse for; *prosedyrer med/uten sammenheng til forståelse, mening eller konsepter* (Stein et al., 2009).

- Memorering:
  - Involverer reproduksjon av tidligere lærte regler, fakta, formler eller definisjoner. Eller til å lære slike.
  - Kan ikke bli løst med prosedyrer siden oppgaven har en for liten tidsramme for dette.
  - Er ikke ambisiøse; krever en eksakt reproduksjon av tidligere sett materiale, og det er tydelig hva som skal reproduseres.
  - Har ingen forbindelse til konsept eller mening til faktaene, reglene, formlene eller definisjonene som blir lært eller reprodusert.

---

<sup>1</sup> (Quantitative Understanding: Amplifying Student Achievement and Reasoning) var et nasjonalt prosjekt i USA med mål å forbedre matematikkinstruksjoner for elever på ungdomsskolen. Det er fokus på resonering, problemløsning og kommunikasjon av matematiske ideer.

- Prosedyrer uten forbindelser:
  - Er algoritmiske. Bruk av prosedyre er enten spesifisert eller opplagt på bakgrunn av tidligere instruksjoner, erfaring eller plassering av oppgaven.
  - Krever en begrenset kognitiv kunnskap for å løses. Det er liten tvil om hva som skal gjøres og hvordan.
  - Har ingen forbindelse til konsept eller mening som ligger under prosedyren som brukes.
  - Fokuset er heller på å produsere riktige svar enn matematisk forståelse.
  - Krever ingen forklaringer, eller så fokuserer forklaringene bare på å beskrive prosedyren som ble brukt.
  
- Prosedyrer med forbindelser:
  - Bruken av prosedyrene har et fokus på å gi elevene en dypere forståelse av matematiske konsepter og ideer.
  - Foreslår løsningsveier (direkte eller indirekte) som er vide generelle prosedyrer som har nær sammenheng med underliggende konseptuelle ideer som en motsetning til de smale algoritmene som ikke får frem underliggende konsepter.
  - Inneholder vanligvis flere ulike representasjoner (for eksempel diagrammer, symboler, problemsituasjoner). Lager en sammenheng mellom ulike representasjoner for å skape en mening.
  - Er til en viss grad kognitivt utfordrende. Selv om generelle prosedyrer kan følges, så kan de ikke følges slavisk. Elevene er nødt til å ta i bruk de konseptuelle ideene som ligger under for å klare å fullføre oppgaven suksessfullt og for å utvikle kunnskap.
  
- Problemløsning:
  - Krever en kompleks og ikke-algoritmisk tankegang (det vil si at det er ikke en åpenlys, godt utforsket fremgangsmåte eller løsningsvei som kommer tydelig frem gjennom oppgaven, instruksjoner, eller gjennom eksempler).
  - Krever at elever utforsker og forstår naturen til matematiske konsepter, prosesser, og/eller forhold.
  - Krever bevissthet rundt sin egen kognitive prosess.
  - Krever at elever tar i bruk relevant kunnskap og erfaring, og bruker dette på en god måte gjennom arbeidet med oppgaven.
  - Krever at elevene analyserer oppgaven og går aktivt inn for å utforske hvilke begrensninger den gir som kan redusere mulige løsningsstrategier og løsninger.
  - Krever en betydelig grad av kognitiv innsats og kan involvere en del frustrasjon blant eleven på grunn av den uforutsigelige løsningsprosessen en slik oppgave krever.

Ser man nøyere på oppdelingen av de forskjellige klassene, vil man se modellen bestemmer oppgavenes grad av kognitive utfordringer ut fra oppgavenes grad av semantiske eller syntaktiske aspekter.

Semantiske aspekter har et fokus på forståelse av symboler og representasjoner, mens syntaktiske aspekter vektlegger regler med symbolmanipulasjon. Ved hjelp av disse begrepene blir det enklere å sette seg inn i den konkrete modellen.

De to første klassene i modellen inneholder kun det syntaktiske aspektet. Disse klassene er *memorering* og *prosedyrer uten sammenheng*. I *memorering* er det gå oppgavene ut på at man skal lære eller reprodusere regler, fakta, formler eller definisjoner, og dermed ingen krav

eller forventning i oppgavene om at elever skal lære seg en dypere betydning om hva man egentlig jobber med.

Opgavene som tilhører klassen *prosedyrer uten sammenheng* inneholder også kun det syntaktiske aspektet. Disse oppgavene er basert på innlæring av prosedyrer og regler. Hvis en oppgave i denne klassen ber en elev om å gjøre rede for noe i oppgaven, da vil det kun spørres etter en beskrivelse av prosedyren som ble fulgt.

Den tredje klassen «prosedyrer med sammenhenger» inneholder både syntaktiske og semantiske aspekter. Om det er de semantiske eller syntaktiske aspektene som dominerer i de ulike oppgavene vil variere med de enkelte oppgavens utforming og innhold. Likevel er det trekk som går i igjen i denne klassen av oppgaver. Oppgavene i denne klassen har alltid en prosedyre som skal følges, en form for bruksanvisning eller hint om fremgangsmåte, herav det syntaktiske aspektet. I tillegg inneholder oppgavene i denne klassen vanligvis flere enn en representasjon, blant annet tabeller, diagrammer, grafer, og/eller problemsituasjon. Oppgavene som tilhører denne klassen vil også kreve mer kognitiv tenking enn oppgavene i de to foregående klassene. Her vil det være krav til å forstå litt mer av de underliggende betydningene av operasjoner og symboler. Alt dette går inn i det semantiske aspektet.

Den siste klassen «problemløsningsoppgaver» vil ha en hovedvekt på det semantiske aspektet, men vil likevel også inneholde en grad det syntaktiske. Disse oppgavene kan variere en god del i form, men felles for dem er at de ikke inneholder forslag eller hint om fremgangsmåte. Det er meningen at elevene skal komme frem til dette gjennom arbeid med oppgaven. Her kommer det syntaktiske aspektet tydelig frem, elevene må forstå meningen bak oppgaven, tekst, symboler og/eller figurer og må ofte se sammenhenger mellom forskjellige representasjoner. Denne formen for oppgaver vil gi en stor kognitiv utfordring siden elevene ikke kan løse dem ut fra vane eller innlærte prosedyrer. Oppgavene legger likevel opp til bruk av innlærte prosedyrer, som tilhører det syntaktiske aspektet, men dette er først når elevene har lagt opp en løsningsstrategi. Og oppgavene er lagt opp slik at det kreves en dypere forståelse av meningen av symboler og sammenheng mellom representasjoner for å løse dem.

### 2.3 Sentrale algebraiske aspekter:

Matematikk er skiller seg ut i forhold til andre sammenlignbare fag, slik som fysikk, kjemi og biologi. Det som skiller matematikken fra disse er at den ikke er håndgripelig. I kjemi kan man gjøre forsøk og se hvordan stoffer reagerer, og dermed se en sammenheng mellom reaksjonslikninger og virkeligheten. Tilsvarende kan man undersøke og prøve ut naturlover i fysikk, og undersøke cellestrukturer ved hjelp av et mikroskop i biologi. Man kan med andre ord fysisk, eller med hjelp av instrumenter gripe fatt i det man skal undersøke innen disse emnene. (Berg, In press; Duval, 2006)

Men siden matematikk ikke er fysisk slik som disse andre, er man nødt til å bruke andre fremgangsmåter for å utforske og forstå matematikken. Hvis man vil løse en algebraisk likning, så må man benytte seg av hjelpemidler, som tegn og symboler. I denne sammenhengen er overgangen mellom ulike representasjoner sentral.

I dag er det vanlig at elever først møter algebra når de er rundt 11-12 år, og i noen tilfeller eldre. I Norge er det vanlig at algebra først introduseres som begrep i 8. klasse på ungdomsskolen. I nyere tid har det begynt å komme frem en forståelse at algebra er noe som

kan introduseres for elever på et langt tidligere tidspunkt, i noen tilfeller fra de er sju år gamle (Stacey, Chick, & Kendal, 2004, p. 48). Det er i flere land en solid tradisjon i skoler for å innføre aritmetikk før algebra. Her blir algebra sett på som en generalisert form av aritmetikk, og blir derfor også lært i etterkant. Dette blir gjerne begrunnet med at algebra er mer abstrakt og krever et mer formelt språk enn aritmetikk, noe som i følge piagets lære kommer senere i barns utvikling (Stacey et al., 2004, p. 50).

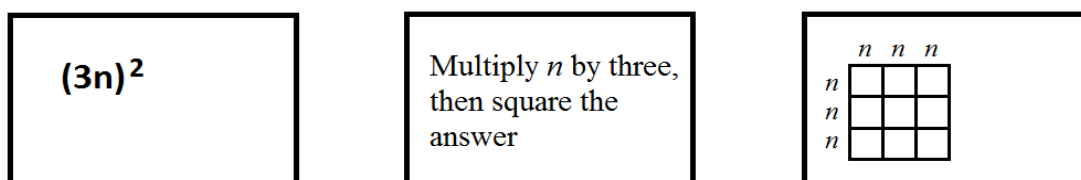
### 2.3.1 Treatment og conversion

Duval (2006) innfører begrepene treatment og conversion som to ulike typer semiotiske transformasjoner. Under klassen treatment vil man finne transformasjoner av representasjoner som skjer innenfor det samme registeret. Conversion er derimot transformasjoner av representasjoner der man endrer register uten å endre objektene som er involvert. For eksempel kan det å løse et likningssett være et eksempel på treatment mens overgangen mellom algebraisk notasjon til grafisk representasjon går under conversion.

Berg (in press) beskriver en sammenheng mellom disse begrepene og syntaktiske og semantiske aspekter. Treatment blir her satt i sammenheng med det syntaktiske aspektet, hvor fokuset ligger på regler med symbolmanipulasjon, mens conversion blir satt i sammenheng med det semantiske aspektet hvor meningen bak symboler og uttrykk står i sentrum. Dette kan også overføres til modellen fra Stein et al (2009) hvor de to første klassene med oppgaver bare beveger seg innen det syntaktiske aspektet, og alle representasjoner skjer innenfor det gitte registeret. Her brukes det altså de transformasjonene som inngår i treatment. I denne modellen kan man også finne transformasjoner som inngår conversion, de er å finne i de to siste klassene med oppgaver, de som inneholder semantisk aspekter. Disse oppgavene inneholder flere ulike representanter, og man er nødt til å ha en dypere forståelse av dem for klare oppgaven.

### 2.3.2 Oppgave med ulike representasjoner:

I (Berg, In press) fikk 52 studenter på lærerutdanningen ved Universitetet i Agder utdelt en oppgave relatert til conversion mellom ulike representasjonsregistre. Denne oppgaven bestod av en aktivitet hvor man skulle sette sammen kort tilhørte den samme matematikken, men ved ulik representasjon (algebraisk notasjon, uttrykt med ord og geometriske figurer, se figur 1) Denne aktiviteten gav studentene en mulighet til ikke bare å jobbe med det syntaktiske aspektet, men også se nærmere på de semantiske, hvor studentene må finne mening til de ulike representasjonene.



Figur 1

I tillegg til disse kortene fikk også studentene utdelt noen tomme kort hvor de selv måtte skrive ned tilhørende algebraisk notasjon, formulere en setning med ord eller tegne den geometriske figuren.

Studentene jobbet sammen i grupper på 3-4, og diskuterte seg imellom mens de løste disse. Rett etter aktiviteten fikk studentene utdel en spørreundersøkelse hvor de skulle fortelle om sin opplevelse med oppgaven og om de mente den var nyttig å introdusere inn i sin egen undervisning. I tillegg ble også noen av studentene intervjuet i slutten av semesteret angående deres arbeid med oppgaven.

Svarene til dette kunne deles inn i tre ulike kategorier: de som var veldig positive til oppgaven (39), de som syntes at det var en fin oppgave (11), og noen som mente at den var vanskelig og ikke interessant (2).

De i den første kategorien fikk greit til å kombinere riktig tekst og uttrykk, men hadde litt utfordring når de skulle finne tilhørende geometrisk figur. Dette kan tyde på en oppfattelse av matematikk som en samling separate områder for eksempel; algebra, geometri, sannsynlighet. De fleste av disse studentene brukte uttrykket «å skape en forståelse», noe som relaterer til det semantiske aspektet. Likevel virket det som de ikke var vant til aktivt å jobbe med det semantiske aspektet.

Den andre kategorien har mer utfordringer med denne oppgaven. Studentene ble forvirret da oppgaven hadde et større fokus på det semantiske aspektet enn det syntaktiske. Dette kan skyldes at de var mest vant til å jobbe på innen det syntaktiske aspektet, eller med treatment transformasjoner. På grunn av dette fikk ikke disse studentene det samme innblikket i sammenhengen mellom de ulike representasjonene (conversion) på kortene som den første kategorien med studenter.

Studentene i den tredje kategorien oppfattet oppgavene som svært utfordrende, men de gjorde ingen dypere forsøk på å finne ut hva det var som gjorde oppgavene så vanskelige. Berg (in press) mener at vanskelighetene blant annet skyldes at formen oppgavene ble gitt på er uvant for dem. Den ene av studentene i denne kategorien forklarer at han ikke husker den grunnleggende matematikken, og derfor ikke får det til. Dette tyder på at han ser på matematikk som memorering, og er mest vant til det syntaktiske aspektet.

Resultatene fra denne oppgaven som lærerstudentene løste tyder på at de har en langt mindre erfaring med å jobbe med det semantiske aspektet enn med det syntaktiske. Siden erfaringer og forståelse av matematikk er bygd opp over tid, så vil det være interessant og nyttig å undersøke om deres vanskeligheter i møte med det semantiske aspektet kan sees i sammenheng med utvalget av oppgaver i lærebøker for 8.-trinn.

### 2.3.3 Relasjonell og instrumentell forståelse:

Tett opp mot begrepene syntaktisk og semantisk aspekter, kan man også knytte begrepene instrumentell og relasjonell forståelse.

Instrumentell forståelse innebærer at en person har lært seg prosedyrer og regler og er i stand til å bruke disse til å løse tilhørende oppgaver. Hvis en person med kun en instrumentell forståelse møter på et problem eller en oppgave som er annerledes enn de han/hun har løst tidligere så vil han/hun ikke klare å løse denne oppgaven ved hjelp av innlært kunnskap. Denne formen for forståelse innebærer dermed at man ikke klarer å overføre det man bruker i en prosedyre til en annen type oppgave. Dette skyldes at den personen bare har fokuset eller lært det syntaktiske, altså regler med symbolmanipulasjon, men utelatt hele det semantiske aspektet (Skemp, 1976).

Den relasjonelle forståelsen blir dermed det motsatte av den instrumentelle. Her vil en person se sammenhenger eller relasjoner mellom ulike representasjoner og også kjenne til betydningen og meningen av ulike symboler. En person med en slik forståelse vil være mer opptatt av å lære seg hva han/hun gjør og hvorfor enn de enkelte prosedyrene. Denne forståelsen samsvarer sterkt med det semantiske aspektet, som fokuserer på mening, og ikke prosedyrer (Skemp, 1976).

Det er selvsagt ingen personer som bare har den ene eller den andre formen for forståelse, men disse inndelingene gir likevel et godt bilde av utfordringer knyttet til læring.

Skemp (1976) lister opp en rekke fordeler med de ulike formene for forståelse;

Instrumentell forståelse:

Instrumentell forståelse kan gjøre det enklere for elever å lære områder som kan være vanskelig å forklare ved hjelp av relasjonell tenking. Dette kan for eksempel være regelen når du skal dele på en brøk, da skal du snu den opp ned og gange den sammen.

En annen fordel vil være at en instrumentell tenkning vil gi belønninger mye raskere i form av rette svar. Dette gjelder for eksempel med oppgaver hvor elever skal løse oppgaver de har fått prosedyrer de skal følge. Da vil det være enkelt for dem å sjekke om de har endt opp med riktig svar. Slike oppgaver kan også bidra til å gi svake elever mestringsfølelse siden det ofte kan være enklere å produsere riktige svar når man jobber instrumentelt enn relasjonelt.

En annen fordel med instrumentell tenking er at man ofte kan få rett svar mye raskere enn man ville ha fått ved hjelp av å arbeide relasjonelt. Dette skyldes at det er mindre kunnskap involvert, og at man istedenfor å skaffe seg en god forståelse av det man gjør aksepterer en formel eller løsningsmetode som man vet at finner frem til svaret. Dermed kan man finne riktig svar på problemer selv om man er usikker på løsningsmetoden.

Relasjonell forståelse:

En fordel med relasjonell tankegang er at det gjør det enklere for elever å løse nye oppgaver. Dette innebærer at elevene vet hvorfor en regel eller prosedyre virker på et enkelt problem, og dermed blir i stand til å bruke det de har lært og justere eller redigere det så det passer til et nytt problem.

Det er også en fordel at det er lettere å huske noe når det er blitt lært relasjonelt. Dette gjelder selv om det kan være langt vanskeligere å lære seg noe på den måten. Det er lettere for en elev å lære seg formelen for arealet av en trekant enn å forstå hvorfor det er sånn. Likevel så

vil det være en fordel for eleven å lære seg dette ved hjelp av relasjonell tankegang i stedet for å måtte pugge arealformlene for alle de geometriske figurene. Hvis eleven har lært seg hvordan man beregner arealet for denne trekanten relasjonelt, da vil han/hun ha en god mulighet til å bruke denne kunnskapen videre på andre geometriske figurer. Dermed blir det også enklere å huske noe når det er lært ved hjelp av relasjonell tankegang, det gir eleven et sammenhengende bilde istedenfor regler til en rekke forskjellige problemer.

Skemp (1976) mener også at relasjonell kunnskap kan være et mål i seg selv. Det kan redusere behovet for belønning eller straff for å få gjennom en oppgave. Det kan ha en stor effekt på elevenes motivasjon. Å arbeide relasjonelt kan motivere til elever til videre utforsking av nye materialer, og til å se nye sammenhenger.

### 2.3.4 Matematisk resonering:

Johan Lithner belyser noe av det samme temaet. Her tar han for seg ulike typer resonnement som brukes til å løse oppgaver. Med resonnement menes her den rekken av tanker som er brukt til å produsere påstander og ender med en konklusjon i oppgaveløsningen (Lithner, 2008).

Resonnementer som i stor grad er basert på å gjengi løsninger og prosedyrer kaller Lithner for imitativ resonering. Denne formen for resonering består av følgende to hovedtyper: memorert resonering og algoritmisk resonering.

Memorert resonering må oppfylle følgende kriterier:

1. Valg av strategi er basert på å gjenfortelle en fullstendig løsning.
2. Gjennomføringen av denne strategien består kun i å skrive ned.

Selv om alle oppgaveløsninger inneholder en del memorert kunnskap, så vil et memoreringsresonnement kun være nyttig på et par oppgavetyper. Det kan være oppgaver som spør etter fakta, eller gjengivelse av bevis. I oppgaver basert på fakta kan det for eksempel spørres om hva en trapes er, eller hvor mange desimeter det er i en meter, mens en gjengivelse av bevis kun krever at elever husker hva som står i beviset. Memorert resonering krever med andre ord ingen god forståelse av det man gjør. (Lithner, 2008)

Algoritmisk resonering også to kriterier:

1. Det brukes en strategi som går ut på å velge innlærte løsningsalgoritmer.
2. Den gjenværende resoneringen er forholdsvis enkel, men en liten feil kan medføre i et helt galt svar.

Algoritmisk resonering har i likhet med memorert resonering ingen krav om at den som benytter seg av dette har en fullstendig forståelse av hva han/hun gjør. I den algoritmiske resoneringen vil noe av det vanskeligste være å finne en passende algoritme.



Lithner beskriver tre ulike måter å resonere seg frem til en passende algoritme.

Den første kaller han familiær algoritmisk resonering. Dette har følgende kriterier:

1. Denne strategien er valgt fordi oppgaven ser ut til å være av en kjent oppgavetype som kan løses av en korresponderende type.
2. Denne algoritmen brukes til å løse oppgaven.

Argumentet som gjerne overbeviser til å velge denne strategien er ofte basert på liknende oppgaver hvor tidligere erfaring viser at en oppgave med en bestemt type oppgavetekst, grafer, figurer eller symboler er relatert til en korresponderende algoritme.

Den andre måten å resonere seg frem til en algoritme er kalt avgrensende algoritmisk resonering. Det har følgende kriterier:

1. En algoritme er valgt fra et sett som er avgrenset ved hjelp av algoritmens overfladiske likheter med oppgaven. Det er ingen klar formening om hva dette vil medføre.
2. Argumentasjonen er basert på overfladiske hensyn som bare er relatert til den som resonerer sine forventninger til løsning. Hvis valget av algoritme ikke fører frem til en rimelig konklusjon, vil dette bare avsluttes uten evaluering og en ny algoritme velges fra settet.

Dette er gjerne den aritmetiske resoneringen som blir tatt i bruk i problematiske situasjoner hvor familiær aritmetisk resonering ikke virker og hvor det ikke er veiledende eksempler eller liknende. Denne typen resonering er gjerne raskt gjort hvis man bare kjenner til en relatert algoritme eller om første forsøk gir et akseptabelt resultat. (Lithner, 2008)

Den tredje og siste måten å resonere seg frem til en algoritme kaller han guidet algoritmisk resonering. Hvis det ikke går an å ta i bruk de tidligere resoneringsmetodene, blir man nødt til å lete etter eksterne ressurser. For tekstbaserte guidede algoritmisk resonering gjelder:

1. Strategien går ut på å finne overfladiske likheter mellom oppgaven og et eksempel, teorem, definisjon, regel eller annet som kan brukes fra en tekstbasert ressurs.
2. Algoritmen er tatt i bruk uten videre vektlegging av argumentasjon.

I tillegg til imitative resonering, som inneholder memorert resonering og algoritmisk resonering, finnes kreativ matematisk resonering. Denne formen for resonering vektlegger logisk tenkning og argumenter i langt større grad enn den imitative. Kreativ matematisk resonering har følgende kriterier:

1. Gjennom arbeid med oppgaven blir det skapt en ny rekke resonementer eller glemte blir gjenskapt.
2. Det er argumenter som støtter opp om valg og/eller gjennomføring av strategi som forklarer hvorfor konklusjonene stemmer eller er sannsynlige.
3. Matematisk fundament. Argumentene er ankret i de iboende matematiske egenskapene til komponentene involvert i resoneringen.

Kreativ matematisk resonering trenger ikke i å være utfordrerne slik som problemløsning er. Vanskelighetsgraden kan være varierende.

Lithner viser til at 70 % av oppgavene i noen vanlige amerikanske lærebøker i kalkulus kan bli løst ved hjelp av tekstbasert guidet algoritmisk resonering. 20 % kan løses ved hovedsakelig å skrive av en løsning, men med en liten endring som krever litt lokal kreativ resonering. De resterende 10 % krever kreativ resonering. Disse er ofte de vanskeligste oppgavene plassert til slutt i oppgavedelen, noe som medfører at de bare er få studenter som prøver seg på dem. Tilsvarende resultater er også funnet i svenske lærebøker for 5-12 klasse. (Lithner, 2008)

Lithner (2008) mener at et stort fokus på algoritmisk resonering kan føre til at leting etter algoritmer blir opplevd som hva matematikk er, i stedet for bare en del av det. Da forsvinner deler av matematikken som virkelig gir mening slik som å forstå konsepter og kreativ resonering.

## 2.4 Mitt teoretiske perspektiv:

I denne oppgaven har jeg tenkt å ta utgangspunkt i Stein et al (2009) sin analysemodell og anvende den på algebraoppgaver fra lærebøkene jeg skal analysere. Den inndelingen modellen gir av klasser passer godt overens med syntaktiske og semantiske aspekter. Jeg skal tolke resultatene jeg får fra modellen ved hjelp av Duval (2006) Jeg kommer også til å ta for meg imitativ og kreativ matematisk resonering fra Lithner (2008), og instrumentell og relasjonell forståelse fra Skemp (1976).

Til sammen skal jeg bruke for å få svar på forskningsspørsmålene mine:

- I hvilken grad bidrar lærebokas arbeidsoppgaver til å øke elevers relasjonsforståelse?
- Hvordan er de ulike lærebøkene organisert med hensyn til oppgaver?
- Hvilket fokus har de ulike lærerveiledningene på algebra?

