

Terje Idland

Multimedia for læring av tallsystemer.

Utvikling av programvare for læring av og om tallsystemer.

Masteroppgave i matematikdidaktikk

Høgskolen i Agder

Fakultet for realfag

2006

Forord

Det har vært interessant og spennende å få fordype seg i didaktisk bruk av IKT til å lære tallsystemer. Mye av kunnskapen jeg har tilegnet meg om dette er overførbart til læring av andre matematiske konsepter med IKT som verktøy.

Jeg tror vi i årene framover vil se en etterlengtet utvikling i bruk av IKT-hjelpemidler i skoler. Infrastrukturen i skolene blir bedre, lærerne blir flinkere til å bruke IKT og den pedagogiske programvaren blir bedre. Formålet med denne utviklingen er ikke primært at elevene skal lære seg å bruke en datamaskin, men at de skal lære å bruke datamaskinen som et hjelpemiddel til å lære seg nye begreper i sitt arbeid med fagstoff. Bruk av IKT til å arbeide med fagstoff kan være en motiverende variasjon i arbeidsmåter som også øker elevenes læringskapasitet.

Jeg vil rette en spesiell takk til mine veiledere, Anna Kristjánsdóttir og Byrge Birkeland. Byrge har hjulpet meg med sin ekspertise som programmerer, matematiker og sin erfaring med å utvikle appletter til bruk som hjelpemidler i matematikk. Anna har vært min didaktiske og teoretiske veileder. Hun har hjulpet meg med å utvikle ideer, med å finne aktuell teori og gitt veiledning under skriveprosessen på denne oppgaven.

Jeg vil også takke Henning Bueie og Arve Fiskerstrand for konstruktive tilbakemeldinger på programvaren jeg har fått utviklet, samt moralsk støtte.

Ikke minst vil jeg også takke min samboer, Christine, for at du har hatt tålmodighet med meg gjennom de siste 2 årene.

Kristiansand, mai 2006

Terje Idland

Summary

This thesis is theoretically based within Piaget's constructivism, Vygotsky's social constructivism, Diene's theory for learning of the place-value-system and Mayer & Moreno's theory for learning by using multimedia.

My primary objective has been to use existing theory as a basis for developing pedagogically software for learning of numeral systems. This software is dual. One part is an interactive applet which is an exploratory tool for the place-value-system. The other part is a interactive multimedia presentation which introduces historically numeral systems and the place-value-system. This last part is not yet finished, since the development requires much time.

Secondly it has been necessary to expose the applet for learning of the place-value-system to a reference group that has given response to it. I will later try to improve the applet after these responses. However I have here written some notes on what can be changed to improve the applet. Since the software is not yet firmly tested in the classroom, the next step will be to examine the software's effect for learning.

Theory about learning using multiple representations and multimedia has been central in my thesis. I have used Howard Gardner's theory of "multiple intelligences" to state the reasons for teachers to play on different information channels to achieve best possible information flow to most pupils. The validity in Gardner's theory has been criticized. However I still find that he is bringing forth some issues one should consider when planning a lesson. Zoltan Dienes has developed concrete materials for working with the place-value-system. I have used this as a model when developing the applet. Dienes states that pupils should be allowed to explore the place-value-system in its full, which means that all variables should be reconfigured, the base, digits and exponent. James J. Kaput has written about use of ICT for learning. He says that interactive media is the right environment for variables. It supplies a dynamic exploratory environment to the possibilities for making use of concrete material for learning of mathematics. Anna Kristjánsdóttir raises questions to how laboratives are used in school. She stresses the importance of teachers getting the knowledge of how they should control the use of laboratives to accomplish best possible learning achievement. Mayer & Moreno have been researching the learning effects of using multimedia for learning. They have worked out some principles for most effective use of multimedia for learning. (kap. 3.3.4) I have tried to work by these principles during the development of the software for learning of numeral systems.

I state that it is important to know about historical, ancient numeral systems, the development of numeral systems and how the historical development in society and the development of numeral systems have affected each other. It is also important to know about some of the numeral systems that are used today in different contexts. The binary system is one of the numeral systems I have in mind.

There is eventually a growing number of available software for learning in circulation. One must be focused on what goals one want to achieve, which learning theories one wants the software to provide and how one should use the tools as a supplement in the learning process.

The developing tools I have used are Java, Microsoft Frontpage and Macromedia Director. The choice of developing tools is based on a wish to make the software available on the internet.

Sammendrag

Oppgaven har en teoretisk forankring innenfor Piagets konstruktivisme, Vygotskys sosialkonstruktivisme, Dienes teori for læring av posisjonssystemet og Mayer & Morenos teori for læring med multimedia.

Primært har jeg brukt eksisterende teori som grunnlag for utvikling av pedagogisk programvare for læring av tallsystemer. Denne programvaren er todelt. En del er en interaktiv applett som er et utforskingstiljø for posisjonssystemet. Den andre delen er en interaktiv multimediepresentasjon som skal fungere som instruksjon om historiske tallsystemer og posisjonssystemet. Programvaren er ikke ferdig utviklet ennå, da utviklingen tar mye tid.

Sekundært har det vært nødvendig å utsette appletten for læring av posisjonssystemet for en referansegruppe som har gitt tilbakemelding på programvaren. Jeg vil senere prøve å forbedre programvaren etter disse tilbakemeldingene, og har skrevet litt om hva som kan endres for å forbedre denne. Siden programvaren ikke er grundig utprøvd i klasserommet ennå, vil det være naturlig å undersøke programvarens effekt for læring i neste omgang.

Teori om læring ved bruk av multiple representasjonsformer og multimedia har vært sentralt i oppgaven min. Jeg har brukt Howard Gardners teori om "mangfoldige intelligenser" for å begrunne at lærere bør spille på flere ulike informasjonskanaler for å nå best mulig fram til flest elever. Validiteten i Gardners teori er omdiskutert, men jeg synes likevel han bringer fram momenter man bør vurdere når man skal tilrettelegge undervisningen. Zoltan Dienes har utviklet konkretiseringsmaterieil for arbeid med posisjonssystemet. Det er blant annet dette materiellet jeg har brukt som modell for appletten. Dienes mener at elever bør få utforske posisjonssystemet i sin helhet, det vil si alle variable i konseptet bør varieres, grunntall, sifre og eksponent. James J. Kaput har skrevet om bruk av IKT for læring. Han trekker fram at interaktiv media er det rette hjem for variable. Det gir et dynamisk utforskingstiljø som er et tilskudd i konkretiseringsmulighetene for matematikklæring. Anna Kristjánsdóttir stiller spørsmål ved bruken av laborativer i skolen. Hun presiserer viktigheten av at lærerne får opplæring i hvordan de skal styre bruk av laborativer for å få best mulig læringseffekt. Mayer & Moreno har forsket på læringseffekten ved bruk av multimedia. De har utarbeidet noen prinsipper for mest mulig effektiv bruk av multimedia til læring. (Se kap. 3.3.4) Disse har jeg forsøkt å ta hensyn til under utarbeidelsen av multimedieapplikasjonen for læring av tallsystemer.

Jeg mener det er viktig å kjenne til historiske tallsystemer, tallenes historiske utvikling og hvordan historisk utvikling og utvikling av tallsystemer har påvirket hverandre. Det er også viktig å kjenne til noen tallsystemer som blir brukt i dag i ulike sammenhenger. Da tenker jeg spesielt på det binære tallsystemet.

Det finnes etter hvert en del programvare for læring. Man skal være bevisst på hva man ønsker å oppnå, hvilket læringssyn man ønsker programvaren skal støtte og hvordan man bruker verktøyet som et supplement i læringsprosessen.

Av utviklingsverktøy har jeg brukt Java, Microsoft Frontpage og Macromedia Director. Valg av utviklingsverktøy er blant annet basert på ønske om å tilgjengeliggjøre applikasjonen på internett.

Innholdsfortegnelse

1	Innledning.....	1
1.1	Problemformulering	1
2	Metode.....	2
2.1	Begrunnelse for hvorfor jeg ønsker å utvikle en interaktiv applikasjon til å lære tallsystemer.....	2
2.2	Læringsteorier som plattform for utvikling av pedagogisk programvare.	2
2.3	Bruk av referansegruppe	2
2.3.1	Evalueringsskjema	2
2.3.2	Uformell samtale	3
2.4	Valg av utviklingsverktøy	3
2.5	Avgrensning av applikasjon.	3
3	Teori	4
3.1	Begreper.	4
3.1.1	Artefakter	4
3.1.2	Manipulatives	6
3.1.3	Semiotic mediators	7
3.1.4	Visualisering.....	7
3.1.5	Interaktivitet	10
3.1.6	Microworld.....	10
3.2	Generell læringsteori.....	12
3.2.1	Behaviorisme.....	12
3.2.2	Kognitivisme	13
3.2.3	Piagets Konstruktivisme.....	14
3.2.4	Sosial konstruktivisme/mediering	15
3.3	Teori om læring ved bruk av multiple representasjonsformer og multimedia	16
3.3.1	Gardners MI; Mangfoldige Intelligenser	16
3.3.2	Hvordan bruke kunnskap om MI i undervisning?.....	17
3.3.3	Bruk av laborativer.....	17
3.3.4	Kognitiv teori for multimedia læring	18
3.4	Tallsystemer	20
3.4.1	Hvorfor er det viktig å lære om tallsystemer?.....	20
3.4.2	Tallsystemers opprinnelse.	22
3.4.3	Ulike tallsystemer.....	23
3.4.3.1	Egyptisk tallsystem	24
3.4.3.2	Sumerisk tallsystem.....	25
3.4.3.3	Babylonsk tallsystem.....	26
3.4.3.4	Gresk tallsystem	27
3.4.3.5	Romersk tallsystem	27
3.4.3.6	Kinesisk tallsystem.....	27
3.4.3.7	Hindu-Arabiske tallsystem.....	28
3.4.3.8	Maya tallsystem.....	28
3.4.3.9	Binære tallsystem	29
3.4.3.10	Oktale (8) og hexadesimale (16) tallsystem.....	30
3.4.3.11	Duodesimale (12) tallsystem.....	31
3.4.4	Hvordan lære posisjonssystemer?	31
4	Bruk av IKT til læring.....	33
4.1	Pedagogisk programvare	33
4.1.1	Drill	33

4.1.2	Utforsking.....	33
4.2	Standardprogrammer.....	34
4.2.1	Standardprogrammer og læringssyn.....	34
5	Multimedia.....	35
5.1	Om multimedia.....	35
5.1.1	Hva er Multimedia?.....	35
5.1.2	Lyd.....	36
5.1.3	Bilde.....	36
5.1.4	Animasjon.....	37
5.1.5	Film.....	37
5.2	Utviklingsverktøy.....	38
5.2.1	Java og Java-appletter.....	38
5.2.2	Macromedia Flash.....	39
5.2.3	Macromedia Director.....	39
5.2.4	Microsoft Frontpage.....	40
6	Teoristyrte utvikling av pedagogisk IKT-hjelpemiddel.....	42
6.1	Hvilke unike muligheter er det bruk av IKT gir i lærings-sammenheng.....	42
6.1.1	Interaktivitet / dynamikk.....	42
6.1.2	Visualisering.....	42
6.1.3	Lyd.....	42
6.1.4	”Advance organizer”, ”Generic organizer” og ”Versatile learning”.....	43
6.2	Applikasjonen.....	45
6.2.1	Beskrivelse av applikasjonen vi har laget.....	45
6.2.2	Hvilke teoretiske vurderinger ligger til grunn for applikasjonen?.....	52
6.2.2.1	Dynamisk aspekt.....	53
6.2.2.2	MI – multiple intelligens.....	54
6.2.2.3	Visualisering.....	54
6.2.2.4	Begrensede og støttende struktur (CS).....	55
6.2.2.5	Multimedia som presentasjonsverktøy.....	55
6.2.3	Kulturelt aspekt ved utvikling av programvare for å lære om tallsystemer.....	56
6.2.3.1	Historisk aspekt.....	56
6.2.3.2	Antropologisk aspekt.....	57
7	Revurderinger etter eksponering for referansegruppe.....	58
7.1	Forventninger.....	58
7.2	Hvilke tilbakemeldinger fikk jeg fra referansegruppa?.....	58
7.3	Mulige tiltak.....	59
7.4	Hva jeg velger å gjøre.....	60
7.5	Hva som er videre muligheter for utvikling.....	60
8	Oppsummering.....	61
9	Litteraturliste.....	63

1 Innledning

1.1 Problemformulering

I min masteroppgave vil jeg prøve å utvikle en **interaktiv multimedieapplikasjon** som kan være et hjelpemiddel og en ressurs for læring av **tallsystemer**.

Fokus vil være å **bruke læringsteori og forskning på bruk av artefakter, visualisering, ”manipulatives” og ”computer microworlds”** for å underbygge de valg jeg tar om hva applikasjonen skal inneholde og hvilke funksjonaliteter den skal ha.

Det vil være tidkrevende å utvikle et multimedieprogram. Jeg vil ikke få tid til å forske på de pedagogiske implikasjonene i min masteroppgave.

