UNIVERSITETET I AGDER

Tidlig algebra

Algebraisk tenkemåte og arbeidsmåter i en tredjeklasse – en case-studie

Gunhild Skjørdal Jahr

Veileder

Hans Erik Borgersen

Masteroppgaven er gjennomført som ledd i utdanningen ved Universitetet i Agder og er godkjent som del av denne utdanningen. Denne godkjenningen innebærer ikke at universitetet innestår for de metoder som er anvendt og de konklusjoner som er trukket.

Universitetet i Agder, 2011
Fakultet for teknologi og realfag
Institutt for matematiske fag

Det er mange melodier i fiolinen
– om man bare kan finne dem

Dansk ordtak

Forord

Arbeidet med denne oppgaven har vært en spennende, lærerik og utfordrende prosess. Spennende fordi jeg ble litt overrasket over hva som finnes av litteratur, hvilken aldersgruppe jeg kom til å studere og hva jeg faktisk fant i klasserommet. Gjennom arbeidet med denne oppgaven har jeg opplevd en faglig utvikling og jeg har fått en trygghet på at mitt engasjement for matematikkdidaktikk og læreryrket generelt ikke vil forsvinne med det første. Forberedelsene til denne oppgaven startet sommeren 2007 og avsluttes nå fire år senere. Jeg kan se tilbake på en kronglet vei med mange bakketopper fra begynnelse til slutt, med utfordringer både i og utenfor oppgaveskrivingen. Det har helt klart vært en lærerik og interessant vei.

Det er mange som fortjener en takk for å ha vært gode støttespillere underveis i prosessen med å skrive denne oppgaven. Først og fremst min veileder, Hans Erik Borgersen, som hele veien har vært inspirerende, behjelpelig, tålmodig og en god samtalepartner. Ikke mist har du vært til god hjelp med å holde motivasjonen oppe, drive prosessen framover og komme med faglige innspill og utfordringer. Hjertelig takk!

Denne oppgaven ville ikke kommet til uten datamateriale fra undervisning i skolen. En stor takk til elevene som åpnet klasserommet sitt for meg, og til læreren som også velvillig stilte opp til intervjuer.

Jeg skjønner nå hvorfor jeg ble anbefalt en master i matematikkdidaktikk. Jeg har opplevd miljøet og fellesskapet her som noe unikt. Hjelpsomme og tilgjengelige faglærere og forskere inspirerer med god oppfølging og fagkunnskap. Ikke minst har jeg satt stor pris på fellesskapet med medstudenter på lesesalen og det å få ha en egen arbeidsplass gjennom studiet.

Mandagsseminarene er også et godt eksempel på at vi masterstudenter har fått ta del i et større fellesskap med interne og eksterne forskere og doktorgradskandidater. I den forbindelse ønsker jeg spesielt å rette en takk til professor Bill Jacob (University of California, Santa Barbara) som mens han var på besøk også tok seg tid til å diskutere og komme med innspill til eksempler fra datamaterialet mitt.

En spesiell takk også til gode og støttende kolleger ved Universitetsbiblioteket, hvor jeg har fått jobbe som studentvakt de fire siste årene. Dette har vært en inspirerende arbeidsplass. Men i praksis var det kanskje litt *for* god tilgang på faglitteratur?

En stor takk til Maj Sjøvold for gode samtaler og støtte underveis og for korrekturlesning i innspurten.

Til sist vil jeg rette en stor takk til en støttende og tålmodig familie. Takk Mattias for at du er så god til å lage middag og passer på at jeg har det bra! Takk til katten Luciano for godt og trofast følge gjennom mange år med studier – ingen maler som deg. Og til Hilde som kom med underveis, takk for gode stunder, nye utfordringer og for at jeg får følge deg i din utvikling – ikke minst den matematiske.

Kristiansand, juni 2011 Gunhild Skjørdal Jahr

Sammendrag

Hovedtema for denne oppgaven er *tidlig algebra*. Det er fokus på arbeidsmåter i undervisningen og hvordan disse opptrer gjennom aktiviteter som blir brukt i et matematikklasserom på tredje trinn i barneskolen. Spesielt for dette klasserommet er fraværet av lærebøker og bruken av konkreter i undervisningen. Begrepene *tidlig algebra* og *algebraisk tenkemåte* er sentrale, og gir et innblikk i utviklingen og bakgrunnen for disse begrepene. Videre går jeg litt nærmere inn på aritmetikk og numerisk resonnement som innfallsvinkel til tidlig algebra, samt beskriver to forskningsartikler spesielt. Konfluent pedagogikk og KUL-LCM-prosjektet er også en del av den teoretiske bakgrunnen. Forskningsspørmålene jeg har stilt er som følger:

1. *Hvilke arbeidsmåter blir brukt?*
2. *Underbygger disse arbeidsmåtene algebraisk tenkemåte?*
3. *Kan jeg se noe i denne læringssituasjonen som kan være med å gjøre overgangen fra aritmetikk til algebra lettere?*

I denne studien er det brukt kvalitativ metode i form av etnografisk undersøkelse og case-studie. Jeg har i en periode på fire uker vært til stede med videokamera i alle klassens matematikktimer. To intervjuer med læreren er også del av datamaterialet. Videre har jeg gått igjennom opptakene og valgt ut episoder til transkripsjon og analyse. I analysen har målet vært å få fram eksistensen av tidlig algebra og algebraisk tenkemåte i arbeidsmetodene.

Vi ser at læreren veileder elevene ved å stille spørsmål på en slik måte at elevene selv kan gjøre oppdagelser og finne forklaringer. Elevene får god tid til å tenke selv. Læreren legger opp til tilbakemeldinger og respons fra klassen ved at elevene svarer på spørsmålene og blir oppfordret til å fortelle hvordan de har tenkt.

Viktige elementer for å motivere elevene er opplevelse av mestring, bruk av spill, konkurranser og terninger og når læreren overrasker. Faste rutiner i undervisningen og bruken av noe som er kjent for elevene gjør det attraktivt å involvere seg. Læreren tilpasser aktiviteter i undervisningen etter hva han ser gir elevene energi og engasjement

Undervisningen legger opp til å bygge opp mentale representasjoner og grunnkonsepter. Gjennom det felles arbeidet i lyttekroken bygger klassen opp et læringsfellesskap. Viktige begreper blir belyst på forskjellige måter gjennom ulike aktiviteter og forskjellige konkreter. Elevene får se og prøve ut forskjellige oppsett av regnestykker. De får også vise fram og oppdage ulike strategier for summering.

Elevene blir kjent med grunnleggende aspekter av algebra. Gjennom aktivitetene i undervisningen ser vi eksempler på at elevene blant annet blir gjort kjent med assosiativitet, kommutativitet, identitet og invers under addisjon, likhetstegnet, posisjonssystemet og ulike regnestrategier.

Forskning peker på at større forståelse for numerisk manipulasjon vil gi mulighet for større suksess også i algebra. Gjennom en variert tilnærming til oppgaveløsning, god begrepskunnskap og utviklede mentale representasjoner mener jeg elevene vil være godt forberedt til å møte algebra i ungdomsskolen.

Summary

The main theme for this thesis is *early algebra*. The focus is on teaching approaches and how these operate during the activities used in a third grade mathematics classroom. Particular to this classroom is the absence of textbooks, and the use of concrete manipulables. The terms *early algebra* and *algebraic reasoning* are central, and I aim to give an overview of the development of, and the background for, these terms. Further I go into arithmetic and numeral reasoning as an entry point into early algebra, and also give an in-depth description of two research articles. Confluent pedagogy and the KUL-LCM project are also part of the theoretical background. I have posed the following research questions:

1. *What methods of work are used?*
2. *Do these methods of work support algebraic reasoning?*
3. *Am I able to observe something in this learning arena that can contribute to making the transition from arithmetic to algebra easier?*

In this study I have used a qualitative research approach in the form of ethnographic research and case study. For a period of four weeks I was present during all the classes' mathematics lessons. Two interviews with the teacher are also part of the data. Further, I have gone through the recordings and selected episodes for transcription and analysis. In my analysis I aimed to find evidence of early algebra and algebraic reasoning in the classroom activity.

We see that the teacher guides the pupils by posing questions in such a way that the pupils themselves may make discoveries and find explanations. The pupils are given ample time to think for themselves. The teacher plans for feedback and response from the class in such a way that when the pupils answer a question, they are challenged to explain how they found the answer.

Key elements in motivating the pupils are that they experience success, use games, competition and dice, and when the teacher does something unexpected. Regular routines in the teaching and the use of objects that are familiar to the pupils make engagement attractive. The teacher adapts the teaching/learning activities to what he sees gives the pupils energy and involvement.

The teaching aims to build mental representations and basic concepts. Through joint work in the 'listening corner' the class develops a learning fellowship. Important concepts are highlighted in different ways through different activities and different manipulables. The pupils get to see and try out different approaches to calculation. They also experience and discover different strategies for summaraising.

The pupils familiarize themselves with basic aspects of algebra. Through the teaching/learning activities we observe examples of pupils, among other things, becoming familiar with associativity, commutativity, identity, inverse under addition, the equals sign, the place-value system and different calculation strategies.

Research shows that a greater understanding of numerical manipulation may result in greater success in algebra. Through a varied approach to working on tasks, good knowledge of concepts and well developed mental representations I believe the pupils to be well prepared for their meeting with algebra in lower secondary school (grades 8-10).

Innhold

1 Innledning 1

2 Teoretisk bakgrunn 5

2.1 Tidlig algebra 5

2.1.1 Utviklingen av tidlig algebra (og algebraisk tenkemåte) 5

2.1.2 Aritmetikk og numerisk resonnement som innfallsvinkel til tidlig algebra 10

2.1.3 New Zealand Numeracy Project 12

2.1.4 Algebraic Reasoning in the Elementary Grades (Grades K-5) ved NCISLA 15

2.2 Konfluent pedagogikk – gestaltorientert veiledning 20

2.3 KUL-LCM-prosjektet 22

3 Metode 25

3.1 Metodisk tilnærming 25

3.2 Prosedyrer i datainnsamlingen 25

3.2.1 Klasseromsobservasjon 25

3.2.2 Intervju med lærer 26

3.3 Databehandling og gjennomføring av dataanalyse 27

3.3.1 Datareduksjon 27

3.3.2 Analyse 27

4 Beskrivelse av konteksten 29

4.1 Skolen, elevene og undervisningen 29

4.2 Læreren 29

5 Presentasjon og analyse av data 31

5.1 Analyse av konteksten 31

5.1.1 Rytme og struktur i matematikktimene 31

5.1.2 Konkretiseringsmateriale som blir brukt 33

5.1.3 Oppgavearkene som blir brukt 36

5.1.4 Litt mer om lærerens bakgrunn 38

5.2 Utvalgte episoder fra klasserommet 39

5.2.1 Hvor mange er vi i dag? 39

5.2.2 Dagens tall – posisjonssystemet med kulekalender 41

5.2.3 Læreren regner i blinde 46

5.2.4 Algebra med kulesnor ... 52
5.2.5 Posisjonssystemet med terningspill (lærerens introduksjon) ... 57
5.2.6 Tverrsum av fødselstallet ... 62
5.2.7 Sum og differanse ... 65

6 Diskusjonskonklusjon ... 69

7 Avslutning ... 73

7.1 Pedagogiske implikasjoner ... 73
7.2 Videre forskning ... 73
7.3 Tilbakeblikk på masteroppgaven ... 73

8 Litteratur ... 75

1 Innledning

Hovedtema for denne oppgaven er *tidlig algebra*. Jeg ønsker å ha fokus på arbeidsmåter i undervisningen og hvordan disse opptrer gjennom aktiviteter som blir brukt i et matematikklasserom på tredje trinn i barneskolen. Jeg vil belyse dette med forskning og teori rundt tidlig algebra og algebraisk tenkemåte, konfluent pedagogikk og KUL-LCM-prosjektet ved UiA.

"Veien blir til mens du går deg vill" (sitat Dag Evjenth) kan kanskje være en passende beskrivelse av det studieløpet jeg har bak meg. Jeg har ett år med formgivingsfag og tre år med musikklinje og fiolin som hovedinstrument fra videregående skoler i Drammen. Videre flyttet jeg til Bergen hvor jeg tok ex.phil, humaniora, grunnfag i kunsthistorie og allmennlærerutdanning med fordypning i musikk. Samtidig med fjerde og siste året i lærerutdanningen meldte jeg meg på et videreutdanningstilbud i matematikk, matematikk 3 (30sp), spesielt rettet mot undervisning i ungdomstrinnet. Så flyttet jeg til Kristiansand hvor jeg tok flere emner i matematikk og begynte på det toårige masterstudiet i matematikkdidaktikk. At det var matematikkdidaktikk som skulle bli mitt spesialfelt var nok langt utenfor hva jeg så for meg da jeg flyttet hjemmefra i januar 2000. Samtidig ville jeg ikke vært der jeg er i dag uten disse omveiene.

Min bakgrunn for å skrive denne oppgaven springer hovedsakelig ut av de erfaringer jeg har fra egen skolegang og tanker jeg har gjort meg gjennom praksis som lærer i skolen. Gjennom min egen skolegang har jeg opplevd lærere som kun har akseptert en gitt prosedyre som riktig framgangsmåte for å løse oppgaver. Lærebøker hvor man måtte jobbe seg igjennom drøssevis av helt like oppgaver rett etter hverandre hvor utregningsprosedyren var standardisert og forklart på forhånd. Leksa var å regne videre i boka i en halv time hver dag. For meg var dette kjedelig og lite meningsfullt. Allikevel lærte jeg nok en del fordi jeg likte å bryne meg på og utforske oppgaver fra boka til sidemannen. Han som lå et par matematikkbøker foran meg, men hele tiden var avhengig av hjelp fra læreren. Det virket som noen av guttene likte å konkurrere om å ligge lengst framme. Dette var i sjette klasse, siste året på barneskolen. Med unntak av sidemannens oppgaver opplevde jeg matematikk som et kjedelig fag.

I ungdomsskolen snudde denne opplevelsen litt for meg. Da startet hele klassen med samme lærebok og vi fikk et utvalg av oppgaver fra det vi hadde jobbet med som skulle føres inn og leveres læreren regelmessig. Det passet meg godt å fokusere på innleveringsoppgavene og selv finne ut hva jeg trengte å øve på av andre oppgaver. Jeg syntes også det var spennende at vi kunne bruke bokstaver i matematikken. Samtidig så jeg at veldig mange av medelevene mine "falt av" og mistet motivasjonen for faget. Kanskje er et aspekt av denne generelt dårlige interessen for matematikk at veldig mange av mine medelever den gang, men senere også medstudenter på lærerskolen var mer interessert i å følge en prosedyre de trodde de husket? Heller enn det å tenke over om prosessen underveis og svaret de kom fram til virket logisk i forhold til oppgaven? Hvilken mestringsfølelse ligger det i å kunne følge en oppskrift?

Min interesse for matematikkundervisning spesielt kom nok først i løpet av de to siste årene på lærerskolen. Gjennom praksis i ungdomsskolen opplevde jeg å få god respons fra elevene. Jeg satt igjen med et inntrykk av å nå fram og skape interesse. Som studenter i praksis sto vi i en særstilling. Vi hadde få timer å undervise og god tid til å planlegge. Det jeg opplevde som de beste undervisningsøktene var ikke der hvor vi fulgte lærebokas opplegg. Det var når vi la læreboka til side, la ned mye arbeid i å finne en god introduksjon til temaet (for å motivere elevene) og gav dem større oppgaver av mer problemløsende art at elevene så ut til å konsentrere seg mer om matematikken (enn om hva sidemannen skulle gjøre i helga). Disse undervisningsøktene la også opp til mye elevsamarbeid. Gjennom elevpresentasjoner og plenumsdiskusjoner opplevde vi som lærere å få større innblikk og innsikt i elevenes forståelse av matematikken. Vi så hvor skoen trykket og kunne lettere hjelpe elevene videre. Opplevelsene fra praksis har gitt meg inspirasjon til å ville undersøke nærmere hva som fungerer og hva som er med på å gi elever et godt fundament de kan bygge videre på i matematikken.

Etter å ha studert matematikkdidaktisk teori har jeg stadig klarere mening om hvordan jeg ønsker å være som lærer – jeg ser mye tydeligere for meg mitt lærerideal. I praksis kan jeg allikevel oppleve at det er lett å falle inn i det samme undervisningsmønsteret jeg selv har vært utsatt for. Jeg ønsker for eksempel å møte elevinnspill på en mer åpen måte, men ender ofte med å gi vurderende tilbakemeldinger som får samtalen med klassen til å stoppe opp. Kanskje er det nettopp derfor det er så spennende å studere hvordan andre lærere løser dette i praksis. I MERG-oppgaven (10sp) så jeg på lærerens strategier i dialog med klassen. I denne oppgaven vil det være fokus på et større spekter av arbeidsmåter. Men hvilke arbeidsmåter jeg kommer til å se og fokusere på vil nok ha en sammenheng med min bakgrunn, mine interesser og min foreløpige ideallærer.

Både *tidlig algebra* og *algebraisk tenkemåte* vil være sentrale begrep i min oppgave. Ettersom datamaterialet blir innhentet på et så lavt trinn har jeg valgt å kalle det for tidlig algebra. ”Tidlig algebra” er en direkte oversettelse av ”early algebra” som i de siste årene har kommet opp som et eget begrep i forskningslitteraturen. Begrepet algebra kommer sjelden inn i skolens matematikkundervisning før ungdomstrinnet (8. klasse). Når jeg allikevel velger å observere tredjeklassinger er det fordi jeg har fått et inntrykk av at mange elever i ungdomsskolen ser ut til å måtte redefinere mye av sin matematikk-kunnskap for å komme videre med matematikken, og da særlig algebra. Det kan virke som om elevene må endre mye av sin matematiske tenkemåte.

Da jeg tok et kurs i algebra (MA-201) høsten 2006 ble jeg veldig fasinert av hvordan algebraen ser ut til å organisere matematikken (i alle fall en veldig stor del av den). Altså bør også den vanlige aritmetikken ligge innenfor algebraens definisjoner. For meg er det er et interessant spørsmål om elever som får en slik forståelse av aritmetikkens oppbygning og virkemåte fra 1. til 7. klasse også vil klare overgangen til algebra på ungdomstrinnet bedre. Eller spurt på en annen måte, vil elevene få en forståelse som ikke er til hinder for læring av algebra på senere trinn?

Forskningsartikkelen som først satte meg på sporet av forskning rundt temaet tidlig algebra var artikkelen ”The algebraic nature of students' numerical manipulation in the New Zealand Numeracy Project” (Irwin & Britt, 2005) som oppfordrer grunnskolen til å legge den potensielt rike algebraiske naturen som man kan finne også i aritmetikk, inn i læreplanen. Mens forskningen i en del tidligere studier har fokusert mye på hva som er vanskelig for elever har nyere studier som denne beveget seg mer mot å fokusere på hva som kan gjøre overgangen fra aritmetikk til algebra lettere. Også i ”Second handbook of research on mathematics teaching and learning" (Lester, 2007) har tidlig algebra (early algebra) fått et eget kapittel. Dette kapittelet "Early algebra and algebraic reasoning" (Carraher & Schliemann, 2007), som kommer inn på mye av den senere forskning som er gjort innenfor emnet, har vært sentralt i min utforskning av litteratur rundt emnet.

Spesielt for min case er fraværet av lærebøker og bruken av konkreter i undervisningen. I forbindelse med at læreren har utdannelse innenfor gestaltpsykologi og har vært deltaker i KUL-LCM-prosjektet ved UiA ble det også aktuelt å trekke inn teori om konfluent pedagogikk og teori om KUL-LCM-prosjektet for å kunne få en større forståelse for lærerens bakgrunn og valg av arbeidsmåter.

Gjennom min studie av en tredjeklasse vil jeg ha fokus på algebraisk tenkemåte og arbeidsmåter. Etter å ha kommet innenfor døra til dette klasserommet var det mange spørsmål som dukket opp: Hva er det som foregår i klasserommet? Finnes det spor av algebraisk tenkemåte her? Hvilke arbeidsmåter blir brukt? Underbygger disse arbeidsmåtene algebraisk tenkemåte? På hvilken måte brukes oppgaver og konkretiseringsmateriell i læringsprosessen? Har læreren en langsiktig plan med det han gjør? Hvilke begrunnelser har læreren for det han gjør? Kan jeg se noe i denne læringssituasjonen som kan være med å gjøre overgangen fra aritmetikk til algebra lettere? Etter hvert har disse spørsmålene kokt ned til tre forskningsspørsmål:

1. *Hvilke arbeidsmåter blir brukt?*
2. *Underbygger disse arbeidsmåtene algebraisk tenkemåte?*
3. *Kan jeg se noe i denne læringssituasjonen som kan være med å gjøre overgangen fra aritmetikk til algebra lettere?*

Det første spørsmålet er helt konkret relatert til datainnsamlingen jeg har gjort. Jeg ønsker å dokumentere arbeidsmåter og aktiviteter fra klasserommet. I det andre spørsmålet ønsker jeg å knytte disse arbeidsmåtene opp mot forskningslitteratur på området. Jeg vil se på hva forskningslitteraturen sier om algebraisk tenkemåte og tidlig algebra og se om jeg finner dette igjen i arbeidsmåtene jeg har dokumentert. I det tredje spørsmålet vil det helt klart være vanskeligere å trekke en klar konklusjon, men jeg ønsker her å se på hva forskningslitteraturen trekker fram i forhold til å gjøre overgangen fra aritmetikk til algebra lettere og videre diskutere dette opp mot de to første forskningsspørsmålene.

I denne studien har jeg brukt kvalitativ metode i form av etnografisk undersøkelse og case-studie. Innsamling av data er gjort i klasserommet til en tredjeklasse ved bruk av video, audio og feltnotater. Alt trykt materiell elevene har fått utdelt er også en del av datamaterialet. Jeg har i en periode på fire uker vært til stede med videokamera i alle klassens matematikktimer samt to morgenstunder (som ikke ble etterfulgt av matematikkundervisning). Underveis tok jeg feltnotater og hadde noe samtale med læreren samt to mer planlagte intervjuer som er dokumentert ved hjelp av audioopptak. Videre har jeg gått igjennom opptakene og valgt ut episoder til transkripsjon og analyse. Dette med utgangspunkt i en dialogisk tilnærmingsmåte og med basis i et sosiokulturelt læringsperspektiv.

I kapittel to vil jeg presentere den teoretiske bakgrunnen jeg har for oppgaven. Jeg vil se på utviklingen og bakgrunnen for begrepene tidlig algebra og algebraisk tenkemåte og spesielt på retningen av aritmetikk og numerisk resonnement som innfallsvinkel til tidlig algebra. Videre vil jeg gi et par eksempler på forskningsprosjekter innenfor tidlig algebra. Det første vil belyse noe av motivasjonen for den studien jeg har gjort og det andre vil beskrive en studie jeg mener kan knyttes opp mot mitt eget. Videre følger kapitlene om konfluent pedagogikk og KUL-LCM-prosjektet.

I kapittel tre vil jeg beskrive metoden jeg har brukt. Kapittel fire vil være en kort beskrivelse av konteksten for studien. I kapittel fem vil jeg presentere analysen av datamaterialet i to deler. Første del vil være en analyse av konteksten til de episodene jeg har valgt å presentere i analysens del to. Videre følger kapittel seks hvor jeg gjennom noe diskusjon prøver å komme fram til en konklusjon på forskningsspørsmålene jeg har stilt. Til slutt vil jeg i et avslutningskapittel si noe om pedagogiske implikasjoner, videre forskning og komme med noen refleksjoner rundt arbeidet med masteroppgaven.

2 Teoretisk bakgrunn

I dette kapittelet vil jeg se på den teoretiske bakgrunnen for studien jeg har gjort. Tidlig algebra er hovedtemaet for oppgaven og behandles i første del. Videre følger to mindre deler som omhandler konfluent pedagogikk og KUL-LCM-prosjektet ved UiA.

2.1 Tidlig algebra

Tidlig algebra har vokst ut fra algebra og skilt seg ut som et eget emne innen forskningen på matematikk i skolen. Jeg oppfatter litteraturen om tidlig algebra som omfattende, kompleks og i stor vekst. Carraher og Schliemann (2007) har skrevet et kapittel i "Second handbook of research on mathematics teaching and learning" (Lester, 2007) med oversikt over forskningen innenfor tidlig algebra. Jeg har i stor grad forholdt meg til dette kapitelet. Nedenfor handler første delkapittel om utviklingen av tidlig algebra og litt om diskusjonen rundt meningsinnholdet i dette begrepet. Carraher og Schliemann (2007) har delt forskningen innenfor tidlig algebra inn i tre retninger eller kategorier av tilnærmingsmåter. I delkapittel to vil jeg se nærmere på den delen som omhandler aritmetikk og numerisk resonnement. Delkapittel tre og fire presenterer to forskningsartikler som er av relevans for mitt arbeid. Artikkelen som omtaler prosjektene "New Zealand Numeracy Project" og "Algebraic Reasoning in the Elementary Grades".

2.1.1 Utviklingen av tidlig algebra (og algebraisk tenkemåte)

For å nærme meg (min forståelse av) hva tidlig algebra **er**, eller hva som **menes** med tidlig algebra vil jeg først gå tilbake til ICME-5-konferansen som ble holdt i Australia i 1984. Robert B. Davis har skrevet en rapport fra temaet ”algebraic thinking in the early grades” som ble tatt opp i fire samlinger under denne konferansen (Davis, 1985).

To oppfatninger av algebra

Davis erfarer i konferansen at det viser seg å være spesielt to grunnleggende forskjellige oppfatninger av algebra.

For noen består algebra av oppgaver med ren symbolmanipulasjon hvor man for eksempel skal forenkle eller faktorisere et uttrykk. I et typisk algebrakurs på ungdomsskolenivå blir elevene fortalt eller vist hva de skal gjøre før de videre praktiserer metoden som er vist. Elevene blir fortalt hva de skal gjøre uttrykt ved naturlig språk. Altså hverdagsspråket vårt. Det er rapportert at selv eldre elever, som har lært på denne måten, ofte vil ha vanskeligheter fordi de stadig internaliserer feilaktige naturlig-språk-regler (natural-language rules). Det kan for eksempel lyde slik: ”For å eliminere parenteser, skal du hvis det er et minustegn foran, forandre tegnene innenfor og ta vekk parentesene”. I en oppgave om å forenkle uttrykket ”– (x – 2 (x – 3))” kan denne type regler lett lede til uriktige utledninger som dette:

$$-(x-2(x-3)) \rightarrow x+2(x+3) \rightarrow x+2x+6 \rightarrow 3x+6$$

”Regelen” sier for eksempel ingenting om de ”usynlige tegnene” innenfor parentesen eller parentesprioritet.

For andre deltakere i konferansen hadde algebra en betydning lignende dette (Davis, 1985, s. 199, min oversettelse):

(i) Å bygge opp elevenes mentale representasjoner av grunnkonsepter, slik som *variabel, sannhetsverdi av et utsagn, åpent utsagn, sannhetsmengden til et åpent utsagn, funksjon, implikasjon, negative tall, grafisk representasjon av en sannhetsmengde*, og så videre.
(ii) Bygge opp disse ideene, ikke ved å vise eller fortelle, men ved å sørge for erfaringer hvor elevene har mulighet til å utvikle riktige mentale representasjoner.
(iii) At en i diskusjoner med elever, unngår utrykk av naturlig språk (natural language statements), men i stedet bygger på elevenes egne mentale representasjoner.
(iv) For å gjøre det foregående punktet mulig, må man hjelpe elevene å utvikle et hensiktsmessig *meta-språk* for tenkning rundt matematikkerfaringer, for diskusjoner og for skrift/skriving.
(v) Generelt, bruke sekvensen:
   a. Først, *ha* en passende *erfaring*;
   b. Så være i stand til å snakke om det presist i enkelt språk (med dine egne ord);
   c. For så å lære å skrive om det i en ikke-villedende notasjon.

Davis oppfatning av algebra kan plasseres i den siste gruppen. Og det er med bakgrunn i denne betydningen av algebra temaet med emnetittelen 'algebra in elementary schools' var planlagt. ""Algebra in Elementary Schools" henviser til alle algebraiske ideer formidlet til 13 år gamle barn eller yngre" (Davis, 1985, s. 196, min oversettelse). Han presiserer at han ikke sikter til den tradisjonelle skolealgebraen som undervises på ungdomsskolenivå, men til en ettertenksom utforskning av algebraiske ideer. Og blant annet for å løse den forvirringen som kunne oppstå på grunn av to grunnleggende forskjellige oppfatninger av algebra ble den opprinnelige emnebeskrivelsen 'Algebra in Elementary School' (algebra i barneskolen) gjort om til 'Algebraic Thinking in the Early Grades'(algebraisk tenkemåte på tidlige årstrinn).

Tidlig algebra og algebraisk tenkemåte

Lins og Kaput (2004) ser også at det finnes vidt forskjellige forståelser når de ser på utviklingen av algebraisk tenkemåte. De beskriver to aktuelle forståelser av *tidlig algebra*. Det de mener i mange år har vært den allmenne forståelsen av tidlig algebra refererer til elevenes første møte med algebra, tidligst i 12- til 13-årsalderen (og kan knyttes til den første forståelsen av algebra som Davis beskriver, se ovenfor). De sier også at denne forståelsen fortsatt er mye brukt i forbindelse med algebra. En annen forståelse som sakte og mer nylig har fått innpass i det matematikkdidaktiske miljøet er tidlig algebra forstått som den introduksjonen elever får av algebraisk tenkemåte i en langt yngre alder, av og til så unge som syvåringer (kan knyttes til den andre forståelsen av algebra som Davis beskriver, se ovenfor). De mener at den voksende anerkjennelsen av den siste oppfatningen er relatert til det faktum at det er først i senere tid at matematikkdidaktikkmiljøet seriøst har begynt å innse at yngre barn kunne få til mye mer enn hva man tidligere antok.

Lins og Kaput (2004) mener at når man ser på læring av algebra som en langsiktig prosess er ideen om at elevene blir vandt med karakteristiske aspekter av algebraisk aktivitet (for eksempel formel- og bokstavnotasjon i tillegg til skrevne utrykk som viser prosess) like relevant som det å beherske de syntaktiske strukturene fra tradisjonell formalisme (for eksempel regler for matematisk utregning og oppsett).

Når Lins og Kaput (2004) ser på utviklingen som har vært forut for den nyeste forståelsen av tidlig algebra mener de at man kan dele utviklingen inn i tre perioder:

1. Tradisjonen styrte uhindret, og var ledende kun på grunnlag av å være en tradisjon og uten annen støtte enn erfaring.

2. Man ser at forskningen begynner å undersøke de underliggende prosessene for tilnærmingene adoptert fra tradisjonene av den første perioden.
3. Betraktningen av at aritmetikk skulle gå forut for algebra begynte å bli satt på prøve.

De ser på skolens tradisjoner for sammenhengen mellom aritmetikk og algebra i forskjellige land og påpeker at den nesten alltid er karakterisert som *algebra er generalisert aritmetikk*. Og at det i de fleste land eksisterer en tradisjon for *først aritmetikk og så algebra.* At dette har blitt det dominerende synet mener de har bakgrunn i den piagetiske konstruktivismens sterke stilling, til tross for at noen forskere (som for eksempel Davis) har pekt på kompleksiteten i en del aritmetiske operasjoner i forhold til sentrale algebraaktiviteter (slik som å løse lineære likninger). De oppsummerer med at opp til tidlig 1990-tall var praktisk talt all oppmerksomhet fra algebrautdannere fokusert enten på å produsere systemer av stadier og nivåer relatert til læringen av algebra, eller et kompendium om vansker og deres opprinnelser.

Lins og Kaput (2004) trekker også fram flere studier som eksempler på hva slags arbeid som ble gjort i løpet av 1980- og 1990-tallet for å produsere normgivende trinn eller stadier som kunne brukes i algebrautdanningen. Hvert av disse studiene bidro til antakelsen av at det var best å vente med algebra til senere trinn i skolen. De viser også til at en annen bred gruppe av forskningsarbeid fra denne tiden var fokusert på å produsere et register over elevenes vanskeligheter med algebra og bakgrunnen for disse vanskelighetene. Videre oppsummerer de med at opp til tidlig 1990-tall så var forskning i algebrautdanningen fokusert på de triste historiene, på hva barn *ikke* kunne gjøre, heller enn på måter å utforske hva de *kunne* gjøre og måter å tappe potensialet for utvikling.

Carraher og Schliemann (2007) peker på at en grundig gjennomgang av algebraisk tenkemåte på tidlige klassetrinn også bør se på data fra land utenfor USA og Vest-Europa. De viser til at i læreplanmaterialer som er mye brukt i Russland og Singapore blir elevene eksponert for ideer og teknikker fra algebra mye tidligere enn i USA, og ofte er dette med en påfallende suksess.

Carraher og Schliemann (2007) viser også til at Mason, Bass, Carraher, Schliemann og Brizuela er talsmenn for tidlig algebra som har lagt vekt på at det nåværende innholdet i elementær matematikk ikke er fullt atskilt fra algebra. Et eksempel er at en grundig forståelse av aritmetikk vil kreve matematiske generaliseringer som er algebraiske av natur. Det har også blitt uttrykt at algebra burde gjennomstrømme læreplanen i stedet for å vise seg i isolerte kurs i ”middle” eller ”high school”. Med henvisning til Davis, Davydov og Kaput (i Carraher & Schliemann, 2007) ser man at ideen om å introdusere algebra mye tidligere enn hva som er praksis nå har vært diskutert. Dette gjelder spesielt i USA der algebra er undervises i egne kurs som ikke blir introdusert for elevene før ”high school”.

I USA er det spesielt to begivenheter som har fanget politisk interesse for utvikling av tidlig algebra: ”NCTM's Endorsement” og ”The RAND Mathematics Study Panel Report”. NCTM anbefaler at man nå skal forvente at lærere introduserer konsepter fra algebra i tidlig matematikkundervisning. Og ”The RAND Mathematics Study Panel Report” hevder at algebra må være et førstevalg for forskning og utvikling på grunn av dens fundamentale rolle i å undersøke de fleste områder i matematikk, naturvitenskap og teknikk.

Carraher og Schliemann (2007) peker på at det er først nylig at lærerutdanningsprogrammene har begynt å respondere på oppfordringen om tidlig algebra, men ofte uten å ha tatt nytte av refleksjoner i tidligere arbeid som har direkte relevans. De mener at samfunnet rundt matematikkutdanningen fortsatt har behov for å jobbe med å etablere en solid forskningsbasis for en slik oppgave.

Problemområder innenfor debatten om tidlig algebra

Carraher og Shcliemann (2007) har sett at diskusjonen rundt tidlig algebra har reist spørsmål relatert til matematikkopplæringens natur, matematikkens struktur, lærernes roller og gjennomførbarheten av ”algebra for alle”. De trekker fram fem større problemområder i den tilbakevendende debatten om tidlig algebra og læreplanen i matematikk.

Problemområde 1 handler om relasjonene mellom aritmetikk og algebra. Er den slik at algebra bør behandles som et atskilt område med sine egne metoder, hensikter og perspektiver? Eller, kan algebra utvikles ut fra eller ’overføres’ på aritmetikk?

Problemområde 2 ser på det operasjonelle versus strukturelle. En rekke artikkelforfattere har stilt opp motsetninger i matematikk slik som, på den ene siden, operasjon/prosess/beregning/prosedyre/algoritme og, på den andre siden, som objekt/struktur/relasjon. Det er noe uenighet rundt den varige verdien av prosedyremessige angrepsmåter. Noen forfattere behandler prosedyremessige angrepsmåter som i seg selv å være mer primitive og at de derfor bør erstattes av en objektorientering. Andre behandler prosedyremessige interpretasjoner som avvikende, men likevel ønskelig selv i avansert matematisk tenkning. Sfard (1995) fordrer at elever først forstår algebra fra et operasjonelt perspektiv og først senere kan utvikle et strukturelt begrep om algebra, og derfor konkluderer hun med at læringen av algebra burde starte fra et operasjonelt perspektiv i stedet for fra et strukturelt perspektiv. Slik det har vært vanlig i skolen. Dette føyer seg inn i en konstruktivistisk tradisjon.

Problemområde 3 har med algebraens referanserolle å gjøre. For noen gror algebraisk forståelse ut fra å forsøke, gjennom modellering, å representere ekstra-matematiske situasjoner. Andre går i retning av å betrakte algebraens referanserolle som en kilde til forstyrrelse og interferens (gjensidig innvirkning). Denne spenningen gjør seg gjeldende i diskusjoner om rollen av mønstre i undervisning av tidlig algebra.

Carraher og Schliemann (2007) nevner blant annet Kirshner (2001) i denne sammenheng. Kirshner mener algebraundervisningen ikke kun bør støtte seg på referensiell algebra, men at en strukturell tilnærming også bør verdsettes.

Strukturell algebra (structural algebra). Det som er karakteristisk for strukturelle tilnærminger er den syntetiske naturen av objektene som studeres. Det typiske er at man starter med udefinerte fagord og aksiomer og utforsker teoremene som logisk kan ledes ut av dem. Strukturene som blir utviklet oppleves som av matematikere som om de har sitt eget liv. Dette er metoden hvor man dyrker den rene matematikken. *Referensiell algenbra* (referential algebra). Referensielle tilnærminger til algebra deler den egenskapen at de innfører mening til algebraiske symbolsystemer fra områder utenfor. Dette kan variere vidt fra virkelige situasjoner, til grafer og tabeller, og til aritmetiske mønstre (Kirshner, 2001).

Problemområde 4 ser på symbolsk representasjon (når den er snevert definert). Det er forskjellige oppfatninger i forhold til viktighet, valg av tidspunkt og hensikter assosiert med konvensjonell algebraisk notasjon. Noen påstår at algebraisk (symbolsk) notasjon fortjener en fremstående plass i tidlig undervisning. Andre mener at det bør utsettes i atskillige år fordi det er utviklingsmessig upassende, eller man tenker seg at det vil engasjere elever i meningsløs symbolrepresentasjon.

Også de som taler *for* at algebra bør ha en fremtredende plass tidlig i læreplanen er tenkelige til å være uenige omkring så grunnleggende spørsmål som:

1. Hvilke innlæringsoppgaver og former for tenkemåte er algebraiske?
2. Hvilke typer bevis trengs for å evaluere forekomsten av algebraisk tenkemåte blant unge elever?
3. Hvilke pedagogiske tilnærmingsmåter, lærerutdanning og strategiske retningslinjer bør oppmuntres?

Problemområde 5 ser på symbolsk representasjon (når den er bredt definert). Her har det vært viktig å trekke fram rollene til andre symbolske systemer som gjør seg gjeldende i algebraisk tenkemåte. Spesielt systemer i form av tabeller, grafikk og naturlig språk. Det viser seg å være litt forskjellige oppfatninger angående viktigheten av slike symbolske systemer.

Mange mener at symbolske systemer utgjør en inngangsport for læring av algebra, og noen anser dem også for å være viktige selv etter at en sikker beherskelse av symbolsk tenkemåte er oppnådd. Likevel er det andre som regner dem for å være ”pre-algebraiske”. Carraher og Schliemann (2007) håper at man vil revurdere den måten lærerne har undervist på til nå.

Å analysere algebra (og tidlig algebra)

Hvordan analyserer forskerne algebra og algebraisk tenkemåte? Carraher og Schliemann (2007) forteller at de fleste har holdt seg innenfor spesifikke aspekter de har interesse for og at det er få som har forsøkt å karakterisere hele feltet. Og at en grunn til dette kan være fordi de ulike tilnærmingsmåtene til tidlig algebra motsetter seg å bli satt i bås. Men selv om feltet ser uoversiktlig ut er det ikke begrepsmessig umedgjørlig.

Den historiske inndelingen av algebra i tre faser rangert fra en innledende retorisk fase (man uttrykker både problemet og løsningen i naturlig språk med ord og setninger) gjennom en synkopert fase (hvor tall og bokstaver kan stå for ukjente eller variable) og til slutt en symbolsk fase (hvor bokstaver også er brukt for å representere gitte eller fastsatte verdier) har fått en utbredt anerkjennelse. Carraher og Schliemann (2007) ser likheter fra denne historiske utviklingen innenfor tidlig algebra hvor de fleste teoretikere og praktikere gir vesentlig viktighet til representasjoner av algebrarelasjoner i naturlig språk i de tidlige fasene.

Kaput har vært en foregangsmann innen forskning på tidlig algebra og arbeidet i mange år med å systematisere algebra og algebraisk tenkning etter generelle tilnærmingsmåter. Til slutt satt han igjen med to overordnede aspekter med ytterligere tre tilnærmingsmåter (Kaput, 2008, s. 11, min oversettelse):

(A) Algebra som systematisk å symbolisere generaliseringer av regelmessighet og betingelser.
(B) Algebra som syntaktisk ledet resonnering og handlinger på generaliseringer uttrykt i konvensjonelle symbolsystemer.

1. Algebra som studien av strukturer og systemer abstrahert/skilt ut fra kalkulasjoner (beregninger)og relasjoner, inkludert de som fremtrer i aritmetikk (algebra som generalisert aritmetikk) og i kvantitativ tenking.
2. Algebra som studien av funksjoner, relasjoner og samvariasjon.
3. Algebra som anvendelsen av en samling av modellerende språk både innen og utenfor matematikk.

Det har vært brukt litt forskjellig ordlyd på disse aspektene opp gjennom årene (Kaput, 1998, 1999, 2008; Kaput & Blanton, 2001), men meningsinnholdet har nok stort sett vært det samme. Jeg har valgt å presentere ordlyden som ble brukt i 2008 (Kaput, 2008).

Kaput (2008) sier at aspekt B typisk er tenkt å utvikles senere enn aspekt A. Dette er ut fra et utviklingsperspektiv med fokus på tidlig algebra og læring med forståelse. Det begrunnes med at når man utfører regelbaserte handlinger på symboler er man avhengig av å vite hva de lovlige kombinasjonene av symboler er og av å vite hvordan de forholder seg til hverandre.