## 3 Plan for gjennomføring. Metoder og drøfting av metoder

### 3.1 Utvalg:

Jeg har i studien valgt å ta utgangspunkt lærebøker som i stor grad er i bruk rundt i norske skoler. Videre har jeg valgt å se nøyer på lærebøkene tilhørende 8.-trinn. Dette har jeg valgt å gjøre siden det er først der at algebra introduseres i de fleste læreverkene, og det er nettopp algebra jeg skal se nærmere på. Jeg har derfor kontaktet aktuelle forlag for å få informasjon om markedsandelen til deres læreverk, for på denne måten å kunne avgjøre hvilke som er mest utbredt. Jeg bad også om et eksemplar av de 8.-trinnsbøkene jeg endte opp med og medfølgende lærerveiledninger. Jeg endte til slutt opp med disse fire; Tetra av Fagbokforlaget, nye Mega og Faktor av Cappelen Damm og Sirkel av Aschehoug. Til sammen utgjør disse læreverkene en samlet markedsandel på 64-70 %. I tillegg til 8.-trinnsbøker fra disse fire læreverkene har jeg valgt å se nøyer på en 9.-trinnsbok fra læreverket KodeX av Fagbokforlaget. Grunnen til at jeg velger denne læreboka er at den ikke følger spiralprinsippet slik som de andre lærebøkene, men istedenfor har større bolker med pensum presentert over lengere perioder. Av denne grunn blir ikke algebra introdusert før på 9.-trinn.

Som tidligere nevnt skal jeg også i tillegg til lærebøkene skal jeg se på de medfølgende lærerveiledningene. Dette håper jeg at skal gi et mer helhetlig bilde av hva de ulike læreverkene fokuserer på i emnet algebra.

### 3.2 Metode:

Jeg vil bruke (Stein et al., 2009) sin analysemodell til å analysere oppgavene. Jeg har valgt å bruke denne modellen fordi jeg mener at den kan gi en god analyse av oppgavene etter hvor kognitivt krevende de er, og dermed gi et innblikk i hva de egentlig krever for å løses. Det fokuset jeg har valgt å ha på analysen av oppgavene er ikke nødvendigvis hvilken hensikt oppgaveskriveren hadde i utgangspunktet, men isteden hva som kreves av eleven i møte med oppgaven.

Det ene forskningsspørsmålet mitt lyder som følgende:

I hvilken grad bidrar lærebokas arbeidsoppgaver til å øke elevers relasjonsforståelse?

Det er med andre ord dette jeg skal finne ut av i analysen, om oppgavene i algebrakapitlene i lærebøkene inneholder mange oppgaver som trener elever til å tenke relasjonelt, med andre ord til å skaffe en dypere forståelse og se sammenhenger. Eller om de for det meste inneholder oppgaver som kan gi elevene en instrumentell forståelse som innebærer et fokus på å kunne bruke prosedyrer og regler, men med en liten forståelse om hvorfor disse reglene og prosedyrene fungerer.

Jeg skal også se på lærebokas struktur og hvordan oppgavene er plassert i lærebøkene. I tillegg så skal jeg som sagt se på lærerveiledningene, her skal jeg se etter sammenhengen mellom hva lærerveiledningen fokuserer på, og hvordan dette blir satt til verks i lærebøkene.

### 3.3 Gjennomføring:

Arbeidet med lærebøkene var svært omfattende. Det er mange oppgaver og de er strukturert på ulike måter. Jeg brukte ganske mye tid på bare å lese gjennom algebrakapitlene og oppgavene til hvert enkelt læreverk, for å bli kjent med dem og for å prøve å komme frem til en analysemodell.

Da jeg endelig fant (Stein et al., 2009) sin analysemodell ble det langt enklere å komme videre i prosessen. Modellen er ganske kompleks, og jeg mistolket deler av den i starten. Dette gjorde til at jeg vurderte om jeg var nødt til å justere den og å dele opp en av oppgavegruppene i klassifiseringen av modellen. Jeg fant heldigvis ut at jeg hadde mistolket modellen, og har igjen kommet frem til at den passer perfekt til oppgaven min.

Selv om jeg har en god modell, så er det et stort arbeid å analysere så mange oppgaver. Det varierer en god del på oppgavemengden fra læreverk til læreverk. Tetra 8 har for eksempel 59 oppgaver utenom differensieringen, mens Faktor 1 har 74.

I tillegg er det en utfordring å plassere oppgaver innen riktig klassifisering. Jeg må ta hensyn til nivået til 8.-klassinger og deres tidligere kunnskap, i tillegg må jeg ha en oversikt over eksemplene i læreboka. Det vil si at om jeg klarer å klassifisere en oppgave i en av lærebøkene, så er det likevel ikke sikkert at en tilsvarende oppgave skal klassifiseres likt i en annen lærebok. Eksemplene og instruksene i lærebøkene må også tas hensyn til, og dermed blir det et langt mer omfattende arbeid. De enkleste oppgavene å plassere er rene prosedyreoppgaver uten tekst, som for eksempel å løse en likning. Disse er alltid enten *prosedyrer uten sammenheng* eller *memorering*. Det er også en stor forskjell mellom læreverkene i hvor lett eller vanskelig det er å analysere oppgavene. I enkelte læreverk er de fleste oppgavene utformet slik at det er veldig tydelig hvilken oppgave som hører til hvilken klassifisering. Andre derimot er det gjerne ett av punktene i analysemodellen som plasserer oppgaven i nettopp den klassen av oppgaver.

### 3.4 Troverdighet:

Analysen av enkelte oppgaver kan som sagt være utfordrende. Jeg mener at jeg har klassifisert dem riktig utfra modellen jeg tar utgangspunkt i. Jeg har sett gjennom analysen flere ganger og sjekket analysen av de ulike lærebøkene opp mot hverandre for å være sikker på at jeg har vurdert lærebøkene på samme måte. Og selv om jeg skulle ha klassifisert et par oppgaver feil, så ville det ikke gjøre så store utslag i mine resultater.

I oppgaven ser jeg på et utvalg av lærebøker, og jeg tar høyde for at min analyse bare omfatter et kapittel i hver av dem. Jeg kan dermed hverken si at resultatene mine gjelder de andre kapitlene i lærebøkene eller for alle lærebøker. Men jeg vil likevel si at de kan vise noen tendenser. De læreverkene jeg har valgt ut har som sagt en markedsandel på 64-70 %. Resultatene jeg kom frem til i oppgaven er dermed basert på læreverk som i stor grad er i bruk rundt i skoler, noe som gjør de er aktuelle, og har en god validitet.

Resultatene vil ha en ganske høy reliabilitet for de lærebokkapitlene som er med i analysen. Likevel er det ingen garanti for at andre læreverk vil gi samme resultater siden oppgaven er basert på et utvalg. Dermed er reliabiliteten for resultatene ikke like høy for lærebøker som ikke er med i oppgaven.

## 4 Presentasjon og analyse av data:

### 4.1 Resultater fra forskningsdelen og innsamlede data

#### 4.11 Tetra 8:

##### Struktur:

Tetra 8 presenterer selv følgende kapittelinnndeling av læreboka: Et grunnkurs med oppgaver, fulgt av «test deg selv» bestående av oppgaver, hvor elevene velger veien videre utfra hvor godt de får til testen. Deretter kan de velge mellom blått og rødt kurs, hvor det blå er enklere enn de røde. Kapittelet avsluttes med et sammendrag av det som ble gjennomgått i grunnkurset (Hagen, Carlsson, Hake, & Öberg, 2006a). Se figur 2.



Figur 2 Struktur

##### Oppgaver:

Jeg har utfra denne strukturen valgt å dele kapittelet om algebra inn i tre ulike deler; fellesdel, nivå 1 og nivå 2. Her er nivå 1 det enkleste mens nivå 2 er det vanskeligste. Fellesdelen i boka inkluderer alle oppgaver som er i forbindelse med gjennomgang av lærestoffet, samt en samarbeidsoppgave, PC-oppgaver og «Test deg selv» Felles for disse oppgavene er at de er plassert i et sammenhengende område fra starten av kapitelet, og er uten differensiering, selv om enkelte vanskeligere oppgaver er markert med stjerne. De oppgavene jeg har plassert under kategorien nivå 1, er oppgavene som er plassert under blått kurs, på samme måte er oppgavene i nivå 2 plassert under rødt kurs.

Jeg har valgt å ha denne indelingen på oppgavene slik at jeg kan se om de forskjellige differensieringsnivåene inneholder oppgaver av de samme klassene, *memorering*, *prosedyrer uten sammenheng*, *prosedyrer med sammenheng*, *problemløsning*, eller om noen blir utelatte på enkelte differensieringsnivåer. Jeg har av samme grunn valgt tilsvarende inndelinger av oppgaver på de andre læreverkene.

## I fellesdelen til Tetra 8 fant jeg oppgaver fra alle de fire klassene:

### Memorering:

Denne oppgaven er kort og krever ingen regning. Det er meningen at eleven skal velge det riktige uttrykket.

**3** Hvilket av uttrykkene betyr

a) halvdelen av $x$	$\frac{x}{2}$	$x + 2$	$\frac{2}{x}$
b) 3 mer enn $x$	$x - 3$	$3 + x$	$3x$
c) det dobbelte av $x$	$2 + x$	$x + 2$	$2x$

Figur 3 Tetra 8

### Prosedyrer uten sammenheng:

Det er et regnestykke som ikke står i sammenheng med noe som kan gi elever en dypere forståelse. De skal bare følge prosedyrer.

Regn ut

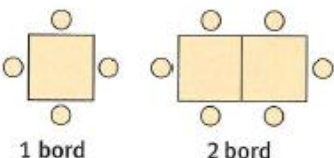
**4** a)  $2 + 4 \cdot 5$                       b)  $8 \cdot 4 - 6$                       c)  $3 \cdot 7 + 6 \cdot 2$

Figur 4 Tetra 8

### Prosedyrer med sammenheng:

Her skal elevene forholde seg til en kjent situasjon, og utfra dette jobbe seg frem til å se en sammenheng og ende opp med et uttrykk. Siden det er en klar løsningsmetode, så vil ikke dette klassifisere som en problemløsningsoppgave.

**50** Vi har kvadratiske bord med plass til én person på hver side. Dersom vi har ett bord, er det plass til 4 personer. Når vi skal ha plass til flere, setter vi bordene inntil hverandre slik som på figuren.



1 bord                      2 bord

Hvor mange personer får plass ved bordene?  
Lag en slik tabell i arbeidsboka di og fyll inn det som mangler.

Antall bord	Antall personer
1	
2	
3	
4	
5	
20	
100	
$n$	

Figur 5 Tetra 8

## Problemløsning:

Denne oppgaven har noen hint til fremgangsmåte, men oppgaven er likevel så kompleks og ulik de andre oppgavene i læreboka at det vil være svært kognitivt krevende å løse denne oppgaven. Selv om det er hint om fremgangsmåte, så er den ikke gitt, og elevene vil selv bli nødt til å finne ut hvordan de skal gå frem.



Dersom dere ikke har spillet, kan dere for eksempel bruke kort med tallene 1–9 eller papirbiter med ulik størrelse.

### Oppgave

Dere skal flytte tårnet, dannet av de ni ringene, over til en annen pinne etter disse reglene:

- Du kan bruke alle tre pinnene.
- Du kan bare flytte en ring om gangen.
- Du kan ikke legge en ring oppå en ring som er mindre.

**A** Hva er det minste antall flytt vi trenger på hele tårnet med ni ringer?

Hint: Forenkle oppgaven ved å begynne med én ring, så to osv. Noter resultatet i en tabell. Se om dere kan finne et mønster.

**B** Hvor mange flytt blir det med  $n$  ringer?

**C** Hvor mange sekunder vil Buddha bruke på å flytte hele tårnet?  
Hvor mange år utgjør det?



Ifølge en legende sitter Buddha i Hanoi og flytter en ring i sekundet i et tårn med 64 ringer. Når hele tårnet er flyttet, vil han nå Nirvana.

Figur 6 Tetra 8

**Innenfor oppgavekategorien Nivå 1 fant jeg bare to av klassene:**

**Memorering:**

Her skal det også velges riktig uttrykk, krever ingen regning.

Velg det uttrykket som teksten beskriver.

**61** Legg sammen  $y$  og 3.      $y - 3$       $y + 3$       $y \cdot 3$

Figur 7 Tetra 8

**Prosedyrer uten sammenheng:**

I denne læreboka blir dette prosedyrer uten sammenheng. Tetra 8 inneholder flere tilsvarende eksempler og oppgaver, så elevene trenger bare å følge den samme prosedyren for å løse denne oppgaven. Dermed blir denne oppgaven lite kognitivt krevende.

**70** Skriv et uttrykk for arealet av et kvadrat som har side

a)  $x$      b)  $2x$      c)  $5a$

Figur 8 Tetra 8

**På Nivå 2 fant jeg oppgaver fra tre klasser:**

**Prosedyrer uten sammenheng:**

Her skal eleven velge den riktige forenklingen av uttrykket. Denne oppgaven er likevel ikke en memoreringsoppgave siden det opprinnelige uttrykket er så komplekst at eleven er nødt til å regne ut svaret før han/hun kan velge den riktige forenklingen.

**85** Hvilken forenkling av uttrykkene er riktig?

a) $4x + 2x + 3a + 5a$	$14ax$	$8a + 6x$	$15a + 8x$
b) $9b + 5c - 4c + 3b$	$14b + c$	$12b - c$	$12b + c$
c) $7s - 4p - 6s - 3p$	$7p + 13s$	$7p + s$	$-7p + s$
d) $6a + b - 4a - 2b$	$2a + b$	$10a + 3b$	$2a - b$

Figur 9 Tetra 8



### Prosedyrer med sammenheng:

Denne oppgaven minner i stor grad om andre oppgaver og eksempler i læreboka. Likevel er det noen spørsmål som er ment å få elevene til å tenke i starten av oppgaven. Dette skiller denne oppgaven fra oppgavene av klassen prosedyrer uten sammenheng.

**105** Hint:

- Hvor mange fyrstikker trenger du til hvert nytt kvadrat?
- Hvor mange kvadrater er det i hver figur? Hva slags tall er dette? Hvilken sammenheng har dette tallet med nummeret på figuren?

Figur nummer	1	2	3	4	5	6	7	$n$
Antall fyrstikker								

Figur 1    Figur 2    Figur 3    Figur 4

Figur 10 Tetra 8

### Problemløsning:

Denne oppgaven er åpen og uten klare retningslinjer for hvordan man skal løse den. Den er derfor en problemløsningsoppgave.

**83** Hvordan skal du plassere tre hager med samme mål for at lengden av gjerdet skal bli så liten som mulig? Prøv ulike varianter.

Figur 11 Tetra 8

I første omgang ser etter om jeg finner oppgaver fra alle de fire klassene i hver av delene fellesdel, nivå 1 og nivå 2. Tabellen under viser hvilke klasser av oppgaver som finnes i de enkelte delene av læreboka. I tabellen står det 1 om oppgaver fra den tilhørende klassen finnes i den valgte kategorien av oppgaver, og 0 om den ikke gjør det.

Det er viktig å legge merke til at denne tabellen ikke sier noe om fordelingen av disse oppgavene, men bare om de finnes i den gitte samlingen eller ikke.

	Memorering	Prosedyrer uten sammenheng	Prosedyrer med sammenheng	Problemløsning
Fellesdel	1	1	1	1
Nivå 1	1	1	1	0
Nivå 2	0	1	1	1

Tabell 1 Tetra 8

Jeg har også satt disse dataene inn i diagrammet vist nedenfor. Merk at det heller ikke her er mulig å se fordelingen av de enkelte oppgaveklassene.

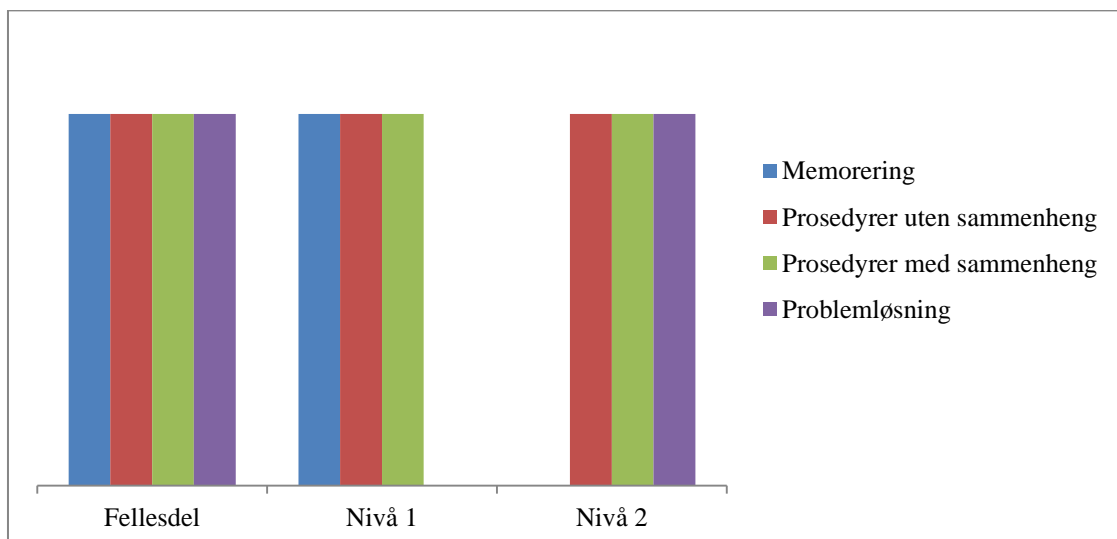


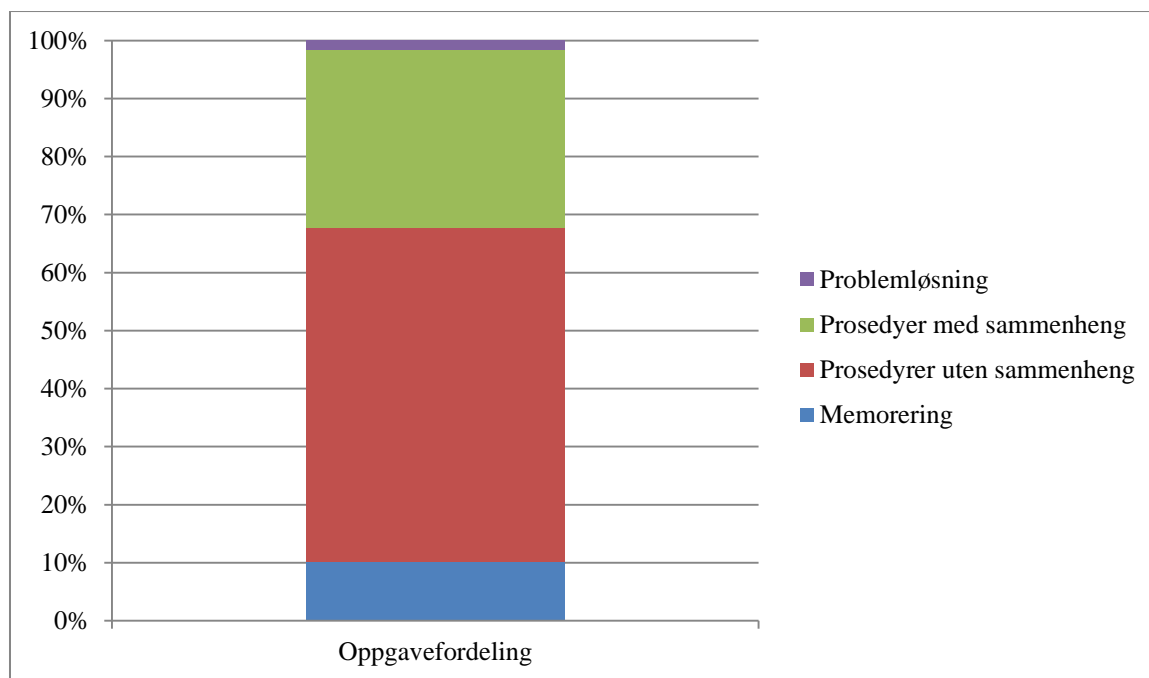
Diagram 1 Tetra 8

Diagrammet og tabellen viser at mens fellesdelen til Tetra 8 inneholder oppgaver fra alle de fire klassene, så gjelder dette hverken nivå 1 eller nivå 2. Nivå 1 har memoreringsoppgaver, mens nivå 2 ikke inneholder dette. Samtidig ser vi at nivå 2 inneholder klassen problemløsningsoppgaver, denne finnes ikke i nivå 1.

For å få et bedre innblikk i fordelingen av oppgavene fra de ulike klassene, så har jeg valgt å se nærmere på oppgavene i fellesdelen. Dette har jeg valgt å gjøre for å få et bedre overblikk av den realistiske situasjonen til en elev i møte med læreverket. Med dette mener jeg at selv om et læreverket inneholder problemløsningsoppgaver, så vil fordelingen og mengden av disse være avgjørende for om den enkelte elev vil komme til å prøve seg på disse. Det er i utfra

dette en stor forskjell om et læreverk inneholder bare en problemløsningsoppgave eller om det inneholder flere fordelt utover sammen med oppgaver av de andre klassene. Dermed blir det viktig å merke at seg selv om fellesdelen inneholder oppgaveklassen problemløsning, så vil ikke dette nødvendigvis bety at problemløsning er en stor del av oppgavene i denne oppgavedelen.

Diagrammet nedenfor viser fordelingen av oppgaver innenfor de ulike klassene innenfor fellesdelen. Fordelingen er vist i prosent.



**Diagram 2 Tetra 8**

Dette diagrammet viser oppgavefordelingen til fellesdelen i Tetra 8 i forhold til klassene. Det som peker seg mest ut i dette diagrammet er den store forskjellen mellom de ulike klassene med oppgaver. Det er her en størst andel av oppgaver av typen *prosedyrer uten sammenheng*, som utgjør hele 58 %, deretter er den nest største bolken med oppgaver prosedyrer med sammenheng, her 31 %. Oppgaver av type memorering har her en prosentandel på 10 %, mens oppgaver av typen problemløsning står plassert helt til slutt og har en andel på bare 2 % av oppgavene.

### **Plassering av problemløsningsoppgaver:**

Tetra 8 har to problemløsningsoppgaver i kapittelet om algebra:

Den ene er plassert på en egen side merket samarbeid i slutten av fellesdelen. Siden denne oppgaven har en slik plassering, og i tillegg er merket samarbeid, så vil det kreve litt ekstra for læreren å få plass til denne oppgaven i undervisningen.

Den andre oppgaven er plassert i differensieringsdelen på nivå 2. Den står sammen med de andre oppgavene som en del av den samlede oppgavemassen, og er dermed lett tilgjengelig for de som har valgt dette differensieringsnivået.

## Resultat og teori:

Hovedfunnene fra algebrakapittelet i Tetra 8 viser en ujevn fordeling mellom oppgaver av de fire forskjellige klassene: memorering, prosedyrer uten sammenheng, prosedyrer med sammenheng, og problemløsning.

Fellesdelen var den eneste delen som inneholdt alle klassene, mens det i nivå 1 var utelatt problemløsningsoppgaver og i nivå 2 memoreringsoppgaver.

I fellesdelen er over halvparten av klassen *prosedyrer uten sammenheng*, den nest største er *prosedyrer med sammenheng* som utgjør 31 %. Det var bare en problemløsningsoppgave i fellesdelen, og den stod for seg selv på slutten.

Det syntaktiske aspektet er med andre ord dominerende i fellesdelen. Både klassene memorering og prosedyrer uten sammenheng baserer seg kun på dette aspektet og utgjør til sammen 68 % av oppgavemengden i fellesdelen. (Duval, 2006)

I tillegg kommer oppgaver av klassen *prosedyrer med sammenheng* som både inneholder syntaktiske og semantiske aspekter. Disse oppgavene har 31 % av den totale oppgavemengden.

Problemløsning, den klassen som har hovedvekt på det semantiske aspektet, har bare en oppgave i fellesdelen og utgjør dermed 2 % av den totale oppgavemengden.

Lithner (2008) tok for seg ulike typer resoneringsstrategier som grovt sett kan plasseres under to hovedklasser; imitative og kreativt matematisk resonering. Den imitative resoneringen som består av memorert resonering og algoritmisk resonering er mest naturlig å anvende på oppgaver med kun syntaktiske aspekter. Det vil si memorering og prosedyrer uten sammenheng.

Den kreative matematiske resoneringen kan brukes på problemløsningsoppgaver eller på oppgaver av typen *prosedyrer med sammenheng* sammen med algoritmisk resonering. Denne typen resonering har med andre ord en sammenheng med det semantiske aspektet (Lithner, 2008).

## 4.12 Nye Mega 8B:

### Struktur:

nye Mega 8B viser selv til en todeling av kapittelet, bestående av generell del og fagdelen. Generell del består stort sett av gjennomgang og ulike typer regneoppgaver. Fargedelen består av oppgaver til kapittelet delt inn i ulike nivåer, eller farger, hvor man velger nivå etter å ha gjennomgått Generell del, samt oppgaver relatert til et fylke og «prøv deg selv» på slutten av kapittelet (Gulbrandsen, Løchsen, & Melhus, 2007b).