2 Metode

2.1 Begrunnelse for hvorfor jeg ønsker å utvikle en interaktiv applikasjon til å lære tallsystemer.

Personlige motiv:

- Jeg er meget interessert i bruk av IKT-ressurser.
- Jeg har tro på potensialet ved bruk av IKT-ressurser.
- Tror at bruk av IKT til læring vil vokse kraftig i løpet av noen år.
- Mener at det bør være sterkt pedagogisk/didaktisk perspektiv som styrer utviklingen av IKT-ressurser for læring.

Teoretiske motiver:

- Mangfoldige intelligenser fordrer mangfoldige representasjonsformer for å tilpasse lærestoffet best mulig for effektiv læring for flest elever (Gardner & Strandberg, 1999).
- Datamediet kan knytte flere representasjonsmåter sammen interaktivt slik at det blir lettere å utforske de viktige sammenhengene i posisjonssystemet (Kaput, 1992).
- Dynamisk media er det rette hjem for variable. Statiske media er kognitivt mer krevende (Kaput, 1992).
- Hvis potensialet ved IKT skal utnyttes i skolematematikken, må man legge vekt på representasjonell infrastruktur (Kaput, 1992).
- Posisjonssystemet har 3 variable; siffer, grunntall og eksponent. For at elever skal forstå hvordan posisjonssystemet virker, er det rimelig at de får erfaring med å variere alle variable (Dienes, 1963).

2.2 Læringsteorier som plattform for utvikling av pedagogisk programvare.

Forskning blir ofte gjort ”på nytt” uten å bruke forskning som allerede er gjort. Man bør bli flinkere til å bruke forskningen som allerede er gjort (Sfard, 2004).

Det finnes forskning gjort på ”mangfoldige intelligenser” (Gardner, 1993), visualisering (Asplund, 2004), computer microworlds (Papert, 1980) og artefakter (Cole, 2003). Jeg ønsker å støtte meg til denne forskningen under utviklingen av multimedieapplikasjonen.

2.3 Bruk av referansegruppe

Det er viktig for utviklingen av applikasjonen å få noen tilbakemeldinger fra ei referansegruppe for å kunne utvikle og forbedre brukervennligheten.

2.3.1 Evalueringsskjema

Jeg har prøvd ut appletten for utforskning av posisjonssystemet på noen elever i 8. klasse. De gav tilbakemeldinger på et evalueringsskjema. Ut fra disse tilbakemeldingene fikk jeg noen tips til hvordan appletten kunne forbedres (se kap. 7).

2.3.2 Uformell samtale

Jeg har fått tilbakemeldinger fra kolleger på hvordan appletten kunne vært forbedret (se kap.7.2).

2.4 Valg av utviklingsverktøy

Det er flere forhold å ta hensyn til ved valg av utviklingsverktøy. Hva har man tenkt å ha med i sin applikasjon? Hvilke verktøy trenger man? Behersker man verktøyet? Vil det ta lang tid å bruke verktøyet til utvikling av applikasjonen? Hva koster verktøyene?

Jeg har valgt å bruke Java, Macromedia Director MX 2004 og Microsoft Frontpage (kap. 5.2). Java (kap.5.2.1) vil jeg bruke siden jeg ønsker å ha et dynamisk program for å lære om posisjonssystemer. Jeg har vært så heldig å få min veileder Byrge Birkeland til å programmere dette programmet for meg. Han er en meget dreven programmerer og har mye programmeringserfaring med blant annet Java. Dermed var det mulig å ta i bruk et programmeringsspråk med forholdsvis høy inngangsterskel, men med stor grad av fleksibilitet og muligheter for spesialtilpasninger. Det finnes gratis utviklingsmiljøer til Java. Programmet som Byrge Birkeland har programmert etter min kravspesifikasjon er en applett, det vil si at den lar seg kjøre som en internettressurs.

Macromedia Director MX 2004 (se kap. 5.2.3) ønsket jeg å bruke fordi det egner seg svært godt til utvikling av multimedieinnhold, har en lav inngangsterskel og man kan lage forholdsvis kraftig innhold på kort tid. Dessuten kjente jeg verktøyet fra tidligere studier i informatikk. Problemet med dette verktøyet var prisen. Høgskolen i Agder hadde ikke verktøyet tilgjengelig og det måtte i tilfelle kjøpes inn. Via min veileder Anna Kristjánsdóttir ble det skaffet til veie midler for å kjøpe en studieversjon av programmet og en lisens. Til å sy sammen multimedieapplikasjonen er det hensiktsmessig å bruke webutviklingsverktøyet Microsoft Frontpage (se kap. 5.2.4) som er tilgjengelig på datamaskinen jeg disponerer på Høgskolen i Agder. Dette er et enkelt og fleksibelt verktøy som jeg kjenner fra tidligere studier og som gjør nytten til å lage den html-koden jeg trenger for å lage en nettbasert multimedieapplikasjon med innslag av shockwaveinnhold og javaapplett.

2.5 Avgrensning av applikasjon.

Det har vært mitt ønske å utvikle en ressurs for læring av tallsystemer og hvordan posisjonssystemet virker. Til å lære posisjonssystemet vil jeg lage et dynamisk utforskingstilgjengeliggjør som viser samme tall i ulike tallbaser og ulike representasjonssystemer. Til å lære om historiske og antropologiske tallsystemer ønsker jeg å lage en multimediepresentasjon som har synkroniserte animasjoner og fortellende lyd. Innholdet skal være begrenset til forklaring av de gamle egyptiske, sumeriske, babylonske, greske, romerske, kinesiske, hindu-arabiske og mayatallsystemer. Det ville også være naturlig å presentere totallsystemet, åttetallsystemet og sekstentallsystemet for å vise sammenhengene mellom dem. Også historien til disse posisjonssystemene og rivaliseringen mellom dem ønsker jeg å presentere.

3 Teori

3.1 Begreper.

Da det er min oppgave å søke å formidle den kunnskap jeg har tilegnet meg under mitt arbeide, vil jeg tidlig i oppgaven behandle noen ord og begreper som trenger en bredere presisering.

Applikasjonen jeg lager er et multimediehjelpemiddel for å lære om tallsystemer. Det er altså et hjelpemiddel for å lære om tallsystemer og posisjonssystemet spesielt. For å gå dypere inn i hva dette hjelpemiddelet egentlig er og for å bruke relevant litteratur for å kaste teoretisk lys over applikasjonen jeg utvikler, er det nødvendig å komme innom **artefakt**-begrepet. Et **artefakt** er et hjelpemiddel eller redskap. Se kap. 3.1.1. Slike redskaper kan være av forskjellig form. De kan være fysiske eller ikke-fysiske. Fysiske redskaper for å lære posisjonssystemet kan være "Dienes-blokker". Slike kalles også for **manipulativer** eller konkretiseringsmateriell. Se kap. 3.1.2.

Artefakter kan også ha en mer ideell karakter. **Semiotic mediator** er en ikke-fysisk artefakt som likevel har en viktig plass i teori om læring ved bruk av hjelpemidler. Se kap. 3.1.3. Dette kan være for eksempel det matematiske språket og matematiske symboler.

Andre virkemidler som er viktige for læring generelt er **visualisering**. Vi mennesker har organer og evner som tillater en god auditiv toveiskommunikasjon. Synet vårt gir oss god hjelp til å ta inn visuell informasjon, men vi er dårlig utstyrt til å gi/sende ut visuell informasjon. Siden vi mangler en visuell projektor har vi lært oss å bruke forskjellige redskaper for å hjelpe oss med å representere **visuelt**. Se kap. 3.1.4.

Manipulativer som jeg nevnte tidligere kan også være datahjelpemidler. Et program som man kan kommunisere med og som gir respons på brukerens handlinger kalles **interaktivt**. Det kan være spesielt nyttig og effektivt for læring i enkelte tilfeller. Se kap. 3.1.5. Spesielt når man studerer dynamiske sammenhenger og variabler som er avhengige av hverandre.

Et interaktivt dataprogram som er laget for å være et hjelpemiddel til å lære om et begrenset emne kalles en **microworld**. Denne kan gi ønskede muligheter og begrensninger som er vanskelig å få til med fysiske hjelpemidler. Se kap. 3.1.6.

3.1.1 Artefakter

Ordet *artefakt* kommer fra latin og er satt sammen av ordene arte, som betyr kunst, og fakt som betyr lage. Det er altså et kunstig laget produkt, noe som er laget av mennesker og ikke frambrakt av naturen ("Aschehoug og Gyldendals store norske leksikon elektronisk ressurs"). Artefakt assosieres som regel med materielle gjenstander som er laget av mennesker. Slike gjenstander blir ofte laget for å brukes som redskaper til et eller annet formål. Antropologisk blir studiet av artefakter ofte en del av studiet av den materielle kulturen. Dette synet støtter opp om definisjonen av artefakt som et redskap. Men i historiens løp har materielle gjenstander blitt inkorporert i menneskelige handlinger og fått en *ideell* karakter. Artefaktbegrepet skal fange både de materielle og ideelle egenskapene som gjenstander får ved å ha blitt formet og tatt i bruk av mennesket (Østerud, 2004).

Dette artefaktsbegrepet fanger da mentale fenomener som språk, kontekstavhengige symboler og fysiske redskaper som kniv eller kopp.

Definisjon av artefaktbegrepet:

„...er et artefakt et aspekt ved den materielle verden, som er blevet modificeret i løbet af dets indlemmelse i målrettet menneskelig virksomhed. Artefakter er i kraft af de forandringer, de har været udsat for gennem fremstillingen og brugen af dem, på én gang *ideelle* (konseptuelle) og *materielle*. De er ideelle i den forstand, at deres materielle form er blevet skabt igennem deres inddragelse i de interaksjoner, hvoraf de tidligere var en del, og som de formidler i nuet.“ (Cole, 2003, s. 123)

Marx Wartofsky har prøvd å klassifisere artefakter ved å gi dem en hierarkisk struktur. Denne strukturen deler artefakter inn i *primære artefakter*, *sekundære artefakter* og *tertiære artefakter*. Svein Østerud har forklart hva Wartofsky mener med disse tre klasser av kategorier.

- **Primære artefakter** er slike som kommer i stand ved en omforming av deler av omgivelsene i den hensikt å produsere og reprodusere den daglige tilværelsen på en best mulig måte. Det dreier seg om våpen og redskaper, nettopp slike gjenstander som arkeologene graver fram fra tidligere epoker. Fra vår tid er det naturlig å nevne datamaskiner og nettverk for telekommunikasjon. Primære artefakter er mentale bare i den betydningen at de bærer med seg informasjon om sitt eget formål.
- **Sekundære artefakter** er derimot slike som er utviklet og brukt i den hensikt å bevare de ferdighetene og praksisene som trengs for å skape og bruke primære artefakter, og overføre dem fra en generasjon til en annen. Det dreier seg om symbolske gjengivelser av de opprinnelige bruksområdene i form av oppskrifter, f.eks. instruksjon om hvordan man sliper en øks, eller tradisjoner og normer, f.eks. redegjørelse for slektsforholdet mellom medlemmene av en utvidet familie samt råd om hvordan man opptrer når man omgås dem. Her dreier det seg med andre ord om artefakter med en informativ eller pedagogisk funksjon.
- **Tertiære artefakter** er slike som kan utgjøre autonome «tenkte» virkeligheter, som i vitenskap eller i kunst, der de formelle egenskapene ved fremstillingen manipuleres ved hjelp av fantasien, og uten at dens direkte referanse til den «virkelige» verden tas i betraktning. Symbolske størrelser som kunstverk, kulturelle koder, modeller og paradigmer som kan fange vår måte å oppfatte virkeligheten på og dermed og tilmed endre den, er tertiære artefakter. I sine egne eksempler bruker Wartofsky øksesymbolet som et gjennomgangstema. Først nevner han en modell som skal forklare den økende utryddingen av regnskogen i verden, en modell der en øks symboliserer skogsindustriens vandalisme. Deretter kommer han nn på en dramatisering av Shakespears Richard III der man henspiller på henrettelsen i sluttscenen ved å inkludere en øks i scenebildet. Mer tidsaktuelle eksempler på tertiære artefakter er imidlertid de mange programinnslagene i TV som har en ironisk eller humoristisk karakter. F.eks. kan en ironiker som Otto Jespersen gjennom sine bidrag i TV2s Torsdagsklubben skape et betydningsunivers som gjennom sine groteske overdrivelser får seerne til å oppdage nye sider ved virkeligheten. (Østerud, 2004, s. 183)

Det er også et kulturelt aspekt ved artefakter. Hvis vi tar for oss språk, så er det ikke vanskelig å se at kinesisk språk er en viktig artefakt for en kineser, men det vil ikke gi meg noe annen mening enn at jeg tror at den personen som bruker kinesisk ønsker å kommunisere.

3.1.2 Manipulatives

Manipulatives eller *manipulativer* er ord som er mye brukt i engelskspråklig forskningslitteratur og er konkretiseringsmaterieell eller visualisering som er rekonfigurerbart, dvs. av man kan endre dets utforming eller egenskaper. Eksempler på manipulatives er multibase-materieell, cuisenaire-staver og graftegneprogrammer. Som vi ser av eksemplene jeg har nevnt ovenfor så kan manipulatives være konkrete "ting" som vi kan ta på og de kan være visuelle modeller som blir vist på en dataskjerm.