Som Kaput (2008) selv påpeker så eksisterer det forskjellige oppfatninger om rollene til de to hovedaspektene i undervisningen av tidlig algebra. Matematikere og matematikklærere har forskjellig mening i sitt syn på hvilket av de to aspektene av algebra som er mest sentralt i å definere algebra. De to overordnede aspektene (A og B) har helt klart likheter med de to forskjellige oppfatningene av algebra som er beskrevet tidligere (se kapittel 2.1.1).

Algebra ligger latent i den eksisterende tidlige matematikkplanen

Carraher og Schliemann (2007) presenterer Bass' (Bass i Carraher & Schliemann, 2007) sin oppfatning av at skolealgebra og kjernen til all algebra handler om følgende fire punkter: Tallsystemer, de aritmetiske operasjonene $(+,-,\times,\div)$ i disse tallsystemene, den lineære ordning og studiet av algebraiske ligninger. De peker på at algebra danner grunnlaget for aritmetikken. Selv om de tre første punktene kan se ut til å være ikke-algebraiske fordi de ikke krever bruk av algebraisk notasjon.

2.1.2 Aritmetikk og numerisk resonnement som innfallsvinkel til tidlig algebra

Carraher og Schliemann (2007) har delt arbeids- og tilnærmingsmåter som understøtter algebraisk tenkemåte og tidlig algebra inn i tre hovedkategorier:

1. Aritmetikk og numerisk resonnement som en innfallsvinkel til tidlig algebra.
2. Aritmetikk og kvantitativ tankegang son en innfallsvinkel til tidlig algebra.
3. Aritmetikk og funksjoner som en innfallsvinkel til tidlig algebra.

I det følgende vil jeg redegjøre for det første av disse punktene med bakgrunn i at denne innfallsvinkelen synes å passe best med min egen studie. Men jeg vil også beskrive de to andre kategoriene kort.

Konvensjonelt er aritmetikk forstått som vitenskapen om tall. Det inkluderer de rasjonale operasjonene (addisjon, subtraksjon, multiplikasjon og divisjon) like som faktorisering og rotuttrekking.

Kroppaksiomer og andre egenskaper hos tall.

Kroppaksiomene uttrykker tallidentiteter, generelle egenskaper hos tall. Aksiomene i det formale matematikkspråket blir normalt uttrykt ved hjelp av en begrenset, presis språkbruk og en begrenset samling av symboler. Vi kan se at det formale språket i seg selv deler mye med algebraisk notasjon (Carraher & Schliemann, 2007).

	Addisjon	Multiplikasjon
Assosiativitet	$(a+b)+c=a+(b+c)$	$(ab)c=a(bc)$
Kommutativitet	$a+b=b+a$	$ab=ba$
Distributivitet	$a(b+c)=ab+bc$ $(a+b)c=ac+bc$	$a(b+c)=ab+bc$ $(a+b)c=ac+bc$
Identitet	$a+0=a=0+a$	$a\times 1=1\times a$
Inverser	$a+(-a)=0=(-a)+a$	$a\times a^{-1}=1=a^{-1}\times a$ hvis $a\neq 0$

Tabell: Kroppaksiomene

Kroppaksiomene sier ikke alt om tallene. Vi har også operasjoner som varierer etter hvilket notasjonssystem tallene er representert i. Kroppaksiomene sier for eksempel ikke noe om hvordan man regner ut a + b. Carraher og Schliemann (2007) sier at det er en ”[…]formal ”grammatikk” av notasjonssystemer beslektet med den notasjonsuavhengige grammatikk av kroppaksiomene” (Carraher & Schliemann, 2007, s. 679, min oversettelse).

Carraher og Schliemann (2007) viser til ideer som framhever sammenhengen mellom aritmetikk og algebra for de som allerede er komfortable med algebraisk notasjon og ideer. Disse ideene indikerer at aritmetikk har en *potensielt algebraisk* karakter.

Studier som introduserer algebra gjennom generaliseringer om tall

Lærere som jobbet i et prosjekt ledet av Carpenter, Franke & Levi (Carpenter, Franke, & Levi, 2003) innførte diskusjoner om (gyldighet i) tallsetninger som en måte å stimulere elevene til å tenke omkring strukturelle relasjoner mellom tallene. Elevene bruker naturlig språk og får allikevel fram algebraiske sannheter, for eksempel: ”When you add zero to a number you get the number you started with.” “When you subtract a number from itself, you get zero.” “When multiplying two numbers, you can change the order of the numbers.” (Carpenter, i Carraher & Schliemann, 2007, s. 680)

Carraher og Schliemann viser til at Schifter i 1999 idetifiserte eksempler på underforstått algebraisk tenkemåte og generalisering blant elever i barneskolen i klasser hvor resonnering om matematiske relasjoner står i fokus for undervisningen. Ved å løse fraværende addend-oppgaver (”åpen boks-oppgaver”) gjennom subtraksjon bruker man for eksempel implisitt aksiomet med den additive invers. Et eksempel er: “Maria har 7 klinkekuler og vant noen til, hun ender opp med 15 klinkekuler; hvor mange vant hun?” (Carraher & Schliemann, 2007, s. 680) En oppgave som korresponderer til 7 + $\square$ = 15.

James Milgram mener også at algebra er et emne som har med inverser å gjøre. ”For example, ordinary addition is not algebra, but the missing addend problem IS ALGEBRA” (Milgram, i Carraher & Schliemann, 2007, s. 680). Han påpeker at i land som gjør det bra i matematikk blir addisjon og subtraksjon introdusert samtidig og da med subtraksjon som invers operasjon til addisjon. Om elever først lærer addisjon og senere subtraksjon kan akkurat det være en del av grunnen til at algebra blir vanskelig for dem senere.

Generelt kan man si at disse studiene ser på bruken av naturlig språk for å få fram algebraiske sannheter.

Kvasi-variable

Fujii og Stephens (2001) har sett på aritmetikkens algebraiske karakter gjennom et arbeid med kvasi-variable. Termen *kvasi-variable* blir brukt om de implisitte variable som elever ser ut til å bruke i aritmetisk kontekst. For eksempel kan en elev notere at uttrykket 71 – 13 kan løses ved å trekke 20 i fra 71 og deretter legge til 7. Hovedpoenget er hvordan 13 blir presentert på nytt som (10 + (10 – 7)) og 7 blir variabelen. Dette kan være tilfeldig fra elevens side, men han har også mulighet til å få innsikt i tallsystemets struktur. Carraher og Schliemann (2007) tørr ikke ut fra dette si noe annet enn at ”kvasi-variabler” kan representere en lett tilgjengelig bro mellom aritmetikk og algebra.

Carraher og Schliemann (2007) mener at et av de viktigste spørsmålene i forskning om tidlig algebra er hvordan elever lærer og kan bli lært å transformere teoremer-i-handling [theorems-in-action] til eksplisitte uttrykk. De viser til at Blanton og Kaput i 2000 demonstrerte tredjeklassingers evne til å lage robuste generaliseringer og skaffe intuitive støtteargumenter mens de diskuterer operasjoner på like og odde tall og vurderer dem som plassholdere (placeholders) eller som variabler.

2.1.3 New Zealand Numeracy Project

Irwin, K. C., & Britt, M. S. (2005). The algebraic nature of students' numerical manipulation in the New Zealand Numeracy Project. *Educational Studies in Mathematics, 58*(2), 169-188.

Denne artikkelen bygger på et matematikkprogram som er kjent under navnet ”Numeracy Project”. Deltakerne i dette programmet blir oppmuntret til å tilegne seg forskjellige strategier for å løse aritmetiske problemer, framfor å være avhengige av mekaniske algoritmer i beregninger. Operasjoner som tradisjonelt først blir lært i algebra blir her strategier som elevene kan bruke på tallproblemer.

Beskrivelse av prosjektet

”Numeracy Project” er et flerårig prosjekt som ikke var ferdig gjennomført da forskningsartikkelen ble skrevet. Evalueringer av prosjektet som ble ledet i 2001-2003 viste at både lærerne og elevene deres ble bedre til å bruke effektive mentale strategier, men at ikke alle elever eller lærere gjorde like store framskritt. Denne artikkelen er en ekstern rapport av ett aspekt i dette prosjektet. Forfatterne ville undersøke om elever som deltar her bygger opp et grunnlag for algebraisk tenking gjennom bruken av kvasi-variabler i numeriske operasjoner i forhold til elever som følger en tradisjonell læreplan. ”The goal of the evaluation was to gauge the extent to which students used operational strategies deemed algebraic in nature in working successfully with numerical problems” (Irwin & Britt, 2005, s. 172)

Teoretisk rammeverk

Irwin og Britt konstaterer at det å finne en skolealgebra som er tilgjengelig for alle har ført til sprikende synspunkter på hva algebra faktisk er og hva som er passende pensum på de ulike trinnene i skolen.

Oppbygningen av teoridelen tar utgangspunkt i de algebraiske aktiviteter Lee (2001) trekker fram at elever på grunnskolenivå bør engasjeres i, forfatterne mener at disse samsvarer med synspunkter uttalt av Kaput (1998, 1999) og av Kaput og Blanton (2001). De sistnevnte foreslår også en ”algebrafiseringsstrategi” for utvikling av lærere. En egenskap i denne strategien er å utvikle lærerens “algebraiske øyne og ører” slik at de kan se mulighetene for generalisering og systematisk kunne uttrykke dette som generelle (algebraiske) prinsipper. Elevene bruker kun tall og unngår på den måten bokstavsymboler i algebraisk aktivitet og problemer assosiert med dette.

I denne undersøkelsen settes det fokus på ”algebra i regning” hvor algebra her referer til algebraisk tenkemåte snarere enn algebra som ”generalisert kalkulasjon” som i at kalkulasjon er sett på som en forløper til algebra.

Med bakgrunn i flere referanser argumenterer Irwin og Britt (2005) for at det å utvikle en bevissthet på og å kunne anvende generelle prinsipper i ethvert matematisk område i seg selv er en indikator på algebraisk tenkemåte.

Kontekst

Studien fant sted på New Zealand hvor tilsammen 899 elever i åttendeklasse fra fire skoler deltok, elevene var 12 år gamle. 431 elever deltok i ”Numeracy Project” i 2002 og 468 deltok ikke. Disse ble valgt fordi de enda ikke hadde fått undervisning i formell algebra. Elevene som deltok i ”Numeracy Project” tilhørte to skoler, den ene skolen var klassifisert å ha elever av middels sosioøkonomisk status og den andre var klassifisert til å ha høy sosioøkonomisk status. I tillegg var to skoler valgt fra de samme byene og med samme sosioøkonomisk status som kontrollgruppe.

Metode

Det ble utarbeidet en test av algebraisk tenkemåte for å måle i hvor stor grad elevene benytter seg av de operasjonelle egenskapene de kan ha sett til å løse nye og ofte mer komplekse problemer. Og som en konsekvens, vise forståelse av generalisering med hensyn på strukturen i strategiene.

Testen består av 21 oppgaver fordelt på seks seksjoner. Seksjonene fokuserer på forskjellige operasjonelle strategier som kan brukes til å løse regneproblemer som er like i strukturen. Oppgavene i testen dekker nivåene av abstraksjon etter SOLO-taksonomi. Hver strategi kan representeres algebraisk som en identitet eller et prinsipp.

De ulike seksjonene krevde forskjellige nivå av matematisk abstraksjon, men ble for elevene presentert i blandet rekkefølge.

Testen var sluttbehandlet etter å ha vært prøvd ut på en gruppe av 25 elever fra en ”intermediate school” (cirka 12 til 13 år gamle elever) med middels sosioøkonomisk status som ikke var involvert i verken prosjektet eller denne undersøkelsen.

Besvarelser i seksjon A, B og C ble ansett som bestått hvis elevene kunne vise at de hadde skjønt strategien som ble demonstrert i seksjonen. I seksjonene D, E og F fikk man bestått enten hvis man hadde riktig svar eller hvis, man hadde gjort en liten kalkulasjonsfeil, kunne vise at man hadde skjønt strategien. Besvarelser ble ikke godkjent hvis elevene kun hadde brukt en loddrett algoritme, en upassende operasjon eller valgt tall som ikke demonstrerte begrepsmessig forståelse av strategien.

Hovedresultater

De psykometriske egenskapene til den numeriske manipulasjonstesten ble gjennomgått ved hjelp av Rasch analyse. Rasch teori går ut fra at sannsynligheten for at en person svarer riktig på en oppgave i testen er en logisk funksjon av differansen mellom vanskelighetsgraden til oppgaven og dyktigheten til personen. En figur viser estimert vanskelighetsgrad for hver av de 21 oppgavene i testen og avslører at de ikke fordeler seg jevnt i vanskelighetsgrad, noe forfatterne påpeker som en svakhet. En sammenlikning av oppgavenes estimerte vanskelighetsgrad basert på elevene som deltok i prosjektet og kontrollgruppen viser at estimatet for det meste faller innenfor et 95% konfidensintervall. Det er kun én oppgave som ikke passer tilfredsstillende inn i modellen.

Testens pålitelighet ble estimert ved Kuder-Richardson's Formula 20 til å være 0,88. På basis av disse funnene anser forfatterne at testen er passende for vurdering av elevenes evne til å anvende algebraisk tenkemåte på aritmetiske problemer.

Analysen viste at elevene som deltok i prosjektet gjorde det signifikant bedre enn de som ikke deltok. På samme måte gjorde de fra områder med høyt sosioøkonomisk nivå det signifikant bedre enn de fra områder med middels sosioøkonomisk nivå. Det var også en signifikant gjensidig påvirkning mellom engasjement i prosjektet og sosioøkonomisk område på den måten at elever fra området med høyt sosioøkonomisk nivå fikk mer igjen for å delta i prosjektet enn de fra området med middels sosioøkonomisk nivå.

Elevene som var med i prosjektet oppnådde dessuten bedre resultater i alle seksjoner i testen enn kontrollgruppen. Seksjon F viste den største veksten som resultat av deltakelse i prosjektet. Analyse viser også at andelen bestått for hver og en oppgave var større for de som deltok i prosjektet enn for de som var i kontrollgruppen.

Konklusjon

Etter å ha utført en psykometrisk vurdering av undersøkelsen er Irwin og Britt overbevist om at resultatene oppnådd gjennom analysen av materialet med denne testen er psykometrisk solid.

Resultatene av evalueringen viste at elever som hadde deltatt i prosjektet brukte strategier ansett for å være av algebraisk karakter oftere enn elever som ikke hadde deltatt i prosjektet.

Testen viste seg å være vanskelig for elevene, og forfatterne mener dette kan være grunnen til at differansen mellom de to gruppene, selv om den er signifikant, ikke var ubetinget stor.

Denne studien viser en signifikant forskjell på elevene i fra forskjellige sosioøkonomiske områder, mens senere resultater ved bruk av en liknende test ikke har vist signifikant forskjell.

Effekten av deltakelse i prosjektet vises best i seksjon F av undersøkelsen. Noe av grunnen til at forskjellen på de som var med i prosjektet og kontrollgruppen var så stor kan skyldes at denne seksjonen krever proporsjonal tankegang og derfor "relasjonell abstraksjon" i SOLO-taksonomi. Videre trekker forfatterne fram en analyse av hele kullet av åttendeklassinger som deltok i "Numeracy Project" i 2002 som foreslår enda en grunn til denne forskjellen. Denne gruppen av elever hadde en større økning gjennom året (fra 21% til

38%) i bruken av proporsjonale strategier enn andre strategier. Denne store økningen i bruken av proporsjonale strategier blant elevene i prosjektet kan forklare den relative fordelen, vist med studenter i vårt utvalg, med å være med i prosjektet i forhold til å løse problemene i seksjon F.

Pedagogiske implikasjoner

Irwin og Britt ser en mulighet for at elever som deltar i ”Numeracy Project” på grunn av større forståelse av numerisk manipulasjon vil ha større suksess også i algebra.

”Numeracy Project” viser seg å være til hjelp i det å bygge en bro fra numerisk til tidlig algebraisk tenkemåte. Forfatterne ser på litteratur som underbygger dette og kommer med følgende påstand: “We argue that, even though the outcomes of the Numeracy Project are not as yet fully researched, the notion of 'algebra within arithmetic', which is the focus of our writing here, may well provide such a pedagogical mechanism” (Irwin & Britt, 2005, s. 182).

Lærerne som er med i ”Numerancy Project” jobber innenfor små grupper av elever med lik forståelse av numeriske strategier. Hovedtrekkene i den generelle undervisningsstrategien er tatt fra ”The Model for the Growth of Mathematical Understanding”.

Irwin og Britt oppfordrer grunnskolen til å legge den potensielt rike algebraiske naturen som man kan finne også i aritmetikk, inn i læreplanen. De poengterer at dette samsvarer med Kaput og Blanton sin algebrafiseringsstrategi.

Med støtte i denne artikkelen vil man kunne argumentere for at lærere som underviser i matematikk bør være godt kjent med algebraiske strukturer og egenskaper slik at de kan hjelpe elever med å se og bruke slike strukturer og egenskaper i regning med tall (aritmetikk) som en forberedelse til læring av algebra. Elevene bør få engasjere seg i åpne oppgaver hvor det er rom for diskusjon i mindre grupper, og materialer av ulke slag kan være til hjelp for elevene til å kunne konkretisere en oppgave.

2.1.4 Algebraic Reasoning in the Elementary Grades (Grades K-5) ved NCISLA

Nedenfor følger en presentasjon av en forskningsartikkel som er skrevet med bakgrunn i et prosjekt ved navn “Algebraic Reasoning in the Elementary Grades”. Prosjektet ble ledet av National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science (NCISLA). To studier som bygger på tidligere forskning ved senteret undersøker barns matematiske og algebraiske tenkemåte samt læreres faglige utvikling. Artikkelen,”Professional development focused on children's algebraic reasoning in elementary school” (Jacobs, Franke, Carpenter, Levi, & Battey, 2007), tar kun for seg en mindre del av undersøkelsen.

Beskrivelse av prosjektet

Prosjektet artikkelen baserer seg på er en årslang eksperimentell studie som viste positive effekter av et faglig utviklingsprosjekt med deltakere fra en av de lavest utøvende skoledistriktene i California. Forskerne jobbet med lærere fra 1. til 5. klasse med fokus på algebraisk tankemåte som generalisert aritmetikk og studiet av relasjoner. Lærerne som deltok i prosjektet utviklet en større variasjon av læringsstrategier, inkludert flere strategier som reflekterer bruken av relasjonell tenkemåte enn lærerne som ikke deltok gjorde. Det er lagt vekt på et skifte fra å lære regler for symbolmanipulasjon mot utvikling av algebraisk resonnement. Forskerne undersøkte prestasjonene til både lærere og elever gjennom skriftlige evalueringer og intervjuevalueringer av algebraisk tenkemåte.

Teoretisk rammeverk

Det teoretiske fundamentet i studien ser på algebraisk tenkemåte i 'elementary school' (tilsvarer norsk barneskole) og faglig utvikling hos lærerne i forhold til algebraisk tenkemåte.

Algebraisk tenkemåte i barneskolen (elementary school)

Jacobs et. al. tar utgangspunkt i Kaputs (1998) fem beslektede former for algebraisk tenkemåte og peker på at deres fokus er på to av disse:

- Algebra som generalisering og formalisering av mønstre og regelmessigheter, især algebra som generalisert aritmetikk.
- Algebra som studien av struktur og systemer abstrahert fra beregninger og relasjoner.

Dette fokuset ble valgt på grunn av aritmetikkens sentrale plass i den gjeldende læreplan og på grunn av forskernes mål om å engasjere lærere i å gi mening til algebraiske ideer og elevenes tenkning om algebraiske ideer på måter som var til hjelp i deres klasseromsarbeid.

Studien bygger på forskning om hvordan barneskoleelever tenker rundt algebra og hvilke ideer elevene finner tilgjengelige. Forskerne har også identifisert nyttige ideer for lærere til bruk i undervisningen – særlig ideer som kan knyttes til elevenes nåværende tenkemåte og som umiddelbart kan brukes av lærere.

Forskerne framhever det de kaller *relasjonell tenkemåte* (relational thinking) som en kraftig og samlende idé for å engasjere lærere i samtaler som støtter deres bruk av algebraisk resonering med elever. Med hensyn på algebra karakteriserer de relasjonell tenkemåte som det å se på uttrykk og likninger i sin helhet, ved å legge merke til tallrelasjoner iblant og innenfor disse uttrykkene og likningene. Å jobbe med tall på denne måten vil skille seg fra det å utføre utregningsprosedyrer i en enkelt steg-for-steg-sekvens. For eksempel kan barn løse tallsetningen $25 + 58 + 75 = \square$ ved å regne fra venstre mot høyre, men i mange tilfeller vil det være lettere å finne løsningen ved å dra nytte av en tallkombinasjon (her $25 + 75$) som de vet svaret på eller er i stand til å regne ut på en enklere måte. For å kunne tenke på denne måten må elevene se på den originale ligningen i sin helhet for å identifisere meningsfulle tallrelasjoner før de begynner å kalkulere og ha en forståelse av de kommutative og assosiative egenskaper (i det minste underforstått). Allikevel er det ikke avgjørende at elevene har brukt en mer effektiv form for kalkulasjon. Relasjonell tenkemåte medfører en mer fleksibel tilnærming basert på fundamentale egenskaper. Elevers læring av en regel for å forenkle kalkulasjoner blir ikke sett på som relasjonell tenkemåte. Artikkelforfatterne henviser til det Vergnaud (i Jacobs et al., 2007) kaller "teoremer i handling" (theorems in action).

Aritmetisk fokus beskrives som å kalkulere løsninger, mens et algebraisk fokus vil være å undersøke relasjoner. Med dette synet til grunn vil relasjonell tenkemåte representere et skifte av fokus fra aritmetisk til algebraisk. I tradisjonell undervisning av aritmetikk har de fire regneartene ofte blitt skildret som prosesser som foregår steg for steg for at man til slutt skal komme fram til ett enkelt tall – nemlig svaret. Mens en algebraisk liking uttrykker en relasjon mellom to uttrykk og er løst ved etterfølgende transformasjoner av likningen. "(…) elevene må forstå at hver enkelt legitim transformasjon resulterer i en likning som er likeverdig den første" (Jacobs et al., 2007, s. 261, min oversettelse).

Artikkelforfatterne trekker også fram at relasjonell tenkemåte avhenger av kritiske relasjoner som gir mening til både aritmetikk og algebra. Ofte er ikke disse relasjonene like tydelige i aritmetikk som i algebra. Derfor mener de at lærere gjennom å fokusere på relasjonell tenkemåte effektivt kan integrere ideen om relasjoner i læringen av aritmetikk slik at de konsepter og ferdigheter elevene får i løpet av barneskolen (elementary school) er både forbedret og bedre tilpasset med konsepter og ferdigheter de senere trenger for å lære algebra. Dette er vist ved et eksempel: Distributiv lov ligger bak vanlige prosedyrer for å multiplisere flersifrede tall i aritmetiske kalkulasjoner (for eksempel: $78 \times 5 = (70 + 8) \times 5 = 70 \times 5 + 8 \times 5 = 390$) og for addisjonsalgoritmer oppfunnet av elever (for eksempel: $57 + 68 = 50 + 60 + 7 + 8 = (5 + 6) \times 10 + 15 = 125$). Den distributive lov ligger også til grunn for algebraiske kalkulasjoner (for eksempel: $6y + 4y = (6 + 4)y = 10y$). Å utvikle en forståelse for denne relasjonen i innlæringen av aritmetikk kan være heldig med tanke på å forebygge vanlige algebraiske feil (for eksempel: $6x + 3y = 9xy$ eller $5(y + 8) = 5y + 8$) (Matz, i Jacobs et al., 2007).

Det oppsummeres at relasjonell tenkemåte innebærer en forståelse av relasjoner mellom tall og de fundamentale egenskapene for talloperasjoner. Elever kan bruke relasjonell tenkemåte for å forenkle kalkulasjoner, konstruere og lære nye konsepter, utvide prosedyrer til nye tallområder og generelt finne mening i aritmetikk. Målet er å rette oppmerksomhet til måter å tenke på aritmetikk som går mer eksplisitt på fundamentale ideer av talloperasjoner slik at elever vil lære aritmetikk med forståelse, som så kan utgjøre et grunnlag for deres pågående læring av algebra (Jacobs et al., 2007).

Artikkelforfatterne peker på at man kan debattere om deres karakteristikk av relasjonell tenkemåte i aritmetikk representerer en måte å tenke på aritmetikk som danner et grunnlag for å lære algebra eller som i seg selv er en form for algebraisk tenkemåte. Man kunne komme med gode argumenter i begge tilfeller. Et fundamentalt mål i å integrere relasjonell tenkemåte i barneskolens læreplan er å lette elevens overgang til det formelle studiet av algebra i senere klassetrinn slik at det ikke eksisterer en distinkt grense mellom aritmetikk og algebra. De mener at deres valg om å karakterisere relasjonell tenkemåte som en form for algebraisk tenkemåte er konsistent med bruken av betegnelsen i aktuell forskningsdialog på algebra.

I denne studien er det fokus på tre spesifikke anvendelser av relasjonell tenkemåte: (a) å se på likhetstegnet som en indikator på en relasjon; (b) å bruke tallrelasjoner til å forenkle kalkulasjoner, og (c) å lage eksplisitte generelle relasjoner, spesielt basert på de fundamentale egenskapene for talloperasjoner. Disse blir forklart nedenfor.

Elevene skal se på likhetstegnet som en indikator på et forhold mellom to uttrykk. Mange elever ser på likhetstegnet som et signal om å utføre en kalkulasjon av det som står forut for det og hvor tallet etter likhetstegnet er svaret på kalkulasjonen. Jacobs et al. (2007) henviser til at flere forskere (blant annet (Kieran, 1992) har dokumentert dette som et problematisk syn. Et eksempel kan være at elever løser ligningen $57 + 36 = \square + 34$ ved å sette tallet 93 i boksen. Men de finner også belegg for at selv yngre barn kan lære å tenke på likhetstegnet som en relasjonsindikator.

Med henvisning til blant annet Kieran (1981) blir det påpekt at: "Å utvikle et relasjonelt syn på likhetstegnet er kritisk for å lære algebra, og en mangel på slik forståelse er en stor hindring for elever når de beveger seg fra aritmetikk til algebra" (Jacobs et al., 2007, s. 262). Hvis elever ikke ser på likhetstegnet som en indikator på en relasjon, vil det å transformere likninger ha lite mening og kun læres som memorerte regler (Kieran, 1981).

Bruken av tallrelasjoner til å forenkle kalkulasjoner er en annen anvendelse av relasjonell tenkemåte. Artikkelforfatterne gir et eksempel. Elever som har et relasjonelt syn på likhetstegnet kan løse likningen $57 + 36 = \square + 34$ ved rett-fram-kalkulasjon: De kalkulerer $57 + 36 = 93$ og avgjør så hvilket tall som lagt til 34 blir 93. Alternativt kan de se på relasjonen mellom 36 og 34, legge merke til at 34 er 2 mindre enn 36 og resonnere at tallet i boksen må være to mer enn 57. I begge tilfeller har eleven en relasjonell oppfatning av likhetstegnet. Likevel viser den andre strategien et nivå av relasjonell tenkemåte hvor elevene også bruker tallrelasjoner til å forenkle kalkulasjonene. Det å kunne identifisere når en kan ha fordel av disse relasjonene kan forandre potensielt langtekkelige kalkulasjoner slik som 5×499 og $1488 + 375 – 373$ til relativt trivielle (dvs., $5 \times 500 – 5$ og $1488 + 2$).

Målet er ikke det å ha elever som vet at de kan forenkle et regnestykke ved å forandre 499 til 500. Men når elevene forstår hvorfor denne måten å regne på fungerer innebærer det også at de forstår viktige ideer om tall og de fundamentale egenskapene til talloperasjoner. Å tenke relasjonelt er forskjellig fra å anvende en samling av triks eller å pugge et sett av matematiske egenskaper. Det er en måte å resonnere på som ikke er koblet til spesielle prosedyrer eller tallkombinasjoner. Barn som tenker relasjonelt identifiserer tallrelasjoner og resonnerer rundt hvilke transformasjoner som har mening i et spesielt problem. Elever som mangler anledninger til å utforske disse ideene mislykkes ofte i å dra fordel av strukturen i tallsystemet slik at læring av både aritmetikk og algebra blir vanskeligere enn det trenger å være (National Research Council, i Jacobs et al., 2007).

Den tredje anvendelsen av relasjonell tenkemåte medfører å lage eksplisitte generelle relasjoner som er basert på de fundamentale egenskapene hos talloperasjoner. Elever har en hel del av implisitt kunnskap om fundamentale tallrelasjoner, men generelt har de ikke undersøkt disse relasjonene eksplisitt, tenkt systematisk igjennom dem, eller uttrykt dem som generaliseringer. Bastable og Schifter (i Jacobs et al., 2007) har hevdet at lærere gjennom utspørring kan hjelpe elever i å utforske allmenngyldigheter (det generelle) som ofte eksisterer naturlig i aritmetiske diskusjoner, og forskere har sørget for bevis for at selv grunnskolebarn er kapable i å gjøre generaliseringer. Et eksempel forklarer hvordan barna ikke bare brukte sin forståelse av null for å vurdere enkeltstående tallsetninger men også fant generaliseringer (for eksempel, $a – 0 = a$) og diskuterte om de var sanne for alle tall. Denne studien og andre har vist at barn i grunnskolen kan uttrykke generaliseringer i naturlig språk i tillegg til å lære å representere dem ved bruk av variable (for eksempel, $s + 0 = s$, $p + r = r + p$).

Elever kan ikke sette pris på de fundamentale egenskapene til talloperasjoner uten en forståelse for generalisering. Selv om tradisjonelle regnealgoritmer er basert på disse egenskapene er de fleste algoritmer laget for effektivitet, og transformasjonene som trengs i kalkulasjonene er typisk skjult.

Faglig utvikling av algebraisk tenkemåte hos lærerne

I arbeidet med algebra var et viktig aspekt å støtte lærere i klar jobbing gjennom de matematiske problemene de brukte med elevene. (Dette ble gjort fordi det viser seg at algebraemnet kan trigge angst eller usikkerhet hos mange lærere og elever.) De engasjerte også lærere i å fortelle om den matematikken elevene kan gjøre framfor den de ikke kan gjøre. Ved å hjelpe lærere å bruke motstridende forklaringer (counter-stories), utfordret de antakelser om elevene i disse skolene, og de gikk i gang med hva lærere kunne gjøre for å støtte elevenes utvikling. Gjennom kontinuerlig å oppmuntre til bruken av motstridende forklaringer gjennom den faglige utviklingen, jobbet de med å hjelpe lærere å revurdere og utfordre tradisjonell klasseromspraksis.

Metode

Deltakerne i dette studiet er 180 lærere fra første- til femteklasse og 3735 elever fra 19 skoler. 89 lærere fra ti skoler mottok faglig veiledning gjennom studiet. Mens de 91 lærerne fra de ni andre skolene tjente som sammenligningsgruppe gjennom studiet og fikk faglig veiledning året etter studiet. Den faglige veiledningen inkluderte både møter med en skolebasert arbeidsgruppe og på-stedet-støtte.

Lærerne ble tilbudt faglig utvikling gjennom møter i arbeidsgrupper. Dette foregikk gjennom møter med lærerne på hver av de deltakende skolene cirka en gang i måneden. Samt et lengre lørdagsmøte med lærere fra forskjellige skoler. Innholdet i den faglige utviklinga hadde fokus på relasjonell tenkemåte, inkludert forståelse av likhetstegnet som en indikator på en relasjon, å bruke tallrelasjoner for å forenkle kalkulasjoner og å generere, representere og bevise hypoteser om fundamentale egenskaper for talloperasjoner.

Elevene ble testet gjennom skriftlige matematiske tester og et strukturert intervju i forhold til relasjonell tenkemåte. Det ble laget tre utgaver av de skriftlige testene: én for førsteklasse, én for andre- og tredjeklasse og én for fjerde- og femteklasse. Lærerne ble spurt om hvilken erfaring deres elever har med oppgaver som innebefatter algebraisk tenkemåte. Lærerne ble også testet gjennom en skriftlig matematisk test og gjennom et strukturert intervju om deres kunnskap om elevenes strategier og relasjonelle tenkemåte.

Vesentlige funn i studien

De fant at den faglige utviklingen hadde positive effekter på både lærernes læring og elevenes prestasjoner.

I lærernes rapportering av elevenes erfaring med oppgaver som innebefatter algebraisk tenkemåte var det ingen signifikante forskjeller. Det var heller ikke signifikante forskjeller mellom deltakende og ikke-deltakende læreres kunnskaper i matematikk.

Deltakende lærere demonstrerte mer kunnskap enn ikke-deltakende lærere når de ble spurt om å komme opp med strategier som elever kan bruke til å løse åpne tallsetninger.

Elevenes prestasjoner i den skrevne matematiske testen viste at elever i de deltakende lærernes klasser skåret signifikant bedre på deltesten om likhet. I deltesten som var designet for å vurdere elevenes evne til å identifisere og bruke tallrelasjoner til å forenkle kalkulasjoner var det også signifikant forskjell til fordel for elever hos deltakende lærere, men kun i førsteklasse. Analyser av deltestene om likningsløsning og generalisering viste ingen signifikant forskjell.

Elevenes bruk av relasjonell tenkemåte i intervjuene var ikke signifikante i førsteklasse. I tredje- og femteklasse ble det derimot vist signifikant forskjell hvor elever i de deltakende lærernes klasser hadde større bruk av relasjonell tenkemåte.

2.2 Konfluent pedagogikk – gestaltorientert veiledning

Konfluent pedagogikk betegner en undervisningsmetode hvor man tar sikte på at alle prosesser i undervisning, læring og veiledning skal flyte sammen mot samme mål for å skape en ny enhet. Man tar hensyn til både intellektuelle, emosjonelle og psykomotoriske aspekter.

Konfluent betyr sammenflytende eller å bringe sammen til en helhet. Betegnelsen heletspedagogikk er også brukt. Metoden legger dessuten stor vekt på erfaringslæring (Grendstad & Sandven, 1986).

Det vi i dag kjenner som konfluent pedagogikk utviklet seg hovedsaklig innenfor et miljø i Santa Barbara (California) i fra midten av sekstitallet, og ble allerede i 1968 et program ved University of California, Santa Barbara (UCSB). Foregangsmannen for dette programmet var George I. Brown, og sammen med ni lærerkollegaer i fra grunnskolen startet han et forsøksprosjekt kalt ”the Ford-Esalen Project in Affective Education” (Shapiro, 1998). Man antok at lærere burde være mer bevisst den naturlige sammenheng mellom affekt og tankevirksomhet (kognisjon) og av hvordan man kan dra nytte av denne sammenhengen i klasserommene. Lærerne jobbet direkte med grunnleggeren av gestaltterapien, Frederick S. Perls (Fritz Perls). De prøvde ut forskjellige teknikker, og etter hvert fant de også opp sine egne metoder for å berike undervisningen. Resultatet av dette er beskrevet i ”Human Teaching for Human Learning” (Brown, 1971). Prosjektet er beskrevet som et forsøk på å fornye utdanningen for det *hele* mennesket, tilpasset den tiden vi lever i. Brown sier i forordet: ”We see each individual as an unique human being with enormous potential” (s. xii). Senere er Brown også medforfatter i en liten bok med tittelen ”Getting It All Together: Confluent Education” som gir en introduksjon til konfluent pedagogikk (Brown, Phillips, & Shapiro, 1976).

Det ser ut til å være skrevet mye litteratur rundt emnet konfluent pedagogikk utover søttitallet. I Norge har Nils Magnar Grendstad gjort denne pedagogikken kjent gjennom boken ”Å lære er å oppdage” (Grendstad & Sandven, 1986). (Et førsteutkast til boken kom ut i 1982.)

Konfluent pedagogikk er kjent for uttrykket ”å lære er å oppdage”, som også er tittelen på Grendstad (1986) sin bok. Uttrykket stammer fra Fritz Perls. Å oppdage sto for Perls i en integrert sammenheng med det å vokse og modnes som menneske, både intellektuelt og emosjonelt.(Grendstad & Sandven, 1986; Inglar, 1997) Det er et sentralt trekk ved konfluent pedagogikk at man tar sikte på å utvikle hele mennesket, ikke bare de intellektuelle ferdighetene. Elevene skal oppleve, og gjennom samtaler eller dialoger skal de sette ord på hva de selv opplever, føler og tenker. ”Den lærende skal lære seg selv å kjenne og seg selv i forhold til andre” (Inglar, 1997, s. 46).

For å fremme muligheten for dialog mellom læreren og elevene befinner læreren seg mer foran kateteret enn bak. Ideelt sett sitter elevene og læreren i en hestesko eller i en ring uten pulter og kateter, for å komme nærmere hverandre.

Grendstad presiserer ti synspunkter som er sentrale innenfor konfluent pedagogikk (her gjengitt i korte trekk) (Grendstad & Sandven, 1986, s. 234-240):

1. Undervisningsmetode

En undervisningsmetode hvor både følelsesmessige, intellektuelle og psykomotoriske aspekter i lærings- og undervisningsprosessen er integrerte. Dette innebærer blant annet at eleven, samtidig med den intellektuelle og fysiske aktivitet i læring av fag og ferdigheter, også skal få kontakt med og lære å kjenne de følelser og kroppsreaksjoner som stoffet og arbeidet med det, vekker i ham. Prinsippet innebærer en integrering av faglig undervisning og personlig omsorg for elevene.

2. Menneskesyn

Hvert menneske skal møtes med respekt og gis mulighet for å utvikle seg og sin særegenhet. Den enkeltes særegne utvikling gis plass i den utstrekning den på den ene side tjener fellesskapet og på den andre side ikke ødelegger for det samme fellesskap.

3. Å lære er å oppdage

"Å lære er å oppdage". Å oppdage er en helt ut subjektiv prosess: Det er bare jeg som kan oppdage for meg.

4. Prosessorientert pedagogikk

Vektlegge prosess-stimulerende informasjon. [Altså informasjon som stimulerer elevene til å gjøre noe med eller i forhold til stoffet, og til å vende oppmerksomheten i bestemte retninger. Faktiske opplysninger om emnet hører ikke hjemme her.] På den annen side er man opptatt av at elevene skal lære *hvordan* de lærer – da kan de også "justere retningen" i sin egen læring.

5. Meningsorientert pedagogikk

Elever og lærere skal oppleve undervisningen som meningsbærende for dem.

6. Lære seg selv å kjenne

Man oppfordres til å studere seg selv som menneske. Integrert i det å studere seg selv ligger også at en lærer andre å kjenne.

7. Inkluderende undervisning

Undervisningen og arbeidet i klassen legges opp slik at alle opplever at de får til noe og opplever at det de kan bidra med også betyr noe for andre. Man vektlegger åpne (divergente) oppgaver og spørsmål svært mye.

8. Ansvar og verdier

Oppdragelse til ansvar står sentralt. Det er viktig å stimulere elevene til en gjennomtenkning og klargjøring for seg selv om hvor de står når det gjelder verdier. I skolen er det lærerens oppgave å klargjøre for seg selv og sine elever hva den respektive skoles verdier egentlig betyr konseptuelt, operasjonelt og praktisk. Verdier skal tas alvorlig, gjennomtenkes og følges og ikke bare være en etikett.

9. Språkbruken

I direkte relasjon til oppdragelse til ansvar legges det sterk vekt på språkformuleringer som gir klart utrykk for hvem den ansvarlige er og hva det dreier seg om. Man oppmuntrer til og trener på å bruke "jeg" der hvor det er reelt og grammatikalsk rett. Et slikt "jeg"-språk vil bidra til å styrke identitetsfølelsen og selvstendighetsfølelsen. En slik språkbruk vil også heve ansvarsbevisstheten.

10. Individrettet og samfunnsrettet pedagogikk

Konfluent undervisning sikter mot å hjelpe den enkelte elev til en optimal helhets-utvikling og vekst. I dette ligger også oppdragelse til ansvar for seg selv og for andre i mindre og i global sammenheng.

Grendstad presiserer også at konfluentpedagogiske prinsipper kan benyttes på alle undervisningsnivåer fra førskole til universitetsnivå.

En lærer i grunnskolen, Kai Otto Jørgensen, forteller i artikkelen "Modeller for å utforske og oppdage matemaikk" (Jørgensen, Steinsland, & Solheim, 2007) hvordan han bruker gestaltpsykologi som en del av undervisningen. Gestaltpsykologien sier: ”Du kan ikke føre klienten lenger enn han er i stand til å se selv, å oppdage” (Jørgensen et al., 2007, s. 75). Det er bakgrunnen for at han gjennom samtale og spørsmål prøver å få elevene til å oppdage selv. Han beskriver en dialog hvor man ønsker å finne svar på noe. Det er en uforutsigbar dialog hvor læreren ikke kan bestemme hvilken retning den vil ta på forhånd. Den er risikofylt, fordi det ikke er sikkert at man når fram til en oppdagelse eller et svar.

Jørgensen bruker begrepene *grunn* og *figur*. Grunnen beskriver han som det som er felles kunnskap og språket som brukes. Figuren er det som kan dukke opp av grunnen og blir det som er naturlig å arbeide videre med. Ved å jobbe med figuren kan elevene gjøre oppdagelser.

Grunnen er altså det læreren har felles med elevene. Rytme, rutine, og aktiviteter som gjentar seg fra dag til dag er en del av denne grunnen. Siden grunnen er kjent og til en viss grad forutsigbar skapes det både trygghet og forventninger hos elevene. Også byggematerialet som står framme i klasserommet om morgenen er en del av grunnen. Elevene kommer til skolen og de som vil setter seg ned for å bygge med materialene. Når timen starter får elevene ta med seg det de har bygget og fortelle om det. De sitter da i en firkant. Elevene sitter på benker og utgjør tre av sidene mens læreren sitter ved tavla og utgjør den fjerde. Når en elev forteller om byggverket sitt kan det dukke opp figurer.

