UNIVERSITETET I AGDER

Regneprøven som kartleggingsprøve i matematikk på småskoletrinnet

En analyse i forhold til forskning på tallforståelse og regneferdighet

Gjermund Torkildsen

Veileder

Anne Berit Fuglestad

Masteroppgaven er gjennomført som ledd i utdanningen ved Universitetet i Agder og er godkjent som del av denne utdanningen. Denne godkjenningen innebærer ikke at universitetet innestår for de metoder som er anvendt og de konklusjoner som er trukket.

Universitetet i Agder, 2011
Fakultet for realfag
Institutt for matematikk

Forord

Denne masteroppgaven tar utgangspunkt i en obligatorisk kartleggingsprøve for 2. trinn i grunnskolen, omtalt som Regneprøven[1]. Underveis i prosessen med oppgaven har jeg fått økt innsikt i hvordan barn utvikler tallforståelse og regneferdigheter. Jeg har også fått større forståelse for de utfordringene som knytter seg til å kartlegge denne utviklingen ved hjelp av en skriftlig prøve. Samtidig har jeg erfart at lærere som reflekterer sammen kan løfte og inspirere hverandre til elevenes beste. Forhåpentligvis kan denne oppgaven bidra til at lærere i småskolen kan bli inspirert til å bruke Regneprøven som innfallsvinkel for å utvikle læringsmiljø preget av undring, rike matematikkaktiviteter og samtale.

Jeg vil først og fremst takke lærerne ved de tre skolene som har deltatt i utviklingsarbeidet som var utgangspungspunktet for denne masteroppgaven. Takk for åpne og tillitsfulle drøftinger. Takk også til foreldre og elever som velvillig har skrevet under på at resultatene fra kartleggingen kan benyttes til forskningsformål.

En spesiell takk vil jeg rette til min veileder Anne Berit Fuglestad. Du har vist forståelse for den krevende situasjonen det er å skrive en masteroppgave kombinert med å jobbe som lærer/rådgiver og med små barn hjemme. De gode og konkrete fremovermeldingene fra deg har vært balansert mot dette bakteppet.

Mens jeg studerte til lærer vekket min far, Svein H. Torkildsen, en interesse for matematikk og læring. Din evne til å omskape læringsteori til gode læringssituasjoner ble avgjørende for at jeg i det hele tatt driver med matematikkdidaktikk i dag. Utallige er de oppleggene og oppgavene du har delt. Det har inspirert meg til videre utvikling.

Takk også til mine lærerkolleger gjennom 15 år for godt samarbeid og utviklende diskusjoner. Med fare for å glemme noen vil jeg likevel trekke frem Kristian Andersen, Evert Dean, Lillan Aamodt og Trond Even Wanner. Samfundets skole fortjener også en stor takk for å ha lagt forholdene til rette for de studiene som har kulminert med at siste punktum nå er satt på denne oppgaven.

Det siste året har det vært et privilegium å jobbe sammen med Espen Daland, Tone Dalvang, Hilde Skaar Davidsen og Olav Lunde i Forum for matematikkmestring ved Sørlandet kompetansesenter. Mange av våre felles refleksjoner finnes det spor av i denne oppgaven. Jeg vil også takke ledelsen ved Sørlandet kompetansesenter for å ha lagt forholdene til rette for avslutningen av studieperioden gjennom å innvilge studiepermisjon.

Bjørnar Alseth har sjenerøst bidratt med oppklarende samtaler underveis i prosessen.

De varmeste tankene går likevel til min kone Janne for omtanke og forståelse. Uten deg hadde jeg ikke klart å gjennomføre studiene ved siden av alt annet vi har gått gjennom de siste årene. Våre to gutter, Mattias og Jonatan, gitt meg innblikk i to barns utvikling av tallforståelse og regneferdigheter. Det har motivert meg til videre faglig arbeid og forsterket ønsket om å komme i mål med oppgaven for å kunne bruke tid sammen på viktigere ting enn matematikk…

Kristiansand 8.juni 2011
Gjermund Torkildsen

[1] Regneprøven heter egentlig *Obligatorisk kartleggingsprøve. Kartlegging av tallforståelse og regneferdighet*. I denne masteroppgaven omtales prøven konsekvent som Regneprøven, en betegnelse utviklerne av prøven også bruker (Alseth, Throndsen, & Turmo, 2007).

Sammendrag

Denne masteroppgaven handler om en obligatorisk kartleggingsprøve i tallforståelse og regneferdighet for 2. trinn i grunnskolen, omtalt som Regneprøven. Med utgangspunkt i et utviklingsarbeid ved tre skoler har jeg formulert følgende forskningsspørsmål:

> ***Hva kan Regneprøven gi av informasjon om elevenes tallforståelse og regneferdigheter etter 2. trinn?***

For å gjøre forskningsspørsmålet tydelig og avgrense forskningsfeltet har jeg stilt fire underspørsmål:

I. *Hva er det teoretiske grunnlaget for Regneprøven?*
II. *På hvilken måte er det samsvar mellom Regneprøven og kompetansemålene fra LK06?*
III. *På hvilken måte er det samsvar mellom Regneprøven og det teoretiske grunnlaget?*
IV. *Hva kan Regneprøven gi av informasjon om tallforståelsen og regneferdighetene til de elevene i mitt datamateriale som kommer under kritisk grense?*

Med teoretisk grunnlag forstår jeg den forskningen som utviklerne av prøven har tatt som utgangspunkt. Det henvises spesielt til et utvalg internasjonale forskningsbaserte rammeverk som beskriver barns utvikling av tallforståelse og regneferdigheter.

Resultater

I denne oppgaven finner jeg at det er stort samsvar mellom rammeverket for Regneprøven og det teoretiske grunnlaget. Jeg undersøker også om Regneprøven kartlegger de kompetansemålene fra læreplanen som rammeverket for prøven oppgir. Min analyse viser at Regneprøven først og fremst kartlegger elevens telleferdigheter. En del av kompetansemålene kartlegges i liten grad og noen kartlegges ikke i det hele tatt. For et par kompetansemålene er det krevende å avgjøre om de blir kartlagt på Regneprøven eller ikke og jeg diskuterer årsakene til dette.

I utviklingsarbeidet på de tre skolene har lærerne drøftet 90 elevers resultater på Regneprøven som en del av sin profesjonelle utvikling. Jeg bruker dataene fra gjennomføringen av Regneprøven i 2009 og 2010 og konkluderer med at avstanden mellom elevene under kritisk grense og hele elevgruppen fra øker 2. til 3. trinn. Noen oppgaver på Regneprøven viser seg å være spesielt krevende for elevgruppen samlet og disse oppgavene kan også gi informasjon om elevene under kritisk grense.

Pedagogiske implikasjoner

Det bør vurderes om Regneprøven bør suppleres med mer kvalitative undersøkelser.

Resultatene på Regneprøven må følges opp av læreren i forhold til å avdekke hvilke elever som har en bekymringsfull utvikling. Det kan også være utviklende for et lærerkollegium å drøfte hva en slik kartleggingsprøve kan gi av informasjon.

Summary

This master thesis is about an obligatory national assessment test in numeracy and calculation for 2nd grade in Norwegian primary school, referred to as “Regneprøven”. The following research questions have been formulated based on a development project at three schools:

> ***What information could Regneprøven provide on students' numeracy and arithmetic skills after 2nd grade?***

In order to refine the research question and the research field, I have asked the four questions below:

I. *What is the theoretical basis for Regneprøven?*
II. *In what way do Regneprøven and the competency goals of LK06 correspond?*
III. *In what way do Regneprøven and the theoretical basis of this test correspond?*
IV. *What can Regneprøven provide of information on number comprehension and arithmetic skills can of the students in my data that come under the critical limit?*

I understand the term theoretical basis as the research literature the development of Regneprøven has been based on. The theoretical basis refers specifically to a range of international research-based frameworks that describes children's development of numeracy and calculation skills.

Results

In this master thesis I find that there is great consistency between the framework for Regneprøven and the theoretical basis. I also examine Regneprøven mapping the competency goals of the curriculum. My analysis shows that Regneprøven mainly maps the student's counting skills. Parts of the competency goals are to a smaller extent mapped, and some are not mapped at all. For a couple of competency goals it is not clear whether they are mapped on Regneprøven or not, and I discuss the reasons for this.

In the development project on the three schools the teachers discussed the results of the pupil. I use data from the implementation of Regneprøven in 2009 and 2010 and conclude that the distance between the pupils during the critical limit compared with the total group of pupils increases from 2nd to 3rd grade. Some tasks in Regneprøven turns out to be particularly demanding for the pupils. These tasks can still provide information about pupils under the critical limit.

Pedagogical implications

It should be considered whether Regneprøven should be supplied with qualitative assessment.

The results of Regneprøven must be followed up by the teacher in relation to identifying which pupils have a worrying development. It can also be fruitful to a team of teachers to discuss what information such assessment can provide.

Innhold

1 Innledning

Denne mastergradsoppgaven handler om en obligatorisk kartleggingsprøve i matematikk. Prøven blir brukt på 2. trinn i grunnskolen og omtales som Regneprøven. I denne oppgaven presenterer jeg forskningen som ligger til grunn for utviklingen av Regneprøven og undersøker hvordan prøven samsvarer med denne forskningen og kompetansemålene fra *Læreplanverket for kunnskapsløftet* (LK06) (Kunnskapsdepartementet, 2006b). Jeg beskriver også et utviklingsarbeid som er gjennomført sammen med tre skoler og sammenlikner data fra 90 elevers resultater på Regneprøven med den forskningen som ligger til grunn for utviklingen av prøven.

1.1 Bakgrunn for valg av tema

Min undervisningserfaring i matematikk er hovedsakelig fra ungdomsskolen. Siden 2004 har jeg deltatt i flere forsknings- og utviklingsprosjekter i matematikk. I ett av disse, TBM[2]-prosjektet, deltok pedagoger fra barnehager, grunnskoler og videregående skoler. En av erfaringene i prosjektet var at lærerne som arbeidet på ungdomsskolen ville være i grupper med andre ungdomsskolelærere og lærere i videregående skole. De ønsket å dele erfaringer med lærere som underviste på omtrent samme nivå i utdanningsforløpet. Det ble delvis oppfattet som bortkastet tid å lytte til det som gjaldt barnehagen. Som lærer prioriterte jeg også slik, men siden jeg hadde små barn gikk min interesse også i retning av barnehagen. Jeg ble mer og mer nyssgjerrig på hva som var felles for matematikk i barnehagen, gjennom grunnskolen og til universitetsnivå. Gjennom å lytte til pedagogene i barnehagen oppdaget jeg at aktivitetene de tilbød barn rommet matematiske begreper, idéer, væremåter og arbeidsformer som er sentrale i det matematikkfaget jeg ønsker at ungdomsskoleelever skal møte. Samtidig kjente jeg på at det var krevende å gi gode beskrivelser av hva som er gjennomgående og sentralt i matematikk fra barnehagen til universitetet.

Da Regneprøven ble innført i 2008 så jeg at en del av det matematiske innholdet speilte utfordringer som elever på ungdomsskolen strever med. Oppgaven 13 + __ = 6 fra Regneprøven er egentlig en likning! I januar 2009 deltok jeg på Utdanningsdirektoratets fagkonferanse om resultatene fra TIMSS og nasjonale prøver. På konferansen var det et fokus på tidlig innsats. Dette inspirerte meg til å gå inn i et utviklingsarbeid med lærere på småskolen.

Da jeg tok fatt på arbeidet med masteroppgaven tenkte jeg å analysere de dialogene som foregikk blant lærere som drøftet elevenes resultater på Regneprøven. Etter hvert interesserte jeg meg mer og mer for selv prøven og den forskningen som ligger til grunn for utviklingen av Regneprøven. Det har nok sammenheng med at jeg skiftet jobb og ble ansatt ved Sørlandet kompetansesenter, Forum for matematikkmestring. Kompetansesenteret er en del av Statlig spesialpedagogisk støttetjeneste (Statped) og har i mange år hatt et fokus på elever som ikke opplever mestring i matematikkfaget. Forum for matematikkmestring jobber blant annet med å ha oversikt over og analysere kartleggingsmateriell som er tilgjengelig. Det var en viktig grunn til at det ble interessant for meg å studere selve Regneprøven grundig.

[2] Teaching Better Mathematics. Prosjektsamarbeid mellom Universitetet i Agder og Vest-Agder fylkeskommune. Se http://prosjekt.uia.no/tbm/ .

1.2 Økt fokus på tester

Internasjonale undersøkelser som *Trends in International Mathematics and Science Study* (TIMSS) og *The OECD Programme for International Student Assessment* (PISA) har over tid bidratt til å rette søkelyset mot matematikkundervisningen i Norge og andre land. TIMSS[3] har vært gjennomført hvert fjerde år fra 1995 og sammenlikner elevenes resultater i matematikk og naturfag, hovedsakelig blant elever på 4. og 8.trinn. Oppgavene er nært knyttet til læreplanene. PISA har vært gjennomført vært tredje år siden 2000 og har som mål å undersøke hvordan15-år gamle elever er rustet til å takle fremtidens utfordringer[4]. PISA tar derfor ikke utgangspunkt i læreplanene, men i utfordringer som blir ansett for å være sentrale i årene som kommer.

En hovedtrend er at asiatiske land som Singapore, Japan, Hong Kong, Taiwan og Korea gjør det godt på denne typen tester. I de fleste vestlige landene er resultatene ikke i samsvar med forventningene og har ført til økt fokus på hvordan utviklingen kan snus.

Norge hadde en kraftig tilbakegang på TIMSS-undersøkelsen fra 1995 til 2003. I 2007 kan vi for første gang vise til norsk fremgang, og resultatene for elevene på 4. trinn var da tilbake på 1995-nivå. Finland er ikke med på TIMSS, men har utmerket seg ved å ligge høyt på PISA.

Undersøkelsene har ført til debatt, blant annet om hvorvidt det er mulig å sammenlikne resultater på tvers av landegrensene, slik både TIMSS og PISA gjør. Det er ulike læreplaner, kulturer, språk og undervisningstradisjoner – og spørsmålet blir da om det er forsvarlig å lage tester som legger vekt på å sammenlikne resultater på tvers av de forskjellene utgangspunktene (Bergem, Grønmo, & Olsen, 2005). Undersøkelsene har bidratt til at noen land har satt i verk tiltak for å bedre på situasjonen. Som et direkte resultat av TIMSS-resultatene har for eksempel myndighetene på New Zealand initiert prosjektet *New Zealand Development Project* (NDP) med et fokus på tidlig innsats i matematikk (Bobis, Clarke, Thomas, Wright, & Gould, 2005). Dette prosjektet skal jeg komme tilbake til senere i denne oppgaven.

1.3 Ulike syn på testing

Tester generelt og kartleggingsprøver spesielt vekker debatt blant pedagoger og forskere. Noen er kritiske og mener at omfattende testing vil føre til at det ikke blir nok tid til å undervise, mens andre legger vekt på at skolene må ha hyppige tester for å vite hva elevene mestrer og hva de sliter med, slik at det er mulig å sette inn effektiv hjelp. I noen land har vi fått en "teach to the test"-situasjon hvor testene blir styrende for mye av det som foregår i praksis (Boaler, 2008). Den samme debatten opplever vi i Norge. På den ene siden bruker for eksempel Høyreleder Erna Solberg Oslo-skolenes suksess som et argument for å innføre flere tester[5]. På den andre siden hevdes det at Oslo-skolenes suksess på nasjonale prøver er nært knyttet til at mye av undervisningstiden brukes til å trene på oppgavetypene elevene skal testes i[6] og at fokuset på målbar kunnskap heller må tones ned til fordel for en utvidet forståelse av læring[7]. Men er virkeligheten enten/eller? Kan vurdering og læring gå hånd i hånd?

I USA reises det kritikk mot det testregimet som har utviklet seg i noen av statene (Boaler, 2008). I flere klasser brukes det mer tid på å forberede og gjennomføre prøver enn å undervise

[3] Se: http://www.timss.no
[4] Se http://www.pisa.no
[5] Kilde: Verdens Gang (VG), onsdag 4.mai 2011.
[6] Se http://m.nrk.no/m/artikkel.jsp?art_id=17366207 (lastet ned 31.05.2011).
[7] Se http://www.nrk.no/nyheter/1.5471221 (lastet ned 31.05.2011).

i nytt stoff og jobbe med nye problemer. Er svaret da å kutte ut testene? Boaler mener at løsningen finnes i en vurderingstankegang som ofte omtales som vurdering *for* læring. Vurdering *for* læring er synonymt med formativ vurdering og brukes gjerne som en motsats til vurdering *av* læring eller summativ vurdering. Forskjellen består kort fortalt i om vurderingen legger vekt på å bidra til fremtidig læring eller om vurderingen er mest opptatt av å beskrive hvilket nivå eleven har prestert på i en avsluttet periode (Black, Harrison, Lee, Marshall, & William, 2003). Black et al. har forsket og drevet utviklingsprosjekter som dokumenterer effekten og viser mulighetene som ligger i vurdering *for* læring. De har et bredt vurderingsperspektiv og fokuserer blant annet på hvordan lærerne kan utvikle de spørsmålene de stiller, slik at elevene kan inviteres til å dele sine tanker og refleksjoner. Gjennom å lytte og observere får læreren et bedre grunnlag til å vurdere *for* læring. Samtidig erkjenner de at lærere ikke kan se bort fra den summative vurderingen, men *må* dokumentere hvordan eleven har prestert i en bestemt periode. De fokuserer derfor på hvordan lærere kan bruke summative tester på en formativ måte. Det blir ikke et enten/eller, men et både/og. En slik tankegang stiller skolen overfor nye utfordringer. Blant annet peker rektorer i Stavanger på at skoler med elever fra 1.-10. trinn totalt må gjennomføre minst 20 kartleggingsprøver hvert skoleår[8]. Selv om rektorene synes prøvene hver for seg er gode, opplever de at skolene ikke makter å ta resultatene inn over seg på en hensiktsmessig måte før det kommer en ny prøve som tar oppmerksomheten.

1.4 Hvorfor er forskning på Regneprøven viktig?

Jeg oppfatter at Regneprøven er et interessant forskningstema av flere grunner, også ut over det en masteroppgave i matematikkdidaktikk kan bidra med. Regneprøven er obligatorisk for alle elever på 2. trinn i Norge. Selv om prøven skulle vise seg å ha noen svakheter, vil den ha sin berettigelse hvis lærerne melder fra og allerede i begynnelsen av småskolen tar grep for å hjelpe elever som ikke utvikler en god tallforståelse. Samtidig må det jobbes for å sikre kvalitet i den innsatsen som settes inn. Gjennomtenkt tidlig innsats kan gi store muligheter for å utvikle en god tallforståelse (Bobis et al., 2005; Lyon et al., 2001), men undersøkelser tyder på at norsk skole har utfordringer her. Blant annet øker antall elever som får spesialundervisning jevnt fra 3,9 % på 1. trinn til 10,0 % på 10. trinn (Utdanningsforbundet, 2010). I Danmark og Norge er erfaringen at det ofte er på mellomtrinnet det blir meldt fra om at elevene trenger spesialundervisning eller en annen form for hjelp (Lindhardt & Hansen, 2011; Utdanningsforbundet, 2010). I Finland settes det derimot inn store ressurser til spesialpedagogikk allerede de første skoleårene. Deretter avtar innsatsen fremover mot ungdomsskolen. Dette er interessant ettersom Finland er det vestlige landet som har oppnådd best resultater både på PISA-testene og andre internasjonale målinger (Kunnskapsdepartementet, 2006a). Jeg tror Regneprøven og andre obligatoriske kartleggingsprøver i småskolen kan bidra til at behovene blir meldt tidligere enn mellomtrinnet. Det hadde vært nyttig om forskningsfeltet både fulgte og gav bidrag til denne utviklingen.

I Norge er det totale antallet elever som årlig blir meldt til pedagogisk-psykologisk tjeneste (PPT) økende. Skoleåret 2007/2008 mottok PPT 35.103 søknader, mens antall søknader steg til 56.450 i 2009/2010, en økning på over 20.000 elever på to år (Utdanningsforbundet, 2010). Når vi tar i betraktning at spesialundervisningen i Norge for en stor del utføres av ufaglærte assistenter (Kunnskapsdepartementet, 2011a) vil en økning ikke nødvendigvis bidra til at flere barn får et tilfredsstillende utbytte av opplæringen (opplæringsloven § 5-1)[9]. Jeg oppfatter at forskningsfeltet bør bidra til å rette fokuset mot kvaliteten på den tidlige innsats, og da kan de

[8] Kilde: Stavanger Aftenblad tirsdag 23.november 2010.
[9] http://www.lovdata.no

obligatoriske kartleggingsprøvene i lesing, engelsk og regning på småskolen være aktuelle utgangspunkt.

I rapportene som er skrevet knyttet til utviklingen av Regneprøven hevdes det at internasjonal forskning er forholdsvis samstemt i beskrivelsene av barns utvikling av tallforståelse og regneferdighet og at Regneprøven baserer seg på denne forskningen (Alseth, Throndsen, & Turmo, 2009). Veiledningene til Regneprøven er rettet inn mot lærere i skolen og hvordan de kan følge opp de elevene som har utfordringer (Utdanningsdirektoratet, 2008a; 2008b). Behovet for å drøfte forskningen inngående og argumentere for at den er forholdsvis samstemt har antakelig blitt vurdert som mindre viktig enn å gi lærerne konkrete råd. I denne masteroppgaven vurderer jeg det derimot som hensiktsmessig å foreta en analyse av hvorvidt det er samsvar mellom forskningen og Regneprøven.

Forskning knyttet til Regneprøven er også interessant i forhold til om prøven brukes til vurdering *av* eller *for* læring. Bruker lærerne Regneprøven aktivt når de legger til rette for læring, eller blir prøven rettet og arkivert? Vet vi noe om hvilke faktorer som bidrar til det ene eller det andre? Kan vi legge til rette for et fokus på vurdering *for* læring? I et slikt perspektiv blir det viktig å skape læringsfellesskap (Bobis et al., 2005; Jaworski, Fuglestad, Bjuland, Breiteig, Goodchild, & Grevholm, 2007) blant lærere, slik at de kan jobbe sammen for å utvikle en vurderingspraksis som grunnlag for læring. Med dette som motivasjon har jeg sammen med lærerne på tre skoler drevet et utviklingsarbeid med utgangspunkt i Regneprøven. I denne oppgaven beskrives dette utviklingsarbeidet til inspirasjon og som en mulig modell for andre skoler. Resultatene fra elevene på deltakerskolene vil bli speilet mot den forskningen som ligger til grunn for Regneprøven.

1.5 Forskningsspørsmål

Jeg har formulert følgende forskningsspørsmål:

> ***Hva kan Regneprøven gi av informasjon om elevenes tallforståelse og regneferdigheter etter 2. trinn?***

For å gjøre forskningsspørsmålet tydelig og avgrense forskningsfeltet har jeg stilt fire underspørsmål:

V. *Hva er det teoretiske grunnlaget for Regneprøven?*
VI. *På hvilken måte er det samsvar mellom Regneprøven og kompetansemålene fra LK06?*
VII. *På hvilken måte er det samsvar mellom Regneprøven og det teoretiske grunnlaget?*
VIII. *Hva kan Regneprøven gi av informasjon om tallforståelsen og regneferdighetene til de elevene i mitt datamateriale som kommer under kritisk grense?*

Med teoretisk grunnlag forstår jeg den forskningen som utviklerne av prøven henviser til. Jeg holder testteori utenfor det teoretiske grunnlaget.

1.6 Oppbygging av oppgaven

I kapittel 2 gir jeg en presentasjon av teori og begreper som blir brukt som grunnlag for oppgaven. Jeg beskriver ulike forståelser av matematisk kompetanse og gjør klart hvordan jeg forstår dette i denne oppgaven. Deretter beskriver jeg de forskningsbaserte rammeverkene som Regneprøven henviser til for å beskrive barns utvikling av tallforståelse og regneferdigheter. Dette ser jeg i lys av hva vi vet om matematikkvansker. Jeg avslutter kapitlet med å trekke inn aktuelle perspektiver fra forskning på vurdering og læring.

I kapittel 3 beskriver jeg Regneprøven, hvordan den er bygd opp og hvordan den skal gjennomføres. Jeg beskriver også noen sentrale funn fra en nasjonal gjennomføring av Regneprøven for 2. trinn i 2008, hvor resultatene til et representativt utvalg elever er analysert (Alseth et al., 2009). Det er spesielt elevene som kommer under kritisk grense på Regneprøven jeg ser nærmere på.

I kapittel 4 beskriver jeg forskningsprosessen. Jeg beskriver mine valg av metoder og reflekterer over hvilke konsekvenser valgene har for de tolkningene jeg foretar.

I kapittel 5 analyserer jeg Regneprøven i forhold til kompetansemålene i LK06 (Kunnskapsdepartementet, 2006b). Jeg drøfter om et utvalg av internasjonal forskning er samstemt i beskrivelsene av barns utvikling av tallforståelse og regneferdigheter og analyserer rammeverket til Regneprøven i forhold til dette teoretiske grunnlaget.

I kapittel 6 undersøker jeg hva Regneprøven kan gi av informasjon om tallforståelse og regneferdigheter til de elevene i mitt datamateriale som kommer under kritisk grense. Jeg ser både på elevgrupper og enkeltelever. Resultatene blir speilet mot de rammeverkene som ligger til grunn for utviklingen av Regneprøven.

I kapittel 7 sammenfatter jeg resultatene mine og drøfter ulike aspekter ved disse.

Kapittel 8 drøfter jeg mulige pedagogiske implikasjonene på ulike nivåer. Jeg ser på implikasjoner for Regneprøven som instrument, læreres oppfølging av Regneprøven, skolene som har deltatt i dette utviklingsprosjektet og skoleledereres oppfølging av de nasjonale kartleggingene. Til slutt peker jeg på implikasjoner for videre forskning.

1.7 Avgrensninger og avklaringer

For å hindre at denne oppgaven blir for omfattende har det vært nødvendig å gjøre noen avgrensninger. Ettersom jeg nå arbeider som rådgiver ved Forum for matematikkmestring har valgene gått i retning av vansker i/med matematikk.

Vansker i/med matematikk vil ofte bli sett i forhold til hva som er en normal utvikling av tallforståelse og regneferdigheter. Ettersom utviklerne av Regneprøven antyder at denne utviklingen er forholdsvis samstemmig beskrevet i den litteraturen de henviser til, ble det en motivasjon til å dykke inn i et forskningsområde som henger nøye sammen med matematikkvansker. Jeg har derfor valgt å analysere Regneprøven i forhold til kompetansemålene i LK06 og et utvalg forskningsbaserte rammeverk som beskriver barns utvikling av tallforståelse og regneferdighet. Dette er et stort forskningsfelt og i kapittel 5.3 avgrenser jeg derfor dette ytterligere.

Det var også nødvendig å gjøre et valg i forhold til hvilken prøve jeg skulle analysere grundig. Regneprøven er obligatorisk for elever på 2. trinn, men finnes også som en frivillig prøve for 3. trinn[10]. Jeg har begrenset meg til å gjøre grundige undersøkelser av prøven for 2. trinn. Prøven for 3. trinn blir også trukket inn, for eksempel når jeg forsøker å se hvordan elevers utvikling i matematikk er fra 2. til 3. trinn, men det har ikke vært mulig å foreta en like grundig gjennomgang og analyse av prøven for 3. trinn som det jeg har gjort med prøven for 2. trinn.

Regneprøven foreligger ikke som et offentlig tilgjengelig hefte. Skolene får tilsendt prøven fra Utdanningsdirektoratet (Udir) hvert år og kan i tillegg hente lærerveiledningen på en passordbeskyttet side på Udirs nettsider. Jeg har fått tillatelse til å gjengi Regneprøven i denne

[10] Våren 2011 kommer det i tillegg en frivillig prøve for 1. trinn.

oppgaven (se vedlegg 1). Underveis i oppgaven bruker jeg utvalgte sider fra Regneprøven for å støtte teksten. I vedlegg 6 er prøven for 2. trinn scannet inn. Jeg vil henvise leseren til dette vedlegget hvis det underveis i lesingen skulle dukke opp spørsmål om hvordan prøven er designet.

2 Presentasjon av aktuell teori og nøkkelbegreper

I kapittel 2 vil jeg gi en presentasjon av aktuell teori og nøkkelbegreper. Regneprøven skal kartlegge elevene på 2. trinn i forhold til et utvalg av kompetansemålene i LK06. Kompetansebegrepet står derfor frem som sentralt. Jeg innleder kapitlet med å drøfte ulike måter å beskrive matematisk kompetanse på og klargjør hvordan jeg i denne oppgaven forstår begreper som ferdighet, forståelse og kompetanse.

Regneprøven bygger på forskningsbaserte rammeverk som beskriver barns utvikling av tallforståelse og regneferdighet. I kapittel 2.2 vil jeg se nærmere hvordan barns utvikling av tallforståelse og regneferdigheter omtales. Sentrale begreper og idéer vil bli forklart. Som grunnlag for diskusjon og refleksjon vil jeg helt til slutt i delkapitlet skissere perspektiver fra didaktikere og forskere som nærmer seg tallforståelse og regneferdigheter fra andre innfallsvinkler enn de rammeverkene som utviklerne av Regneprøven henviser til. Jeg oppsummerer kapittel 2.2 med å drøfte hvilke(t) kunnskaps- og læringssyn rammeverkene hviler på.

Regneprøven skal avdekke hvilke elever som ikke har en tilfredsstillende utvikling, slik at det kan settes inn tiltak tidlig. Disse elevene står av ulike grunner i fare for være eller å komme i matematikkvansker. I kapittel 2.3 presenterer jeg perspektiver på matematikkvansker som er aktuelle i forbindelse med Regneprøven.

Regneprøven er en del av Utdanningsdirektoratets plan for helhetlig og sammenhengende prøve- og vurderingssystem. I kapittel 2.4 drøfter jeg aktuelle studier om vurdering for å beskrive Regneprøven i den rammen den er tenkt inn i. Det er blant annet gjennomført studier av hvordan kartleggingsprøver brukes av lærere i etterkant av at prøven er gjennomført, noe som er interessant i forhold til det utviklingsarbeidet som presenteres i kapittel 4 og kapittel 6.

2.1 Hva er matematisk kompetanse?

I dagligtale brukes kompetansebegrepet i mange sammenhenger og med ulike betydninger. Det kan for eksempel indikere at jeg klarer en oppgave eller at jeg kan utføre et yrke. Jeg snakker om teoretisk kompetanse når jeg skriftlig eller muntlig kan gjøre rede for noe, og praktisk kompetanse hvis jeg kan utføre det. Formalkompetanse henviser til formelle kvalifikasjoner jeg kan vise til i form av for eksempel studiepoeng, mens realkompetanse tar inn over seg at jeg har erfaringer og kunnskap opparbeidet gjennom mine år som lærer og som er annerledes enn den formalkompetansen studiepoengene dokumenterer. Landslagstreneren i fotball leter etter spisskompetanse og forstår det som for eksempel å kunne slå presise langpasninger. Kompetansebegrepet er ikke entydig.

Basert på dagligtalens ulike anvendelser er det nødvendig å spørre hva matematisk kompetanse kan være og hvordan jeg velger å forstå det i denne oppgaven.

Det finnes mange kategorisering for å beskrive hva elever vet og kan utføre (Bloom, 1956; Breiteig & Venheim, 1998; Kilpatrick, Swafford, & Findell, 2001) og det er ingen entydig begrepsbruk. Beskrivelsene avhenger av syn på faget og læringsteoretiske perspektiv og det vil alltid være grunnlag for drøftinger. I denne sammenheng skal jeg begrense meg til å avklare hvordan jeg forstår begreper som er sentrale i forhold til omtalen av Regneprøven. Regneprøven skal kartlegge kompetanse innenfor tallforståelse og regneferdighet (Alseth et al., 2009) Jeg konsentrerer meg derfor om begrepene kompetanse, ferdigheter og forståelse.

Den norske læreplanen er bygd opp av kompetansemål. I LK06 heter det:

> *Kompetansemålene angir hva elevene skal kunne etter endt opplæring på ulike trinn. Elevene vil i ulik grad nå, eller kunne nå, de fastsatte kompetansemålene. Skolen skal gi tilpasset opplæring slik at hver enkelt elev stimuleres til høyest mulig grad av måloppnåelse, jfr. opplæringsloven § 1-2* (Kunnskapsdepartementet, 2006b).

På oppdrag fra Utdanningsdirektoratet har ulike arbeidsgrupper ledet av Kirsten Sivesind gjennomført en sammenlikning av læreplanene i Norge, Sverige, Danmark, Finland, Skottland og New Zealand (Utdanningsdirektoratet, 2011). I rapporten pekes det på at innføringen av kompetansemål i LK06 er en del av en endring i læreplantenkningen. Læreplanen skal ikke lenger bare være et middel for planlegging av undervisning, men også et middel i elevvurdering. Derfor er kompetansemålene beskrevet slik at det skal være mulig å vurdere om elever utfører eller mestrer det som beskrives i målet. Kompetansemålene integrerer både innholdsbeskrivelser og ferdighetsbeskrivelser (op.cit.).

I prosjektet *Kompetencer Og Matematiklæring* (KOM-prosjektet) blir kompetansebegrepet brukt i en utvidet forståelse:

> *Matematiske kompetanse består i å ha viten om, å forstå, utøve, anvende og kunne ta stilling til matematikk og matematikkvirksomhet i en mangfoldighet av sammenhenger hvor matematikk inngår eller kan komme til å inngå. Dette impliserer naturligvis en mangfoldighet av konkret viten og konkrete ferdigheter innenfor diverse matematiske områder, men matematisk kompetanse kan ikke (…) reduseres til disse forutsetninger* (Niss & Jensen, 2002, s 43 - min oversettelse).

Videre blir *en* matematisk kompetanse definert slik:

> *En matematisk kompetanse er innsiktsfull parathet til å handle hensiktsmessig i situasjoner som rommer en slags matematiske utfordringer* (Niss & Jensen, 2002, s.43 - min oversettelse).

En kompetanse innebærer evnen til å handle, men det blir også lagt vekt på at handlingen skal reflektere innsikt i forhold til en situasjon som rommer en slags matematisk utfordring. Overført til fotballbanen betyr det at fotballspilleren med spisskompetanse i å slå langpasninger ikke bare skal være i stand til å utføre en presis langpasning, men også vurdere når det er hensiktsmessig å bruke en langpasning i forhold til en kortpasning, et tilbakespill eller føre ballen selv. Disse vurderingene inngår i et komplisert samspill med både med- og motspillere.

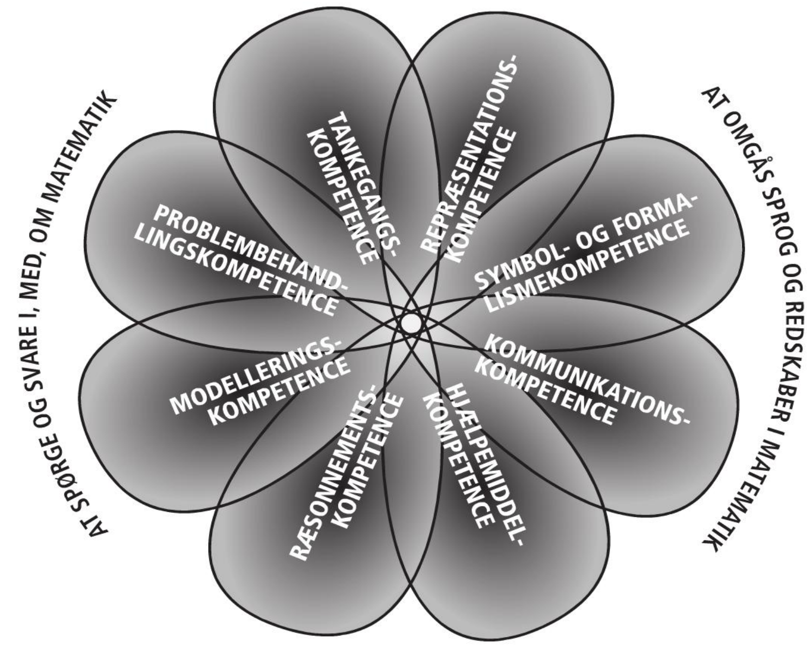
I matematikk blir innholds- og ferdighetsbeskrivelser ofte sentrale. Læreplanene i Norge har vært bygd opp etter malen mål – innhold - vurdering. En fare er at det blir fokusert på bestemte ferdigheter innenfor hvert innholdsområde, uten at elever og lærere fokuserer på sammenhengen mellom ferdighetene eller de begreps- og idémessige fellestrekkene som er gjennomgående på tvers av innholdsområder. Det ser ut til at et fokus på gjennomgående kompetanser og sentrale idéer er viktig for elevenes læring (Ma, 2010).

Som redskap for å fokusere på gjennomgående kompetanser skisserer KOM-prosjektet åtte kompetanser i matematikk.

- *Tankegangskompetanse – å kunne utøve matematisk tankegang.*
- *Problembehandlingskompetanse – å kunne formulere og løse matematiske problemer.*

- *Modelleringskompetanse – å kunne analysere og bygge matematiske modeller vedrørende andre felter.*
- *Ressonementskompetanse – å kunne resonnere matematisk.*
- *Representasjonskompetanse – å kunne håndtere forskjellige representasjoner av matematiske saksforhold.*
- *Symbol- og formalismekompetanse – å kunne håndtere matematisk symbolspråk og formalisme.*
- *Kommunikasjonskompetanse – å kunne kommunisere i, med og om matematikk.*
- *Hjelpemiddelkompetanse – å kunne betjene seg av og forholde seg til hjelpemidler for matematisk virksomhet, herunder IT.* (Niss & Jensen, 2002)

Kompetansene blir beskrevet som selvstendige og rimelig avgrensede. En kompetanse er likevel ikke uten forbindelse med andre kompetanser, og kompetansene er heller ikke skarpt avgrensede uten overlapp. For å illustrere dette blir de åtte kompetansene presentert som en del av en blomst med overlappende kroneblad. De fire kompetansene på venstre side av blomsten blir spesielt knyttet til å spørre og svare i, med og om matematikk, mens de fire kompetansene på høyre side blir knyttet til å omgis språk og redskaper i matematikk:



Figur 1 Åtte matematiske kompetanser (Niss & Jensen, 2002).

Det blir poengtert at hensikten med illustrasjonen i Figur 1 er å støtte forståelsen for kompetansene og bidra til at det blir lettere å huske dem. Illustrasjonen må ikke overfortolkes. For eksempel viser forfatterne at en illustrasjon med vekt på forbindelser på kryss og tvers mellom kompetansene ville gitt tydeligere assosiasjoner i retning av at alle kompetansene henger sammen og ikke består av to atskilte grupper.

Som et planleggings- og vurderingsverktøy for læreren foreslås en matrisestruktur:

Tabell 1 Planleggingsverktøy med utgangspunkt i kompetansetenkningen (Niss & Jensen, 2002)

Kompetanse/ Stoffområde	Tankegangs-kompetanse	Problemhåndterings-kompetanse	Modellerings-kompetanse	….	Hjelpemiddel-kompetanse
Stoffområde 1					
Stoffområde 2					
…					
Stoffområde *n*					

Forfatterne er enige om at stoffområdene ikke må være for detaljerte fordi det kan føre til en pensumfiksering. De foreslår ti stoffområder som er en blanding av klassiske byggesteiner i matematikk som tall, algebra og geometri og nyere stoffområder som infinitesimalregning og optimering. Hovedpoenget i denne sammenhengen er at en slik matrise kan brukes som et planleggingsverktøy for lærere som ønsker å legge til rette for en variert undervisning med fokus på sentrale gjennomgående kompetanser i matematikk. I planlegging kan en slik matrise bidra til at læreren reflekterer over hvilke kompetanser elevene skal utfordres på gjennom undervisningen. Som vurderingsverktøy kan læreren bruke matrisen for å dokumentere hvilke kompetanser eleven har vist knyttet til de ulike stoffområdene.

En tilsvarende tankegang ligger bak beskrivelsene av ”habits of mind” (Cuoco, Goldenberg, & Mark,1996), sentrale kompetanser elevene trenger for å forstå hva matematikk er på tvers av innholdsområder. Elevene skal stimuleres til å bli *Pattern Sniffers, Experimenters, Describer, Tinkeres, Inventors, Visualizers, Conjecturers og Guessers.*

En annen tilnærming er kort og godt å fastlå at problemløsning er matematikkens kjerne og speile de didaktiske valgene i dette perspektivet (Boaler, 2008).

Arbeidsgruppen som har sammenliknet læreplaner i seks land drøfter blant annet ambisjonsnivået i læreplanene (Utdanningsdirektoratet, 2011). I matematikk gis det eksempler på at det er mulig å legge både en bred og en snever forståelse inn i kompetansemålene fra LK06. Det påvises at en bred eller snever fortolkningen av kompetansemålene i neste omgang har betydning for om den norske læreplanen blir oppfattet som ambisiøs eller ikke i forhold til andre lands læreplaner. På dette området peker den norske læreplanen seg ut. I de andre landene er læreplanene mer detaljerte og beskriver gjerne standarder som også fungerer som vurderingsredskap. Standardene gir dermed retning til både læringsaktivitetene og vurderingsarbeidet. Ambisjonsnivået er tydeligere, men mer preget av fokus på innhold.

Kompetansemålene i Norge må i stor grad fortolkes lokalt (op.cit.). Slik målene er formulert kan det legges til grunn en ambisiøs tolkning, men det er også mulig å legge en snever forståelse til grunn for undervisningen. Den norske læreplanen beskriver for eksempel i liten grad hvilke begreper og prinsipper som skal inngå i undervisningen (op.cit.). I matematikk beskriver den finske og svenske læreplanen matematisk tenkning og arbeidsmåter mer konkret enn den norske.

Hvorvidt kompetansemålene tolkes bredt eller snevert henger etter min oppfatning sammen med hvordan vi forstår kompetansebegrepet. Fortolkningen av læreplanen blir svært forskjellig om kompetanse forstås *som å kunne noe* eller som *en innsiktsfull parathet til å handle hensiktsmessig i situasjoner som rommer en slags matematisk utfordring.* Det blir derfor viktig å være bevisste på hva slags syn jeg har på kunnskap, forståelse, ferdigheter og kompetanse i denne oppgaven.

I neste kapittel skal jeg presentere det teoretiske grunnlaget for Regneprøven, som hovedsakelig består av ulike rammeverk som beskriver barns utvikling av tallforståelse og regneferdighet. Jeg tenker det er viktig å ta med seg den brede definisjonen av kompetansebegrepet som er beskrevet i kapittel 2.1 som et bakteppe når jeg i kapittel 2.2 går inn på mer spesifikke sider ved matematikkfaget. For å signalisere dette gjennom språkbruken vil jeg gi en retning til hvordan begrepene ferdighet, forståelse og kompetanse blir brukt i denne oppgaven. Jeg bruker *ferdighet s*om evnen til å utføre noe, for eksempel telle til 100. *Forståelse* handler for meg om å se sammenhenger. Barn som klarer å generalisere de mønstrene og prosessene de møter i sin tilnærming til tall kan sies å ha tallforståelse eller ”number sense” (Anghileri, 2006). Barn som mangler tallforståelse vil gjerne lete etter en prosedyre for å løse ? – 4 = 9, mens barn som kan sies å ha tallforståelse bruker fakta de allerede kjenner og er oppmerksomme på sammenhenger som gjør at de kan fortolke nye problemer ved hjelp av resultater de allerede kjenner.

Jeg oppfatter at både kunnskap, ferdigheter og forståelse er en del av kompetansebegrepet, som jeg bruker i samsvar med definisjonen fra KOM-prosjektet (Niss & Jensen, 2002).

I denne oppgaven vil jeg gå forholdsvis grundig inn på spesifikke ferdighetsbeskrivelser innenfor et utvalgt innholdsområde i matematikken. Siden jeg legger en bred forståelse av *kompetanse* til grunn blir det viktig for meg å kunne trekke meg tilbake og se de spesifikke ferdighetene i lys av en bred kompetanseforståelse. Hvis ikke er det en fare for at jeg bidrar til at forståelsen av matematikk blir snevret inn på en måte som ikke er i tråd med mitt syn på læring, kunnskap og undervisning i matematikk. Spesielt i kapittel 7 og 8 vil jeg forsøke å se på de analysene som blir gjennomført i kapittel 5 og 6 med utgangspunkt i en bred forståelse av matematisk kompetanse.

2.2 Barns utvikling av tallforståelse og regneferdighet

I dokumentene som beskriver utviklingen og utprøvingen av Regneprøven blir det påpekt at prøven bygger på kunnskap som er generert gjennom internasjonal forskning:

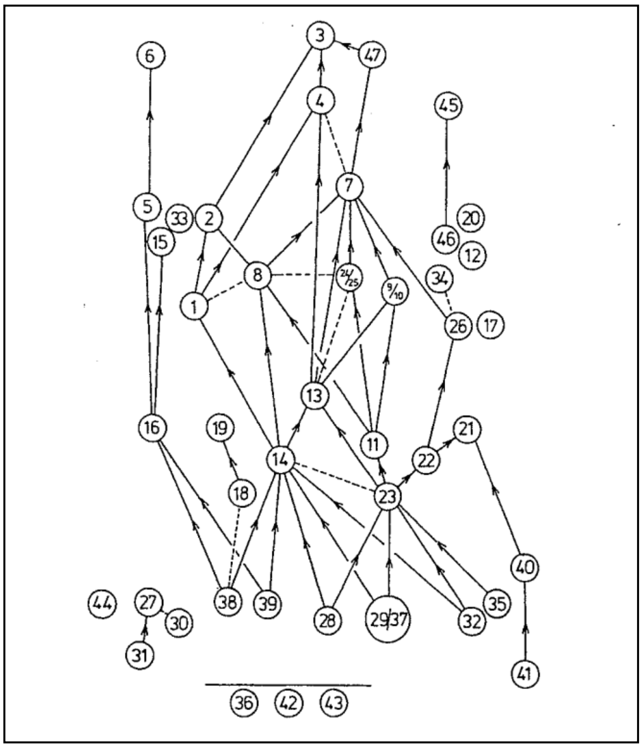
> *Når det gjelder utviklingen av oppgaver til kartleggingsprøven, har det imidlertid vært nødvendig med en noe mer detaljert presisering av kompetansemålene. For å gjøre dette, har vi utviklet et teoretisk rammeverk som ligger til grunn for utviklingen av selve Regneprøven. Rammeverket bygger på utstrakt internasjonal forskning, siden det er gjennomført mange omfattende studier med tanke på å beskrive elevers utvikling av kompetanse innen tall og tallregning (for eksempel Ahlberg & Hamberger, 1995; Anghileri, 2000; Bobis et al, 2005; Carpenter et al, 1999; Denvir & Brown, 1986; Jones et al, 1996). Det er forholdsvis stor enighet hos disse forskerne om hvordan kompetansen bør beskrives, og matematikkplanen for de laveste trinnene i LK06 er preget av denne internasjonale forskningen. Presiseringen av LK06 til rammeverket for prøven er derfor i tråd med denne forskningen når det gjelder oppfatningen av hva kompetanse innen tallforståelse og regneferdigheter bør være. Rammeverket er nærmere beskrevet i veiledningen som følger Regneprøven, og her gjøres det nærmere rede for den spesifikke kompetansen elevene skal utvikle. Oppgavene som utgjør selve Regneprøven, er utviklet ut fra dette rammeverket* (Alseth et al., 2009, s.4).

Det legges til grunn at forskningen det henvises til både preger læreplanen LK06 for de laveste trinnene og Regneprøven. For å kunne svare på om det er grunnlag for denne påstanden vil jeg presentere de studiene det henvises til (Ahlberg & Hamberger, 1995; Anghileri, 2000; Bobis et al, 2005; Carpenter et al, 1999; Denvir & Brown, 1986; Jones et al, 1996). Disse studiene blir i denne oppgaven omtalt som det teoretiske grunnlaget. I tillegg vil jeg ta med andre relevante kilder, også kilder som tilbyr alternative perspektiver på hvordan barn utvikler tallforståelse og regneferdighet.

2.2.1 Rammeverk som beskriver barns utvikling av tallforståelse og regneferdighet

I undervisningspraksiser kan vi observere at matematikk blir forstått som et fag hvor vi bygger stein på stein, omtrent som i en mur. Grunnleggende ferdigheter blir gjerne forstått som aritmetiske fakta elevene må ”kunne” før det er noe poeng å bygge videre på muren (Lindhardt & Hansen, 2011; Ma, 2010). Dette kaller jeg *mursteinsmetaforen*. Tilsvarende syn på matematikken kan være å se på læring i matematikk som en trapp hvor eleven må beherske ferdigheter på ett trinn før hun kan gå videre til det neste. Begreper som hierarki, trinn, steg, nivå og ”stein på stein” oppfatter jeg som uttrykk for det samme synet på læring i matematikk.

En studie av Denvir og Brown (1986a; 1986b) er en del av det teoretiske grunnlaget for Regneprøven. Denvir og Brown utviklet et rammeverk for å kunne beskrive hvilken forståelse lavt presterende barn på 7-9 år hadde av tall. Rammeverket består av en liste med ferdigheter, hvor den mest kompliserte står øverst og den mest tilgrunnliggende nederst (se vedlegg 2). Deres studie støtter delvis mursteinsmetaforen ettersom noen ferdigheter forutsetter andre. Nede i høyre hjørne av Figur 2 går det for eksempel en heltrukket linje fra ferdighet 41 til 40 fordi barn må kunne *telle bakover fra 10* (41[11]) før de kan *telle bakover fra 20* (40). Andre ferdigheter er det en sterk forbindelse mellom, uten at den ene trenger å komme før den andre. For eksempel viste noen barn at de kunne *løse ”dele-problemer” ved direkte fysisk modellering* (38) før de kunne *løse tekstproblemer av typen ”sammenlikn to ukjente mengder”* (18), mens utviklingen hos andre elever gikk i motsatt rekkefølge.



Figur 2 Denvir & Browns nettverk av ferdigheter. Heltrukken linje indikerer at den ene ferdigheten forutsetter den andre. Stiplet linje indikerer at det en sterk forbindelse mellom ferdighetene.

Selv om det er mulig å identifisere ferdigheter som forutsetter andre ferdigheter, konkluderer Denvir og Brown med at det ikke er mulig å beskrive en utvikling som må gå gjennom bestemte steg. I stedet for et entydig hieraki ender de opp med et nett av ferdigheter hvor det er flere mulige læringsforløp (se Figur 2). Et barn kan for eksempel *bruke multiplikasjonsfakta for å løse en tekstoppgave med deling* (6), uten å kunne *telle med 2 og 1 for å tallfeste en mengde som er gruppert i 2-ere og 1-ere* (21). For å ha en solid og god tallforståelse er det imidlertid en forutsetning at flest mulig av ferdighetene innehas.

At læring i matematikk beskrives bedre som et nettverk enn hierarki støttes av Burton (1999). Slike tilnærminger til utvikling av tallforståelse og regneferdigheter velger jeg å samle under betegnelsen *nettverksmetaforen*.

[11] Henviser til ferdighet nr. 41 i Figur 2.

Jones, Thornton, Putt, Hill, Mogill, & Rich (1996) har utviklet et rammeverk for å vurdere og beskrive barns tenkning i situasjoner som inneholder flersifrede tall. Hovedområdene i rammeverket er:

- Telling.
- Oppdeling.
- Gruppering.
- Tallrelasjoner.

Innenfor hvert område beskrives en utvikling som går gjennom fem nivå (level). Nivåene beskrives i forhold til en utvikling av forståelse for posisjonssystemet. Innenfor for eksempel området Telling vil elever på nivå 1 telle med enere og av og til med tiere, mens elever på nivå 5 teller videre eller tilbake med 100-erer, tiere og enere for å addere/subtrahere i hodet (se vedlegg 3) og utnytter dermed sentrale egenskaper ved posisjonssystemet[12].

For å gå fra trinn 1 til 3 i deres rammeverk fant Jones et al. at det viktigste var å kunne tenke både i single enheter og grupper basert på ti som enhet (op.cit.). Dette gjaldt innenfor alle fire områdene i deres rammeverk. Dette samsvarer med funnene til Denvir & Brown, som fant at den sterkeste tendensen til hierarki var knyttet til plassverdisystemet:

> *Counting on (29) → counting collections grouped in tens (23) → modelling addition and subtraction with blocks (14,13) → mentally adding units to decade numbers (1) →mentally adding tens to 2-digits numbers (10) → mentally carrying out 2-digit take away without regrouping (7)* (Denvir & Brown, 1986a, s.32).

Studiet til Jones et al. (op.cit.) var en case-studie av tolv elever. Rammeverket viste seg å være konsistent under utprøving, blant annet begrunnet i at ingen av elevene var i stand til å løse oppgaver på høyere nivå hvis de hadde mislykkes på et lavere nivå. Utviklerne konkluderer derfor med at nivåene kan brukes for å beskrive et hierarki av tenkning. Det blir antydet at forklaringen kan ligge i en kombinasjon av barns generelle kognitive utvikling og barns matematiske tenkning. Jeg kan ikke se at hierarkibeskrivelsene blir drøftet opp mot en nettverksbeskrivelse.

Ifølge Jones et al. (op.cit.) består ikke rammeverket bare av indikatorer som karakteriserer barns tenkning i problemsituasjoner som inneholder flersifrede tall. Det danner også basis for å lage instruksjonsprogrammer som bygger på barns kunnskap og stimulerer deres tenkning gjennom å gi dem erfaringer med problemløsning. Samtidig overvåkes elevens forståelse hele tiden i forhold til klart uttalte forventninger.

I Australia og New Zealand har det siden 1996 vært gjennomført flere store satsninger på tidlig innsats i matematikk (Bobis et al., 2005). Tre av de sentrale prosjektene er *Count Me In Too* (CMIT), *The Victorian Early Numeracy Project* (ENRP) og *New Zealand Numeracy Development Project* (NDP). CMIT benytter et rammeverk som kalles *Learning Framework in Number* (LFIN) og er utviklet i forbindelse med intervensjonsprogrammet *Mathematical Recovery* (Wright, Martland, & Stafford, 2006)[13]. I ENRP og NDP ble det utviklet nye rammeverk med utgangspunkt i andre forskningsbaserte rammeverk. Rammeverkene fra *Mathematical Recovery* (op.cit.) og Jones et al. (1996) er to av flere rammeverk som ble brukt som grunnlag (Bobis et al., 2005).

[12] Underforstått at vi snakker om posisjonssystemet innenfor et titallssystem.
[13] Jeg har hentet LFIN fra denne kilden, hvor kapittel 2 er viet en gjennomgang av rammeverket.

De tre prosjektene CMIT, ENRP og NDP har felles forskningsbase. I tillegg har det foregått utveksling av ideer og resultater mellom prosjektene. Dette har bidratt til at prosjektene har tre tydelige fellestrekk:

1. Forskningsbaserte rammeverk som beskriver barns progresjon i matematikklæringen.
2. Oppgavebaserte intervju gjennomføres en til en og brukes som verktøy for å få innblikk i elevens matematiske tenkning.
3. Profesjonelle utviklingsprogram hvor det blir lagt vekt på at flest mulig lærere på skolene deltar.

Det vil likevel være forskjeller og nyanser mellom prosjektene. I denne oppgaven vil jeg spesielt sammenlikne rammeverkene som beskriver barns progresjon i matematikklæringen. Jeg vil i liten grad gå inn på hvordan intervjuene og utviklingsprogrammene er designet.

I ENRP er det i tillegg gjennomført casestudier hvor hensikten var å beskrive gode klasseromspraksiser. Lærere og skoler som viste seg å oppnå spesielt gode resultater ble studert med tanke på å identifisere suksessfaktorer (Bobis et al., 2005).

CMIT benytter som nevnt rammeverket LFIN. Dette er bygd opp av fire ulike deler, del A-D. I Tabell 2 gjengir jeg min oversettelse av overskriftene (Wright et al., 2006):

Tabell 2 Oversikt over oppbyggingen av *Learning Framework in Number* (LFIN).

Del A	Del B	Del C	Del D
Tidlige aritmetiske strategier	Telleremsen forlengs og tallord etter	Strukturere tall fra 1 til 20	Tidlig multiplikasjon og divisjon
Base-ti aritmetiske strategier	Telleremsen baklengs og tallord før		
	Identifikasjon av tallsymbol		

Hver del av LFIN består igjen av nærmere beskrivelser av ulike aspekter ved barns utvikling innenfor de ulike områdene. I del A beskrives fem nivåer (stages) for å beskrive tidlige aritmetiske strategier. I forbindelse med base-ti-artimetiske strategier i del A beskrives tre trinn (level) i strategibruken. Trinnbegrepet brukes også for å beskrive de ulike aspektene i del B og i del D.

Nivå og trinn
I LFIN poengteres det at begrepene trinn og nivå må forstås i en teknisk betydning (op.cit).

Et *trinn* er som et platå eller stadium, hvor hvert nytt stadium kjennetegnes ved noen nye kvalitative sprang i kunnskapen, en begrepsmessig reorganisering av strategier og måten barnet forstår oppgavene på. Hvis en elev viser at hun kan bruke en strategi som baserer seg på å *telle videre* er hun på et kvalitativt annet nivå enn en elev som *teller fra en*. Et eksempel på strategien *telle videre* er at 5 + 7 blir løst ved å telle videre fra 5: 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12.

I LFIN defineres *nivå* som et punkt i et kontinuum og telleremsen trekkes frem som et eksempel. Slik det defineres i LFIN oppfatter jeg nivå som mer flytende enn trinn.

Når det gjelder bruken av begrepene trinn og nivå kan spesielt beskrivelsene av trinn i LFIN gi assosiasjoner til det jeg har valgt å kalle mursteinsmetaforen. Med utgangspunkt i Denvir & Brown (1986a) pekte jeg på at mursteinsmetaforen kunne beskrive deler av barns utvikling, men at den ikke fungerer som en gjennomgående metafor. Poengteringen av begrepsbruken i LFIN kan tyde på at utviklerne forsøker å kommunisere at mursteinsmetaforen er en god beskrivelse innenfor aspektet tidlige aritmetiske strategier i del A, mens nivåbegrepet brukes i andre deler av rammeverket hvor det er mer hensiktsmessig å beskrive en glidende utvikling langs en skala.

Samtidig blir Wright sitert slik: "*It is insufficient to think that all children's early arithmetical knowledge develops along a common developmental path"* (Bobis et al., 2005, s.38). Dette kan forsterke inntrykket av at LFIN baserer seg på at mursteinsmetaforen ikke kan fungere som en gjennomgående beskrivelse av barns utvikling i forhold til tallforståelse og regneferdighet.

Tallområde
I alle delene av LFIN brukes tallområder som en sentral indikator for å beskrive barns utvikling. I del B er for eksempel utviklingen i *Telleremsen forlengs og tallord etter* beskrevet slik:

- Nivå 0: Oppdukkende telleremse forlengs.
- Nivå 1: Begynnende telleremse forlengs opp til ti.
- Nivå 2: Intermediær telleremse opp til ti.
- Nivå 3: Fortrolig med telleremsen opp til ti.
- Nivå 4: Fortrolig med telleremsen opp til tretti.
- Nivå 5: Fortrolig med telleremsen opp til ett hundre.

Tallområdene blir også brukt i de andre rammeverkene for å beskrive barns utvikling (Denvir & Brown, 1986a; Jones et al., 1996).

Carpenter, Fennema, Franke, Levi, & Empson (1999) sier at barn som får bygge på sine intuitive strategier og kan løse oppgaver som er meningsfulle for dem kan løse problemer med flersifrede tall før de har full forståelse av titallsystemet. Fortrolighet med telleremsen må ikke begrense de utfordringene barn møter.

Symbolforståelse
I del B av LFIN pekes det på at tallsymboler er krevende å forstå, og at det skjer en utvikling fra å bli fortrolig med symboler for tall/siffer til etter hvert forstå tallsymbolenes funksjon i et posisjonssystem (Wright et al., 2006).

I tillegg til tallsymbolene må barn forstå matematiske symboler som +, -, x, : og = . Det er viktig at de møter disse symbolene på varierte måter (Anghileri, 2006). Subtraksjon må ikke bare være "ta bort", men barn må få møte de ulike variantene av subtraksjon.

For tidlig innføring av symboler kan skape vansker for barn. Derfor anbefaler Anghileri at innføringen av symboler bygger på barnas språk og representasjoner som de utvikler selv.