Det er gjort forskning på læringseffekt ved bruk av manipulatives til å lære matematiske konsepter. Forskningen spriker på dette feltet. Noe forskning viser en positiv effekt ved bruk av manipulatives mens annen forskning viser at dette ikke har positiv effekt (Clements & McMillen, 1996; Thompson, 1992; Thompson & Lambdin, 1994). Det kan virke som om effekten er fraværende hvis framgangsmåten blir gitt som en oppskrift man skal følge men bedre dersom man "må oppdage" gjennom bruk av manipulatives (Thompson, 1992).

Som nevnt har vi både konkrete og virtuelle manipulatives. Da er det også betimelig å drøfte hva slags manipulatives som er hensiktsmessige for læring. Hvilke fordeler og ulemper er det ved disse fysiske ulike representasjonene? Det kan virke klart for oss at fysiske manipulatives som f. eks multibasematerieell er bedre egnet til læring av posisjonssystemet enn visuelle (bilder på en dataskjerm) manipulatives. Men dette er ikke så klart for en elev som ennå ikke forstår posisjonssystemet. Tusen (i titallsystemet) vist som kuber med multibasematerieell er ikke mer konkret enn tusen vist som et bilde med kuber i multibasematerieell (Thompson & Lambdin, 1994). For å forstå at manipulativene (det konkrete eller visuelle) betyr tusen, må eleven skape seg et bilde av at tusen kan bestå av 10 blokker med 100 som verdi, 100 blokker med 10 som verdi, eller 1000 blokker med 1 som verdi. Det er ikke nok å vite at en sammensatt blokk er verdt 1000. Manipulatives har for elevene ikke automatisk matematisk mening innebygget i seg. Den matematiske meningen som læreren ser tydelig i manipulatives, er ikke nødvendigvis synlig for eleven. Ulike elever kan også se ulike matematiske betydninger i det samme materiellet (Thompson & Lambdin, 1994). Hvis vi kaller manipulatives i form av konkrete materialer eller virtuelle representasjoner for eksterne representasjoner, så blir elevens tolkning av disse en intern representasjon av manipulatives. Når eleven jobber med eksterne manipulatives, foregår en kontinuerlig interaksjon mellom eksterne og intern representasjon. Denne interaksjonen er syklisk og foregår meget hurtig (millisekundnivå). Den eksterne representasjonen kan endres under interaksjonen (skrivning, tegning, rekonfigurere manipulatives) og dette kan få konsekvenser for tidligere konseptuelle og perseptuelle forhold (intern representasjon) (Kaput, 1995).

Clements & McMillen (1996) har gitt noen veiledende råd om valg av manipulatives:

- Velg manipulatives som barna kan bruke. Det kan være nyttig å bruke manipulatives når læreren skal demonstrere noe. Men det bør være en hovedregel at barna får bruke manipulatives til å jobbe med ulike problemer.
- Velg manipulatives der elevene kan bruke sine egne uformelle metoder. Materiellet bør ikke begrense eller instruere eleven for mye i framgangsmåte. Eleven bør selv gjennom utforskning gi materiellet matematisk mening.

- Vær forsiktig med å bruke konkretiseringsmaterieell der den matematiske mening og bruksmåte er bygget inn og forhåndsbestemt av produsenten. Bruk f. eks heller multibasematerieell framfor base-10 materieell.
- Bruk manipulative som kan tjene flere formål. Elevene får en slags ekspertise i bruk av en type manipulative hvis de får bruke samme materialet i ulike sammenhenger. Man kan for eksempel bruke multibasematerieell til å jobbe med addisjon, subtraksjon, multiplikasjon, divisjon og brøk.
- Ved introduksjon av nytt stoff er det bedre å bruke en manipulative framfor flere ulike manipulative.
- Bruk datamanipulative der det er hensiktsmessig. Noen ganger er datamanipulative mer hensiktsmessige enn fysiske manipulative. Når man skal velge programmer å bruke bør man tenke på:
 - Ha enkle funksjoner for endring, gjentakelse og angre.
 - Tillat eleven å lagre konfigurasjoner og makroer.
 - Ha dynamisk link mellom ulike representasjoner og ha en tett tilknytning mellom figurer og symboler.
 - Tillat elever og lærere å lage egne oppgaver for løsning.
 - I programmet bør det være lett å endre skala (der det er aktuelt)
 - Programmet bør tilføre ekstra egenskaper utover det som det tilsvarende fysiske konkretiseringsmaterieellet kan.

3.1.3 Semiotic mediators

Semiotikk betyr læren om tegn og tegnbrukende atferd. Mediasjon betyr formidling mellom to ytterpunkter eller motsetninger ("Aschehoug og gyldendals store norske leksikon elektronisk ressurs"). I sosiokulturell teori er den medierende funksjonen til språket eller andre symbolsystemer kjent som *semiotisk mediasjon*. Som en del av Vygotskys analyse av semiotisk mediasjon beskrev han verktøy sin rolle i menneskets økende kontroll med naturkreftene og hvordan menneskets eksistens har endret seg som følge av dette (Holbrook, 1999). Verktøybegrepet er senere blitt raffinert til *artefakt* (se 3.1.1). En semiotisk mediator er altså et artefakt. Men et artefakt er ikke nødvendigvis en semiotisk mediator. En multimediepresentasjon er en semiotisk mediator fordi den medierer informasjon fra en sender (forfatter / skjerm) til en mottaker (publikum) ved å vise tekst og symboler (bilder i en kontekst). Presentasjonen er også et artefakt. Den er et menneskeskapt verktøy for å formidle informasjon på en mer effektiv måte. CD-platen som presentasjonen er lagret på er også et artefakt. Men den gir i seg selv ingen mediasjon og er følgelig ingen semiotisk mediator.

3.1.4 Visualisering

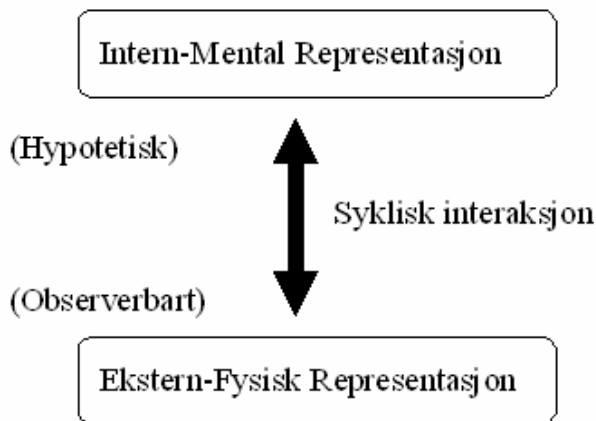
Visualisering er en av flere måter å representere informasjon på. Representasjon kan deles inn i to hovedområder; intern representasjon og ekstern representasjon. De interne representasjonene er *mentale bilder, tanker og verbaliseringer* som foregår inni hodet når vi tenker (Dettori & Lemut, 1995). Eksterne representasjoner er "... alle symbolske organiseringer (symboler, skjema, diagrammer, etc.) som har til hensikt å representere eksternt en viss matematisk 'virkelighet'..." (Dettori & Lemut, 1995). (Sitatet er oversatt fra engelsk.) Man trenger ekstern representasjon for å kunne kommunisere matematikk med andre.

Som for representasjon deles visualisering inn i intern og ekstern visualisering. Den interne visualiseringen bruker vår evne til *visuell forestilling* for at vi skal se for oss et objekt som

ikke er synlig for øyet på dette tidspunktet. Som nevnt over trenger man ekstern representasjon for å kommunisere matematikk med andre.

Alan Bishop har beskrevet to ulike evner som brukes i forbindelse med visualisering av matematikk. Den første er evnen til å *tolke figurativ informasjon*. Denne evnen involverer forståelse av visuell representasjon og språk som brukes i geometri, graftegning og ulike diagrammer. Den andre evnen er *visuell prosessering*. Denne involverer visualisering og translasjon fra abstrakte forhold og ikke-billedlig informasjon til visuelle termer. Også manipulasjon og translasjon av visuelle representasjoner og mentale bilder inngår i denne evnen. Denne evnen har med prosessering av visualiseringer å gjøre, ikke å forstå og tolke presenterte representasjoner (Pesci, 1995).

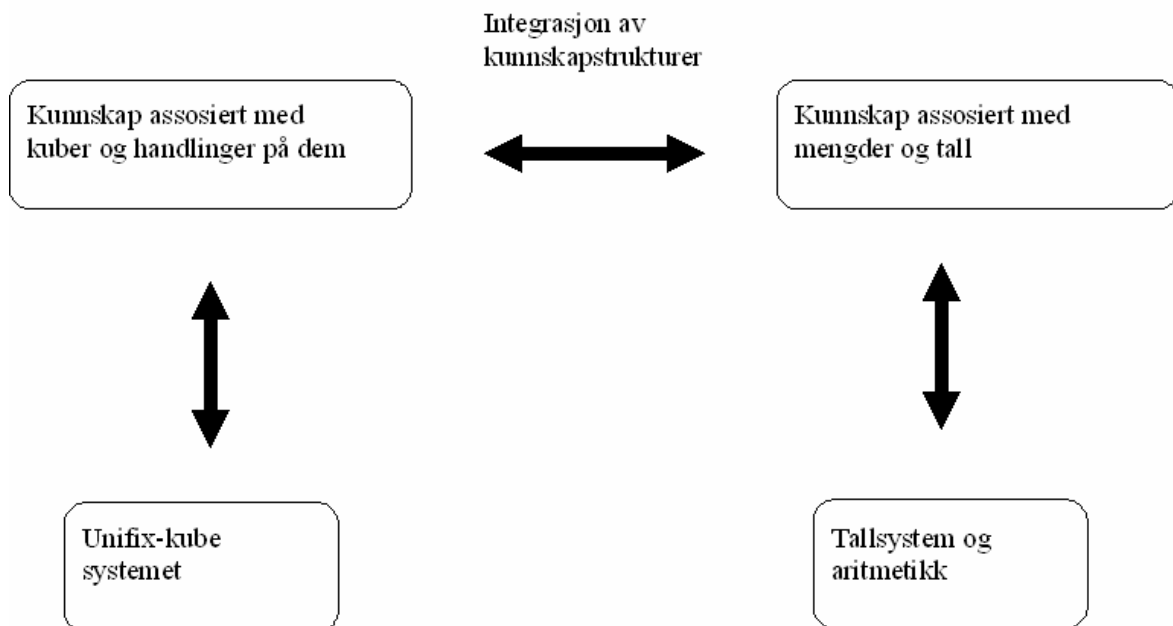
James J. Kaput (1995) har delt representasjon i ”intern-mental representasjon” og ”ekstern-fysisk representasjon”. Den første av disse sier han er *hypotetisk* og den andre er *observerbar*. Det foregår som regel en syklisk interaksjon mellom de to representasjonene som noen ganger er svært hurtig (millisekundnivå). (Figur 1)



Figur 1: Syklisk interaksjon mellom den fysiske, observerbare representasjonen og den mentale, hypotetiske representasjonen. (Kaput, 1995)

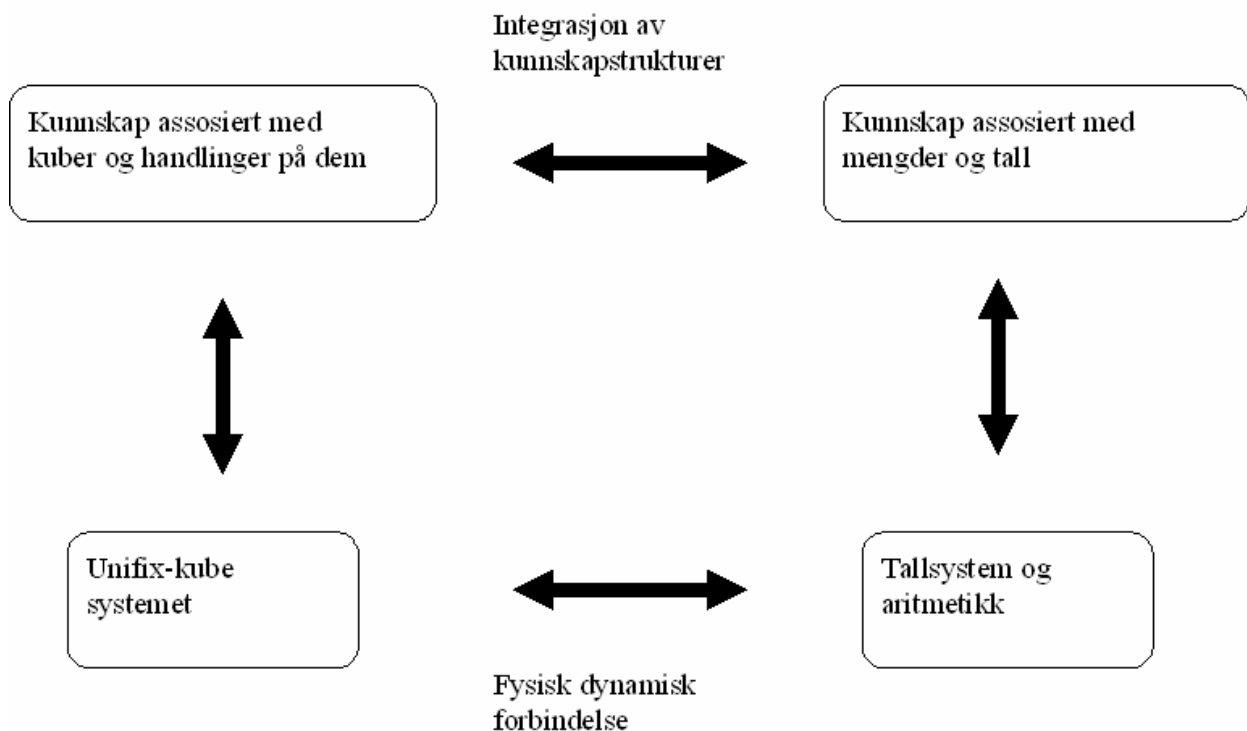
Det man ”ser” sammenholdes med eksisterende mentale strukturer, som igjen påvirker måten man ser på det fysiske materialet. Enten ser man mer detaljer eller så ser man etter større mønstre. Dette aktiverer igjen andre mentale strukturer. Denne prosessen kan ofte også resultere i produksjon av mer fysiske materialer som tegninger, skrift og andre fysiske materialer. Da har det observerbare materialet endret seg og dette kan endre det tidligere etablerte konseptuelle og perseptuelle forholdet.