Jørgensen beskriver et eksempel hvor en elev har bygget en kube av seks kvadratiske jovobrikker. Elevene så på kuben og fant at den var både lik og ulik en spillterning. Den var lik i form, men hadde en annen størrelse. Elevene ble utfordret til å lage en større terning av de samme brikkene. Når en slik terning dukket opp to dager senere kunne de utforske denne:

> ”Hvor mye større var denne kuben? Så kunne vi utforske det og fant at kantene var dobbelt så lange, mens vi måtte bruke fire kvadrater for å bygge den nye siden. Vi fant også ut at vi måtte ha 8 av de første kubene for å lage en tilsvarende kube. Allerede neste dag var en ny og større kube på plass” (Jørgensen et al., 2007, s. 78).

Byggematerialet og samlingsstunden med presentasjon av det som er laget er en del av grunnen. Ut fra denne grunnen dukker det opp en kube. Kuben er en figur, i dobbel betydning, som både elever og lærer synes det er spennende å jobbe videre med i denne sammenhengen.

Jørgensen sier: ”Jeg blir stadig overrasket over hva elevene er i sand til å oppdage bare det blir lagt til rette for dem. Jeg opplever også stadig å bli overrasket over den kunnskapen elevene allerede har” (Jørgensen et al., 2007, s. 79).

2.3 KUL-LCM-prosjektet

Læringsfellesskap i matematikk (LCM) er et forsknings- og utviklingsprosjekt under programmet Kunnskap, Utdanning og Læring (KUL). Lærere fra åtte skoler arbeidet sammen med didaktikere fra Universitetet i Agder i perioden fra januar 2004 til desember 2007, for å utvikle læring og undervisning i matematikk ved skoler i Agder (Hundeland, 2009; Jaworski et al., 2007).

Læringsfellesskapene består av lærere fra alle trinn i skolen og didaktikere fra universitetet. Man søker å skape ”inquiry communities” – et spørrende og undersøkende fellesskap. Lærere og didaktikere er spesialister på hver sine områder. Ved å skape et slikt fellesskap vil denne kunnskapen kunne bringes sammen. Prosjektets grunnleggende mål er å fremme bedre muligheter for læring i matematikk gjennom inquiry-tilnærmingsmåter.

Ordboka (Kirkeby, 1999) har ikke noe entydig oversettelse av "inquiry". Men vi kan si at begrepet inquire innebefatter det å stille et spørsmål, å gjøre en undersøkelse, å tilegne seg informasjon samt å søke etter kunnskap.

Vi finner tre nivåer av inquiry i prosjektet (Jaworski, 2007, s. 15, min oversettelse):

1. Inquiry i matematikkoppgaver for elevers matematiske læring i klasserommet.
2. Inquiry i utviklingsprosessen av undervisningsplanlegging og for å utforske hvordan man kan skape bedre læringsmiljø for elever i matematikk.
3. Inquiry i forskningsprosessen av systematisk å utforske utviklingsprosessen og praksis som er involvert i (1) og (2) over.

Inquiry-oppgaver blir av Jaworsky (2007) beskrevet som de oppgaver som engasjerer elever i matematikk, oppmuntrer dem til å stille sine egne matematiske spørsmål og til å utforske eller undersøke for å finne løsninger.

Forskningen det refereres til i punkt tre er ment for både didaktikere og lærere. Didaktikerne som har mye erfaring innenfor forskning er i stand til å samle og analysere data systematisk for å stille klare forskningsspørsmål. Lærerne som har generelt mindre erfaring med forskning kan allikevel ta del i systematisk inquiry i sine egne klasserom. På denne måten kan de oppnå ny innsikt i forhold til sin egen undervisning. Prosjektet har til hensikt å hjelpe lærere til å bli slike klasseromsforskere.

For å bygge opp felles forståelser av måter å jobbe på i klasserommet var seksten verksteder en viktig del av prosjektmodellen. Der jobbet deltakerne sammen på inquiry-måter, fokuserte på matematikk og på å lære og å undervise matematikk. Verkstedene fungerte som et grunnlag for videre arbeid i skolen. Det matematiske arbeidet i verkstedene sprang ut av inquiry-oppgavene. Disse ble valgt med hensyn på å fremme matematisk aktivitet og tenkemåte, men også for sin mulighet til tilpasning til klasseromsundervisning.

Prosjektet hadde tre aktivitetsfaser. Første fase omfattet hovedsakelig å bygge opp fellesskapet og tilliten til hverandre, i andre fase sto inquiry og undervisningsplanlegging sentralt og i tredje fase var det skolenes egne mål for utvikling som sto i fokus.

Der hvor lærerne tok initiativ til det har didaktikere vært med på planleggingen av inquiry-oppgaver til spesifikke undervisningsøkter. Lærerne hadde da hver sin økt i klasserommet som ble filmet. Didaktikerne valgte så ut episoder fra videomaterialet som de viste for lærerne. Dette gjorde det mulig å diskutere spørsmål relatert til undervisningen og elevenes respons på oppgavene. Enkelte av lærerne valgte også å presentere denne aktiviteten på det etterfølgende verkstedet.

Algebra var ett av flere matematiske emner som ble tatt opp i fase to. Etter tre etterfølgende verksteder basert på algebra var lærerne invitert til å foreta en liten undersøkelse på sin egen skole for å se på elevenes forståelse av algebra. Funnene fra disse små undersøkelsene ble diskutert i et eget verksted.

Didaktikere og lærere måtte tilpasse seg og lære av hverandre i dette prosjektet. Didaktikerne hadde mer erfaring og teoretisk kunnskap rundt prosjektets hovedideer. Likevel måtte de ha forståelse for hva som er mulig å gjøre i praksis, spesielt i skolen og rammer læreren må forholde seg til. De måtte også ta hensyn til hvordan de kunne jobbe med lærere på mottakelige måter som ville passe målene for prosjektet.

"Lærerne måtte tilvennes et prosjekt som hadde klare mål i forhold til fellesskap og inquiry, men uten at de ble fortalt hva de skulle gjøre for å nå disse målene" (Jaworski et al., 2007, s. 22, min oversettelse). Lærernes erkjennelse av at de selv i stor grad kunne påvirke prosjektet vokste fram etter hvert. De måtte selv være aktive deltakere for å vinne innsikt og utvikle sin egen praksis.

3 Metode

I det følgende kapittelet vil jeg beskrive og drøfte metodene jeg har brukt til innsamling, bearbeidelse og analyse av empiri.

3.1 Metodisk tilnærming

Hensikten med dette arbeidet har vært å undersøke om og hvordan former for tidlig algebra kommer til utrykk i klasseromsarbeidet til en tredjeklasse. For å kunne undersøke dette har jeg benyttet meg av kvalitativ metode i form av en etnografisk case-studie (Mertens, 2005).

Fenomenet jeg ønsker å observere foregår i en sosial sammenheng og det er derfor naturlig å gjøre en etnografisk studie hvor elvene observeres i sitt naturlige miljø og med et sosiokulturelt perspektiv (Merriam, 2002). Dette vil også være en case-studie fordi jeg ser på én gruppe som en helhet. Med en kvalitativ tilnærming til forskningen har jeg muligheten til å studere klasserommet og dialogen som utspiller seg slik den virkelig foregår (Mertens, 2005). Det er mye som skjer i et klasserom med tjue elever, og videokameraet viser seg å være et godt redskap til å ta vare på det som skjer i øyeblikket for senere å kunne analysere det i dybden. Videre vil jeg kunne diskutere funn i lys av relevant litteratur.

Det er både sterke og svake sider ved denne type forskning. En svakhet er at jeg bare har et lite utvalg. Men styrken er at det gir nærhet til forskningsobjektet. Når jeg som forsker kommer så nært kan det også virke negativt i den forstand at jeg lettere blir påvirket av forskningsobjektet. Samtidig vil min bakgrunn og mine holdninger kunne belyse temaet på en original måte.

3.2 Prosedyrer i datainnsamlingen

Forberedelsene til datainnsamlingen begynte sommeren 2007. Gjennom veileder fikk jeg kontakt med en lærer som var positiv til datainnsamling i klasserommet sitt.

Første møte med læreren foregikk i august sammen med min veileder. Jeg fikk da litt informasjon om klassen, en tredjeklasse med 21 elever, og en ganske grundig gjennomgang av hvordan undervisningen i matematikk hadde foregått de to første årene og hvordan han så for seg at han ville undervise nå i tredjeklasse. Vi ble enige om tidspunkt, varighet og hvordan observasjonen skulle foregå. Vi snakket også om at læreren og klassen ikke skulle ta noe hensyn til min tilstedeværelse og filming, men betrakte meg som en "flue på veggen".

Læreren er deltaker i KUL-LCM-prosjektet og datainnsamlingen min er en del av dette prosjektet.

3.2.1 Klasseromsobservasjon

Datainnsamlingen startet 24. august på Stjernen barneskole. Klokken 8.00 traff jeg læreren og ble vist ned i klasserommet. Undervisningen startet klokken 8.20 og dobbeltimen med matematikk var ferdig cirka 9.45. I begynnelsen av timen presenterte jeg meg selv for klassen, fortalte at jeg studerte ved universitetet, at jeg skulle skrive en oppgave og er på besøk for å se hva de gjør i matematikktimen. Jeg filmet det som foregikk i klasserommet fra begynnelse til slutt. I og med avtalen om at jeg skulle være "flue på veggen" ble jeg litt overrasket denne dagen da læreren ved en anledning velger å trekke meg inn i undervisningen. Dette fikk vi imidlertid avklart etter timen.

På forhånd fikk jeg opplyst at klassen var vant med kamera i klasserommet. Med unntak av et par elever som laget noen grimaser foran kamera og noen spørsmål om den store magen min, så opplevde jeg ikke at elevene ble påvirket av verken min eller kameraets tilstedeværelse.

Etter undervisningen hadde jeg et kort møte med læreren hvor vi avtalte at jeg skulle få en kopi av det materiellet elevene får utdelt i timen, som ukeplan og oppgaveark. Vi snakket også litt om ukeplanen og matematikktimene for uken etter.

Fra 24. august til 21. september observerte jeg alle matematikktimene elevene hadde. Det var kun dobbeltimer i denne perioden og det var alltid de første timene elevene hadde om morgenen. Det var også en rutine hver morgen at elevene ble samlet til en *morgenstund i lyttekroken* (se beskrivelse i kapittel 5.1.1).

I en morgenstund er det noen faste aktiviteter relatert til matematikk som stort sett forekommer hver dag. Jeg ble nysgjerrig på hvordan en morgenstund som ikke blir etterfulgt av matematikk foregår og valgte derfor å observere to morgenstunder som blir etterfulgt av et annet fag enn matematikk. I ettertid har jeg forstått det slik at alle morgenstundene jeg observerte kom til å ha mest fokus på matematikk Læreren begrunnet dette med at det ble sånn fordi jeg var i klasserommet (for å observere matematikk) – ikke fordi det nødvendigvis var slik det alltid foregikk.

Oversikt over observasjon i klasserommet:

Dato	Tid	Hva som blir observert	
24. august	1t 15 min	morgenstund	dobbel skoletime matematikk
28. august	1t 15 min	morgenstund	dobbel skoletime matematikk
31. august	1t 20 min	morgenstund	dobbel skoletime matematikk
7. september	1t 20 min	morgenstund	dobbel skoletime matematikk
10. september	1t 10 min	morgenstund	dobbel skoletime matematikk
13. september	30 min	morgenstund	
14. september	1t 15 min	morgenstund	dobbel skoletime matematikk
18. september	1t 10 min	morgenstund	dobbel skoletime matematikk
20. september	35 min	morgenstund	
21. september	1t 15 min	morgenstund	dobbel skoletime matematikk

3.2.2 Intervju med lærer

Gjennom perioden med datainnsamling hadde jeg ofte en liten prat med læreren, Egil (oppdiktet navn), når vi møttes om morgenen, rett før timen. Det var små samtaler om løst og fast hvor jeg opplevde at vi hadde en god tone. Jeg passet også på å få med meg en kopi av oppgavearkene som ble brukt i undervisningen. For å få dokumentert lærerens tanker rundt det som ble gjort i timene arrangerte jeg to intervjuer med lydopptak. Ett lite intervju undervis i datainnsamlingen den 31. august 2007, og ett lengre intervju i etterkant av datainnsamlingen den 15. oktober 2007. Intervjuene var semistrukturerte (Mertens, 2005). Jeg hadde forberedt spørsmål på forhånd, men var samtidig forberedt på å stille oppfølgingsspørsmål og eventuelt utelate, legge til eller forandre litt på spørsmål i forhold til hva læreren svarte underveis. Et slikt personlig intervju legger ikke begrensinger på hva intervjuobjektet kan svare. Det legger til rette for en åpen dialog underveis som gir rom for detaljer og nyanser. Man kan være fleksibel og gå i dybden når det trengs (Mertens, 2005). Det passer godt til mitt prosjekt hvor jeg ønsker å forstå lærerens bakgrunn for og perspektiv på undervisningen.

3.3 Databehandling og gjennomføring av dataanalyse

Videoopptak fra klasserommet og det første lærerintervjuet er digitalisert ved hjelp av Windows Movie Maker. Audioopptak fra det andre lærerintervjuet ble lagret direkte i mp3-format. Disse opptakene samt oppgavearkene som ble brukt i undervisningen har videre vært utgangspunkt for analysen.

3.3.1 Datareduksjon

Med elleve klokketimer klasseromsobservasjon var det høyst nødvendig å gjøre en drastisk datareduksjon. Et mål for denne oppgaven er å få fram forskjellige arbeidsmåter og aktiviteter som blir brukt i undervisningen. Derfor valgte jeg å se gjennom alt materialet og notere ned tidsangivelse for hvilke aktiviteter som forekom. Videre gikk jeg tilbake og så på episoder i forhold til aktuelle arbeidsmåter for å velge ut de episodene som jeg syntes viste noe spennende eller interessant på best mulig måte. Videre har jeg transkribert de utvalgte episodene.

Begge lærerintervjuene er også transkribert. Det er viktig å være klar over at dette er en grovtranskripsjon. Læreren kommer med til dels veldig lange og utfyllende svar hvor det forekommer mange halve setninger som enten blir forkastet eller gjentatt og mange "tenkelyder" som "æææ" eller "eehh". For å gjøre teksten mer lesbar og oversiktlig både for meg selv og andre har jeg valgt å ta vekk en del av det jeg oppfatter som støy i samtalen. På den måten kan det argumenteres for at grovtranskripsjonen til en viss grad er min tolkning av hva som ble sagt i intervjuet. Dette kan sees på som en svakhet. Samtidig tilsier ikke analysen av disse intervjuene at detaljene er av samme betydning som i transkripsjonene fra episodene i klasserommet.

3.3.2 Analyse

Analysen er delt inn i to deler. I første del ønsker jeg å presentere den konteksten episodene i del to står i gjennom å gi et mer helhetlig bilde av hva som skjer i klasserommet ut fra mine observasjoner, lærerens begrunnelser og tanker rundt aktivitetene i klasserommet. Jeg ser etter en rytme eller struktur i det som skjer i klasserommet. Jeg presenterer konkretiseringsmateriale som har vært viktig i tidligere undervisning og er viktig i den observerte undervisningen. Jeg vil også vise hva slags type oppgaver elevene jobber med i det individuelle arbeidet. Videre ønsker jeg å gi leseren et større innblikk i noe av det som er særegent for denne lærerens bakgrunn og hans tanker rundt matematikken. Hensikten med den første delen er også å kunne gi et bedre grunnlag for å sammenlikne og plassere undervisningen i forhold til annen forskningslitteratur i diskusjonen rundt arbeidsmåter og algebraisk tenkemåte. Del to er hoveddelen i analysen og viser mindre episoder hvor hele klassen er med i aktiviteten. Hver episode er valgt ut for å kunne gi et mer konkret innblikk i arbeidsmåter som brukes gjennom en bestemt aktivitet elevene tar del i. Jeg har gitt episodene og de mindre delene innenfor episodene navn som et forsøk på kategorisering av innholdet. Videre er hver episode avsluttet med en oppsummering.

4 Beskrivelse av konteksten

4.1 Skolen, elevene og undervisningen

Stjernen barneskole (oppdiktet navn) ligger sentrumsnært i en større by i Norge. I skoleåret 2007/2008 hadde skolen cirka 330 elever og 30 lærere. Hvert trinn består av to klasser. Jeg har fått observere arbeidet i en tredjeklasse som dette året har 21 elever.

Klassen har blitt fulgt av samme lærer i matematikk siden første klasse. Det er vanlig å bruke lærebok i matematikkundervisningen på denne skolen, men læreren i denne klassen har valgt undervisning uten lærebok.

Klasserommet er innredet med en *lyttekrok* i tilknytning til tavla. Elevene sitter på benker som danner tre sider av en firkant. Tavla, læreren og eventuelt ordenseleven danner den fjerde siden. Alle elevene har også hver sin pult i klasserommet som er plassert slik at elevene sitter sammen to og to vendt mot en vegg eller en skillevegg. Da har de mulighet til å ha litt kontakt med sidemann, men kan ellers sitte uforstyrret. Noen få elever sitter også alene uten noen ved siden.

Bilde: Lyttekroken

Bilde: Pultplassering

4.2 Læreren

Egil er en erfaren og godt voksen mannlig lærer. Han har fireårig lærerutdanning etter gammel modell med opptaksprøve og uten krav til tidligere utdannelse. Videre har han grunnfag i både fysikk og biologi, et halvt år med mediekunnskap og et halvt år med skoleledelse. Han har også en deltidsutdannelse i gestaltterapi som tilsvarer 120 studiepoeng samt et mindre kurs i filosofi ("filosofi i skolen"). Han har også vært deltaker i KUL-LCM-prosjektet og medforfatter i noen mindre artikler. I kapittel 5.1.4 vil jeg se nærmere på lærerens bakgrunn.

5 Presentasjon og analyse av data

Analysepresentasjonen er delt inn i to hoveddeler. I første del vil jeg gi en analyse av den konteksten de utvalgte episodene i del to står i. Jeg ønsker å gi et mer helhetlig bilde av hvordan undervisningen foregår, hvilket konkretiseringsmateriale og hvilke oppgaver som blir brukt og lærerens tanker rundt dette, samt å få fram litt mer om lærerens bakgrunn og tanker rundt undervisningen. I andre del vil jeg trekke fram utvalgte episoder som konkretiserer funn i datamaterialet.

5.1 Analyse av konteksten

I mitt første møte med Egil (14. august 2007) forteller han at klassen har arbeidet med tallene opp til hundre før ferien og at han planlegger å fortsette å jobbe med dette framover. Han forteller også at elevene har jobbet med tall ved først å identifisere dem på *kulesnora* (se kapittel 5.1.2) for så å telle mye på tiere (som i 10-20-30 osv.). De har også jobbet med å legge sammen og trekke fra på tiere og på ti pluss ett ”ikke rent tiertall”. De prøver å jobbe med en bred tallforståelse ved å se på mønstre, men også å telle for å automatisere. Elevene har også jobbet mye med terninger.

5.1.1 Rytme og struktur i matematikktimene

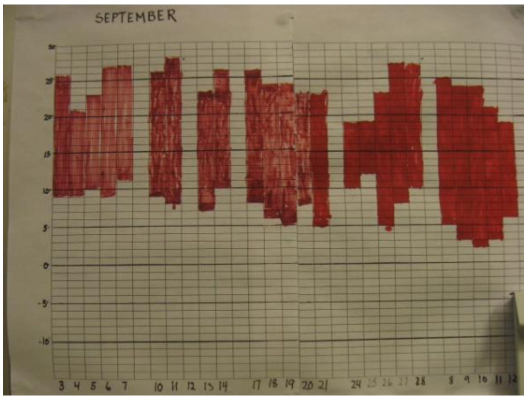
Hver morgen samles elevene i lyttekroken til en morgenstund. Morgenstunden glir etter hvert over i en kort eller lang introduksjon av det elevene skal jobbe individuelt med. Det som blir kalt morgenstund har noen faste elementer eller ritualer som pleier å være med, men de kan komme i litt tilfeldig rekkefølge.

Klasserommet pleier å være åpent om morgenen og ofte står det en kasse med byggematerialer tilgjengelig for elevene. Det kan være jovo-brikker, teknisk byggesett eller treklosser. De elevene som har bygget noe får ta dette med seg når de setter seg i lyttekroken. Læreren bruker da tid på en runde der elevene får fortelle om det de har bygget. For eksempel hva de har bygget, hvilke geometriske former figuren har, hvor mange rektangler elevene kan finne på figuren, osv...

”Ordenseleven i dag” er den eleven som blir utpekt til å henge opp kalenderbladet og tegne inn temperaturmålingene. Når ordenseleven skal pekes ut må alle elevene reise seg. Læreren kommer med forskjellige utsagn om ordenseleven, og de elevene som ikke kan identifisere seg med disse utsagnene må sette seg. Eksempler på utsagn kan være: ”Ordenseleven i dag er født i en partallsmåned”. ”Ordenseleven i dag er født på en oddetallsdag”. ”Ordenseleven i dag har ikke striper på klærne”. ”Ordenseleven i dag har mer enn fire bokstaver i månednavnet sitt”. ”Tallet på måneden og dagen blir et partall som slutter på null”.

Ordenseleven limer opp kalenderbladet for dagen i dag på kalenderen. Datoen på kalenderbladet gir *dagens tall* og eleven justerer kulekalenderen så denne korresponderer med dette. For eksempel vil dagens tall den 25. oktober være tallet 25 og markeres på kulekalenderen med fem enerkuler og to tierkuler. Ofte får elevene nå i oppgave å si noe om dagens tall (se transkripsjon: Dagens tall).

En annen oppgave kan være å finne nye kalendertall (tall fra 1 til 30 eller 31) på kulekalenderen med det antallet *kuler* som er på kulekalenderen denne dagen. Hvis det er to tierkuler og fem enerkuler, altså tallet 25, kan man få tallet syv ved å flytte tierkulene over på enerpinnen. Ved å flytte en enerkule tilbake til tierpinnen får man tallet 16. Man kan også lage tallet 34 med disse kulene, men det vil ikke bli godtatt siden elevene blir bedt om å finne tall som de også kan finne igjen på kalenderen. Utover høsten tas denne begrensningen bort og elevene får lage tall opp til hundre.



Denne høsten er det også innført registrering av temperaturmåling. Med en digital temperaturmåler finner elevene høyeste og laveste ute-temperatur for det siste døgnet. Dette markerer ordenseleven i et diagram som henger på tavla. Etterpå ser de på diagrammet og prøver å lese det på forskjellige måter. For eksempel kan de se på hvordan temperaturen har forandret seg fra dagen før, om høyeste temperatur er høyere eller lavere enn i går, om laveste temperatur er høyere eller lavere enn i går osv. Læreren håper blant annet på å bruke denne registreringen som en introduksjon til negative tall når temperaturen blir lavere enn null grader Celsius.

Egil forteller (intervjuet 15.10.07) at morgenstunden springer ut av en tradisjon med en samlingsstund om morgenen hvor de setter seg ned, snakker sammen og har en felles start. Denne samlingen ligger naturlig i systemet i det at en må ha noe felles, sier han. Morgenstunden har fått sine rutiner med dagens tall, kalender, kulekalender og temperaturmålinger. Videre er introduksjonen til de oppgavene de skal jobbe med gjerne knyttet opp mot noe han ønsker at de skal se på. Gjerne på den måten at han kan gi noen eksempler på oppgaver også kan de i fellesskap se litt på strategier som kan være hensiktsmessige å bruke for å løse oppgaven. I høst var det ikke alltid det han var ute etter kom fram av seg selv og han hadde opplevelsen av at det butta litt imot (han tenker da spesielt på bruken av kulesnora). Energien og engasjementet han savnet i arbeidet med kulesnora kom først når terningene ble kastet på gulvet.

I den perioden jeg har observert klassen har alle matematikktimer vært lagt til første økta av dagen. I første økta har elevene vanligvis en morgenstund med et innarbeidet mønster eller rituale av aktiviteter de går igjennom (som beskrevet over). Etter at ritualet med morgenstunden er ferdig går læreren over på å forberede elevene på dagens tema eller oppgaver. Etter dette jobber elevene individuelt og timen avsluttes ofte med en ny samling i lyttekroken, men ikke alltid. Matematikkøkta består på den måten av fem elementer som opptrer i fast rekkefølge, men hvor ett eller to elementer av og til utelates.

Her følger en oversikt over timene jeg har observert hvor jeg har markert hvilke deler jeg også har transkribert og tatt med i analysepresentasjonen:

Dato / Tid	24.aug. fredag 2 timer	28. aug. tirsdag 2 timer	31. aug. fredag 2 timer	7. sept. fredag 2 timer	10. sept. mandag 2 timer	13. sept. torsdag morg.stund	14. sept. fredag 2 timer	18. sept. tirsdag 2 timer	20. sept. torsdag morg.stund	21. sept. fredag 2 timer
00:05	Tran./Ana.									
00:10	Tran./Ana.									
00:15										
00:20									Tran./Ana.	
00:25									Tran./Ana.	
00:30							Tran./Ana.		Tran./Ana.	
00:35										
00:40										
00:45										
00:50										
00:55										
01:00										
01:05				Tran./Ana.						
01:10										
01:15	Tran./Ana.									
01:20										
01:25										

Bygging | Morgenstund | Arbeid og forberedelser i lyttekroken | Individuelt arbeid | Samling i lyttekroken

5.1.2 Konkretiseringsmateriale som blir brukt

Konkretiseringsmateriale som blir brukt er i første rekke kalenderblad, kulekalender, kulesnor og terninger. Jeg observerte også bruk av temperaturmåler og temperaturgraf men har valgt å utelate nærmere beskrivelse av dette. Legoklosser var et sentralt konkretiseringsmateriale i tidligere klassetrinn. Nedenfor skal jeg gi en forklaring på hvordan dette brukes og hva læreren sier om hvordan han har kommet fram til valget av akkurat disse konkretiseringsmaterialene (hentet fra intervjuet fra 15.10).

Legoklosser

Store gummierte legoklosser brukes for å lære de første tallene. Man kan for eksempel bygge en stabel med så mange klosser som tilsvarer det tallet man skal lære om, for så å undersøke om denne stabelen kan deles opp i mindre stabler, om disse stablene kan være like høye osv. På den måten kan elevene også erfare noen av tallenes ulike egenskaper.

Kalenderblad

Et lokalt kompetansemål er at elevene i førsteklasse skal telle til 30 knyttet til kalenderen. Kalenderbladet tar utgangspunkt i kalenderen ved hjelp av en liten dagblokk (med ett kalenderblad for hver dag) og et A2-ark hvor datoene for én måned er tegnet opp. Aktiviteten med kalenderbladet foregår ved at én elev får komme opp å trekke ut dagens dato fra dagblokken og lime det opp på riktig plass i kalenderoversikten. Egil synes den er spennende fordi den introduserer tallene og fordi elevene kan klistre opp en lapp (en fysisk aktivitet). Han sier også: ”Så det er jo en visualisering og det er en verbalisering og du får rekketallene og du har det stående der. Det er der hele tiden og du kan forholde deg til det” (intervjuet 15.10.07).

Kulekalender

Kulekalenderen er en trekloss med to blomsterpinner i. Pinnene er akkurat så høye at man får plass til å tre ni trekuler ned på de. Pinnen til høyre representerer enerplassen og pinnen til venstre representerer tierplassen i posisjonssystemet. Kulekalenderen introduseres den første i en ny måned med én kule på enerpinnen. For hver dag settes det på en ny kule. Kulekalenderen blir plassert like under den aktuelle datoen på kalenderbladet. Når enerpinnen er full med ni kuler og datoen er den tiende i måneden oppstår det et problem. Gjennom lærerens samtale med elevene og ved å se på kalenderbladet ”oppdager” elevene at vi bare har ti talltegn og at alle tall skrives ved hjelp av disse tegnene. Læreren oppfordrer elevene til å sammenligne kulekalenderen med datoen på kalenderbladet – er det noen likheter? Den tiende i måneden lages på kulekalenderen ved hjelp av én kule som plasseres på tierpinnen og ingen kuler på enerpinnen (kulene på enerpinnen må fjernes). Ofte får elevene også i oppgave å lage nye tall av kulene. Enten ved å se hvilket tall man får om man vrir kulekalenderen 180 grader (14 blir 41 osv.), eller ved å se på hvor mange ulike tall man kan lage av kulene som er på kalenderen den aktuelle dagen. Men det er bare lov å lage tall som også finnes på kalenderen. Egil liker kulekalenderen godt og peker på at den tar for seg posisjonssystemet.

Kulesnor

Kulesnora er en konkret representasjon av tallrekka. Elevene begynner først med en snor som har tjue kuler og tar etter hvert i bruk 100-kulesnora. Kulesnora er gruppert i ti og ti perler i to ulike farger. (Det er nok mer vanlig å ha en femerstrukturert tjue-kulesnor, men her er det kun vært brukt tierstruktur (Dahl & Nohr, 2010)). Som skillemerker bruker de klyper. For å markere for eksempel mengden tolv setter man en klype etter den tolvte kula. Kulesnora blir brukt i en versjon med store kuler av læreren foran klassen mens elevene har en kulesnor med små kuler til individuelt bruk.

Egil synes snora med tjue kuler har vært veldig meningsfull, mens det har vært litt mer tilfeldig hvem som vil bruke hundresnora. Han mener kulesnora er nyttig fordi den bygger opp om en forståelse av tallene som er annerledes enn for eksempel legoklossene.

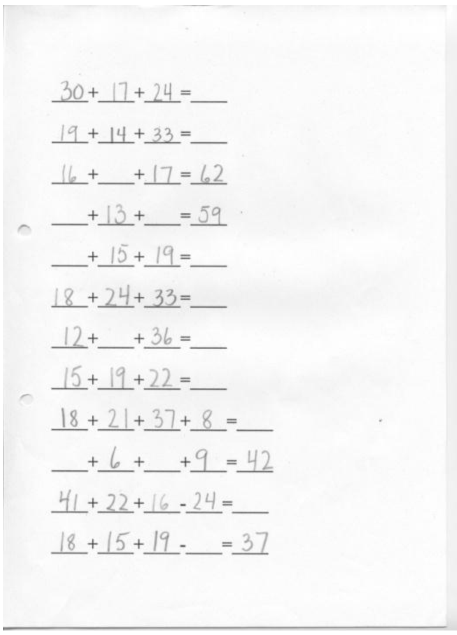
Terninger

Læreren bruker terninger i forskjellige varianter i undervisningen. Særlig terningene med store tall er populære hos mange elever. Terningene blir for eksempel brukt i forbindelse med spillaktiviteter og som en måte elevene kan fylle inn tall og lage egne oppgaver på.

Egil: ” Terninger synes jeg jo har vært kjempefine, disse én til seks-terningene og sånt, for det har noe med å både håndtere mengde og tallsymboler på en gang. Og jeg tror det skaper en viss sammenheng mellom symboler og mengde, selv om de der symbolene på.. de er jo på en måte automatisert. Jeg vet ikke om det er dumt eller ikke er dumt” (intervjuet 15.10.07).

5.1.3 Oppgavearkene som blir brukt

I den tiden elevene jobber individuelt bruker de oppgaveark de får fra læreren.



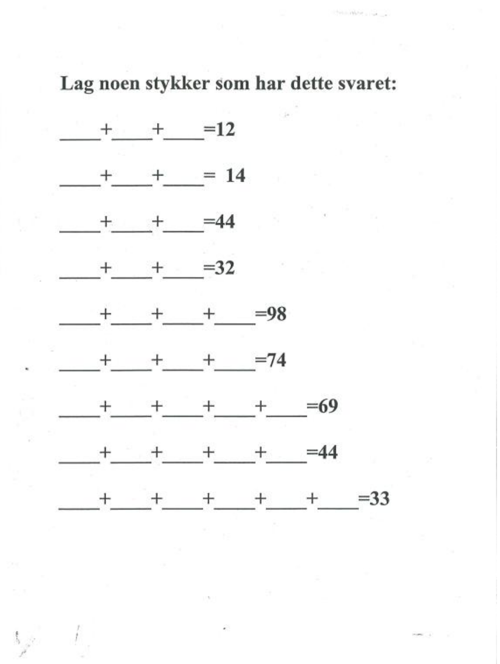
På oppgavearket til venstre (oppgaveark 1 fra 31.08.07) skal elevene fylle inn tall i de åpne boksene, og de er oppfordret til å bruke kulesnora som hjelpemiddel. De to første oppgavene er eksempler på typiske summeringsoppgaver hvor man summerer de gitte tallene på venstre side av likhetstegnet og setter svaret på høyre side. Oppgave nummer tre er et eksempel på en "åpen-boks"-oppgave hvor eleven må bruke en annen strategi enn kun å summere tallene på venstre side. Han må finne ut hvilket tall som mangler for at likhetstegnet skal være gyldig. I teorien er dette omtalt som en fraværende addend-oppgave, og et eksempel på at man implisitt bruker aksiomet med den additive invers om man løser oppgaven ved hjelp av subtraksjon. I oppgave fire får eleven en ny utfordring. Det er to åpne bokser på venstre side – noe som gir flere løsningsmuligheter. Oppgave fem er igjen annerledes enn de foregående ved at det er åpne bokser på begge sider av likhetstegnet. Dette åpner friheten for løsningsmuligheter ytterligere.

De to siste oppgavene har også et negativt ledd. Jeg lurte på om det var en grunn til at det negative leddet var plassert lengst til høyre (på venstre side av likhetstegnet). Egil svarer (i intervjuet fra 15.10.07) at dette nok er fordi det samme arket også har blitt brukt til oppgaver der elevene selv skal lage oppgavene ved å kaste terninger. Siden elevene ikke har "oppdaget" de negative tallene enda tror han det ble gjort slik for at elevene skulle bygge seg opp en liten sum før de må trekke fra et tall. Men han har ikke egentlig noe spesiell grunn for eller svar på dette fenomenet.

Typisk for dette oppgavearket er at eleven stadig må revurdere valg av løsningsstrategi og kulesnora vil være et egnet hjelpemiddel i løsningsprosessen.

Jeg har spurt Egil (i intervjuet fra 31.08.07) om hva som var tanken bak disse oppgavene. Han forteller at ønsket er at de skal få fram ulike strategier på hvordan de går fram i oppgaver med tomme rom. Han refererer til at eksempler hvor noen begynner med å telle tierne, mens andre begynner med enerne og teller oppover. Han reflekterer over at hvilken strategi de velger også sier noe om ulike nivåer de ligger på.

I et annet oppgaveark (ekstraark 1 fra 24.08.07) er svaret (høyre side av likhetstegnet) gitt og elevene blir bedt om å lage regnestykket på venstre side. Selv om læreren oppfordret elevene til å bruke kulesnora for å løse disse oppgavene var det liten stemning blant elevene for dette. I episoden "Læreren regner i blinde" (kapittel 5.2.3) som er hentet fra samlingen som avslutter matematikkøkta den dagen oppgavearket er gitt, tar læreren tak i dette ved å bruke kulesnora på en måte som overrasker. Han ønsker at dette skal motivere elevene til mer bruk av kulesnora.


Lag noen stykker som har dette svaret:

___+___+___=12

___+___+___= 14

___+___+___=44

___+___+___=32

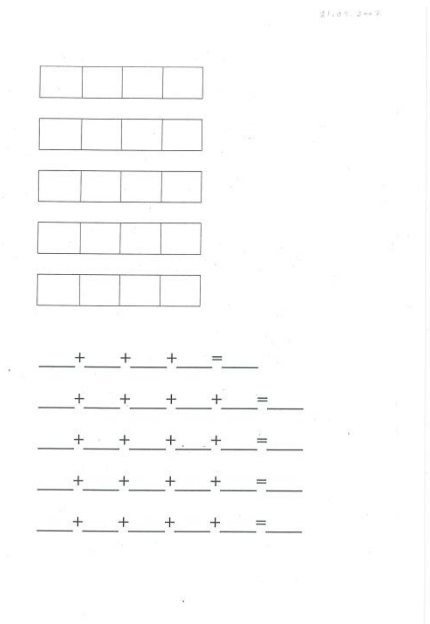
___+___+___+___=98

___+___+___+___=74

___+___+___+___+___=69

___+___+___+___+___=44

___+___+___+___+___+___=33


___+___+___+___=___

___+___+___+___+___=___

___+___+___+___+___=___

___+___+___+___+___=___

___+___+___+___+___=___

En annen type oppgaveark har rutenett til bruk i terningspillet (se episoden i kapittel 5.2.5) i øverste del. I nedre del er det oppgaver hvor elevene skal bruke terninger for å lage sine egne regnestykker. De elevene jeg observerte brukte terningene til å finne tall til leddene på venstre side av likhetstegnet. Etterpå summerte de tallene ved hjelp av ulike strategier. Jeg observerte blant annet bruk av kulesnor, telle på fingrene, regne i hodet, notere ned noen hjelpetall underveis og kombinasjoner av dette. Svaret ble skrevet til høyre for likhetstegnet.

5.1.4 Litt mer om lærerens bakgrunn

Når Egil forteller om undervisningen sin bruker han ofte begreper fra gestaltpsykologien. Jeg spurte ham (intervju 15.10.07) derfor om hvordan bakgrunnen fra gestaltpsykologi har påvirket ham som lærer. Av svaret kommer det fram at det ikke er mer enn cirka ti år siden han gjennomførte selve gestaltutdannelsen. Da hadde han fra før av blitt kjent med gestalttenkningen gjennom litteratur og deltakelse i noen mindre kurs. Tenkningen og teorien innenfor gestalt appellerte til ham og han valgte derfor å ta gestaltterapeututdannelsen, underveis fant han ut at han ikke skulle bli terapeut men ville fortsette som lærer. Egil oppsummerer:

> […] jeg har jo av og til lurt på.. jeg har litt sånn høna og egget.. jeg har jo av og til lurt på valgte jeg gestalt fordi jeg er sånn? Ja, eller jeg tror ikke jeg har blitt sånn fordi jeg valgte gestalt, men altså jeg tror liksom det å på en side ikke være så.. Jeg sa jo jeg hadde biologi, jeg likte jo når jeg hadde ungdomsskoleelever oppi [uforståelig] det de husker er jo at vi lå og krøp oppi heia og fant frosker og mus og padder og undersøkte alt mulig rart. Så jeg tror nok den legningen er jo veldig sterk, mens på en måte å ta den utdannelsen har jo på en måte skapt en dypere forståelse for det som driver meg, hva er det som gjør at jeg er sånn, hva er det som får meg til å tenke sånn og sånn og sånt… Og så har jo på en måte dette KUL-prosjektet.., altså nå skjønner jeg jo mye mer matematikk, nå skjønner jeg hvorfor jeg gjør sånn, og jeg har til en viss grad tro på at det er riktig og litt viktig, ja. Så jeg synes jo det er spennende.

Jeg har også spurt Egil om hva han forbinder med algebra (intervju 15.10.07). Han sier at det først og fremst er det bokstaver han forbinder med algebra. Han har etter hvert sett at algebra er mye mer enn bokstaver. Han har møtt temaet pre-algebra gjennom KUL-prosjektet og følte at de gjorde noe som var veldig vellykket i den sammenhengen. Han opplever at den åpne boksen og de åpne oppgavene er litt algebrapregede. Men at han generelt tenker mer på å skape en dypere forståelse av tallenes ulike representasjoner. Samtidig er han veldig usikker på dette med algebra.

5.2 Utvalgte episoder fra klasserommet

Nedenfor følger syv episoder fra klasserommet.

5.2.1 Hvor mange er vi i dag?

Denne episoden er hentet fra morgenstunden den 24. august. Den viser en liten aktivitet som ofte er noe av det første som foregår i lyttekroken om morgenen.

Nr.	Tid	Person	Utsagn	Kommentarer
1	0:00	Lærer	I den andre klassen er det så mange vekke i dag jeg lurer på hvor mange vi er?	Elevene sitter i lyttekroken.
2		Elever	(*Klassen er helt stille. Én elev vifter med handa.*)	Eleven som vifter med handa teller elevene som er tilstede.
3		Lærer	Hvor mange er vi i dag?	
4		Elever	(*Elevene kikker seg rundt og teller hver for seg med hviskestemme. Flere hender kommer opp.*)	
5		Lærer	(*Reiser seg, ser seg rundt, går ut av elevringen og bort til noen hyller hvor han kikker litt rundt.*) Jaa. (*Går tilbake i ringen*) Hva kom du fram tee:: (*setter seg ned på stolen sin i lyttekroken*) Liv?	Læreren leter etter noe, men det ser ikke ut som han fant det.
6	0:50	Liv	Tjueen	
7		Lærer	Du kom til tjueen. (2) Ida?	
8		Ida	Tjueen.	
9		Lærer	Ole?	
10		Ole	Tjueen.	
11		Lærer	Du kom også til tjueen. Ann?	
12		Ann	Tjueen.	
13		Lærer	Pia?	
14		Pia	Tjueen.	
15		Lærer	Jaa. Hvor mange er det som er vekke i dag Eli?	
16		Eli	Eeh. To.	Eleven er litt nølende.
17		Lærer	Hehe. Hvor mange tror du er vekke (2) hvor mange tror du er vekke Alf?	
18		Alf?	Ingen.	
19	1:18	Lærer	Ingen her er jo vekke. I den andre klassen var det fire vekke. (1) Da er vi alle da. (1) Okei.	

Læreren bruker elevene selv som konkreter i arbeidet med tall. Alle elevene får god tid og anledning til å telle (2,4) før læreren ber om svar fra flere av dem (5,7,9,11,13). De fem som får svare er enige om antallet som er tilstede (6,8,10,12,14). Vi ser også at læren spør om hvor mange som ikke er tilstede (15). En elev mener at det er to som ikke er tilstede(16). Læreren verken bekrefter eller avkrefter dette og spør videre (17). Det viser seg at de er fulltallige(18,19).