### Oppgaver:

Som tidligere kommer jeg her til å dele oppgavene i læreboka i klassene fellesdel, nivå 1 og nivå 2. Her tar jeg i tillegg med nivå 3 siden denne læreboka har en tredelt differensieringsdel.

Her er alle oppgavene som er utenom nivådelingen i fellesdelen, mens de tre nivåene er satt som nivå 1, -2 og -3. Nivå 3 er her det vanskeligste.

### I fellesdelen til algebrakapittelet i nye Mega fant jeg oppgaver fra to klasser:

#### Prosedyrer uten sammenheng:

Denne oppgaven følger etter et eksempel som viser hvilken prosedyre som skal brukes.

#### E 9

- a) Regn ut verdien av  $5a$  når  $a = 6$
- b) Regn ut verdien av  $8a$  når  $a = 5$
- c) Regn ut verdien av  $3a$  når  $a = 9$
- d) Regn ut verdien av  $2a$  når  $a = 16$
- e) Regn ut verdien av  $4a$  når  $a = -3$
- f) Regn ut verdien av  $7a$  når  $a = -2$

Figur 12 nye Mega 8B

### Prosedyrer med sammenheng:

Denne oppgaven oppfordrer elevene til å forklare hva uttrykket betyr slik at elevene får arbeide med sammenhengen mellom teksten og uttrykket.

#### E 12

I melkeutsalget på Fløtebekken ungdomsskole selger de lettmelk som koster  $a$  kr per stk., jordbærmelk som koster  $b$  kr per stk., sjokolademelk som koster  $c$  kr per stk. og drikkeyoghurt som koster  $d$  kr per stk.

Hva betyr uttrykket  
 $42a + 24b + 14c + 9d$ ?

Figur 13 nye Mega 8B

### Nivå 1 inneholder bare oppgaver fra en klasse:

#### Prosedyrer uten sammenheng:

Dette er en tekstopp-gave som det finnes mange tilsvarende oppgaver og eksempler av i læreboka. Elevene har derfor fått prosedyrer de kan bruke for å løse slike oppgaver.

#### E 26

Nils er inno-m et konditori og kjøper en marsipankake til 78 kr og noen wienerbrød til 7,50 kr stykket.

- Kall antall wienerbrød for  $x$ .  
Lag et uttrykk for hvor mye Nils må betale.
- Regn ut hvor mye Nils må betale dersom han kjøper åtte wienerbrød.

Figur 14 nye Mega 8B

### I Nivå 2 er det oppgaver fra to ulike klasser:

#### Prosedyrer uten sammenheng:

Dette er en ren prosedyreoppgave, det er ingenting som knytter uttrykkene til noe som kan gi elevene en bedre forståelse av dem.

#### E 49

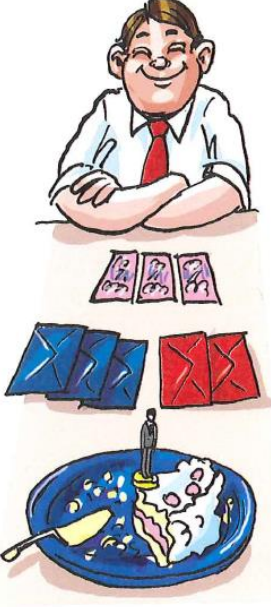
Trekk sammen:

- |                     |                    |                       |
|---------------------|--------------------|-----------------------|
| a) $5x + 3x =$      | b) $6x + 2x + x =$ | c) $8x + 6x =$        |
| d) $6x + 3x - 5x =$ | e) $8x - 5x - x =$ | f) $12x - 14x + 5x =$ |

Figur 15 nye Mega 8B

### Prosedyrer med sammenheng:

Denne oppgaven minner om enkelte prosedyreoppgaver uten sammenheng, men jeg setter den like vel som prosedyrer med sammenheng. Det som gjør at oppgaven tilhører denne klassen er at elevene blir bedt om å undersøke regneoppgaver og finne ut hvem som har regnet riktig. Her vil forhåpentligvis elevene prøve å forstå den ene utregningen ikke gir riktig svar.



**E 50**  
Tom har to røde og tre blå konvolutter. Det er samme antall hundrelapper i hver av de røde konvoluttene. Det er også likt antall i hver av de blå konvoluttene, men ikke nødvendigvis like mange som i de røde.  
I tillegg har han tre løse hundrelapper.

a) Lag et uttrykk som viser hvor mange hundrelapper han har i alt, hvis vi sier at det er  $x$  hundrelapper i hver rød konvolutt og  $y$  hundrelapper i hver blå konvolutt.

b) Kan du gjøre regneuttrykket enklest mulig?

c) Sheela og Kristian løste denne oppgaven slik:

Kristian:  
 $x + x + 3 + y + y + y = 8xy$

Sheela:  
 $x + x + y + y + y + 3 = 2x + 3y + 3$

Hvem har løst oppgaven riktig?  
Prøv med  $x = 2$  og  $y = 4$ .

Figur 16 nye Mega 8B

### Nivå 3 inneholder oppgaver fra de samme to klassene som Nivå 2:

#### Prosedyrer uten sammenheng:

Denne oppgaven inneholder kun en regneoppgave hvor det bare er lagt opp til å følge prosedyrer til å finne svaret.

**E 59**  
Hvilke tall står bokstavene for:  
a)  $5x + 14 = 7y - 4 = 49 - 25$

Figur 17 nye Mega 8B

### Prosedyrer med sammenheng:

Denne oppgaven er svært lik til oppgaven i figur 16 Likevel er denne oppgaven mye lettere å plassere enn den forrige. Dette skyldes at denne oppgaven ber elevene om å finne og forklare feilene til de ulike løsningsforslagene til oppgaven, mens oppgaven i figur 16 ikke hadde noen konkret oppgave på dette.

**E 62**  
Aina har tre grønne og to blå konvolutter. I hver av de grønne er det  $x$  hundrelapper, og i hver av de blå er det  $y$  hundrelapper. I tillegg har Aina fem løse hundrelapper. Tove, Amir og Anita skulle sette opp og forenkle mest mulig et regneuttrykk som viser hvor mange hundrelapper Aina har.

Tove regnet slik:  
 $x + x + x + y + y + 5 = 3x + 5y$

Amir regnet slik:  
 $x + x + x + y + y + 5 = 3x + 2y + 5$

Anita regnet slik:  
 $x + y + 5 = 5xy$

a) Hvem har regnet rett?  
b) Forklar hvilke feil de to andre gjorde.

Figur 18 nye Mega 8B

Også for dette læreverket har jeg satt resultatene inn i både en tabell og et diagram. Det er viktig å legge merke til at disse dataene ikke sier noe om mengdeforhold av ulike klasser oppgaver, bare om de finnes i den oppgitte oppgavesamlingen eller ikke.

	Memorering	Prosedyrer uten sammenheng	Prosedyrer med sammenheng	Problemløsning
Fellesdel	0	1	1	0
Nivå 1	0	1	0	0
Nivå 2	0	1	1	0
Nivå 3	0	1	1	0

Tabell 2 nye Mega 8B



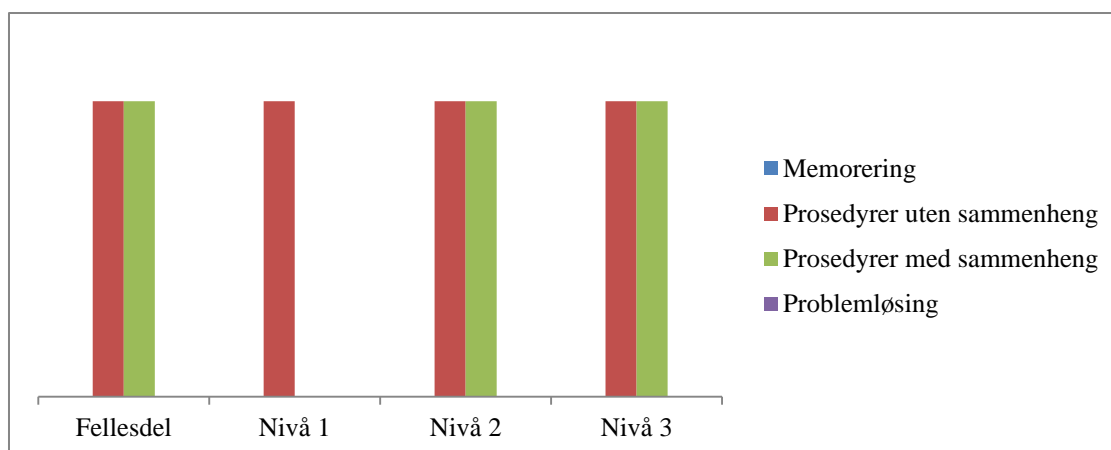


Diagram 3 nye Mega 8B

Det er flere interessante funn i dette datasettet. Noe av det første jeg leser fra dette diagrammet er at ingen av delene av læreverket inneholder en problemløsningsoppgaver eller memoreringsoppgaver. Dette betyr at algebrakapittelet i læreboka ikke inneholder en eneste oppgave av typen *problemløsning* eller *memorering*. Fellesdelen, nivå 2 og nivå 3 har alle oppgavene fordelt mellom de to klassene *prosedyrer uten sammenheng* og *prosedyrer med sammenheng*. Nivå 1 derimot har kun oppgaver av typen *prosedyrer uten sammenheng*.

Under har jeg som for forrige lærebok valgt å ta en nærmere titt på fordelingen av oppgaver fra de forskjellige klassene. Andelen er oppgitt i prosent.

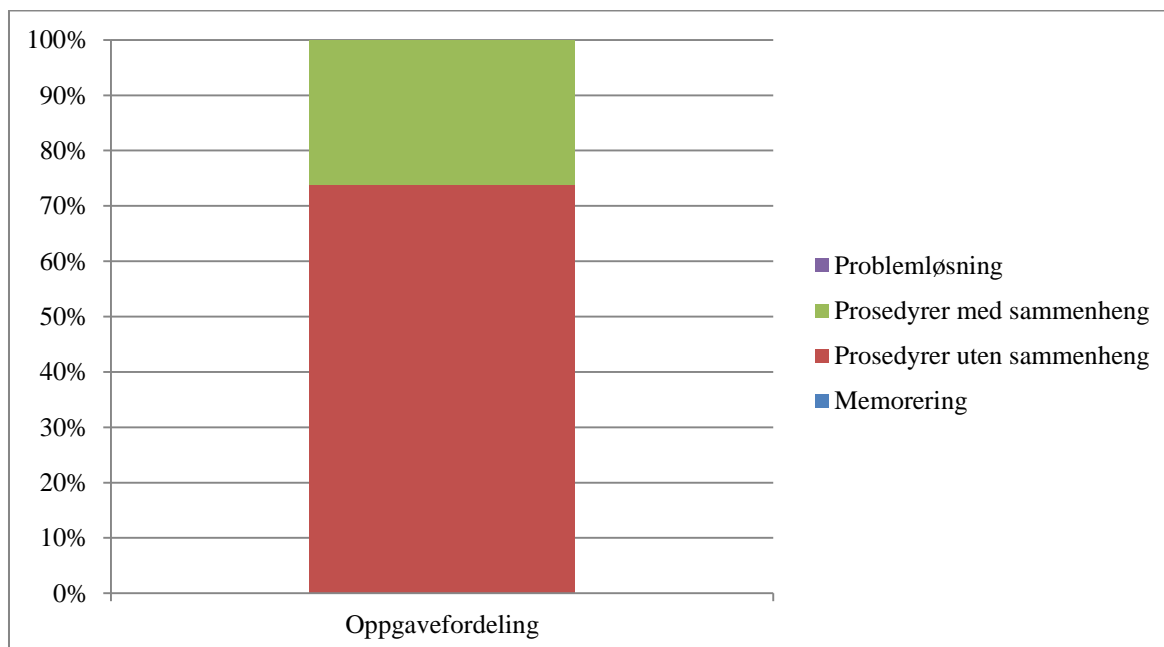


Diagram 4 nye Mega 8B

Dette diagrammet har bare to klasser er representert, nemlig klassene *prosedyrer uten sammenheng* og *prosedyrer med sammenheng*. Den største andelen av oppgaver tilhører klassen *prosedyrer uten sammenheng*, og utgjør hele 74 % av oppgavene i fellesdelen. Den andre klassen her er *prosedyrer med sammenheng* som da utgjør de resterende 26 % av oppgavene.

Det at klassene *memorering* og *problemløsning* har 0 % av dette diagrammet kommer av at det ikke er noen oppgaver tilhørende denne klassen i fellesdelen. Dette kan man også se på forrige datasett som da viser at disse to ikke er en del av oppgaveklassene i fellesdelen.

### **Plassering av problemløsningsoppgaver:**

Kapitlet om algebra i nye Mega inneholder ikke en eneste oppgave som kvalifiserer som problemløsningsoppgave.

### **Resultat og teori:**

Fra hovedfunnene algebrakapitlet i nye Mega ser vi at bare to av de fire oppgaveklassene er representert dette kapitlet. Disse to er *prosedyrer uten sammenheng*, og *prosedyrer med sammenheng*. Disse to klassene var også representert i fellesdelen, hvor *prosedyrer uten sammenheng* utgjorde 74 % av oppgavemengden og *prosedyrer med sammenheng* hadde en andel på 26 %.

Som et resultat av denne oppgavesammensettingen finnes det ikke en eneste oppgave i dette kapitlet som baserer seg på det semantiske aspektet som har et fokus på forståelse. For å finne det semantiske aspektet så må man dermed til oppgaver av klassen *prosedyrer med sammenheng*, denne klassen utgjør som nevnt 26 % av fellesdelen. (Duval, 2006)

De 74 % av *prosedyrer uten sammenheng* har kun det syntaktiske aspektet, og er kun basert på regler for symbolmanipulasjon. (Duval, 2006)

I Berg sitt forsøk med lærerstudenter var det flere som ikke kjente seg igjen i oppgaver som i stor grad var basert på det semantiske aspektet, og ikke var vant til å løse slike. Dette kan lett overføres til resultatene fra dette kapitlet hvor det syntaktiske aspektet er det dominerende, og hvor det ikke er noen oppgaver som kun baserer seg på det semantiske aspektet. (Berg, In press)

## 4.13 Faktor 1:

### Struktur:

Læreverket Faktor har både en grunnbok og en oppgavebok. I grunnboka starter hvert kapittel med en gjennomgang av emnet med oppgaver. I slutten av kapitlet, rett etter gjennomgangen er det noen oppgavesider merket «prøv deg selv», «noe å lure på», deretter kommer oppsummering. Oppgaveboka inneholder nivådeling av oppgaver, her tre nivåer, og repetisjonsoppgaver helt til slutt i hvert kapittel. I slutten av hvert kapittel er det også her en samleside med oppgaver, denne er merket «Litt av hvert» og inneholder oppgaver også fra andre deler av pensum (Hjardar & Pedersen, 2006a, 2006c).

### Oppgaver:

Jeg vil også her også her dele inn i en fellesdel og tre nivåer, hvor nivå 3 er det vanskeligste.

### Fellesdel:

#### Memorering:

I denne memoreringsoppgaven skal elevene skrive det uttrykket de blir bedt om i oppgaveteksten. Oppgaven krever ingen regning, bare at elevene husker prosedyren.

<b>6.9</b> Skriv et uttrykk for	
a) summen av $x$ og 3	c) 10 mer enn $y$
b) differansen mellom $x$ og 5	d) 12 mindre enn $y$

Figur 19 Faktor 1

#### Prosedyre uten sammenheng:

Dette er en prosedyreoppgave hvor oppgaven ikke inkluderer eller står i en sammenheng med noe som kan gi elevene en dypere forståelse av hva de gjør.

<b>6.5</b> Regn ut.		
a) $2(6 + 3) - 9$	b) $56 + 6(21 - 19)$	c) $4(5 + 2) - 2(10 - 7)$

Figur 20 Faktor 1

### Prosedyrer med sammenheng:

Denne prosedyreoppgaven minner i stor grad om flere oppgaver som tilhører klassen *prosedyrer uten sammenheng*. Likevel plasserer jeg den i klassen *prosedyrer med sammenheng*, dette gjør jeg på grunn av deloppgave a. Der blir man bedt om å forklare hva 20 står for i uttrykket, noe som går direkte på elevenes forståelse.

- 4 Prisen for  $x$  kg epler er  $20x$ .
- a) Hva står tallet 20 for i uttrykket  $20x$ ?
  - b) Regn ut hvor mye det koster å kjøpe 2 kg epler.
  - c) Regn ut hvor mye det koster å kjøpe 4 kg epler.

Figur 21 Faktor 1

### Problemløsning:

Dette er en problemløsningsoppgave, det er ingen klar løsningsvei og elevene vil bli nødt til å selv lage en løsningsstrategi.

- 4 Utenfor et kjøpesenter var det kun parkert biler og motorsykler. Simen talte 27 kjøretøyer og disse kjøretøyene hadde til sammen 94 hjul. Hvor mange biler og motorsykler var det utenfor kjøpesenteret?

Figur 22 Faktor 1

### Nivå 1 inneholder oppgaver fra tre klasser:

#### Memorering:

Denne memoreringsoppgaven er av samme type som figur 19, som jeg valgte i fellesdelen.

- 6.105 Skriv et uttrykk for
- a) summen av  $x$  og 3
  - b) summen av  $x$  og 5
  - c) summen av 10 og  $x$

Figur 23 Faktor 1

### Prosedyrer uten sammenheng:

Denne oppgaven er litt mer avansert enn memoreringsoppgaven, den kommer heller ikke under klassen *prosedyrer med sammenheng* siden det er tilsvarende eksempler og oppgaver.

**6.109** Lotte kjøper tre DVD-plater. Hver plate koster  $x$  kr.  
Skriv et uttrykk som viser hvor mye Lotte betaler.

Figur 24 Faktor 1

### Prosedyrer med sammenheng:

Grunnen til at jeg plasserte oppgaven under denne klassen er at eleven blir bedt om å forklare uttrykket akkurat som i fellesdelen.

**6.112** Prisen for  $x$  kg poteter er  $4 \cdot x$ .  
a) Hva betyr 4 i uttrykket  $4 \cdot x$ ?  
b) Hvor mye koster det å kjøpe 3 kg poteter?

Figur 25 Faktor 1

### Nivå 2 inneholder oppgaver fra tre klasser:

#### Memorering:

Denne oppgaven er tilsvarende memoreringsoppgavene i figur 19 og 23..

**6.206** Skriv et uttrykk for  
a) summen av  $x$  og 6  
b) differensen mellom 5 og  $x$   
c) produktet av  $x$  og 4  
d) 8 mer enn  $x$

Figur 26 Faktor 1

### Prosedyrer uten sammenheng:

Denne er av samme type som en tidligere slike oppgaver. Se figur 20.

**6.204** Regn ut.

a)  $25 + (10 + 2)$

c)  $2 + (4 - 1)$

e)  $12 - (7 - 2)$

b)  $19 + (15 - 7)$

d)  $25 - (10 + 2)$

f)  $(3 + 9) - (8 - 2)$

Figur 27 Faktor 1

### Prosedyrer med sammenheng:

Denne oppgaven har jeg plassert her fordi eleven må ha en viss innsikt i betydningen av likningen for å kunne løse oppgaven. Eleven må dermed selv finne en situasjon som gir likningen mening.

**6.225** Martin vil løse et problem ved å sette opp likningen  $7x = 91$ .

a) Lag et problem som passer til likningen.

b) Hva er løsningen på problemet?



Figur 28 Faktor 1

**Nivå 3 inneholder oppgaver fra tre ulike klasser:**

**Prosedyrer uten sammenheng:**

En tekstoppgave av samme sort som elevene har møtt på mange ganger. De har både tilsvarende eksempler og oppgaver.

**6.304** Sara går runde etter runde i lysløypa. Løypa er 2,5 km lang. Hun går jevnt og bruker 12 minutter per runde. Hvor mange minutter bruker Sara på  $x$  runder?



Figur 29 Faktor 1

**Prosedyrer med sammenheng:**

Det er en tilsvarende oppgave i figur 28. Elven blir selv nødt til å finne mening til uttrykket når han/hun skal lage et passende problem.

**6.315** Hanna løser ofte problemer ved å sette opp likninger. Hun setter opp denne likningen:

$$50x - 2000 = 20x - 500$$

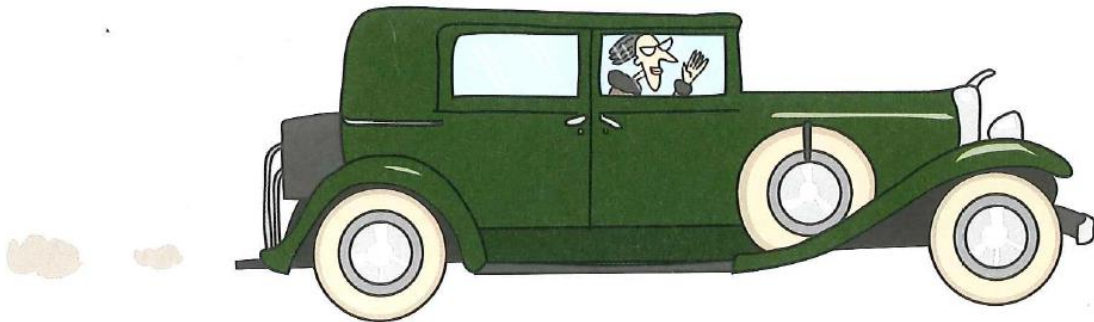
a) Formuler et problem som passer til likningen.  
b) Hva er løsningen på problemet?

Figur 30 Faktor 1

## Problemløsning.

Denne oppgaven skiller seg ut fra de andre oppgavene og eksemplene, og eleven blir nødt til selv å lage en strategi for å løse den.

**6.318** F. Elg og H. Jul eier en del av en bilbutikk. F. Elg eier  $\frac{1}{3}$  og H. Jul  $\frac{1}{5}$ . F. Elg eier 20 000 kr mer i butikken enn H. Jul. Hvor mye er bilbutikken verdt?



Figur 31 Faktor 1

I tabellen og i diagrammet nedenfor har jeg samlet inn data som viser om de ulike oppgavedelene inneholder alle de fire klassene av oppgavetyper, eller bare noen. Det er viktig å merke seg at disse dataene ikke sier noe om mengdeforholdet mellom de fire klassene av oppgaver, de sier bare om disse finnes i de ulike oppgavedelene eller ikke.

	Memorering	Prosedyrer uten sammenheng	Prosedyrer med sammenheng	Problemløsning
Fellesdel	1	1	1	1
Nivå 1	1	1	1	0
Nivå 2	1	1	1	0
Nivå 3	0	1	1	1

Tabell 3 Faktor 1



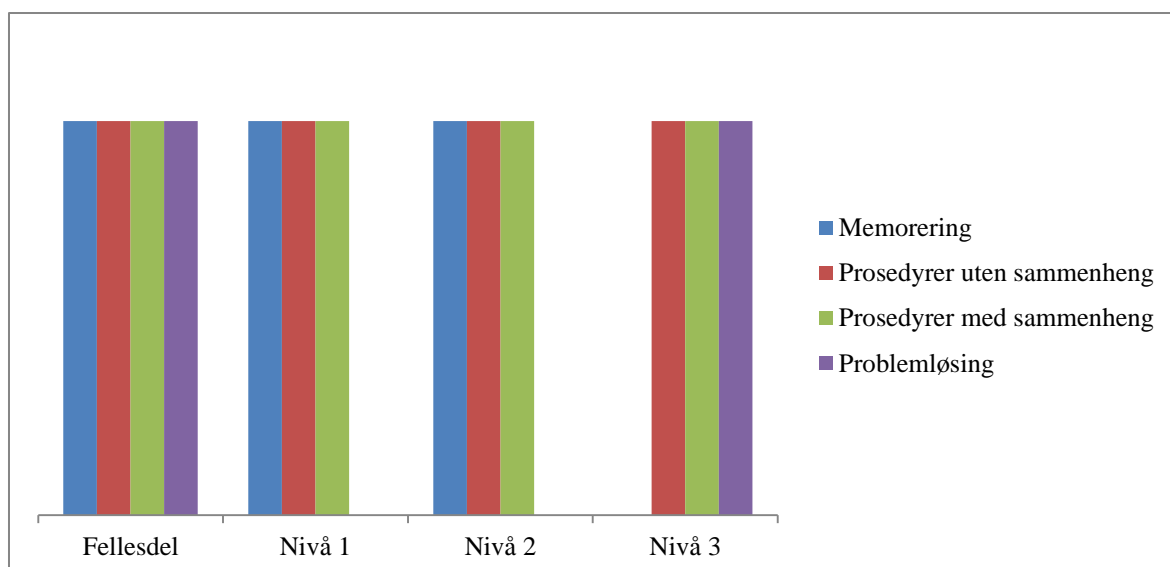


Diagram 5 Faktor 1

Dette diagrammet viser at alle de ulike delene med oppgaver inneholder oppgaver innen klassene *prosedyrer uten sammenheng* og *prosedyrer med sammenheng*. I tillegg har fellesdelen, nivå 1 og nivå 2 oppgaver av klassen *memorering*, noe nivå 3 ikke har. Fellesdelen og nivå 3 inneholder oppgaver av klassen *problemløsning*.