Kaput tar også for seg interaksjon mellom ulike representasjonssystemer i en videre forstand. Han viser i en modell hvordan to fysiske forskjellige representasjoner av det samme konseptet skaper referanser mellom våre mentale kunnskapsstrukturer om de to fysiske representasjonene. Figur 2 viser et eksempel på relasjoner mellom representasjoner av tallsystemet, der unifix-kuber og skrevne tall representerer de ulike fysiske representasjonene.



Figur 2: Kombinert modell av to forskjellige fysiske representasjoner om samme emne og relasjoner mellom de mentale og de fysiske representasjonene. (Kaput, 1995)

Kaput sier at hvis de to fysisk forskjellige representasjonene som viser samme konsept får en dynamisk tilknytning til hverandre, så kan vi sette inn en relasjon mellom de to fysiske systemene. Dette mener han vil få konsekvenser for relasjonen mellom de ”mentale” representasjonene. En slik dynamisk relasjon er en av mulighetene ved å representere de fysiske systemene ved hjelp av datamaskin.



Figur 3: Dynamisk relasjon mellom de to fysiske representasjonene.

3.1.5 Interaktivitet

Ordet ”interaktiv” er et meget populært ord og har vært det siden 1990-tallet. Det brukes av ulike miljøer i ulike sammenhenger. Ordet kommer av det engelske ordet ”interact” og betyr ”to act on each other”, ”å virke på hverandre”, altså en gjensidig påvirkning.

Det knytter seg mye optimisme og positivitet til bruken av ordet ”interaktiv”. Det gjør det ideelt til markedsføring. Kunnskapsforlaget og Dagens Bøker har markedsført *Multimedieleksikonet* med ”20 interaktiviteter” som et viktig salgsargument. CAPLEX – 99 markedsfører med ”350 interaktive kart”. I 1999 ble det også markedsført multimedieprodukter som ”interaktiv ordliste” og ”interaktivt matematikkprogram” (Haugsbakk & Høgskolen i Lillehammer, 2000).

Interaksjon betyr samhandling (”Aschehoug og gyldendals store norske leksikon elektronisk ressurs”). Men det har forskjellige betydninger innen forskjellige vitenskapelige disipliner. Innenfor *sosiologien* refererer interaksjon til et gjensidig forhold mellom to eller flere mennesker. Innenfor *informatikken* refererer interaksjon til en gjensidig virkning mellom menneske og maskin. Men ikke kommunikasjon mellom mennesker gjennom bruk av maskin(chat, e-post) (Fritze *et al.*, 2000).

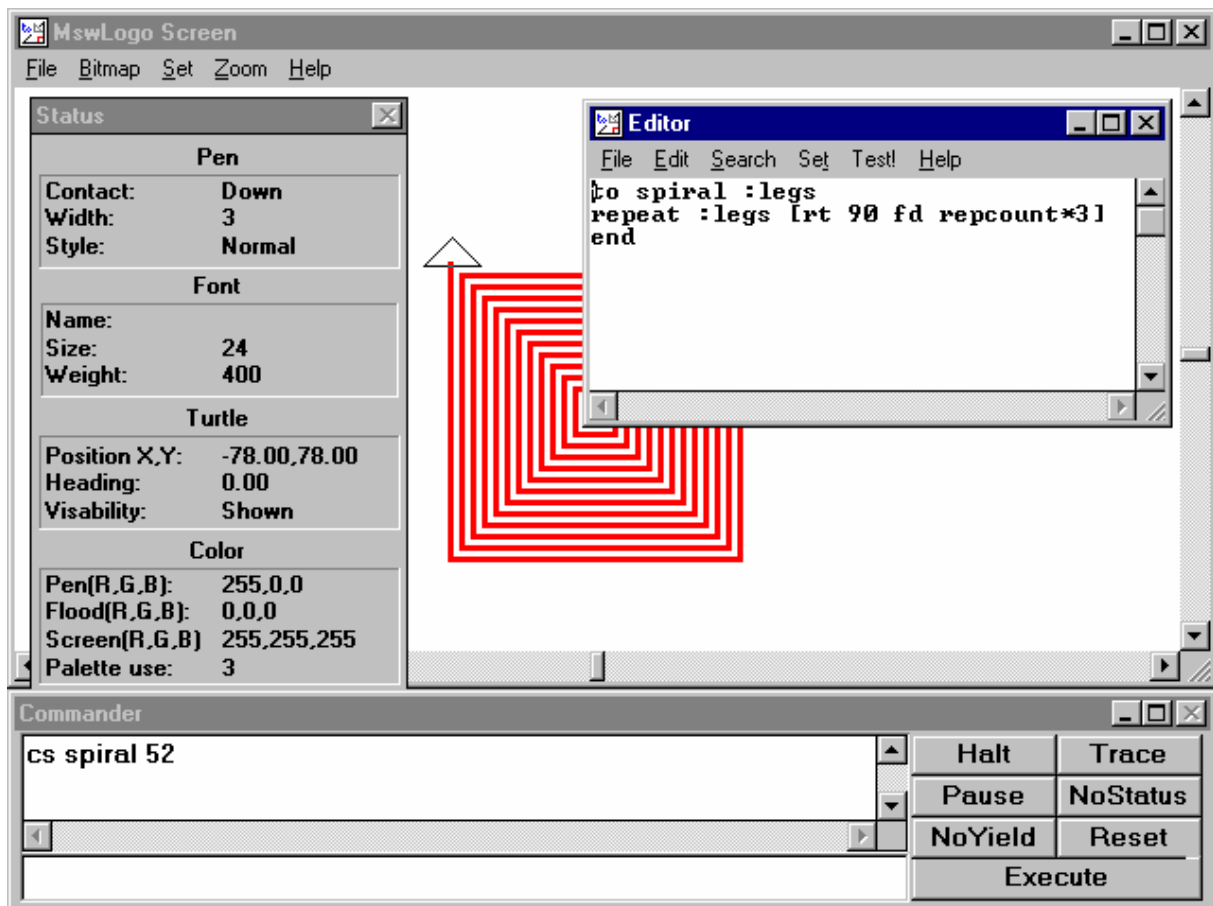
Interaksjon er altså en gjensidig virkning eller samspill mennesker i mellom eller mellom menneske og maskin. Hva kjennetegner et slikt gjensidig forhold? Innen *sosiologien* er et slikt gjensidig forhold etablert når minst to individer er gjensidig bevisst på hverandres nærvær. Da oppstår en tilstand av gjensidig bevissthet. Her passer menneske-maskin-samspillet inn. Innenfor *informatikken* refereres det til den prosess som foregår når et menneske bruker en maskin. Kontroll og styring har en sentral plass innenfor *informatikkens interaksjon*.

3.1.6 Microworld

Begrepet *microworld* (mikroverden) kommer fra AI (artificial intelligens, kunstig intelligens) forskningen som begynte for ca. 50 år siden. Det ble utvekslet begreper og ideer mellom forskere på kognitiv psykologi og datateknologi (kunstig intelligens). Hjernen blir omtalt som prosessor. Man innhenter, lagrer og søker etter informasjon i hukommelsen/minnet. Disse begrepene er hentet fra AI-forskningen. Intelligens er et begrep med rot i den kognitive psykologien som er hentet til AI-forskningen (artificial *intelligens*) der man prøver å lage datasystemer som kan lære mest mulig likt et menneske (Østerud, 2004). Ordet *microworld* stammer som sagt fra AI-forskningen, som skjøt fart på 1970-tallet, og beskriver ”...en liten, svært begrenset mengde objekter eller ideer som opererer i samsvar med en begrenset mengde regler.”(CRF)

Det har lenge eksistert *microworlds* beregnet til læring. Det sentrale læringssynet bak er *konstruktivismen* siden man i en *microworld* kan utforske konsepter og begreper innenfor et begrenset område gjennom syklisk interaksjon med *microworld-systemet*.

Programmeringsspråket LOGO har eksistert siden 1970-tallet og vært et pionerprosjekt i *microworld*-sjangeren. I LOGO kan man programmere en skilpadde på dataskjermen til å utføre bevegelser som kan spores. Man får på denne måten en grafisk tilbakemelding på sine programmerte kommandoer. Sentralt i utviklingen av programmeringsspråket LOGO står Seymour Papert som jobbet sammen med Jean Piaget i Sveits i flere år. I boka *Mindstorms* (1980) beskriver Papert LOGO og hvordan bruken av LOGO vil påvirke elevers læring og problemløsningsstrategier.



Figur 4: MswLogo - En applikasjon der man bruker programmeringsspråket LOGO til å styre en "skilpadde"

I LOGO skjer brukerens instruksjoner til programmet gjennom tekstbaserte kommandoer. Celia Hoyles, Richard Noss og Ross Adamson (2002) har videreutviklet Paperts tanker om LOGO og *microworlds* og prøvd å skape *microworlds* der brukeren instruerer/programmerer et dataprogram uten bruk av tekst. En av grunnene til dette er at brukergrensesnitt generelt går mer og mer bort i fra tekstbasert input. Brukere forventer i dag å bruke systemer som kontrolleres i størst mulig grad av musklikking. Hoyles, Noss og Adamson peker på flere utfordringer ved å endre brukerens kommunikasjonsmedium fra tekst til musstyring av grafiske objekter. Blant annet vil man gå glipp av lingvistisk formalisering ved programmering som hjelper eleven med matematisk forklaringsevne og i utvikling av matematisk forståelse (Noss & Hoyles, 1996). Hoyles, Noss og Adamson (2002) understreker at programmering er "mønsterverktøyet" for konstruktivistisk læring og at det derfor er viktig at en *microworld* bruker programmering som verktøy for å få best effekt. Hoyles, Noss og Adamson har tatt i bruk en *microworld* som heter *ToonTalk* der man programmerer ved å klikke og dra i grafiske objekter. Dette har vært et stort europeisk forskningsprosjekt.

3.2 Generell læringsteori

Skinner begynte å lage maskiner for å forbedre læring på 1950-tallet. Siden dette har mange laget systemer og programmer som hjelpemidler for læring. Behaviorismen var det populære læringssynet fram til 1970-tallet i Norge og mange dataprogrammer er drillprogrammer som er basert på dette læringssynet. Konstruktivismen har blitt mer dominerende og mange dataprogrammer for utforskning er laget. Det er viktig å kjenne til hvilket læringssyn som ligger til grunn for dataprogrammene man tenker å bruke som hjelpemiddel. Man bør være bevisst hvordan og hvorfor man ønsker å bruke ulike virkemidler i sin undervisning.

3.2.1 Behaviorisme

Behaviorisme, også kalt atferdspsykologi, er en retning innenfor psykologien som ble grunnlagt av John Watson i 1913 (Carlson *et al.*, 2000). Denne begrenser seg til å omfatte forskning på observerbar atferd hos mennesker og dyr (Evenshaug & Hallen, 1991).