Oppsummering

Dette er en kort episode – ikke lenger enn halvannet minutt. Allikevel har alle elevene mulighet til å trene på telling, og flere får svare høyt. Når læreren også spør om hvor mange som ikke er tilstede kan elevene bruke flere strategier. For eksempel kan det hende de ser at *Linda* og *Geir* ikke er der i dag, for så å telle at det blir *to*. Men det kan også hende at de husker antallet for fulltallig klasse og kan se på differansen i forhold til hvor mange som er tilstede.

5.2.2 Dagens tall – posisjonssystemet med kulekalender

Dagens tall er en aktivitet elevene har kjent siden første klasse, og det er en av de faste aktivitetene i morgenstunden. I denne episoden som også er hentet fra morgenstunden den 24. august, vil vi se at elevene bruker kalenderbladet, kalenderen og kulekalenderen for å jobbe med tallforståelse og posisjonssystemet.

Episoden deler seg naturlig inn i tre deler: Introduksjon til dagens tall, lek med dagens tall og lek med kulekalenderen.

Nedenfor presenterer jeg hele episoden i tre deler med til sammen syv utsnitt.

Del I - Introduksjon

Nr.	Tid	Person	Utsagn	Kommentarer
1	0:00	Lærer	Okei. Vi må se om vi kan finne ut hvilken dag det er i dag.	Klassen sitter i lyttekroken. Pål er ordenselev i dag.
2		Pål	Fredag.	
3		Lærer	Hm?	
4		Pål	Fredag.	
5		Lærer	Okei. (…)	Læreren kommuniserer uhørlig med en annen elev for å få tak i kalenderbladet.
6		Elev	(…) (*gir læreren kalenderbladet*)	
7		Lærer	Det er en fredag, hvilket tall er det dagen har?	
8		Pål	(*kikker på kalenderen hvor kalenderbladene blir hengt opp*) Tjuefjerde?	
9		Lærer	Tjuefjerde okei. Kan du si noe om.. Kan dere tenke påå.. Hva kan vi si om [tallet] tjuefire? (*rekker ut en hånd mot Pål*)	Pål begynner å si noe, men blir stoppet av hånda til læreren.
11		Pål	[(…)]	
12		Lærer	Ei hand i været. Hva kan vi si om tallet tjuefire? (*gir kalenderbladet videre til Pål*) [Tenk og opp med en hånd. Hva kan vi si om tallet tjuefire? (3) Hva kan vi si om tallet tjuefire? Alle skal kunne si noe (.) om tallet tjuefire.]	
13		Pål	[(*limer opp kalenderbladet for 24. august på kalenderen*)]	

Utgangspunktet i aktiviteten er at ordenseleven finner dagens tall, får dagens kalenderblad og limer det opp på riktig plass på en kalender som henger på tavla. Læreren inkluderer så hele klassen i en oppgave: De skal kunne si noe om dette tallet. Han gjentar oppgaven flere ganger. Pål, som er ordenselev, ser ut til å ville svare med en gang, men blir stoppet av læreren for at alle skal få tid til å tenke hver for seg først.

Del to begynner med at de aller fleste elevene har fått hånda i været og læreren vil nå ta imot svar fra elevene.

Del II – Lek med dagens tall (eller tallforståelse)

14		Elever	(*rekker opp handa*)	Mange av elevene har handa oppe nå.
15		Lærer	Eva?	
16		Eva	At det er et partall.	
17		Lærer	Okei. Ann?	
18		Ann	At det er høyere enn to.	
19		Lærer	At det er høyere enn to, ja vel. (1) Ida?	
20		Ida	(…)	
21		Lærer	Hva sa du?	
22		Ida	Det er høyere enn tjue.	
23		Lærer	Okei.	
24		Pål	Han virker ikke. (*vrir på limtuben*)	
25		Lærer	Okei (…)	
26		Pål	Jammen.	
27		Lærer	Da har du bare skrudd han for langt. (*dytter limtuben inn i stativblokka og gir den tilbake til Pål*) Ane?	
28		Ane	Tolv pluss tolv er tjuefire.	
29		Lærer	Okei. Ja? (*peker på en elev*)	

Fire forskjellige elever kommer med fire forskjellige svar, og alle er like riktige. Tallet 24 kan altså brukes i flere ulike sammenhenger. Videre er det noen av guttene som blir ekstra engasjerte.

Tall som engasjerer

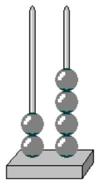
30		Elev	At(.)te. (.) Tjuefire er mindre enn ti millioner.	
31		Lærer	Tjuefire er mindre enn ti millioner, ja vel. Nå har vi litt større enn, vi har litt mindre enn, vi har litt atte det er pluss åeeh å litt sånt. Leo?	
32		Leo	Mm at tjuefire er mindre enn tretusenmillionerogfemtinimillioner.	
33		Lærer	Ahh okei. Kim?	Læreren sukker og virker litt oppgitt.
34		Kim	Tjuefire er mindre enn tohundreogsøttifemtusen millioner	
35		Lærer	Tohundreogsøttifemtusenmillioner. Kan du skrive det tror du?	
36		Kim	Nnei.	

Særlig guttene i denne klassen har fått øynene opp for *store tall*. Jeg har ved flere anledninger i observasjonsperioden sett at de lyser opp og viser stor glede når de får anledning til å jobbe med disse store tallene.

I dette tilfellet kan det se ut til at læreren ved å spørre om eleven kan *skrive* tallet også stopper andre elever som eventuelt skulle ha lyst til å komme med store tall. For selv om elevene blir engasjert av store tall er de nok ikke så flinke på å kunne skrive disse tallene enda.

Det neste utsnittet viser avslutningen på ”lek med dagens tall” samtidig som det foregår en introduksjon til del III. I denne introduksjonen vil vi se at dagens tall blir overført til et annet konkret, nemlig *kulekalenderen*.

Posisjonssystemet er en kulekalender

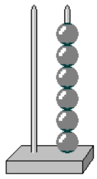
37		Lærer	Nei. Okei. Eeh har du fikset kulekalenderen? (*gir en skål med kuler til Pål*)	
38		Pål	(*tar imot kuleskålen og vender seg mot kulekalenderen*)	
39		Dag	(Meg)	Dag prøver å få oppmerksomhet.
40		Lærer	Ja, okei Dag.	
41		Dag	Ehm, at tjuefire er større en tjuetre.	
42		Lærer	Ja. Bra. (*ser bort på Pål*) Ja?	
43		Pål	(*er akkurat ferdig med kulekalenderen og gir skålen tilbake til læreren*) Jeg (har en). (*rekker handa i været*)	 Pål har laget tallet 24 på kulekalenderen.
44		Lærer	Ja?	
45		Pål	Tjuefem minus en er tjuefire.	

Det er ordenseleven som oppdaterer kulekalenderen, og det er han som i dette tilfellet også avslutter leken med dagens tall.

Kulekalenderen har to pinner som man kan tre kuler på: Én for enerkuler og én for tierkuler. Videre skal vi se at vi kan leke med dette også.

Del III – Lek med posisjonssystemet

46		Lærer	Tjuefem minus en er tjuefire ja. Hvis vi nå ser på kulekalenderen, kan du flytte hodet ditt litte granne (.) eeh du trenger ikke flytte deg sånn, du kan egentlig sette neei, greit det. Da spør jeg da. Hvilke tall på kulekalenderen kan vi lage medææ de kulene som er på kulekalenderen nå? (1) Hvilket tall..	
47		Elev	(…)	Eleven ser ikke kulekalenderen.
48		Lærer	Nei. Lurer på om du skal.. Pål, lurer på om du skal rett og slett sette deg på plassen din nå foreløpig, kan du gjøre det, så kan du komme tilbake igjen, hva? Vi kan gjøre sånn ja.	
49		Elever	(*litt småsnakk*)	
50		Lærer	Hvilke tall på kulekalenderen kan vi lage.. hvilke tall på kalenderen kan vi lage av med	Kalenderen går fra 1 til 31.

			kulekalenderen som han er nå? (3) Se på han. (5) Per?	
51		Per	Seks.	
52		Lærer	Du kan lage seks. Okei. (1) Hvordan vil du gjøre det?	
53		Per	(*går fram til kulekalenderen*) (…)	
54		Lærer	Hm?	
55		Per	(Skal jeg gjøre det på den?)	
56		Lærer	Du kan godt gjøre det.	
57		Per	(*flytter de to tierkulene over på enerpinnen på kulekalenderen*)	

I utsagn 46 gir læreren elevene en oppgave: ”Hvilke tall på kulekalenderen kan vi lage medææ de kulene som er på kulekalenderen nå?” Her ser det ut til at læreren blander kalenderen med kulekalenderen og på den måten blir oppgaven uklar. I utsagn 50 gir han en presisering på hva han spør om: ”Hvilke tall på kalenderen kan vi lage av med kulekalenderen som han er nå?”

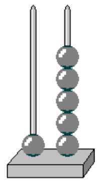
Oppgaven læreren gir elevene er altså å bruke de seks kulene som er på kulekalenderen i dag til å lage andre tall. Samtidig setter han en begrensing: Tallene som skal lages må man kunne finne igjen i månedskalenderen, altså tall fra 1 til 31.

Senere denne høsten observerer jeg timer hvor læreren *ikke* begrenser oppgaven til tallene på kalenderen. Da kunne en elev for eksempel finne på å snu hele kalenderen slik at 18 ble til 81.

I intervjuet fra 15. oktober forteller læreren at de i førsteklasse hadde som kompetansemål (se lokale kompetansemål) at elevene skulle jobbe med tallene opp til tretti og bruke kalenderbladet i forhold til det. I tredjeklasse er kompetansemålet utvidet til at de skal jobbe med tallene opp til hundre. Så når læreren her begrenser oppgaven til kalendertallene er det kanskje noe som henger igjen fra tidligere praksis (i første og andre klasse).

Episoden fortsetter med at læreren oppsummerer hvilke tall elevene har funnet.

58		Lærer	Okei, takk. Da har vi hatt tjuefire og vi har hatt seks. Er det noen andre tall vi kan lage på kulekalenderen? Eeh, (3) som vi finner på kalenderbladet. (*peker bort på kalenderen*) Det var det også. Mia, hadde du et forslag?	
59		Mia	Nnei.	
60		Lærer	Du hadde ikke et forslag. Du hadde bare handa oppe?	
61		Mia	Nei det var bare (…)	
62		Lærer	Ja, okei. Eeh, Ane?	
63		Ane	Femten.	
64		Lærer	Femten, hvordan vil du gjøre det da?	
65		Elev	(*sukker*)	

66		Ane	(*går fram til kulekalenderen og flytter en enerkule over på tierpinnen*) Sånn.	

Representasjonen på kulekalenderen er basert på posisjonssystemet, men begrenset til tosifrede tall. Tallene som elevene har laget til nå er 24, 6 og 15. Dette representerer alle tallene under trettien som kan lages med seks kuler. Læreren lurer allikevel på om elevene kan lage flere tall på kulekalenderen.

67		Lærer	Okei. Er det fler? (4) Er det fler? Du har et forslag, har du ikke det?	Ola er den eneste i klassen som har hånda oppe.
68		Ola	Ja.	
69		Lærer	Hva da?	
70		Ola	Ee::: trettitre.	
71		Lærer	Jaah.	Et tenkende ”ja”.
72		Ola	(…)	Ola snakker litt lavt.
73		Lærer	Tror ikke det går. Tror ikke det er noen av de tallene der. Okei, fler? Ane, kan du sette han tilbake til tjuefire da?	Læreren referer til tallene på kalenderen (1-31).
74		Ane	Ja. (*reiser seg og går fram til kulekalenderen og flytter en enerkule over på tierpinnen*) Sånn.	
75	4:49	Lærer	Ja vel, vi får vi får gjøre litt av det som vi holdt på med i går da skal vi se.	

Ola foreslår tallet 33 og læreren forklarer at 33 ikke er blant kalendertallene. Kanskje har Olas forslag sammenheng med uklarheten fra utsagn 46? Læreren har gjentatt spørsmålet (uten uklarheter) to ganger i ettertid og det ser ut til at de andre elevene har fått dette med seg.

Jeg stusser litt på at læreren ser ut til å ville ha flere forslag når alle tallene allerede er foreslått. Kan det være en bevisst handling fra hans side å spørre om flere svar, for at elevene skal kunne oppdage det motsatte? Læreren avslutter leken i utsagn 73.

Utsagn 71 virker noe rotete. Læreren sier at tallet 33 ikke kan brukes og han spør etter flere svar før han rett etterpå avslutter denne leken med kulekalenderen.

Oppsummering

Dagens tall forandrer seg fra dag til dag. Dette er ikke et tall læreren finner på, men det er konkret og har rot i virkeligheten.

Dagens tall blir først utgangspunktet for en lek der elevenes forståelse for tall, regneoperasjoner og relasjoner kan tre fram og gir rom for nye oppdagelser hos elevene. Elevene trekker fram pluss, minus, mindre enn, større enn og likhet når de skal si noe om dagens tall.

Videre blir tallet representert ved hjelp av kuler på kulekalenderen. Dette gir rom for en ny lek hvor elevene blir introdusert for posisjonssystemet. De får trening i å håndtere dette og de kan bygge opp forståelse rundt titallsystemet.

5.2.3 Læreren regner i blinde

Episoden jeg presenterer her er hentet fra avslutningen av en dobbel undervisningstime den 24. august.

Mot slutten av matematikktimen samles elevene til en felles avslutning i lyttekroken. Tidligere i timen har elevene jobbet med oppgaveark hvor de skal fylle ut åpne bokser i addisjonsstykker (se vedlegg 5). Når læreren samler elevene velger han å fokusere på en type oppgaver han omtaler som ”ganske lure og ganske lette på samme tid”. Han lager så et nytt regnestykke av samme art: ”Et tall pluss et tall pluss et tall pluss et tall pluss et tall blir førtiåtte”. Han begynner med å spørre om hvordan elevene har tenkt når de har løst denne typen oppgaver. Eleven som kommer fram først har ikke brukt kulesnora og kan ikke forklare hvordan han har tenkt. En annen elev (Jan) har veldig lyst til å vise hvordan man kan gjøre oppgaven på kulesnora og får komme fram og vise det. Slik ser kulesnora ut når han er ferdig:

Fortsettelsen presenterer jeg i sin helhet nedenfor, inndelt i åtte utsnitt.

Motivasjon

Da læreren tok fram kulesnora tidligere i timen var det mange elever som virket negative. På tross av en oppfordring om å bruke kulesnora til å løse oppgavene lar mange også være å bruke den. Læreren har en mistanke om at elevene ikke egentlig *bruker* kulesnora til å løse oppgavene.

Nr.	Tid	Person	Utsagn	Kommentarer
Utgangspunktetfor denne episoden er en oppgave med fem åpne bokser, hvor man kun vet at summen er 48.				Følgende er skrevet på stativblokka: _ + _ + _ + _ + _ = 48
1	0:00	Lærer	Vet dere hva jeg tror. (.) Jeg tror dere tenker det ut i hodet dere før dere bruker kulesnora. (1) Gjør dere det? (5) Hm? Nei, jeg vet ikke. Det er ikke sikkert. Ska ska ska vi ha en strek til her. Ææ, jo jeg skal skrive opp det som vi har på kulesnora nå da. (1) Jan hadde denne.	Elevene sitter i lyttekroken. Læreren tegner en strek som begynnelse på neste oppgave, men avbryter og skriver inn i forrige oppgave: 10 + 10 + 10 + 10 + 8 = 48
2		Elev1	Det var min å.	
3		Lærer	Ja, [det var din også] ja.	
4		Elev2	[det var min å]	

Flere elever signaliserer at de ville løst oppgaven på samme måte.

I neste utsnitt får elevene en overraskelse.

5		Lærer	Ja. (2) Ææ okei. Skal dere [se skal dere se når jeg gjør det i blinde?]	
6		Jan	[(…………………… ……………….)]	Jan sier noe samtidig som læreren.
7		Elev3	Hm?	
8		Lærer	Skal dere se når jeg gjør det i blinde?	
9		Elever	Ja.	To eller tre elever.
10		Lærer	Når jeg regner i blinde?	
11		Elever	Hm? Ja.	
12		Lærer	Hæ?	
13		Elever	Ja. Jaa::.	
14		Jan	(…)	
15		Lærer	Okei okei. Ja ikke nå Jan. Nå tar jeg.. ta også dra kulesnora litt lenger fram. Hm. (*flytter på kulesnora*)	
16		Elev	Du kommer ikke til å greie det.	
17		Lærer	Hm?	
18		Elev	Du kommer ikke til å greie [det.]	
19		Lærer	[Nei.] [Nå skal vi se.]	
20		Elev	[(…)]	

Elevene blir nok litt overrasket når læreren påstår at han kan regne i blinde. Men om man kan regne i blinde på kulesnora så er den kanskje litt spennende allikevel? Elevene tror ikke at det er mulig. Og nå er de i alle fall motivert til å følge med.

Læreren regner i blinde

Nedenfor demonstrerer læreren hva han mener med å regne i blinde på kulesnora.

21		Lærer	(*fjerner klypene fra kulesnora med unntak av den som står på svartallet 48*) Øøæh. Det eneste jeg vet det er at svaret skal være førtiåtte, ikke sant?	
22		Elev	Hæ?	
23		Lærer	Hø. Også blunder jeg, eller jeg har telt opp førtiåtte, det må jeg gjøre. Jeg kunne jo telle opp en to tre fire.. Nina, bare kom inn. Nåja høhøhø. Eeh jeg kunne jo ha telt jeg har telt opp førtiåtte det kunne jeg har gjort i blinde. Nå skal jeg lage regnestykke i blinde, okei? (2) Øøh åssen skal jeg være sikker på at jeeg ikke ser? (2) Skal jeg bare blunde og kikke opp?	Nabolæreren kommer inn i klasserommet, henter noe og går ut igjen.
24		Elev	Nei, du tar et tørkle foran.	
25		Lærer	Jeg kan jeg kan, sånn.[(1) Er]=	
26		Elev	[Jammen..]	
27		Lærer	=er dere enige i at jeg blunder nå ikke sant? (*Ser oppover og lukker øynene*)	

28		Elever	Jaa.	
29		Lærer	Også gjør jeg bare sånn:: (*setter fast en klype på kulesnora*) okei også gjør jeg sånn:: (*setter fast klype nummer to*) okei, også gjør jeg sånn:: (*setter fast klype nummer tre*) okei, jeg blunder hele tiden også gjør jeg sånn:: (*setter fast klype nummer fire*) okei. Ja, tror dere det er riktig?	
30		Elever	Neei.	Alle elevene sier nei i kor.

Elevene er kanskje ikke klar over at tallet som allerede står i oppgaven også skal være representert på kulesnora? Allikevel er de samstemte om at læreren ikke kan ha regnet riktig.

Delte meninger

Videre skal vi se at noen elever forandrer mening.

31		Lærer	Nei?	
32		Elev1	Joo.	
33		Elev2	Nei.	
34		Elev3	Joh.	
35		Elever	(*det hviskes litt nei og jo blant elevene*)	
36		Lærer	Er det sånn at det tallet puss det tallet pluss det tallet pluss det tallet pluss det tallet er førtiåtte?	Læreren peker på en og en klesklype på kulesnora.
37		Elev4	Jaa.	
38		Elever	(*hvisker*)	
39		Lærer	Hæ?	
40		Elev5	Mm.	
41		Elev6	Ja.	
42		Lærer	Tror dere det?	
43		Jan	[Jeg vet] en. (*rekker opp handa*)	
44		Elev7	[Mm.]	
45		Jan	[St..]	
46		Dag	[Men] den sto jo der bare fra før.	Eleven referer til klypen som representerer summen.

Læreren stiller spørsmålstegn ved elevenes samstemte nei (30). Vi ser at elevene blir litt mer usikre og flere elever skifter mening. Det synes som om Dag mener at det hele blir litt for enkelt når det han oppfatter som svaret allerede står der i fra før (46).

Nye oppdagelser

Nedenfor regner læreren i blinde en gang til og finner en ny løsning.

47		Lærer	Ja selvfølgelig. Skal jeg regne i blunde en gang til? Kom og se. (*tar vekk klyper fra kulesnora*)	Læreren tar vekk alle klypene med unntak av den som

				representerer summen.
48		Elev8	Men da må du ta vekk den [siste også.]	
49		Elev9	[(…)]	
50		Elev10	[Ja.]	
51		Lærer	Nei, den er jo førtiåtte den. Den er jo der ikke sant? For det visste vi jo det er jo det vi vet i stykket. (*peker på oppgaven som står på stativblokka*) Men det er det å finne de tallene i mellom. Det er de jeg kan finne i blunde.	
52		Elev11	Men? [Men da må du kikke sånn.]	
53		Lærer	[Nå skal jeg gjøre det i blunde en gang til.] Se her. (*setter klypene på tilfeldige steder på kulesnora og åpner øynene*)	
54		Elev12	Det blir førtiåtte. (med lav stemme)	
55		Jan	Egil.	Eleven prøver å få lærens oppmerksomhet.
56		Lærer	[Ble det au førtiåtte?]	
57		Jan	[Jeg kan jeg kan] jeg kan..	
58		Elever	[Jaa.] (*litt nølende*)	

Flere elever synes det er rart at "svaret" skal være avmerket på forhånd. I utsagn 51 presiserer læreren at de allerede vet summen og at det er tallene på venstre side av likhetstegnet de skal finne. Læreren i blinde for andre gang i utsagn 53.

Vi ser at dette er en oppgave med fem åpne bokser og stor grad av flertydighet. Ved kun å presisere oppgaven for så å regne i blinde en gang til gir læreren elevene muligheten til selv å oppdage at det finnes mange ulike løsninger på denne typen oppgaver. Og ikke minst at det er enkelt å finne løsninger når man bruker kulesnora.

I neste utsnitt får vi se at elevene har fått tid til å tenke.

59		Lærer	Ble det riktig?	
60		Elever	Hjaaa.	
61		Jan	[(…)]	
62		Dag	Det blir det jo uansett for atte=	
63		Lærer	Hæ?	
64		Dag	=for svaret står der jo. (*mye bråk i bakgrunnen*)	En annen klasse lager bråk utenfor.
65		Lærer	Jeg hører ikke hva du sier.	
66		Dag	[Svaret blir det uansett.]	
67		Lærer	[Kan du lukke døra det er så mye bråk. Hæ?]	
68		Alf	Førtiåtte. Han sa at svaret uansett blir førtiåtte [(…)]	
69		Dag	[For selv om] du hadde tatt han (…) så står jo ennå bare svaret der. Og da blir det førtiåtte, for det (*klapper sammen hendene*) er i mellom. (Ser du nå?)	

Dag mener at det ikke spiller noen rolle hvor man setter klypene når svaret allerede står der.

Begrensninger

70		Lærer	Så. Okei.	
71		Elev	Det blir [førti..]	
72		Lærer	[Hvis] jeg hadde gjort det i blunde en gang til tror du jeg hadde fått førtiåtte da au?	
73		Elever	Jaa.	
74		Alf	Nei, ikke hvis du hadde gått over.	
75		Lærer	Hva er det jeg ikke måtte gjøre?	
76		Alf	Gå over, for da hadde du fått mye mer. [(…)]	
77		Lærer	[Okei.]	
78		Elever	(*noen hvisker*)	

For å regne i blinde må man holde seg innenfor visse begrensninger på kulesnora. Om man kun skal addere for å få svaret må man sette klypene på rett side av klesklypa som representerer svartallet. Alf påpeker dette i utsagn 74 og 76.

Å lese en løsning fra kulesnora

Nedenfor skal vi se at læreren skriver regnestykket han har laget på kulesnora, opp på stativblokka. I utsagn 79 er det denne kulesnora vi ser på:

79		Lærer	Så dette hvis jeg hvis jeg skulle ha skrevet dette stykket her da så hadde det blitt fire pluss to pluss [fem] pluss der er ni [og] der er åtte det er søtten pluss søtten pluss der er faktisk, hvor mye er det? (*peker på kulene som er i mellom de to siste klypene*)	Læreren peker på kulesnora og finner tallene mellom klypene som skal legges sammen: 4+2+5+17+… Han stopper opp etter å ha funnet de fire første tallene og spør elevene om antallet kuler som er imellom de to siste klypene.
80		Elev1	[fem] [ni]	Eleven snakker lavt for seg selv samtidig som læreren snakker.
81		Elev2	Tjueto.	
82		Dag	Tjue.. (*mumler*)	
83		Alf	Nei, tjue.	
84		Dag	Tju.. (*mumler*)	

85		Elever	Tjue.	Flere elever som sier tjue lavt for seg selv.
86		Lærer	Så så flink er jeg til å regne i hue nei jeg mener i blinde.	
87		Elever	(…) (*elever som snakker til hverandre*)	
88	4:18	Lærer	Da kan dere ta friminutt.	

Før de avslutter vil læreren gi elevene sjansen til å se at det er 20 kuler mellom de to siste klypene uten at de må telle hver kule.

Oppsummering

Læreren starter med en oppgave av samme type som elevene har jobbet med tidligere i timen. Han ønsker nå å fokusere på hvordan de bruker kulesnora. Men så ser det ut til at det er veldig få elever som egentlig *bruker* kulesnora til disse oppgavene. De tror kanskje at det er enklere å tenke det ut i hodet og er godt fornøyd med å fylle inn tiertall og en ener-rest i de åpne boksene?

Elevene har jobbet med kulesnora i to år og engasjementet på dette området er ikke like stort lenger. Læreren klarer allikevel å motivere elevene til å følge med ved å gjøre noe uventet på kulesnora. Han får på den måten fram en diskusjon hvor elevene også får mulighet til å endre standpunktet sitt.

Elevene ble overrasket og hadde nok i utgangspunktet en litt annen oppfatning enn læreren av hva det vil si ”å regne i blinde”. Og det går litt tid før de skjønner spillets regler. Men det i seg selv er kanskje en del av poenget her?

Det er også et poeng at oppgaven har mange ulike løsninger. Det blir ikke sagt høyt av verken lærer eller elever. Elevene har allikevel gode muligheter for å oppdage denne flertydigheten gjennom den praksisen som blir vist på kulesnora.

Oppgaver hvor man skal finne tallene på *venstre* side av likhetstegnet gir en større variasjon i oppgavetyper. Elevene blir også gjort oppmerksomme på at ”svaret” ikke alltid står på høyre side av likhetstegnet.

I denne episoden ser vi at elevene får tid og mulighet til å tenke seg om. De får muligheten til å oppdage noe de ikke har lagt merke til tidligere. Enkelte ser også begrensningene i oppgaven.

Til slutt leser læreren av den siste løsningen på kulesnora for å skrive regnestykket de har funnet opp på tavla. Underveis i opptellingen ser læreren en ny mulighet for å la elevene oppdage noe – og gir dem den sjansen. Dette fungerer som en visualisering av oppgaven og en avslutning på aktiviteten.

5.2.4 Algebra med kulesnor

Dette er en episode på tre minutter fra slutten av en dobbel undervisningstime den 7. september.

Elevene har jobbet individuelt med oppgaveark hvor de bruker terninger for å lage oppgavene selv. De ble også oppfordret til å bruke kulesnor som hjelp til å løse oppgavene. Det er mange elever som velger å ikke bruke kulesnor. Når læreren samler elevene til en felles avslutningsøkt i lyttekroken ønsker han å vise at det går fort å løse oppgaver på kulesnora hvis man har en god strategi.

I denne episoden får vi et innblikk i hvordan en regneoperasjon med addisjon kan utføres og hvordan man kan utnytte posisjonssystemet med kulesnora.

Nedenfor presenterer jeg syv utsnitt fra episoden. Først skal vi se hvordan læreren vekker elevenes interesse.

Motivasjon

Nr.	Tid	Person	Utsagn	Kommentarer
1	0:00	Lærer	Eee. Skal vi bare ha en liten konkurranse. Hvem er det som har lyst til å konkurrere her?	Elevene sitter i lyttekroken.
2		Elev 1	Ææ::.	
3		Elev 2	Æ.	
4		Elever	Æ, æ, æ (*flere elever rekker handa i været*)	Flere elever uttrykker at de vil konkurrere.
5		Lærer	Æ æ må ha eeh.. Dag kan du hente (1) tre klesklyper til meg? Så, er det ikke det oppi den der den korva med med (.) med kulesnor [der?]	Dag reiser seg og går for å hente klesklyper.
6		Elev	[Hva] skal vi konkurrere om?	
7		Lærer	Hm?	
8		Elev	Hva skal vi konkurrere om?	
9		Lærer	[Skal vi se.]	
10		Elev 1	[(*host host*)]	
11		Elev 2	Hæ?	
12		Lærer	Skal vi se. Æ skal ta tida.	
13		Elev	Åjaa.	
14		Elever	(*litt småprat*)	
15		Dag	(*kommer tilbake med klesklypene*)	
16		Lærer	Hvem har lyst? Jeg sier ikke hva konkurransen går ut på.	
17		Elev	Det er den derre kulesnora..	En stor utgave av kulesnora ligger framme på golvet.

Kulesnora har vært i bruk lenge og en del elever har i min observasjonsperiode gitt uttrykk for at de er litt lei kulesnora. De synes kanskje at de er for store til å bruke den nå? Men disse elevene er alltid klare for en konkurranse, og som vi ser over så vet læreren å benytte seg av det.

Forberedelser

Episoden fortsetter slik:

18		Elever	(*litt småprat og flere elever som rekker opp handa*)	
19		Lærer	Hvem:::ææ::	
20		Elev	(…)	
21		Lærer	Okei.	
22		Elev	Kan æ sette meg på golvet å se?	
23		Lærer	Skal vi se (2). Hmm::::: (*reiser seg og går over gulvet*) Alf, du har lyst?	Læreren går over gulvet for å hente terninger mens han plukker ut elevene som skal delta.
24		Alf	Mmm.	
25		Lærer	Har du det?	
26		Alf	Jaa.	
27		Lærer	Og Dag har lyst.	
28		Dag	Yes!	
29		Lærer	Greit. Dere to skal få lov til å (slåss sammen).	Læreren setter seg ned på stolen foran elevene igjen.
30		Elev	Umm.	En elev er lei for at han ikke blir plukket ut.
31		Dag	Jah! (*reiser seg opp og klapper med hendene*)	
32		Lærer	Jeg bare.. Du skal sitte. Du kan sitte, sitte der.	
33		Dag	Nåå. (*Går tilbake og setter seg.*)	

Det tar litt tid å komme i gang. Elevene som skal delta må plukkes ut, materialene som skal brukes må komme på plass og andre elever må flytte litt på seg for å se bedre. Nedenfor gjør læreren et forsøk på å komme i gang med aktiviteten.

34	1:06	Lærer	Det jeg skal gjøre nå er at jeg skal kaste tre terninger foran deg. (1) Og du skal legge de sammen på kulesnora. (2) De tallene du får. (1) Skjønner?	
35		Alf	Okei.	

Den ene eleven som er plukket ut får i utsagn 34 en forklaring på hva som skal skje. Men før de kommer i gang blir de avbrutt av en eleven som setter seg innenfor ringen av elever. Videre følger litt omorganisering av elevene slik at alle får se. Så begynner vi igjen:

46	1:36	Lærer	Eeh. Du kaster de (.) foran deg, ikke så hardt. (*Gir terningene til Alf.*) Og så skal du legge de sammen. Her har du=	
47		Alf	=tre stykker. (*Har tre terninger i hånda.*)	Alf fortsetter setningen som læreren har begynt på.

48		Lærer	Hm?	Læreren blir forvirret over Alf sin fortsettelse.
49		Alf	Tre stykker.	
50		Lærer	Ja, også her har du klesklypan. Også skal du legge de sammen på påeh..	

I utsagn 46 får eleven en ny forklaring på oppgaven og hva han skal gjøre. Og nå kommer aktiviteten i gang.

Aktivitet

51	1:52	Alf	(*triller terninger*)	Alf triller terningene og konsentrerer seg om utregningen på kulesnora mens læreren kommuniserer til de andre elevene.
52		Lærer	Tallet er tjue-en.	Skriver: 21 (på stativblokka)
53		Alf	(*setter klesklype på kule nummer 21 på kulesnora*)	
54		Lærer	Too.	Skriver: + 2
55		Alf	(*tenker, flytter så klesklypa bestemt fra 21 til 20 og setter neste klype på 30*)	
56		Lærer	Og (4) fjorten.	Skriver: + 14
57		Elev 1	Du må bytte til tjue.	
58		Elev 2	Til tretten.	
59		Alf	(*fokusert på kulesnora, helt stille i klasserommet, han setter tredje klesklype på 37 og ser opp på læreren*)	
60	2:25	Lærer	Ferdig?	
61		Alf	(*nikker*)	

Regnestykket Alf skal løse blir som følger: 21 + 2 + 14 =

Når Alf løser oppgaven på kulesnora ser det slik ut (illustrasjon av kulesnora med klyper på):

I utsagn 55 kan vi se at Alf først finner det første terningtallet, 21, på kulesnora. Men så ombestemmer han seg og markerer kun tierne i tallet (første klype fra venstre på kulesnora). Siden tallet 2 ikke har noe tier hopper han over dette og markere ti til for tieren i 14 (andre klype fra venstre). Til slutt, i utsagn 59, legger han sammen enerne og markerer denne summen på kulesnora (tredje klype fra venstre).

I utsagn 57 og 58 er det to elever som kommer med forslag til hva Alf må gjøre. Men hvor de får tallene de foreslår fra er vanskelig å forstå.

Å finne svaret

Ut fra videoen kan vi se at Alf har brukt 33 sekunder på oppgaven. Men hva ble svaret?

62		Lærer	Da kom du til?	
63		Alf	Ti, tjue, tretti: (.) sju.	Alf teller samtidig som han peker på tilsvarende kule på kulesnora.
64		Elev	Nei det er feil (*med lav stemme*).	
65		Lærer	Tretti-syv. Det er riktig det.	
66		Elev	Hæ?	
67		Elever	(*litt småprat*)	
68		Lærer	Tallet var tjue-en (.) pluss to (.) pluss (.) fjorten. Da kom du til.. Hva kom du til?	Læreren skriver oppå det han har skrevet fra før mens han sier tegnene høyt.
69		Alf	Trettisyv.	Alf peker på kule nummer 37.

I utsagn 63 teller Alf på kulesnora for å finne svaret. Dette går fort.

Strategien

Videre skal vi få svaret på hvorfor Alf byttet den første klypa fra 21 til 20 i utsagn 55.

70		Lærer	Trettisyv. (1) Jaha, hvorfor tok du tyve først da?	Skriver: = 37
71		Alf	Jo fordi det ble enklere med tiere.	
72		Lærer	Jaha, også tok du?	
73		Alf	Emm. Tieren for fjorten.	
74		Lærer	Okei, også=	
75		Alf	=også regnte jeg bare enerne.	Alf peker på terningene
76	3:07	Lærer	En og to og fire. En, to og fire. Du gjorde det sånn ja. Du tok de tallene.	Læreren peker på det han har skrevet.

Alf synes det er enklere å ta tierne først, for så å legge sammen enerne til slutt. I utsagn 76 overfører læreren det samme prinsippet til regnestykket som står skrevet på stativblokka.

Oppsummering

I denne episoden ser vi at kulesnora kan være til hjelp for elever på forskjellige mestringsnivå. Å bruke kulesnora kan faktisk hjelpe eleven til å regne seg raskere fram til et korrekt svar. Men for at det skal gå kjapt må man ha en god strategi.

Alf viser fram en god strategi. Han skiller mellom tiere og enere og summerer disse hver for seg. Kulesnora er inndelt i tiere og det lønner seg derfor å begynne med tiere og avslutte med enerne. Jeg har også sett at dette er en strategi noen av elevene har tatt med seg og bruker også uten kulesnora.

Jeg har observert andre elever som i praksis ikke behandler tiere og enere hver for seg. Når de skal addere flere tall vil de i tilfellet over, telle ti-tjue-tjueen og markere med en klype for så å telle en og en kule for de resterende tallene. En strategi som tar lang tid og hvor det er lett å telle feil.

Ved å bruke kulesnora som et redskap til å bli kjent med tallene vil elevene få et innblikk i hvordan posisjonssystemet fungerer.

5.2.5 Posisjonssystemet med terningspill (lærerens introduksjon)

Matematikkøkta den 14. september er en tredelt dobbeltime med samling i lyttekroken, individuelt arbeid og en ny samling i lyttekroken. Episoden jeg presenterer her utspiller seg i første del. Læreren er i gang med å presentere et tosidig arbeidsark som elevene skal jobbe med individuelt. Aktiviteten han nå skal introdusere for elevene er plassert på baksiden av arket.

Aktiviteten (spillet) går ut på at man skal prøve å få det høyeste firesifrede tallet. En tisidet terning (fra 0 til 9) blir trillet fire ganger. Etter hvert kast skal man plassere tallet som kommer opp der man tror det vil være mest gunstig med hensyn på å ende opp med høyest mulig tall til slutt.

I andre del av økta jobber elevene individuelt med denne aktiviteten, og i siste del av timen tas oppgaven opp igjen i plenum. Da får fire elever konkurrere mot hverandre. De kaster på tur og underveis er resten av klassen med og diskuterer forskjellige problemstillinger, som hvem som har størst sjanse til å vinne, eller hva som må til for at den ene skal vinne over den andre og så videre.

Episoden som presenteres her er kun lærerens introduksjon til oppgaven.

Første eksempel

Nedenfor får vi se at læreren forklarer reglene i et nytt spill ved å gi et eksempel først. Ordenseleven får kaste terningen.

<table>
<tr><th>Nr.</th><th>Tid</th><th>Person</th><th>Utsagn</th><th>Kommentarer</th></tr>
<tr><td>1</td><td>0:00</td><td>Lærer</td><td>Når vi går over på andre siden, for dette er på andre siden av det arket dere har, så er det en, to, tre, fire, fem rader (peker på radene mens han teller) med e::: fire bokser i. Sånn, sett deg ned, sitt rolig (snakker lavt til en enkeltelev). Da skal dere ta (bøyer seg ned og plukker opp en terning fra en boks på gulvet) én terning fra null til ti. Nei, til ni. Også skal dere kaste den. Nå skal Ane kaste den også skal vi se hva som skjer.</td><td>Læreren presenterer et tosidig arbeidsark som elevene skal jobbe med. Arkene han viser fram er en kopi av orginalen med forsiden og baksiden på hvert sitt ark i A3-størrelse, som er satt fast på stativblokka.</td></tr>
<tr><td>2</td><td></td><td>Ane</td><td>(kaster terningen på gulvet foran seg)</td><td>Eleven er ordenselev og sitter på en stol foran klassen.</td></tr>
<tr><td>3</td><td></td><td>Lærer</td><td>E:. Ane.</td><td></td></tr>
<tr><td>4</td><td></td><td>Elev</td><td>Syv.</td><td></td></tr>
<tr><td>5</td><td></td><td>Lærer</td><td>Syv. Okei. Da ville jeg ha satt den inn der (skriver på stativblokka). Kaster du han en gang til.</td><td><table><tr><td>7</td><td></td><td></td><td></td></tr></table></td></tr>
<tr><td>6</td><td></td><td>Ane</td><td>(reiser seg opp og henter terningen, setter seg ned og kaster den på gulvet) Tre.</td><td></td></tr>
<tr><td>7</td><td></td><td>Lærer</td><td>Tre. Så ville jeg ha satt den her da. (skriver på stativblokka) Okei. Så kaster du han en gang til.</td><td><table><tr><td>7</td><td></td><td>3</td><td></td></tr></table></td></tr>
<tr><td>8</td><td></td><td>Ane</td><td>(plukker opp terningen og kaster den på gulvet) Ni.</td><td></td></tr>
</table>

9		Lærer	Ah. Æsj. Da ville jeg ha satt den her. (*skriver på stativblokka*)	| 7 | 9 | 3 | |
10		Elev	Hvorfor sa du æsj?	
11		Lærer	Det skal jeg forklare etterpå.	
12		Elev	Mhm.	
13		Ane	(*kaster terningen på gulvet*) Åtte.	

På tavla er det tegnet fire åpne bokser etter hverandre. Læreren plasserer tallene som kommer fram på terningen i hver sin boks. Han gir ingen begrunnelse underveis for tallenes plassering, men sier at dette er hvor *han* selv vil plassere dem. Han uttrykker også en slags misnøye, "æsj" (9), når tallet ni dukker opp. Dette uttrykket ser ut til å skape nysgjerrighet hos en av elevene (10).

Lese tallet

14		Lærer	Aah. (*skriver på stativblokka*) Er det noen som kan lese det tallet? Er det noen som kan lese det tallet som står der? (*peker på stativblokka*)	| 7 | 9 | 3 | 8 |
15		Elever	(*rekker handa i været*)	Flere elever rekker handa i været.
16		Lærer	Per, hva er det som står der?	
17		Per	Syv, ni, tre, åtte.	
18		Lærer	Men hva hvis du skulle lese det som et ordentlig tall?	
19		Per	Syv.. syvhundre-og-nittisyv. Nei, syvtusen-nihundre-og-trettiåtte.	

Læreren engasjerer elevene ved å spørre om noe de kan fra før, nemlig lese tallet på tavla høyt (14). Flere elever rekker handa i været (15) og læreren ber Per om å svare (16). Per leser talltegnene som fire enkeltstående sifre: "Syv, ni, tre, åtte" (17). Læreren ønsker at eleven skal se de fire talltegnene som en helhet (18). Per kommer litt skeivt ut, men retter seg selv og leser tallet "syvtusennihundre-og-trettiåtte" (19). På denne måten fikk man i dette tilfellet etablert hvordan tallet skal leses og muligens luket bort andre tolkninger enn det å se på de fire sifrene som ett (sammenhengende) tall. Dette kan komme godt med når elevene blir utfordret på å finne "det største tallet".