Strukturere tall fra 1-20
I del C av LFIN brukes ikke begrepene trinn eller nivå (Wright et al., 2006). Her trekkes det opp ulike aspekter ved å strukturere tall fra 1 til 20:

- Kombinere og telle opp.
- Spatiale mønstre og subitising.
- Temporale mønstre.
- Fingermønstre.

- Strategier basert på fem.

Disse aspektene opptrer ofte tilfeldig når barn løser oppgavene de blir presentert for i intervjuene. Det er sterke indre sammenhenger mellom de fem aspektene og aspektene henger også sammen med de øvrige delene av LFIN. Som en konsekvens blir del C sett på som integrert i del A, B og D.

Noen av aspektene trenger en forklaring:

- *Spatiale mønstre* er det samme som romlige mønstre, for eksempel domino- og terningmønstre.
- *Subitising* er evnen til raskt å kunne se antall elementer i en uordnet tallmengde uten å telle. Grensen for subitising varierer fra fire til åtte i ulike kilder. Subitising blir viet spesielt oppmerksomhet i forhold til dyskalkuli (Butterworth & Yeo, 2010). Dyskalkuli blir omtalt i kapittel 2.3.2.
- *Temporale mønster* er hendelser som opptrer sekvensielt i tid, for eksempel sekvenser av lyder eller bevegelser.

Se vedlegg 4 for nærmere beskrivelse av LFIN.

I ENRP blir barns progresjon i matematikklæringen beskrevet i form av vekstpunkter. Rammeverket består av åtte ulike deler:

A. Telling.
B. Plassverdi.
C. Strategier for addisjon og subtraksjon.
D. Strategier for multiplikasjon og divisjon.
E. Tid.
F. Måling av lengder.
G. Måling av masse.
H. Egenskaper ved former.
I. Visualisering og orientering

Innenfor hvert område settes det punktvis opp en utvikling (se vedlegg 5). Når rammeverket skal kommuniseres til lærere blir vekstpunktene beskrevet som sentrale ”*stepping stones”* langs en vei til matematisk forståelse (Bobis et al., 2005). Samlet utgjør de et slags konseptuelt landskap, men det blir poengtert at ikke alle elevene passerer alle punktene:

> *However, we do not claim that all growth points are passed by every student along the way. "The order is more or less the order in which strategies are likely to emerge and be used by children. ... intuitive and incidental learning can influence these strategies in unexpected ways*[14]

Bobis et al. (2005) tydeliggjør dette ved å trekke frem et eksempel. Et av vekstpunktene i addisjon og subtraksjon involverer for eksempel *telle bakover, telle ned* og *telle opp fra*. Men det ser ut som mange barn fokuserer på hvor mye de må legge til 9 for å få 12 når de skal løse 12-9, og ikke benytter de tre nevnte vekstpunktene i en slik kontekst. Dette kan tyde på at rammeverket til ENRP samsvarer bedre med nettverksmetaforen enn mursteinsmetaforen.

[14] ENRP Final Report, p. 39 sitert på: http://www.education.vic.gov.au/studentlearning/teachingresources/maths/enrp/enrplaf.htm

Rammeverket i CMIT ble brukt som utgangspunkt for NDP og det er derfor mange likhetstrekk mellom rammeverkene. Jeg går derfor ikke nærmere inn på rammeverket til NDP.

Både *Count Me In Too, Early Numeracy Project* og *New Zealand Numeracy Development Project* kan vise til gode resultater (Bobis et al., 2005). Hovedtendensen er at elevenes kunnskap og forståelse har blitt bedre, og at endringene er varige over tid. Det påpekes blant annet at det har skjedd en forskyvning i retning av mer avanserte strategier for å løse ulike oppgavetyper. Endringene har også fått implikasjoner for pensum og undervisning i resten av grunnskolen i de aktuelle landene. Et viktig aspekt er at det tradisjonelle fokuset på å undervise algoritmer er endret fordi det kan ha en negativ innflytelse på barns tenkning og tallforståelse.

2.2.2 Fra direkte modellering til tallfakta

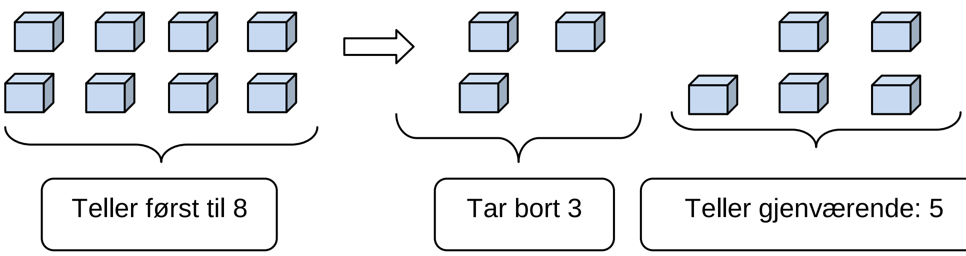
Carpenter et al. (1999) beskriver en utvikling hvor barn går fra å løse problemer ved direkte modellering, til å benytte tellestrategier før de til slutt kan løse problemene ved hjelp av tallfakta:

Figur 3 Vanlig utvikling av tallforståelse (Carpenter et al., 1999).

Når barn skal løse matematiske problemer kan det observeres at de flytter på tilgjengelige gjenstander. De tar gjerne utgangspunkt i hvordan oppgaven blir presentert. Dette omtales som direkte modellering (Carpenter et al., 1999). En oppgave kan være:

Karl har åtte kaker og spiser tre av dem. Hvor mange kaker har han igjen?

Hvis det finnes tilgjengelige tellebrikker kan de brukes som representanter for kaker. For å løse problemet vil de fleste barn på et tidspunkt i utviklingen først telle opp åtte tellebrikker. Deretter vil de ta bort tre brikker, før de til slutt teller de gjenværende brikkene og svarer at Karl har fem kaker igjen (se Figur 4). Denne modelleringsstrategien kalles *separere fra*.



Figur 4 Eksempel på barns direkte modellering (Carpenter et al., 1999).

Over tid går barnas direkte modellering over til telling uten brikker. Fingrene blir gjerne brukt som en sentral del av tellestrategiene, men til forskjell fra ved direkte modellering brukes ikke fingrene til å representere for eksempel addenden i seg selv, men for å holde orden på tellinga. Hver tellestrategi har en parallell modelleringsstrategi. For eksempel baserer tellestrategien *telle ned* seg på prinsipielt samme tankegang som *separere fra*. 8 – 3 kan løses ved å telle ned: 7, 6, 5.

Det siste trinnet i utviklingen av tallforståelsen er at barna løser oppgavene som tallfakta. Hvis barnet vet at 4 +4 = 8 kan dette utnyttes i problemløsingen: Karl hadde åtte kaker og har spist tre. Han har spist en mindre enn fire, og da må han ha en mer enn fire igjen – altså fem kaker. Wright et al. (2006) viser til forskning som påpeker at det er viktig å kunne tallkombinasjoner for å komme forbi tellestrategiene og over på faktabaserte strategier. Barn husker gjerne det dobbelte av tall og noen summer som blir ti og begynner å utnytte dette i effektive tellestrategier (Carpenter et al., 1999).

Overgangene mellom de tre fasene er overlappende og gradvise. I en periode kan eleven ta i bruk tellestrategier på noen typer oppgaver, mens hun i andre sammenhenger kan bruke direkte modellering. Hovedretningen er imidlertid fra direkte modellering via tellestrategier til tallfakta. Denne utviklingen ser jeg også implisitt i noen av beskrivelsene i de andre rammeverkene. Jeg gir ett eksempel fra LFIN (Wright et al., 2006) og to eksempler fra Denvir og Brown (1986a):

I del A i LFIN beskrives base-ti aritmetiske strategier (se vedlegg 4):

- Nivå 1: Barnet fokuserer på de enkelte gjenstandene som gir ti til sammen.
- Nivå 2: Barnet ser på ti som en enhet som består av ti enere, men er avhengig av representasjoner som tierstaver eller åpne hender med ti fingrer for å løse addisjons- og subtraksjonsoppgaver som involverer tiere.
- Nivå 3: Barnet kan løse addisjons- og subtraksjonsoppgaver som involverer tiere uten bruk av materiell.

På nivå 1 bruker barnet gjenstander. På nivå 2 bruker barnet enten tierstraver eller fingrene og på nivå 3 kan barnet løse oppgavene uten bruk av materiell. Dette samsvarer med beskrivelsen til Carpenter et al. (1999).

Fra rammeverket til Denvir & Brown (1986a) har jeg plukket ut to eksempler på ferdigheter som inneholder direkte modellering og tallfakta. I eksemplene forutsetter den ene ferdigheten den andre og ferdighetene er direkte koplet sammen i beskrivelsen av barns utvikling (se Figur 2):

- Bruker base-10 materiell til å modellere tosifret ”ta bort” med omgruppering (4[15]) → Omgrupperer mentalt for å ”ta bort” fra tosifrede tall (3)
- Modellerer tosifret addisjon med omgruppering ved bruk av base-10 materiell (1) → Omgrupperer i hodet for å addere tosifrede tall (2).

I begge eksemplene bruker barnet base-10 materiell i en periode før hun er i stand til å løse oppgavene i hodet.

Ifølge Carpenter (1999) avgjør måten oppgaven blir presentert for barnet på hvilken modelleringsstrategi hun bruker. Jeg gjør en endring i oppgaven med Karl og kakene:

> *Karl har åtte kaker. Han begynner å spise. Etter en stund har han 5 kaker igjen. Hvor mange kaker har han spist?*

[15] Henviser til ferdighet nr 4 i Figur 2.

De fleste barn vil antakelig først telle opp fem tellebrikker. Deretter vil de telle videre til de kommer til åtte. En vanlig utfordring er at barna ikke skiller mellom de fem første tellebrikkene og dem som kommer til etterpå (Carpenter et al., 1999), men hvis de har tatt høyde for dette vil de til slutt telle brikkene de måtte legge til for å komme til åtte. De svarer at Karl har spist tre kaker.

En tredje variasjon av oppgaven kan være:

Petter har 3 kaker og Karl har 5 kaker mer enn Petter. Hvor mange kaker har Karl?

Mange barn vil nå legge ut en søyle med tre tellebrikker. Ved siden av legger de først ut tre brikker slik at Karl og Petter har like mange kaker. Deretter legger de på fem kaker hos Karl. Til slutt teller de hvor mange kaker Karl nå har til sammen. Det blir åtte.

De tre situasjonene kan oppsummeres symbolsk på denne måten:

Tabell 3 Symbolsk representasjon av tre ulike former for direkte modellering.

Situasjon	**Symbolsk representasjon**
Karl har 8 kaker og spiser 3 kaker. Hvor mange kaker har han igjen?	8 - 3 = ___
Karl har 8 kaker og spiser til han har 5 kaker igjen. Hvor mange kaker har han spist?	8 - ___ = 5
Petter har 3 kaker. Karl har 5 kaker mer enn Petter. Hvor mange kaker har Karl?	___ - 3 = 5

Ifølge Carpenter et al. (op.cit.) vil de fleste voksne løse alle tre oppgavene ved å ta bort 3 fra 8, mens barn altså løser oppgavene på ulike måter. Det ser ut til at vi kan trekke ut to hovedmomenter på dette stadiet i utviklingen av tallforståelsen:

- Barn utfører en direkte modellering ved å flytte på tellebrikker.
- Modelleringen gjenspeiler strukturen i oppgaven.

Barns direkte modellering tar utgangspunkt i matematikkens grunnstrukturer. Carpenter et al. (op.cit.) har laget en oversikt over fire grunnleggende kategorier av tekstoppgaver med addisjon og subtraksjon.

Tabell 4 Kategorisering av tekstoppgaver med addisjon og subtraksjon (Carpenter et al., 1999, s.12).

Problem type			
Join	*(Result unknown)* Connie had 5 marbles. Juan gave her 8 more marbles. How many marbles does Connie have altogether?	*(Change Unknown)* Connie has 5 marbles. How many more marbles does she need to have 13 marbles altogether?	*(Start unknown)* Connie had some marbles. Juan gave her 5 more marbles. Now she has 13 marbles. How many marbles did Connie have to start with?
Separate	*(Result unknown)* Connie had 13 marbles. She gave 5 to Juan. How many marbles does Connie have left?	*(Change Unknown)* Connie had 13 marbles. She gave some to Juan. Now she has 5 marbles left. How many marbles did Connie give to Juan?	*(Start Unknown)* Connie had some marbles. She gave 5 to Juan. Now she has 8 marbles left. How many marbles did Connie have to start with?
Part-Part-Whole	*(Whole Unknown)* Connie has 5 red marbles and 8 blue	*(Part unknown)* Connie has 13 marbles. 5 are red and the	

	marbles. How many marbles does she have?		rest are blue. How many blue marbles does Connie have?
Compare	*(Difference Unknown)* Connie has 13 marbles. Juan has 5 marbles. How many more marbles does Connie have than Juan?	*(Compare Quantity Unknown)* Juan has 5 marbles. Connie has 8 more than Juan. How many marbles does Connie have?	*(Referent Unknown)* Connie has 13 marbles. She has 5 more marbles than Juan. How many marbles does Juan have?

Siden barn bruker strukturen i oppgavene som utgangspunkt for modelleringen vil en oppgave som har problemstrukturen *Join (Result unknown)* bli modellert annerledes enn *Join (Change unknown).*

Med utgangspunkt Tabell 4 blir det anbefalt at elevene får møte ulike typer oppgaver som kan gi dem varierte problemløsningserfaringer. Dette støttes av Alseth (1998) og Ahlberg & Hamberger (1995). Hvis elevene får anledning til å utnytte sine intuitive problemløsningsstrategier vil tellestrategiene ifølge Carpenter et al. (1999) baserer seg på forståelse av tallrelasjoner. Denne forståelsen blir støttet av et fundament som er utviklet gjennom å bruke direkte modellering og tellestrategier.

Carpenter et al. (op.cit.) mener at modelleringsstrategiene utvikles naturlig hos barn som befinner seg i et miljø hvor de blir stimulert til å bruke prosedyrer som er meningsfulle for dem. Det ser ut som barn er naturlige problemløsere og modellerer direkte selv om ingen har undervist dem i slike strategier. De kommer til skolen med mye intuitiv kunnskap som kan fungere som en basis for å utvikle forståelse for matematikk. Uten direkte instruksjon kan elevene løse varierte problemer. Undervisningen i skolen må derfor legge til rette for at elevene kan ta utgangspunkt i denne naturlige utviklingen. Grunnleggende addisjon, subtraksjon, multiplikasjon og divisjon kan defineres i lys av disse intuitive problemløsningsprosessene, og symbolske prosedyrer kan bli utviklet som en utvidelse av dem.

Hvis barn skal være i stand til å bruke direkte modellering må de kunne telle. Telling inngår som en sentral matematisk aktivitet på tvers av ulike kulturer (Bishop, 1988). I LFIN blir tellebegrepet bare brukt i tilfeller som involverer koordinering mellom hvert uttalte tallord og en virkelig eller imaginær gjenstand (Wright et al., 2006). Å si en sekvens av tallord blir ikke omtalt som telling, men som å kunne si telleremsen. I de ulike rammeverkene blir det lagt vekt på å kunne telle med ulike steg og kunne telle både fremover og bakover. Å telle bakover blir oppfattet som viktig for å utvikle forståelse for subtraksjon (Alseth et al., 2009). Subtraksjon oppleves som vanskeligere enn addisjon for mange elever (Peltenburg, Heuvel-Panhuizen, & Doig, 2009). En studie av svenske 6-åringer finner imidlertid ingen forskjell på elevenes prestasjoner i addisjon og subtraksjon i tallområdet 0-20, men bekrefter at subtraksjon er mer krevende når tallområdet blir større (Ahlberg & Hamberger, 1995).

Ma (2010) undersøker læreres begrepsforståelse innenfor fire områder av matematikken gjennom å sammenlikne en gruppe amerikanske og en gruppe kinesiske lærere. Subtraksjon i tallområdet 0-20 er et av områdene. Flertallet av de kinesiske lærerne hadde en solid begrepsforståelse og kunne beskrive hvilke ferdigheter, begreper og idéer som er sentrale for å løse subtraksjonsoppgavene. Flertallet av de amerikanske lærerne var mest fokusert på prosedyrer. De kinesiske lærerne så også forbindelseslinjer til andre deler av matematikken. For eksempel var de opptatt av at addisjon og subtraksjon er inverse operasjoner, en matematisk idé de så at elevene vil få bruk for når de senere skal forstå sammenhengen mellom multiplikasjon og divisjon, kvadrering og kvadratrøtter osv. De amerikanske lærerne fokuserte i liten grad på slike sammenhenger. De kinesiske lærerne fokuserte også på en annen idé som dukker opp ved subtraksjon i tallområdet 0-20, nemlig ”decomposing and decomposing a higher value unit”. Jeg oppfatter at det handler om å kunne omgruppere tall. For eksempel kan 53 omgrupperes til 40 og 13 for lettere å kunne løse 53-26. Da kan jeg ta 20 fra 40 og 6 fra 13. Svaret blir 20 + 7 = 27. De amerikanske lærerne var mer opptatt av ”å låne” for å løse slike oppgaver, mens de kinesiske lærerne så at omgruppering var viktig også på andre områder i matematikken og derfor vektla forståelsen av dette.

Ma konkluderer med at kinesiske lærere har en mer solid begrepsforståelse og større kompetanse i det å undervise enn sine amerikanske kolleger, til tross for at de amerikanske lærerne har langt større formell kompetanse i matematikk. Ma viser hvordan lærerens begrepsforståelse og undervisningskompetanse enten kan bidra til læring eller i motsatt fall kan være en sentral årsak til at elevene utvikler misoppfatninger.

Det er forsket mye på hvilke forutsetninger som ligger til grunn for at et barn kan telle: I denne sammenheng vil jeg bare kort nevne fem fundamentale prinsipper som Ahlberg & Hamberger (1995) gjengir etter Gelman og Gallistel:

1. Prinsippet om *en-en-korrespondanse.* Barn må sammenlikne antallet elementer i to mengder gjennom å pare sammen elementene to og to. Et element i den ene mengden danner par med et element i den andre mengden.
2. Prinsippet om den *stabile ordning* betyr at barn ved oppramsing konsekvent bruker en og samme sekvens av telleordene.
3. *Kardinalitetsprinsippet* innebærer at barnet forstår at det sist telleordet også angir antallet elementer i mengden.
4. *Abstraksjonsprinsippet* betyr at alle element som inngår i en begrenset mengde kan telles uansett hva slags elementer det er.
5. Prisnippet om *tilfeldig ordning* betyr at man kan starte hvor man vil når man skal telle antall elementer i en mengde, men at ikke noe element telles mer enn en gang.

Det er påvist sterke sammenhenger mellom 6-åringers kjennskap til sifrene og deres evne til å regne med tall og løse problemer (op.cit.). På gruppenivå er det klare tendenser til at de barna som kjenner tallsekvensen og sifrene lykkes med å løse matematiske problemer i større grad enn de som ikke har denne kjennskapen. Det er likevel ikke en kausal sammenheng, noe Ahlberg & Hamberger illustrerer ved å vise til en gutt de kaller Mattias. Mattias kan telle til 100, men likevel løser han bare tre av problemene han blir presentert for. En annen gutt, Carl, løser også tre problem, men han kan bare telle til 9 og kjenner få sifre.

Carpenter et al. (1999) beskriver typiske tellestrategier med utgangpunkt i kategoriene i Tabell 4. For å løse et problem av typen *Join (Result Unknown)* kan barnet enten bruke tellestrategien *Telle videre fra det første tallet* eller *Telle videre fra det største*.

Når det gjelder tellestrategier skiller Ostad (2008b) mellom tungvinte backupstrategier og mer effektive retrievalstrategier. Samtidig er noen backupstrategier mer effektive enn andre. For eksempel er *Telle videre* mer effektivt enn å *Telle alt og forfra igjen* for å løse addisjonsoppgaver. Retrievalstrategier kan være *Vet svaret* eller en *Avledet variant*, for eksempel at 8 + 9 løses gjennom å vite at 8 + 8 er 16 og så legge til en.

I begynnelsen av grunnskolen bruker de fleste barn mange backupstrategier (Ostad, 2008c), men etter som tiden går av avtar bruken av backupstrategier til fordel for retrievalstrategier. Stilt overfor utfordringer hender det likevel at barn som behersker mange retrivealstrategier tar i bruk backupstrategier og på den måten viser en fleksibilitet i strategivalg. Barn i matematikkvansker kjennetegnes ifølge Ostad av rigide strategivalg som vedvarer over år. Det ser ut til at strategivalgene allerede er etablert på 2. trinn i grunnskolen og er kjennetegnet ved at barna bruker noen få av de mest tungvinte backupstrategiene uansett problemtype.

Jeg sitter igjen med en oppfatning av at den utviklingen som beskrives i de ulike rammeverkene som Regneprøven henviser til baserer seg på at barn blir introdusert for tall gjennom telling. De lærer telleremsen tidlig og bruker også tellestrategier for å løse problemer som for eksempel inneholder addisjon og subtraksjon. Etter hvert som tallområdet øker blir tellestrategiene tungvinte, og de må lære strategier som baserer seg på tallfakta. For å stimulere denne utviklingen er det mye som tyder på at det kan ha effekt å lære mange tallkombinasjoner (Wright et al., 2006). Noen barn blir likevel hengende igjen i tungvinte tellestrategiene, noe som i alle rammeverkene blir sett på som kritisk i forhold til utviklingen av kompetanse i matematikk og også blir trukket frem som et kjennetegn ved elever i matematikkvansker (Ostad, 2008c).

Til nå har jeg stort sett presentert det teoretiske grunnlaget for Regneprøven, selv om jeg også har vist til kilder som understøtter dette grunnlaget. Mot slutten av dette delkapitlet vil jeg gi et riss av to tilnærminger som for meg står frem som alternativer. I England er det utviklet et multifunksjonelt læremiddel som heter Numicon. Numiconmateriellet består blant annet av plugger, pluggbrett, tallinjer, spinnere og ti tallformer som alle har forskjellig form og farge. Numicon kan brukes med tanke på å styrke den kjærligheten barn har for visuelle mønster og bidra til at barnet kan få sterke visuelle bilder av hvert tall og relasjonen mellom tallene (Haseler, 2008; Wing, Tacon, & Atkinson, 2004). De visuelle formene skiller seg ut fra for eksempel terningmønster, hvor mønsteret ikke gir noen støtte til tallenes innbyrdes relasjon, slik Numiconformene gjør.

Det kan se ut som visuelle bilder hjelper å gjenkalle tallfakta for barn som har utfordringer med minnet. I CMIT brukes også visuelle former, såkalte tierbrett, for at elevene skal bli i stand til å se tallkombinasjoner uten å telle (Haseler, 2008).

Hvordan Numiconmateriellet brukes er imidlertid ikke uvesentlig: *"However 'good' we believe the equipment to be, it will only be of value to pupils if it is used by suitably trained staff who understand the rationale behind it."* (op.cit., s.240).

Figur 5 Et utvalg av Numicon-materiellet. Bildet er hentet fra http://www.numicon.com.

Hvis telleparadigmet blir erstattet med tilnærminger basert på visuelle tallformer kan det muligens endre beskrivelsene av hvordan barns tallforståelse og regneferdighet naturlig utvikler seg? Foreløpig er det forsket for lite på bruken av Numicon til å trekke vidtrekkende konklusjoner, men jeg synes de foreløpige resultatene er interessante og kan stimulere til videre forskning.

Scmittau (2003) utfordrer den tradisjonelle tilnærmingen enda tydeligere. Han beskriver de skiftende læringsteoretiske paradigmene og påpeker:

> *It is curious that throughout these periods of changing pedagogical approaches, all grounded in different philosophies of mathematics (Schmittau, 1991), a single practice persisted unchallenged. This was the practice of building children's understanding of the real number system, wich Davydov (1990) asserts is the dominant subject matter of school mathematics, on the activity of counting* (Schmittau, 2003, s.225).

Uansett hvilket læringsteoretisk paradigme som har preget undervisningen har telling vært den sentrale tilnærmingen i arbeidet med barns tallforståelse. Telleaktiviteter tar utgangspunkt i de positive heltallene. Gjennom forskningsprosjekt i USA og Russland er det påvist at noen av utfordringene som oppstår med en slik tilnærming kan unngås hvis måling brukes som innfallsvinkel til begynneropplæringen i matematikk i stedet for telling (op.cit.). I denne oppgaven skal jeg først og fremst vurdere om Regneprøven er i samsvar med de rammeverkene utviklerne henviser til. Jeg går derfor ikke nærmere inn på hvordan måling kan brukes som innfallsvinkel til begynneropplæringen i matematikk. Jeg trekker først og fremst frem synspunktene og studiene til Schmittau (2003) for å holde oppe tanken om at det tellebaserte paradigmet må være gjenstand for kontinuerlige drøftinger, et perspektiv jeg drøfter grundigere i kapittel 7.2.2.

2.2.3 Læringssyn i rammeverkene

Edwards, Esmonde, & Wagner (2010) beskriver fire ulike syn på matematikklæring: Behavioristisk, konstruktivistisk, sosiokulturelt og nevropsykologisk. I denne sammenhengen vil jeg konsentrere meg om de tre første synene på læring og se om jeg kan identifisere noen av dem i det teoretiske grunnlaget for Regneprøven.

Et behavioristisk syn på læring *"bygger på det grunnsynet at læring finner sted ved at det mentalt bygges opp stimulus-respons forbindelser"* (Breiteig & Venheim, 1998, s.47). Med et slikt syn på læring legger jeg vekt på ferdigheter som kan observeres og øvelse på slike. Oppdeling og analyser av matematiske oppgaver i delferdigheter og hierarkiske strukturer blir beskrevet som en del av en behavioristisk tankegang (Breiteig & Venheim, 1998; Edwards et al., 2010). Betyr det at rammeverkene som utgjør det teoretiske grunnlaget for Regneprøven baserer seg på et behavioristisk læringssyn?

Utover på 1960- og 1970-tallet ble det lagt mer og mer vekt på at barn må være aktive i læringsprosessen, ikke passive mottakere (op.cit.). En av grunnene til dette skiftet var at det ble observert at en behavioristisk tilnærming til læring kunne føre til manglende forståelse og at mekaniske prosedyrer ble anvendt ukritisk. Erlwangers studie av Benny ble banebrytende i så måte (Edwards et al., 2010). Benny ble bedt om å legge sammen $\frac{1}{2}+\frac{2}{1}$. Han la da sammen teller med teller og nevner med nevner og fikk $\frac{3}{3}$. For å verifisere svaret brukte han regelen om å snu den bakerst brøken: $\frac{1}{2}+\frac{2}{1}=\frac{1}{2}+\frac{2}{1}=1$ (Alseth, 1998). Slike studier viste behovet for et økt fokus på elevenes tenkning.

Denvir og Brown (1986a) beskriver ikke sitt læringsyn eksplisitt. Ut fra at studien er fra 1986 og har et fokus på å beskrive barns tenkning kan det tyde på at de har hatt et konstruktivistisk læringssyn.

De tre programmene CMIT, ENRP og NDP er tidsmessig plassert fra 1996 og fremover og har også et fokus på det enkelte barns tenkning:

> *The frameworks and interviews have also assisted to move the focus of professional development from the notion of children carefully reproducing taught procedures to an emphasis on children's thinking, with teachers as researchers* (Bobis s. 50).

Det konstruktivistiske paradigme er blitt kritisert for å legge for lite vekt på den sosiokulturelle konteksten har for elevens læring. Den senere tid har dette perspektivet blitt mer og mer sentralt i matematikkdidaktikken. Jones et al. argumenterer for at deres rammeverk tar inn over seg elementer fra både et konstruktivistisk og et sosiokulturelt læringssyn:

> *(…) mathematics learning is a process in wich children reorganize their mental activity to resolve situations that are problematic for them. Accordingly, all instructional tasks involving multidigit numbers in this research were designed to be potentially problematic for the children.*
>
> *Consisten with recent findings in mathematics education (e.g., Cobb, 1988; Cobb et al., 1991; Cobb, Yackel, & Wood, 1992), our research adopts that mathematics learning is an interactive as well as constructive activity. A such, it takes the position that opportunities to construct mathematical knowledge arise from attempts to resolve conflicting points of view in a group; from attempts to reconstruct and verbalize a mathematical idea or solution; and, and more generally, from attempts to reach a consensus with others (Cobb et al., 1991)* (Jones et al., 1996, s.314).

Jeg vil ikke være kategorisk i min plassering av de ulike rammeverkene. Hovedinntrykket er imidlertid at flere av rammeverkene har et tyngdepunkt i en konstruktivistisk tankegang.

2.3 Matematikkvansker

Regneprøven er utviklet for å tidlig oppdage elever som det kan være grunn til å bekymre seg for når det gjelder utviklingen av tallforståelse og regneferdigheter. I dette delkapitlet vil jeg trekke frem noen perspektiver på matematikkvansker som er aktuelle i forbindelse med Regneprøven. Først vil jeg i kapittel 2.3.1 gi en kort historisk oversikt over fagfeltet. Deretter vil jeg i kapittel 2.3.2 - 2.3.5 se på hvordan matematikkvansker defineres og hva jeg kan si om omfanget. I kapittel 2.3.6 vil jeg peke på hva vi kan gjøre for elever i matematikkvansker, uten å gå langt inn i det store temaet som da åpner seg.

2.3.1 Matematikkvansker i historisk perspektiv

Vansker med matematikk ble beskrevet første gang i 1886 av den tyske legen Oppenheim i forbindelse med en hjerneskadet pasient som ikke kunne utføre enkle addisjoner (Magne, 2007). I årene som fulgte var det et medisinsk fokus på temaet. Under første verdenskrig ble det oppdaget nye regnefeil hos soldater som var rammet av skuddskader i hodet. I 1920 etablerte den svenske medisinprofessoren Salomon Eberhard Henschen den medisinske grunnteorien og en medisinsk terminologi.

Samtidig ble det vekket en interesse for barn i skolen som ikke mestret regning. Psykologene utviklet regnetester. I 1921 beskrev amerikanske Clara Schmitt et barn som fungerte normalt på alle andre områder enn når det kom til regning, noe som førte til termen spesifikke matematikkvansker.

Denne historiske konteksten har fulgt fagfeltet siden og preget tenkningen både når det gjelder årsaksforklaringer og tiltaksutforming. Det har vært et stort fokus på å finne medisinske eller kognitive årsaker til matematikkvansker, og mye forskning har vært utført med et slikt perspektiv.

Etter hvert har det vokst frem en erkjennelse av at det er vanskelig å gi en årsak-virkning beskrivelse av matematikkvansker. Magne (2007) har introdusert faktor- samspillmodellen for å få frem kompleksiteten når det gjelder matematikkvansker. Han trekker opp en grov historisk utvikling og sier at man på 1800-tallet forklarte matematikkvansker med at matematikk som fag var abstrakt (innholdsmodellen). Da medisinerne og psykologene kom på banen ble fokuset flyttet til eleven: Det var medisinske eller kognitive årsaker til vanskene (atferdsavikelsesmodellen). I nyere tid har det vokst frem en erkjennelse av at den sosiale dimensjonen er viktig for å forstå og forklare matematikkvansker. Magnes faktor-samspillmodell tar hensyn til alle de tre perspektivene.

Dersom det ikke er mulig å finne en klart definert årsak til matematikkvanskene blir det en pedagogisk konsekvens at det i mange tilfeller heller ikke finnes klart definerte tiltak som trer frem på bakgrunn av en vanskebeskrivelse: *"...even if one can reliably identify the core problem – behaviourally, neurally, or genetically, and we have indicators for all of these – this does not uniquely determine the form the pedagogic intervention should take"* (Buttterworth & Laurillard, 2010, s.527).

Dermed etterlates et bilde av matematikkvansker som en kompleks lærevanske.

2.3.2 Definisjoner og omfang av matematikkvansker

Det er ikke like stor enighet om hvordan matematikkvansker skal defineres, som det er når vi snakker om lese- og skrivevansker. Ostad (2006) viser at det er ulike måter å definere matematikkvansker på, og at ulike studier opererer med ulike definisjoner og følgelig ulike beskrivelser av omfang. Avhengig av definisjon opereres det med at alt fra 4 til 35 % av elevene er i matematikkvansker.

Bynner og Parsons har vist at 22 % av 37-åringene i Storbritannia hadde så alvorlige vansker med matematikk at det hindret dem i deres dagligliv (Dowker, 2005). I Medelstaundersøkelsen i Sverige (Engström & Magne, 2003) konkluderes det med at 15 % av elevene i Sverige går ut av grunnskolen med en kompetanse tilsvarende 4. trinn. Fra Norge vet vi at 29,6 % av de norske elevene som gikk opp til eksamen i matematikk på 10. trinn skoleåret 2009/2010 fikk karakteren 1 eller 2[16].

Begrepene dyskalkuli og spesifikke matematikkvansker brukes ofte synonymt og blir hovedsakelig brukt innenfor et nevropsykologisk perspektiv. Det er vanlig å regne med at omtrent 6 % av elevene i grunnskolen har dyskalkuli (Adler, 2007; Sjöberg, 2006).

Forskere og didaktikere med andre perspektiver stiller spørsmålstegn hvorvidt et nevropsykologisk og individorientert perspektiv er en holdbar og hensiktsmessig tilnærming for å arbeide med de elevene som opplever de største utfordringene med matematikk. Det hevdes at vi også bør ta hensyn til faktorer i undervisningen og elevenes miljø (Edwards et al., 2010; Lundberg & Sterner, 2009; Sjöberg, 2006). Av samme grunn er det gjort et poeng av nyansen i begrepsbruken elever *med* eller *i* matematikkvansker (Lange, 2009).

Regneprøven skal fungere som en første screening for å se om det er noen elever som har en bekymringsfull utvikling i matematikk og gir nokså lite informasjon om de nederste 5 % av elevene (Utdanningsdirektoratet, 2008a). Konsekvensen for denne oppgaven blir at jeg ikke går inn i debatten omkring dyskalkuli, men forholder meg pragmatisk til at mellom 20 og

[16] Kilde: http://skoleporten.utdanningsdirektoratet.no/

30 % av elevene i grunnskolen vil være i en eller annen form for matematikkvansker og at Regneprøven er et bidrag for å identifisere elever som er eller kan komme i vansker.

2.3.3 Diskrepansdefinisjoner

Diskrepansdefinisjoner tar utgangspunkt i at vanskene er knyttet til et snevert funksjonsområde (Ostad, 2006). Tanken er at eleven underyter i matematikk sett i forhold til hva vi kan forvente ut fra andre målbare kriterier. Hvis IQ er målestokken betyr det at oppmerksomheten rettes mot forholdet mellom forventet prestasjon i matematikk basert på IQ og det eleven faktisk presterer på prøver i matematikk. Andre diskrepansdefinisjoner tar utgangspunkt i forholdet mellom prestasjonene i matematikk og andre fag eller sammenlikner prestasjonene i matematikk med forventet prestasjon på det aldersnivået eleven er. Felles for alle er at hvis forskjellen mellom det forventede nivået og det observerte nivået blir stort nok betegnes vanskene som *spesifikke matematikkvansker*. Diskrepansdefinisjonene har vist seg å ha mange svakheter (op.cit.). Definisjoner som ensidig bygger på diskrepans rommer ikke i tilstrekkelig grad de kjennetegnene på matematikkvansker som er blitt avdekket av nyere forskningsresultater. I tilegg er fagprøvene så lite ensartet at det heller ikke er mulig å gjennomføre tilfredsstillende sammenlikninger mellom prøvene. Reliabiliteten knyttet til måling av fagkunnskapene blir for lav.

2.3.4 Prokura definisjoner

Prokura definisjoner avgrenser matematikkrelaterte vansker til et oppgitt ferdighetsnivå. Det gjennomføres en standardisert matematikkprøve og de elevene som skårer lavest inkluderes i gruppen elever som har matematikkvansker. Det varierer imidlertid hvor avskjæringspunktet settes og beskrivelsene av omfang varierer fra 5 - 35 % (op.cit.).

Regneprøvens avskjæringspunkt vil etter min mening høre inn under kategorien prokuradefinisjoner. Regneprøven setter avskjæringspunktet ved 20 %, selv om det også presiseres at den kritiske grensen ikke må oppfattes som absolutt (Alseth et al., 2009). Det rører ved en utfordring ved prokura definisjoner. En avgrensning i form av en kritisk grense som Regneprøven opererer med vil kunne ekskludere elever som er overytere hvis vi sammenlikner med definisjoner som er basert på karakteristiske kjennetegn på elever i matematikkvansker. På engelsk omtales dette som *false negatives*. Tilsvarende vil prokura definisjoner også kunne inkludere underytere som ikke vil bli fanget opp av definisjoner basert på karakteristiske kjennetegn, såkalte *false positives* (Ostad, 2006).

2.3.5 Definisjoner basert på karakteristiske kjennetegn

Definisjoner basert på karakteristiske kjennetegn identifiserer faktorer som opptrer sammen med matematikkvansker (op.cit.). Sagt med andre ord letes det etter faktorer som korrelerer med matematikkvansker. Innenfor forskning på lese- og skrivevansker har det vært en betydelig større forskningsinnsats enn på matematikkvansker. Basert på mer enn 30 års forskning har det lykkes å bli enige om konsensus definisjoner. Slike definisjoner inneholder gjerne ett sett av kjennetegn. Når det gjelder matematikkvansker er ikke forskningen kommet like langt. Ulike kjennetegn er foreslått, men foreløpig er det ikke like stor enighet som innenfor lese- og skrivevansker. De mest aktuelle kjennetegnsdefinisjonene i forhold til denne oppgaven er knyttet til strategibruk (Ostad, 2008c). Kjennetegnsdefinisjoner som er knyttet til minnefunksjon, kunnskapslagring, verbal internalisering osv berøres ikke i denne masteroppgaven.

2.3.6 Tiltak for elever i matematikkvansker

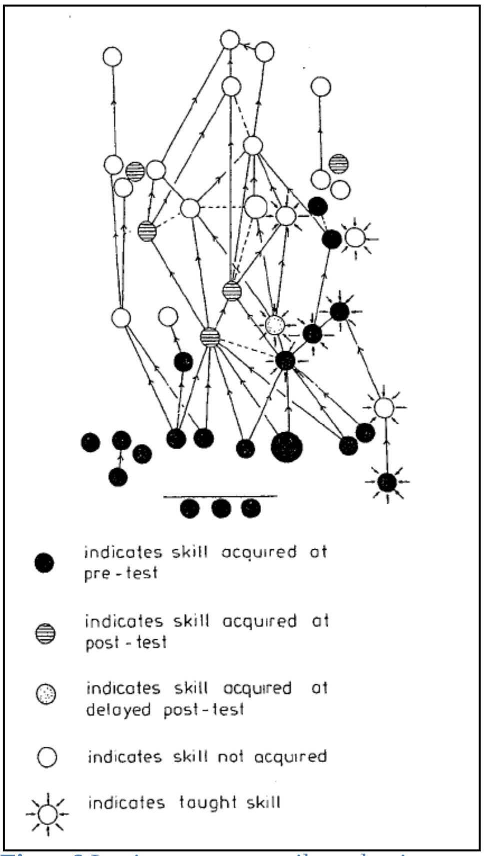
Hvordan skolen og støttesystemet kan hjelpe elever i matematikkvansker er et stort tema. For denne oppgavens vedkommende strammer jeg det inn ved å fokusere på hvordan vi kan følge opp elevene som kommer under kritisk grense på Regneprøven. En måte å svare på er å henvise til lærerveiledningene til Regneprøven (Utdanningsdirektoratet, 2008a; 2008b), som jeg gir noen smakebiter fra i kapittel 3. I denne sammenheng vil jeg trekke opp noen overordnede synspunkter med utgangspunkt i rammeverkene som ble presentert i kapittel 2.2.

Med bakgrunn i *mursteinsmetaforen* er det naturlig å tenke at grunnsteinen må være på plass før muren kan bygges. Dette blir en spesielt aktuell diskusjon knyttet opp mot elevene som har vansker i/med matematikk. En vanlig tankegang er at elever i/med matematikkvansker må undervises i små progressive steg og trene spesifikt på de ferdighetene de ikke behersker (Butterworth & Yeo, 2010). Andre argumenterer med at de elevene som strever med faget blir forvirret hvis de må forholde seg til ulike måter å løse oppgaver på, og at de derfor må lære *en* bestemt algoritme.

En svensk studie antyder at dette ikke er holdbare tilnærminger (Boesen et al., 2010). I denne studien ble det undersøkt hvordan elever på videregående skole løser oppgavene på nasjonale prøver. Hvis prøveoppgavene likner på oppgaver elevene kjenner igjen fra læreboka ser det ut til at elevene forsøker å lete frem en algoritme de har lært. Slike oppgaver krever ikke begrepesforståelse. Hvis prøveoppgaven derimot ikke likner på oppgaver fra læreboka ser det ut til at eleven tar i bruk mer kreative metoder (CMR). Det viste seg også at elevene gjør det bedre når de tar i bruk CMR enn når de forsøker å reprodusere algoritmer de har lært. Studien tyder på at de elevene som strever med matematikk har kapasitet til å løse oppgaver de ikke har møtt tidligere, og at CMR ikke er forbeholdt elever som klarer seg greit i matematikk:

> *If the results of the present study hold outside the study sample, then they together with the national test data would indicate that most of the students from a whole national cohort (including many low achieving students) indeed have some capacity to solve tasks that require CMR.* (Boesen et al., 2010, s.104)

I første del av studien til Denvir og Brown (1986b) ble 7-9-åringer som presterte dårlig i matematikk kartlagt i forhold til de oversiktene som viser nettverket av ferdigheter (se vedlegg 2 og Figur 2). Deretter ble det laget intensive og individuelt tilrettelagte undervisningsopplegg som spesielt rettet seg inn mot de ferdighetene som ble vurdert som en naturlig videreføring av det elevene allerede kunne. Det viste seg ved neste kartlegging at elevene behersket ferdigheter som de ikke var undervist i, og at de ikke alltid hadde oppnådd de ferdighetene som hadde vært i fokus for undervisningen (Se Figur 6). Det kan tyde på at det ikke alltid er enkelt å trene opp spesifikke ferdigheter.



Figur 6 Læringsprosessen til en elev i Denvir & Browns studie (Denvir & Brown, 1986b, s.153).

I hovedstudien endret Denvir & Brown på både arbeidsform og innhold. Det ble arbeidet i smågrupper hvor fokuset var mer på å finne forbindelser mellom ulike begrep. Både i pilot- og hovedstudien hadde elevene fremgang, men det viste seg at de som samarbeidet i smågrupper med fokus på forbindelser mellom begrep hadde større fremgang enn de som hadde arbeidet etter et individuelt tilrettelagt opplegg.

Lindhardt & Hansen (2011) er opptatt av elever med særlige behov i matematikk. De beskriver elevens matematiske nivå ut fra en tredeling: Det funksjonelle nivå, det forstående nivå og det strategiske/språklige nivå. Nivåene blir ikke rangert, men sidestilt i et delvis overlappende venn-diagram. Begrunnelsen er å unngå en metodisk tenkning hvor det funksjonelle nivået må på plass før man kan arbeide med forståelsesnivået. Den svenske nevropsykologen Bjørn Adler arbeider spesielt med dyskalkuli (Adler, 2007). Han peker på at elever med dyskalkuli som for eksempel har problemer i tallområdet 0-10 ikke bare må jobbe med det, men også må jobbe med å resonnere og løse problem som inneholder større tall, da dette gir grunnlag for utvikling av noen kognitive byggesteiner som etter hans oppfatning er sentrale for å kunne utvikle forståelse og ferdigheter i matematikk. Både fra et nevropsykologisk og et didaktisk perspektiv blir mursteinsmetaforen utfordret som modell for undervisning i matematikk generelt og for elever i matematikkvansker spesielt.

Med utgangspunkt i *nettverksmetaforen* kan det argumenteres for at elever som utelukkende arbeider med det grunnleggende mister anledninger til å delta i matematiske aktiviteter hvor de kunne utviklet seg, selv om de ikke behersker alle grunnleggende kompetansene.

På grunn av frafallsproblematikken i videregående skole er det i Norge stort fokus på hvordan vi kan hjelpe elever som har faglige utfordringer. En konklusjon er at tidlig innsats må prioriteres, helst fra barnehagealder. Innsatsen må også følges opp med tiltak gjennom grunnskolen og videregående skole (Wollscheid, 2010). Et slikt tiltak er *Ny GIV* (Kunnskapsdepartementet, 2011a), som er spesielt rettet inn mot de elevene i ungdomsskolen som er i faresonen i forhold til å falle fra i videregående skole. Foreløpig er arbeidet på dette området i en tidlig fase, men det kan være interessant å ta med perspektivene som mursteinsmetaforen og nettverksmetaforen reiser når tiltakene skal utvikles og vurderes. Blir det fokusert på ferdigheter eller begreper? Viten eller idéer? Er det mulig å finne en god balanse mellom ferdighetstrening og forståelse?

Internasjonalt har det kommet flere intervensjonsprogrammer som er designet for å gi elever med vansker i matematikk en ny start (Dowker, 2004; Ma & Kessel, 2003; Wright et al., 2006). Programmene kan gi noen idéer om hvordan vi kan nærme oss utfordringene i Norge.

2.4 Vurdering av matematikklæring

Regneprøven for 2. trinn inngår som en obligatorisk del av Utdanningsdirektoratets plan for et helhetlig og sammenhengende prøve- og vurderingssystem (se kapittel 3.2). Når Regneprøven skal analyseres og diskuteres er det nødvendig å ha med noen perspektiver forskningen kan bidra med når det gjelder vurdering.

Det finnes flere studier som påviser at den vurderingen som gjennomføres i mange klasserom ikke bidrar til læring, men først og fremst fungerer som beskrivelser av hva eleven kan og ikke kan på et gitt tidspunkt. I forbindelse med kartleggingsprøver spør Grevholm (2007, s.47): ”*Kan det være slik at lærere ikke bruker resultatene av prøvene så inngående som de kunne?”*

Ved å vise til forskning på nasjonale prøver i Sverige (Boesen, 2006) svarer Grevholm bekreftende på spørsmålet. Lærerne legger ofte fra seg prøven etter at den er ferdig rettet, uten at resultatene brukes aktivt i læringsarbeidet. Samtidig viser Grevholm til erfaringer fra KUL-prosjektet ”Læringsfellesskap i matematikk”[17]. I dette prosjektet observerte forskerne at noen

[17] Se http://prosjekt.uia.no/lcm/

lærere tok i bruk oppgaver fra diagnostiske prøver og utnyttet dem i arbeidet med å avdekke elevenes tanker om matematiske begreper. Lærerne brukte også den informasjonen de fikk fra de diagnostiske oppgavene for å tilrettelegge undervisningen. Grevholm påpeker at dette var en krevende prosess, som vi ikke kan forvente at lærere vil gjennomføre uten støtte og oppfølging. De kinesiske lærerne i Liping Mas studie rapporterte at de bruker mye tid på å planlegge undervisningen og drøfte det faglige innholdet med kolleger (Ma, 2010), noe de oppfattet en viktig del av deres profesjonelle utvikling. Et sentralt punkt i drøftingene er å identifisere hvilke forestillinger de kan regne med at elevene vil ha innenfor det aktuelle matematiske temaet. De amerikanske lærerne deltok i liten grad i slike drøftinger.

Undervisningssituasjonen i USA preges av at statlige myndigheter har innført omfattende testsystemer for å heve resultatene. Med utgangspunkt i forskning hevdes det at testtradisjonen fører til et konkurransepreget skolesystem hvor fokuset på resultater overskygger fokuset på læring og at en slik vurderingspraksis er negativt for elevenes selvtillit og utvikling som personer (Black et al., 2003; Boaler, 2008). Vi får en situasjon som ofte omtales som "teach to the test" og medfører at lærerne bruker store deler av undervisningstiden på å forberede elevene til tester og gjennomføre tester. I etterkant brukes det nesten ikke tid til å reflektere over resultatet:

> *… students end up spending almost as much time taking tests as they do learning new material. Teachers rarely do anything with the tests other than score them, return the scores, then move on to the next session of work* (Boaler, 2008, s.96).

Sitatet beskriver det litteraturen omtaler som vurdering *av* læring eller summativ vurdering (Black et al., 2003). Hensikten med vurderingen blir da å beskrive hva eleven kan så langt i læringsforløpet. Etter Boalers oppfatning må vurderingspraksisen i større grad legge vekt på læring. Hun henviser til forskningen og utviklingsarbeidet som Dylan William og hans kolleger har gjort for å utvikle en praksis som legger vekt på å vurdere *for* læring i stedet for vurdering *av* læring. Det er mye som tyder på at vurdering *for* læring forløser et potensial hos eleven og fremmer læring i stor grad. Hovedprinsippene bak vurdering *for* læring er at eleven må:

1. Ha en klar forståelse av hvor hun skal i sin læringsprosess.
2. Vite hvor hun er, hva hun kan og hva hun må jobbe med.
3. Få konkret veiledning på hva hun kan gjøre fore å komme videre.

Denne masteroppgaven handler om en kartleggingsprøve, og perspektivet vurdering *for* læring vil hovedsakelig bli trukket inn i en slik sammenheng. Det er likevel viktig at vurdering *for* læring ikke reduseres til å handle om skriftlige prøver, målark og egenvurderinger: *"Det som gir mest utteljing på elevprestasjonar, er samspelet mellom lærar og elev og den kontinuerlege vurderinga lærarane gjer som ein integrert del ordinær undervisning"* (Dysthe, 2008, s.16). Et enkelt virkemiddel for å øke kvalitetene på dette samspillet kan være at læreren jobber med å øke tiden det tar fra hun stiller et spørsmål til hun forventer et svar (Black et al., 2003). Det kan gi andre elever anledning til å komme med sine tanker og skape rom for felles drøftinger og refleksjoner hvor læreren får et bedre inntrykk av hvordan elevene tenker og hva de trenger veiledning på.

Når det gjelder skriftlige prøver er det omstridt hvilken nytte vi kan ha av dem. Boaler mener for eksempel at de ofte ikke måler det som er viktig:

> *They do not assess thinking, reasoning, or problem solving, all of wich are the core of mathematics; instead they assess the simple procedures, completed under timed*

> *conditions. Procedures are important, of course, but only if they can be used to solve problems. What is the point of knowing procedures if students don't know when they should use them, or how to apply them to complex problems? One of the most important principles of good testing is that it assess what is important. The worst of it is not that the tests provide little information but that they have a huge and damaging impact on what is thaught in school* (Boaler, 2008, s.87).

I kapittel 2.1 pekte jeg på at matematisk kompetanse kunne forstås på ulike måter. Jeg skilte mellom en bred og en snever kompetanseforståelse. Jeg oppfatter at Boaler kritiserer synet hva som er viktig i matematikk og på den måte berører kompetanseforståelsen. Det er nær sammenheng mellom hvordan vurderingen foregår og synet på eleven, læring og kunnskap. Det var perfekt samsvar mellom de testformene som ble utviklet på begynnelsen av 1900-tallet og det behavioristiske læringssynet som dominerte på den tiden (Dysthe, 2008). Med et konstruktivistisk eller sosiokulturelt ståsted er det ikke et slikt samsvar, og det reiser behovet for å utvikle vurderingsformer som er i samsvar med hvordan pedagoger i dag tenker om læring og undervisning. Vurdering *for* læring er et forsøk på å utvikle vurderingsformer som er i bedre overensstemmelse med et konstruktivistisk og/eller et sosiokulturelt læringssyn.

Peltenburg et al. (2009) peker på behovet for dynamisk kartlegging. Det innebærer å skape en situasjon hvor læreren kan møte elevenes reaksjon på en oppgave eller aktivitet og utforske denne videre. En tradisjonelle skriftlig prøve er statisk i den betydningen at eleven ikke kan motta hjelp, og som regel heller ikke bruke for eksempel konkreter. Behovet for mer dynamisk kartlegging er en av motivasjonene for den utstrakte bruken av intervju i intervensjonsprogrammene ENRP, CMIT og NDP (Bobis et al., 2005).

At vurdering og læringssyn henger sammen kommer også til uttrykk etter at vurderingen er gjennomført. Meld.St.18 (Kunnskapsdepartementet, 2011a) dokumenterer at den spesialpeagogisk hjelp i norsk skole oftest er organisert slik at eleven får hjelp alene eller i små grupper. I andre land er nivådeling utbredt (Boaler, 2008; Bobis et al., 2005) og Meld.St.22 (Kunnskapsdepartementet, 2011b) viser at dette også er ganske vanlig i Norge. Basert på læringsteoretiske og ideologiske begrunnelser pekes det ut et inkluderingsperspektiv som skal danne grunnlaget for innsatsene i Norge. Dette får konsekvenser for hvordan vi tenker om oppfølgingen av kartleggingsprøver som Regneprøven.

I neste kapittel skal jeg gi en presentasjon av Regneprøven og vise hvordan den er tenkt brukt for elever på 2. trinn i grunnskolen.

3 Presentasjon av Regneprøven

Regneprøven ble utviklet i 2007 og første gang gjennomført på nasjonalt nivå i 2008. I kapittel 3.1-3.4 beskriver jeg hvordan Regneprøven ble utviklet, hva som er hensikten med prøven og hvilke begrensninger utviklerne selv ser at prøven har. Jeg gir også en beskrivelse av hvordan Regneprøven skal gjennomføres i klasserommet.

I kapittel 3.5 presenterer jeg fire sider i Regneprøven for 2. trinn. På disse sidene har utviklerne av prøven påvist store forskjeller i resultatene til de elevene som kommer under prøvens kritiske grense sammenliknet med elevgruppen samlet. Kapittel 3.5 blir i fortsettelsen en del av kunnskapsgrunnlaget når jeg skal svare på hva Regneprøven kan gi av informasjon om tallforståelsen og regneferdighetene til de elevene i mitt datamateriale som kommer under kritisk grense.

3.1 Utviklingen av Regneprøven

Etter søknad fikk Universitetet i Oslo, Institutt for lærerutvikling og skoleutvikling (ILS) i oppdrag av Utdanningsdirektoratet å utvikle en obligatorisk nasjonal kartleggingsprøve av tallforståelse og regneferdighet hos elever på 2. trinn, omtalt som Regneprøven. Prøven ble utarbeidet på bakgrunn av analyser av fagplanen i Kunnskapsløftet, samt internasjonal forskning på barns utvikling av tallforståelse og regneferdighet. Regneprøven tar for seg områdene:

I. Telling og tallrelasjoner.
II. Oppdeling og gruppering.
III. Regning og oppgavestrukturer.

Våren 2007 ble det gjennomført pilotprøver på 24 skoler med 922 elever (Alseth et al., 2007). Alle landets fylker var representert i utvalget. To ulike oppgavehefter ble prøvd ut og det ble gjennomført en statistisk analyse av hvordan de ulike oppgavene hadde fungert. Basert på analysen ble det foretatt et endelig oppgaveutvalg som skulle utgjøre Regneprøven.

Fra 2008 ble Regneprøven obligatorisk for alle elever på 2. trinn, og det ble også utviklet en frivillig prøve for 3. trinn (Utdanningsdirektoratet, 2008b). Under gjennomføringen i 2008 ble det valgt ut et representativt utvalg på 1792 elever på 2. trinn. Resultatene ble analysert, blant annet med hensyn på hvordan elever under kritisk grense presterte på de ulike oppgavene (Alseth et al., 2009). Det er ikke gjennomført tilsvarende analyse på nasjonalt nivå av den frivillige prøven for 3. trinn.

Den kritiske grensen er definert slik at 20 % av elevene kommer under grensen, noe jeg kommer tilbake til i kapittel 5.3. På 2. trinn går den kritiske grensen ved 43 poeng eller lavere og på 3. trinn ved 52 poeng eller lavere.

3.2 Hensikten med Regneprøven

Regneprøven er en del av Utdanningsdirektoratets plan for et helhetlig og sammenhengende prøve- og vurderingssystem (Alseth et al., 2007). Et slikt system sikrer at Regneprøven blir gjennomført på 2. trinn over hele Norge hver vår. Hensikten med systemet beskrives slik av Utdanningsdirektoratet:

> *Vurdering er et virkemiddel for å nå målene i læreplanen. Formålet med underveisvurdering er å fremme læring og utvikling og gi grunnlag for tilpasset*

> *opplæring. Formålet med sluttvurdering er å gi informasjon om nivået til elever, lærlinger og lærekandidater ved avslutningen av opplæringen i faget.*[18]

Regneprøven er definert som en del av underveisvurderingen, noe som medfører at resultatene fra prøven skal brukes til å "*fremme læring og utvikling og gi grunnlag for tilpasset opplæring"*. Siden Regneprøven legges til slutten av 2. trinn gir det mulighet for å avdekke manglende tallforståelse og regneferdighet på et tidlig tidspunkt. Dette operasjonaliseres ved å sette en kritisk grense. Av faglige og praktiske hensyn defineres den kritiske grensen slik at 20 % av elevene skal komme under grensen (Alseth et al., 2007). Prøveutviklerne definerer ikke nærmere hvilke faglige og praktiske hensyn som er vektlagt. Siden jeg ikke har tilgang til vurderingene vet jeg for eksempel ikke om det er foretatt en vurdering av hvilke elever som vil komme over og under kritisk grense med det valgte avskjæringspunktet i forhold til hvordan en kjennetegnsdefinisjon ville slått ut (Ostad, 2006).

3.3 Begrensninger ved Regneprøven

Alseth et.al (2007) presiserer at Regneprøven har sine begrensninger og må følges opp med andre vurderingsformer:

I. Skriftlige og muntlige.
II. Individuelt og i gruppe.
III. Fokus på basisferdigheter og overordnede evner til problemløsning og kommunikasjon.

Det skrives ikke noe mer om disse tre punktene. Spesielt det tredje punktet rommer en stor utfordring for læreren, som må være i stand til å reflektere over hva en basisferdighet er og hva som er overordnede evner til problemløsning og kommunikasjon. I tillegg må læreren kunne analysere hva Regneprøven viser og ikke viser og kunne ta grep slik at ikke kartleggingen og tiltakene blir ensidige i den ene eller den andre retningen.

I kapittel 5 skal jeg analysere Regneprøven. Hensikten med analysen er blant annet å bringe frem kunnskap om Regneprøvens styrker og svakheter. Analysen kan hjelpe lærere til å utvikle en bevissthet i forhold til hva Regneprøven kan si noe om, og når det er nødvendig å ta i bruk andre vurderingsformer.

3.4 Instruksjon for gjennomføring av Regneprøven

Regneprøven gjennomføres som en individuell skriftlig prøve. Prøven består av en blanding av flervalgsoppgaver og det som omtales som åpne oppgaver[19], oppgaver hvor eleven selv må komme frem til svaret uten å ha tilgjengelige alternativer.

Læreren skal lese både introduksjonen til prøven og introduksjonen til hver side etter en form som er oppgitt i lærerveiledningen:

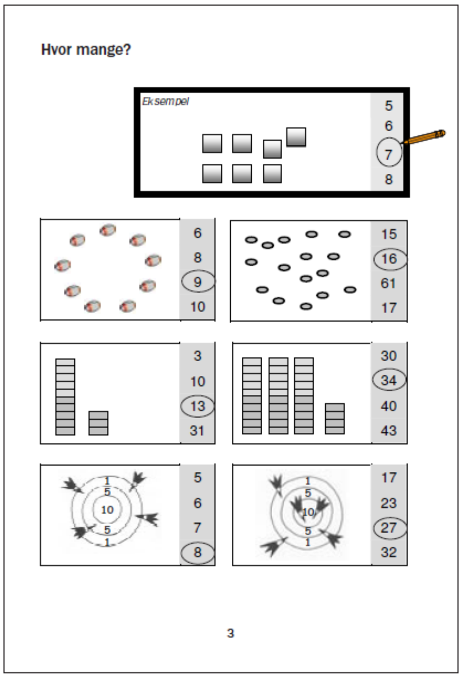
> ***Introduksjon***
> *På denne prøven skal dere arbeide med en side om gangen. Jeg vil forklare hva dere skal gjøre på hver side. Dere må ikke begynne å løse oppgavene før jeg sier i fra. Dere arbeider med den siden til jeg sier at alle skal gå videre til neste side. Noen av dere blir kanskje ferdige med oppgavene. Da skal dere ikke regne videre på neste side, men*

[18] Kilde: http://www.udir.no/Proveoversikt/?id=5484.