Jeg ser videre på hvordan fordelingen er mellom oppgaver av de ulike klassene i fellesdelen. Andelene er oppgitt i prosent.

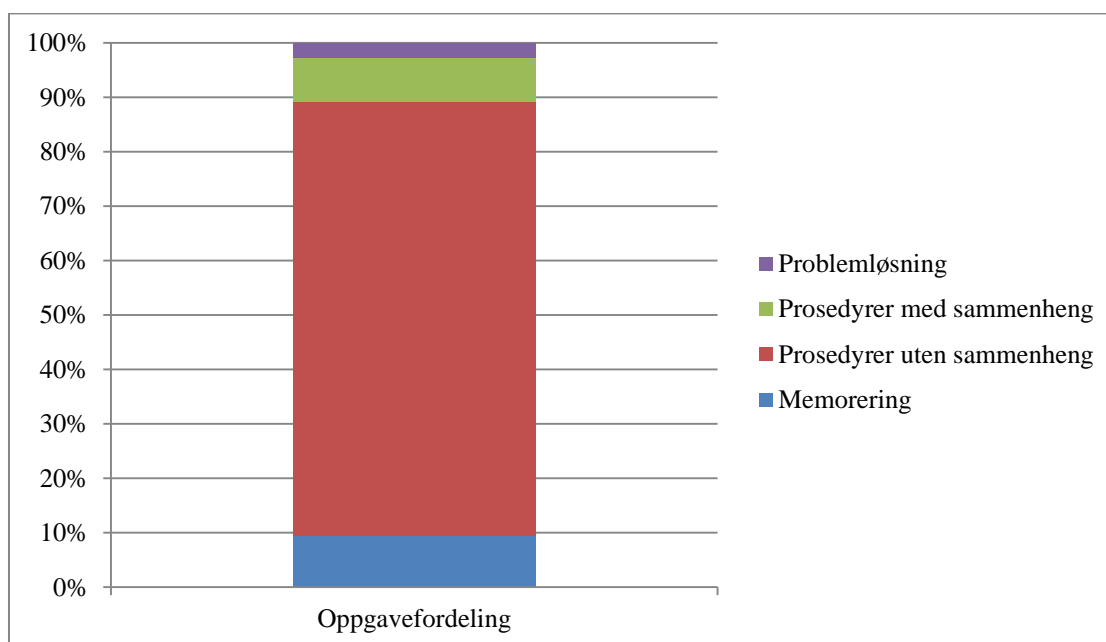


Diagram 6 Faktor 1

Det som utpeker seg mest i dette diagrammet den store andelen av oppgaver tilhørende klassen *prosedyrer uten sammenheng*, dette utgjør hele 80 % av oppgavemengden i fellesdelen. Den nest største oppgaveklassen i dette læreverket er *memorering* som her har en andel på 9 %, deretter kommer *prosedyrer med sammenheng* som har en andel på 8 % av oppgavene. Den minste oppgaveklassen i fellesdelen er *problemløsning* som bare har en andel på 3 %.

### Plassering av problemløsningsoppgaver:

Fellesdelen til Faktor 1 inneholder to problemløsningsoppgaver. Disse to er plassert i slutten av grunnboka i oppgaveavdelingen merket «Noe å lure på», se appendiks. Siden disse oppgavene er plassert på egnene sider utenfor gjennomgangen, må lærere planlegge og være oppmerksom på disse oppgavene hvis majoriteten av elevene skal prøve seg på disse.

Det er også en problemløsningsoppgave i nivå 3. Denne står plassert sammen med de andre oppgavene i denne klassen og er dermed fritt tilgjengelig for de elevene som velger det vanskeligste nivået.

### Resultat og teori:

I Faktor 1 sitt algebrakapittel viser resultatene at både fellesdelen og differensieringsnivåene inneholder de to oppgaveklassene *prosedyrer uten sammenheng* og *prosedyrer med sammenheng*. Memoreringsoppgaver finnes i fellesdelen og de to enkleste differensieringsnivåene, mens problemløsning er å finne både i fellesdelen og i nivå 3

Oppgaveklassen som har den største andelen av fellesdelen er *prosedyrer uten sammenheng* som utgjør hele 80 % av den totale oppgavemengden, problemløsning har her en andel på 3 %. De resterende andelene er ganske likt fordelt mellom oppgaveklassene *memorering* og *prosedyrer med sammenheng* som har en andel på henholdsvis 9 % og 8 % av oppgavene.

Fordelingen mellom oppgaveklassene i fellesdelen viser at andelen av oppgaver som kun har det syntaktiske aspektet dominerer klart. Her inngår både klassene *prosedyrer uten sammenheng* og *prosedyrer med sammenheng*, dette dekker 89 % av den totale oppgavemengden. I tillegg er det syntaktiske aspektet også å finne i oppgavene tilhørende klassen *prosedyrer med sammenheng* som her har en andel på 8 %.

Den eneste klassen av oppgaver som har en klar hovedvekt på det semantiske aspektet er problemløsning som bare utgjør 3 % av oppgavemengden i fellesdelen. Det er med andre ord bare 11 % av oppgavene i fellesdelen som inneholder det semantiske aspektet.

## 4.14 Sirkel 8B:

### Struktur:

Hvert kapittel i læreboka starter med en gjennomgang med medfølgende oppgaver, for så å komme til «Hvor går du nå», en samling oppgaver som skal gi eleven en ide om hvilket nivå/startpunkt han/hun bør velge på videre oppgaver. Det er tre ulike nivåer her, startpunkt 1, -2 og -3. Det er meningen at elevene vanligvis skal starte på startpunkt 1 eller 2 og så gå opp et startpunkt om man begynner å mestre oppgavene godt. I slutten av kapitlet, sammen med de ulike startpunktene ligger egne sider merket «Litt av hvert», «Klarer du den?» og «Litt ekstra». Som ifølge læreboka skal inneholde problemløsning, kreative oppgaver og noe å gruble på.

De ulike startpunktene i læreboka inneholder oppgaver fra ulike deler av pensum, dette er en stor forskjell fra oppbygningen til de foregående læreverkene. Dette gjør det mer utfordrende å sammenlikne dette læreverket med de andre, for selv om læreboka inneholder algebra, så er det i et kapittel kalt Sammenhenger hvor algebra ikke er eneste fagområde. Derfor inneholder ikke alle deler av «differensieringen» like stor andel av algebraoppgaver, noe som kan påvirke hvilke klasser av oppgaver som «startpunktet» inneholder (Torkildsen & Maugesten, 2006a).

I tillegg til læreboka kommer oppgaveboka, her starter hvert kapittel med de tre startpunktene, deretter kommer noen sider merket «selvplukk» som alle kan benytte seg av (Torkildsen & Maugesten, 2006c).

### Oppgaver:

Jeg vil dele oppgavene inn i klassene fellesdel, startpunkt 1, startpunkt 2 og startpunkt 3. Alle oppgavene som er utenom nivådelingen er med i fellesdelen. Og startpunktene er oppgaver på de sidene i læreboka og oppgaveboka merket startpunkt 1, -2 og -3.

**I fellesdelen til kapitlet sammenhenger i Sirkel fant jeg oppgaver fra alle fire klasser:**

### Memorering:

Denne oppgaven går ut på repetisjon av kunnskap.

6.40

STEMMER DET?	
ALLTID – NOEN GANGER – ALDRI	
a	Jo større sirkel, desto flere ganger går diameteren rundt sirkelen.
b	Punktet (2, 3) er det samme punktet som (3, 2).
c	Alle punkter på $x$ -aksen har 0 som førstekoordinat.
d	En formel inneholder tall, bokstaver og regnetegn.
e	Når $a = 3$ , er $2a$ det samme som 23.

Figur 32 Sirkel 8B

### Prosedyrer uten sammenheng:

Denne typen oppgaven har flere tilsvarende eksempler og oppgaver.

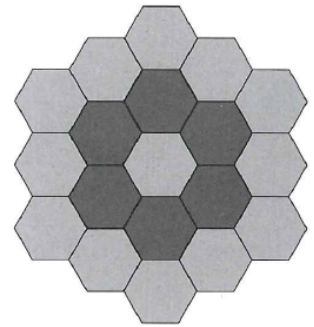
**6.60** Lag en formel for arealet til et rektangel med lengde  $e$  og bredde  $f$ .

Figur 33 Sirkel 8B

### Prosedyrer med sammenheng:

Oppgaven går under denne klassen fordi den ikke noen eksempler eller oppgaver som direkte kan brukes. Dessuten er denne oppgaven litt mer kognitivt utfordrende og elevene må til en viss grad selv prøve å finne en løsningsmetode.

- 6.114** a Se på figuren.  
Lag en oversikt over antall sekskanter i første ring, andre ring osv.
- b Hvor mange sekskanter er det i fjerde ring?
- c Hvilken ring er det 60 sekskanter i?
- d Forklar hvordan vi finner antall sekskanter når vi vet nummeret på ringen.
- e Lag en formel for antall sekskanter i ring nr.  $n$ .
- f Bruk formelen og finn ut hvor mange sekskanter det er i den ellefve ringen.



Figur 34 Sirkel 8B

### Problemløsning:

Denne oppgaven har ingen klar fremgangsmåte, og elevene blir selv nødt til å låge en løsningsstrategi.

**6.116** På bondegården er det 20 dyr til sammen.  
Det er både høner og katter. Dyra har 56 bein til sammen.  
Hvor mange katter og hvor mange høner er det?

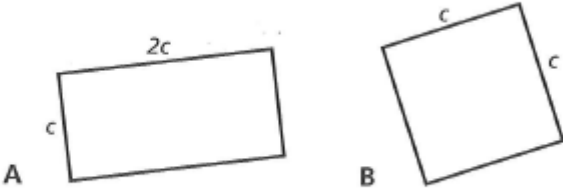
Figur 35 Sirkel 8B

### Jeg fant oppgaver fra tre av klassene i startpunkt 1:

#### Memorering:

Det finnes flere eksempler i læreboka som tilsvarer denne oppgaven. Elevene er kjent med formler for areal og omkrets av rektangler og kvadrater.

**6.30** Finn figur og formel som hører sammen:



1  $A = 2c \cdot c$       2  $A = c \cdot c$       3  $O = 4c$       4  $O = 6c$

Figur 36 Sirkel 8B

#### Prosedyrer uten sammenheng:

Dette er en standard regneoppgave uten noe som kan gi elevene en dypere forståelse av hva de arbeider med.

**6.36** Finn verdien av uttrykkene når  $A = 12$ ,  $B = 9$  og  $C = 6$ :

a  $2A + 4B - 3C$       b  $5B - A + 3C$       c  $4A - 2B + 3C$

Figur 37 Sirkel 8B

#### Prosedyrer med sammenheng:

I denne oppgaven må elevene gi mening til uttrykket, de må dermed skaffe seg en forståelse av dette.

**6.86** Du har uttrykket  $5 \cdot a + 3 \cdot b$ .

a Regn ut verdien av uttrykket når  $a = 3$  og  $b = 8$ .

b Lag en tekstoppgave til uttrykket.

c Tegn en figur med omkrets som passer til uttrykket.

Figur 38 Sirkel 8B

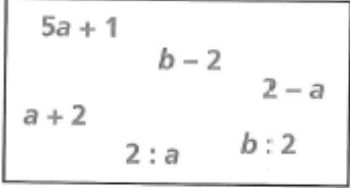
## I startpunkt 2 fant jeg oppgaver fra de samme klassene som i startpunkt 1:

### Memorering:

Her skal eleven huske grunnleggende regler for hvordan man skriver et algebraisk uttrykk.

**6.87** Finn uttrykket som passer til teksten:

- a to mindre enn et tall
- b halvparten av tallet
- c to mer enn et tall
- d en mer enn fem ganger tallet



$5a + 1$	$b - 2$	$2 - a$
$a + 2$	$2 : a$	$b : 2$

Figur 39 Sirkel 8B

### Prosedyrer uten sammenheng:

Denne oppgaven går ut på å følge prosedyrer. Det finnes i tillegg tilsvarende eksempler og oppgaver.

**6.77** Formelen til høyre viser sammenhengen mellom alder og anbefalt trening. Regn ut hvor lang treningstur du bør ta.

$$\text{lengde i km} = 2,5 + 0,5 \cdot \text{alder}$$

Figur 40 Sirkel 8B

### Prosedyrer med sammenheng:

Denne oppgaven går ut på forståelse, og eleven blir nødt til å ha en forståelse av hva bokstavene betyr for å kunne løse denne oppgaven.

**6.86** Kan du svare Daniel?



HVORFOR KAN VI IKKE HELLER BRUKE TALL I STEDET FOR BOKSTAVER?

Figur 41 Sirkel 8B

**Startpunkt 3 inneholder oppgaver fra de tre samme klassene som startpunkt 1 og -2:**

**Memorering:**

Denne oppgaven krever ingen regning, bare å huske reglene for denne situasjonen.

**6.195** Hvilken kvadrant ligger punktene i?

<b>a</b> $(-1, 4)$	<b>c</b> $(2, 2)$	<b>e</b> $(3, -2)$
<b>b</b> $(4, 4)$	<b>d</b> $(-1, -3)$	<b>f</b> $(-8, 6)$

Figur 42 Sirkel 8B

**Prosedyrer uten sammenheng:**

Dette er en ren prosedyreoppgave, her er det ikke noe som vil gi eleven en dypere forståelse.

**6.93** Gjør uttrykkene enklere, hvis det er mulig:

<b>a</b> $4a + 3b + 8a - 2b$	<b>c</b> $5x + 2y - 3x + 5y$	<b>e</b> $2r^2 + r^2$
<b>b</b> $3ab - ba$	<b>d</b> $ab + a + b$	<b>f</b> $4a + b - a - ab$

Figur 43 Sirkel 8B

**Prosedyrer med sammenheng:**

Jeg har valgt å sette denne oppgaven her fordi den åpner for at en elev kan prøve seg frem og finne sammenhenger.

**6.89** Tegn en figur. Lag en formel for arealet til figuren.

Figur 44 Sirkel 8B

I tabellen og i diagrammet nedenfor har jeg samlet inn data som viser om de ulike oppgaveinndelingene inneholder alle de fire klassene av oppgavetyper, eller bare noen. Det er viktig å merke seg at disse dataene ikke sier noe om mengdeforholdet mellom de fire klassene av oppgaver, de sier bare om disse finnes i de ulike oppgavedelene eller ikke.

	Memorering	Prosedyrer uten sammenheng	Prosedyrer med sammenheng	Problemløsning
Fellesdel	1	1	1	1
Startpunkt 1	1	1	1	0
Startpunkt 2	1	1	1	0
Startpunkt 3	1	1	1	0

Tabell 4 Sirkel 8B

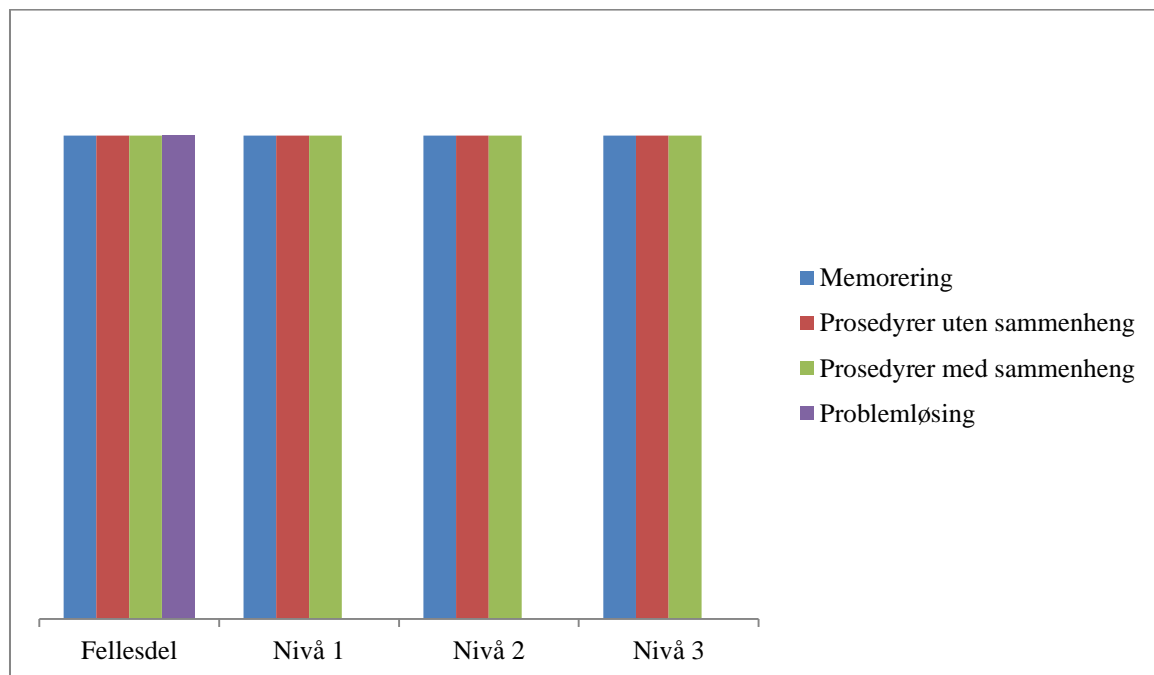
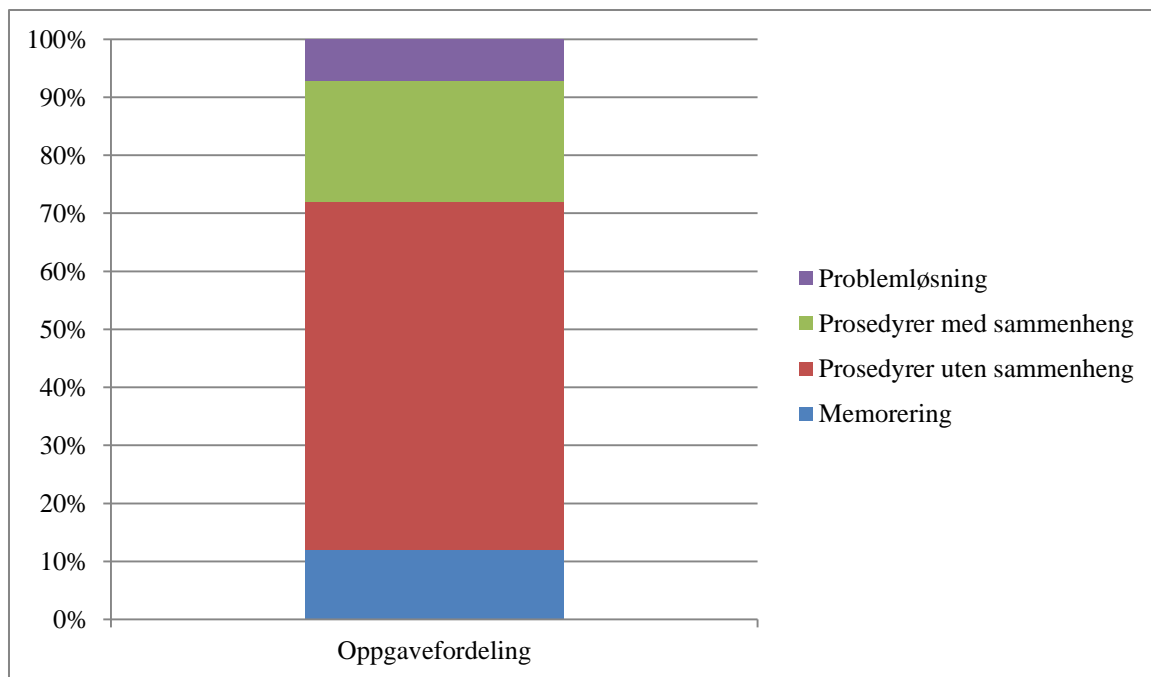


Diagram 7 Sirkel 8B

Dette diagrammet viser at alle de ulike oppgaveinndelingene inneholder oppgaver innen klassene *memorering*, *prosedyrer uten sammenheng* og *prosedyrer med sammenheng*. I tillegg har fellesdelen oppgaver av klassen *problemløsning*.

Videre vil jeg se på hvordan fordelingen er mellom oppgaver av de ulike klassene i fellesdelen. Andelene er oppgitt i prosent.





**Diagram 8 Sirkel 8B**

Dette diagrammet viser fordelingen av oppgaveklassene i fellesdelen til kapittelet om sammenhenger i Sirkel 8b. Oppgaveklassen som har den største andelen av oppgavene er *prosedyrer uten sammenheng*, som utgjør 60 %, deretter er den nest største bolken med oppgaver prosedyrer med sammenheng på 21 %. Oppgaver av type memorering har her en prosentandel på 12 %, mens oppgaver av typen problemløsning har den minste andelen og utgjør 7 % av oppgavene.

### **Plassering av problemløsningsoppgaver:**

I fellesdelen fant jeg 9 problemløsningsoppgaver. Alle disse oppgavene var å finne bakerst enten i læreboka eller oppgaveboka plassert på sider merket «Litt av hvert», «Klarer du den?», «Litt ekstra» og «selvplukk». De var med andre ord ikke en eneste problemløsningsoppgave i gjennomgangen av emnet.

Det er positivt at oppgavene er spredt over alle disse oppgavesamlingene, og disse skal være for alle, men å ha oppgavene plassert på egne merkede sider kan likevel bidra til å gjøre de litt utilgjengelige for elevene.

### **Resultat og teori:**

Fra hovedfunnene i Sirkel ser vi det er en ujevn fordeling mellom oppgaver av de fire forskjellige klassene: *memorering*, *prosedyrer uten sammenheng*, *prosedyrer med sammenheng*, og *problemløsning*.

Fellesdelen var den eneste delen som inneholdt alle klassene, mens det i startpunktene var utelatt oppgaver av typen problemløsning.

I fellesdelen er 60 % av oppgavene tilhørende klassen *prosedyrer uten sammenheng*, den nest største oppgaveklassen er *prosedyrer med sammenheng* som utgjør 21 %.

Memoreringsoppgaver og problemløsningsoppgaver har andeler på henholdsvis 12 % og 7 %.

Også her er det en overvekt av det syntaktiske aspektet i fellesdelen, *memorering* og *prosedyrer uten sammenheng* som kun kar dette aspektet utgjør 72 % av den totale oppgavemengden. For å finne oppgaver som inneholder det semantiske aspektet må man til oppgaver av klassene *prosedyrer med sammenheng*, og *problemløsning*, disse utgjør de resterende 28 % av oppgavemengden.

## 4.15 KodeX 9A:

### Struktur:

Læreverket KodeX har en annen oppdeling av emnene i læreplanen enn den som er vanlig etter tradisjonelt spiralprinsipp. Når et læreverk er bygd opp i en spiralformet sammensetning, da vil flere av emnene komme igjen år etter år, både med repetisjon og med ny kunnskap. Alle de andre læreverkene jeg har med i denne oppgaven er bygd opp etter denne spiralformen. KodeX har derimot emnene organisert i større bolker slik at elevene får muligheten til å konsentrere seg om ett emne over en lengere periode. Her blir ikke emnene repetert år etter år, men håpet med dette oppsettet er at elevene skal lære emnet mer grunnleggende, og dermed ikke trenge like mye repetisjon. Av denne grunn kommer algebra først inn på 9. trinn for de som følger dette læreverket.

Læreverket har differensierte oppgaver med tre nivåer, men disse er ikke adskilt. Dermed kan en elev som foretrekke å jobbe på det enkleste nivået være på samme side i læreboka som en som er på det vanskeligste nivået. Det er også flere oppgaver som er merket med to av eller alle tre nivåene, dette kan hjelpe elever til å prøve å strekke seg mot vanskeligere nivåer. I slutten av hvert kapittel er det faktasider, repetisjonsoppgaver og avtaltoppgaver. Flere av avtaltoppgave er tverrfaglige oppgaver, og oppgaver innen teknologi og design (Christensen, 2009b).