"Det største tallet"

20		Lærer	Jah. Visst jeg kunne ha byttet rundt på disse her, og fått det største tallet. Hvordan kunne jeg ha byttet rundt på det da? (1) Hvis jeg kunne ha flyttet rundt på disse her (*peker på tallene*). Hvordan kunne jeg fått det største tallet da? Ann?	
21		Ann	Hvis du hadde tatt ni: og syv også..	
22		Lærer	(*skriver 9 på stativblokka)* Ni og syv?	
23		Ann	Nei hvis du hadde tatt ni der også tok du åtte ved siden av ni.	
24		Lærer	(*skriver på stativblokka*) Jaha.	
25		Ann	Også tok du ehm (.) syv og tre.	
26		Lærer	Jaha. (*skriver på stativblokka*) Noen som kan lese	

			det tallet? Ja? (*peker på en elev*)	
27		Elev	Ni.. nitusenåttehundreogsøttitre.	

Læreren lurer på hvordan han kan bytte rundt på sifrene for å få et større tall (20). Ann prøver seg og begynner med to tall (21) og læreren skriver opp det første før han stiller spørsmål ved det neste (22). Ann får et hint om å tenke seg om. Og Ann ombestemmer seg og kommer med et nytt forslag. Læreren bekrefter svaret uten å si noe om det er riktig eller galt og skriver tallet opp i sin helhet (26). En annen elev får lese det firesifrede tallet høyt (27).

Elevdeltakelse (andre eksempel)

Videre forklarer læreren spillereglene verbalt og gir et nytt eksempel. Nå er det elevene som får bestemme hvor terningtallene skal plasseres.

28		Lærer	Okei. Det dere skal gjøre det er at dere skal kaste terningen først en gang som jeg gjorde også skal dere se e::h. Nå valgte jeg den syveren først for jeg trodde kanskje ikke jeg fikk åtteren og nieren. Men så fikk jeg jo både åtte og ni. Og jeg var ute etter å få det største tallet. Så velger dere når dere har kastet terningen én gang og ser hvor dere vil plassere tallet. Nå skal vi ta det en gang til også skal dere få lov å være med å bestemme nå. (*gjør en gest med handa i retning terningen som ligger på gulvet*)	
29		Ane	(*kaster terningen*)	
30		Lærer	Det ble [null], hen skal vi plassere det da?	
31		Elev	[null]	
32		Elev	Helt bakerst.	
33		Lærer	Hæ.	
34		Elever	Helt bakerst.	Flere elever gjentar dette.
35		Lærer	Okei. (*skriver på stativblokka*) Så en gang til.	[ ] [ ] [ ] [0]
36		Ane	(*kaster terningen*) [Seks.]	
37		Elev	[Seks.]	
38		Lærer	Seks. Nå må dere huske nå har vi bare tre ganger igjen så nå er det liksom ikke.. Hen skal vi plassere det da? (4) Skal vi sette det aller først?	
39		Elever	Nei.	
40		Lærer	Sette det på andreplass?	
41		Elever	Nei, ja.	Elevene svarer forskjellig, men flest svarer nei.
42		Lærer	Da må vi ha **to** som er større, hvis ikke vi skal sette det på andreplass da.	
43		Elev	Ja.	
44		Lærer	Skal vi sette det der? Hvor mange er det som vil sette det der? (*peker på tallplass nummer tre fra*	

			venstre)	
45		Elever	(*rekker opp handa*)	
46			Hvor mange er det som vil sette det her? (*peker på tallplass nummer to fra venstre*)	
47		Elever	(*rekker opp handa*)	
48		Lærer	Aah. Det er flertall for det da. Okei. (*skriver på stativblokka*) De fleste vil det. Okei så må du kaste en gang til.	$\boxed{}\boxed{6}\boxed{}\boxed{0}$
49		Ane	(*kaster terningen*) To.	
50		Lærer	Hehehe. Hen skal vi sette det da? Hehehe. Jaja Ane?	
51		Ane	[Der.]	
52		Elev	[Du] har ett tall igjen som (…)	

Læreren refererer til forrige eksempel når han forklarer spillereglene og strategien for hvor han velger å plassere tallene (28). Ane får kaste terningen (29) og første siffer som dukker opp er null. Elevene ønsker å plassere det lengst til høyre (32,34). Andre gangen terningen triller kommer et litt mer spennende tall, nemlig tallet seks (36). Elevene er enige om at det ikke skal stå lengst til venstre (39), men svarer forskjellig når det gjelder plass nummer to fra venstre (41). Videre er det naturlig å tenke på den tredje plassen, som også er åpen. Før læreren spør om plass nummer tre forteller han elevene at de i så fall må få to tall til som er større enn seks (42). Videre har de en avstemning på om de skal bruke andre- eller tredjeplass. Plass nummer to får flest hender i været.

Terningen trilles igjen og tallet *to* smetter fint inn på tredjeplass (51). Og det gjenstår bare én åpen plass.

53		Lærer	(*skriver på stativblokka*) Ja, se der. Det er nå vi tar sjansen, ikke sant? Sååå.	$\boxed{}\boxed{6}\boxed{2}\boxed{0}$
54		Elev	Sekshundre-og-tjue ehh.	
55		Ane	(*kaster terningen*)	
56		Elev	[Jaa!]	
57		Elev	[Syv.]	
58		Lærer	Hæ?	
59		Elev	Syv.	
60		Lærer	Syv, okei. (*skriver på stativblokka*) Ser du, sist gang så fikk vi jo knallhøye tall. Og det som er poenget nå når dere skal gjøre det. Når dere kommer til den siden når dere er ferdig med den første siden og har snudd rundt. Hør, så skal dere ta, samme hva slags terning dere har hatt tidligere. Da skal dere ta en terning som går fra en til null. Også skal dere gjøre akkurat dette her. Så må dere ikke jukse. Dere må gjøre valg underveis, dere må ikke kaste til dere får en nier eller noe sånt eller (…). Dere må ikke jukse. Også skal vi se hvem som får det største tallet.	$\boxed{7}\boxed{6}\boxed{2}\boxed{0}$ Terningen er tisidet fra null til ni.
61		Elever	Yes, yes.	
62	4:58	Lærer	Men, vi må gjøre den siden først. (*peker på*	

			forsiden av arbeidsarket)	

Nå er det ikke lenger noe valg. Det er kun ruta helt til venstre som står igjen. Elevene har satset på at dette tallet skal bli seks eller høyere. Læreren påpeker at det er nå de tar sjansen (53). Terningen blir kastet og viser tallet syv. Det er elevene fornøyde med (56).

Læreren sammenlikner det siste resultatet med det første (60). Videre refererer han til oppgavearket de skal jobbe med individuelt og forklarer at når de kommer til denne oppgaven må de bruke én bestemt terning. Han poengterer at de ikke er lov å jukse. Han legger også inn en liten konkurranse når han sier: " Også skal vi se hvem som får det største tallet" (60). Det blir godt mottatt hos elevene (61). Men først må elevene jobbe seg gjennom forsiden av arket (62), terningspillet blir en gulrot som venter på neste side.

Oppsummering

Først gir læreren et eksempel hvor han viser aktiviteten i praksis, men uten å forklare eller begrunne hva han gjør. Underveis er elevene engasjert ved at ordenseleven får kaste terningen og elevene får lese sluttallet høyt. Her ser vi et eksempel på at vi får oppklart at læreren ønsker at elevene skal se på de fire sifrene som en helhet ikke kun som fire sifre. Elevene får så bytte rundt på sifrene for å finne et større tall. Når sifrene i tallet bytter plass har det betydning for "størrelsen" på tallet. På den måten får elevene flere representasjoner av det *hele* firesifrede tallet som begrep.

Elevene har nå hatt tid til å danne seg et visst bilde av spillet og læreren forklarer nå spillereglene verbalt. Videre får elevene et nytt eksempel på spillets gang og denne gangen er det de som skal bestemme hvor terningtallene skal plasseres. Ut fra dette får elevene noe trening i å tenke sannsynlighet. Men de må også forstå posisjonssystemet og tallets oppbygning for å kunne plassere tallene riktig.

Elevene blir motivert av konkurranse- og spillaspektet, og får på den måten en positiv innfallsvinkel til aktiviteten.

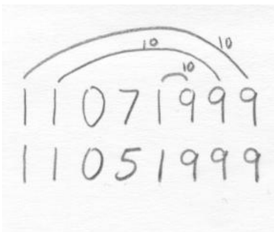
5.2.6 Tverrsum av fødselstallet

Episoden nedenfor er hentet fra en morgenstund den 20. september. Bakgrunnen for episoden som utspiller seg er at dagens ordenselev skal velges. Nå står det to elever igjen og læreren lager en oppgave basert på fødselstallene deres. Ordenseleven er den som har fødselstallet med den minste tverrsummen (altså summen av sifrene i tallet). Oda har tallet 11071999 og Liv har tallet 11051999.

Jeg vil presentere episoden i sin helhet delt inn i tre utsnitt.

Strategi for enkel summering

Før læreren presenterer selve utvelgelsesoppgaven vil han ha elevene til å finne ut hvordan de på enklest mulig måte kan finne tverrsummen av fødselstallet.

Nr.	Tid	Person	Utsagn	Kommentarer
1	0:00	Lærer	Så er det sånn at ordenseleven i dag.. For det er noe som heter å legge sammen. Kan dere huske vi har gjort det før. Vi har lagt sammen den veien der (*peker på fødselstallet fra venstre mot høyre*), ikke sant? Vi har lagt sammen den veien der. Hvert enkelt tall har vi lagt sammen: En pluss en pluss syv pluss en (.) her=	Oda og Liv er de eneste i klassen med fødselstall som inneholder elleve. Disse tallene er skrevet på stativblokka: 11071999 11051999
2		Dag	(*hvisker noe*)	
3		Lærer	Greit Dag. =er det jo litt lett å legge sammen. Dag, hvordan ville du ha lagt sammen hvis du skulle ha gjort det veldig lett?	
4		Dag	Mm:: (2) Vet ikke.	
5		Lærer	Nei. Hvis vi skulle legge sammen hvert tall her (*peker på tallene*) så kunne jeg gjort det veldig lett da?	
6		Dag	O:::. Nå ser jeg den. Hehe hehe.	
7		Lærer	Pål?	
8		Pål	Kan jeg komme frem?	
9		Lærer	Du kan si det.	
10		Pål	Em. Du tar eneren [oppå nieren og da blir det ti.]	
11		Lærer	[(*peker på eneren, tegner en bue over til nieren og skriver et ti-tall over buen*)]	
12		Pål	Også [tar du den andre eneren der og ned der også..]	
13		Lærer	[(*tegner en bue fra en annen ener over til et nitall og skriver et ti-tall over buen*)] Der har du ti. Også tar du den bort [der] og der har du ti. (*tegner bue fra en til ni med ti-tall over*)	
14		Pål	[der]	

I utsagn 3 gir læreren elevene et hint om at han ikke er ute etter vanlig summering fra venstre mot høyre, men en enklere måte å gjøre det på. Vi ser videre at Pål foreslår å gruppere noen av tallene (10,12), og læreren hjelper til å illustrere dette på stativblokka. Pål får da tre tiere, som er mye enklere å behandle i hodet enn om han skulle lagt sammen ett og ett tall i fra venstre mot høyre.

Tverrsummen

Videre får vi svaret på den første tverrsummen.

15		Lærer	Da har vi.. Hva har vi igjen da for noe? Og hva blir det tverrtallet der da?	Tverrtallet er tverrsummen av et tall. Altså summen av sifrene i tallet.
16		Elev1	Trettisyv?	
17		Lærer	Okei. Nå holdt jeg på å jo nei.. (*mumling*) Ordenseleven i dag, nå må dere tenke dere litt om, har det minste tverrtallet.	Elevene skal finne ut hvem av de to elevene som har det minste tverrtallet.

I utsagn 17 gir læreren oppgaven hvor elevene skal finne ut hvem som har den minste tverrsummen i fødselstallet sitt.

Vi får ikke vite hvilke strategier elevene bruker for å finne svaret i denne oppgaven. Noen mulige strategier kan være:

- å legge sammen de tre tierne og deretter legge til henholdsvis 7 og 5 for deretter å se på hvilken sum som er minst.
- å se bort i fra de tallene som er like i hvert fødselstall og kun se på hvilket som er minst av de som er forskjellige.
- å legge sammen hvert enkelt tall i rekkefølge fra venstre mot høyre (eller omvendt) og se på hvilken sum som er minst. (I denne situasjonen er det nok lite sannsynlig at noen elever velger denne strategien. Det hadde nok derimot vært mer sannsynlig i en situasjon hvor de sitter og arbeider hver for seg.)

Samtale for overbevisning

Videre følger en samtale mellom flere av elevene:

18		Oda	Okei. Tue.	
19		Elev2	Nei.	
20		Oda	Jo.	
21		Elev3	Nei, Liv har fem.	
22		Oda	Åja.	
23		Elev3	Liv.	
24		Oda	Åja, jeg glemte..	
25		Elev3	Liv..	
26		Pål	Oda du har syv.	
27		Oda	Jeg glemte det (…).	
28		Lærer	Hvem er det?	
29		Elever	Det er Liv.	Flere elever i kor.

30	1:42	Lærer	Okei.	

Det kan se ut som Oda er sikker på at det er hun som har den minste tverrsummen (18), og derfor går ut ifra at det er hun som er dagens ordenselev. Med denne tolkningen så vil ordet ”tue” (18) referere til 20 som er dagens dato (jamfør dagens tall). Ordenselevens første oppgave er vanligvis å finne dagens tall.

Elev2 er derimot ikke enig i at Oda er dagens ordenselev og protesterer på dette i utsagn 19. Videre får vi se at elev2, elev3 og Pål overbeviser Oda om at det er Liv som har det minste tverrtallet. De referer da til at Liv har tallet fem og Oda har tallet syv. I utsagn 29 er elevene enige om at det er Liv som er ordenseleven i dag.

Oppsummering

Læreren tar utgangspunkt i tall som er av betydning for elevene for å vise elevene en alternativ måte man kan summere disse tallene på.

Når læreren gir elevene i oppgave å finne en lettere måte å summere tallene på har han nok en bestemt strategi i tankene. Men i stedet for å fortelle elevene hva denne strategien går ut på legger han til rette for at elevene selv kan få oppdage og få forklare den.

Elevene tar selv initiativ til å overbevise Oda om at hun tar feil. Det klarer de fint uten lærerens innblanding.

Denne oppgaven gir elevene god variasjon i forhold til hva vi kan regne som normal summering av tall. Dette ser ikke ut som et vanlig regnestykke, og elevene må selv se for seg at det står ”+” i mellom hvert siffer og ”=” til slutt.

I denne episoden får elevene erfare at man kan gruppere enkeltverdier i en addisjonsrekke (for eksempel enere og niere, som i denne oppgaven) og at man kan snu om på rekkefølgen av verdiene som skal summeres. Altså får de kjennskap til både assosiativitet og kommutativitet under addisjon.

Elevene får trening i hoderegning ved at dette foregår i lyttekroken – uten særlige utregninger fra lærerens side (kun gruppering i tiere).

5.2.7 Sum og differanse

Episoden nedenfor er hentet fra en morgenstund den 20. september. Læreren tar utgangspunkt i dagens tall og lager en oppgave med *to* likhetstegn og *fire* åpne bokser.

Nedenfor presenteres hele episoden fordelt på seks utsnitt.

Å skape forventninger

Nr.	Tid	Person	Utsagn	Kommentarer
1	0:00	Lærer	Hyss:::: Se- se her. Ta en liten ting til (.) på tallet tyve. Nå må dere følge med her. Velger tallet tyve i dag. (*skriver på stativblokka*)	Elevene sitter i lyttekroken. Læreren skriver på stativblokka: =20
2		Elever	Åå: (*forskjellige lyder og hvisking blant elevene og noen elever rekker opp handa*)	
3		Lærer	Jaa. (2) Sett deg ordentlig der på stolen (…). Ja? Hva tenkte du på? Mia?	
4		Mia	Æ tenker (.) på ti og ti.	

Læreren skriver "=20" på stativblokka og elevenes reaksjon (2) tyder på at de mener å vite hva som skal skje. De har forventninger til det som skal komme. Mia har allerede et svar til læreren.

Oppgaven trer fram – fra høyre mot venstre

Videre fortsetter læreren å tegne opp oppgaven – fra høyre mot venstre:

5		Lærer	Vel [(*tegner på stativblokka, fra høyre mot venstre*)]	På stativblokka står det nå: □ – □ = 20
6		Elev1	[Åja (2) ti minus tretti]	
7		Lærer	[(*tegner videre på stativblokka*)]	På stativblokka står det nå: □ = □ – □ = 20
8		Elev2	[Åjaa var det sånne bokser.]	
9		Lærer	[(*tegner videre på stativblokka*)]	På stativblokka står det nå: □ + □ = □ – □ = 20

En elev snakker høyt (6). Det kan virke litt rart at han sier "ti minus tretti", men når læreren tegner opp oppgaven fra høyre mot venstre er det kanskje ikke så rart at eleven snakker på samme måte?

Forslag til løsninger

Regneoppgaven er ferdigtegnet og elevene får komme med forsalg til hva som kan stå i de tomme boksene.

10		Elev3	[Jeg <u>ser</u> ikke, Ann.]	
11		Elev4	[Æ ser heller ikke.]	
12		Elev3	[Nå ser æ.]	

13		Elev4	[(…)]	
14		Elev5	(…)	
15		Lærer	Okei, nå må dere se her. (9)	
16		Elever	(…) (*flere elever sier noe og noen rekker opp hånda*)	
17		Lærer	(…) Ja, se her. (*peker på tallet 20 i regnestykket på stativblokka*) (13) Har du et svar Alf?	
18		Alf	Eem. Ti pluss ti det..	
19		Lærer	Nei ee, du må ha opp handa di i tilfelle du har et svar. (1) Ja? (2) Liv?	
20		Liv	Eeh..	
21		Lærer	Har du et svar et sted?	
22		Liv	Mmm (3) å jeg så ikke det.	
23		Lærer	Mm.	
24		Liv	Jeg så ikke (…) (1) derfor går det ikke.	
25		Lærer	Jon?	
26		Jon	Ti pluss ti.	
27		Lærer	Hvor vil du ha det da?	
28		Jon	På plussen.	
29		Lærer	Okei.	
30		Elever	(*hvisker*)	
31		Lærer	Ja (*skriver på stativblokka*). Ti pluss..	Læreren skriver 10 inni de to første åpne boksene: 10+10 = □ – □ = 20
32		Elever	[(*mumling*)]	

Læreren påpeker i utsagn 17 og 19 at elevene må rekke opp handa for å få svaret sitt på tavla. Liv har nok handa oppe, men når hun skal få svare (20, 22 og 24) blir hun kanskje forvirret over at det har blitt *fire* åpne bokser og *to* likhetstegn på tavla? Jon bruker Mia (4) og Alf (18) sitt svar ”ti pluss ti” til å fylle inn to av de åpne boksene.

Videre kommer elevene med flere forslag:

33		Lærer	Var det noe annet vi kunne ha der. Var det noe annet vi kunne ha der? Oda?	
34		Oda	Tretti minus ti.	
35		Lærer	Der? (*peker på venstre side av regnestykket på stativblokka*)	
36		Oda	Nei.	
37		Lærer	Du vil ha det.. (*peker på de to åpne boksene i regnestykket*)	
38		Oda	Ja.	
39		Lærer	Okei vi kan godt sette det derre der. (*skriver på stativblokka*)	Nå står det: 10+10 = 30–10 = 20
40		Jan	Åå. Det var min å.	
41		Lærer	Var det andre som hadde det da?	
42		Jan	Jaa. [Jeg hadde den.]	
43		Elev	[Ti pluss ti det blir tretti.]	En elev som leser

				høyt fra stativblokka.
44		Lærer	Vel. Er det noen som hadde noen andre forslag her da? Enten der eller der (*peker på henholdsvis venstre og høyre side av det første likhetstegnet i regnestykket*). (1) Jan?	
45		Jan	Jeg har en på pluss der. Tjue pluss null.	
46		Lærer	Du har den ja. Okei. (*skriver under regnestykket på stativblokka*)	20+0

Oda kommer med et forslag til minussiden (34), og det viser seg at Jan også har hatt de samme tallene i tankene (42). Læreren vil ha flere svar. Jan foreslår tjue pluss null (45).

Forslagene har til nå vært tiertall som ligger nært til 20. Videre får vi se forslag med større tall.

47		Elev1	Æ kan en.	
48		Elev2	Kan jeg ta en på den med minus?	
49		Lærer	Ja.	
50		Elev2	Hundre minus åtti.	
51		Lærer	Oi oioi. (*skriver under regnestykket på stativblokka*)	100–80
52		Elever	Hihihi håhå	
53		Lærer	Ja.	
54		Dag	Hundreogti minus nitti.	
55		Elever	Hehehe	
56		Lærer	Okei (*skriver på stativblokka*)	110–90
57		Elev	E e e e	

En elev foreslår ”hundre minus åtti” (50) og en annen ”hundreogti minus nitti”. Og det ser ut til å være gøy når en kan bruke store tall.

Avslutning

Videre vil læreren ha et forslag til plussiden av regnestykket også.

58		Lærer	Vi må ha en på denne siden også i alle fall (*peker på venstre side av regnestykket*).	
59		Elever	(*Flere elever lager lyder og rekker handa i været.*)	
60		Lærer	Du vet en?	
61		Elev	Kan jeg gå på do?	
62		Lærer	Ja. Kim?	
63		Kim	Hundreogtjue minus hundre.	
64		Elever	Nåå::.	
65		Lærer	Ja hvis du regner på den siden da? (*peker på venstre side av regnestykket*)	
66		Elever	Hehehe. (…)	Mye småprat blant elevene.
67		Lærer	Ane (…)	
68		Ane	Emm. Femten plu- minus, nei jeg mente femten	

			pluss fem	
69		Lærer	Ja. (*skriver på stativblokka*)	15+5
70		Elever	(*To elever lager lyd og rekker handa i været.*)	
71	3:50	Lærer	Vi har vi har ikke tid til flere.	Slik ser det ut på stativblokka nå: 10+10 = 30–10 = 20 20+0 100–80 15+5 110–90

Kim vil helst fortsette med de store tallene (63), men læren vil avslutte med et forslag som passer til venstre side av regnestykket. Det er Ane som får avslutte med ”femten pluss fem” (68).

Oppgaven med to likhetstegn og fire åpne bokser har fått flere forslag til løsninger. Den første linja har blitt et helt regnestykke. Andre og tredje linje har oppført alternative forlag til de som står i første linje. Elevene må selv se for seg at disse forslagene står i den opprinnelige oppgaven. Muligens så tenker elevene kun på hver side i oppgaven for seg. For eksempel at de skal ha et plusstykke som blir tjue på den ene siden og et minusstykke som blir tjue på den andre siden. Men oppgaven står oppført på stativblokka med likhetstegn mellom plusstykket, minusstykket og svaret tjue. Det blir ikke sagt direkte, men elevene får erfaring med at det kan skrives på denne måten.

Oppsummering

Læreren gir en oppgave hvor elevene får komme med forslag til hva man kan fylle inn i fire åpne bokser. Det viser seg at det er mulig med flere forskjellige svar. Vi ser også at elevene bruker både små og store tall, men for det meste holder seg til tiertallene.

Oppgaven i denne episoden gir elevene trening i bruk av operasjonene pluss og minus, samt bruk av likhet. Oppgaven inneholder *to* likhetstegn i samme uttrykk og legger på denne måten til rette for bedre forståelse av likhetstegnet. Elevene kan for eksempel oppdage at verdiene på utsiden og i mellom likhetstegnene må være helt like.

Elevene får ingen algoritme å forholde seg til for å kunne løse en slik oppgave. Den blir tegnet opp fra høyre mot venstre og alternative forslag til løsninger blir skrevet opp under regnestykket. Denne variasjonen er med på å gi elevene en fleksibel innfallsvinkel til regnestykker generelt.

Oppgaven trener også elevene i hoderegning og i å kunne lese noe ”feil” vei.

6 Diskusjonskonklusjon

I denne studien har jeg sett på hvordan forskningslitteraturen behandler begrepene tidlig algebra og algebraisk tenkemåte og videre sett på hvordan dette kommer til uttrykk i matematikkundervisningen i en tredjeklasse. Etter å ha observert klassen over en periode har jeg ut fra min forståelse av tidlig algebra og algebraisk tenkemåte, plukket ut og presentert syv episoder fra klasserommet som jeg mener vil være beskrivende for typiske arbeidsmåter i dette matematikklasserommet. Også oppgaver som er brukt samt lærerens bakgrunn og innfallsvinkel er tatt med for å gi et mer helhetlig bilde av undervisningen.

I analysen har målet vært å få fram eksistensen av tidlig algebra og algebraisk tenkemåte i arbeidsmetodene. Jeg har ikke hatt til hensikt å finne ut hvordan dette for eksempel påvirker de observerte barnas læring. Men gjennom forskningslitteraturen som er beskrevet i teorikapittelet har vi sett at arbeidsmåter som støtter tidlig algebra og algebraisk tenkemåte gjennom barneskolen kan være en god forberedelse til algebraundervisningen på ungdomstrinnet og gi utvidet læring i matematikk.

Mitt første forskningsspørsmål er "*Hvilke arbeidsmåter blir brukt?*" Arbeidsmåtene har sitt utspring i lærerens overordnede perspektiv (hans læringssyn). Dette kommer til uttrykk i måten han legger opp undervisningen og hvordan han gjennomfører de ulike aktivitetene.

I tillegg til vanlig lærerutdanning har læreren i denne klassen utdanning innenfor gestaltpsykologi og han sier selv at han ønsker å formidle kunnskap på en måte som får elevene til å oppdage matematikken selv. Noe som stemmer godt overens med teorien i konfluent pedagogikk som bygger på prinsipper og arbeidsmåter innenfor gestaltterapi. KUL-LCM-prosjektet har gitt ham større forståelse for matematikk og mer innsikt og forståelse for sin egen måte å jobbe på. I episodene som er presentert ser vi at læreren gjerne har et bestemt mål for hva som bør komme fram og at han legger til rette for og veileder elevene til å kunne oppdage dette. Dette gjør han gjennom å stille spørsmål slik at elevene selv kan gjøre oppdagelser og finne forklaringer. Det ideelle er om elevene kommer opp med løsninger eller strategier som fører undervisningen videre. Men han har aldri noe garanti for at dette skjer. Det er vanligvis lagt inn god tid til at alle elevene skal rekke å tenke over spørsmålet før noen får svare. På den måten blir elevene utfordret til å tenke på sin egen måte først. Læreren legger opp til tilbakemeldinger og respons fra klassen ved at elevene svarer på spørsmålene og blir oppfordret til å fortelle hvordan de har tenkt. Slik får også læreren større innsikt i hvordan elevene tenker, hvilken kunnskap de har og kan dermed tilpasse undervisningen underveis.

Læreren sier selv at han ønsker å spille på elevenes energi og engasjement. I undervisningen tar han i bruk flere måter å motivere elevene på. Vi ser flere eksempler på at han engasjerer elevene til en aktivitet gjennom å begynne med noe som de fleste eller alle har mulighet til å mestre. Dette følges opp ved at flere elever får svare på det samme spørsmålet. Vi ser også at spill og konkurranser er et viktig redskap læreren benytter seg av for å skape engasjement hos disse elevene. Læreren får også oppmerksomhet rundt en aktivitet ved å gjøre noe annerledes som kanskje overrasker elevene (for eksempel i "læreren regner i blinde" og "posisjonssystemet med terningspill"). Det som viser seg å bedre elevenes energi ytterligere og gi ny motivasjon denne høsten er bruk av terninger. (Terningene gir også rom for differensiering ved at man kan velge ulike terningtyper).

At aktivitetene ofte har utgangspunkt i faste rutiner, noe kjent eller noe som elevene har et forhold til er med på å gi elevene et eieforhold til det som skjer. Noe som igjen gjør det mer attraktivt å involvere seg. Dessuten følger læreren med på hva som gir eller ikke gir elevene energi og prøver å legge opp undervisningen etter dette.

Gjennom faste rutiner og forskjellige aktiviteter i lyttekroken bygger læreren sammen med elevene et læringsfellesskap, hvor det vokser fram felles kunnskap, språk og forventinger innad i denne gruppen. Viktigheten av dette læringsfellesskapet finner vi igjen i både konfluent pedagogikk og KUL-LCM-prosjektet.

Også matematikkøkta i sin helhet har en fast struktur. Økta begynner med morgenstund og faste rutiner, forberedelse til individuelt arbeid, individuelt arbeid og ofte møtes klassen til en avsluttende samling i lyttekroken. Gjennom en slik forutsigbarhet er elevene trygge på og vant med hva som skal skje og det legger et grunnlag for mer fokus på læringsaktivitetene.

I begynnelsen av en økt eller en aktivitet står altså motivasjon og mestring i fokus, men videre får elevene større utfordringer. De blir utfordret på å se nye sammenhenger, vise forskjellige strategier, forklare hvordan de tenker og ta egne standpunkt.

Når læreren jobber med viktige begreper skjer det gjennom ulike aktiviteter og forskjellige konkreter. På den måten blir hvert begrep belyst på forskjellige måter og elevene har mulighet til å danne seg et mer nyansert bilde av begrepet. Vi ser for eksempel at posisjonssystemet konkretiseres i forskjellige aktiviteter med kulekalender, kalenderblad, kalender, kulesnor og rutenett.

Elevene får se og prøve ut forskjellige oppsett av regnestykker. De får også vise fram og oppdage ulike strategier for summering. Jeg mener dette kan være med på å gi elevene en større fleksibilitet i sin tenkemåte og tilnærming til regnestykker. Eksempelvis kan det bidra til en bedre forståelse av likhetstegnet.

Det andre forskningsspørsmålet er "*Underbygger disse arbeidsmåtene algebraisk tenkemåte?*". Utviklingen av tidlig algebra baserer seg på et videre syn enn det vi ofte definerer som den tradisjonelle oppfatningen av algebra. Davis (Davis, 1985) snakker om en ettertenksom utforskning av algebraiske ideer og vi kan se flere likheter med de fem punktene ((i) til (v) presentert på side 6) som er satt opp i konferanserapporten fra 1985. Vi ser at undervisningen legger opp til å bygge opp mentale representasjoner og grunnkonsepter ved å legge til rette for egne erfaringer og oppdagelser framfor at læreren forteller eller viser elevene hvordan de skal gå fram. Og det legges vekt på å utvikle matematikkspråket i fellesskap. I punkt (v) beskrives en sekvens av først å ha en passende erfaring, så være i stand til å snakke om det for så å lære å skrive om det. Jeg mener det er noe likhet her i at elevene får erfare matematikken mest mulig konkret og får fortelle om det med sine egne ord. Og i en del sammenhenger gir også læreren matematikken en symbolsk representasjon på stativblokka i form av tall og symboler.

Gjennom aktivitetene i undervisningen ser vi eksempler på at elevene blant annet blir gjort kjent med begrepene assosiativitet, kommutativitet, identitet og invers under addisjon, likhetstegnet, posisjonssystemet og ulike regnestrategier. På den måten blir elevene kjent med det som også er grunnleggende elementer av algebra.

Kulesnora er et konkret som kan hjelpe elevene til å visualisere tallene og regnestykkene de jobber med. Sammen med kulekalenderen kan dette hjelpe elevene til å se at tallene de jobber med består av tiere og enere, og på denne måten får de et innblikk i posisjonssystemet.

Med god innsikt i posisjonssystemet blir det kanskje også lettere for elevene å se for seg og forstå hva som ligger bak de mer tradisjonelle algoritmene for addisjon og subtraksjon?

I oppgavene som blir gitt er det stor bruk av "åpne bokser" hvor elevene skal fylle inn tall. Disse er laget for å passe inn i arbeidet med kulesnora og har derfor ofte mange ledd på venstre side av likhetstegnet og kun ett ledd på høyre side. Vi ser en variasjon i hvor mange bokser/ledd som er åpne og i om oppgaven er helt åpen ved at ett eller flere ledd på begge sider av likhetstegnet står åpne. Når kulesnora tas i bruk med disse oppgavene kan en strategi være at klypene på en måte blir det som markerer verdimengden til hvert ledd (når det kun er snakk om addisjon). Mens en annen strategi kan være å bruke klypene til å holde rede på antall tiere og enere man har telt opp. Læreren viser også et eksempel på at man i et addisjonsstykke hvor ingen av leddene er bestemt, med unntak av summen, kan plassere de resterende klypene akkurat hvor man vil innenfor verdien av sluttsummen. At det hele tiden er en variasjon i presentasjonen av disse oppgavene kan hjelpe elevene til ikke å stivne i én strategi når de løser oppgaver, men at de kanskje tenker seg om i forhold til hvilken strategi som kan være nyttig å bruke. Samtidig tror jeg det er viktig å tenke over begrensningene i disse oppgavene. For en bedre forståelse av likhetstegnet kunne det med fordel for eksempel ha vært flere ledd på høyre side. At plasseringen av eventuelle negative ledd kommer lengst til høyre på venstre side av likhetstegnet kan være strategisk når man bruker kulesnora, men det er viktig å være klar over at dette også kan sette begrensninger for hvordan elevene blir kjent med bruken av negative ledd.

Forskningsartikkelen "Professional development focused on children's algebraic reasoning in elementary school" (Jacobs et al., 2007) er særlig spennende å se i relasjon til min studie fordi den også fokuserer på en utvikling hos lærerne og elevene jeg studerer er innenfor samme aldersgruppe som i denne studien. At forskerne har fokusert på å identifisere nyttige ideer for lærere til bruk i undervisningen likner litt på mitt prosjekt om å identifisere arbeidsmåter. En annen spennende likhet er eksempelet med tallsetningen $25 + 58 + 75 = \square$ og strategien med å dra nytte av en spesiell tallkombinasjon og at Egil ønsker å få fram en slik strategi i episoden "Tverrsum av fødselstallet" (kapittel 5.2.6). Denne studien retter oppmerksomhet til måter å tenke på aritmetikk som går mer eksplisitt på fundamentale ideer av talloperasjoner slik at elever vil lære aritmetikk med forståelse stemmer også godt over ens med mine funn hvor jeg peker på at elevene blir gjort kjent med grunnleggende elementer av algebra. Det er også likheter til KUL-LCM-prosjektet som Egil har vært en del av. Jeg tenker da spesielt på den kontinuerlige oppfølgingen av lærerne i deres utvikling av klasseromspraksis. Men jeg vil påpeke at det ser ut til å være en forskjell her i at man i større grad ser ut til å ha hatt et mer gjensidig læringsfellesskap mellom didaktikere og lærere i KUL-LCM-prosjektet.

Det tredje forskningsspørsmålet er "*Kan jeg se noe i denne læringssituasjonen som kan være med å gjøre overgangen fra aritmetikk til algebra lettere?*" I forskningsartikkelen til Irwin og Britt (2005) hevdes det at større forståelse av numerisk manipulasjon vil gi mulighet for å ha større suksess også i algebra. Jeg kan ikke si noe om elevenes forståelse i min studie, men den læringssituasjonen jeg har kunnet vise til i denne oppgaven legger helt klart til rette for større forståelse av numerisk manipulasjon hos elevene.

Tidlig algebra er en måte å angripe eller se tallene på i den forstand at man ikke bare kan ta en enkeltaktivitet ut av sin sammenheng her og si at den vil bygge opp om en algebraisk forståelse. Jeg vil si at det er helheten av arbeidsmåter og aktiviteter som bygger opp rundt algebraisk tenkemåte som er avgjørende. Gjennom en variert tilnærming til oppgaveløsning, god begrepskunnskap og utviklede mentale representasjoner mener jeg elevene vil være godt forberedt til å møte algebra i ungdomsskolen.

7 Avslutning

7.1 Pedagogiske implikasjoner

Som lærer er det viktig å være oppmerksom på at det er eleven selv som må bygge opp sine kunnskaper. Det er eleven som må gjøre oppdagelsene, som det blir sagt i denne oppgaven. Da er det viktig å kunne møte eleven i forhold til den kunnskapen han innehar så han kan utvikle og bygge nye begreper på denne. Ved å legge opp til en kommunikasjonsform hvor elevene får uttrykt hvordan og hva de tenker er det mindre fare for at læreren vil "snakke over hodet" på eleven. Og større sjanse for at elevene vil få et eieforhold til kunnskapen.

I boken "Tall og tanke - matematikkundervisning på 1. til 4. trinn" (Solem, Alseth, & Nordberg, 2010) blir det sagt at det: " I tiden etter L97 var et stort fokus på å få økt andelen aktiviteter i matematikkundervisningen" (Solem et al., 2010, s. 28). Men de peker på at forskere tror at gjennomføringen av aktivitetene i seg selv har fått for mye fokus. Og læreren har "glemt" å være bevisst på hva som er det faglige innholdet i aktiviteten. "Det er avgjørende at læreren er i stand til å løfte fram de faglige poengene som elevene ellers ville gått glipp av" (Solem et al., 2010, s. 27). Videre mener jeg det er viktig å være seg bevisst hvilke begreper man ønsker å ha fokus på og så finne aktiviteter og arbeidsmåter som kan nyansere og variere presentasjonen av disse begrepene.

Matematikken elevene skal lære i småskoletrinnet ser forholdsvis enkel ut, men det er likevel en stor fordel for elevene om læreren er godt kjent med algebraiske strukturer og egenskaper slik at de lettere kan legge til rette for at regning med tall kan fungere som en forberedelse til læring av algebra.

7.2 Videre forskning

I en forlengelse av denne studien kunne det være spennende å se mer på kommunikasjonen mellom lærer og elever. For eksempel med bevissthet rundt måten å stille spørsmål på og hvordan læreren tar imot den responsen han får fra klassen.

Det kunne også vært spennende å se nærmere på hva relasjonen mellom lærer og elev har å si i forhold til utvikling av algebraisk tenkemåte.

7.3 Tilbakeblikk på masteroppgaven

Denne oppgaven har gitt meg større innsikt i sammenhengen mellom aritmetikk og algebra og hvordan man kan legge til rette for utvikling av algebraisk tenkemåte i klasserommet. Det er kunnskap jeg vil ta med meg og bygge videre på i min egen lærergjerning. Kanskje kan denne oppgaven også være med på å inspirere andre lærere til å se nærmere på sin egen undervisning av aritmetikk. Men også være et bidrag til å gi en større innsikt i hva som ligger bak aktiviteter og arbeidsmåter vi bruker i klasserommet.

Det har gjennom hele prosessen vært veldig interessant å jobbe med temaet tidlig algebra. Jeg ble blant annet overrasket over hvor rik en episode fra klasserommet kan være på spennende funn.

Å skrive oppgave har i seg selv vært lærerikt og utfordrende – kanskje særlig i det å finne en balanse, begrense og klare å si seg ferdig med et tema. Det å kombinere oppgaveskriving med å være småbarnsmor har ikke vært en ideell kombinasjon. Det har for eksempel gjort det tungt å holde oversikten over oppgaven og holde kontinuiteten oppe.

Den vanskeligste delen av oppgaveskrivingen har vært kapitlene med teoretisk bakgrunn for algebra. Ambisjonen var først å kunne formidle en oversikt over innholdet i kapittelet "Early algebra and algebraic reasoning" (Carraher & Schliemann, 2007) fra Lesters "Handbook" på norsk. Det tok ganske lang tid før jeg innså at det ble en for stor oppgave. Dette oversiktskapittelet var nyttig å lese for oversiktens del, men så fortettet med forskning at jeg stadig måtte grave videre for å få tak på hva det egentlig dreide seg om. Med veldig mye uferdige notater føles det ikke helt godt å gi fra seg teoretisk bakgrunn for tidlig algebra slik det står nå. Lærdommen må være at det gjelder å begrense seg.

Et positivt resultat av å skrive oppgaven over så lang tid har vært at jeg har fått kikket på mye litteratur og min kunnskap rundt temaet har fått tid til å modne og utvikle seg.

8 Litteratur

Bednarz, N., Kieran, C., & Lee, L. (red.). (1996). *Approaches to algebra: Perspectives for research and teaching.* Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers. (Mathematics education library).

Brown, G. I. (1971). *Human teaching for human learning: An introduction to confluent education*. New York: The Viking Press.

Brown, G. I., Phillips, M., & Shapiro, S. (1976). *Getting it all together: Confluent education*. Bloomington, Indiana: Phi Delta Kappa.

Carpenter, T. P., Franke, M. L., & Levi, L. (2003). *Thinking mathematically: Integrating arithmetic and algebra in elementary school*. Portsmouth: NH Heinemann.

Carraher, D. W., & Schliemann, A. D. (2007). Early algebra and algebraic reasoning. I: F. K. Lester (red.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (vol. 2, s. 669-705). Charlotte, N.C.: Information Age.

Dahl, H. H., & Nohr, M. E. (2010). Perlesnor og tom tallinje. *Tangenten,* 21(1), 2-6.

Davis, R. B. (1985). Icme-5 report: Algebraic thinking in the early grades. *The Journal of Mathematical Behavior,* 4, 195-208.

Fujii, T., & Stephens, M. (2001). Fostering an understanding of algebraic generalization through numerical expressions: The role of quasi-variable I: H. Chick, K. Stacey, J. Vincent & J. Vincent (red.), *The future of the teaching and learning of algebra: Proceedings of the 12th icmi study conference.* (vol. 1-2, s. 704). Australia: The University of Melbourne.

Grendstad, N. M., & Sandven, G. J. (1986). *Å lære er å oppdage: Prinsipper og praktiske arbeidsmåter i konfluent pedagogikk*. Oslo: Didakta.

Hundeland, P. S. (2009). *Matematikklærerens kompetanse: En studie om hva lærerne på videregående trinn vektlegger i sin matematikkundervisning.* Universitetet i Agder, Kristiansand.

Inglar, T. (1997). *Lærer og veileder: Om pedagogiske retninger, veiledningsstrategier og veiledningsteknikker*. Oslo: Universitetsforlaget.

Irwin, K. C., & Britt, M. S. (2005). The algebraic nature of students' numerical manipulation in the new zealand numeracy project. *Educational Studies in Mathematics,* 58(2), 169-188.