[19] I forbindelse med Regneprøven brukes åpne oppgaver når elevene må skrive svarene selv – i motsetning til flervalgsoppgaver. Ellers i matematikkdidaktisk litteratur er det vanlig å bruke begrepet åpen oppgave hvis oppgaven har en lav inngangsterskel slik at den kan løses på et enkelt nivå, samtidig som den åpner opp for ytterligere utforskning. På engelsk omtales dette som "open-ended tasks".

> *vente til jeg sier at vi skal gå videre. Når jeg sier fra, skal alle gå videre til neste side, selv om enkelte kanskje ikke er ferdige. Hvis dere vil rette noe dere har skrevet, setter dere bare et kryss over det som er feil, og så skriver dere det riktige i stedet. Jeg har ikke lov å hjelpe dere under prøven. Hvis det er noen av oppgavene dere er usikre på, skal dere skrive det som dere tror er riktig* (Utdanningsdirektoratet, 2008a, s.9).

Elevene får en tilmålt tid til hver side. I piloteringen var det noen lærere som kommenterte at elevene fikk dårlig tid på oppgavene. Utviklerne oppfattet at disse lærerne forventet at så å si alle elevene skulle rekke det meste på prøven. Etter piloteringen var gjennomført ble det konkludert med at det var viktig å oppdage de elevene som bruker tungvinte tellestrategier fra dem som bruker effektive og faktabaserte strategier (Alseth et al., 2007). Tidsbegrensningen er sentral for å kartlegge dette.



Figur 7 Regneprøven 2. trinn side 3 med fasit.

Når tiden er ute skal klassen gå videre til neste side.

Side 3 2 min

Her skal dere finne ut hvor mange det er, og så sette ring rundt riktig tall. Kan dere se hvor mange firkanter det er i eksemplet øverst? Sju firkanter. Derfor er det satt en ring rundt 7-tallet. Finn ut hvor mange det er i hver oppgave og sett ring rundt riktig tall. I de to nederste oppgavene skal dere finne ut hvor mange poeng det er i hvert bilde (Utdanningsdirektoratet, 2008a, s.9)

Denne måten å gjennomføre prøven på har vokst frem basert på erfaringer fra piloteringen (Alseth et al., 2007). Det ble blant annet gjort forsøk med å la lærerne selv velge hvordan de ville formulere seg, men da ble variasjonen for stor.

Prøvetiden er beregnet til 40 minutter. Til sammen er det 12 sider hvor hver side har ett tema:

- Side 3: Hvor mange?
- Side 4: Tegn ring der det er flest.
- Side 5: Tegn strek til riktig sted.
- Side 6: Tegn ring rundt halvparten .
- Side 7: Hvor mye til sammen?
- Side 8: Hvor mye er igjen?
- Side 9: Skriv tall i rekke.
- Side 10: Fortsett rekkene.
- Side 11: Skriv tallene i rekkefølge.
- Side 12: Del i tier og enere.
- Side 13: Skriv tallet som mangler.
- Side 14: Regn ut.

3.5 Hva kan vi lære om elever under kritisk grense?

I rapporten etter gjennomføringen i 2008 (Alseth et al., 2009) drøftes resultatene på fire av sidene i Regneprøven for 2. trinn. På disse fire sidene har elevene under kritisk grense en løsningsfrekvens som avviker fra elevgruppen samlet:

- Side 3: Hvor mange?
- Side 5: Tegn strek til riktig sted.
- Side 10: Fortsett rekkene.
- Side 14: Regn ut.

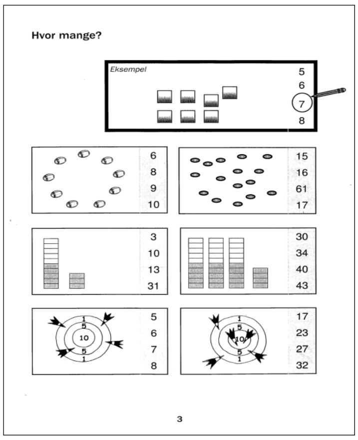
Utviklerne mener at side 3 spesielt kartlegger om elevene har en god forståelse for tallene som grupperingsmodell mens side 5 kartlegger den lineære forståelse av tallene. Side 10 blir koplet opp mot tellestrategier og side 14 mot regneferdigheter.

Drøftingene i rapporten bidrar med faglige momenter som jeg vil ta med videre i masteroppgaven. I analysen av mitt datamateriale vil jeg diskutere mine funn opp mot funnene til Alseth et al.(op.cit.). Resten av kapittel 3 vil derfor i stor grad være basert på rapporten fra gjennomføringen i 2008, men jeg vil også trekke inn momenter fra annen litteratur. Kapittel 3.5 vil danne en referanseramme for senere diskusjoner.

I denne oppgaven oppgir jeg flere ganger nummer på oppgavene, selv om Regneprøven ikke gjør det. Hver side begynner med et eksempel. Dette nummererer jeg ikke. Oppgavene nummereres fra øverst til nederst på siden. Hvis det er to oppgaver i samme rad står oppgave 1 til venstre og oppgave 2 til høyre i første rad. Så fortsetter jeg etter dette mønsteret.

3.5.1 Grupperingsmodell

Regneprøven for 2. trinn begynner med at elevene skal avgjøre hvor mange det er i mengder med ulike representasjoner. Til sammen er det seks flervalgsoppgaver på side 3. I oppgave 1 er ni objekter ordnet i en sirkel, mens oppgave 2 inneholder seksten objekter som er uordnet. Etter disse to innledningsoppgavene kommer det to oppgaver hvor elevene skal telle ruter som er organisert i grupper på en, fem og ti. Til slutt er det to oppgaver med piler som står i en blink, og hvor hver pil har verdi ett, fem eller ti poeng. Løsningsfrekvensen for oppgavene er presentert i Tabell 5. Det er skilt mellom løsningsprosenten til alle elevene og de elevene som kom under kritisk grense (KG):



Figur 8 Regneprøven 2. trinn side 3: Hvor mange?

Tabell 5 Andel elever som svarer riktig på side 3.

Oppgave	Alle[20]	KG
1	95 %	
2	79 %	
3	95 %	85 %
4	89 %	66 %
5	69 %	30 %
6	56 %	15 %

Rapporten oppgir ikke løsningsfrekvensen for elever under kritisk grense på de to første oppgavene, men fra oppgave 3 og utover viser det seg at løsningsfrekvensen til elevene under kritisk grense synker betraktelig raskere enn i gruppen som helhet. De fleste elevene under kritisk grense klarer å løse oppgave 3, men fra oppgave 4 og utover faller

[20] Jeg oppfatter at kategorien "Alle" omfatter elevgruppen samlet. Et alternativ hadde vært å sammenlikne elevene under kritisk grense med elevene over kritisk grense.

løsningsfrekvensen raskere enn når vi ser alle elevene under ett. To av tre elever under kritisk grense klarer oppgave 4, mens nesten ni av ti elever klarer oppgaven når elevgruppen sees under ett. Den store forskjellen kan etter utviklernes oppfatning skyldes at oppgave 3 kan løses ved å telle de små rektanglene en for en, mens oppgave 4 er svært krevende å løse på denne måten. Oppgave 4 er imidlertid lettere hvis elevene oppfatter hver stav som "en tier" og ser at de kan bruke ti som en enhet, Hvis de i tillegg kan telle med ti om gangen, kan de raskt finne et svar: "Ti, tjue, tretti" og deretter de fire enerne for seg eller telle seg fremover: "tretti-en, tretti-to, tretti-tre, tretti-fire". Dette er kompetanser som det ser ut til at elevene under kritisk grense mangler (Alseth et al., 2009).

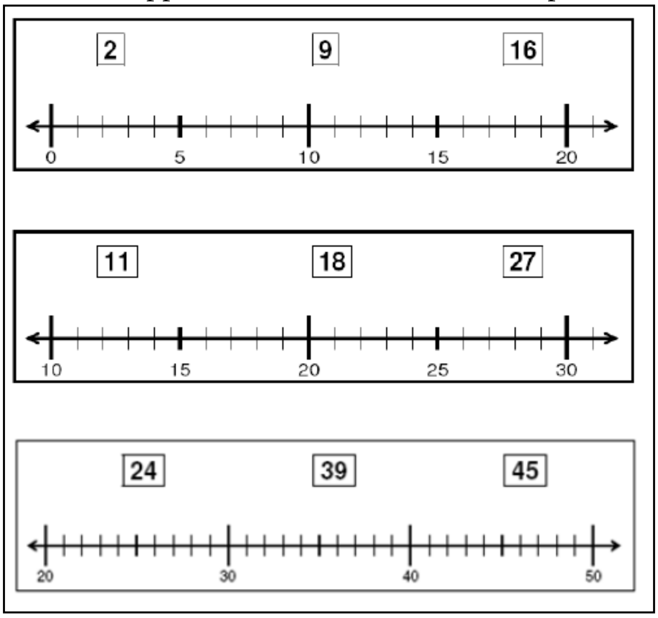
På oppgave 5 lykkes tre av ti elever under kritisk grense, mens nesten syv av ti elever klarer oppgaven når vi ser på populasjonen totalt sett. Dette kan skyldes at elevene under kritisk grense ikke har etablert fem som enhet. En annen mulighet er at de har telt en for en i oppgave 2, og dermed fått for liten tid til oppgave 3 og 4. Et intervju med elevene vil avdekke dette (op.cit.) og lærerne blir derfor anbefalt å gjøre det i etterkant av kartleggingen.

I veiledningen til Regneprøven legges det vekt på at elevene må utvikle en solid forståelse av tallene. De må bli kjent med tallene både i form av en grupperingsmodell og en lineær modell. Resultatene på side 3 i Regneprøven kan antyde at elevene under kritisk grense sliter med tallenes oppbygning i tiere og enere. Dette inntrykket forsterkes ved å se på løsningsfrekvensen til oppgavene på side 12 i Regneprøven for 2. trinn, hvor tall skal deles opp i tiere og enere. Elevene under kritisk grense har en betydelig lavere løsningsprosent enn når alle elevene sees under ett (op.cit., s.12):

Tabell 6 Andel elever som svarer riktig på to oppgaver på side 12.

Oppgave	Alle	KG
28 = 20 + ___	79 %	29 %
17 = ___ + 7	67 %	16 %

Hva kan vi gjøre for de elevene som har vansker med denne typen oppgaver? Utviklerne av Regneprøven mener det er avgjørende for den videre matematikkopplæringen at elevene får et godt grep om tallsystemets tierstruktur og blir fortrolige med å veksle mellom ti som enere og en tier (Alseth et al., 2009). Dette blir oppfattet som et fundamentalt aspekt ved tallforståelsen og peker seg ut som det mest sentrale punktet ved så å si alle regnemetoder. Elevene må få rikelig anledning til å jobbe med de matematiske ideene som ligger bak tallsystemets tierstruktur gjennom å arbeide med konkreter, penger og med tallordene. Ved hjelp av konkreter kan elevene for eksempel lage tierstaver ved opptelling av unifix-kuber. De kan bruke penger når de leker butikk. Da kan læreren legge til rette for at de må veksle mellom femmere, tiere og kronestykker. Det er også viktig å bruke tallordene til å telle. Elevene bør telle opp til 100 og ned igjen, telle med 10 om gangen og telle med ti om gangen fra et vilkårlig tall. De bør telle både framover og bakover.



Figur 9 Regneprøven 2. trinn s. 5: Tegn strek til riktig sted.

I lærerveiledningen (Utdanningsdirektoratet, 2008a) får lærerne flere tips til hvordan de kan legge til rette for læring når det gjelder tallsystemets tierstruktur.

3.5.2 Lineær modell

Når det gjelder den lineære forståelsen kartlegges denne blant annet på side 5 i Regneprøven for 2. trinn. Tabell 7 viser hvor mange elever som svarte riktig på den midterste oppgaven på hver av de tre tallinjene:

Tabell 7 Andel elever som svarer riktig på side 5.

Oppgave	Alle	KG
”9”	91 %	72 %
”18”	86 %	49 %
”39”	75 %	26 %

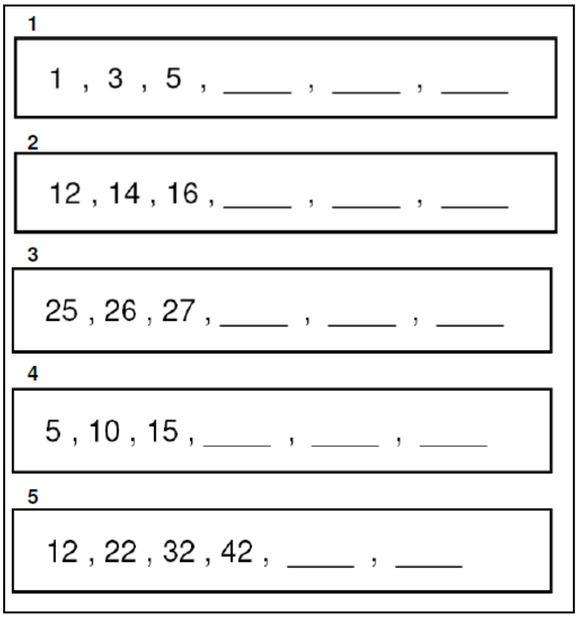
Nesten tre av ti elever under kritisk grense klarer ikke å plassere 9 på riktig plass, noe som må sies å være en forholdsvis enkel oppgave. Feilprosenten blant elevene under kritisk grense øker betraktelig til neste oppgave. Snaut halvparten av elevene under kritisk grense klarer å plassere 18 riktig på tallinja, mens løsningsfrekvensen ligger på 86 % når alle elevene sees under ett. Denne oppgaven er vanskeligere enn den første fordi tallinja starter på 10 og ikke på 0.

Hver fjerde elev under kritisk grense klart å plassere 39 på tallinja. Dette kan skyldes at tallene har blitt større og at elevene blir usikre på grunn av det, eller at elevene har fått dårlig tid fordi de har brukt lang tid på å telle seg frem til svarene på de foregående oppgavene (Alseth et al., 2009). Det blir viktig å gjennomføre et intervju med eleven for å kunne gjøre seg opp en mening om hva elevens utfordring består i.

Hvis elevene har en dårlig lineær tallforståelse bør de:

> *… arbeide mye med tallinjer og tallrekker. De bør lese av tallinjer, plassere tall på tallinjer, rangere tall med eller uten tallinjer, si hvilket tall det er som kommer umiddelbart før og etter et oppgitt tall med mer. Om elevene sliter med dette, kan de arbeide med en perlesnor før de går over til tallinjer. For å stimulere elever til å gå over til mer effektive metoder enn å telle enerstreker på tallinjene, bør tallinjene etter hvert ha færre streker, for eksempel kun en strek ved hver femmer eller hver tier. Etter det kan elevene arbeide med tallinjer helt uten streker, såkalte ”tomme tallinjer”* (Alseth et al., 2009, s.17).

Også på dette området kan lærerne finne mange ideer i lærerveiledningen. Jeg legger ellers merke til at mye av tenkningen rundt tallinjer samsvarer med Anghileri (2006).



Figur 10 Regneprøve 2. trinn s.10: Fortsett rekkene.

3.5.3 Tellestrategier

Tungvinte tellestrategier er et sentralt kjennetegn når den matematiske utviklingen stagnerer (Denvir & Brown, 1986a; Ostad, 2008c; Wright et al., 2006). Det er som nevnt i kapittel 3.4 et sentralt mål med Regneprøven å identifisere de elevene som har tungvinte tellestrategier. På side 10 i Regneprøven skal elevene telle med ett, to, fem og ti tellesteg, og det er derfor interessant å reflektere over forskningsresultatene knyttet til tellestrategier i lys av det faktum at denne oppgaven faller vanskelig for de elevene som er under kritisk grense:

Tabell 8 Andel elever som svarer riktig på side 10.

Oppgave	Alle	KG
1	84 %	62 %
2	80 %	45 %
3	70 %	25 %
4	61 %	6 %
5	58 %	6 %

Tabell 8 viser at nesten fire av ti elever under kritisk grense gjør feil når de i oppgave 1 skal telle med to om gangen fra fem. Over halvparten klarer ikke å telle med to om gangen fra seksten og bare en av fire klarer oppgave 3, hvor de skal telle med en om gangen fra 27. De tilsvarende tallene for populasjonen samlet er mye bedre. Disse resultatene kan tyde på at elevene ikke behersker effektive tellestrategier (Alseth et al., 2009). Det å telle med to, fem og ti om gangen er svært vesentlig kunnskap når det gjelder å gå over fra å telle en og en til effektive regnestrategier. At elevene ikke klarer oppgave 3 tyder ifølge utviklerne på at de er usikre når tallene blir store. I denne oppgaven skal elevene telle med en og en, så det kan ikke være tellestegene som er utfordringen. Dette inntrykket forsterkes ved at 72 % av elevene under kritisk grense klarer å rangere fem tall i tallområdet 10-20, mens det bare er 21 % som gjør dette riktig i tallområdet 25-50 (op.cit.). Her siktes det antakelig til side 11 i Regneprøven for 2. trinn, hvor elevene skal rangere fem tall. I oppgave 1 er tallene hentet fra tallområdet 10-20, i oppgave 2 fra området 9-21 og i oppgave 3 skal elevene rangere fem tall i tallområdet 25-50. For alle elevene samlet er løsningsfrekvensen henholdsvis 93 %, 87 % og 73 %.

Det er også en mulighet at elevene sliter med å skrive tallene, og at de har bedre telleferdigheter hvis de kan løse oppgaven muntlig. Dette kan sjekkes ut i et intervju. Hvis de har gode muntlige telleferdigheter og ikke får til disse oppgavene blir det viktig å fokusere på tallskriving.

I den nasjonale gjennomføringen savner jeg data på hvor mange som har forsøkt på oppgaven uten å lykkes, i forhold til hvor mange som ikke har svart i det hele tatt. Det kunne gitt oss kunnskap om hvor mange elever som har lite effektive strategier. Hvis elevene jobber sent kan det medføre at de ikke kommer til oppgave 3 på side 8 og side16, og det er grunnen til at mange under kritisk grense ikke har fått til disse oppgavene.

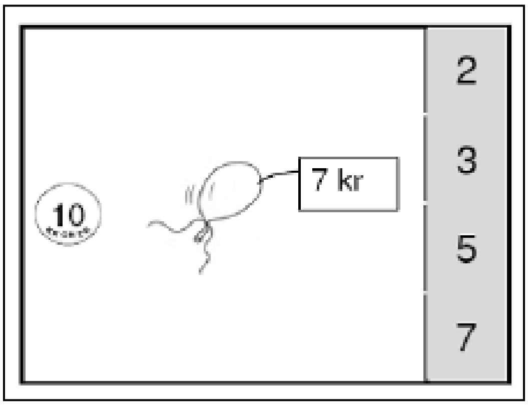
3.5.4 Regneferdigheter

På den siste siden i Regneprøven for 2. trinn skal elevene løse seks forskjellige regneoppgaver. Dette er en flervalgsoppgave hvor elevene får fire alternativer til hver oppgave. Her ser vi også at elevene under kritisk grense har en løsningsfrekvens som avviker betydelig fra resten av elevene.

Tabell 9 Andel elever som svarer riktig på side 14.

Oppgave	Alle	KG
3+6	93 %	81 %
14+4	85 %	55 %
27+8	68 %	37 %
10-3	83 %	54 %
15-8	58 %	23 %
35-12	42 %	9 %

Åtte av ti elever under kritisk grense klarer å løse 3 + 6, mens Tabell 9 viser at antall elever som svarer riktig synker allerede på den andre oppgaven. Ifølge Alseth et al. (op.cit.) viser dette at elevene behersker tallområdet under 10, og at de forstår oppgavestrukturene. Men siden det er grunn til å anta at elevene under kritisk grense løser mange av oppgavene ved å telle seg fram en for en, vil de få problemer når tallene blir større. Denne antakelsen styrkes ved at gjennomsnittseleven under kritisk grense fra oppgave 2 til 6 har en løsningsfrekvens som ligger omtrent 30 % under en gjennomsnittselev på 2. trinn.



Figur 11 Den første oppgaven på side 8 i Regneprøven.

I Tabell 9 ser vi at bare litt over halvparten av elevene under kritisk grense klarer å løse 10-3, til tross for at det er relativt små tall. Dette kan forklares med at subtraksjonsoppgavene kommer til slutt og at elevene har brukt lang tid på de første oppgavene. Men når vi sammenlikner med side 8 i Regneprøven ser vi at dette kan ha en annen årsak. I den aller første oppgaven på side 8 skal eleven finne ut hvor mye penger de har igjen hvis de har med seg 10 kroner og kjøper en ballong til 7 kroner. 62 % av elevene under kritisk grense fikk riktig svar på denne oppgaven, mens 87 % av elevgruppen samlet fikk til oppgaven. Dette tyder på at elevene under kritisk grense sliter mer med subtraksjon enn addisjon, og at det også er en vesentlig grunn til at subtraksjonsoppgavene på side 14 faller vanskeligere enn addisjonsoppgavene. Det kan synes som dette kommer i konflikt med funnene til Ahlberg & Hamberger (1995). Som nevnt i kapittel 2 finner de at subtraksjon i tallområdet 0-20 ikke er vanskeligere enn addisjon i tilsvarende tallområde, men at forskjellen først kommer til syne når vi opererer i tallområdet over 20.

I rapporten fra gjennomføringen av Regneprøven i 2008 ble det svake resultatet på subtraksjonsoppgavene på side 8 og 14 forklart med at:

> *(…) elevene ikke er fortrolige med tiervennene. Det kan hende de ikke har automatisert denne kunnskapen, eller så ha de ikke innsett at den kunnskapen kan brukes til disse to oppgavene* (Alseth et al., 2009, s.17).

3.5.5 Sammenfatning angående resultatene til elevene under kritisk grense

Basert på gjennomgangen av de fire sidene i Regneprøven hvor elevene under kritisk grense avviker fra resten av elevkullet konkluderer utviklerne av prøven slik:

> *En konklusjon av denne gjennomgangen er at elevene under kritisk grense viser tydelige tegn på svak tallforståelse. Dette preger deres respons på oppgavene som angår tallene både som grupperingsmodell, altså gruppert i tiere og enere, og som lineær modell. Dette preger igjen deres respons på regneoppgavene. Uten tallforståelse blir både det å bestemme antall og løse regneoppgaver i hovedsak gjort ved å telle en for en. Dette fungerer brukbart ved små tall, men det gir tungvinte metoder ved større tall. Det viktigste tiltaket for å møte disse elevenes utfordringer blir dermed å arbeide med deres tallforståelse. Noen tiltak er nevnt over, andre finnes i veiledningen til Regneprøven. Det er gjennom en økt tallforståelse at elevene kan utvikle stadig mer effektive regnestrategier. Det er også denne tallforståelsen som legger grunnlaget for elevenes videre matematikkopplæring* (Alseth et al., 2009, s.17).

Tallforståelse er etter utviklernes oppfatning nøkkelen til å utvikle effektive regnestrategier og legger grunnlaget for elevenes videre matematikkopplæring.

De fire sidene fra Regneprøven er spesielt interessante når vi studerer alle elevene samlet og sammenlikner med dem som har kommet under den kritiske grensen på 43 poeng (Alseth et al., 2009). Det hadde vært ønskelig at rapporten frigjorde slike data til alle oppgavene i Regneprøven, slik at det var mulig å undersøke om forskjellene var typiske for disse fire sidene, eller om de samme tendensene kan observeres som et gjennomgående fenomen. Ettersom jeg ikke har tilgang på slike data kan jeg ikke gå nærmere inn på dette.

4 Forskningsprosessen

Forskningsdesignet har betydning for hvilke data jeg får tilgang til, hvilke tolkninger det er mulig å foreta og resultatene jeg kommer til. I ethvert forskningsarbeid er det derfor viktig å være eksplisitt og transparent på hvordan data er samlet inn og analysert og hvilke metoder som er anvendt.

I kapittel 4.1 beskriver jeg mitt ståsted og hvilke betydning det kan ha for de tolkningene jeg foretar senere i oppgaven.

I kapittel 4.2 beskriver jeg forskningsdesignet og hvilke vurderinger jeg har foretatt i forhold til valg av metoder. Forskningsarbeidet mitt består av en kvalitativ og en kvantitativ del. Den kvalitative delen er en analyse av Regneprøven i forhold til aktuell forskning og den gjeldende læreplanen. Den kvantitative delen er en analyse av 90 elevers besvarelser på Regneprøven.

I kapittel 4.3-4.4 beskriver jeg hvordan jeg har samlet inn, behandlet og analysert dataene mine.

4.1 Mitt ståsted

Mitt ståsted vil påvirke de tolkningene jeg foretar i denne oppgaven. Jeg vil derfor gjøre mest mulig tydelig for leseren hvem jeg er og hvilke forhold som kan antas å påvirke mine tolkninger og konklusjoner.

Som elev i grunnskolen og videregående skole forsøkte jeg å lære matematikk gjennom å gjenkalle algoritmer. Resultatene var aldri strålende, men jeg hang rimelig greit med til jeg kom på videregående skole. Da ble det for mye å huske, og resultatene svingte fra det helt store til det begredelige. Jeg måtte stadig oftere spørre min far om hjelp med hjemmearbeid og i forberedelser til prøver. Han stilte spørsmål i stedet for å forklare og tegnet illustrasjoner i stedet for å hente frem formler. Gradvis ble jeg i stand til å nærme meg utfordringene fra andre synsvinkler enn ved å hente frem en bestemt algoritme.

Midt på 90-tallet studerte jeg matematikk som en del av min allmennlærerutdanning. Det konstruktivistiske paradigmet var toneangivende i litteraturen på den tiden. Jeg hadde stor tro på de læringsteoretiske perspektivene som ble trukket opp innenfor dette paradigmet og ut fra dette la jeg mer vekt på forståelse enn algoritmer. Dette hang nok sammen med hvordan jeg hadde opplevd matematikk som skoleelev, og det som hadde skjedd med min læring og holdning til faget da jeg begynte å fokusere på forståelse i stedet for algoritmer.

Samtidig opplevde jeg en kontrast mellom innholdet i de didaktiske kursene og den undervisningen jeg møtte som student. Jeg opplevde at flere kurs var preget av gjenkalling av algoritmer og formler, også i tilfeller hvor det etter min mening var lettere å lage en tegning enn å huske en formel. Det reiste mange spørsmål: Lærer elever i grunnskolen annerledes enn voksne studenter? Har ikke voksne samme behov som barn for å undre seg, undersøke og diskutere? Hvorfor legges det i mange kurs så stor vekt på å huske og gjenkalle algoritmer når jeg i didaktikken læres opp til å jobbe annerledes med elever?

Mine svar var preget av at jeg plasserte meg selv i et konstruktivistisk paradigme og tenkte at elevene måtte møte problemorienterte situasjoner som skapte kognitive konflikter og gjennom det la grunnlaget for læring. Når jeg tok spørsmålene opp til debatt erfarte jeg at andre studenter og forelesere hadde andre perspektiver på læring. Jeg oppfatter i dag at de mange diskusjonene omkring dette bidro til at jeg utviklet et kritisk blikk på hvordan jeg selv og andre lærer og legger til rette for læring i matematikk. Jeg ble oppmerksom på at mine antakelser om læring styrer mine didaktiske valg. Det ble viktig for meg å undersøke hva jeg selv verdsetter, hvilke begrunnelser jeg legger vekt på og hvilke forutsetninger mine forestillinger om læring hviler på.

Som ny lærer var det vanskelig å håndtere mine tanker om matematikklæring i praksis. Da Landslaget for matematikk i skolen (LAMIS) ble opprettet i 1997 var jeg nyutdannet. I perioden 1998-2001[21] deltok jeg på sommerkursene som ble arrangert. Her møtte jeg mange fagpersoner som inspirerte meg til å ha tro på de perspektivene jeg hadde, selv om det opplevdes som krevende.

I 2004 ble jeg med da Universitetet i Agder (UiA) startet opp forsknings- og utviklingsprosjektene LCM [22] og IKTML[23]. Sammen med kolleger og didaktikere jobbet vi for å utvikle vår egen undervisning. De grunnleggende ideene var å skape læringsfellesskap preget av en utforskende og problemorientert tilnærming til matematikkfaget (Jaworski et al., 2007). Prosjektene ble avløst av ”Teaching Better Mathematics” (TBM), som bygde videre på det samme grunnsynet. Som prosjektdeltaker opplevde at jeg dette var en videreføring av det private utviklingsprosjektet som startet med spørsmålene jeg stilte meg som lærerstudent. Prosjektene fokuserte på hvordan lærere og elever sammen kan sette i gang utforskningsprosesser og skape rom for undring og samtaler. Prosjektet var situert innenfor et sosiokulturelt paradigme (Jaworski et al., 2007).

I lærende fellesskap er det et ideal at deltakerne legger sine tanker og forestillinger åpent ut. I forbindelse med denne oppgaven synes jeg det er interessant blant annet fordi læreren får informasjon om elevenes begreper, forståelse, misoppfatninger osv. I mange tilfeller opplever jeg at dette gir et bedre vurderingsgrunnlag enn skriftlige prøver gjør. Når læreren får tilgang til elevens undringer, forklaringer og begrunnelser er det også mulig å bruke den innsikten for å peke ut en kurs fremover, vurdering *for* læring (Black et al., 2003; Boaler, 2008; Peltenburg et al., 2009). Dette var noe jeg var opptatt av allerede da jeg begynte som lærer. Jeg var kritisk til skriftlige prøver og kartleggingsprøvers verdi og i noen grad kuttet jeg også ut å gjennomføre slike prøver. Samtidig opplevde jeg at det var vanskelig å gjennomføre andre vurderingsformer med kvalitet, for eksempel mappevurdering. I dag har jeg flyttet meg fra å ha stor motstand mot kartleggingsprøver til å tenke at de kan og bør være en del av lærernes didaktiske verktøykasse. Skriftlige prøver kan gi viktige bidrag og gi grunnlag for ta faglige momenter tilbake til læringsfellesskapet og gjøre dem til gjenstand for videre utforskning. I dag ser jeg på kartleggingsprøver som en naturlig del av en utforskende tilnærming til læring, men ser samtidig at omfanget ikke må bli så stort at prøvene tar verdifull tid fra andre læringsaktiviter (Boaler, 2008).

I 2006 begynte jeg på mastergradsstudiet i matematikkdidaktikk. I studiene har jeg spesielt interessert meg for matematikkens historie og har blant annet skrevet en oppgave om Arkimedes. I studier av historiske fenomener har jeg mer og mer interessert meg for hvilke fortolkninger og antakelser som ligger til grunn for fremstillinger. I oppgaven om Arkimedes var det sentralt å vurdere en populærvitenskapelig historisk fremstilling opp mot primærkilder. Dette opplevde jeg som en krevende, men lærerik prosess. Jeg antar at det er denne kritiske holdningen som har gjort at jeg i denne oppgaven har valgt å ikke uten videre

[21] I 2001 ble det ikke arrangert sommerkurs i regi av LAMIS på grunn av nordisk matematikklærerkonferanse på Island.
[22] LCM: Læringsfellesskap i matematikk
[23] IKTML: IKT og læring i matematikk

akseptere rammeverket for Regneprøven og utsagnene om at forskningen det henvises til er forholdsvis samstemt. Jeg har kjent på et behov for å undersøke dette nærmere. Drivkraften har først og fremst vært min egen læring og ikke at jeg i utgangspunktet forventet at rammeverket ikke holder faglig mål eller at påstanden ikke er holdbar.

4.2 Forskningsdesign

En vanlig inndeling er å skille mellom kvalitativ og kvantitativ innhenting av data (Fuglseth & Skogen, 2006). Kvantitative data samles ved å telle og måle og innhentes oftest med den intensjonen at dataene skal bidra til å gi breddekunnskap. Kvalitative data samles med tanke på dybdekunnskap og metoder som kildegranskning, observasjon og intervju kan benyttes.

I dette studiet bruker jeg både kvalitative og kvantitative metoder for datainnsamling. For å undersøke om det er samsvar mellom det teoretiske grunnlaget og rammeverket for Regneprøven har jeg brukt en kildekritisk metode (op.cit). I kapittel 5 undersøker jeg om det er konsistens mellom de ulike rammeverkene som beskriver barns utvikling av tallforståelse og regneferdighet, slik utviklerne av Regneprøven hevder (se kapittel 2.2).

I kapittel 5 bruker jeg også en kildekritisk metode for å undersøke om Regneprøven kartlegger de målene fra læreplanen som oppgis i rammeverket.

Selve kildeutvalget er klart og tydelig definert, ettersom jeg skal forholde meg til et utvalg av kilder som er eksplisitt oppgitt av utviklerne av Regneprøven (se kapittel 2.2). Innenfor kildekritikk er det viktig å sammenlikne flere kilder. I kapittel 2 har jeg derfor presentert kilder som ikke inngår i det teoretiske grunnlaget. Jeg har lagt vekt på å finne kilder som både støtter og utfordrer de kildene som utgjør det teoretiske grunnlaget. For eksempel oppfatter jeg at Ostad (2008c) i stor grad støtter og utfyller det teoretiske grunnlaget, mens jeg i kapittel 7 vil diskutere hvordan Schmittau (2003) trekker opp perspektiver som kan utfordre de kildene utviklerne av Regneprøven viser til.

En kildekritisk metode innebærer at jeg må involvere meg selv og min egen forståelse når jeg skal avgjøre om resultatene mine er holdbare. For å gjøre det mest mulig tydelig for leseren hvilke fortolkningstilbøyeligheter jeg kan ha har jeg presentert mitt ståsted i kapittel 4.1. Innenfor kildegranskning kommer vi langt med vanlig kritisk sans og sunn fornuft (Fuglseth & Skogen, 2006), men det er viktig å kunne dokumentere påstander slik at andre raskt kan kontrollere det jeg skriver. I kapittel 7 diskuterer jeg holdbarheten til mine resultater ut fra dette perspektivet.

I kapittel 6 presenterer jeg mine kvantitative data, som består av regnearkanalyser av 90 elevers besvarelser på Regneprøven. De metodiske valgene er foretatt med henblikk på at fremstillingene skulle gi informasjon til de lærerne som underviste elevene og danne grunnlag for felles refleksjon blant lærerne. Det har vært et mål å kunne komme inn på faglige drøftinger, og derfor har jeg lagt vekt på hvilken informasjon Regneprøven kan gi om elevenes besvarelser på de ulike oppgavetypene.

Valg av metode har i stor grad gitt seg selv ut fra forskningsspørsmålene mine. Ut fra dette, og det faktum at jeg bruker en blanding av kvantitative og kvalitative metoder, er det kanskje grunnlag for å plassere studien i et pragmatisk paradigme (Mertens, 2005), hvor metodologiske vurderinger først og fremst tar hensyn til om metoden virker eller ikke. Et annet kjennetegn på dette paradigmet er at både kvalitative og kvantitative metoder benyttes.

4.3 Behandling av kvalitative data - Regneprøven i forhold til LK06

Utviklerne av Regneprøven gjør rede for hvilke kompetansemål i LK06 det er hensikten å kartlegge ved hjelp av prøven. For hvert kompetansemål er det presisert hvordan det fortolkes i Regneprøven. Det er også gitt eksempler på oppgaver som er designet for å kartlegge elevens kompetanse ut fra den fortolkningen som er foretatt. Samtidig blir lærerne henvist til hvilke sider i prøveheftet som er ment å prøve de forskjellige kompetansemålene. Oversikten er kalt for "Rammeverket for Regneprøven" (Alseth et al., 2007; Alseth et al., 2009; Utdanningsdirektoratet, 2008a; Utdanningsdirektoratet, 2008b) og gir lærerne mulighet til å sammenlikne elevenes resultater med kompetansemålene.

I rammeverket til Regneprøven er kompetansene presisert og organisert i tre kategorier:

- Telling og tallrelasjoner.
- Gruppering og oppdeling.
- Regning og oppgavestrukturer.

Rammeverket til Regneprøven tar utgangspunkt i et utvalg av kompetansemålene fra matematikkplanen for 2. trinn i LK06. Fra målområdet **Tall** blir det satt seks mål for opplæringen av elevene:

1. Telle til 100, dele opp og bygge mengder opp til 10, sette sammen og dele opp tiergrupper.
2. Bruke tallinja til beregninger og til å vise tallstørrelser.
3. Gjøre overslag over mengder, telle opp, sammenligne tall og uttrykke tallstørrelser på varierte måter.
4. Utvikle og bruke varierte regnestrategier for addisjon og subtraksjon av tosifret tall.
5. Soble og halvere.
6. Kjenne igjen, samtale og videreføre strukturer i enkle tallmønstre.

I tillegg er det inkludert et mål fra målområdet **Måling**:

7. Kjenne igjen de norske myntene og bruke dem i kjøp og salg.

Regneprøven inneholder ingen oppgaver fra områdene geometri, måling eller statistikk. Det påpekes i lærerveiledningen at disse områdene er en viktig del av matematikkfaget (Utdanningsdirektoratet, 2008a) og at de etter lærerplanen skal ha sin rettmessige plass i undervisningen.

Innenfor målområdet **geometri** er det tre kompetansemål etter 2. trinn:

- *"kjenne igjen og beskrive trekk ved enkle to- og tredimensjonale figurar i samband med hjørne, kantar og flater, og sortere og setje namn på figurane etter desse trekka*
- *kjenne att og bruke spegelsymmetri i praktiske situasjonar*
- *lage og utforske enkle geometriske mønster og beskrive dei munnleg"*

Innenfor området **statistikk** er det ett kompetansemål etter 2. trinn:

- *"samle, sortere, notere og illustrere enkle data med teljestrekar, tabellar og søylediagram"*

Innenfor området **måling** er det tre kompetansemål, hvorav det siste er tatt med i Regneprøven:

- *"samanlikne storleikar som gjeld lengd og areal, ved hjelp av høvelege måleiningar*
- *nemne dagar, månader og enkle klokkeslett*
- *kjenne att dei norske myntane og bruke dei i kjøp og sal"*

Nesten halvparten av kompetansemålene etter 2. trinn finner vi innen området tall. Rammeverket for Regneprøven tar utgangspunkt i syv av fjorten kompetansemål etter 2. trinn.

De kompetansemålene fra LK06 som rammeverket oppgir har jeg delt opp og gitt hver del av kompetansemålet et nummer. Da kan jeg i analysen identifisere de ulike delmomentene i hvert kompetansemål og gi en nøyaktig henvisning. Hver del omtales som delmål.

Tabell 10 Kompetansemålene delt opp og nummerert.

Mål	A	b	c	d	E
1	telle til 100,	dele opp …	… og bygge mengder opp til 10,	sette sammen…	… og dele opp tiergrupper
2	bruke tallinja til beregninger	og til å vise tallstørrelser			
3	gjøre overslag over mengder,	telle opp,	sammenligne tall	og uttrykke tallstørrelser på varierte måter	
4	utvikle…	… og bruke varierte regnestrategier for addisjon og subtraksjon av tosifret tall			
5	doble…	… og halvere			
6	kjenne igjen,	samtale…	… og videreføre strukturer i enkle tallmønstre		
7	kjenne igjen de norske myntene	… og bruke dem i kjøp og salg			

Denne matrisen deler kompetansemålene i mindre delmål. Hovedbegrunnelsen for å gjøre dette er at Regneprøvens rammeverk deler opp kompetansemålene (se Tabell 11-Tabell 13). Ved å dele opp kompetansemålene og gi dem et nummer kan jeg kople rammeverket opp mot læreplanverket. Jeg deler kompetansemålene opp i litt større grad enn rammeverket for å kunne gjennomføre en mer detaljert analyse. En slik oppdeling er likevel ikke uproblematisk, blant annet fordi noen delmål er vevd så tett sammen at det er vanskelig å skille dem fra hverandre. For eksempel er det vanskelig å skille mellom *å <u>utvikle</u>* (4a) *og <u>bruke</u> varierte regnestrategier for addisjon og subtraksjon av tosifret tall* (4b). Dette forbeholdet vil jeg ta med meg videre i forhold til oppdelingen av kompetansemålene fra LK06 i mindre delmål.

Som vi så i kapittel 2 er det mulig å tolke kompetansemålene både bredt og snevert (Utdanningsdirektoratet, 2011). Regneprøven har hovedsakelig valgt ut kompetansemålene fra ett av fire områder av matematikkplanen i LK06, og ved å ta i bruk Tabell 10 i analysen fokuserer jeg på delmål av kompetansemålene. Dette kan føre til en innsnevring av kompetanseforståelsen (se kapittel 2.2.3). Siden jeg ønsker å formidle et bredt syn på matematisk kompetanse ser jeg at det blir viktig å se analysen i et bredere perspektiv. I kapittel 7 vil jeg ta opp igjen dette perspektivet.

I rammeverket for Regneprøven (Tabell 11-Tabell 13) har jeg under overskriften "Kunnskapsløftet" lagt inn tallkodene fra Tabell 10 på de kompetansene som det blir oppgitt at prøven kartlegger. Det er dermed mulig å foreta en analyse av Regneprøven og foreta en vurdering av om prøven kartlegger de kompetansene som legges til grunn.

Tabell 11 Rammeverket for området Telling og tallrelasjoner.

Telling og tallrelasjoner			
Kunnskapsløftet	**Presisering**	**Oppgaveeksempler**	**Hefteside**
Telle til 100, gjøre overslag over mengder, telle opp (1a-3a-3b)[24]	Telle til 20, framover og bakover, og til 100	Hvor mange er det her? (<20 og <100)	3,4
	Skrive tall før og etter	Hvilket tall kommer før, hvilket kommer etter?	9,10
Bruke tallinja til beregninger, og kjenne igjen, samtale om og videreføre strukturer i enkle tallmønstre (2a – 6a – 6b – 6c)	Telle med 1, 2, 5 og 10 om gangen	Fortsett rekkene: • 2,4,6… • 5,10,15... • 136,126,116…	9,10
Sammenligne tall (3c)	Rangere tall	Skriv tallene i stigende rekkefølge • 29 – 42 – 38 - 26 – 35	11
	Sammenlikne mengder	Sett ring der det er flest	4
	Sammenligne to tall	Sett ring rundt det største tallet	4
Bruke tallinja til beregninger og til å vise tallstørrelser (2a – 2b)	Plassere tall og lese av på tallinja	Tegn strek fra hvert tall til riktig sted på tallinja	5
Uttrykke tallstørrelser på varierte måter (3d)	Uttrykke antall med konkreter, tallsymboler og på tallinje	• Tegn ring rundt konkreter • Skriv antall med tallsymbol • Knytte tall til tallinje	5,6,7,9, 10,11,12, 13

Tabell 12 Rammeverket for området Gruppering og oppdeling.

Gruppering og oppdeling			
Kunnskapsløftet	**Presisering**	**Oppgaveeksempler**	**Hefteside**
Dele opp og bygge mengder opp til 10 (1b – 1c)	Oppdeling av tall opp til 10	Hvor mye mangler på 10?	8,13,14
Sette samme og dele opp tiergrupper (1d – 1e) Telle til 100 (1a) Gjøre overslag over mengder, telle opp (3a – 3b)	Telle opp en større mengde • ugruppert • gruppert, tier synlig • gruppert, tier ikke synlig	Hvor mange er det her?	3
	Rangere tall med konkreter	Hvor er det flest?	4
	Dele tall i tiere og enere	Del tallet i tiere og enere	8,12
	Del mengde i to	Finn halvparten	6
Kjenne igjen de norske myntene (7a)	Bruke grupperingen i 5-ere og 10-ere til å bestemme beløp	• Hvor mange penger er det her? • Hvor er det mest penger?	4
	Regne med penger	• Legg sammen beløp • Hvor mye penger har du igjen etter handel?	7,8

[24] Kodingen i forhold til kompetansemålene er foretatt av undertegnede. Resten av rammeverket er en gjengivelse fra lærerveiledningene til Regneprøven.

Tabell 13 Rammeverket for området Regning og oppgavestrukturer.

Regning og oppgavestrukturer			
Kunnskapsløftet	**Presisering**	**Oppgaveeksempler**	**Hefteside**
Utvikle og bruke varierte regnestrategier for addisjon og subtraksjon av tosifrete tall (4a – 4b)	Addere og subtrahere ensifrede tall fra tall opp til 100 med symboler	• Regn ut 47+6, 47-6 • Hvilket tall mangler: 9 = _+5	7,8,10, 12,13,14
	Addere og subtrahere med hele tiere	Regn ut • 36+ 10, 36-10	10,13
	Kontekst, subtraksjon	Du har 20 kroner og kjøper en kopp til 14 kr. Hvor mye har du igjen?	8
	Kontekst, addisjon	En bil koster 5 kr og en båt 8 kr. Hvor mye koster de til sammen?	7
Doble og halvere (5a – 5b)	Halvere tosifrete tall	Finne halvparten mengde og av tall	6

Tabell 10 tar utgangspunkt i de kompetansemålene fra læreplanen som Regneprøven skal kartlegge. I rammeverket for Regneprøven finner jeg ikke delmålet å *bruke de norske myntene i kjøp og salg* (7b). Ellers legger rammeverket opp til at alle de andre kompetansene skal bli kartlagt gjennom Regneprøven.

Jeg har vært usikker på hvordan jeg skal tolke rammeverkets ”presisering”. Er presiseringen et utvalg i forhold til hva Regneprøven skal kartlegge av de oppgitte kompetansemålene? Eller skal presiseringene forstås som en utdyping av de aktuelle kompetansemålene fra læreplanverket?

Når rammeverket presiserer delmålene fra LK06 formuleres det slik: ”*I forhold til utviklingen av oppgaver til kartleggingen har det imidlertid vært nødvendig med en noe mer detaljert presisering av kompetansemålene…”* (Utdanningsdirektoratet, 2008b, s.16) og ”*Kompetansene er organisert og presisert under nøkkelbegrepene Telling og tallrelasjoner, Oppdeling og gruppering og Regning og oppgavestrukturer.”*(Utdanningsdirektoratet, 2008a, s.15) .

Ut fra disse to sitatene oppfatter jeg at presiseringene i rammeverket er ment som en tydeliggjøring av hva kompetansemålene i LK06. I fortsettelsen tolker jeg derfor presiseringene slik.

4.4 Behandling av kvantitative data fra gjennomføringen av Regneprøven

I mitt feltarbeid har jeg samlet data fra gjennomføringen av Regneprøven på tre forskjellige skoler i mai 2009 og mai 2010. Skoleåret 2009-2010 har jeg deltatt i et utviklingsprosjekt hvor skolene med utgangspunkt i Regneprøven har satt søkelyset på sin egen matematikkundervisning. Prosjektperioden defineres i denne sammenheng til å gå fra mai 2009 til mai 2010.

4.4.1 Presentasjon av skolene

Skolene som er med i datamaterialet blir i fortsettelsen omtalt som Havglimt, Fjellro og Heia skole. Alle tre skolene er lokalisert i en kystkommune i Sør-Norge. De tre skolene har et nært samarbeid, blant annet når det gjelder faglig utviklingsarbeid.

Havglimt skolen har omkring 60 elever fra 1.-7.klasse. Fjellro skole har omkring 25 elever fra 1.-4.klasse. En stor del av undervisningen på disse to skolene foregår i aldersblandede grupper. I matematikk varierer det om elevene mottar undervisning i aldersblandede grupper eller ikke.

Heia skole har omkring 200 elever fra 1.-10.klasse. Undervisningen foregår klassevis, selv om det i noen perioder kan forekomme aldersblandet undervisning.

4.4.2 Min rolle i utviklingsprosjektet

I prosjektperioden deltok jeg i et utviklingsarbeid for lærerne på 1. – 4. trinn på de tre skolene. Arbeidet ble organisert og ledet i samarbeid mellom meg og en gruppe lærere: Tor, Edvard, Idun og Line.

Opprinnelig hadde jeg tenkt å forske på lærernes refleksjoner omkring Regneprøven. Det ble derfor tatt lyd- og videoopptak på en del av lærersamlingene. Som nevnt har forskningsspørsmålene endret seg underveis i prosessen og opptakene er ikke relevante i forhold til de nye forskingsspørsmålene. En annen konsekvens av denne endringen er at min rolle i utviklingsarbeidet får mindre betydning i forhold til analysen av data enn hvis jeg skulle analysert samtaler jeg selv både hadde initiert og vært med å lede.

4.4.3 Beskrivelse av datainnsamlingen

Våren 2009 begynte jeg for første gang å jobbe med Regneprøven sammen med Line. Hun lagde et regneark hvor vi la inn resultatene fra prøven. Elevene ble sortert etter antall poeng de fikk på prøven. Vi så etter hvilke elever som var under kritisk grense og hvilke oppgaver elevene samlet sett hadde høy eller lav løsningsfrekvens på. Vi samlet også inn alle elevbesvarelsene og gikk gjennom de vurderingene lærerne hadde foretatt, for å se om det var store sprik i vurderingspraksisen. Det viste seg at det varierte hvordan lærerne hadde forholdt seg til tidsfristene på de ulike oppgavene. Noen lærere hadde gitt litt ekstra tid, mens andre hadde vært nøye med å følge den oppgitte tiden. Det var også forskjeller i hvordan det var tilrettelagt for elever som har utfordringer i matematikkfaget. Noen elever hadde fått bruke konkretiseringsmateriell, mens andre ikke hadde fått anledning til det. Vi fant også ut at noen lærere hadde gitt for eksempel 0,5 poeng på en oppgave, til tross for at lærerveiledningen var tydelig på at det skulle gis enten 0 eller 1 poeng. Line gikk gjennom alle prøvene og sikret at prøvene ble rettet etter de samme prinsippene. Selve gjennomføringen var det imidlertid ikke mulig å gjøre om igjen. Dette kan ha betydning for resultatene mine, da det knytter seg en viss usikkerhet til gjennomføringen av Regneprøven 2009.

I mai 2009 arrangerte vi et møte med matematikklærerne ved de tre skolene Fjellro, Havglimt og Heia. Vi pekte på våre funn i forhold til ulike praksiser i forbindelse med gjennomføringen av prøven og det ble konkludert med at det var nødvendig å ta en gjennomgang på dette før prøven i 2010 skulle gjennomføres. Poenget med tidsfrister på hver oppgave ble spesielt understreket. I møtet diskuterte vi også hvilke elever vi hadde blitt oppmerksomme på gjennom arbeidet med regnearket. Det ble laget en liste med de elevene som lærerne var spesielt oppmerksom på. Skolelederne tok dette med seg i planleggingen av det påfølgende skoleåret, spesielt med henblikk på om det burde settes inn ekstra lærerressurser i noen klasser.

På møtet dukket det blant annet opp noen spørsmål knyttet til den kritiske grensen. Lærerne lurte på hvorfor grensen var satt ved 20 %, og hvorfor den kritiske grensen på 2. trinn var endret fra 37 poeng i 2008 til 43 poeng i 2009. Det var også usikkerhet om resultatene skulle meldes inn til nasjonale myndigheter.

I etterkant av møtet ble spørsmålene avklart. Angående avskjæringspunktet på 20 % er dette tatt opp i kapittel 5.3. Her gjøres det også rede for årsaken til at den kritiske grensen ble hevet. Vi fikk også avklart at resultatene ikke skulle meldes inn til nasjonale myndigheter, men at det var hver enkelt skoles ansvar å registrere og behandle resultatene.

Samtidig foregikk det løpende samtaler om hvordan de tre skolene kunne bruke Regneprøven som en arena for utviklingsarbeid for lærerne ved småskoletrinnene på de tre skolene. De tre skolene var en del av TBM-prosjektet som ble drevet av UiA. I tillegg ble det opprettet kontakt med Sørlandet kompetansesenter (SKS). Skolene hadde tidligere hatt litt kontakt med Forum for matematikkmestring på SKS og visste at de hadde kompetanse på matematikklæring i småskolen.

Høsten 2009 startet samarbeidet mellom Sørlandet kompetansesenter og de tre skolene. Vi begynte med å diskutere hva vi skulle gjøre videre med resultatene fra Regneprøven, og hvordan vi kunne bruke Regneprøven som inspirasjonskilde til å utvikle en god og tilpasset matematikkundervisning i småskolen. Dette resulterte i en samarbeidsavtale med tre punkter:

- Jobbe for å identifisere kritiske punkter i utviklingen av elevenes matematiske forståelse.
- Utvikle et hensiktsmessig system for kartlegging av elevers forståelse og ferdigheter i matematikk.
- Lete etter gode måter å følge opp kartleggingsresultater på.

Det ble arrangert fire samlinger med lærerne på de tre skolene i løpet av skoleåret 2010/11. Hver samling varte i 1,5 time og tok opp matematikkdidaktiske temaer med utgangspunkt i Regneprøven. For å forberede og oppsummere samlingene ble det arrangerte møter i skolenes ledergruppe i matematikk. Det ble også arrangert flere samarbeidsmøter mellom Sørlandet kompetansesenter og skolene for å diskutere hva det var klokt å fokusere på. Det faglige ansvaret ble ivaretatt av skolenes faglige ledergruppe. SKS deltok på samlingene og hadde også et faglig bidrag om Numicon på den ene samlingen.

Dato	Innhold
Mai 2009	Hvilke elever har vi identifisert til å komme under kritisk grense?
08.10.2009	1. Hvem er hvem når det gjelder kartlegging? 2. Erfaringer etter gjennomføringen av Regneprøven 3. Hva kan vi lese ut av resultatene? • Hva får elevgruppen til samlet sett? • Hvilke utfordringer ser du hos enkeltelever? • Kan du se noe interessant hos enkelteelever? • Er det noen sterke sider hos de elevene som er under kritisk grense? 4. Refleksjon omkring anonym elevbesvarelse
03.11.2009	1. Avklaringer angående gjennomføringen av prøven 2. Eleven vår (oppfølging fra 08.10.2009) 3. Stasjoner • Numicon • Strategier • Lineær- og grupperingsmodell • Resultatene fra Regneprøven 4. Oppsummering
02.02.2009	1. Foredrag: Hvor er vi og hvor går vi nå? • Begrepsavklaring: ”strategier” • Observasjoner ”strategier” • Forskning på strategier 2. Kulesnora (faglig innlegg av lærer fra en annen skole) 3. Refleksjon: Hva gjør vi nå?
25.05.2010	1. Hva er det som har fungert godt når elever opplever læring? • 5 suksessfaktorer (Rapport fra gjennomføringen av Regneprøven 2008 s.14) 2. Hva la du merke til når du studerte resultatene fra skolene? 3. Lærer(e) reflekterer over en enkeltelev

Tabell 14 Samlinger for matematikklærerne skoleåret 2009/2010.

4.4.4 Videreutvikling og utvidet bruk av regnearkene

Gjennom skoleåret 2009-10 ble regnearkene utvidet og forbedret med tanke på å legge til rette for bedre databehandling og stimulere til refleksjoner blant lærerne. Før samlingen 25.05.2010 jobbet jeg mye med å presentere datamaterialet på en måte som kunne stimulere til diskusjon om noen faglige momenter, men uten at det ble mulig å sammenlikne klasser og skoler direkte. Dette fokuset ønsket vi å holde borte i denne fasen for å kunne fokusere på mer generelle trekk i datamaterialet og reflektere over hva det er som fungerer godt når elevene opplever læring. Det ble løst ved at lærerne ved hver skole fikk resultatene fra sin skole med fullt navn. I tillegg fikk de en samleoversikt med anonymiserte resultater. De kunne dermed bruke resultatene fra sin skole og identifisere sine elever i den anonymiserte samleoversikten, uten å vite hvem de andre elevene var eller hvilken skole de gikk på. På den måten kunne de også få et inntrykk av hvordan situasjonen var i sin klasse, sammenliknet med de andre skolene som deltok i utviklingsarbeidet.

Det dukket opp et behov for å samle ledelsen ved de tre skolene og peke på de utfordringene datamaterialet viste når de tre skolene ble sammenliknet. Dette møtet ble gjennomført 28.mai 2010. Skolelederne fikk innsikt i de utfordringene som datamaterialet reiste, spesielt knyttet til at det var store forskjeller fra klasse til klasse i forhold til resultatene på prøven. Hvordan kan vi på best mulig måte ta vare på lærerne? Frem til dette møtet var forskjellene mellom skolene og klassene delvis skjult for lærerne. Vi ble enige om at dataene skulle gjøres kjent for lærerne høsten 2010, men at det i første omgang burde skje lokalt på hver skole slik at lærerne kunne drøfte dette i mindre grupper.

Vi brukte også noe tid på å planlegge samlingene for skoleåret 2010/11. Siden temaet var utfordrende og gikk inn på enkeltklasser og enkeltlærere valgte jeg av hensyn til møtedeltakerne å ikke ta lydopptak fra møtet. I etterkant av møtet skrev jeg et notat som alle deltakerne har godkjent.

Høsten 2010 har skolene brukt tid på å diskutere tallmaterialet. Skoleåret 2010/11 er målet å utvikle seg på å gi kvalitativt gode tilbake- og fremovermeldinger til elever og foreldre.

4.4.5 Godkjenning fra lærere og foreldre

I mai 2010 ble det sendt ut brev til alle foreldre med barn som hadde gjennomført Regneprøven ved de tre aktuelle skolene i 2009/10. Ettersom skolene allerede inngikk i et forskningsprosjekt med Universitet i Agder hadde foreldrene underskrevet godkjenning på at det ble samlet inn data som videoopptak fra undervisningen og foretatt intervjuer med elever. Sammen med veileder vurderte jeg den gjeldende tillatelsen slik at data knyttet til Regneprøven kunne innhentes på den godkjenningen TBM-prosjektet hadde fått av Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste (NSD). Sammen med skoleledelsene sendte jeg likevel ut nytt brev og spurte spesifikt om tillatelse til at resultatene fra Regneprøven ble innlemmet i datamaterialet til TBM-prosjektet. Alle foreldre har godkjent dette. Lærerne har også godkjent at data fra de faglige samlingene kan brukes i forskningssammenheng i forbindelse med TBM-prosjektet.

5 Analyse og drøfting av Regneprøven som instrument

I kapittel 4 har jeg gitt en presentasjon av kompetansemålene i LK06 som ligger til grunn for Regneprøven. Jeg delte opp kompetansemålene i LK06 i delmål og nummererte dem (Tabell 10). I kapittel 5.1-5.2 vil jeg bruke Tabell 10 som verktøy for å undersøke hvordan Regneprøven for 2. trinn samsvarer med LK06. Kartlegger Regneprøven delmålene som rammeverket henviser til?

Da kartleggingsprøven skulle lages var det nødvendig å foreta en presisering av kompetansemålene (se kapittel 4.3). Det ble da utviklet et rammeverk for Regneprøven: "*Rammeverket bygger på utstrakt internasjonal forskning, siden det er gjennomført mange omfattende studier med tanke på å beskrive elevers utvikling av kompetanse innen tall og tallregning"* (Alseth et al., 2009, s.4).

Veiledningen til Regneprøven er skrevet for lærere og er ikke eksplisitt på hvilke beskrivelser og anbefalinger som er hentet fra forskning, og om noen baserer seg på utviklernes erfaringer. For å svare på mitt forskningsspørsmål vil jeg i kapittel 5.3-5.4 undersøke på hvilken måte det er samsvar mellom Regneprøven og det teoretiske fundamentet for Regneprøven. Med teoretisk fundament forstår jeg de studiene som utviklerne av prøven henviser til og som jeg har presentert i kapittel 2.

5.1 Mine fortolkninger av rammeverket for Regneprøven

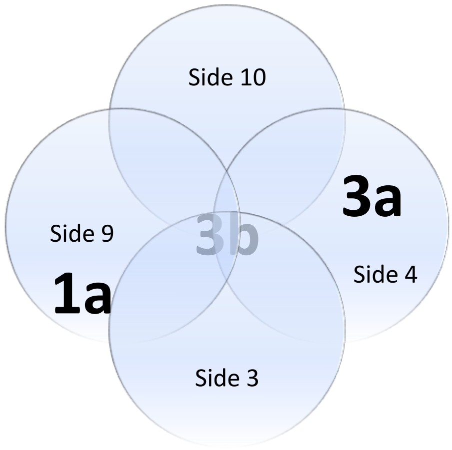
Rammeverket kan etter min mening leses på to måter, noe som får konsekvenser for analysen og de konklusjonene som trekkes. Jeg vil eksemplifisere det med et utdrag fra området Telling og tallrelasjoner:

Tabell 15 Utdrag fra Regneprøvens rammeverk for 2. trinn.

Telling og tallrelasjoner			
Kunnskapsløftet	**Presisering**	**Oppgaveeksempler**	**Hefteside**
Telle til 100, gjøre overslag over mengder, telle opp (1a-3a-3b)	Telle til 20, framover og bakover, og til 100	Hvor mange er det her? (<20 og <100)	3,4
	Skrive tall før og etter	Hvilket tall kommer før, hvilket kommer etter?	9,10

- **Tolkning I:** Delmålene 1a, 3a og 3b blir kartlagt når side 3, 4, 9 og 10 blir sett under ett.
- **Tolkning II:** Sidene 3, 4, 9 og 10 kartlegger alle hver for seg de tre delmålene 1a, 3a og 3b.