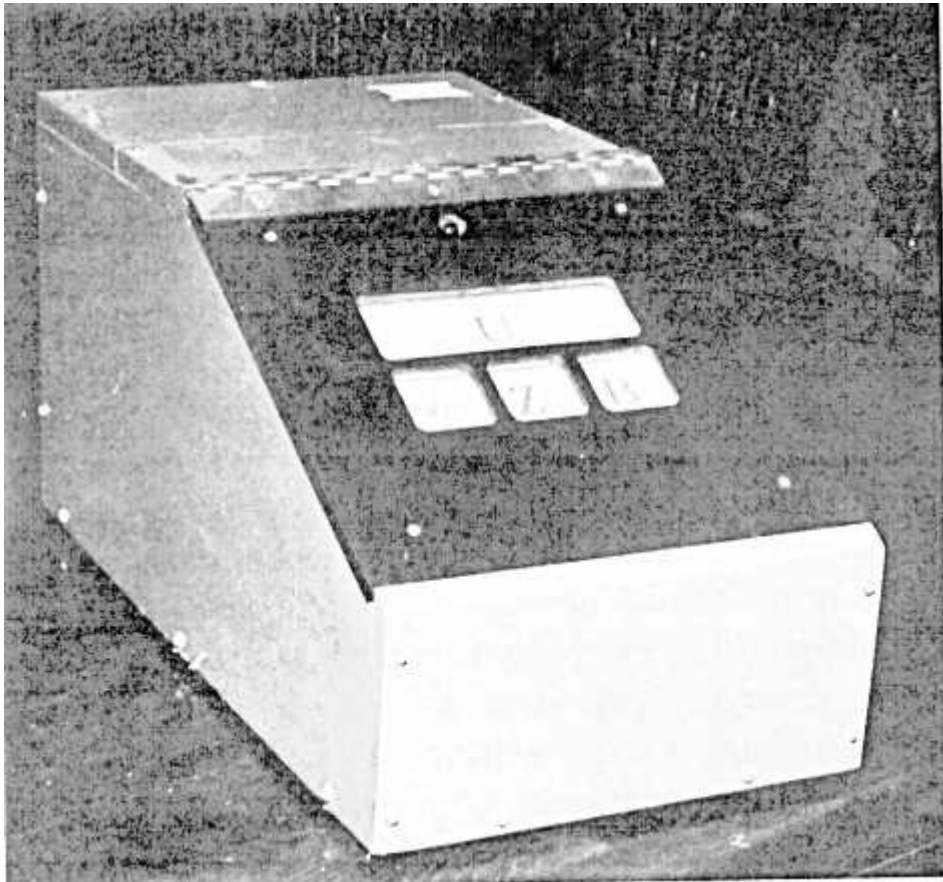
Kartlegging av hvordan ytre påvirkning påvirker atferden er sentralt i behaviorismen. Tanken bak dette var å få kunnskap om hva slags ytre påkjenning (stimuli) som framkalte en spesiell atferd (respons). Ved å bruke denne kunnskapen kunne man gi mennesket eller dyret stimuli for å framkalle ønsket respons.

Andre pionerer innen behaviorismen er Edward Thorndike og Ivan Pavlov. Thorndike er kjent for sine studier av dyrs atferd og "effektloven". Han fant at sammenknytning mellom stimulus og respons styrkes når responsen etterfølges av tilfredsstillende (Imsen, 1991). Motsatt fant han at knytningen mellom stimuli og respons ble svekket når responsen etterfølges av sjenanse/ubehag.

Ivan Pavlov er kjent for sine forsøk med hunder. Han ringte med ei bjelle (stimuli) like før hundene fikk mat (stimuli) og dermed begynte hundene å sikle (respons) fordi de skulle få mat. Etter at hundene var vant til å høre bjella like før de fikk mat, så begynte de å sikle bare ved lyden av bjella (uten å få mat) (Imsen, 1991).

Burrhus Frederic Skinner videreutviklet teorien til Thorndike og var en meget innflytelsesfull psykolog i forrige århundre. Han utviklet teori om operant betinging, det vil si positiv forsterkning, negativ forsterkning og straff som virkemidler for å påvirke atferd og dermed læring. Med forsterkning menes stimuli som etterfølger respons og som øker sannsynligheten for at samme respons forekommer igjen senere. Et hovedtrekk for behaviorismen er at mennesket kan styres og formes utenifra av den som forvalter belønningssystemet (Imsen, 1991).

Denne modellen av hvordan dyr og mennesker lærer ble meget populær og var den dominerende skolepsykologien fram til 1960-tallet (Helstrup & Kaufmann, 2000). B.F. Skinner startet også den teknologiske utviklingen av "læringsmaskiner". De er nå erstattet med datamaskiner og dataprogrammer. Ideen med læringsmaskiner var at eleven fikk en oppgave (stimulus) og skulle deretter gi et svar til maskinen (respons) for deretter å få tilgang på tilbakemelding fra maskinen straks for å sjekke om svaret var rett (positiv forsterkning ved rett svar).



Figur 5: Læringsmaskin (Waltz)

Selv om behaviorismen ikke er så populær læringspsykologi blant læringspsykologer i dag, så henger mye av den igjen i praksis i skolene i dag (Dysthe, 1999). Man kan se til de pedagogiske dataprogrammer som er tilgjengelige for bruk i skolen. Mange av dem har en klar behavioristisk forankring. Og bruk av disse i undervisningen gir klare paralleller til Skinners læringsmaskiner. Selv om behaviorismen ikke lenger har så stor popularitet som den hadde i Norge fram til 1970-tallet, har dens strenge regler for forskningsmetoder blitt videreført til andre mer moderne læringspsykologiske retninger.

3.2.2 Kognitivism

Lingvisten Noam Chomsky gikk 11. september 1956 hardt ut mot Skinners behavioristiske forklaring på språkutvikling. Denne dagen kalles den kognitive psykologis fødselsdag (Helstrup & Kaufmann, 2000). Chomsky revitaliserer rasjonalismen som er en gammel tradisjon kjent fra Platons "Menon". Det var ikke Platon, men Rene Descartes (1596-1650) med sin dualisme som øvde innflytelse på Chomskys ideer. Dualismen skiller mellom kropp og sjel. Chomskys lingvistiske teori skiller mellom menneskets kognitive utrustning og menneskets praktiske handlinger i omverdenen.

Parallelt med utviklingen av dette nye synet på læring skjedde det også en rivende utvikling av datateknologi. Disse har gjensidig brukt hverandre som metaforer. Da Chomsky i 1956 kritiserte Skinners teori for språkutvikling lanserte han selv en modell som brukte en minidatamaskin som metafor (Helstrup & Kaufmann, 2000). Begreper som går igjen i begge vitenskapsdisipliner er blant andre informasjonsbehandling, korttidsminne, langtidsminne og hukommelse. Mennesket blir oppfattet som et informasjonsbehandlerende vesen. Hjernen blir

sammenliknet med en prosessor. Dataforskningen tok til seg psykologiske begreper som intelligens (Østerud, 2004). Og kunstig intelligens har i over 50 år vært og er fortsatt et sentralt tema innen datateknologiforskningen.

En mer avgrenset studie med bakgrunn i kognitivismen, som tar for seg bruk av multimedia for læring, står Richard E. Mayer og Roxana Moreno bak. Les mer om deres forskning i kap. 3.3.4.

Kognitivismen studerer menneskets kognitive apparat uten å ta hensyn til sosiale og kulturelle forskjeller i menneskets forestillingsverden. Man antok at det kognitive apparatet var uavhengig av sosial og kulturell tilhørighet. Enkelte miljøer innenfor kognitivismen begynte å fokusere sin forskning på hvordan mennesker aktivt konstruerte sin forståelse av omverden. Disse forskerne blir også kalt konstruktivister (Østerud, 2004).

3.2.3 Piagets Konstruktivisme

Biologen Jean Piaget (1896-1980) studerte barns kognitive utvikling. Han var eleven til Alfred Binet (1857-1911) som er kjent for intelligenstesting. Piaget fant at intelligenstesting ikke var egnet til å finne ut av barns kognitive utvikling. Så istedenfor å utføre kontrollerte tester av barns prestasjoner, så førte han frie samtaler med dem for å finne ut hvordan barna resonerte. Han fant ut av barns evne til å resonere utviklet seg innenifra. Barnas intelligens utvikles gjennom uavbrutt utforskning av omverden. De studerer og manipulerer omverden fysisk og begrepsmessig. På bakgrunn av sine erfaringer konstruerer barn sin forestilling av verden rundt seg. Piaget var veldig klar på at man måtte ta hensyn til barns måte å konstruere sin egen kunnskap og legge til rette for at barna skal gjøre sine egne undersøkelser, framfor å forelese for dem (Østerud, 2004). Lærerrollen bør derfor ifølge Piaget være veileder og tilrettelegger for barna. Man bør unngå å lære barna noe som de har mulighet til å finne ut av på egenhånd. Dette for at barna skal få forståelse og ikke bare lærer seg utenat.

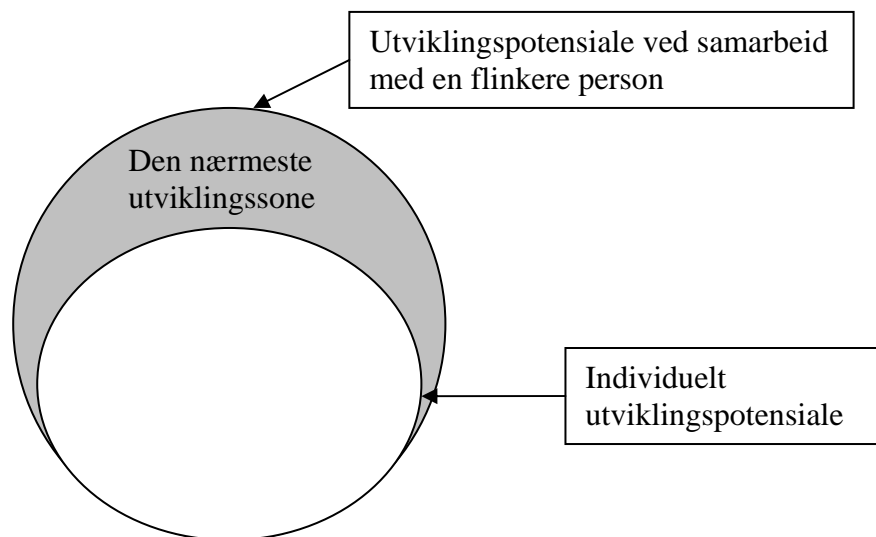
Min samboer, Christine, gav meg et eksempel på utenat-pugging: Kameraten til hennes storebror hadde ei lillesøster. Lillesøsteren fulgte med da storebroren gjorde leseleksene sine hjemme. Da lillesøsteren kom på skolen og fikk samme leseboka, kunne hun tilsynelatende lese fint. Men da hun kom i andre klasse og fikk ei ny lesebok som hun ikke hadde sett før, kunne hun ikke lese lenger. Sannsynligvis har hun hørt på broren og lært leseboka for første klasse utenat i stedet for å knekke lesekode.

Piaget mente at barnas samspill med læringsmiljøet ble regulert ved to prosesser som foregikk samtidig i hjernen. Disse prosessene er *assimilasjon* og *akkomodasjon*. Assimilasjon foregår når de inntrykk som barnet får, stemmer overens med forventninger barnet har. Det skjer ingenting som overrasker barnet. Akkomodasjon finner sted når barnet blir overrasket. De inntrykk som barnet får, stemmer ikke overens med forventninger basert på tidligere erfaringer. De nye erfaringene passer ikke med barnets kognitive skjema. Da oppstår det ifølge Piaget en *kognitiv konflikt*, en ubalanse mellom virkelighetsoppfatningen og de kognitive skjema. En kognitiv konflikt føles ikke bra for barnet og det vil derfor prøve å løse denne konflikten ved å endre sine kognitive skjema. Dette for å finne mening i den nye uventede erfaringen (Østerud, 2004). Kognitiv konflikt er ikke noe negativt i læringssammenheng, snarere svært positivt dersom eleven lykkes med å endre sine kognitive skjema for å rette opp en misoppfatning. På denne måten lærer eleven noe nytt.

3.2.4 Sosial konstruktivisme/mediering

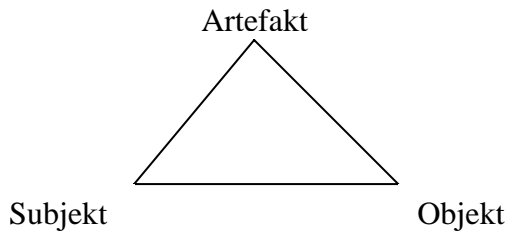
Sentralt i Vygotskys ideer om læring er interaksjon. Han mente i motsetning til Piaget at kunnskap ikke ble bygget innenifra ved å observere og manipulere omverden, men at kunnskap ble bygget distribuert i samhandling med andre mennesker. Synet på undervisning var forskjellig. Piaget mente at barnets psykologiske utvikling skulle styre undervisning. Vygotsky mente at undervisningen skulle være med å styre barnets psykologiske utvikling på en naturlig måte.

Vygotsky lanserte teorien om ”den nærmeste utviklingssone” eller ”zone of proximal development”. Den går i korthet ut på at man kartlegger hva slags prestasjoner barnet er i stand til å gjøre på egenhånd og så kartlegger hva barnet er i stand til å prestere sammen med en annen person som er flinkere innenfor dette området det skal presteres innen. Forskjellen mellom disse prestasjonene er det vi kaller ”den nærmeste utviklingssone”. For mest effektiv læring bør barnet få jobbe sammen med en flinkere person slik at barnet presterer bedre enn hvis det jobbet alene. Den nye kunnskapen som barnet konstruerer sammen med andre og ikke ville klart å konstruere på egenhånd befinner seg i ”den nærmeste utviklingssone”. Denne distribuerte kunnskapskonstruering krever sosial samhandling.