### Oppgaver:

Siden algebrakapittelet i KodeX 9b er svært langt og omfattende så har jeg bestemt meg for bare å se på første del av kapittelet, den delen som omfatter det samme pensumet som 8.-klassebøkene gjør. Jeg kommer dermed bare til å se på oppgavene i gjennomgangen, og ikke på oppgaver i sidene merket repetisjonsoppgaver eller avtaleoppgaver.

Nivå 1 inneholder oppgaver merket med en firkant.

Nivå 2 inneholder oppgaver som er merket med en trekant.

Nivå 3 inneholder oppgaver som er merket med en sirkel

 <b>5.9</b>	Trekk sammen.		
	<b>a)</b> $5a + 2a$	<b>c)</b> $6c + 2c$	<b>e)</b> $3b + 6b + 2b$
	<b>b)</b> $3b + 3b$	<b>d)</b> $4a + 2a + 3a$	<b>f)</b> $7x + 2x + 4x$
 <b>5.10</b>	Trekk sammen.		
	<b>a)</b> $4a + 2a + 3a$	<b>c)</b> $6c + 7c + 5c$	<b>e)</b> $y + 3y + 4y$
	<b>b)</b> $3b + 6b + 2b$	<b>d)</b> $7x + 2x + 4x$	<b>f)</b> $17z + 9z + 13z$
 <b>5.11</b>	Trekk sammen.		
	<b>a)</b> $7x + 2x + 4x$	<b>c)</b> $17z + 9z + 13z$	<b>e)</b> $4b + 3b - 9b$
	<b>b)</b> $y + 3y + 4y$	<b>d)</b> $6c + 7c + 5c$	<b>f)</b> $18a + 7a + 11a$


Figur 45 KodeX 9A

I denne læreboka finnes det dermed ingen klar fellesdel. Jeg har derfor valgt bare å se på fordelingen av de oppgavene som er merket med nivå 1, både alene og sammen med andre nivåer. Dette gjør jeg siden det å ta med alle nivåene samtidig ville gi et galt bilde siden elever ikke pleier å jobbe på alle de ulike nivåene om gangen. Jeg valgte det letteste nivået fordi det skal være de oppgavene for alle.

**Jeg fant oppgaver fra tre nivåer hos oppgavene merket med alle nivåer og de merket nivå 1:**

**Prosedyrer uten sammenheng:**



Denne oppgaven krever bare å følge innlærte prosedyrer.

 <b>5.9</b>	Trekk sammen.		
	<b>a)</b> $5a + 2a$	<b>c)</b> $6c + 2c$	<b>e)</b> $3b + 6b + 2b$
	<b>b)</b> $3b + 3b$	<b>d)</b> $4a + 2a + 3a$	<b>f)</b> $7x + 2x + 4x$

Figur 46 KodeX 9A

## Prosedyrer med sammenheng:

I denne oppgaven skal elever diskutere tre beskrivelser av en figur laget av fyrstikker, hvor den ene inneholder bokstaver. Dette skal hjelpe elevene til å få en bedre forståelse av dette.




En dag elevene kom inn i klasserommet, lå denne figuren på overheaden. "Beskriv omkretsen av figuren," sa læreren.

Mathilde beskrev figuren slik: "Omkretsen av figuren er en liten fyrstikk pluss en stor fyrstikk, så er det to små fyrstikker ved siden av hverandre igjen og en liten til oppover. Så er det fem små fyrstikker ved siden av hverandre, pluss en liten til nedover, så kommer to små bortover pluss en stor fyrstikk nedover."

Fabian beskrev omkretsen av figuren slik: "Omkretsen er 1 lf pluss 1 sf pluss 2 lf pluss 1 lf pluss 5 lf pluss 1 lf pluss 2 lf pluss 1 sf."

Marie kalte lengden til en liten fyrstikk  $a$  og lengden til en stor fyrstikk  $b$ , og beskrev omkretsen av figuren som  $12a + 2b$ .

 **5.3** Samarbeid med en medelev.

- a) Hvorfor tror du Mathilde beskrev figuren slik?
- b) Diskuter hva Fabian har gjort i eksemplet over.
- c) Diskuter hva Marie har gjort i eksemplet over.
- d) Hva er forskjellen på beskrivelsene til de tre elevene?

Figur 47 KodeX 9A

## Problemløsning:

I denne oppgaven skal elevene selv finne en strategi for å løse problemet.

**5.55**

- Tenk på et tall som er større enn 0.
- Adder tallet med 2.
- Multipliser summen med 2.
- Subtraher 2 fra produktet.
- Divider differansen med 2.
- Hvilket tall har du nå?

Det siste svaret er 1 mer enn det opprinnelige tallet.

**a)** Finn ut om dette er tilfellet for alle tall.

**b)** Er det mulig å finne et system? Forklar.



Figur 48 KodeX 9A

Her er en oversikt over fordelingen av oppgaveklassene blant oppgaver som inneholder den enkleste vanskelighetsgraden. Andelene er oppgitt i prosent.

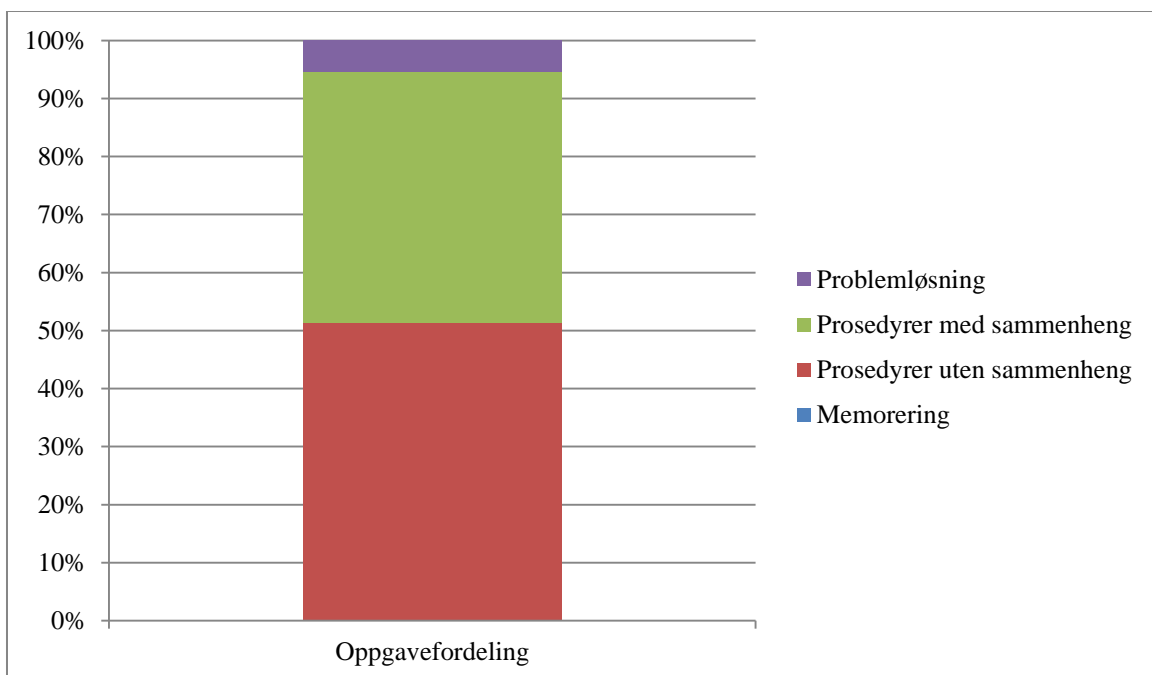


Diagram 9 KodeX 9A

Klassen *prosedyrer uten sammenheng* er den største her, og utgjør 51 % av oppgavene. Deretter kommer klassen *prosedyrer med sammenheng* med en andel på 43 %, og deretter klassen «problemløsning» med 6 % av oppgavene. Ingen av oppgavene er memoreringsoppgaver.

### **Observasjon:**

Første del av algebrakapittelet i KodeX 9A

De fleste oppgavene merket med flere nivåer er enten av typen *problemløsning*, eller «prosedyrer med sammenheng». På samme måte er de fleste oppgavene merket med bare ett nivå av klassen *prosedyrer uten sammenheng*.

### **Plassering av problemløsningsoppgaver:**

I dette læreverket har jeg bare sett på oppgaver plassert i gjennomgangen av emnet. Jeg fant to problemløsningsoppgaver her, disse var plassert sammen med de andre oppgavene og merket med alle nivåene. Det vil si at de var plassert fullt tilgjengelig for alle, og inngår som en naturlig del av gjennomgangen.

### **Resultat og teori:**

KodeX har en annen oppbygning enn de andre lærebøkene, og differensierte oppgaver samlet istedenfor inndelt på egne sider.

Blant oppgavene fordelt på det enkleste differensieringsnivået, tilhører 51 % av oppgavene klassen *prosedyrer uten sammenheng*, 43 % tilhører klassen *prosedyrer med sammenheng* og de resterende 6 % tilhører klassen *problemløsning*.

Ut fra dette kan man se at oppgaver kun basert på det syntaktiske aspektet utgjør rundt halvparten av oppgavene, det vil si oppgavene av klassen *prosedyrer uten sammenheng*.

I tillegg kan man finne en del av det syntaktiske aspektet sammen med det semantiske i klassen *prosedyrer med sammenheng* som utgjør 43 % av oppgavene.

De oppgavene som det semantiske aspektet utgjør størst del av er de i klassen *problemløsning* som utgjør 6 %. Totalt kan man dermed finne det semantiske aspektet i rundt halvparten av de oppgavene jeg har sett på i KodeX 9A.

## 4.1.6 Lærerveiledninger:

### Forskningsspørsmål:

- Hvordan fremstiller gir de ulike lærerveiledningene algebra?

Har valgt å se nøyer på hvilket fokus lærerveiledningene retter mot algebra. Dette gjør jeg hovedsakelig av to grunner: Jeg ønsker å se om det er samsvar lærerveiledningenes fokus på algebra og det fokuset jeg finner i lærebøkene. I tillegg så er lærerveiledningen et viktig hjelpemiddel for lærerne, og det er derfor nyttig å få et innblikk i hvilket fokus eller vinkling de enkelte lærerveiledningene retter mot de enkelte emnene.

Det er en stor variasjon mellom de ulike læreverkens lærerveiledninger, både i form og i hvor stor grad de presenterte sitt fokus for lærerne. Blant de læreverkene jeg ser på er det to former for lærerveiledninger. Den første er en egen bok eller perm med ressurser sortert etter ulike emner. Den andre er lærerens bok, det vil si den samme læreboka som elevene har, men med kommentarer til de forskjellige sidene i boka og gjerne forslag til noen nye oppgaver. En slik lærerens bok har også gjerne en resursperm i tillegg. Lærerveiledningen til faktor er i denne sammenhengen den som er mest utfordrende å finne et bestemt læreverkets fokus i. Dette skyldes at denne lærerveiledningen er i form av lærerens bok, men ikke inneholder et eget forord for lærere hvor dette blir belyst. Derfor er jeg nødt til å lese gjennom linjene, og se om enkelte av kommentarene i algebrakapittelet sier noe om læreverkets fokus på algebra.

Jeg tar for meg alle lærerveiledningene til de forskjellige læreverkene slik at jeg kan sammenlikne hvordan dette henger sammen med valget av oppgaver.

### Tetra 8 lærerveiledning:

Læreverket Tetra sin lærerveiledning har et fokus på at elever skal forstå det de gjør og se sammenhenger. Konkret ber de lærere om å hjelpe elever med forståelsen av bokstavsymboler, og å vise elevene at de algebraiske regnereglene er forankret i aritmetikk.

*«Som lærer må en forsøke å avdramatisere algebraen og se dens nytte som verktøy ved problemløsning, beskrivelse av mønstre og generaliseringer og hvordan algebraen kan håndteres i undervisningen.» (Hagen, Carlsson, Hake, & Öberg, 2006b)*

### Sammenlikning med lærebok:

Denne læreboka starter algebrakapittelet med aritmetikk og beveger seg mot algebra. I denne overgangen tar de i bruk geometriske figurer som redskap. Her er det oppgaver fra klassene *memorering, prosedyrer uten sammenheng* og *prosedyrer med sammenheng*, med andre ord variasjon av oppgavetyper.

## nye Mega 8 lærerveiledning:

Lærerveiledningen til nye Mega fokuserer på å skape en forståelse for begrepet variabel. *De poengterer også viktigheten av at elever skal få en god forståelse av likhetstegnet. De mener det er viktig at elever får en god forståelse av dette for å hindre misoppfatninger med overflytningsregler i forbindelse med likninger*(Gulbrandsen, Løchsen, & Melhus, 2007a).

### Sammenlikning med lærebok:

Læreboka har noen gode forklaringer på begrepet variabel. Likevel er hovedvekten av oppgaver innen dette emnet av klassen *prosedyrer uten sammenheng*. Dermed blir elevenes forståelse kommer det an på hvor mye eleven setter seg inn i forklaringen.

## Faktor 1 lærerveiledning:

Denne lærerveiledningen er som tidligere nevnt den vanskeligste å tolke. Likevel viser lærerveiledningen et fokus på at elevene skal se en sammenheng i overgangen mellom aritmetikk og algebra, i tillegg er det et fokus på å forstå begreper, spesielt variabler (Hjardar & Pedersen, 2006b).

### Sammenlikning med lærebok:

Kapittelet om algebra starter med aritmetikk, og etter en forklaring kommer det en rekke oppgaver med variabler. Meningen med dette er nok at elevene skal se sammenhengen mellom disse. Hovedvekten av alle disse oppgavene er av klassene *prosedyrer uten sammenheng* og *memorering*. Med andre ord oppgaver basert på regler om symbolmanipulasjon, ikke forståelse.

## Sirkel 8 lærerveiledning:

Læreverket sirkel har ikke et eget kapittel med algebra på 8. trinn, men har isteden et kapittel kalt sammenhenger. Dette kapittelet inneholder ulike mønstre som vokser etter bestemte systemer, formler for omkrets og areal, og funksjoner. Ordet algebra blir ikke nevnt i dette kapittelet, men kapittelet inneholder likevel regning med bokstaver, samt algebraiske oppgaver.

I lærerveiledningen går det fram at de ønsker å knytte det algebraiske symbolspråket til hverdagen og på denne måten hjelpe elevene å se sammenhenger. De vil videre vise at algebra er et effektivt redskap til å uttrykke seg på (Torkildsen & Maugesten, 2006b).

### Sammenlikning med lærebok:

Det er mange oppgaver som går konkret på å finne og å bruke formler i ulike situasjoner. I tillegg er det mange oppgaver som innfører bokstaver ved hjelp av geometriske figurer. De fleste av disse oppgavene er av klassen *prosedyrer uten sammenheng*



## KodeX 9 lærerveiledning:

KodeX følger som tidligere nevnt spiralprinsippet slik som de andre lærerveiledningene og fokuserer dermed på større emner om gangen.

I lærerveiledningen fortelles de at de fokuserer på å bygge på tidligere kunnskap. Under algebra gjelder dette spesielt å bygge på overgangen mellom algebra og aritmetikk. Elevene skal få møte algebra gjennom konkrete og kjente formler fra barneskolen (Christensen, 2009a).

### **Sammenlikning med lærebok:**

Algebrakapittelet starter med flere diskusjonsoppgaver hvor elever skal beskrive størrelser ved hjelp av noe annet, i en av oppgavene skal elevene beskrive sin egen høyde ved hjelp av tommelen. I tillegg er det flere oppgaver som inneholder tegninger av geometriske figurer laget av fyrstikker. Her skal elevene først beskrive omkretsen med ord, deretter med tall og symboler. De første fire sidene av kapittelet inneholder oppgaver av klassene *prosedyrer uten sammenheng* og *prosedyrer med sammenheng*. Disse oppgavene går ut på forståelse.

## 4.2 Analyse av data

Totalt sett er det en god del variasjoner mellom fordelingen av de ulike oppgaveklassene blant læreverkene. Men det er likevel flere klare likhetstrekk jeg vil fokusere på:

### **Memorering:**

Plassering og andel av denne klassen varierer mellom læreverkene. Jeg har ikke funnet noen memoreringsoppgaver i hverken nye Mega eller KodeX. I Tetra 8 og i Faktor 1 er det memoreringsoppgaver i fellesdelen og det/ de laveste nivåene. Sirkel 1 har derimot oppgaver av denne klassen plassert på fellesdel og alle nivåer. Denne læreboka har også i fellesdelen den største andelen av memoreringsoppgaver blant læreverkene med en andel på 12 %.

### **Prosedyrer uten sammenheng:**

Denne klassen finnes i alle læreverkene og på alle nivåer. Den utgjør den største prosentandelen i fellesdelen til samtlige læreverk. Blant alle lærebøkene er det Faktor 1 som har den største andelen hvor hele 80 % av oppgavene tilhørte denne klassen. Læreverket som har den laveste andelen av oppgaver tilhørende denne klassen er KodeX hvor den utgjør 51 %.

### **Prosedyrer med sammenheng:**

Denne klassen finnes i alle de ulike læreverkene og er i fire av de fem lærebøkene den nest største klassen i fellesdelen. Likevel er det en stor variasjon mellom hvor stor andel dette utgjør av de ulike læreverkene. Den største andelen av denne klassen er å finne i KodeX på 43 %, mens den minste er å finne i Faktor 1 på 8 %. I de andre læreverkene er andelen fra 21-31 %.

### **Problemløsning:**

Denne klassen har en lav andel i samtlige læreverker: Nye mega har ikke med noen oppgaver av denne typen i det hele tatt, og den høyeste andelen av denne klassen finnes i Faktor 1, hvor den utgjør 7 % av oppgavene.

I tillegg har de fleste av disse lærebøkene med problemløsningsoppgaver plassert dem enten på egne sider i slutten av kapittelet, eller på det høyeste nivået i differensieringen. Dette gjelder både Tetra 8, Faktor og Sirkel. Den eneste læreboka som hadde en annen plassering er KodeX, hvor det var plassert problemløsningsoppgaver i gjennomgangen, og hvor disse var merket for alle nivåer.

En av grunnene til at denne klassen er så lav er at flere av oppgavene kunne vært problemløsningsoppgaver om de ikke hadde hatt så klare instruksjoner og eksempler. Majoriteten av oppgavene i lærebøkene er det liten tvil om hvordan man skal gå frem for å løse, og det er gjerne instruksjoner trinn for trinn. Dermed oppfyller ikke disse oppgavene ikke det kravet som problemløsningsoppgaver har om at elevene skal analysere oppgaven og finne en egen løsningsstrategi.

### **Teori:**

Samlet sett har læreverkene en langt større andel av oppgaver med en hovedvekt på det syntaktiske aspektet enn på det semantiske. Både oppgaver som tilhører klassene *prosedyrer uten sammenheng* og *memorering* inneholder kun det syntaktiske aspektet som har et fokus på regler ved symbolmanipulasjon. (Duval, 2006)

En hovedvekt av oppgaver tilhørende dette aspektet kan gjerne medføre en bruk av imitativ resonering ved løsning av disse oppgavene. De vil si enten en memorert resonering som hovedsakelig går ut på reproduksjon av kunnskap, eller en algoritmisk resonering som innebærer å finne en passende algoritme til å løse oppgaven med. Imitativ resonering krever ingen dypere kunnskap og går direkte på hvordan man løser en oppgave, ikke hva man egentlig gjør. (Lithner, 2008)

Dette kan igjen bidra til at eleven utvikler en instrumentell forståelse av dette emnet. Det vil blant annet si at elev mener at han/hun forstår algebra så lenge han/hun vet reglene som brukes for å regne med dette. Dette vil si en grunn forståelse som bare baserer seg på bruk av regler og prosedyrer. (Skemp, 1976)

Lærebøkene har også oppgaver hvor det semantiske aspektet er inkludert. Dette gjelder oppgaver tilhørende klassen *prosedyrer med sammenheng* og oppgaver tilhørende klassen *problemløsning* hvor det er en hovedvekt på det semantiske aspektet. Her er det et fokus på forståelse og å se sammenheng mellom ulike representasjoner. (Duval, 2006)

Det semantiske aspektet kan bli sett i sammenheng med kreativ matematisk resonering. Denne resoneringen krever en forståelse av det man jobber med, og man blir nødt til å finne en strategi for å løse oppgaven basert på solide matematiske argumenter. (Lithner, 2008)

Resonerer man på denne måten så får man gradvis en relasjonell forståelse av emnet. En relasjonell forståelse innebærer at man ikke bare vet hvordan man gjør noe, men også hvorfor dette blir riktig. En person med relasjonell forståelse innen algebra vil for eksempel ikke bare vite at man må bytte fortegn på et tall når man flytter det over likhetstegnet, men også hvorfor. (Skemp, 1976)

Denne sammenhengen kan være ett av problemene som lærerstudentene hadde i Berg (In press) sin undersøkelse. Flere av studentene var ukjent med å jobbe med det syntaktiske aspektet og fikk dermed problemer da de ikke kunne bruke velkjente prosedyrer og regler for å løse oppgaven. En av studentene uttrykte at hun ikke husket den aktuelle matematikken, noe som peker mot en instrumentell forståelse på dette området. (Berg, In press)

### **Lærerveiledninger:**

Jeg har funnet en sammenheng mellom fokuset i alle lærerveiledningene og hvordan dette er presentert i lærebøkene. Det er likevel varierende hvor godt dette synes på de enkelte oppgavene i lærebøkene.

Både Tetra 8, nye Mega 8B, Faktor 1, og KodeX 9A har et fokus på sammenhengen mellom aritmetikk og algebra og på forståelse av variabler. Likevel har både nye Mega 8B og Faktor 1 en hovedvekt av oppgaver av klassene *prosedyrer uten sammenheng* og/eller *memorering* der dette emnet blir presentert. Disse oppgaveklassene tilhører det syntaktiske aspektet, og fokuserer mer på regler for symbolmanipulasjon, ikke forståelse. Dermed må man til forklaringer og eksempler for å skaffe seg en dypere forståelse av emnet i disse lærebøkene.

Nye Mega 8B og KodeX 9A har derimot ved innføringen av dette emnet en stor del oppgaver av typen *prosedyrer med sammenheng*, og inkluderer dermed også det syntaktiske aspektet med som fokuserer på forståelse. Derfor kan elever som bruker disse lærebøkene få en forståelse av variabler både gjennom oppgaver og forklaringer.



## 5 Konklusjon

Gjennom oppgaven har jeg prøvd å få svar på disse spørsmålene:

- I hvilken grad bidrar lærebøkernes arbeidsoppgaver til å øke elevers relasjonsforståelse?
- Hvordan er de ulike lærebøkene organisert med hensyn til oppgaver?
- Hvilket fokus har de ulike lærerveiledningene på algebra?

Resultatene av analysen viser at det er en stor overvekt av oppgaver med det syntaktiske aspektet i de utvalgte lærebøkene og spesielt oppgaver av klassifiseringen *prosedyrer uten sammenheng* har en svært sterk posisjon i lærebøkene. Denne klassen av oppgaver er å finne i alle lærebøkene, og i alle nivåene og klassene jeg har delt dem inn i. Den utgjør også majoriteten av alle oppgavene i fellesdelen blant alle læreverk.

Det semantiske aspektet er også å finne i de ulike læreverkene, men da i varierende grad. Den klassen med oppgaver som har størst andel og inneholder det semantiske aspektet er *prosedyrer med sammenheng*. Denne klassen inneholder både det semantiske og det syntaktiske aspektet, og det kan dermed variere en del fra oppgave til oppgave om det semantiske aspektet kommer tydelig frem i oppgavene eller ikke.

Klassen *problemløsning* var den jeg i utgangspunktet var mest spent på å undersøke. Oppgaver av denne klassen krever svært ofte av elevene å starte med å analysere oppgaven for i det hele tatt å finne ut hvordan de skal starte for å løse den. I slike oppgaver er det ikke lagt opp noen bruksanvisning som elevene klart kan følge. Det blir derfor svært vanskelig å sette i gang med å løse den med velkjent prosedyrer og regler slik man kan gjøre med oppgaver som har en sterk tilhørighet til det syntaktiske aspektet. Det er denne klassen oppgaver som har det semantiske aspektet står sterkest i.

Like vel utgjør denne klassen en svært liten andel av den totale oppgavemengden i lærebøkene jeg analyserte. Den høyeste andelen jeg fant av oppgaver i fellesdelen tilhørende denne klassen var i Faktor 1, her var andelen på 7 %. I læreverket nye Mega fant jeg derimot ingen oppgaver av denne klassen, hverken i fellesdelen eller på differensieringsnivåene. I tillegg til at det totalt er en liten andel av problemløsningsoppgavene i lærebøkene, så er de fleste av disse i tillegg enten plassert på egne sider med mer kreative eller vanskelige oppgaver på slutten av kapitlet, eller på det høyeste av differensieringsnivået. Det er bare i et av læreverkene at disse oppgavene også er plassert blant de vanlige oppgavene i gjennomgangen av emnet, dette gjelder KodeX 9A.

