

Utvikling av inquirybasert matematikkundervisning

En kasusstudie av læreres tolkning og bruk av en inquiryinspirert læringsfilosofi formidlet gjennom longitudinelt utviklingsprosjekt.

Madeleine Haugene

Veiledere

Ingvald Erfjord

Per Sigurd Hundeland

Masteroppgaven er gjennomført som ledd i utdanningen ved Universitetet i Agder og er godkjent som del av denne utdanningen. Denne godkjenningen innebærer ikke at universitetet inntår for de metoder som er anvendt og de konklusjoner som er trukket.

Universitetet i Agder, 2012
Fakultet for teknologi og realfag
Institutt for matematiske fag

Forord

Fem år med studier ved Universitetet i Agder er nå plutselig over med ferdigstillelsen av denne oppgaven. Det har vært en spennende og lærerik tid, og dette siste halvåret med masteroppgavearbeid har markert en fin og inspirerende avrunding av det hele. Neste steg er å få kjenne lærerrollen på kroppen, og videreutvikle den kunnskapen og de ideene jeg gjennom disse årene, og kanskje spesielt det siste halvåret, har blitt kjent med.

Jeg vil først og fremst rette en stor takk til lærerne ”Heidi,” ”Rikard,” ”Hildur” og ”Frank,” som frivillig stilte opp i denne studien, og som fra første stund har møtt meg med positivitet. De har vært til stor inspirasjon, og bidratt til at mitt syn på en utforskningsbasert undervisning i stor grad har utviklet seg.

Videre vil jeg takke mine medstudenter. Vi har det siste året ikke vært mange igjen på vårt ”masterrom,” men vi som har vært der har holdt sammen gjennom noen lange måneder. Takk for støtte og hjelp gjennom hele prosessen.

Også mine venner, familie og kjæreste fortjener en takk i denne anledning. Uansett hvor i vårt langstrakte land de har befunnet seg i denne tiden, har de støttet opp og hjulpet meg med å koble av fra de mange tankene som stadig svirrer rundt i hodet når en holder på med en slik studie.

Sist, men ikke minst, vil jeg rette en stor takk til mine veiledere, førsteamanuensis Ingvald Erfjord og førsteamanuensis Per Sigurd Hundeland, for god oppfølging og konstruktive, støttende samtaler i alle deler av arbeidsprosessen.

Kristiansand, 25. mai 2012
Madeleine Haugene

Sammendrag

Utviklingsprosjektet LBM – Lær Bedre Matematikk – fant sted ved skoler og barnehager i Vest-Agder i perioden fra 2007 til 2010. To år etter prosjektets slutt undersøker jeg fire tidligere deltakeres undervisningspraksis og oppfatninger om læring og undervisning av matematikk, og jeg er her spesielt opptatt av hvordan disse tolker og implementerer en *inquiryinspirert* læringsfilosofi. Det vil si en undervisning der elevene er aktive og sammen undrer seg og utforsker matematikk, samtidig som det også handler om lærernes egen profesjonelle utvikling gjennom undring, utforskning og fellesskap med andre. Hensikten er ikke å evaluere utviklingsprosjektet eller lærernes evne til å ta i bruk inquiry. Gjennom observasjon av inquiryinspirert undervisning, innsamling av undervisningsmateriell, og semi-strukturerte intervjuer, har jeg derimot forsøkt å få et innblikk i hvordan lærerne tolker ideene de har blitt kjent med gjennom prosjektet, i hvilken grad de ser slike nyttige, og hvordan de i sin hverdag ser muligheter for å ta dem i bruk. Studiens forskningsspørsmål er dermed ”*På hvilke måter tolker og tar lærere i bruk en inquiryinspirert læringsfilosofi formidlet gjennom et longitudinelt utviklingsprosjekt?*”

Det funnet som i mine øyne utpeker seg mest i studien, er at lærerne tar i bruk en inquiryinspirert undervisning på ganske ulike måter. Dette viser seg blant annet i valg av arbeidsmetoder, omfang av oppgaver eller aktiviteter, grad av variasjon og differensiering. Ulikheter viser seg også i hvordan lærerne fokuserer på utvikling av egen undervisning, og hvordan de uttrykker tanker om denne studien som en ”vinn-vinn situasjon” der de selv har utbytte av å diskutere sin undervisning med andre. Likevel er det her også et fellestrekk i hvordan lærerne forteller om samarbeid med kollegaer, både organisert og mer uformelt, inkludert en deling av undervisningsopplegg.

Et annet funn jeg trekker fram er at alle lærerne utviser en *holdning* i samsvar med ideer bak en inquiryinspirert læringsfilosofi. Dette er tilfelle selv om det tilsynelatende er forskjeller i hvordan lærerne selv ser inquiry som en *generell* tilnærming til sin undervisning. Denne holdningen handler blant annet om et felles fokus på forståelse for matematikk, *aktive* elever som *forklarer og begrunner* sin tankegang, samt en *spørrende* tone. Alle tar de til tider i bruk mer tradisjonelle metoder, slik som tavleundervisning, pugg og drill, og tidvis har de alle en tilbøyelighet til å forklare og illustrere, istedenfor å gi elevene mulighet til å selv finne ut av ting. Likevel er det tydelig at når lærerne tar i bruk mer tradisjonelle metoder i undervisningen, er også disse mer eller mindre preget av en undrende og utforskende holdning.

Et siste funn som får oppmerksomhet, er lærernes bruk av lukkede eller delvis åpne oppgaver som i stor grad leder elevene i én bestemt retning, og jeg diskuterer også mulige forklaringer på en slik oppgavebruk. Kanskje er det en blanding av ulike faktorer, slik som elever, pensum, eksamen, tid til planlegging, samt oppgavens hensikt, som er avgjørende for lærernes utforming av oppgaver eller aktiviteter.

Alt i alt tyder funn fra studien på at lærerne i stor grad innehar oppfatninger og utfører en undervisningspraksis i tråd med ideer fra utviklingsprosjektet de for to år siden var deltakende i. Jeg ønsker i denne studien å være forsiktig med å påstå *endringer* som resultat av prosjektet, men framsetter likevel en hypotese om at en del av lærernes oppfatninger og praksis er resultater av prosjektets utforming. Jeg ser det slik at ideene har blitt bearbeidet og gjort til lærernes egne, og at dette har resultert i noe som ser ut til å være til dels ulike, særegne tolkninger og praksis.

Abstract

The development project LBM – Learning Better Mathematics – took place in schools and kindergartens in Vest-Agder from 2007 to 2010. Two years after its end, I investigate the practice and the beliefs about learning and teaching of mathematics of four former participants, and I'm particularly interested in how these teachers interpret and implement an *inquiry inspired* learning philosophy. This means, instruction where the students are active and explore mathematics together, but it's also about the teachers own professional development through exploration and community with others. The intention is not to evaluate the project or the teachers' abilities to use inquiry. Through observation of inquiry-based instruction, collection of teaching material, and semi-structured interviews, I have tried to get an insight into the way the teachers interpret the ideas they got to know through the project, to what extent they see them useful, and what kind of possibilities they see for using them. Then the problem statement of this study is: "*In what ways do teachers interpret and use an inquiry inspired learning philosophy communicated through a longitudinal development project?*"

In my eyes, the finding that stands out the most is that the teachers use inquiry in quite different ways. This is visible in their choice of working methods, extent of tasks or activities, variation and differentiation. Besides, there are also differences in the way the teachers focus on their own professional development, and how they express thoughts about this study as a "win-win situation" where they benefit from discussing their instruction with others. Nevertheless, there are common features in how the teachers talk about cooperation with colleagues, both organized and more informal, including sharing of ideas for instruction.

Another finding I point out is that all the teachers show an *attitude* in accordance with ideas behind an inquiry inspired learning philosophy. This is the case even if there apparently are differences in the way the teachers see inquiry as a *general* approach to their teaching. This attitude includes a common focus on the *understanding* of mathematics, students who are *active* and *explain and give proof* for their way of thinking, and an *inquiring* tone. At times they all use more traditional methods, like instruction from the board, learning by heart, and practicing on tasks, and at times they all have a disposition to explain and illustrate, instead of giving the students a possibility to find out something by themselves. Nevertheless, even when they use these more traditional methods, it's clear that also these are characterized by a more or less explorative attitude.

The last finding I give attention is the teachers' use of closed or partly open tasks that to a great extent lead the students in one certain direction, and I also discuss different explanations for such a use. Maybe a combination of different factors, such as students, curriculum, the exam, time for planning, and the purpose of the tasks, is crucial in the teachers' choices for design of tasks or activities.

Altogether, my findings implies that the teachers to a great extent hold beliefs and carry out a practice in line with ideas from the development project they took part in two years ago. I'm careful about claiming changes as results of the project, but I still propose a hypothesis that a part of the teachers beliefs and practice are results of the project's design. It looks like the teachers have processed and adapted the ideas, and made them their own, and this has resulted in apparently quite different interpretations and practices.

Innhold

1. Innledning.....	1
1.1 Bakgrunn for oppgaven	1
1.2 Forskningsspørsmål	2
2. Tidligere forskning	3
2.1 Læreres oppfatninger om matematikk, læring og undervisning av matematikk	3
2.2 Læreres oppfatninger om utforskende matematikkundervisning	3
2.3 Resultater fra andre utviklingsprosjekter.....	5
3. Teoretiske perspektiver	7
3.1 Oppfatninger.....	7
3.2 Inquiry	8
3.2.1 Begrepet inquiry.....	8
3.2.2 Inquiry i en konstruktivistisk- og sosiokulturell læringstradisjon	9
3.2.3 Inquiry i læring og undervisning av matematikk.....	10
4. Metode.....	15
4.1 Forarbeid.....	15
4.1.1 Utvalg og førstegangskontakt	15
4.1.2 Informasjonsmøter	15
4.2 Datainnsamling	16
4.2.1 Observasjon av undervisning og innsamling av undervisningsmateriell.....	16
4.2.2 Kvalitative intervjuer	17
4.3 Behandling av innsamlede data	18
4.3.1 Kvalitative intervjuer	18
4.3.2 Observert undervisning og innsamlet undervisningsmateriell.....	20
4.4 Etiske forhold	22
5. Presentasjon og analyse av innsamlede data	23
5.1 Heidi	23
5.2 Rikard	33
5.3 Hildur.....	41
5.4 Frank	51
6. Diskusjon.....	59
7. Konklusjon	67
8. Refleksjoner over eget arbeid.....	69
9. Litteraturliste	71
Oversikt over vedlegg	73

1. Innledning

1.1 Bakgrunn for oppgaven

Matematikkdidaktikkmiljøet ved Universitetet i Agder gjennomførte i perioden 2004-2010 flere store forskningsprosjekter. KUL-prosjektene *Læringsfellesskap i matematikk* (LCM) og *IKT i matematikkopplæringen* (ICTML) fant sted i perioden 2004-2007. *Bedre matematikkundervisning* (TBM) fortsatte, i samarbeid med utviklingsprosjektet *Lær bedre matematikk* (LBM) ved skoler og barnehager i Vest-Agder, i perioden 2007- 2010.

Både KUL- og LBM/TBM prosjektene hadde fokus på å utvikle en undervisning preget av *inquiry*, det vil si en undervisning der elevene er aktive, arbeider sammen, undrer seg over matematiske spørsmål, og utforsker matematikk. En slik tilnærming til faget kan bidra til å utvikle det skapende mennesket som Kunnskapsløftet beskriver som et menneske med evnen til å ”oppnå nye løsninger på praktiske problemer ved uprøvde grep og framgangsmåter, ved å spore opp nye sammenhenger gjennom tenkning og forskning...”¹ I tillegg kan en utforskende tilnærming til matematikken bidra til å utvikle den kritiske sansen som også er et viktig moment i Kunnskapsløftet: For ikke å bli lurt av seg selv eller andre, er det viktig å trene opp evnen til undring, til å stille nye spørsmål, til å finne mulige forklaringer på det en har observert, samt evnen til å kontrollere om forklaringene holder.² Deltakerne i prosjektene søkte i fellesskap, og med et kritisk blikk på eksisterende praksis, etter kunnskap om hvordan elever kan arbeide med utforskningsbaserte oppgaver (Jaworski, 2010), og samarbeidet var her organisert i henhold til en *samlæringsavtale*. Det vil si at både læreres, førskolelæreres og didaktikers ekspertise ble trukket inn i samarbeidet (Jaworski, 2007). Begrepet *didaktikere* vil i denne sammenhengen si ansatte ved universitetet, inkludert stipendiater. Disse arrangerte verksteder ved universitetet tre ganger hvert semester, og Berg (2011) beskriver hvordan dette vanligvis foregikk: Først hadde lærerne mulighet til å dele refleksjoner fra forrige verksted og erfaringer fra implementering av oppgaver i egen undervisning, med resten av deltakerne. Dette ble fulgt opp med presentasjon av et matematisk tema i plenum, som regel presentert av en didaktiker, og deretter foregikk det arbeid med matematiske eller didaktiske oppgaver i grupper. Til slutt møttes alle gruppene og presenterte løsninger for hverandre. Et mål med gruppearbeidet var at lærere og didaktikere skulle arbeide sammen og diskutere implementering av *inquiry*baserte oppgaver. De diskuterte ulike løsninger, generaliseringer og beslektede problemer, og lærerne kunne dermed få økt innsikt i hvordan de selv arbeider med matematikk, erfaringer som igjen kunne gjøre det enklere å legge til rette for samarbeid om problemløsning i egen undervisning (Borgersen & Bjuland, 2007). Minst tre lærere fra hver deltakerskole deltok i prosjektene, og det var i etterkant av et verksted forventet at lærerteamene på skolene samarbeidet om å utvikle aktiviteter ut ifra prosjektene ideer. Lærerne ble oppmuntret til å invitere didaktikere med når de implementerte oppgaver fra et verksted eller skoleteam i egen undervisning, slik at de i etterkant kunne diskutere undervisningen med disse (Jaworski, 2010).

¹ Utdanningsdirektoratet. *Generell del av læreplanen*, lastet ned 23.01.12 fra http://www.udir.no/upload/larerplaner/generell_del/generell_del_lareplanen_bm.pdf

² Utdanningsdirektoratet. *Generell del av læreplanen*, lastet ned 23.01.12 fra http://www.udir.no/upload/larerplaner/generell_del/generell_del_lareplanen_bm.pdf

1.2 Forskningsspørsmål

Mange spørsmål kan stilles i forbindelse med effekten av slike utviklingsprosjekter, både på kort og lang sikt. Mot slutten av LBM-prosjektet gjennomførte Fuglestad (2010b) undersøkelser rundt deltakeres bruk av en inquirybasert undervisning og deres oppfatninger om egen utvikling. Hun kunne rapportere om lærere som selv mente de hadde oppnådd større bevissthet om egen undervisning, samtidig som de hadde utviklet en lavere terskel for å diskutere med kollegaer, stille spørsmål og ta opp nye tilnæringsmåter i undervisningen. I motsetning til Fuglestad (op.cit), som rapporterte fra LBM mens prosjektet fortsatt pågikk, tar jeg i min studie for meg tidligere deltakere, deres praksis og deres oppfatninger om inquiry og LBM, nesten to år etter prosjektets slutt. Lærere eller førskolelærere fra fire barnehager, seks barne- og ungdomsskoler og tre videregående skoler var involvert i LBM, og fire av disse lærerne er nå deltakere i min studie. De har ikke lenger det samme presset fra universitetet som de hadde mens prosjektet pågikk, og fokuset på utvikling kan ha endret seg. Hensikten med denne studien er dermed ikke å evaluere prosjektet eller lærernes evne til å ta i bruk en utforskningsbasert undervisning. Målet er å få innblikk i hvordan lærerne tolker og tar i bruk de ideene de har blitt kjent med gjennom prosjektet, ideer som muligens følte høytstående og lite håndfaste da de ble introdusert for dem. Om de i det hele tatt tar slike ideer i bruk, og hvordan de eventuelt implementerer disse i sin egen undervisning, innenfor de rammene de der må forholde seg til, er sentrale elementer når jeg ønsker å besvare forskningsspørsmålet: *På hvilke måter tolker og tar lærere i bruk en inquiryinspirert læringsfilosofi formidlet gjennom et longitudinelt utviklingsprosjekt?*

2. Tidligere forskning

2.1 Læreres oppfatninger om matematikk, læring og undervisning av matematikk

For å få en dypere innsikt i hvordan lærerne tolker og tar i bruk en inquiryinspirert læringsfilosofi, undersøker jeg blant annet hva disse oppfatter som viktige elementer i matematikkundervisningen, hvordan de forholder seg til oppgaver, problemløsning, lærebøker og eksamen, hva slags rollefordeling de legger opp til i klasserommet, og hva de oppfatter som viktige rammefaktorer i sin arbeidshverdag.

Mellin-Olsen (1991) har undersøkt læreres oppfatninger om undervisning av matematikk, og han peker på *oppgavens* sentrale rolle. Eksamen er en viktig drivkraft, og lærerne ser på pensum som en definert størrelse som elevene ”skal gjennom.” Læring relateres i stor grad til hvor mange oppgaver som regnes, og det blir lite tid til refleksjon og diskusjon for elevene. Mellin-Olsen (op.cit) hevder at dette må sees innen de rammene lærerne arbeider innenfor, og ifølge Alrø og Skovsmose (2002) har et slikt oppgaveparadigme dype røtter, slik at det enkelt kan forstyrre læreres implementering av en utforskningsbasert undervisning. Hundeland (2011) presenterer funn som står i tråd med Mellin-Olsens (op.cit), samtidig som han også ser at lærerne har evne til å eksperimentere med nye undervisningsmetoder. Han knytter, i likhet med Mellin-Olsen (op.cit), sine funn opp mot en sterk institusjonell innflytelse, bl.a. skolens måleverktøy, læreplan, krav til dokumentering, og en begrenset tidsressurs. I tillegg støtter Hundelands (op.cit) funn opp om tanker Lloyd (2003) og Maass (2009) gjør seg om at lærere underviser slik de selv likte å bli undervist i sin egen skolegang.

Når det gjelder problemløsning viser ulike oppfatninger seg gjeldende hos lærere. Dette kan være oppfatninger om at det er løsningen på et problem, og ikke selve problemløsningsprosessen, som er det viktigste. Hvert problem er da knyttet til en bestemt prosedyre som man må kjenne til og huske for å finne denne løsningen (Pehkonen, 2003). I motsetning til dette kan en lærer ha oppfatninger om at matematikken må gi mening for elevene og bygge på prosessene spesialisering, generalisering, antakelse og overbevisning, oppfatninger som i større grad står i tråd med en utforskningsbasert undervisning (Goos, 2004). Dette henger igjen sammen med oppfatninger om at matematikk handler om å sette sammen ideer og skape mening, i tråd med et *konstruktivistisk* læringsyn. Elevers læring er da uforutsigbar, og læreren har ansvar for å engasjere elevene i læringsaktivitet og på en aktiv måte forenkle og veilede elevenes konstruksjon av matematisk kunnskap (Beswick, 2007). Beswicks (op.cit) studie illustrerer at det å undervise etter konstruktivistiske prinsipper ikke handler om å ta i bruk bestemte metoder eller undervisningsmateriell. Det kan gjøres på mange måter, og det handler mer om å forstå og handle i tråd med de prinsippene som et konstruktivistisk læringsyn bygger på.

2.2 Læreres oppfatninger om utforskende matematikkundervisning

Utforskningsbasert læring og undervisning har vært tema for mye matematikdidaktisk forskning, men likevel er denne kunnskapen ved mange skoler lite praktisert og utviklet (Botten-Verboven, 2010). Way (2008) trekker fram både elevers og læreres mangel på kjennskap med arbeidsmåten som årsaker til at lærere ofte blir skuffet når de bruker utforskende aktiviteter i matematikkundervisningen. Han understreker at lærerne må lære seg å stille spørsmål som støtter og stimulerer elevene, uten å ta fra dem ansvaret for

problemløsning. I tillegg må de, ifølge Lloyd (2003), innse at en løsning burde vurderes i forhold til i hvilken grad den virker og gir mening, ikke i forhold til deres egen eller lærebokas oppfatning av ett riktig svar.

I tillegg til manglende kjennskap til utforskningsbasert undervisning, er manglende tid og ressurser andre hindrende faktorer for å oppta en slik, og i forbindelse med LBM har spesielt lærere fra videregående skole, samtidig som de er positive til idèene bak inquiry, også vært noe kritiske på grunn av disse faktorene (Carlsen & Fuglestad, 2010). I tillegg spiller lærernes behov for kontroll en viktig rolle. Hundeland (2011) opplever at lærere liker å ha oversikt over hva som skjer i klasserommet, og mulighet til å kontrollere elevenes læring. Samtidig hevder Lampert at undervisning basert på problemløsning og undersøkelser ”*are more like messy conversations than like synoptic presentations of conclusions*” (Lampert, 1992, s.307), noe som utfordrer lærernes kontrollbehov. Hvis de derimot klarer å løse litt på kontrollen, kan dette, ifølge Askew (2012), føre til positive opplevelser. Han sammenlikner undervisning med et improvisasjonsdrama der læreren har et mål for timen og setter en scene utifra dette, og der elevene er skuespillere uten noe forhåndsbestemt manuskript. Elevene former skuespillet, og dette kan føre i ikke-planlagte retninger. Ved å stole på at det som utspiller seg i klasserommet vil føre til noe, vil det vanligvis dukke opp noe verdifullt (Askew, op.cit).

I tillegg til å løse på kontrollen for å skape et mer utforskende klasserom, kan en som lærer også gjøre noe med sin egen tilbøyelighet til å gi forklaringer. I følge tidligere deltakere i LBM, må fokuset på å stille gode spørsmål med utgangspunkt i elevenes forståelse være større enn lærerens behov for å forklare (Larsen, Skagestad, & Torkildsen, 2010). Disse tar til ordet for bruk av ”*hvorfor*”- spørsmål som setter i gang en naturlig diskusjon om ulike strategier og løsninger, og som har til hensikt å integrere alle elevene i undervisningen og bidra til at elevene blir mer selvstendige i sin problemløsning. Van Tassell (2001) retter derimot oppmerksomhet mot elevens egne spørsmål. De skriver ned spørsmål, i tillegg til hva de allerede vet, og i fellesskap prøver hun og elevene å finne svar på spørsmålene gjennom utforskning. Van Tassell beskriver en endring i sin rolle fra å være en lærer ”*who knows already*” til en lærer ”*who is wondering along with the students*” (Van Tassell, 2001, s.49).

Lærere filtrerer det de lærer gjennom eksisterende oppfatninger, og forskere hevder at dette kan være en av årsakene til at mange prosjekter med mål om å utvikle en utforskningsbasert undervisning, har hatt liten effekt (Stipek, Givvin, Salmon, & MacGyvers, 2001). Cohen og Ball (1990) har observert lærere som assimilerer ny praksis inn i sine gamle oppfatninger slik at ”*new wine was poured, but only into old bottles*” (Cohen & Ball, 1990, s.334). De understreker at det å endre undervisning ikke er det samme som å skifte sokker, og at lærere og elever ikke kan overse hvordan de er vant med å gjøre ting når noe nytt skal innføres. Også Hundeland (2011) opplever at lærere, til tross for å ha deltatt i utviklingsprosjekt med vekt på utforskningsbasert tilnærming til undervisning, ikke fullt ut opptar en slik undervisning i praksis. Lærerne skiller mellom sin *utforskningsbaserte* og sin *vanlige* undervisning, og han får dermed inntrykk av at lærerne ser på utforskningsbasert undervisning som en metode, ikke som en tilnærming til all undervisning. Inquiry blir på denne måten kun et ”krydder,” en motivasjonsfaktor, i undervisningen (Hundeland, op.cit). Også i forbindelse med *differensiering* ser Hundeland (op.cit) at en del av lærerne ikke benytter seg fullt ut av mulighetene som ligger i utforskningsbaserte aktiviteter. Han observerer bruk av utforskningsbaserte opplegg der alle elevene skal gjennom de samme tankeprosessene i den hensikt å nå de samme bestemte læringsmålene. Dette er tydelig i en aktivitet der elevene arbeider med oppgavekort som guider dem framover mot ønskede oppdagelser (figur 3).

Ovenfor vises det blant annet til studier utført av didaktikere i forbindelse med LCM eller LBM (Hundeland, 2011; Carlsen og Fuglestad, 2010), og rapporter fra lærere som deltar i ulike utviklingsprosjekter om hvordan de opplever å implementere utforskningsbasert undervisning i eget klasserom (Larsen, Skagestad, & Torkildsen, 2010; Van Tassell, 2001). Disse studiene og rapportene er i stor grad gjennomført underveis eller mot slutten av prosjektperiodene, samtidig som mitt eget studie gjennomføres to år etter prosjektslutt. De gir likevel en innsikt i hvilke faktorer som påvirker lærere i deres arbeid, hvorfor det kan være vanskelig å endre oppfatninger og praksis, og hvilke muligheter lærerne selv ser i forbindelse med å gjøre matematikkundervisningen mer elevsentrert og utforskende.

2.3 Resultater fra andre utviklingsprosjekter

Det har vært mye interesse rundt forskningsresultaters relevans for lærere og deres praksis (Boaler, 2008). Hargreaves (1996, i Boaler, 2008) hevder at en del forskning ikke føles relevant for lærere, og foreslår samtidig at undervisning i seg selv burde være en forskningsbasert praksis, slik som i Kina og Japan, der *lesson study* har fått sterkt rotfeste. Dette inkluderer oppfatninger om at undervisning krever en stadig utvikling fra innsiden av klasserommet (Boaler, op.cit). På denne måten sees ikke undervisningen som en slutt, men heller som "*a window on the larger vision of education*" (Lewis, Perry, & Murata, 2006, s.3).

Flere utviklingsprosjekter har hatt som mål at lærere skal utvikle sin praksis ved å observere og lytte til elevene, og strebe etter å forstå hvordan disse tenker og hvorfor de tenker slik de gjør. Et par slike prosjekter er *Cognitively Guided Instruction (CGI)* og *Enhancing Mathematics in the Elementary School (EMES)*. Målet med disse er blant annet at lærerne skal oppdage at de lærer i og fra sin egen undervisning, at de skal se seg selv som lærende på lik linje med elevene, og at de skal lære hvordan de som lærere kan stille meningsfulle spørsmål (Farmer, Gerretson, & Lassak, 2003). I en studie av tre deltakere i EMES, konkluderer Farmer, et al. (op.cit) med at deres deltakelse i prosjektet har ført til positive endringer, og forfatterne knytter disse resultatene opp mot prosjektets design. Prosjektet inkluderte blant annet arbeid med autentiske og elevsentrerte matematikkaktiviteter som lærerne enkelt kunne ta med inn i egne klasserom. Det var lagt til rette for diskusjon og refleksjon for lærerne, og implementering av aktiviteter i klasserommet var det opp til lærerne selv å designe, slik at de fikk mulighet til å føle eierskap til sine egne endringsprosesser.

Fire år etter et utviklingsprogram basert på CGI observerer Franke, Carpenter, Levi og Fennema (2001) at de lærerne som gjennomgår en størst og varig endring, er dem som har innsett at de selv må skape, bearbeide og utforske kunnskap om elevenes tenkning. Franke, et al. (op.cit) kaller denne endringen en *generativ endring* fordi lærerne ser utforskning som en del av sin lærerrolle, og bruker sin kunnskap til å generere ny kunnskap. Et overraskende funn er at størst endring kan observeres hos lærere i grunnskolen, til tross for at det er gjennomført en større mengde forskning på videregående nivå (Boaler, 2008). Boaler (op.cit) foreslår i forbindelse med dette at lærere som er mer spesialiserte innenfor matematikkfaget, slik som lærerne i videregående skole, i mindre grad enn lærere med lite spesialisering tenker at forskningsresultater og ytre autoriteter vil være til hjelp for dem.

Å lytte til elevenes tenkning er også et sentralt element i utviklingsprosjektet som Swan og Swain (2010) rapporterer fra. Lærere har gjennomført og utforsket undervisning der elevene arbeider sammen, diskuterer ideer, utfordrer og underviser hverandre, og deler metoder og løsninger. De fleste lærerne ble som et resultat mer elevsentrerte, og elevene følte seg mer avslappede og var mindre redde for å gjøre feil, samtidig som de fikk mer valgfrihet og ble

oppmuntret til å stille spørsmål. Når det gjaldt lærernes oppfatninger, så disse ut til å bevege seg mot to nye nivåer: Noen oppdaget at de tidligere ikke hadde gitt elevene mulighet til å tenke selv, og de reagerte på dette ved å oppta en passiv rolle som tilrettelegger. Andre tok derimot steget videre, og lærte seg å lytte til elevenes resonnementer for å få innsikt i, tydeliggjøre og diskutere deres oppfatninger, inkludert misoppfatninger.

Tankene som disse prosjektene bygger på, er også en del av idègrunnlaget for LBM-prosjektet. Lærernes oppfatninger og praksis skal utvikles i en mer elevsentret retning, og for å få til dette er idèen at lærerne skal jobbe med matematikk, diskutere undervisningserfaringer, prøve ut alternative tilnærminger til undervisningen sin, og reflektere over disse, både alene og i fellesskap. Studiene rapporterer i stor grad om endringer, enten underveis i prosjektene eller i etterkant, og gjennom å undersøke hvordan lærere i etterkant av LBM tenker om, og implementerer ideer fra prosjektet, kan endringer bli avdekket også i min studie.

3. Teoretiske perspektiver

3.1 Oppfatninger

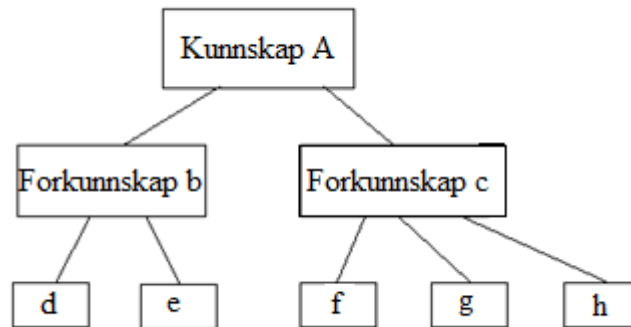
De siste tjue årenes forskning har inkludert forsøk på å definere begrepet *oppfatninger* (*beliefs*), men likevel er det i dag ingen klar enighet om noen definisjon. Ifølge Philipp (2007) er oppfatninger en persons forståelse av verden slik den ser den, og denne personen er i en eller annen grad overbevist om at dens oppfatninger er riktige, samtidig som den også har en forståelse for at andre kan være uenige.

Forskning har pekt på mange typer sammenhenger mellom læreres uttalte oppfatninger og deres praksis. Ofte er det påvist motsigelser mellom oppfatninger lærerne gir uttrykk for gjennom intervjuer, og det de gjør i klasserommet (Leatham, 2006), og noen hevder at slike inkonsistenser mellom uttalte oppfatninger og praksis har en logisk forklaring. Skott (2001) hevder for eksempel at inkonsistens kan oppstå som et resultat av at lærere til enhver tid må ta stilling til ulike situasjoner som oppstår, og handle ut ifra disse. Noen ganger kan hensynet til enkeltindivider være viktigere enn hensynet til klassen som en helhet, og andre ganger kan det være omvendt. Videre understreker han at målet med undervisning kan variere: Noen ganger er målet å lære et matematisk begrep, andre ganger kan det hovedsakelig handle om å bygge selvtillit, og dette kan være en annen årsak til at en opplever det en lærer sier og gjør som motsetningsfylt. Leatham (2006) støtter opp om disse ideene, og setter i tillegg spørsmålsteget ved i hvilken grad en person er i stand til å sette ord på sine oppfatninger, og i hvilken grad forskere kan tolke det som sies. Han understreker at oppfatninger som sees som motstridende for en ytre observatør, sannsynligvis ikke oppfattes slik av den som eier disse. Enkelte oppfatninger vil i større grad enn andre ha innflytelse på deres handlinger i enkelte situasjoner, og dermed er handlinger bevisste, ikke inkonsistente.

Når det gjelder *matematikkens natur*, er ulike oppfatninger gjeldende blant lærere. Beswick (2012) tar i bruk Ernests kategorisering, og tar dermed til ordet for at en lærers syn kan sies å være *instrumentelt*, *platonistisk* eller *problemløsende*. Dersom en har et instrumentelt syn, ser en matematikk som en samling av regler og ferdigheter, nærmest som en verktøykasse. Med et slikt syn oppfatter en de ulike matematiske emnene som ubeslektede. Med et platonistisk syn, ser en derimot sammenhengen mellom de matematiske emnene som viktig. Her sees matematisk kunnskap som noe statisk, enhetlig og eksisterende som må oppdages. Med et problemløsende syn ser en matematikk som en menneskelig oppfinnelse. Matematikken er da dynamisk, og den oppfattes ikke som et produkt, men som en prosess. Dette er det synet som best reflekterer hvordan matematikere den siste tiden selv har sett på matematikken. Videre kobler Beswick (op.cit) disse tre kategoriene til ulike oppfatninger om *læring* og *undervisning* av matematikk. Et instrumentelt syn kobles her opp mot en undervisning med fokus på matematisk innhold og elevers prestasjoner, og elevene er her passive mottakere. Også et platonistisk syn relateres til en undervisning der innholdet er viktigst, men her handler læring om at elevene på en aktiv måte konstruerer sin forståelse. Dersom en ser på matematikk som problemløsning og driver undervisning i samsvar med dette, setter en elevene og deres selvstendige utforskning ut ifra egne interesser i fokus. Det er lite trolig at en lærers oppfatninger passer perfekt innenfor én enkelt av disse kategoriene, og i likhet med Leatham (2006) understreker også Beswick (op.cit) at undervisning er situasjonsavhengig. Dette fører til at læreren kan undervise i samsvar med ett syn i én situasjon, og med et annet syn i en annen situasjon.

Skolesystemet er i stor grad, gjennom sine definerte kompetansemål, preget av et platonistisk syn på matematikk. I følge Beswick (2012) antas det at læreres oppfatninger om

skolematematikken, i større grad enn deres oppfatninger om *vitenskapen* matematikk, har innflytelse på deres undervisning, og når lærere gjennom læreplanen får matematikken presentert som en logisk oppbygd enhet, er det da trolig at deres undervisning vil påvirkes av dette i en eller annen grad. Dette kan handle om at lærerne i sin undervisning deler opp lærestoffet i passende deler for elevene, og lar dem møte det i en hensiktsmessig rekkefølge, i samsvar med Gagnès teori. De tar da utgangspunkt i at elevene, når de skal lære et nytt begrep, må ha en del forkunnskaper. Det vil si at de må få lærestoffet presentert i samsvar med såkalte læringshierarkier (Breiteig & Venheim, 2005). Disse illustrerer hvordan bestemte kunnskaper bygges opp, og de kan leses ovenfra, fra læringsmålet, og nedover:



Figur 1: Læringshierarki (Breiteig & Venheim, 2005, s.38)

Cooney (1999, i Philipp, 2007) peker på at de fleste lærere har slike oppfatninger om at prosedyrer må presenteres steg for steg, og at elevene lærer av å høre på læreren og øve inn stegene. Dette begrenser det faglige innholdet som lærerne må kunne, og som lærer er det dermed lett å tro at en mestrer det nødvendige. Dette støtter opp om ens følelse av å prestere.

3.2 Inquiry

3.2.1 Begrepet inquiry

Inquiry handler om å stille spørsmål, undersøke, utforske, undre, identifisere problemer og søke løsninger, og se kritisk på det en utforsker (Jaworski, 2010). Det er ikke en metode eller en prosedyre, men heller en tilnærming eller holdning. I LBM- prosjektet opptrådte inquiry på tre nivåer (Jaworski 2006):

- 1) Inquiry i matematikk: Elever lærer matematikk gjennom utforskning i klasserommet, og lærere bruker inquiry som et redskap for å fremme elevenes læring.
- 2) Inquiry i undervisning av matematikk: Lærere bruker inquiry for å utforske utforming og implementering av oppgaver og aktiviteter i klasserommet, og didaktikere bruker inquiry som et redskap for å gjøre lærerne i stand til å utvikle sin undervisning
- 3) Inquiry i forskning som resulterer i utvikling av matematikkundervisning: Lærere og didaktikere forsker på bruk av inquiry i matematikk og i matematikkundervisning

I denne studien undersøker jeg hvordan lærere tar i bruk inquiry i sin matematikkundervisning, altså hvordan de lar elevene arbeide på en utforskende måte, samtidig som jeg også undersøker hvordan de tar i bruk de samme ideene med tanke på egen profesjonell utvikling.

3.2.2 Inquiry i en konstruktivistisk- og sosiokulturell læringstradisjon

Tidligere rådende tanker om at kunnskap på en enkel måte kan overføres direkte fra lærer til elev, har de siste hundre årene blitt utfordret av ideen om at læring skjer gjennom en aktiv konstruksjonsprosess (Wells, 2001). Den *konstruktivistiske* teoritradisjonen, med Piagets arbeid i spissen, dannet et grunnlag for tidlige utdanningsprogrammer som la vekt på ”oppladningslæring,” og ideene om at elever konstruerer sin egen kunnskap har siden den gang vært en forutsetning for nesten all forskning på læring (Wells, op.cit). I forbindelse med de nye tankene om læring ble det gjort forsøk på å endre den tradisjonelle undervisningen kjennetegnet av kunnskapsoverføring og pugg, og Skovsmose & Säljö (2008) peker på den viktige rollen inquiry har hatt i dette arbeidet. Dewey så det slik at ”*schools still teach from textbooks and rely upon the principle of authority and acquisition rather than upon that of discovery and inquiry*” (Skovsmose & Säljö, 2008, s.35), og dette ønsket han å gjøre noe med. Han ble dermed en sentral person i arbeidet med å innføre mer undring og utforskning i skolen, og både innenfor *konstruktivistisk* og *sosiokulturell* tradisjon har ideer om inquirybasert læring vært viktige for læring og undervisning av matematikk (Skovsmose & Säljö, op.cit).