Jacobs, V. R., Franke, M. L., Carpenter, T. P., Levi, L., & Battey, D. (2007). Professional development focused on children's algebraic reasoning in elementary school. *Journal for Research in Mathematics Education,* 38(3), 258-288.

Jaworski, B. (2007). Introducing lcm - learning communities in mathematics. I: B. Jaworski, A. B. Fuglestad, R. Bjuland, T. Breiteig, S. Goodchild & B. Grevholm (red.), *Læringsfellesskap i matematikk* (s. 13-25). Bergen: Caspar forlag.

Jaworski, B., Fuglestad, A. B., Bjuland, R., Breiteig, T., Goodchild, S., & Grevholm, B. (red.). (2007). *Læringsfellesskap i matematikk*. Bergen: Caspar forlag.

Jørgensen, K. O., Steinsland, I. B., & Solheim, P. E. (2007). Modeller for å utforske og oppdage matematikk. I: B. Jaworski, A. B. Fuglestad, R. Bjuland, T. Breiteig, S. Goodchild & B. Grevholm (red.), *Læringsfellesskap i matematikk* (s. 330). Bergen: Caspar forlag.

Kaput, J. (1998). Transforming algebra from an engine of inequity to an engine of mathematical power by 'algebrafying' the k-12 curriculum. I: *The nature and role of algebra in the k-14 curriculum: Proceedings of a national symposium may 27 and 28, 1997* (s. 25-26). Washington, D.C.: National Academy Press.

Kaput, J. (1999). Teaching and learning a new algebra. I: E. Fennema & T. A. Romberg (red.), *Mathematics classrooms that promote understanding*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Kaput, J. (2008). What is algebra? What is algebraic reasoning? I: J. J. Kaput, D. W. Carraher & M. L. Blanton (red.), *Algebra in the early grades* (s. 5-17). New York: Lawrence Erlbaum Associates.

Kaput, J., & Blanton, M. (2001). Algebrafying the elementary mathematics experience. Part i: Transforming task structures I: H. Chick, K. Stacey, J. Vincent & J. Vincent (red.), *The future of the teaching and learning of algebra: Proceedings of the 12th icmi study conference.* (vol. 1-2, s. 344-351). Australia: The University of Melbourne.

Kieran, C. (1981). Concepts associated with the equality symbol. *Educational Studies in Mathematics,* 12, 317-326.

Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. I: D. Grouws (red.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (s. 390-419). New York: Macmillan.

Kieran, C. (2004). Algebraic thinking in the early grades: What is it? *The Mathematics Educator (Singapore),* 8(1), 139-151.

Kirkeby, W. A. (1999). *Engelsk blå ordbok. Engelsk-norsk / norsk-engelsk*. Gjøvik: Kunnskapsforlaget.

Kirshner, D. (2001). The structural algebra option revisited. I: R. Sutherland, T. Rojano, A. Bell & R. Lins (red.), *Perspectives on school algebra* (s. 83-98). Dordrecht: Kluwer.

Lee, L. (2001). Early algebra - but which algebra? I: H. Chick, K. Stacey, J. Vincent & J. Vincent (red.), *The future of the teaching and learning of algebra: Proceedings of the 12th icmi study conference.* (vol. 1-2, s. 392-399). Australia: The University of Melbourne.

Lester, F. K. (red.). (2007). *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*. Charlotte, N.C.: Information Age.

Lins, R., & Kaput, J. (2004). The early development of algebraic reasoning: The current state of the field. I: K. Stacey, H. Chick & M. Kendal (red.), *The future of the teaching and learning of algebra: The 12th icmi study.* (s. 47-70). Massachusetts, USA: Kluwer Academic Publishers.

Merriam, S. B. (2002). *Qualitative research in practice: Examples for discussion and analysis*. San Francisco, Calif.: Jossey-Bass.

Mertens, D. M. (2005). *Research and evaluation in education and psychology: Integrating diversity with quantitative, qualitative, and mixed methods* (2. utg.). Thousand Oaks, California: Sage Publications.

Sfard, A. (1995). The development of algebra: Confronting historical and psychological perspectives. *Journal of Mathematical Behavior*, 14(1), 15-39.

Shapiro, S. B. (1998). *The place of confluent education in the human potential movement. A historical perspective*. Lanham: University Press of America.

Solem, I. H., Alseth, B., & Nordberg, G. (2010). *Tall og tanke - matematikkundervisning på 1. Til 4. Trinn*. Oslo: Gylendal Norsk Forlag.

Vedlegg

Vedlegg 1: Transkripsjonsnøkkel…………………………………….. 79
Vedlegg 2: Transkripsjoner av syv episoder fra klasserommet……..... 80
Vedlegg 3: Grovtranskripsjon av lærerintervju fra 31.08.07………... 97
Vedlegg 4: Grovtranskripsjon av lærerintervju fra 15.10.07………... 101
Vedlegg 5: Oppgaveark fra undervisningen…………………………. 114

Vedlegg 1: Transkripsjonsnøkkel

.	Avsluttende utsagn.
?	Spørrende utsagn.
:	Dradd lyd eller bokstav. Jo flere kolon, jo lenger lyd.
[ ]	
[ ]	Overlappende utsagn.
=	Fortsettende utsagn (når en ikke forventer fortsettelse).
Tekst=	
=tekst	Fortsettende utsagn ved avbrudd.
(gjetting)	Beste gjetting på et utsagn som er vanskelig eller umulig å høre.
(…)	Ikke hørbare utsagn eller fragmenter
( )	Utranskribert eller ukjent taler.
(.)	Mikropause.
(sec.)	Antall sekunders pause.
-	Indikerer brå slutt av ord eller lyd.
..	Brudd i setning som ikke blir videreført.
<u>Under</u>	Understrekning betyr at det er ord som det er lagt spesielt trykk på.
CAPS	Utsagnet har et høyere lydnivå enn andre.
Elev	Utsagn fra en uidentifiserbar elev.
(*kursiv*)	Nonverbal aktivitet, eventuelle kommentarer eller beskrivelser i teksten.
Nr.	Hvert skift mellom utsagn fra ulike personer er markert med positive heltall i stigende rekkefølge.
Tid	Sekvenstiden er markert i minutter og sekunder.
Person	Den som gir et utsagn eller utfører en handling.
Utsagn	Verbale uttrykk, og handlinger av betydning for kommunikasjonen.
Kommentarer	Mine kommentarer og forklaringer til utsagnene.

Vedlegg 2: Transkripsjoner av syv episoder fra klasserommet

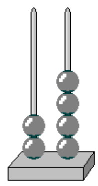
Transkripsjon fra 24.08.07
Videotid: 0:01:56 – 0:03:22
Transkribert av Gunhild Skjørdal Jahr

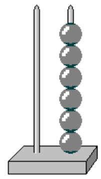
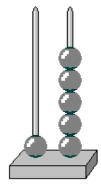
Nr.	**Tid**	**Person**	**Utsagn**	**Kommentarer**
1	0:00	Lærer	I den andre klassen er det så mange vekke i dag jeg lurer på hvor mange vi er?	Elevene sitter i lyttekroken.
2		Elever	(*Klassen er helt stille. Én elev vifter med handa.*)	Eleven som vifter med handa teller elevene som er tilstede.
3		Lærer	Hvor mange er vi i dag?	
4		Elever	(*Elevene kikker seg rundt og teller hver for seg med hviskestemme. Flere hender kommer opp.*)	
5		Lærer	(*Reiser seg, ser seg rundt, går ut av elevringen og bort til noen hyller hvor han kikker litt rundt.*) Jaa. (*Går tilbake i ringen*) Hva kom du fram tee:: (*setter seg ned på stolen sin i lyttekroken*) Liv?	Læreren leter etter noe, men det ser ikke ut som han fant det.
6	0:50	Liv	Tjueen	
7		Lærer	Du kom til tjueen. (2) Ida?	
8		Ida	Tjueen.	
9		Lærer	Ole?	
10		Ole	Tjueen.	
11		Lærer	Du kom også til tjueen. Ann?	
12		Ann	Tjueen.	
13		Lærer	Pia?	
14		Pia	Tjueen.	
15		Lærer	Jaa. Hvor mange er det som er vekke i dag Eli?	
16		Eli	Eeh. To.	Eleven er litt nølende.
17		Lærer	Hehe. Hvor mange tror du er vekke (2) hvor mange tror du er vekke Alf?	
18		Alf?	Ingen.	
19	1:18	Lærer	Ingen her er jo vekke. I den andre klassen var det fire vekke. (1) Da er vi alle da. (1) Okei.	

Transkripsjon fra 24.08.07
Videotid: 0:05:49 – 0:10:43
Transkribert av Gunhild Skjørdal Jahr

Nr.	Tid	Person	Utsagn	Kommentarer
1	0:00	Lærer	Okei. Vi må se om vi kan finne ut hvilken dag det er i dag.	Klassen sitter i lyttekroken. Pål er ordenselev i dag.

2		Pål	Fredag.	
3		Lærer	Hm?	
4		Pål	Fredag.	
5		Lærer	Okei. (…)	Læreren kommuniserer uhørlig med en annen elev for å få tak i kalenderbladet.
6		Elev	(…) (*gir læreren kalenderbladet*)	
7		Lærer	Det er en fredag, hvilket tall er det dagen har?	
8		Pål	(*kikker på kalenderen hvor kalenderbladene blir hengt opp*) Tjuefjerde?	
9		Lærer	Tjuefjerde okei. Kan du si noe om.. Kan dere tenke påå.. Hva kan vi si om [tallet] tjuefire? (*rekker ut en hånd mot Pål*)	Pål begynner å si noe, men blir stoppet av hånda til læreren.
11		Pål	[(…)]	
12		Lærer	Ei hand i været. Hva kan vi si om tallet tjuefire? (*gir kalenderbladet videre til Pål*) [Tenk og opp med en hånd. Hva kan vi si om tallet tjuefire? (3) Hva kan vi si om tallet tjuefire? Alle skal kunne si noe (.) om tallet tjuefire.]	
13		Pål	[(*limer opp kalenderbladet for 24. august på kalenderen*)]	
14		Elever	(*rekker opp handa*)	Mange av elevene har handa oppe nå.
15		Lærer	Eva?	
16		Eva	At det er et partall.	
17		Lærer	Okei. Ann?	
18		Ann	At det er høyere enn to.	
19		Lærer	At det er høyere enn to, ja vel. (1) Ida?	
20		Ida	(…)	
21		Lærer	Hva sa du?	
22		Ida	Det er høyere enn tjue.	
23		Lærer	Okei.	
24		Pål	Han virker ikke. (*vrir på limtuben*)	
25		Lærer	Okei (…)	
26		Pål	Jammen.	
27		Lærer	Da har du bare skrudd han for langt. (*dytter limtuben inn i stativblokka og gir den tilbake til Pål*) Ane?	
28		Ane	Tolv pluss tolv er tjuefire.	
29		Lærer	Okei. Ja? (*peker på en elev*)	
30		Elev	At(.)te. (.) Tjuefire er mindre enn ti millioner.	
31		Lærer	Tjuefire er mindre enn ti millioner, ja vel. Nå har vi litt større enn, vi har litt mindre enn, vi har litt atte det er pluss åeeh å litt sånt. Leo?	
32		Leo	Mm at tjuefire er mindre enn	

			tretusenmillionerogfemtinimillioner.	
33		Lærer	Ahh okei. Kim?	Læreren sukker og virker litt oppgitt.
34		Kim	Tjuefire er mindre enn tohundreogsøttifemtusen millioner	
35		Lærer	Tohundreogsøttifemtusenmillioner. Kan du skrive det tror du?	
36		Kim	Nnei.	
37		Lærer	Nei. Okei. Eeh har du fikset kulekalenderen? (*gir en skål med kuler til Pål*)	
38		Pål	(*tar imot kuleskålen og vender seg mot kulekalenderen*)	
39		Dag	(Meg)	Dag prøver å få oppmerksomhet.
40		Lærer	Ja, okei Dag.	
41		Dag	Ehm, at tjuefire er større en tjuetre.	
42		Lærer	Ja. Bra. (*ser bort på Pål*) Ja?	
43		Pål	(*er akkurat ferdig med kulekalenderen og gir skålen tilbake til læreren*) Jeg (har en). (*rekker handa i været*)	 Pål har laget tallet 24 på kulekalenderen.
44		Lærer	Ja?	
45		Pål	Tjuefem minus en er tjuefire.	
46		Lærer	Tjuefem minus en er tjuefire ja. Hvis vi nå ser på kulekalenderen, kan du flytte hodet ditt litte granne (.) eeh du trenger ikke flytte deg sånn, du kan egentlig sette neei, greit det. Da spør jeg da. Hvilke tall på kulekalenderen kan vi lage medææ de kulene som er på kulekalenderen nå? (1) Hvilket tall..	
47		Elev	(…)	Eleven ser ikke kulekalenderen.
48		Lærer	Nei. Lurer på om du skal.. Pål, lurer på om du skal rett og slett sette deg på plassen din nå foreløpig, kan du gjøre det, så kan du komme tilbake igjen, hva? Vi kan gjøre sånn ja.	
49		Elever	(*litt småsnakk*)	
50		Lærer	Hvilke tall på kulekalenderen kan vi lage.. hvilke tall på kalenderen kan vi lage av med kulekalenderen som han er nå? (3) Se på han. (5) Per?	Kalenderen går fra 1 til 31.
51		Per	Seks.	
52		Lærer	Du kan lage seks. Okei. (1) Hvordan vil du gjøre	

			det?	
53		Per	(*går fram til kulekalenderen*) (…)	
54		Lærer	Hm?	
55		Per	(Skal jeg gjøre det på den?)	
56		Lærer	Du kan godt gjøre det.	
57		Per	(*flytter de to tierkulene over på enerpinnen på kulekalenderen*)	
58		Lærer	Okei, takk. Da har vi hatt tjuefire og vi har hatt seks. Er det noen andre tall vi kan lage på kulekalenderen? Eeh, (3) som vi finner på kalenderbladet. (*peker bort på kalenderen*) Det var det også. Mia, hadde du et forslag?	
59		Mia	Nnei.	
60		Lærer	Du hadde ikke et forslag. Du hadde bare handa oppe?	
61		Mia	Nei det var bare (…)	
62		Lærer	Ja, okei. Eeh, Ane?	
63		Ane	Femten.	
64		Lærer	Femten, hvordan vil du gjøre det da?	
65		Elev	(*sukker*)	
66		Ane	(*går fram til kulekalenderen og flytter en enerkule over på tierpinnen*) Sånn.	
67		Lærer	Okei. Er det fler? (4) Er det fler? Du har et forslag, har du ikke det?	Ola er den eneste i klassen som har hånda oppe.
68		Ola	Ja.	
69		Lærer	Hva da?	
70		Ola	Ee::: trettitre.	
71		Lærer	Jaah.	Et tenkende ”ja”.
72		Ola	(…)	Ola snakker litt lavt.
73		Lærer	Tror ikke det går. Tror ikke det er noen av de tallene der. Okei, fler? Ane, kan du sette han tilbake til tjuefire da?	Læreren referer til tallene på kalenderen (1-31).
74		Ane	Ja. (*reiser seg og går fram til kulekalenderen og flytter en enerkule over på tierpinnen*) Sånn.	
75	4:49	Lærer	Ja vel, vi får vi får gjøre litt av det som vi holdt på med i går da skal vi se.	

Transkripsjon fra 24.08.07
Videotid: 1:08:20 – 1:12:39
Transkribert av Gunhild Skjørdal Jahr

Nr.	Tid	Person	Utsagn	Kommentarer
Utgangspunktetfor denne episoden er en oppgave med fem åpne bokser, hvor man kun vet at summen er 48.				Følgende er skrevet på stativblokka: _ + _ + _ + _ + _ = 48
1	0:00	Lærer	Vet dere hva jeg tror. (.) Jeg tror dere tenker det ut i hodet dere før dere bruker kulesnora. (1) Gjør dere det? (5) Hm? Nei, jeg vet ikke. Det er ikke sikkert. Ska ska ska vi ha en strek til her. Ææ, jo jeg skal skrive opp det som vi har på kulesnora nå da. (1) Jan hadde denne. (*skriver på stativblokka*)	Elevene sitter i lyttekroken. Læreren tegner en strek som begynnelse på neste oppgave, men avbryter og skriver inn i forrige oppgave: 10 + 10 + 10 + 10 + 8 = 48
2		Elev1	Det var min å.	
3		Lærer	Ja, [det var din også] ja.	
4		Elev2	[det var min å]	
5		Lærer	Ja. (2) Ææ okei. Skal dere [se skal dere se når jeg gjør det i blinde?]	
6		Jan	[(…………………… ………………..)]	Jan sier noe samtidig som læreren.
7		Elev3	Hm?	
8		Lærer	Skal dere se når jeg gjør det i blinde?	
9		Elever	Ja.	To eller tre elever.
10		Lærer	Når jeg regner i blinde?	
11		Elever	Hm? Ja.	
12		Lærer	Hæ?	
13		Elever	Ja. Jaa::.	
14		Jan	(…)	
15		Lærer	Okei okei. Ja ikke nå Jan. Nå tar jeg.. ta også dra kulesnora litt lenger fram. Hm. (*flytter på kulesnora*)	
16		Elev	Du kommer ikke til å greie det.	
17		Lærer	Hm?	
18		Elev	Du kommer ikke til å greie [det.]	
19		Lærer	[Nei.] [Nå skal vi se.]	
20		Elev	[(…)]	
21		Lærer	(*fjerner klypene fra kulesnora med unntak av den som står på svartallet 48*) Øøæh. Det eneste jeg vet det er at svaret skal være førtiåtte, ikke sant?	
22		Elev	Hæ?	
23		Lærer	Hø. Også blunder jeg, eller jeg har telt opp	

			førtiåtte, det må jeg gjøre. Jeg kunne jo telle opp en to tre fire.. Nina, bare kom inn. Nåja høhøhø. Eeh jeg kunne jo ha telt jeg har telt opp førtiåtte det kunne jeg har gjort i blinde. Nå skal jeg lage regnestykke i blinde, okei? (2) Øøh åssen skal jeg være sikker på at jeeg ikke ser? (2) Skal jeg bare blunde og kikke opp?	Nabolæreren kommer inn i klasserommet, henter noe og går ut igjen.
24		Elev	Nei, du tar et tørkle foran.	
25		Lærer	Jeg kan jeg kan, sånn.[(1) Er]=	
26		Elev	[Jammen..]	
27		Lærer	=er dere enige i at jeg blunder nå ikke sant? (*Ser oppover og lukker øynene*)	
28		Elever	Jaa.	
29		Lærer	Også gjør jeg bare sånn:: (*setter fast en klype på kulesnora*) okei også gjør jeg sånn:: (*setter fast klype nummer to*) okei, også gjør jeg sånn:: (*setter fast klype nummer tre*) okei, jeg blunder hele tiden også gjør jeg sånn:: (*setter fast klype nummer fire*) okei. Ja, tror dere det er riktig?	
30		Elever	Neei.	Alle elevene sier nei i kor.
31		Lærer	Nei?	
32		Elev1	Joo.	
33		Elev2	Nei.	
34		Elev3	Joh.	
35		Elever	(*det hviskes litt nei og jo blant elevene*)	
36		Lærer	Er det sånn at det tallet puss det tallet pluss det tallet pluss det tallet pluss det tallet er førtiåtte?	Læreren peker på en og en klesklype på kulesnora.
37		Elev4	Jaa.	
38		Elever	(*hvisker*)	
39		Lærer	Hæ?	
40		Elev5	Mm.	
41		Elev6	Ja.	
42		Lærer	Tror dere det?	
43		Jan	[Jeg vet] en. (*rekker opp handa*)	
44		Elev7	[Mm.]	
45		Jan	[St..]	
46		Dag	[Men] den sto jo der bare fra før.	Eleven referer til klypen som representerer svartallet.
47		Lærer	Ja selvfølgelig. Skal jeg regne i blunde en gang til? Kom og se. (*tar vekk klyper fra kulesnora*)	Læreren tar vekk alle klypene med unntak av den som representerer summen.
48		Elev8	Men da må du ta vekk den [siste også.]	

49		Elev9	[(…)]	
50		Elev10	[Ja.]	
51		Lærer	Nei, den er jo førtiåtte den. Den er jo der ikke sant? For det visste vi jo det er jo det vi vet i stykket. (*peker på oppgaven som står på stativblokka*) Men det er det å finne de tallene i mellom. Det er de jeg kan finne i blunde.	
52		Elev11	Men? [Men da må du kikke sånn.]	
53		Lærer	[Nå skal jeg gjøre det i blunde en gang til.] Se her. (*setter klypene på tilfeldige steder på kulesnora og åpner øynene*)	
54		Elev12	Det blir førtiåtte. (med lav stemme)	
55		Jan	Egil.	Eleven prøver å få lærens oppmerksomhet.
56		Lærer	[Ble det au førtiåtte?]	
57		Jan	[Jeg kan jeg kan] jeg kan..	
58		Elever	[Jaa.] (*litt nølende*)	
59		Lærer	Ble det riktig?	
60		Elever	Hjaaa.	
61		Jan	[(…)]	
62		Dag	Det blir det jo uansett for atte=	
63		Lærer	Hæ?	
64		Dag	=for svaret står der jo. (*mye bråk i bakgrunnen*)	En annen klasse lager bråk utenfor.
65		Lærer	Jeg hører ikke hva du sier.	
66		Dag	[Svaret blir det uansett.]	
67		Lærer	[Kan du lukke døra det er så mye bråk. Hæ?]	
68		Alf	Førtiåtte. Han sa at svaret uansett blir førtiåtte [(…)]	
69		Dag	[For selv om] du hadde tatt han (…) så står jo ennå bare svaret der. Og da blir det førtiåtte, for det (*klapper sammen hendene*) er i mellom. (Ser du nå?)	
70		Lærer	Så. Okei.	
71		Elev	Det blir [førti..]	
72		Lærer	[Hvis] jeg hadde gjort det i blunde en gang til tror du jeg hadde fått førtiåtte da au?	
73		Elever	Jaa.	
74		Alf	Nei, ikke hvis du hadde gått over.	
75		Lærer	Hva er det jeg ikke måtte gjøre?	
76		Alf	Gå over, for da hadde du fått mye mer. [(…)]	
77		Lærer	[Okei.]	
78		Elever	(*noen hvisker*)	
79		Lærer	Så dette hvis jeg hvis jeg skulle ha skrevet dette stykket her da så hadde det blitt fire pluss to pluss [fem] pluss der er ni [og] der er åtte det er søtten	Læreren peker på kulesnora og finner tallene mellom

			pluss søtten pluss der er faktisk, hvor mye er det? (*peker på kulene som er i mellom de to siste klypene*)	klypene som skal legges sammen: 4+2+5+17+… Han stopper opp etter å ha funnet de fire første tallene og spør elevene om antallet kuler som er imellom de to siste klypene.
80		Elev	[fem] [ni]	Eleven snakker lavt for seg selv samtidig som læreren snakker.
81		Elev Alf?	Tjueto.	
82		Dag	Tjue.. (*mumler*)	
83		Alf	Nei, tjue.	
84		Dag	Tju.. (*mumler*)	
85		Elever	Tjue.	Flere elever som sier tjue lavt for seg selv.
86		Lærer	Så så flink er jeg til å regne i hue nei jeg mener i blinde.	
87		Elever	(…) (*elever som snakker til hverandre*)	
88	4:18	Lærer	Da kan dere ta friminutt.	

Transkripsjon fra 07.09.07
Videotid: 0:59:35 – 1:02:43
Transkribert av Gunhild Skjørdal Jahr

Nr.	Tid	Person	Utsagn	Kommentarer
1	0:00	Lærer	Eee. Skal vi bare ha en liten konkurranse. Hvem er det som har lyst til å konkurrere her?	Elevene sitter i lyttekroken.
2		Elev 1	Ææ::.	
3		Elev 2	Æ.	
4		Elever	Æ, æ, æ (*flere elever rekker handa i været*)	Flere elever uttrykker at de vil konkurrere.
5		Lærer	Æ æ må ha eeh.. Dag kan du hente (1) tre klesklyper til meg? Så, er det ikke det oppi den der den korva med med (.) med kulesnor [der?]	Dag reiser seg og går for å hente klesklyper.
6		Elev	[Hva] skal vi konkurrere om?	
7		Lærer	Hm?	
8		Elev	Hva skal vi konkurrere om?	
9		Lærer	[Skal vi se.]	
10		Elev 1	[(*host host*)]	
11		Elev 2	Hæ?	

12		Lærer	Skal vi se. Æ skal ta tida.	
13		Elev	Åjaa.	
14		Elever	(*litt småprat*)	
15		Dag	(*kommer tilbake med klesklypene*)	
16		Lærer	Hvem har lyst? Jeg sier ikke hva konkurransen går ut på.	
17		Elev	Det er den derre kulesnora..	En stor utgave av kulesnora ligger framme på golvet.
18		Elever	(*litt småprat og flere elever som rekker opp handa*)	
19		Lærer	Hvem:::ææ::	
20		Elev	(…)	
21		Lærer	Okei.	
22		Elev	Kan æ sette meg på golvet å se?	
23		Lærer	Skal vi se (2). Hmm::::: (*reiser seg og går over gulvet*) Alf, du har lyst?	Læreren går over gulvet for å hente terninger mens han plukker ut elevene som skal delta.
24		Alf	Mmm.	
25		Lærer	Har du det?	
26		Alf	Jaa.	
27		Lærer	Og Dag har lyst.	
28		Dag	Yes!	
29		Lærer	Greit. Dere to skal få lov til å (slåss sammen).	Læreren setter seg ned på stolen foran elevene igjen.
30		Elev	Umm.	En elev er lei for at han ikke blir plukket ut.
31		Dag	Jah! (*reiser seg opp og klapper med hendene*)	
32		Lærer	Jeg bare.. Du skal sitte. Du kan sitte, sitte der.	
33		Dag	Nåå. (*Går tilbake og setter seg.*)	
34	1:06	Lærer	Det jeg skal gjøre nå er at jeg skal kaste tre terninger foran deg. (1) Og du skal legge de sammen på kulesnora. (2) De tallene du får. (1) Skjønner?	
35		Alf	Okei.	
36		Jan	(*Går inn i ringen og setter seg.*)	Går inn i ringen fra sin faste plass for å kunne se bedre.
37		Lærer	Nei Jan du kan ikke sitte der. Da sitter du i veien for alle de andre. Du kan sette deg på plassen hansiss der oppe (*peker bort på plassen til Alf*).	
38		Jan	Hvem?	
39		Lærer	Der, (*peker*) der.	
40		Jan	(*Går og setter seg*)	
41		Lærer	Okei. (2) Er du klar?	

42		Elev	Odd?	Lærerens navn er "Odd".
43		Lærer	Ja. Hm?	
44		Elev	Kan jeg sitte der?	
45		Lærer	Nei (*rister på hodet*).	
46	1:36	Lærer	Eeh. Du kaster de (.) foran deg, ikke så hardt. (*Gir terningene til Alf.*) Og så skal du legge de sammen. Her har du=	
47		Alf	=tre stykker. (*Har tre terninger i hånda.*)	Alf fortsetter setningen som læreren har begynt på.
48		Lærer	Hm?	Læreren blir forvirret over Alf sin fortsettelse.
49		Alf	Tre stykker.	
50		Lærer	Ja, også her har du klesklypan. Også skal du legge de sammen på påeh..	
51	1:52	Alf	(*triller terninger*)	Alf triller terningene og konsentrerer seg om utregningen på kulesnora mens læreren kommuniserer til de andre elevene.
52		Lærer	Tallet er tjue-en.	Skriver: 21 (på stativblokka)
53		Alf	(*setter klesklype på kule nummer 21 på kulesnora*)	
54		Lærer	Too.	Skriver: + 2
55		Alf	(*tenker, flytter så klesklypa bestemt fra 21 til 20 og setter neste klype på 30*)	
56		Lærer	Og (4) fjorten.	Skriver: + 14
57		Elev 1	Du må bytte til tjue.	
58		Elev 2	Til tretten.	
59		Alf	(*fokusert på kulesnora, helt stille i klasserommet, han setter tredje klesklype på 37 og ser opp på læreren*)	
60	2:25	Lærer	Ferdig?	
61		Alf	(*nikker*)	
62		Lærer	Da kom du til?	
63		Alf	Ti, tjue, tretti: (.) sju.	Alf teller samtidig som han peker på tilsvarende kule på kulesnora.
64		Elev	Nei det er feil (*med lav stemme*).	
65		Lærer	Tretti-syv. Det er riktig det.	
66		Elev	Hæ?	
67		Elever	(*litt småprat*)	

68		Lærer	Tallet var tjue-en (.) pluss to (.) pluss (.) fjorten. Da kom du til.. Hva kom du til?	Læreren skriver oppå det han har skrevet fra før mens han sier tegnene høyt.
69		Alf	Trettisyv.	Alf peker på kule nummer 37.
70		Lærer	Trettisyv. (1) Jaha, hvorfor tok du tyve først da?	Skriver: = 37
71		Alf	Jo fordi det ble enklere med tiere.	
72		Lærer	Jaha, også tok du?	
73		Alf	Emm. Tieren for fjorten.	
74		Lærer	Okei, også=	
75		Alf	=også regnte jeg bare enerne.	Alf peker på terningene
76	3:07	Lærer	En og to og fire. En, to og fire. Du gjorde det sånn ja. Du tok de tallene.	Læreren peker på det han har skrevet.

Transkripsjon fra 14.09.07
Videotid: 0:30:14 – 0:35:14
Transkribert av Gunhild Skjørdal Jahr

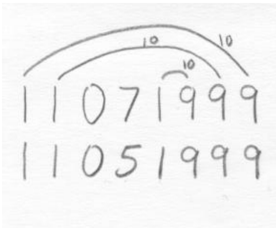
Nr.	Tid	Person	Utsagn	Kommentarer
1	0:00	Lærer	Når vi går over på andre siden, for dette er på andre siden av det arket dere har, så er det en, to, tre, fire, fem rader (*peker på radene mens han teller*) med e::: fire bokser i. Sånn, sett deg ned, sitt rolig (*snakker lavt til en enkeltelev*). Da skal dere ta (*bøyer seg ned og plukker opp en terning fra en boks på gulvet*) én terning fra null til ti. Nei, til ni. Også skal dere kaste den. Nå skal Ane kaste den også skal vi se hva som skjer.	Læreren presenterer et tosidig arbeidsark som elevene skal jobbe med. Arkene han viser fram er en kopi av orginalen med forsiden og baksiden på hvert sitt ark i A3-størrelse, som er satt fast på stativblokka.
2		Ane	(*kaster terningen på gulvet foran seg)*	Eleven er ordenselev og sitter på en stol foran klassen.
3		Lærer	E:. Ane.	
4		Elev	Syv.	
5		Lærer	Syv. Okei. Da ville jeg ha satt den inn der (*skriver på stativblokka*). Kaster du han en gang til.	$\boxed{7}\boxed{\ }\boxed{\ }\boxed{\ }$
6		Ane	(*reiser seg opp og henter terningen, setter seg ned og kaster den på gulvet*) Tre.	
7		Lærer	Tre. Så ville jeg ha satt den her da. (*skriver på stativblokka*) Okei. Så kaster du han en gang til.	$\boxed{7}\boxed{\ }\boxed{3}\boxed{\ }$
8		Ane	(*plukker opp terningen og kaster den på gulvet*) Ni.	
9		Lærer	Ah. Æsj. Da ville jeg ha satt den her. (*skriver på*	$\boxed{7}\boxed{9}\boxed{3}\boxed{\ }$

			stativblokka)	
10		Elev	Hvorfor sa du æsj?	
11		Lærer	Det skal jeg forklare etterpå.	
12		Elev	Mhm.	
13		Ane	(*kaster terningen på gulvet*) Åtte.	
14		Lærer	Aah. (*skriver på stativblokka*) Er det noen som kan lese det tallet? Er det noen som kan lese det tallet som står der? (*peker på stativblokka*)	$\boxed{7}\boxed{9}\boxed{3}\boxed{8}$
15		Elever	(*rekker handa i været*)	Flere elever rekker handa i været.
16		Lærer	Per, hva er det som står der?	
17		Per	Syv, ni, tre, åtte.	
18		Lærer	Men hva hvis du skulle lese det som et ordentlig tall?	
19		Per	Syv.. syvhundre-og-nittisyv. Nei, syvtusen-nihundre-og-trettiåtte.	
20		Lærer	Jah. Visst jeg kunne ha byttet rundt på disse her, og fått det største tallet. Hvordan kunne jeg ha byttet rundt på det da? (1) Hvis jeg kunne ha flyttet rundt på disse her (*peker på tallene*). Hvordan kunne jeg fått det største tallet da? Ann?	
21		Ann	Hvis du hadde tatt ni: og syv også..	
22		Lærer	(*skriver 9 på stativblokka)* Ni og syv?	
23		Ann	Nei hvis du hadde tatt ni der også tok du åtte ved siden av ni.	
24		Lærer	(*skriver på stativblokka*) Jaha.	
25		Ann	Også tok du ehm (.) syv og tre.	
26		Lærer	Jaha. (*skriver på stativblokka*) Noen som kan lese det tallet? Ja? (*peker på en elev*)	
27		Elev	Ni.. nitusenåttehundreogsøttitre.	
28		Lærer	Okei. Det dere skal gjøre det er at dere skal kaste terningen først en gang som jeg gjorde også skal dere se e::h. Nå valgte jeg den syveren først for jeg trodde kanskje ikke jeg fikk åtteren og nieren. Men så fikk jeg jo både åtte og ni. Og jeg var ute etter å få det største tallet. Så velger dere når dere har kastet terningen én gang og ser hvor dere vil plassere tallet. Nå skal vi ta det en gang til også skal dere få lov å være med å bestemme nå. (*gjør en gest med handa i retning terningen som ligger på gulvet*)	
29		Ane	(*kaster terningen*)	
30		Lærer	Det ble [null], hen skal vi plassere det da?	
31		Elev	[null]	
32		Elev	Helt bakerst.	
33		Lærer	Hæ.	
34		Elever	Helt bakerst.	Flere elever gjentar dette.

35		Lærer	Okei. (*skriver på stativblokka*) Så en gang til.	[ ] [ ] [ ] [0]
36		Ane	(*kaster terningen*) [Seks.]	
37		Elev	[Seks.]	
38		Lærer	Seks. Nå må dere huske nå har vi bare tre ganger igjen så nå er det liksom ikke.. Hen skal vi plassere det da? (4) Skal vi sette det aller først?	
39		Elever	Nei.	
40		Lærer	Sette det på andreplass?	
41		Elever	Nei, ja.	Elevene svarer forskjellig, men flest svarer nei.
42		Lærer	Da må vi ha to som er større, hvis ikke vi skal sette det på andreplass da.	
43		Elev	Ja.	
44		Lærer	Skal vi sette det der? Hvor mange er det som vil sette det der? (*peker på tallplass nummer tre fra venstre*)	
45		Elever	(*rekker opp handa*)	
46			Hvor mange er det som vil sette det her? (*peker på tallplass nummer to fra venstre*)	
47		Elever	(*rekker opp handa*)	
48		Lærer	Aah. Det er flertall for det da. Okei. (*skriver på stativblokka*) De fleste vil det. Okei så må du kaste en gang til.	[ ] [6] [ ] [0]
49		Ane	(*kaster terningen*) To.	
50		Lærer	Hehehe. Hen skal vi sette det da? Hehehe. Jaja Ane?	
51		Ane	[Der.]	
52		Elev	[Du] har ett tall igjen som (…)	
53		Lærer	(*skriver på stativblokka*) Ja, se der. Det er nå vi tar sjansen, ikke sant? Sååå.	[ ] [6] [2] [0]
54		Elev	Sekshundre-og-tjue ehh.	
55		Ane	(*kaster terningen*)	
56		Elev	[Jaa!]	
57		Elev	[Syv.]	
58		Lærer	Hæ?	
59		Elev	Syv.	
60		Lærer	Syv, okei. (*skriver på stativblokka*) Ser du, sist gang så fikk vi jo knallhøye tall. Og det som er poenget nå når dere skal gjøre det. Når dere kommer til den siden når dere er ferdig med den første siden og har snudd rundt. Hør, så skal dere ta, samme hva slags terning dere har hatt tidligere. Da skal dere ta en terning som går fra en til null. Også skal dere gjøre akkurat dette her. Så må dere ikke jukse. Dere må gjøre valg underveis, dere må ikke kaste til dere får en nier eller noe sånt eller (…). Dere må ikke jukse. Også skal vi se hvem	[7] [6] [2] [0] Terningen er tisidet fra null til ni.

			som får det største tallet.	
61		Elever	Yes, yes.	
62	4:58	Lærer	Men, vi må gjøre den siden først. (*peker på forsiden av arbeidsarket*)	

Transkripsjon fra 20.09.07
Videotid: 0:14:32 – 0:16:14
Transkribert av Gunhild Skjørdal Jahr

Nr.	Tid	Person	Utsagn	Kommentarer
1	0:00	Lærer	Så er det sånn at ordenseleven i dag.. For det er noe som heter å legge sammen. Kan dere huske vi har gjort det før. Vi har lagt sammen den veien der (*peker på fødselstallet fra venstre mot høyre*), ikke sant? Vi har lagt sammen den veien der. Hvert enkelt tall har vi lagt sammen: En pluss en pluss syv pluss en (.) her=	Oda og Liv er de eneste i klassen med fødselstall som inneholder elleve. Disse tallene er skrevet på stativblokka: 11071999 11051999
2		Dag	(*hvisker noe*)	
3		Lærer	Greit Dag. =er det jo litt lett å legge sammen. Dag, hvordan ville du ha lagt sammen hvis du skulle ha gjort det veldig lett?	
4		Dag	Mm:: (2) Vet ikke.	
5		Lærer	Nei. Hvis vi skulle legge sammen hvert tall her (*peker på tallene*) så kunne jeg gjort det veldig lett da?	
6		Dag	O:::. Nå ser jeg den. Hehe hehe.	
7		Lærer	Pål?	
8		Pål	Kan jeg komme frem?	
9		Lærer	Du kan si det.	
10		Pål	Em. Du tar eneren [oppå nieren og da blir det ti.]	
11		Lærer	[(*peker på eneren, tegner en bue over til nieren og skriver et ti-tall over buen*)]	
12		Pål	Også [tar du den andre eneren der og ned der også..]	
13		Lærer	[(*tegner en bue fra en annen ener over til et nitall og skriver et ti-tall over buen*)] Der har du ti. Også tar du den bort [der] og der har du ti. (*tegner bue fra en til ni med ti-tall over*)	
14		Pål	[der]	
15		Lærer	Da har vi.. Hva har vi igjen da for noe? Og hva blir det tverrtallet der da?	Tverrtallet er tverrsummen av et tall. Altså summen av sifrene i tallet.
16		Elev1	Trettisyv?	

17		Lærer	Okei. Nå holdt jeg på å jo nei.. (*mumling*) Ordenseleven i dag, nå må dere tenke dere litt om, har det minste tverrtallet.	Elevene skal finne ut hvem av de to elevene som har det minste tverrtallet.
18		Oda	Okei. Tue.	
19		Elev2	Nei.	
20		Oda	Jo.	
21		Elev3	Nei, Liv har fem.	
22		Oda	Åja.	
23		Elev3	Liv.	
24		Oda	Åja, jeg glemte..	
25		Elev3	Liv..	
26		Pål	Oda du har syv.	
27		Oda	Jeg glemte det (…).	
28		Lærer	Hvem er det?	
29		Elever	Det er Liv.	Flere elever i kor.
30	1:42	Lærer	Okei.	