Denne lave andelen av problemløsningsoppgaver passer dårlig overens med kunnskapsløftets klare oppfordring om å bruke variabler i utforskning, eksperimentering og problemløsning (Utdanningsdirektoratet, 2006). Dette kan også gjøre det vanskeligere for elever å få en økt relasjonell forståelse. Siden resultatet viser at det er en overvekt av oppgaver som er kun tilhørende det syntaktiske aspektet, vil det gi en overvekt av oppgaver som kun trener på prosedyrer og regler. Dermed vil det kreve en sterk bevissthet og planlegging fra lærerens side om elevene skal få en relasjonell forståelse av emnet istedenfor en instrumentell.

Jeg valgte å se på de medfølgende lærerveiledningene for å se om jeg fant en sammenheng mellom fokuset der og hvordan dette kom frem i de aktuelle lærebøkene. Særlig overgangen mellom aritmetikk og algebra, og forståelse av begrepet variabler har de fleste av lærerveiledningene rettet et fokus mot. Likevel er det bare to av lærerveiledninger med dette fokuset som har flere oppgaver med det semantiske aspektet til å støtte innunder sine forklaringer og eksempler i læreboka. Dette er Tetra 8 og KodeX 9A. De andre lærebøkene som også har dette fokuset i lærerveiledningen er Faktor 1 og nye Mega, de har en overvekt av oppgaver som kun inneholder det syntaktiske aspektet rundt sine forklaringer. Dermed får ikke disse lærebøkene den samme støtten fra oppgavene til å bygge opp om elevens forståelse som de har i de to andre lærebøkene.

## 6 Avslutning:

### 6.1 Implikasjoner av resultatene med tanke på matematikkundervisning

Det første resultatet som kommer tydelig frem utfra denne oppgaven er hvor viktig det er for lærere å være bevist hvilke klasser av oppgaver som finnes i de ulike læreverkene, og hvor de finnes. I de fleste av lærebøkene jeg har analysert finnes det problemløsningsoppgaver som kan hjelpe elever med å se matematikk i en større sammenheng enn bare pugging av regler og prosedyrer. Det er derfor viktig å sette seg inn i lærebøkene for å finne ut av hvor disse er plassert. Det er ellers ikke garantert at disse oppgavene kommer med under oppgaveløsning siden de kan være plassert på egne sider eller på det vanskeligste differensieringsnivået.

Det vil også lønne seg å se nærmere på om formålet med en oppgave passer overens med hvilken klasse denne tilhører. Med dette mener jeg blant annet at oppgaver av klassene *memorering* og *prosedyrer uten sammenheng* som kun inneholder det syntaktiske aspektet vil være et dårlig redskap til å gi elever en god forståelse av et begrep slik som variabler. Det er fordi det syntaktiske aspektet fokuserer på regler ved symbolmanipulasjon, og ikke forståelse som man finner i det semantiske aspektet. Dermed kan elevene istedenfor å utvikle en forståelse av hva en variabel er, heller ende opp med å bare vite hvilke regler og prosedyrer som skal brukes når man regner med variabler.

Gjennom arbeidet med lærebøkene var det en som jeg fant at utmerket seg spesielt, nemlig KodeX. Det er flere grunner til det, og en av dem er at dette læreverket ikke følger spiralprinsippet slik som de andre lærebøkene. Dermed har denne læreboka lenger tid på hvert enkelt emne, noe som gir lærere en god mulighet til å ta i bruk utforskende oppgaver og gir elever tid til å gå i dybden og forstå, ikke bare pugge.

I tillegg utmerker den seg med at selv om oppgavene er differensierte så er de ikke plassert på egne sider etter nivå, men står sammen. Dette kan gjøre det enklere for en elev å prøve å strekke seg opp et nivå. Det siste jeg vil dra frem her er at i KodeX 9A var flere oppgaver av klassene *prosedyrer med sammenheng* og *problemløsning* merket for alle nivåer, ikke bare de vanskeligste.

## 6.2 Videre forskning

Hvis jeg eller noen andre skal arbeide videre med resultatene mine, da er det mange ulike retninger og vinklinger det er mulig å ta. En av dem vil være å ta utgangspunkt i forklaringer og eksempler i lærebøkene. Min oppgave har fokus rettet mot lærebøkens arbeidsoppgaver, så videre forskning på andre sentrale deler av lærebøkene vil kunne gi en større helhet.

I tillegg er det også fullt mulig å utvide analysen til andre bøker, min oppgave gjelder tross alt kun et utvalg. Jeg har dessuten bare konsentrert meg om algebrakapitlene, lærebøkene inneholder langt flere kapitler enn jeg har sett på.

En annen viktig side som går an å forske videre på er hvordan lærebøkene blir brukt. Ut fra mine resultater kan man blant annet se at lærere i flere tilfeller bør være oppmerksomme på plasseringen enkelte klasser av oppgaver hvis disse skal inngå som en del av undervisningen. Dette gjelder spesielt problemløsningsoppgaver. Videre forskning vil kunne vise om disse oppgavene faktisk brukes i skolen, og ikke minst hvordan de brukes.

## 6.3 Egen vurdering av prosjektet

Jeg mener at resultatene av denne oppgaven er aktuelle. Jeg har valgt læreverk som i dag brukes ute i skolen og dekker 64-70 % av den totale markedsandelen. Selv om jeg tross alt bare ser på et utvalg av lærebøker, så mener jeg at resultatene jeg har fått kan være aktuelle i møte med andre lærebøker også. Med dette mener jeg ikke at alle lærebøker vil samsvare med mine resultater, men at en økt bevissthet rundt dette temaet, og en overvåkenhet ovenfor lærebøkers struktur og oppgavesammensetning vil være til god nytte i videre arbeid med lærebøker.

Gjennom arbeid med oppgaven har jeg blitt langt mer bevist på sammenhengen mellom elevers forståelse og klasser av oppgaver. Jeg ser etter denne oppgaven langt tydeligere enn før i hvor viktig det er ikke bare å se på hvilke emner oppgaver omhandler, men også i hvilken klasse de tilhører, eller om de har noen elementer som vil fremme elevenes forståelse rundt det enkelte emnet. Jeg er også mer klar over hva slags kunnskap elever får fra å løse ulike typer oppgaver, og så lenge man er bevist på dette blir det lettere å finne oppgaver som fremmer det eleven trenger, enten det skulle være rutiner og prosedyrer, eller en bedre forståelse av sentrale begreper.



## 7 Referanser:

- Berg, Claire Vaugelade. (In press). Enhancing mathematics student teachers' content knowledge: conversion between semiotic representations *Cerme 8*.
- Christensen, Annette Sandanger. (2009a). *KodeX 9 : ressursperm for læreren*: Fagbokforlaget.
- Christensen, Annette Sandanger. (2009b). *KodeX 9A*: Fagbokforlaget.
- Duval, Raymond. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 103–131.
- Gulbrandsen, Jan Erik, Løchsen, Randi, & Melhus, Arve. (2007a). *Nye Mega 8 Lærerens bok*: Damm.
- Gulbrandsen, Jan Erik, Løchsen, Randi, & Melhus, Arve. (2007b). *Nye Mega 8B*: Damm.
- Hagen, May Britt, Carlsson, Synnöve, Hake, Karl-Bertil, & Öberg, Birgitta. (2006a). *Tetra 8*: Det Norske Samlaget.
- Hagen, May Britt, Carlsson, Synnöve, Hake, Karl-Bertil, & Öberg, Birgitta. (2006b). *Tetra 8 Lærarrettleiing*: Det Norske Samlaget.
- Hjardar, Espen, & Pedersen, Jan-Erik. (2006a). *Faktor 1 Grunnbok*: Cappelen Damm.
- Hjardar, Espen, & Pedersen, Jan-Erik. (2006b). *Faktor 1 Lærerens bok*: Cappelen Damm.
- Hjardar, Espen, & Pedersen, Jan-Erik. (2006c). *Faktor 1 Oppgavebok*: Cappelen Damm.
- Lithner, Johan. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 67, 255-276.
- Pepin, Birgit, & Haggarty, Linda. (2002). An investigation of mathematics textbooks and their use in English, French and German classrooms: who gets an opportunity to learn what? *British Educational Research Journal*, 28(4).
- Reinhardtzen, Jorunn. (2012). *The introduction of algebra : comparative studies of textbooks in Finland, Norway, Sweden and USA*. Universitetet i Agder.
- Rezats, Sebastian. (2006). Methodologies in research on mathematics textbooks.
- Skemp, Richard R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, 77, 20-26.
- Stacey, Kaye, Chick, Helen, & Kendal, Margaret. (2004). *The Future of the Teaching and Learning of Algebra: The 12th ICMI Study*. USA: Kluwer Academic Publishers.

Stein, Mary Kay, Smith, Margaret Schwan, Henningsen, Marjorie A., & Silver, Edward A. (2009). *Implementing Standards-Based Mathematics Instruction: A Casebook for Professional Development* (Vol. 2). New York: Teachers College Press.

Torkildsen, Svein H., & Maugesten, Marianne. (2006a). *Sirkel 8B grunnbok*: Aschehoug.

Torkildsen, Svein H., & Maugesten, Marianne. (2006b). *Sirkel 8B Lærerveiledning*: Aschehoug.

Torkildsen, Svein H., & Maugesten, Marianne. (2006c). *Sirkel 8B oppgavebok*: Aschehoug.

Utdanningsdirektoratet. (2006). Kunnskapsløftet. Retrieved 14.05.13, from <http://www.udir.no/kl06/MAT1-03/Kompetansemaal/?arst=98844765&kmsn=334280449>

## 8 Appendiks

### 8.1 Tetra 8:

**T****Test deg selv**

1 Hva har du kjøpt dersom du skal betale

a)  $10 + 3 \cdot 2$       b)  $4 \cdot 2 + 5 \cdot 0,50$

2 Regn ut

a)  $2 + 3 \cdot 4$       b)  $5 \cdot 6 - 4 \cdot 7$       c)  $7(8 - 3)$

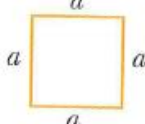
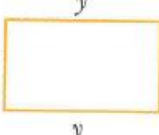
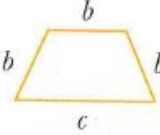
3 Hvilket av uttrykkene betyr

a) halvparten av $x$	$\frac{x}{2}$	$x + 2$	$\frac{2}{x}$
b) 3 mer enn $x$	$x - 3$	$3 + x$	$3x$
c) det dobbelte av $x$	$2 + x$	$x + 2$	$2x$

4 Dersom variabelen  $a$  har verdien 8, hvilken verdi får da

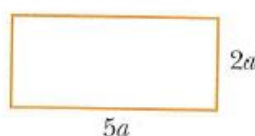
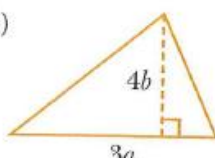
a)  $a + 2$       b)  $a - 6$       c)  $\frac{a}{2}$

5 Skriv et så enkelt uttrykk som mulig for omkretsen av figurene.

a)       b)       c) 

Skriv et uttrykk for arealet av figurene.

6 a)       b) 

7 a)       b) 

8 Regn ut verdien av uttrykket  $4ab$  dersom  $a = 5$  og  $b = 6$ .



## Uttrykk med flere regnearter

På Sjørøverøya handles det med gjenstander som ligger i ulike kister. Prisene er i gullmynter. Se prislista.

Dersom det du skal betale kan skrives  $30 + 3 \cdot 50$ , har du kjøpt ett armbånd og tre halsbånd.

$30 + 3 \cdot 50$  kalles et **uttrykk** for det du skal betale.

Antall gullmynter du skal betale:

$$30 - 3 \cdot 50 = 30 + 150 = 180.$$

Dersom du kjøper 5 perler og 5 edelsteiner, blir uttrykket for det du skal betale:

$$5 \cdot (10 + 12)$$

Vi skriver vanligvis ikke multiplikasjonstegnet foran en parentes.

Antall gullmynter du skal betale, blir:

$$5(10 + 12) = 5 \cdot 22 = 110$$

Når vi har flere regneoperasjoner i ett uttrykk, regner vi i denne rekkefølgen:

1 parenteser

2 multiplikasjon og divisjon

3 addisjon og subtraksjon



På sjørøverens regneblokk stod uttrykkene nedenfor.

Hva hadde han solgt, og hvor mange gullmynter fikk han?

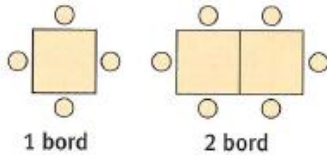
- 1 a)  $2 \cdot 10 + 15$       b)  $30 + 2 \cdot 50$       c)  $5 \cdot 12 + 3 \cdot 10$
- 2 a)  $3(15 + 50)$       b)  $2(10 + 15)$       c)  $15 + 2(10 + 30)$
- 3 Skriv et uttrykk og regn ut hvor mye du skal betale for
  - a) 3 ringer, 10 perler og 5 edelsteiner
  - b) 4 halsbånd, ett armbånd og 5 ringer

Regn ut

- 4 a)  $2 + 4 \cdot 5$       b)  $8 \cdot 4 - 6$       c)  $3 \cdot 7 + 6 \cdot 2$
- 5 a)  $12 : 3 + 5$       b)  $7 + 36 : 3$       c)  $14 : 2 + 50 : 10$
- 6 a)  $3(4 + 5)$       b)  $2(6 - 3) + 5$       c)  $3(4 + 2) - 2(8 - 3)$

## Å finne tallmønstre: personer rundt et bord

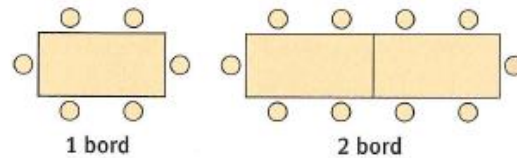
- 50 Vi har kvadratiske bord med plass til én person på hver side. Dersom vi har ett bord, er det plass til 4 personer. Når vi skal ha plass til flere, setter vi bordene inntil hverandre slik som på figuren.



Hvor mange personer får plass ved bordene?  
Lag en slik tabell i arbeidsboka di og fyll inn det som mangler.

Antall bord	Antall personer
1	
2	
3	
4	
5	
20	
100	
$n$	

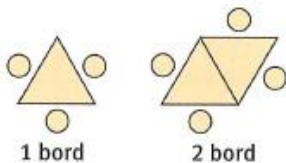
- 51 Vi har rektangulære bord med plass til én person på hver kortsida og to personer på hver langsida. Dersom vi har ett bord, er det plass til 6 personer. Når vi skal ha plass til flere, setter vi bordene inntil hverandre slik som på figuren.



Lag en ny tabell i arbeidsboka di.

Finn tallmønsteret. Hvor mange blir det plass til?

- 52 Vi har trekantede bord med plass til én person på hver side. Dersom vi har ett bord, er det plass til 3 personer. Når vi skal ha plass til flere, setter vi bordene inntil hverandre slik som på figuren.



Lag en ny tabell i arbeidsboka di.

Finn tallmønsteret.  
Hvor mange blir det plass til?





## Tårnet i Hanoi



Dersom dere ikke har spillet, kan dere for eksempel bruke kort med tallene 1–9 eller papirbiter med ulik størrelse.

### Oppgave

Dere skal flytte tårnet, dannet av de ni ringene, over til en annen pinne etter disse reglene:

- Du kan bruke alle tre pinnene.
- Du kan bare flytte en ring om gangen.
- Du kan ikke legge en ring oppå en ring som er mindre.

**A** Hva er det minste antall flytt vi trenger på hele tårnet med ni ringer?

Hint: Forenkle oppgaven ved å begynne med én ring, så to osv. Noter resultatet i en tabell. Se om dere kan finne et mønster.

**B** Hvor mange flytt blir det med  $n$  ringer?

**C** Hvor mange sekunder vil Buddha bruke på å flytte hele tårnet?  
Hvor mange år utgjør det?



Ifølge en legende sitter Buddha i Hanoi og flytter en ring i sekundet i et tårn med 64 ringer. Når hele tårnet er flyttet, vil han nå Nirvana.

# B

## Tolking av uttrykk

### Eksempel

Uttrykket	Kan beskrives som:
$x + 2$	« $x$ pluss 2» eller «2 mer enn $x$ »
$x - 3$	« $x$ minus 3» eller «3 mindre enn $x$ »
$\frac{x}{4}$	« $x$ delt på 4» eller «en firedel av $x$ »
$5 \cdot x$ eller $5x$	«5 ganger $x$ » eller « $5x$ »

Velg det uttrykket som teksten beskriver.

- 61 Legg sammen  $y$  og 3.      $y - 3$       $y + 3$       $y \cdot 3$
- 62 Trekk 3 fra  $y$ .      $y - 3$       $y + 3$       $y \cdot 3$
- 63 Del  $y$  på 4.      $\frac{y}{4}$       $y - 4$       $\frac{4}{y}$
- 64 4 ganger  $y$ .      $4 + y$       $4y$       $y + 4$

Studert uttrykkene i ruta. Der ser du hvordan variabelen  $a$  og tallet 2 settes sammen med en regneoperasjon på åtte ulike måter.

$$a \cdot 2 \quad \frac{a}{2} \quad a - 2 \quad 2 - a \quad a + 2 \quad 2a \quad \frac{2}{a} \quad 2 + a$$

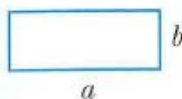
- 65 Hvilket uttrykk i ruta betyr
- a) halvparten av  $a$      b) 2 mindre enn  $a$
- 66 Hvilke to uttrykk i ruta betyr
- a) 2 mer enn  $a$      b) dobbelt så mye som  $a$
- 67 Det er  $n$  mynter i stabelen.  
Velg det uttrykket teksten beskriver.
- a) 5 mynter mer      $n - 5$
- b) fem mynter færre      $n + 5$
- c) fem ganger så mange mynter      $5 \cdot n$
- d) en femdel så mange mynter      $\frac{n}{5}$



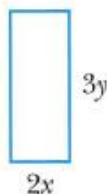
## Multiplikasjon av variabler

**B**

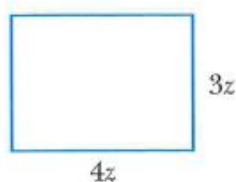
Du regner ut arealet av et rektangel ved å multiplisere lengden med bredden.



$$\text{Arealet} = a \cdot b = ab$$



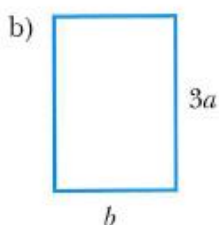
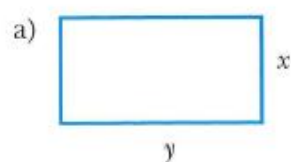
$$\text{Arealet} = 2x \cdot 3y = 2 \cdot 3 \cdot x \cdot y = 6xy$$



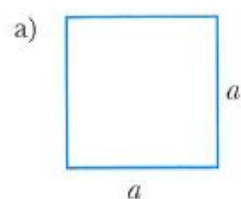
$$\text{Arealet} = 4z \cdot 3z = 12 \cdot z \cdot z = 12z^2$$

Skriv et uttrykk for arealet av rektanglene.

68



69



70 Skriv et uttrykk for arealet av et kvadrat som har side

- a)  $x$       b)  $2x$       c)  $5a$

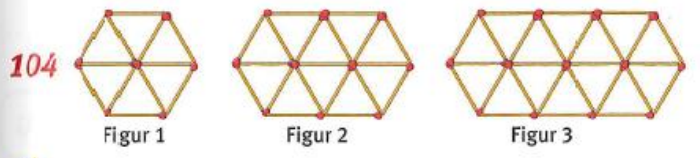
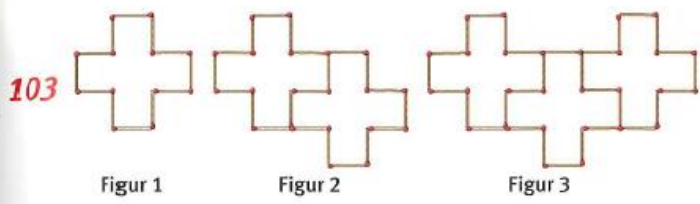
71 Bildet viser noen sjøbuer med mange vinduer og dører.

Skriv et uttrykk for arealet av

- a) den store døren  
 b) den lille døren  
 c) Vinduet ved siden av den lille døren har bredde  $x$  og høyde  $2y$ .  
 Skriv et uttrykk for arealet av vinduet.

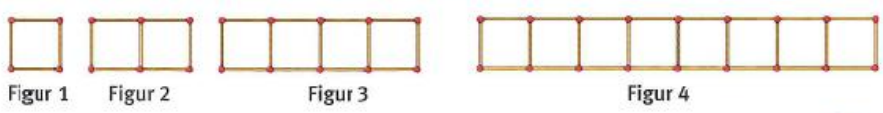






- 105 Hint:
- Hvor mange fyrstikker trenger du til hvert nytt kvadrat?
  - Hvor mange kvadrater er det i hver figur? Hva slags tall er dette? Hvilken sammenheng har dette tallet med nummeret på figuren?

<b>Figur nummer</b>	1	2	3	4	5	6	7	<i>n</i>
<b>Antall fyrstikker</b>								



**Abels hjørne**



- Vi har ti esker. I fem av eskene er det blyanter, og i fire av dem er det penner. To av eskene inneholder både blyanter og penner. Hvor mange av eskene inneholder verken blyanter eller penner?  
A) Ingen    B) 1    C) 2    D) 3    E) 4
- Hvis et tall som er åtte ganger så stort som  $x$ , økes med 2, så er en firedel av resultatet lik  
A)  $2x + \frac{1}{2}$     B)  $x + \frac{1}{2}$     C)  $2x + 2$     D)  $2x + 4$     E)  $2x + \frac{1}{4}$
- Et palindromisk tall er et naturlig tall som ikke endres om sifrene leses i motsatt rekkefølge, for eksempel 838 og 24 842. Hvor mange tresifrede (0 ikke tillatt som førstesiffer) palindromiske tall finnes?  
A) 10    B) 81    C) 90    D) 99    E) 100

- 83 Hvordan skal du plassere tre hager med samme mål for at lengden av gjerdet skal bli så liten som mulig? Prøv ulike varianter.

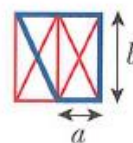


### Uttrykk med ulike variabler

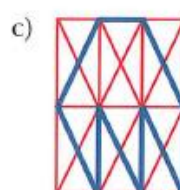
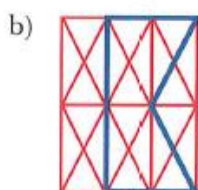
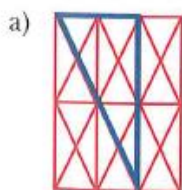
#### Eksempel

Figuren består av rektangler med bredde  $a$  og lengde  $b$ . Lengden av diagonalen er  $c$ .

Hvor lang er den blå streken, uttrykt ved  $a$ ,  $b$  og  $c$ ?  
Strekingen er  $a + b + a + a + c = 3a + b + c$



- 84 Skriv et så enkelt uttrykk som mulig for den blå streken i hver figur. Bruk målene i eksempelet ovenfor.



- 85 Hvilken forenkling av uttrykkene er riktig?

a) $4x + 2x + 3a + 5a$	$14ax$	$8a + 6x$	$15a + 8x$
b) $9b + 5c - 4c + 3b$	$14b + c$	$12b - c$	$12b + c$
c) $7s - 4p - 6s - 3p$	$7p + 13s$	$7p + s$	$-7p + s$
d) $6a + b - 4a - 2b$	$2a + b$	$10a + 3b$	$2a - b$

## 8.2 nye Mega



### TENK OG SNAKK

### Hva betyr $4a$ og $5b$ ?

Hvorfor kan vi sløyfe multiplikasjonstegnet i for eksempel produktet  $4 \cdot a$ , men ikke i produktet  $4 \cdot 8$ ?



Mellom tall og variabler sløyfer vi ofte multiplikasjonstegnet mellom tallet og variabelen.

$4 \cdot a$  skrives  $4a$   
 $8 \cdot b$  skrives  $8b$ , osv.

Vi har også at

$$1 \cdot a = 1a = a$$

Det mest vanlige er å bruke formen  $a$ .