Med et konstruktivistisk læringssyn ser en læring som en aktiv konstruksjonsprosess der ny kunnskap må settes i sammenheng med allerede eksisterende kunnskap. Hvis ny informasjon passer godt overens med gammel, vil den enkelt bli tatt opp av den lærende. Hvis den står i konflikt med gammel kunnskap vil enten den nye informasjonen bli avvist, eller den gamle kunnskapen omformet for å tilpasses den nye. Med et slikt syn på læring ser en det slik at barns matematiske ideer bygger på andre erfaringer enn hos en voksen som er kjent med de samme ideene, og en forstår dermed at det ikke er mangler hos barnet som gjør at det oppfatter ting annerledes (Confrey, 1990). Barnets ideer gir mening for barnet selv, og før det kan endre sine oppfatninger, må det bli overbevist om at dets ideer ikke lenger fungerer godt nok, eller at et annet alternativ er bedre. Dette skjer ikke ved å overføre kunnskap på en direkte måte. Som lærer må en, ifølge Confrey (op.cit) og Von Glaserfeld (1995), danne seg et bilde av elevens oppfatning, og på en tilpasset måte hjelpe den med å endre eller justere oppfatninger. I denne prosessen må eleven få oppleve autonomi, den må tro på det den gjør, og den har selv hovedansvaret for å vurdere om dens oppfatninger er levedyktige (Confrey, op.cit). Von Glaserfeld (op.cit) understreker at elevens misoppfatninger må sees i den konteksten de har oppstått i, i elevenes verden med lek og andre aktiviteter, og at de må behandles deretter. Dersom læreren prøver å overbevise elevene om at deres oppfatninger er feil gjennom å hente moteksempler fra en verden som elevene ikke har erfaringer med, er det lite sannsynlig at endring vil skje. I tillegg peker Von Glaserfeld (op.cit) på det faktum at mye av det vi leser i tekstbøkene i dag om ikke lenge vil bli sett på som misoppfatninger, og at det derfor er viktigere å fokusere på hvorfor et bestemt begrep eller en teori sees som levedyktig i en bestemt kontekst, enn å presentere det som en absolutt sannhet.

Den konstruktivistiske teoritradisjonen har blitt kritisert for sin vektlegging av individets individuelle læring. Den tar tilsynelatende ikke hensyn til den kulturelle og sosiale konteksten som læring foregår i, og dette ble understreket av russeren Vygotsky allerede i 1920-30 årene (Wells, 2001). Ifølge Vygotsky skjer læring gjennom *internalisering* av sosialt rotfestede og historisk utviklede aktiviteter (Vygotsky, 1978), altså at den lærende behandler noe som eksisterer utenfor den selv, noe i samfunnet den lever i, og gjør det til en del av seg selv. Læring skjer her innenfor en *proksimal utviklingszone*, det vil si avstanden mellom det en elev kan klare på egenhånd, og det den kan få til med hjelp fra voksne eller i samarbeid med mer erfarne medelever (Vygotsky, op.cit). Innenfor denne sonen ligger det indre utviklingsprosesser som er i ferd med å utvikles når eleven samhandler med andre, og som

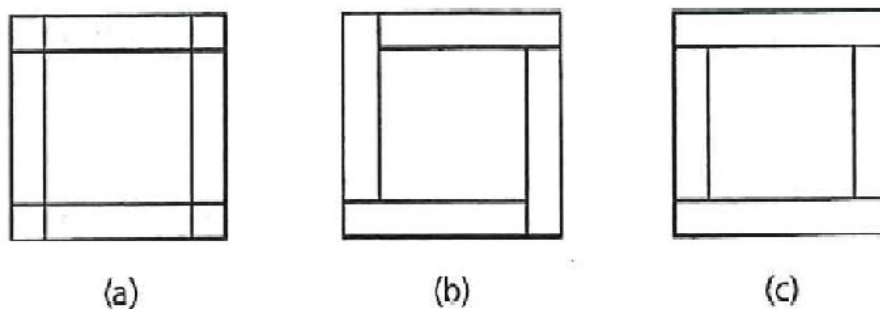
eleven etter hvert vil kunne mestre på egenhånd. Piaget så biologisk utvikling som et hinder for læring, der læring fulgte i etterkant av elevenes modning. I motsetning til dette så Vygotsky det slik at utvikling følger læring. Med et slikt syn blir ikke elevenes modenhet et hinder for læring, og god undervisning vil være en som befinner seg innenfor den proksimale utviklingssonen og framskynder utvikling. Først på 1980-tallet ble Vygotskys ideer kjent rundt omkring i verden, og siden da har hans *sosiokulturelle* teori vakt økende interesse blant pedagoger (Wells, 2001). Wells uttaler seg for eksempel i tråd med et slikt syn når han beskriver en *dialogisk inquiry* som et ståsted med ”*a willingness to wonder, to ask questions, and to seek to understand by collaborating with others in the attempt to make answers to them*” (Wells, 1999, s.121). Han legger her vekt på at læring skjer gjennom samhandling med andre.

3.2.3 Inquiry i læring og undervisning av matematikk

Gjennom å arbeide med inquirybaserte aktiviteter som stimulerer til matematisk tenkning og kritisk refleksjon, kan elevene, ifølge Jaworski (2006), utvikle *begrepsmessig, relasjonell og prinsipiell* forståelse. Dette innebærer blant annet at de kjenner til ”*both what to do and why*” (Skemp, 1976, s.20). I tillegg til å ha en instrumentell forståelse og anvende algoritmer og regler, forstår de også hvorfor disse virker, og de kan utvikle en forståelse av generelle sammenhenger i matematikk (Jaworski, op.cit).

Gode spørsmål som stimulerer til videre undring, spørsmål og undersøkelser er viktig i en undervisning basert på inquiry (Fuglestad, 2010a). Wells (2001) understreker at, like mye som de trigger tankevirksomhet og læring, må læringsaktiviteter også vekke til live elevenes interesser, følelser og verdier. Han tar til ordet for bruk av *reelle spørsmål*, det vil si spørsmål som elevene virkelig bryr seg om å finne svar på. Disse behøver ikke nødvendigvis bli stilt av elevene selv. Spørsmål fra lærer, en tekst eller liknende kan være like reelle dersom de spiller på en eksisterende interesse hos eleven slik at eleven kan føle ”eieransvar” overfor dem (Wells, op.cit). Ifølge Skovsmose og Säljö (2008) kan ingen tvinges inn i inquiryprosesser, og for at en elev skal engasjere seg og føle eierskap til sin egen læringsprosess, er det viktig at den ønsker å lære. Samtidig er det slik at en elev kan ha mange *underliggende intensjoner* utenom intensjonen om å lære (Alrø & Skovsmose, 2002). Den kan være oppsatt på å unngå å bli sett av læreren, eller å bli med i en lek i neste pause, og dette kan føre til at eleven *zoomer ut* fra læringsaktiviteten. Inquiry krever fullt engasjement fra elevenes side, og det er viktig at læreren prøver å lede deres intensjoner inn mot aktiviteten. Ved at læreren stiller spørsmål som inkluderer en utfordring, f. eks ”*hva hvis*”-spørsmål, kan han øke sannsynligheten for at elevene involverer seg i inquiryprosessen og utvikler en type eierskap til egen læring (Skovsmose & Säljö, 2008). Videre oppfølging med et ”*hvorfor*”-spørsmål kan sette i gang elevens forsøk på å begrunne (Alrø & Skovsmose, 2002).

Et eksempel på et hverdagslig problem en kan tilnærme seg gjennom inquiry er å tilpasse en ramme med bredde 1 cm rundt et kvadratisk bilde, og undersøke hvor lang rammen må være (figur 2). En slik ramme kan settes sammen på ulike måter, men med samme lengde, uttrykt med sidelengde s:



Figur 2: Bilderammer (Jaworski, 2010, s.81)

- a) Lengde, ramme = $s+s+s+s+1+1+1+1 = 4s+4$
 b) Lengde, ramme = $(s+1)+(s+1)+(s+1)+(s+1) = 4(s+1) = 4s+4$
 c) Lengde, ramme = $s+s+(s+2)+(s+2) = 2s+2(s+2) = 4s+4$

Denne aktiviteten fant sted i et LCM-verksted og illustrerer et eksempel der algebraisk generalisering dukker opp i forbindelse med et hverdagslig problem. Ved at lærere og elever arbeider med dette, ser de at algebra ikke bare er en mengde uforståelige symboler, men faktisk gir mening.

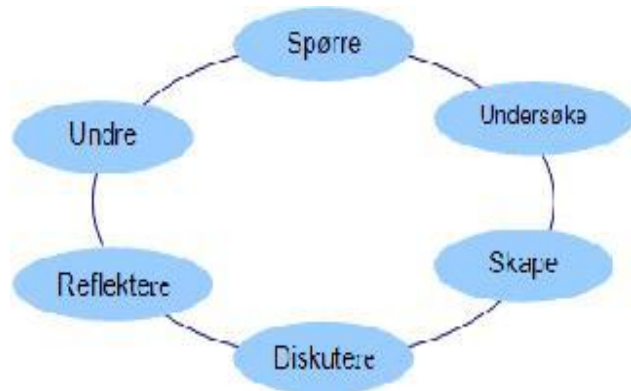
Et annet eksempel på en inquiryinspirert aktivitet omhandler lineære funksjoner (figur 3). Denne er utformet av lærere selv i forbindelse med LCM-prosjektet, og er dermed et uttrykk for hvordan disse tolker ideene bak inquiry. I implementering av oppgaven arbeider elevene i grupper, og de får utlevert fire oppgavekort der oppgavene bygger opp en forståelse for slike funksjoner. Gruppene får kun utlevert ett kort om gangen, og oppgavene har en progresjon slik at det elevene lærer på et kort skal brukes videre i arbeidet med det neste:

<p>Kort 1</p> <p style="text-align: center;">$X + Y = 7$</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Hver elev skriver ned to hele tall som til sammen blir 7. 2. Fins det flere slike tallpar? 3. Hvor mange slike finnes det? 4. Tegn disse tallparene på millimeterpapiret. 	<p>Kort 2</p> <p style="text-align: center;">$X + Y = 7$</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Hva skjer hvis $x = 2 \frac{1}{2}$? 2. Hva om $y = 4,7$? 3. Hvor mange forskjellige tallpar er mulig nå? 4. Tegn disse nye tallparene sammen med de du allerede har tegnet. 5. Hva skjer hvis et av tallene er 9? 6. Hva skjer med tegningen nå? 7. Finn fire nye tallpar hvor det ene er større enn 9. Tegn disse også. 8. Diskuter hva dere har funnet ut. Skriv ned minst to punkter.
<p>Kort 3</p> <p style="text-align: center;">$X + Y = 12$</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Finn tallpar som passer og tegn dem i samme koordinatsystem som før. 2. Hvordan blir denne tegningen i forhold til den første? 3. Finn likheter og forskjeller. Skriv ned. 4. Gjør det samme som i punktene over med uttrykket: $X + Y = 5$ Hva ser du? Skriv ned. 	<p>Kort 4</p> <p style="text-align: center;">$2X + Y = 9$</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Finn tallpar som passer og tegn disse inn på et nytt mm - papir 2. Tegn tallparene som passer i uttrykket $X + Y = 7$ på nytt inn i dette koordinatsystemet. 3. Finn et tallpar som passer i begge uttrykkene. Hva har du gjort nå? 4. Kan du skrive $2X + Y = 9$ på en annen måte slik at det blir lettere å finne tallpar som passer?

Figur 3: De fire kortene (Hundeland, 2011, s.65)

De to foregående oppgavene legger opp til at elever skal arbeide på en *induktiv* måte. Det vil si at de arbeider seg fram til en rekke resultater som alle peker i én retning (Solvang, 1992), slik som uttrykket $4s+4$ i bilderammeoppgaven ovenfor. Dette danner et grunnlag for at elevene kan danne seg tanker om matematiske sammenhenger på egenhånd. Dette står i motsetning til en *deduktiv* arbeidsmåte der en tar utgangspunkt i matematiske setninger, beviser disse, og tar dem i bruk i beregninger. Solvang (op.cit) hevder at fordelene med en induktiv arbeidsmåte er at elevene både kan opparbeide seg en forståelse, og samtidig få trening i ferdigheter.

Arbeid med de inquirybaserte oppgavene beskrevet ovenfor kan utarte seg på mange ulike måter. Inquiry kan være et vanskelig og lite håndfast begrep, og som understreket tidligere er det ikke en metode, men heller en tilnærming og en holdning til et arbeid. Gjennom sin deltakelse i LBM fikk lærerne presentert en modell som illustrerer mulige elementer i en inquirytilnærming til arbeid med matematikk (figur 4). Denne er kun et forslag til hvordan inquiry kan foregå i praksis, og ulike teoretikere har kommet opp med andre forslag til hvordan inquiry kan utarte seg. Modellen som lærerne ble kjent med består av de seks nøkkelementene *spørre*, *undersøke*, *skape*, *diskutere*, *reflektere* og *undre*, og den er dynamisk. Det vil si at de seks stegene ikke nødvendigvis blir fulgt i den rekkefølgen som er illustrert. En kan gå fram og tilbake mellom dem, og det er naturlig at flere ting foregår på samme tid. De seks elementene kan utdypes slik:³



Figur 4: Modell fra LBM

- Spørre: På dette stadiet beskriver elevene hva de lurer på.
- Undersøke: Elevene begynner å samle informasjon, f. eks gjennom å lese, eksperimentere, observere eller lete etter andre kilder.
- Skape: På dette stadiet kobler elevene informasjonsbiter sammen. Nye tanker, ideer og teorier skapes.
- Diskutere: Elevene diskuterer nye ideer med hverandre, slik at disse utvikles og den nye kunnskapen settes inn i en sammenheng.
- Reflektere: Det er viktig at elevene ser tilbake og vurderer spørsmålet, undersøkelsene og konklusjonene.
- Undre: Diskusjoner og refleksjoner kan medføre undring. Her kan nye spørsmål dukke opp, og disse har mulighet til å sette i gang en ny runde i inquiryklusen.

Et viktig element i en inquiryprosess er i følge denne modellen å *skape*. Dette handler om å sette sammen informasjonsbiter slik at nye tanker, ideer og teorier oppstår, altså lage seg hypoteser. I følge Askew (2012) er det, i et klassemiljø preget av hypoteseframstilling, elevene selv som diskuterer og avgjør om et forslag er riktig eller ikke. Han understreker at det for læreren her handler om å akseptere og notere ned alle forslag, gjøre det klart at ikke alle kan være riktige og sette elevene i gang med å diskutere hvilke de tror er korrekte.

I tillegg til å skape og stille opp hypoteser, foreslår modellen ovenfor også at elevene kan reflektere over det de har kommet fram til. Det vil si at de får utforske egne tanker om

³ LBM. *Hva er inquiry?* Lastet ned 07.12.11 fra <http://lbm.vaf.no/default.aspx?m=29&amid=341>

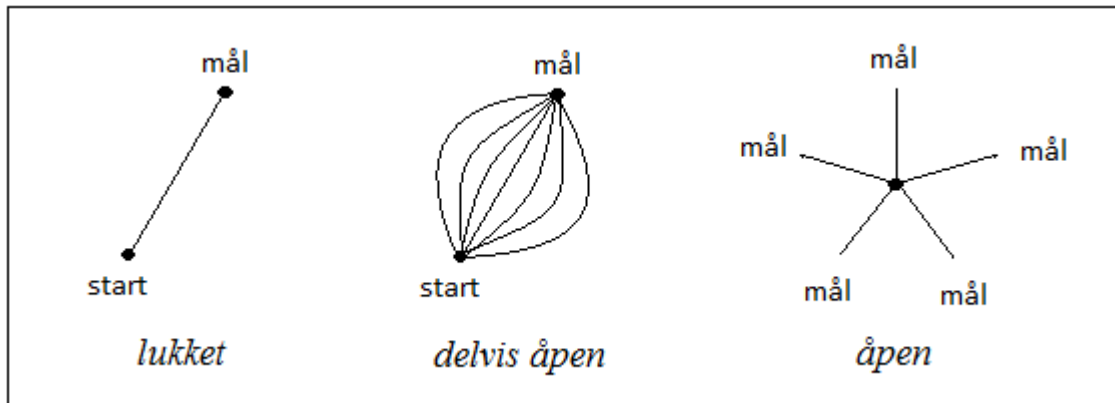
fenomenet som undersøkes, og relatere dette til annen relevant kunnskap de måtte sitte med (Askew, 2012). Wells (2001) vektlegger at refleksjon gir muligheter for å gjøre koblinger både innen og utenfor temaet, ta stilling til motstridende perspektiver, og stille seg nye spørsmål. Her kan resultatene sees i forhold til hva som sees som rett innen den konvensjonelle matematikken, og de kan settes i sammenheng med elevenes liv utenfor klasserommet. Videre hevder han at refleksjon også kan føre til tanker rundt problemløsningsprosessen, prosedyrer og strategier.

I tillegg til å understreke fordeler ved å la elevene få mulighet til å reflektere, tar Wells (2001) til ordet for at elever presenterer sine oppdagelser for andre, for dermed å oppdage hvor godt de har forstått det de presenterer. I tillegg kan elevene få konstruktive tilbakemeldinger fra andre elever og fra lærer, samtidig som presentasjoner øker forståelsen for det overordnede temaet i klassen som en helhet. Askew (2012) hevder at slike presentasjoner burde foregå underveis i arbeidsprosessen, slik at elevene kan bygge videre på andres ideer i eget arbeid. Ved at elevene presenterer, eller snakker seg imellom om sine ideer, kan også læreren få mulighet til å se hvordan elevene har oppfattet ulike ting (Jaworski, 1989). Individuell konstruksjon av kunnskap fører til at enhver elev konstruerer sin egen forståelse ut ifra egen erfaring og tenkning, og Jaworski (op.cit) understreker at læreren dermed ikke har noen forsikring om at alle elever har den oppfatningen som læreren selv ønsker de skal ha.

Ansvarsfordelingen i forbindelse med de faktorene som her er nevnt i tilknytning til inquiry i matematikkundervisningen, kan være med på å avgjøre i hvilken grad en kan definere en inquiryprosess som *åpen* eller *lukket*. Jo mer ansvar elevene har for å stille spørsmål, samle informasjon, sette opp hypoteser, designe undersøkelser, diskutere, oppsummere, reflektere og presentere, jo mer *åpen* er prosessen. Når det gjelder selve oppgavene som tas i bruk, burde disse, i følge Wells (2001), være såpass åpne at de kan gi opphav til ulike metoder og løsninger. Dersom læreren tar på seg mye av ansvaret i arbeidsprosessen, blir inquiryaktiviteten mer styrt, og inquiryprosessen betegnes som mer eller mindre *lukket*. Mellom åpen og lukket inquiry vil det være mange nivåer med glidende overganger. Olson og Loucks-Horsley (2000) hevder at ulik grad av lærerstyring kan være hensiktsmessig i ulike situasjoner, og at det her er opp til læreren å vurdere hva som er målet med læringsaktiviteten og hvor åpen prosessen skal være. Dersom et bestemt vitenskapelig begrep skal behandles, kan en styrt inquiryaktivitet fungere best, samtidig som en mer åpen inquiryprosess kan gi de beste mulighetene for å utvikle elevers evner til å begrunne (Olson & Loucks-Horsley, op.cit).

I analysen nedenfor vil oppgaver og aktiviteter som brukes i observert undervisning kategoriseres i forhold til hvor åpne eller lukkede jeg anser dem for å være (figur 5). Dette handler da om oppgavene i seg selv, ikke hvordan de implementeres. Dersom en oppgave eller aktivitet leder mot et mål som til en viss grad er forhåndsbestemt av læreren, samtidig som veien til dette målet i stor grad er entydig og bestemt, vil oppgaven omtales som *lukket*. Dersom det er et endelig mål, samtidig som det kan finnes flere framgangsmåter og det er opp til elevene selv å avgjøre hvordan de vil gå fram, vil oppgaven kategoriseres som en *delvis åpen* oppgave. En *åpen* oppgave vil derimot være en oppgave som i utgangspunktet ikke har noe forhåndsbestemt mål. Da vil også framgangsmåte være valgfritt. Elevenes mulighet til å påvirke selve rammene i oppgaven, for eksempel i form av ulike variabler, har også en justerende funksjon her. For å tydeligere illustrere hva jeg mener med dette, gir jeg et eksempel: ”Klasse 8 A vinner en kasse med klementiner. Hvor mange klementiner bør det være i kassen for at det skal bli en rettferdig fordeling?” (Fuglestad, 2010a). Her får elevene ingen opplysninger om hvor stor kassen er, eller hvor mange klementiner hver elev skal få, altså har de en frihet til å avgjøre slike variabler selv. Kanskje er det ikke nødvendig å fastsette slike størrelser, men la dem variere og se hva som skjer? Det finnes dermed flere

mulige løsninger med ulik utforming, samtidig som det er flere mulige måter å komme fram til en løsning på. Etter min egen klassifisering av oppgaver vil denne dermed være åpen. Elevenes frihet med hensyn til variablene *antall* og *størrelse* vil være med på å forsterke denne beskrivelsen.



Figur 5: Illustrasjon av lukkede og åpne oppgaver

Oppdelingen jeg gjør her kan kanskje virke som en motsigelse til det jeg tidligere har sagt om at det mellom en åpen og lukket inquiryprosess er mange nivåer med glidende overganger. Jeg ser derimot en slik enkel kategorisering som et middel til å sammenlikne oppgaver og se likheter og ulikheter i lærernes oppgavebruk. Dessuten består selve inquiryprosessen av flere faktorer enn bare oppgavene i seg selv. Også hvordan de implementeres i klasserommet vil være med på å avgjøre hvor åpen eller hvor lukket prosessen er.

4. Metode

Jeg ønsker i min studie å undersøke hvordan en bestemt gruppe, lærere som tidligere har deltatt i utviklingsprosjektet LBM, oppfatter eller tolker inquirybegrepet og ideene som ligger bak dette, samtidig som jeg ønsker å få innblikk i hvordan de implementerer disse ideene i egen undervisning. Jeg har dermed et bestemt fenomen jeg ønsker å utføre detaljerte analyser rundt, uten noe mål om å generalisere til andre tilfeller. Med dette som grunnlag, karakteriserer jeg min studie som en *kasusstudie* (Bryman, 2008).

I en kasusstudie kan en benytte både kvalitative og kvantitative metoder, men denne type forskningsdesign forbindes likevel ofte med kvalitativ forskning. Grunnen til dette er at designen favoriserer kvalitative metoder, slik som deltakende observasjon og ustrukturert intervju (Bryman, 2008). I følge Mellin-Olsen (1996) står arbeid med å kartlegge og analysere tolkninger, oppfatninger og forståelse av situasjoner eller fenomener i bestemte grupper sentralt i kvalitativt arbeid, og en slik kartlegging er også min hensikt med denne studien: Gruppen som undersøkes består av lærere som har til felles at de har deltatt i utviklingsprosjektet LBM, og deres oppfatninger og tolkninger av inquirybegrepet står i fokus for analyse. På grunnlag av dette bygger min kasusstudie på *kvalitative metoder*.

Borasi (1992) hevder at dersom en ønsker å forklare eller tolke hva en ser i en undervisningssituasjon, er det viktig å kjenne til lærerens oppfatninger, mål, holdninger og personlighet. Forskning viser at det ofte er et skille mellom hva en lærer gir uttrykk for under et intervju og dens undervisningspraksis (Pehkonen, 2003), og Kaplan (1991) forsøker å forklare dette skillet med begrepene *dybde-* og *overflateoppfatninger*. I en intervjusituasjon er det gjerne de bevisste overflateoppfatningene som kommer til uttrykk, mens de underbevisste dybdeoppfatningene styrer lærernes undervisning (Pehkonen, 2003). Ved å gjennomføre en kombinasjon av observasjon, innsamling av undervisningsmateriell, og intervju, kan jeg få et innblikk i begge disse aspektene ved deres oppfatninger.

4.1 Forarbeid

4.1.1 Utvalg og førstegangskontakt

Som deltakende didaktikere i LBM/TBM hadde mine veiledere kjennskap til lærere som kunne være interesserte i å bli med i min studie. November 2011 tok veilederne kontakt med disse over mail, noe som resulterte i at fire lærere fra tre ulike skoler i distriktet stilte opp. Her var både lærere fra barneskole, ungdomsskole og videregående skole representert.

4.1.2 Informasjonsmøter

Januar 2012 besøkte jeg, sammen med mine veiledere, lærerne på sine respektive skoler for å informere dem om hva som ville skje videre, og for å overlevere infobrev og tillatelseskort (se avsnitt 4.4 for etiske refleksjoner). Dette var første gang jeg møtte lærerne, og ved å arrangere slike uformelle møter kunne vi hilse på hverandre under rolige forhold i forkant av selve datainnsamlingen. Åpenhet og god kommunikasjon ville være viktig for videre arbeid, og det var viktig for alle parter at lærerne hadde det klart for seg hva de skulle være deltakende i, og hensikten med deres deltakelse. Jeg prøvde i forbindelse med disse møtene, og gjennom informasjonsskriv, å tydeliggjøre at det ikke var min hensikt å evaluere lærerne på noen som helst måte, og at de ikke måtte føle dette som en stor belastning i sin ellers

hektiske arbeidshverdag. Poenget var at disse skulle legge til rette for noe inquirybasert arbeid i undervisningen, og de valgte selv hva de skulle gjøre, og hvor mye av undervisningsøkten som skulle gå med til dette. Jeg ville observere hvordan lærerne integrerte en inquiryfilosofi inn i sin undervisning. Videre ble det avtalt tidspunkt for observasjon og intervju, noe som gikk overraskende enkelt og greit, med tanke på at lærere ofte har en omfattende timeplan å forholde seg til. Som ønsket, planla vi intervjuer like etter observasjon, slik at vi i deler av intervjuet kunne ta utgangspunkt i observert undervisning. Dette bidro til at jeg i etterkant av møtene satt igjen med en god følelse for det som skulle skje videre. Møtene hadde utspilt seg som hyggelige og entusiastiske samtaler der jeg fikk et godt inntrykk av lærerne og deres interesse for å være med i studien, og forhåpentligvis følte lærerne seg også tryggere på sin rolle i dette.

4.2 Datainnsamling

4.2.1 Observasjon av undervisning og innsamling av undervisningsmaterieell

I februar 2012 deltok mine veiledere og jeg som passivt observerende i undervisningsøkter der lærerne la opp til noe inquirybasert aktivitet. Med tanke på tidsaspektet og omfanget av denne masteroppgaven, ble det kun gjennomført én observasjon per lærer, og i samarbeid med lærerne ble det bestemt at hver observasjon skulle gå over en dobbelttime på 90 minutter. Undervisning ble dokumentert gjennom videoopptak, med tanke på at datamaterialet da kan spilles av gang på gang, der en etter flere gjennomganger kan legge merke til nye interessante detaljer eller se hendelser i et nytt lys. En kan stoppe filmen, spole tilbake, og spille av igjen, og en kan diskutere og få frem ulike oppfatninger rundt det en ser. Med video får en også dokumentert kroppsspråket til lærere og elever, et viktig bidrag til tolkning av hendelser. I praksis fulgte videokameraet i stor grad læreren, men også noen grupper av elever underveis. På den måten kunne jeg få et innblikk i lærernes kommunikasjon og samhandling med elevene, og elevenes mulighet til å være undrende og utforskende i sitt møte med matematikken. Samtidig kunne jeg også få et innblikk i hva slags utfordringer oppgavene gav elevene, hva slags framgangsmåter og løsninger de kom opp med, og andre ting som kunne bidra til å sette lærerens handlinger inn i en større sammenheng. I tillegg til videoopptak, ble egne tanker notert skriftlig underveis, og disse ble gjennomgått, renskrevet og supplert av meg selv senere samme dag. Jeg forestilte meg at disse ville bli nyttige ved senere anledninger når hver og en observasjon ikke lenger ville ligge like friskt i minnet. Notatene viste seg å bli nyttige ved analyse av observasjon, da jeg kunne sammenlikne nye tanker rundt det jeg nå observert på video med mine tanker fra observasjonsdagene.

I forbindelse med å filme undervisning, er det alltid en sjanse for at lærere gjør ting litt annerledes enn de pleier for å ”imponere” forskerne som er til stede. Dette kan for eksempel dreie seg om at de bruker lenger tid på planlegging eller gjennomfører annerledes aktiviteter enn til vanlig. En del atferd er likevel så sosialisert og ligger så automatisk i lærerne, at den er vanskelig å endre. Det er dermed lite trolig at lærerne fører en helt annen klasseromsdiskurs og stiller totalt annerledes spørsmål selv om kameraene er til stede (Stigler & Hiebert, 1999). I tillegg er lærerne i min studie etter tre års deltakelse i LBM vant med å bli observert og filmet i undervisningen, noe som trolig kan være med på å redusere kameraets innvirkning. Tilstedeværelse av kamera kan også påvirke elevenes oppførsel, og det er sannsynlig at den er på sitt beste når det elevene gjør dokumenteres på denne måten. Frank forteller for eksempel i intervjuet at elevene var roligere når vi observert enn til vanlig, og knytter dette opp mot vår, og kameraets, tilstedeværelse: ”... ja men altså kamera og fem lærer mot normalt én, det er klart at det påvirker. Det, altså de jobber stort sett greit i timene men det er mer uro enn det

det var i dag til vanlig” (Frank, 67). Det er dermed viktig å være klar over muligheten for at lærerne i sin hverdag bruker mer tid og ressurser på å disiplinere elever enn det jeg har observert.

I tillegg til å ha observert undervisning, har jeg også samlet inn undervisningsmaterieell fra denne. Dette dreier seg hovedsakelig om oppgaver i lærebøker og separate oppgaveark, og disse blir i denne studien analysert på lik linje med intervjuer og implementering av oppgaver og aktiviteter.

4.2.2 Kvalitative intervjuer

Intervjuene foregikk rett i etterkant av observasjon, og disse varte i 60-80 minutter. Det måtte i forkant tenkes grundig gjennom tidsaspektet for intervjuene, i og med at lærerne har en hektisk hverdag, og at et altfor langt intervju kunne virke vanskelig gjennomførbart for dem. Jeg måtte også tenke igjennom hva slags intervjuer jeg ønsket å gjennomføre. Gjennom mer strukturerte intervjuer får en svar på det en ønsker å finne, men kan gå glipp av uventede og overraskende informasjon. Slik informasjon kan en derimot få ved å gjennomføre mer kvalitative, ustrukturerte eller semi-strukturerte, intervjuer, der alle oppfatninger om en sak er like viktige (Mellin-Olsen, 1996). I og med at dette er en kasusstudie, bestemte jeg meg raskt for å utforme intervjuene som semi-strukturerte (Bryman, 2008), og disse utspilte seg ved at jeg som intervjuer hadde utformet en intervjuguide med elleve overordnede spørsmål som skulle gjennomgås (vedlegg 13). Spørsmålene var utarbeidet ut ifra seks hovedtemaer:

- Matematikk
- Læring av matematikk
- Undervisning av matematikk (inkludert elevsyn, rammefaktorer,...)
- Inquiry
- Deltakelse i LBM- prosjektet
- Tanker om utvikling av egen undervisning

Spørsmålene var utformet slik at de var relevante for forskningstemaet, samtidig som de var lett forståelige og kunne bidra til en god interaksjon (Kvale, 2001). Det ble her viktig å lage korte, åpne hovedspørsmål, med minst mulig føringer, slik at informantene fikk rom til å utdype sine svar slik de ønsket (Kvale, 2001). Jeg gjorde meg en god del erfaringer underveis i intervjusituasjonene om at dette ikke var så enkelt som jeg hadde forestilt meg. Ofte ble spørsmålsformuleringene mine omfattende og uklare, noe som ble ekstra tydelig for meg ved transkripsjon av intervjuene. I forbindelse med at intervjuene var semi-strukturerte, måtte ikke spørsmålene nødvendigvis stilles i en bestemt rekkefølge, og i praksis ble det noen ganger naturlig å stille et annet spørsmål enn planlagt på et gitt tidspunkt. I slike situasjoner ble spørsmålene ekstra uklare, og det samme gjaldt situasjoner der oppfølgingsspørsmål dukket opp som resultat av den retningen samtalen tok.

Underveis i intervjuene var det viktig for meg som intervjuer å ha i tankene at lærere lever under et press fra skolepolitiske forhold. De kunne føle seg presset til å si det de trodde mine veiledere og jeg ønsket å høre, og jeg måtte derfor forsøke å oppfatte hva som var disse lærernes egen forståelse ved å legge merke til skifte i stemmebruk, inkludert ironi. Jeg måtte også være klar til å gripe inn i samtalen og støtte dem i å uttrykke sine egne tanker, samt være bevisst på å skape et likeverdig forhold mellom oss. Et ”maktforhold” ville være ødeleggende for kommunikasjonen, i og med at ”*alle sier ikke alt til alle i alle situasjoner*” (Mellin-Olsen, 1996). Det faktum at også mine veiledere, tidligere didaktikere i LBM/TBM, var til stede

under intervjuene, kunne på den ene siden ha en negativ innvirkning på informantenes følelse av frihet til å uttrykke sine egne tanker. På den andre siden kunne deres tilstedeværelse også ha en positiv effekt. Dette var personer som gjennom sitt gode kjennskap til LBM kunne bidra til at intervjuet foregikk etter et trygt og velkjent mønster for lærerne, og i etterkant av intervjuene satt jeg igjen med en følelse av at lærerne hadde et såpass godt forhold til oss og til universitetet at de i stor grad kunne uttrykke seg fritt. Frank uttrykker tanker om elevenes evner og behov for differensiering på en måte som tydelig illustrerer en følelse av frihet, mens Rikard uredd kritiserer deler av skoleverket. Hildur er ærlig og forklarer at hun bruker inquiry mye mindre enn hun hadde trodd hun skulle gjøre da LBM pågikk. Samtidig har jeg det i bakhodet at det som regel ligger et visst filter mellom våre indre tanker eller følelser, og våre uttalelser, enten vi er dette bevisst eller ikke. Jeg fikk også inntrykk av at ikke alle lærerne var like komfortable med situasjonen med å skulle filmes og intervjues, og Hildur uttalte blant annet at dersom hun hadde visst nøyaktig hva dette gikk ut på da hun fikk første mail fra oss, ville hun kanskje ikke stilt opp. Hun følte hennes deltakelse innebar mer enn hun forstod på det tidspunktet, og hun følte seg stresset over at intervjuet ble tatt opp på lydbånd.

Opprydning i forskningsmateriale i etterkant av slike semi-strukturerte intervjuer som jeg har tatt i bruk i denne studien, kan ifølge Mellin-Olsen (1996) være en omfattende prosess. Jeg opplevde selv at intervjuene ble ganske ulike, dels på grunn av deres utforming, og dels på grunn av at jeg ikke var flink nok til å holde meg til de planlagte hovedspørsmålene og stille dem på samme måte til alle de fire lærerne. For å forenkle opprydningsarbeidet forsøkte jeg også å gjennomføre *selv-korrigerende* intervjuer, der informantens forståelse tolkes i selve intervjusituasjonen. Dette handler om å stille spørsmål slik som ”hvis jeg forstår deg rett nå, så mener du at...” inntil det kun er én mulig tolkningsmåte igjen, eller til det er tydelig at informanten har flere, kanskje motstridende, oppfatninger om et emne (Kvale, 2001). Jeg forsøkte til tider å forsikre meg om at jeg hadde oppfattet lærerne riktig, og jeg prøvde å få lærerne til å utdype dersom det var noe jeg ikke forstod, men på grunn av vanskeligheter med å rette alt fokus mot informantene, satt jeg i etterkant igjen med flere spørsmål om hva lærerne egentlig mente med enkelte uttalelser.

4.3 Behandling av innsamlede data

4.3.1 Kvalitative intervjuer

I følge Kvale (2001) vil en *analyse* gå ut på å dele noe opp i mindre elementer. Han forklarer at en fragmentering av transkripsjon vil kunne lede til at en sitter igjen med enkeltbiter i form av setninger eller ord, og miste fokus på sammenhengen mellom disse bitene. Når jeg presenterer mine funn og resultater, ønsker jeg å presentere disse som deler av en helhet, og det er dermed viktig å ha en slik helhet i tankene på samme tid som jeg fragmenterer intervjueteksten.

En pre-fase i min analyse av intervjuer kjennetegnes av det selv-korrigerende intervjuet beskrevet ovenfor. En del av intervjuene ble tolket underveis med umiddelbare bekreftelser eller avkreftelser av mine eller mine veileders tolkninger, men som nevnt kunne dette blitt gjennomført i enda større grad, i og med at jeg fortsatt satt igjen med en del spørsmål i etterkant av intervjuene.

Den neste fasen gikk ut på å transkribere intervjuer, og dette foregikk ved hjelp av transkripsjonsnøkkelen i vedlegg 14. Jeg hadde fire lange intervjuer, og valgte i stor grad å transkribere disse i sin helhet, selv om enkelte ting sannsynligvis ikke ville være like nyttig

for videre arbeid. Jeg følte at det å transkribere alt var en fin måte å bli godt kjent med datamaterialet mitt på, og i tillegg følte jeg at dette hjalp meg med å se enkeltstående ord og setninger som en del av en helhet, slik som beskrevet ovenfor. Innledende samtale ved Dalen skole inneholdt enkelte data som jeg så som potensielt nyttig i en senere analyse, og jeg valgte også å transkribere deler av denne. På grunn av nærmere hundre sider med transkripsjoner, har jeg valgt å ikke inkludere disse som vedlegg.

For å tydeliggjøre budskapet i intervjuene, valgte jeg å forenkle noe. I mine øyne er det viktigste med disse intervjuene innholdet, ikke hvordan det blir kommunisert, og jeg så det dermed i enkelte situasjoner fordelaktig å forenkle og tydeliggjøre, samtidig som innholdet forble det samme. Det vil i praksis si at jeg unnlot å notere en del språklige elementer som ligger i vår naturlige måte å kommunisere på, så lenge disse ikke hadde noen betydning for senere analyse. Dette kunne være små uttrykk som ”eh,” ”liksom,” eller ”mm” eller gjentakelser av ord to eller flere ganger etter hverandre. Det er også en naturlig del av vår måte å kommunisere på at vi avbryter noe for å begynne på noe nytt, kanskje ikke bare én, men opptil flere ganger i en setning. I noen tilfeller ble det naturlig å inkludere dette i transkripsjonene, og i andre tilfeller ble også dette forenklet, slik at kun det informantene til slutt endte opp med å formidle, er tatt med. Dialekt ble oversatt til bokmål i den hensikt å senere kunne sammenlikne bruk av enkelte ord i intervjuene.