I denne oppgaven tar jeg utgangspunkt i tolkning I. Det begrunner jeg med at Tabell 15 deler raden i to etter at delmålene fra kunnskapsløftet er gjengitt. Denne oppdelingen signaliserer at side 3 og 4 skal sees under ett når de koples mot delmålene, uten at det spesifiseres direkte hvilke av de tre delmålene *telle til 100* (1a), *gjøre overslag over mengder* (3a) og *telle opp* (3b) som konkret kartlegges på de to sidene. Tilsvarende kan side 9 og 10 koples mot ett eller flere av de tre delmålene. Jeg oppfatter at det kan være overlappinger mellom side 3-4 og side 9-10, men at de fire sidene samlet sett skal kartlegge de tre delmålene.



Figur 12 Prinsippskisse over hvordan fire sider i Regneprøven kan tenkes å kartlegge tre delmål.

Et annet argument for denne tolkningen er at deler av rammeverket ikke gir mening hvis det skal forstås slik at hver side kartlegger alle de momentene som nevnes fra LK06. Et eksempel er delmålet *uttrykke tallstørrelser på varierte måter* (3d), som presenteres slik i rammeverket :

Tabell 16 Utdrag fra Regneprøvens rammeverk for 2. trinn.

Telling og tallrelasjoner			
Kunnskapsløftet	**Presisering**	**Oppgaveeksempler**	**Hefteside**
Uttrykke tallstørrelser på varierte måter (3d)	Uttrykke antall med konkreter, tallsymboler og på tallinje	• Tegn ring rundt konkreter • Skriv antall med tallsymbol • Knytte tall til tallinje	5,6,7,9, 10,11,12, 13

Hver side i Regneprøven har ett tema og oppgavene på samme side er bygd opp på samme måte. Dersom det skal være mulig å si noe om eleven kan *uttrykke tallstørrelser på varierte måter* (3d) må vi derfor se på oppgaver hvor tallene representeres variert. Ut fra tolkning I må vi sammenlikne side 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12 og 13 i Regneprøven for å kunne si noe om dette delmålet.

I første omgang tolket jeg rammeverket strengere (tolkning II) og vedlegg 6 ble utarbeidet med et slikt utgangspunkt. Selv om jeg har forkastet denne tolkningen har jeg brukt dette som grunnlag for å lage min endelige analyse av Regneprøven i forhold til kompetansemålene i LK06 (se vedlegg 7). Derfor har jeg beholdt begge analysene i vedleggsdelen.

5.2 Analyse av Regneprøven i forhold til LK06

I fortsettelsen vil jeg bruke Tabell 10 for å drøfte om Regneprøven kartlegger det rammeverket sier. I kapittel 5.2.1- 5.2.4 vil jeg se nærmere på fire utdrag av rammeverket for Regneprøven. Hensikten er å gå grundig inn i utvalgte deler av analysen for å få frem hvilke argumenter som ligger til grunn når jeg trekker mine konklusjoner i kapittel 5.2.5.

I kapittel 5.2.1 drøfter jeg et utdrag fra rammeverket som handler om telling og overslag. Dette utdraget er valgt fordi det inneholder to ulike temaer. Det er også kjent for leseren fra kapittel 5.1, da det ble brukt for å illustrere at rammeverket kan tolkes på to måter.

I kapittel 5.2.2- 5.2.4 vil jeg se nærmere på fem delmål som jeg har opplevd som krevende i forhold til analysen av Regneprøven opp mot LK06. Jeg oppfatter også at det er vanskelig å kartlegge delmålene på en skriftlig prøve. Delmålene er:

- *Bruke tallinja til beregninger* (2a).
- *Dele* (1b) *og bygge mengder opp til 10* (1c).
- *Sette sammen* (1d) *og dele opp tiergrupper* (1e).

5.2.1 Telling og overslag

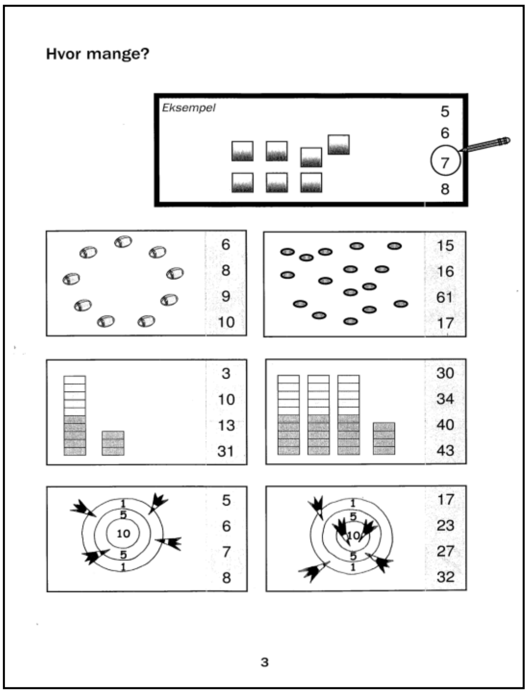
I kapittel 5.1 så jeg på et utdrag fra rammeverket som hadde fokus på telling og overslag. Jeg viste at det var mulig å tolke dette på to ulike måter. I dette kapitlet vil jeg gi en grundig analyse av det samme utdraget fra rammeverket for å vise hvordan jeg har bygd opp min analyse av Regneprøvens rammeverk (se vedlegg 7). Utdraget tar for seg tre delmål med fokus på telling og overslag:

Tabell 17 Utdrag fra Regneprøvens rammeverk for 2. trinn.

Telling og tallrelasjoner			
Kunnskapsløftet	**Presisering**	**Oppgaveeksempler**	**Hefteside**
Telle til 100, gjøre overslag over mengder, telle opp (1a-3a-3b)	Telle til 20, framover og bakover, og til 100	Hvor mange er det her? (<20 og <100)	3,4
	Skrive tall før og etter	Hvilket tall kommer før, hvilket kommer etter?	9,10

Rammeverket legger til grunn at side 3, 4, 9 og 10 skal kartlegge tre kompetanser:

- *Telle til 100* (1a).
- *Gjøre overslag over mengder* (3a).
- *Telle opp* (3b).



Figur 13 Regneprøven for 2. trinn side 3: Hvor mange?

Jeg mener at det er nødvendig å kunne telle for å løse oppgavene på **side 3**. I oppgave 1[25] er gjenstandene ordnet i en sirkel, men antallet er over grensen for subitising (se kapittel 2.2.1), så det skal ikke være mulig å oppfatte det direkte. Jeg mener derfor at eleven må telle. En del elever på 2. trinn vil antakelig telle en og en, men oppgaven innbyr også til at det er mulig å telle flere gjenstander om gangen. I oppgave 2 er mengden så stor og uordnet at jeg heller ikke her kan se andre aktuelle strategier enn telling for å få oversikt over mengden.

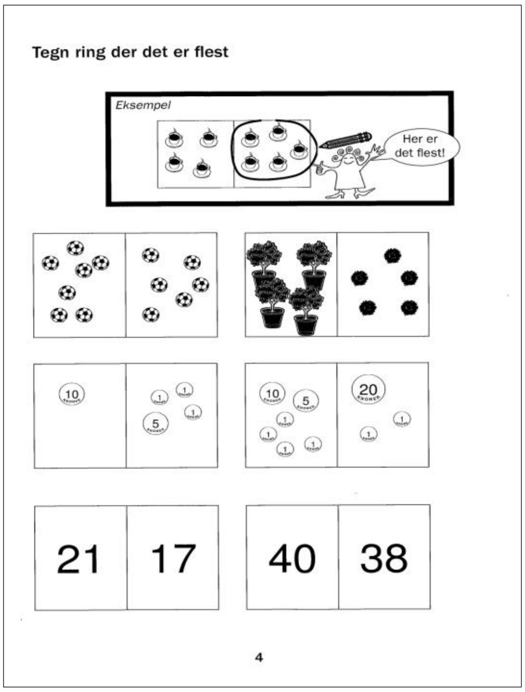
På de fire siste oppgavene kan elevene utnytte strukturer som ligger i oppgavepresentasjonen. For eksempel er rutene i oppgave 3 og 4 samlet i grupper med fem og ti, noe som gjør at elevene har mulighet til å telle med steg på fem eller ti hvis de ser strukturen.

Jeg oppfatter at kompetansen *telle opp* (3b) blir kartlagt på side 3, men etter min mening er det ikke grunnlag for å si at denne siden i Regneprøven kartlegger om elevene kan *telle til 100* (1a). Det største antallet på siden er 34.

[25] Oppgavene nummereres rad for rad, fra venstre mot høyre (se kapittel 3.5).

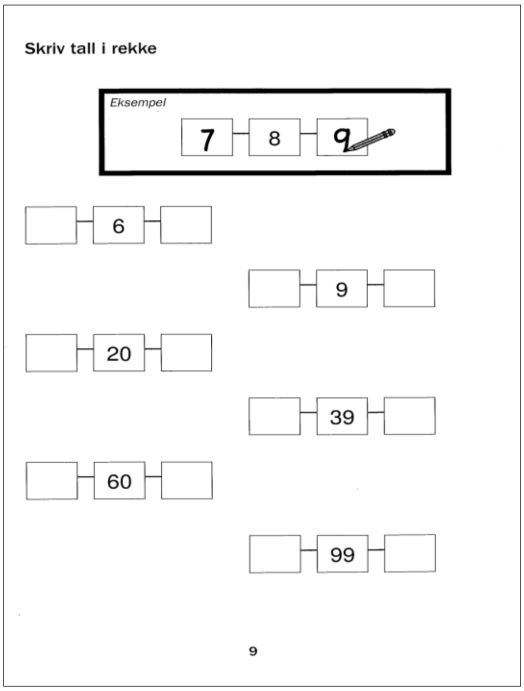
Det er etter min mening ikke nødvendig for elevene å *gjøre overslag over mengder* (3a) for å løse oppgavene. Hvis elevene gjør overslag vil det heller ikke finnes spor etter dette i elevbesvarelsen, ettersom eleven kun skal sette ring rundt riktig svar. Jeg mener derfor at dette delmålet ikke blir kartlagt på side 3 i Regneprøven.

På **side 4** er det kanskje mulig å *gjøre overslag over mengder* (3a) for å løse oppgave 1? Men siden eleven kun setter en ring der hun mener det er flest baller vil læreren ikke få tilgang til om eleven har gjort overslag eller brukt andre strategier. Ut fra det vi vet om elever under kritisk grense (se kapittel 3.5) er det rimelig å anta at mange av dem vil *telle opp* (3b) på oppgave 1. Slik jeg vurderer litteraturen (Carpenter et al., 1999; Denvir & Brown, 1986a; Jones et al., 1996; Ostad, 2008c; Wright et al., 2006) vil det også gjelde mange av elevene over kritisk grense, ettersom ballene ikke er en ordnet mengde.



Figur 14 Regneprøven for 2. trinn side 4: Sett ring der det er flest.

I oppgave 2 kan noen elever ved hjelp av subitising oppfatte direkte at det er fire busker og fem blomster, men jeg finner det rimelig å anta at mange elever på 2. trinn vil telle på denne oppgaven også (op.cit.). På oppgave 3 er det mulig å se ved et overslag at en femkronesmynt og tre kronestykker blir mindre enn en tikronesmynt. Tilsvarende er det mulig å se at myntene til venstre i oppgave 4 ikke har stor nok verdi til at summen kan bli større en 20. Likevel tenker jeg at de fleste elevene vil *telle opp* (3b) for å finne den samlede verdien på myntene i oppgave 3 og 4. Dette begrunner jeg med at mengden er uordnet og at telling er en vanlig tilnærming på dette trinnet (op.cit.). Heller ikke i oppgave 3 får læreren tilgang til hvilken strategi elevene har brukt for å avgjøre hvor det er flest.



Figur 15 Regneprøven for 2. trinn side 9: Skriv tall i rekke.

I oppgave 5 og 6 kartlegges elevenes symbolforståelse, uten at vi kan si hvilken strategi eleven har benyttet eller hva slags forståelse som ligger til grunn.

Det største tallet på siden er 40, som er representert med tallsymbol. Side 4 kartlegger derfor ikke om elevene kan *telle til 100* (1a).

På **side 9** skal elevene skrive tall i rekke, ett tall før og ett tall etter det oppgitte tallet. Dette forutsetter at elevene har kontroll på tallrekken og kan *telle opp* (3b). De må også kunne telle tilbake med ett tellesteg fra det oppgitte tallet. Det kan tenkes at noen elever må starte på 1 og telle til 60 (oppgave 4) for å finne ut at 59 er tallet som kommer rett før 60 (op.cit.). Det vil i tilfelle være en tidkrevende og tungvint strategi, og disse elevene vil ikke få gjort mange oppgaver på denne siden.

Elevene må også kunne lese og skrive tallsymbolene for å kunne løse oppgavene. Det ligger til grunn for alle oppgavene på Regneprøven for 2. trinn, bortsett fra på oppgave 1 og 2 på side 4. Jeg kommenterer derfor ikke dette i fortsettelsen.

Et sentralt punkt i kompetansen *å telle til 100* (1a) er å kjenne tallordene ved tierovergangene. På et tidspunkt i utviklingen teller mange elever for eksempel ”tjueåtte-tjueni-tjueti-tjueelleve…” (Alseth, 1998). Slik oppgavene på side 9 er designet er tierovergangene sentrale i alle oppgavene.

Det største tallet opptrer i den siste tallrekken, som går til 100. Det nest høyeste tallet er 61, som jeg finner i den nest siste tallrekken. For de elevene som ikke kommer til den siste oppgaven vil Regneprøven ikke kartlegge om de *telle til 100* (1a). Fra kapittel 3.5 vet jeg at fire av ti elever i den nasjonale gjennomføringen ikke klarer å svare riktig på de to siste oppgavene og at bare 6 % av elevene under kritisk grense klarer å svare riktig på de to siste oppgavene. Jeg har ikke tilgang til data som sier noe om hvorvidt elevene oppgir feil svar, eller om de ikke rekker å forsøke på oppgavene i det hele tatt. Likevel oppfatter jeg at tallmaterialet i kapittel 3.5 gir en god indikasjon på at mange elever ikke rekker å begynne på de siste oppgavene, og derfor heller ikke vil jobbe med tallene opp mot 100.

Jeg kan ikke se at det er aktuelt å *gjøre overslag over mengder* (3a) på side 9.

På **side 10** handler oppgavene om å fortsette tallrekker. Tallrekkene øker med en, to, fem og ti. Telling er sentralt på denne siden og elevene må kunne *telle opp* (1a) med ulike steg:

- I de to første oppgavene må elevene telle med to og to:

  1, 3, 5, 7, 9, 11 og *12, 14, 16, 18, 20, 22.*

- I den tredje oppgaven må elevene telle med en og en:

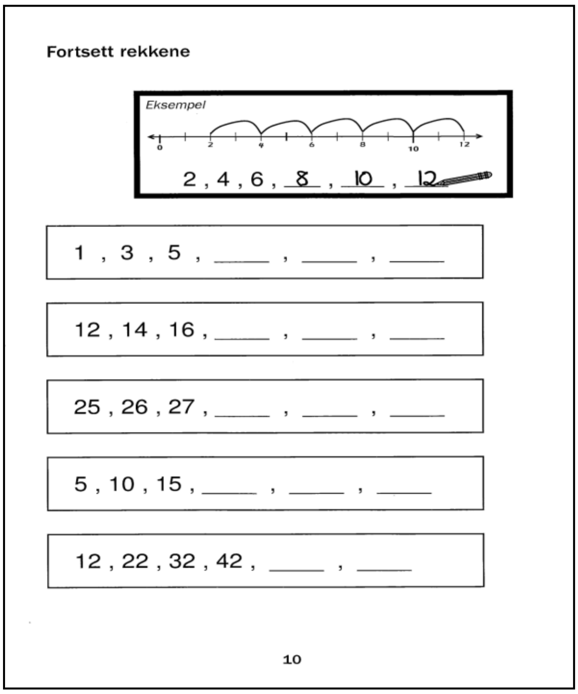
  25, 26, 27, 28, 29, 30.

- I den fjerde oppgaven må elevene telle med fem og fem:

  5, 10, 15, 20, 25, 30.

- I den femte oppgaven må elevene telle med ti og ti:

  12, 22, 32, 42, 52, 62.



Figur 16 Regneprøven 2. trinn side 10: Fortsett rekkene.

Det høyeste tallet på denne siden er 62. Det er det siste tallet i den siste tallrekken. Nesten halvparten av elevene klarer ikke å svare riktig på denne oppgaven (se Tabell 8 i kapittel 3.5.3). Antakelig er det også her en del elever som ikke kommer så langt at de rekker å forsøke. Det nest høyeste tallet på siden er 29, som avslutter den tredje tallrekken. Jeg vurderer derfor side 10 på tilsvarende måte som side 3: Vi kan si at elevene må *telle opp* (3b), men det kartlegges ikke om *elevene kan telle til 100* (1a).

Etter min vurdering er det ikke nødvendig å *gjøre overslag over mengder* (3a) for å løse oppgavene på denne siden. Det er også lite sannsynlig at noen elever vil gjøre overslag. I tilfelle vil det ikke finnes spor etter overslagsstrategier, ettersom elevene kun skal skrive videre på en tallrekke.

Min analyse av utdraget fra rammeverket kan sammenfattes i Tabell 18:

Tabell 18 Analyse av et utdrag av rammeverket i forhold til hva Regneprøven kartlegger.

Kunnskapsløftet	Delmål	Side 3	Side 4	Side 9	Side 10
Telle til 100, gjøre overslag over mengder, telle opp (1a-3a-3b)	1a				
	3a				
	3b				

Jeg konkluderer med at side 3, 4, 9 og 10 i Regneprøven for 2. trinn kartlegger om elevene kan *telle opp* (3b), men i liten grad kartlegger om elevene kan *telle til 100* (1a). Det er bare den siste oppgaven på side 9 som inneholder antall opp til 100. Det nest største tallet på disse fire sidene er 62 og finnes i den siste oppgaven på side 10. Delmål 1a er derfor skravert med svakere farge i Tabell 18 for å indikere at Regneprøven kartlegger dette delmålet i liten grad.

Regneprøven kartlegger etter min mening ikke om elevene kan *gjøre overslag over mengder* (3a).

Resten av rammeverket er analysert på samme måte. Resultatet har jeg samlet i vedlegg 7, som danner grunnlaget for konklusjonene i kapittel 5.2.5.

I kapittel 5.2.2 - 5.2.4 skal jeg se nærmere på noen aspekter som har vært krevende i forhold til analysen av Regneprøvens rammeverk.

5.2.2 Bruke tallinja til beregninger

Delmålet *bruke tallinja til beregninger* (2a) er nært knyttet til delmålet [*bruke tallinja til*] *å vise tallstørrelser* (2b). Det er særlig delmål 2a jeg har opplevd som krevende i forhold til analysen av Regneprøven opp mot LK06. Utfordringen er knyttet til hvordan jeg skal forstå begrepet *beregne*.

Ved to anledninger under området Telling og tallrelasjoner presiserer rammeverket delmålet *bruke tallinja til beregninger* (2a):

Tabell 19 Utdrag fra Regneprøvens rammeverk som presiserer *bruke tallinja til beregninger* (2a) *og til å vise tallstørrelse* (2b).

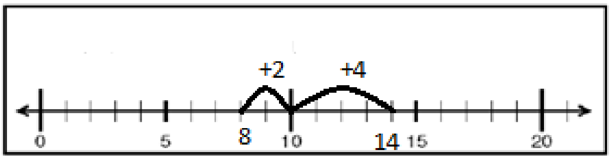
Telling og tallrelasjoner			
Kunnskapsløftet	**Presisering**	**Oppgaveeksempler**	**Hefteside**
Bruke tallinja til beregninger, og kjenne igjen, samtale om og videreføre strukturer i enkle tallmønstre (2a – 6a – 6b – 6c)	Telle med 1, 2, 5 og 10 om gangen	Fortsett rekkene: • 2,4,6… • 5,10,15... • 136,126,116…	9,10
(…)			
Bruke tallinja til beregninger og til å vise tallstørrelser (2a – 2b)	Plassere tall og lese av på tallinja	Tegn strek fra hvert tall til riktig sted på tallinja	5

Bruke tallinja til beregninger (2a) og *til å vise tallstørrelser* (2b) blir ut fra rammeverkets presiseringer forstått på to ulike måter:

1. Kunne telle med en, to, fem og ti om gangen gjennom å fortsette på rekker. Det henvises til oppgavene på side 9 og 10, som jeg beskrev i kapittel 5.2.1.
2. Kunne tegne strek fra et tall til riktig sted på tallinja. Det henvises til oppgavene på side 5, som jeg beskrev i kapittel 3.5.2.

Den første presiseringen viser til side 9 og 10 hvor skal elevene skrive tall i rekke og fortsette på rekker. Presiseringen er kun knyttet til *å bruke tallinja til beregninger* (2a). Å kunne telle med to, fem og ti om gangen gjennom å fortsette på rekker blir altså forstått som å gjøre en beregning. Ifølge Bokmålsordboka[26] betyr *beregne* å regne ut noe, kalkulere eller forutse følgene av noe.

Jeg oppfatter at det å gjøre beregninger på tallinja blant annet innbefatter å kunne regne ut for eksempel oppgaven 8 + 6 ved å hoppe på tallinja:



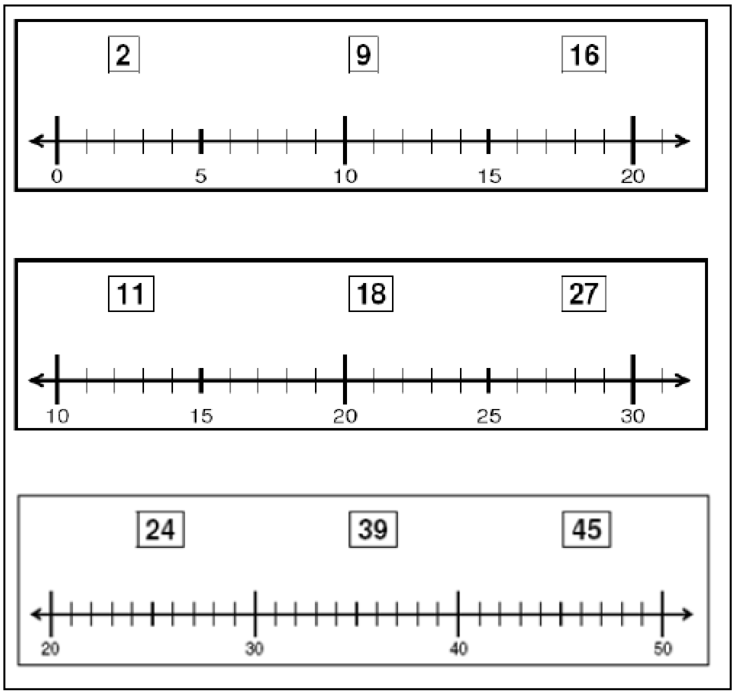
Figur 17 En måte å utføre beregningen av 8 + 6 på tallinja.

En slik forståelse av å bruke tallinja er en viktig side av kompetansen å *bruke tallinja til beregninger* (2a) (Anghileri, 2006). Oppgavene på side 9 og 10 er ikke designet slik at det er behov for å gjøre denne typen beregninger.

Hvis vi legger ordbokas forklaring til grunn kan vi kanskje si at tallrekkene på side 9 og 10 handler om å *forutse* hvordan en tallrekke skal fortsette? Jeg oppfatter i tilfellet dette som en snever fortolkning av å gjøre en beregning fordi viktige aspekter ved det å beregne blir utelatt.

[26] http://www.nob-ordbok.uio.no

Presiseringen i punkt 2 viser til **side 5** i Regneprøven. På side 5 skal elevene sette en strek fra et tall til riktig sted på tallinja. Det oppfatter jeg som å *bruke tallinja til å vise de ulike tallstørrelsene* (2b). Verken side 5 i prøven eller presiseringen i rammeverket inneholder noe som kan betegnes som *å bruke tallinja til beregninger* (2a), selv om dette delmålet blir nevnt som en del av det kompetansemålet rammeverket peker på i denne forbindelsen. Jeg oppfatter derfor ikke at delmål 2a blir kartlagt på side 5.



Figur 18 Regneprøven 2. trinn side 5: Tegn strek til riktig sted.

Min analyse av utdragene fra rammeverket sammenfattes i Tabell 20 og Tabell 21:

Tabell 20 Analyse av utdrag fra rammeverket med hensyn på delmålene 2a, 6a, 6b og 6c.

Kunnskapsløftet	Delmål	Side 9	Side 10
Bruke tallinja til beregninger, og kjenne igjen, samtale om og videreføre strukturer i enkle tallmønstre (2a – 6a – 6b – 6c)	2a		
	6a		
	6b		
	6c		

Tabell 21 Analyse av utdrag fra rammeverket med hensyn på delmålene 2a og 2b.

Kunnskapsløftet	Delmål	Side 5
Bruke tallinja til beregninger og til å vise tallstørrelser (2a – 2b)	2a	
	2b	

Tabellene tyder på at delmålet *bruke tallinja til beregninger* (2a) ikke blir kartlagt på Regneprøven. Men som jeg har vist avhenger dette av hvordan jeg velger å forstå begrepet *beregne*.

5.2.3 Dele opp og bygge mengder opp til 10

Delmålene *dele opp* (1b) og *bygge mengder opp til 10* (1c) har også vært krevende i forhold til analysen av Regneprøven opp mot LK06. Utfordringen er knyttet til om jeg skal legge vekt på at mengdene må være innenfor tallområdet 1-10, eller om det er prinsippene oppdeling og gruppering som er vesentlige. Det er også en usikkerhet knyttet til om oppgavene som er designet kan sies å kartlegge delmålene eller ikke, ettersom oppdelingene delvis er foretatt for eleven. Fortolkningen av mengdebegrepet må også avklares.

Rammeverket presiserer delmålene 1b og 1c en gang under området Gruppering og oppdeling. Ut over dette blir ikke delmålene presisert.

Tabell 22 Utdrag fra Regneprøvens rammeverk som presiserer *dele opp* (1b) og *bygge mengder opp til 10* (1c).

Gruppering og oppdeling			
Kunnskapsløftet	**Presisering**	**Oppgaveeksempler**	**Hefteside**
Dele opp og bygge mengder opp til 10 (1b – 1c)	Oppdeling av tall opp til 10	Hvor mye mangler på 10?	8,13,14

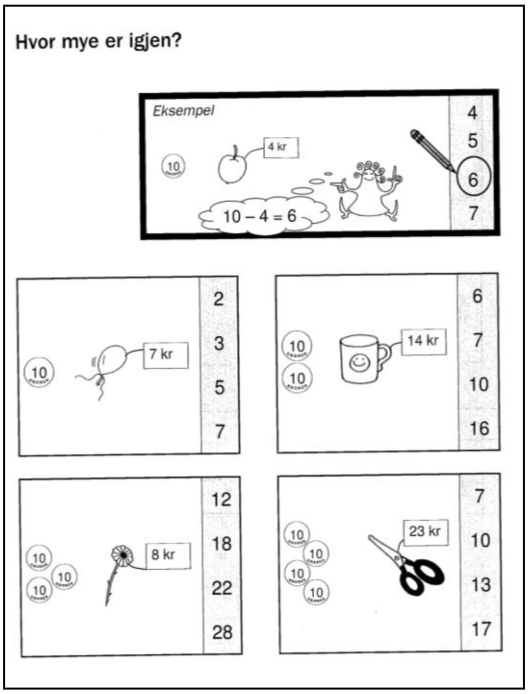
Rammeverket fortolker kompetansen *dele opp* (1b) *og bygge mengder opp til 10* (1c) som at elevene skal kunne dele opp tall opp til 10, for eksempel ved å si hvor mye som mangler på 10. Rammeverkets presisering viser også at Regneprøven ikke kartlegger det å bygge opp tall.

Presiseringen av mengder som tall er ikke uproblematisk. En matematisk mengde inneholder noen tellbare elementer. For eksempel innholder denne mengden fem kuler:

Figur 19 En mengde som inneholder fem kuler.

Et tall inneholder ikke noen tellbare mengder, men er en symbolsk representasjon for innholdet i en mengde. Det kan oppfattes som en innsnevring av kompetansemålet når det å dele opp og bygge mengder blir sidestilt med å dele opp tall. I fortsettelsen vil jeg likevel drøfte de tre sidene med utgangspunkt i presiseringen i rammeverket, for å se hva Regneprøven kartlegger hvis jeg legger rammeverkets presisering til grunn.

På **side 8** er temaet *Hvor mye er igjen?* Oppgavene består av en tegning som illustrerer en sum penger som er tilgjengelig, samt prisen på en vare som skal kjøpes. Eleven skal regne ut hvor mye som er igjen etter at kjøpet er gjennomført og velge svaret blant et av fire oppgitte alternativer.



Figur 20 Regneprøven 2. trinn side 8: Hvor mye er igjen?

Det er kun oppgave 1 som deler opp et tall mindre enn 10. De andre oppgavene deler opp eller bygger opp tall som er større enn 10. Men er prinsippene oppdeling og gruppering viktigere enn tallområdet (Ma, 2010)?

Hvis jeg legger vekt på at oppgavene skal være innenfor tallområdet 1-10 er det etter min mening for tynt med kun en oppgave som er i dette tallområdet. Med det utgangspunktet kan jeg ikke si at side 8 kartlegger disse delmålene. Men hvis jeg ønsker å representere et bredt kompetansebegrep er det vanskelig å snevre delmålet inn på denne måten.
Prinsippene oppdeling og gruppering er viktigere enn tallområdet (Ma, 2010).

Et annet aspekt er at oppdelingene og oppbyggingene er påbegynt for eleven, og oppgaven er designet slik at elevene skal *fullføre* oppdelingene. Jeg oppfatter at det er en nyanse mellom å *fullføre* en oppdeling og å *dele opp*.

Et alternativ hadde vært å gi oppgaver av typen:

Del opp 13 på så mange måter du kan.

En slik oppgave krever at eleven må foreta oppdelingen. Det er også mange måter å dele opp 13 på. Dette ville vært utfordrende i forhold til en standardisering av poenggivning. Et forslag til løsning kan være å sette en maksimal poengsum på oppgaven og en normering som for eksempel sier at opp til tre løsninger gir ett poeng, tre til seks løsninger gir to poeng og over seks løsninger gir tre poeng.

På side 8 er det ingen oppgaver som handler om å bygge opp tall. Oppgavene handler om å *fullføre* en oppdeling som med ett unntak er i tallområdet fra 10 og oppover. På den bakgrunn konkluderer jeg med at side 8 ikke kartlegger delmål 1c, mens jeg stiller meg mer spørrende til om delmål 1b blir kartlagt. Det avhenger av hvor stor vekt vi legger på tallområdet, og hvordan vi forstår nyansen mellom å *fullføre* en oppdeling og *utføre* en oppdeling.

På **side 13** er temaet *Skriv tallet som mangler*. Oppgavene er gitt slik:

Oppgave 1: 7 = 5 + ___

Oppgave 2: 2 + ___ = 10

Oppgave 3: 13 = ___ + 6

Oppgave 4: ___ + 10 = 26

Oppgave 5: 5 = 10 - ___

Oppgave 6: 9 - ___ = 3

Oppgave 7: 4 = ___ - 8

Oppgave 8: ___ - 10 = 13

Oppgavene er designet slik at oppdelingen av tallene delvis er foretatt for eleven. Eleven må ikke vurdere hvordan et tall skal deles opp, men fullføre en oppdeling som andre har påbegynt. Min vurdering av om Regneprøven kartlegger delmålet 1b og 1c er avhengig av om jeg legger vekt på at eleven *selv skal gjennomføre en oppdeling*, eller om det er nok at eleven skal *fullføre* en oppdeling som andre har påbegynt.

Oppgave 3 og 4 kartlegger om elevene kan dele opp og bygge tall over 10.

På **side 14** får elevene tre addisjons- og tre subtraksjonsoppgaver som er gitt med symboler. Oppgaven er presentert i kapittel 3.5.4:

Oppgave 1: 3 + 6 = ___ (Svaralternativ: 6, 7, 8, 9)

Oppgave 2: 14 + 4 = ___ (Svaralternativ: 17, 18, 19, 20)

Oppgave 3: 27 + 8 = ___ (Svaralternativ: 34, 35, 36, 215)

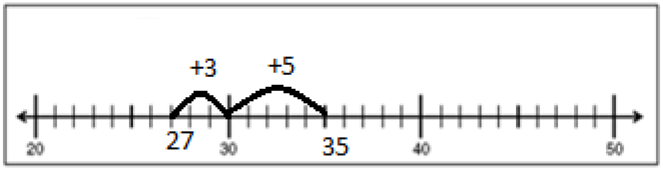
Oppgave 4: 10 - 3 = ___ (Svaralternativ: 4, 5, 6, 7)

Oppgave 5: 15 – 8 = ___ (Svaralternativ: 5, 6, 7, 8)

Oppgave 6: 35 – 12 = ___ (Svaralternativ: 14, 22, 23, 25)

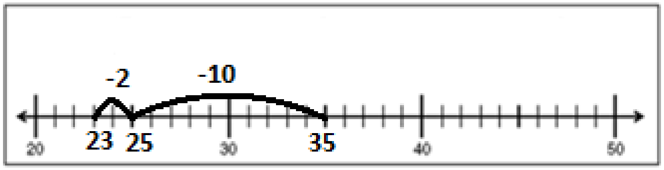
Vi vet at mange elever vil løse denne typen oppgaver ved å telle opp eller ned, spesielt de elevene som er i matematikkvansker (Ostad, 2008c). Etter at prøven er gjennomført kan ikke læren si hvilken strategi elevene har brukt, men hvis eleven har fått til lite kan det være en indikasjon på tungvinte tellestrategier.

Det vil være en fordel hvis elevene deler opp og bygge tall opp når de arbeider med side14. For eksempel vil oppgaven 27 + 8 kunne løses ved å ta 3 fra 8 for å bygge opp tre tiergrupper, og legge til de 5 enerne som gjenstår.



Figur 21 Beregning av 27 + 8 på tallinja.

Tilsvarende vil 35 – 12 kunne løses ved å dele 12 opp i 10 og 2. Først hopper jeg 10 steg tilbake på tallinja og kommer til 25. Deretter hopper jeg de to siste stegene og kommer til 23:



Figur 22 Beregning av 35 - 12 på tallinja.

Begge disse eksemplene viser at evnen til å dele opp og bygge tall gir mer effektive strategier enn å benytte seg av telling med en og en (Anghileri, 2006; Ma, 2010). Det er viktig å være klar over at dette er to av mange måter å bruke oppdeling og oppbygging på for å løse disse oppgavene. I denne sammenhengen vil jeg først og fremst peke på at når eleven har satt ring rundt sitt svaralternativ vet læreren lite om hvilke tanker og forestillinger eleven har om oppdeling og gruppering. Selv om det vil være en fordel om elevene *deler opp* og *bygger mengder opp til 10*, kan vi ut fra side 14 ikke gi et klart svar på om elevene benyttet disse strategiene på prøven eller er i stand til å dele opp og bygge mengder. Læreren vil ikke finne spor etter elevens strategivalg når hun retter prøven. Det reiser spørsmål om vi kan si at oppgavene kartlegger delmål 1b og 1c.

Min analyse av utdraget fra rammeverket sammenfattes i Tabell 23:

Tabell 23 Analyse av utdrag fra rammeverket med hensyn på delmålene 1b og 1c.

Kunnskapsløftet	Delmål	Side 8	Side 13	Side 14
Dele opp og bygge mengder opp til 10	1b	?	?	?
(1b – 1c)	1c		?	?

Hvordan jeg konkluderer i forhold til om side 8, 13 og 14 kartlegger *dele opp* (1b) og *bygge mengder opp til 10* (1c) avhenger altså av hvordan jeg vektlegger:

- En mengde skal inneholde tellbare elementer vs. aksepterer at oppdeling av tall er det samme som å dele opp mengder.

- Mengdene skal være i tallområdet 1- 10 vs. prinsippene oppdeling og gruppering.
- Det er en nyanse mellom å *fullføre* en oppdeling og å *utføre* en oppdeling vs. om jeg ser på dette som to sider av samme sak.

5.2.4 Sette sammen og dele opp tiergrupper

I kapittel 5.2.3 viste jeg hvordan Regneprøven legger opp til å kartlegge om elevene kan dele opp og bygge tall (opp til 10). Delmålet *sette sammen tiergrupper* (1d) handler om å sette sammen grupper av tall slik at summen blir nøyaktig ti. Hvis eleven skal telle en haug med kongler kan det være hensiktsmessig å sortere i tiergrupper for å holde orden på tellingen. Å *dele opp tiergrupper* (1e) er det samme som å ta utgangspunkt i en tiergruppe og dele i to eller flere grupper.

Utfordringen knyttet til analysen av rammeverket har vært knyttet til om oppgavene på Regneprøven er designet slik at delmålene 1d og 1e blir kartlagt. Utfordringen er ganske lik det som ble beskrevet for *dele opp* (1b) og *bygge mengder* (1c). Hvordan vektlegger jeg nyansen mellom å fullføre en gruppering i forhold til å utføre den selv? Er det å sette sammen en tiergruppe identisk med å sette sammen tall som blir ti i sum?

Rammeverket presiserer delmålene 1d og 1e slik:

Tabell 24 Utdrag fra Regneprøvens rammeverk som presiserer *sette sammen* (1d) og *dele opp tiergrupper* (1e).

Gruppering og oppdeling			
Kunnskapsløftet	**Presisering**	**Oppgaveeksempler**	**Hefteside**
Sette sammen og dele opp tiergrupper (1d – 1e) Telle til 100 (1a) Gjøre overslag over mengder, telle opp (3a – 3b)	Telle opp en større mengde • ugruppert • gruppert, tier synlig • gruppert, tier ikke synlig	Hvor mange er det her?	3
	Rangere tall med konkreter	Hvor er det flest?	4
	Dele tall i tiere og enere	Del tallet i tiere og enere	8,12
	Del mengde i to	Finn halvparten	6

Det ikke tydelig hvilke presiseringene som handler om å *sette sammen* (1d) og *dele opp tiergrupper* (1e). Jeg tenker at det å telle opp en større gruppert mengde hvor tierne henholdsvis er synlige og ikke, er en presisering som handler om delmål 1d og 1e. Jeg tenker også at rammeverkets presisering *dele tall i tiere og enere* er ment som en presisering av delmål 1d og 1e.

I forrige kapittel drøftet jeg forskjellen på en mengde og et tall. Er en gruppe på samme måte som en mengde en fysisk samling av objekter, mens et tall er et symbolsk uttrykk for antall elementer i gruppa? I engelskspråklig litteratur omtales oppdeling av tall i noen tilfeller som *partioning* (Wright et al., 2006). Andre forfatter bruker så vidt jeg kan se *regrouping* om det samme (Ma, 2010). I andre sammenhenger brukes begrepet om fysisk gruppering.

Å sette sammen tiergrupper (1d) kan være en effektiv strategi for å løse addisjonsoppgaver som har en symbolsk representasjon:

$$8 + 7 = 8 + 2 + 5 = 10 + 5 = 15.$$

Her er 7 delt opp i 2 og 5. De to enerne blir lagt til de åtte enerne vi hadde i utgangspunktet for å sette sammen en tiergruppe. Tankegangen er lik den jeg illustrerte i Figur 20, men tallinja brukes ikke lenger som støtte.

Å dele opp tiergrupper (1e) tolker jeg som å dele opp en gruppe objekter som er organisert i en eller flere tiergrupper. Hvis en elev for eksempel omgrupperer en tiergruppe for å foreta en beregning oppfatter jeg det som å dele opp en tiergruppe. Et eksempel kan være

$$23 - 9 = 10 + 10 + 3 – 9 = 10 + 1 + 3 = 14.$$

Ved denne løsningsstrategien blir 23 delt opp i to tiergrupper og tre enere.

Oppgaven kunne også vært løst ved å *sette sammen en ny tiergruppe*:

$$23 - 9 = 23 - 10 +1 = 14.$$

Det å kunne utføre fleksible omgrupperinger gjennom blant annet å dele opp og sette sammen en ny tiergruppe er viktig i den begynnende matematikkundervisningen (Anghileri, 2006; Ma, 2010).

I oppgave 3 og 4 på **side 3** er objektene gruppert slik at elevene kan identifisere 5-ergrupper og 10-ergrupper (se kapittel 3.5.1). Det er rimelig å anta at noen elever vil *utnytte* disse grupperingene fordi de bruker effektive tellestrategier og gjenkjenner grupperingene, men det er ingen oppgaver på denne siden hvor elevene selv må *sette sammen eller dele opp en tiergruppe*. Jeg legger da til grunn at å *utnytte* en tiergruppering handler om å benytte en struktur som andre har laget, mens å *sette sammen eller dele opp en tiergruppe* handler om å lage strukturen selv. Når lærerveiledningen skal gi tips til videre kartlegging vises det hvordan læreren kan legge til rette for situasjoner hvor de kan undersøke om elevene enten *utnytter grupperingen i tiere*, eller om *elevene selv grupperer objektene i 10* (Utdanningsdirektoratet, 2008a, s.28-29). Jeg mener det er en viktig nyanse.

Gjennom omtalen i rapporten fra gjennomføringen av Regneprøven i 2008 (se kapittel 3.5.1) synes jeg også at denne tolkningen styrkes. Det samme oppfatter jeg når de faglige målene beskrives nærmere i lærerveiledningen:

> *Denne siden tester elevenes evne til opptelling av mengder, om de kjenner igjen tallsymbol og kan koble antall med tallsymbol. I den øverste raden er mengden til venstre ordnet, mens den til høyre er uordnet. I den miderste raden er mengdene gruppert i tiere, med synlig tierstruktur (du kan telle at det er ti i hver stolpe). I den nederste raden er mengden gruppert i fem og ti, som ikke er synlig* (Utdanningsdirektoratet, 2008a, s.27).

Side 4 er gjengitt i kapittel 5.2.1. Det er ingen oppgaver på denne siden hvor det er aktuelt å sette sammen eller dele opp tiergrupper. De to oppgavene med mynter legger ikke opp til tieroverganger slik de er designet.

Side 6 er gjengitt i vedlegg 6. Det er heller ikke her noen oppgaver som handler om å sette sammen eller dele opp tiergrupper.

Side 8 er presentert i kapittel 5.2.3. Jeg mener at oppgavene handler om å *dele opp tiergrupper* (1e). I hvert tilfelle skal et gitt antall tikroninger brukes til å handle en vare. Da må en eller flere tikroninger deles opp.

På **side 12** er temaet *Del i tiere og enere*:

Oppgave 1: $13 = 10 + \_\_\_$

Oppgave 2: $17 = \_\_\_ + 7$

Oppgave 3: 28 = 20 + ___

Oppgave 4: 9 = ___ + 9

Oppgave 5: 37 = 30 + ___

Oppgave 6: 42 = ___ + 2

Oppgave 7: 60 = 60 + ___

Oppgave 8: 55 = ___ + 5

Oppgavene kartlegger om elevene kan dele et tall i tiere og enere. Det kan også argumenteres for at oppgavene kan si noe om elevenes forståelse av posisjonssystemet. Men elevene skal etter min mening ikke sette sammen eller bygge opp tiergrupper.

Min analyse av utdraget fra rammeverket sammenfattes i Tabell 25:

Tabell 25 Analyse av utdrag fra rammeverket med hensyn på delmålene 1b og 1c.

Kunnskapsløftet	Delmål	Side 3	Side 4	Side 6	Side 8	Side 12
Sette samme og dele opp tiergrupper (1d – 1e)	1d					
	1e					
Telle til 100 (1a)	1a					
Gjøre overslag over mengder, telle opp (3a – 3b)	3a					
	3b					

Jeg konkluderer med at det kun er på side 8 at delmål 1e blir kartlagt. Samtidig er det å dele opp tikronene er en forholdsvis krevende tilnærming, som forutsetter at elevene *kjenner de norske myntene* (7a) og har en god symbolforståelse.

Lærerveiledningen (Utdanningsdirektoratet, 2008a) oppfordrer til å gjennomføre intervju for å undersøke om elevene setter sammen og deler opp tiergrupper og/eller om de utnytter eksisterende grupperinger i for eksempel fem og ti. Jeg mener det er nødvendig å følge opp prøven med dynamisk testing hvis vi skal kunne si noe kvalifisert om oppdeling av og gruppering i tiere. Det kan skje for eksempel i et intervju eller gjennom observasjon av grupper av elever som samtaler og/eller samhandler.

5.2.5 Samlet vurdering av Regneprøven i forhold til LK06

For å få en samlet oversikt i forhold hva Regneprøven kartlegger og om jeg kan identifisere tyngdepunkter har jeg brukt dataene fra analysen av Regneprøven for 2. trinn (se vedlegg 7) for å se hvor mange sider i Regneprøven som kartlegger de ulike delmålene:

Tabell 26 Hva kartlegger de ulike sidene i Regneprøven for 2. trinn?

Delmål\side		3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	Sum
1a	Telle til 100,…													1
1b	dele opp …						?					?	?	?
1c	og bygge mengder opp til 10,…											?	?	?
1d	sette sammen…													0
1e	… og dele opp tiergrupper.	?									?			1
2a	Bruke tallinja til beregninger…													0
2b	og til å vise tallstørrelser.													1
3a	Gjøre overslag over mengder, …													0
3b	telle opp,…													6
3c	sammenlikne tall, …													2
3d	og uttrykke tallstørrelser på varierte måter.													0
4a	Utvikle…													0
4b	og bruke varierte regnestrategier for addisjon og subtraksjon av tosifret tall													0
5a	Doble…													0
5b	og halvere.													1
6a	Kjenne igjen, …													2
6b	samtale…													0
6c	og videreføre strukturer i enkle tallmønstre.													2
7a	Kjenne igjen de norske myntene…													3
7b	og bruke dem i kjøp og salg.													0

I kapittel 4.3 pekte jeg på at Regneprøven hovedsakelig har hentet kompetansemål fra området tall i LK06. Når jeg ser nærmere på hva prøven kartlegger tegner det seg et bilde av at kompetansen *telle opp* (3b) er den mest sentrale, og at denne kartlegges på varierte måter. Ifølge min analyse krever seks av sidene i Regneprøven at eleven kan telle opp. Det er særlig telling oppover det blir lagt vekt på, og elevene må også kunne telle med ulike steg. Telling nedover blir derimot i liten grad kartlagt. På side 9 er temaet *skriv tall i rekke*. Her må eleven klare å finne tallet rett før og rett etter et gitt tall. Ut over det finner jeg ikke at Regneprøven for 2. trinn kartlegger telling nedover. Rike erfaringer med telling nedover blir oppfattet som viktig for å utvikle god forståelse for og ferdigheter i subtraksjon (Alseth et al., 2009).

Tabell 26 indikerer også at delmålet *telle til 100* (1a) blir kartlagt ganske tynt i Regneprøven. Kartleggingen er stort sett konsentrert om tallområdet 0-40. Når det gjelder delmålene *dele opp* (1b) og *bygge mengder opp til 10* (1c) stiller jeg meg spørrende til om de blir kartlagt.

I kapittel 5.1 drøftet jeg to ulike tolkninger av rammeverket. Tabell 26 tar utgangspunkt i delmål som jeg mener det er mulig å bekrefte at prøven kartlegger. Tabellen vil derfor være identisk enten tolkning I eller II blir lagt til grunn. Delmålene 3d, 4a og 4b krever imidlertid at flere sider i Regneprøven sammenliknes før jeg kan konkludere om delmålene kartlegges eller ikke. Tabell 26 er ikke egnet til dette formålet. Disse delmålene krever derfor en egen gjennomgang:

- *å uttrykke tallstørrelser på varierte måter* (3d)
- *utvikle* (4a)…
- *…og bruke varierte regnestrategier for addisjon og subtraksjon av tall* (4b).

Hvis vi skal si noe om hvorvidt elevene kan uttrykke tallstørrelser på varierte måter må det være variasjon i hvordan tallstørrelsene representeres:

Tabell 27 Utdrag fra rammeverket som presiserer *uttrykke tallstørrelser på varierte måter* (3d).

Telling og tallrelasjoner			
Kunnskapsløftet	**Presisering**	**Oppgaveeksempler**	**Hefteside**
Uttrykke tallstørrelser på varierte måter (3d)	Uttrykke antall med konkreter, tallsymboler og på tallinje	• Tegn ring rundt konkreter • Skriv antall med tallsymbol • Knytte tall til tallinje	5,6,7,9, 10,11,12, 13

Presiseringen av delmålet *uttrykker tallstørrelser på varierte måter* (3d) sier at antall skal uttrykkes med konkreter, tallsymboler og på tallinje. For å undersøke dette har jeg satt opp en tabell som viser temaene på de ulike sidene som rammeverket henviser til:

Tabell 28 Sider som må sammenliknes for å vurdere om Regneprøven kartlegger delmålet *uttrykker tallstørrelser på varierte måter* (3d).

Kunnskaps-løftet	Delmål	Side 5	Side 6	Side 7	Side 9	Side 10	Side 11	Side 12	Side 13
Uttrykke tallstørrelser på varierte måter (3d)	3d	Sett strek til riktig sted (Tall-linje)	Tegn ring rundt halv-parten	Hvor mye til sammen? (addisjon)	Skriv tall i rekke. (Tall før og etter)	Fortsett rekkene	Skriv tallene i rekke-følge.	Del i tiere og enere.	Skriv tallet som mangler.

På disse sidene blir tallstørrelser i hovedsak uttrykt gjennom tallsymbol og på tallinje. På side 4 og side 6 blir det brukt konkreter (i form av bilder) på til sammen fire oppgaver. Jeg synes det er liten bruk av konkreter i forhold til symboler og kombinasjonen symboler/tallinje.

Spørsmålet om det er eleven eller prøveutviklerne som skal være aktive er aktuelt her også, ettersom representasjonsformen er valgt for eleven. Jeg mener derfor at Regneprøven ikke kartlegger om eleven *uttrykker* tallstørrelser på varierte måter, men om elevene kan *forstå* tall som er uttrykt på varierte måter.

Når det gjelder *uttrykke tallstørrelser på varierte måter* (3d) blir dette presisert slik i rammeverket:

Tabell 29 Utdrag fra rammeverket som presiserer *utvikle* (4b) *og bruke varierte regnestrategier for addisjon og subtraksjon av tosifrete tall* (4b).

Telling og tallrelasjoner			
Kunnskapsløftet	**Presisering**	**Oppgaveeksempler**	**Hefteside**
Utvikle og bruke varierte regnestrategier for addisjon og subtraksjon av tosifrete tall (4a – 4b)	Addere og subtrahere ensifrede tall fra tall opp til 100 med symboler	• Regn ut 47+6, 47-6 • Hvilket tall mangler: 9 = _+5	7,8,10, 12,13,14
	Addere og subtrahere med hele tiere	Regn ut • 36+ 10, 36-10	10,13
	Kontekst, subtraksjon	Du har 20 kroner og kjøper en kopp til 14 kr. Hvor mye har du igjen?	8
	Kontekst, addisjon	En bil koster 5 kr og en båt 8 kr. Hvor mye koster de til sammen?	7

Presiseringen av delmålene sier at kartleggingen skal undersøke om elevene kan addere og subtrahere ensifrede tall fra tall opp til 100 med symboler, addere og subtrahere med hele tiere og løse addisjons- og subtraksjonsoppgaver som er satt inn i en kontekst. For å undersøke dette har jeg satt opp en tabell som viser temaene på de ulike sidene som rammeverket henviser til:

Tabell 30 Sider som må sammenliknes for å vurdere om Regneprøven kartlegger delmålene utvikle (4a) *og bruke varierte regnestrategier for addisjon og subtraksjon av tosifrete tall* (4b).

Kunnskapsløftet	Delmål	Side 7	Side 8	Side 10	Side 12	Side 13	Side 14
Utvikle og bruke varierte regnestrategier for addisjon og subtraksjon av tosifrete tall (4a – 4b)	4a 4b	Hvor mye til sammen? (addisjon)	Hvor mye er igjen? (subtraksjon)	Fortsett rekkene.	Del i tiere og enere.	Skriv tallet som mangler.	Regn ut. (addisjon og subtraksjon med symboler).

Jeg mener at rammeverket presiserer delmålene 4a og 4b med varierte beskrivelser og at oppgavene som det henvises til i Regneprøven også er bygd opp på ulike måter. Det innbyr til at eleven kan bruke varierte strategier. Likevel kan ikke læreren si noe om elevene har *brukt* varierte strategier, ettersom ingen av oppgavene er designet slik at det er mulig å si noe kvalifisert om strategiene når prøven rettes.

Med en slik nyansering står jeg igjen med at det er åtte av tjue delmål som ikke kartlegges ved å bruke Regneprøven:

- *Sette sammen tiergrupper* (1d).
- *Bruke tallinja til beregninger* (2a).
- *Gjøre overslag over mengder* (3a).
- *Å uttrykke tallstørrelser på varierte måter* (3d).
- *Utvikle* (4a)…
- *…og bruke varierte regnestrategier for addisjon og subtraksjon av tall* (4b).
- *Samtale om strukturer i enkle tallmønstre* (6c).
- *Bruke de norske myntene i kjøp og salg* (7b).

I rammeverket for 3. trinn (se vedlegg 8) legger jeg merke til at delmål 6b og 2a ikke er tatt med videre til rammeverket for 3. trinn:

Tabell 31 To utvalgte endringer i rammeverket for Regnprøven fra 2. til 3. trinn.

Rammeverket 2. trinn	Rammeverket 3. trinn
Kjenne igjen (6a), samtale (6b) og videreføre strukturer i enkle tallmønstre (6c).	Kjenne igjen strukturer og videreføre enkle tallmønstre.
Bruke tallinja til beregninger (2a) og til å vise tallstørrelser (2b).	Bruke tallinja til å vise tallstørrelser.

Jeg kjenner ikke til hvilke vurderinger som er foretatt i forbindelse med at delmål 6b og 2a er valgt bort fra rammeverket til 3. trinn og om begrunnelsene eventuelt går i samme retning som mine analyser. Det er også foretatt andre endringer som en konsekvens av at elevene på 3. trinn bør kartlegges i nye temaer som er blitt innført.

Jeg legger også merke til at delmål 7b er tatt inn på 3. trinn og formulert som *"løse praktiske oppgaver med kjøp og salg".*

5.2.6 Konsekvenser av analysen

Min gjennomgang i kapittel 5.2 viser at Regneprøven ikke kartlegger alle kompetansemålene som rammeverket for prøven henviser til. Likevel tyder den nasjonale gjennomføringen (Alseth et al., 2009) på at Regneprøven skiller godt mellom elever som er over og under kritisk grense, ettersom det er så stor forskjell på hvordan elevene over og under kritisk grense gjør det på de fire sidene jeg har presentert i kapittel 3.5. Spørsmålet er likevel om lærere som har gjennomført Regneprøven kan være rimelig sikre på at de har identifiser de elevene som ikke har tilfredsstillende utbytte av undervisningen? Ettersom Regneprøvens avskjæringspunkt baserer seg på en prokuradefinisjon må vi ta høyde for at noen elever som kommer over den kritiske grensen likevel kan ha kjennetegn på å være i matematikkvansker og motsatt (Ostad, 2006), slik jeg drøftet i kapittel 2.3.4.

Jeg har konkludert med at Regneprøven hovedsakelig undersøker elevenes telleferdigheter. I den sammenheng er det interessant å vurdere om de elevene som kommer under kritisk grense på Regneprøven ville blitt identifisert ved å bruke et kartleggingsverktøy som har fokus på tellestrategier, for eksempel Snorre Ostads kartlegging av strategier (Ostad, 2008a; Ostad, 2008b). I kapittel 6.9 vil jeg velge ut et lite utvalg av elevene i mitt datamateriale og sammenlikne resultatene på Regneprøven med resultatene fra Snorre Ostads kartlegging. Det ligger utenfor denne oppgavens rammer å gjennomføre grundige undersøkelser av hvordan elever som havner under kritisk grense på Regneprøven gjør det på andre former for kartlegginger og tester. Men en slik enkel sammenlikning kan forhåpentligvis gi en indikasjon på om det er grunnlag for at andre kan studere videre på om det er noen sammenhenger mellom Regneprøven og Ostads kartlegging av strategier.

Utviklerne av Regneprøven anbefaler at det blir gjennomført intervju for å få bedre innsikt i kompetansene til elevene under kritisk grense (Alseth et al., 2009). Bobis et al. (2005) viser at skolemyndighetene på New Zealand og i statene Virginia og New South Wales i Australia har tatt konsekvensene av at skriftlige prøver har klare begrensninger. Min analyse kan tyde på at det bør vurderes om vi skal gå i samme retning i Norge. Nasjonalt senter for matematikk i opplæring (NSMO) har i flere år anbefalt kartleggingsverktøyet ”Alle teller!” (McIntosh, 2007). Her har det vært klare anbefalinger om at læreren bør gjennomføre intervju basert på den skriftlige delen av kartleggingen.

5.3 Regneprøven i lys av forskning på tallforståelse og regneferdighet

I dette kapitlet vil jeg peke på noen momenter fra internasjonal forskning på tallforståelse og regneferdighet som utviklerne fremhever i sin presentasjon av Regneprøven (Alseth et al., 2009). Jeg vil vurdere om det er mulig å etterprøve disse fremstillingene når jeg i kapittel 5.4 skal analysere Regneprøvens rammeverk i forhold til det teoretiske grunnlaget.

I forbindelse med piloteringen av Regneprøven ble det utviklet rutiner for gjennomføringen av prøven, samt to forskjellige oppgavesett. Etter piloteringen ble den endelige prøven satt sammen ved å velge oppgaver fra de to piloterte oppgavesettene. Under utvelgelsen ble det lagt vekt på faglige- og testtekniske vurderinger, samt tilbakemeldinger lærerne hadde gitt under piloteringen (Alseth et al., 2007). I rapporten fra piloteringen er det gjort rede for de faglige- og testtekniske vurderinger som er foretatt, hovedsaklig i form av statistiske undersøkelser av de to prøveheftene. Jeg har ikke data til å etterprøve *oppgaveutvalget* ytterligere.

Det er en *tidsbegrensning* på hver oppgave, fordi det er viktig å teste om eleven har utviklet effektive regne- og/eller tellestrategier (Alseth et al., 2007). Elever som legger sammen tall ved å telle en for en kan få problemer med å rekke alle oppgavene på en side, mens de som utnytter faktakunnskaper i mer effektive strategier skal ha mulighet til å rekke alle oppgavene.

Dette samsvarer med funnene i det såkalte MUM-prosjektet[27] (Ostad, 2008b). Det er ikke gjort rede for hvordan tiden er satt, men etter piloteringen ble det avgjort å øke prøvetiden til side 11 i hefte 2 med ½ minutt (Alseth et al., 2007). Samtidig ble noen oppgaver gjort enklere, ettersom denne siden under piloteringen hadde vist seg å være vanskelig. I den endelige utgaven av Regneprøven ble dette til side 13. På denne siden skal elevene skrive det tallet som mangler, for eksempel 7 = 10 - ___. I rapporten fra piloteringen blir det kommentert at tidsbruken skal overvåkes under gjennomføringen våren 2008, men i rapporten fra denne gjennomføringen (Alseth et al., 2009) finner jeg ikke dette beskrevet. Med de kildene og dataene jeg har tilgjengelig er det ikke mulig å etterprøve de tidsbegrensningene som er satt, eller diskutere de vurderingene som ligger bak.

Oppgavenes utforming er justert i forhold til hva internasjonal forskning sier om den underliggende kompetansen, tallstørrelsene og oppgavepresentasjonen (Alseth et al., 2007). Noen oppgaver er lettere enn andre og noen kompetanser hviler på andre. Dette omtales som *den underliggende kompetansen* og det henvises spesielt til Denvir og Brown (1986a). I kapittel 2.2 presenterte jeg denne studien. Oppsummert påviste Denvir og Brown at selv om det å utvikle en matematisk kompetanse til en viss forstand er å ”bygge stein på stein” følger ofte elevene helt egne veier gjennom kompetansene. Det er ikke én felles vei, selv om noen hovedtrekk kan identifiseres. Denvir og Brown (1986a) gir en detaljert fremstilling av hvordan de mener at kompetansene henger sammen og avhenger av hverandre i barns tidlige utvikling av tallforståelse og regneferdighet. Jeg har derfor data til å gjøre nærmere undersøkelser rundt den underliggende kompetansen. I kapittel 5.4 vil jeg undersøke hvordan Denvir og Browns fremstilling samsvarer med de andre rammeverkene som utviklerne av Regneprøven henviser til.