Figur 6: Den nærmeste utviklingssone

For å samhandle med andre trenger man et medium, et redskap for å kommunisere kunnskap (se Pkt 3.1.3). Språket vårt er et slikt redskap. Det er derimot kulturelt betinget. Man vil ha liten eller ingen nytte av et språk man ikke forstår. Et slikt kulturelt betinget redskap har fått navnet *artefakt* (se Pkt. 3.1.1).



Figur 7: Vygotskys medieringstriangel

3.3 Teori om læring ved bruk av multiple representasjonsformer og multimedia.

Forskning på hvordan læring ved bruk av ulike representasjoner og multimedia blir mer aktuelt som tiden går og IKT-ressursene i skolene blir bedre. Det er viktig at det blir gjort forskning og utviklet programvare av høy kvalitet som kan være effektive verktøy i skolen.

3.3.1 Gardners MI; Mangfoldige Intelligenser

Howard Gardner er kjent for å ha utviklet teorien om "Multiple Intelligens" (MI) eller mangfoldige intelligenser, om du vil. Han har vært bevisst på å bruke ordet intelligens og ikke evner, kompetanser, begavelser eller talenter. Man hører om folk som "ikke er særlig intelligente, men har en spesiell begavelse for musikk". Gardner vil få fram at det ikke er noen god begrunnelse til å utelukke f. eks evner innenfor musikk fra intelligensbegrepet. Han stiller også spørsmålsteget ved måten man utfører IQ-tester på. Man blir tatt ut av sin vanlige læringsmiljø for å gjøre isolerte oppgaver som man ikke har gjort før og som man kanskje aldri kommer til å gjøre igjen (Armstrong, 2003).

Gardner har utviklet en metode for å kartlegge og gruppere et bredt spekter av evner. Han har gruppert evnene i kategorier som han kaller intelligenser. Foreløpig har Gardner identifisert åtte forskjellige intelligenser, men han er på sporet av en niende. Han utelukker ikke at det kan være enda flere.

De åtte intelligensene som han foreløpig har identifisert er språklig intelligens, logisk-matematisk intelligens, romlig intelligens, kropps-kinestetisk intelligens, musikalsk intelligens, sosial intelligens, intrapersonlig intelligens og naturalistisk intelligens (Armstrong, 2003, s. 17). Den niende intelligensen Gardner har luftet er en **eksistensiell intelligens**.

Selv om jeg til nå har fokusert på å skille de ulike intelligensene fra hverandre, er det viktig å få med at Gardner ikke mener at intelligensene alltid opererer uavhengig av hverandre. Det foregår til stadighet et komplekst samspill mellom de ulike intelligensene når vi skal løse oppgaver. "Intelligensene påvirker hverandre. For å lage et måltid mat må man lese en oppskrift (lingvistisk), kanskje dele oppskriften i to (logisk-matematisk), utvikle en meny som tilfredsstiller alle medlemmene i familien (sosial) og ta hensyn til egen appetitt også (intrapersonlig)." (Armstrong, 2003, s. 26)

Gardners teorier om MI er ikke unisont akseptert som holdbar forskning. Han blir kritisert for ikke å kunne underbygge sine teorier godt nok vitenskaplig (Helstrup & Kaufmann, 2000).

Jeg synes likevel at hans teorier er interessante og verdt å se mer på for å utvikle en god måte å ta i bruk moderne teknologi til å tilrettelegge best mulig for effektiv tilpasset læring.

3.3.2 Hvordan bruke kunnskap om MI i undervisning?

I læreplanen for den 10-årige grunnskolen står det at hver enkelt elev har krav på undervisning som er individuelt tilpasset. Man skal ta hensyn til den enkelte elev sine forutsetninger når man underviser (Kirke- utdannings- og forskningsdepartementet, 1996). Dette står også i utkastet til ny læreplan i matematikk (Utdanningsdirektoratet, 2004). Det er derfor rimelig at man tar hensyn til den enkelte elevs varierende mangfoldige intelligenser når man skal etablere en plattform for formidling av kunnskap. Men hvordan gjør vi dette? Jeg tror ikke det norske skolesystemet har ressurser, kompetanse eller vilje til en fullstendig kartlegging av den enkelte elevs utgangspunkt for læring. Det vil også kreve enormt mye av det pedagogiske personellet å ”skreddersy” undervisningsopplegg tilpasset den enkelte elevs forutsetninger. Noe av intensjonen med de nasjonale prøvene som er iverksatt er å kartlegge den enkelte elevs ferdigheter og utvikling. Resultatene fra disse prøvene skal være til hjelp for hele skolesystemet i sin virksomhet, for utdanningsdirektoratet, de enkelte skoler, faglærer, elever og foreldre. Dette er et stort kartleggingsarbeid, men det gir ikke fullstendig oversikt over den enkelte elevs forutsetninger. Og det må vi nok erkjenne blir umulig. Men at det er fokus på at alle elever har forskjellige forutsetninger er likevel viktig. Kanskje får ikke hver enkelt elev optimale læringsbetingelser i skolen, men man kan justere undervisningsmetodene slik at klassens totale læringsgevinst blir størst mulig. Man må selvsagt også ta hensyn til at ingen skal bli helt ofret for fellesskapets beste. (Man må ikke bare undervise de ”gjennomsnittlige” elevene og glemme de svake og de sterke hvis det gir best total læringsgevinst i klassen.) Per O. Asplund (2004) henviser til tall fra Howard Gardner at 20 % av befolkningen er typiske språklige intelligente. 45 % av befolkningen er typiske visuelt intelligente. 67 % av befolkningen kjennetegnes ved en kombinasjon av disse to intelligensene. Skal man ta disse tallene på alvor så betyr det at ca. 1/5 av elevene har gode forutsetninger til å lære ved å få kunnskap servert muntlig eller skriftlig, altså i form av en tradisjonell forelesning. Ca. halvparten av elevene vil ha fortrinn av å bli presentert kunnskap visuelt, mens 2/3 vil ha best forutsetning til å lære ved at kunnskapen presenteres både gjennom språk og visuelt. Man kan vel kanskje si at tradisjonelle undervisningsmetoder som forelesninger ikke akkurat er de mest demokratiske.

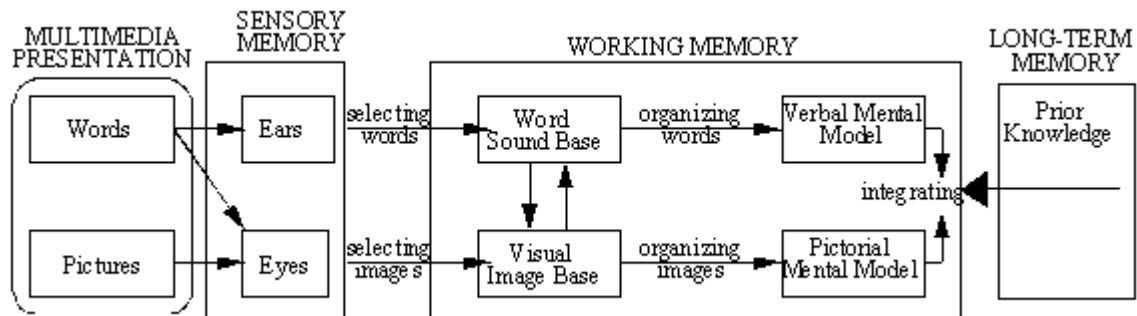
3.3.3 Bruk av laborativer.

Anna Kristjánsdóttir (2005) skriver at interessen for bruk av laborativer i undervisning har økt de siste 50 år. I våre dager er det populært å kjøpe inn konkretiseringsmaterieell og å innrede ”matterom”. Laborative midler innbefatter også IKT-ressurser som elevene kan bruke som verktøy for læring. Det blir mer og mer fokus på at elevene skal bruke IKT i fagene på skolen (Utdanningsdirektoratet, 2004). Anna Kristjánsdóttir understreker viktigheten av at lærerne også får opplæring i god bruk av laborativer som kjøpes inn, slik at de blir brukt på en hensiktsmessig måte.

3.3.4 Kognitiv teori for multimedia læring

Richard E. Mayer og Roxana Moreno (2003) har presentert en kognitiv teori for multimedia læring. Denne er basert på 3 antakelser om hvordan menneskets hjerne fungerer.

- 1) To-kanals modellen: Mennesket har separate informasjonsprosesserings kanaler for verbale inntrykk og visuelle inntrykk.
- 2) Begrenset arbeidsminne: Det er begrenset kapasitet på informasjonsprosessering for den verbale kanalen og for den visuelle kanalen.
- 3) Aktiv prosessering: Læring krever vesentlig kognitiv prosessering i den verbale og i den visuelle kanal.



Figur 8: Kognitiv teori om multimedia læring (Mayer & Moreno, 2003)

Mayer og Moreno sier at mest effektiv læring finner sted når man utnytter den begrensede kapasiteten til arbeidsminnet mest mulig effektivt. Hvis man presenterer et konsept bare via tekst, er det fare for at det verbale arbeidsminnet blir overbelastet. Man kan også overbelaste det visuelle arbeidsminnet hvis man bare viser figurer av et konsept uten å bruke verbale forklaringer. Ved å kombinere både visuelle og verbale inntrykk, vil disse avlaste hverandre og man kan komme innenfor kapasitetene til både det verbale og det visuelle arbeidsminnet. Det er også viktig å tilpasse informasjonen til tidligere kunnskap fra langtidsminet til eleven for å ikke overbelaste arbeidsminnet når nye inntrykk skal integreres med eksisterende kunnskap.

Mayer og Moreno (2003) definerer tre ulike typer kognitive prosesser som krever ressurser fra arbeidsminnet. De er *essensiell prosessering*, *bi prosessering* og *representasjonell holding*. Essensiell prosessering er hjernens arbeid for å få noe ut av det presenterte materialet. Dette innebærer å velge ut relevant informasjon i form av ord og bilder, organisere ord og bilder og til slutt integrere den nye informasjonen med eksisterende kunnskap. Hvis en animasjon med relevante kommentarer forklarer et ukjent konsept i et høyt tempo, vil dette kreve mye essensiell prosessering.

Bi prosessering er hjernens behandling av all informasjon som ikke er essensiell. Dette er informasjon som er unødvendig for hjernen for at man skal forstå noe. Eksempel på bi prosessering kan være bakgrunnsmusikk til en animasjon med forklarende stemme. Noe av den kognitive kapasiteten kan gå med til å bearbeide musikken. Dette tar noe av arbeidsminnets kapasitet vekk i fra å forstå hva den forklarende animasjonen viser.

Representasjonell holding er de kognitive prosesser som skal til for å holde en representasjon i arbeidsminnet over et tidsrom. Et eksempel på dette kan være at man finner et telefonnummer i telefonkatalogen. Man lukker så igjen telefonkatalogen og skal slå nummeret på telefonen.

Mayer og Moreno (2003) har definert 5 problemer knyttet til kognitiv overbelastning ved læring av nye konsepter ved hjelp av multimedia. De har også kommet med 9 forslag til hva man kan gjøre for å redusere kognitiv overbelastning når man lager multimediepresentasjoner som skal forklare et nytt konsept.

Problem 1: En kanal er overbelastet med essensiell informasjon. Dette krever for mye av essensiell prosessering i arbeidsminnet.

Eksempel: En to minutters animasjon viser hvordan tordenskyer oppstår. Den har i tillegg forklarende tekst under selve animasjonen. Eleven kan ikke følge med på animasjonen mens han leser og han kan ikke lese teksten mens han ser på animasjonen. Dette kalles "delt fokus-effekten" (Sweller i Mayer & Moreno, 2003, s. 45). Det visuelle fokuset til eleven er delt mellom å se på animasjonen og lese teksten. I Figur 8 er dette problemet representert ved pilene fra "ord" ("word") til "øynene" ("eyes") og fra "bilder" ("pictures") til "øynene". Med andre ord er det mye informasjon som sendes til øynene, men bare deler av den kan bli "plukket ut" for videre prosessering i den visuelle prosesseringskanalen.

Løsning på dette problemet er "Avlasting". Det vil si at man avlastet den overbelastede visuelle prosesseringskanalen ved å kutte ut tekstforklaringen og erstatte den med kommentarer. På den måten kan man samtidig se på animasjonen og få med seg de forklarende ordene. Kommentarene (ordene) vil nå bli behandlet i den verbale prosesseringskanalen. Man fordeler essensiell prosessering på de to kanalene og klarer dermed å prosessere mer effektivt. Undersøkelser gjort av Mayer og Moreno (2003) viser at dette løsningsforslaget hadde en tydelig effekt.

Problem 2: Begge kanaler i arbeidsminnet er overbelastet med essensiell informasjon.

Eksempel: Animasjonen som nevnt ovenfor har så mye essensiell informasjon i form av bilder og kommentarer og hastigheten på presentasjonen er høy. Eleven rekker ikke å organisere bildeinformasjonen og ordinformasjonen samt å integrere den med eksisterende kunnskaper fort nok. Se boksen som inneholder "arbeidsminne" ("working memory") i Figur 8.