Som neste steg i arbeidet med intervjumaterialet, eksperimenterte jeg med å kode transkripsjoner med fargekoder. Kodene sprang ut ifra de seks temaene for intervju, og hvert tema fikk sin egen farge. Jeg opprettet også en kode for interessante elementer som hadde mer å gjøre med praktiske ting rundt observasjon og intervjuer. Et eksempel på dette kan være avsnittet der Hildur legger fram tanker om at alt hun sier i intervjuet blir dokumentert: *”Det er bare tanken på det, at en må jo innstille seg på noe annet enn hadde det kommet noen og sittet bak i klasserommet og så en samtale etterpå. Her har du det jo dokumentert det jeg sier”* (Hildur, 388). Selv om intervju spørsmålene tar for seg ulike temaer, kan jeg i informantenes uttalelser om et tema også trekke ut nyttige uttalelser om andre temaer, og fargekodingen var et hjelpemiddel for å få oversikt over hva jeg hadde å jobbe med innenfor de seks ulike emnene. I arbeidet med denne kodingen erfarte jeg selv hvor vanskelig det kan være å skille mellom læring og undervisning, noe som også viser seg i lærernes uttalelser om hvordan elever lærer. De kobler dette raskt opp mot hvordan undervisning burde foregå.

De fargekodede intervjuene tok jeg med meg videre i arbeidet med å sammenfatte intervjuene, hver for seg. Jeg tok for meg én og én lærer, og undersøkte hva slags oppfatninger disse hadde gitt uttrykk for innenfor hvert av de seks temaene. Jeg fikk her et mer helhetlig syn av lærernes uttalte oppfatninger, og jeg ble i denne fasen konfrontert med eventuelle motsigelser i deres uttalelser på ulike tidspunkt. Dette tok jeg med meg inn i en ny fase der jeg, for hver og en lærer, og for hvert av de seks intervjutemaene, lagde tabeller med to kolonner. I den ene kolonnen fylte jeg inn funn fra intervju, og som et eksempel på dette er et par av Heidis uttalte oppfatninger om undervisning av matematikk framstilt i tabell 1:

Tabell 1: Funn fra intervju med Heidi

Undervisning av matematikk	
Intervju	Observasjon
Viktig å variere mellom hovedfokus på forståelse og trening	
Viktig å variere mellom fellesundervisning, gruppearbeid og arbeid alene	
.	
.	

4.3.2 Observert undervisning og innsamlet undervisningsmaterieil

I den andre kolonnen i tabellen nevnt ovenfor noterte jeg meg interessante elementer fra observert undervisning, og i dette arbeidet tok jeg i bruk videoopptak og skriftlige notater. Med tabellen ønsket jeg å forene funn fra intervju og observasjon som var samsvarende og støttet opp om hverandre, eller som viste motsigelser mellom uttalte oppfatninger og praksis. Her tok jeg også for meg noen foreløpige undersøkelsesmomenter som jeg og mine veiledere hadde laget i forbindelse med analyse av video, og noterte meg tanker rundt disse. I Heidis tilfelle suppleres oppfatninger om undervisning med funn fra praksis i tabell 2:

Tabell 2: Funn fra intervju og observasjon av Heidis undervisning

Undervisning av matematikk	
Intervju	Observasjon
Viktig å variere mellom hovedfokus på forståelse eller trening	<ol style="list-style-type: none"> 1) Tallslange og sammensetning av tall: Forståelse for sammenhenger + trene evne til problemløsning 2) Tekstoppgaver: Hovedfokus på å forstå i hvilke situasjoner gange og dele brukes 3) Drill: Hovedfokus på trening
Viktig å variere mellom fellesundervisning, gruppearbeid eller arbeid alene	<ol style="list-style-type: none"> 1) Felles introduksjon til oppgaver på tavle. Heidi skriver, mens elever kommer med forslag. 2) Elevene arbeider to og to (et par stykker alene etter eget ønske) med oppgaver på eget ark 3) Noen trener alene med drillkort 4) Elevene arbeider sammen eller alene med tekstoppgaver. 5) Oppsummering i plenum
.	
.	

Arbeidet med å fylle funn fra observasjon inn i tabell førte til utarbeiding av nye undersøkelsesmomenter som ble nyttige for en mer grundig analyse av videoene. Mange har inntrykk av at man gjennom videoanalyse i stor grad ender opp med subjektive meninger, men Stigler og Hiebert (1999) legger vekt på at analyse av video kan gjøres på en objektiv måte. Det var en slik objektivitet jeg forsøkte å oppnå gjennom å utarbeide og ta i bruk slike undersøkelsesmomenter, og disse ble utformet både til analyse av oppgaver i seg selv, og til

implementering av disse i klasserommet. Det var et mål å kunne bruke de samme momentene på datamaterialet fra de forskjellige lærerne, og på denne måten ha mulighet til å sammenlikne lærerne på en strukturert og saklig måte. Ved hjelp av disse kunne jeg også begrunne de slutningene jeg trakk ut ifra datamaterialet mitt.

1) Undersøkelsesmomenter for analyse av oppgaver:

- a) Er alle opplysninger gitt, eller kan elevene bestemme noe selv?
- b) Blir det i problemformuleringen anbefalt eller pålagt en framgangsmåte?
- c) Er det én eller flere mulige løsninger på oppgaven?
- d) Har oppgaven en inngangsterskel som gjør at alle kan ta fatt på den?
- e) Gir oppgaven utfordringer til sterke elever?
- f) Samsvarer oppgaven med kompetansemål i læreplanen?
- g) Har oppgaven en naturlig tilknytning til matematikken elevene ellers arbeider med?

Momentene a-c bidrar igjen til å kategorisere oppgavene som åpne eller lukkede, i samsvar med hvordan jeg tidligere har beskrevet disse kategoriene (figur 5).

2) Undersøkelsesmomenter for implementering av oppgaver i klasserommet:

- a) Hvordan presenteres oppgaven?
- b) Hvordan er elevene organisert?
- c) Blir elevene pålagt eller anbefalt en framgangsmåte, eller får de velge selv?
- d) Hvordan møter læreren løsninger som ikke er riktige?
- e) Hva slags spørsmål stiller læreren?
- f) Gir læreren hint eller konkrete svar?
- g) Formulerer læreren nye utfordringer?
- h) Gjennomføres det noen oppsummering?
- i) Presenterer elever resultater for hverandre?

Undervisning som ikke handler om oppgaveløsning, eller introduksjon eller oppsummering i forbindelse med dette, analyseres med de samme momentene som implementering av oppgaver, så langt dette lar seg gjøre. Dette er tilfelle kun når Hildur repeterer og introduserer nytt stoff, og grunnen til at dette analyseres, er at det utgjør en stor del av undervisningen, samtidig som det gir et innblikk i hvordan Hildur samhandler med elevene.

Etter analyse av intervju og undervisning, ble funn fra disse to datakildene sett i forhold til hverandre for hver og en lærer. Momenter som både pekte seg ut i intervju og observasjon, eventuelt veldig tydelig gjennom én av datakildene, ble utpekt som karakteristiske trekk ved lærerens undervisningspraksis og oppfatninger om læring og undervisning av matematikk. Videre ble en ”på tvers”-analyse gjennomført, og denne blir presentert som en del av diskusjonsdelen i denne oppgaven. Her blir karakteristiske trekk ved de ulike lærerne sammenliknet og diskutert opp mot hverandre, teori, tidligere forskning og mot problemstillingen. Dette er både trekk som går igjen hos flere lærere, og trekk som er særegne for enkelte av dem. Trekkene er i stor grad beskrevet ut ifra en sammenfatning av observasjon, undervisningsmateriell og intervju, og det som for en person beskrives som et trekk, kan dermed være til stede også hos en annen, selv om det hos denne ikke utpekes som et karakteristisk trekk.

4.4 Etiske forhold

I denne studien ville både lærere og elever bli filmet i undervisning, og i den forbindelse ble godkjenningbrev overlevert til både skoler, lærere, elever og foresatte (vedlegg 1 og 2). I godkjenningbrevene fikk de involverte opplysninger om bruk og lagring av datamateriale, slik at de kunne vurdere deltakelse i prosjektet. Alt materiale ville bli lagret på sikre systemområder som kun jeg og mine veiledere ville ha tilgang til, og navn og pseudonymer ville lagres på ulike steder og kobles ved hjelp av en koblingsnøkkel. Navneliste ble lagret på eget område som kun daglig ansvarlig hadde tilgang til. I tillegg til godkjenningbrevene utformet jeg også et eget informasjonsbrev til lærerne der jeg understreket hensikten med datainnsamlingen som skulle gjennomføres (vedlegg 3). Opplysninger om studien, samt tillatelsbrev, intervju spørsmål og infobrev til lærere, ble sendt inn til godkjenning hos Personvernombudet for forskning, i henhold til deres retningslinjer for informasjon og samtykke. Grønt lys ble gitt, og datainnsamlingsprosessen kunne starte til planlagt tid.

I informasjonsbrevet til lærerne understreket jeg at jeg på ingen måte hadde til hensikt å evaluere deres oppfatninger og undervisningspraksis. Målet var å få en innsikt i hvordan de som tidligere deltakere i et utviklingsprosjekt tenker om læring og undervisning om matematikk, og hvordan hver enkelt av dem tolker inquirybegrepet og omsetter det til praksis. Dette etiske aspektet var det viktig at jeg hadde klart for meg i datainnsamlingsprosessen og senere i analyse av datamateriale. Lærernes oppfatninger skulle stå i fokus, ikke mine reaksjoner og tanker om deres uttalelser.

5. Presentasjon og analyse av innsamlede data

I denne delen er hver og en lærer, dens uttalte oppfatninger og praksis, tildelt et eget delkapittel. Dette starter med en kort presentasjon av læreren og dens utdannings- og yrkesbakgrunn, samt en kortfattet beskrivelse av observert undervisning. Deretter presenteres og analyseres oppgaver eller aktiviteter brukt i denne undervisningen, før implementering av disse settes i fokus. Til slutt presenteres funn fra intervju under underoverskriftene "... om læring av matematikk," "... om undervisning av matematikk" osv., før karakteristiske trekk ved lærerens undervisningspraksis og oppfatninger om læring og undervisning av matematikk blir presentert som en sammenfatning av funn fra intervju, undervisningsmateriell og observasjon av undervisning.

5.1 Heidi

Heidi er lærer i fjerde klasse ved Dalen skole, en kombinert barne- og ungdomsskole. Hun har vært lærer i underkant av ti år, og det er hennes første år med klassen hun nå underviser. Heidi er utdannet allmennlærer og har et halvårsstudium med matematikk i sin utdanning.

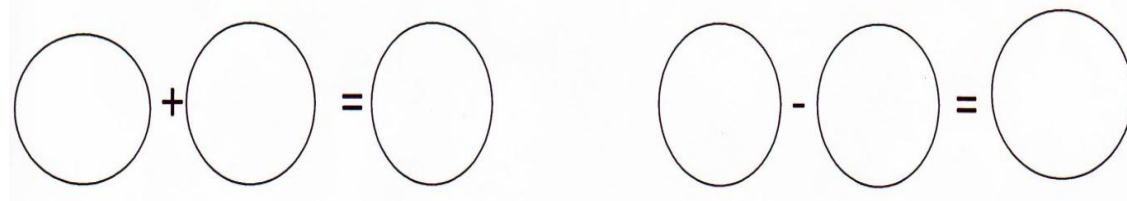
Beskrivelse av observert undervisning

Den dagen jeg observerer Heidi, er det åtte elever og en støttelærer til stede. Første økt starter med en ti minutters introduksjon av såkalte *introoppgaver*. Deretter arbeider elevene i par, mens Heidi går rundt og hjelper til. Når elevene blir ferdige kan de velge mellom å lage egne oppgaver eller øve på gangetabellen. Etter en pause samler Heidi elevene til en liten oppsummering av forrige økt. Videre diskuterer hun, i fellesskap med klassen, strategier for arbeid med tekstoppgaver, før elevene to og to, eller alene etter eget ønske, arbeider med tekstoppgaver i matteboka. De siste minuttene gjennomføres en siste oppsummering.

Introoppgave 1: Regnestykkeoppgave

Elevene får utdelt ark med følgende problemformulering:

Bruk sifrene: 1, 2, 4, 5, 7 og 9, og lag et riktig plussestykke og et minusstykke. Du må bruke alle sifrene, og du kan bare bruke dem ei gang hver. (Det skal et siffer i hver sirkel)



Figur 6: Regnestykkeoppgave (vedlegg 4)

Her må elevene forholde seg til Heidis forhåndsbestemte rammer: Sifrene er fastsatt, og alle må brukes, men kun én gang hver. De skal lage ett pluss- og ett minusstykke, og her ligger det flere mulige løsninger med samme utforming. Så lenge høyre og venstre side av likhetstegnet har lik verdi, for eksempel $4+5=9$, $2+7=9$ og $2+5=7$, er alle regnestykker like riktige. Når det gjelder hvordan elevene skal gå fram for å finne slike løsninger, legger oppgaveteksten ingen direkte føringer. Finnes det for eksempel noen nyttige strategier? Eller handler det kun om "prøving og feiling"? Lønner det seg å starte med pluss- eller minusstykket? Kan det være lurt

å starte med summen/differansen, eller et av leddene? Til tross for at noe ulike framgangsmåter er mulig, vil jeg likevel si at mulighetene er begrenset, og i tillegg er alle rammer fastsatt og alle mulige løsninger på samme form. Dersom jeg tar i bruk beskrivelsen av åpne og lukkede oppgaver i teoridelen (figur 5), vil jeg derfor kategorisere denne oppgaven som *lukket*. Videre vil jeg anta at alle elever kan ta fatt på oppgaven, og gjennomføre delvis eller fullstendig. Både ved å ”prøve og å feile,” og ved å undersøke på en mer systematisk måte, kan de oppnå resultater. For faglig sterke elever gir nok oppgaven begrensede utfordringer. Når de først har funnet en løsning, innbyr ikke oppgaven til videre undersøkelser.

I følge læreplanens kompetansemål for 4. trinn, skal elevene blant annet kunne ”... utnytte enkle sammenhenger mellom rekneartane.”⁴ I oppgaven beskrevet her, arbeider de både med sammenhenger innenfor én regneart, der de for eksempel erfarer at flere regnestykker kan føre til samme svar, og de arbeider med sammenhenger mellom addisjon og subtraksjon. Denne oppgaven kan ikke sees i direkte sammenheng med det elevene ellers arbeider med på det aktuelle tidspunktet, multiplikasjon og divisjon, men alt hører til hovedområdet *tall*.

Introoppgave 2: Tallstioppgaver

Elevene får presentert følgende oppgaveformulering:

Lag en sti med tallene fra 1 til 16 i disse rektanglene. Du skal komme til neste tall ved å gå til siden, eller opp eller ned, ikke på skrå. Og du må innom de tallene som allerede er plassert. Det første er lett, det andre litt vanskeligere.

			14
2	11		
3			8
	5		

2			
			8
		16	
		11	

Figur 7: Tallstioppgaver (vedlegg 4)

Her er det noe uklart hva begrepet *en sti* vil innebære. Det er ingenting som tilsier at tallene skal plasseres i rekkefølgen 1,2,3..., der ”*neste tall*” vil si det neste tallet i denne bestemte tallfølgen. Utenom denne uklarheten, er det tydelig hvilke rammer elevene har å forholde seg til, og selv om oppgaven til høyre har to mulige løsninger, er disse såpass like at en kan si at oppgavene i stor grad legger opp til én mulig løsning. Når det gjelder hvordan elevene skal gå fram for å finne denne ene løsningen, gir oppgaveteksten i utgangspunktet ingen klare føringer. Det er for eksempel opp til elevene selv å velge hvilket tall de starter med, og de avgjør selv om de ønsker å skrive ned tall *underveis* for deretter å viske dem vekk dersom det blir feil, eller om de forestiller seg stien i hodet *før* de skriver ned tallene. I tillegg er det opp

⁴ Utdanningsdirektoratet. *Læreplan i matematikk fellesfag, kompetansemål etter 4.årssteget*, lastet ned 15.04.12 fra <http://www.udir.no/Lareplaner/Grep/Modul/?gmid=0&gmi=158816&v=5&s=2&kmsid=29932>

til dem selv å håndtere eventuelle blindveier som dukker opp. Må de starte helt på nytt, eller er det nok å gå noen steg tilbake? Likevel ser jeg det i det store og det hele som begrenset med alternative framgangsmåter, og i likhet med introoppgave 1, vil jeg derfor kategorisere denne oppgaven som *lukket*, jf. figur 5. I og med at elevene kan oppnå resultater ved ”prøving og feiling,” vil nok alle kunne ta fatt på oppgaven, men samtidig vil jeg tro den tilbyr elevene begrenset med utfordringer, blant annet i forbindelse med at det kun forventes én løsning.

Ifølge læreplanen skal elevene etter 4.trinn kunne ”eksperimentere med, kjenne att, beskrive og vidareføre strukturar i enkle talmønster.”⁵ I disse oppgavene arbeider elevene med et av de enkleste tallmønstrene, de hele tallene. Dette kan, i likhet med introoppgave 1, ikke direkte kobles til det elevene ellers arbeider med, men alt hører til det samme hovedområdet, *tall*.

Drilloppgaver

Som et alternativ til å lage egne tallstioppgaver, kan elevene øve seg på gange og dele ved hjelp av drillkort eller matteprogram på internett. Denne aktiviteten går hovedsakelig ut på å drille gange- og delestykker der ett riktig svar vil være riktig for hvert regnestykke. Jeg vil derfor, jf. figur 5, kategorisere aktiviteten som *lukket*. Implementering av denne aktiviteten vil ikke presenteres, men trekkes inn som et element i Heidis måte å variere undervisningen på.

Tekstoppgaver i bok

Etter en liten oppsummering i starten av økt nummer to, arbeider elevene resten av timen med tekstoppgaver i læreboka (vedlegg 5). Disse oppgavene handler om Albin og vennene hans som inviterer til fest, og som i den anledning skal kjøpe inn mat og drikke. Første oppgave innledes med en illustrasjon av de fem vennene og er utformet slik: ”Her ser du Albin og de fire vennene hans. De skal lage en stor fest. Hver av de fem barna får ta med seg tre gjester hver. Hvor mange gjester kommer på festen?” Videre følger spørsmål som ”Hvor mange personer blir det på festen til sammen?” og ”Albin tror hver person spiser to hamburgere. Hvor mange hamburgere må han kjøpe?” Gjennom slike spørsmålsformuleringer gis alle opplysninger elevene trenger for å løse de fem oppgavene, og hver oppgave krever ett endelig svar. I utgangspunktet blir ingen spesifikk framgangsmåte anbefalt, men med tanke på at oppgavene er inkludert i et kapittel om multiplikasjon og divisjon, er det nok underforstått at elevene skal bruke disse regneartene. På bakgrunn av dette vil jeg, jf. figur 5, kategorisere oppgavene som *lukkede*. Videre vil jeg anta at alle elevene kan ta fatt på disse oppgavene og få til noe. Dersom de ikke får det til med gange og dele, kan de kanskje telle eller ta i bruk andre teknikker. For de faglig sterke elevene gir nok oppgaven begrenset med utfordringer. Når ett svar er funnet, vil elevene sannsynligvis gå videre til neste oppgave.

Læreplanen sier at elevene etter 4.trinn skal kunne ”bruke den vesle multiplikasjonstabellen og gjennomføre multiplikasjon og divisjon i praktiske situasjonar” og ”velje rekneart og grunnegje valet.”⁶ I arbeid med tekstoppgavene øver elevene på å velge riktig regneart i forbindelse med tenkte, praktiske situasjoner, og dette står i samsvar med det elevene ellers har arbeidet med den siste tiden.

⁵ Utdanningsdirektoratet. *Læreplan i matematikk fellesfag, kompetansemål etter 4.årssteget*, lastet ned 15.04.12 fra <http://www.udir.no/Lareplaner/Grep/Modul/?gmid=0&gmi=158816&v=5&s=2&kmsid=29932>

⁶ Utdanningsdirektoratet. *Læreplan i matematikk fellesfag, kompetansemål etter 4.årssteget*, lastet ned 15.04.12 fra <http://www.udir.no/Lareplaner/Grep/Modul/?gmid=0&gmi=158816&v=5&s=2&kmsid=29932>

Implementering av introoppgaver

Regnestykkeoppgaven introduseres ved at Heidi tegner opp seks sirkler på tavla (se figur 6) der hun og elevene plasserer tre ulike tall slik at de får et pluss- og et minusstykke, og de ser også i fellesskap på om de kan lage flere liknende regnestykker med de samme tallene. Videre knytter Heidi inn kommutativitet ved addisjon og subtraksjon, og hun kobler dette opp mot kommutativitet ved multiplikasjon og divisjon som klassen tidligere har arbeidet med:

Heidi: En ting jeg synes er litt rart, husker dere vi hadde forrige gang, et litt rart ord, som handlet om gangning og deling, så snakket vi om at gangning var kommutativt. At hvis vi tar tre ganger to så er det seks og at to ganger tre også er seks. Og så så vi at deling, der var det ikke sånn. Der var det tolv delt på to var seks, men at hvis vi tok to delt på tolv så ble det veldig lite. Så der ble det forskjellige svar når vi snudde på tallene, mens der ble det samme svaret. Kan vi se noe mønster på pluss og minus der? Her bruker vi de samme tallene, men så legger vi merke til at det er noe som er forskjellig. Er det samme svar?

Her oppstår det en situasjon der en elev prøver å forklare forskjellen på pluss og minus når det gjelder kommutativitet. Han får det ikke helt til, og Heidi forklarer da at det ikke alltid er så lett å forklare seg. Deretter kommer en annen elev opp med et nytt forslag:

Elev 1: Pluss er ikke sånn som minus (...)

Heidi: Det er vanskelig å forklare. Noen ganger så klarer vi nesten å tenke det, men så klarer vi ikke å forklare det likevel. Og det gjør ingenting.

Elev 2: Kan vi ikke bare (...)

Til slutt, før elevene selv tar fatt på oppgaver, introduseres tallstioppgaven ved at en elev løser et eksempel på tavla. Utenom det som kommer fram gjennom disse eksemplene, gis det ingen hint om noen framgangsmåte for arbeid med introoppgavene.

Som en utvidelse av tallstioppgaven, formulerer Heidi en ny utfordring for elevene: Å lage tallstioppgaver selv. Denne aktiviteten igangsettes når en gruppe er ferdig med det de skal gjøre. Heidi foreslår at de kan lage egne oppgaver som andre kan løse, og hun ber elevene selv finne ut av hvordan de vil gå frem. Hun poengterer derimot at oppgavene må ha løsning, og en av elevene kommer med et forslag om å lage tallstien ferdig, for deretter å viske vekk noen av tallene. Heidi bekrefter at det er slik hun selv pleier å gjøre det, og at hun da er helt sikker på at oppgaven har en løsning. Elevene får ingen opplysninger om hvor mange tall de skal bruke, og det er heller ikke krav om at tallene nødvendigvis må fylles inn i et kvadrat. Kanskje kan de ta i bruk et annet rektangel eller en annen geometrisk form? Kanskje kan de også bruke andre tallmønstre, for eksempel 2, 4, 6, 8 ... eller 3, 6, 9, 12...? Det er også opp til elevene selv å avgjøre hvor mange tall de ønsker å vise på stien. Her er det en fin balansegang: *For mange tall* vil gjøre oppgavene enkle å løse, men samtidig må det inkluderes nok tall til at oppgavene *kan* la seg løse. I forbindelse med dette ligger det også en vurdering av *hvor mange løsninger* oppgavene kan resultere i. Utenom kravet om at oppgavene må ha minst én løsning, er det ingen andre føringer på dette området, og dersom elevene velger å vise et minimum med tall, kan flere løsninger være tilfelle. Med en slik frihet vil alle oppgaver bli forskjellige, og det er i stor grad fantasien som setter begrensninger. Jo mer elevene arbeider, jo flere ideer kan oppstå. Selv om elevene selv avgjør framgangsmåte, skal de alle ende opp med en tallfølge organisert som en ”sti,” altså et resultat med en bestemt utforming. Derfor vil jeg kategorisere denne aktiviteten som *delvis åpen*, jf. figur 5.

Heidi lar elevene arbeide på den måten de selv ønsker, og ulike framgangsmåter, noen mer effektive enn andre, viser seg. Noen elever tegner opp ruter, skriver inn alle tall, og visker deretter vekk de tallene de ønsker å skjule. Andre tenker seg en tallsti i hodet, og skriver kun ned noen av tallene underveis. Et tredje alternativ går ut på å skrive ned alle tallene, og lage en kopi, der kun noen av tallene er synlig, ved siden av. Disse tre framgangsmåtene blir oppsummert og diskutert i samlet klasse ved starten av andre økt. Elevene blir oppfordret til å lage flere oppgaver hjemme, og de kan da velge den framgangsmåten de synes er best. Oppgavene kan de levere til Heidi, som vil føre dem inn på pc. Hun forklarer at de alle da kan arbeide med dem senere, og også at hun kan gi dem til andre lærere og deres klasser.

Heidis kommunikasjon med elevene vil i større grad belyses i forbindelse med implementering av tekstoppgaver.

Implementering av tekstoppgaver

Heidi introduserer den nye aktiviteten med fokus på strategier for arbeid med tekstoppgaver og føring av svar: *”Da er det side førtito, og der er det noe som heter tekstoppgaver. Og det har vi hatt littegrann om før, og jeg skal vise litt på tavla hvordan vi kan gjøre det. For der pleier vi å prøve å svare med både et regnestykke og et svar, en liten setning. Hvis vi leser oppgave førtito først, er det en som vil lese den høyt for klassen?”* Denne oppgaven spør etter hvor mange gjester som kommer på festen, og en elev foreslår gangestykket $5 \cdot 3 = 15$. Heidi skriver dette på tavla, og i fellesskap diskuterer klassen hva de ulike tallene representerer. Heidi fører til en svarsetning *”Det kommer femten gjester,”* og understreker fordelene ved å inkludere en slik setning i svaret: *”Og da kan vi se hva det handler om når vi ser i boka. At det ikke bare var å øve på ganging, men det var svar på noe som handla om hvor mange gjester som kom.”* Med denne uttalelsen retter Heidi fokus mot føring av svar, samtidig som hun understreker en hensikt med oppgavene: å knytte regneoperasjoner til den virkelige verden. En elev forteller at hun tenker på en annen måte. Hun tenker *3-6-9-12-15*, istedenfor $3 \cdot 5$. Heidi bekrefter at tankegangen er riktig, men nevner at det likevel er lurt å skrive det som et gangestykke. Videre forteller Heidi hva elevene skal jobbe med, fortsatt i par: *”... Og så jobber dere med å sammen finne ut: Hvilke gangestykke passer til dette spørsmålet? Hva blir svaret? Og skrive en sånn liten setning...”* På denne måten leder Heidi elevene nok en gang inn mot én framgangsmåte både når det gjelder hvordan beregninger skal utføres, og hvordan svar skal presenteres i skriveboka. Også underveis i elevenes arbeid, for eksempel i forbindelse med beregning av antall personer som kommer på festen til Albin, minner Heidi dem på føringen: *”... Du tok femten pluss fem, og det er dét det er lurt å skrive... Og så kan du skrive, det blir tyve personer til sammen, eller bare tyve personer til sammen, sånn at dere både skriver regnestykket og en liten setning...”* Hun minner dem også på å bruke gange og dele, og dette er for eksempel tilfelle når elever arbeider med å beregne antall pakker brus: *”... Ja, at seks ganger ti er seksti, sånn at når vi har ti sånne pakker som det er seks i hver, så får vi seksti brus? Flott. Hvis du skulle lage et delestykke som handla om det, og du vet at du trenger seksti og det er seks i hver pakke, kunne du lage et delestykke?”*

I situasjoner der elever har gjort noe feil, hender det at Heidi tar utgangspunkt i dette for å hjelpe dem videre. Dette er tilfelle når elever kun har beregnet én, istedenfor to, hamburgere til hver av arrangørene av festen: *”... hvis de var veldig fattige så kunne dere ha gjort det, at de bestemte seg for at de bare spiser en hver, så kan gjestene få to hver, men hvis de har råd til at de også får to hver, så er jo det kanskje det greieste for dere. Og da kan det hende dere må forandre littegrann der nede,”* forklarer hun. I andre situasjoner stiller hun spørsmål som

utfordrer elevene til å selv sjekke svarene sine, og på den måten kunne avdekke egne feil. Også dette er tilfelle i forbindelse med beregning av hamburgere: ”Så hvis vi kjøper ti pakker med hamburgere, har vi nok til de da, eller har vi bare nok til gjestene?... Sikker?”

Ellers stiller Heidi også spørsmål av annen karakter, der noen tilsynelatende har til hensikt å teste forståelse hos elevene. Slike stilles blant annet i forbindelse med felles introduksjon av tekstoppgaver:

Elev: *Hvis du tar fem ganger tre er femten... Det kommer femten gjester.*

Heidi: *Hvordan vet du det? Hvorfor lagde du det regnestykket?*

... *Hva var det fem var? ... Og tre, hva betyr tre? Hva var det i fortellinga som gjorde at det ble fem ganger tre, ikke fem ganger fire eller fem ganger åtte?*

Hun bruker også spørsmål som et hjelpemiddel for å veilede elevene. Hun minner dem på hva de har gjort tidligere, hva de vet, og hva de skal finne ut. Dette er for eksempel spørsmål som ”Hvordan tenkte du da?” og ”Du vet at det er 40 hamburgere, hva annet vet du?”

De siste to-tre minuttene leder Heidi en liten oppsummering av andre økt, der fokuset igjen ligger på føring av svar.

Heidi om matematikk og læring av matematikk

Heidi gir i intervjuet uttrykk for at hun ser matematikken som tosidig: Den har både en verdi i seg selv ved å være en fascinerende vitenskap, samtidig som hun ser nytten av den som et verktøy. I tillegg ser hun det slik at arbeid med matematikk er med på å utvikle hjernen til å bli mer problemløsende. Hun understreker viktigheten av at elevene ser at de kan bruke matematikken til noe, og at de forstår hva de gjør. Hun mener likevel at en noen ganger kan slå seg litt til ro med at en elev har fått til noe, og la den glede seg over *det* der og da, for samtidig å være klar over at forståelsen må jobbes med: ”... du trenger ikke å hamre inn i hodet på de at du får det til, men du skjønner det egentlig ikke,” (Heidi, 33) forklarer hun. Videre ser Heidi det slik at ikke alle kan lære det samme, men at ”alle kan lære ganske mye” (Heidi, 45), og til dette trenger de ulik grad av hjelp og veiledning. Hun forteller at hun selv var flink i matematikk da hun var liten, men hun syntes det handlet for mye om å skrive tall, og mener selv at dette har ført til at hun nå ønsker at elevene skal være kritiske til hva de bruker tiden sin på. De skal ikke bare ta fatt på en oppgave med en gang, ”... men se på den og tenke, lærer jeg noe av å gjøre den?” (Heidi, 107).

Heidi om undervisning av matematikk

I forkant av observasjonsdagen forteller Heidi i en mail (vedlegg 12) at klassen hennes i noen uker har arbeidet med multiplikasjon og divisjon. De har både jobbet med forståelse av begrepene og regneprosessene, samt automatisering av gangetabellen, og når jeg observerer dem er de ifølge Heidis mail helt i avslutningen av dette emnet. Hun forteller videre at elevene hver uke får en grublis fra Grublishefte 1-4 i lekse til fredagen, og i intervjuet uttrykker hun et ønske om at disse grublisene skal ha en viss sammenheng med det elevene ellers arbeider med: ”Det er ikke helt, liksom helt perfekt gjennomført, men jeg prøver at det er en viss sammenheng” (Heidi, 72), forteller hun. For å bli inspirert til arbeid med grublisen pleier elevene, ifølge Heidis mail, å arbeide med introoppgaver, som hun selv har laget og som likner på grublisen, i grupper på skolen på tirsdagene. I mailen forklarer hun at dette også vil være tilfelle når jeg kommer og observerer, og i intervjuet omtaler hun observert undervisning som typisk for henne. Hun forteller at hun generelt ønsker å variere mellom

hovedfokus på forståelse og trening, og i forbindelse med aktiviteten der elevene selv skulle lage oppgaver, nevner hun i intervjuet at en del elever egentlig kunne hatt bruk for å øve mer på ganging, samtidig som hun understreker at de egentlig trenger noe mer kreativt enn det. *"... de kan alltid få øvd på ganging liksom,"* sier hun (Heidi, 66). I tillegg til å variere hva som er hovedfokus, ser Heidi det også viktig å variere mellom fellessamtale, arbeid to og to, og arbeid alene, og hun er opptatt av at elevene deler sin tankegang med hverandre. Hun forteller at *"... jeg har mast såpass mye om det, at de vet jeg synes det er viktig. Og jeg synes og at de blir, de siste månedene har de blitt flinkere til være med på samtaler og forklare hvordan de tenker. De har på en måte skjønt at det er en del av faget"* (Heidi, 99). Hun forklarer videre at om en elev ikke klarer å forklare seg, kan andre hjelpe til, og sammen kan de klare mye gjennom en fellessamtale.

Selv sier Heidi at hun nok er litt for mye kontrollfrik som liker å ha en plan og vite om denne blir gjennomført, men understreker samtidig at hun ikke kan følge med på alt som skjer. Hun forklarer hvordan hun til tider følger ideer som dukker opp underveis i undervisningen, selv om hun ikke vet hvor vellykket det blir. I forbindelse med at elevene skulle lage egne tallstioppgaver, nevner hun i intervjuet at hun bevisst valgte å ikke tipse dem om hvordan hun selv pleier å gjøre det. *"Det gjør ikke noe om de prøver seg fram, og det tar litt tid eller det går feil eller at ikke det blir noe av det..."* (Heidi, 152), sier hun, samtidig som hun også påpeker at hvis det ikke hadde lyktes, så ville hun kanskje sitte igjen med en følelse av at hun skulle ha vist dem hvordan de kunne gjøre det. Det oppstod derimot tre ulike måter å lage tallstioppgaver på, og hun syntes det var gøy at elevene opplevde det meningsfullt og prøvde seg fram. Å skape en aksept for at det er flere måter å tenke på, forklarer hun at hun generelt ser som en viktig del av undervisningen.

Om elevene sier Heidi at det er et stort sprang i klassen, både i adferd, personlighet og faglig. Noen er veldig selvhverdende, mens andre er mer tilbaketrukne. Hun forteller at hun på grunn av dette sjelden kan kjøre kun én aktivitet, selv ikke i en enkelttime. Når det gjelder å bruke tid på utforskning i klasserommet, forklarer hun at hun gir elevene tid til å tenke, og tenker at det er verdt tidsbruken. Samtidig opplever hun som regel at en fellessamtale eller andre aktiviteter stopper opp av seg selv etter en stund, på grunn av utålmodige elever. Hun uttaler at hun generelt har liten tro på å dele svake og flinke elever inn i ulike klasser, og ser det heller slik at de innen samme klasse enten kan arbeide med litt ulike ting, eller med det samme, men at hun da hjelper dem på ulike måter: *"...når jeg hjelper én så hjelper jeg den på en annen måte enn jeg hjelper en annen."* (Heidi, 45). Hun forteller at hun vanligvis har noen drilloppgaver i bakhånd til de som blir ferdige, slik at hun kan hjelpe de som trenger hjelp, og ellers liker hun å gi elevene valg mellom ulike ting å arbeide med: *"Og det hender jeg gir de den muligheten til å velge. Enten noe som er øving på noe, eller noe som er mere utfordringer. Og tenker at det er avhengig av dagsform og hva de på en måte har lyst til, så er det litt greit å få et enkelt valg mellom to ting som ikke er helt det samme."* (Heidi, 68). Hun understreker også at alle ikke er like modne når det gjelder kritisk sans, og at noen derfor trenger mer veiledning på hva de burde arbeide med.

Heidi om inquiry

Ifølge Heidi handler inquiry mye om *"utforskning og undring"* (Heidi, 126). Hun uttrykker en oppfatning av at noen oppgaver innbyr til inquiry, mens andre ikke gjør det, men hun hevder samtidig at nesten enhver oppgave kan åpne for undring. I utgangspunktet ligger det muligheter for inquiry hele veien i læringsprosessen, forklarer hun, og hun understreker at det handler om å gripe disse mulighetene. Likevel trekker hun spesielt fram bruk av inquiry i introduksjon av et emne der oppgaver som senere vil bli enkle, blir vanskeligere, fordi elevene

ikke har redskapene for å løse dem. I forbindelse med drill passer det derimot ikke med inquiry, hevder hun. Videre ser hun det slik at hun hver eneste mattetime har mulighet til å velge, inquiry eller ikke-inquiry, i møte med spørsmål fra elevene eller i forbindelse med spørsmål hun selv stiller. Hun ser at det ligger mest læring i å møte spørsmålene på en inquirymåte, selv om dette tar lengre tid enn å gi konkrete svar: ”... jeg tenker det ligger mer læring i å ikke bare servere det liksom, men hjelpe de til å finne fram det de kan og bruke det til å finne ut noe de kanskje ikke kan” (Heidi, 128), sier hun. Ellers forteller hun om et tilfelle fra observert undervisning der en elev undrer seg over hvordan han kan tenke når han løser tekstopp-gaver. Hun nevner at disse oppgavene ikke er gode eksempler på inquiryoppgaver, men at dette undringsaspektet også kan gi dem et preg av inquiry: ”... men det kommer litt an på om en tenker snevert om inquiry. Jeg tenker at når jeg satt med Magnus for eksempel, så prøver jeg å bruke det til å utvikle hans begreper til at han skal undre seg over, hvordan kan vi tenke? Men, jeg vil ikke si det som et veldig bra eksempel på, det er ikke noe oppgave vi liksom brukte i TBM-prosjektet for eksempel...” (Heidi, 130). Videre forteller hun om hensikten med tekstopp-gavene: ”... det handler om å bruke gangning og deling i praktiske sammenhenger, og se sammenhengen til det virkelige liv, og så bruker jeg det og til å dryppe inn litt i forhold til det med å skrive i skrivebok” (Heidi, 130).