### EKSEMPEL

a) Regn ut verdien av  $5a$  når  $a = 3$ :

$$5a = 5 \cdot 3 = 15$$

b) Regn ut verdien av  $5a$  når  $a = -3$ :

$$5a = 5 \cdot (-3) = -15$$

### E 9

- Regn ut verdien av  $5a$  når  $a = 6$
- Regn ut verdien av  $8a$  når  $a = 5$
- Regn ut verdien av  $3a$  når  $a = 9$
- Regn ut verdien av  $2a$  når  $a = 16$
- Regn ut verdien av  $4a$  når  $a = -3$
- Regn ut verdien av  $7a$  når  $a = -2$



**E 11**

Abborvika skole har én klasse på hvert trinn på ungdomsskolen. Hver fredag har de «Café à la Abborvika» på skolen. Da tar de opp bestilling i hver klasse på vafler og sjokomelk. En vaffel koster 3 kr og en sjokomelk 5 kr.

En fredag så bestillingslistene slik ut:

- 8. klasse: 21 sjokomelk og 23 vafler
- 9. klasse: 18 sjokomelk og 20 vafler
- 10. klasse: 25 sjokomelk og 15 vafler

a) Fyll ut tabellen:

Klasse	Sjokomelk for kr	Vafler for kr	Til sammen kr
8	$5 \cdot 21 = 105$	$3 \cdot 23 = 69$	174
9			
10			
Sum			



La oss si at det blir solgt  $a$  sjokomelk og  $b$  vafler.

b) Fyll ut tabellen:

Klasse	Sjokomelk for kr	Vafler for kr	Til sammen kr
8	$5a$	$3b$	$5a + 3b$
9			
10			

c) Undersøk om det er riktig for 8. klasse hvis  $a = 21$  og  $b = 23$ .

**E 12**

I melkeutsalget på Fløtebekken ungdomsskole selger de lettmeik som koster  $a$  kr per stk., jordbærmelk som koster  $b$  kr per stk., sjokolademelk som koster  $c$  kr per stk. og drikkeyoghurt som koster  $d$  kr per stk.

Hva betyr uttrykket

$42a + 24b + 14c + 9d$ ?



#### E 24

Assan og Ivar er en dag på salg i en klesbutikk der Assan kjøper seg fem T-skjorter. Hver skjorte koster 10 kr. Han kjøper også et par strømper til 16,50 kr.

- Lag et regneuttrykk som passer til oppgaven.
- Regn ut hvor mye han får igjen dersom han betaler med 100 kr.

#### E 25

Anne og Kåre er i en databutikk der de kjøper et datablad til 69 kr og åtte cd-er som hver koster 4,50 kr.

- De betaler med 200 kr. Hvor mye får de igjen?
- Lag et regneuttrykk som passer til oppgaven.

#### E 26

Nils er innom et konditori og kjøper en marsipankake til 78 kr og noen wienerbrød til 7,50 kr stykket.

- Kall antall wienerbrød for  $x$ .  
Lag et uttrykk for hvor mye Nils må betale.
- Regn ut hvor mye Nils må betale dersom han kjøper åtte wienerbrød.

#### E 27

Du spiller squash. Prisen for en racket er  $d$  kr, mens en ball koster  $e$  kr. Lag et uttrykk som viser hvor mye én racket og fire baller koster.



#### E 28

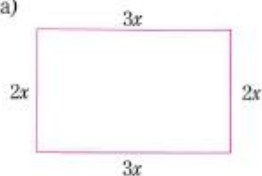
En fiskestang koster  $f$  kroner og en sluk  $s$  kroner. Lag et uttrykk som viser hvor mye to fiskestenger og sju sluker koster.

Husk:  
 $3x$  betyr  $3 \cdot x$

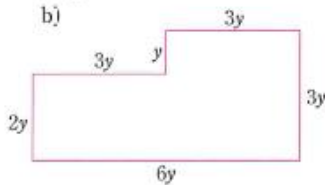
**E 48**

Hvor stor er omkretsen til hver av figurene?

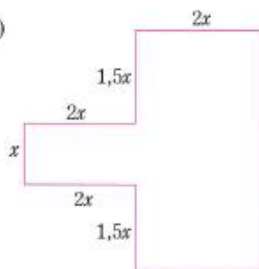
a)



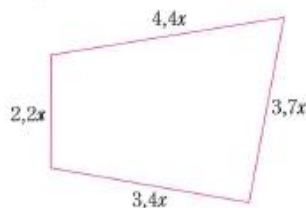
b)



c)



d)



**E 49**

Trekk sammen:

a)  $5x + 3x =$

b)  $6x + 2x + x =$

c)  $8x + 6x =$

d)  $6x + 3x - 5x =$

e)  $8x - 5x - x =$

f)  $12x - 14x + 5x =$



**E 50**

Tom har to røde og tre blå konvolutter. Det er samme antall hundrelapper i hver av de røde konvoluttene. Det er også likt antall i hver av de blå konvoluttene, men ikke nødvendigvis like mange som i de røde.

I tillegg har han tre løse hundrelapper.

- a) Lag et uttrykk som viser hvor mange hundrelapper han har i alt, hvis vi sier at det er  $x$  hundrelapper i hver rød konvolutt og  $y$  hundrelapper i hver blå konvolutt.
- b) Kan du gjøre regneuttrykket enklest mulig?
- c) Sheela og Kristian løste denne oppgaven slik:

Kristian:

$$x + x + 3 + y + y + y = 8xy$$

Sheela:

$$x + x + y + y + y + 3 = 2x + 3y + 3$$

Hvem har løst oppgaven riktig?

Prøv med  $x = 2$  og  $y = 4$ .

**E 59**

Hvilke tall står bokstavene for:

- a)  $5x + 14 = 7y - 4 = 49 - 25$
- b)  $\frac{y}{5} + 13 = 53 - 37 = 2a - 6$
- c)  $\frac{x}{3} + \frac{x}{2} + 1 = 55 - 49 = \frac{3y}{5}$

**E 60**

Fatima og Elias kjøper en hammer til  $x$  kr, to sekker sement til  $y$  kr per sekk og åtte vinkeljern som hver koster  $z$  kr. Lag to oppgaver med utgangspunkt i teksten ovenfor. Eventuelle priser på  $x$ ,  $y$  og  $z$  kan du bestemme selv. Regn ut oppgavene og vis dem til læreren din.

**E 61**

Anne arbeider i billettluke på et sirkus. Billettene koster 100 kr for voksne, 50 kr for barn og 60 kr for pensjonister. Hver dag har Anne 500 kr i kassa når hun begynner.

- a) Lag et uttrykk for hvor mye hun har i kassa om kvelden en dag hun har solgt  $a$  voksenbilletter,  $b$  barnebilletter og  $c$  pensjonistbilletter.
- b) En dag hadde det vært 140 voksne og 200 barn på forestillingen. Hvor mange pensjonister hadde også vært der når hun hadde 26 300 kr i kassa etter forestillingen?

**E 62**

Aina har tre grønne og to blå konvolutter. I hver av de grønne er det  $x$  hundrelapper, og i hver av de blå er det  $y$  hundrelapper. I tillegg har Aina fem løse hundrelapper. Tove, Amir og Anita skulle sette opp og forenkle mest mulig et regneuttrykk som viser hvor mange hundrelapper Aina har.

Tove regnet slik:

$$x + x + x + y + y + 5 = 3x + 5y$$

Amir regnet slik:

$$x + x + x + y + y + 5 = 3x + 2y + 5$$

Anita regnet slik:

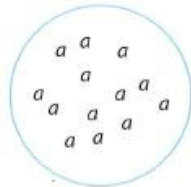
$$x + y + 5 = 5xy$$

- a) Hvem har regnet rett?
- b) Forklar hvilke feil de to andre gjorde.

## 8.3 Faktor 1

### Oppgaver

- 6.9** Skriv et uttrykk for
- a) summen av  $x$  og 3
  - b) differansen mellom  $x$  og 5
  - c) 10 mer enn  $y$
  - d) 12 mindre enn  $y$
- 6.10** Lotte er  $x$  år. Skriv et uttrykk som viser hvor gammel
- a) hun var for 5 år siden
  - b) hun blir om 3 år
- 6.11** Martin kjøper  $x$  kg epler i butikken. Eplene koster 20 kr per kilogram. Lag et uttrykk som viser hvor mye Martin må betale.
- 6.12** Lag et uttrykk for innholdet i sirkelen.



- 6.13** Bestemoren til Herman kjører bil med en fart på 80 km i timen. Lag et uttrykk som viser hvor langt hun kjører på  $x$  timer.



- ★ **6.14** Simen vil kjøpe  $x$  kg bananer til 12 kr per kilogram og en pose epler til 28 kr. Lag et uttrykk for hvor mye Simen må betale i alt.
- ★ **6.15** Sara går  $x$  km til skolen og  $x$  km fra skolen hver dag. Lag et uttrykk som viser hvor mange kilometer Sara går til og fra skolen på
- a) én dag
  - b) én uke



- 6.3** Regn ut.  
a)  $3(4 + 5)$                       c)  $10(23 - 14)$                       e)  $100(34 - 29)$   
b)  $4(6 + 7)$                       d)  $7(35 - 27)$                       f)  $50(34 - 33)$
- 6.4** Regn ut.  
a)  $34 + (12 + 4)$                       b)  $45 - (50 - 20)$                       c)  $(4 + 4) + (23 - 8)$
- 6.5** Regn ut.  
a)  $2(6 + 3) - 9$                       b)  $56 + 6(21 - 19)$                       c)  $4(5 + 2) - 2(10 - 7)$
- 6.6** Regn ut.  
a)  $\frac{24}{3} - 6$                       b)  $\frac{24 - 12}{3} - 3$                       c)  $\left(\frac{21}{7} - 1\right) + 2 \cdot 3$
- 6.7** Sara kjøper 3 liter brus til 9,90 per liter, 2 poser potetgull til 14,90 per stk. og 3 hg smågodt til 16 kr per hg.  
Sett opp og regn ut talluttrykket som viser hvor mye hun må betale.
- ★ **6.8** En gruppe på 27 elever skal på tur til Galdhøpiggen. De skal reise med buss og overnatte to døgn. Overnatting koster 80 kr per døgn per person og bussen koster 75 kr per person tur/retur.  
Sett opp og regn ut talluttrykket som viser hvor mye turen kommer på for hele gruppen.



Utsikt fra  
Galdhøpiggen

## Prøv deg selv

1 Regn ut.

- a)  $12 + 4 \cdot 5$       c)  $7 \cdot 6 - 27$       e)  $4(3 + 7)$       g)  $40 - (34 - 14)$   
b)  $24 - 4 \cdot 5$       d)  $3 \cdot 8 - 25$       f)  $6(7 - 2)$       h)  $3(8 - 1) - 14$

2 a) Skriv et uttrykk for  
A Summen av  $x$  og 5  
B 8 mindre enn  $x$   
C 4 mer enn  $x$

b) Sara vil kjøpe et klippekort til bussen. Kortet koster  $x$  kr per tur, og det holder til 20 turer.  
Lag et uttrykk som forteller hvor mye klippekortet koster.



3 Regn ut  $7x$  når

- a)  $x = 2$       b)  $x = 1$       c)  $x = 8$

4 Prisen for  $x$  kg epler er  $20x$ .

- a) Hva står tallet 20 for i uttrykket  $20x$ ?  
b) Regn ut hvor mye det koster å kjøpe 2 kg epler.  
c) Regn ut hvor mye det koster å kjøpe 4 kg epler.

## Noe å lure på

- 1 Tenk på et tall. Multipliser tallet med 6. Divider deretter med 3. Subtraher til slutt det tallet du først tenkte på. Hvordan vil du forklare det svaret du får?

Nå tenker jeg på et tall ...

- 2 Tenk på et tall. Multipliser tallet med 2. Adder 4. Divider med 2. Subtraher det tallet du tenkte på.  
a) Hvilket tall har du nå?  
b) Gjenta dette med et annet tall. Hvilket tall får du nå?



- 3 Lotte har en lillebror som går i barnehagen. Hun er seks ganger så gammel som ham. Om tre år er hun bare tre ganger så gammel som lillebroren. Hvor gammel er lillebroren da?



- 4 Utenfor et kjøpesenter var det kun parkert biler og motorsykler. Simen talte 27 kjøretøyer og disse kjøretøyene hadde til sammen 94 hjul. Hvor mange biler og motorsykler var det utenfor kjøpesenteret?

- 5 *Palindrom* er ord eller tall som er det samme enten det leses forfra eller bakfra, for eksempel REGNINGER. Hvis speedometeret på bilen til HANNAH og OTTO viser 123 321 km, hvor langt må bilen kjøre før neste palindrom kommer fram?

# 6

## Tall og algebra

### Kategori 1

#### Talluttrykk

**6.101** Regn ut.

a)  $13 + 9$

c)  $5 \cdot 7$

e)  $5 \cdot 8 + 2$

b)  $29 - 12$

d)  $24 : 8$

f)  $4 \cdot 10 - 5$

**6.102** Regn ut.

a)  $5 \cdot 10 + 20$

c)  $20 : 5 + 2$

e)  $10 + 5 \cdot 5$

b)  $8 \cdot 8 - 4$

d)  $20 + 5 \cdot 2$

f)  $100 - 2 \cdot 10$

**6.103** Regn ut.

a)  $2 \cdot (5 + 3)$

c)  $5 \cdot (4 + 1)$

e)  $6 \cdot (10 - 7)$

b)  $4 \cdot (2 + 3)$

d)  $3 \cdot (10 - 4)$

f)  $8 \cdot (20 - 12)$

**6.104** Regn ut.

a)  $20 + (5 + 10)$

b)  $20 - (10 - 5)$

c)  $20 - (10 + 5)$

#### Uttrykk med variabler

**6.105** Skriv et uttrykk for

a) summen av  $x$  og 3

b) summen av  $x$  og 5

c) summen av 10 og  $x$

**6.106** Skriv et uttrykk for

a) differansen mellom  $x$  og 3

b) differansen mellom 5 og  $x$

c) differansen mellom  $x$  og 10

**6.107** Skriv et uttrykk for

a) 5 mer enn  $x$

b) 10 mer enn  $x$

c) 5 mindre enn  $x$

- 6.108** Hanna betaler  $x$  kr for en pose pærer. Martin betaler 3 kr mer enn Hanna.  
Skriv et uttrykk som viser hvor mye Martin betaler.



- 6.109** Lotte kjøper tre DVD-plater. Hver plate koster  $x$  kr.  
Skriv et uttrykk som viser hvor mye Lotte betaler.

### Sette tall inn i uttrykk

- 6.110** Regn ut  $5 \cdot x$  når  
a)  $x = 2$       b)  $x = 3$       c)  $x = 5$       d)  $x = 10$
- 6.111** Regn ut  $x \cdot 10$  når  
a)  $x = 2$       b)  $x = 5$       c)  $x = 10$       d)  $x = 20$
- 6.112** Prisen for  $x$  kg poteter er  $4 \cdot x$ .  
a) Hva betyr 4 i uttrykket  $4 \cdot x$ ?  
b) Hvor mye koster det å kjøpe 3 kg poteter?

### Regning med bokstavuttrykk

- 6.113** Trekk sammen.  
a)  $x + x + x$       c)  $y + y$   
b)  $x + x + x + x + x$       d)  $y + y + y + y$
- 6.114** Trekk sammen.  
a)  $2x + 3x$       b)  $3x + 4x$       c)  $3x + 7x$       d)  $5x + 2x$

## Kategori 2

### Talluttrykk

**6.201** Regn ut.

a)  $34 + 5 \cdot 7$

b)  $45 - 4 \cdot 6$

c)  $8 \cdot 8 - 12$

d)  $9 \cdot 7 + 1$

e)  $5 \cdot (2 + 10)$

f)  $8 \cdot (14 - 6)$

**6.202** Regn ut.

a)  $5 + (4 \cdot 3)$

b)  $12 + (5 \cdot 2)$

c)  $25 + (1 \cdot 5)$

d)  $24 - (3 \cdot 5)$

e)  $20 - (3 \cdot 3)$

f)  $30 - (5 \cdot 2)$

**6.203** Regn ut.

a)  $5(12 + 2)$

b)  $5(10 + 3)$

c)  $7(10 + 1)$

d)  $5(12 - 2)$

e)  $6(12 - 3)$

f)  $10(11 - 2)$

**6.204** Regn ut.

a)  $25 + (10 + 2)$

b)  $19 + (15 - 7)$

c)  $2 + (4 - 1)$

d)  $25 - (10 + 2)$

e)  $12 - (7 - 2)$

f)  $(3 + 9) - (8 - 2)$

**6.205** Regn ut.

a)  $2(5 + 2) - 2$

b)  $30 - 2(4 + 3)$

c)  $3(4 + 1) - 2(5 - 2)$

### Uttrykk med variabler

**6.206** Skriv et uttrykk for

a) summen av  $x$  og 6

b) differensen mellom 5 og  $x$

c) produktet av  $x$  og 4

d) 8 mer enn  $x$

**6.207** Simen er  $x$  år. Skriv et uttrykk som viser hvor gammel han

a) var for 3 år siden

b) blir om 5 år

**6.208** Sara har feriejobb. Hun arbeider 30 timer per uke.

Sett opp et uttrykk som viser hvor mange timer hun arbeider på  $x$  uker.

**6.209** På en flyplass letter og lander det gjennomsnittlig 50 fly hver dag. Sett opp et uttrykk for hvor mange fly som letter og lander på  $n$  dager.



**6.224** Løs likningene.

- a)  $x - 3 + 5 = 8$       c)  $x - 35 = -5 - 29$       e)  $45 + 23 = x + 37$   
b)  $x - 14 = 24 - 15$       d)  $60 = x - 10$       f)  $100 - 75 = x - 25$

**6.225** Martin vil løse et problem ved å sette opp likningen  $7x = 91$ .

- a) Lag et problem som passer til likningen.  
b) Hva er løsningen på problemet?



**6.226** Lotte påstår at det er samme løsning på likningene

$$2x = 24 \text{ og } 8x = 96.$$

Forklar hvorfor Lotte har rett.

**6.227** Løs likningene.

- a)  $8x = 48$       c)  $121 = 11x$       e)  $\frac{x}{9} = 15$   
b)  $9x = 117$       d)  $\frac{x}{4} = 7$       f)  $\frac{x}{0,5} = 12$

**6.228** Simen løste likningen  $4x - 2 = 18$ .

Han fikk  $x = 5$  til svar.

Finn ut om Simen har regnet riktig.

**6.229** Undersøk om  $x = 4$  er riktig løsning på denne likningen:

$$4x - 2 = 2x + 5$$

**6.230** Løs likningene og sett prøve.

- a)  $3x + 1 = 16$       c)  $13 + 2x = 21$       e)  $\frac{x}{6} = 6$   
b)  $4x - 3 = 15 - 10$       d)  $45 = 5x + 30$       f)  $\frac{x}{4} + 6 = 11$

## Kategori 3

### Talluttrykk

6.301 Regn ut.

a)  $56 + (34 - 19)$

b)  $56 - (34 + 19)$

c)  $(12 - 20) - (54 - 18)$

d)  $(-3 + 5) - (5 - 17)$

e)  $(-4 - 4) + (-7 + 11)$

f)  $(-12 - 3) - (-4 - 8)$

6.302 Regn ut.

a)  $4(5 - 2) - 2(12 - 7)$

b)  $5(-5 + 8) - (1 - 7)$

c)  $31 - 3(3 - 12)$

6.303 Regn ut.

a)  $\frac{17 - 5}{4} - 1$

c)  $\frac{7 - 5}{4} - \frac{12}{3}$

e)  $\frac{2 - 1}{2} - 0,5$

b)  $\frac{7 - 11}{4} - 1$

d)  $\frac{12 - 4}{4} - 2 \cdot 1$

f)  $\frac{10 - 4}{4 - 1 \cdot 2} - 2 \cdot 3$

### Uttrykk med variabler

6.304 Sara går runde etter runde i lysløypa. Løypa er 2,5 km lang. Hun går jevnt og bruker 12 minutter per runde. Hvor mange minutter bruker Sara på  $x$  runder?





## Likninger

**6.314** Løs likningene.

a)  $2x - 3 = 7$

c)  $12 = 5x - 3$

e)  $3x - 4 = x + 14$

b)  $4 + 3x = 9$

d)  $4 + 4x + 13 = 35$

f)  $5x + 3 = 6x + 5$

**6.315** Hanna løser ofte problemer ved å sette opp likninger. Hun setter opp denne likningen:

$$50x - 2000 = 20x - 500$$

a) Formuler et problem som passer til likningen.

b) Hva er løsningen på problemet?

**6.316** De to likningene

$$3x - 5 = 9 \text{ og } 4x + \square = 19$$

har samme løsning.

Hvilket tall skal det stå i ruta?

**6.317** Løs likningene og sett prøve.

a)  $\frac{2x}{3} = 4$

c)  $\frac{x+1}{3} = 7$

e)  $100 = \frac{20x+20}{8}$

b)  $5 + \frac{3x}{4} = 8$

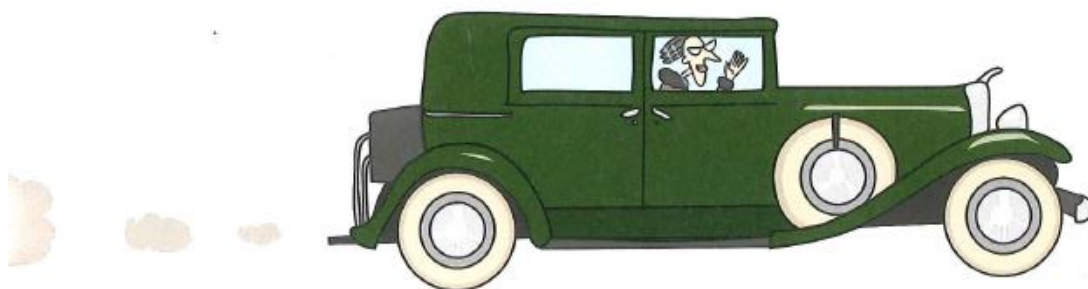
d)  $\frac{2x-2}{3} = 10$

f)  $2x - 3 = \frac{5x}{2}$

**6.318** F. Elg og H. Jul eier en del av en bilbutikk. F. Elg eier

$\frac{1}{3}$  og H. Jul  $\frac{1}{5}$ . F. Elg eier 20 000 kr mer i butikken enn H. Jul.

Hvor mye er bilbutikken verdt?



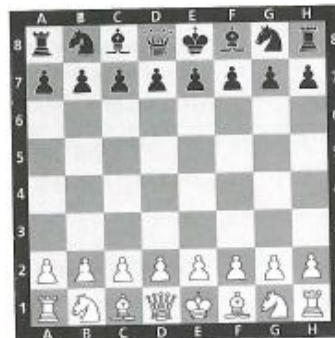
## 8.4 Sirkel 8B

**6.37** Gjett før du regner ut.

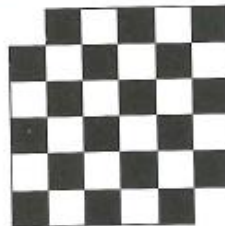
Hva er det mest av:  
søndager i et årtusen eller tommer i en kilometer?

**6.38** Hvor mange kvadrater finnes det på et sjakkbrett?

DET ER FLERE ENN 64!



**6.39**



Hvor mange dominobrikker trenger du for å dekke kvadratet med  $6 \times 6$  ruter?  
I kvadratet til høyre er det fjernet ruter i to av hjørnene.  
Kan du dekke det kvadratet med en brikke mindre?

**6.40**

**STEMMER DET?**

**ALLTID – NOEN GANGER – ALDRI**

- a Jo større sirkel, desto flere ganger går diameteren rundt sirkelen.
- b Punktet (2, 3) er det samme punktet som (3, 2).
- c Alle punkter på x-aksen har 0 som førstekoordinat.
- d En formel inneholder tall, bokstaver og regnetegn.
- e Når  $a = 3$ , er  $2a$  det samme som 23.

**6.41**

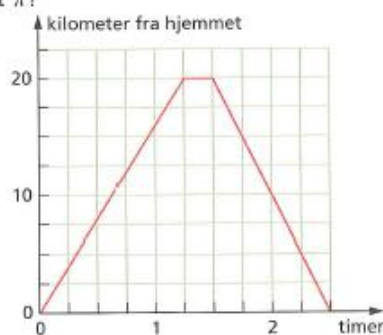
**TAR DU DET I HODET?**

- a  $2 \cdot 3 + 4$
- b  $5 \cdot 9 - 4$
- c  $5 + 3 \cdot 4$
- d  $8 + 5 \cdot 9$
- e  $5 \cdot 6 + 6 \cdot 7$
- f  $9 \cdot 3 - 2 \cdot 6$
- g  $9 : 3 + 8 : 2$
- h  $45 : 5 + 54 : 9$
- i  $4 \cdot 6 - 49 : 7$
- j  $2 \cdot (3 + 4)$
- k  $(8 - 5) \cdot 7$
- l  $12 : (6 - 2)$

Lag en ny oversikt og skriv **H**, **U** eller **B** for oppgavene 6.53–6.66.  
 Skrev du **H** på noen oppgaver? Gjør *fem* av dem.  
 Skrev du **U** på noen oppgaver? Prøv å gjøre *fire* av dem.