Transkripsjon fra 20.09.07
Videotid: 0:23:42 – 0:27:33
Transkribert av Gunhild Skjørdal Jahr

Nr.	Tid	Person	Utsagn	Kommentarer
1	0:00	Lærer	Hyss:::: Se- se her. Ta en liten ting til (.) på tallet tyve. Nå må dere følge med her. Velger tallet tyve i dag. (*skriver på stativblokka*)	Elevene sitter i lyttekroken. Læreren skriver på stativblokka: =20
2		Elever	Åå: (*forskjellige lyder og hvisking blant elevene og noen elever rekker opp handa*)	
3		Lærer	Jaa. (2) Sett deg ordentlig der på stolen (…). Ja? Hva tenkte du på? Mia?	
4		Mia	Æ tenker (.) på ti og ti.	
5		Lærer	Vel [(*tegner på stativblokka, fra høyre mot venstre*)]	På stativblokka står det nå: □ – □ = 20
6		Elev1	[Åja (2) ti minus tretti]	
7		Lærer	[(*tegner videre på stativblokka*)]	På stativblokka står det nå: □ = □ – □ = 20
8		Elev2	[Åjaa var det sånne bokser.]	
9		Lærer	[(*tegner videre på stativblokka*)]	På stativblokka står det nå: □ + □ = □ – □ = 20
10		Elev3	[Jeg ser ikke, Ann.]	
11		Elev4	[Æ ser heller ikke.]	
12		Elev3	[Nå ser æ.]	
13		Elev4	[(…)]	

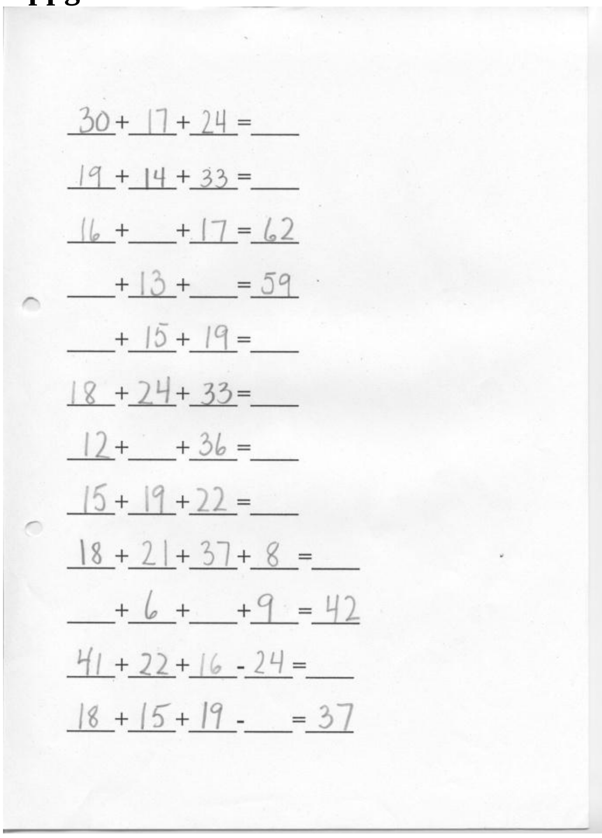
14		Elev5	(…)	
15		Lærer	Okei, nå må dere se her. (9)	
16		Elever	(…) (*flere elever sier noe og noen rekker opp hånda*)	
17		Lærer	(…) Ja, se her. (*peker på tallet 20 i regnestykket på stativblokka*) (13) Har du et svar Alf?	
18		Alf	Eem. Ti pluss ti det..	
19		Lærer	Nei ee, du må ha opp handa di i tilfelle du har et svar. (1) Ja? (2) Liv?	
20		Liv	Eeh..	
21		Lærer	Har du et svar et sted?	
22		Liv	Mmm (3) å jeg så ikke det.	
23		Lærer	Mm.	
24		Liv	Jeg så ikke (…) (1) derfor går det ikke.	
25		Lærer	Jon?	
26		Jon	Ti pluss ti.	
27		Lærer	Hvor vil du ha det da?	
28		Jon	På plussen.	
29		Lærer	Okei.	
30		Elever	(*hvisker*)	
31		Lærer	Ja (*skriver på stativblokka*). Ti pluss..	Læreren skriver 10 inni de to første åpne boksene: 10+10 = □ – □ = 20
32		Elever	[(*mumling*)]	
33		Lærer	Var det noe annet vi kunne ha der. Var det noe annet vi kunne ha der? Oda?	
34		Oda	Tretti minus ti.	
35		Lærer	Der? (*peker på venstre side av regnestykket på stativblokka*)	
36		Oda	Nei.	
37		Lærer	Du vil ha det.. (*peker på de to åpne boksene i regnestykket*)	
38		Oda	Ja.	
39		Lærer	Okei vi kan godt sette det derre der. (*skriver på stativblokka*)	Nå står det: 10+10 = 30–10 = 20
40		Jan	Åå. Det var min å.	
41		Lærer	Var det andre som hadde det da?	
42		Jan	Jaa. [Jeg hadde den.]	
43		Elev	[Ti pluss ti det blir tretti.]	En elev som leser høyt fra stativblokka.
44		Lærer	Vel. Er det noen som hadde noen andre forslag her da? Enten der eller der (*peker på henholdsvis venstre og høyre side av det første likhetstegnet i regnestykket*). (1) Jan?	
45		Jan	Jeg har en på pluss der. Tjue pluss null.	
46		Lærer	Du har den ja. Okei. (*skriver under regnestykket på*	20+0

			stativblokka)	
47		Elev1	Æ kan en.	
48		Elev2	Kan jeg ta en på den med minus?	
49		Lærer	Ja.	
50		Elev2	Hundre minus åtti.	
51		Lærer	Oi oioi. (*skriver under regnestykket på stativblokka*)	100–80
52		Elever	Hihihi håhå	
53		Lærer	Ja.	
54		Dag	Hundreogti minus nitti.	
55		Elever	Hehehe	
56		Lærer	Okei (*skriver på stativblokka*)	110–90
57		Elev	E e e e	
58		Lærer	Vi må ha en på denne siden også i alle fall (*peker på venstre side av regnestykket*).	
59		Elever	(*Flere elever lager lyder og rekker handa i været.*)	
60		Lærer	Du vet en?	
61		Elev	Kan jeg gå på do?	
62		Lærer	Ja. Kim?	
63		Kim	Hundreogtjue minus hundre.	
64		Elever	Nåå::.	
65		Lærer	Ja hvis du regner på den siden da? (*peker på venstre side av regnestykket*)	
66		Elever	Hehehe. (…)	Mye småprat blant elevene.
67		Lærer	Ane (…)	
68		Ane	Emm. Femten plu- minus, nei jeg mente femten pluss fem	
69		Lærer	Ja. (*skriver på stativblokka*)	15+5
70		Elever	(*To elever lager lyd og rekker handa i været.*)	
71	3:50	Lærer	Vi har vi har ikke tid til flere.	Slik ser det ut på stativblokka nå: 10+10 = 30–10 = 20 20+0 100–80 15+5 110–90

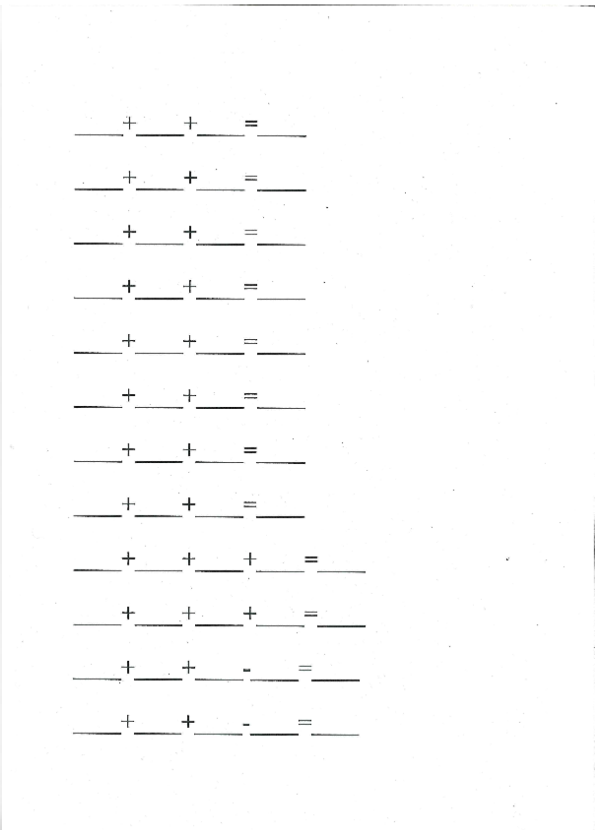
Vedlegg 3: Grovtranskripsjon av lærerintervju fra 31.08.07

Et lite intervju i etterkant av matematikkundervisningen 31.08.07

Oppgaveark som ble brukt



30 + 17 + 24 = ___
19 + 14 + 33 = ___
16 + ___ + 17 = 62
___ + 13 + ___ = 59
___ + 15 + 19 = ___
18 + 24 + 33 = ___
12 + ___ + 36 = ___
15 + 19 + 22 = ___
18 + 21 + 37 + 8 = ___
___ + 6 + ___ + 9 = 42
41 + 22 + 16 - 24 = ___
18 + 15 + 19 - ___ = 37



___ + ___ + ___ = ___
___ + ___ + ___ = ___
___ + ___ + ___ = ___
___ + ___ + ___ = ___
___ + ___ + ___ = ___
___ + ___ + ___ = ___
___ + ___ + ___ = ___
___ + ___ + ___ = ___
___ + ___ + ___ + ___ = ___
___ + ___ + ___ + ___ = ___
___ + ___ + ___ - ___ = ___
___ + ___ + ___ - ___ = ___

Første ark   Andre ark

Første ark:
Her skal elevene fylle inn tall i de åpne boksene. De er oppfordret til å bruke kulesnora som hjelpemiddel.

Andre ark:
Elevene bruker terninger for å lage sine egne regnestykker.

Tanken bak oppgavene med åpne bokser (første ark)

G: Det jeg tenkte på. Når du lager disse oppgavene her. Om du kunne forklare litt om hvilke tanker som ligger bak?

Egil: Bak disse oppgavene som de fikk i dag?

G: Ja.

Egil: Ja, altså det som var tanken i dag var jo at det var to ting fra forrige time som jeg bet meg merke i. Det ene var altså dette med bare å legge sammen to eller tre tall under hundre. Men altså to eller tre tosifra tall under hundre med svar som også er under hundre for å forholde seg til kulerekka. Der ønsket jeg jo at de skulle få fram ulike strategier på hvordan de gikk fram. Og i lyttekroken sist gang så var det jo sånn at du fikk fram noen som valgte dette med å begynne med tiere eller begynne med enerne eller telle seg opp. Og det gjenspeiler jo for så vidt også ulike nivåer som de ligger på – hvilken strategi de velger. Det jeg synes de hadde veldig problemer med sist gang var at hvis det står et tomt rom. Og derfor ønsket jeg jo også at de skulle få litt trening også å på dette med de tomme rommene. Hvilken strategi bruker du da, hvis du har tre ledd og du har bare fylt ut ett siffer og du har svaret, så er spørsmålet: Hvilken løsning kan du velge da? Hvordan ser du hele det problemet?

Egil: Er det sånn at du bare setter opp svaret og finner 13 som nå står i midten, også gir de andre seg selv – liksom det å finne fram til dette at det egentlig er sånn det fungerer. Men igjen så oppdager jeg det at det er litt vanskelig å overføre – altså det er litt vanskelig for de å forstå den friheten som ligger i tallene eller hva du velger og sånt. Så igjen, også i forhold til sist gang, så opplever jeg at vanskelighetsgraden er stor for mange, og den er nok i snitt litt for stor, men for noen går det veldig greit. For noen så går det veldig greit, men får andre så går det ikke.

G: Ja.

Egil: Også er det noen som strever innenfor dette, altså noen har det lett og noen strever innenfor dette, men får det til. Du filma jo ganske mye én elev som selv etter å ha kommet til svaret telte seg opp til enogseksti, en og en og en og en. Men hun kom jo fram til riktig svar. Ja. Så er spørsmålet: Hva slags kunnskap ligger det i det? Det er jo et åpent spørsmål. I det hele tatt har starten i år vært litt underlig til.. ehh.. Jeg opplever en slags motvilje mot å jobbe med kulesnora, det er en slags lav energi når vi sitter i lyttekroken og skal gjøre disse tingene – de er ikke med sånn som jeg har opplevd de mye tidligere. Men i løpet av timen i dag så syns jeg jo at energien på mange måter økte, og ikke minst på de som da fikk lov å gå på frie oppgaver og fikk velge å bruke terninger hvor de kan kaste terninger som gikk helt opp til tusen. Da var det masse energi ute og gikk hos disse som ble utfordra på det.

Men det var noe i lyttekroken altså, det var veldig lav energi, og i fjor når de virket ikke interessert.. Og jeg vet ikke om det er fordi jeg nå begynner å strukturere for mye altså, for jeg har mine for tydelige forventninger inni meg som gjør at jeg når jeg setter meg i lyttekroken så er jeg låst av de forventningene og på en måte ikke bare kan følge det som skjer. Ja. Så den undringen har jeg gått med en stund. Men når de begynte å arbeide så var det jo mange som hadde høy energi, men så var det for mange som strevde.

G: Ja.

Egil: Ja. Det er min konklusjon. Har du flere spørsmål? Hehehe.

G: Ja skal vi se. Du svarte jo i allefall på det med (…)=

Elev: (*kommer inn og avbryter*)

G: = hun som telte en og en. Ja at det er forskjell på de.

Egil: Mm mm.

G: Jeg også tenkte på det som du sa sist. At det var veldig spredt sist gang hva de fikk til og hvordan de jobba.

Egil: Mm. Det var nok litt.. Det er jo det der med altså å bygge opp..

Tanken bak bruken av terninger

G: Men hva er tanken bak det med terningene?

Egil: Det var for å gi de en annen type aktivitet. Altså der kunne de.. Altså det jeg hadde forestilt meg når jeg planla det var vel at ok, jeg låser de til terninger fra 1-20. Og i det lå det jo at=

Elev: (*kommer inn og avbryter*)

Egil: =eeh og dermed vil de jo få litt tall som passet til arbeidet sammen med kulesnora. Men når jeg tømte de terningene der så så jeg jo at det var terninger til hundre og over hundre og altså vi hadde jo terninger ti 36 og på 28 og til 24 og litt sånn forskjellig, men vi hadde jo også de til tusen og altså så tenkte jeg pytt pyt.. men de syntes jo det var gøy da.

G: Ja.

Egil: Ja. Så det var ikke noe mer. Men det var liksom litt for å bryte aktiviteten at de skulle ha den egenaktiviteten som lå i det å kaste terninger.

Hvordan elevene takler minusstykker

G: De som holdt på med de terningene og kom til minusstykkene. Hvordan opplevde du at de tok det?

Egil: Nja. (6) Jeg vet ikke om jeg hadde noe egentlig kontroll på det. Det var noen av de som kom hit (*peker på tredje siste regnestykke på første ark*) mens de jobba før terningene, og det er jo en parallell her, som egentlig ikke hadde oppdaget dette og så at det gikk utover hundre og ikke visste åssen de skulle gjøre dette. Men.. (4) Altså det som jeg sitter og lurer litt på det er jo.. Altså her er jo veldig mange sprang i dette her. Jeg kunne jo ha kjørt det på den måten der at jeg hadde laget fem stykker etter hverandre som hadde for eksempel fylt inn de to første og svaret. Så hadde de fått øvd inn en slags metode, ikke sant. Jeg kunne jo ha kjørt fem av den typen her (*peker på femte regnestykke på første ark*) som mangler den første og som mangler de to der (*peker på de to tomme rutene i femte regnestykke*). Eller den som mangler den i midten (*peker på tredje regnestykke*). Ikke sant.

G: Men det har du ikke gjort?

Egil: Nei det har jeg ikke gjort.

G: Hvorfor har du ikke gjort det da?

Egil: Neei for det at jeg har litt lyst til at de på en måte ikke så kjapt skal automatisere ting. Altså at de må ha en dypere forståelse hvis ikke så blir det veldig automatisert også blir det jo da neste gang så har de egentlig bare lært en metode som de kan koble opp til oppstillingen av tall, men som ikke knytter seg til forståelsen av tallene. Ja. Så det er jo litt av min tanke da. Men jeg kunne jo ha gjort det. Jeg kunne ha kjørt hele den (*lager en håndbevegelse nedover halve arket*) og da tror jeg jo du ville fått et helt annet resultat hvis de hadde jobba på den måten der. Hvis jeg hadde gitt de tre eksempler på én metode og så hadde fått lov å jobbe med den metoden resten av timen. Det hadde jo også tatt fryktelig lang tid. Hvis du skulle gå igjennom alle variantene der, ikke sant. Ja. Såå det er..

G: Hva med han som.. han med de lave terningene?

Egil: Han med de lave terningene ja. Ja.

G: For han hadde jo også noen minusstykker på slutten (*peker nederst på andre ark*), men han lot seg vel ikke merke at det var minus?

Egil: Han lot seg ikke merke når han kom ned til minus at det var minus nei. Det merka ikke jeg heller når jeg var det borte og hjalp ham. Hehe (*ler*).

G: Jeg bare lurte på det fordi du ikke reagerte på det så tenkte jeg var det..

Egil: Hehe. Nei men når du sier det så husker jeg det. Men han øver jo opp, tror jeg, tallforståelsen mellom en til tyve. Ja. Du ser jo hvor usikker han er på tallene. Han hadde jo telt opp til søtten, skrev seksten. Og gikk bort og telte på kalenderen og fant ut at søtten ble skrevet på en annen måte, sant.

G: Ja.

Egil: Ja.

G: Nei jeg bare tenkte siden du hadde satt et minus der.

Egil: Nei altså jeg hadde bare tenkt å bruke dette arket med terninger fra en til seks og eventuelt utvide med terninger fra en til ti. Men nå var han ute til ekstra lesetrening i begynnelsen av denne timen til noe sånn testing på det. Sånn at han fikk jo ikke begynt.. Men han kom jo ned det arket. Jeg synes for så vidt at han jobbet greit og (…) det han satt.

G: Mm.

Egil: Ja. Så det var så.

Vedlegg 4: Grovtranskripsjon av lærerintervju fra 15.10.07

[Vi snakket litt om anonymitet og oppbevaring av videomaterialet i begynnelsen av intervjuet.]

3:45 – Noen konkrete spørsmål først.

G: De oppgave du har gitt elevene som de har jobbet med selvstendig, først og fremst. Eeehh Hvilke tanker du har når du har laget de, eller hva som ligger bak?

Egil: Ja, da burde jeg jo ha de sånn tydelig framfor meg i..ehh..

G: Du kan få..

Egil: Hehe.. ja. Er de i en sånn tydelig.. en sånn sekvens eller noe sånn der?

G: Det er e..

Egil: Neimen, altså, det som på en måte var rammen omkring det heile det er jo at vi i tredje klasse primært, eller i alle fall i i i de kompetansemålene som er satt opp fra [sensurert] kommune så er det jo satt opp at vi jobber med tallene opp til hundre. Og at vi da på en måte lærer oss altså å håndtere tallene i en addisjon-, suptraksjonssammenheng og sånn og ser på de der. Ehm, og at en da på en måte skal se på ulike strategier i forhold til å tilnærme seg tallene og håndtere de og dette her og ehh. Så her har jeg jo sannsynligvis presentert dette her sammen med kulesnor altså med en tilgang til kulesnor med en mulighet for å bruke kulesnor. Og det har jo vært en sånn lagt opp til den strategien der. Så i tillegg til det når jeg ser på de på oppgavearket her så ser jeg jo at jeg har lagt inn åpne oppgaver ved siden av. Altså det jeg kaller åpne opgaver nå.. de er jo ikke åpne egentlig, det er de ikke, men jeg tenker på de.. da det er noen av de som er åpne, de blir mer og mer åpne etter hvert som vi kommer nedover her. For det første så er det jo det med to ledd og altså på en måte du begynner litt enkelt og sånt åå det skal være en viss progresjon i dette også. Ehh.. Hm. Å, eh.. her ligger jo også dette med å søke etter et tall, altså 18 pluss også kommer det et åpent rom også er det 42. Ehh.. Det er jo på en måte, tror jeg da, å stimulere til at de ikke stivner i en tankegang omkring ehh enkle rutiner, vi bare legger de oppå hverandre også kan vi bare telle sånt osgåvidere, du må på en måte søke etter tallet, hvordan finner hvilken strategi må jeg legge an for at vi skal finne løsningen på dette som er annerledes enn tolv pluss elleve. Altså her må du hvis du bruker kulesnora la tankene dine så må du finne mellomrommet mellom fem, toogførr og atten.

G: Jah.

Egil: Så du må velge en annen strategi – det går jo litt på det – så kommer vi.. så er det jo dette med å utvide te atte du har to ledd der du har tre ledd… altså det ligger en () ja vet ikke om det er noe dif.. altså.. blir det mer komplisert det er ikke sikkert, men jaffal bygger det på seg. Så kommer det jo plutselig en åpen oppgave inn her. Altså hvis du har et tall og skal legge til 17 og så skal legge til et tall til så får du enogåtti. Ehhm.. Tja.. Du skal jo velge en helt annen strategi da. Eee.. Åååsstja. Ee i utgangspunktet er det jo veldig lett for du kan bare sette inn søtten, nesten hvor som her nesten hvor som helst også kan du jo se det, men du skal på en måte se det også skal du.. og jeg tror jo at () det å stille de overfor sånne utfordringer ()

så bygger du opp på en måte forståelsen av hva de holder på med. Hvis jeg hadde hatt sånn som det neste bare hatt som det neste hatt trettito pluss førtien pluss ti – så kan det veldig lett gå en automatikk i det. Og det er en annen type forståelse som ligger til det spørsmålet før enn det som ligger til det spørsmålet. Det er en annen type forståelse og flere typer forståelser er viktige. Her har du jo eh.. en åpen boks igjen under det også har du jo plutselig en åpen oppgave. Altså i den forstand at når jeg sier åpen oppgave så sier jeg at det gis flere muligheter så da du har flere muligheter ff altså hvis du har ti pluss et tall pluss ti pluss et tall te skal bli sekstito så har du jo ehh () ikke si at du har hundre varianter der men du har eh.. hvis du holder deg til enkle positive tall så har du i alle fall ganske mange varianter.. du har vel toogseksti varianter eller ett eller annet sånt – alt avhengig av hvordan du stiller opp…

G: Ja, det er jo litt interessant her da – for du har ehh.. både åpen boks på, eller på begge sider av likhetstegnet da…

Egil: Ja, der har jeg åpen boks på begge sider av likhetst.. så det er en åpen oppgave ikke sant, ja..

G: Ja

Egil: Ja

…

G: Det kommer litt innimellom.

Egil: Det kommer litt innimellom ja, åå.. og det er vel på en måde eh () det er vel litt at () du s..() jeg er vel ute etter å variere for at de skal måtte tenke annerledes fra oppgave til oppgave.

G: Ja.

Egil: Ja.

G: Eeh.. Jeg kikka på når du har begynt å innføre minustegnet i oppgavene så kommer de alltid til slutt – holt jeg på å si – alltid legst til () høyre i regnestykket.. Er det noe grunn for det?

Egil: Ja, denne har jeg gitt.. det her er jo tallene gitt ikke sant, det er ikke sånn at de skal kaste terninger ååå() nei, jeg kan ikke si atte jeg har ehh.. egentlig når jeg tenker tilbake så har jeg brukt lite minustegn på disse oppgavene som.. Det ligger jo kanskje i at den allerede var der, denne her. Og det kan godt være at det hadde noe med altså den blanke malen eh.. og det kan godt hende at jeg bare valgte det ut fra ee.. øyeblikket fordi at den bruker jeg, har jeg brukt en del når vi kastet terninger, og da må de bygge seg opp de kan det er lurt å bygge seg opp en liten sum for vi kan jo risikere at minuset blir større enn det du har før..

G: Ja, men da har du ikke det.. altså..

Egil: Nei, jeg kan ikke gi noe godt svar på det.. Det bør altså ehh.. du kunne, det burde jo vært flytta rundt det også. I det hele tatt så har jeg tenkt på at jeg brukte veldig lite minustegn i den perioden … pluss..

G: Mmm, ja..

Egil: Ikke noe spesiell grunn..

G: Nei.
Eeehm.. Da har du egentlig sagt litt om mulighetene også kanskje, men ser du noen flere muligheter i oppgavene, eh, som du gir enn det du har sagt til nå?

Egil: () ….(noe om ark…) Men der er jo veldig mye å.. Altså der er jo mye åpne.. Av og til så er jeg veldig åpen og av og til så er jeg ikke veldig åpen. Det kan variere litt ehh.. det kan jo rett og slett være at ee.. det var veldig lettvindt å skrive ingenting sånn atte de eeh.. men jeg tror jo () sånn fff() tror jo sånn prinsipielt at jeg er ute etter å () altså delvis få de til å addere tradisjonelt, delvis få de til å på en måte ff..fylle den boksen jeg har erfaring for kan være vanskelig som ligger foran likhetstegnet, selv om tallet er gitt i den ruteboksen der eller på streken her som der.. og å også det at det altså gi åpne oppgaver for at de skal kunne.. men om det finnes noe, ah det fins jo sikkert uendelig mange oppgaver.. det som jeg tenker på når jeg tenker tilbake er jo at jeg brukte veldig lite em.. minus.. minus er vanskelig å.. jeg tror. Jeg tror at når jeg satte i gang det arbeidet da du kom og begynte å være i klassen så oppdaget jeg atte.. jeg hadde en opplevelse av at de strevde mer med det enn jeg hadde forestilt meg. Ja. Det var litt sånn ee..m.. vet ikke om det holdt meg litt tilbake eller hva det gjorde, men jeg opplevde vel at ehh..() for du kom vel på et tidspunkt som var nokså tidlig etter skolestart åå å atte () men jeg husker tydelig at jeg hadde forventninger til at de skulle de skulle.. jeg synes de sleit mer enn jeg hadde forestilt meg. Ja.. Og det tror jeg nok holdt meg noe tilbake. Men her er sikkert veldig mange muligheter for å eh.. Ja?

G: Ehhm.. litt mer til organiseringa av timen. Eeeh.. kan du med dine ord beskrive organisering eller oppbygning av matematikktimene? Som du ser de for deg…

Egil: Mmm.. Eh.. Altså de dagene som du var her og som vi hadde matematikktimer så hadde vi jo da innledning i lyttekroken og rutinene omkring det.. også trakk vi over i disse oppgavene som de da jobbet med og.. deet. Da lå jo.. Det ligger jo m.. du kommer kanskje tilbake til det, men det ligger jo matematikk i det med dagens tall, med dette med.. eeehh.. kalenderen og kulekalenderen og sånt.. tror ikke vi dro så mye på de tallene der, men vi introduserte vel også tempraturmålinger i den fasen hvor du var. Så der ligger jo noe rutiner omkring det.. også så.. ehh.. hadde vi en introduksjon til de oppgavene de skulle jobbe med, og ehh.. gjerne da knytta opp mot ett eller annet – altså hva var det jeg ønskte åå.. at de skulle se.. se på. Det kunne jo.. tror nok jeg ønskte hvis jeg husker tilbake at en skulle kunne gi noen eksempler på oppgaver eller se på noen oppgaver også se litt på strategier som var hensiktsmessige i forhold til det å eeh.. løse oppgaven og at en kunne eksemplifisere det eeh.. ved å bruke kulekalenderen, for hvis ikke jeg husker feil så hadde jeg med den der lange kulekalenderen, ehh. Nei ikke kulekalenderen men kulesnora, framme i i lyttekroken. Og ehhm..() da..ehh.. også altså jeg tror nok det på en måte en strategi også ser du litt på løsningen også er det uten å slå de nødvendigvis fast, men håpe at det kommer fram eksempler på løsninger eehh.. () som på en måte trekker.. trekker litt videre, altså ehm, ehh..

er nok på en måte ute etter noe, men jeg sier nok heller ikke akkurat hva jeg er ute etter – også kan det være at det jeg er ute etter ikke kommer fram, og jeg hadde vel av og til den opplevelsen at der butta litte granne ehm.. men hvis jeg skulle være litt, prøve å være litt mer () konkret så.. så var det jo dette med å bruke kulesnora i en addisjonssammenheng og.. eh.. for eksempel velge ulike strategier alt i fra å telle enkelt altså telle tretten pluss tolv pluss fire, eller hvis du hadde et stykke som var mer altså du tok tierne først eller tok enerne først eller du valgte en strategi for å gjøre det så så det var nok litt sånn hensiktsmessig.. altså jeg var nok ute etter å se det, men så tror jeg nok at i den sammenheng så så så ehm så tror jeg opplevde den spriken som er sleit med en del, og det var at ehm.. altså de som hadde strategien inne og som var sikre på den strategien de var ikke interessert i kulesnora også ehm.. de var ikke interessert i det der, for de hadde det inne på en måte. Også hadde du kanskje ei bitte lita gruppe som, oi, ja, det var nytt for, også har du de som det i utgangspunktet var vanskelig for. Ja. Så det tror jeg jeg kjente på at det den derre energien som jeg var ute etter og som.. engasjementet som jeg var ute etter det var ikke tilstede i den grad som jeg ønskte. Den var først tilstede når jeg kasta alle terningene ut på gulvet. Ja. Ja. Ja. Eh.. og det var vel en av grunnene til at jeg på en måte gjorde det var jo at jeg følte ikke på den energien ehm.. der. Og en av grunnene til at jeg holdt så lenge på det jeg holdt på med var nok sikkert at du au var til stede for uten at jeg skulle følge dine så var det nok liksom at her hadde jeg et opplegg som jeg på en måtte følge.. Så det.. så det var nok litt det.. Men hvor var vi egentlig i spørsmålet, vi var dette med rutiner…

G: Organisering og oppbygging av mattetimen..

Egil: Altså sånn firkanta så er det sånn at vi setter oss og.. Altså det er jo au en ting, jeg kjenner nå veldig på atte på en måte så har jeg brukt opp kulekalenderen og kalenderbladet. Vi har brukt det veldig mye fram til andre klasse, i forrige klasse jeg hadde brukte vi det helt fram til jul i tredje klasse – altså sånn som vi legger opp til nå. Men jeg tror også da så kjente jeg på at de begynte å gå litt tomt vi gjorde litt for mye de samme tingene det var ikke noe engasjement i forhold til.. (Ja) så dette. Selv om vi kunne selvfølgelig ha gått inn ååååå jobba mer med talla og prøvd å vridd og vent på de og gjort forskjellige sånne ting og sikkert gjort.. men eh, så etter at du har vært der så har jeg mer og mer lagt kalenderbladet og det til sides – vi fyller det ut for så vidt men vi legger ikke noe energi på det og det kan godt hende at vi avslutter det på ett eller annet tidspunkt, sånn vi bruker kulekalenderen til noe annet nå, men det er nå så. Så, men det er jo den rutinen med ett eller annet sånn at du innleder på også prøver du å trekke ting inn i forhold til oppgaven som du holder på med, og så setter du i gang arbeidet. Det er ikke noe…

G: Altså, du tenker på det som en innledning til det de skal gjøre selvstendig etterpå?

Egil: Ja.

G: Men er det sånn at de tidligere, i første og andre klasse, har vært mer i lyttekrok enn selvstendig arbeid? Eller har de alltid hatt den selvstendige biten i timen?

Egil: Ehh.. Du kan jo si at det i første klasse.. Den har nok økt på en måte sånn sett ehh.. (det nytter jo ikke å tegne her, for du skal ha det på papir (joda)) men altså for jeg har jo en teori på dette herre her på det med atte altså i første klasse, spesielt i begynnelsen av første klasse så lå vi jo og gjorde matematikken på golvet (mmm) altså med de store legoklossene som du aldri så for eksempel ikke sant (ja) altså vi stablet de opp, vi telte de opp, vi telte de ned, vi delte i to, vi delte i tre, vi prøvde å dele de i to og vi prøvde å dele de i tre og vi kunne dele de på mange sider sånt og vi satte farger sammen og så hvilken farge det var mest av, hvilken farge var det minst av og hvilken ehh.. og det skriver jeg nå i om i den artikkelen sånn. Så mye av matematikken foregikk jo på golvet. Og jeg tror jo atte før de ble litt trygge på tegna og kunne bruke de så må matematikk være en muntlig fysisk aktivitet.

G: Men jobba de mye hver for seg på golvet, eller var det da alltid…

Egil: Nei, det var veldig sånn lyttekrokaktivitet, men det var.. og du har jo både ulempen og altså… det var mye skifting og mye aktivitet og mange som gjorde også videre og sånt… ehh, så i begynnelsen så var matematikken knytta opp veldig.. vi telte mye felles og vi kom fram til svar alle sammen, vi gjorde masse sånne forskjellige ting sånn.. I begynnelsen var den skriftelige aktiviteten den var jo knytta mer til at vi kunne kaste terning. Altså vi begynte der, vi kasta en terning, tegna inn symbol og skrev tallet. Men da er det motorisk trening, vel du kan også si det er symbolkunnskap og sånt.. For det som er min erfaring er at de bruker så mye energi på å skrive tallet, men hvis du spør de om å dele noe i to eller dele noe i tre eller kan det deles i to eller tre – så bare kaster de seg over det. Telle er de veldig interessert i og synes er veldig gøy, og alt det derre der. Så i begynnelsen var det jo det. Så har jo dette med å jobbe individuelt økt på etter hvert. Og på den måten at du har gått fra lyttekroken ut i en arbeidssituasjon, forhåpentlig knyttet opp mot noe av det du har gjort i lyttekroken, ja.

G: Ehhm, kan du si meg kort hvorfor du starter hver dag med en morgenstund?

Egil: Samlingsstund, tenker du på?

G: Ja. …

Egil: Nei, altså vi har jo hat helt fram til andre klasse, altså til tredje klase, så har vi hatt at de har kommet inn så har de gjerne gjort ett eller annet, og mange har bygd eller gjort ett eller annet i lyttekroken, sant de har bygd ett eller annet i lytterkoken og sånt. Og etter hvert har de fått lov å sette seg og de kan bygge litt og det tar litt tid før de blir ferdige også har vi satt oss i lyttekroken og snakket om det de har bygd og sånn også har vi gått over til dagen i dag. Og av og til så har dagen i dag og det der vært veldig kort, for vi har gått over til andre ting enn matematikk sånn sett. Noen ganger har vi gått over til matematikk, og det har liksom vært en tradisjon på at vi samles der, setter oss ned, snakker sammen og har en felles start og litt sånn…

G: Hvorfor har du på en måte opprettholdt den tradisjonen at man samles? Har du tenkt noe på det?

Egil: Jeg sitter å tenker på.. Jeg liker jo det å samles, nå er vi inne i en sånn fase, eller ikke akkurat nå, for jeg har matematikkstudenter – så da blir det jo veldig mye matematikk, men hvor de skal komme om morgenen også setter de seg på bare til å lese også.. vi samles jo etter at de har lest da. Så den samlingen må jo skje, eller den ligger jo naturlig i systemet – at en må jo ha noe felles. Ja.

G: Litt tilbake til noe du snakket om i sted: Hvorfor vil du få fram ulike strategier på hvordan elevene går fram?

Egil: Ja for det første så står det jo i Kunnskapsløftet at elevene skal møte ulike strategier. For det andre så tror jeg jo atte altså det å møte ulike strategier, beherske ulike strategier og håndtere tallene på den måten skaper en mye dypere forståelse. For en kan jo lett bare venne seg til en teknikk altså hvis du ser i den relasjon som vi snakker om nå så kan du jo si atte okei vi arbeider kanskje i mot dette med lånetall eller minnetall eller sånt, og jeg tror jo mange ganger så kan .. altså det blir så lett automatisert at du får ikke inn et sånt indre bilde eller indre forståelse av åssen tallene står i forhold til hverandre. Jeg ser for meg, men jeg vet jo ikke sikkert, altså dette med å.. altså når du jobber med kulesnora så.. du har hatt ulike symbol, altså ulike strategier, du har addert på kulekalenderen med å løfte opp tall og slippe end tall og se på åssen det fungerer. Du har brukt kulesnora enten til å telle deg opp, eller telle tiere, eller… Du bygger opp ett eller annet slags indre bilde på hva er forholdet mellom disse tallene og hvordan fungerer det når du flytter det ti oppover og sånt... På en måte så tror jeg at det dannes en dypere forståelse for tallenes (jeg vet ikke hva jeg skal kalle det), som lett kan gå tapt hvis du bare legger ut en teknikk med at, ok da tar vi den også legger vi det tallet der også må vi låne for det er større enn det også videre sånt… Da blir det lett litt sånn automatisert… Og jeg har jo en strategi i forhold til den kulesnora skal jo gå over og erstattes av det som nå kalles den tomme tallinja som er en sånt begrep. Og etter det så kan man jo si at man skal kunne håndtere dette i hodet og ha en strategi for å håndtere dette i hodet. Det ligger vel der.

G: Du har jo tidligere gitt inntrykk av at når du setter deg i lyttekroken så vil du helst sitte der uten noen egentlige forventninger om akkurat hvor du skal. (00:29:26) At du vil prøve å spille på det som kommer opp under veis. Klarer du å på en måte sette deg ned og ta imot det som kommer og bruke det, tror du? Eller om du kan si noe rundt det?

Egil: Alt er jo modifisert. Det som jeg har brukt som bilde er jo at jeg har brukt begrepet grunn og figur. Med grunnen så tenker jeg jo på at det er jo alt som er felles for klassen på en måte, altså hva vi har gjort tidligere, hvilke hjelpemidler vi er kjent med, altså vi har kalenderblad, vi har kulekalenderen , vi har kulesnora, vi har kulesnorer som vi har laget selv vi har disse legoklossene, vi har masse sånne ting. Og inn i den grunnen går jo også min måte å forholde meg til elevene på, altså måten jeg stiller spørsmål på, de pausene jeg tar og det at jeg stiller mange spørsmål til mange og sånn. Alt det definerer jeg som grunnen. Så beveger vi oss inn i dette landskapet her også må jeg på en måte ha en bevissthet da om hvor, hva jeg skal gjøre… Men jeg tenker jo mer på en type åpenhet i forhold til, altså hvis det er noe som vekker interesse eller som jeg ser eller som jeg undres over eller spørsmål som dukker opp. Den nysgjerrigheten som jeg har i forhold til tallene, eller den nysgjerrigheten om jeg ønsker å formidle i forhold til tallene - at det er ett eller annet som det er naturlig å gripe fatt i.. Og det kan jo variere, i forhold til at noen ganger så er det noe og noen ganger så er det kanskje ikke noe, og da må du jo likevel vite hva du skal. Du må ha en plan for hva du skal. Det har noe med en holdning. Altså jeg tror jo (00:32:10) at det som er essensen eller overskriften i KUL-prosjektet; inquiry as a way of being, altså du er nysgjerrig, du vil gjerne undersøke, du vil gjerne finne fram til… Og da leiter du på en måte etter de tingene som de er nysgjerrige på.

G: Du sa en gang tidligere i høst som jeg snakket litt med deg om at du kanskje hadde litt for tydelige forventninger inni deg, ved at du kunne bli litt låst til de forventingene, at det av og til var litt vanskelig å følge det som skjedde i lyttekroken. Har du noe tanker om det nå?

Egil: Jeg følte vel det litt i forhold til når du var her på en måte at det, altså jeg tror jeg hadde forventninger til at de skulle ha mye mer energi på kulesnora, jeg tror at jeg hadde forventninger til at de var litt lenger kommet. Jeg tror jeg opplevde at de mønstrene som jeg selv så og tankene som jeg selv hadde omkring disse her tingene de kom ikke dettende ut sånn som jeg hadde tenkt. Og da tror jeg nok at jeg følte meg litt lenge låst, altså låst i norsk betydning av ordet. Og burde vel kanskje ha valgt en annen strategi på et litt tidligere tidspunkt. Altså, jeg tror jo at når jeg ikke kunne følge den litt stramme tenkningen som jeg selv har lagt til grunn og den interessen som lå i forhold til kulesnora, og ikke fant den. Så burde jeg tidligere tatt det som en erkjennelse og kastet inn noe nytt. Men kanskje jeg måtte kjenne på den frustrasjonen så lenge at jeg på en måte fant en løsning på det. For meg ble jo da løsningen å kaste inn de der terningene og det, som på en måte, altså du kan snakke om hva var det med de terningene altså det er jo et interessant spørsmål igjen. Men jeg er jo også bare et menneske oppi alt det herre her altså jeg kjenner veldig når det flyt og når jeg selv strever. Og når jeg selv strever da er jeg litt stiv. Og jeg kjente nok at jeg var ganske stiv noen ganger.

G: Har du noe tanker omkring algebra, eller hva forbinder du med algebra først?

Egil: Ja, ehh… mmm…. For det første så er jeg ikke noen matematiker, jeg har ingen sånn matematisk utdannelse. Altså når du sier algebra så tenker jeg egentlig bare på bokstaver, det er liksom min tilknytning til algebra. Og bokstaver møtte jeg ikke før jeg skulle ta lærerutdanningen og svettet veldig med det. Vi hadde jo dette med pre-algebra som tema på KUL-prosjektet og da følte jeg jo at vi gjorde noe som var veldig vellykket i den sammenhengen der og sånt. Etter hvert har jeg jo sett at algebra er mye mer enn det, men jeg tenker jo, jeg har vel tenkt at det der med å .. rent konkret så opplever jeg at den åpne boksen er på en måte litt sånn algebrapreget, de derre åpne oppgavene er kanskje litt mer sånn algebraprega, men tror nok generelt at jeg tenker mer på det der med å skape en dypere forståelse av tallenes ulike representasjoner (leter litt etter riktig begrep her…). Jeg tror ikke jeg har noe mer å si om det. Altså jeg er veldig usikker på det der…

G: Har du tenkt noe mer på det i løpet av høsten sånn i forhold til at du vet at jeg skal skrive om ett eller annet som har med algebra å gjøre, eller?

Egil: Nei, ikke så veldig mye konkret. Jeg husker at jeg tenkte på det i begynnelsen. Vi fikk jo en artikkel eller ett eller annet sånt, eller det er mulig jeg på [navn på didaktiker] om å sende meg over en artikkel, men den ble nok lagt litt til sides den artikkelen der. Men jeg husker jo jeg tenkte når vi hadde dette temaet pre-algebra og da jobbet jeg jo i første klasse da husker jeg vi lagde noen oppgaver som jeg ble veldig overrasket over den forståelsen som jeg mente at jeg oppdaget hos elevene i forhold til dette med å operere med åpne bokser og litt sånn forskjellig sånne ting. Siden så har jeg jo ikke tenkt så veldig mye på akkurat begrepet algebra da. Men jeg har vel tenkt kanskje mer på hva det er jeg holder på med egentlig. Jeg har vel sett det mer i det lyset at ved å håndtere tallene sånn som jeg har gjort disse to og et halvt årene så har det gått veldig mye på dette med å skape en dypere forståelse av tallenes iboende system, eller hva de brukes til og sånn.. Også har jeg vel tenkt dette da som altså hvis du liksom skaper en dypere forståelse så er elevene mer i stand til å håndtere tallene i ulike sammenhenger eller altså den matematiske mekanikken eller hva du vil kalle det, som på mange måter er algebraen etter mitt skjønn da. Så jeg har ingen sånn dype refleksjoner på dette her. Begrepet algebra står ikke som et av kompetanskemålene i 3. klasse, men det er kanskje litt forberedelser til det.

G: Jeg må spørre om hvilken utdannelse du har?

Egil: Ja, jeg er jo lærerutdannet fra en gammel modell, altså gammel fireårig lærerutdanning som gikk på at du søkte på opptaksprøve og det var ingen krav til utdannelse, men du hadde en ti dagers opptaksprøve også gikk du fire år og lærte alle fag, som geografi og historie og matematikk og alt mulig sånt. Så det var der jeg lærte algebra for første gang. Så har jeg utdannelse i fysikk, altså jeg tok et grunnfag, 60 vekttallsstudie (han mener nok 20 vekttall eller 60 studiepoeng) også har jeg ett i biologi også har jeg et halvt år med mediekunnskap og et halvt år med skoleledelse også har jeg en utdannelse i gestalt som egentlig tilsvarer 120 studiepoeng. Også har jeg en liten utdannelse i filosofi, filosofi i skolen. Så det ble litt etter hvert da.