Heidi forteller at noe av det som er så gøy med inquiryoppgaver er at de kan brukes over ulike trinn, og kommer etter hvert fram til at det er oppgavestrukturen som gir dem denne evnen:

Jeg tenker, utfordringene ligger ikke på for eksempel regneferdigheter, altså, jeg hadde en som var tallene fra, sifrene fra en til ni, i rekkefølge, opp og ned. Så skulle en regne pluss og minus og så skulle svaret bli hundre. Og så videreutviklet jeg den litt til at, kan vi femti? Kan vi få null? Kan vi gjøre noe mer med dette? Likner de på hverandre, de oppgavene, altså de måtene som gir svar hundre og sånn, og jeg tenker at for fjerdeklassingene er det nok å finne de, mens når jeg så hvor mange de fant i fjerde, så ga jeg den til Rikard, og tenker at der kan de kanskje forske mer... (Heidi, 171)

Dette knytter hun også opp mot aktiviteten der elevene skulle lage oppgaver selv: ”... Og det er jo litt med disse og, sånn som de sa, vi skal lage førti, så skal vi ta vekk tredve tall, og da vil de lage den vanskelig, men den kan lages lett, den kan lages vanskelig. Og den kan lages umulig. Eller den kan kanskje lages med å få flere løsninger, og jo mer en gjør, jo flere ideer får en egentlig” (Heidi, 177), forklarer hun.

Heidi om LBM, samarbeid med kollegaer og utvikling av egen undervisning

Heidi uttrykker at LBM har gitt henne en annen følelse for matematikkfaget: ”Jeg synes det er gøyere enn jeg synes det var før jeg ble med i TBM (!)” (Heidi, 158), sier hun. Hun forteller at hun nå snakker mer sammen med kollegaer om matematikk, og føler seg mer som en del av mattemiljøet ved skolen. Hun deltar på fagsamlinger på trinnet, og også samlinger med alle matematikklærerne. Dette skjer omtrent tre ganger i halvåret, forklarer hun, og hun omtaler dette som ”ikke veldig ofte, men det er noe i alle fall” (Heidi, 165). Det hender også at lærerne deler oppgaver med hverandre. I forbindelse med at mine veiledere og jeg observerer undervisningen hennes, er hun også interessert i å høre hva slags tanker vi sitter med om denne, og tar oss dermed i bruk som ressurspersoner for en utvikling. Videre gir hun uttrykk for at hun nok ville vært med på et slikt prosjekt som LBM igjen, men hun ser samtidig at tidsaspektet kan være en hindring: ”... en må jo faktisk til en hver tid passe på at en holder på med passelig mye. Og ikke hive seg med på flere ting enn en har mulighet til å gjennomføre,” forklarer hun.

Karakteristiske trekk ved Heidis undervisningspraksis og oppfatninger om læring og undervisning av matematikk

Aktive elever: Et tydelig trekk ved Heidis undervisningspraksis er elevenes aktive rolle. Undervisning som foregår i hel klasse blir ledet framover av Heidi, men den er i stor grad utformet som fellessamtale mellom henne og elevene. Dette er tilfelle både i introduksjon til introoppgaver, der Heidi og elevene samarbeider om å finne passende regnestykker, og i oppsummeringen av disse, der elevene selv forklarer hvordan de har gått fram for å løse oppgaver. Ellers arbeider elevene aktivt med introoppgaver og tekstoppgaver, lager oppgaver selv eller øver på gangetabellen, mens Heidi hjelper til der det trengs. Fokus på elevaktivitet understrekes også i intervjuet der Heidi forteller hvordan hun i undervisningen varierer mellom fellessamtale, arbeid to og to, og arbeid alene. Alle disse tre formene for organisering legger vekt på at elevene er aktive deltakere i undervisningen.

Forståelse: Heidi gir i intervjuet uttrykk for at elevene i sitt arbeid med matematikk burde forstå hva de gjør, og hun knytter denne forståelsen opp mot det å se at matematikken kan brukes i det virkelige livet. Hun understreker også at en noen ganger kan slappe litt av med tanke på forståelse, glede seg over at elevene får til noe, og samtidig ha i tankene at forståelsen er noe som må arbeides med. Heidi forteller også at hun i undervisningen veksler mellom fokus på trening og forståelse, og dette er også tilfelle i undervisningen jeg observerer. Å drille gangetabellen handler mest om trening, mens tekstoppgavene ser ut til å inneholde elementer av både trening og forståelse. Elevene skal her trene på å føre svar på en god måte, samtidig som de bygger seg opp en forståelse for i hvilke situasjoner det er fordelaktig å bruke gange og dele. I tillegg observeres det at Heidis spørsmål i stor grad spiller på elevenes forståelse.

Forklare tankegang og skape fellestanke i klasserommet: Heidi uttrykker i intervjuet et ønske om at elevene skal dele tanker om hvordan de tenker. Dersom en elev ikke klarer å forklare seg, kan de skape en fellestanke i klassen, og sammen kan de klare mye. I introduksjonen til introoppgavene observeres en slik situasjon der en elev ikke klarer å forklare hva han mener. Heidi understreker at det er helt greit, og en annen elev kommer raskt til unnsetning med sin forklaring. Heidi forteller i intervjuet at hun også har jobbet aktivt for å skape et klassemiljø der elevene forklarer hva de tenker, både muntlig og skriftlig, og hun kan fortelle om en positiv framgang i elevenes holdninger. Som et eksempel på dette, observeres det i undervisningen at en elev som har tenkt annerledes enn Heidi helt uoppfordret forklarer hvordan hun tenker. Ellers observeres det at Heidi stiller en del spørsmål som oppfordrer elevene til å forklare og begrunne egen tankegang.

Spørrende tone: Selv om hun til tider også forteller elevene på en direkte måte hva de skal gjøre, observerer jeg at Heidi i stor grad har en spørrende tone i undervisningen, både i forbindelse med fellessamtaler i hel klasse, og i samtale med elevene gruppe- eller enkeltvis. I intervjuet knytter hun dette opp mot inquiry og det valget hun hele tiden har mellom å møte elevenes spørsmål på en inquirymåte eller ikke. Hun forteller at hun tror det ligger mest læring i en inquirytilnærming, i motsetning til å servere elevene svar. I praksis stiller hun spørsmål av ulik karakter, og dette omfatter både spørsmål som tilsynelatende har til hensikt å få elevene til å forklare hvordan de tenker, å veilede elevene til å selv finne ut av ting de lurer på, eller lede elevene til å selv sjekke svarene sine.

Variasjon: I intervjuet understreker Heidi hvor viktig det er med variasjon i undervisningen. Elevene er forskjellige, og noen er mer utålmodige enn andre. Hun forteller at hun derfor kjører flere ulike aktiviteter i løpet av én enkelt time. Dette er også tilfelle i observert

undervisning, der hun veksler mellom fellessamtale, arbeid med grubliser eller tekstopp-gaver, konstruksjon av egne oppgaver og drill.

Tydeliggjøring av ulike framgangsmåter og løsninger: Heidi forteller at hun synes det er viktig å skape en aksept for at det finnes ulike måter å tenke på, og dette viser seg også i hennes praksis. Hun velger for eksempel å ikke forklare elevene hvordan hun selv lager tallstiopp-gaver, slik at de selv må prøve seg fram og finne en framgangsmåte de synes er god. Dette resulterer i tre ulike måter som tydeliggjøres gjennom en oppsummering, og Heidi lar elevene selv velge hvilken de ønsker å bruke i det videre arbeidet. I tillegg ser Heidi og elevene på ulike løsninger, for eksempel i introduksjonen til regnestykkeopp-gaven der de finner ulike passende pluss- og minusstykker. I andre situasjoner observeres det at Heidi leder elevene inn mot bestemte måter å tenke på, for eksempel i forbindelse med tekstopp-gavene. Når en elev forklarer at hun ikke tenker gange for å regne seg fram til svaret på en av tekstopp-gavene, understreker Heidi at hun kan tenke slik hun gjør, men at det likevel lønner seg å skrive svaret som et gangestykke. Hun viser dermed en aksept for at det finnes andre måter å tenke på, samtidig som hensikten med opp-gavene er å trene på de bestemte regneoperasjonene gange og dele, og at det derfor er ønskelig at disse skal tas i bruk på dette tidspunktet. I denne situasjonen ser det altså ut til at aktivitetens hensikt spiller en viktig rolle for hvordan ulike måter å tenke på behandles.

Skape aksept for å gjøre feil i klasserommet: Heidi gir i intervjuet uttrykk for at det ikke gjør noe om elevene prøver seg fram, gjør feil, eller at det ikke blir noe ut av det de prøver på. I mine øyne understrekes en slik holdning også av hennes ønske om en fellestanke i klassen, slik denne er beskrevet ovenfor. Også ved at hun tar utgangspunkt i noe som ikke er helt riktig, diskuterer hvorfor det blir feil i den gitte sammenhengen, og tar utgangspunkt i dette for å veilede elevene, slik som i situasjonen med elevens beregning av hamburgere, kan hun muligens bidra til å skape en aksept for å gjøre feil i klasserommet.

Elever kan arbeide med like opp-gaver: Heidi forteller om sin erfaring med at elever har nytte av å arbeide sammen, i samme klasse, uansett faglig nivå. Selv om ikke alle kan lære det samme, så kan alle lære ganske mye, mener hun, og elevene kan enten arbeide med forskjellige opp-gaver eller aktiviteter innen gruppen, eller med det samme. Dersom de arbeider med det samme, trenger de noe ulik hjelp, slik at de alle kan oppleve mestring. I observert undervisning arbeider alle elevene med de samme introopp-gavene og tekstopp-gavene, mens de selv kan velge mellom å lage tallstiopp-gaver eller øve på gangetabellen. I forbindelse med at alle arbeider med de samme introopp-gavene nevner Heidi både i forkant av undervisning og i intervjuet i etterkant at hun tror opp-gavene er for enkle for de flinkeste, noe som også er min tanke om disse. Utvidelsen av tallstiopp-gaven er nok derimot utformet slik at den gir alle, også de flinkeste, mer utfordringer, noe Heidi også selv påpeker. Alle disse opp-gavene har i tillegg en inngangsterskel som i mine øyne gjør at også de svakeste har mulighet til å ta fatt på opp-gavene. Det samme gjelder tekstopp-gavene, og også i arbeid med disse ser det ut til at både svake og sterke elever på en eller annen måte får utfordringer.

Lukkede opp-gaver: Introopp-gavene er tidligere beskrevet som lukkede, jf. figur 5. Elevene kan ikke påvirke opp-gavens rammer, og de skal kun finne én løsning på hver. I utgangspunktet velger elevene selv framgangsmåte, men alternativene er begrenset, og enkelte framgangsmåter er allerede synliggjort i introduksjonen. Utvidelsen av tallstiopp-gaven er i mine øyne mer åpen, og her har elevene flere muligheter når det gjelder framgangsmåter og opp-gavens rammer. Dette er også noe Heidi selv nevner i intervjuet. Jo mer elevene arbeider, jo flere ideer kan de få, forklarer hun. Når det gjelder tekstopp-gavene er

også disse ganske lukkede, både i måten de framstilles i boken og slik de implementeres. Elevene skal komme fram til et bestemt svar, og dette skal føres på en bestemt måte. Heidi sier også selv at disse ikke er veldig inquirybaserte.

5.2 Rikard

Rikard er også lærer ved Dalen skole, og han har vært i læreryrket i flere tiår. Han underviser for tiden en tiendeklasse som han snart har fulgt i tre år, og har tidligere arbeidet i barneskolen. Rikard har, i tillegg til vanlig allmennlærerutdanning, en ekstra halvårshet med matematikk, og han tar i skrivende stund en etterutdanning der han gjennomfører ytterligere 30 studiepoeng i matematikk.

Beskrivelse av observert undervisning

Rikards elever arbeider denne dagen med et undervisningsopplegg, bestående av fire oppgaver, som går ut på å planlegge en fiktiv kassetur til Tusenfryd. Dette vil fra nå av omtales som *Tusenfrydopplegget*. 22 elever er til stede i undervisningen, og etter en introduksjon av oppgavene, blir disse plassert i grupper i fire adskilte rom. Rikard og en kollega av ham går rundt og hjelper til. Matpausen forskyves slik at elevene kan jobbe lenger i strekk, og når pausen er over er det tjue minutter til rådighet for en felles oppsummering.

Tusenfrydopplegg - Oppgave 1

Oppgave 1 innledes slik (vedlegg 6):

En klasse ved Dalen skole skal på busstur til Tusenfryd. Som du ser av kartet er det 281,6 km én vei. Dere velger selv hvordan noen busselskap regner ut tilbudene. Som dere så i forrige time fins ulike måter å regne ut prisene på...

Denne teksten inneholder ingen klar problemformulering. Er dette en oppgave, eller er det bare opplysninger for arbeid med oppgave 2? Det ligger nok implisitt at elevene her faktisk skal lage noen modeller over busspriser, og før de bestemmer seg for ett busselskap, skal de vurdere ulike alternativer. *Hvordan* de vil gjøre dette, hvor mange selskap de skal ta for seg, og hvor komplisert de vil modellere bussprisene, velger de selv, men de får servert hint om grafisk framstilling og bruk av GeoGebra eller Excel, både gjennom oppgavens formulering og gjennom et eget oppsummeringsark fra forrige time (vedlegg 7).

Tusenfrydopplegg - Oppgave 2

Oppgave 2 formuleres slik (vedlegg 6):

Tusenfryd gir et tilbud til Dalen skole på inngangsbilletter og to måltider i parken. Men siden antall elever i klassene varierer fra år til år, blir det forskjellig hvor mye det koster pr. elev. Lag en oversikt over prisvariasjonene pr. elev fra klasse til klasse når du tar med busstur, inngangsbilletter, måltid og eventuelle andre utgifter.

Samtidig som elevene her må forholde seg til et bestemt reisemål og avstanden dit, råder de over noen variabler selv. De kan selv velge om de ønsker å lete opp priser for båt og inngangsbilletter på internett for å vurdere hva som er realistisk, eller om de selv gjetter på noen priser. Kanskje kommer de også på andre utgiftsposter? De råder også selv over hvordan

de ønsker å framstille variablene og det endelige resultatet. Selv om oppgaveteksten i oppgave 1 og oppsummeringsarket fra forrige time gir hint på dette området, vil elevene dermed kunne ende opp med noe ulike forslag til priser og prisvariasjoner i forhold til antall elever.

Tusenfrydopplegg - Oppgave 1+2

Til tross for at det ligger hint og føringer om framgangsmåte i selve oppgavene og i oppsummeringsarket som følger med dem, har elevene noe valgfrihet på dette punktet. Likevel, selv om veien fram mot mål kan være noe ulik fra gruppe til gruppe, skal de alle ende opp med resultater med noenlunde samme utforming. På bakgrunn av dette vil jeg kategorisere Tusenfrydopplegget som *delvis åpent*, jf. figur 5. Også det at elevene har frihet til å selv fastsette noen av variablene i oppgaven, taler for en viss åpenhet. Videre vil jeg anta at alle elevene i arbeid med oppgavene kan oppnå noe læringsutbytte, selv om de ikke når like langt, og selv om de ikke ender opp med like omfattende modeller. I og med at de selv velger hvordan busselskapene beregner priser, kan de tilsynelatende ta utgangspunkt i modellene fra forrige time og enkelt finne prisforslag, uansett faglig nivå. Alle elevene kan nok også gjette på priser for båt og inngangsbilletter, og framstille dette på en eller annen måte. Problemformuleringen "*Lag en oversikt over prisvariasjonene*" er nok derimot mer utfordrende, både for svake og sterke elever. Hva menes her med en *oversikt*? For både faglig svake og sterke ligger det sansynligvis også en del utfordringer i å modellere busspriser slik at de står i samsvar med hverandre og med virkeligheten. Dersom de tar utgangspunkt i hintet om busspriser i oppgave 1, "... *Noen busselskap er ikke interessert i langkjøring. De er billige på korte turer, men tar mye for langkjøring. Andre selskap kan f. eks. ha høy pris på korte turer og svært lange turer med overnatting. Men de gir de beste tilbud på dagsturer fra ca 400 til 800 km*" (vedlegg 6), kan de komme bort i kompliserte, ukjente kurver. Oppgaven legger også opp til differensiering i form av ekstraoppgaver til de elevene som blir ferdig med de to første oppgavene, noe som ikke er tilfellet for noen av dem. Jeg velger derfor å ikke gå nærmere inn på ekstraoppgavene.

Ifølge læreplanen og hovedområdet *funksjoner* skal elevene etter 10.trinn kunne "*lage, på papiret og digitalt, funksjonar som beskriv numeriske samanhengar og praktiske situasjonar, tolke dei og omsetje mellom ulike representasjonar av funksjonar, som grafar, tabellar, formalar og tekst,*" samtidig som de også skal kunne "*identifisere og utnytte eigenskapane til proporsjonale, omvendt proporsjonale, lineære og enkle kvadratiske funksjonar, og gje døme på praktiske situasjonar som kan beskrivast med desse funksjonane.*"⁷ Reisen til Tusenfryd representerer en slik praktisk situasjon som omtales i begge disse målene. Elevene skal digitalt modellere funksjoner, muligens både lineære, kvadratiske og også andre mer kompliserte, og videre må de tolke disse for å være i stand til å avgjøre hvilken som er mest hensiktsmessig å ta i bruk. Dette opplegget er dessuten en del av det temaet klassen ellers arbeider med for tiden, og er på den måten en del av den helhetlige opplæringen i emnet.

Implementering av Tusenfrydopplegg

Undervisningen starter med en introduksjon av dagens aktivitet i samlet klasse, der Rikard oppsummerer fra forrige time før han introduserer Tusenfrydoppgavene:

⁷ Utdanningsdirektoratet. *Læreplan i matematikk fellesfag, kompetansemål etter 10.årssteget*, lastet ned 15.04.12 fra <http://www.udir.no/Lareplaner/Grep/Modul/?gmid=0&gmi=158816&v=5&s=2&kmsid=29812>

Rikard: *Dere husker sikkert fra onsdag, så holdt vi på med en busstur... Dere fikk en oppgave med tre forskjellige busselskap, så skulle dere gi noen priser for reise på ei reise for Li skole... Så har jeg lagd en ny oppgave. Dere ser det er et kart, det er et kart over Kristiansand - Oslo, og nå er det Dalen skole som skal på tur. Jeg har ikke sagt at det er dere... Og dere skal velge noen busselskap som dere vil bruke. Jeg har ikke sagt hva de heter, og dere får bestemme dere hvordan busselskapene skal regne ut prisene. Nå har dere jo litt ideer fra forrige time hvordan busselskaper tenker, så dere vet jo cirka litt sånn nå, hvor mye de må ha inn, men det er dere som skal velge.*

Elevene får deretter utlevert oppgaveark og oppsummeringsark fra forrige time. Fire eller fem elever arbeider sammen i grupper, og det er i utgangspunktet opp til dem selv å velge hvilke faktorer som skal inkluderes i prisberegningene, og hvordan de ønsker å løse oppgavene. Dette viser seg også i andre situasjoner, blant annet når gruppene skal ta fatt på oppgave 2:

Elev: *I oppgave to, mener du at vi skal velge et av selskapene, eller skal vi velge alle tre når vi skal sette opp et regnskap?*

Rikard: *Det bestemmer dere. Hva er overkommelig å klare fram til klokka elleve?*

Noen ganger leder derimot Rikard elevene inn mot enkelte framgangsmåter, f. eks å framstille priser grafisk: ” *Du, når dere jobber med regneark sånn. Regnearket har jo sånne graf-funksjoner som kan framstille noe av dette sånn grafisk... Men bare fortsett dere. Men hvis dere har sjanse til å, så er det veldig stilig å se litt sånn (Rikard gjør kurvebevegelser med hendene), jeg tenker per elev og sånn. Hvis dere kan klare det.* ”

Når det gjelder å gjøre feil, understreker Rikard at dette er noe vi lærer av: ” *Husk at det er veldig fint hvis du gjør noen feil, for det lærer vi mest av* ” forklarer han når elevene presenterer sine løsninger for hverandre. Dersom elevene i oppgave 1 modellerer busspriser som ikke er realistiske, utfordrer han dem på å rette opp:

Rikard: *... Mens dere har jo fått det sånn, det selskapet der får jo ikke en eneste tur. Det er desidert dyrest uansett hvor du skal reise. Hvem vil være direktør der? Hva heter det busselskapet?*

Elev 1: *Karens buss.*

Rikard: *Karen, du har fått sparken. Det er ikke en sjel som bestiller buss hos deg. Du er altfor dyr. Du er rå.*

Elev 1: *Men hvis vi tar én krone per kilometer da?*

Rikard: *Ser du at du er rå?*

Karen: *Ja, jeg ser det.*

Rikard: *Ja, dette må dere ordne opp i. Dere må få de litt mer sånn.*

I denne situasjonen får elevene *direkte instruksjon* om å rette opp en feil, men rett i forkant har han også stilt dem et spørsmål med samme hensikt: ” *Men var ikke det litt rart at det var så enorm forskjell?* ” Et slikt spørsmål vil nok kunne sette i gang en del tankeprosesser hos elevene. På samme måte stiller han spørsmål for å inspirere til arbeid med oppgave 2: ” *Vet du hva det koster å komme inn i Tusenfryd, Torbjørn? ... Dere får diskutere... Og så to måltider. Hva skal vi ha for noe? Pizza? Må læreren betale mer? ... Og så må dere finne ut totalsummen for buss, for blir bussen billigere hvis det er færre elever? Eller er det sånn én pris på buss tror dere?* ” Andre spørsmål ser ut til å ha til hensikt å teste elevenes forståelse. Dette er tilfellet når Rikard i forbindelse med oppsummering på slutten av timen utfordrer en elev på å forklare betydningen av stigningstall: ” *... Du, nå spør jeg deg. Hvis jeg hopper til en*

av disse, det tallet der, hva er det egentlig det forteller? Jeg vet det har med prisen per kilometer, men når du ser sånn på disse funksjonene, hva forteller egentlig det tallet der?" I tillegg stiller han spørsmål for å lede elever inn mot noe spesifikt han tilsynelatende ønsker de skal utforske eller oppdage. Dette er for eksempel tilfelle når han observerer en gruppe elever som ikke framstiller løsningene sine grafisk: *"Blir det noen kurver og sånn etter hvert. Sånn som dere gjorde sist?"* spør han da. Spesielt leder han elevene mot én spesiell kurve, en variant av en sinuskurve, uten å nevne at det finnes en slik kurve, og hva denne kalles: *"Men klarer dere også den her som er dyr på små turer og dyr på lange turer, men billig på sånn midt imellom. Går det an å klare det?"* spør han. Etter hvert utfordrer han en av gruppene på å skrive inn $\sin x$ i GeoGebra og se hva som skjer. Når elevene får opp sinuskurven, men ønsker at den skal se litt annerledes ut, kommer Rikard opp i en situasjon der han selv ikke vet nøyaktig hva slags funksjonsuttrykk som kan gi en slik kurve. Han uttrykker denne usikkerheten overfor elevene, og oppfordrer dem igjen til å prøve seg fram: *"Prøv! ... Ja, men prøv x i annen da. Prøv et eller annet,"* sier han. Trigonometri er pensum først i videregående skole, men likevel blir altså elevene presentert for begrepet *sinus*. Rikard setter senere i gang en konkurranse om å finne ut og forklare for klassen hva sinus er.

Tiden etter matpause blir brukt på oppsummering der flertallet av gruppene presenterer sine forslag, noen framstilt i Excel, og noen i GeoGebra. Rikard stiller spørsmål underveis, og han trekker elevene inn i diskusjoner. Oppsummeringen avrundes med å undersøke hvordan prisen per elev vil variere ettersom hvor mange elever som er med på tur, og en grafisk framstilling blir utformet i samarbeid mellom Rikard og elevene.

Rikard om matematikk og læring av matematikk

Rikard forteller i intervjuet at matematikk handler om å oppdage, se sammenhenger og finne ut av ting, og samtidig bruke matematikk som et verktøy i livet. Han hever videre at matematikken ikke er funnet opp ennå: *"... Altså, vi er underveis"* (Rikard, 12), sier han. Sitt eget læringssyn deler Rikard inn i tre bolker; utforskning, trening og oppsummering. Han forklarer hvordan han i forbindelse med treningsbiten lar elevene driller og øve på oppgaver i boka, mens det andre ganger er utforskning og forståelse som står i hovedfokus. Det er i hans øyne viktigere at elevene har en forståelse for hva de gjør, enn at de presterer en god karakter i faget, samtidig som han også understreker at forståelse og resultater har en nær sammenheng. Videre forklarer han hvordan forståelsen for matematikken var fraværende på en del områder da han selv gikk på skolen og opplevde en undervisning der mye av fokuset lå på drill og pugg: *"... grunnskole, videregående skole, reallinja, mye matematikk, jeg elsket drill, jeg satt og tok derivert av sinus og cosinus og kunne på rams, og pugga det utenat, alle formlene ikke sant, det var bare pugg, pugg, pugg, pugg,"* forklarer han.

Rikard om undervisning av matematikk

På spørsmål om hvordan undervisningen hans vanligvis foregår, forteller Rikard at han aldri avviker fra sin tredelingsfase med innledning, gruppe- eller undersøkelsesfase og oppsummering. Han forklarer at han spiller en del med elevene, og at de bruker en del IKT, men han understreker samtidig at undervisningen hans ikke alltid er like kreativ. Noen ganger arbeider elevene med oppgaver fra boka, sier han, og han nevner at de da arbeider med differensierte løp etter en felles del. Han understreker også at han inne i perioden med drill og trening også fokuserer på føring og andre formelle ting. Videre forklarer han hvordan han i sin første tid som lærer hadde et diagram over hvor mange oppgaver elevene hadde regnet, men han tror og håper han har *"svømt vekk"* (Rikard, 20) fra en slik pedagogikk. På grunn av noe manglende forståelse for matematikken i egen skolegang, fokuserer han ekstra mye på det

nå, og han hevder at det burde rettes mer fokus på forståelse i barneskolen. Det regnetekniske kan de arbeide med i ungdomsskolen når forståelsen allerede ligger der. Videre gjør han rede for hvordan elevene hans den siste tiden både har arbeidet med en forståelse for, og håndtering av, funksjoner og grafer. De har trent på å fylle ut skjemaer, tegne grafer, finne konstantledd og stigningstall, og de har diskutert betydningen av ulike kurver. Når jeg observerer dem, befinner de seg i følge Rikard i en oppsummeringsfase, og neste uke, etter en oppsummeringstime, skal de ha en prøve i emnet.

Rikard understreker at elevene er en rammefaktor som er med på å gjøre jobben hans så spennende. I et øyeblikk er de barnslige, i et annet øyeblikk voksne. Deres motivasjon for å lære varierer, og han forklarer at selv om han har det *"tøffe, fantastiske opplegget"* (Rikard, 53), så kan alt bare gå helt feil fordi elevene ikke er klare for å lære den dagen. Eller omvendt. I tillegg peker han på sammensetningen av veldig svake elever som har meldt seg helt ut, og elever som er *"lynende flinke"* (Innledende samtale Dalen, 39). Han trekker spesielt fram én elev: *"Noen elever, Truls for eksempel ... han kommer til å bli doktor i et eller annet, han er en gluping uten like. Ikke sant, han lurer på mye"* (Rikard, 85). Denne sammensetningen omtaler han som en utfordring, for eksempel i forbindelse med at han har noen få elever som er ute til spesialundervisning i en time, og i vanlig undervisning timen etter. Før jul ble disse svake elevene undervist i egen gruppe, men nå prøver han å kjøre dem sammen med resten av klassen, og da er de to lærere inne i klassen. I tillegg har de et par timer i uken der de får litt påfyll bare med Rikard.

Rikard om inquiry

I intervjuet forteller Rikard at inquiry i hans øyne er to ting: et verktøy, men også en livsstil. Han hevder at elevene gjennom inquiry kan oppnå forståelse på et tidlig tidspunkt, samtidig som de kan utvikle sin kreativitet. I tillegg ser han inquiry som et godt middel til å forene elever ved ulike faglige nivåer i samme undervisning og med samme oppgaver. I forbindelse med dette ser han det slik at inquiryinspirerte oppgaver burde være *rike og åpne*, slik at alle kan ta fatt på dem, samtidig som de alle får utfordringer.

I forbindelse med inquiry som en livsstil forteller Rikard at: *"... det er noe som er gjort med meg som menneske at jeg synes det er så utrolig interessant med noe som ikke er oppdaget ennå"* (Rikard, 83). Han forklarer at han også har en slik holdning i undervisningen: *"Jeg lurer på, sier jeg til elevene. Det hadde vært spennende. Stille noen spørsmål som ikke er stilt før"* (Rikard, 83). Noen ganger er det ting han selv ikke vet svaret på, forteller han, og han ser at dette kan trigge elevene og føre til at de kan finne ut av ting sammen. Dette var for eksempel tilfellet da sinuskurven dukket opp i dagens undervisning: *"... og hvis jeg skal være helt ærlig så har ikke jeg nok matematikk til å ha kunne hjulpet de med det, når de skulle ha denne, at den skulle øke, jeg klarte ikke å ta det i farten... Men altså, de skulle jo ha en sinuskurve som økte på, og derfor sa jeg bare prøv med noe pluss noe, x i annen, ett eller annet, se hva som skjer, og jeg visste ikke, jeg har aldri prøvd det"* (Rikard, 55).

Rikard forteller at han selv har oppnådd forståelse uten inquiry, men han tror at man med inquiry kan spore elevene inn på hva matematikk dreier seg om på et tidligere tidspunkt enn ved en ikke-inquiryinspirert undervisning: *"For det første så tror jeg det gir rom for å oppnå forståelse, som egentlig er målet med matematikkundervisning, å gi forståelse i denne verden, matematikkverdenen..."* (Rikard, 107), sier han. Noe annet som i hans øyne er bra ved inquiry, er at det kan bidra til å skape de kreative personene som samfunnet trenger: *"... Vi har bruk for noen som kan traust stå og hamre, men vi har faktisk bruk for ganske mange som kan stille disse store spørsmålene, og da tenker jeg at den elevtypen som jeg er med å utvikle gjennom inquiry, kan trigge dette type menneske som de har bruk for i, for å trekke inn*

Nordsjøen da... Og det begynner jeg nå med. Håper de kan utvikle seg videre” (Rikard, 107). I tillegg understreker Rikard at inquiry kan være en løsning på utfordringen det er å ha både veldig svake elever, elever på mellomtrinnsnivå og elever på videregående nivå i en klasse. Gjennom inquiry kan han forene dem med den samme oppgaven (Innledende samtale Dalen):

8. Ri: ... nå skal vi prøve om vi kan kjøre de sammen. Og da er jo inquiry en løsning av en sånn en utfordring, og du har noen som er på mellomtrinnsnivå og noen som er på videregående skoles nivå..

9. Ma: Ja, kan prøve å forene de med det.

10. Ri: Med den samme oppgaven ja.

I intervjuet uttrykker Rikard likevel at han er usikker på hvor godt inquiry passer for de svakeste elevene. Hvis han sitter med elever og driller på de samme prosedyrene om og om igjen, ser han at de kan få det til. Han er likevel ikke enig i at inquiry *ikke* er bra for de svake, og han knytter dette opp mot følelsen av å kunne bidra med noe i ei gruppe.

For å kunne forene elever gjennom inquiry, mener Rikard altså at oppgavene må være litt spesielle. At en oppgave er rik vil si at: ”... inngangsterskelen skal være så lav sånn at det trigger selv Tonje, en ener eller toer i matematikk, og Inge som har en sekser, hvis en setter opp sånn helt ytterpunktene i klassen. Eller Therese eller noen av disse veldig dyktige elevene. Sånn at de går inn med åpent sinn begge to, og alle føler de opplever noe og får til noe...” (Rikard, 89). En oppgave beskriver han som åpen når ”... elevene selv må sette opp de tingene de ønsker å forske på. På onsdag så bestemte jeg prisen på buss. I dag skulle de bestemme prisen på buss. De skulle bestemme antall elever, de skulle bestemme inngangsbillett, alle disse tingene her. Det gir en veldig åpen oppgave. Det åpner opp for at det begynner å skje inquiry, det vet jeg” (Rikard, 83). Han sier senere at selv om han gir elevene en åpen oppgave, ”så er det ikke nødvendigvis at det skjer inquiry” (Rikard, 95), men en slik oppgave er et godt middel for å sette i gang undring: ”Det er klart du kan nok bruke mange ting, men det er bare mine refleksjoner at åpne oppgaver er et godt middel til å få til det en vil med inquiry, nemlig at elevene begynner å stille spørsmål, begynner å undre seg, begynner å undersøke og så videre.” (Rikard, 103).

Selv om Rikard har veldig tro på inquiry, forteller han om vanskeligheter med å holde det varmt, og han ser at det er veldig lett å falle tilbake til gamle vaner. ”En vet hva en vil, men det er ikke alltid en gjør det,” uttrykker han (Innledende samtale Dalen, Rikard, 46). Inquiry er en livsstil, og det er en kamp om å være ”på inquiry” (Rikard, 20). Når eksamen nærmer seg, synes han det er fristende å bare fortelle at, *sånn er det*, og ”... du får prøve å huske det fram til mai” (Rikard, 20), selv om han egentlig ønsker å gjøre det på en annen måte: ”Og så står du der og jobber med deg selv og vet at du gir de lærdom for å svitsje gjennom en eksamen og kanskje klare en karakter bedre, men du vet jo at lærdommen de sitter med er jo kanskje, ja du ønsker å lære de på en annen måte for å si det sånn” (Innledende samtale Dalen, Rikard, 46). Eksamen ser han generelt som en faktor som gjør at han ikke bare kan gjøre morsomme ting, og han understreker at ”... vi lærere skal møte virkeligheten, og det ser jeg jo... Jeg kan ikke bare følge hjertet mitt” (Rikard, 124). På eksamen må elevene vise at de kan gange, dele, legge sammen og trekke fra på papiret, og i forbindelse med dette blir drill en viktig del av matematikkopplæringen. Rikard taler sterkt imot en slik eksamensordning, og forteller at inquiry kan bli så spennende at det tar vekk fokuset fra denne drillbiten. I tillegg ser han også sin egen tid til planlegging som en hindrende faktor for å opprettholde en inquirybasert undervisning over tid. Han nevner at han ikke alltid kan være like kreativ, for han ”skal overleve også” (Rikard, 53).

Dagens opplegg plasserer Rikard på høyre side av en tenkt ”inquiry-skala” som går fra én til ti, der én betegner ren formidling, mens ti er ekstrem inquiry. Han plasserer den ikke helt i toppen, men omtaler den som *”i høyeste grad”* inquiry (Rikard, 91). Han uttrykker en usikkerhet rundt oppgavens inngangsterskel, og foreslår videre at dersom han hadde tatt vekk noen opplysninger fra oppgaveteksten, kunne han gjort opplegget mer åpent. Han gjør det i intervjuet klart at han ble overrasket over at elevene ikke kom lenger på dagens oppgave, og også over at ikke flere brukte GeoGebra med tanke på deres tidligere arbeid med emnet. Han ønsket at oppgaven skulle lede inn mot GeoGebra og funksjoner, men understreker at han som lærer må være åpen og godta at det kan være mange veier til mål: *”Og det var jo egentlig GeoGebra og funksjoner som var det temaet jeg holdt på med ... Og så tenkte jeg, nå skal jeg dryppe elevene inn mot funksjoner og GeoGebra... Likevel opplever jeg at noen av gruppene velger Excel... så må jeg som lærer være så åpen at jeg har mange veier til Rom, mange veier til mål. Og så skal ikke jeg lukke de og si at nei, det var feil, for de kommer fram til svar...”* (Rikard, 101). I tillegg ble han litt skuffet over elevenes kreativitet: *”... Og det overrasket meg også litt at ikke de var mer kreative på funksjoner av annen og tredje grad, for jeg vet at noen av elevene har jobbet med det, og at ikke de tok det poenget, og, ja ... Så litt skuffet på det var jeg, men det er hverdagen altså”* (Rikard, 101), sier han.

Rikard forteller hvordan de på skolen hans bruker en fasemodell der noen faser vil være mer inquiryinspirerte enn andre, og han nevner at han generelt bruker inquiry mer i starten enn i slutten av et emne. Dagens opplegg skulle også være en del av et annet prosjekt som handlet om inquiry, og han understreker at det ble noe påvirket av dette. Han tenker at oppleggene i avslutningsfasen, der de nå befinner seg, til vanlig ligger mer på den andre siden av ”inquiry-skalaen” jeg har introdusert ham for, og at dersom ikke omstendighetene var som de var denne timen, så kunne det godt være han hadde hatt en ren time fra boka eller en oppsummeringstime.

Rikard om LBM, samarbeid med kollegaer og utvikling av egen undervisning

Rikard har, i tillegg til LBM, også vært med i tidligere prosjekter om inquiry i regi av universitetet. Han omtaler prosjektene som veldig nyttige, og han likte godt at didaktikere observerte undervisningen hans. Han uttaler at *”... det var faktisk noe av den beste tiden jeg har hatt som lærer altså”* (Innledende samtale, Rikard, 45), og han var bekymret når LBM var ferdig. Da mistet han det trykket han ellers hadde fra UiA: *”Da holdt de et sånn press på meg som lærer som jeg likte veldig godt. For de spurte meg, hvorfor gjør du sånn? Hvorfor prøver du ikke ut sånn? Jo, det skal jeg prøve ut. Og da så jo jeg at jeg utviklet meg”* (Rikard, 22). Dersom han ønsker å utvikle seg som lærer, ser han at han i slike situasjoner må være åpen for å vise sine feil: *”... blå i det hvis jeg kan lære noe av det”* (Rikard, 139), konstaterer han. Også det at jeg observerer undervisningen hans og at vi har en samtale i etterkant, ser han på som nyttig: *”... og jeg oppfatter det som en vann - vann situasjon, og dere må bare spørre igjen, for som sagt så gir det litt sånn inspirasjon tilbake igjen”* (Rikard, 173). I forbindelse med ”inquiry-skalaen” forteller Rikard at han ikke ønsker å plassere dagens opplegg på en ”tier,” fordi han da ser det slik at han ikke kan komme lenger: *”Jeg tror jeg slutter som lærer når jeg kommer på ti”* (Rikard, 93). Jeg tolker dette slik at han tenker at det i utgangspunktet alltid vil være et forbedringspotensiale til stede, men at han, den dagen han anser sin egen undervisning som ti, har mistet evnen til å se mulighetene, eller eventuelt mistet ønsket om å utvikle seg mer. Videre forteller Rikard at de *”driver fortsatt TBM (!)”* (Innledende samtale Dalen, Rikard, 43) på hans skole ved å ha jevnlig fagsamlinger, og han trekker fram den uformelle praten med de andre mattelærerne som noe nyttig. Tidligere arbeidet han tett sammen med en som også hadde vært med i LBM og hadde stort utbytte av det. Som en del av videreutdanningen han for tiden driver på med, har han satt opp et forskningsspørsmål som

han gjennom implementering av Tusenfrydopplegget, og gjennom analyse av video fra denne, skal forsøke å besvare.