- 6.53** Hva er en proporsjonalitet?  
**6.54** Lag en tekstoppgave til funksjonsuttrykket  $y = 5 \cdot x$ .  
**6.55** Hvilke størrelser er omkretsen i en sirkel avhengig av?  
**6.56** Hvilke målinger må du gjøre i en sirkel for å regne ut  $\pi$ ?

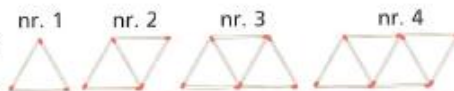
- 6.57** Figuren viser en sykkeltur. Beskriv turen.  
**6.58** Tegn et rektangel der lengden til den ene siden er  $x$ , og lengden til den andre siden er  $y$ .  
 Lag en formel for omkretsen til figuren.  
**6.59** Hvor stor er omkretsen til et rektangel med sider 4,5 cm og 5,5 cm?  
**6.60** Lag en formel for arealet til et rektangel med lengde  $e$  og bredde  $f$ .



- 6.61** Hva har du kjøpt av is dersom du betaler  $(x + y)$  kr?  
**6.62** Hva har du kjøpt av is dersom du betaler  $(2 \cdot x + 3 \cdot y)$  kr?  
**6.63**  $x = 15,50$  kr og  $y = 12,50$  kr. Hva er verdien av  $4 \cdot x + y$ ?  
**6.64** Skriv  $2a + b + 3a - 3b$  på en enklere måte.  
**6.65** Tegn en trekant der du kaller grunnlinja  $a$  og høyden  $h$ .  
 Lag en formel for arealet til trekanten.

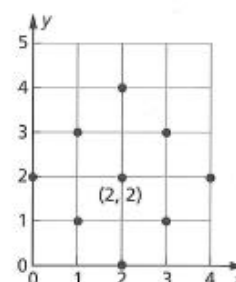


- 6.66** Skriv en regel som viser hvordan vi kan regne ut antall fyrstikker når vi vet nummeret til figuren.



Synes du dette var vanskelig? Gå til *Startpunkt 2*.  
 Synes du dette var greit? Gå til *Startpunkt 3*.

- 6.113** Figuren viser alle punktene vi kan komme til når vi går to rutelengder fra punktet (2, 2) langs rutenettet.
- Hva slags geometrisk figur danner punktene?
  - Hvor mange ruter er det på figuren?
  - Tegn et koordinatsystem og merk av alle punkter vi kan komme til når vi går tre rutelengder fra punktet (3, 3).
  - Hva slags figur danner punktene du tegnet i c?
  - Hvor mange ruter er det på denne figuren?
  - Undersøk videre og lag en regel.



- 6.114**
- Se på figuren.  
Lag en oversikt over antall sekskanter i første ring, andre ring osv.
  - Hvor mange sekskanter er det i fjerde ring?
  - Hvilken ring er det 60 sekskanter i?
  - Forklar hvordan vi finner antall sekskanter når vi vet nummeret på ringen.
  - Lag en formel for antall sekskanter i ring nr.  $n$ .
  - Bruk formelen og finn ut hvor mange sekskanter det er i den ellevte ringen.



- 6.115** For to Daim og tre Melkesjokolade betaler du 52 kr.  
For tre Daim og fem Melkesjokolade betaler du 84 kr.  
Hvor mye koster en Daim og en Melkesjokolade?
- 6.116** På bondegården er det 20 dyr til sammen.  
Det er både høner og katter. Dyra har 56 bein til sammen.  
Hvor mange katter og hvor mange høner er det?
- 6.117** Husker du matematikkspråket?  
Bruk tallene til høyre.
- Skriv oddetallene.
  - Skriv partallene.
  - Hvilke primtall er også oddetall?
  - Lag et multiplikasjonsstykke av et partall og et primtall. Regn ut.

2, 5, 8, 11, 37, 44, 51, 56, 100

## Prisgrupper og formler

### EKSEMPEL

En kiosk selger solbriller i tre prisgrupper:

A	B	C
79 kr	98 kr	159 kr

Første dag i påskeferien blir det solgt

- 2 briller i prisgruppe A
- 4 briller i prisgruppe B
- 5 briller i prisgruppe C

Hvor mye selger de briller for den dagen?  $S$  betyr «selger for».

$$S = 2 \cdot A + 4 \cdot B + 5 \cdot C$$

Vi setter inn verdiene for  $A$ ,  $B$  og  $C$  og får

$$S = 2 \cdot 79 \text{ kr} + 4 \cdot 98 \text{ kr} + 5 \cdot 159 \text{ kr} = \underline{\hspace{2cm}}$$



**6.84** Se på eksemplet.

- Hvor mye selger de briller for?
- Neste dag selger de tre par briller i prisgruppe A, ett par i prisgruppe B og ett par i prisgruppe C. Hvilken formel viser hvor mye de selger for?
- Sett inn verdiene for  $A$ ,  $B$  og  $C$  og regn ut hvor mye de selger for den dagen.

$$\begin{aligned} S &= 3 + 1 + 1 \\ S &= 3 \cdot A + 1 + 1 \\ S &= 3 \cdot A + B + C \end{aligned}$$

**6.85** Familien Hansen kjøper to par briller i prisklasse A og to par i prisklasse C. Familien Fraser kjøper tre i B og ett i C. Familien Ibrahim kjøper to i A og tre i B. Hvilken formel viser hvor mye det selges for?

$$\begin{aligned} S &= 2 + 2 + 3 + 1 + 2 + 3 \\ S &= 4A + 6B + 3C \\ S &= 2A + 3B + 2C \end{aligned}$$

**6.86** Du har uttrykket  $5 \cdot a + 3 \cdot b$ .

- Regn ut verdien av uttrykket når  $a = 3$  og  $b = 8$ .
- Lag en tekstoppgave til uttrykket.
- Tegn en figur med omkrets som passer til uttrykket.

2A BETYR  $2 \cdot A$ .



SAMMENHENGEF

**6.30** Finn figur og formel som hører sammen:



- 1  $A = 2c \cdot c$       2  $A = c \cdot c$       3  $O = 4c$       4  $O = 6c$

**6.31** Omkretsen til en figur er  $9s$ .  
Finn omkretsen når  $s = 4,5$  cm.

**6.32** Omkretsen til et rektangel er  $4a + 2b$ .  
Finn omkretsen når  $a = 3$  cm og  $b = 5,5$  cm.

**6.33** Finn verdien av  $8c$  når

- a  $c = 3$       b  $c = 4,5$       c  $c = 6,5$

**6.34** Finn verdien av  $5d$  når

- a  $d = 8$       b  $d = 6,5$       c  $d = 7,5$

**6.35** Finn verdien av  $2A + 3B$  når

- a  $A = 8$  og  $B = 10$   
b  $A = 10$  og  $B = 12$   
c  $A = 12,50$  og  $B = 16$

**6.36** Finn verdien av uttrykkene når  $A = 12$ ,  $B = 9$  og  $C = 6$ :

- a  $2A + 4B - 3C$       b  $5B - A + 3C$       c  $4A - 2B + 3C$

**6.37** Kan du svare Emil på spørsmålet hans?

9s ER DET SAMME  
SOM 9 GANGER s.



HVA ER VITSEN MED  
DISSE BOKSTAVENE?



## Formler og mønster

- 6.77** Formelen til høyre viser sammenhengen mellom alder og anbefalt trening. Regn ut hvor lang treningstur du bør ta.

$$\text{lengde i km} = 2,5 + 0,5 \cdot \text{alder}$$

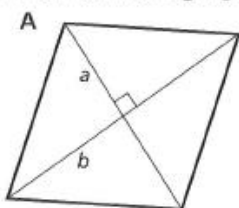
- 6.78** Siri er 15 år og løper vanligvis en tur på 13 km. Sett inn alderen i formelen og regn ut anbefalt turlengde. Sammenlikn Siris tur og det du regnet ut.

- 6.79** Formlene viser anbefalt rammehøyde og setehøyde i centimeter på sykler. Daniel er 167 cm høy og har beinlengde 78 cm. Moren er 175 cm høy og har beinlengde 84 cm. Regn ut rammehøyden og setehøyden på syklene til Daniel og moren hans.

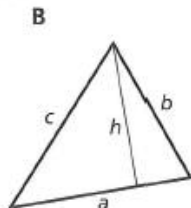
$$\begin{aligned} \text{rammehøyde} &= \\ &\text{beinlengde} \cdot 0,66 + 2 \\ \text{setehøyde} &= \text{beinlengde} \cdot 1,08 \end{aligned}$$

- 6.80** Maren har fått sykkel med rammehøyde 50 cm. Hun har beinlengden 80 cm. Er sykkelen i riktig størrelse? Begrunn svaret ditt.

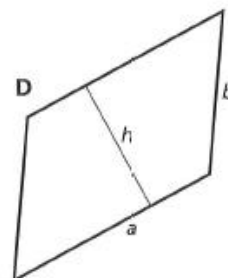
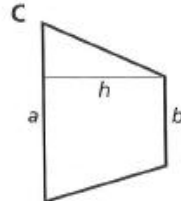
- 6.81** Finn formel og figur som hører sammen:



- 1  $A = a \cdot b : 2$   
2  $A = (a + b) \cdot h : 2$   
3  $A = a \cdot h : 2$



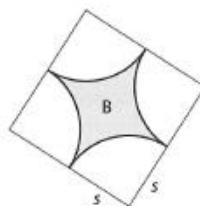
- 4  $A = a \cdot h$   
5  $O = 2a + 2b$   
6  $O = a + b + c$



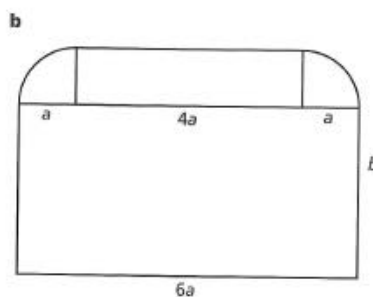
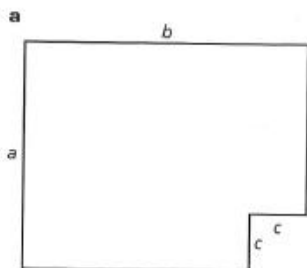
- 6.82** Regn ut verdien av

- a  $3 \cdot a - 5 \cdot b$  når  $a = 3$  og  $b = 2$   
b  $8 - 2 \cdot a$  når  $a = 4$   
c  $(5 - b) \cdot 3$  når  $b = 1$

6.83 Finn en formel for arealet til B.



6.84 Lag en formel for arealene til figurene:



6.85 Skriv et uttrykk som er

- a fire mer enn  $x$
- b tre mer enn det dobbelte av  $a$
- c det dobbelte av  $y$
- d halvparten av  $b$

6.86 Kan du svare Daniel?



6.87 Finn uttrykket som passer til teksten:

- a to mindre enn et tall
- b halvparten av tallet
- c to mer enn et tall
- d en mer enn fem ganger tallet

$5a + 1$	$b - 2$	$2 - a$
$a + 2$	$2 : a$	$b : 2$

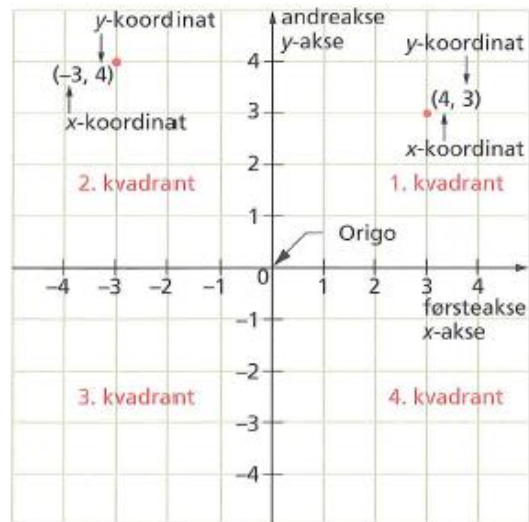


## Koordinatsystemet og koordinater

Aksene i et koordinatsystem er to tallinjer som står vinkelrett på hverandre.

Tar vi med de negative tallene på aksene, vil koordinatsystemet dele flata i fire områder.

De fire områdene blir kalt kvadranter.



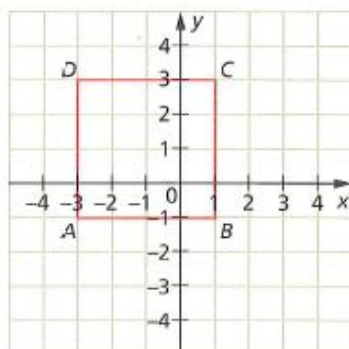
**3.195** Hvilken kvadrant ligger punktene i?

- |           |            |           |
|-----------|------------|-----------|
| a (-1, 4) | c (2, 2)   | e (3, -2) |
| b (4, 4)  | d (-1, -3) | f (-8, 6) |

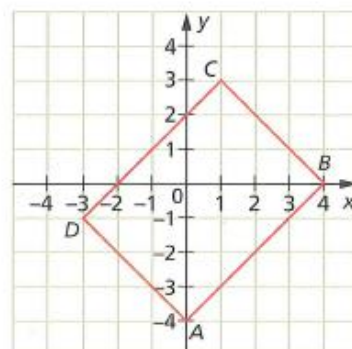
**3.196 a** Hvilke koordinater har hjørnene til figurene på E og F?

**b** Hva slags figurer er det?

E

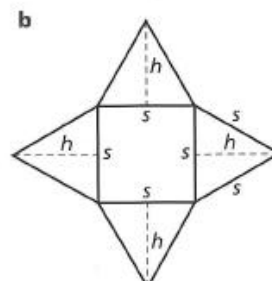
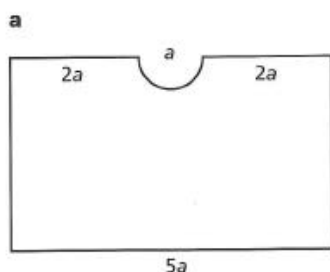


F



## Formler for areal og omkrets

**6.88** Lag en formel for arealet og omkretsen til figurene:



**6.89** Tegn en figur. Lag en formel for arealet til figuren.

**6.90 a** Et rektangel har lengden  $l$  og en bredde som er fire ganger så stor. Lag en formel for arealet og omkretsen til rektanlet.

**b** Et rektangel har lengden  $4a$  og en bredde som er halvparten av lengden. Lag en formel for arealet og omkretsen til rektanlet.

**6.91 a** Et kvadrat har sider  $s$ . Skriv en formel for arealet og omkretsen til kvadratet.

**b** Et annet kvadrat har sider som er dobbelt så lange som i **a**. Hvor lange er sidene?

**c** Lag en formel for arealet og omkretsen til kvadratet i **b**.

**d** Finn forholdet mellom arealene til kvadratene i **c** og **a**.

**e** Finn forholdet mellom omkretsene til kvadratene i **c** og **a**.

**6.92** Bokstavene står for lengden til linjestykker. Hvilke av uttrykkene kan vise

**a** arealet til en figur

**b** omkretsen til en figur

$2a + 3b$	$ab + bc$
$4s^2$	$\pi r : 3r$
$0,5 \cdot \pi r^2 + 2r \cdot 2r$	
	$(a + b) \cdot b$

**6.93** Gjør uttrykkene enklere, hvis det er mulig:

**a**  $4a + 3b + 8a - 2b$

**c**  $5x + 2y - 3x + 5y$

**e**  $2r^2 + r^2$

**b**  $3ab - ba$

**d**  $ab + a + b$

**f**  $4a + b - a - ab$

SAMMENHENG

## 8.5 KodeX 9A

**5.9** Trekk sammen.

a)  $5a + 2a$

c)  $6c + 2c$

e)  $3b + 6b + 2b$

b)  $3b + 3b$

d)  $4a + 2a + 3a$

f)  $7x + 2x + 4x$

**5.10** Trekk sammen.

a)  $4a + 2a + 3a$

c)  $6c + 7c + 5c$

e)  $y + 3y + 4y$

b)  $3b + 6b + 2b$

d)  $7x + 2x + 4x$

f)  $17z + 9z + 13z$

**5.11** Trekk sammen.

a)  $7x + 2x + 4x$

c)  $17z + 9z + 13z$

e)  $4b + 3b + 9b$

b)  $y + 3y + 4y$

d)  $6c + 7c + 5c$

f)  $18a + 7a + 11a$

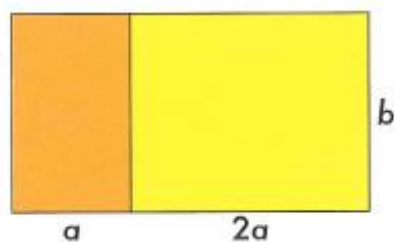


### EKSEMPEL

Omkretsen av dette rektangelet kan vi skrive som  $a + 2a + b + 2a + a + b$ .

Vi vet ikke hvilken verdi  $a$ -ene og  $b$ -ene har, men alle  $a$ -ene har lik verdi og alle  $b$ -ene har lik verdi.

Vi kan derfor trekke  $a$ -ene sammen med  $a$ -ene og  $b$ -ene sammen med  $b$ -ene.



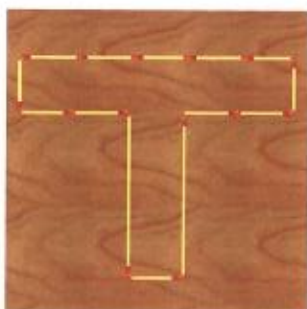
$$\begin{aligned} & a + 2a + b + 2a + a + b \\ &= a + a + a + b + a + a + a + b \\ &= a + a + a + a + a + a + b + b \\ &= \underline{6a + 2b} \end{aligned}$$

Omkretsen av rektangelet er  $6a + 2b$ .

Når vi trekker sammen et uttrykk som inneholder flere ledd med samme bokstav, kaller vi det å forenkle uttrykket.



## EKSEMPEL



En dag elevene kom inn i klasserommet, lå denne figuren på overheaden. "Beskriv omkretsen av figuren," sa læreren.

Mathilde beskrev figuren slik: "Omkretsen av figuren er en liten fyrstikk pluss en stor fyrstikk, så er det to små fyrstikker ved siden av hverandre igjen og en liten til oppover. Så er det fem små fyrstikker ved siden av hverandre, pluss en liten til nedover, så kommer to små bortover pluss en stor fyrstikk nedover."

Fabian beskrev omkretsen av figuren slik: "Omkretsen er 1 lf pluss 1 sf pluss 2 lf pluss 1 lf pluss 5 lf pluss 1 lf pluss 2 lf pluss 1 sf."

Marie kalte lengden til en liten fyrstikk  $a$  og lengden til en stor fyrstikk  $b$ , og beskrev omkretsen av figuren som  $12a + 2b$ .



5.3

Samarbeid med en medelev.

- Hvorfor tror du Mathilde beskrev figuren slik?
- Diskuter hva Fabian har gjort i eksemplet over.
- Diskuter hva Marie har gjort i eksemplet over.
- Hva er forskjellen på beskrivelsene til de tre elevene?



5.4

- I denne oppgaven skal du samarbeide med en medelev. Den ene beskriver omkretsen av figuren med ord, den andre skriver ned beskrivelsen ord for ord.



- Kan noen av ordene byttes ut med symboler eller tall? Bytt ut der det er mulig.
- Kan dere skrive uttrykket deres på en enklere måte? Vis og forklar.

## 5.53

Løs opp parentesene og trekk sammen.

- a)  $-(2a + 7b) - 4a + (3a - 4b)$   
 b)  $a - (5a + 3) - (2a + 7)$   
 c)  $8 - (6x + 2) - (6 - 4x) + x$   
 d)  $-4x + (2x - 4) - (-x + 4) + (2x + 10)$   
 e)  $5x - (2x + 7y) + (3x - 3y) - (6x - 5y) - (x - 4y) - 3y$   
 f)  $-(-4a + 5) + (-2a + 5) - (6a - 5) - 8 - (3a - 8)$   
 g)  $3a - (2a + 7) - (-5a - 5) - 2a + (a + 9) - (5a + 2)$   
 h)  $4a + (-2a + 3) - (-5a + 7) + (-8a - 9) - (2a - 6)$

## 5.54

Løs opp parentesene og trekk sammen.

- a)  $-(-4a + 5) + (-2a + 5) - (6a - 5) - 8 - (3a - 8)$   
 b)  $5x - (2x + 7y) + (3x - 3y) - (6x - 5y) - (x - 4y) - 3y$   
 c)  $3a - (2a + 7) - (-5a - 5) - 2a + (a + 9) - (5a + 2)$   
 d)  $4a + (-2a + 3) - (-5a + 7) + (-8a - 9) - (2a - 6)$   
 e)  $(5x - 4y) - (2x + 3y) - (-8x + 9y) - 4x - (2x - 5y)$   
 f)  $6x + (-3y - 4x) - (-2x + 3y) + 8x - (3x - 6y) - (x + y)$   
 g)  $(2x - 4y) - (2x + 3y) - (-6y - 8x) - 5x - (-3y + 2x)$   
 h)  $-(-2a + b) + 8b - (3a - 6b) - (2a + 4b) + 3a + (-3b - 4a)$

## 5.55

- Tenk på et tall som er større enn 0.
- Adder tallet med 2.
- Multipliser summen med 2.
- Subtraher 2 fra produktet.
- Divider differansen med 2.
- Hvilket tall har du nå?

Det siste svaret er 1 mer enn det opprinnelige tallet.

- a) Finn ut om dette er tilfellet for alle tall.  
 b) Er det mulig å finne et system? Forklar.



## 8.6 Faktor 1 Læreren bok:

Det er viktig å holde fast ved at  $x$  er en størrelse som *varierer*. Ved å sette inn forskjellige verdier for  $x$ , får vi forskjellige «resultater».

•

Den franske matematikeren Francois Viète (1540–1603) var den første som brukte bokstavsymboler for ukjente størrelser.

### Sette tall inn i uttrykk



**Hva menes med uttrykket  $20x$ ?**

I formler eller uttrykk som inneholder en variabel, kan vi sette inn ulike tall for variabelen og regne ut.

En bagett koster 20 kr. Uttrykket  $20x$  forteller da hvor mange kroner det koster å kjøpe  $x$  bagetter.

3 bagetter koster  $20 \text{ kr} \cdot 3 = 60 \text{ kr}$   
5 bagetter koster  $20 \text{ kr} \cdot 5 = 100 \text{ kr}$



Overgangen fra regning med talluttrykk til regning med variabler representerer en stor overgang til et helt annet abstraksjonsnivå. Det er derfor viktig å arbeide bevisst med å se sammenhengen mellom tallregning og regning med variabler. Det er det vi prøver å vise her, og det kan være lurt å supplere med flere eksempler. Det er ellers mange problemer forbundet med algebra og bruk av variabler, for eksempel:

$5x$  betyr  $5 \cdot x$

$a \frac{b}{c}$  betyr  $a \cdot \frac{b}{c}$ , mens

$2 \frac{1}{2}$  betyr  $2 + \frac{1}{2}$

Dessuten er det slik at når vi sier at  $x$  varierer, så vil vi seinere se at en bokstav (for eksempel  $a$ ) står for et tall som er *konstant*.

## Regning med bokstavuttrykk

?



Hvordan kan vi regne med variabler?

Regnereglene for tall gjelder også for regning med variabler. Vi kan bruke forskjellige bokstaver som symboler for tall, for eksempel  $x$ ,  $y$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $n$  og  $m$ .

Vi pleier å øyefø multiplikasjonstegnet mellom tall og variabler.



Vi vet at

$$5 + 5 + 5 = 3 \cdot 5$$

På samme måten er

$$\begin{aligned} a + a + a &= 3 \cdot a = 3a \\ x + x + x + x &= 4 \cdot x = 4x \end{aligned}$$

Ved addisjon eller subtraksjon av flere variabler går vi fram på denne måten:

$$3a + 4a = \underbrace{a + a + a}_{3a} + \underbrace{a + a + a + a}_{4a} = 7a$$

Vi legger sammen tallene og beholder variabelen.

---

---

---

---

104

104

*Masteroppgaven er gjennomført som ledd i utdanningen ved Universitetet i Agder og er godkjent som del av denne utdanningen. Denne godkjenningen innebærer ikke at universitetet inntår for de metoder som er anvendt og de konklusjoner som er trukket.*

Universitetet i Agder, 2013

Fakultet for teknologi og realfag

Institutt for matematiske fag

104