Mayer og Moreno (2003) har to forslag til hvordan man kan takle dette problemet. Den første er segmentering. Det vil si at man deler opp presentasjonen i bolker. Eleven kan da selv kontrollere framdriften i presentasjonen. Han har mulighet til å se et segment om igjen for å være sikker på at han har fått med seg det vesentlige før han fortsetter til neste segment i presentasjonen. Undersøkelser Mayer og Moreno (2003) har gjort viser at dette har god effekt for læringen av kunnskapen presentasjonen skal gi elevene.

Den andre løsningen på problemet med overbelastning av arbeidsminnet i begge kanaler er forberedende trening. Dette innebærer at eleven blir gitt forkunnskaper om deler av presentasjonen, slik at eleven ikke trenger å bruke mye kognitiv kapasitet på å forstå hvordan enkelte komponenter i en presentasjon virker. Arbeidsminnet får dermed frigjort kapasitet til å forstå de enkelte komponentene satt i en større sammenheng.

Problem 3: Den ene eller begge prosesseringskanalene i arbeidsminnet er overbelastet med en blanding av essensiell prosessering og bi prosessering.

Eksempel: Man ser en animasjon med kommentarer som skal forklare hvordan tordenvær bygger seg opp. I tillegg til denne presentasjonen er det lagt på bakgrunnsmusikk, eller en boks som viser video av skader forårsaket av lynet, men som ikke har direkte med hvordan tordenværet bygger seg opp å gjøre. Denne tilleggsinformasjonen tar noe av den kognitive kapasiteten og det kan gå ut over læringseffekten til animasjonen.

Også her har Mayer og Moreno (2003) gitt to forslag til hvordan man kan øke læringseffekten til presentasjonen. Den første kaller de luking. Man fjerner tilleggsmateriell som gjerne er interessant, men ikke direkte relevant i forhold til læringsmålet. Dette har de også vist ved undersøkelser at har effekt for læringen.

Det andre løsningsforslaget til dette problemet er signalisering. Det vil si at man på en eller annen måte presiserer det man synes er vesentlig for læringen. Dette gjøres ved at man i kommentaren til animasjonen gjentar ord som er vesentlige, bruker piler i animasjonen for å rette fokus på vesentlige bilder og organiserer tekst ved å utheve ord eller bruke overskrifter.

Problem 4: Essensiell informasjon er presentert på en måte som gjør at den krever mer kognitiv kapasitet enn den hadde behøvd å gjøre.

Eksempel: Forklarende tekst til en animasjon er plassert i en annen del av skjermen enn animasjonen. Et annet eksempel på denne type problem er når animasjonen har forklarende tekst i tillegg til forklarende kommentarer.

Løsning til det første eksempelet er å plassere den forklarende teksten like ved animasjonen den skal forklare. Da slipper øynene å skifte mellom de to essensielle representasjonene og man mister ikke deler av den fordi man må se vekk.

Løsning til eksempel to er å kutte ut redundant informasjon. Man trenger ikke både kommentarer og forklarende tekst til animasjonen hvis de skal forklare det samme.

Undersøkelser som Mayer og Moreno (2003) har gjort viser at det har størst læringseffekt å fjerne forklarende tekst i dette tilfellet. Da blir den belastningen på arbeidsminnet fordelt mellom den visuelle og i den verbale prosesseringskanalen.

Problem 5: Den ene eller begge prosesseringskanalene er overbelastet av en kombinasjon av essensiell prosessering og representasjonell holding. Dette vil si at man er nødt til å bruke kognitiv kapasitet til å huske noe samtidig som man skal motta ny essensiell informasjon og kombinere denne med det man måtte huske.

Eksempel: Først presenteres kommentarer som forklarer hvordan tordenvær bygger seg opp. Etterpå vises en animasjon av hvordan tordenværet bygger seg opp. Man må altså huske hva som ble fortalt før animasjonen og bruke dette for å forstå animasjonen.

Løsning til dette problemet er å synkronisere presentert materiale. Man kommenterer animasjonen mens den kjører. Dette gjør at man reduserer representasjonell holding. Man får mer kognitiv kapasitet frigjort til andre prosesser.

En annen løsning på dette problemet er å ta hensyn til den enkelte elevs visuelle/romlige intelligens. En elev med gode visuelle/romlige evner har bedre evne til representasjonell holding enn elever med dårlige visuelle/romlige evner. Eleven med gode visuelle/romlige evner bruker mindre kognitiv kapasitet på representasjonell holding enn elever med dårlige visuelle/romlige evner. Det viser seg også at elever med gode visuelle/romlige evner også har best effekt av synkronisert multimediepresentasjon.

Godt multimediemateriell kan være verdifullt læringsverktøy for elever med høy visuell/romlig intelligens. Og for å utvikle godt multimediemateriell bør man forsøke å ta hensyn til den kognitive belastningen i arbeidsminnet til eleven og prøve å redusere denne.

3.4 Tallsystemer

Et tallsystem er enhver mengde med symboler og reglene for å bruke dem for å representere tall, som igjen er brukt til å representere hvor mange objekter det er i en gitt mengde (Encyclopaedia Britannica, 1997).

3.4.1 Hvorfor er det viktig å lære om tallsystemer?

Man kan selvfølgelig stille seg spørsmålet om hvorfor man skal lære om historiske "utdødde" tallsystemer. Hvorfor er det tatt med i læreplanene? Holder det ikke at vi lærer oss posisjonssystemet og titallssystemet? Her tror jeg det er viktig å se på grunnlaget for læring. Man lærer for å forstå verden rundt seg og for å klare seg best mulig i denne verdenen. Alle kunnskapsgreiner har sin historie og man trenger å se kunnskapen i en sammenheng for å forstå den best mulig. Å se kunnskapen i historisk perspektiv er en naturlig sammenheng. Man ser da hvordan matematikken har hjulpet andre vitenskaper til å utvikle seg og hvordan andre vitenskaper og hverdagslige problemer har presset matematikken til å utvikle seg. Kunnskapens utvikling har påvirket sivilisasjonen over tid.

Det er ikke bare innenfor matematikken at vitenskapen finner en viktig rolle til historisk utvikling. Eksempler for dette finner vi for eksempel i innenfor biologi, der utviklingsteori har blitt en viktig brikke for å forstå naturens mekanismer. Denne kunnskapen er viktig å forstå for oss mennesker som skal forvalte naturen, med dets ulike økosystemer som har brukt lang tid på å komme i en balanse, en balanse som menneskelig uvitenhet på kort tid kan bidra til å ødelegge.

Også innenfor geologien er det viktig å se på jordens geologiske utvikling i et historisk perspektiv. Dette gir oss kunnskap om for eksempel plateforskyvinger i jordskorpen som har foregått i millioner av år og som vil fortsette framover. Kunnskap om plateforskyvinger gir oss informasjon om området på jorden som er spesielt utsatt for jordskjelv.

Innenfor språkfag er det vanlig å se på språkenes utvikling. Uten å være en uttalt språkeekspert sier jeg likevel at mange av ordene vi bruker har røtter tilbake til *latin*, og det står gjerne om dette forholdet i ordbøker. Å kjenne utviklingslinjene til språk og dets slektskap med andre språk blir det lettere for oss å tilegne oss kunnskap om andre språk og se strukturene i vårt eget språk bedre.

Som vi ser er kjennskap til historisk utvikling av vitenskap viktige betraktninger for å forstå dagens vitenskap bedre, også for å kunne si mer om framtidig utvikling.

I matematisk perspektiv er det interessant å se på hvilke konsekvenser matematikkens utvikling har hatt. Dette kan kanskje hjelpe oss til å kunne forutse konsekvenser for framtidig forskning og utvikling i matematikk og hvilke utvikling innen matematikken vi bør vektlegge. I læreplanarbeid er det viktig å ha et blikk for utvikling. For å sette planene inn i en sammenheng mellom fortid, nåtid og framtid.

Det er viktig å lære om andre tallsystemer fordi det hjelper oss til å bli observante på vårt moderne tallsystems struktur og virkemåte og fremmer forståelse rundt potensregning og posisjonssystemet. Desimalsystemet er i stor grad automatisert og ”blinder” oss i å forstå hvordan tallsystemet virker, fordi ”det bare er sånn”.

Et barn som forstår et konsept i en generell form, kan bruke konseptet i flere sammenhenger (Zoltan Paul Dienes, 1971).

Å lære om andre tallsystemer hjelper oss til å generalisere og få en dypere forståelse som kan komme godt med i ulike sammenhenger. At man blir flinkere til å generalisere og distansere seg fra automatikken, kan gjøre terskelen til algebra mindre strevsom.

En dypere forståelse av tallsystemer kan også gi en dypere forståelse for aritmetikk. I stedet for å huske (se for seg bildet) at $2+9=11$ og at $100 \times 10 = 1000$, kan man få en forståelse som er mer anvendbar.

I vår ”digitale tidsalder” er det også viktig at elever får en innføring i det binære tallsystem og dets bruksområde. Vi er daglig omgitt av teknologi som er basert på det binære tallsystem og bør derfor vite litt om det.

Det er også innfelt i L-97 at 8. klasse elever skal kjenne til andre tallsystemer i et kulturhistorisk perspektiv. Også rammeplanen for den 4-årige allmennlærerutdanningen sier at studentene skal kunne gjøre rede for ulike tallsystemer. De skal kjenne til tallsystemenes kulturelle aspekt og de skal kunne regne i andre tallsystemer enn det desimale. Dette er viktig for å forstå hvordan barns møte med det desimale tallsystemet føles.

Matematikk er vitenskapen om struktur, orden og relasjoner ("Aschehoug og Gyldendals store norske leksikon elektronisk ressurs"). Vitenskap har også kulturhistoriske relasjoner.

Gjennom kjennskap til tallenes og tallsystemenes lange utviklingstid kan man sette vårt unge, moderne tallsystem i perspektiv. Når det har tatt menneskeheten tusenvis av år å utvikle det tallsystemet vi bruker i dag, så må vi vel gå med en viss ydmykhet inn i rollen som pedagog når vi skal hjelpe små barn å beherske posisjonssystemet og titallssystemet.

Nå er det heller ikke sånn at alle andre tallsystemer enn det moderne titallssystemet er utdødd og ute av bruk. Som tidligere nevnt i dette underkapittelet har det binære tallsystemet blitt uhyre viktig for den teknologiske utviklingen. Det samme har det oktale og det heksadesimale tallsystemet. Men vi finner også bruk av andre tallsystemer i andre sammenhenger. Sekstitallssystemet lever i beste velgående i geometrien og i klokka. Riktignok bruker vi våre egne tallsymboler (fra titallssystemet) når vi skriver tallene. Klokka har i tillegg til sekstitallssystemet også tolvtallsystemet i bruk. Det er 60 sekunder i ett minutt, 60 minutter i en time og urskiven er delt opp i 12 timer.

Våre danske naboer bruker delvis et multiplikativt tjuetallssystem i sitt språk. Ett snes er 20. "Tres" på dansk er en forkortelse for tre snes, altså 3 ganger 20. De har også ord for 70, "halv firs", som betyr "et halvt snes mindre enn fire snes", altså 80 minus 10. Hvor mange ganger har vi ikke bare holdt fram en neve med penger i kassen når ekspeditøren sier at det koster "...halv fems kroner"? Da hadde det vært nyttig å beherske dette systemet som våre naboer bruker, så slipper vi å risikere å bli lurt. La det være nevnt at danskene ikke regner i et annet tallsystem enn det moderne titallssystemet, men de bruker et annet system i sitt språk.

3.4.2 Tallsystemers opprinnelse.

Akkurat når mennesket begynte å ta i bruk tallsystem er det ingen som kan si med nøyaktighet. Men at det er lenge siden, er det ingen som betviler. Man har gjort 20000 – 30000 år gamle arkeologiske funn av gamle spolebein fra Vest-Europa. Disse beina hadde flere serier med innsnitt skåret inn i seg og man antar at dette symboliserte drepte byttedyr. Ett hakk for hvert dyr man drepte. De brukte kanskje ett bein for hver dyreart. Ett bein for ulv og ett bein bjørn osv. Dette var en måte å holde regnskap på ved bruk av det enkleste av tallsystemer. Ett hakk for hvert dyr, *en til en-avbildning*. Vi bruker også i dag denne måten å holde regnskap på (Ifrah *et al.*, 1997). Dagens jeger liker å holde regnskap med felte byttedyr ved å lage et hakk i kolben på geværet for hvert felte dyr. Dette må kunne sies å være et additivt, binært tallsystem (se 3.4.3). Altså kan vi anta at bruk av tallsystemer er minst 20000 år gammel.

Det er heller ikke vanskelig å tenke seg hvordan gjeterne brukte dette tallsystemet for å holde kontroll på buskapen sin. Ett hakk i et bein svarte til ett dyr. Hvis gjeteren hadde flere dyr enn han klarte å holde styr på i hodet, så kunne han bare la hånda gli forbi ett hakk for hvert dyr som gikk forbi ved innsankning. Hvis det gjensto noen hakk på beinet etter at alle dyrene var "telt" på denne måten, så hadde han mistet noen dyr. Hvis det kom nye dyr til, så kunne han skjære flere hakk i beinet for å oppdatere antallet (Ifrah *et al.*, 1997). Også småstein kunne brukes på denne måten. En stein flyttes fra en haug til en annen for hvert dyr som passerer.