Karakteristiske trekk ved Rikards undervisningspraksis og oppfatninger om læring og undervisning av matematikk

Aktive elever: Med unntak av i introduksjonen, der elevene passivt lytter til Rikard som gjør rede for dagens aktivitet, er elevene aktive i Rikards undervisning. De arbeider med oppgaver, og Rikard sirkulerer mellom gruppene, hjelper til og utfordrer. I oppsummeringsdelen tar han styringen, stiller spørsmål og setter i gang diskusjoner, men elevene presenterer selv sine forslag for hverandre. I intervjuet forteller han hvordan han aldri avviker fra sin tredelingsfase i undervisningen: Hver gang elevene har matematikk går de, i likhet med det jeg også observerer denne dagen, igjennom en introduksjon, en gruppe- eller undersøkelsesfase og en oppsummering, noe som tyder på at elevene hver time er aktivisert i en eller annen grad.

Forståelse: Rikard forteller at forståelse for matematikkverdenen er målet med undervisningen. Det å ha en forståelse i bunn, er i hans øyne viktigere enn å bruke mye tid på å øve inn prosedyrer uten å forstå hva en driver med, selv om det også er viktig med noe drill og pugg. Videre hevder han at forståelse kan oppnås på ulike måter, men at inquiry er et godt middel for å oppnå det på et tidlig tidspunkt. Arbeid med Tusenfrydopplegget kan nok også bidra til oppbygging av en forståelse, både i form av å modellere realistiske modeller og forstå hvordan priser kan variere i forhold til ulike faktorer. I tillegg stiller han i oppsummeringen en del spørsmål som spiller på elevenes forståelse, for eksempel forståelse for stigningstall og konstantledd i funksjonsuttrykk.

Spørrende tone: Rikard beskriver inquiry som en livsstil han ønsker å opprettholde, og han forklarer at han synes det er veldig interessant med det som ikke er oppdaget ennå. Når det gjelder matematikk, tenker han at vi er underveis i oppdagelsen av denne. I praksis viser denne spørrende holdningen seg i hans dialog med elevene. Samtidig som han til tider gir direkte instruksjon, for eksempel gjennom utsagn som "Dette må dere ordne opp i. Dere må få de litt mer sånn," er dialogen preget av spørsmål som tilsynelatende har til hensikt å teste forståelse, utfordre, inspirere, eller lede elever inn mot noe han ønsker de skal oppdage.

Tydeliggjøring av ulike framgangsmåter og løsninger: Selv om Rikard hadde håpet på at flest mulig skulle ta i bruk GeoGebra og funksjoner i arbeidet med dagens oppgaver, og selv om han ble litt skuffet over elevenes kreativitet, forteller han i intervjuet at han prøver å ha i tankene at det de gjør også er riktig, og at det er mange veier til mål. I forbindelse med Tusenfrydopplegget oppstår noe ulike framgangsmåter og resultater, og disse trekker han frem i oppsummeringsdelen. Der presenterer og diskuterer elevene sine forslag.

Utfordre elevene utenfor pensum, og undre seg sammen med dem: I observert undervisning leder Rikard elevene inn mot det trigonometriske begrepet sinus og kurven til denne funksjonen, noe som først er pensum på videregående trinn. Helt ifra starten utfordrer han gruppene på å finne en variant av en sinuskurve, og spesielt hos en av gruppene får denne mye oppmerksomhet. Det at han selv ikke vet nøyaktig hvordan kurven kan framstilles er, både ifølge ham selv og i følge observasjoner, ingen hindring for at han utfordrer elevene. Han kan da undre seg sammen med dem, noe som etter hans oppfatning kan trigge elevene. Videre gir Rikard elevene en utfordring om å finne ut av hva sinus er før de møtes neste gang.

Elever kan arbeide med like oppgaver: Selv om han er noe usikker på om inquirybaserte oppgaver er ubetinget bra for svake elever, uttrykker Rikard tanker om at slike har egenskaper som gjør at elever ved ulike faglige nivåer kan arbeide med de samme oppgavene. Han trekker inn den mestringsfølelsen som elever, også svake, kan oppleve ved å bidra med noe i ei gruppe der alle arbeider med det samme, og han har en tydelig oppfatning av hvordan oppgavene burde være utformet slik at de er tilpasset både faglig svake og sterke elever. I undervisningen jeg observerer lar han alle elevene arbeide med de samme oppgavene, men han undrer seg i etterkant over om inngangsterskelen var lav nok. Generelt mener han at elevene kunne vært ennå mer kreative i sin modellering av busspriser, noe som kan tyde på en oppfatning av at elevene gjennom disse oppgavene også fikk nok utfordringer.

Lukkede oppgaver: Rikards Tusenfrydopplegg har jeg, jf. figur 5, kategorisert som *delvis åpent*. Selv om elevene kan gå fram på ulike måter, og har frihet til å selv bestemme en del variabler, ledes de alle mot et i stor grad forhåndsbestemt mål. Rikard forklarer også selv hvordan opplegget kunne blitt utformet på en mer åpen måte.

Fokus på utvikling av undervisning: Rikard er opptatt av å utvikle sin egen undervisning, og han arbeider også aktivt for dette på nåværende tidspunkt gjennom å delta i videreutdanningsprogram. Han forklarer at han synes det er lettere å være fokusert på utvikling når det ligger press på ham, og det at jeg observerer undervisningen hans og diskuterer med ham etterpå i forbindelse med min studie, ser han som en vinningssituasjon også for sin egen del. Tilsynelatende ser han det slik at det alltid vil ligge et utviklingspotensial i undervisningen som det er viktig å være klar over og gjøre noe med.

5.3 Hildur

Hildur er lærer ved Eik, en kombinert barne- og ungdomsskole. Hun har vært lærer i underkant av ti år, de fleste av dem ved Eik skole, der hun blant annet underviser matematikk på niende trinn. Hun er utdannet allmennlærer, og som en del av utdanningen har hun gjennomført både et obligatorisk og et valgfritt halvårsstudium i matematikk.

Beskrivelse av observert undervisning

Når jeg observerer Hildur, er den vanlige klassen delt i tre grupper. Ni elever deltar i undervisningen, og disse er plassert i grupperinger på tre og tre. Tema er sannsynlighet med mulige og gunstige utfall, og ved hjelp av smartboard repeteres stoff fra tidligere undervisning, før nytt stoff innføres. Deretter arbeider elevene individuelt med oppgaver i læreboka, mens Hildur hjelper til der det trengs. Den siste halvtimen spiller elevene et terningspill, der de tre siste minuttene går med til en kort oppsummering.

Terningspill

Spillaktiviteten har ingen skriftlig introduksjon, og er avhengig av Heidis muntlige forklaring:

Heidi: ... *Alle får tre terninger. Vi spiller sammen tre og tre. Så rister vi terningene. Uten å vise til de andre, så skal du si "Ja, okei, jeg tror for eksempel at hos alle oss til sammen, så er det to enere." Og så sier Thomas som kanskje spiller mot meg "To enere? Nei, jeg har tre enere jeg, så da er det i alle fall fire enere." Så han må høyne antallet knotter, eller han må høyne hvilken terning han snakker om. Altså... hvis han hadde sagt to enere, så kunne jeg gått videre og sagt samme antall, men jeg måtte ha sagt høyere terning. For eksempel to toere, eller to seksere... Det er jo kanskje ikke*

lurest å si for eksempel, jeg tror det er seks tiere (!), når vi er tre stykker som spiller sammen, for det er jo ikke så mange terninger. Men hvis du kommer til det punktet at, det kan umulig stemme, så sier du "Nei, nei, nei, du lyver," og da er det å vise terningene dine her, og hvis det stemmer at det var så mange, så beholder du alle dine terninger, og den som trodde du løy, må levere fra seg én av sine terninger. Den som har flest terninger igjen, eller den som har terninger igjen på slutten, vinner...

Elevene må her spille med fastsatte regler. Så lenge de følger disse vil ingen "løsninger" være mer riktige enn andre, men de vil alle være utformet på samme måte som en kombinasjon av antall øyne og terninger. Dermed vil jeg kategorisere denne spillaktiviteten som en *lukket* aktivitet, jf. figur 5. Når det gjelder inngangsterskelen for spillet vil jeg tro at denne er ganske lav, og kanskje vil elever som vanligvis faller litt igjennom på det faglige feltet kunne oppleve mer mestring i forbindelse med en slik aktivitet, enn til vanlig. For faglig sterke elever kan spillet gi utfordringer i form av utvikling av strategier, og "prøving og feiling" på en bevisst måte, og selv om elevene på dette tidspunktet ikke har mye kjennskap til sannsynlighet ved flere hendelser, stiller de seg kanskje spørsmål rundt slike beregninger. Kan en for eksempel vite nøyaktig hvor sannsynlig det er at det befinner seg tre toere blant ni terninger?

Innen hovedområdet *statistikk, sannsynlighet og kombinatorikk* skal elevene, ifølge kompetansemålene i læreplanen, etter 10. trinn kunne "*finne sannsyn gjennom eksperimentering, simulering og berekning i daglegdagse sammenhengar og spell.*"⁸ Den observerte spillaktiviteten kan dermed være et steg i retning av å oppfylle dette kompetansemålet, samtidig som den passer inn i det temaet klassen for tiden arbeider med.

Tekstoppgaver i lærebok

Tekstoppgavene i boka (vedlegg 8) handler om sammenhengen mellom mulige og gunstige utfall og sannsynlighet, blant annet i forbindelse med spillekort og terninger. De er på formen "*Hva er sannsynligheten for...?*" og krever ett riktig svar i form av et tall. Alle variabler er fastsatt, og i tillegg presenteres oppgavene sammen med et eksempel som elevene kan følge. Dermed vil jeg, jf. figur 5, kategorisere disse oppgavene som *lukkede*. Videre vil jeg tro at alle elever vil kunne ta fatt på oppgavene ved å telle opp mulige og gunstige utfall, men at sterke elever får lite utfordringer, i og med at prosessen stopper opp når én løsning er funnet.

Implementering av terningspill

I forkant av introduksjonen knytter Hildur sammen sannsynlighetsbegrepet og spillaktiviteten: "*... før vi skal ha et sånn terningspill som jeg lærte i helga, veldig gøy, der vi må bruke den sannsynligheten som vi nå har snakka om...*" I tillegg diskuterer klassen andre situasjoner der det kan være en fordel å ha litt kjennskap til sannsynlighet, før selve spillaktiviteten introduseres slik som beskrevet ovenfor. Klassen deles i tre spillgrupper, med tre elever på hver gruppe, og de får utlevert tre terninger hver. Hildur spiller en prøverunde med en av gruppene, og etter dette går hun rundt til elevene og forklarer på nytt dersom de spiller med alternative regler, noe flere av dem gjør. Selv om det er tydelig at Hildur ønsker at elevene skal spille med hennes regler, anerkjenner hun også at det kan være flere måter å spille på:

Hildur: *Trengte vi å kunne noe om sannsynlighet ... for å vinne i spillet?*

Thomas: *Ikke den måten vi spilte det på.*

⁸ Utdanningsdirektoratet. *Læreplan i matematikk fellesfag, kompetansemål etter 10.årssteget*, lastet ned 13.03.12 fra <http://www.udir.no/Lareplaner/Grep/Modul/?gmid=0&gmi=158816&v=5&s=2&kmsid=29812>

Hildur: *Trengte det litt der og, men dere spilte ikke helt som jeg kan det....*

I starten er det som sagt en del usikkerhet rundt reglene, og Hildur hjelper til ved å spille sammen med elevene, forklare regler inntil de er forstått, og tipse om muligheter. I startfasen kommer hun med konkrete forslag, mens elevene i senere spillomganger i større grad må tenke ut løsninger selv. Hildur minner dem da på reglene ved behov. Etter hvert som elevene forstår spillet, får de utlevert flere terninger, noe som gjør spillet ennå mer utfordrende.

De siste tre minuttene diskuterer Hildur og klassen spillaktiviteten i fellesskap. Igjen understrekes det at sannsynlighet har en nytteverdi i livene våre:

Hildur: *... Men var det noen som tenkte litt sannsynlighet, altså hvor stor sjanse er det for at det faktisk er minst fire femmere på bordet hvis noen sa det? Tenkte du hvor mange terninger er det til sammen, altså hvor mange mulige utfall er det. Satt dere og tenkte på det?*

Preben: *Litt.*

Hildur: *Litt? Ikke rart du slo meg da Preben, siden du tenkte på det. Jo mer en klarer å koble det inn mot det, jo enklere vil det jo bli. Det er ikke sikkert du vinner på det. Du skal jo være litt heldig med hva du får eller hva den andre får, men det er større sjanse for at du vil klare det.*

Øvrig undervisning, inkludert implementering av tekstoppgaver

Dagens undervisning innledes med en oppsummering fra forrige time, med påfølgende presentasjon av nytt materiale, og målet for timen er at elevene skal kunne *forklare hva mulige og gunstige utfall er*. Ved hjelp av smartboard repeteres det første begrepet, og dette foregår som en samtale mellom Hildur og elevene. Hildur stiller spørsmål og gir elevene utfordringer. Det nye begrepet *gunstige utfall* og sammenhengen *sannsynlighet = antall gunstige/antall mulige* innføres. Å finne sannsynlighet ved flere hendelser blir også diskutert.

I forbindelse med repetisjon av begrepet *mulige utfall*, utfordrer Hildur elevene på å sette sammen kombinasjoner av treretters middagsmenyer. Til forrett er det salat, til hovedrett kan de velge mellom kjøtt, fisk og vegetar, og til dessert står valget mellom is og frukt. Hver for seg skal elevene stille opp alle mulige kombinasjoner av disse rettene, altså alle mulige utfall. De får ingen føringer på *hvordan* de skal gjøre dette, og det er lov å prøve seg fram:

Hildur: *Det er jo også en mulighet å gjøre det på.*

Preben: *Skal jeg tegne treet?*

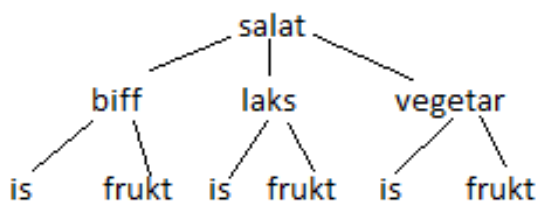
Hildur: *Det kan du godt gjøre.*

Preben: *(...)*

Hildur: *Ja, det er lov å prøve.*

To elever presenterer sine forslag på smartboard (figur 7 og 8):

Salat – laks - is
 II - II - frukt
 Salat – biff – is
 II - II - frukt
 Salat – vegetar – is
 II - II - frukt



Figur 7: Rikkens forslag

Figur 8: Prebens forslag

Deretter viser Hildur hvordan hun selv har gjort det: ”Vil dere se hvordan jeg har satt det opp? Jeg har gjort samme som Preben har gjort der... Kan sette det opp akkurat som du vil. Ikke krise om du velger den linja hvis du synes den er mer oversiktlig.” Hun venter altså med å vise hvordan hun selv tenker til elevene har fått prøvd seg fram på egenhånd, og når hun til slutt viser dem, understreker hun at de selv velger hvordan de vil gjøre det. Også i andre situasjoner synliggjøres ulike måter å tenke på:

Hildur: *Kan jeg klare å skrive det i prosent, Lasse?*

Lasse: *Femti prosent.*

Hildur: *Hvordan finner du ut av det?*

Lasse: *Halvparten av hundre.*

Hildur: *Halvparten av hundre. Ja, det kan du si. Er det andre måter vi kan gå til prosent på? Hvis du vet at det er null komma fem, hvordan vet vi at det er femti prosent?*

Elise: *Null komma fem ganger hundre prosent.*

Hildur: *Kan du også gjøre.*

Her aksepterer Hildur ulike måter å tenke på, og spør samtidig etter flere. Når det gjelder forslag som ikke er helt riktige, hender det at Hildur møter slike med et signal om at det verken er helt riktig eller helt feil. Dette er tilfelle når et nytt begrep er innført, og Hildur tester om elevene har forstått:

Hildur: *... Hva er gunstige utfall som jeg snakker om? Lasse?*

Lasse: *Brøk.*

Hildur: *Kan gi svaret som brøk, men jeg kunne gitt det som noe annet også, kunne jeg ikke det?*

Noen ganger kan et svar være helt feil, og hun stiller spørsmål slik at eleven må tenke seg om en gang til. Også dette er tilfelle underveis i felles gjennomgang av nytt stoff:

Hildur: *... Kan jeg gjøre noe annet også, Thomas?*

Thomas: *Dele på fire.*

Hildur: *Kan jeg dele på fire?*

Thomas: *Nei. Kan dele på tretten.*

Hildur: *Kan dele på tretten ja. Det var bedre.*

Enkelte ganger kommer ulike meninger fram i lyset gjennom fellessamtale, og Hildur bruker dette som et utgangspunkt for bevisføring:

Hildur: ... *Hva mener du Elise?*

Elise: *Tjuefem prosent.*

Hildur: *Du mener tjuefem prosent. Er dere enige med henne? Skal vi godta det bare fordi Elise sier det?*

Elev: *Nei.*

Hildur: *Lettvint. Thomas?*

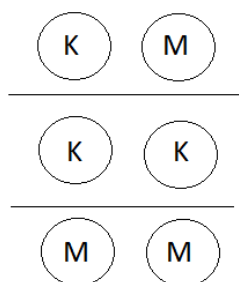
Thomas: *Jeg ville tippa femti prosent.*

Hildur: *Du ville tippa femti prosent. Hvorfor det?*

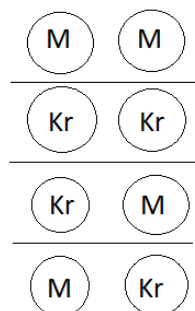
Thomas: *Fordi det er det samme som to og fire, to firedeler og det er femti prosent og en halv, eller femti prosent og null komma fem.*

Hildur: *Jeg skjønner tankegangen din. Hvem er dere enige med? ... Okei, sett opp, skriv ned de alternativene du kan klare å komme på, og så ser vi hvilke som passer.*

Dette resulterer i en situasjon der hun bruker en gal løsning for å tydeliggjøre et viktig poeng. Thomas mener nå det finnes *tre* alternativer for hvordan to mynter kan lande når de kastes opp i lufta. Hildur vet at det finnes *fire*, men ber eleven notere ned sine tre: ”... *Skriv ned de tre alternativene du mener ned... Men bare ha de ned, så du kan vise de for resten.*” Etter forespørsel fra Hildur, presenterer Thomas sitt forslag for klassen (figur 9). Det samme gjør en annen elev, Herman. Han har funnet alle de fire mulige utfallene (figur 10):



Figur 9: Thomas løsning



Figur 10: Hermans løsning

Med utgangspunkt i disse forslagene, inviterer Hildur til diskusjon i klassen: ”... *Har det noe å si? Thomas hadde tre alternativer og Herman har funnet fire alternativer. Har det noen ting å si når vi skal regne ut sannsynligheten for å få to mynt?*” Gjennom å beregne sannsynligheten i de to tilfellene, kommer Hildur og klassen i fellesskap fram til at det har noe å si om en regner med alle mulige utfall eller ikke. Ut ifra Thomas og Hermans forslag, blir sannsynligheten hhv. $P(MM) = 1/3 = 33\%$ og $P(MM) = 1/4 = 25\%$. Gjennom denne sammenlikningen får Hildur understreket viktigheten av å telle med alle mulige utfall.

Hildur stiller spørsmål med ulik grad av åpenhet, som krever ulike typer svar, og med varierende hensikt. Noen er i stor grad lukkede og krever ett bestemt svar i form av et tall, og slike stilles for eksempel i forbindelse med felles gjennomgang av nytt stoff:

Elise: *En delt på seks.*

Hildur: *Og da får du?*

Elise: ... *Null komma to.*

Hildur: *Skal vi runde det av til to desimaler?*

Elise: *Null komma sytten.*

Hildur: *Null komma sytten. Hvor mye er det i prosent?*

Herman: *Sytten.*

Noen spørsmål oppfordrer elever til å begrunne og forklare for resten av klassen:

Hildur: *Hvor stor er sjansen for å få en hjerter hvis jeg trekker et tilfeldig kort i en kortstokk? Herman?*

Herman: *Det blir tretten delt på femti-to.*

Hildur: *Hvorfor det? Forklar hvor du får de tall fra.*

Spørsmål brukes også for å utfordre elevene på bevisføring, og dette er tilfelle i felles gjennomgang av stoff: *"Okei. Hvis jeg da sier at nja, jeg er litt skeptisk til at det her er tilfelle. Kunne du ha bevist det for meg? Hvis jeg bare hadde sagt, nei, jeg tror ikke noe særlig på den regelen. Har du noen mulighet til å vise at det du sier er riktig?"* Ellers stilles spørsmål for å repetere og teste forståelse: *"... Temaet da var antall mulige utfall. Hvem husker hva det var for noe?"* og *"Gunstige utfall. Kan noen prøve å forklare det med sine ord? Hva er gunstige utfall som jeg snakker om?"* Spørsmål blir også stilt for å få elevene til å tenke igjennom et begrep før det introduseres: *"Okei, det var mulige utfall. Nå skal vi se på gunstige utfall. Hva er det for noe?"*

I noen situasjoner legger Hildur til rette for at elevene skal ha mulighet til å utforske på egenhånd. Blant oppgavene i boka er det noen som omhandler spillekort, noe som for én elev er et ukjent område. Hildur gir ham derfor en kortstokk, forklarer farger og verdier, og lar ham få bruke kortene i det videre arbeidet, slik at han kan telle opp og skaffe seg den informasjonen han trenger for å arbeide videre på egenhånd. Samtidig er det også situasjoner der hun selv illustrerer og forklarer for elevene, for eksempel når elever strever med å finne sannsynligheten for at et par som ønsker seg to barn får én gutt og ei jente. Hildur skriver og forklarer hvordan de kan framstille dette som et tredigram, slik tekstopp-gaven krever, og hun illustrerer hvordan det ville blitt dersom de utvidet med et ekstra barn:

Hildur: *... Hvis de hadde spurt om sannsynligheten for å få gutt-gutt, så hadde det vært tre alternativer. Eller gutt-jente, altså gutt først, så jente, det er ikke det samme som jente-gutt, så du har fire forskjellige alternativer nedover der. Så kunne jeg bygd ut og så kunne jeg ha sagt, okei, her er første barnet, her er andre barnet, tredje barnet da? ... Da må du gjøre G-G, og samme her og, G-J, så kan du fullføre den, så ser du at alternativene blir en, to, tre, fire, fem, seks, sju, åtte. Altså, to ganger to ganger to...*

Hildur om matematikk og læring av matematikk

Hildur forteller i sitt intervju at matematikk går igjen i det meste av det en tenker og gjør, alt fra tolkning av grafer til regning på butikken. Hun mener det er veldig varierende hvordan elever lærer best, og hun knytter dette til forskjellige læringsstiler. "Forståelse" er et ord som går igjen flere ganger i intervjuet, noe som tyder på at dette er viktig for henne. I tillegg, for at elevene skal se at en framgangsmåte ikke fungerer og ta i bruk en ny, må de ifølge Hildur møte motgang og se at deres måte ikke fungerer. Det hjelper ikke bare at hun forteller dem at noe annet er bedre. Samtidig forklarer hun at hun selv likte best å få fortalt hvordan hun skulle gjøre ting da hun gikk på skolen. Hun kunne gjennomføre operasjoner, men manglet forståelse på enkelte områder. Det var også noe "prøving og feiling":

263. Ma: *Kan du huske at dere hadde, var det nesten bare formidling, eller*
264. Hi: *Nei, det var det ikke. Vi hadde litt annet også, men ikke så veldig mye, men noe prøve og feile. Jeg husker frustrasjonen med meg selv når jeg ikke finner svaret, og det ser jeg på noen elever også. De er så vant til at når du har matte så skal du komme fram til svaret, det er ikke noe prøve, feile, tenke, mye frustrasjon som kommer fram da.*

Hildur om undervisning av matematikk

Hildur mener at noen ting egner seg best til å prøve ut, mens andre ting egner seg best til å legges fram for elevene. Uansett ser hun variasjon som det viktigste for å treffe flest mulig læringsstiler, og hun synes det er supert når hun får inn noe praktisk. I tillegg, skal man bli god på noe, må man trene, mener hun, og da er det både kvalitet og mengde som gjelder. Hun understreker at det her gjelder å finne motiverende og varierte oppgaver. I blant utvider hun oppgaver ved å snu på spørsmål, legge til alternativer eller endre tall, forteller hun, men hun hevder samtidig at dette ikke gjør dem mer åpne eller mer inquirybaserte. Det handler i større grad om å se på flere varianter slik at overføringsverdien forhåpentligvis blir større. I tillegg ser hun pugg som viktig for at ting kan gå kjappere, og hun peker på viktigheten av at elevene tydeliggjør tankegangen sin: *”Typisk det vi har jobbet med går og på, du kan ikke bare gi meg et svar, jeg vil vite hvordan du tenker for å finne det her svaret. Og vise framgangsmåte”* (Hildur, 323). Hun forklarer at hun i forbindelse med å løse likninger har presentert ulike framgangsmåter for elevene, men at de som regel ender opp med å gjøre det slik hun anbefaler, nettopp på grunn av at de da på en grei måte viser hvordan de tenker. Når det gjelder å synliggjøre ulike framgangsmåter og løsninger, nevner hun at dette *ikke* er noe hun har fokusert mye på i undervisningen, men at de som regel har sett på ulikheter når slike har oppstått. De har da spurt seg om noe funker bedre enn noe annet. Det var også bevisst fra hennes side å få fram en riktig og en gal løsning på utfordringen med kron og mynt som hun gav i dagens undervisning. Hun uttrykker at det er *”flott når de bommer, så en får opp de forskjellene”* (Hildur, 250).

Hildur karakteriserer den observerte økten som en typisk time. Hun mener imidlertid at undervisningen hennes generelt er for mye lærerstyrt:

168. Ma: *En vanlig undervisningstime hos deg, kan du beskrive den, eller er det veldig, veldig forskjellig?*

169. Hi: *Nei, dessverre ikke veldig, veldig forskjellig. Det burde vært mer forskjellig. Som regel innom at jeg forklarer et eller annet, litt oppgavejobbing, kanskje litt forklaring i par eller noe sånn, vis hverandre er det ofte, samarbeid. For mye lærerstyrt tenker jeg, at jeg demonstrerer og viser, om det er med konkretisering eller forklaring eller hva det må være. Typisk en time hos meg.*

På spørsmål om hvorfor hun tenker at lærerstyrt undervisning er noe negativt, trekker hun inn mangel på variasjon som et problem:

172. Ma: *Hvorfor tenker du at det er noe negativt da?*

173. Hi: *Det må ikke være det, men jeg er ikke flink nok på å variere det. Jeg tror jeg kan bli bedre på å treffe flere, og det tror jeg går bedre hvis jeg varierer enda mer. Men det er litt sånn tid inne i bildet også, og hvordan planlegge på best mulig måte.*

”Variasjon” er et ord som går igjen gjennom hele intervjuet, og hun gjør det klart at *”Jo mer jeg klarer å variere, jo bedre er det”* (Hildur, 34). Hun ser også mangel på variasjon som en mulig årsak til at elevene har scoret en del under gjennomsnittet på nasjonale prøver.

Når det gjelder elevene som en rammefaktor, er det i følge Hildur et stort sprik i klassen jeg har observert, og det faglige nivået er gjennomsnittlig lavt. Hun knytter dette til sosiale, elevmessige faktorer. De jobbet mye med sosiale ting i åttende, noe som kan ha tatt fokuset vekk fra det faglige. Hun omtaler dette også som en faktor som begrenser alternativer for undervisning til vanlig, og i tillegg synes hun sammensetningen av svake og sterke elever gjør det vanskelig å differensiere. Noen må ha ting konkretisert, mens andre får mest ut av en teoretisk gjennomgang. Likevel ser hun at ved å variere, samtidig som organiseringen fungerer, kan hun gi forskjellige utfordringer der elevene er, på samme tid. Når hun har delingsgruppe er det enklere å drive med individuell oppfølging, forteller hun, og hun bruker ofte disse timene til noe praktisk. Videre er Hildur fornøyd med læreboka som har lagt opp til differensierte oppgaver. Disse brukes blant annet i hjemmelekse slik at noen får vanskeligere oppgaver enn andre. Hun forteller at hun også gir utforskningsoppgaver i lekse, men i mindre grad til faglig svake enn til sterke elever. Elevene skal mestre hjemmeleksene, og de svake får derfor mer rutinemessige oppgaver. Samtidig understreker hun at også disse skal få ”prøve og feile” litt, da helst på skolen.

Hildur om inquiry

For Hildur er inquiry ”undersøkende matematikk. Teste, prøve, finne ut, sjekke feilene, se om du kan prøve å komme fram til noe generelt for eksempler du finner, type ting, innenfor forskjellige typer aktiviteter” (Hildur, 226). Det som er bra med inquiry, er at elevene må ”tenke selv for å komme fram til svaret, istedenfor å få det presentert som en formel” (Hildur, 252). Hun tror at dette kan bidra til å øke forståelsen for matematikken, og forklarer at noen nok vil kunne oppnå en forståelse også ved å få presentert fagstoffet på tavla, men ikke nødvendigvis alle.

Hildur mener at hun bruker inquiry mye mindre enn hun hadde trodd hun skulle gjøre mens hun var med i prosjektet, og hun har i intervjuet noen vansker med å fortelle om spesifikke inquiryopplegg hun tidligere har gjennomført. Hun vet at hun ikke trenger å tenke så stort rundt dette med inquiry, men tenker likevel at når hun skal gjennomføre et slikt opplegg, skal det settes av god tid og gjøres ordentlig. Hun kan da fortelle om noen ”småting” (Hildur, 298) hun har gjort, for eksempel bruk av nonstop i forbindelse med sannsynlighet. Det at hun har en spørrende tone i undervisningen, har hun ikke tenkt på som en del av en inquirytilnærming:

295. P.S: *Jeg la merke til i timen i dag at du spør veldig mye til elevene. Du spør de om hva mener du om det og hvorfor det og. Føler du ikke det er en måte å ha en inquirytilnærming til*

296. Hi: *Jo, det er det jo for så vidt. Nei, det har jeg ikke tenkt på før. Jeg spør jo for at jeg tenker at du kan ikke bare kjøpe alt jeg sier, du må tenke selv. Og i matematikk skal vi kunne bevise det fra tid til annen også.*

Dagens økt ville Hildur puttet på en *treer* på en ”inquiry-skala” fra én til ti. Spillet ville hun plassert noe høyere, selv om hun egentlig tenker at man med en inquirybasert aktivitet skal ”ende ut på noe” (Hildur, 193). Hvis hun hadde snudd på det slik at elevene først skulle trille terninger for dermed å komme fram til noe generelt som gjelder for alltid, samtidig som hun hadde brukt mer tid på å samle trådene på slutten, mener hun det hadde blitt mer inquirybasert. Samtidig ser hun det som naturlig at de samler trådene mer når flere kan spillet. Fra hennes side var hensikten med spillet i denne omgang at elevene skulle se sammenhenger: ”Men hensikten med spillet sånn sett imot målet er jo ikke at de skal kunne nødvendigvis tenke gunstige og mulige utfall der, men de skal jo se sammenhengen med antall mulige terninger

det går an å ha, og du kan jo ikke sitte og si at du har mer enn det. At de ser en sammenheng der... ” (Hildur, 78). Om elevenes læringsutbytte fra spillaktiviteten tenker hun at dette er noe varierende: ”De har jo ikke samme utbytte av det når de spiller. Noen spiller jo fordi det bare er kjempegøy å spille, men bare det at du klarer å skjønne at jeg må heve antall i forhold til øyer på terninger, at det er en sammenheng der, at de ser den, det kan være mål nok for noen. Mens andre faktisk bruker det de kan om sannsynlighet for å klare å vinne. Absolutt. Eller strategier” (Hildur, 101). Hun understreker også at det alltid er hyggelig med litt spill, og at elevene på denne måten kan tenke at ” jess, matte er gøy, nå kan jeg spille” (Hildur, 60). Hun nevner at hun flere ganger har brukt spill med terninger for å motivere elevene, og det at hun senere kan utvide spillet, samt trekke tråder tilbake til spillet i senere undervisning, ser hun som noe positivt.

Hildur om deltakelse i LBM, samarbeid med kollegaer og utvikling av egen undervisning

Hildur syntes det var interessant å være med i LBM, og hun henviser spesielt til verkstedene der hun fikk tilgang på oppgaver som hun kunne ta med tilbake til sin egen undervisning. *”Det er ingenting som er bedre enn det at det er så yrkesrelatert eller praksisrelatert” (Hildur, 363), sier hun. Hun forklarer at hun her fikk innblikk i mange spennende oppgaver, men at hun har lett for å la rammene og strukturen rundt elevgruppen være en hindrende faktor for bruk av alternative aktiviteter. Dersom hun fikk mulighet, sier hun, ville hun nok blitt med i et slikt prosjekt igjen, selv om hun ikke er så glad i alle kravene til framlegg og dokumentasjon. ”... det er ikke alltid en har overskudd til den type arbeid i tillegg til en vanlig dag” (Hildur, 393), kommenterer hun. Hildur forklarer at hun til vanlig planlegger en del sammen med en annen mattelærer, og at det også foregår deling av opplegg mellom kollegaene, men ikke på noen organisert måte. Ellers deltar hun i fagmøter med de andre matematikklærerne på ungdomstrinnet et par ganger i semesteret.*

Karakteristiske trekk ved Hildurs undervisningspraksis og oppfatninger om læring og undervisning av matematikk

Aktive elever: Selv om Hildur styrer hva som skal skje i undervisningen, observerer jeg at elevene hele veien er aktivisert, og dette er også tilfelle ved repetisjon og gjennomgang av nytt materiale. Hildur leder elevene igjennom det gamle og nye stoffet, men trekker dem hele tiden inn i samtale ved å stille spørsmål eller gi utfordringer underveis. Ellers arbeider elevene med oppgaver i bok og spiller spill, mens Hildur hjelper til der det trengs. Når hun beskriver sin egen undervisning, nevner hun aktiviteter der elevene er aktive, gjerne gjennom samarbeid. Dette dreier seg gjerne om oppgavejobbing, forklaring i par, eller at elevene viser hverandre. Hun forteller samtidig at hun ser sin egen undervisning som for lærerstyrt, men ved å observere Hildur ser jeg at hun, selv når hun legger fram stoff på denne måten, aktiviserer elevene.

Forståelse: I intervjuet kommer det tydelig fram at Hildur er opptatt av at elevene både skal håndtere matematikken og forstå hva de gjør, blant annet for å kunne være kritiske og drive bevisføring. Samtidig som de også arbeider med mer treningsbaserte aktiviteter i observert undervisning, ser jeg det slik at forståelse vektlegges gjennom bruk av konkretiseringsmateriale og spill, samt gjennom Hildurs spørsmålsbruk.

Forklare tankegang: Hildur er opptatt av at elevene skal vise hvordan de går fram for å finne et svar, og generelt gjøre rede for sin egen tankegang. Dette kommer til uttrykk i intervju, og også i praksis der hun stiller spørsmål som krever at elevene muntlig eller skriftlig forklarer

hvordan de tenker, og hvordan de kan bevise om det de selv eller andre påstår er riktig. Dette handler for eksempel om å illustrere mulige kombinasjoner av forrett, hovedrett og dessert, samt kombinasjoner av mynt og kron ved kast av to terninger.

Spørrende tone: I intervjuet blir Hildurs spørrende tone i undervisningen et tema. Hun begrunner en slik tone med et ønske om at elevene skal være kritiske, noe som også gjenspeiler seg i spørsmål som har til hensikt å få elevene til å føre bevis. Andre spørsmål er av annen karakter og har tilsynelatende en annen hensikt. Noen er lukkede og krever ett enkelt svar, mens andre er mer åpne og krever at elevene forklarer og begrunner. Noen spørsmål stilles for å repetere, mens andre får elevene til å tenke igjennom et begrep før det introduseres. Noen ganger gir Hildur direkte instruksjon, for eksempel i situasjonen der hun forklarer og illustrerer kombinasjoner av jente- og guttebarn, samtidig som hun i andre tilfeller, gjennom sin spørsmålsbruk, leder elevene til å finne ut av ting selv.

Variasjon: Samtidig som Hildur omtaler sin egen undervisning som lærerstyrt, trekker hun inn mangel på variasjon i arbeidsmåte som et problem, og hun uttrykker at tiden hun har til rådighet til planlegging er et hinder for å variere godt nok. Jo mer hun klarer å variere, jo bedre, mener hun, og hun tror hun kan treffe flere læringsstiler dersom hun varierer mer. Observert undervisning er i stor grad variert med felles undervisning i hel klasse, diskusjoner, arbeid med oppgaver i boka, konkretiseringsmidler og spill.

Skape aksept for å gjøre feil i klasserommet: Hildur uttaler at hun synes det er flott at elevene gjør feil, og i undervisningen observeres det at hun bevisst bruker et riktig og et galt svar for å sette i gang diskusjon og bevisføring, og for å understreke et viktig poeng. Hun møter også forslag som ikke er helt riktige med hint og spørsmål som leder elevene mot et ennå mer spesifikt svar, eller som får elevene til å tenke seg om en gang til.

Knytte matematikk til virkelige situasjoner: Hildur er tilsynelatende opptatt av å knytte matematikken til virkelige situasjoner slik at elevene kan se bruksområder for det de lærer i faget. I intervjuet gjør hun rede for et ønske om å inkludere noe praktisk i undervisningen sin, og dette er også tilfelle i observert undervisning. Spillaktiviteten er med på å illustrere en kjent situasjon fra elevenes liv der de kan nyttiggjøre seg kunnskaper om sannsynlighet, og de diskuterer i tillegg andre områder der sannsynlighetsbegrepet har en sentral rolle. Ellers komponerer elevene menyer og de forestiller seg ulike utfall når de kaster to terninger. De arbeider med sannsynlighet i forhold til kort- og terningspill, og en bruk av terninger og kortstokk som konkretiseringsmidler er i mine øyne med på å forsterke denne sammenhengen til det virkelige livet.