Tallstørrelsene spiller en rolle på den måten at høyere tall vanligvis vil gjøre oppgavene vanskeligere (Anghileri, 2006)[28]. Det blir spesielt pekt på at det er viktig å skille mellom tallene over og under tjue, siden det først er fra tjue og oppover at tallordene viser tallenes innbyrdes relasjon. Det blir også poengtert at mulighetene til å variere tallstørrelsene må utnyttes, slik at elevenes kompetanse innen det aktuelle utviklingsområdet blir kartlagt så presist som mulig (Alseth et al., 2007). Jeg har data til å kunne analysere hvilke tallstørrelser Regneprøven opererer med, men av hensyn til omfanget på oppgaven velger jeg det bort.

Det er lagt vekt på å gi oppgavene en *utforming* som ikke hindrer eleven i å vise hvilken kompetanse hun har i matematikk. Siden rammeverket legger til grunn en individuell skriftlig prøve, må det medføre noe lesing. Det er lagt vekt på å begrense omfanget til det som er ”nødvendig og passende”, samtidig som det legges til grunn at lesing er en grunnleggende ferdighet i matematikkfaget (Alseth et al., 2007).

Regneprøven bruker illustrasjoner, ikke-tekstlige oppgaver som å skrive tall i rekkefølge og eksempler for å unngå at leseferdighetene får for stor betydning. I tillegg inneholder prøven 40 % flervalgsoppgaver og 60 % åpne oppgaver. Flervalgsoppgavene gir høyere svarprosent, mens åpne oppgaver gir elevene større frihet til å gi respons. Slik de åpne oppgavene er utformet gir de etter min vurdering liten informasjon om hvordan eleven har tenkt for å komme frem til svaret. Det er ingen oppgaver som krever at eleven skriver opp en utregning eller begrunnelse for et svar, noe som må vurderes i forhold til at det er elever som er 7-8 år gamle.

[27] MUM er en forkortelse for Matematikk Uten Matematikkvansker.
[28] (Alseth et al., 2007) henviser til 2000-utgaven av Anghileris bok (1.utgave). Jeg har studert 2.utgaven fra 2006.

Etter en rask gjennomgang vurderer jeg at det er lite tekst på prøven for 2. trinn og at behovet for å lese dermed er redusert til et minimum. Oppgavene blir også presentert ved at læreren gir et eksempel på hvordan oppgavene skal løses før hver side gjennomføres (se kapittel 3.4). På 3. trinn er det noen oppgaver med mer tekst. Selv om læreren forklarer hva eleven skal gjøre stilles det krav til leseferdigheter for å kunne hente den nødvendige informasjonen. Spesielt side 12 i Regneprøven for 3. trinn stiller krav til leseferdighet, for eksempel:

> *På en buss er det noen elever. 12 elever går av bussen på en holdeplass. Da er det 35 elever igjen på bussen.*
> *Hvor mange elever var på bussen før holdeplassen?*

Siden kravene til leseferdighet først og fremst opptrer på prøven for 3. trinn vil jeg av hensyn til masteroppgavens omfang ikke gå inn på å analysere leseferdighetens betydning for resultatene på Regneprøven. Interesserte lesere kan finner mer om lesing og matematikk hos Reikerås (2006; 2007).

Når det gjelder oppgavetypene vil jeg henvise til en dansk undersøkelse av kartleggingsprøver (Lindhardt & Hansen, 2011). Undersøkelsen tok utgangspunkt i svarene som var oppgitt på flervalgsoppgaver på en dansk kartleggingsprøve. De samme oppgavene ble gitt til en forsøksgruppe uten at de fikk oppgitt alternativer. Det viste seg da at 48 % av elevene leverte svar som ikke var oppgitt som et av valgene på flervalgsoppgaven. I et slikt perspektiv hadde det vært interessant å se nærmere på de alternativene Regneprøven gir elevene på flervalgsoppgavene. Hvordan er valgene foretatt? Finnes det alternativer som ikke er oppgitt, men som mange elever ville valgt hvis oppgaven var åpen? Av hensyn til omfanget går jeg i denne masteroppgaven heller ikke inn i slike undersøkelser.

Den *kritiske grensen* er definert slik at 20 % av elevene skal komme under grensen. Utviklerne av Regneprøven henviser ikke direkte til internasjonal forskning for å begrunne dette. Det henvises til faglige og praktiske grunner, men uten at begrunnelsene klargjøres nærmere.

Regneprøven er utviklet for at lærerne tidlig kan oppdage elever som det kan være rimelig grunn til å bekymre seg for (Alseth et al., 2007). Dermed kan skolen tidlig sette inn en målrettet innsats. I en slik sammenheng vil det etter min vurdering være bedre å bekymre seg for litt for mange elever, enn å miste fokuset på noen elever som senere vil komme i matematikkvansker. Sagt på en annen måte oppfatter jeg at det er bedre å få ”false positives” enn ”false negatives” (Ostad, 2006). Utfordringen er at det ikke er konsensus om definisjoner og omfang av matematikkvansker (se kapittel 2.3) og det er derfor også diskutabelt hvor avskjæringspunktet skal settes.

Etter piloteringen ble det foreløpig konkludert med at den kritiske grensen burde gå ved halvparten av den maksimale poengsummen (Alseth et al., 2007). Det ble imidlertid åpnet for at dette måtte vurderes på nytt ved gjennomføringen i 2008, siden prøven ble endret. Etter denne gjennomføringen ble den kritiske grensen hevet fra 37 til 43 poeng for 2. trinn (Alseth et al., 2009). Det er så vidt jeg vet ikke gjennomført tilsvarende nasjonal gjennomføring for 3. trinn og jeg kjenner ikke til hvilke vurderinger som er foretatt når den kritiske grensen for 3. trinn er satt til 52 poeng. Vi bør være åpne for at en kritisk grense ikke kan være noe annet enn veiledende, og derfor pekes det også i veiledningsmaterialet på at det må utøves skjønn i forhold til grensen. Ett av funnene i Medelstaundersøkelsen var at elevene gikk inn og ut av kritisk sone i løpet av grunnskolen (Engström & Magne, 2003), noe som viser at det er nødvendig å forsøke å se bak resultatene. Kanskje det noen ganger er mindre grunn til å bekymre seg over en elev under kritisk grense enn klassekameraten som kommer to poeng over grensen?

Utviklerne peker selv på at en skriftlig og individuell prøve har noen begrensninger og ikke er designet for å si noe kvalifisert om kompetansen til de elevene som skårer aller lavest på Regneprøven (Utdanningsdirektoratet, 2008a).

Ut fra gjennomgangen over har jeg valgt å konsentrerer meg om *den underliggende kompetansen* når jeg i kapittel 5.4 skal undersøke om det er forholdsvis stor enighet blant de forskerne Regneprøven henviser til. Jeg velger derimot å ikke gå nærmere inn på de andre henvisningene til forskning som jeg har drøftet i dette kapitlet. Dette skyldes dels at jeg ikke har data til å utføre nærmere undersøkelser, dels bortvalg av hensyn til masteroppgavens omfang.

5.4 Rammeverket til Regneprøven i forhold til det teoretiske grunnlaget

I kapittel 2 presenterte jeg forskningen som utviklerne hevder at rammeverket til Regneprøven bygger på (Ahlberg & Hamberger, 1995; Anghileri, 2006; Bobis et al., 2005; Carpenter et al., 1999; Denvir & Brown, 1986a; Denvir & Brown, 1986b; Jones et al., 1996). Jeg kan enten undersøke om det er samsvar mellom det teoretiske grunnlaget og:

- Selve Regneprøven, eller
- Rammeverket til Regneprøven.

Som overskriften signaliserer har jeg valgt å sammenlikne rammeverket til Regneprøven med det teoretiske grunnlaget (se kapittel 2.2.1).

I kapittel 2.2.1 viste jeg at Bobis et al. (2005) gir en oversikt over tre ulike intervensjons-programmer i Australia og på New Zealand:

- Count Me in Too (CMIT).
- Victorian Early Numeracy Project (ENRP).
- New Zealand Numeracy Development Project (NDP).

Jeg har valgt å sammenlikne rammeverkene til CMIT og ENRP med rammeverket til Regneprøven. Jeg har ikke gått inn i rammeverket til NDP. Som beskrevet i kapittel 2.2.1 har de tre prosjektene felles forskningsbase og mange fellestrekk, så jeg mener at jeg har tilstrekkelig sammenlikningsgrunnlag selv om jeg velger bort ett av dem. I kapittel 2.2.1 kom også frem at de ulike rammeverkene stemte godt overens på de områdene jeg trakk frem.

I kapittel 2.2.1 så jeg også på rammeverkene til Denvir & Brown (1986a; 1986b) og Jones et al. (1996). Jeg vil sammenlikne begge disse rammeverkene med Regneprøvens rammeverk.

De andre studiene jeg presenterte i kapittel 2 vil bli trukket inn når jeg mener at det er relevant.

Rammeverket til Regneprøven er delt opp i tre kategorier:

- Telling og tallrelasjoner.
- Gruppering og oppdeling.
- Regning og oppgavestrukturer.

Kan vi finne igjen denne kategoriseringen i de internasjonale forskningsbaserte rammeverkene?

For å få et bilde av om det er samsvar mellom rammeverkene har jeg laget en oversikt som viser hvilke områder de ulike rammeverkene tar opp. Tabell 32 er organisert med utgangspunkt i kategoriene i rammeverket til Regneprøven. For hvert av de internasjonale rammeverkene har jeg forsøkt å identifisere om det består av områder som samsvarer med kategoriene fra Regneprøven:

Internasjonale forskningsbaserte rammeverk	**Telling og tallrelasjoner**	**Gruppering og oppdeling**	**Regning og oppgavestrukturer**
Learning Framework in Number (LFIN) Blant annet brukt I Count Me In Too (CMIT)	Del A: Tidlige aritmetiske strategier Base-ti aritmetiske strategier Del B: Telleremsen forlengs og tallord etter Telleremsen baklengs og tallord før Tallsymbol	Del A: Base-ti aritmetiske strategier Del C: Strukturere tall fra 1 til 20.	Del A: Tidlige aritmetiske strategier Base-ti aritmetiske strategier Del D: Tidlig multiplikasjon og divisjon[29].
(Victorian) Early Numeracy Research Project (ENRP)	Del A: Telling Del C: Strategier for addisjon og subtraksjon Del D: Strategier for multiplikasjon og divisjon	Del B: Plassverdisystemet	Del C: Strategier for addisjon og subtraksjon Del D: Strategier for multiplikasjon og divisjon
Jones et al.	Telling Tallrelasjoner	Oppdeling Gruppering (Plassverdi)	Telling Gruppering
Denvir & Brown	Telling	Plassverdi	Addisjon Subtraksjon

Tabell 32 Sammenlikning av ulike rammeverk for barns utvikling av tallforståelse og regneferdighet.

Overskriftene til Jones et al. (1996) har størst samsvar med Regneprøven når det gjelder begrepsbruk. Regneprøvens rammeverk samler Telling og tallrelasjoner, men Jones et al. (op.cit.) deler dette i to kategorier (se kapittel 2.2.1). Regneprøvens rammeverk har en kategori som heter Gruppering og oppdeling, mens Jones et al. (op.cit.) deler dette i to kategorier. Regning og oppgavestrukturer finnes ikke hos Jones et al.(op.cit.) , men jeg oppfatter at de elementene som rammeverket til Regneprøven tolker inn i Regning og oppgavestruktur finnes innbakt i de fire kategoriene til Jones et al.(op.cit.). Under kategorien Gruppering skal elevene for eksempel løse denne oppgaven hvis de befinner seg på det øverste nivået:

> *The toy story man told George to peek at the candies in his bag. There were loose candies, rolls of ten, and boxes of 100. George counted 2 boxes, 23 rolls, and 9 loose candies. George was curious. How many candies were there?* (Jones et al., 1996, s.316).

[29] Må sammenliknes med rammeverket for Regneprøven 3. trinn, se vedlegg 8.

For å løse denne oppgaven må elevene kunne addere, og det vil være en fordel hvis de har en god forståelse av posisjonssystemet. Dette samsvarer med beskrivelsene av Regning og oppgavestrukturer i rammeverket for Regneprøven.

De fire kategoriene Telling, Gruppering , Oppdeling og Tallrelasjoner ser ut til å være sentrale:

> *Grounded in developmental perspective, research in mathematics education has identified four constructs that appear to be central to the development of multidigit number sense – counting, grouping, partitioning, and ordering numbers. These constructs have been highlighted recently in a number of research studies on number and multidigit number learning* (Jones et al., 1996, s.311).

I de tre andre internasjonale rammeverkene jeg har valgt ut varierer begrepsbruken noe mer i forhold til Regneprøvens rammeverk. Likevel sammenfaller kategoriene etter min mening innholdsmessig med de kategoriene som rammeverket til Regneprøven er delt opp i. Del B i ENRP handler for eksempel om plassverdisystemet, men vekstpunktene som beskrives i dette rammeverket sammenfaller med innholdet i kategorien Gruppering og oppdeling (se vedlegg 5)

Innenfor de ulike rammeverkene er det flytende overganger mellom kategoriene. For eksempel er tidlige aritmetiske strategier fra LFIN plassert både under Telling og tallrelasjoner og Regning og oppgavestrukturer. Trinn 0-2 i LFIN beskriver begynnende telling, mens trinn 3-5 beskriver en utvikling mot effektive tellestrategier som en del av å løse ulike addisjons- og subtraksjonsoppgaver (se vedlegg 4). På trinn 5 beskrives den mest komplekse kompetansen:

> ***Stage 5: Facile Number Sequence.*** *The child uses a range of what are referred to as* ***non-count-by-ones*** *strategies. These strategies involve* ***procedures*** *other than* ***counting-by-ones*** *but may also involve some counting-by-ones. Thus in additive and subtractive situasions, the child uses strategies such as compensation, using a known result, adding to ten, commutativity, subtraction as the inverse of addition, awareness of the ´ten´ in a teen number* (Wright et al., 2006, s.22).

Tidlige aritmetiske strategier er en tilfeldig valgt representant for at det er flytende overganger for når beskrivelsene i de ulike rammeverkene går over fra å samsvare med for eksempel kategorien Telling og tallrelasjoner til å være mer overensstemmende med en av de andre kategoriene. Det samme mønsteret ser jeg i de andre rammeverkene. I Tabell 32 har jeg for eksempel plassert del C og D i ENRP både under Telling og Tallrelasjoner og under Regning og oppgavestrukturer.

Rammeverket til ENRP består av fem deler i tillegg til de fire delene som samsvarer med rammeverket for Regneprøven:

- Del E: Tid.
- DEL F:Lengde og måling.
- Del G: Masse.
- Del H: Egenskaper ved former.
- Del I: Visualisering og orientering.

Ingen av de andre rammeverkene inneholder kategorier utover dem som er nevnt i Tabell 32.

5.5 Oppsummering av Regneprøven i forhold til det teoretiske grunnlaget

I kapittel 1.5 formulerte jeg forskningsspørsmålet mitt:

> *Hva kan Regneprøven gi av informasjon om elevenes tallforståelse og regneferdigheter etter 2. trinn?*

Jeg stilte fire underspørsmål, hvorav de tre første er aktuelle for å oppsummere kapittel 5:

I. Hva er det teoretiske grunnlaget for Regneprøven?
II. På hvilken måte er det samsvar mellom Regneprøven og det teoretiske grunnlaget?
III. På hvilken måte er det samsvar mellom Regneprøven og kompetansemålene fra LK06?

Det teoretiske grunnlaget for Regneprøven definerte jeg i kapittel 1.5 som den forskningen utviklerne henviser til. Jeg vil si at underspørsmål I er besvart gjennom den samlede presentasjonen i kapittel 2. I kapittel 2.2 beskriver jeg spesifikt de rammeverkene som utviklerne henviser til.

Når det gjelder underspørsmål III vil jeg henvise til kapittel 5.2.5, hvor jeg konkluderte og oppsummerte i forhold til hvordan samsvaret var mellom Regneprøven og kompetansemålene fra LK06.

I forhold til underspørsmål II viste jeg i kapittel 2 at alle rammeverkene beskriver en utvikling, enten som et hierarki eller som et nettverk. Det er et fellestrekk at alle rammeverkene legger til grunn at det er mulig å beskrive barns utvikling av tallforståelse og regneferdigheter. I kapittel 2 viste jeg også rammeverkene i stor grad stemmer overens med Carpenter et al. (1999) som beskriver at barn naturlig begynner med å bruke direkte modellering for å løse matematiske problemer. Etter hvert går de over til å bruke tellestrategier før de mer og mer går over til å utnytte tallfakta.

Selv om det er noen variasjoner når det gjelder begrepsbruk konkluderer jeg med at det er forholdsvis stor enighet hos de forskerne som utviklerne henviser til for å beskrive barns utvikling av tallforståelse og regneferdighet (se kapittel 2.2). Analysen av de internasjonale rammeverkene som utviklerne av Regneprøven henviser til viser at det er samsvar mellom kategoriene som brukes og kategoriene i rammeverket til Regneprøven (se kapittel 5.4).

Mitt forskningsspørsmål har fire underspørsmål (se kapittel 1.5), hvor det fjerde er:

Hva kan Regneprøven gi av informasjon om tallforståelsen og regneferdighetene til de elevene i mitt datamateriale som kommer under kritisk grense?

For å kunne svare på dette vil jeg i kapittel 6 presentere og analysere data fra gjennomføringen av Regneprøven på de tre skolene Fjellro, Havglimt og Heia i 2009 og 2010.

6 Presentasjon og analyse av elevdata fra Regneprøven

90 elever ved de tre skolene Heia, Havglimt og Fjellro har gjennomført Regneprøven i 2009 og 2010. 34 av elevene har gjennomført prøven både for 2. og 3. trinn, så til sammen har jeg data fra 124 elevbesvarelser. I dette kapitlet presenterer og analyserer jeg resultatene.

Kritisk grense er definert slik at 20 % av elevene på nasjonalt nivå skal komme under grensen. I kapittel 6.2 undersøker jeg hvor mange elever i mitt datamateriale som kommer under den kritiske grensen.

I kapittel 6.3 sammenlikner jeg resultatene fra de tre skolene og de ulike klassene som har deltatt i Regneprøven. Datamaterialet mitt viser at det er store variasjoner mellom de ulike skolene, men også innenfor hver skole. For å undersøke variasjonene nærmere ser jeg i kapittel 6.4 på utviklingen fra 2. til 3. trinn i de ni klassene og hos de 34 elevene som har tatt prøven begge årene. Det er interessant å se utviklingen elevene har fra det ene året til det andre, spesielt med hensyn på hvordan det går med elevene under kritisk grense.

I kapittel 6.5 oppsummerer jeg analysene som er foretatt i kapittel 6.1-6.4 med utgangspunkt i elevenes totale poengskåre på Regneprøven. Fra kapittel 6.6 til 6.9 fokuserer jeg på det matematiske innholdet i Regneprøven. Er det mulig å identifisere innhold som er spesielt krevende for alle elevene? Er det mulig å identifisere innhold som er spesielt krevende for elevene under kritisk grense?

I denne oppgaven har jeg valgt bort å analysere lærernes samtaler og refleksjoner omkring Regneprøven. I kapittel 6.6 trekker jeg likevel frem noen av lærernes refleksjoner som bakgrunn for resultatene jeg presenterer i kapittel 6.7 - 6.9.

I kapittel 6.7 ser jeg på hvilket matematisk innhold som ser ut til å være spesielt krevende for elevgruppen samlet, og hva elevene får bedre til. I kapittel 6.8 tar jeg dette fokuset videre og identifiserer hva som ser ut til å være mest utfordrende for elevene som kommer under kritisk grense på Regneprøven. Jeg sammenlikner mine data med den nasjonale gjennomføringen av Regneprøven i 2008 (Alseth et al., 2009) og undersøker om det er mulig å identifisere matematisk innhold som det er viktigere å være oppmerksom på enn hvor mange poeng elevene skårer.

Matematikklæreren til 2. trinn på Heia skole (2010) har gjennomført observasjon av addisjonsstrategier (Ostad, 2008a; Ostad, 2008b). I kapittel 6.9 sammenlikner jeg datamaterialet fra strategiobservasjonen med de samme elevenes resultater på Regneprøven. Hensikten er å følge opp funnene i kapittel 5.2.6 hvor jeg konkluderte med at Regneprøven hovedsakelig undersøker elevenes telleferdigheter. Jeg pekte da på at det er interessant å vurdere om de elevene som kommer under kritisk grense på Regneprøven blir identifisert ved å bruke et kartleggingsverktøy som har fokus på tellestrategier, for eksempel Snorre Ostads strategiobservasjonsmateriell.

6.1 Datagrunnlaget

På de tre skolene ble Regneprøven gjennomført for alle elevene på 2. og 3. trinn både i 2009 og 2010. Totalt har tre forskjellige årskull deltatt:

- Elevene født i 2000 gjennomførte prøven for 2. trinn i 2009.
- Elevene født i 2001 har gjennomført prøven begge årene. Vi kan derfor følge deres utvikling fra 2. til 3. trinn, noe som gjør at de 34 elevene er spesielt interessante.

- Elevene født i 2002 gjennomførte prøven for 2. trinn i 2010.

En elev har flyttet fra Fjellro skole til Heia skole, mens en annen elev har flyttet motsatt vei. Begge er født i 2001 og flyttet ved overgangen fra 2. til 3. trinn. De har dermed byttet plass i datamaterialet, slik at antall elever i hver klasse fortsatt er det samme. Ut over dette har det ikke vært noen utskiftninger i klassene disse to årene. Det er dermed grunnlag for å studere utviklingen fra det ene året til det andre hos elevene som er født i 2001, samt sammenlikne utviklingstrekkene på de tre skolene og i de ni klassene som har gjennomført Regneprøven.

I dette kapitlet blir begrepene skole, trinn og klasse brukt mye. Jeg vil derfor avklare innholdet i begrepene. Det er tre skoler i mitt datamateriale: Heia, Fjellro og Havglimt. Begrepet trinn bruker jeg om alle elevene som er kommet like langt i skoleløpet, uavhengig av hvilken skole de går på. Med klasse mener en gruppe elever som mottar undervisning i sammen.

På alle tre skolene er det bare en klasse på hvert trinn, ingen parallellklasser. Som nevnt i kapittel 4.4.1 drives det aldersblandet undervisning på Fjellro og Havglimt skole. Når jeg omtaler klasser fra disse to skolene betyr det at elevene på for eksempel 3. trinn kan tilhøre en aldersblandet gruppe med elever fra 3. og 4. trinn, men at bare elevene fra 3. trinn har gjennomført Regneprøven. Jeg omtaler dem likevel som en klasse.

I kapittel 6.2 vil jeg se etter generelle utviklingstrekk på skole- og trinnivå fra 2009 til 2010. Jeg ser da på data fra de tre skolene samlet.

6.2 Andel elever under kritisk grense

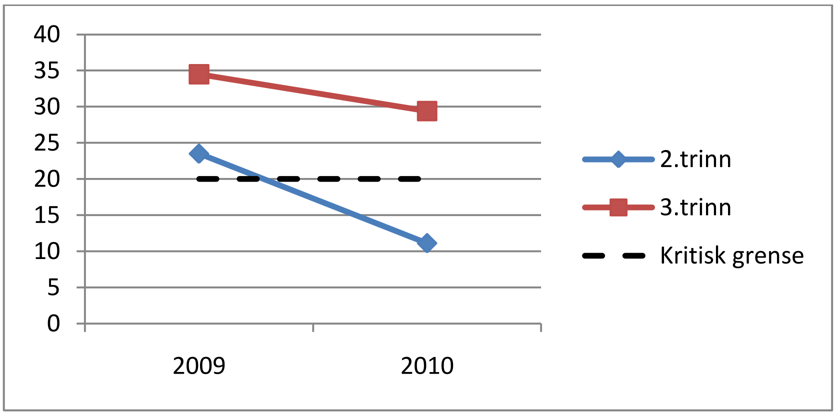
Regneprøven er designet slik at 20 % av elevene på landsbasis skal komme under den kritiske grensen. For å kunne vurdere mitt datamateriale i forhold til Regneprøvens kritiske grense vil jeg først se samlet på resultatene fra de tre skolene. Siden antall elever er forholdsvis lite vil jeg i Tabell 33 oppgi hvor mange elever som danner grunnlag for de ulike prosenttallene.

Tabell 33 [30]Antall elever under kritisk grense på de tre skolene samlet i 2009 og 2010.

Nivå	Mai 2009		Mai 2010	
	Elever	*Prosent*	*Elever*	*Prosent*
2. trinn	8 av 34	23,5 %	3 av 27	11,1 %
3. trinn	10 av 29	34,5 %	10 av 34	29,4 %
Totalt	**18 av 63**	**28,6 %**	**13 av 61**	**21,3 %**

Figur 23 gir en grafisk fremstilling av resultatene:

[30] Tabell 33 viser det totale antallet over og under kritisk grense øker med to elever på 2. trinn. Men tabellen viser ikke om for eksempel fire nye elever har kommet under kritisk grense, mens to elever har kommet over kritisk grense fra 2009 til 2010.



Figur 23 Prosentandel elever under kritisk grense på Regneprøven i 2009 og 2010.

Som det går frem av Tabell 33 og Figur 23 varierer andel elever under kritisk grense innenfor de tre årskullene, fra 11,1 % av elevene på 3. trinn i 2010 til 34,5 % av elevene på 3. trinn i 2009. Det kan se ut som det er forholdsvis store variasjoner mellom årskullene, og vi kan derfor også forvente å finne forskjeller mellom de ni klassene i datamaterialet.

Tabell 33 viser at til sammen 28,6 % av elevene ved de tre skolene kom under kritisk grense i 2009. I 2010 var tilsvarende tall 21,3 %. I løpet av disse to årene er det kun elevene på 2. trinn i 2010 som har færre enn 20 % av elevene under kritisk grense. Samlet sett er det flere elever over kritisk grense på de tre skolene enn vi kan forvente ut fra den kritiske grensen.

Figur 23 viser at antall elever under kritisk grense synker fra 2009 til 2010 både på 2. og 3. trinn. Det er for tidlig å konkludere med om det har sammenheng med det utviklingsarbeidet skolene har startet, eller om nedgangen har andre årsaker.

Tabell 33 viser også at totale antallet elever under kritisk grense er økt blant dem som er født i 2001. På 2. trinn 2009 var det åtte elever og på 3. trinn i 2010 ti elever under kritisk grense. Som beskrevet i kapittel 2.3 blir vansker i matematikk synlig på dette alderstrinnet for en del elever (Lunde, 2010). Vi kan derfor i utgangspunktet forvente en økning i antall elever under kritisk grense fra 2. til 3. trinn. Ut fra dette vil jeg i kapittel 7 diskutere om Regneprøven for 3. trinn også bør bli obligatorisk, for å kunne fange opp denne gruppen med elever.

6.3 Andel elever under kritisk grense på de ulike skolene

I kapittel 6.2 så vi at det var forskjell i antall elever under kritisk grense i 2009 og 2010. I dette kapitlet skal jeg se nærmere på hvordan disse elevene fordeler seg på de tre skolene og i de ni klassene i mitt datamateriale.

I Tabell 34 har jeg satt opp en oversikt over hvor stor andel av elevene på de tre skolene som har kommet under kritisk grense i 2009 og/eller 2010:

Tabell 34 Andel elever som har vært under kritisk grense i 2009 og/eller 2010.

Skole	**Andel elever under kritisk grense**	
	Elever	*Prosent*
Heia skole	6 av 37	16,2 %
Havglimt skole	11 av 28	39,3 %
Fjellro skole	7 av 25	28,0 %
Totalt	**24 av 90**	**26,7 %**

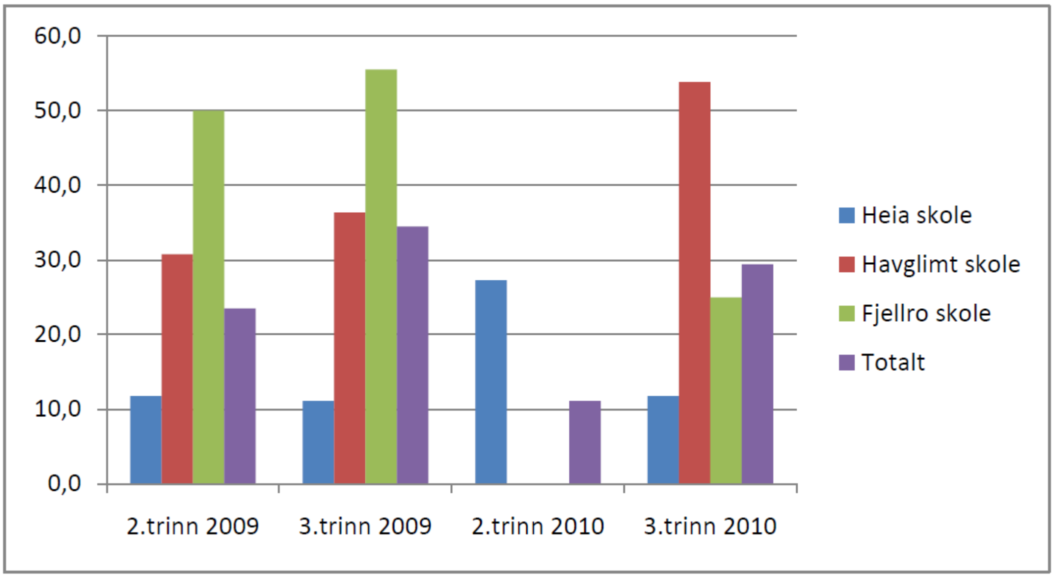
Jeg legger merke til at det er forholdsvis stor forskjell mellom de tre skolene. Heia skole er den eneste skolen som har færre enn 20 % av elevene under kritisk grense, mens det etter min oppfatning gir grunnlag for bekymring når 39,3 % av elevene på Havglimt skole har vært under kritisk grense i løpet av 2. og/eller 3. trinn. Slik Tabell 34 er presentert er det likevel en mulighet for at mange elever på Havglimt var under kritisk grense på 2. trinn, men at de har kommet over kritisk grense på 3. trinn. Dette skal jeg se nærmere på.

Tabell 35 viser resultatene de ni klassene i mitt datamateriale:

Tabell 35[31] Elever under kritisk grense i 2009 og 2010 på klassenivå.

Skole	**2009**				**2010**			
	2. trinn		*3. trinn*		*2. trinn*		*3. trinn*	
Heia skole	2 av17	11,8 %	1 av 9	11,1 %	3 av 11	27,3 %	2 av 17	11,8 %
Havglimt skole	4 av 13	30,8 %	4 av 11	36,4 %	0 av 4	0 %	7 av 13	53,8 %
Fjellro skole	2 av 4	50,0 %	5 av 9	55,6 %	0 av 12	0 %	1 av 4	25,0 %
Totalt	8 av 34	23,6 %	10 av 29	34,5 %	3 av 27	11,1 %	10 av 34	29,4 %

I Figur 24 er antall elever under kritisk grense i de ulike klassene presentert i et stolpediagram:



Figur 24 Prosentandel elever under kritisk grense på hvert trinn.

Tabell 35 viser at antall elever under kritisk grense varierer fra 0 % til 55,6 % i de ni klassene i datamaterialet mitt. Siden elevgrunnlaget er forholdsvis begrenset må tallene på klassenivå behandles kritisk. For eksempel har to av klassene bare fire elever, og da er det åpenbart ikke grunnlag for å oppgi antall elever under kritisk grense som et prosenttall og bruke det som

[31] Jeg vil presisere at Tabell 34 ikke kan sammenliknes direkte med Tabell 35. I Tabell 34 er noen elever med både i tallene for 2. trinn i 2009 og 3. trinn i 2010. Det har jeg tatt hensyn til når jeg har laget Tabell 35. Jeg har også tatt hensyn til de to elevene som har flyttet.

sammenlikningsgrunnlag. Den største klassen har sytten elever, men også i forhold til denne klassen mener jeg at tallmaterialet må behandles forsiktig.

Med dette forbeholdet i bakhodet skal jeg ut fra Tabell 35 og Figur 24 se nærmere på de ulike klassenes resultater. Klassene som tok prøven for 2. trinn i 2009 tok også prøven for 3. trinn i 2010. Hver av disse klassene har derfor to stolper i diagrammet.

Figur 24 indikerer at fire av klassene har gode resultater på Regneprøven, i betydningen færre enn 20 % av elevene under kritisk grense:

- 2. trinn på Heia skole i 2009 og 3. trinn på Heia skole i 2010 (17 elever).
- 3. trinn på Heia skole i 2009 (9 elever).
- 2. trinn på Havglimt skole 2010 (4 elever).
- 2. trinn på Fjellro skole i 2010 (11 elever).

Figur 24 indikerer også at resultatene på Regneprøven gir grunn til bekymring rundt fem klasser i datamaterialet mitt:

- 2. trinn på Havglimt skole i 2009 og 3. trinn i 2010 (13 elever).
- 2. trinn på Fjellro skole i 2009 og 3. trinn i 2010 (4 elever).
- 3. trinn på Havglimt skole i 2009 (11 elever).
- 3. trinn på Fjellro skole i 2009 (9 elever).
- 2. trinn på Heia skole i 2010.

Den viktigste begrunnelsen for at Regneprøven gjennomføres er å finne de elevene som kommer under kritisk grense. Uansett hvor stor del av elevene på en skole eller i en klasse som kommer under kritisk grense må oppmerksomheten rettes mot dem som gjør det. Dersom det gjelder en betydelig andel av klassen bør det være gjenstand for grundige vurderinger med hensyn på om dette kan skyldes årsaker i læringsmiljøet. Omtrent tre prosent av klassene på den nasjonale gjennomføringen hadde mer enn halvparten av elevene under bekymringsgrensen. Utviklerne av Regneprøven bruker det som argument for at det i enkelte tilfeller kan være hensiktsmessig å sammenlikne resultater på tvers av klasser, enten på en skole eller mellom skoler. Hvis det er få eller ingen elever under kritisk grense bør det undersøkes om det er mulig å identifisere suksessfaktorer. Hvis flere enn 20 prosent av elevene i en klasse er under kritisk grense bør det vurderes å sette i gang særlige tiltak (Alseth et al., 2009).

Samtidig *"advares [det] mot å trekke for raske og langtrekkende konklusjoner! Det er mange faktorer som påvirker elevenes resultater, og det vil være ulike forutsetninger mellom elever i ulike klasser*" (op.cit., s.11).

I denne oppgaven vil jeg i størst mulig grad unngå årsaksforklaringer fordi jeg ikke har datagrunnlag for å kunne si noe om årsakene. Da måtte jeg gjennomført for eksempel observasjoner i klasserommet og/eller intervju med elever og lærere. Jeg ønsker derfor å gjøre leseren oppmerksom på at de gangene jeg antyder årsaker, er det ment som stimulering til refleksjon. I kapittel 8 vil jeg komme tilbake til hvordan det kan være mulig å gå videre i forhold til å finne årsaker til noen av fenomenene jeg beskriver, enten ved at skolene driver med systematisk utforskning eller gjennom videre forskning.

6.4 Utvikling fra 2. til 3. trinn

Ettersom mine data strekker seg over to skoleår er det mulig å sammenlikne resultatene fra 2. til 3. trinn for elevene som har tatt prøven begge årene. I kapittel 6.4.1 vil jeg med utgangspunkt i et histogram se nærmere på utviklingen fra 2009 til 2010 på klassenivå. I kapittel 6.4.2 går jeg inn på individnivå og ser på utviklingen til hver av de 34 elevene, samtidig som jeg speiler individenes resultater mot resultatene på klassenivå. De tre skolene Heia, Fjellro og Havglimt har reflektert over resultatene i fellesskap som en del av sitt utviklingsarbeid.

Min hensikt med å presentere dataene er hovedsakelig å se nærmere på utviklingen til elevene under kritisk grense, samtidig som jeg håper analysen kan være en modell for hvordan andre skoler kan jobbe strukturert med sine resultater på Regneprøven. Dette vil jeg komme grundigere inn på i kapittel 8.

6.4.1 Klassers utvikling fra 2009 til 2010

Ved å sammenlikne prosentandel riktige svar på de to prøvene kan vi få et mål for antall prosentpoeng fremgang eller tilbakegang. Tabell 36 viser hvor mange elever i de tre ulike klassene som har hatt fremgang eller tilbakegang fra 2. til 3. trinn:

Tabell 36 Histogram endring i prosentpoeng fra 2. til 3. trinn, elever født 2001.

Skole	**Tilbakegang**			**Fremgang**		
	<-20]	<20-10]	<10-0]	<0-10]	<10-]	Totalt
Heia skole			5	10	2	17
Havglimt skole	3	3	3	3	1	13
Fjellro skole			4			4
Totalt	**3**	**3**	**12**	**13**	**3**	**34**

Tolv av sytten elever i klassen på *Heia skole* har hatt fremgang fra 2. til 3. trinn, noe som gjør at klassen skiller seg positivt ut i forhold til de to andre klassene. To av elevene har over ti prosentpoeng fremgang. De fem elevene som går tilbake har mindre enn ti prosentpoeng tilbakegang. Figur 24 og Tabell 33 viser at denne klassen har færre elever under kritisk grense enn de andre klassene på samme trinn. Når Tabell 36 viser at klassen også har størst fremgang, kan det tyde på at spriket mellom resultatene i denne og de andre klassene har økt.

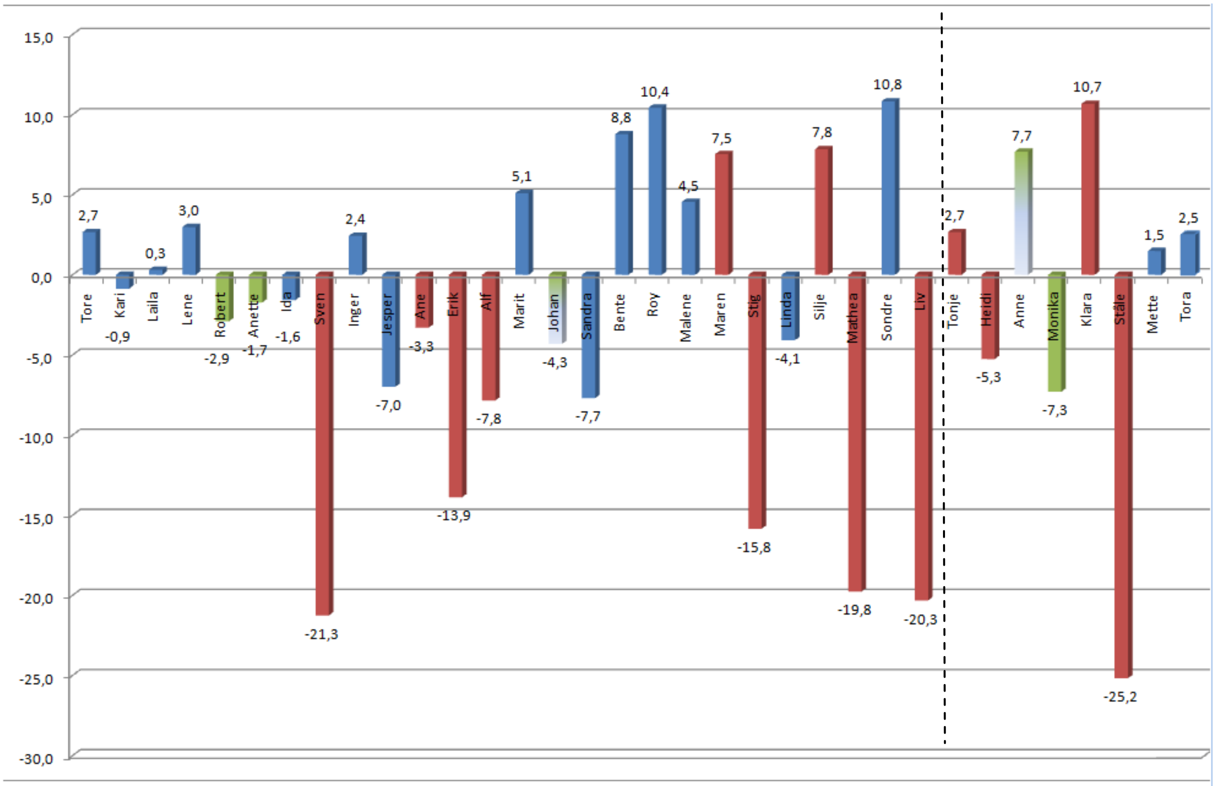
Ni av tretten elever i klassen på *Havglimt skole* har tilbakegang fra 2. trinn til 3. trinn. For seks av tretten elever er denne tilbakegangen over 10 prosentpoeng. Ingen klasser ved de to andre skolene har elever med tilsvarende stor tilbakegang. Dette gjenspeiler seg også ved at antall elever under kritisk grense er økt fra fire til syv fra 2. til 3. trinn, slik at over 50 % av elevene kommer under kritisk grense på prøven for 3. trinn (se Tabell 35).

Ved *Fjellro skole* er det bare fire elever som har tatt prøven både i 2009 og 2010. Det gir ikke grunnlag for å trekke så mange konklusjoner, men jeg legger merke til at alle fire elevene har en tilbakegang. Det forsterker inntrykket av at det er interessant å undersøke nærmere hvorfor klassen på Heia skole har så mange elever som viser fremgang, når tretten av sytten elever på de to andre skolene har tilbakegang. Som sagt i kapittel 6.3 har jeg ikke data til å svare på spørsmål om hvorfor, men må overlate til skolene å se om de kan komme nærmere et svar.

6.4.2 Elevers utvikling fra 2009 til 2010

For å utforske tendensene som ble vist i kapittel 6.4.1 ytterligere ser jeg nærmere på hver enkelt elevs fremgang eller tilbakegang fra 2009 til 2010. Ved å se på differensen i løsningsprosenten for hver elev på 2. og 3. trinn får jeg et mål på antall prosentpoeng fremgang eller tilbakegang. Dette har jeg fremstilt i et stolpediagram. Diagrammet er laget etter tre prinsipp:

- Stolpene viser fremgang eller tilbakegang fra 2. til 3. trinn i prosentpoeng.
- De tre skolene har fått hver sin farge på stolpene. Elevene fra Heia skole er farget blå, elevene fra Fjellro skole er farget grønne og elevene fra Havglimt skole er farget rødbrune. Anne flyttet fra Fjellro til Heia og Robert flyttet fra Heia til Fjellro mellom 2. og 3.trinn. Begge er fargelagt med en kombinasjon av grønn og blå.
- Elevene er rangert etter resultatene på prøven for 2. trinn. Tore står helt til venstre i Figur 25 og har fått flest poeng, mens Tora har fått minst poeng. Hver elevs resultater er gjengitt i vedlegg 9.



Figur 25 Endring i resultatene på Regneprøven fra 2. til 3. trinn, oppgitt i prosentpoeng. Elevene er rangert etter resultatene på 2. trinn: Tore oppnådde høyest poengsum og Tora lavest. Fargene viser hvilken skole elevene kommer fra og den stiplede linja viser kritisk grense.

Tabell 36 viste at tolv av sytten elever ved *Heia skole* har fremgang fra 2. til 3. trinn, mens fem av sytten elever har hatt tilbakegang. Figur 25 viser pseudonymnavn for de forskjellige elevene. For eksempel er Roy og Sondre de to elevene som hadde mer enn ti prosentpoeng fremgang fra 2. til 3. trinn.

Fem av elevene på Heia skole (blå farge) har tilbakegang fra 2. til 3. trinn. To av dem er Kari og Ida, som er høytpresterende elever og har en tilbakegang på henholdsvis 0,9 og 1,6 prosentpoeng. Kari fikk 73 av 75 poeng på Regneprøven for 2. trinn og 82 av 85 poeng på 3. trinn (vedlegg 9). Ida fikk 70 poeng på 2. trinn og 78 poeng på 3. trinn. Etter min vurdering kan vi se bort fra så liten tilbakegang når begge elevene ligger nært maksimal poengskåre.

Linda, Sandra og Jesper har en tilbakegang i størrelsesordenen 4,1 – 7,7 prosentpoeng fra 2. til 3. trinn. Linda ligger åtte poeng over kritisk grense på Regneprøven for 3. trinn, mens Sandra ligger fjorten og Jesper atten poeng over kritisk grense (se vedlegg 9). Jeg tenker at lærerne må være oppmerksomme på utviklingen, spesielt for Linda og Sandra, uten at jeg vil omtale utviklingen som kritisk.

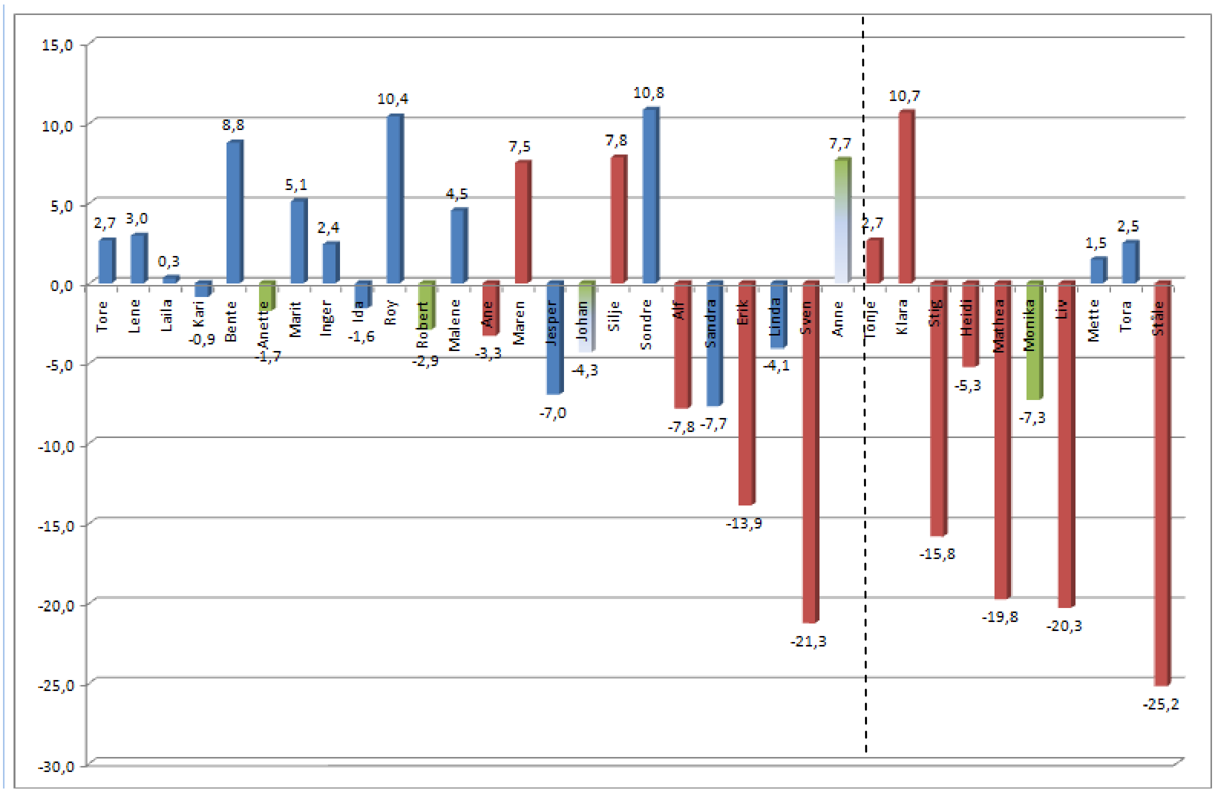
På *Fjellro skole* (grønn farge) har alle fire elevene hatt tilbakegang fra 2. til 3. trinn. Robert, Anette og Johan fikk henholdsvis 78, 79 og 70 poeng på 3.trinn (se vedlegg 9). Ingen av disse elevene er det foreløpig grunn til å bekymre seg for ettersom de ligger langt over kritisk grense.

Monika fikk 39 poeng og lå under kritisk grense på 2. trinn. På Regneprøven for 3. trinn fikk hun 38 poeng og har en tilbakegang på 8,0 prosentpoeng. Når en elev som er under kritisk grense går tilbake fra 2. til 3. trinn gir det etter min vurdering grunn til bekymring.

På *Havglimt skole* (rødbrun farge) er det mest iøynefallende mønsteret at ni av tretten elever har tilbakegang. For Sven, Erik, Stig, Mathea, Liv og Ståle er tilbakegangen over ti prosentpoeng. Ingen av elevene på Fjellro eller Heia skole har tilsvarende tilbakegang. Samlet sett gir resultatene stor grunn til bekymring.

Samtidig er det viktig å holde oppe at fire elever har fremgang. Maren, Silje og Klara har en fremgang på over 5,0 prosentpoeng. Det er bare Bente, Roy, Sondre og Anne på Heia skole som har hatt tilsvarende fremgang.

Figur 25 er sortert etter resultatene elevene oppnådde på Regneprøven for 2. trinn, mens Figur 26 er sortert etter resultatene elevene oppnådde på 3. trinn. I begge diagrammene er eleven som har fått flest poeng plassert helt til venstre, mens eleven som har færrest poeng står helt til høyre. Når jeg sammenlikner Figur 25 med Figur 26 kan jeg se at det har skjedd endringer fra 2009 til 2010 i forhold til hvordan elevene fra de ulike skolene er rangert innbyrdes:



Figur 26 Endring i resultatene på Regneprøven fra 2. til 3. trinn, oppgitt i prosentpoeng. Elevene er rangert etter resultatene på 3. trinn: Tore oppnådde høyest poengsum og Ståle lavest. Fargene viser hvilken skole elevene kommer fra og den stiplede linja viser kritisk grense.

Figur 26 viser at ti av de tolv elevene som presterte best på Regneprøven for 3. trinn våren 2010 var elever på Heia skole. Av de ti elevene som kom under kritisk grense var syv fra Havglimt skole. Når elevresultatene ble rangert fra best til dårligst samles elevene på

Havglimt i bunnen på Regneprøven for 3. trinn, mens elevene på Heia skole samles i toppen. Figur 25 viser at elevenes resultater var mer blandet etter 2. trinn. Sven, Ane, Erik og Alf fra Havglimt skole lå for eksempel høyere oppe. Elevgruppen under kritisk grense var også mer sammensatt etter 2. trinn enn etter 3. trinn. Etter 2. trinn var tre elever fra Heia skole, to fra Fjellro skole[32] og fire elever fra Havglimt skole under kritisk grense. Etter 3. trinn er det to elever fra Heia skole, en fra Fjellro skole og syv elever fra Havglimt skole under kritisk grense.

Elevene på Heia skole har i gjennomsnitt en fremgang på 2,3 prosentpoeng mens elevene på Havglimt i gjennomsnitt går tilbake 8 prosentpoeng fra 2. til 3. trinn.

Når jeg ser dette sammen med analysene i kapittel 6.2-6.4 kan jeg konkludere med at spriket mellom klassene på Havglimt og Heia øker, noe som vil være kritisk hvis utviklingen får fortsette fremover mot mellomtrinnet.

Jeg legger også merke til at elevene under kritisk grense har ulik utvikling på de tre skolene. På Heia skole var Mette og Tora under kritisk grense på Regneprøven for 2. trinn. Begge har fremgang fra 2. til 3. trinn, selv om de fortsatt er under kritisk grense. Mette og Tora har hatt forholdsvis liten fremgang, men det er likevel en positiv utvikling med tanke på at de elevene som er i matematikkvansker gjerne opplever at utfordringene blir større mot slutten av mellomtrinnet (Lunde, 2010).

Anne gikk på Fjellro skole på 2. trinn og på Heia skole på 3. trinn. Annes fremgang er så stor at hun som den eneste eleven har gått fra å ligge under kritisk grense på 2. trinn til å være over kritisk grense på 3. trinn. Det er interessant at fremgangen har skjedd etter at hun begynte i en klasse på Heia skole som har spesielt gode resultater på Regneprøven.

På Havglimt skole har to av elevene under kritisk grense hatt fremgang fra 2. til 3.trinn. Tonje har hatt en fremgang på 1,9 prosentpoeng, mens Klara har gått frem 10,0 prosentpoeng. Begge fikk 51 poeng på Regneprøven for 3. trinn og er nå rett under kritisk grense. Ståle og Heidi har derimot tilbakegang fra 2. til 3. trinn. Heidi går tilbake 6,0 og Ståle 25,8 prosentpoeng. Ståles tilbakegang er den største tilbakegangen i datamaterialet. Det er bekymringsfullt siden han allerede på 2. trinn lå under kritisk grense.

Tre av elevene på Havglimt skole var over kritisk grense på 2. trinn, men har hatt så stor tilbakegang at de er kommet under kritisk grense på 3. trinn. Stig, Mathea og Liv har gått tilbake henholdsvis 15,8, 19,8 og 20,3 prosentpoeng.

Sven, Erik og Alf har også hatt tilbakegang på mellom 7,8 og 21,3 prosentpoeng og har nærmet seg den kritiske grensen.

Jeg har som tidligere skrevet ikke data til å svare på hvilke faktorer som har spilt inn når elevene har tatt prøven (se kapittel 6.3) og som kan forklare fremganger og tilbakeganger. Lærerne har ut fra sitt kjennskap til elevene reflektert over dette når de har drøftet resultatene, og noen av de forbeholdene det er nødvendig å ta vil komme frem i kapittel 6.6.

6.5 Oppsummering av resultatene på skole- og klassenivå

I kapittel 6.2 har jeg vist at antall elever under kritisk grense varierer fra trinn til trinn og fra år til år. På 3.trinn i 2009 kom 34,5 % av elevene under kritisk grense, mens bare 11,1 % av elevene på 2. trinn kom under kritisk grense. Begge årene er det flere elever under kritisk grense på 3. trinn i forhold til på 2. trinn. Elever i matematikkvansker blir gjerne blir oppdaget

[32] Anne gikk på Fjellro skole i 2009 og var under kritisk grense.

fra slutten av småskolen og på mellomtrinnet (Lindhardt & Hansen, 2011; Lunde, 2010)noe som kan være en mulig forklaring på den tendensen jeg ser i mitt tallmateriale.

Jeg har også vist at generelt faller antall elever under kritisk grense fra 2009 til 2010. Det er for tidlig å si om det har sammenheng med utviklingsarbeidet skolene har drevet.

I kapittel 6.3 viste jeg at det var store forskjeller mellom de ulike skolene og klassene når det gjelder hvor mange elever som kommer under kritisk grense. Heia skole har færrest elever under kritisk grense. På denne skolen er det også en klasse som utmerker seg med bare to av sytten elever under kritisk grense. I kapittel 6.4 har jeg vist at elevene i denne klassen også har størst fremgang fra 2. til 3. trinn når jeg sammenlikner de klassene som har tatt prøven begge årene. Havglimt skole har flest elever under kritisk grense og her går også en klasse med bekymringsfullt mange elever under kritisk grense og bekymringsfullt mange elever med stor tilbakegang fra 2. til 3. trinn. Når jeg sammenlikner klassen på Heia skole med klassen på Havglimt skole har elevene under kritisk grense ulik utvikling. På Heia skole har de to elevene under kritisk grense fremgang fra 2. til 3. trinn. To elever på Havglimt har fremgang, mens fem av elevene under kritisk grense etter 3. trinn har hatt tilbakegang. For fire av elevene er tilbakegangen på over 15 prosentpoeng, som er betraktelig større tilbakegang enn elevene på de to andre skolene.

I kapittel 8.3 vil jeg peke på pedagogiske implikasjoner for Heia, Fjellro og Havglimt. I kapittel **Feil! Fant ikke referansekilden.** vil jeg diskutere hvordan mine analyser kan være en modell for skoleledere som skal følge opp nasjonale kartleggingsprøver.

6.6 Lærernes refleksjoner

For skolene kan det være hensiktsmessig å reflektere over hva som kjennetegner de klassene som lykkes i forhold til dem som har utfordringer (Alseth et al., 2009, s.11). I den nasjonale gjennomføringen i 2008 ble de skolene som gjorde det bra spurt om de hadde noen mening om hvorfor de lykkes. Den høyst uvitenskapelige undersøkelsen ga følgende indikasjoner:

- *De fleste nevner viktigheten av et godt og trygt klassemiljø: ”Elevene respekterer at vi er forskjellige”. ”De er en godt sammensveiset gjeng som tar vare på hverandre”. ”Å gjøre feil er ikke farlig”. ”Lærerne ser elevene i alle timene. De kjenner elevene godt”.*
- *Organiseringen varierer. Noen framhever klassen: ”For at ingen skal havne i bakleksa, er vi stort sett samlet”.*
- *Faglig fokus, og god tid til det vesentlige lærestoffet: ”Det har vært større fokus på fag enn tidligere”. ”Gi elevene god tid til å dvele ved det som er nytt”. ”Det har vært jobbet med å tydeliggjøre målet for aktiviteten både for lærer, elever og foresatte”.*
- *Noen lærere har hatt stor glede av å delta på kurs. De blir inspirert og får faglig påfyll: ”Fantastisk kurs, med inspirerende lærere”.*
- *Trykk i undervisningen: ”Undervisningen har foregått med stor begeistring”. ”Alle er innstilt på økt læringstrykk”* (Alseth et al., 2009, s.14).

I rapporten blir det pekt på at dette ikke er en vitenskapelig undersøkelse. Rådene er ment som inspirasjon i en kompleks undervisningssituasjon. Lærerne på de tre skolene Havglimt, Fjellro og Heia har reflektert over disse utsagnene som en del av sitt utviklingsarbeid. Spesielt ett av utsagnene førte til mye diskusjon fordi det var så mange tolkningsmuligheter. Hva menes når det i prikkpunkt 2 sies at klassen stor sett er samlet? Betyr det at de fysisk er sammen eller at alle jobber med det samme? Hvis de jobber med det samme, er det da individuelle oppgaver på ulike nivå, eller er det felles aktiviteter som dominerer?

Lærerne på de aktuelle skolene har også blitt utfordret til å reflektere over resultatene som er presentert i kapittel 6.2 - 6.4. På landsbasis er det bare 3 % av skolene som har klasser hvor mer enn 50 % av elevene kommer under kritisk grense (op.cit.), og i slike tilfeller vil det være spesielt viktig å kartlegge mulige årsaker. I mitt datamateriale er to av klassene i denne situasjonen.

Generelt mener lærerne at resultatene fra Regneprøven henger sammen med resultater i andre fag. Jeg tolker det som at de klassene som skårer lavt på Regneprøven også gjør det på andre kartleggingsprøver, og at lærerne gjenkjenner mønstrene som kommer frem på Regneprøven.

En matematikklærer på Heia skole oppfatter at utfordringen i klassen først og fremst dreier seg om leseferdighet, og at det skaper utfordringer i matematikkundervisningen. Det vil være interessant om skolene kan diskutere dette nærmere, sett i forhold til at Regneprøven er designet slik at leseferdigheten skal påvirke resultatet i minst mulig grad. Er det likevel elever som ikke får ut sitt matematiske potensial fordi leseferdighetene hindrer dem?

Lærerne på Havglimt skole opplever at noen av elevene som kommer under kritisk grense får til mer muntlig når de er sammen med læreren. Noen elever kan få til nesten alt de ikke klarte på den skriftlige prøven. Andre elever har tydelige misoppfatninger, svake kunnskaper i matematikk og manglende begreper.

På Fjellro skole opplevde lærerne at oppgavene *del i tiere og enere* og *skriv tallet som mangler* var nye for elevene og vanskelige å forstå. At oppgavene er ukjente for elevene tolker jeg som at læreverket ikke vektlegger dette i særlig grad, og at lærerne heller ikke har tilbudt elevene denne typen utfordringer. At oppgavene oppleves som vanskelige å forstå kan skyldes at elevene ikke er kjent med oppgavetypen, men det kan også være at oppgaven inneholder begreper eller ideer som det er krevende å få tak på.

På en felles samling drøftet lærerne på de tre skolene hva de kunne gjøre i forhold til dette. Da lærerne drøftet temaet i fellesskap dreide de første forslagene seg om å øve mer på den typen oppgaver som er vanskelige, for eksempel *skriv tallet som mangler*. Etter hvert ble det økt oppmerksomhet om at oppgaven forutsetter at elevene forstår hvilke matematiske idéer likhetstegnet rommer. Forstår elevene at det må være like mye på hver side av likhetstegnet? Elevers forståelse av likhetstegnet er ofte en utfordring (Anghileri, 2006). Overforenkling av hva likhetstegnet betyr kan gi resultater på kort sikt, men kan føre til utfordringer på lengre sikt. Likhetstegnet blir ofte oppfattet som et signal om at elevene skal foreta en utregning (Ma, 2010), uten at ideen om lik verdi på begge sider av tegnet blir forstått. Det er derfor viktig å ikke ta symboler som +, - og = for gitt.