G: Gikk du på skole før du gikk på lærerskolen? Eller hva hadde du av utdannelse fra før? Siden du sa du hadde opptaksprøve og sånn…

Egil: Grunnen til at jeg hadde så lite utdannelse eller måtte ta opptaksprøve eller sånt.. Det var at jeg flyttet mye fram og tilbake til Amerika. Da jeg var 11 flyttet jeg til Amerika også var jeg der et par år også var jeg hjemme et par år. Da gikk jeg vel syvende klasse framhaldsskole eller noe sånt – som var den gamle skoletypen. Så var jeg over til Amerika et par år, og da gikk jeg litt på skole og jobbet litt. Så kom jeg tilbake til Norge og så gikk jeg to år på folkehøgskole. Og da var folkehøgskolene sånn innrettet at de på en måte fabrikkerte elever til å skulle ta den opptaksprøven på lærerskolen, ja. Så det var liksom en mulighet hvis du ikke da hadde realskole eller videregående eller ett eller annet sånt.

G: Kan du si noe om hvordan bakgrunnen din fra gestaltpsykologien har påvirket det som lærer?

Egil: Ja, det burde jeg kunne si noe om. Altså, når jeg tok den utdannelsen, det er jo ikke så fryktelig lenge siden – selv om det blir jo noen år siden, jeg tror jeg var ferdig i syvognitti eller åtteognitti eller ett eller annet. Det var en fireårig deltidsutdannelse som jeg tok her i [sensurert], men det under Norsk gestaltinstitutt i Oslo som kjørte et opplegg i [sensurert]. Da hadde jeg tidligere vært borte litt i gestalttenkningen delvis gjennom litteratur og delvis gjennom noen sånne korte kurs som jeg hadde vært med på. Så jeg tror jo at sånn i utgangspunktet så appellerte tenkningen og teorien ganske mye til meg. Så jeg tok jo den utdannelsen da og fant jo ut at jeg skulle ikke bli terapeut jeg skulle fortsatt bli lærer da. Og det siste året så skrev jeg jo en oppgave som da var rettet mot det å være lærer. Den het ”Ole Brumm eller Morgan Kane – gestalt i klasserommet”. Og det er en ganske stor oppgave på noenogseksti sider eller noe sånt. Det som jeg synes er morsomt når jeg tenker tilbake, er at da beskriver jeg alt det jeg holder på med i skolen sett ut ifra et gestaltståsted, synspunkt. Og dette er da jobbing i første barnetrinnet sant, jeg nevner ikke ordet matematikk en eneste gang i hele den boka der. Jeg tenkte veldig lite på matematikk, ja, det var masse andre ting jeg gjorde som jeg synes var veldig spennende, og folk som leser boka synes er veldig spennende å lese om. Så det at jeg liksom oppdaget matematikken var jo litt sånn egentlig tilfeldig tror jeg. Fordi at de første årene så jobbet jeg parallelt i samme klasse eller parallelt med [navnet på en lærer]. Hun jobber nå på kompetansesenteret nede på [sensurert] med matematikk og sånt og tok seg av alt det der. Men det var nok når hun forsvant ned til kompetansesenteret og jeg satt meg i lyttekroken og plutselig begynte å undre over tallene selv at jeg plutselig syntes det var så spennende. Det var så spennende å se hvordan dette fungerte sånn mellom elevene og meg og elevene i mellom og kunne på en måte oppdage tallene sammen med elevene. Jeg tenkte ikke noe særlig over det – jeg syntes bare det var gøy. Jeg syntes bare rett og slett at det var gøy og det fungerte veldig bra. Jeg hadde ikke noe spesielle tanker om det annet enn at jeg syntes det var veldig gøy, det fungerte veldig bra og vi måtte jo gjøre noe riktige ting. Jeg hadde jo ingen som ga meg noe sånn spesielle tilbakemeldinger på det, men det var jo en del andre lærere inne i klassen også som syntes det var gøy.

G: Men da hadde du ikke undervist noe særlig i matematikk før?

Egil: Ikke noe sånt nei. Ja altså jeg hadde jo nei jeg vet ikke hva egentlig gjort noe spesielt men. Så ringte [navnet på en lærer], hun som jeg nevnte, og spurte om hun kunne låne klassen fordi det da skulle komme ned noen fra Oslo og lage en film. Og jeg svarte jo ja til det selvfølgelig og så kom de jo inn i klassen og det var jo lys og lyd og kamera og regissør og sånn, jeg tror de var i allefall fire hvis ikke det var flere som skulle filme. Også spurte de om ikke de kunne filme med.. ja jeg oppfattet at det var mest for å gjøre klassen vandt med kamera og sånn, men vi satte oss i lyttekroken også kjørte vi den der rutinen og det der og sånt også filmet de [navnet på en lærer] med det der opplegget sitt og alt det der. Så gikk det nesten to år så ringte de og så sa de: Du nå er de filmene ferdig. Også sa de: Vi synes du er så veldig god sa de så det atte vi lurte på om du kunne komme opp til Trondheim fordi at vi skal ha noen til å holde kurs og sånn. Da hadde det jo skjedd litt i mellomtiden sånn sett at jeg var blitt med i dette prosjektet og sånt. Men det var igrunn egentlig den første tanken på lissom litt sånn struktur på at det jeg holdt på med var egentlig noe som var verd og sånt. Jeg syntes bare det var gøy jeg, ja på en måte sånn. Så når du stiller spørsmålet, jeg skal prøve å komme tilbake til spørsmålet, så går jo det på.. jeg har jo av og til lurt på.. jeg har litt sånn høna og egget.. jeg har jo av og til lurt på valgte jeg gestalt fordi jeg er sånn? Ja, eller jeg tror ikke jeg har blitt sånn fordi jeg valgte gestalt, men altså jeg tror liksom det å på en side ikke være så.. Jeg sa jo jeg hadde biologi, jeg likte jo når jeg hadde ungdomsskoleelever oppi (uforståelig 00:50:18)… det de husker er jo at vi lå og krøp oppi heia og fant frosker og mus og padder og undersøkte alt mulig rart. Så jeg tror nok den legningen er jo veldig sterk, mens på en måte å ta den utdannelsen har jo på en måte skapt en dypere forståelse for det som driver meg, hva er det som gjør at jeg er sånn, hva er det som får meg til å tenke sånn og sånn og sånt… Og så har jo på en måte dette KUL-prosjektet.., altså nå skjønner jeg jo mye mer matematikk, nå skjønner jeg hvorfor jeg gjør sånn, og jeg har til en viss grad tro på at det er riktig og litt viktig, ja. Så jeg synes jo det er spennende. Ja jeg prater jo litt for mye…

G: Jeg kan kanskje spørre deg litt mer om konkretiseringsmateriell og det at du velger å ikke bruke lærebøker. Hvordan har du kommet fram til valg av konkretiseringsmateriell du bruker? (00:51:48)

Egil: Ja, konkretiseringsmateriellet, hvis du bare skal ta de sånn kjapt så er det: kalenderbladet, kulekalenderen, legoklossene, kulesnor, terninger, det er i første rekke disse som jeg bruker. Ja, det er jo sant altså. Matematikken, den spennende matematikken startet egentlig veldig tilfeldig. Fordi at det var en far som kom med ti legoklosser, de var så store, sånn, og så høye, og dette var noe reklamegreier som han hadde fått i forbindelse med han drev noe foretninger og ett eller annet sånt. Det skulle egentlig brukes i en helt annen sammenheng. Så sa han, nå har jeg brukt disse, har du lyst til å ha de? Og det hadde jeg jo. Så fikk de lov til å leke med de. Men så var det når vi skulle begynne med tallene da så var de jo så fantastisk flotte å bygge med og konkretisere og sånt og.. Så de brukte vi helt til de gikk i stykker (de var i dårlig plast). Så hadde vi jo de gummierte legoklossene. De fikk jo gjøre jobben og de hadde vi jo så mange av at der kunne vi jo følge helt opp til kalenderbladet. Så de brukte jeg for det de var verdt og endevendte de og delte de opp og, ja ikke fysisk da, men liksom delte på de og liksom sånt.. Så..

G: Men det var litt tilfeldig at de egentlig…

Egil: Det var litt tilfeldig at de kom inn der som.. det var det. Men de var jo kjempefine fordi, altså de er jo så taktile og du kan flytte på de. Og det er jo for så vidt disse også, men disse var jo så store at det var jo så gøy bare å flytte på de. Men etter hvert så har de jo systematisert seg. Nå synes jeg kalenderbladet er bra fordi at det introduserer tallene også sånt, de kan klistre opp lapp og du har de derre.. [sensurert] har jo gått så langt som at de i første klasse har det som kompetansemål at de skal kunne tallene opp til tredve og bruke kalenderbladet som det. Så det er jo en visualisering og det er en verbalisering og du får rekketallene og du har det stående der. Det er der hele tiden, du kan forholde deg til det. Kulekalenderen synes jeg jo er veldig fin. Og den tar jo dette med posisjonssystemet…

G: Hvordan kom du på det…?

Egil: Det har jeg tatt ett eller annet sted, altså.. Både kulekalenderen og kalenderbladet var det jo, tror jeg hun [navnet på en lærer] brukte. Men jeg husker jo på en måte i allefall denne gang det store øyeblikket når du liksom ikke kunne få mer enn ni kuler på – hva gjør du da? Også hvordan håndterer du det? Men vi har jo ikke snakket om posisjonssystemet altså det på en måte har bare ligget der. De har ikke noe problem med å snu det, atten eller enogåtti eller etter annet sånt. De kan på en måte se litt sånn problemer, du kan si har du tjuefire hvilke andre tall kan du lage på kulekalenderen(??sa: kalenderbladet) med de seks kulene og sånn. Jeg tror på en måte at den grunnfestet litt den der forståelsen av posisjonssystemet. Terninger synes jeg jo har vært kjempefine, disse en til seks-terningene og sånt, for det har noe med å både håndtere mengde og tallsymboler på en gang. Og jeg tror det skaper en viss sammenheng mellom symboler og mengde, selv om de der symbolene på.. de er jo på en måte automatisert. Jeg vet ikke om det er dumt eller ikke er dumt. Kulesnora, der var jeg på et kurs med noen jenter i Asker en gang, det var på et sånt NAMIS-kurs, som presenterte den kulesnora. Og da tenkte jeg veldig kjapt at jeg vil egentlig allerede nå ha en tyve-snor. Tyvesnora var veldig meningsfull og sånt. Hundresnora har det blitt mer sånn tilfeldig hvem som vil bruke og hvem som ikke vil bruke. Men vi hadde jo en tyvesnor og da har jeg valgt de derre tre eller fire eller hva du velger eller det er flere.. Når jeg har kurs da så snakker jeg om at (avbrutt av mobiltelefon). Altså det finnes så uendelig mange konkretiseringsmidler. Altså, jeg har valgt legoklosser fordi de er taktile, de kan bygge med de og sånt. Jeg har valgt terninger fordi eg vil bygge opp en kultur omkring terninger. Vi har jo terninger nå som, du har jo sett den type terninger vi har. Altså, de kan være et hjelpemiddel helt fram til du går ut av fjerde, altså for så vidt hele veien, men de er.. de kan brukes til å utrolig mye. De kan ligge i bunnen for det elevene skal lage av egne stykker med multiplikasjon eller hva som helst. Og de er veldig enkle å differensiere med, for du differensierer egentlig faktisk bare i valg av terninger.

Kulesnora synes jeg bygger også opp omkring en forståelse av tallene sånn at du har.. altså den forståelsen er annerledes enn for eksempel legoklossene og sånt. Og jeg bruker ikke flere enn de - i veldig liten grad. For jeg tror det kan bli både for mange og for få altså. Men jeg tror ikke jeg trenger noe flere enn de på en måte for å se på variasjonen av forståelsen av tallene på en måte. Så det er de. Og hvis du tenker deg tallsnora også som en forlengelse, hvor du starter på tyve, ti eller tyve opp til hundre, opp til den talløse tallinja, og opp til det å kunne håndtere tallene i hodet og sånt så er du over mange år, ikke sant.

G: Har du noe tanker omkring langsiktig planlegging? Når du ser for deg året.

Egil: Ja. Altså vi har jo laget en helårsplan. Og på den helårsplanen så står det jo ulike ting som skal inn på ulike tidspunkt og sånn, fordi at det kommer jo inn noe ved siden av det å jobbe med tallene. Du har dette med klokka, du har dette med penger, du har dette med altså alle disse målebegrepene og sånt, du har dette med geometri, du har … Den årsplanen foreligger jo med referanse til kompetansemålene som er nevnt i [sensurert]s nedbrytning av de derre som du har i L97 og med Kunnskapsløftet. I Kunnskapsløftet så ligger det.. vi har utarbeidet en halvårsplan i forhold til det. Men inni dette store rommet her så ligger det jo for eksempel altså dette med hvordan jobber du med tallene opp til hundre. Der kommer jo dette med at jeg kunne aldri jobbe på den måten at denne måneden skal vi jobbe med tieroverganger. Nei. For det ville på en måte.. Jeg var inne i den andre klassen og jobbet med tieroverganger nå, hun spurte om jeg kunne gå inn og jobbe med tieroverganger, og da fikk jeg veldig fort opp den følelsen at her sitter jeg og prater til fem, også er det noen som kjeder seg grenseløst også er det noen som aldri vil bruke.. Altså når jeg tenker på den tier**over**gangen så tenker jeg på at hvis du har syv og skal legge på fem, ikke sant, at du da deler det opp og først legger på tre og så legger på to, ikke sant, altså den strategien på en måte som.. I bunnen av dette ligger jo begrepet tiervenner, sant, altså tiervenner det er de tallene som du kan dele ti opp i. Syv pluss tre, seks pluss fire, fem pluss fem, åtte pluss to. Og da ligger jo det i bunnen for å kunne jobbe med overgangen. Men jeg kunne aldri tenke meg sånn og det går jo litt på dette med altså, for når jeg jobbet med det så fikk jeg den følelsen av at oi, da kjente jeg den klemma, hvem er det jeg sitter og prater til nå? Disse seks, jeg kunne sikkert ha plukket de ut, de tar ikke helt tak i dette her. Mens fem der kanskje synes det er en interessant tanke mens de andre allerede har automatisert den derre overgangen der på en måte, sånn at de vet at åtte pluss syv er femten. Det huit, det bare dukker opp inne i hodet på de. Det føler jeg er, for det var lærerbok du spurte om, var det ikke det?

G: Jo, litt, det også…

Egil: Jo, men altså jeg opplever at læreboka går disse skrittene framover sånt. Og det synes jeg er veldig vanskelig å forholde seg til. Det at elevene er, altså når de i første klasse etter et halvt år liksom kan.. Noen kan løse oppgaver som jeg nå viser deg (skriver på et ark). Altså hvis de kan løse oppgaver som dette og vanskeligere ikke sant. Så 25 pluss et tall er lik ti pluss et annet tall er lik 40, hva er det som mangler i boksene, ikke sant. Så har de en kompetanse som liksom ikke kan dekkes inn på en side i læreboka. Også kan du jo si, vel du kan jo differensiere der også… Jeg synes det er vanskeligere å møte elver i det spennet som de egentlig befinner seg i.

G: Ja. Men du snakker jo om at de bør oppdage ting selv. (Mmm.) Når du sitter i lyttekroken og sånn synes du det er allright å ta snareveier. Innimellom, føler du at du må korte ned litt av og til eller er det vanskelig?

Egil: Det er jo et bilde som på en måte skal si noe. Men det er klart det er ikke hele bildet det. Men jeg synes det er greit som et arbeidsredskap altså. I det du legger fram noe så kan du se, kan de.. Altså hver gang du stiller et spørsmål så kan de jo gjøre en oppdagelse for seg selv. Dette med å forklare hvorfor det er slik.. Altså jeg tror jo at hvis de er i stand til å se det. Altså, hvis du stiller spørsmål som leder fram til en forståelse. Hvis du klarer å stille spørsmål som leder fram til en forståelse. Så tror jeg de eier det på en annen måte, enn om du forklarer det og de for så vidt forstår det. Jeg tror det å kunne, oi jeg har stilt et spørsmål, jeg oppdager noen ting og jeg kan svare på den tingen, jeg vet dette her og ikke sant. For det som jeg tror ofte skjer er jo at du kan godt starte der, men så fører det fram til at.. og så mister du de, også begynner du å forklare også ligger ikke den forståelsen der, på en måte. Jeg har på en måte moderert meg. Altså det ligger mange sånne skjær i sjøen i den, hvis du skal rendyrke den. Den ene er jo at du får en oppdagelse, du får kanskje to, du får kanskje tre, du får kanskje syv oppdagelser i gåseøyne, ikke sant. Men det er tretten som ikke har oppdaget det. Så her er hele tiden den der varianten der. Og har vel kanskje etter hvert som vi nå kommer oppover i.. når vi nå er kommet til tredje klasse så ser en enda tydeligere.. så vel også det gjennom dette her at det er flere som ikke oppdager altså. Du må på en måte tenke litt annerledes, du må i allefall ha det med i tankene at det er mange som ikke oppdager. Jeg har nok kanskje en lyst til å være der hvor de lissom flinke er, de som er i stand til å oppdage. Ja.

G: Jeg tenkte litt på i forhold til, det er jo elever som kanskje er mer generelt stille og sjenerte sånn i sosial sammenheng og i klassesammenheng. Hvordan synes du at de får utbytte av den typen undervisning du har?
Om du har noe tanker om det? For jeg tenker jo at når du sitter i lyttekroken så er det mange som sier noe og de skal si hva de tenker av og til og sånne ting. Om de er med på det?

Egil: Det vil alltid være en forskjell der og sånt. Jeg tror jo at jeg har en viss kontakt med det som skjer i den forstand at det.. Det er jo en ting som… For det første så tror jeg elevene har en forventing til at stiller jeg et spørsmål så skal de tenke på oppgaven. Det ligger mye pause i det. Jeg gir de jo tid til å tenke på oppgaven. Og jeg lar flere få lov til å svare. Og i det at jeg lar flere få lov til å svare så prøver jeg jo å hekte på også de som jeg føler er tause i dette her. Men det er klart at her er jo dominante elever som på en måte er bærere av det.. som kan være lett mange å ty til fordi at de har svar. Så, nei, jeg synes det kan være vanskelig det å vite, altså få med seg alle og få de til å… Det tror jeg vil være vanskelig i nesten enhver sammenheng i en sånn setting som du har der.

G: Antall elever på skolen her?

Egil: 330

G: Antall elever i klassen?

Egil: 21

G: Antall klasser på trinnet?

Egil: To.

G: Antall lærere på skolen?

Egil: Cirka 30.

G: Også lurer jeg på litt hvordan det har vært for deg å ha meg i klasserommet?

Egil: Ja altså, jeg har ikke tenkt så veldig mye på det altså. Det som jeg kjente litt på var jo, jeg følte vel litt forpliktet til liksom å på en måte… Jeg tror ikke jeg hadde hatt så masse matematikk hvis ikke du hadde vært der. Selv om både skolen og deg var jo liksom sånn at det måtte være på mine premisser og sånt. Altså jeg tror på en måte at jeg hadde ikke hatt så mye matematikk hvis ikke du hadde vært der. Jeg følte jeg presset temaet litte grann. Nå kan du jo si, når du slutta så overtok jeg jo matematikkstudenter og de skulle jo ha to timer matematikk hver dag. Så, men det har vært håndtert litt annerledes da. Men jeg tror nok jeg følte meg lit styrt av deg. Ja. Ikke ubehagelig, men jeg tenkte vel på ett eller annet tidspunkt at.. oi, hvis ikke hun hadde vært der nå, hvis ikke hun kom da så tror jeg at jeg hadde droppet dette her. Også bare venta, for nå er vi liksom ikke helt der og så videre og sånt. Så nå vet jeg jo at når jeg er ferdig med disse studentene så tror jeg ikke at jeg vil ha matematikk før etter jul. Litt sånn grovt sagt, men.. for noe vi har begynt med er en sånn dobbelttime sammen med den andre klassen, med at hun savner noe input på matematikk. Så jeg tror rett og slett at det er det eneste jeg kommer til å gjøre fram til jul. Men nå kjøpte vi for syvtusen kroner i sånne jovo byggemateriale så nå skulle du sett hvordan de jobber der inne. Så det må vi nok holde på med littegranne.

G: Ja.
Synes du at det har vært til noe hjelp for deg at jeg har vært der?

Egil: Nei, jeg tror ikke det. Ikke sånt, nei. Du har jo forholdt deg helt passiv til det som har skjedd og sånt. Og vi har vel heller ikke diskutert for mye det som har skjedd. Men det har jo for så vidt vært åpent for deg for å gjøre det og stille spørsmål og sånt. Og du har jo stilt noen spørsmål, men ikke for mange. Jeg har ikke følt at jeg har hatt noe hjelp av deg. Jeg føler ikke heller at de tre studentene som er tilstede nå at de er noe hjelp i. De er bare til å observere de.

G: Er det noe Hans Erik og jeg kunne gjort annerledes, synes du? I forhold til at jeg har vært her og observert deg?

Egil: Nei.

Vedlegg 5: Oppgaveark fra undervisningen

12 + 11 = ____ 24 + 35 = ____

18 + ____ = 42 ____ + 17 = 61

7 + 12 + 43 = ____

13 + 12 + 4 = ____

____ + 17 + ____ = 81

32 + 41 + 10 = ____

____ + 24 + 12 = ____

10 + ____ + 10 + ____ = 62

12 + ____ + 10 + 3 = ____

____ + 5 + ____ + 17 + 12 = ____

____ + ____ + ____ + ____ + ____ = ____

____ + ____ + ____ + ____ + ____ + ____ = ____

24.08.07 - oppgaveark

Lag noen stykker som har dette svaret:

____+____+____=12

____+____+____= 14

____+____+____=44

____+____+____=32

____+____+____+____=98

____+____+____+____=74

____+____+____+____+____=69

____+____+____+____+____=44

____+____+____+____+____+____=33

24.08.07 – ekstraark 1

Lag noen stykker som har dett svaret:

____+____+____=12

____+____+____= 14

____+____+____=_11

____+____+____=17

____+____+____+____=19

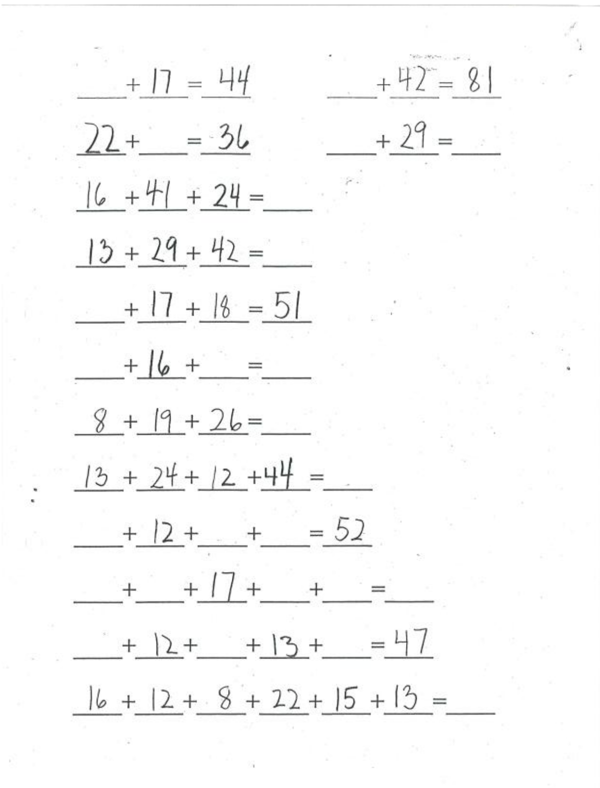
____+____+____+____=5

____+____+____+____+____=10

____+____+____+____+____=18

____+____+____+____+____+____=20

24.08.07 – ekstraark 2



___ + 17 = 44 ___ + 42 = 81

22 + ___ = 36 ___ + 29 = ___

16 + 41 + 24 = ___

13 + 29 + 42 = ___

___ + 17 + 18 = 51

___ + 16 + ___ = ___

8 + 19 + 26 = ___

13 + 24 + 12 + 44 = ___

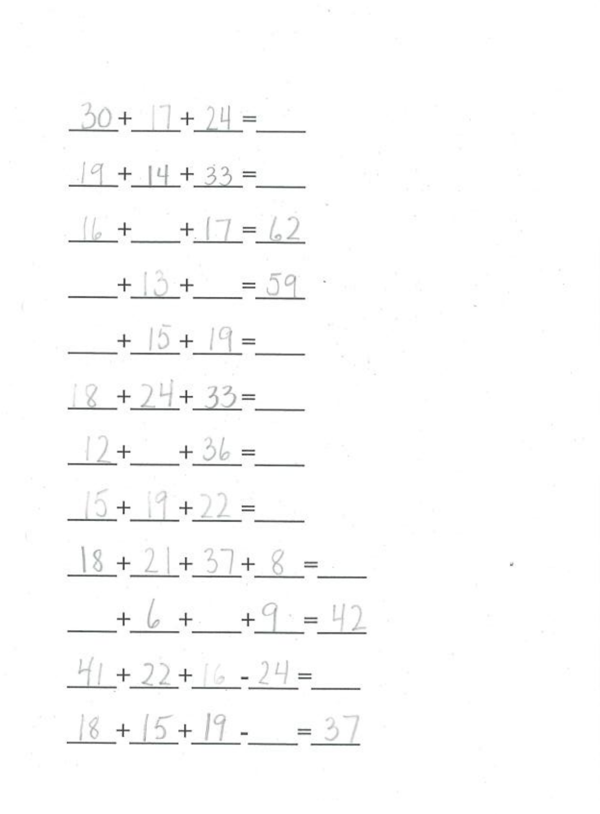
___ + 12 + ___ + ___ = 52

___ + ___ + 17 + ___ + ___ = ___

___ + 12 + ___ + 13 + ___ = 47

16 + 12 + 8 + 22 + 15 + 13 = ___

28.08.07 – oppgaveark



30 + 17 + 24 = ___

19 + 14 + 33 = ___

16 + ___ + 17 = 62

___ + 13 + ___ = 59

___ + 15 + 19 = ___

18 + 24 + 33 = ___

12 + ___ + 36 = ___

15 + 19 + 22 = ___

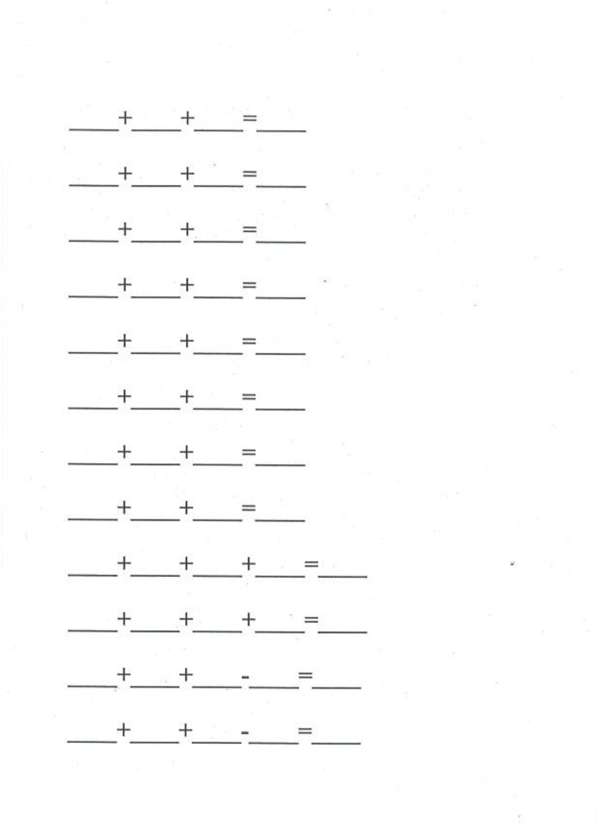
18 + 21 + 37 + 8 = ___

___ + 6 + ___ + 9 = 42

41 + 22 + 16 - 24 = ___

18 + 15 + 19 - ___ = 37

31.08.07 – oppgaveark 1



___ + ___ + ___ = ___

___ + ___ + ___ = ___

___ + ___ + ___ = ___

___ + ___ + ___ = ___

___ + ___ + ___ = ___

___ + ___ + ___ = ___

___ + ___ + ___ = ___

___ + ___ + ___ = ___

___ + ___ + ___ + ___ = ___

___ + ___ + ___ + ___ = ___

___ + ___ + ___ - ___ = ___

___ + ___ + ___ - ___ = ___

31.08.07 – oppgaveark 2

HVA BLIR?

____+____=____ ____+____=____

____+____=____ ____+____=____

____+____=____ ____+____=____

____+____=____ ____+____=____

____+____=____ ____+____=____

____+____=____ ____+____=____

____+____=____ ____+____=____

____+____=____ ____+____=____

07.09.07 – oppgaveark 1

7.9.2007

____+____+____=____

____+____+____=____

____+____+____=____

____+____+____=____

____+____+____=____

____+____+____+____=____

____+____+____+____=____

____+____+____+____+____=____

____+____+____+____+____=____

____+____+____+____+____+____=____

07.09.07 – oppgaveark 2

Bruk terninger

____+____=____ ____+____=____

____+____=____ ____+____=____

____+____+____=____

____+____+____=____

____+____+____=____

____+____+____=____

____+____+____=____

____+____+____=____

____+____+____=____

____+____+____=____

10.09.07 – oppgaveark 1

10.09.2007

____+____+____+____=____

____+____+____+____=____

____+____+____+____=____

____+____+____+____=____

____+____+____+____=____

____+____+____+____=____

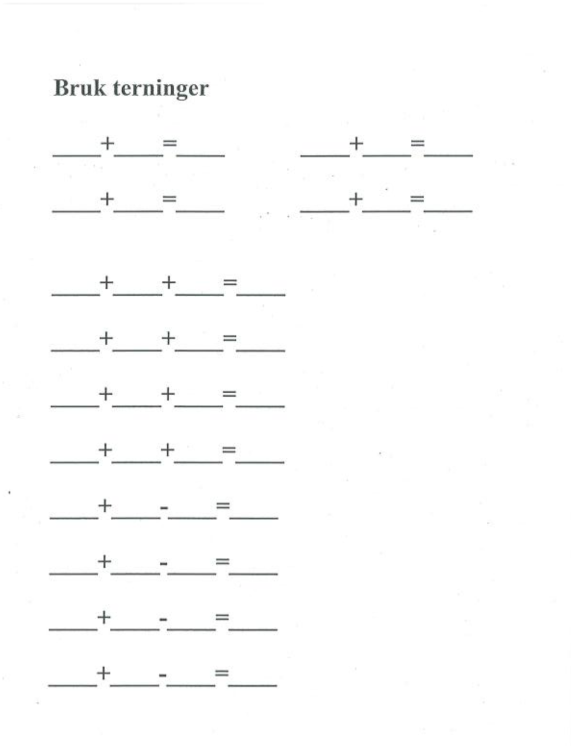
____+____+____+____+____=____

____+____+____+____+____=____

____+____+____+____+____=____

____+____+____+____+____=____

10.09.07 – oppgaveark 2



Bruk terninger

___+___=___ ___+___=___

___+___=___ ___+___=___

___+___+___=___

___+___+___=___

___+___+___=___

___+___+___=___

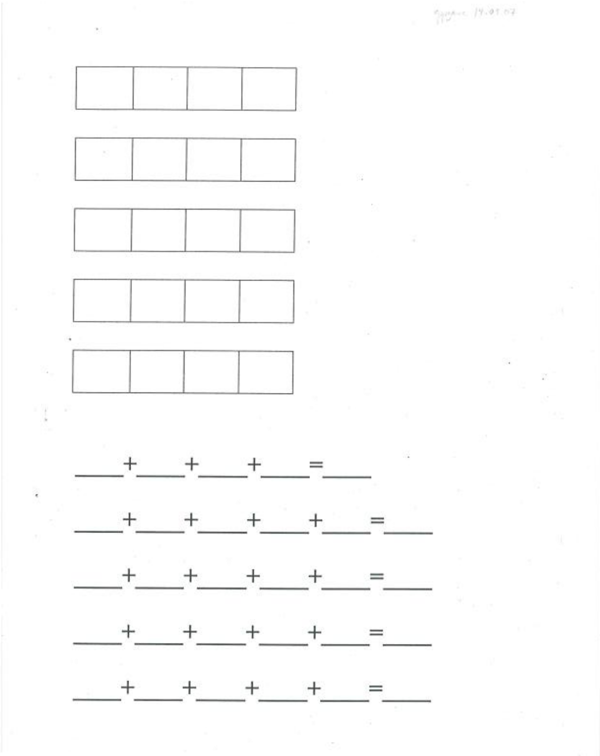
___+___-___=___

___+___-___=___

___+___-___=___

___+___-___=___

14.09.07 – oppgaveark 1



___+___+___+___=___

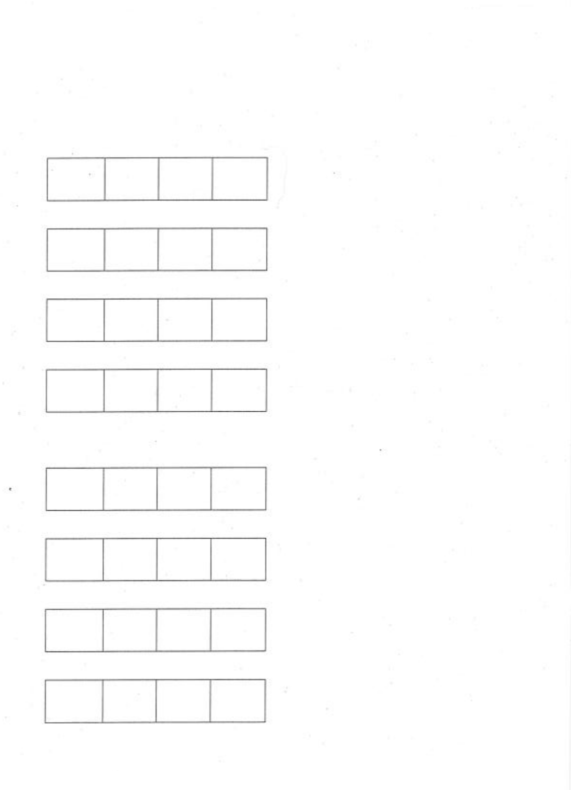
___+___+___+___+___=___

___+___+___+___+___=___

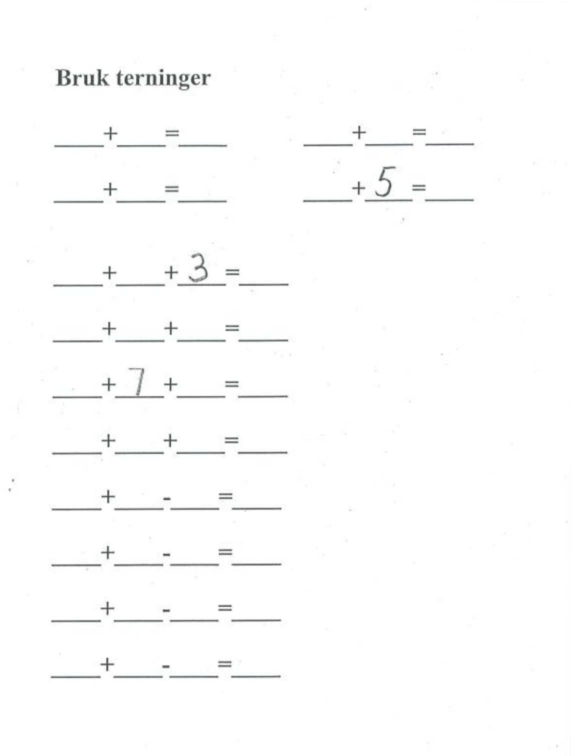
___+___+___+___+___=___

___+___+___+___+___=___

14.09.07 – oppgaveark 2



14.09.07 – oppgaveark 3



Bruk terninger

___ + ___ = ___   ___ + ___ = ___

___ + ___ = ___   ___ + 5 = ___

___ + ___ + 3 = ___

___ + ___ + ___ = ___

___ + 7 + ___ = ___

___ + ___ + ___ = ___

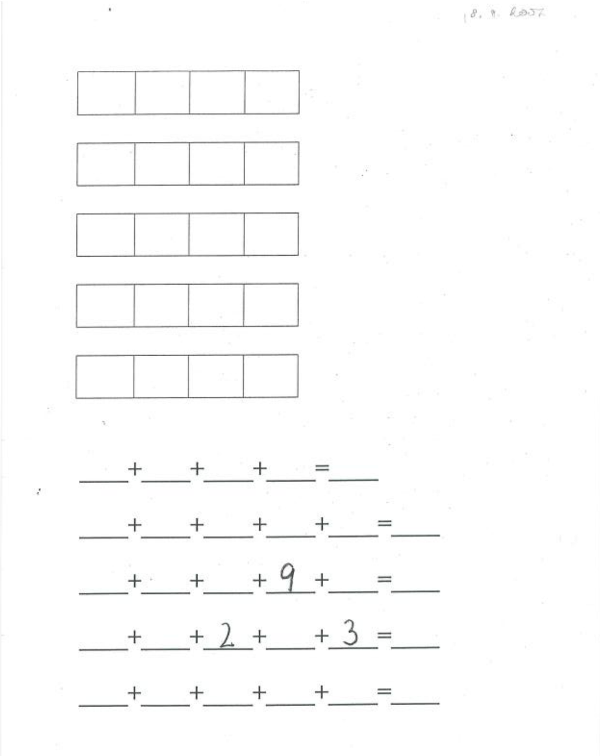
___ + ___ - ___ = ___

___ + ___ - ___ = ___

___ + ___ - ___ = ___

___ + ___ - ___ = ___

18.09.07 – oppgaveark 1



18.9.2007

___ + ___ + ___ + ___ = ___

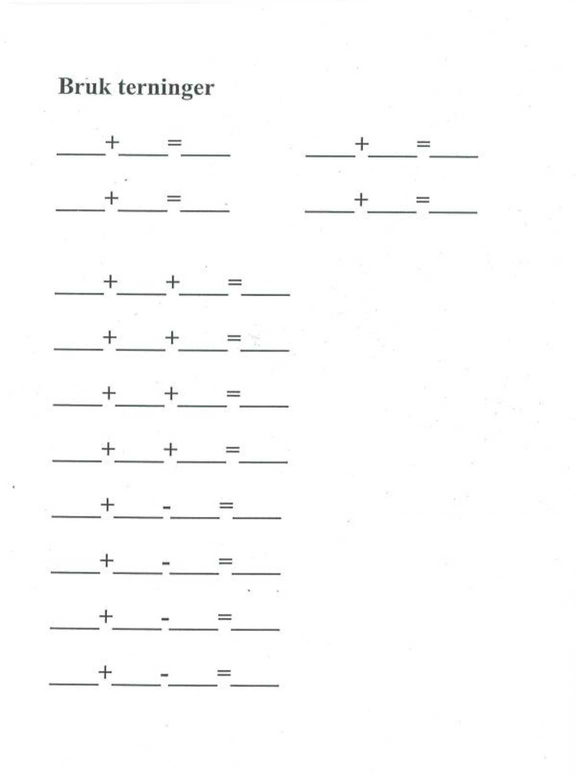
___ + ___ + ___ + ___ + ___ = ___

___ + ___ + ___ + 9 + ___ = ___

___ + ___ + 2 + ___ + 3 = ___

___ + ___ + ___ + ___ + ___ = ___

18.09.07 – oppgaveark 2



Bruk terninger

___ + ___ = ___   ___ + ___ = ___

___ + ___ = ___   ___ + ___ = ___

___ + ___ + ___ = ___

___ + ___ + ___ = ___

___ + ___ + ___ = ___

___ + ___ + ___ = ___

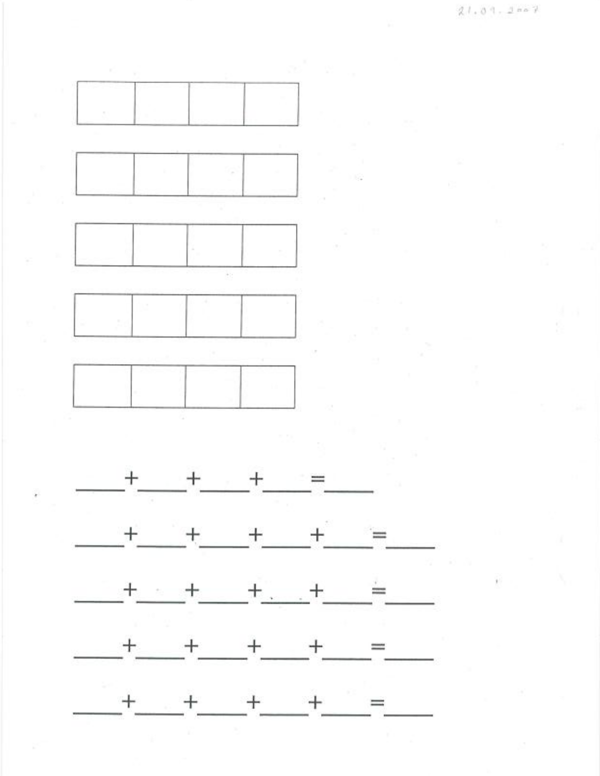
___ + ___ - ___ = ___

___ + ___ - ___ = ___

___ + ___ - ___ = ___

___ + ___ - ___ = ___

21.09.07 – oppgaveark 1



21.09.2007

___ + ___ + ___ + ___ = ___

___ + ___ + ___ + ___ + ___ = ___

___ + ___ + ___ + ___ + ___ = ___

___ + ___ + ___ + ___ + ___ = ___

___ + ___ + ___ + ___ + ___ = ___

21.09.07 – oppgaveark 2