Lukkede oppgaver: Hildur forteller hvordan hun noen ganger utvider oppgaver, bytter ut tall eller snur på spørsmål, men hun understreker at disse grepene ikke gjør oppgavene mer åpne eller mer inquirybaserte. Dagens sannsynlighetsoppgaver brukes slik de presenteres i boka, *lukkede*, jf. figur 5, og med ett tilhørende fasitsvar. Også spillaktiviteten har en lukket form med en muntlig forklaring av fastsatte regler, og oppfølging og forklaring underveis for å lede elevene inn på riktig spor. Også utfordringene som Hildur gir elevene underveis i fellesundervisning, er alle utformet slik at elevene skal arbeide innenfor de samme rammene og ende opp med samme resultat og læringsutbytte.

5.4 Frank

Frank har hovedfag i matematikdidaktikk, og har arbeidet som lærer i over ti år. Han har hele denne tiden undervist ved Skogly videregående, der han underviser alle nivåer i matematikk. I år underviser han 1P, et grunnkurs for alle som tar studiespesialisering.

Beskrivelse av observert undervisning

Innføring i indeksregning er temaet for undervisningen jeg observerer hos Frank og hans klasse. Frank har utformet tre arbeidsark med oppgaver som i sin helhet bygger opp indeksbegrepet, og elevene må gjøre seg ferdig med det første arket før de får utlevert det neste. 16 elever og en student i praksis er til stede, og elevene arbeider i grupper bestående av to eller tre elever, mens Frank og studenten går rundt og hjelper til. I starten av andre økt oppsummerer Frank litt fra første økt i plenum, ellers går all tid med til oppgaveløsning.

Indeksopplegg - Ark 1

Ark 1 (vedlegg 9) består av fem oppgaver, og gjennom disse repeteres matematiske ferdigheter som er viktige for arbeidet med indeksregning. Dette handler hovedsakelig om prosentvis økning og likninger med brøker. Hver og en oppgave har en tydelig problemformulering, slik som *"I fjor kostet ei skjorte 100 kroner. I år koster den samme skjorta 125 kr. Hvor mange prosent har prisen på skjorta økt?"* i oppgave 1a), og *"Finn x i hver av oppgavene,"* fulgt av tre likninger med brøker og en ukjent x , i oppgave 2. Disse oppgavene gir ingen frihet for elevene til selv å velge noen variabler. Til en viss grad kan de derimot velge *hvordan* de ønsker å løse oppgavene, selv om mulighetene er begrenset. Oppgave 5, der elevene eksplisitt blir bedt om å sette opp en likning for å løse oppgave 4b), *"I fjor kostet en liten bensin 14,20 kroner. Da fikk Markus 200 kr i månedslønn. Han bruker alle pengene på bensin til mopeden sin. I år har bensinprisen økt til 15,70 kr literen. Hvor mye må Markus få i månedslønn i år for å få råd til like mye bensin som i fjor?"* krever derimot en bestemt framgangsmåte. Dette tyder på at det å håndtere likninger med brøker er viktig for det videre arbeidet med indeks. Hver oppgave har dessuten et fasitsvar i form av et tall, med unntak av oppgave 3 som spør etter en regel for hvordan man kan finne x uttrykt ved a , b og c når $x/a = b/c$, men også her er det begrenset med muligheter. Elevene skal dermed ende opp med samme løsninger, på noenlunde samme måte, og jeg vil dermed kategorisere disse oppgavene som *lukkede*, jf. figur 5. De tre første oppgavene tar for seg helt grunnleggende kunnskaper, og nivået er deretter gradvis økende. På grunnlag av dette vil jeg anta at alle elever kan få til noe på dette arket. For sterke elever vil jeg tro at oppgavene kan føles rutinemessige og kreve en begrenset utforskende virksomhet.

Et av kompetansemålene for 1P innen hovedområdet "tall og algebra" er at elevene skal kunne *"rekne med forhold, prosent, prosentpoeng og vekstfaktor."*⁹ På dette arket arbeider elevene med prosentvis økning, og kanskje tar de her i bruk vekstfaktor. Ferdigheter på dette området er grunnleggende for å kunne arbeide videre med indeks, og disse oppgavene er dermed en naturlig del av det elevene ellers arbeider med.

⁹ Utdanningsdirektoratet. *Læreplan i matematikk fellesfag, kompetansemål etter 1P*, lastet ned 15.04.12 fra <http://www.udir.no/Lareplaner/Grep/Modul/?gmid=0&gmi=158816&v=5&s=2&kmsid=29880>

Indeksopplegg - Ark 2

På ark 2 (vedlegg 10) møter elevene allerede i første oppgave en beskrivelse av indeksbegrepet: "En indeks er et mål for hvordan priser eller lønninger utvikler seg over en periode. Det året vi tar utgangspunkt i kalles for et basisår. Da setter vi indeksen lik 100." Elevene skal her ta i bruk en tabell over prisutvikling for en type håndsåpe over en treårsperiode for å løse tre deloppgaver: a) "Hvilket år er basisår?" b) "Bruk tabellen til å finne sammenhenger mellom indeksene og prisen på håndsåpe," og c) "I 2009 var indeksen økt til 108,1. Hvor mye kostet håndsåpa da?" Her er de fleste opplysninger gitt, men b) krever noe tolkning i forbindelse med "å finne sammenhenger." a) og c) har mer lukkede formuleringer og krever dermed ett fasitsvar. Det samme gjelder 7a), "Bruk 2009 som basisår og finn lønnsindeksen til Anna for disse fire årene," her med utgangspunkt i en ny tabell som viser Annas timelønn de siste fire årene. 7b), "Hvordan kan dere bruke indeksen til å finne lønnsøkningen hennes i prosent?" er mer åpen og kan besvares på noe ulike måter. I oppgave 8 skal elevene lage "en formel for sammenhengen mellom lønna i 2009, indeksen i 2009, lønna i 2010 og indeksen i 2010," for deretter å kalle ett år for A og et annet år for B, og lage en generell formel for sammenhengen mellom lønn og indeks. Hva menes her med en formel? Og er en sammenheng her det samme som en sammenheng i 6b)? Her kan noe ulike løsninger vise seg. Elevene har altså noe, men liten, innvirkning på rammene i disse oppgavene, og i tillegg skal de løse én og én oppgave, i riktig rekkefølge, for å bygge opp en forståelse for indeksbegrepet. Det er ikke et krav at elevene bruker en bestemt framgangsmåte i sine beregninger, men i og med at ark 1 fokuserer mye på likninger, er det enkelt å forestille seg at dette er en anbefalt metode også her. Oppgavene leder altså mot et bestemt mål, og i stor grad også mot bruk av en bestemt framgangsmåte. Selv om noen av oppgavene har en noe mer åpen utforming, vil jeg likevel kategorisere ark 2, i sin helhet, som lukket, jf. figur 5.

Ark 2 innledes med en lav terskel i 6a) som spør etter basisår. I og med at begrepet allerede er presentert, er nok dette en oppgave alle kan besvare så lenge de forstår tabellen over år, indeks og pris. Deretter øker vanskelighetsgraden noe med at elevene skal finne sammenhenger, noe som uansett faglig nivå kan være et diffust begrep. Dersom en her oppdager sammenhengen mellom indeks og pris, og ser hvordan dette kan overføres til indeks og lønn, vil 7a) kunne være en grei oppgave. 7b) krever at en ser en ny egenskap ved indeksen, nemlig at denne kan brukes for å beregne prosentvis økning. Dette kan det være et mål at faglig sterke elever oppdager, samtidig som en svakere elev kan oppnå en viss forståelse for indeksbegrepet uten å se denne sammenhengen. I oppgave 8 går en fra det spesielle i a) til det generelle i b), og også her kan det være et poeng at om ikke alle ser det generelle, så kan de få en viss forståelse likevel, ved å holde seg til det spesielle. Oppsummert ser en altså at oppgavene bygges opp fra det grunnleggende til det mer komplekse, og på denne måten kan elever ved ulike faglige nivåer få til noe og samtidig bli utfordret. Elevene som kommer igjennom alle oppgavene, har ennå et oppgaveark med nye utfordringer (vedlegg 11). Ingen elever arbeider med dette arket, og jeg velger derfor å ikke gå nærmere inn på dette.

Indeksopplegget i sin helhet har en direkte tilknytning til kompetansemål i læreplanen. Innenfor hovedområdet økonomi skal elevene kunne "rekne med prisindeks, kroneverdi, reallønn og nominell lønn,"¹⁰ og dagens opplegg er et skritt på veien for å nå dette målet.

¹⁰ Utdanningsdirektoratet. Læreplan i matematikk fellesfag, kompetansemål etter 1P, lastet ned 15.04.12 fra <http://www.udir.no/Lareplaner/Grep/Modul/?gmid=0&gmi=158816&v=5&s=2&kmsid=29880>

Implementering av indeksopplegg

Frank introduserer dagens aktivitet med lite informasjon om selve oppgavene:

Frank: *Dagens tema er indekssregning... Hva er det? Hvor mange av dere har hørt om indekssregning før? (Noen foreslår "noe du får inn", men ingen kan huske at de har lært noe om det før)... Men det er egentlig et greit utgangspunkt, for da starter vi helt med blanke ark ... Det dere trenger på hver gruppe i dag er én kalkulator og én penn på hver gruppe av to og to, og så skal dere svare på disse oppgavene som er på dette arket, og målet med denne timen er at vi skal prøve å forstå litt mer av hva indekssregning er.*

Elevene arbeider deretter sammen i grupper, og Frank ønsker at de skal samarbeide på en god måte der alle forstår: "Men jeg vil helst at dere jobber sammen sånn at alle skjønner det," forklarer han når han oppdager at elevene på ei gruppe arbeider med hver sin oppgave. Dersom ikke alle forstår, ønsker han at de forklarer hverandre.

Noe ulike framgangsmåter kan observeres i arbeidet med å beregne prosentvis økning i oppgave 1, og det oppstår da situasjoner der Frank leder elevene fram mot å bruke vekstfaktor og likning. Dette er for eksempel tilfelle i elevens arbeid med oppgave 1b) der de skal finne prosentvis økning på prisen på et busskort når prisen har økt fra 750 til 840:

Frank: *Nå prøver du deg fram. Tror du vi greier å sette opp et stykke sånn at vi kan finne det nøyaktig hver gang?*

Elev 1: *Ja*

Frank: *Vekstfaktor, husker dere det?*

Elev 3: *Skal det inn her og?*

Frank: *Mm. For å komme fra 100 til 125, hva ganga vi med da?*

Elev 2: *1,25.*

Frank: *Ja. Hvordan kommer vi fra 750 til 840?*

Elev 2: *1,09*

Frank: *Kan vi sette opp det som en likning?*

Dette er også tilfelle for en annen gruppe elever som ikke har brukt vekstfaktor og likning. Han gjør det her klart for elevene at de har tenkt helt riktig, men at det med tanke på det videre arbeidet er mer hensiktsmessig å gjøre det på en annen måte: "Sånn dere har gjort det er veldig bra. Dere har tenkt helt riktig. Men når vi skal løse oppgavene på neste ark, så er det litt greit å sette opp på en litt annen måte."

I arbeidet med ark 2 oppstår ulike løsninger blant elevene. Noen uttrykker at *indeks ett år* delt på *indeks et annet år*, er lik *timelønn ett år* delt på *timelønn et annet år*. Andre framstiller dette som at *indeks delt på timelønn ett år*, er lik *indeks delt på timelønn et annet år*. Overfor elevene godtar Frank begge måtene å framstille sammenhengen på, men etter hvert leder han dem som har brukt den første sammenhengen inn mot oppdagelsen av at forholdet mellom indeks og timelønn er konstant, en egenskap som kommer tydeligere fram gjennom å stille opp forholdet på den andre måten. Ellers er det også situasjoner der Frank gjør det klart at det kun er *ett* korrekt svar. Det er tilfelle når to grupper har fått ulike svar på oppgave 4b) der de skal beregne Markus nye månedslønn:

Elev: *Vi fikk 219 vi. Hvorfor fikk dere 220? Vi fikk 219.*

Frank: *Dere må ha avrundet litt feil. Svaret skal være 220.*

I denne situasjonen gir Frank elevene et *direkte* svar. I andre tilfeller stiller han derimot spørsmål hvor hensikten ser ut til å være å lede elevene til å *finne ut av ting selv*. Han tar utgangspunkt i det de allerede vet, og stiller åpne spørsmål som krever noe utfyllende forklaringer, kombinert med mer lukkede spørsmål som hovedsakelig krever ett bestemt svar. Når et par elever strever med å løse likninger med brøk på begge sider, stiller han slike spørsmål: ”*Hvordan tenkte dere når dere løste de? ... Men det funker jo ikke på den, så hva kan vi gjøre da?... Men hva er alltid målet når vi løser en likning? ... Hva har vi alltid lov å gjøre på begge sider i en likning? ... Hva ganger du med på begge sider? ... Hjelper det oss noe? ... Hvis dere ser på de, kunne dere gjort på samme måte der?*” Dette er spørsmål som blant annet krever at elevene forklarer hvordan de tenker. Også spørsmål som ”*Skjøenner dere tankegangen?*”, ”*Skjønte du hva du gjorde?*” og ”*Men ser du hvorfor det må bli sånn?*” er alle spørsmål som spiller på elevenes forståelse. Frank stiller også spørsmål, slik som ”*Kan det stemme?*” tilsynelatende for å få elevene til å selv undersøke sine egne løsninger, men det er også enkelte tilfeller der han forteller elever at ”*Nei, du tenker litt feil nå*” eller på andre måter påpeker det samme.

I enkelte situasjoner gir Frank kun enkelte hint når elevene står fast i arbeidet med en oppgave. Dette er tilfelle når elever skal lage en formel for sammenheng mellom lønn og indeks i oppgave 8:

Frank: *Det er den mest utfordrende oppgaven av alle.*

Elev 1: *Vi har prøvd alt.*

Frank: *Dere har prøvd alt? Mm, men, er det noen sammenheng mellom de tallene og de tallene og de tallene og de tallene (peker på ulike tallkombinasjoner)*

Elev 1: *Det er sikkert det.*

Elev 2: *Det øker jo med*

Elev 2: *Men det er jo ikke det samme.*

Frank: *Det er jo ikke det samme. Ta og prøv litt. Trykk litt på kalkulatoren og prøv litt og se om dere kan se noen sammenhenger der.*

Samtidig er det tilfeller der Frank henter før elevene selv har fått tid til å undre seg over noe. Et eksempel på dette er i forbindelse med at elever skal ta fatt på oppgave 5, der de skal løse oppgave 4b) om Markus og månedslønnen hans ved å sette opp en likning: ”*Og så skal dere sette opp som en likning. Og da er hintet å se litt på de to oppgavene her. Kan dere sette opp på samme måte... Det gjelder dere og gutter. Hintet her er jo at ...*,” forklarer han.

Det gjennomføres ingen oppsummering på slutten av dobbeltøkten, men i starten av time nummer to samler han trådene fra arbeid med ark 1 og kobler dette opp mot ark 2:

Frank: *... Pointet med dette første arket er først og fremst å repetere en del ting som vi har gjort tidligere, bare for å være sikker på at det sitter. Og det har vi kanskje konkludert med at*

Elev: *Har det ingenting med indeks å gjøre?*

Frank: *Jo, det har med indeks å gjøre, for det er prosentregning, og det å løse sånne likninger med brøker er det du må kunne for å kunne regne på indekser. Så det er derfor de første oppgavene kom. Så etter hvert som dere er ferdig med ark én, så skal dere få et ark to, og vi har ark tre også for de som ønsker seg det. ... Og tenk på det dere gjør underveis, at det dere gjør på ark én er et verktøy for å kunne få til indeksregninga som vi skal begynne på etterpå.*

Frank om matematikk og læring av matematikk

Frank gjør i sitt intervju rede for et syn om at tall og tallforståelse ligger i bunn av matematikken, samtidig som det også handler om logisk oppbygning av systemer. Videre hevder han at matematikkfaget er et godt fag for å trene opp logisk tenkning og se sammenhenger og systemer, samtidig som det er et godt verktøy, enten for hverdagen eller for andre fag. Frank understreker at elever lærer på forskjellige måter, men at de uansett må se sammenhenger og forstå det de holder på med. Det gjør de nok best når de jobber på egenhånd med *"fornuftig oppbygde oppgaver som bygger på det de kan,"* hevder han (Frank, 36). Hvis elevene forstår hva de holder på med, er det enklere å ta fatt på nye ting som er mer utfordrende, hevder han, og han setter matematikkunnskapen i motsetning til den kunnskapen man trenger for å skru sammen en hylle fra IKEA, *"... kunnskap som du trenger den halvtimen det tar å skru den sammen..."* (Frank, 184). Selv var ikke Frank veldig bevisst på hvordan han selv lærte best på skolen. Han lærte greit av tavleundervisning, den undervisningsformen han der opplevde mest av. Frank forteller i en mail i forkant av observasjonsdagen at hovedmålet med dagens aktivitet var at elevene skulle *"forstå indekser, og etter hvert trekke inn begreper som konsumprisindeks, reallønn og kroneverdi"* (vedlegg 12). I intervjuet i etterkant av undervisningen forteller han at selv om forståelsen nok ikke er der etter dagens arbeid, så håper og tror han den vil være på plass for en del elever etter hvert.

Frank om undervisning av matematikk

Frank sier at han i sin undervisningsplanlegging tar utgangspunkt i hva elevene kan fra før og i kompetansemål i læreplanen: *"Utgangspunktet er jo hva elevene kan fra før. Og utgangspunktet er jo læreplanene, altså hva de skal kunne. Og så må en jo da prøve å lage gode opplegg ut fra det, altså hvordan kan de da, med det grunnlaget de har, forstå eller lære det som læreplanen sier at de skal kunne"* (Frank, 44). Han forteller videre at han styrer en del etter eksamensoppgaver, og at dette kan gjøre det vanskeligere for elevene å forstå hva de holder på med. Boka bruker han derimot lite, forklarer han, men han nevner at han følger kapittelinnvidlingen og bruker noen av dens oppgaver. Han synes boka er lite inquiryvennlig, men enkel for elevene å jobbe med på egenhånd hjemme, og så arbeider de heller med forståelsen på skolen. Han nevner at dette også gjelder hvordan begrepet indeks blir behandlet:

230. Fr: *Ja. Boka er rett på formelen.*

231. In: *Ja riktig.*

234. Fr: *Den starter med at indeksen et år delt på pris et år er lik indeks et annet år delt på pris et annet år.*

235. In: *Ja, for du har jo her designa en*

236. In: *[en sti inn mot]*

237. Fr: *[Ja, det er, det er en sånn]*

238. Fr: *progresjon inn mot det, men derfor så synes jeg det er greit at boka gjør det sånn for når de da kommer hjem og skal gjøre lekser og så ikke husker det, så kan de gå inn og se i boka og greit, og så har vi jobba med forståelse.*

Elevene i klassen jeg observerer sliter ifølge Frank med motivasjonen. Halvparten jobber med det de skal, uten stor entusiasme, mens resten gjør veldig lite. Nå som han begynner å kjenne klassen godt, ser han at det er lite behov for å differensiere, men han uttaler også at det utover i et kapittel blir større behov for differensiering. For noen er det nok å arbeide med det grunnleggende, for andre kan man trekke det litt lenger. Dagens oppgave fant sted i introduksjonen av et nytt tema og tok for seg grunnleggende ting som *"alle*

skal få til” (Frank, 91). ”*Det var jo ikke noe mål å differensiere så mye her*” (Frank, 91) sier han, og han forteller videre at han så differensiering mer i form av ekstra oppgaver til de som ble ferdige.

I intervjuet forklarer Frank at siden elevene var på veldig ulike steder i arbeidet etter hvert som tiden gikk, valgte han å ikke diskutere noen av oppgavene i plenum: ”... *de kom ganske forskjellig ut, sånn at hvis vi hadde tatt tak i for eksempel, oppgave fem da kanskje i fellesskap og noen var ikke kommet dit og andre var langt ute i ark to, så ville det også blitt vanskelig, så det var et sånt valg jeg gjorde der og da om å ikke ta noe i plenum*” (Frank, 201). Han gjennomførte heller ingen oppsummering, og forklarer dette slik: ”*I dag så syntes jeg de jobba såpass greit, og de kom mye kortere enn jeg hadde tenkt. Dermed så lot jeg det bare henge i lufta... Men som regel så har jeg en oppsummering*” (Frank, 138). Han hadde derimot tenkt å ha en felles samtale i klassen før elevene startet på siste ark, men så langt kom de ikke: ”... *før de begynner på ark tre så hadde jeg tenkt å ta en sånn samtale rundt dette med reallønn og sånn i klassen, men dit kom vi ikke, så det må bli neste gang*” (Frank, 140).

Frank om inquiry

Når Frank får spørsmål om hva han ville sagt dersom han skulle beskrive inquiry for en som ikke kjenner til begrepet, understreker han at det ikke er ”*en definisjon som er på en setning og så har du det*” (Frank, 79). Han forklarer videre at det i hans øyne handler om at elevene skal undre seg, undersøke og reflektere seg fram til hvordan matematikken skal være, og han mener det dreier seg om å dra undervisningen i en mer inquirybasert retning: ”... *For det er ikke sånn at noen timer har jeg ren inquiry, og noen timer har jeg ikke inquiry, men det er vel det liksom å trekke hele undervisninga litt mer i den retningen som er poenget på en måte*” (Frank, 75), forklarer han. Som et eksempel på dette trekker han fram sin egen bruk av mer åpne spørsmål når han underviser fra tavla: ”*Og det er jo også sånn at, hvis jeg står på tavla så, i større grad stille åpne spørsmål til dem og la de tenke selv enn at jeg viser hvordan det skal være*” (Frank, 79). Samtidig forteller han at han bruker inquiry, i form av oppgaver og ark slik som indeksopplegget, mest i introduksjonen til et kapittel der elevene ”*skal finne ut av det de skal finne ut av på egenhånd*” (Frank, 154). Dette gjelder særlig i matteklasser der nivåforskjellen er større.

Når Frank får spørsmål om hvordan elevene lærer best, trekker han raskt frem inquiry, og han forklarer at grunnen til dette er at det etter hans erfaring forbedrer elevenes langtidslæring. Ved at de kun repeterer noe andre gjør, kan heller ikke læreren vite om elevene forstår, eller om de bare kopierer, hevder han. Han nevner også at det er svakheter ved inquiry. Blant annet er det vanskelig med liten lærertetthet og umotiverte elever der mange grupperinger faller av. En del elever liker best å kopiere eksempler fra boka, og når disse må tenke selv er det en del som ”*setter seg på bakbeina*” (Frank, 89). Han forklarer at det derfor ofte er roligst når han underviser fra tavla: ”*Ja, altså, hvis jeg står på tavla så er de flinke til å følge med. Altså hvis jeg står, så er det stort sett ro, men når de sitter og jobber så blir noen av de fort ukonsentrerte, og det er jo litt sånn, ikke sant, når du ikke får til noe så er det fristende å holde på med andre ting eller begynne å prate med naboen og sånn, så det er nokså menneskelig det*” (Frank, 69).

Denne dagen har han sett mye god matematisk tenkning, men en del av gruppene har han måttet bruke lang tid sammen med for at de skal forstå relativt enkle ting. I tillegg trekker han fram tidsbruken for *planlegging* som en svakhet ved inquiry: ”*Det er veldig mye lettere å gå til en time og bare kikke på at indeksregning, det er sånn, og så kan jeg vise det på tavle, og så sette de i gang med å jobbe...*” (Frank, 89). Han nevner at om jeg hadde kommet igjen en

annen gang, ville han nok ikke laget et like grundig opplegg. Han hadde altså lagt litt ekstra arbeid i dette opplegget, men understreker samtidig at han ønsket å legge opp en time som ikke var så veldig mye annerledes enn en vanlig time.

Frank plasserer opplegget sitt på *åtte* eller *ni* på en skala fra en til ti over inquirybasert undervisning, og begrunner med at elevene i stor grad undersøker selv. En oppgave var veldig åpen, mens resten var mer konkrete og ledende, noe som samsvarer med hans tanke om at elevene skal ledes i riktig retning: ”... *det var litt bevisst det at den skulle være veldig åpen mens de andre, altså det er veldig ledende oppgaver, altså de er jo konkrete selv om de er, men det er jo på en måte sånn jeg tenker at du skal lede de i riktig retning, og så hvis du prater med de og ser at de er helt på villspor, så må vi prøve å hjelpe de litt*” (Frank, 132).

Indeksoppgave nummer åtte handlet om at elevene skulle lage en formel for sammenheng mellom lønn og indeks, og dette resulterte i noe ulike løsninger. Frank uttaler i intervjuet at elevene gjerne måtte bruke de sammenhengene de selv fant, fordi ”*det er jo ikke feil ... og de kan godt tenke sånn hele veien og så blir matematikken riktig allikevel*” (Frank, 150), og han hevder at det for svake elever generelt er forvirrende å bli stilt overfor ulike løsningsmetoder. Samtidig kommenterer han at han senere vil introdusere elevene for den sammenhengen som står i læreboka slik at de enklere kan sammenlikne et og et år: ”*Det er lettere å se sammenhengen syns jeg, at sammenhengen mellom lønnen og indeksen er konstant hvert eneste år, og det er jo det som egentlig kjennetegner indeksen*” (Frank, 152).

Frank om LBM, samarbeid med kollegaer og utvikling av egen undervisning

I forbindelse med LBM syntes Frank det var attraktivt å bli frikjøpt en time i uka til å jobbe med faget sitt, og han trekker spesielt fram det samarbeidet som oppstod mellom kollegaene som nyttig. Dette samarbeidet består i dag av månedlige fagmøter og ellers et godt, uformelt samarbeid, forklarer han. De har blant annet en mappe på it's learning hvor de deler opplegg, nettsider osv. Han understreker samtidig at det er mye jobb knyttet til det å være matematikklærer på videregående, og at det derfor blir for mye å delta i slike prosjekter hvis det kommer *ved siden av* det andre. Han skal nå være med i et nytt prosjekt ved UiA, noe som kan sees som et konkret bevis på at han ser det som verdifullt å være med i slike prosjekter.

Frank forklarer at det ikke er slik at undervisningen hans har endret seg fra ikke-inquiry til ekstrem inquiry etter LBM, men at den har blitt dratt mer i *retning* inquiry. Han har altså ikke blitt ”*et nytt og bedre menneske*” (Frank, 117), men han har blitt bevisst en del ting. Han forklarer også at han lærer mye av å se på videoopptak fra egen undervisning, og han ønsker å få en kopi av opptakene gjort i forbindelse med denne studien. I tillegg er han interessert i å høre hva mine veiledere og jeg har å si om dette etter å ha observert undervisningen hans: ”*Men nå som dere er her så er det jo interessant å høre hvordan dere opplevde disse to timene. Og ikke minst så er jeg opptatt av å få tilbakemeldinger på ting som burde vært gjort annerledes. En har jo alltid ønske om å, ting skal bli bedre*” (Frank, 197), understreker han. Han forteller at han nok kommer til å bruke indeksoppgavene om igjen, men at han først ser på ”*hva som fungerer og ikke fungerer*” (Frank, 115), og gjør litt endringer ut ifra det.

Karakteristiske trekk ved Franks undervisningspraksis og oppfatninger om læring og undervisning av matematikk

Aktive elever: Frank forteller at han tror elevene får mest forståelse for matematikk når de er aktivisert med oppgaver på egenhånd, men han gir også uttrykk for vanskeligheter med å få et mer utforskningsbasert opplegg til å fungere når elevene er umotiverte. Han opplever at

tavleundervisning skaper mer ro i klasserommet, og synes derfor det beste er en blanding av å vise på tavla først, for deretter å la elevene arbeide med oppgaver. I observert undervisning er elevene hele tiden aktivisert med oppgaver, mens Frank hjelper til der det trengs. Han oppfordrer elevene til å arbeide sammen på en god måte i gruppene, og han aktiviserer dem med å selv forklare hverandre når noen ikke har forstått.

Forståelse: Frank gir i intervjuet uttrykk for at elevene må se sammenhenger og forstå det de holder på med for kunne ta fatt på nye, vanskeligere ting, noe som også gjenspeiler seg i hans praksis. Målet for indeksopplegget er fra hans side at elevene skal *forstå* indekser, og i tillegg stiller han i undervisningen spørsmål som går direkte på elevenes forståelse, tilsynelatende for å bygge på deres egen forståelse når han hjelper dem. Samtidig som elevene skal forstå, ser det også ut til at Frank vektlegger innøving av prosedyrer. I forbindelse med indeksopplegget bruker elevene mye tid på å stille opp og løse likninger, og Frank forteller at elevene hjemme arbeider en del med oppgaver i boka. I følge hans egne beskrivelser tar denne fatt på nye temaer ved å først presentere en sammenheng, regel eller liknende i forkant av oppgavene, og jeg forstår det slik at dette er oppgaver med hovedfokus på trening.

Spørrende tone: I intervjuet gjør Frank rede for hvordan han tar i bruk åpne spørsmål når han underviser fra tavla, og gjennom å observere ham i praksis ser jeg at han også stiller spørsmål, både åpne og mer lukkede, når elevene arbeider med oppgaver på egenhånd. Selv om det til tider observeres at han i undervisningen gir elevene direkte instruksjon eller henter før de har fått mulighet til å tenke selv, er det tydelig at han i stor grad gjennom en spørsmålsbruk prøver å lede dem til å finne løsninger selv, eller til å selv sjekke sine egne svar.

Logisk oppbygning av systemer: Frank forteller at han ser matematikk som en logisk oppbygning av systemer, og han tror elevene lærer best av å arbeide med logisk oppbygde oppgaver. Dette gjenspeiler seg i hans indeksopplegg, der elevene først trener på det grunnleggende som er nødvendig for å bygge opp en forståelse for indeksbegrepet. De går fra konkrete tall til abstrakte symboler, og fra å behandle virkelige, håndfaste situasjoner til å stille opp mer abstrakte sammenhenger. Dette samsvarer med Franks uttalte oppfatninger om at elevene skal ledes i riktig retning.

Lukkede oppgaver: Indeksopplegget har jeg tidligere kategorisert som *lukket*, jf. figur 5, og Frank nevner også selv at utenom enkelte åpne deloppgaver, er oppgavene konkrete og ledende. Han uttaler at elevene, gjennom inquiry, på egenhånd kan finne ut av ”*det de skal finne ut av*,” altså noe forhåndsbestemt. Han forteller også at han generelt ser det slik at elevene skal ledes i riktig retning. Dette er også et tydelig trekk ved dagens opplegg som, i likhet med opplegget rundt lineære funksjoner (figur 3), har en progresjon slik at det elevene lærer på et ark skal brukes videre i arbeidet med det neste. Elevene skal arbeide seg igjennom de samme oppgavene og i stor grad ende opp med samme løsninger, og dersom de tenker på en tungvint måte, observeres det at Frank på et eller annet tidspunkt leder dem inn mot noe som i hans øyne er mer hensiktsmessig for forståelsen av matematikken eller for det videre arbeidet.

Fokus på utvikling av undervisning: Frank er tilsynelatende opptatt av å utvikle undervisningen sin gjennom deltakelse i organiserte prosjekter, men han uttaler at han i forbindelse med slike er avhengig av å få frikjøpt tid. Det er tydelig at han også tenker at han kan utvikle undervisningen sin uten nødvendigvis å delta i et organisert prosjekt, for eksempel ved å se på videoopptak fra denne, samt reflektere over og endre opplegg før han bruker dem igjen. Han ønsker også å høre hva slags tanker mine veiledere og jeg har gjort oss om undervisningen vi har observert, og begrunner dette med et ønske om at ting skal bli bedre.

6. Diskusjon

I analysedelen ble karakteristiske trekk ved hver og en lærers undervisningspraksis og oppfatninger om læring og undervisning av matematikk presentert. Dette er både trekk som går igjen hos flere lærere, og trekk som er mer eller mindre særegne for enkelte av dem. Som tidligere nevnt er trekkene i stor grad beskrevet ut ifra en sammenfatning av observasjon, undervisningsmaterieell og intervju, og det som for én person beskrives som et trekk, kan også være til stede hos en annen, uten å omtales som et karakteristisk trekk for denne. Her er det viktig å ha i tankene at intervjuene til tider utviklet seg i ganske ulike retninger, slik at det som kommer i fokus i et intervju, kanskje er like viktig for en annen lærer, men likevel kommer i skyggen av noe annet i intervjuet med denne.

Elevenes aktive rolle i undervisningen er et sentralt trekk ved alle de fire lærerne. I deres uttrykte oppfatninger om læring og undervisning ligger det underforstått at elevene lærer best av å være aktive, samtidig som observasjoner tydelig støtter opp om slike oppfatninger. Elevene er aktivisert gjennom å løse eller lage oppgaver, drille eller spille, og dersom lærerne tar styringen og introduserer en aktivitet, presenterer nytt materiale eller oppsummerer, trekkes elevene i stor grad inn som aktive deltakere. Enkelte situasjoner, for eksempel introduksjon av Tusenfrydoppgaver og introduksjon av terningspill, preges av direkte instruksjon fra lærer, men ellers er elevene i aller største grad aktivisert med å presentere løsninger, svare på spørsmål og delta i diskusjoner. Dette kan tydelig sees i samsvar med en inquiryfilosofi som nettopp *bygger på* at elevene er aktive og i fellesskap undrer seg og utforsker matematikk.

Å *knytte matematikken til virkelige situasjoner* ser også ut til å være viktig for alle lærerne. Planlegging av klassesettur eller innkjøp til fest, samt arbeid med pris og lønn, er områder elevene kan kjenne igjen fra livene sine, og ved å relatere matematikken til slike situasjoner kan det være enklere for elevene å få en forståelse for teorien. Likevel er matematikkens betydning for det virkelige livet ekstra tydelig hos Hildur. Mens virkeligheten hos de tre andre i stor grad er knyttet til oppdiktete situasjoner i en bok eller på et oppgaveark, får elevene i Hildurs undervisning kjenne på matematikken på en fysisk måte gjennom konkretiseringsmidler og spill. Gjennom spillaktiviteten er det muligens større muligheter for at *reelle* spørsmål (Wells, 2001) oppstår, og at elevenes interesser og følelser vekkes til live, enn gjennom arbeid med en tenkt kontekst. Elevene opplever at de må være fysisk aktive, og deres intensjoner om å vinne kan bli større enn de underliggende intensjonene som vanligvis forstyrrer læring. Dette kan, i følge Alrø og Skovsmose (2002), føre til at de enklere zoomer inn på læringsaktiviteten og engasjerer seg fullt i inquiryprosesser.

Til tross for noe samhandling preget av direkte instruksjon der lærer illustrerer og forklarer, gir elever beskjed om hva de skal skrive, eller ber dem rette opp i feil, preges lærernes undervisning i stor grad av en *spørrende tone*. Deres fokus på å stille spørsmål ser ut til å være større enn behovet for å forklare, og dessuten er dette en spørsmålsbruk som støtter og stimulerer elevene, uten å ta fra dem ansvaret for problemløsning. En slik type samhandling er ifølge Larsen, Skagestad og Torkildsen (2010) og Way (2008) viktig i forbindelse med en inquiryinspirert undervisning. Lærernes spørrende tone inkluderer blant annet spørsmål som tilsynelatende har til hensikt å oppnå kunnskap om hva elevene allerede vet, kunnskap lærerne bruker for å hjelpe elevene videre i arbeidet. I stedet for å gi dem direkte svar, gir de dem dermed mulighet til å undre seg, utforske og finne svar på egenhånd. Videre stiller de spørsmål som utfordrer og inspirerer, og som oppfordrer elevene til selv å undersøke om deres løsninger kan stemme. Dette handler om å gi elevene et ansvar for å vurdere om egne

Løsninger er levedyktige, et viktig element i en undervisning basert på konstruktivistiske prinsipper (Confrey, 1990) eller i et klasserom preget av en inquiryfilosofi (Askew, 2012). Videre er de såkalte ”hvorforspørsmålene, som Alrø og Skovsmose (2002) omtaler, hyppige gjengangere hos lærerne i min studie, og som Larsen, et al. (op.cit) nevner, kan disse sette i gang naturlig diskusjon om ulike strategier og løsninger.

Videre tyder lærernes bruk av ”hvorforspørsmål på et felles ønske om å bygge opp en matematisk *forståelse* hos elevene. Samtidig som de selv forteller at innøving av prosedyrer, trening og pugg er elementer i deres undervisning, uttrykker de alle oppfatninger om at forståelse er en viktig del av opplæringen i matematikk, noe som også gjenspeiler seg i deres praksis. De ønsker altså at elevene ikke bare skal kjenne til ”*what to do*,” men også ”*why*,” slik Skemp (1976) tar til ordet for, og dette står ifølge Jaworski (2006) sentralt i en inquiryinspirert undervisning. Lærerne i min studie kobler i stor grad en forståelse opp mot det å se anvendelsesområder for matematikk, samtidig som de også er opptatt av forståelse for sammenhenger *innen* matematikken. Dette handler både om sammenhenger knyttet til spesifikke situasjoner, for eksempel sammenhenger mellom modellerte busspriser og hvordan disse varierer avhengig av antall reisende, men det dreier seg også om mer generelle sammenhenger: Kommutativitet ved de fire regneartene, sammenheng mellom sannsynlighet, mulige og gunstige utfall, og sammenheng mellom indeks og pris eller lønn. En forståelse for slike generelle sammenhenger er, ifølge Jaworski (op.cit), en del av det å kjenne til både hva en skal gjøre, og hvorfor.