Lærerne kom opp med ulike måter å jobbe på for at elevene skulle få en bedre forståelse for likhetstegnets betydning. Et forslag var å jobbe med vekter for å visualisere at det må være like mye på hver side. Det ble også pekt på at lærerne kan være mer bevisste på språket de bruker. Elevene møter ofte oppgaver som 4 + 5 = ___ og leser dette som ”fire pluss fem er lik…..”. Kanskje læreren bør bruke uttrykk som at ”fire pluss fem er det samme som….”? Det ble også foreslått at læreren noen ganger spesifikt kan spørre elevene hva likhetstegnet betyr, og la det bli gjenstand for refleksjon.

Felles refleksjoner omkring Regneprøven kan bidra til at lærerne ser nye muligheter og blir oppmerksomme på sider ved matematikkfaget som de bør vektlegge mer. En lærer på Havglimt sammenliknet for eksempel resultatene i sin klasse med gjennomsnittet fra den nasjonale gjennomføringen og resultatene på de andre skolene og ble oppmerksom på at elevene i hans klasse skåret mye lavere enn resten av elevgruppen når de skulle *sette ring rundt halvparten*. Han reflekterte over at han ikke brukte begrepet *halvparten* i sin undervisning og at dette antakelig gjenspeilte seg i klassens resultat. Jeg oppfatter at felles refleksjon med kolleger brakte denne læreren et skritt videre i retning av å kunne vurdere *for* læring. Samtidig er det en fare for at et økt fokus på spesifikt faglig innhold fra Regneprøven gjør at andre viktige deler av faget får mindre fokus (se kapittel 2.1).

Som et tiltak for å jobbe med matematikkopplæringen på småskolen har de tre skolene tatt i bruk Numicon (se kapittel 2.2.2). Skolene har også involvert seg i et nettverksarbeid med andre skoler for å lære av hverandre i forhold til hvordan Numicon kan støtte elevenes matematikklæring. Lærerne fortsetter å møtes lokalt på hver skole minst to ganger hvert halvår. I tillegg møtes lærerne fra alle tre skolene to ganger hvert halvår. På samlingene er det lagt frem observasjoner som viser eksempler på elever som benytter tungvinte tellestrategier. For eksempel er det beskrevet hvordan enkelte elever på mellomtrinnet teller på fingrene for å regne ut 679- 356. Eleven stiller da tallene opp under hverandre for å bruke subtraksjonsalgoritmen. Innenfor hver posisjon teller de på fingrene.

En annen observasjon var knyttet til multiplikasjonsoppgaven 5 x 13. Noen av elevene løser denne ved å lage streker som kan telles:

///// ///// ///// ///// ///// ///// ///// ///// ///// ///// ///// ///// /////

Dette er to eksempler på backupstrategier (Ostad, 2008b; Ostad, 2008c). Et kjennetegn på elever i matematikkvansker er at disse strategiene vedvarer over år (se kapittel 2).

Når lærerne legger frem slike observasjoner tolker jeg det slik at de har utviklet god kompetanse i å observere hva utfordringene består i. Refleksjonene blant lærerne dreier seg nå om hvordan utfordringene kan møtes, noe jeg ser som et tegn på at det har skjedd en fagdidaktisk utvikling. Noen lærere forsøker å møte utfordringene ved å utvikle de matematiske samtalene i klasserommet. Samtidig beskriver lærerne at det er krevende å få dette til. De opplever at det er vanskelig å finne de gode spørsmålene, og gir uttrykk for at de har behov for å være en del av et læringsfellesskap for å utvikle seg videre som matematikklærere.

6.7 Elevresultatene sett i forhold til oppgavenes innhold

I kapittel 1.5 har jeg fire underspørsmål til mitt forskningsspørsmål. Underspørsmål IV er slik:

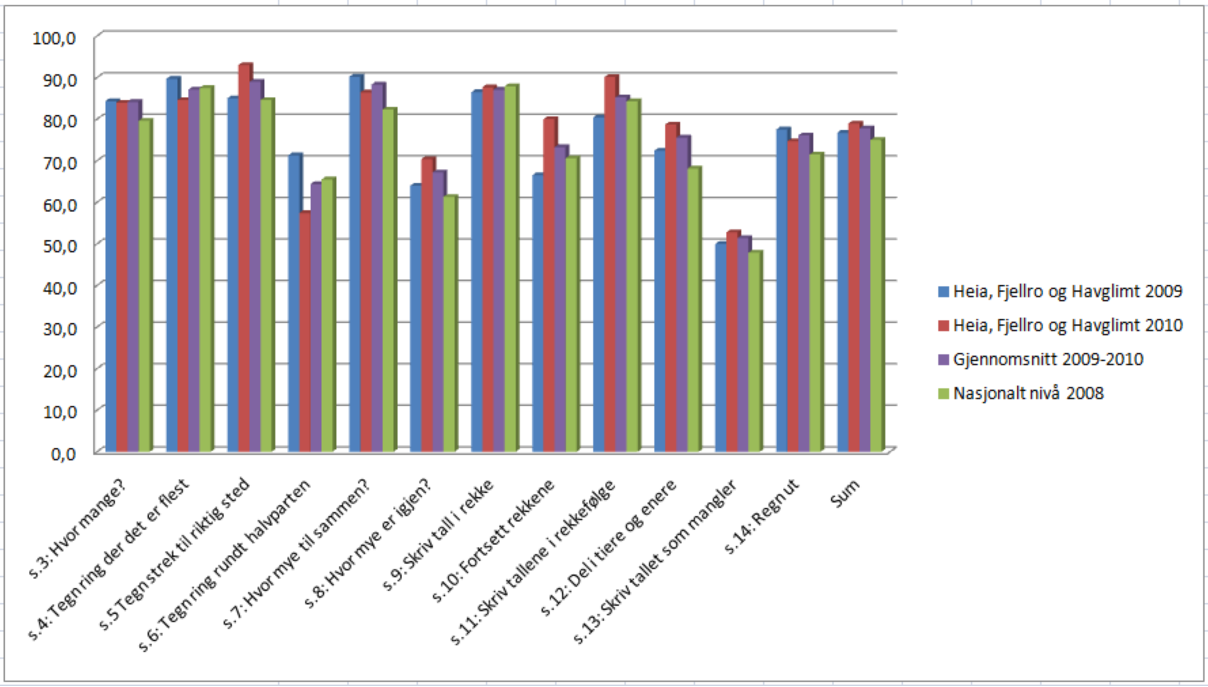
> *Hva kan Regneprøven gi av informasjon om tallforståelsen og regneferdighetene til de elevene i mitt datamateriale som kommer under kritisk grense*?

Til nå i kapittel 6 har jeg brukt elevenes totale poengsum på Regneprøven til å se på hvordan elevene under kritisk grense skårer i forhold til andre elever og hvordan utviklingen er fra 2. til 3. trinn. Jeg ønsker å være mer konkret på hva som er de matematiske utfordringene for elevene under kritisk grense i mitt datamateriale. For å nærme meg dette spørsmålet vil jeg se på Regneprøven fra et innholdsperspektiv. Hvilke temaer skårer mange elever høyt på? Hvilke temaer er det færre som behersker? Jeg slår først sammen elevene på 2. trinn på de tre skolene og sammenlikner resultatene i 2009 og 2010 med gjennomsnittet fra den nasjonale gjennomføringen i 2008 (Alseth et al., 2009):

Tabell 37 Resultatene på Regneprøven for 2. trinn. Elevene på Heia, Fjellro og Havglimt skole sammenliknet med resultatene på den nasjonale gjennomføringen.

Gruppe\side	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	Sum
2.trinn Heia, Fjellro, Havglimt 2009	84,3	89,7	85,0	71,3	90,2	64,0	86,5	66,5	80,4	72,4	50,0	77,5	76,7
2.trinn Heia, Fjellro, Havglimt 2010	84,0	84,6	93,0	57,4	86,4	70,4	87,7	80,0	90,1	78,7	52,8	74,7	78,9
2.trinn Heia, Fjellro, Havglimt 2009-2010	84,1	87,1	89,0	64,4	88,3	67,2	87,1	73,3	85,3	75,6	51,4	76,1	77,8
Prosentsnitt nasjonal gjennomføring 2008	79,6	87,5	84,6	65,5	82,3	61,3	87,9	70,6	84,3	68,1	47,9	71,5	75

De samme resultatene fremstilt i stolpediagram:



Figur 27 Resultat på de ulike sidene på Regneprøven for 2. trinn. Gjennomsnitt 2009-2010 er resultatene til de 64 elevene i mitt datamateriale som har tatt Regneprøven for 2.trinn i 2009-2010. Nasjonalt nivå 2008 baserer seg på gjennomføringen til Alseth et al. (2009), hvor 1792 elever deltok**.**

Jeg har slått sammen resultatene fra 2. trinn på Heia, Havglimt og Fjellro skole. Tabell 37 og Figur 27 viser at skolenes resultat i det store og hele følger gjennomsnittet fra den nasjonale gjennomføringen i 2008. På de fleste sidene skårer de tre skolene bedre enn landsgjennomsnittet og det er ingen sider i Regneprøven hvor skolene gjør det markant dårligere. Likevel så vi i kapittel 6.2 at skolene ligger over det nasjonale gjennomsnittet på 20 % når det gjelder antall elever under kritisk grense. Dette tyder på at det er stor spredning i elevenes prestasjoner og at det kan være tendenser til opphopning av elever i ytterpunktene av poengskalaen.

Tabell 37 og Figur 27 viser at tre sider i Regneprøven for 2. trinn peker seg ut med forholdsvis lavere løsningsfrekvens enn de andre sidene. Det gjelder både på den nasjonale gjennomføringen og resultatene fra Havglimt, Fjellro og Heia skole:

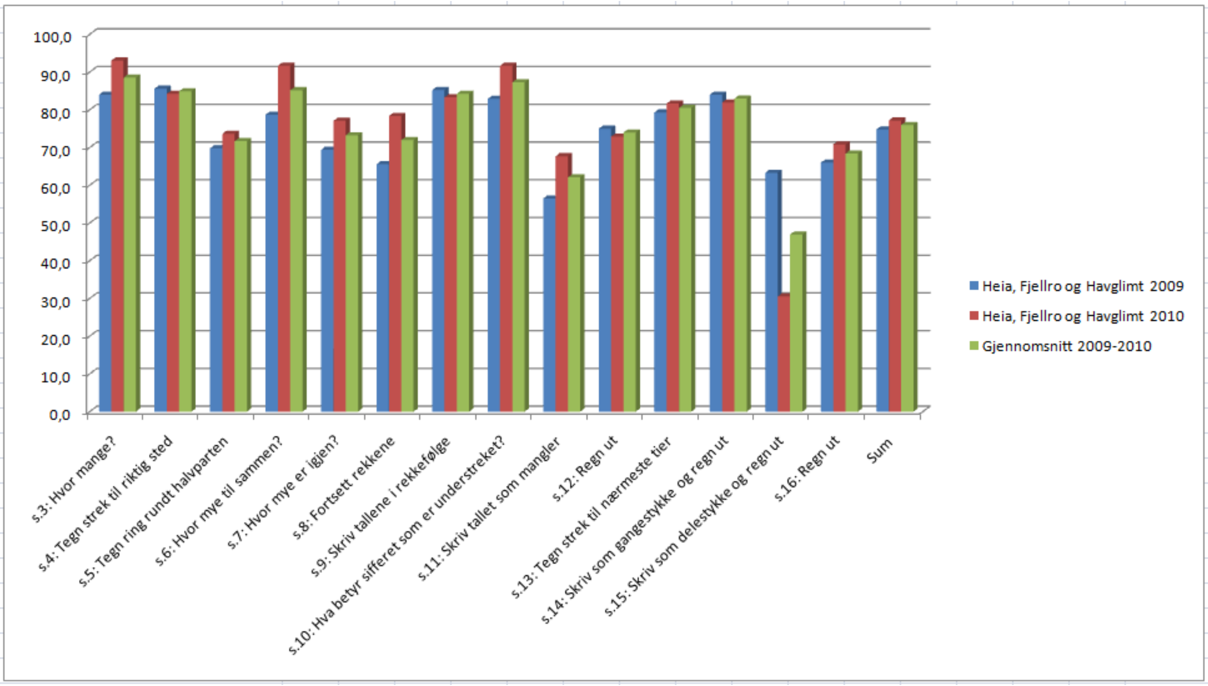
- Side 6: Tegn ring rundt halvparten.
- Side 8: Hvor mye er igjen?
- Side 13: Skriv tallet som mangler.

Dette tyder på at oppgavene på disse tre sidene er mer krevende enn resten av Regneprøven, og det vil være interessant å se nærmere på hva som særpreger innholdet på disse sidene. Har vanskegraden sammenheng med hvordan barns tallforståelse og regneferdighet utvikler seg? For om mulig å kunne besvare disse spørsmålene vil jeg se nærmere på de tre sidene som har lavest løsningsfrekvens. Men først vil jeg se på Regneprøven for 3.trinn for å se om de samme oppgavetypene også er krevende for elevene på 3. trinn:

Tabell 38 Resultatene på Regneprøven for 3. trinn for elevene på Heia, Fjellro og Havglimt skole.

Gruppe\side	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	Sum
Heia, Fjellro og Havglimt 2009	84,0	85,6	69,8	78,7	69,4	65,6	85,2	82,9	56,5	75,0	79,3	84,0	63,3	66,0	74,8
Heia, Fjellro og Havglimt 2010	93,1	84,3	73,6	91,7	77,1	78,3	83,3	91,7	67,7	72,9	81,7	81,9	30,6	70,8	77,2
Heia, Fjellro og Havglimt2009-2010	88,5	84,9	71,7	85,2	73,2	72,0	84,3	87,3	62,1	74,0	80,5	83,0	46,9	68,4	76,0

De samme resultatene fremstilt i et stolpediagram:



Figur 28 Resultat på de ulike sidene på Regneprøven for 3. trinn. Gjennomsnitt 2009-2010 er resultatene til de 63 elevene i mitt datamateriale som har tatt Regneprøven for 3.trinn i 2009-2010.

De to sidene som har lavest løsningsfrekvens på 3. trinn er:

- Side 11: Skriv tallet som mangler.
- Side 15: Skriv som delestykke og regn ut.

Skriv tallet som mangler går igjen både på 2. og 3. trinn. Side 15 i Regneprøven for 3. trinn handler om divisjon. Siden dette temaet er spesifikt for 3. trinn lar jeg det ligge i denne sammenhengen.

En del av sidene på 3. trinn har litt høyere løsningsfrekvens enn side 11 og side 15:

- Side 5: Tegn ring rundt halvparten
- Side 7: Hvor mye er igjen?
- Side 8: Fortsett rekkene.

- Side 12: Regn ut.
- Side 16: Regn ut.

De tre temaene som var utfordrende på 2. trinn går altså igjen på 3. trinn også: *Tegn ring rundt halvparten*, *Hvor mye er igjen?* og *Skriv tallet som mangler*.

På 3.trinn er i tillegg temaene *Regn ut* og *Fortsett rekkene* to kandidater å studere nærmere. Temaet *Regn ut* omfatter ulike oppgavetyper på 2. og 3. trinn. På 2. trinn inneholder side 14 tre oppgaver med addisjon og tre oppgaver med subtraksjon i tallområdet 1-35 (se kapittel 3.5.4). På 3. trinn har både side 12 og side 16 overskriften *Regn ut*. Side 12 består av fire tekstoppgaver hvor elevene må lese en tekst og trekke ut informasjon (se kapittel 5.3). På tre av oppgavene er det regneartene addisjon og subtraksjon som blir kartlagt. På den siste oppgaven kan elevene enten bruke gjentatt addisjon eller multiplikasjon. På side 16 får elevene tre multiplikasjons- og tre divisjonsoppgaver som er oppgitt med tallsymbol. Temaet *Regn ut* på Regneprøven for 3. trinn handler altså for en stor del om divisjon og multiplikasjon. De oppgavene som involverer addisjon og subtraksjon kan ikke sammenliknes med oppgavene på 2. trinn siden leseferdighet kommer inn som en faktor i tillegg. Jeg går derfor ikke nærmere inn på å sammenlikne temaet *Regn ut* for 2. og 3.trinn.

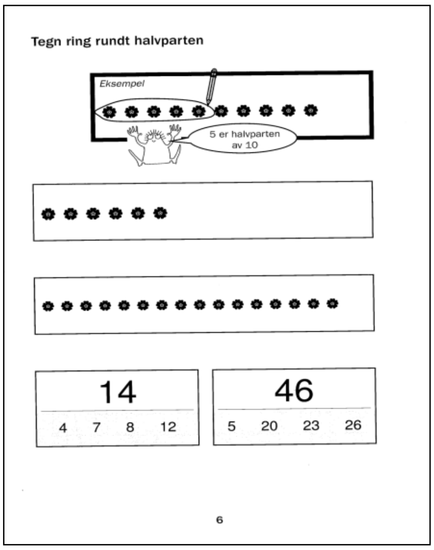
Hvis jeg hadde utvidet til de fem sidene med lavest løsningsfrekvens på 2. trinn hadde *Fortsett rekkene* vært en av disse. Siden slike oppgaver kommer igjen på 2. og 3. trinn kunne jeg tatt med dette temaet i drøftingen videre. Hensikten min er imidlertid ikke å gi en uttømmende oversikt, men undersøke om jeg kan finne noen indikasjoner på hvorfor noen sider i Regneprøven ser ut til å være spesielt krevende. Jeg velger derfor å beholde fokuset på de tre sidene som pekte seg mest ut på 2. trinn.

6.7.1 Tegn ring rundt halvparten

Tabell 37 og Tabell 38 viser at den gjennomsnittlige løsningsfrekvensen på *Tegn ring rundt halvparten* øker fra 2. til 3. trinn:

- 2. trinn: 64,4 %.
- 3. trinn: 71,7 %.

Utviklingen fra 2. til 3. trinn i mitt datamateriale må tolkes i lys av at oppgavene er forskjellige på de to trinnene. Oppgavene på 2. trinn ser slik ut:



Figur 29 Side 6 i Regneprøven for 2. trinn: Tegn ring rundt halvparten.

I oppgave 1 og 2 skal elevene sette ring rundt halvparten av en mengde blomster som er representert med tegninger. De to siste oppgavene på 2. trinn er flervalgsoppgaver med en symbolsk representasjon.

Alle oppgavene på side 5 på 3. trinn har en symbolsk representasjon og likt design som oppgave 3 og 4 på 2. trinn. Tallområdet er imidlertid økt til å inneholde hundrere. Elevene skal finne halvparten av:

- Oppgave 1: 14 (Svaralternativ 4, 7, 8, 12)
- Oppgave 2: 46 (Svaralternativ 20, 23, 26, 43)
- Oppgave 3: 18 (Svaralternativ 4, 6, 8, 9)
- Oppgave 4: 34 (Svaralternativ 12, 17, 18, 32)
- Oppgave 5: 300 (Svaralternativ 105, 115, 130, 150)
- Oppgave 6: 240 (Svaralternativ 102, 120,140, 220)

Oppgavene på 3. trinn er mer krevende enn oppgavene på 2. trinn av to grunner:

1. Oppgavene har utelukkende en symbolsk representasjon.
2. Tallstørrelsene har økt, spesielt på de to siste oppgavene på 3. trinn.
3. Elevene har mindre tid. På 2. trinn har de 1 ½ minutt på fire oppgaver og på 3. trinn har de 1 ½ minutt på seks oppgaver.

I kapittel 2 pekte jeg på at nyere forskning tyder på at det er viktig å lære tallkombinasjoner for å komme forbi stadiet med telling (Wright et al., 2006). Ut fra et slikt perspektiv blir halvering og dobling viktig, siden strategier som baserer seg på halvering og dobling gjerne inngår i effektive tellestrategier (Carpenter et al., 1999; Ostad, 2008b). Det er en positiv utvikling at elevene gjør det bedre på 3. trinn til tross for at oppgavene er mer krevende. I kapittel 6.8 vil jeg se om jeg kan si noe om utviklingen til elevene under kritisk grense. Har de også fremgang fra 2. til 3. trinn? En del av elevene under kritisk grense vil fortsatt bruke backupstrategier på 3.trinn (Ostad, 2008c). Ettersom oppgavene blir vanskeligere fra 2. til 3. trinn kan vi forvente at avstanden mellom elevene under kritisk grense og resten av elevgruppen øker.

6.7.2 Hvor mye er igjen?

I kapittel 2 har jeg vist at noen kilder legger til grunn at subtraksjon er vanskeligere enn addisjon (Denvir & Brown, 1986a; Peltenburg et al., 2009; Wright et al., 2006), mens Ahlberg & Hamberger (1995) på bakgrunn av sine studier av 6-åringer mener at det i tallområdet 0-20 ikke er noen forskjell på hvordan barn klarer å løse oppgaver innenfor de to regneartene.

På Regneprøven for 2. og 3. trinn er det en side med tema *Hvor mye til sammen?* (addisjon) og en side med tema *Hvor mye er igjen?* (subtraksjon). Tabell 37 og Tabell 38 viser at gjennomsnittlig løsningsfrekvens på de to oppgavene er:

Tabell 39 Gjennomsnittlig løsningsfrekvens 2009-2010.

Oppgave	2.trinn	3. trinn
Hvor mye til sammen?	82,3 %	85,2 %
Hvor mye er igjen?	61,3 %	73,2 %

Både på 2. og 3. trinn er det færre elever som klarer subtraksjonsoppgavene enn addisjonsoppgavene. Mine data tyder på at subtraksjon er vanskeligere enn addisjon.

På begge oppgavetypene øker den gjennomsnittlige løsningsfrekvensen fra 2. til 3. trinn. Det er den samme tendensen som jeg omtalte i forbindelse med *Tegn ring rundt halvparten* i kapittel 6.7.1.

På samme måte som for *Tegn ring rundt halvparten* blir oppgavene også mer krevende på 3. trinn. Oppgavene på Regneprøven for 2.trinn består av en blanding av oppgaver i tallområdet 0-20 og 20-40. På 3. trinn er alle oppgavene i tallområdet 0-140. Ut fra de analysene jeg har gjennomført kan jeg ikke vurdere om det er noen nyanser i løsningsfrekvensen mellom tallområdet over og under 20, slik studien til Ahlberg & Hamberger (1995) kan tyde på.

Det hadde også vært mulig å hente ut data om addisjon og subtraksjon fra sidene med tema *Regn ut* (2.trinn) og *Skriv tallet som mangler* (2. og 3. trinn, se kapittel 6.7.3), men dataene hadde vært lite valide ettersom alle addisjonsoppgavene kommer før subtraksjonsoppgavene. Elevene får dermed mindre tid til subtraksjonsoppgavene, og noen elever vil ikke rekke å begynne på dem. Jeg har derfor ikke sette nærmere på disse sidene i Regneprøven.

I kapittel 6.8 vil jeg se om jeg kan si noe om utviklingen til elevene under kritisk grense. Øker løsningsfrekvensen for dem også på denne typen oppgaver?

6.7.3 Skriv tallet som mangler

Både på Regneprøven for 2. og 3. trinn er det oppgaver som handler om å skrive tallet som mangler. Tabell 37 og Tabell 38 viser at det er en forbedring i resultatene fra 2009 til 2010. I tillegg er det en forbedring i den gjennomsnittlige løsningsfrekvensen fra 2. til 3.trinn:

- 2.trinn: 47,9 %.
- 3.trinn: 62,1 %.

På **side 13** på 2. trinn er oppgavene er gitt slik:

Oppgave 1: 7 = 5 + ___

Oppgave 2: 2 + ___ = 10

Oppgave 3: 13 = ___ + 6

Oppgave 4: ___ + 10 = 26

Oppgave 5: 5 = 10 - ___

Oppgave 6: 9 - ___ = 3

Oppgave 7: 4 = ___ - 8

Oppgave 8: ___ - 10 = 13

På **side 11** på 3. trinn er oppgavene gitt slik:

Oppgave 1: 2 + __ = 10

Oppgave 2: 13 = __ + 6

Oppgave 3: __ + 10 = 126

Oppgave 4: 110 = 50 + ___

Oppgave 5: 9 - __ = 3

Oppgave 6: 40 = __ - 8

Oppgave 7: __ - 10 = 13

Oppgave 8: 25 = 100 - __

Også innenfor dette temaet øker tallområdet fra 2. til 3. trinn. Likevel blir resultatene bedre for elevgruppen samlet.

Hvis elevene er vant til å møte oppgaver av typen 2 + 6 = ___ kan likhetstegnet bli oppfattet som "gå i gang" uten at den nødvendige forståelse ligger til grunn (Anghileri, 2006; Ma, 2010). Det kan være en grunn til at noen elever opplever at *Skriv tallet* som mangler er krevende. En annen mulig begrunnelse kan være at det er forskjell på de modellerings- og/eller tellestrategiene barn tar i bruk og at noen av strategiene er mer krevende enn andre. Oppgaven 2 + __ = 10 er ifølge Carpenter et al. (1999) av typen *Result unknown* (se kapittel 2.2.2). 2+10 = __ kategoriseres som *Change unknown* og beskrives som enklere å løse.

I kapittel 6.8 vil jeg se om jeg kan si noe om utviklingen til elevene under kritisk grense. Øker løsningsfrekvensen for dem også på denne typen oppgaver?

6.8 Hva kan Regneprøven fortelle om elevene under kritisk grense?

Underspørsmål IV til mitt forskningsspørsmål handler om hva Regneprøven kan gi av informasjon om tallforståelse og regneferdighetene til de elevene i mitt datamateriale som kommer under kritisk grense. I kapittel 6.7 så vi på de tre oppgavetypene som elevene i mitt datamateriale skåret dårligst på. I dette kapitlet skal vi se nærmere på elevene under kritisk grense og sammenlike med elevgruppen samlet:

- Er det noen oppgaver elevene under kritisk grense gjør det bra på sammenliknet med elevgruppen samlet?
- Er det noen oppgaver elevene under kritisk grense har problemer på sammenliknet med elevgruppen samlet?

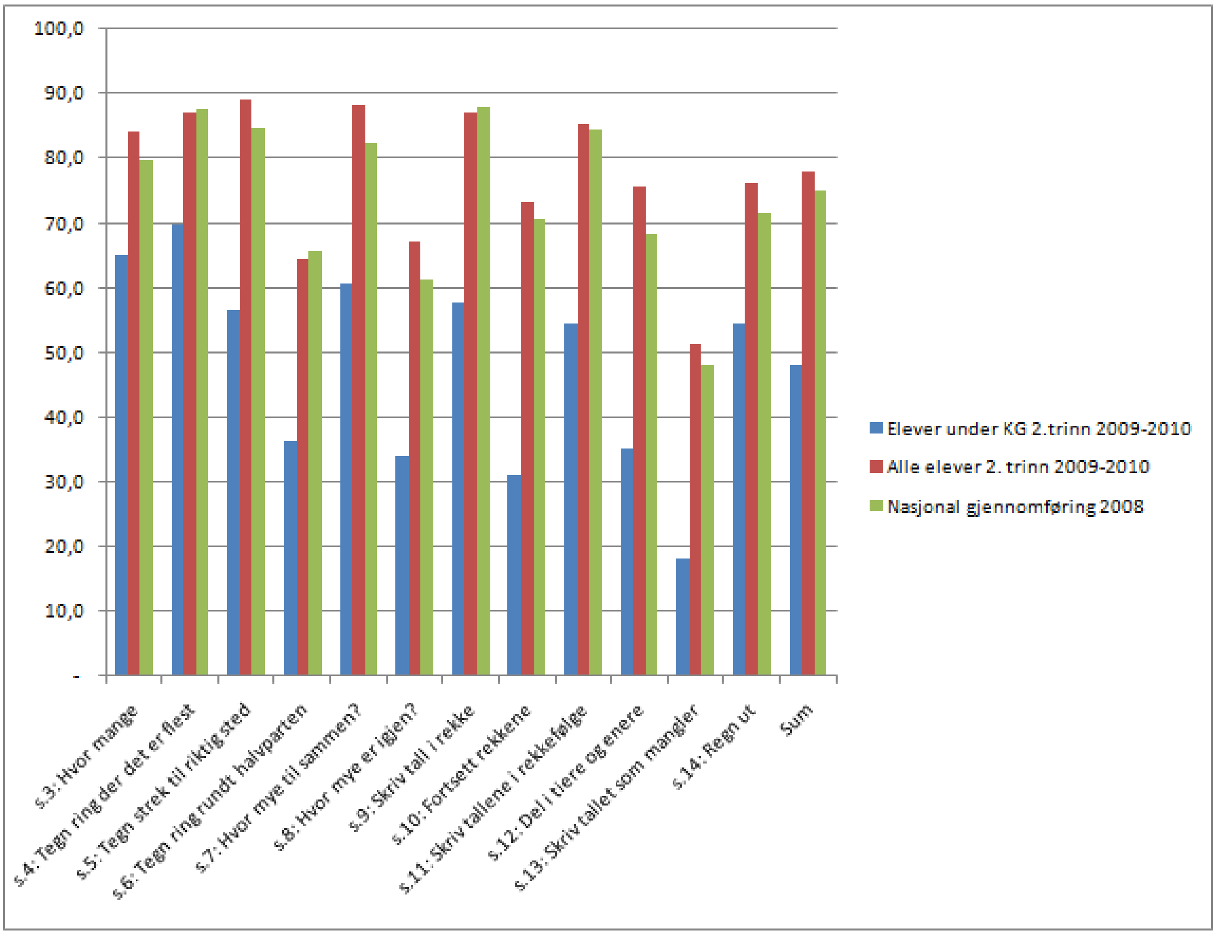
Slik jeg forstår rapporten fra den nasjonale gjennomføringen i 2008 (Alseth et al., 2009) sammenlikner den elevene under kritisk grense med hele elevgruppen samlet (se fotnote 19 i kapittel 3.5.1). Etter min oppfatning betyr det at elevene under kritisk grense er med i begge gruppene. For å kunne sammenlikne med resultatene fra den nasjonale gjennomføringen (op.cit.) sammenlikner jeg derfor elevene under kritisk grense med hele elevgruppen samlet. Det hadde vært interessant å sammenlikne elevene under kritisk grense med elevene over kritisk grense, men da hadde sammenlikningsgrunnlaget forsvunnet i forhold til den nasjonale gjennomføringen. Antakelig hadde jeg funnet de samme mønstrene, men det er grunn til å tro at de ville vært tydeligere ettersom elevene over kritisk grense antakelig ville trukket opp den gjennomsnittlige poengsummen i gruppen jeg da hadde sammenliknet med.

6.8.1 Regneprøven for 2. trinn

Jeg har slått sammen resultatene fra Regneprøven for 2. trinn på de tre skolene i 2009 og 2010 og regnet ut den gjennomsnittlige løsningsfrekvensen på hver side. Deretter har jeg beregnet den gjennomsnittlige løsningsfrekvensen på hver side for elevene under kritisk grense. Den kritiske grensen for 2. trinn er på 43 av i alt 75 poeng.

Stolpediagrammet viser hvordan elevene under kritisk grense gjør det i forhold til:

- Alle elevene i mitt datamateriale.
- Gjennomsnittet fra den nasjonale gjennomføringen i 2008.



Figur 30 Resultatene til elevene under kritisk grense på Regneprøven for 2. trinn, sammenliknet med alle elevene i mitt datamateriale og resultatene fra den nasjonale gjennomføringen i 2008.

Elevene under kritisk grense er definert til å skåre færrest poeng på Regneprøven. Dette er årsaken til at elevene under kritisk grense i gjennomsnitt får færre poeng enn resten av elevgruppen på hver side. Figur 30 gir også en pekepinne på at elevene under kritisk grense har større utfordringer med noen oppgavetyper enn andre når vi sammenlikner med resten av elevgruppen. For eksempel ser det å *skrive tallet som mangler* (side 13) ut til å være en oppgavetype som er krevende for alle elevene, men hvor elevene under kritisk grense skårer spesielt lavt. Samtidig er det vanskelig å se ut fra stolpediagrammet om elevene under kritisk grense har skåret forholdsmessig lavere på side 13 sammenliknet med for eksempel *fortsett rekkene* (side 10).

For å kunne sammenlikne mer presist hvordan elevene under kritisk grense skårer i forhold til hele elevgruppen på de ulike sidene har jeg laget Tabell 40. For hver side er gjennomsnittet til alle elevene i mitt datamateriale definert som 100 %. Hvis elevene under kritisk grense skårer like bra som resten av elevene på en side vil samsvaret være100 %. Et lavt prosenttallet i Tabell 40 viser en stor forholdsmessig forskjell mellom elevene under kritisk grense og resten av elevene. Jeg har rangert resultatene for å få frem hvilke tema elevene under kritisk grense har størst utfordringer med sammenliknet med elevgruppen samlet:

Tabell 40 Sidene på Regneprøven for 2. trinn rangert i forhold til hvordan elevene under kritisk grense skårer sammenliknet med elevgruppen samlet. Temaene som ble drøftet i kapittel 6.7 er kursivert.

Side og tema	**Prosent av gjennomsnittlig poengsum**
s.13: Skriv tallet som mangler	*35,4*
s.10: Fortsett rekkene	42,2
s.12: Del i tiere og enere	46,6
s.8: Hvor mye er igjen?	*50,7*
s.6: Tegn ring rundt halvparten	*56,5*
s.5: Tegn strek til riktig sted	63,6
s.11: Skriv tallene i rekkefølge	64,0
s.9: Skriv tall i rekke	66,1
s.7: Hvor mye til sammen?	68,6
s.14: Regn ut	71,7
s.3: Hvor mange	77,4
s.4: Tegn ring der det er flest	80,0

I kapittel 6.7 fant jeg ut at hele elevgruppen skåret dårligst på side 6, 8, og 13 i Regneprøven for 2. trinn. Den sammen tendensen fant jeg på den nasjonale gjennomføringen. Tabell 40 viser at elevene under kritisk grense i tillegg skårer forholdsmessig lavt på disse tre sidene sammenliknet med de andre elevene. Det betyr at elevene under kritisk grense har fått til svært lite på disse tre sidene. Figur 30 viser at løsningsfrekvensen for elevene under kritisk grense ligger fra ca. 20 % til ca 35 % på disse tre sidene.

Det er vanskelig å foreta en kvalifisert vurdering av hva som er store avvik, men etter å ha studert tabellen har jeg valgt å bruke 50 % som et utgangspunkt. På de oppgavene hvor forholdet er 50 % har elevene under kritisk grense gjennomsnittlige fått halvparten av poengsummen som hele elevgruppen i snitt har oppnådd.

Ved å velge 50 % som grense får jeg et rimelig antall oppgaver å fokusere på. På Regneprøven for 2. trinn er det fire tema som peker seg ut når jeg tar dette utgangspunktet:

- Side 13: Skriv tallet som mangler.
- Side 10: Fortsett rekkene.
- Side 12: Del i tiere og enere.
- Side 8: Hvor mye er igjen?

Jeg legger også merke til at *Tegn ring rundt halvparten* er neste tema på rangeringslisten. De temaene som var mest krevende for alle elevene (se kapittel 6.7) ser også ut til å være blant de temaene som skiller mest mellom elevgruppen samlet og elevene under kritisk grense.

I kapittel 6.8.2 skal jeg gjøre tilsvarene undersøkelse når det gjelder Regneprøven for 3. trinn, men først vil jeg sammenlikne ett av mine funn på 2.trinn med resultatene fra den nasjonale gjennomføringen i 2008 (Alseth et al., 2009).

Rapporten fra den nasjonale gjennomføringen trekker frem side 3 frem fordi løsningsfrekvensen til elevene under kritisk grense synker raskere enn i elevgruppen samlet(se kapittel 3.5.1). Tabell 40 viser at elevene under kritisk grense i mitt datamateriale har 77,4 %

skåre i forhold til alle elevene samlet på side 3 noe som kan tyde på at side 3 på Regneprøven skiller dårlig mellom elevene over og under kritisk grense i mitt datamateriale. Her kan det se ut som at det ikke er samsvar mellom resultatene til de elevene i mitt datamateriale som er under kritisk grense og resultatene fra den nasjonale gjennomføringen.

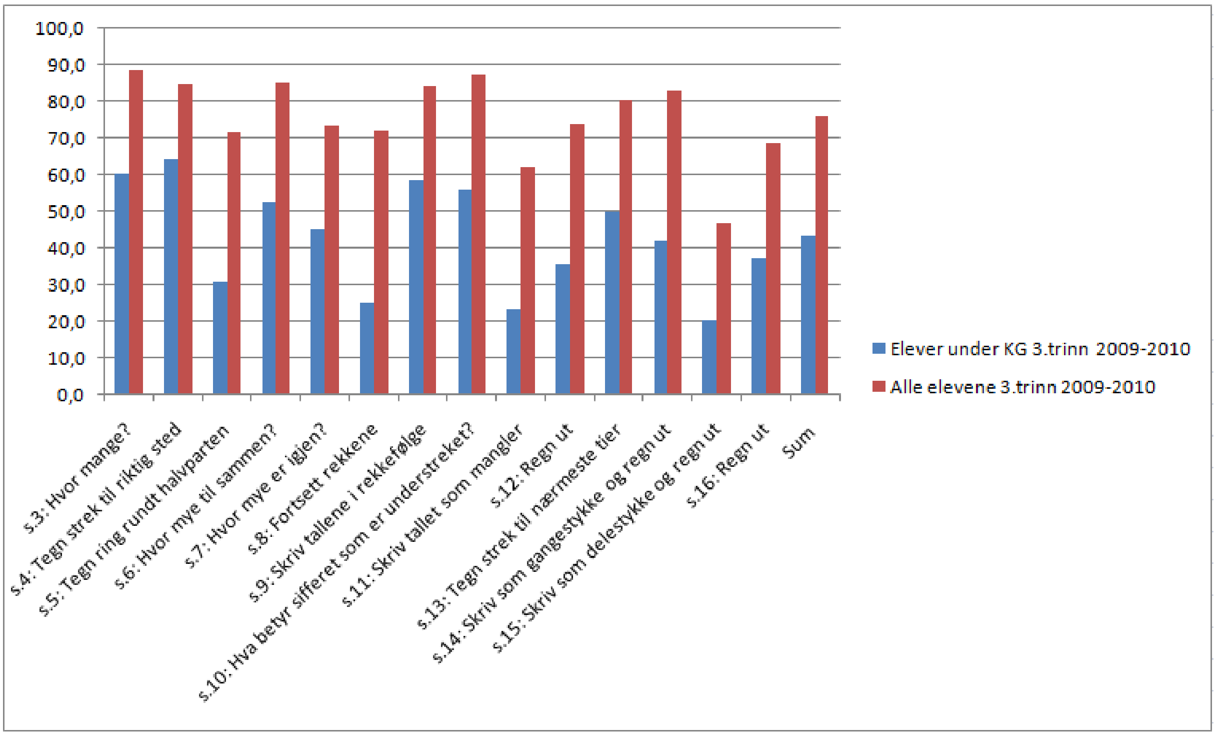
Figur 30 viser at elevene under kritisk grense i mitt datamateriale får omtrent 65 % av maksimal poengskåre på side 3. For å sammenlikne med den nasjonale gjennomføringen bruker jeg dataene fra Tabell 5 i kapittel 3.5.1. Jeg antar at elevene under kritisk grense i den nasjonale gjennomføring har samme løsningsfrekvens som elevgruppen samlet på de to første oppgavene, selv om løsningsfrekvensen antakelig vil være noe lavere. Gjennomsnittlig får elevene under kritisk grense da 61,6 % av poengene. Selv om dette gjennomsnittet antakelig er noe høyt viser det at den samme tendensen som beskrives av Alseth et al.(op.cit.) og som jeg har presentert i kapittel 3.5.1 kan finnes hos elevene i mitt datamateriale. Det kan være jeg finner tydeligere støtte for funnene fra den nasjonale gjennomføringen hvis jeg går inn på oppgavenivå i forhold til de elevene i mitt datamateriale som er under kritisk grense. Jeg har ikke gjennomført en slik undersøkelse.

Rapporten fra den nasjonale gjennomføringen legger som nevnt tidligere ikke frem data fra mer enn de fire sidene i Regneprøven som jeg presenterte i kapittel 3.5. Siden jeg ikke har tilgang til dataene for resten av prøven er det ikke mulig å drøfte mitt datamateriale opp mot den nasjonale gjennomføringen med hensyn på resultatene til elevene under kritisk grense. Ut fra mitt datamateriale synes jeg det er underlig at rapporten fra den nasjonale gjennomføringen ikke har drøftet hvordan elevene under kritisk grense for eksempel gjør det på S*kriv tallet som mangler* (side 13). Dette var det mest krevende temaet for elevgruppen samlet både på den nasjonale gjennomføringen og i mitt datamateriale. I mine data finner jeg i tillegg at denne oppgaven forholdsmessig skiller mest mellom elevene under kritisk grense i forhold til elevgruppen samlet. Mitt datamateriale viser at den forholdsmessige forskjellen på side 13 er mye større enn på side 3. Hvis den samme tendensen opptrer i datamaterialet fra den nasjonale gjennomføringen kan vi konkludere med at side 13 skiller mer mellom elevene under kritisk grense og elevgruppen samlet enn de andre sidene i Regneprøven. Nå sitter jeg igjen med spørsmålet om dette er spesielt for mitt datamaterial siden det ikke tas opp i rapporten fra den nasjonale gjennomføringen. Dette vil jeg drøfte nærmere i kapittel 7.2.3.

6.8.2 Regneprøven for 3. trinn

For Regneprøven på 3. trinn er det ikke gjennomført en nasjonal utprøving på samme måte som for 2. trinn. På 2. trinn var det forholdsvis stor samstemmighet mellom elevene i mitt datamateriale og det nasjonale gjennomsnittet og vi kan derfor anta at den samme tendensen ville gjort seg gjeldende på Regneprøven for 3. trinn.

Jeg tar utgangspunkt i mitt datamateriale for å undersøke hvordan elevene under kritisk grense gjør det på de ulike oppgavetypene sammenliknet med hele elevgruppen. Dette kan jeg så sammenlikne med den tilsvarende undersøkelsen av resultatene fra Regneprøven på 2. trinn.



Figur 31 Resultatene til elevene under kritisk grense på Regneprøven for 3. trinn, sammenliknet med alle elevene i mitt datamaterial og resultatene fra den nasjonale gjennomføringen i 2008.

Jeg gjennomfører også her en beregning av forholdet mellom poengskåren til elevene under kritisk grense sammenliknet med elevgruppen samlet og rangerer oppgavene:

Tabell 41 Sidene på Regneprøven for 3. trinn rangert i forhold til hvordan elevene under kritisk grense skårer sammenliknet med elevgruppen samlet. Temaene som ble drøftet i kapittel 6.7 er kursivert.

Side og tema	**Prosent av gjennomsnittlig poengsum**
s.8: Fortsett rekkene	35,1
s.11: Skriv tallet som mangler	37,1
s.5: Tegn ring rundt halvparten	43,2
s.15: Skriv som delestykke og regn ut	43,4
s.12: Regn ut	47,6
s.14: Skriv som gangestykke og regn ut	50,5
s.16: Regn ut	54,6
s.6: Hvor mye til sammen?	61,6
s.7: Hvor mye er igjen?	62,4
s.13: Tegn strek til nærmeste tier	62,5
s.10: Hva betyr sifferet som er understreket?	63,9
s.9: Skriv tallene i rekkefølge	67,8
s.3: Hvor mange?	68,3
s.4: Tegn strek til riktig sted	76,1

Hvis 50 % brukes som utgangspunkt peker seks temaer seg ut på 3. trinn:

- Side 8: Fortsett rekkene.
- Side 11: Skriv tallet som mangler.
- Side 5: Tegn ring rundt halvparten.
- Side 15: Skriv som delestykke og regn ut.
- Side 12: Regn ut.
- Side 14: Skriv som gangestykke og regn ut.

Når det gjelder temaene *divisjon* (side 15) og *multiplikasjon* (side 14) er de først og fremst knyttet til Regneprøven for 3. trinn. På grunn av mitt valg om å konsentrere meg om den obligatoriske prøven for 2. trinn går jeg ikke nærmere inn på disse to temaene.

Temaet *Regn ut* ser også ut til å bli vanskeligere for elevene under kritisk grense fra 2. til 3. trinn. Samtidig er det vanskelig å sammenlikne ettersom temaet *Regn ut* omfatter ulike oppgavetyper på 2. og 3. trinn (se kapittel 6.7.1).

Jeg sitter igjen med et inntrykk av at noen tema går igjen enten jeg studerer elevgruppen samlet eller ser på hvilke oppgaver som skiller mest mellom elevene under kritisk grense og elevgruppen samlet. Temaene er:

- *Skriv tallet som mangler.*
- *Hvor mye er igjen?*
- *Tegn ring rundt halvparten.*
- *Fortsett rekkene.*
- *Del i tiere og enere.*

I kapittel 6.7 drøftet jeg de tre øverste oppgavetypene. Jeg pekte også på at listen kunne vært utvidet til å inneholde *Fortsett rekkene*, men jeg valgte å studere tre oppgavetyper og gjøre det eksemplarisk. Derfor vil jeg bruke eksemplene fra kapittel 6.7 videre.

Alle tre eksemplene har altså det til felles at oppgavetypene ser ut til å være de mest krevende for alle elevene på 2. og 3. trinn. Samtidig er den relative forskjellen mellom elevene under kritisk grense og elevgruppen samlet stor på disse oppgavetypene. I kapittel 7 vil jeg vil jeg diskutere disse resultatene i forhold til annen forskning.

6.8.3 Avstanden øker

På Regneprøven for 2. trinn fikk elevene under kritisk grense gjennomsnittlig 35,5 av maksimalt 75 poeng. Snittet for elevene samlet var 57,5 poeng. Det betyr at elevene under kritisk grense fikk 61,6 % av poengene sammenliknet med gjennomsnittet til alle elevene.

På 3. trinn fikk elevene under kritisk grense gjennomsnittlig 36,9 av makismalt 85 poeng, mens snittet for alle elevene var 64,6 poeng. Det betyr at elevene under kritisk grense fikk 57,1 % av poengene sammenliknet med gjennomsnittet til alle elevene.

Med forbehold om at jeg har et begrenset datamaterial kan denne utviklingstendensen tyde på avstanden mellom elevene over og under kritisk grense i mitt datamateriale øker fra 2. til 3. trinn

6.9 Hva kartlegger Regneprøven?

I kapittel 5.2.5 konkluderte jeg med at Regneprøven i hovedsak ser ut til å kartlegge elevenes kompetanse i å telle. Jeg pekte også på at det kunne være interessant å sammenlikne resultatene på Regneprøven med resultatene på Snorre Ostads kartlegging av backup- og retrievalstrategier (se kapittel 2). I september 2010 gjennomførte matematikklæreren til elevene på 2. trinn Heia skole en kartlegging av elevenes addisjonsstrategier. Det ble ikke gjennomført strategiobservasjon av subtraksjonsoppgaver.

Læreren satt bak i klasserommet og snakket med elevene mens resten av klassen arbeidet. Derfor varierer det hvor mange oppgaver læreren har observert på hver elev. Jeg har gått gjennom observasjonsskjemaet og samlet alle backupvariantene i en kategori og alle retrievalvariantene i en annen kategori. Elevene er rangert etter resultatene på Regneprøven for 2. trinn våren 2010.

Tabell 42 Sammenlikning av resultatene på Regneprøven og Ostads strategiobservasjon.

Elev	Poeng Regneprøven 2. trinn (max 75)	Antall oppgaver løst med backupstrategier	Antall oppgaver løst med retrievalstrategier
Maja	70	0	18
Arne	68	0	13
Jonas	64	0	20
Kaisa	60	2	13
Janne	57	Ikke gjennomført	
Ole	55	6	11
Trond	54	8	7
Geir	44	15	6
Gina	42	13	9
Siren	40	17	1
Tønnes	32	10	2

Maja, Arne, Jonas og Kaisa fikk mellom 60 og 70 poeng på Regneprøven. De tre førstnevnte bruker bare retrievalstrategier, mens Kaisa har brukt backupstrategier på to av addisjonsoppgavene.

Janne, Ole og Trond fikk pluss/minus 55 poeng på Regneprøven. Janne har ikke deltatt på strategiobservasjonen. Ole og Trond bruker en blanding av retrieval- og backupstrategier

Geir, Gina og Siren ligger omkring den kritiske grensen på 43 poeng. Alle tre bruker en overvekt av backup-strategier. Det samme gjør Tønnes som får 32 poeng.

Jeg oppfatter at det er en tydelig sammenheng mellom resultatene på Regneprøven og de strategiene elevene benytter på addisjonsoppgaver i september 2010, omtrent fem måneder etter at Regneprøven ble gjennomført. De elevene som ligger rundt kritisk grense bruker mange backupstrategier. Bruken av disse strategiene avtar jo flere poeng elevene får på Regneprøven. Samtidig øker antall retrievalstrategier. Dette samsvarer med den utviklingen Ostad (2008c) beskriver.

Mine data gir ikke grunnlag for å hevde at dette er representativt. Det er likevel interessant å se tegn på at det kan finnes en sammenheng mellom de to kartleggingene, ettersom det ser ut til at de identifiserer de samme elevene. Dette vil jeg komme tilbake til i kapittel 7 og 8.

Min analyse av Regneprøven konkluderer med at prøven i hovedsak kartlegger elevenes tellestrategier. En hypotese kan derfor være at Regneprøven identifiserer de samme elevene som Snorre Ostads strategiobservasjon. En mulig begrunnelse er at begge kartlegger det samme. En annen mulig begrunnelse er at tellestrategiene er så sentrale i elevenes utvikling av tallforståelse og regneferdigheter at de elevene som ikke har effektive strategier vil få utfordringer i matematikk, slik det hevdes av blant annet Ostad (op.cit.). Hvis det viser seg å være samsvar mellom de to kartleggingene i et mer representativt utvalg kan det også tenkes at forklaringen kan være en kombinasjon av de to begrunnelsene.

Jeg har ikke datagrunnlag til å undersøke dette nærmere, men peker i kapittel 8.4 på at dette kan være et forskningsområde for andre.

6.10 Oppsummering av resultatene til elevene under kritisk grense

Jeg har påvist at noen oppgavetyper på Regneprøven for 2. trinn ser ut til å være mer krevende enn andre for elevgruppen samlet. På 2. trinn peker tre oppgavetyper seg ut:

- Tegn ring rundt halvparten
- Hvor mye er igjen?
- Skriv tallet som mangler

På alle tre oppgavetypene øker løsningsfrekvensen for elevgruppen samlet fra 2. til 3. trinn, selv om oppgavene blir mer krevende.

Det viser seg de tre oppgavetypene er blant de som skiller mest mellom elevene under kritisk grense og elevgruppen samlet. Avstanden mellom de to gruppene øker fra 2. til 3.trinn, noen som kan tyde på at disse oppgavene er spesielt krevende for elevene under kritisk grense.

I kapittel 7 skal jeg oppsummere hovedresultatene i denne masteroppgaven og diskutere resultatene mine.

7 Oppsummering og diskusjon av resultatene

Forskningsspørsmålet som har dannet grunnlag for denne masteroppgaven er:

> *Hva kan Regneprøven gi av informasjon om elevenes tallforståelse og regneferdigheter etter 2. trinn?*

Jeg har stilt fire underspørsmål for å gjøre forskningsspørsmålet tydelig og avgrense forskningsfeltet (se kapittel 1.5):

I. Hva er det teoretiske grunnlaget for Regneprøven?
II. På hvilken måte er det samsvar mellom Regneprøven og kompetansemålene fra LK06?
III. På hvilken måte er det samsvar mellom Regneprøven og det teoretiske grunnlaget?
IV. Hva kan Regneprøven gi av informasjon om tallforståelsen og regneferdighetene til de elevene i mitt datamateriale som kommer under kritisk grense?

Gjennom å gi en oversikt over tidligere forskning (se kapittel 2) har jeg gjort rede for det teoretiske grunnlaget for Regneprøven og besvart underspørsmål I. Jeg har spesielt konsentrert meg om å presentere de internasjonale rammeverkene som Regneprøvens rammeverk skal bygge på (Alseth et al., 2009). Gjennom presentasjonen har jeg også lagt et grunnlag for å kunne besvare underspørsmål III.

Mitt eget forskningsarbeid knyttet til underspørsmål II, III og IV har brakt fram resultater på tre områder:

1. Rammeverket for Regneprøven oppgir til sammen tjue delmål fra LK06 som skal kartlegges på prøven. Regneprøven kartlegger først og fremst telling i tallområdet 0-40 (se kapittel 5.1-5.2). Etter min mening er det åtte av delmålene som ikke blir kartlagt, mens noen av delmålene blir kartlagt i liten grad.
2. I dag kan jeg med større sikkerhet støtte utviklerne i at rammeverket til Regneprøven er i samsvar med internasjonale forskningsbaserte rammeverk som beskriver barns utvikling av kompetanse innen tallforståelse og regneferdigheter (se kapittel 2.2 og kapittel 5.4).
3. Det totale antall elever under kritisk grense synker fra 2009 til 2010. Men både i 2009 og 2010 øker forskjellene mellom elevene under kritisk grense og elevgruppen samlet fra 2. til 3. trinn. Elevene under kritisk grense stagnerer også innenfor noen matematiske tema i forhold til elevgruppen samlet.

I kapittel 7.1 presenterer jeg de tre hovedresultatene mer utfyllende. I kapittel 7.2 diskuterer jeg hvor holdbare resultatene mine er og om de samsvarer med tidligere forskning. Jeg vurderer også hvorvidt funnene mine er nye eller uventede og ser spesielt på hvilke tolkninger som ligger til grunn for resultatene.

7.1 Oppsummering av hovedresultatene

7.1.1 Samsvar mellom Regneprøven og kompetansemålene fra LK06

Det første hovedresultatet mitt er at Regneprøven hovedsakelig kartlegger elevenes telleferdigheter i tallområdet 0-40 (se kapittel 5.1-5.2). Delmålet *telle opp* blir kartlagt på flere ulike måter i Regneprøven. Elevene må blant annet fortsette på tallrekker, skrive tall før og etter et oppgitt tall og telle opp ordnede og uordnede mengder. Delmålet *telle til 100* blir derimot i liten grad kartlagt. Det er bare to oppgaver på Regneprøven for 2. trinn som har oppgaver hvor elevene må jobbe med tall opp mot hundre. Begge oppgavene kommer mot slutten av en side, så de elevene som jobber litt sent vil ikke rekke disse oppgavene.

Rammeverket til Regneprøven oppgir at tjue delmål fra LK06 blir kartlagt på Regneprøven. Med de forutsetningene jeg legger til grunn konkluderer jeg med at åtte av delmålene ikke blir kartlagt:

- Sette sammen tiergrupper.
- Bruke tallinja til beregninger.
- Gjøre overslag over mengder.
- Å uttrykke tallstørrelser på varierte måter.
- Utvikle…
- …og bruke varierte regnestrategier for addisjon og subtraksjon av tall.
- Samtale om strukturer i enkle tallmønstre.
- Bruke de norske myntene i kjøp og salg.

Når det gjelder *dele opp og bygge mengder opp til 10* har jeg stilt spørsmålstegn ved om delmålet blir kartlagt eller ikke.

Det største tolkningsrommet finner jeg i forhold til delmålene *bruke talllinja til beregninger, dele opp og bygge mengder opp til 10* og *sette sammen og dele opp tiergrupper*. I kapittel 7.2.1 vil jeg drøfte hvilken betydning mine forutsetninger har for konklusjonene, spesielt i forhold til disse delmålene.

7.1.2 Samsvar mellom Regneprøven og det teoretiske grunnlaget

Det andre hovedresultatet mitt er at det er stort samsvar mellom rammeverket til Regneprøven og de internasjonale rammeverkene som utviklerne henviser til (Ahlberg & Hamberger, 1995; Anghileri, 2006; Bobis et al., 2005; Carpenter et al., 1999; Denvir & Brown, 1986a; Denvir & Brown, 1986b; Jones et al., 1996). Dels på grunn av manglende data og dels av hensyn til omfanget på denne masteroppgaven har jeg valg bort noen av forskningstemaene utviklerne av Regneprøven har lagt vekt på når prøven skulle designes (se kapittel 5.3). Mine undersøkelser er derfor konsentrert om rammeverkenes forståelse av *den underliggende kompetansen*, et begrep som utviklerne av Regneprøven bruker for å signaliserer at noen oppgaver er lettere enn andre og noen ferdigheter i matematikk hviler på andre. Konklusjonene mine må forstås i lys av dette valget.

Alle rammeverkene tar som utgangspunkt at det er mulig å beskrive en utvikling av tallforståelse og regneferdigheter, men de bruker ulike begreper for å beskrive utviklingen:

- *The Victorian Early Years Numeracy Project* fokuserer på vekstpunkter (Bobis et al., 2005).
- Denvir & Brown (Denvir & Brown, 1986a) identifiserer sentrale ferdigheter.
- *Learning Framework In Number* (Wright et al., 2006) benyttes i *Count Me In Too* og beskriver ulike nivå og trinn som barn kan befinne seg på innen forskjellige områder, for eksempel i forhold til å beherske telleremsen eller ulike aritmetiske strategier.

Selv om rammeverkene bruker ulike begreper har jeg påvist at alle samsvarer innholdsmessig med områdene i Regneprøvens rammeverk: Telling og tallrelasjoner, Gruppering og oppdeling og Regning og oppgavestrukturer (se kapittel 5.4). Jeg har også vist at hovedtrekkene i utviklingen så langt jeg kan se beskrives likt. Carpenter et al. (1999) beskriver for eksempel en utvikling som går fra direkte modellering med gjenstander via tellestrategier til bruk av tallfakta for å løse oppgaver innen de fire regningsartene. Dette finner jeg også i de andre rammeverkene (se kapittel 2 og kapittel 5.4).

Noen av rammeverkene er klare på at barns utvikling av tallforståelse og regneferdigheter ikke er strengt hierarkisk på den måten at kompetanse bygges opp ved at ferdigheter legges ”stein på stein”. Kompetanse innenfor tallforståelse og regneferdighet beskrives bedre som et nettverk med noen indre hierarkiske sammenhenger. Andre rammeverk oppfatter jeg som mer hierarkiske (se kapittel 5.5).

7.1.3 Tallforståelsen og regneferdighetene til elevene under kritisk grense

Mitt tredje hovedresultat er at forskjellene mellom elevgruppen samlet og elevene under kritisk grense øker fra 2. til 3. trinn og at noen oppgavetyper ser ut til å være mer krevende enn andre for elevene under kritisk grense.

Basert på den samlede poengskåren har jeg sammenliknet elevene under kritisk grense med elevgruppen samlet. Resultatene er ikke direkte svar på underspørsmål IV, men jeg mener de gir en viktig bakgrunnsinformasjon før jeg mer spesifikt ser på hva Regneprøven kan gi av informasjon om tallforståelsen og regneferdighetene til de elevene i mitt datamateriale som kommer under kritisk grense.

Hovedinntrykket er at forskjellene mellom elevene under kritisk grense og resten av elevgruppen øker fra 2. til 3. trinn. Det kommer blant annet til uttrykk ved at elevene under kritisk grense får forholdsmessig færre poeng på 3. trinn enn på 2. trinn. Antall elever under kritisk grense er også høyere på 3. trinn enn på 2. trinn. 11 av 61 elever på 2.trinn har kommet under kritisk grense i 2009 og 2010 (se Tabell 35), noe som utgjør 18 % av elevene. På 3. trinn har 20 av 63 elever kommet under kritisk grense, noe som utgjør 31,7 % av elevene.

Mine data viser også at det er stor forskjell på utviklingen i to klasser jeg har studert nærmere (se kapittel 6.3-6.4). I klassen på Havglimt skole har elevene i gjennomsnitt en tilbakegang på 8,0 prosentpoeng når jeg sammenlikner resultatene på 2. og 3. trinn, mens elevene på Heia skole har en gjennomsnittlig fremgang på 2,3 prosentpoeng. På Havglimt skole har mange av elevene under kritisk grense en stor tilbakegang fra 2. til 3. trinn, og det kommer også nye elever under kritisk grense. Elevene under kritisk grense på Heia skole har derimot fremgang og en av elevene kommer også over kritisk grense i løpet av 3. trinn. Jeg konkluderer med at forskjellene mellom elevene i de to klassene har økt. Det ser ut til at utviklingen til alle elevene, også de under kritisk grense, kan henge sammen med hvilken klasse eleven tilhører.