I tillegg til et ønske om at elevene skal forstå hva de gjør, ønsker lærerne også at de *forklarer og begrunner* sin tankegang. Frank og Rikard stiller spørsmål som oppfordrer elevene til å forklare hvordan de tenker, noe som er ekstra tydelig i Rikards oppsummering og i Franks veiledning av elever. Likevel er dette fokuset tydeligst hos Heidi og Hildur som også gjennom intervju understreker hvor viktig det er at elevene ikke bare gir et svar, men også forklarer *hvordan* de kom fram til dette. Jeg observerer at Heidi i sin undervisning arbeider med å få elevene til å vise utregning, et svar og en svarsetning i arbeid med tekstoppgaver, mens Hildur i sin undervisning oppfordrer elevene til å skriftlig illustrere mulige utfall i forbindelse med sannsynlighetsregning. Samtidig oppfordrer de begge sine elever til å forklare *muntlig* hvordan de tenker. Hildur ønsker at elevene ikke uten videre skal kjøpe det andre påstår, og forteller at hun derfor stiller spørsmål som krever at elevene forklarer og begrunner. Slik antakelse og overbevisning er i følge Goos (2004) en viktig del av en undersøkende undervisning. I tillegg handler det om at elevene skal være kritiske rundt det de utforsker, noe som i følge Jaworski (2010) utgjør en sentral del av en inquiryfilosofi. Det samme gjør den fellestanken som Heidi ønsker å skape i klasserommet. At elevene deler tanker og sammen kommer fram til løsninger, er grunnleggende i en undervisning basert på inquiry, og dette kan være fordelaktig både for eleven selv, de andre elevene, og læreren. Eleven kan få bedre innsikt i hvor godt den har forstått det den presenterer (Wells, 2001), samtidig som tilhørerne kan ta med seg disse ideene inn i sitt eget utforskningsarbeid (Askew, 2012). Læreren kan enklere hjelpe til med å endre eller justere elevenes oppfatninger, i samsvar med et konstruktivistisk syn på læring (Confrey, 1990; Von Glaserfeld, 1995), og i tillegg kan denne også endre *egne* oppfatninger ved å forstå hvordan elevene tenker og hvorfor de tenker slik de gjør. Det er her viktig at lærerne, i tillegg til å lytte til elevene, også bearbeider og utforsker kunnskapen de opparbeider seg om elevenes tenkning (Franke, Carpenter, Levi, & Fennema, 2001; Farmer, Gerretson, & Lassak, 2003).

Selv om lærerne gjennom utsagn som ”*nei, du tenker litt feil nå*” eller ”*dette må dere ordne opp i*” til tider påpeker en gal tankegang eller en gal løsning på en tydelig måte, møter de stort sett elevers gale svar med en aksept, og eventuelt bruker de også disse på en produktiv måte.

Rikard understreker ovenfor elevene at det er fint å gjøre feil, for det lærer vi mest av, og Frank prøver tilsynelatende å få elevene til å oppdage sine egne feil, samtidig som han også kan påpeke at noe er galt og hjelpe elevene på riktig vei med utgangspunkt i dette. Samtidig ser fokuset på å *skape aksept for å gjøre feil* i klasserommet ut til å være ekstra tydelig hos Heidi og Hildur. Når Hildur noterer ned riktige og gale forslag, gjør det klart at ikke alle kan være korrekte, og bruker dette som et utgangspunkt for diskusjon, samsvarer dette med det inquiryinspirerte, hypotesetestende klasserommet som Askew (2012) beskriver. Denne bruken av gale svar, samt en opparbeidelse av en fellestanke slik som Heidi vektlegger, kan muligens bidra til å skape et miljø der elevene føler seg trygge på å prøve og feile, slik lærerne i Swan og Swains (2010) studie lyktes med. Dersom elevene er redde for å gjøre feil, er det enkelt å tenke seg at dette kan virke hemmende for deres vilje til å gå inn i utforskningsprosesser. At en lærer bruker gale svar på en positiv måte vitner også om en oppfatning av at elevers forståelse bygger på et begrenset erfaringsgrunnlag, og at de derfor, slik Confrey (1990) vektlegger, oppfatter ting annerledes enn læreren selv. De endrer ikke sine oppfatninger bare ved å bli fortalt at de tar feil, og dette er også en oppfatning Hildur gir uttrykk for.

Samtidig som Rikard og Hildur forteller at elevene noen ganger arbeider med differensierte oppgaver i læreboka, tilpasset deres faglige nivå, og Heidi nevner at hun noen ganger lar elevene velge mellom ulike ting å arbeide med, legger alle de fire lærerne i observert undervisning opp til at elevene skal arbeide med de samme oppgavene. Disse er, i mine øyne, i stor grad utformet med en lav inngangsterskel slik at alle kan ta fatt på dem, samtidig som det tilsynelatende er varierende hvor mye utfordringer de gir de sterke elevene. En slik bruk av like oppgaver for alle tyder på tanker om at *elever kan arbeide med de samme oppgavene* på tross av individuelle forskjeller, og dette samsvarer med fellesskapstanken som står sentralt i en inquiryinspirert undervisning. I tillegg til å la elevene arbeide med det samme i praksis, gjør Heidi og Rikard også gjennom sine intervjuer rede for tilsvarende oppfatninger. Heidi tenker dette generelt: Elevene kan enten arbeide med noe forskjellig, men også med det samme, men da med ulik type hjelp. Samtidig knytter hun det også opp mot inquiry når hun forteller at inquiryoppgaver har en slik struktur at de til og med kan brukes over ulike trinn. Rikard forteller hvordan man gjennom en åpen og rik inquiryoppgave kan forene elever som befinner seg ved ulike faglige nivåer, i motsetning til Frank som tilsynelatende ikke ser inquirybaserte oppgaver som et spesielt godt middel til å forene faglig svake og sterke elever. Spesielt i klasser der nivåforskjellene er store, bruker han inquiry mest i starten av et tema når han ser behovet for differensiering som lite. Videre ser Frank bruken av ekstraoppgaver som det viktigste differensieringstiltaket, i motsetning til Rikard som også tar i bruk slike, men samtidig er opptatt av å tilpasse undervisningen til alle gjennom oppgavens utforming. I likhet med Rikards og Franks bruk av ekstraoppgaver, deler Hildur ut ekstra terninger etter hvert som elevene mestrer spillet. Alle tre lar de altså elevene arbeide med utgangspunkt i de samme oppgavene, samtidig som de etter hvert gir *ekstra* utfordringer for dem som kan ha nytte av dette. Oppsummert viser det seg altså at lærerne noen ganger lar elevene arbeide med *ulike* oppgaver tilpasset deres nivå, mens de andre ganger lar dem arbeide med utgangspunkt i de *samme* oppgavene, og at de da differensierer på noe ulike måter. I tillegg er det også noe ulikt hvordan de ser på inquirybaserte oppgaver som et godt middel til å forene alle elever med de samme oppgavene.

Alle de fire lærerne bruker, jf. figur 5, *lukkede* eller *delvis åpne oppgaver* i sin observerte undervisning. For å bruke Askews (2012) sammenlikning av en utforskende matematikkundervisning og et improvisasjonsdrama, må elevene i stor grad følge et forhåndsbestemt manuskript, uten store muligheter til å gå i andre retninger enn læreren har planlagt. I motsetning til dette forbindes inquiry ofte med mer åpne oppgaver. Wells (2001) foreslår for eksempel at de burde være såpass åpne at de kan gi opphav til ulike metoder og

løsninger. Noen av oppgavene lærerne tar i bruk inkluderer enkelte åpne trekk, men blir på samme tid også betraktet som noe lukkede fordi de alle leder mot et bestemt mål. Samtidig er det viktig å huske på at flere av dem er mer åpne enn tradisjonelle skoleoppgaver som krever én framgangsmåte og ett fasitsvar.

Ved å se på hvordan Frank og Rikard omtaler oppgavene sine, får en innblikk i ulike oppfatninger rundt den åpne oppgavens rolle i en inquirybasert undervisning. Rikard ser sin egen oppgave som i høyeste grad inquirybasert, men han er usikker på dens åpenhet og plasserer den ikke i toppen av en "inquiry-skala" fra én til ti, der én betegner ren formidling, og ti står for ekstrem inquiry. Frank plasserer sitt opplegg på *åtte* eller *ni* på en slik skala, samtidig som han hevder at oppgavene generelt er ganske lukkede. Selv om han forklarer at en åpen oppgave nok ikke er det eneste som setter i gang inquiryprosesser, tar Rikard altså i stor grad utgangspunkt i en oppgaves åpenhet når han vurderer hvor egnet den er til nettopp dette. Frank ser derimot ikke ut til å legge like stor vekt på sammenhengen mellom en oppgaves åpenhet og dens evne til å sette i gang undring og utforskning. Dette er nok knyttet til hans oppfatning av at elevene skal ledes mot målet, og at de må styres inn på riktig vei dersom de kommer på avveie, samtidig som det også kan henge sammen med aktivitetens hensikt. Ifølge Olson og Loucks-Horsley (2000) er det opp til læreren selv å vurdere en oppgaves åpenhet i forhold til dens hensikt. De hevder at dersom hensikten er å behandle et bestemt vitenskapelig begrep, slik som *indeks* i Franks tilfelle, kan en lukket inquiryaktivitet fungere best.

Både Hildur og Rikard gjør rede for hvordan deres egne oppgaver eller aktiviteter kunne blitt utformet ennå mer inquiryvennlige, men ingen av dem gir noen begrunnelse for hvorfor de ikke gjorde dette. Slike begrunnelser ville det vært interessant å få innsikt i, og dette illustrerer dermed en av de situasjonene der jeg kunne hatt fordel av å fokusere mer på det lærerne fortalte underveis i intervjuene. De henviser begge generelt til mangel på tid til planlegging som et hinder for å drive en inquirybasert undervisning. Samtidig forteller Hildur om diverse elevmessige hensyn hun må ta, mens Rikard ser at eksamen spiller en rolle. Om det dermed er slike faktorer som har påvirket deres valg akkurat denne gangen, om det kanskje er hensikten med aktivitetene som styrer avgjørelsen, eller om deres forslag til tiltak kanskje er ideer som har oppstått underveis i implementeringen, kunne jeg nok fått dypere innsikt i dersom jeg hadde stilt gode oppfølgende spørsmål.

Selv om oppgavene i denne studien i stor grad er beskrevet som lukkede, jf. figur 5, åpner noen av dem opp for flere framgangsmåter og løsninger. Noe som også er tilfelle hos Hildur og Frank, men spesielt tydelig hos Heidi og Rikard, er deres tydeliggjøring av at slike *ulike framgangsmåter og løsninger* kan være riktige. Dette kan bidra til at elevene får en forståelse for at en matematisk løsning vurderes i forhold til i hvilken grad den fungerer, ikke i forhold til lærerens eller lærebokas fasit, og dette er en viktig del av en undervisning i tråd med en konstruktivistisk (Von Glasersfeld, 1995) og inquiryinspirert (Lloyd, 2003) læringsfilosofi. Heidi lar elevene selv finne ut hvordan de kan lage egne oppgaver, og hun retter fokus mot de ulike strategiene som viser seg gjeldende, men samtidig ser en at hensikten med en aktivitet tilsynelatende spiller en rolle for i hvilken grad hun aksepterer elevens bruk av alternative framgangsmåter. Også Rikard ser ut til å styres en del av slike hensikter, og også av egne ideer til mulige løsninger. Samtidig forteller han at han prøver å ha i tankene at det er mange veier til mål, og i observert undervisning legger han opp til at ulike løsninger presenteres og diskuteres. Også i Hildurs undervisning, da helst i fellessamtale, kommer ulike framgangsmåter og løsninger til syne, og det understrekes også her at de alle er riktige og kan brukes. Samtidig forklarer Hildur i intervjuet at dette ikke er noe hun retter mye fokus mot til

vanlig. Også i Franks undervisning er ulike framgangsmåter og løsninger tilfelle, og til en viss grad godtar også han ulike alternativer. Likevel prøver han som regel å lede elevene inn på én vei, og han uttrykker tanker om at det er forvirrende for svake elever å bli presentert for ulike strategier.

Franks ønske om å lede elevene inn på riktig vei, kan videre sees i sammenheng med hans tanker om at matematikk handler om *systematisering og logisk oppbygning av systemer*, og at undervisning hovedsakelig går ut på å bygge opp pensum på en logisk måte for elevene. Dette samsvarer med et platonistisk syn på matematikk, med tilhørende oppfatninger om at elevene ikke kan lære nye matematiske begreper uten å ha de nødvendige forkunnskapene, og at læreren derfor må legge opp undervisningen i samsvar med såkalte læringshierarkier (Breiteig & Venheim, 2005). Slike platonistiske trekk er også til stede hos de andre lærerne, da i en noe mindre framtrædende grad. I observert undervisning leder de alle elevene i en bestemt retning, både gjennom sine lukkede oppgaver (jf. figur 5) og gjennom måten de implementerer disse på, noe som fører til en mer lukket inquiryprosess. Platonistiske trekk viser seg også i Hildurs oppbygning av sannsynlighetsbegrepet med utgangspunkt i begrepene *mulige og gunstige utfall*. Samtidig som lærerne viser tegn til platonistiske oppfatninger, uttrykker de også tanker om at elevene får en bedre forståelse for matematikken dersom de arbeider på en utforskende måte, og dette illustrerer det Beswick (2012) sier om at en lærers oppfatninger som regel ikke passer perfekt inn i én klassifisering. Kanskje kan Franks og de andre lærernes platonistiske tendenser ha en sammenheng med hvordan læreplanen og dens fokus på kompetansemål presenterer matematikken som noe eksisterende som henger sammen på en bestemt måte, og som dermed må læres steg for steg. En slik innvirkning kan muligens sees ennå tydeligere hos Rikard som, i motsetning til Frank, uttrykker oppfatninger om at matematikken i utgangspunktet ikke er funnet opp ennå, at vi er på vei. Samtidig forklarer han hvordan han, når elevene nærmer seg eksamen, fristes til å fortelle dem at *sånn er det*. På den ene siden ser han det altså slik at matematikken er oppfunnet av oss mennesker og egentlig ikke eksisterer i seg selv, mens han på den andre siden er tilbøyelig til å presentere den som en absolutt sannhet ovenfor elevene.

Et trekk ved Rikard som ikke kan observeres hos de andre, er hvordan han utfordrer elevene *utenfor det som er pensum*. Dette viser at han har tro på elevenes evner til å lære mer enn det som er forventet av dem på deres alderstrinn, noe som samsvarer med tanker innenfor sosiokulturell læringsteori og en inquirybasert læringsfilosofi. I fellesskap med andre, og med riktig støtte fra en annen, mer erfaren person, er ikke den biologiske utviklingen nødvendigvis et hinder for læring (Vygotsky, 1978). I forbindelse med at Rikard utfordrer elevene utenfor pensum, er det problemer han selv ikke har noen løsning på, men dette ser han ikke som noen hindring for å utfordre elevene. På denne måten blir han en lærer *"who is wondering along with the students"* (Van Tassell, 2001), og igjen kommer fellesskapstanken, som er så framtrædende i forbindelse med inquiry, inn i bildet. Dette viser også at Rikard er villig til å løsne noe på kontrollen, og han risikerer dermed at elevene ender opp uten noen tydelig konklusjon (Lampert, 1992). Mange lærere har dessuten et behov for å føle at de mestrer det faglige innholdet elevene skal lære (Philipp, 2007). Ved at Rikard utfordrer elevene på ting han selv ikke kan, lar han ikke et eventuelt slikt behov være noe hinder for utforskning.

Vektlegging av *variasjon* i undervisningen er et fellestrekk for Hildur og Heidi. Heidi begrunner behovet for variasjon ut ifra klassens sammensetning av elever, ulike både i adferd, personlighet og faglig nivå, mens Hildur legger ulike læringsstiler hos elevene til grunn. Begge legger i observert undervisning opp til fellessamtale og arbeid med tekstoppgaver, i tillegg til andre aktiviteter, slik som grubleoppgaver, konstruksjon av egne oppgaver, spill eller drill. Frank og Rikard legger derimot opp til én aktivitet som strekker seg over lengre tid,

og variasjon preger dermed ikke deres observerte undervisning på samme måte. Samtidig tydeliggjøres det gjennom intervju at variasjon også er viktig for disse to. Rikard forklarer hvordan elevene må arbeide på tre områder, og han gjør rede for hvordan han legger opp timene på en tredelt måte. Frank lar elevene arbeide med øvingsoppgaver fra boka hjemme, mer utforskende aktiviteter på skolen, og det er også tydelig at tavleundervisning er en undervisningsform han tar i bruk. Likevel ser altså ikke fokuset på å variere ut til å være like framtrepende hos disse som hos Heidi og Hildur, noe som muligens kan ha en sammenheng med trinnet lærerne underviser på. Heidi og Hildur underviser de laveste nivåene i denne studien, fjerde og niende trinn, mens Rikard og Frank henholdsvis underviser tiendeklasse og i videregående skole. *Variasjon* er i seg selv ikke noe jeg knytter opp til inquirybegrepet i stor grad, men det er med på å vise hvordan lærerne implementerer en inquiryinspirert undervisning på ulike måter.

Klassene jeg observerer befinner seg i noe ulike faser i arbeidet med sine respektive emner, og jeg får dermed innblikk i hvordan lærerne gjennomfører inquirybasert undervisning i forhold til hvor de befinner seg i arbeidsprosessen. Frank og Hildur er for eksempel begge i en situasjon der deres klasser tar fatt på et nytt tema. Frank legger opp til et større oppgavebasert opplegg som en introduksjon, og dette er elevenes aller første møte med det nye begrepet *indeks*. Han forteller at hensikten med oppgavene er at elevene skal få en forståelse for begrepet, og se sammenhengen mellom indeks og pris. Hildur innfører en spillaktivitet som en del av arbeidet med det nye temaet, og dette skjer i etterkant av innøving av begreper og regler. Her er hensikten, ifølge Hildur, at elevene skal se en sammenheng mellom antall terninger og sannsynlighet for enkelte utfall. Disse to lærerne befinner seg altså i samme fase i arbeidet med et tema, og de har begge et mål om at elevene skal se sammenhenger og bygge opp en forståelse rundt nye begreper. Likevel legger de opp undervisningen på ganske ulike måter. Hildur tar i bruk en *deduktiv* arbeidsmåte (Solvang, 1992), der begreper og regler introduseres før elevene selv utforsker, mens Frank legger opp til at elevene selv, ved hjelp av selvinstruerende, logisk oppbygde oppgaver, på en mer *induktiv* måte skal oppdage sammenhenger og utforske nye begreper.

På samme måte som Frank og Hildur, befinner også Heidi og Rikard seg i samme fase av arbeidet med et tema: avslutningsfasen. Heidi utfordrer elevene med introoppgaver som tar for seg noe annet enn det de ellers arbeider med, og dette er ennå et tilfelle der jeg i etterkant av intervju ser at jeg med fordel kunne stilt et oppfølgingsspørsmål. Heidi forklarer at hun prøver å tilpasse grublisene så godt hun kan til temaet klassen holder på med, men at det ikke alltid passer perfekt. Det kunne dermed vært interessant å få innsikt i hennes begrunnelser for hvorfor hun likevel velger å bruke dem når de ikke passer helt inn. Hun uttrykker blant annet oppfatninger om at matematikk kan bidra til å utvikle evnen til problemløsning, og kanskje er det nettopp dette som er hensikten med introoppgavene? I motsetning til Heidi legger Rikard opp til at elevene i sin oppgaveløsning skal bruke en del av det de arbeider med for tiden. Altså ser en også her to lærere som på ulik måte tar i bruk inquirybaserte aktiviteter i samme arbeidsfase.

Hundeland (2011) beskriver lærere som ikke har noen tanker om inquiry som en generell tilnærming til all undervisning. De bruker det mer som en motivasjonsfaktor, og skiller mellom sin vanlige og sin inquirybaserte undervisning. I min studie får jeg innblikk i noe tilsynelatende ulike oppfatninger på dette punktet. Hildur forklarer hvordan hun innimellom bruker spillaktiviteter, slik som dagens terningspill, som *motivasjon* når det ellers er litt tungt, og hun forteller at hun har lett for å tenke på inquiry i form av omfattende opplegg som det skal settes av god tid til. Hun tenker i utgangspunktet heller ikke på sin egen spørrende tone som en utforskende holdning til undervisning. Dette tyder muligens på at Hildur ser et klart

skille mellom sin vanlige og sin inquiryinspirerte undervisning. Frank oppfatter derimot sin bruk av åpne spørsmål når han underviser fra tavla, som en del av en inquirytilnærming til undervisningen, og han understreker at undervisningen har blitt dratt i en mer inquirybasert *retning*. Han ser dermed i noe større grad ut til å ha tanker om inquiry som en generell tilnærming til all undervisning, samtidig som han også lar elevene arbeide med i hans øyne ikke-inquirybaserte oppgaver fra boka. De samme tendensene er også til stede hos Rikard. Han forklarer hvordan han ser inquiry både som et verktøy og som en livsstil, og han ser det som en kamp å være ”på inquiry.” Det er dermed tydelig at det er et mål for ham å være i ”inquirymodus” så mye som mulig, samtidig som dette ikke alltid blir tilfelle i praksis. Også han ser sin undrende, spørrende holdning ovenfor elevene som en inquirytilnærming.

Heidi gir derimot litt mer blandede signaler når det kommer til inquiry som en generell tilnærming til undervisning. Hun forklarer at tekstoppgavene i boka ikke er typiske inquiryoppgaver, men peker likevel på noen inquirybaserte trekk ved måten hun bruker dem på. Hun forteller også at det i utgangspunktet ligger muligheter for inquiry hele veien, og at nesten enhver oppgave kan åpne for undring. Videre forklarer hun hvordan hun hver time kan velge å møte elevenes spørsmål på en inquirymåte, og ser dermed sin måte å kommunisere med elevene på som en del av en inquirytilnærming. Samtidig forteller hun at inquiry ikke passer seg i forbindelse med drill, noe som kan tyde på oppfatninger om at inquiry ikke kan være en tilnærming til all undervisning. Også introoppgavene, som ikke ser ut til å være en naturlig del av elevenes opplæring i det temaet de egentlig holder på med, taler for et skille mellom en vanlig og en inquiryinspirert undervisning. En får et inntrykk av at hensikten med dem hovedsakelig handler om å variere og motivere. Det ser dermed ut til at Heidi ser et skille mellom sin vanlige og sin inquiryinspirerte undervisning, samtidig som hun også kan se inquiry integrert i den vanlige.

De fire lærerne har selv hovedsakelig opplevd undervisning som formidling fra lærer til elev. Hildur er den eneste som forteller at hun i sin skolegang også opplevde noe ”prøving og feiling,” ellers handlet det mest om tavleundervisning, skriving, pugg og drill. Hildur og Rikard uttrykker at de, med den undervisningen de opplevde, manglet forståelse på en del matematiske områder, og de tror at det å utforske, prøve og feile er med på å skape en dypere forståelse. Frank som selv har opplevd mye formidling fra tavla, mener også at dette ikke er den beste måten å lære på. Heidi hadde en følelse av at det var for mye skriving, og derfor er hun nå opptatt av at elevene skal ha et kritisk blikk på hva de bruker tiden sin på. At elevene skal være kritiske er også et ønske hos Hildur. Hun vil ikke at de bare godtar det andre påstår, uten å ha noe bevis for det. Dermed er både Heidi og Hildur, på noe ulike måter, opptatt av at elevene skal utvikle en kritisk sans. Heidi forklarer selv hvordan dette er en reaksjon på hvordan *hun selv* opplevde undervisningen på skolen, mens dette i Hildurs tilfelle også er en mulighet, selv om det ikke er noe hun selv gir uttrykk for. Hun har opplevd en undervisning som i stor grad har dreid seg om å lytte til lærerens forklaringer, og det er der stor sjanse for at elevene i liten grad ble utfordret til å tenke selv, komme opp med egne forslag til løsninger, og drive bevisføring.

Selv om alle fire lærerne har tanker om at deres egen matematikkopplæring ikke var optimal for deres forståelse innen matematikkfaget, og at mer elevaktivitet og utforskning kan føre til bedre forståelse hos elevene, er de likevel opptatt av at elevene også må arbeide på andre områder. Dette handler blant annet om pugg og drill, altså arbeidsformer som de selv opplevde som rådende i egen skolegang. Inkludering av slike arbeidsformer i egen undervisning kan blant annet henge sammen med hva de er vant med fra denne opplæringen, og i hvilken grad de likte denne. Som elev *likte* Hildur tradisjonell formidling, og Rikard *likte* pugg og drill da han selv gikk på skolen, og ifølge Lloyd (2003) og Maass (2009) er det

dermed stor mulighet for at disse viderefører en slik praksis. Rikard er selv klar over at dette var tilfelle i starten av hans lærerkarriere, noe han tror han i stor grad har gått bort fra. Hildur forteller at hennes undervisning generelt er for lærerstyrt der hun forklarer og illustrerer for elevene, altså i tråd med hvordan hun selv likte å bli undervist. Når de forsøker å utvikle undervisningen, kan en, ifølge Cohen og Ball (1990), se de gamle oppfatningene om læring og undervisning, bygget opp gjennom mange år med skolegang, som *gamle flasker* som skal fylles opp med *ny vin* i form av nye tanker og oppfatninger. Det er altså ikke slik at de gamle, rotfestede oppfatningene bare forkastes. Lærerne må i tillegg forholde seg til ulike rammefaktorer i hverdagen, slik som pensum, tid til planlegging og gjennomføring av undervisning, eksamen og ulike læringsstiler blant elevene. Dermed vil det være enkelt, slik som Rikard understreker, *å falle tilbake igjen* til hvordan en er vant med å gjøre ting.

Å undersøke hvordan lærere tolker og tar i bruk en inquiryinspirert læringsfilosofi, slik jeg gjør i denne studien, handler ikke bare om hvordan de tar i bruk en slik filosofi med tanke på elevenes læring. Det handler også om lærernes egen læring og utvikling gjennom å stille seg kritisk, undrende og utforskende til det som skjer i klasserommet. Et slikt ønske om *å utvikle egen undervisning* ser ut til å være til stede hos alle de fire lærerne i min studie. De uttrykker alle en interesse for å være med på et utviklingsprosjekt igjen, men de ser samtidig tid og overskudd som en mulig hindrende faktor. De forteller relativt lite om hva de gjør for egen utvikling i hverdagen, og relaterer lett til LBM når dette temaet kommer på bane, men de forteller alle om et samarbeid med kollegaer, både organisert og mer uformelt, der de blant annet planlegger sammen eller deler undervisningsopplegg med hverandre. At lærerne arbeider sammen i slike fellesskap kan, i likhet med at elevene arbeider sammen med utforskningsprosesser, være nyttig for deres egen læring og utvikling.

Selv om et ønske om utvikling er tydelig hos alle lærerne, er fokuset på det spesielt framtredd hos Rikard og Frank. Rikard holder for eksempel på med videreutdanning i matematikk, og Frank er deltaker i et nytt prosjekt. I tillegg er de begge spesielt opptatt av den utviklingen de kan få til gjennom å ta i bruk sin egen undervisning, enten ved å observere denne på film, eller få andre til å observere for deretter å diskutere og bli utfordret. På denne måten ser de, i likhet med Hargreaves (1996, i Boaler, 2008), at undervisning krever stadig utvikling, og at denne utviklingen må komme fra innsiden av klasserommet. Frank har hovedfag i matematikdidaktikk, og er dermed den av lærerne som har mest utdanning innen matematikkfaget. At han tilsynelatende er en av dem som i størst grad tar i bruk andre personer som en ressurs for sin egen profesjonelle utvikling, står i motsetning til Boalers (2008) hypotese om at jo mer matematikkutdanning en har, jo mindre tro har en på at forskningsresultater og ytre autoriteter vil være til hjelp. Frank uttrykker derimot et ønske om å høre hva slags tanker mine veiledere og jeg selv, altså representanter fra universitetet, har gjort oss om undervisningen hans, og da spesielt om ting som kunne blitt gjort annerledes.

7. Konklusjon

På dette tidspunktet ønsker jeg å besvare forskningsspørsmålet ”På hvilke måter tolker og tar lærere i bruk en inquiryinspirert læringsfilosofi formidlet gjennom et longitudinelt utviklingsprosjekt?” Da er det først og fremst viktig å ha i minne at de funnene som er diskutert og knyttet opp mot en inquiryinspirert undervisningsfilosofi, må sees i en større sammenheng. De må sees som en del av en undervisning som ikke bare er preget av undring og utforskning, men også av mer ”tradisjonelle” metoder som tavleundervisning, drill og pugg, samt forklaringer, demonstrasjoner og direkte instruksjon fra lærerne.

Funn fra min studie støtter opp om det som sies om inquiry i teoridelen, at det kan foregå på mange ulike måter, og dette er også det funnet som i mine øyne utpeker seg mest i denne studien. Inquiry handler ikke om én enkelt metode, og min studie viser at dette også kan være tilfelle selv om undervisningen ledes av lærere som har deltatt i samme utviklingsprosjekt, der de har arbeidet ut ifra de samme ideene om læring og undervisning av matematikk. Jeg observerer forskjeller både i hvordan de velger å organisere undervisningen sin, og i hva slags arbeidsmåter de tar i bruk. Noen bruker utforskningsbaserte oppgaver eller aktiviteter som en del av en variert undervisningsøkt, enten som en naturlig del av temaet som ellers står i fokus, eller som enkeltstående aktiviteter uten direkte tilknytning til dette. Andre utformer større opplegg som krever lengre tid i sin implementering, for eksempel en hel dobbelttime, eller et enda lengre tidsrom. I noen klasserom står undervisning i felles klasse, kjennetegnet av elevaktivitet og dialog, sentralt, mens andre i aller største grad preges av gruppearbeid. Differensiering viser seg også i ulike former. I noen oppgaver ligger det differensiering i selve utformingen, mens andre inkluderer ekstra oppgaver til de raske. Noen oppgaver inneholder en kombinasjon av dette. Ulikheter avdekkes også i forbindelse med i hvilken grad en lærer utfordrer elever utenfor pensum, hvordan den undrer seg sammen med elevene, og i hvilken grad den knytter matematikken opp mot en virkelighet som elevene kjenner til. Samtidig som en del ulikheter kan avdekkes hos de fire lærerne, er det tydelig at de alle ser forståelse som noe grunnleggende for å lære matematikk, og de viser også ellers at de har en del felles oppfatninger i tråd med et konstruktivistisk og et sosiokulturelt læringssyn. Det er også tydelig at de kan undervise i samsvar med disse synene. Ulikhetene som oppstår støtter dermed opp om det Beswick (2007) sier om undervisning etter konstruktivistiske prinsipper: Det kan gjøres på mange måter, og det handler mer om å forstå og handle i tråd med prinsippene bak et konstruktivistisk læringssyn, enn om å ta i bruk bestemte metoder.

Et annet funn jeg ønsker å trekke fram er at alle lærerne i studien utviser en *holdning* i samsvar med ideer bak en inquiryinspirert læringsfilosofi. Dette er tilfellet selv om noen av dem i større grad enn andre viser en tendens til å se inquiry som en *generell* tilnærming til undervisning, for eksempel ved å se sin egen spørrende tone som en del av en slik tilnærming. Dette funnet støtter også opp om det som sies om inquiry i teoridelen, at det er mer som en tilnærming eller holdning til undervisning enn en metode. Denne holdningen dreier seg i denne studiens tilfelle blant annet om at lærerne i stor grad aktiviserer elevene i deres egen opplæring, at en fellesskapstanke ser ut til å prege undervisningen og at lærerne har en utforskende måte å samhandle med elevene på. Dette gjelder ikke bare når elevene arbeider med oppgaver som lærerne selv ser som inquirybaserte. Det er også tilfelle i forbindelse med mer tradisjonelle undervisningsmetoder, slik som tavleundervisning, pugg og drill, noe alle lærerne gir uttrykk for at de til tider tar i bruk. Jeg observerer at også disse preges av undring og utforskning, da spesielt i forbindelse med hvordan lærerne kommuniserer med elevene. Lærerne har i stor grad en spørrende holdning slik at de kan inspirere eller lede elevene framover i arbeidet, uten å servere dem løsninger på en direkte måte. Dette er tilfelle enten

undervisningen foregår i hel klasse med tavle eller smartboard i sentrum, eller om det er oppgavearbeid i grupper. Også hvordan enkelte av lærerne utfordrer elevene på å forklare og begrunne sin tankegang, og hvordan de tar i bruk gale svar på en produktiv måte og skaper en aksept for å gjøre feil i klasserommet, er slike kjennetegn.

Lærernes bruk av lukkede eller delvis åpne oppgaver som i stor grad leder elevene i en bestemt retning, er også et funn jeg ønsker å gi oppmerksomhet. Noen av oppgavene kan sees på som en del av lærernes måte å tolke og implementere en inquirybasert læringsfilosofi på, og her er det for eksempel interessant å undersøke hvordan lærerne *selv* ser på sine oppgaver, deres åpenhet, og deres potensiale til å sette i gang inquiryprosesser. Mine funn viser blant annet at lærere har et noe ulikt syn på den åpne oppgavens rolle for inquirybasert undervisning. I forbindelse med at noen lærere selv er klar over hvordan de kunne laget oppgavene mer åpne eller mer inquirybaserte, hadde det i tillegg vært interessant å få innblikk i hvorfor de *likevel* velger å utforme og implementere dem slik de har gjort. De gir alle uttrykk for at det kan være vanskelig å drive en inquirybasert undervisning, og elever, pensum, eksamen og tid til planlegging ser her ut til å være hindrende faktorer. I tillegg har de selv i stor grad opplevd en formidlende undervisning i sin egen skolegang, og det er også slik at hensikten med oppgavene kan avgjøre hvor åpne det er hensiktsmessig å gjøre dem. Kanskje er det en blanding av slike faktorer som er avgjørende for lærernes utforming av oppgaver.

Som tidligere nevnt handler ikke denne studien kun om en inquiryinspirert læringsfilosofi i forhold til elevers læring av matematikk. Den handler også om læreres egen profesjonelle utvikling gjennom undring og utforskning. Jeg har fulgt lærere som tydelig ønsker, og på ulike måter går aktivt inn for, å utvikle sin egen undervisning. Dette handler for eksempel om videreutdanning eller deltakelse i utviklingsprosjekt i tilknytning til universitetet, men det handler også om at lærere ser at deres deltakelse i denne studien ikke bare har verdi for meg som forsker, men også for deres egen utvikling. Sist, men ikke minst, handler det om å være en del av et matematikkmiljø med ulik grad av organisert og uformelt samarbeid mellom kollegaer, der en ser at egen læring og utvikling skjer i samarbeid med andre.

Stipek, Givvin, Salmon og MacGyvers (2001) peker på at mange prosjekter med mål om å utvikle en utforskningsbasert undervisning har hatt liten effekt, og de knytter dette opp mot den viktige rollen som lærernes føroppfatninger spiller i en endringsprosess. Utviklingsprosjektene jeg tidligere har omtalt, viser seg på den annen side å ha resultert i en del *positive* endringer. Min studie rapporterer om lærere som innehar en del oppfatninger, og på ulike måter fører en praksis, i tråd med ideer formidlet i prosjektet de for et par år siden var en del av. Selv om alle de fire lærerne kan fortelle om *endringer* som resultat av prosjektet, vil jeg selv være forsiktig med å trekke fram slike i veldig stor grad. Jeg kan likevel understreke mine funn nok en gang, og framsette en hypotese om at disse er resultat av prosjektets utforming, i likhet med hvordan Farmer, Gerretson og Lassak (2003) knytter et utviklingsprosjekts positive resultater opp mot dets design. I hele tre år møtte de deltakende lærerne i LBM hverandre på verksteder. De diskuterte, reflekterte og arbeidet sammen med matematiske og didaktiske problemstillinger. Senere møttes de igjen ved sine egne skoler der de videreutviklet ideer for deretter å teste dem ut i klasserommet. Noen ganger var en didaktiker med i undervisningen, slik at de i etterkant kunne diskutere hva som fungerte og hva som kunne vært endret til en annen gang. De opplevde da et stadig press og fokus på utvikling over en lengre periode, og fikk dermed tid og mulighet til å gjøre ideene formidlet i prosjektet til en del av seg selv gjennom bearbeiding og tilpasning til sin egen undervisningssituasjon. Mine funn viser at denne bearbeidingen har resultert i noe som ser ut til å være til dels ulike, særegne tolkninger og praksis.

8. Refleksjoner over eget arbeid

Arbeidet med denne oppgaven har vært en type inquiryprosess i seg selv. Med hjelp fra mine veiledere, altså noen som er mer erfarne innen forskning enn meg selv, har jeg forsøkt å søke løsninger på mitt forskningsspørsmål. Jeg har stilt meg spørsmål, funnet informasjon, samlet datamateriale, plukket fra hverandre og satt sammen biter, prøvd, feilet og reflektert, og jeg har også stilt meg nye spørsmål, både underveis og i etterkant. Dette handler blant annet om hvordan jeg i en intervjusituasjon kan klare å fokusere hundre prosent på mine informanter, og bruke det disse forteller til å stille gode oppfølgingsspørsmål. Jeg gjorde meg etter hvert intervju tanker om hva jeg burde, eller ikke burde gjøre neste gang, og for hvert intervju som ble gjennomført følte jeg meg tryggere på rollen som intervjuer, selv om jeg aldri ble helt fortrolig med den. Det å skulle fokusere på informanten og hva den egentlig mente, samtidig som jeg, med en redsel for at samtalen skulle stoppe opp, fokuserte på hva jeg skulle spørre om videre, ble for min del en krevende oppgave.

Ideen til studien kom fra mine veiledere. Jeg har lite erfaring med undervisning, og har derfor ikke gjort meg opp så mange spørsmål som kan være til inspirasjon når en skal skrive en slik forskningsoppgave. Jeg føler meg i større grad proppet full av teori og ideer fra universitetet, uten å ha fått teste disse ut i praksis og danne meg egne erfaringer. Dette førte til at jeg trengte inspirasjon fra andre, og fikk da kjennskap til denne mulige studien. De eneste erfaringene jeg på dette tidspunktet hadde med LBM og inquirykonseptet, var gjennom et kurs i matematikdidaktikk i forbindelse med PPU. Jeg gjennomførte da selv et inquiryinspirert undervisningsopplegg med GeoGebra og tessellering i forbindelse med didaktikkpraksis i skolen, et opplegg jeg nå, etter å ha utviklet mitt forhold til inquiry, ser på som i stor grad lukket og ledende.

Det faktum at det var noen andre som hadde opphav til ideene bak studien, førte til at jeg en god stund kjente på følelser av å ikke ha "eierskap" til oppgaven min. Det tok litt tid før jeg virkelig forstod at oppgaven jeg skrev var min egen, og at ingen satt med noe fasitsvar på hvordan den skulle bli, heller ikke mine veiledere. De var med på all datainnsamling, og vi kunne dele tanker vi hadde gjort oss, men jeg innså etter hvert som jeg arbeidet meg mer inn i datamaterialet at det var mine tanker som skulle prege det endelige resultatet. Selv om det tok noe tid før eierskapsfølelsen kom, følte jeg likevel hele veien at temaet var reelt for meg og den lærerrollen jeg snart skal inn i, og dette er også følelser jeg sitter igjen med nå som jeg nærmer meg slutten av studien. Jeg føler at mine oppfatninger om inquiry ikke bare har endret seg i forhold til hvordan de var da jeg først ble kjent med begrepet for tre år siden, men også i stor grad blitt mye mer omfattende. Før så jeg inquiry kun som en metode en kunne ta i bruk nå og da, gjerne for å variere undervisningen og for å motivere elevene. Nå ser jeg at det er så mye mer. Det handler ikke bare om de store, flotte oppleggene som en bruker flere dager på å utforme. Det kan like gjerne handle om å ha en spørrende holdning til faget og i undervisningen, undre seg sammen med elevene, innse at det er flere veier til mål, og at mål ikke nødvendigvis er kun én ting. På lik linje dreier det seg om å la elevene forklare hvordan de tenker, begrunne sine og andres påstander og selv vurdere sine løsninger, samtidig som en arbeider mot å skape et klassemiljø preget av trygghet og fellesskap.

9. Litteraturliste

- Askew, M. (2012). *Transforming primary mathematics*. Abingdon: Routledge.
- Alrø, H., & Skovsmose, O. (2002). *Dialogue and learning in mathematics education: Intention, reflection, critique*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Berg, C. V. (2011). Adopting an inquiry approach to teaching practice: the case of a primary school teacher. In M. Pytiak, T. Rowland, & E. Swoboda (Eds.), *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. (pp. 2580-2589). Rzeszów: University of Rzeszów, Poland.
- Beswick, K. (2007). Teacher's beliefs that matter in secondary mathematics classrooms. *Educational Studies in Mathematics*, 65, 95-120.
- Beswick, K. (2012). Teacher's beliefs about school mathematics and mathematicians' mathematics and their relationship to practice. *Educational Studies in Mathematics*, 79, 127-147.
- Boaler, J. (2008). Bridging the gap between research and practice: International examples of success. In M. Menghini, F. Furinghetti, L. Giacardi & F. Arzarello (Eds.), *The First Century of the International Commission on Mathematical Instruction (1908-2008). Reflecting and Shaping the World of Mathematics Education* (pp. 91-106). Roma: Istituto della Enciclopedia Italiana.
- Borasi, R. (1992). *Learning mathematics through inquiry*. Portsmouth, NH: Heinemann Educational Books.
- Borgersen, H. E., & Bjuland, R. (2007). Verksted for problemløsning: Mening, bevis og generalisering. In B. Jaworski, A. B. Fuglestad, R. Bjuland, T. Breiteig, S. Goodchild & B. Grevholm (Eds.), *Læringsfellesskap i matematikk*. Bergen: Caspar Forlag AS.
- Botten-Verboven, C. (2010). *Matematikk for alle, ...men alle behøver ikke å kunne alt*. Oslo/Trondheim.
- Breiteig, T., & Venheim, R. (2005). *Matematikk for lærere 1* (4 ed.). Oslo: Universitetsforlaget.
- Bryman, A. (2008). *Social research methods* (3 ed.). Oxford: Oxford University Press.
- Carlsen, M., & Fuglestad, A. B. (2010). Læringsfellesskap og inquiry for matematikkundervisning. *Tidsskriftet FoU i praksis*, 4(3), 39-60.
- Cohen, D. K., & Ball, D. L. (1990). Relations between Policy and Practice: A Commentary. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 12(3), 331-338.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. London: Harvard University Press.
- Confrey, J. (1990). What constructivism implies for teaching. *Journal for Research in Mathematics Education*, 4, 107-122+195-210.
- Farmer, J. D., Gerretson, H., & Lassak, M. (2003). What teachers take from professional development: Cases and implications. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 6(4), 331-360.
- Franke, M. L., Carpenter, T. P., Levi, L., & Fennema, E. (2001). Capturing teachers' generative change: A follow-up study of professional development in mathematics. *American Educational Research Journal*, 38(3), 653- 689.
- Fuglestad, A. B. (2010a). Bedre matematikkundervisning. *Tangenten*, 21(4), 9-14.
- Fuglestad, A. B. (2010b). Læringsfellesskap for bedre matematikkundervisning. In B. Aamotsbakken (Ed.), *Læring og medvirkning* (pp. 61-73). Oslo: Universitetsforlaget.
- Goos, M. (2004). Learning mathematics in a classroom community of inquiry. *Journal for research in mathematics education*, 35(4), 258-291.

- Hundeland, P. S. (2011). *Lærerens motiver og valg: En studie av matematikklærere på videregående skole*. Kristiansand: Portal Forlag.
- Jaworski, B. (1989). Mathematics teaching: Belief and practice. In P. Ernest (Ed.), *Mathematics teaching: the state of the art* (pp. 167-174): The Falmer Press.
- Jaworski, B. (2006). Theory and practice in mathematics teaching development: critical inquiry as a mode of learning in teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 2006(9), 187-211.
- Jaworski, B. (2007). Theoretical perspectives as a basis for research in LCM and ICTML. In B. Jaworski, A. B. Fuglestad, R. Bjuland, T. Breiteig, S. Goodchild & B. Grevholm (Eds.), *Læringsfellesskap i matematikk*: Caspar Forlag AS.
- Jaworski, B. (2010). Collaborative inquiry in developing mathematics teaching in Norway *The First Sourcebook on Nordic Research in Mathematics Education* (pp. 71-90): Information Age Publishing.
- Kaplan, R. G. (1991). *Teacher beliefs and practices: a square peg in a square hole*. Paper presented at the North American chapter of the international group for the psychology of mathematics education, Blacksburg, Virginia.
- Kvale, S. (2001). *Det kvalitative forskningsintervju*: Gyldendal Norsk Forlag AS.
- Lampert, M. (1992). Practices and problems in teaching authentic mathematics. In F. K. Oser, A. Dick & J. L. Patry (Eds.), *Effective and responsible teaching* (s. 295-314). San Francisco: Jossey-Bass.
- Larsen, T., Skagestad, L., & Torkildsen, G. (2010). Kommunikasjon og inquiry. *Tangenten*, 21(4), 3-6.
- Leatham, K. R. (2006). Viewing mathematics teachers' beliefs as sensible systems. *Journal of Mathematics Teachers Education*, 9(1), 91-102.
- Lewis, C., Perry, R., & Murata, A. (2006). How should research contribute to instructional improvement? The case of lesson study. *Educational Researcher*, 35(3), 3-14.
- Lloyd, G. (2003). Mathematics teachers' beliefs and experiences with innovative curriculum materials. In G. C. Leder, E. Pehkonen & G. Törner (Eds.), *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?* (pp. 149-159). Secaucus, NJ: Kluwer Academic Publishers.
- Maass, K. (2009). What are teacher's beliefs about effective mathematics teaching? In J. Cai, G. Kaiser, B. Perry & N.-Y. Wong (Eds.), *Effective mathematics teaching from teachers' perspectives: National and cross-national studies* (pp. 141-161). Rotterdam: Sense Publishers.
- Mellin-Olsen, S. (1991). *Hvordan tenker lærere om matematikkundervisning?* Bergen: Bergen Lærerhøgskole.
- Mellin-Olsen, S. (1996). *Samtalen som forskningsmetode*: Caspar Forlag AS.
- Olson, S., & Loucks-Horsley, S. (2000). *Inquiry and the national science education standards: A guide for teaching and learning*. Washington DC: National Academy Press.
- Pehkonen, E. (2003). Lærere og elevers oppfatninger som en skjult faktor i matematikkundervisningen. In B. Grevholm (Ed.), *Matematikk for skolen* (pp. 154-184). Bergen: Fagbokforlaget.
- Philipp, R. A. (2007). Mathematics teachers' beliefs and affect. In F. K. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 257-315). Charlotte: Information Age Publishing.
- Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, 77, 20-26.
- Skott, J. (2001). The emerging practices of a novice teacher: the roles of his school mathematics images. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 4(1), 3-28.

- Skovsmose, O., & Säljö, R. (2008). Learning mathematics through inquiry. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 13(3), 31-52.
- Solvang, R. (1992). *Matematikk-didaktikk* (2 ed.). Bekkestua: NKI Forlaget.
- Stigler, J. W., & Hiebert, J. (1999). *The teaching gap: Best idea from the world's teachers for improving education in the classroom*. New York: The Free Press.
- Stipek, D. J., Givvin, K. B., Salmon, J. M., & MacGyvers, V. L. (2001). Teachers' beliefs and practices related to mathematics instruction. *Teaching and Teacher Education*, 17, 213-226.
- Swan, M., & Swain, J. (2010). The impact of a professional development programme on the practices and beliefs of numeracy teachers. *Journal of Further and Higher Education*, 34(2), 165-177.
- Van Tassell, M. A. (2001). Student inquiry in science: asking questions, building foundations, and making connections. In G. Wells (Ed.), *Action, talk and text: Learning and teaching through inquiry* (pp. 41-59): Teachers College Press.
- Von Glaserfeld, E. (1995). A constructivist approach to teaching. In L. P. Steffe & J. Gale (Eds.), *Constructivism in Education* (pp. 3-15). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Way, J. (2008). Using questioning to stimulate mathematical thinking. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 13(3), 22-27.
- Wells, G. (1999). *Dialogic inquiry: Toward a sociocultural practice and theory of education*: Cambridge University Press.
- Wells, G. (2001). *Action, talk and text: Learning and teaching through inquiry*. New York: Teachers College Press.

Oversikt over vedlegg

Vedlegg 1: Godkjenningbrev til elever og foresatte

Vedlegg 2: Godkjenningbrev til lærere og skoler

Vedlegg 3: Infobrev til lærere

Vedlegg 4: Undervisningsmateriell - Introoppgaver, Heidi

Vedlegg 5: Undervisningsmateriell - Tekstoppgaver fra lærebok, Heidi

Vedlegg 6: Undervisningsmateriell - Tusenfrydopplegg, Rikard

Vedlegg 7: Undervisningsmateriell - Oppsummeringsark, Rikard

Vedlegg 8: Undervisningsmateriell - Tekstoppgaver fra lærebok, Hildur

Vedlegg 9: Undervisningsmateriell - Indeksopplegg, ark 1, Frank

Vedlegg 10: Undervisningsmateriell - Indeksopplegg, ark 2, Frank

Vedlegg 11: Undervisningsmateriell - Indeksopplegg, ark 3, Frank

Vedlegg 12: Mail fra Heidi og Frank

Vedlegg 13: Intervjuguide

Vedlegg 14: Transkripsjonsnøkkel

Vedlegg 1 – Godkjenningsbrev til elever og foresatte

Til foreldre/foresatte i X skole

Dato: 15. desember 2011

Besøksadresse: Gimlemoen 25 J
Direkte: 38 14 10 00
Faks: 38 14 10 71

Forespørsel om tillatelse til deltakelse i forskningsprosjektet ”Utvikling av inquirybasert matematikkundervisning”

Universitetet i Agder (UiA) gjennomfører i 2012 et forskningsprosjekt kalt ”Utvikling av inquirybasert matematikkundervisning”. Datainnsamling gjennomføres og er en del av masterprosjektet til student Madeleine Haugene. Hun veiledes av førsteamanuensiene Per Sigurd Hundeland og Ingvald Erfjord ved Universitetet i Agder som er prosjektledere. Fire lærere og deres elever er tenkt å delta i prosjektet hvor målet er å få et inntrykk av hvilken matematikkundervisning som foregår. Felles for lærerne er at de i hele eller deler av perioden 2004-2010 deltok i forskningsprosjekter ledet av matematikdidaktikkmiljøet ved UiA.

Elevenes bidrag i forskningsprosjektet blir *kun* gjennom at de kan bli videofilmet som en del av en undervisningsaktivitet med et antatt omfang på om lag 45 minutter som hver lærer som deltar i dette forskningsprosjektet gjennomfører. Disse opptakene vil bli brukt til forskningsmessig analyse, og noen klipp kan bli brukt i presentasjoner, både i forskningsmessige sammenhenger og i kurs/konferanser. Ingen opptak vil bli lagt ut på internett, alle elever og lærere vil få sin anonymitet ivaretatt i forskningspublisering, og video- og lydopptakene vil bli lagret i tråd med instruks og tillatelse fra Personvernombudet for forskning, Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste og UiAs interne retningslinjer. Alle som er involvert i forskningsprosjektet er underlagt taushetsplikt, all informasjon vil bli behandlet konfidensielt og alle navn vil bli erstattet med et pseudonym eller bli gitt et nummer når forskningsresultater offentliggjøres. Innen utgangen av 2015 vil data bli anonymisert, lyd- og videoptak slettet og eventuelle navnelister slettet.

Vi ber om tillatelse fra foreldre/foresatte. Deltakelse i prosjektet er frivillig og det er selvsagt mulig å reservere seg. Det er mulig å trekke tillatelsen tilbake senere uten å gi noen grunn for det. Vær vennlig å returnere svarslippen nedenfor til deltakende lærer på skolen. Det er viktig for oss at flest mulig deltar, så vi håper på velvilje fra elever og foreldre/foresatte.

Med vennlig hilsen
Ingvald Erfjord
Prosjektleder, UiA

NN
Lærer på X skole

Klipp

Svarslipp:

Angående prosjektet: ”Utvikling av inquirybasert matematikkundervisning”. Jeg har gjort meg kjent med informasjonen om prosjektet og tillater deltakelse for

Elevens navn: _____

Foresattes underskrift: _____

Skole: _____

Svar kan leveres til skolen eller sendes i posten. Eventuelle spørsmål kan også sendes via epost til:
Ingvald.Erfjord@uia.no

Vedlegg 2 – Godkjenningsbrev til lærere og skoler

Til X lærer på Y skole

Dato: 15. desember 2011

Besøksadresse: Gimlemoen 25 J
Direkte: 38 14 10 00
Faks: 38 14 10 71

Forespørsel om tillatelse til deltakelse i forskningsprosjektet ”Utvikling av inquirybasert matematikkundervisning”

Universitetet i Agder (UiA) gjennomfører i 2012 et forskningsprosjekt kalt ”Utvikling av inquirybasert matematikkundervisning”. Datainnsamling gjennomføres og er en del av masterprosjektet til student Madeleine Haugene. Hun veiledes av førsteamanuensiene Per Sigurd Hundeland og Ingvald Erfjord ved Universitetet i Agder som er prosjektledere.

Lærerne som spørres om å delta i dette prosjektet deltok i hele eller deler av perioden 2004-2010 i forskningsprosjekter som hadde fokus på inquirybasert matematikkundervisning. Målet med dette nye prosjektet er å få et inntrykk av hvilken matematikkundervisning som nå foregår, og vil gi lærerne anledning til å reflektere over egen praksis og til å utvikle gode innfallsvinkler til læring i matematikk.

Som en del av prosjektet vil det bli videofilmet en undervisningsaktivitet med hver lærer med et antatt omfang på om lag 45 minutter samt et intervju med hver lærer på anslagsvis 60 - 80 minutter. Disse opptakene vil bli brukt til forskningsmessig analyse, og noen klipp kan bli brukt i presentasjoner, både i forskningsmessige sammenhenger og i kurs/konferanser. Ingen opptak vil bli lagt ut på internett, alle elever og lærere vil få sin anonymitet ivaretatt i forskningspublisering, og video- og lydopptakene vil bli lagret i tråd med instruks og tillatelse fra Personvernombudet for forskning, Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste og UiAs interne retningslinjer. Vi ber med dette om tillatelse til å samle inn denne typen data. Alle som er involvert i forskningsprosjektet er underlagt taushetsplikt, all informasjon vil bli behandlet konfidensielt og alle navn vil bli erstattet med et pseudonym eller bli gitt et nummer når forskningsresultater offentliggjøres. Innen utgangen av 2015 vil data bli anonymisert, lyd- og videopptak slettet og eventuelle navnelister slettet.

Deltakelse i prosjektet er frivillig og det er selvsagt mulig å reservere seg. Det er mulig å trekke tillatelsen tilbake senere uten å gi noen grunn for det. Vær vennlig å returnere svarslippen nedenfor per post eller e-post.

Med vennlig hilsen
Ingvald Erfjord
Prosjektleder, UiA

Svarslipp:

Angående prosjektet: ”Utvikling av inquirybasert matematikkundervisning”. Jeg har gjort meg kjent med informasjonen om prosjektet og tillater deltakelse for

Lærers navn: _____
Fra skolens ledelse: _____
Skole: _____

Eventuelle spørsmål kan sendes via epost til: Ingvald.Erfjord@uia.no

Vedlegg 3 – Infobrev til lærere

Info om masteroppgaven ”Utvikling av inquirybasert matematikkundervisning.”

Som deltaker i forskningsprosjektet LCM og/eller TBM har du, i samarbeid med didaktikere fra Universitetet i Agder og andre lærere, forsøkt ut og reflektert over nye måter å undervise på. I forbindelse med min masteroppgave i matematikdidaktikk ved UiA er jeg interessert i å følge deg og din klasse i en undervisningsøkt (45-90 min.) der du har planlagt en inquirybasert aktivitet. Jeg vil observere og gjøre videoopptak, og jeg er i etterkant av observasjonen interessert i å føre en samtale/intervju med deg (60-80 min.) for å få en innsikt i dine tanker om læring og undervisning, og spesielt da i forbindelse med bruk av inquiry i undervisningen. Hensikten med observasjon og samtale er ikke for å vurdere deg og din evne til å ta i bruk inquiry. Målet er å få en innsikt i hvordan du som tidligere deltaker i LCM/TBM-prosjektene tenker om læring og undervisning av matematikk, og hvordan du tolker inquiry-begrepet og omsetter dette til praksis.

Jeg ser fram til å besøke deg og din klasse og få se hvordan dere arbeider med matematikk.

Mvh.

Madeleine Haugene

Vedlegg 4 – Introoppgaver, Heidi

Intro grublisark nr 56

Lag fire gangestykker der svaret er 100

Sett sifrene 1, 3, 4 og 6 i de fire hvite rutene. Lag på den måten to tosifrede tall, og finn differansen mellom dem. Hva er den minste mulige differansen?

-			
=			

u/s
u/s
Du får 1 krone på mandag, 2 kroner på tirsdag, 3 kroner på onsdag osv. ei hel uke. Hvor mye penger har du på slutten av uka?

u/s
u/s
Bruk sifrene 1, 2, 4, 5, 7 og 9, og lag et riktig plussestykke og et minusstykke. Du må bruke alle sifrene, og du kan bare bruke dem ei gang hver. (Det skal et siffer i hver sirkel)

$$\bigcirc + \bigcirc = \bigcirc$$

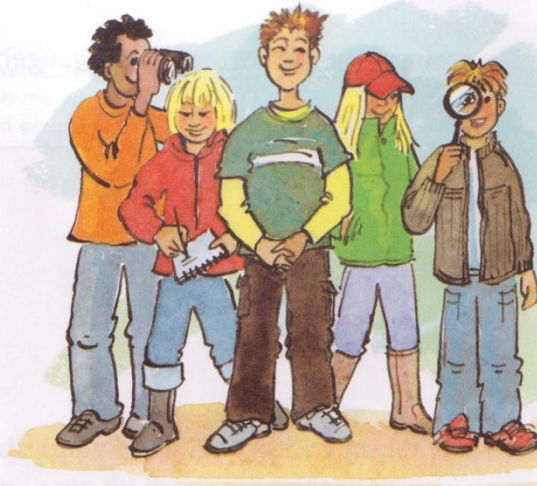
$$\bigcirc - \bigcirc = \bigcirc$$

Lag en sti med tallene fra 1 til 16 i disse rektanglene. Du skal komme til neste tall ved å gå til siden, eller opp eller ned, ikke på skrå. Og du må innom de tallene som allerede er plassert. Det første er lett, det andre litt vanskeligere.

			14
2	11		
3			8
	5		

2			
			8
		16	
		11	

Vedlegg 5 – Tekstoppgaver fra lærebok, Heidi

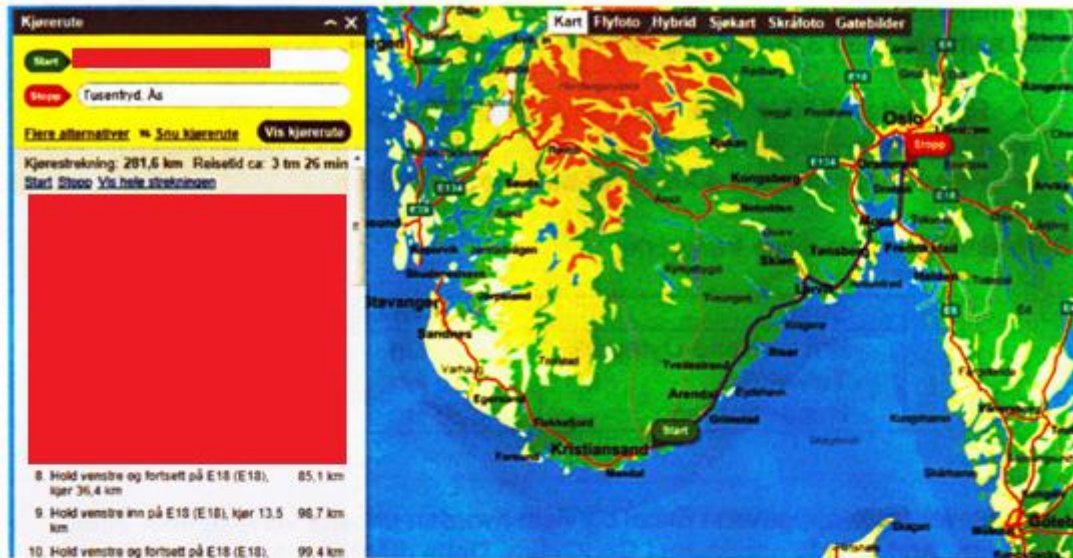


- 42** Her ser du Albin og de fire vennene hans.
De skal lage en stor fest.
Hver av de fem barna får ta med seg tre gjester hver.
Hvor mange gjester kommer på festen?
- 43** Hvor mange personer blir det på festen til sammen?
- 44** Albin tror hver person spiser to hamburgere.
Hvor mange hamburgere må han kjøpe?
- 45** Det er fire hamburgere i hver pakke.
Hvor mange pakker må Albin kjøpe?
- 46** Albin tror hver person drikker tre brusflasker.
Hvor mange brusflasker må han kjøpe?
- 47** Brusflaskene kommer i pakker på seks flasker.
a Hvor mange pakker må Albin kjøpe?
b Hvor mye må han betale for brusen?
c Hvor mye koster én flaske brus?



Vedlegg 6 – Tusenfrydopplegg, Rikard

Busstur for [redacted] skole



1. En klasse ved [redacted] skole skal på busstur til Tusenfryd. Som du ser på kartet er det 281,6 km én vei. Dere velger selv hvordan noen busselskap regner ut tilbudene.

Som dere så i forrige time fins ulike måter å regne ut prisene på. Noen busselskap er ikke interessert i langkjøring. De er billige på korte turer, men tar mye for langkjøring. Andre selskap kan f eks ha høy pris på korte turer og svært lange turer med overnatting. Men de gir de beste tilbud på dagsturer fra ca 400 til 800 km.

2. Tusenfryd gir et tilbud til [redacted] skole på inngangsbilletter og to måltider i parken. Men siden antall elever i klassene varierer fra år til år, blir det forskjellig hvor mye det koster pr elev. Lag en oversikt over prisvariasjonene pr elev fra klasse til klasse når du tar med busstur, inngangsbilletter, måltid og eventuelle andre utgifter.

EKSTRA:

3. Inngangsbilletter til slike fritidsparker kan variere fra sommer til vinter. Lag et forslag til hvordan prisene kan variere gjennom et helt år for flere parker. Lag gjerne en oversikt i GeoGebra.
4. Klassen sparer noen kr pr elev hver måned. Hvor lenge må de spare for å ha nok til en slik tur? Du bestemmer selv renten som banken gir på pengene.

Lagres: ElevDok >1996 > MATEMATIKK

Vedlegg 7 – Oppsummeringsark, Rikard

Klassetur

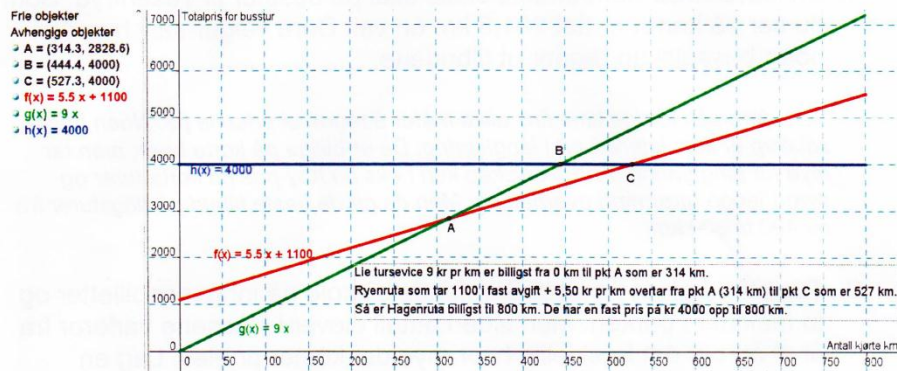
I sist matematikktime regnet vi på en klassetur for elevene ved Lie skole. De skulle reise sammen med 3 lærere. De ba om pristilbud fra tre buss-selskap:

- **Ryenruta:** 1100 kr i fast avgift og 5,50 kr pr km
- **Lie turservice:** 9 kr pr km
- **Hagenruta:** fast pris 4000 kr for turer opp til 800 km

Dere skulle vurdere disse tre turene:

Sted	Kun én vei
Kristiansand Dyrepark	200 km
Tusenfryd	140 km
Hunderfossen	320 km

Noen elever løste oppgaven i Excel og viste hvordan prisene varierte etter antall kjørte km. Andre løste oppgaven i GeoGebra. Dette diagrammet viser en slik oversikt:



På diagrammet kan vi se at tur/retur Tusenfryd (280 km) er det Lie turservice som er billigst. Velger de heller t/r Kristiansand Dyrepark (400 km) er det Ryenruta som de bør velge. Mens t/r Hunderfossen får de det beste tilbudet fra Hagenruta.

Vedlegg 8 – Tekstoppgaver fra lærebok, Hildur

Oppgaver

4.39 Hva er sannsynligheten for å få en ener når du kaster en vanlig terning?

Oppgi svaret som

- a) brøk
- b) desimaltall
- c) prosent



4.40 Hva er sannsynligheten for å trekke sparknekt ut av en kortstokk?

Oppgi svaret som

- a) brøk
- b) desimaltall
- c) prosent

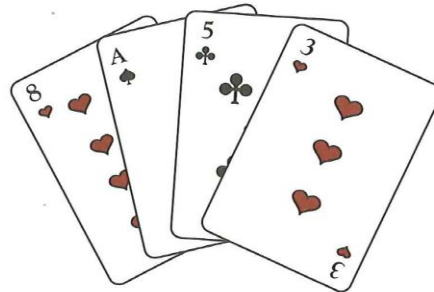
4.41 Du kaster en vanlig terning.

Hva er sannsynligheten for å få

- a) et oddetall
- b) et printall
- c) en femmer eller en sekser

4.42 En kortstokk har 52 kort. Hva er sannsynligheten for å trekke

- a) hjerter åtte
- b) et ess
- c) et rødt kort



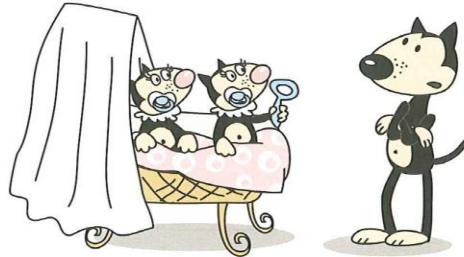
4.43 Det er 24 elever i en gruppe, 14 jenter og 10 gutter.

Læreren vil høre en tilfeldig elev i lekse.

Hva er sannsynligheten for at

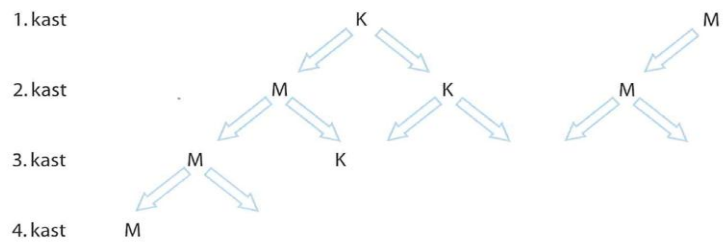
- a) en jente blir spurt
- b) en gutt blir spurt
- c) en gutt eller en jente blir spurt

- 4.47** Et ektepar ønsker seg to barn.
Tegn et tredigram og finn sannsynligheten for at de får én gutt og én jente. Sannsynligheten for å få gutt og jente er like stor.



- ★ **4.48** Et ektepar ønsker seg tre barn. Tegn et tredigram og finn sannsynligheten for at de får minst to jenter. Sannsynligheten for å få gutt og jente er like stor.

- ★ **4.49** Her ser du et uferdig tredigram for fire kast med et pengestykke.



- a) Tegn ferdig tredigrammet.
b) Hvor mange mulige utfall er det?

- Hva er sannsynligheten for å få
c) mynt i alle fire kastene
d) to mynt og to kroner

Vedlegg 9 – Indeksopplegg, ark 1, Frank

Indeksregning – ark 1

Oppgave 1

- I fjor kostet ei skjorte 100 kr. I år koster den samme skjorta 125 kr.
Hvor mange prosent har prisen på skjorta økt?
- Prisen på månedskort på bussen har gått opp fra 750 kr til 840 kr.
Finn den prosentvise økningen på prisen på månedskort.
- Lille Ole er 90 cm høy. Det siste året har han vokst 20 cm.
Hvor mange prosent høyere er han i år enn i fjor?

Oppgave 2

Finn x i hver av oppgavene:

a) $\frac{x}{4} = \frac{12}{16}$

b) $\frac{5}{7} = \frac{x}{21}$

c) $\frac{2x}{9} = \frac{8}{12}$

Oppgave 3

Bruk det dere gjorde i oppgave 3 til å finne en regel for hvordan man kan finne x uttrykt ved a , b og c når

$$\frac{x}{a} = \frac{b}{c}$$

Oppgave 4

- Johan får 100 kr i lunchpenger av sin mor hver uke. Da har han akkurat råd til å kjøpe en bagett med ost hver dag. Så øker prisen på bagetter til 21 kr. Hvor mye må Johan nå få i lunchpenger i uka for å ha råd til en bagett hver dag?
- I fjor kostet en liter bensin 14,20 kr. Da fikk Markus 200 kr i månedslønn. Han bruker alle pengene på bensin til mopeden sin. I år har bensinprisen økt til 15,70 kr literen. Hvor mye må Markus få i månedslønn i år for å få råd til like mye bensin som i fjor?

Oppgave 5

Sett opp en likning for å løse oppgave 4b.

Vedlegg 10 – Indeksopplegg, ark 2, Frank

Indeksregning – ark 2

Oppgave 6

En **indeks** er et mål for hvordan priser eller lønninger utvikler seg over en periode. Det året vi tar utgangspunkt i kalles for et **basisår**. Da setter vi indeksen lik 100.

Eksempelet under viser prisutviklingen for en type håndsåpe over en treårsperiode:

År	2005	2006	2007	2008
Indeks	100	103,3	105,1	106,5
Pris (håndsåpe)	15,50 kr	16,00 kr	16,29 kr	16,51 kr

- Hvilket år er basisår?
- Bruk tabellen til å finne sammenhenger mellom indeksene og prisen på håndsåpe.
- I 2009 var indeksen økt til 108,1. Hvor mye kostet håndsåpa da?

Oppgave 7

Tabellen under viser hvor mye Anna har fått i timelønn de siste fire årene.

År	2009	2010	2011	2012
Indeks				
Timelønn	125 kr	128 kr	132,50 kr	135 kr

- Bruk 2009 som basisår og finn lønnsindeksen til Anna for disse fire årene.
- Hvordan kan dere bruke indeksen til å finne lønnsøkninga hennes i prosent?

Oppgave 8

- Lag en formel for sammenhengen mellom lønna i 2009, indeksen i 2009, lønna i 2010 og indeksen i 2010.
- Kall ett år for A og ett annet år for B.
Lag en generell formel for sammenhengen mellom lønna i A, indeksen i A, lønna i B og indeksen i B.

Vedlegg 11 – Indeksopplegg, ark 3, Frank

Indeksregning – ark 3

Oppgave 9

Konsumprisindeksen viser det gjennomsnittlige årlige forbruket til norske husholdninger. Den tar i seg alle de vanlige utgiftene som en norsk familie har i løpet av et år.

Tabellen under viser hvordan konsumprisindeksen utviklet seg fra basisåret 1998 fram til 2001.

År	1998	1999	2000	2001
Konsumprisindeks	100	102,3	105,5	108,7
Timelønn	92 kr			

- a) Gregor tjente 92 kr timen i 1998. Finn hvor mye timelønna hans skal være i de tre neste årene hvis lønnsutviklinga følger konsumprisindeksen.

År	2002	2003	2004
Konsumprisindeks		112,8	
Timelønn	101,30 kr		104,24 kr

- b) Fyll ut det som mangler i tabellen over (vi antar at timelønna til Gregor følger konsumprisindeksen hvert år).
- c) Som dere ser øker timelønna til Gregor hvert år. Betyr det at han får bedre og bedre råd for hvert år? Hvorfor/hvorfor ikke?
- d) I 2005 var konsumprisindeksen 114,5. Da ble Gregor tilbudt en timelønn på 107 kroner timen. Bør han være fornøyd med dette? Begrunn svaret.

Oppgave 10

I 2007 tjente Marius 356.200 kr. I 2008 tjente han 358.100 kr. I 2007 var konsumprisindeksen 221,1. I 2008 var konsumprisindeksen 224,7.

- a) I hvilket av de to årene hadde Marius best råd?
- b) Hvor mye burde han tjent i 2008 for å ha like god råd som i 2007?
- c) I 2009 var konsumprisindeksen 233,7. Arbeidsgiveren til Marius tilbyr han en lønnsøkning på 3 %. Bør han ta imot dette tilbudet?

Vedlegg 12 – Mail fra Heidi og Frank

Mail fra Heidi, 03.02.12:

Heisann Madeleine!

I fjerde klasse har vi noen uker jobbet med multiplikasjon og divisjon (kap 8 i Multi 4b). Vi har jobbet både med forståelse av begrepene og regneprosessene og automatisering av gangetabellene. Vi er nå helt i avslutninga av dette emnet.

Hver uke får elevene en grublis fra Grublishefte 1-4 i lekse til fredagen. Jeg pleier å kjøre en introoppgave i grupper på skolen på tirsdagen, for å inspirere til arbeid med denne. Dette er oppgaver som jeg har laget selv, og som likner på Grublisen som er lekse. Da får de løse denne slags oppgaver både sammen med andre og alene hjemme (eventuelt med hjelp fra eldre søsken eller foreldrene).

Til tirsdag er planen å jobbe med disse introoppgavene og med tekstoppgaver i matteboka. Hvis de trenger avveksling, kan det være at det også blir litt øving på gangetabeller på nettsidene gruble.net eller Multis nettsted.

De gleder seg til du kommer!

Mail fra Frank, 07.02.12:

Hei Madeleine

Vi har avtalt at dere skal komme på besøk i morgen (tirsdag) for observasjon og intervju. Timene skal handle om innføring i indeksregning. Hovedmålet er at eleven skal forstå indekser, og etterhvert trekke inn begreper som konsumprisindeks, reallønn og kroneverdi. Har ikke hatt tid til å lage noe konkret opplegg ennå. Kan sende det over i kveld hvis du ønsker å se noe på det før dere kommer.

Underskrifter fra alle foreldre om filming er i orden.

Vi møtes på personalrommet kl. 07.30, timen begynner kl.07.45.

Velkommen!

Vedlegg 13 – Intervjuguide

Læreres oppfatninger om inquiry, læring og undervisning av matematikk, etter deltakelse i LBM.

- 1) Kan du fortelle litt om din utdanningsbakgrunn og din arbeidserfaring?
- 2) Hvordan lærer elever best?
- 3) Hva ser du som viktige faktorer i undervisning av matematikk?
- 4) I dine øyne, hva er matematikk?
- 5) Hvordan vil du beskrive klassen(e) du har i matematikk i år?
- 6) Hvordan vil du beskrive rammefaktorene for din undervisning?
- 7) Hvordan opplevde du det å være med i TBM?
- 8) Hva er inquiry? Og hvorfor er inquiry viktig/ikke viktig?
- 9) Hvordan bruker du inquiry i din undervisning?
- 10) Hva tenker du i dag om å ta i bruk inquiry/ ha en utforskende tilnærming til din egen utvikling som lærer?
- 11) Spørsmål knyttet til observasjon: Hva var målet med den aktiviteten du gjennomførte?
Vil du bruke den igjen senere?

Vedlegg 14 – Transkripsjonsnøkkel

Suggestions for basic analysis

Audio and video transcripts

,	Comma
.	Full stop
?	Question mark
!	Exclamation mark
(3s)	Pause of greater than 2 seconds
<i>(Italic)</i>	Describing non-verbal sounds or gestures/actions. <i>Like laughter, coughing, paper-noise etc. or other comments from the transcriber.</i>
<i>Italic</i>	Mathematical expressions
Bold	Emphatic speech
(...)	Words undeciphered
{ }	Used when the transcriber is in doubt of what is said or how words are spelled. I.e. names, titles etc.
[]	Simultaneous or interrupted speech <i>Example: AA: Yes this was interesting. BB</i> <i>[do you have any comment]</i> <i>CC: [Do you really think this was]</i> <i>AA: to us about this?</i>
<i>[Italic]</i>	Small interruption within a turn <i>Example: AA: So, so what we're saying here, and I think we are agreeing</i> <i>[mm] that, eh, what is happening at the workshop is that what</i> <i>they've written so far [mm] is helping them to recall what they</i> <i>have been thinking about, and the video will also help with that.</i>
.	
.	
.	Omitted discourse which is irrelevant to the issue being discusses <i>(mostly used when there is a break in the session and before the session has started)</i>