Alseth et al. (2009) trekker frem fire sider fra Regneprøven for 2. trinn hvor elevene under kritisk grense får utfordringer sammenliknet med resten av elevgruppen og hvor løsningsfrekvensen til elevene under kritisk grense synker betraktelig raskere enn for elevgruppen samlet. Disse fire sidene er presentert i kapittel 3.5 og handler om:

- Side 3: Hvor mange?
- Side 5: Tegn strek til riktig sted.
- Side 10: Fortsett rekkene.
- Side 14: Regn ut.

Utviklerne tolker dette som at resultatene på side 3 i Regneprøven for 2. trinn viser at elevene under kritisk grense har en svak forståelse av gruppering. Tilsvarende viser resultatene på side 5 at de har en svak lineær forståelse av tallene, resultatene på side 10 at de bruker tungvinte tellestrategier og resultatene på side 14 at regneferdighetene ikke er tilstrekkelig effektive. Resultatene på side 14 tyder ifølge utviklerne av Regneprøven på at elevene under kritisk grense behersker tallområdet under 10 og forstår oppgavestrukturene. Men ettersom mye tyder på at de løser oppgavene ved å telle seg frem en for en, får de problemer når tallene blir større. Dette samsvarer med annen forskning (Ostad, 2008c; Wright et al., 2006; Carpenter et al., 1999).

Mine data knyttet til *Hvor mange?* (side 3) viser spor av de samme tendensene som utviklerne beskriver, uten at jeg har gått grundig inn i mitt tallmateriale for å verifisere dette. Jeg vurderer det som mer interessant at mine data tyder på at andre temaer i Regneprøven er mer krevende for elevene under kritisk grense enn de fire sidene som blir trukket frem i rapporten etter den nasjonale gjennomføringen (Alseth et al., 2009). Blant elevene i mitt datamateriale er det noen oppgavetyper som ser ut til å være krevende for alle elevene. På disse oppgavene viser det seg også at elevene under kritisk grense gjør det forholdsmessige dårligere enn resten av elevgruppen. Jeg har valgt å se nærmere på tre av disse oppgavetypene:

- Tegn ring rundt halvparten.
- Hvor mye er igjen?
- Skriv tallet som mangler.

Oppgavetypene jeg har identifisert inneholder elementer som blir karakterisert som forholdsvis krevende i de nettverkene/hierarkiene som viser utviklingen av barns tallforståelse og ferdigheter. *Hvor mye er igjen?* kartlegger for eksempel subtraksjon, som blir rangert som en av de mest krevende ferdighetene i rammeverkene som beskriver barns utvikling av tallforståelse og regneferdighet (Denvir & Brown, 1986a; Wright et al., 2006).

7.2 Diskusjon av hovedresultatene

En undersøkelse av læreplanen i seks ulike land (Utdanningsdirektoratet, 2011) viser at det er mulig å tolke kompetansemålene i den norske læreplanen både ambisiøst og snevert (se kapittel 2.1). I min analyse av Regneprøven i forhold til LK06 har jeg forsøkt å være mest mulig eksplisitt på hvilke tolkninger jeg har lagt til grunn, noe jeg skal drøfte videre i kapittel 7.2.1. Aller først vil jeg imidlertid peke på noen overordnede utfordringer knyttet til tolkningen av mine resultater.

I denne masteroppgaven har jeg tatt utgangspunkt i et bredt syn på matematisk kompetanse, definert som *"en innsiktsfull parathet til å handle hensiktsmessig i situasjoner som rommer en slags matematiske utfordringer"* (Niss & Jensen, 2002). Matematiske ferdigheter forstår jeg som evnen til å kunne utføre noe, for eksempel telle til 100 (Breiteig & Venheim, 1998).

Ettersom rammeverket til Regneprøven har delt opp kompetansemålene i delmål har jeg brukt denne oppdelingen for å undersøke om prøven kartlegger de delmålene det henvises til fra LK06 (se kapittel 4 og 5). I denne oppgaven har jeg også presentert ulike forskningsbaserte rammeverk som i hovedsak beskriver ferdigheter som for eksempel *"kan telleremsen forlengs fra en til ti"* og "*kan si tallordet rett etter et gitt tallord i området en til ti"* (Wright et al., 2006). I tillegg har jeg analysert resultatene til de 90 elevene i mitt datamateriale ved å fokusere på bestemte temasider i Regneprøven, som for eksempel *Tegn ring rundt halvparten* (se kapittel 6).

Det er en fare for at slike oppdelinger og innsnevringer kan føre til at innhold og ferdigheter får større fokus enn gjennomgående kompetanser (Niss & Jensen, 2002) eller "habits of mind" (Cuoco et al., 1996). Hvis jeg ikke er bevisst på hva slike oppdelinger skal tjene kan det bidra til at synet på faget blir snevret inn, noe som også vil påvirke mine tolkninger av resultatene knyttet til Regneprøven. I denne oppgaven har jeg forsøkt å motvirke det gjennom å gi en bred kompetansebeskrivelse (se kapittel 2) og forsøke å holde det perspektivet oppe underveis. For å besvare forskningsspørsmålet mitt har det imidlertid vært nødvendig å spisse analysene inn mot bestemte ferdigheter, både i forhold til LK06, de forskningsbaserte rammeverkene og resultatene elevene i mitt datamateriale har oppnådd på Regneprøven.

Jeg mener at pedagoger med en bred kompetanseforståelse vil ha stor nytte av å kunne beskrive elevers ferdigheter forholdsvis detaljert. Forskning kan for eksempel tyde på at det er viktig at lærere på 2. trinn er bevisste på om elevene bruker tungvinte backupstrategier som *telle alt*, mer avanserte backupstrategier som *teller videre fra det høyeste tallet* eller om eleven bruker retrievalstrategier som *vet svaret* (Ostad, 2008c). For meg er det derfor relevant å drøfte hva resultatene mine kan si om ferdigheter i matematikk, men jeg vil forsøke å fortolke resultatene med et bredt kompetansesyn som referanseramme.

7.2.1 Betydningen mine tolkninger av kompetansemålene har for resultatet

Mitt første hovedresultat handler om hvordan Regneprøven samsvarer med kompetansemålene fra LK06. Jeg har ikke funnet annen forskningslitteratur knyttet til Regneprøven enn rapporten fra utviklingen og piloteringen (Alseth et al., 2007) og den nasjonale gjennomføringen i 2008 (Alseth et al., 2009). Ingen av disse rapportene drøfter om Regneprøven kartlegger kompetansemålene som er valgt ut i rammeverket for prøven. Jeg oppfatter derfor at mine resultater på dette området er nye.

Hovedutfordringen ved min analyse av hvordan Regneprøven samsvarer med LK 06 er at resultatene holdbarhet avhenger av de tolkningene jeg har foretatt (se kapittel 7.1.1). Det er mest tydelig i forhold til delmålene *bruke tallinja til beregninger, dele opp og bygge mengder opp til 10* og *sette sammen og dele opp tiergrupper*. Ettersom jeg ikke har funnet annen litteratur som diskuterer Regneprøven fra dette perspektivet har jeg få referanserammer å forholde meg til. Jeg har derfor valgt å gjøre mine tolkninger mest mulig tydelige, så andre kan bruke dem som grunnlag for eventuelt videre drøftinger.

Jeg forstår begrepet *beregne (på en tallinje)* i en videre betydning enn jeg oppfatter at rammeverket til Regneprøven gjør (se kapittel 5.2.2). Rammeverket til Regneprøven presiserer delmålet *bruke tallinja til beregninger* som å kunne telle med to, fem og ti av gangen og vise tall på en tallinje. Jeg mener at eleven bør løse addisjons- og subtraksjonsoppgaver på tallinja når dette delmålet skal kartlegges på 2. trinn. For eksempel kan oppgaven 8 + 6 løses ved å hoppe på tallinja. Ettersom Regneprøven ikke innholder slike oppgaver blir et viktig aspekt ved dette delmålet utelatt. Jeg konkluderer derfor med at delmålet ikke kartlegges.

Konklusjonen min avhenger også av hvordan jeg forstår nyansen mellom det å *utnytte* en tiergruppering som andre har på begynt kontra å *lage tierstrukturen selv* (se kapittel 5.2.4). Jeg tolker det slik at for eksempel å sette sammen tiergrupper handler om at eleven skal være i stand til å utføre dette alene, uten at læreren eller de som har designet prøven har satt sammen tiergruppene for eleven. Siden Regneprøven presenterer tierstrukturer for elevene blir det kartlagt om eleven kan utnytte disse, ikke om hun kan lage strukturene selv. Hvis eleven selv velger å gruppere i tiere på en oppgave vil det ikke finnes spor etter denne strategien når læreren retter prøven. De fleste oppgavene er flervalgsoppgaver, og det er heller ikke satt av plass til at eleven skal vise hvordan hun tenker på de åpne oppgavene.

Tilsvarende mener jeg det er en nyanse mellom å *fullføre* en oppdeling av mengder kontra å *dele opp mengder selv* (5.2.3). På Regneprøven får elevene presentert oppdelinger som er delvis fullført, og jeg konkluderer derfor med delmålet ikke blir kartlagt, ettersom elevene ikke må utføre oppdelingene selv. I tillegg kan det stilles spørsmålstegn ved at *dele opp* *mengder* presiseres som *oppdeling av tall*. En mengde inneholder tellbare elementer, mens et tall er en symbolsk representasjon for antall elementer i mengden.

Jeg vil vurdere resultatene som solide hvis mine tolkninger av begreper som *beregne* og *mengd*e kan forsvares.

Selv om jeg konkluderer med at mange delmål ikke blir kartlagt konkluderer jeg ikke med at Regneprøven er kvalitativt dårlig som kartleggingsprøve. Regneprøven skiller godt mellom elever under kritisk grense og resten av elevgruppen og har gitt verdifull informasjon om elevene under kritisk grense. Det kan tyde på at prøven har viktige kvaliteter.

Mine data gir ikke grunnlag for å si noe forskningsbasert om kvaliteten på prøven, men fra et pragmatisk synspunkt vil jeg anbefale å gjennomføre Regneprøven og gjøre resultatene til gjenstand for refleksjon.

7.2.2 Telling som tilnærming til tallforståelse og regneferdighet

Det andre hovedresultatet mitt er at det er samsvar mellom rammeverket til Regneprøven og de rammeverkene utviklerne henviser til for å beskrive barns utvikling av tallforståelse og regneferdigheter. Jeg har valgt ut *den underliggende kompetansen* når jeg har foretatt mine analyser. Det andre hovedresultatet mitt er derfor begrenset til dette. Jeg har for eksempel ikke undersøkt om tidsbegrensningene som er lagt inn i Regneprøven samsvarer med utviklingen av kompetanse innen tallforståelse og regneferdighet.

Innenfor *den underliggende kompetansen* vurderer jeg mitt resultat som solid. Ved gjennomgang av de ulike rammeverkene har jeg ikke funnet direkte konflikter i beskrivelsene, selv om de vektlegger ulike perspektiver og bruker ulike begreper.

Det er en styrke for Regneprøven at den bygger på konsistent forskning. Samtidig vil jeg vurdere om det finnes annen forskning som utfordrer de premissene som legges til grunn for Regneprøven.

Telling spiller en sentral rolle i rammeverkene. Noen hevder at det er et paradoks at vi stimulerer elevene til å telle og telle, og så skal de til slutt legge bort tellestrategiene (Schmittau, 2003; Wing et al., 2004). Når vi vet at elever i matematikkvansker blir hengende i de tungvinte tellestrategiene kan det være verdt å vurdere om vi bør tilnærme oss matematikken på andre måter enn gjennom telling. Derfor har jeg presentert to tilnærminger som anbefaler å bruke henholdsvis visuelle mønster og måling som innfallsvinkel til arbeidet med tallforståelse og regneferdigheter (se kapittel 2.2). Ved bruk av Numiconmateriellet anbefales det at lærerne nærmer seg tallforståelse og regneferdigheter gjennom å utnytte barns evne til å se mønster (Haseler, 2008; Wing et al., 2004). En annen tilnærming baserer seg på måling (Schmittau, 2003) og utfordrer telleparadigmet enda kraftigere.

Tallforståelse og regneferdigheter er viktige områder i den grunnleggende matematikkopplæringen. I rapporten fra gjennomføringen av Regneprøven i 2008 blir det hevdet at *"uten tallforståelse blir både det å bestemme antall og løse regneoppgaver i hovedsak gjort ved å telle en for en"* (Alseth et al., 2009, s.17). Tallforståelse er etter utviklernes oppfatning nøkkelen til å utvikle effektive regnestrategier og et grunnlag for elevenes videre matematikkopplæring.

Mye tyder på at *Learning Framework in Number* (LFIN) tar for gitt at telling er det beste utgangspunktet for å jobbe med tallforståelse og regneferdigheter i den første matematikkopplæringen. I del C av LFIN beskrives gruppering og oppdeling som aspekt 1 av dette rammeverket. Sitatet nedenfor er hentet fra den sammenhengen:

> *Counting strategies are an important aspect of children's early numerical knowledge. Nevertheless, at the same time as they develop counting strategies, children may also develop knowledge of simple combinations and partitions of numbers, which does not rely on counting. (...) Recent research provides strong indications that teaching children to habituate simple addition facts through combining and partitioning of small numbers, can significantly facilitate development of advanced numerical strategies, that is, non-count-by-one strategies* (Wright et al., 2006, s.25).

Det blir påpekt at tellestrategier er et viktig aspekt ved barns tidlige tallforståelse. Det blir også påpekt at det å kunne sentrale tallkombinasjoner som tallfakta er viktig for å unngå å bli hengende fast i tellestrategier.

I Del C av LFIN beskrives fingermønster som aspekt 4. Det blir blant annet sagt:

> *We believe that instruction in early number must accord with and take account of children's spontaneous finger-based strategies. Finger patterns play an important role in early numerical strategies, and their use and development is to be encouraged* (Wright et al., 2006, s.27).

Her blir det anbefalt å ta utgangspunkt i og stimulere barns spontane fingertellingsstrategier. Barn skal oppfordres til å bruke fingrene, men også til å utvikle strategiene de bruker.

Jeg sitter igjen med et inntrykk av at Wright et al. (2006) representerer en tilnærming som tar utgangspunkt i telling og tallkombinasjoner når barn skal utvikle god tallforståelse og gode regneferdigheter.

I dag tror jeg vi litt spissformulert kan beskrive en typisk situasjon slik:

- Barn viser tidlig interesse for telling.
- Foreldrene stimulerer til at telleremsen blir brukt flittig (ofte uten 1-1 koordinasjon).
- Skolen forsterker tellefokuset gjennom sin undervisning og kartlegger i neste omgang hvordan elevene utvikler sine tellestrategier.
- Fortsatt bruk av tungvinte tellestrategier oppover mot mellomtrinnet blir av noen omtalt som et sentralt kjennetegn på elever i matematikkvansker (Ostad, 2008c).
- For at elevene skal komme forbi de tungvinte tellestrategiene må vi sette inn tiltak, for eksempel å lære ulike tallkombinasjoner (Wright et al., 2006).

Biter vi oss selv i halen? Oppstår problemene fordi telling blir akseptert som utgangspunkt og premiss for den grunnleggende matematikkopplæringen? Wing et al. (2004) og Schmittau (2003) anbefaler å gå rundt utfordringen ved å finne alternative tilnærminger, enten ved å ta utgangspunkt i mønster eller måling. Disse to tilnærmingene utfordrer ikke direkte holdbarheten av mitt hovedresultat om at det er samsvar mellom rammeverket til Regneprøven og det teoretiske grunnlaget. Jeg oppfatter likevel at spesielt Scmittaus forskning (op.cit) gjør det indirekte. Hvis det viser seg at måling er en mer hensiktsmessig tilnærming til tallforståelse og regneferdighet enn telling vil det rokke ved de internasjonale forskningsbaserte rammeverkene som Regneprøven henviser til, og dermed også Regneprøven.

Dette er store spørsmål som jeg ikke skal påta meg å svare på. Jeg har for lite kunnskap om de to alternative tilnærmingsmåtene som blir trukket opp, men arbeidet med denne oppgaven har gjort meg nysgjerrig på å lære mer og ikke bare akseptere premissene som ligger i den tilnærmingen som kulturelt sett er mest naturlig (Bishop, 1988).

Hvis det viser seg å være mer hensiktsmessig å nærme seg tallforståelse og regneferdigheter på andre måter enn gjennom telling blir det et spørsmål hvordan det er mulig å dreie kursen. Telling er en sentral del av alle kulturer (op.cit.) og de fleste foreldre er fortrolige med å telle. Er det bedre å jobbe på lag med kulturen enn å forsøke å snu den?

7.2.3 Elevene under kritisk grense

Kjernen i det tredje hovedresultatet mitt er at elevene under kritisk grense har utfordringer med noen bestemte oppgavetyper i Regneprøven. Det kan si oss noe om deres tallforståelse og regneferdigheter. Som bakgrunnskunnskap for dette har jeg også tatt med mer generelle resultater angående elevene under kritisk grense. Et funn er at antall elever under kritisk grense øker fra 2. til 3. trinn i mitt datamateriale, noe som gjenspeiler at matematikkvansker gjerne viser seg på et stykke ut i småskolen (Lunde, 2010) eller på mellomtrinnet (Lindhardt & Hansen, 2011). Det er derfor en forventet utvikling. Samtidig viser en sammenlikning mellom Ostads strategiobservasjon og Regneprøven for 2. trinn at de samme elevene blir identifisert med de to kartleggingene. Dette er et svakt resultat som krever mer forskning, men hvis denne sammenhengen kan bekreftes betyr det at noen av elevene vi tradisjonelt oppdager fra 3.klasse og oppover på mellomtrinnet kanskje kan identifiseres tidligere ved å ta i bruk strategiobservasjon.

Alle funnene som knytter seg til det tredje hovedresultatet baserer seg på 90 elevers resultater på Regneprøven. Dette er et lite datagrunnlag og gir ikke grunnlag for noe annet enn å formulere hypoteser som andre kan forske videre på. Det er også et poeng at elevene i datamaterialet mitt er mellom 7 og 9 år gamle. Vi må derfor ha i bakhodet at resultatene på en skriftlig prøve kan bli påvirket fordi barn i denne aldersgruppen lett blir forstyrret av andre forhold. En krangel i forrige friminutt kan være nok til at eleven ikke klarer å konsentrere seg om Regneprøven.

Fra 2009 til 2010 går antall elever under kritisk grense ned[33]. Jeg har ikke data til å bekrefte at dette skyldes utviklingsarbeidet de tre skolene har drevet, men lærerne gir uttrykk for at de har hatt nytte av felles refleksjon, faglige foredrag og aktiviteter.

Det er også interessant at elevene under kritisk grense i mitt datamateriale har ulik utvikling og at det kan se ut til å henge sammen med hvilken klasse de tilhører. For meg var det et overraskende resultat å finne så store forskjeller mellom to klasser. Dessverre har jeg ikke data til å gå nærmere inn på årsakene til dette, men jeg aner at en slik undersøkelse kunne gitt verdifull kunnskap om hvordan kvalitativt god og tidlig innsats i matematikkopplæringen på småskolen kan se ut. En hypotese kan være at dette har sammenheng med faktorer i læringsmiljøet, noe jeg ikke har data til å undersøke nærmere.

Kjernen i det tredje hovedresultatet er at elevene i mitt datamateriale strever mer med noen oppgaver enn med andre. Noen oppgaver ser ut til å være krevende for alle elevene. Forskjellene mellom elevgruppen samlet og elevene under kritisk grense er størst på de mest krevende oppgavene og øker fra 2. til 3. trinn (se kapittel 6.7 - 6.8).

Jeg har valgt ut tre eksempler på oppgaver som er krevende for alle og hvor avstanden øker mellom elevene under kritisk grense og elevgruppen samlet:

- Skriv tallet som mangler.
- Hvor mye er igjen?

[33] I avslutningsfasen av denne oppgaven ble jeg invitert til å fortelle lærerne på Heia, Havglimt og Fjellro skole om mine funn. Samtidig presenterte skolene resultatene på Regneprøven for 2011. De viser en fortsatt nedgang i antall elever under kritisk grense. I 2011 kommer omtrent 10 % av elevene på 2. og 3. trinn under kritisk grense.

- Tegn ring rundt halvparten.

Det var et overraskende resultat for meg ettersom rapporten fra den nasjonale gjennomføringen (Alseth et al., 2009) fokuserer så tydelig på fire andre sider i Regneprøven for å beskrive forskjeller mellom hvordan elevene under kritisk grense gjør det i forhold til elevgruppen samlet (se kapittel 3.5):

- Side 3: Hvor mange?
- Side 5: Tegn strek til riktig sted.
- Side 10: Fortsett rekkene?
- Side 14: Regn ut.

Hvorfor peker ikke Alseth et al. (op.cit.) på de oppgavetypene som jeg har identifisert til å være mest krevende? En mulig forklaring kan være at disse tendensene ikke opptrer i deres undersøkelse på nasjonalt nivå. En annen forklaring kan være at de fire oppgavetypene jeg har valgt ut er de oppgavene hvor elevgruppen samlet skårer dårligst, og at det derfor ikke er noe annet å vente enn at de som strever i faget får lite poeng på disse oppgavene. Jeg ikke data til kunne komme nærmere et svar på dette.

Når det gjelder *Tegn ring rundt halvparten* er det enklere å finne halvparten av 14 hvis eleven har etablert 7 + 7 = 14 som tallfakta enn hvis hun må bruke modellerings- eller tellestrategier. Det å kjenne slike tallkombinasjoner er sentralt for å ta i bruk mer effektive regnestrategier (Wright et al., 2006). En del elever på 2. og 3. trinn vil fortsatt bruke backupstrategier og kjenner få tallkombinasjoner (Ostad, 2008c). Det vil da ta lengre tid å løse oppgavene på 3.trinn, noe som kan forklare at forskjellen mellom elevene under kritisk grense og elevgruppen samlet øker.

Hvor mye er igjen? kartlegger subtraksjon. Generelt beskrives subtraksjon som mer krevende enn addisjon (Denvir & Brown, 1986a; Peltenburg et al.,2009). Det er en fordel å beherske telling bakover for å løse subtraksjonsoppgaver (Alseth et al., 2009). Resultatene kan tyde på at elevene under kritisk grense ikke er like fortrolige med å telle bakover som fremover.

For å løse *Skriv tallet som mangler?* er det en fordel med en god begrepsmessig forståelse av likhetstegnet (Anghileri, 2006; Ma, 2010). Mine resultater tyder på at dette er den mest krevende oppgavetypen på Regneprøven for 2. trinn. Elevene under kritisk grense har store problemer med denne oppgavetypen.

Jeg har blitt stilt overfor noen utfordringer når jeg har sammenliknet elevene under kritisk grense med elevgruppen samlet (se kapittel 6.8). For eksempel måtte jeg ta en skjønnsmessig vurdering av hvor jeg skulle sette en grense. Jeg valgte å sette den ved 50 % eller mindre, noe som betydde at elevene under kritisk grense i gjennomsnitt hadde fått mindre enn halvparten av poengsummen som elevgruppen samlet på disse oppgavene.

Jeg ble også stilt overfor utfordringer i forhold til hvor mange oppgaver jeg skulle analysere. Jeg valgte ut tre oppgaver som eksempler på oppgavetyper hvor elevene under kritisk grense har store utfordringer. Listen kan ikke sies å være uttømmende. Hensikten har mer vært å peke på aktuelle utfordringer som kan identifiseres ved hjelp av Regneprøven. Men som jeg har nevnt ved noen tilfeller i denne oppgaven har skriftlige prøver noen klare begrensninger.

Den interessante jobben begynner på mange måter når prøven er gjennomført og dialogen med eleven og klassen kan starte. Det betyr ikke at jeg ser på skriftlige kartleggingsprøver som unyttig, men jeg er opptatt av at summative prøver brukes med et formativt perspektiv (Black et al., 2003).

Basert på resultatene og drøftingene i denne masteroppgaven vil jeg i det siste kapitlet runde av med å peke på noen aktuelle pedagogiske implikasjoner.

8 Pedagogiske implikasjoner og videre arbeid

I dette kapitlet vil jeg peke på ulike pedagogiske implikasjoner som mine resultater kan lede i retning av. Jeg har valgte å dele opp i implikasjoner som gjelder:

- Regneprøven som instrument.
- Læreres oppfølging av Regneprøven.
- Heia, Fjellro og Havglimt skole.
- Videre forskning.

8.1 Implikasjoner for Regneprøven som instrument

I 2010 leverte en arbeidsgruppe et idédokument til Kunnskapsdepartementet med formål å *”lage en utredning om fremtidens matematikkfag og hvordan opplæringen kan bli mer relevant og engasjerende”* (Kunnskapsdepartementet, 2010, s.2). Gruppen foreslår blant annet:

> ***Lærevansker og motivasjon***
> *6. Kommunene bør pålegges å følge opp de 15 % svakeste elevene på obligatorisk kartleggingsprøve i matematikk for 2. trinn. Oppfølgingen bør være slik som prøven anbefaler. Det bør utvikles et nasjonalt kartleggingsverktøy for 1. trinn som forløper til denne obligatoriske kartleggingsprøven med tanke på tilsvarende tilbud om oppfølging på 1. trinn.*
>
> *7. Det bør gjøres forsøk med å sette inn tiltak så tidlig som mulig for å unngå lærevansker i matematikk* (Kunnskapsdepartementet, 2010, s.10-11).

Våren 2011 kom Regneprøven som en frivillig kartleggingsprøve for 1.klasse. Dette er i samsvar med forslag 6. Samtidig kommer det tydelige politiske signal om at fokuset på tidlig innsats skal skjerpes i norsk grunnskole og at det er et mål å øke den spesialpedagogiske innsatsen i småskolen både kvalitativt og kvantitativt (Kunnskapsdepartementet, 2011a). På sikt er det også et mål at behovet for spesialpedagogiske hjelp skal bli mindre på ungdomstrinnet, slik mønsteret er i Finland (Kunnskapsdepartementet, 2006a). Dette er i samsvar med forslag 6 og 7 i idédokumentet.

Utdanningsdirektoratet bør diskutere om Regneprøven for 1. og 3. trinn fortsatt skal være frivillig. Dette må blant annet vurderes opp mot den totale mengden kartleggingsprøver. Som nevnt i innledningen (se kapittel 1.3) peker rektorer i Stavanger på at omfanget av obligatoriske prøver og undersøkelser er så stort at de ikke klarer å følge dem opp med kvalitet. I andre land blir det også rettet kritikk mot at det går med så mye tid til å gjennomføre prøver at det går ut over den tiden som er tilgjengelig til læring (Boaler, 2008). I tillegg vil testen kunne ta oppmerksomheten bort fra eller virke styrende på arbeidet. Det kan også hevdes at dyktige lærere identifiserer elever med utfordringer uten å bruke kartleggingsprøver, og at de kan kartlegge med større kvalitet gjennom ulike former for observasjon av og samtale med elevene (Black et al., 2003). Bør vi heller innføre en form for kvalitativ kartlegging som supplement til Regneprøven?

På den andre siden er det et spørsmål hvor mange lærere i småskolen som har den nødvendige faglige tryggheten til å tidlig kunne identifisere hvilke elever som er i faresonen. Da kan det oppleves som en ekstra trygghet å gjennomføre en kartleggingsprøve.

Jeg har påvist at antall elever under kritisk grense øker fra 2. til 3. trinn i mitt datamateriale (se kapittel 6.2 - 6.4). Perioden 2.-4.klasse ser også ut til å være kritisk i forhold til at mange elever i matematikkvansker blir oppdaget da (Lindhardt & Hansen, 2011; Lunde, 2010). Det kan være et argument for at det er viktig å følge elevenes utvikling gjennom å prioritere kartleggingsprøver på småskolen, og at det må tas grep for at skolene skal følge opp resultatene.

8.2 Implikasjoner for læreres oppfølging av Regneprøven

Regneprøven er en del av Utdanningsdirektoratets plan for et helhetlig og sammenhengende prøve- og vurderingssystem (Alseth et al., 2007). Regneprøven er definert som en del av underveisvurderingen og det er obligatorisk å gjennomføre prøven for 2. trinn. Det er derfor ikke noen diskusjon om Regneprøven for 2. trinn skal gjennomføres eller ikke, slik tilfellet er med de frivillige kartleggingsprøvene for 1. og 3. trinn. Det er likevel et spørsmål om det er hensiktsmessig å bruke prøven for 2. trinn til noe mer enn å finne de elevene som kommer under kritisk grense.

Allerede på 3. trinn kan jeg i mitt datamateriale observere at forskjellene øker mellom elevene under kritisk grense og resten av elevgruppen. Det aktualiserer et fokus på tidlig innsats. Jeg har konkludert med at Regneprøven først og fremst kartlegger tellestrategier. Basert på en sammenlikning av noen få elevers resultater på Regneprøven og Ostads strategiobservasjon (Ostad, 2008a; 2008b) har jeg formulert en hypotese om at begge kartlegger tellestrategeier. Hvis hypotesen viser seg å være holdbar kan det være en idé at lærerne først gjennomfører Regneprøven som en screening av hele klassen, og så bruker Ostads strategiobservasjon for å kunne si noe mer kvalitativt om de elevene det er grunn til å bekymre seg for.

Et annet interessant spørsmål er hvordan lærerne tar med seg den kunnskap de får fra Regneprøven inn i klasserommet. Fører kunnskapen om elevenes prestasjoner på prøven til at lærerne:

- Lar elevene øve på tilsvarende oppgaver?
- Setter fokus på begreper og sammenhenger?
- Designer praktiske aktiviteter, spill eller problemløsningsoppgaver hvor elevene møter de utfordringene prøven har avdekket?

I kapittel 2 drøftet jeg hva det vil si å ha matematisk kompetanse. Mitt syn på dette vil prege de handlingene jeg foretar i etterkant av Regneprøven.

Som grunnlag for drøftinger i et lærerkollegium kan det være nyttig å ha verktøy for å behandle resultatene. Underveis i min prosess har det vokst frem en idé om at regnearkene som har vært utviklet i forbindelse med denne masteroppgaven kan forbedres og tilbys andre skoler som et verktøy for databehandling. Da bør regnearkene være bygd opp slik at lærerne kun trenger å legge inn poengsummene på hver enkelt oppgave, så gjøres alle beregningene automatisk. Jeg ser også for meg at et ferdig utviklet verktøy for databehandling kan inneholde noen spørsmål som stimulerer til refleksjoner, både didaktisk og etisk.

Den informasjonen læreren kan få gjennom Regneprøven er etter min mening et interessant startpunkt for videre utforsking. Det er derfor viktig at skolen har systemer som kan bidra til at lærerne ikke bare retter prøven og legger bort resultatene (Boaler, 2008; Grevholm, 2007). Lærerne må stimuleres og støttes slik at de kan undersøke resultatene grundigere og bruke dem som et utgangspunkt for å finne ut hvor eleven er i sin faglige utvikling og hva som kan bidra til læring.

Bobis et al. (2005) bruker begrensningene ved skriftlige prøver som argument for den vurderingspraksisen som er prøvd ut og innført i enkelte stater i Australia og New Zealand, hvor det blir lagt stor vekt på å gjennomføre strukturerte intervjuer med elevene. I utviklingsprosjektet *Count Me In Too* i Australia videofilmer lærerne intervjuene de gjør med hver enkelt elev (Wright, 2006). I etterkant gjennomgås intervjuene med hensyn på å gi en faglig funksjonsbeskrivelse i forhold til LFIN. Jeg får inntrykk av det er et stort og omfattende system som settes i gang. En positiv effekt ved dette er at beskrivelsene oppleves som poengterte og med et klart faglig fokus. Lærerne må sette seg grundig inn i rammeverket for å kunne observere hvordan elevene løser oppgaver. Det har vist seg å føre til faglig utvikling for lærerne (Bobis, 2005).

8.3 Implikasjoner for Fjellro, Heia og Havglimt skole

En viktig implikasjon for de Heia, Fjellro og Havglimt må være at skolene bygger videre på det samarbeidet de har utviklet. Skolene i mitt datamateriale har klart å etablere et system for å involvere skolenes ledelse og gjøre resultatene til gjenstand for felles refleksjon i lærerkollegiene, men har ennå ikke funnet gode måter å involvere foreldre og elever på. Det blir viktig å finne gode måter å bruke resultatene på som en del av vurdering *for* læring. En måte å utvikle dette videre på er at lærerne jobber tettere sammen om å planlegge undervisning og observere hverandre i klasserommet.

Skolene bør også fortsette å følge utviklingen på Regneprøven. Med det datamaterialet jeg har er det vanskelig å ha bestemte oppfatninger av årsaken til de observerte forskjellene i antall elever under kritisk grense på de tre skolene og i de ni klassene. Skolene/klassene kan ha en overrepresentasjon av elever med svak/sterk forståelse i matematikk hvor årsakene ikke skyldes didaktiske forhold, men det kan også være et symptom på at det er årsaker i læringsmiljøet som gir ulike resultater. Ved å følge utviklingen over tid vil det være mulig å kunne si mer om dette. For skolene kan en viktig motivasjon for å analysere resultatene være å gå på jakt etter suksessfaktorene og spørre om resultatene fra Regneprøven stemmer med lærernes erfaringer i forhold til klasser som lykkes og ikke lykkes i matematikkfaget

Skolene har også mulighet til å sammenlikne utviklingstrekkene fra Regneprøven med resultatene fra nasjonale prøver for å se om dette kan gi noen indikasjoner. For eksempel gjennomførte elevene som er født i 2000 Regneprøven for 3. trinn våren 2009 og nasjonal prøve i regning for 5. trinn høsten 2010. Resultatene fra nasjonal prøve kan igjen sammenliknes med de andre klassene som har gjennomført nasjonal prøve de siste årene. Dette årskullet har flest elever under kritisk grense i mitt datamateriale når jeg ser de tre skolene samlet. Finner vi det igjen på nasjonale prøver? I Tabell 43 har jeg illustrert hvilke muligheter de nasjonale kartleggingene gir som grunnlag for et slikt arbeid. Blå farge viser de prøvene som er gjennomført allerede, mens grå farge viser hvilke prøver som antakelig vil bli gjennomført i årene som kommer.

Tabell 43 Muligheter for å se nasjonale kartlegginger i sammenheng.

Fødselsår	Regneprøven 2. trinn	Regneprøven 3. trinn	Nasjonal prøve 5. trinn
1997			
1998			
1999			
2000			
2001			
2002			
2003			

Skolene kan utvikle denne ideen videre i et forsøk på å finne gode svar på hvorfor noen klasser ser ut til å lykkes bedre enn andre. Hvis skolene over tid foretar en sammenlikning over de ulike klassenes resultater på de nasjonale kartleggingene, bør slike perspektiver trekkes inn, med tanke på å lære av de faktorene som ser ut til å bidra til læring.

8.4 Implikasjoner for videre forskning

I prosjektene i Australia og New Zealand (Bobis, 2005; Wright, 2006) har det vært en forutsetning at læreren ble godt kjent med rammeverkene som beskriver barns utvikling av tallforståelse og regneferdigheter, slik at de kunne gjennomføre intervjuer og gi gode beskrivelser av hvor hvert enkelt barn er i sin faglige utvikling. Det hadde vært interessant å gjennomføre studier med et slikt utgangspunkt i Norge. Etter min mening blir det i tilfelle viktig å drøfte hvilket kunnskaps- og læringssyn som legges til grunn (se kapittel 2.2.3). Konkret vil jeg nevne at elevene i Australia og på New Zealand blir identifisert til å ligge på et faglig nivå. Dette blir i neste omgang brukt som grunnlag for nivådelt undervisning (Bobis, 2005).

Meld.St.18 (2010-2011) (Kunnskapsdepartementet, 2011a) og Meld.St.22 (2010-2011) (Kunnskapsdepartementet, 2011b) flagger et tydelig inkluderingsprinsipp og omtaler de økende tendensene til nivådeling i Norge som uheldige fra et faglig perspektiv. I en del tilfeller er nok også organiseringene i en form som gjør at de er ulovlige i forhold til opplæringslovens § 8-2[34]. Nivådeling har heller ikke påviselig effekt på elevers læringsutbytte (Boaler, 2008), så denne delen av vurderingstankegangen fra prosjektene trenger etter min mening noen avklaringer ved en eventuell implementering i Norge. For samtidig tyder forskningen til Dowker (2004) på at intensive opplegg på 30 minutter hver uke kan bidra til at elever i matematikkvansker tetter gapet til de andre elevene.

I denne masteroppgaven er en konklusjon at Regneprøven først og fremst kartlegger elevenes telleferdigheter. Basert på en undersøkelse på 2.trinn på Heia skole kan det se ut som det er samsvar mellom resultatene på Regneprøven og Ostads strategiobservasjon (2008b). Jeg må overlate til eventuelt andre interesserte å utforske dette videre.

Ved avslutningen av denne oppgaven går min egen interesse først og fremst i retning av å lære mer om alternative tilnærminger til tallforståelse og regneferdigheter. I denne oppgaven har jeg pekt på en tilnærming basert på mønster (Haseler, 2008; Wing et al., 2004) og måling (Schmittau, 2003). Jeg håper de nærmeste årene vil bringe mer forskning innenfor disse områdene.

Det kan være passende å avslutte denne masteroppgaven med å se fremover mot nye læringsmuligheter og forskningsfelt som jeg vil følge i spenning. For denne oppgaven har først og fremst gitt meg muligheter til å lære, og når jeg nå ser tilbake på prosessen og produktet står det frem som mitt tydeligste inntrykk. Dette har vært læring…

[34] Se http://www.lovdata.no

9 Litteratur

Adler, B. (2007). *Dyskalkyli & matematikk: en håndbok i dyskalkyli*. Höllviken: NU-förlaget.

Ahlberg, A. & Hamberger, B. (1995). *Att möta matematiken i förskolan: 6-åringars förståelse av tal och räkning* (Rep. No. Rapport nr 1995: 08). Göteborgs universitet.

Alseth, B. (1998). *Matematikk på småskoletrinnet*. Utdanningsdirektoratet.

Alseth, B., Throndsen, I., & Turmo, A. (2007). *Rapport fra utvikling og pilotering av "Regneprøven"* (Acta Didactica 2/2007). Universitetet i Oslo.

Alseth, B., Throndsen, I., & Turmo, A. (2009). *Rapport fra kartleggingsprøver i tallforståelse og regneferdighet for 2. årstrinn og Vg1* (Acta Didactica 2/2009). Universitetet i Oslo.

Anghileri, J. (2006). *Teaching number sense*. (2nd ed.) London: Continuum international pub.

Bergem, O. K., Grønmo, L. S., & Olsen, R. V. (2005). PISA 2003 og TIMSS 2003. *Norsk Pedagogisk Tidsskrift, 89,* 111-124.

Bishop, A. J. (1988). *Mathematical enculturation: A cultural perspective on mathematics education*. Dodrecht, Holland.

Black, P., Harrison, C., Lee, C., Marshall, B., & William, D. (2003). *Assessment for learning: Putting it into practice*. Maidenhead: Open University Press.

Bloom, B. (1956). *Taxonomy of Eductational Objectives: The Classification of Eduactional Goals*. New York: McKay.

Boaler, J. (2008). *What's math got to do with it: Helping children learn to love their most hated subject-and why it' s important for America*. New York: Viking.

Bobis, J., Clarke, B., Clarke, D., Thomas, G., Wright, R. B., & Gould, P. (2005). Supporting Teachers in the Development of Young Children's Mathematical Thinking: Three Large Scale Cases. *Mathematics Education Resarch Journal, 16,* 27-57.

Boesen, J. (2006). *Assessing mathematical creativity.* Doctoral thesis Umeå University.

Boesen, J., Lithner, J., & Palm, T. (2010). The relation between types of assessment tasks and the mathematical reasoning students use. *Educational Studies in Mathematics, 75,* 89-105.

Breiteig, T. & Venheim, R. (1998). *Matematikk for lærere I*. Tano Aschehoug.

Burton, L. (1999). *Learning mathematics: From hierarchies to network*. London: Falmer Press.

Butterworth, B. & Yeo, D. (2010). *Dyskalkyli - att hjälpa elever med specifika matematiksvårigheter*. Stockholm: Natur & Kultur.

Buttterworth, B. & Laurillard, D. (2010). Low numeracy and dyscalculia: Identification and intervention. *ZDM Mathematics Education, 42,* 527-539.

Carpenter, T. P., Fennema, E., Franke, M. L., Levi, L., & Empson, S. B. (1999). *Children's Mathematics: Cognitively Guided Instruction*. Portsmouth, N.H.: Heinemann.

Cuoco, A., Goldenberg, E. P., & Mark, J. (1996). Habits of Mind: An Organizing Principle for Mathematics Curricula. *Journal of Mathematical Behavior, 15,* 375-402.

Denvir, B. & Brown, M. (1986a). Understanding of Number Concepts in Low Attaining 7-9 Year Olds: Part I. *Educational Studies in Mathematics, 17,* 15-36.

Denvir, B. & Brown, M. (1986b). Understanding of Number Concepts in Low Attaining 7-9 Year Olds: Part II. The Teaching Studies. *Educational Studies in Mathematics, 17,* 143-164.

Dowker, A. (2004). *What Works for Pupils with Mathematical Difficulties?* London: Departement for Education and Skills.

Dowker, A. (2005). *Individual differences in arithmetic: Implications for psychology, neuroscience and education*. Hove: Psychology Press.

Dysthe, O. (2008). Klasseromsvurdering og læring. *Bedre skole, 4*.

Edwards, A. R., Esmonde, I., & Wagner, J. F. (2010). Learning mathematics. I R.E.Mayer & P. A. Alexander (Eds.), *Handbook of Research on Learning and Instruction* (pp. 55-76). Routlegde.

Engström, A. & Magne, O. (2003). *Medelsta-matematik: hur vel behärskar grundskolans elever lärostoffet enligt Lgr 69, Lgr 80 och Lpo 94?* (2003:4). Örebro Universitet.

Fuglseth, K. & Skogen, K. (2006) *Masteroppgaven i pedagogikk og spesialpedagogikk.* Cappelen Akademisk Forlag.

Grevholm, B. (2007). Å undersøke forbedret læring i matematikk. I B.Jaworski, A. B. Fuglestad, R. Bjuland, T. Breiteig, S. Goodchild, & B. Grevholm (Eds.), *Learning Communities in Mathematics*. Caspar Forlag AS.

Haseler, M. (2008). Making intervention in numeracy more effective in shools. In A.Dowker (Ed.), *Mathematical Difficulties. Psychology and Intervention*.

Jaworski, B., Fuglestad, A. B., Bjuland, R., Breiteig, T., Goodchild, S., & Grevholm, B. (2007). *Learning communities in mathematics*. Bergen, Norway: Caspar.

Jones, G. A., Thornton, C. A., Putt, I. J., Hill, K. M., Mogill, A. T., Rich, B. S. et al. (1996). Multidigit number sense: A framework for instruction and assesment. *Journal for Research in Mathematics Education, 27,* 310-336.

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding it up. Helping Children learn mathematics.* Washington, DC: Nactional Academy Press.

Kunnskapsdepartementet (2006a). ...*Og ingen stod igjen.* St.m.nr.16 (2006-2007).

Kunnskapsdepartementet (2006b). *Læreplanverket for kunnskapsløftet*.

Kunnskapsdepartementet (2010). *"Matematikk for alle, ... men alle behøver ikke kunne alt"*.

Kunnskapsdepartementet (2011a). *Læring og fellesskap.* Meld.St.18 (2010-2011).

Kunnskapsdepartementet (2011b). *Motivasjon-Mestring-Muligheter: Ungdomstrinnet* Meld.St.22 (2010-2011).

Lange, T. (2009). *Difficulties, meaning and marginalisation in mathematics learning as seen through children's eyes.* Aalborg University, Uniprint.

Lindhardt, B. & Hansen, N. J. (2011). Elever med særlige behov i matematikk. *NAVIMAT.*

Lundberg, I. & Sterner, G. (2009). *Dyskalkyli - finns det? Aktuell forskning om svårigheter att förstå och använda tal*. Göteborg: Nationelt Centrum för Matematikutbildning/ Göteborgs universitet.

Lunde, O. (2010). *Hvorfor tall går i ball - Matematikkvansker i et spesialpedagogisk fokus*. Klepp: Info Vest Forlag.

Lyon, G. R., Fletcher, J. M., Shaywitz, S. E., Shaywitz, B. A., Torgesen, J. K., Wood, F. B., Schulte, A., & Olson, R. (2001). Rethinking Learning Disabilities. In C.E.Finn, A. J. Rotherham, & R. Hokanson (Eds.), *Rethinking special education for a new century* (pp. 259-287). Washington, DC: Thomas B. Fordham Foundation and Progressive Policy Institute.

Ma, L. (2010). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. (vols. Anniversary ed.) New York: Routledge.

Ma, L. & Kessel, C. (2003). *Knowing Mathematics: Intervention Program*. Houghton Miffin Company.

Magne, O. (2007). Hvor er forskningen nu - og hvad interesserer man sig for international nu. I L. Ø. Johansen (Ed.), *Mathematics Teaching and Inclusion* (pp. 11-21). Aalborg University, Denmark.

McIntosh, A. (2007). *Alle Teller! Håndbok.* Trondheim: Matematikksenteret.

Mertens, D. (2005). *Research and Evalution in Education and Psychology* (2nd ed). Sage Publications.

Niss, M. & Jensen, T. H. (2002). *Kompetencer og matematiklæring*. Undervisningsministeret.

Ostad, S. (2006). Dysmatematikk: Et multifaktorielt fenomen med karakteristiske kjennetegn. *Skolepsykologi, 41,* 27-37.

Ostad, S. (2008a). *Ressurshefte til boken Strategier, strategiobservasjon og strategiopplæring - med fokus på elever med matematikkvansker.* Tiller: Læreboka Forlag AS.

Ostad, S. (2008b). *Strategier, strategiobservasjon og strategiopplæring - med fokus på elever med matematikkvansker.* Tiller: Læreboka Forlag AS.

Ostad, S. A. (2008c). Children with and without mathematics difficulties. Aspects of learner characteristics in a developmental perspective. I A.Dowker (Ed.), *Mathematical Difficulties. Psychology and Intervention* .

Peltenburg, M., Heuvel-Panhuizen, M. v. d., & Doig, B. (2009). Mathematical power of special-needs pupils: An ICT-based dynamic assessment format to reveal weak pupils' leraning potential. *British Journal of Educational Technology, 40,* 273-284.

Reikerås, E. (2006). Å lese i matematikk. *Spesialpedagogikk, 71,* 51-57.

Reikerås, E. (2007). *Aspects of arithmetical performance related to reading performance: A comparison of children with different levels of achievement in mathematics and reading at different age levels.* Doctoral thesis Universitetet i Stavanger, Stavanger.

Schmittau, J. (2003). Cultural-Historical Theory and Mathematics Education. I A.Kosulin, B. Gindis, V. S. Ageyev, & S. M. Miller (Eds.), *Vygotsky's Educational Theory in Cultural Context* (Cambrigde University Press.

Sjöberg, G. (2006). *Om det inte är dyskalkyli - vad är det då?: en multimetodestudie av eleven i matematikproblem ur ett longitudinelt perspektiv.* Umeå universitet, Umeå.

Utdanningsdirektoratet (2008a). *Obligatorisk kartleggingsprøve. Kartlegging av tallforståelse og regneferdighet på 2.årstrinn. Lærerveiledning.*

Utdanningsdirektoratet (2008b). *Obligatorisk kartleggingsprøve. Kartlegging av tallforståelse og regneferdighet på 3.årstrinn. Lærerveiledning.*

Utdanningsdirektoratet (2011). *Kunnskap og læringsambisjoner for ungdom i seks land.*

Utdanningsforbundet (2010). *Spesialundervisning - tallenes tale* (2/2010). Utdanningsforbundet.

Wing, T., Tacon, R., & Atkinson, R. (2004). *Learning about numbers with patterns: Using structured visual imagery (Numicon) to teach artithmetic.* BEAM Eduaction.

Wollscheid, S. (2010). *Språk, stimulans og læringslyst - Tidlig innsats og tiltak mot frafall i videregående opplæring gjennom hele oppveksten. En kunnskapsoversikt* (NOVA Rapport 12/10). Norsk Institutt for forskning om oppvekst, velferd og aldring (NOVA).

Wright, R. J., Martland, J., & Stafford, A. K. (2006). *Early Numeracy. Assesment for teaching & intervention.* London: SAGE Publications Ltd.

10 Vedlegg

Vedlegg 1: Godkjenning til å gjengi oppgaver fra Regneprøven

-------- Original Message --------

Subject: Forespørsel om å gjengi oppgaver fra Regneprøven i masteroppgave

Date: Mon, 21 Feb 2011 09:57:57 +0100

From: Gjermund Torkildsen <Gjermund.Torkildsen@statped.no>

To: Marthe.Akselsen@utdanningsdirektoratet.no

<Marthe.Akselsen@utdanningsdirektoratet.no>, bjornaralseth@gmail.com <bjornaralseth@gmail.com>, are.turmo@ils.uio.no <are.turmo@ils.uio.no>, inger.throndsen@ils.uio.no <inger.throndsen@ils.uio.no>

Til:
Udir ved Marthe Akselsen
UiO (ILS) ved Bjørnar Alseth, Arne Tumo og Inger Throndsen

Undertegnede holder på å skrive en mastergradsoppgave i matematikkdidaktikk hvor Regneprøven er i fokus. Oppgaven har arbeidstittelen "Regneprøven som inspirasjonskilde for tilpasset matematikkopplæring i småskolen". Undertittelen er "Kartleggingsprøver i lys av forskning på tallforståelse og vurdering". Oppgaven er planlagt levert i juni 2011.

Forskningsspørsmålet mitt er per dags dato formulert slik: / Hva kan Regneprøven fortelle om elevenes matematiske kompetanse?/

For å svare på dette spørsmålet forsøker jeg å gå inn i den forskningen som oppgis å ligge til grunn for Regneprøven og se om det er rimelig å legge til grunn at den er preget av "forholdsvis stor enighet" - slik det uttrykkes i blant annet lærerveiledningen til Regneprøven. Jeg forsøker også å se etter spor i prøven på at denne forskningen er lagt til grunn i Regneprøven. I tillegg har jeg analysert rammeverket til Regneprøven for å se om de kompetansemålene som oppgis kan sies å bli kartlagt ved gjennomføringen av Regneprøven.

Jeg har også en kvantitativ del hvor jeg har data fra gjennomføringen av Regneprøven i 2009 og 2010 på tre forskjellige skoler (90 elever) og jobbet sammen med lærerne der for å bruke Regneprøven som inspirasjonskilde for tilpasset opplæring. I tillegg har jeg ambisjoner om å videreutvikle regnearkene mine slik at lærere kan få et verktøy som kan hjelpe dem i analyse av resultatene, samtidig som de må ta stilling til reflekterende spørsmål -- helst sammen med kolleger. Dette blir et arbeid som ikke kan bli en del av mastergradsoppgaven, men får komme i neste omgang.

Jeg ser at det vil være lettere å kommunisere til leseren av mastergradsoppgaven hvis jeg kan illustrere teksten med oppgaver fra Regneprøven og at kvaliteten på analysen av Regneprøven vil bli betraktelig bedre hvis jeg kan få tillatelse til å scanne fra Regneprøven.

Slik jeg vurderer det er Regneprøven godt kjent på skolene, ettersom de fleste har kolleger som har gjennomført prøven. Noen av oppgavene er også offentlige gjennom de rapportene fra Regneprøven som ligger på nettet. Min oppgave vil bidra til at noen flere oppgaver blir tilgjengelig offentlig, men slik jeg vurderer det er det en begrenset leserkrets som studerer masteroppgaver. Jeg håper derfor dere kan se nytten av dette.

Jeg er usikker på om det er Udir og/eller UiO som må ta stilling til dette, men ber om at dere hjelper meg videre hvis dere som mottakere av denne e-posten ikke kan foreta de nødvendige avklaringer.

Vennlig hilsen
Gjermund Torkildsen

Behov for faglig påfyll? Ta en titt på våre kurssider:
http://www.statped.no/sorlandet/kurs

Hei

Jeg regner med at dette ikke er noe problem, men tar for sikkerhets skyld opp dette med Udir. Marthe Akselsen har for tiden permisjon, så jeg må først finne ut hvem jeg skal henvende meg til. Du hører fra meg så fort jeg har vært i kontakt med ansatt i Udir.

mvh
Inger Throndsen

Hei,

Dette hørtes ut som et spennende tema, og det blir sikkert en interessant masteroppgave. Det er greit at du benytter oppgaver fra prøven i ditt forskningsarbeid, og at oppgaver blir gjengitt i masteroppgaven din. Det hadde vært interessant for oss å lese oppgaven din, så vi hadde satt stor pris på om du vil dele den med oss når den er ferdig.

Lykke til videre med arbeidet!

Med vennlig hilsen
Anne Kristine Skyrud
rådgiver

Avdeling for vurdering 2
Utdanningsdirektoratet
Postboks 9359 Grønland
0135 Oslo

Telefon: + 47 23301392
Besøksadresse: Schweigaards gate 15 B

Vedlegg 2: Denvir & Brown

Kilde: Denvir og Brown (1986a) – min oversettelse

Ferdigheter i matematikk rangert slik at den mest kompliserte kommer øverst:

Nr.	Ferdigheter
3.	Omgrupperer mentalt for å 'ta bort' fra tosifrede tall.
6.	Bruker multiplikasjonsfakta for å løse en tekstoppgave med 'dele'
47.	Oppfatter tekstproblemer av typen 'sammenlikn differens ukjent' som subtraksjon
4.	Bruker base-10 materiell til å modellere tosifret 'ta bort' med omgruppering
45.	Utnytter begrepet delmengde uten å få hint eller hjelp
7.	Bruker hoderegning for å 'ta bort' fra tosifrede tall uten å omgruppere
5.	Bruker multiplikasjonsfakta for å løse mange tekstproblemer
2.	Omgrupperer i hodet for å addere tosifrede tall
20.	Bruker telle bakover/fremover/nedover strategi for å løse 'ta bort'
33.	Samler objekter i en ny tiergruppe for å gjøre det lettere å tallfeste en mengde som delvis er gruppert i 10-ere og 1-ere
15.	Bruker repetert addisjon eller repetert subtraksjon for tekstproblem med 'deling'
46.	Utnytter delvis begrepet delmengde
12.	Bruker avledede fakta for addisjon
8.	Bruker hoderegning uten å omgruppere ved addisjon av tosifrede tall
24.	Kan telle med 10 steg om gangen fra et ikke-dekadisk tosifret tall
25.	Kan telle bakover med 10 steg om gangen fra et ikke-dekadisk tosifret tall.
34.	Kan foreta en kvantitativ sammenlikning mellom to mengder som er gruppert forskjellig
9.	'Vet svaret' når vi tar bort 10 fra et tosifret tall
10.	'Vet svaret' når 10 adderes til et tosifret tall
1.	Modellere tosifret addisjon med omgruppering ved bruk av base-10 materiell
17.	Kjenner tallkombinasjoner (ikke bare dobling)
26.	Veksle mellom (? Interpolates between) dekadiske tall på tallinja
13.	Bruker base-10 materiell til å modellerer tosifret 'ta bort', uten å omgruppere
16.	Bruker repetert addisjon på mange ulike tekstoppgaver
19.	Løser tekstproblemer av typen 'sammenlikn med ukjent differanse'
21.	Teller med 2 og 1 for å tallfeste en mengde som er gruppert i 2-ere og 1-ere
11.	"Vet svaret" når vi adderer ensifrede tall til en dekadisk enhet
14.	Bruker base-10 materiell til å modellere addisjon med tosifrede tall, uten å omgruppere
22.	Teller med 5-ere og 1-ere for å tallfeste en mengde som er gruppert i 5-ere og 1-ere
18.	Løser tekstproblemer av typen "sammenlikn to ukjente mengder"
23.	Teller med 10-ere og 1-ere for å tallfeste en mengde som er gruppert i 10-ere og 1-ere
40.	Kan telle bakover fra 20
27.	Ordner en ikke-sekvensiell samling av tosifrede tall
35.	Utnytter strukturen i grupperte mengder
38.	Løser 'dele'-problemer ved direkte fysisk modellering
39.	Løser mange typer problem ved direkte fysisk modellering.
44.	Utnytter konservering av tallmengder[35]
28.	Utnytter at addisjon er kommutativt når summene er på formen 1+n
29.	Bruker strategien "telle-videre" ifbm addisjon
30.	Leser en samling av ikke-sekvensielle tosifrede tall
32.	Kan telle korrekt med tellesteg 2, 5 og 10
37.	Bruker strategien "telle-videre" hvis oppfordret
31.	Kan si tallene til 99 i korrekt rekkefølge
41.	Kan telle bakover fra 10
36.	Sammenlikner mengder og avgjør om de er like.
42.	Kan si tallene til 20 i korrekt rekkefølge, kan løse addisjon og 'ta bort' ved direkte fysisk modellering
43.	Har 1:1 korrespondanse

[35] Mengden er lik selv om den grupperes på forskjellige måter.

Vedlegg 3: Rammeverket til Jones et al. (1996)

	Telling	Oppdeling	Gruppering	Tallrelasjoner
Nivå 1 **Pre-plassverdi**	Teller og teller videre med en; teller ”informally” med tiere	Lager på ulike måter: 5; 8; 10.	• Estimerer antall objekter in e gruppe ved å bruke 5 og 10 som referansepunkter (benchmarks). • Teller med femmere og tiere. • Grupperer for å gjøre det raskt og enkelt å kontrollere.	Avgjøre antall mer enn/mindre enn 5 eller 10; ”mye mer/mindre”; antall mellom 0 og 10.
Nivå 2 **Begynnende plassverdi**	Teller grupper av ti som om de var single enheter; former og teller grupper av ti og ”extras”; teller videre med tiere og enere.	Lager flersifrede tall på ulike måter (spesielt tiere/enere); også 100 ”in decades”.	• Estimerer antall objekter i en gruppe objekter ved å bruke en passende enhet (f.eks 10) • Teller for å kontrollere • Grupperer for å gjøre det raskt og enkelt å kontrollere.	Ordner flersifrede antall innenfor og over tiere.
Nivå 3 **Utvikling av plassverdi**	Teller, teller videre, eller teller bakover med tiere for å addere/subtrahere i hodet.	Lager flersifrede tall på ulike måter (de fleste <100).	Avgjør hvorvidt summen av to tosifrede tall ”is in the (30s)”.	Ordner flersifrede antall (spesielt < 100 dannet av ”interchanging digits”)
Nivå 4 **Utvidet plassverdi**	Teller, teller videre med 100-ere og 10-ere for å addere med 100-ere og 10-ere i hodet.	Lager flersifrede tall på ulike måter (mange opp til 1000). Finner det delen som mangler av et tall (mange opp til 1000).	Avgjør hvorvidt summen av to tresifrede tall er mer eller mindre enn (250). Gitt 31 tiere og 12 enere: avgjør antall enheter uten referanse til materiell.	Ordner flersifrede antall (spesielt dem opp til 1000 dannet av ”interchanging digits”)
Nivå 5 **Essensielt plassverdi**	Teller videre eller tilbake med 100-ere, tiere og enere for å addere/subtrahere i hodet.	Lager flersifrede tall (noen over 1000) på ulike måter.	Avgjør hvorvidt summen/differensen av to to- eller tresifrede tall er mer eller mindre enn (350). Gitt 2 hundrere, 23 tiere og 9 enere: avgjør antall enheter uten å bruke materiell.	Ordner flersifrede antall opp til 1000 (avgjør spesielt hvilke av to antall som er nærmest til et tredje).

Vedlegg 4: Learning Framework in Number (LFIN)

Kilde: Early Numeracy. Assessment for teaching & intervention (Wright, R.J., Martland, J., Stafford, A.K.m 2008). Dette er å betrakte som et arbeidsnotat som gir en viss oversikt over LFIN. Innimellom brukes noen engelsk ord som ikke er oversatt.

Hver del av læringsrammeverket blir beskrevet mer detaljert på de neste sidene.

Del A **Tidlige aritmetiske strategier** **Base-ti aritmetiske strategier**	**Del B** **Telleremsen forlengs og tallord etter** **Telleremsen baklengs og tallord før** **Tallsymbol**	**Del C** **Strukturere tall fra 1 til 20**	**DEL D** **Tidlig multiplikasjon og divisjon**
Trinn: Tidlige aritmetiske strategier 0 – Oppdukkende telling 1 - Perseptuell telling 2 - Figurativ telling 3 – Begynnende tallrekke 4 – Intermediær tallrekke 5 – Fortrolig med tallrekken	**Nivå:** **Telleremsen forlengs (TRF) og tallord etter** 0 – Oppdukkende TRF. 1 – Begynnende TRF opp til ti. 2 – Intermediær TRF opp til ti. 3 – Fortrolig med TRF opp til ti. 4 – Fortrolig med TRF opp til tretti. 5 – Fortrolig med TRF opp til ett hundre.	Kombinere og dele opp Spatiale mønstre og subitising Temporale sekvenser Fingermønstre Strategier basert på fem	Nivå: 1 – Begynnende gruppering 2 – Perseptuell telling med multipler 3 – Figurativ ”composite” gruppering 4 – Repetert abstrakt ”composite ” gruppering 5 - Multiplikasjon og divisjon som operasjoner
Nivå: **Base-ti artimetiske strategier** 1 – Begynnende begrep om ti 2 – Intermediært begrep om ti 3 – Fortrolig begrep om ti	**Nivå:** **Telleremsen baklengs (TRB) og tallord før** 0 – Oppdukkende TRB. 1 – Begynnende TRB opp til ti. 2 – Intermediær TRB opp til ti. 3 – Fortrolig med TRB opp til ti. 4 – Fortrolig med TRB opp til tretti. 5 – Fortrolig med TRB opp til ett hundre.		
	Nivå: **Identifikasjon av tallsymbol** 0 – Oppdukkende numerisk identifikasjon. 1 – Symboler til ´10´ 2 - Symboler til ´20´ 3 - Symboler til ´100´ 4 - Symboler til ´1000´		

DEL A av LRT – Trinn i tidlig aritmetisk læring (TTAL) og base-ti aritmetiske strategier

æringsrammeverket for tall blir det skilt mellom begrepene trinn(stage) og nivå (level). Trinn-begrepet brukes bare knyttet til Del A av LRT, og da i forbindelse med aspekt 1. Begge begrepene blir brukt i teknisk betydning (s.190). Et nivå er et punkt i et kontinuum. Som eksempel blir det henvist til utviklingen av telleremsen. Et trinn er som et platå eller stadium. Hver nye stadium er kjennetegnet ved noen nye kvalitative sprang i kunnskap, det vil si en begrepsmessig reorganisering av strategier og måten barnet forstår oppgavene på.

Aspekt 1: Trinn i tidlig aritmetisk læring (TTAL)

TTAL viser en progresjon i barns utvikling av strategier de bruker i tidlige numeriske situasjoner som er utfordrende for dem, for eksempel når de skal finne ut hvor mange det er i en samling og forskjellige former for additive og subtraktive situasjoner. Modellen er bygdt på forskningen til Steffe og kolleger (Steffe 1992, Steffe & Cobb 1988, Steffe et al. 1993) og relatert forskning av Wright (1989, 1991). Beskrivelsene i LRT inkluderer referanser til konkrete oppgavetyper (for eksempel manglende addend) og strategier (for eksempel telle-videre). **TTAL-modellen blir ansett for den viktigste delen av læringsrammeverket for tall (The Learning Framework in Number).** På engelsk omtales dette som SEAL-modellen (Stages of Early Aritmetical Learning).

TTAL-modellen for trinn i tidlig aritmetisk læring

Trinn 0: Oppdukkende telling. Kan ikke telle synlige gjenstander. Barnet vet enten ikke tallordene eller kan ikke koordinere tallordene med gjenstandene.

Trinn 1: Perseptuell telling. Kan telle sanselige gjenstander, men ikke dem som er skjult. Dette kan involvere å se, høre eller føle gjenstandene.

Trinn 2: Figurativ telling. Kan telle gjenstandene i en skjult samling, men tellingen inkluderer hva voksne typisk vil se på som en ”redundant” aktivitet. Hvis barnet for eksempel blir presentert for to skjulte samlinger, blir fortalt hvor mange det er i hver og spurt hvor mange det er til sammen, vil barnet telle fra en i stedet for å telle videre.

Trinn 3: Begynnende tallrekke. Barnet bruker telle-videre i stedet for å telle fra en for å løse addisjonsoppgaver eller oppgaver med manglende addend (for eksempel 6 + [ ]= 9). Barnet kan bruke en telle-ned-fra strategi for å løse oppgaver hvor det blir tatt bort en gjenstand (for eksempel, 17-3 som 16, 15, 14 – svar 14), men ikke telle-ned-fra strategier for å løse oppgaver med manglende subtrahend (for eksempel 17-14 som 16, 15, 14 – svar 3).

Trinn 4: Intermediær tallrekke. Barnet teller- ned- til for å løse oppgaver med manglende subtrahend (for eksempel 17-14 som 16, 15, 14 – svar 13). Barnet kan velge de mer effektive av telle-ned-fra og telle-ned-til strategiene.

Trinn 5: Fortrolig med tallrekken. Barnet bruker et spekter av strategier som blir omtalt som **ikke-telle-med-enere**. Disse strategiene involverer andre **prosedyrer** enn **telle-med-enere**, men kan også involvere noe telling-med-enere. I situasjoner med addisjon og subtraksjon bruker barnet strategier som kompensasjon, bruke et kjent resultat, addere til ti, kommutativitet, subtraksjon som den inverse av addisjon, oppmerksomhet i forhold til ”ti” i teen-number.

Merk: Prosedyre er den enkleste formen for strategi, dvs. en strategi som ikke kan beskrives i form av to eller flere "constituent" prosedyrer.

Aspekt 2: Base-ti aritmetiske strategier

Barn skal selvfølgelig løse oppgaver med tosifrede tall lenge før de utvikler kunnskap om tallenes tier- og enerstruktur. For barn som har nådd trinn 5 i TTAL blir det mer og mer viktig å utvikle kunnskap om tier- og enerstrukturen. Modellen er basert på forskningen til Cobb og Wheatley (1988).

Modell for utviklingen av base-ti aritmetiske strategier

Nivå 1: Begynnende begrep om ti. Barnet ser ikke ti som en enhet av noe slag. Barnet fokuserer på de enkelte gjenstandene som gir ti til sammen. En tier og ti enere eksisterer ikke for barnet samtidig. I addisjons- og subtraksjonsoppgaver som involverer tiere vil barn på dette nivået telle forlengs eller baklengs med en om gangen.

Nivå 2: Intermediært begrep om ti. Ti blir sett på som en enhet bestående av ti enere. Barnet er avhenging av re-presentasjoner (som mental replay eller recollection) av enheter av ti som "hidden ten-strips" eller åpne hender med ti fingre. Barnet kan løse addisjons- og subtraksjonsoppgaver som involverer tiere når disse er presentert vha materiell slik som "covered strips of tens and ones". Barnet kan ikke løse addisjon og subtraksjonsoppgaer som involverer tiere og enere når disse blir presentert som skrevne tallsetninger.

Nivå 3 – Fortrolig begrep om ti. Barnet kan løse addisjons- og subtraksjonsoppgaver som involverer tiere og enere uten å bruke materiell eller **re-presentasjoner** av materiell. Barnet kan løse skrevne tallsetninger som involverer tiere og enere ved å addere og subtrahere enheter av tiere og enere.

Merk: For å nå nivå 1 er det en nødvendig forutsetning at barnet minst er på trinn 3 i TTAL-modellen.

DEL B av LRT – Telleremsen forlengs (TRF) og telleremsen baklengs (TRB) og identifikasjon av tall

Tre viktige aspekter ved barns tidlige tallkunnskap. Baserer seg på forskningen til Wright (1991, 1994). Aspekt 1 og 2 er nært forbundet med hverandre. Å forstå barns strategier er fortsatt viktig, men muligens i mindre grad enn i TTAL. Det legges mindre vekt på den idiosynkratiske betydningen og nyansene i de ulike strategiene relatert til disse aspektene.

Aspekt 1 og 2: TRF og TRB

Tallremsen er en oversettelse av´ Number Word Sequence´. I LRT refererer ´Number Word´ til å uttale og/eller høre navnene på tallene. En viktig distinksjon blir gjort mellom å telle og resitere en sekvens av tallord (Steffe og Cobb 1988). Telling blir bare brukt i tilfeller som involverer koordinering mellom hvert uttalte tallord og en virkelig eller imaginær gjenstand. Å si en sekvens av tallord blir ikke referert til som telling.

Telleremsen referer ikke bare til å telle med en og en, men inkluderer også å telle med for eksempel to og to, fem og fem, ti og ti. Startpunktet kan også variere. For eksempel telleremsen fra åttito til nittitre eller telle med ti fra tjuefire.

Modell for konstruksjon av telleremsen forlengs

Nivå 0: Oppdukkende TRF. Barnet kan ikke telleremsen forlengs fra ´en´ til ´ti´.

Nivå 1: Begynnende TRF opp til ´ti´. Barnet kan TRF fra ´en´ til ´ti´. Barnet kan si tallordet rett etter et gitt tallord i området ´en´ til ´ti´. Å falle tilbake til ´en´ forekommer ikke på dette nivået. Barn på nivå 1, 2 og 3 kan beherske TRF ut over ´ti´.

Nivå 2: Intermediær TRF opp til ´ti´. Barnet kan TRF fra ´en´ til ´ti´. Barnet kan si tallordet rett etter et gitt tallord, men går tilbake til ´en´ for å gjøre det.

Nivå 3: Fortrolig med TRF opp til ´ti´. Barnet kan TRF fra ´en´ til ´ti´. Barnet kan si tallordet rett etter et gitt tallord, uten å gå tilbake til ´en´. Barnet har vansker med å si tallordet rett etter et gitt tallord for antall over ti.

Nivå 4: Fortrolig med TRF opp til ´tretti´. Barnet kan TRF fra ´en´ til ´tretti´. Barnet kan si tallordet rett etter et gitt tallord i området ´en´ til ´tretti´., uten å gå tilbake til ´en´. Barn på dette nivået kan noen ganger TRF over ´tretti´.

Nivå 5: Fortrolig med TRF opp til ´hundre´. Barnet kan TRF fra ´en´ til ´hundre´. Barnet kan si tallordet rett etter et gitt tallord i området ´en´ til ´hundre´, uten å gå tilbake til ´en´. Barn på dette nivået kan noen ganger TRF over ´hundre´.

Modell for konstruksjon av telleremsen baklengs

Nivå 0: Oppdukkende TRB. Barnet kan ikke telleremsen baklengs fra ´ti´ til ´en´.

Nivå 1: Begynnende TRB opp til ´ti´. Barnet kan TRB fra ´ti´ til ´en´. Barnet kan ikke si tallordet rett før et gitt tallord. Å falle tilbake til ´en´ forekommer ikke på dette nivået. Barn på nivå 1, 2 og 3 kan beherske TRB ut over ´ti´.

Nivå 2: Intermediær TRB opp til ´ti´. Barnet kan TRB fra ´ti´ til ´en´. Barnet kan si tallordet rett før et gitt tallord, men går tilbake til ´en´ for å gjøre det.

Nivå 3: Fortrolig med TRB opp til ´ti´. Barnet kan TRB fra ´ti´ til ´en´. Barnet kan si tallordet rett før et gitt tallord, uten å gå tilbake til ´en´. Barnet har vansker med å si tallordet rett før et gitt tallord for antall over ti.

Nivå 4: Fortrolig med TRB opp til ´tretti´. Barnet kan TRB fra ´tretti´ til ´en´. Barnet kan si tallordet rett før et gitt tallord i området ´en´ til ´tretti´, uten å gå tilbake til ´en´. Barn på dette nivået kan noen ganger TRB over ´tretti´.

Nivå 5: Fortrolig med TRB opp til ´hundre´. Barnet kan TRB fra ´hundre´ til ´en´. Barnet kan si tallordet rett før et gitt tallord i området ´en´ til ´hundre´, uten å gå tilbake til ´en´. Barn på dette nivået kan noen ganger TRB over ´hundre´.

Aspekt 3: Identifikasjon av tallsymbol

Tallsymbol er en oversettelse av ´Numerals´. ´Numerals´ brukes i betydningen skrevne og leste tallsymbol, for eksempel ´3´, ´27´og ´360´. Å lære å identifisere, gjenkjenne og skrive tallsymbol kan med rette bli sett på som en viktig del av utviklingen av tidlig leseforståelse (literacy). På samme tid er dette er en minst like viktig del av tidlig numerisk (numerical) utvikling. Å ´Identifisere´ brukes her i presis betydning, det er å si navnet på et vist tallsymbol. Den komplementære oppgave å plukke ut et navngitt tallsymbol fra en tilfeldig arrangert gruppe blir omtalt som ´å gjenkjenne´.

Modell for utvikling i identifikasjon av tallsymbol

Nivå 0: Oppdukkende identifikasjon av tallsymbol. Kan ikke identifisere noen eller alle tallsymbolene i området ´1´ til ´10´.

Nivå 1: Tallsymbolene opp til ´10´. Kan identifisere tallsymbolene i området ´1´ til ´10´.

Nivå 2: Tallsymbolene opp til ´20´. Kan identifisere tallsymbolene i området ´1´til´20´.

Nivå 3: Tallsymbolene opp til ´100´. Kan identifisere en- og tosifrede tallsymbol.

Nivå 4: Tallsymbolene opp til ´1000. Kan identifisere en- to- og tre-sifrede tallsymbol.

Del C av LRT – Kombinere og dele opp, spatiale mønstre og subitising, temporale sekvenser, fingermønstre og strategier basert på fem

Det er fem aspekter i del C. De opptrer ofte tilfeldig når barn løser oppgaver som en del av intervjuene. Som en konsekvens blir de ikke presentert i tabellform. I stedet for bør de sees på som en viktig og integrert del av del A, B og D av LRT. Det er også sterke sammenhenger mellom de ulike aspektene i del C.

Aspekt 1: Kombinere og dele opp

Samtidig som barn utvikler tellestrategier kan de utvikle kunnskap om enkle kombinasjoner og oppdeling av tall, som ikke baserer seg på telling. Eksempler: Tallkombinasjonene mellom en og fem. Doblinger som "fire pluss fire er åtte". Tilsvarende kan åtte deles opp i fire og fire. Barn lærer å svare nesten umiddelbart når de får spørsmål som tre pluss tre. Nyere forskning tyder på at utviklingen av avanserte strategier som ikke baserer seg på telling med en og en kan stimuleres ved å automatisere slike kombinasjoner.

Aspekt 2: Spatiale mønstre og subitising

Dette aspektet relateres til strategier som oppstår i situasjoner som involverer for eksempel dominomønstre, tiermønster, spillkort, terninger osv. Subitising defineres (s.25-26):

"To apprehend directly the number of dots in an ustructured stimulus display without counting them. The limit on this process is about seven or eight dots" (The Penguin Dictionary of Psychology).

"The immediate, correct assignation of number words to small collections of perceptual items" (van Glaserfeld 1982, s.214)

Glaserfeld påpeker at et barn som kan gjenkjenne tre ikke nødvendigvis har begreper om tre.

Subitising er en teknisk definisjon med spesifikt betydning, mens spatiale mønstre er et mer generelt og åpent begrep.

Aspekt 3: Temporale sekvenser

Temporale sekvenser inneholder hendelser som opptrer sekvensielt i tid, for eksempel lyder eller bevegelser. Kan være rytmiske, urytmiske eller monotone. Har vært forsket lite på dette, men mye tyder på at barn er mindre fortrolige med å telle temporale sekvenser enn spatiale mønstre.

Aspekt 4: Fingermønstre

Barn bruker fingrene på ulike måter. Noen kan bruke dem som en del av ”telle alt fra en”, mens andre kan bruke dem som en del av effektive ”telle-videre”-strategier. Det er en typisk at strategiene utvikler seg og blir mer og mer effektive til de ikke lenger har bruk for fingrene (jmf Carpenter, min kommentar). **Vi tror derfor at instruksjon i tidlig tallforståelse må henge sammen med og ta hensyn til barns spontane finger-baserte strategier. Finger-mønster spiller en viktig rolle i tidlig utvikling av tellestrategier, og bruke av dem og utviklingen bør stimuleres.**

Aspekt 5: Strategier basert på fem

Fem er en viktig ”base” (argumenterer for det). Eksempel: 3 +4 løses ved å si at tre og to er frem, og to til er syv”. Tett relatert til aspekt 1 (kombinasjoner og oppdeling). I eksemplet blir for eksempel 4 delt i 2 og 2.

Del D av LRT – multiplikasjon og divisjon

I 2000 ble rammeverket utvidet til å omfatte multiplikasjon og divisjon, basert på forskningen til Mulligan (1998).

Nivå 1 – Begynnende gruppering. Barnet kan finne antall i en samling av like grupper når gjenstandene er synlige. Teller med en for å løse oppgaven, så barnet bruker perseptuell telling (nivå 1 av TTAL). Kan også lage grupper av spesifisert størrelse fra en samling gjenstander (quotitive sharing). For eksempel kan barnet med 12 gjenstander lager grupper av tre og få fire grupper. Kan også dele et gitt antall i et visst antall grupper(partitive sharing). For eksempel dele 20 i fem grupper og få fire i hver gruppe. Barnet teller ikke i multipler.

Nivå 2 – Perseptuell telling med multipler. Har utviklinger tellestrategier som er mer avanserte enn på nivå 1. involverer implisitt eller eksplisitt telling i multipler. Etter at en samling er delt i like grupper bruker barnet disse strategiene til å telle over gjenstandene, som må være synlige. Kan ikke telle når gruppene er skjult. Tellestrategiene inkluderer rytmikk, dobling og skip counting, og alle blir gitt merkelappen (label) perseptuell siden barnet er avhengig av synlige gjenstander.

Nivå 3 – Figurativ sammensatt(composite) gruppering. Barnet har utviklet tellestrategier som ikke avhengige av synlige gjenstander og som ikke inkluderer telling med enere. Eksempel : Hvis barnet blir presentert for fire grupper med tre tellebrikker, hvor hver gruppe blir skjult separat, vil barnet bruke skip counting med tre for å avgjøre totalt antall tellebrikker: ”tre, seks, ni, tolv”. Fra barnets perspektiv representerer hver av de fire skjermene en samling av tre gjenstander selv om hver enkelt gjenstand ikke er synlig. Det er en sammenheng mellom å ikke ha behov for å telle med enere når gruppene inneholder samme antall og telle videre i addisjonsoppgaver, for eksempel 6 + 3 presentert vha to skjulte samlinger. I addisjonsoppgaven symboliserer den første skjermen seks tellebrikker og barnet trenger ikke telle fra en til seks. Derfor kan vi forvente at barn på nivå 3 i tidlig multiplikasjon og divisjon er på trinn 3 i TTAL.

Nivå 4 – Repetert abstrakt sammensatt (composite) gruppering. Barnet på nivå 4 har konstruert en begrepsmessig struktur betegnet som ”abstract composite unit” (Steffe og Cobb, 1988). Det betyr at barnet umiddelbart er oppmerksom både på the composite and unitary aspects of three for exampel. Barnet kan bruke repetert addisjon for å løse multiplikasjonsoppgaver og repetert subtraksjon for å løse divisjonsoppgaver. Gjenstandene kan både være synlige og skjult. I en multiplikasjonsoppgave som involverer seks grupper med tre gjenstander, og hver gruppe blir skjult separat vil barnet se på hver gruppe som en ”abstract composite unit”. For barn som har signifikant erfaring med mulitiplikasjon- og divisjonssituasjoner så vel som addisjons- og subtraksjonssituasjoner er det rimelig å anta at nivå 4 i tidlig multiplikasjon og divisjon henger sammen med å være på trinn 5 i TTAL.

Nivå 5 - Multiplikasjon og divisjon som operasjoner. Barn på nivå 5 kan koordinere to composite units i konteksten multiplikasjon og divisjon. Hvis vi har seks treergrupper eller tre seksergrupper vil barnet være oppmerksom på både seks og tre som ”abstract composite units”, mens barn på nivå 4 er oppmerksom på tre som en ”abstract composite unit”, men ikke ser på seks som ”abstract composite unit”. Barn på nivå 5 kan også umiddelbart gjenkalle eller kjapt avlede mange av de grunnleggende fakta i multiplikasjon og divisjon, og bruke multiplikasjonsfakta til å avlede divisjonsfakta. Det kommutative prinsipp i multiplikasjon og den inverse sammenhengen mellom multiplikasjon og divisjon er innenfor barnets proksimale sone. Derfor kan barnet for eksempel være oppmerksom på seks treere er det samme som tre sekser og kan bruke 4 x 8= 32 til å finne ut 32/4. Barnet er muligens også i stand til til å bruke kjente fakta til å finne ut ukjente fakta. For eksempel kan 4 x 5 = 20 brukes til å beregne 4 x 6.

Vedlegg 5: Vekstpunkter fra Early Years Numeracy Project (ENRP)

Kilde: http://www.education.vic.gov.au/studentlearning/teachingresources/maths/enrp/enrplaf.htm'

Hensikten og tanken bak rammeverket beskrives på den oppgitte nettsiden.

Rammeverket inneholder såkalte "vekstpunkt" innenfor ulike områder av matematikken:

> *We describe growth points as key "stepping stones" along paths to mathematical understanding. They provide a kind of conceptual landscape. However, we do not claim that all growth points are passed by every student along the way. "The order is more or less the order in which strategies are likely to emerge and be used by children. ... intuitive and incidental learning can influence these strategies in unexpected ways." (ENRP Final Report, p. 39)*

Jeg har i denne sammenheng valgt bort områdene tid, lengdemåling, massemåling og visualisering/orientering.

A. Counting

1. Not apparent.
   Not yet able to state the sequence of number names to 20.
2. Rote counting
   Rote counts the number sequence to at least 20, but is not yet able to reliably count a collection of that size.
3. Counting collections
   Confidently counts a collection of around 20 objects.
4. Counting by 1s (forward/backward, including variable starting points; before/after)
   Counts forwards and backwards from various starting points between 1 and 100; knows numbers before and after a given number.
5. Counting from 0 by 2s, 5s, and 10s
   Can count from 0 by 2s, 5s, and 10s to a given target.
6. Counting from x (where x >0) by 2s, 5s, and 10s
   Given a non-zero starting point, can count by 2s, 5s, and 10s to a given target.
7. Extending and applying counting skills
   Can count from a non-zero starting point by any single digit number, and can apply counting skills in practical task

B. Place value

1. Not apparent.
   Not yet able to read, write, interpret and order single digit numbers.
2. Reading, writing, interpreting, and ordering single digit numbers
   Can read, write, interpret and order single digit numbers.
3. Reading, writing, interpreting, and ordering two-digit numbers
   Can read, write, interpret and order two-digit numbers.
4. Reading, writing, interpreting, and ordering three-digit numbers
   Can read, write, interpret and order three-digit numbers.
5. Reading, writing, interpreting, and ordering numbers beyond 1000
   Can read, write, interpret and order numbers beyond 1000.
6. Extending and applying place value knowledge
   Can extend and apply knowledge of place value in solving problems

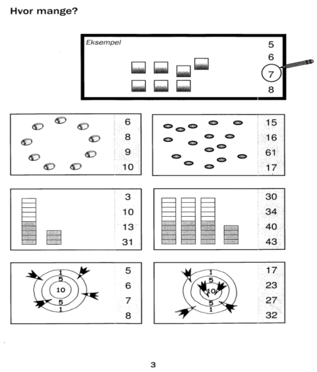
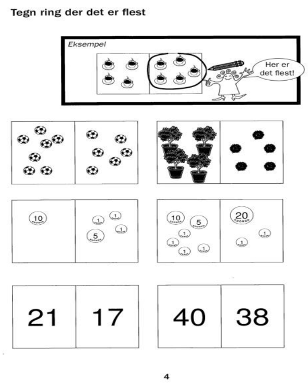
C. Strategies for addition and subtraction

1. Not apparent.
   Not yet able to combine and count two collections of objects.
2. Count all (two collections)
   Counts all to find the total of two collections.
3. Count on
   Counts on from one number to find the total of two collections.
4. Count back/count down to/count up from
   Given a subtraction situation, chooses appropriately from strategies including count back, count down to and count up from.
5. Basic strategies (doubles, commutativity, adding 10, tens facts, other known facts)
   Given an addition or subtraction problem, strategies such as doubles, commutativity, adding 10, tens facts, and other known facts are evident.
6. Derived strategies (near doubles, adding 9, build to next ten, fact families, intuitive strategies)
   Given an addition or subtraction problem, strategies such as near doubles, adding 9, build to next ten, fact families and intuitive strategies are evident.
7. Extending and applying addition and subtraction using basic, derived and intuitive strategies
   Given a range of tasks (including multi-digit numbers), can solve them mentally, using the appropriate strategies and a clear understanding of key concepts

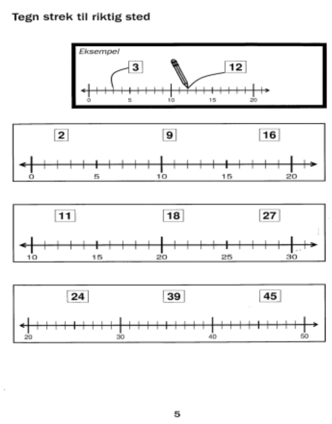
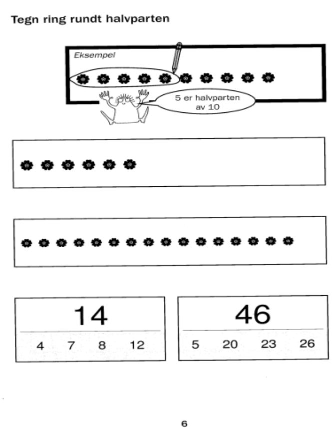
D. Strategies for multiplication and division

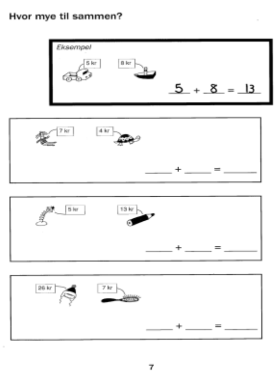
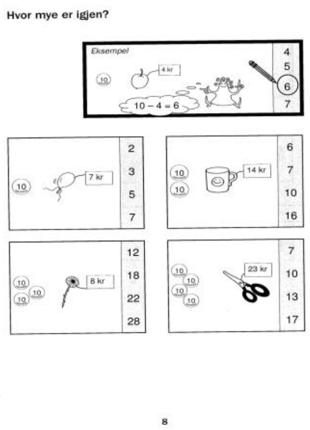
1. Not apparent.
   Not yet able to create and count the total of several small groups.
2. Counting group items as ones
   To find the total in a multiple group situation, refers to individual items only.
3. Modelling multiplication and division (all objects perceived)
   Models all objects to solve multiplicative and sharing situations.
4. Abstracting multiplication and division
   Solves multiplication and division problems where objects are not all modelled or perceived.
5. Basic derived and intuitive strategies for multiplication
   Can solve a range of multiplication problems using strategies such as commutativity, skip counting and building up from known facts.
6. Basic, derived and intuitive strategies for division
   Can solve a range of division problems using strategies such as fact families and building up from known facts.
7. Extending and applying multiplication and division
   Can solve a range of multiplication and division problems (including multi-digit numbers) in practical contexts

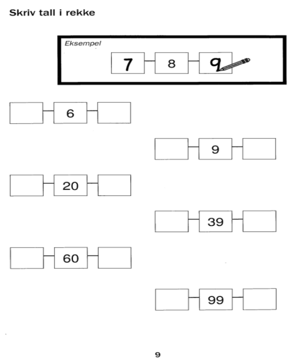
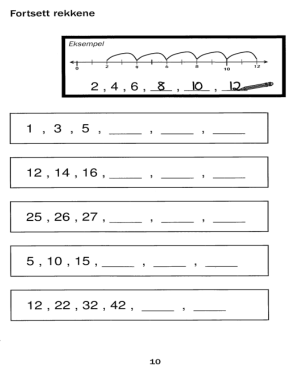
Vedlegg 6: Analyse 1 av Regneprøven for 2. trinn i forhold til LK06

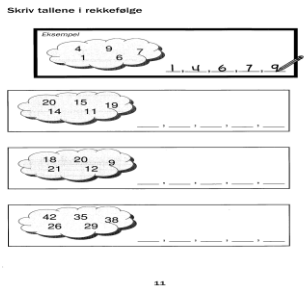
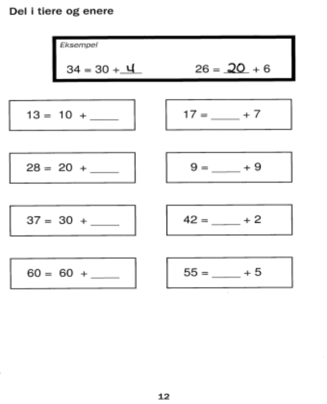
Regneprøven 2. trinn		**Delmål som oppgis i rammeverket for Regneprøven[36]**	**Min vurdering av sammenhengen mellom Regneprøven og LK 06**
Side	**Beskrivelse av oppgaven**		
3	Tell antall objekter, sett ring rundt tall 	Telling/tallrelasjoner: (1a-3a-3b) Gruppering: (1d – 1e) (1a) (3a – 3b)	1a: Kartlegges ikke. Må ikke telle til 100. Største antall er 34. 3a: Kartlegges ikke. Mengdene telles nøyaktig, hverken nødvendig eller hensiktsmessig med overslag. 3b: Kartlegger. Oppgave 1 og 2 kan antakelig bare løses ved telling. 1d: Kartlegges ikke. Må ikke sette sammen tiergrupper. I oppgave 3 og 4 er mengdene delt i tiergrupper gjennom oppgavenes design. Eleven kan utnytte grupperingene. I oppgave 5 og 6 er det ikke behov for å bygge tiergrupper. Oppgave 5: 5+1+1+1. Oppgave 10: 10+10+5+1+1. 1e: Kartlegges ikke. Må ikke dele opp tiergrupper.
4	Se to antall objekter. Sammenligne, sett ring rundt flest. 	Telling/tallrelasjoner: (1a-3a-3b) Telling/tallrelasjoner: (3c) Gruppering: (1d – 1e) (1a) (3a – 3b) Gruppering: (7a)	1a: Kartlegger ikke. Må ikke telle til 100. Største mengde som kan telles er 22. Skal også avgjøre om 40 eller 38 er størst, men disse tallene presenteres som symboler. 3a: Kartlegger ikke. Mengdene kan telles nøyaktig, ikke nødvendig med overslag. Tviler på at overslag blir benyttet som strategi her. 3b: Kartlegger. Må antakelig telle opp. 3c: Kartlegger. Må sammenlikne tall, for eksempel 21 og 17. 1d:Kartlegger ikke. Må ikke sette sammen tiergrupper. Det er heller ikke mulig å sette sammen tiergrupper på noen av oppgavene. 1e:Kartlegger ikke. Må ikke dele opp tiergrupper. 7a: Kartlegger. Må kjenne igjen de norske myntene for å kunne løse oppgave 3 og 4.

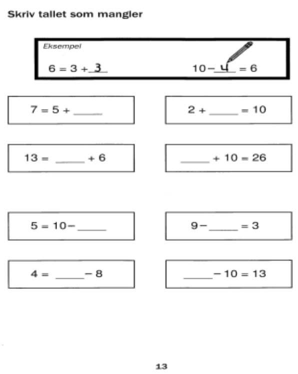
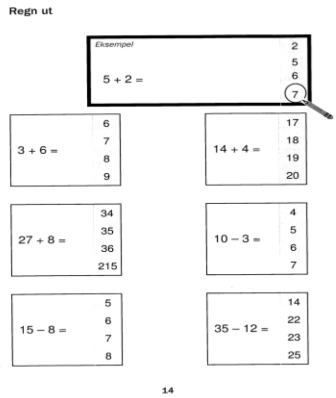
[36] Utvalget av delmål baserer seg på tolkning I (se kapittel 5.1)

Regneprøven 2. trinn		**Delmål som oppgis i rammeverket for Regneprøven**	**Vurdering av sammenhengen mellom Regneprøven og LK 06**
Side	**Beskrivelse av oppgaven**		
5	Tallinjer, Tall over. Tegn strek på tall til plass.  	Telling/tallrelasjoner: (2a – 2b) Telling/tallrelasjoner: (3d)	2a: Kartlegger ikke. Tallinja brukes, men jeg tolker det ikke som at de brukes til beregninger. 2b: Kartlegger. Tallinja brukes til å vise tallstørrelser. 3d: Kartlegger ikke direkte. Tallstørrelser blir ikke uttrykt på varierte måter i denne oppgaven og testes ikke direkte. Vil være mulig å analysere denne kompetansen gjennom å sammenlikne med andre deler av Regneprøven?
6	Se antall objekter, ring rundt halvparten  	Telling/tallrelasjoner: (3d) Gruppering: (1d – 1e) (1a) (3a – 3b) Regning og oppgavestrukturer: (5a – 5b)	3d: Kartlegger ikke direkte. Må ikke uttrykke tallstørrelser på varierte måter. Vil være mulig å analysere denne kompetansen gjennom å sammenlikne med andre deler av Regneprøven? 1d: Kartlegger ikke. Må ikke sette sammen tiergrupper. 1e: Kartlegger ikke. Må ikke dele opp tiergrupper. 3a: Kartlegger kanskje. Må ikke gjøre overslag over mengder, men en mulig løsning av oppgave 1 og 2 å sette streken ved å gjøre ”visuelt overslag” og dele i to mengder som ser like ut. Må antakelig følges opp med kontrolltelling. 3b: Kartlegger. Oppgave 1 og 2 kan løses ved overslag, men fordel å telle opp for å kontrollere. Blir antakelig brukt av de fleste. 5a: Kartlegger ikke. Kartlegger ikke ”doble”. 5b: Kartlegger. Må vite hva halvparten er.

Regneprøven 2. trinn		Delmål som oppgis i rammeverket for Regneprøven	Vurdering av sammenhengen mellom Regneprøven og LK 06
Side	**Beskrivelse av oppgaven**		
7	Se to priser. Addere prisene. 	Telling/tallrelasjoner: (3d) Regning og oppgavestrukturer: (4a – 4b) Gruppering: (7a)	3d: Kartlegger ikke direkte. Må ikke uttrykke tallstørrelser på varierte måter. Vil være mulig å analysere denne kompetansen gjennom å sammenlikne med andre deler av Regneprøven? 4a:Kartlegger ikke om eleven har *utviklet* varierte regnestrategier for addisjon og subtraksjon. 4b:Kartlegger ikke om eleven *bruker* varierte regnestrategier for addisjon og subtraksjon. Et intervju vil være oppklarende i forhold til å kartlegge kompetanse 4a og 4b. 7a: Kartlegger. Må kjenne igjen de norske myntene for å kunne løse oppgavene.
8	Se mynter og pris. Subtrahere. 	Gruppering og oppdeling: (1b – 1c) Gruppering: (1d – 1e) (1a) (3a – 3b) Gruppering: (7a) Regning og oppgavestrukturer: (4a – 4b)	1b: Kartlegger kanskje om eleven kan dele opp mengder opp til 10. Bare oppgave 1 som handler om mengder under 10. NB! Delmålet forutsetter ikke symbolsk representasjon – som her. 1c: Kartlegger ikke om eleven kan bygge opp mengder opp til 10. Bare oppgave 1 som handler om mengder under 10, og den handler om oppdeling.. NB! Symbolsk representasjon… 1d: Kartlegger ikke. Må ikke sette sammen tiergrupper 1e: Kartlegger. Må dele opp tiergrupper i alle oppgavene. I oppgave 2 har vi f.eks to ti-kronesmynter og skal betale 14 kr. 1a: Kartlegger ikke. Må ikke telle til 100. Største mengde er 34. 3a:Kartlegger ikke. gjøre overslag over mengder 3b:kartlegger. Hvis tallfakta ikke er automatisert må elevene " telle opp". 7a: Kartlegger. Må kjenne igjen de norske myntene for å kunne løse oppgavene. 4a:Kartlegger ikke om eleven har *utviklet* varierte regnestrategier for addisjon og subtraksjon. 4b:Kartlegger ikke om eleven *bruker* varierte regnestrategier for addisjon og subtraksjon. Et intervju vil være oppklarende i forhold til å kartlegge kompetanse 4a og 4b.

Regneprøven 2. trinn		**Delmål som oppgis i rammeverket for Regneprøven**	**Vurdering av sammenhengen mellom Regneprøven og LK 06**
Side	**Beskrivelse av oppgaven**		
9	Midterste tall oppgitt i rekker på tre. Skriv tallene før og etter. 	Telling/tallrelasjoner: (1a-3a-3b) Telling/tallrelasjoner: (2a – 6a – 6b – 6c) Telling/tallrelasjoner: (3d)	1a:Kartlegger kanskje. Tallrekkene spenner fra 5 til 100. Bare den siste rekken som er i nærheten av 100. Elevene må rekke alle oppgavene hvis delmålet skal kartlegges. 3a: Kartlegger ikke. Skal ikke gjøre overslag over mengder i denne oppgaven. 3b:Kartlegger. Det er behov for å telle opp. 2a:Kartlegger ikke. Bruker ikke tallinja til beregninger. 6a:Kartlegger. Må kjenne igjen strukturer i enkle tallmønstre. 6b: Kartlegger ikke. Kan ikke samtale om strukturer i enkle tallmønstre. Prøven er skriftlig og individuell. 6c:Kartlegger. Må videreføre strukturer i enkle tallmønstre. 3d: Kartlegger ikke direkte. Må ikke uttrykke tallstørrelser på varierte måter. Vil være mulig å analysere denne kompetansen gjennom å sammenlikne med andre deler av Regneprøven?
10	Tallrekker med ulike hopp 	Telling/tallrelasjoner: (1a-3a-3b) Telling/tallrelasjoner: (2a – 6a – 6b – 6c) Telling/tallrelasjoner: (3d) Regning og oppgavestrukturer: (4a – 4b)	1a:Kartlegger ikke. Må ikke telle til 100. Høyeste antall er 44. 3a: Kartlegger ikke. Må ikke gjøre overslag over mengder 3b:Kartlegger. Må telle opp. 2a:Kartlegger ikke. Bruker ikke tallinja til beregninger. 6a:Kartlegger. Må kjenne igjen strukturer i enkle tallmønstre. 6b: Kartlegger ikke. Kan ikke samtale om strukturer i enkle tallmønstre. Prøven er skriftlig og individuell. 6c: Kartlegger. Må videreføre strukturer i enkle tallmønstre. 3d: Kartlegger ikke direkte. Må ikke uttrykke tallstørrelser på varierte måter. Vil være mulig å analysere denne kompetansen gjennom å sammenlikne med andre deler av Regneprøven? 4a:Kartlegger ikke om eleven har *utviklet* varierte regnestrategier for addisjon og subtraksjon. 4b:Kartlegger ikke om eleven *bruker* varierte regnestrategier for addisjon og subtraksjon. Et intervju vil være oppklarende i forhold til å kartlegge kompetanse 4a og 4b.

Regneprøven 2. trinn		**Delmål som oppgis i rammeverket for Regneprøven**	**Vurdering av sammenhengen mellom Regneprøven og LK 06**
Side	**Beskrivelse av oppgaven**		
11	Ordne tall i rekkefølge 	Telling/tallrelasjoner: (3c) Telling/tallrelasjoner: (3d)	3c: Kartlegger om eleven kan sammenlikne tall (oppgitt på symbolform). 3d: Kartlegger ikke direkte. Må ikke uttrykke tallstørrelser på varierte måter. Vil være mulig å analysere denne kompetansen gjennom å sammenlikne med andre deler av Regneprøven?
12	Del tosifrede tall i tiere og enere 	Telling/tallrelasjoner: (3d) Gruppering: (1d – 1e) (1a) (3a – 3b) Regning og oppgavestrukturer: (4a – 4b)	3d: Kartlegger ikke direkte. Må ikke uttrykke tallstørrelser på varierte måter. Vil være mulig å analysere denne kompetansen gjennom å sammenlikne med andre deler av Regneprøven? 1d: Kartlegger ikke om elevene kan sette sammen tiergrupper. 1e: Kartlegger ikke om elevene kan dele opp tiergrupper. 1a:Kartlegger ikke. Må ikke telle til 100. Det høyeste tallet er 60. 3a: Kartlegger ikke. Må ikke gjøre overslag over mengder 3b: Kartlegger ikke. Må ikke telle opp. 4a:Kartlegger ikke om eleven har *utviklet* varierte regnestrategier for addisjon og subtraksjon. 4b:Kartlegger ikke om eleven *bruker* varierte regnestrategier for addisjon og subtraksjon. Et intervju vil være oppklarende i forhold til å kartlegge kompetanse 4a og 4b.

Regneprøven 2. trinn		Delmål som oppgis i rammeverket for Regneprøven	Vurdering av sammenhengen mellom Regneprøven og LK 06
Side	**Beskrivelse av oppgaven**		
13	Addisjon og subtraksjonsstykker. 1., 2. eller 3. ledd mangler. 	Telling/tallrelasjoner: (3d) Gruppering og oppdeling: (1b – 1c) Regning og oppgavestrukturer: (4a – 4b)	3d: Kartlegger ikke direkte. Må ikke uttrykke tallstørrelser på varierte måter. Vil være mulig å analysere denne kompetansen gjennom å sammenlikne med andre deler av Regneprøven? 1b:Kartlegger. Må utnytte mengder som er delvis delt opp på forhånd. F.eks 7 = 5 + ___. 1c: Kartlegger. Må fullføre oppbyggingen av mengder opp til 10. F.eks 2+ ___ = 10. 4a:Kartlegger ikke om eleven har *utviklet* varierte regnestrategier for addisjon og subtraksjon. 4b:Kartlegger ikke om eleven *bruker* varierte regnestrategier for addisjon og subtraksjon.Et intervju vil være oppklarende i forhold til å kartlegge kompetanse 4a og 4b.subtraksjon.
14	Regn ut addisjons- og subtraksjonsstykker og tegn strek til riktig tall som svar 	Gruppering og oppdeling: (1b – 1c) Regning og oppgavestrukturer: (4a – 4b)	1b: Kartlegger kanskje. Oppgave 4 kan tolkes som "dele opp mengder til 10". 1c: Kartlegger kanskje. Oppgave 1 kan tolkes som "bygge mengder opp til 10". 4a: Kartlegger ikke. Kan likevel få en antydning av om de har *utviklet* varierte regnestrategier for addisjon og subtraksjon. 4b: Kartlegger ikke. Kan likevel få en antydning av om de *bruker* varierte regnestrategier for addisjon og subtraksjon. Et intervju vil være oppklarende i forhold til å kartlegge kompetanse 4a og 4b.

Vedlegg 7: Analyse 2 av Regneprøven for 2. trinn i forhold til LK06

Telling og tallrelasjoner

Kunnskapsløftet	Delmål	Side 3	Side 4	Side 9	Side 10
Telle til 100, gjøre overslag over mengder, telle opp (1a-3a-3b)	1a				
	3a				
	3b				

Kunnskapsløftet	Delmål	Side 9	Side 10
Bruke tallinja til beregninger, og kjenne igjen, samtale om og videreføre strukturer i enkle tallmønstre (2a – 6a – 6b – 6c)	2a		
	6a		
	6b		
	6c		

Kunnskapsløftet	Delmål	Side 4	Side 11
Sammenligne tall (3c)	3c		

Kunnskapsløftet	Delmål	Side 5
Bruke tallinja til beregninger og til å vise tallstørrelser (2a – 2b)	2a	
	2b	

Kunnskaps-løftet	Delmål	Side 5	Side 6	Side 7	Side 9	Side 10	Side 11	Side 12	Side 13
Uttrykke tallstørrelser på varierte måter (3d)	3d	Sett strek til riktig sted (Talllinje)	Tegn ring rundt halv-parten	Hvor mye til sammen? (addisjon)	Skriv tall i rekke. (Tall før og etter)	Fortsett rekkene.	Skriv tallene i rekkefølge.	Del i tiere og enere.	Skriv tallet som mangler.

Gruppering og oppdeling

Kunnskapsløftet	Delmål	Side 8	Side 13	Side 14
Dele opp og bygge mengder opp til 10 (1b – 1c)	1b	?	?	?
	1c		?	?

Kunnskapsløftet	Delmål	Side 3	Side 4	Side 6	Side 8	Side 12
Sette samme og dele opp tiergrupper (1d – 1e)	1d					
	1e					
Telle til 100 (1a)	1a					
Gjøre overslag over mengder, telle opp (3a – 3b)	3a					
	3b					

Kunnskapsløftet	Delmål	Side 4	Side 7	Side 8
Kjenne igjen de norske myntene (7a)	7a			

Regning og oppgavestrukturer

Kunnskapsløftet	Delmål	Side 7	Side 8	Side 10	Side 12	Side 13	Side 14
Utvikle og bruke varierte regnestrategier for addisjon og subtraksjon av tosifrete tall (4a – 4b)	4a 4b	Hvor mye til sammen? (addisjon)	Hvor mye er igjen? (subtraksjon)	Fortsett rekkene.	Del i tiere og enere.	Skriv tallet som mangler.	Regn ut. (addisjon og subtraksjon med symboler).

Kunnskapsløftet	Delmål	Side 6
Doble og halvere (5a – 5b)	5a	
	5b	

Vedlegg 8: Rammeverket for Regneprøven 3.trinn

Telling og tallrelasjoner			
Kompetanse	**Presisering**	**Oppgaveeksempler**	**Hefteside**
Telle til 100, gjøre overslag over mengder og telle opp mengder	Telle til 20, til 100 og til 1000	Hvor mange er det her? (<20 og <100)	3
	Skrive tall før og etter 2- og 3-sifrede tall	Hvilket tall kommer to før, hvilket kommer to etter?	8
	Avrunding til nærmeste tier og nærmeste hundrer	Rund av til nærmeste tier: • 23,48, 35, 117	13
Kjenne igjen strukturer og videreføre enkle tallmønstre	Telle framover eller bakover med bestemt antall om gangen	Fortsett rekkene • 2,4,6…. • 5,10,15….. • 136,126,116….	8
Sammenligne tall	Rangere tall Sammenlikne mengder Sammenlikne to tall	Skriv tallene i stigende rekkefølge • 29, 42, 38 26, 35	9
Bruke tallinja til å vise tallstørrelser	Plassere tall og lese av på tallinjer til 1000	Tegn strek fra hvert tall til riktig sted på tallinja	4,13
Uttrykke tallstørrelser på varierte måter	Uttrykke antall med konkreter, tallsymboler og på tallinje	• Tegn ring rundt konkreter • Skriv antall med tallsymbol • Knytte tall til tallinje	3,4,8++

Gruppering og oppdeling			
Kompetanse	**Presisering**	**Oppgaveeksempler**	**Hefteside**
Dele opp og bygge mengder opp til 10	Oppdeling av tall opp til 10	Hvor mye mangler på 10?	11
Sette samme og dele opp tiergrupper Telle til 100 Gjøre overslag over mengder, telle opp	Telle opp en større, gruppert mengde, hundrer og tier synlig eller ikke synlig	Hvor mange er det her?	3
	Fortsette tallrekker med tier- og hundreroverganger, framover og bakover	Skriv de neste tallene • 96,97, 98…. • 124, 123, 122….	8
	Rangere tall	Sorter tallene og skriv dem i stigende rekkefølge	9
	Dele tall i hundrere, tiere og enere	Hva betyr sifferet 4 i • 34, 146, 407	10,13
Kjenne igjen de norske myntene	Bruke grupperingen i 5-ere, 10-ere og hundrelapper til å bestemme beløp	• Hvor mange penger er det her? • Hvor er det mest penger? • 342= __ + ___ + ___[37]	3,6,7

[37] Her er det satt inn bilder av en 100-lapp, en tikroning og et kronestykke i elevenes oppgave.

Regning og oppgavestrukturer

Kompetanse	Presisering	Oppgaveeksempler	Hefteside
Bruke tabellkunnskaper og regnestrategier for addisjon og subtraksjon av tosifrete tall	Addere og subtrahere opp til tresifrede tall med symboler, med og uten tierovergang	Regn ut • 135-20, 427+100, 19+64 • Hvilket tall mangler: _+7=43	6,7,8,10,11,12
	Bruke addisjon og subtraksjon til å løse praktiske oppgaver	Oppgaver med • endring • sammenlikning	6,7,12
	Halvere to- og tresifrede tall	Finne halvparten av mengde og tall	5
Doble og halvere	Løse oppstilte gange- og dele stykker opp til 2,3,4,5 og 10-gangen	Regn ut • 2*7, 5*4, 3*10 • 15:3, 8:2, 40:5	16
Bruke den lille gangetabellen	Bruke multiplikasjon og divisjon til å løse praktiske oppgaver	Multiplikasjon med like grupper og rutenettstruktur. Divisjon med fordeling	14,15
Velge regneart	Velge regneart til praktiske oppgaver innen de fire regneartene.	Tekstoppgaver	12
	Varianter av a±b=c og a=b±c hvor a,b eller c er ukjent.	Oppgaver hvor for eksempel startverdien er ukjent.	11
Løse praktiske oppgaver med kjøp og salg	Finne ut hvor mye penger som trengs og hvor mye som er igjen ved innkjøp	• Du har 200 kroner og kjøper en lue til 145 kr. Hvor mye har du igjen? • To leker koster 63 og 129 kroner. Hva koster de til sammen?	6,7

Vedlegg 9: Elevresultater

2.trinn 2009

Emne/side	Hvor mange	Tegn ring der det er flest	Tegn strek til riktig sted	Tegn ring rundt halvparten	Hvor mye til sammen?	Hvor mye er igjen?	Skriv tall i rekke	Fortsett rekkene	Skriv tallene i rekkefølge	Del i tiere og enere	Skriv tallet som mangler	Regn ut	Sum
Maks poeng	6	6	9	4	3	4	12	5	3	8	8	6	74
Tora	3	2	0	1	0	1	4	0	0	0	1	2	14
Mette	3	2	3	0	1	2	2	2	1	7	0	5	28
Ståle	3	4	0	1	2	1	12	1	2	3	2	2	33
Klara	4	4	6	2	3	0	8	2	2	0	2	4	37
Monika	6	5	7	1	2	0	6	0	2	3	3	4	39
Heidi	3	4	6	2	3	2	8	2	2	6	1	2	41
Anne	5	6	7	2	3	2	6	1	2	0	2	5	41
Tonje	4	6	6	2	2	2	10	2	1	6	0	2	43
Liv	5	5	8	3	3	2	7	1	2	6	0	5	47
Mathea	5	6	7	2	3	1	12	5	2	3	1	4	51
Sondre	3	6	8	4	2	1	10	5	1	7	1	3	51
Silje	5	6	9	4	3	4	10	5	0	0	4	5	55
Stig	6	6	8	3	3	3	8	4	2	7	3	3	56
Linda	4	5	9	3	3	1	12	1	3	4	6	5	56
Maren	4	6	9	3	3	3	11	1	3	7	3	4	57
Roy	6	6	9	3	3	3	12	5	3	0	5	6	61
Malene	6	6	9	4	3	2	12	0	3	8	4	4	61
Sandra	6	4	9	3	3	3	12	4	3	8	4	5	64
Bente	5	6	9	4	2	1	11	5	3	7	6	5	64
Alf	6	6	9	3	3	4	12	4	3	6	4	5	65
Marit	5	4	8	2	3	4	12	4	3	8	6	6	65
Johan	5	6	9	2	3	3	12	3	3	8	5	6	65
Ane	5	6	8	3	3	3	12	5	3	8	6	4	66
Erik	6	6	9	3	3	3	12	5	3	5	5	6	66
Inge	6	6	7	3	3	2	12	5	3	8	6	6	67
Jesper	5	6	9	4	3	3	12	3	3	8	5	6	67
Sven	6	6	9	4	3	3	12	4	3	8	5	5	68
Ida	6	6	9	4	3	4	12	4	3	8	6	5	70
Lene	6	6	9	4	3	4	12	5	3	8	5	6	71
Robert	6	6	9	2	3	4	12	5	3	8	7	6	71
Anette	6	6	9	4	3	4	12	5	3	8	7	4	71
Tore	6	6	9	4	3	4	12	5	3	8	7	6	73
Kari	6	6	9	4	3	4	12	5	3	8	7	6	73
Laila	6	6	9	4	3	4	12	5	3	8	7	6	73
Snitt	5,1	5,4	7,6	2,9	2,7	2,6	10,4	3,3	2,4	5,8	4,0	4,6	56,8
Løsningsprosent	84,3	89,7	85,0	71,3	90,2	64,0	86,5	66,5	80,4	72,4	50,0	77,5	76,7
Nasjonalt nivå %	79,6	87,5	84,6	65,5	82,3	61,3	87,9	70,6	84,3	68,1	47,9	71,5	75
Nasj snitt poeng	4,8	5,3	7,6	2,6	2,5	2,5	10,5	3,5	2,5	5,4	3,8	4,3	55,5

2.trinn 2010

Emne/side	Hvor mange	Tegn ring der det er flest	Tegn strek til riktig sted	Tegn ring rundt halvparten	Hvor mye til sammen?	Hvor mye er igjen?	Skriv tall i rekke	Fortsett rekkene	Skriv tallene i rekkefølge	Del i tiere og enere	Skriv tallet som mangler	Regn ut	Sum
Maks poeng	**6**	**6**	**9**	**4**	**3**	**4**	**12**	**5**	**3**	**8**	**8**	**6**	**74**
Maja	*6*	*6*	*9*	*4*	*3*	*3*	*12*	*5*	*3*	*8*	*5*	*6*	***70***
Einar	6	6	9	3	3	3	12	5	3	7	6	6	**69**
Trine	5	4	9	4	3	4	12	5	3	8	7	5	**69**
Arne	*6*	*6*	*9*	*4*	*1*	*3*	*12*	*4*	*3*	*8*	*6*	*6*	***68***
Lars	6	6	9	2	3	4	12	5	3	8	4	6	**68**
Torunn	4	6	9	3	3	2	12	5	3	8	6	5	**66**
Alf	5	6	9	3	3	3	10	5	3	8	6	5	**66**
Per	5	6	9	2	3	3	12	5	3	8	5	4	**65**
Jonas	*6*	*2*	*9*	*3*	*2*	*3*	*12*	*5*	*3*	*8*	*6*	*5*	***64***
Gro	5	5	9	3	3	2	10	5	3	8	4	5	**62**
Hans	4	6	8	3	3	4	12	5	3	5	5	4	**62**
Kaisa	*6*	*6*	*9*	*4*	*3*	*3*	*10*	*2*	*3*	*8*	*3*	*3*	***60***
Sonja	**6**	**6**	**9**	**2**	**3**	**3**	**11**	**4**	**3**	**4**	**5**	**4**	**60**
Lisa	6	4	5	2	2	4	12	5	3	7	4	6	**60**
Halvor	**4**	**6**	**9**	**1**	**3**	**2**	**12**	**4**	**3**	**6**	**5**	**3**	**58**
Roger	6	5	7	3	3	3	8	5	3	8	3	4	**58**
Petter	2	6	9	1	3	4	12	5	2	7	3	4	**58**
Truls	5	5	6	1	3	3	11	4	3	7	5	5	**58**
Janne	*6*	*2*	*9*	*4*	*3*	*3*	*7*	*5*	*2*	*8*	*5*	*3*	***57***
Olaf	**6**	**4**	**9**	**1**	**3**	**3**	**9**	**3**	**2**	**8**	**3**	**5**	**56**
Kai	**6**	**4**	**8**	**2**	**1**	**2**	**12**	**3**	**3**	**8**	**4**	**3**	**56**
Mats	*3*	*5*	*9*	*0*	*3*	*3*	*12*	*1*	*3*	*5*	*5*	*6*	***55***
Ole	*6*	*6*	*9*	*1*	*3*	*2*	*12*	*5*	*2*	*4*	*0*	*4*	***54***
Geir	*4*	*6*	*9*	*1*	*3*	*2*	*8*	*1*	*2*	*0*	*4*	*4*	***44***
Gina	*3*	*5*	*7*	*2*	*1*	*1*	*7*	*3*	*3*	*3*	*3*	*4*	***42***
Siren	*4*	*3*	*9*	*1*	*2*	*2*	*7*	*2*	*2*	*3*	*2*	*3*	***40***
Tønnes	*5*	*5*	*5*	*2*	*1*	*2*	*6*	*2*	*1*	*0*	*0*	*3*	***32***
Snitt	**5,0**	**5,1**	**8,4**	**2,3**	**2,6**	**2,8**	**10,5**	**4,0**	**2,7**	**6,3**	**4,2**	**4,5**	**58,4**
Prosent	**84,0**	**84,6**	**93,0**	**57,4**	**86,4**	**70,4**	**87,7**	**80,0**	**90,1**	**78,7**	**52,8**	**74,7**	**78,9**
Nasjonalt snitt %	**79,6**	**87,5**	**84,6**	**65,5**	**82,3**	**61,3**	**87,9**	**70,6**	**84,3**	**68,1**	**47,9**	**71,5**	**75**
Nasj snitt poeng	**4,8**	**5,3**	**7,6**	**2,6**	**2,5**	**1,8**	**8,8**	**1,4**	**2,5**	**5,4**	**1,4**	**2,1**	**45,0**

3.trinn 2010

Side	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	Sum
Maks poeng	6	9	6	4	4	5	3	8	8	4	10	6	6	6	85
Tore	6	9	6	4	4	5	3	8	8	4	10	6	6	6	85
Lene	5	9	6	4	4	5	3	8	8	3	10	6	6	6	83
Laila	6	9	6	4	4	5	3	8	7	4	10	5	6	6	83
Kari	6	9	6	4	3	5	2	8	7	4	10	6	6	6	82
Bente	6	8	6	4	4	4	2	8	8	4	9	5	6	6	80
Anette	6	8	5	4	4	5	3	8	7	4	8	6	6	5	79
Marit	6	8	6	4	3	5	3	8	5	3	10	6	5	6	78
Inger	6	9	6	4	4	5	3	8	6	4	10	6	4	3	78
Ida	6	6	6	4	3	5	3	8	6	4	10	5	6	6	78
Roy	6	6	6	4	4	5	3	8	6	4	10	5	6	5	78
Robert	5	9	6	4	4	5	3	8	7	4	10	6	2	5	78
Malene	6	9	6	4	3	2	2	8	8	4	10	6	3	2	73
Ane	6	8	2	4	2	5	3	8	7	3	10	6	2	6	72
Maren	6	9	6	4	4	5	2	8	5	4	7	6	0	5	71
Jesper	6	6	6	4	3	4	3	8	8	3	10	4	2	3	70
Johan	6	7	3	4	3	5	3	8	5	3	10	6	2	5	70
Silje	6	9	6	4	3	2	3	8	6	3	7	6	1	5	69
Sondre	5	9	4	4	4	4	2	8	6	3	10	5	1	2	67
Alf	6	8	6	2	3	3	2	7	4	2	9	5	4	6	67
Sandra	6	8	2	4	3	4	3	8	5	3	9	5	2	4	66
Erik	5	6	5	4	4	5	3	5	7	3	7	2	3	4	63
Linda	5	6	4	4	2	4	3	8	3	3	9	5	2	2	60
Sven	6	6	5	4	3	3	3	5	7	4	1	6	1	5	59
Anne	4	9	4	2	3	3	0	7	2	1	9	3	2	4	53
Tonje	5	7	2	4	3	1	2	6	5	2	8	1	2	3	51
Klara	6	7	2	3	2	1	2	8	5	3	6	3	1	2	51
Stig	5	6	3	3	3	2	2	5	3	1	10	0	3	4	50
Heidi	5	4	2	3	3	1	2	8	2	2	3	3	1	3	42
Mathea	4	6	2	2	1	2	2	8	2	0	8	1	1	2	41
Monika	5	4	1	1	2	1	1	2	3	3	5	6	1	3	38
Liv	6	6	0	3	1	0	3	7	2	1	2	1	1	3	36
Mette	4	6	2	2	1	1	3	3	1	0	6	4	0	0	33
Tora	1	5	0	1	1	2	2	1	1	0	3	1	0	0	18
Ståle	0	4	1	2	0	0	1	0	1	0	4	0	1	2	16
Snitt	5,6	7,6	4,4	3,7	3,1	3,9	2,5	7,3	5,4	2,9	8,2	4,9	1,8	4,3	65,6
Prosent	93,1	84,3	73,6	91,7	77,1	78,3	83,3	91,7	67,7	72,9	81,7	81,9	30,6	70,8	77,2