3.4.3 Ulike tallsystemer

Vi kan dele tallsystemer inn i 3 ulike kategorier.

Additive tallsystemer representerer et tall ved at man legger sammen tallverdien til ulike symboler for å representere et tall. Eksempler på denne type tallsystem er det gamle egyptiske tallsystemet, det sumeriske tallsystemet, det greske tallsystemet og det romerske tallsystemet.

Multiplikative tallsystemer representerer et tall ved man bruker to tallsymboler for å representere en tallverdi. Det kan være flere tallverdier som til slutt skal adderes for å representere selve tallet. Her er det likhet mellom additive tallsystemer. Eksempel på denne type tallsystem er det kinesiske (Gullberg & Gullberg, 1997).

一	二	三	四	五	六	七	八	九
1	2	3	4	5	6	7	8	9
十	百	千	萬 or 万					
10	100	1000	10000					

Figur 9: Tallsymboler i det kinesiske tallsystemet (Gullberg & Gullberg, 1997)

八萬九千五百六十七
$8 \times 10000 + 9 \times 1000 + 5 \times 100 + 6 \times 10 + 7 = 89567$

Figur 10: Tallet 89567 representert ved det kinesiske multiplikative tallsystemet (Gullberg & Gullberg, 1997)

På figuren ser vi hvordan tallet 89567 er bygget opp av summer av to tall som er multiplisert. Tallene 10000, 1000, 100 og 10 er potenser av 10, og vi kan nærmest si at det kinesiske tallsystemet er en mellomting mellom et additivt og posisjonstallsystem.

Posisjonstallsystemer representerer et tall ved at tallverdien til de ulike sifrene i tallet er avhengig av sin plassering. Sifferet multipliseres med grunntallet som er opphøyd i potens som varierer med sifferets plassering. Deretter legges disse produktene sammen, veldig likt det kinesiske tallsystemet. Det som er forskjellig fra det kinesiske tallsystemet er at tallets grunntall (base) kan variere. Den trenger ikke å være 10. Notasjonen tar heller ikke med grunntallet og potensen som det enkelte siffer i tallet er multiplisert med. Dette er underforstått.

Slik skrives 3456 i titallsystemet:

$$3456 = 3 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 6 \times 10^0$$

Generelt kan vi si at verdien til et tall som benytter posisjonssystemet kan uttrykkes slik:

$$k_{n+1}k_n \dots k_2k_1g = k_{n+1} \times g^n + k_n \times g^{n-1} + \dots + k_2 \times g^1 + k_1 \times g^0, \text{ g er grunntall (base) og n er potensen til grunntallet som blir multiplisert med sifferet(k) på n+1`te plassen fra høyre.}$$

Det tallsystemet som vi er vant med å bruke er et posisjonssystem med grunntall 10, det dekadiske tallsystemet.

3.4.3.1 Egyptisk tallsystem

Egypterne utviklet for 5500 år siden to skriftmåter. Den ene måten var hieroglyfer som var monumentale inskripsjoner av et billedspråk, den andre var hieratisk som var en forenklet utgave av hieroglyfer og ble mest benyttet til skrivning på papyrus.

Hieroglyfene besto av bildesymboler. Skriftspråket ble blant annet brukt for å holde regnskap og hadde dermed symboler for tall.

Det egyptiske tallsystemet var et additivt tallsystem. Et tall ble representert som en sum av flere tallsymboler. På denne måten kunne egypterne representere alle de naturlige tallene, men med en øvre begrensning. Tallsymbol med høyest verdi var et eget symbol for 1000000, men dette symbolet betydde også "million år" eller "evighet".

	ENERE	TIERE	HUNDREDER	TUSENER	TITUSENER	HUNDRE-TUSENER
1	∟	∩	∩	∩ ∩	∩	∩
2	∟∟	∩∩	∩∩	∩∩ ∩∩	∩∩	∩∩
3	∟∟∟	∩∩∩	∩∩∩	∩∩∩ ∩∩∩	∩∩∩	∩∩∩
4	∟∟∟∟	∩∩∩∩	∩∩∩∩	∩∩∩∩ ∩∩∩∩	∩∩∩∩	∩∩∩∩
5	∟∟∟∟ ∟∟	∩∩∩∩ ∩∩	∩∩∩∩ ∩∩	∩∩∩∩ ∩∩∩∩ ∩∩∩∩ ∩∩	∩∩∩∩ ∩∩	∩∩∩∩ ∩∩
6	∟∟∟∟ ∟∟∟	∩∩∩∩ ∩∩∩∩	∩∩∩∩ ∩∩∩∩	∩∩∩∩ ∩∩∩∩ ∩∩∩∩ ∩∩∩∩	∩∩∩∩ ∩∩∩∩	∩∩∩∩ ∩∩∩∩
7	∟∟∟∟ ∟∟∟∟	∩∩∩∩ ∩∩∩∩	∩∩∩∩ ∩∩∩∩	∩∩∩∩ ∩∩∩∩ ∩∩∩∩ ∩∩∩∩	∩∩∩∩ ∩∩∩∩	∩∩∩∩ ∩∩∩∩
8	∟∟∟∟ ∟∟∟∟ ∟∟∟∟	∩∩∩∩ ∩∩∩∩ ∩∩∩∩	∩∩∩∩ ∩∩∩∩ ∩∩∩∩	∩∩∩∩ ∩∩∩∩ ∩∩∩∩ ∩∩∩∩ ∩∩∩∩ ∩∩∩∩	∩∩∩∩ ∩∩∩∩ ∩∩∩∩	∩∩∩∩ ∩∩∩∩ ∩∩∩∩
9	∟∟∟∟ ∟∟∟∟ ∟∟∟∟	∩∩∩∩ ∩∩∩∩ ∩∩∩∩	∩∩∩∩ ∩∩∩∩ ∩∩∩∩	∩∩∩∩ ∩∩∩∩ ∩∩∩∩ ∩∩∩∩ ∩∩∩∩ ∩∩∩∩	∩∩∩∩ ∩∩∩∩ ∩∩∩∩	∩∩∩∩ ∩∩∩∩ ∩∩∩∩

Figur 11: "Framstilling av enheter som følger etter hverandre innen hver desimalorden i den egyptiske tellingen med hieroglyfer." (Ifrah et al., 1997, s. 274)

Ifrah (1997) antyder at den vertikale streken som er symbol for 1 symboliserer en liten stav. Den omvendte buen som symboliserer 10 mener han er en taustump. Denne brukes for å binde sammen 10 staver. Spiralen som symboliserer 100 har en fonetisk bakgrunn. Det egyptiske figurspråket satte gjerne sammen flere symboler for å bygge et fonetisk ord som ikke trengte ha samme betydning som figursymbolene. Det samme er tilfellet for neste symbol som er en lotusblomst og symboliserer 1000. Symbolet for 10000 er en finger og for 100000 er det rumpetroll. I tillegg til symbolene i Figur 11 hadde egypterne et symbol for 1000000. Det er en mann sittende på kne med begge hendene til værs.



Figur 12: Egyptisk symbol for 1000000, millioner år og evighet. (Ifrah et al., 1997, s. 272)

Egyptisk skrift ble lest både fra venstre mot høyre og fra høyre mot venstre. For å vite hvilken vei skriften skal leses, så kan man se hvilken vei figurtegnene står vendt. På Figur 12 er mannen vendt mot venstre. Da skal man lese fra venstre mot høyre.

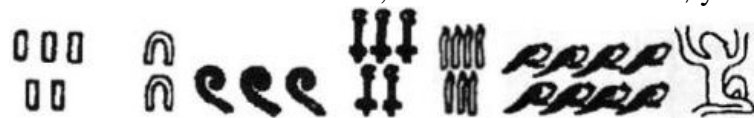
Et eksempel på hvordan et stort egyptisk tall skrives:



$$1 \times 10^6 + 8 \times 10^5 + 7 \times 10^4 + 5 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 5 \times 10^0$$


Over ser vi eksempel på et tall som leses fra venstre mot høyre.

Nedenfor ser vi samme tallet, men her leses det fra høyre mot venstre.



Vi ser at det som skiller dette tallsystemet fra vårt moderne posisjonssystem, er at de eksempelvis bruker tre symboler for å representere hvor mange hundrere som er med mens vi bruker bare symbolet "3". Hos oss er det viktig at "3"-tallet står riktig plassert i forhold til de andre sifrene for at det skal bety tre hundrere.

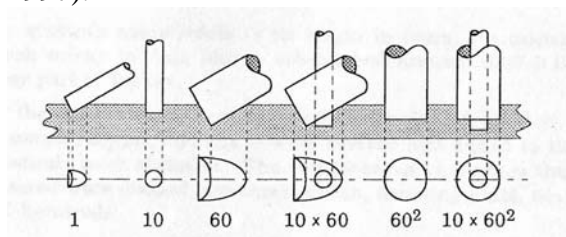


Mens egypterne kunne skrive 3 millioner slik: , må vi bruke plassholderen "0" for å få "3"-symbolet til å bety tre millioner: 3000000. Egypterne hadde ikke nullsymbolet.

3.4.3.2 Sumerisk tallsystem

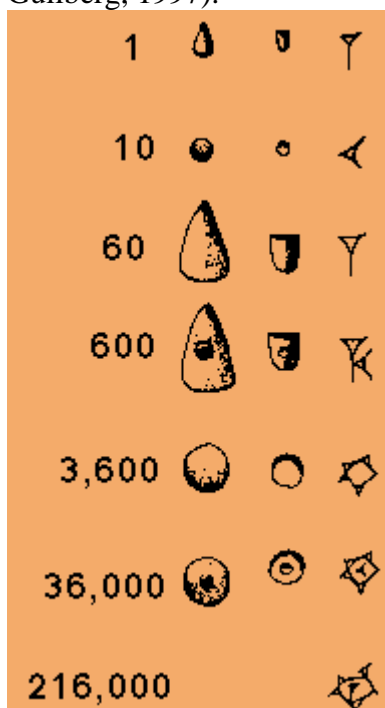
Sumeria var en gammel sivilisasjon som lå mellom Eufrat og Tigris fra ca. 3500 f. Kr til ca. 1900 f. Kr. Dette er nå i Irak. I Sumeria lå byene Ur og Uruk som var høyt utviklede sivilisasjoner. Sumererne utviklet et av de første skriftspråk vi kjenner til. De hadde også to forskjellige tallsystem, 60-tallssystem som de brukte for å beskrive astrologiske observasjoner og 10-tallssystem som ble brukt til hverdags. Begge disse språkene var additive. Man gjentok et tallsymbol det antall ganger man trengte for å representere et tall. Men man brukte også

subtraksjon for å redusere antall gjentatte symboler. I stedet for å skrive 9 som 111111111, så kunne man skrive 10-1. SkrIVEREDSKAPENE de brukte var to sylinderformede staver med forskjellig diameter. Disse brukte de til å lage symboler på leirtavler (Gullberg & Gullberg, 1997).



Figur 13: Sumeriske tallsymboler (Gullberg & Gullberg, 1997, s. 34)

Disse tallsymbolene utviklet seg over tid og fra ca. 2750 f.Kr ble de gamle tallsymbolene som ble laget med disse runde stavene gradvis erstattet med kileskrift laget med kiler (Gullberg & Gullberg, 1997).



Figur 14: Utviklingen av de sumeriske tallsymboler (Tomczak, 2004)

3.4.3.3 Babyllonsk tallsystem

Den babylonske sivilisasjonen etterfulgte den sumeriske ca. 2000 f. Kr. Bruken av kileskrift fortsatte, men tallsystemet utviklet seg til å bli et posisjonssystem med grunntall 60. I forbindelse med at tallsymbolenes posisjon nå ble viktig, så manglet de et symbol for null. Et mellomrom ble brukt som plassholder, men dette kunne ofte feiltolkes. Det var vanskelig å se om det skulle være ett eller to mellomrom. Denne problematikken førte til at babylonerne utviklet symbol for "plassholder" eller null. Babylonerne representert også rasjonale tall ved å ta i bruk et symbol som representerte brøk (Gullberg & Gullberg, 1997).

Man har også funnet leirtavler med multiplikasjonstabeller på (Katz, 2004).

3.4.3.4 Gresk tallsystem

Grekerne brukte ikke egne symboler for tallene. De brukte bokstavene de hadde i alfabetet sitt. Det finnes to ulike systemer innenfor det greske tallsystemet, Attic og Ionic. De har navnene sine etter regioner i Hellas; Attica og Ionia. Det Attiske tallsystemet har man funnet eksempler på fra inskripsjoner fra 454 til 95 f.Kr, mens det Ioniske tallsystemet ble etablert allerede 1000 f. Kr. Begge disse systemene er additive tallsystemer. De skrev også rasjonale tall i sine systemer (Gullberg & Gullberg, 1997).

3.4.3.5 Romersk tallsystem

Det romerske tallsystemet var basert på det greske. De brukte også bokstaver for å skrive potenser av 10 og de mellomliggende "5 * forrige tierpotens". Dette tallsystemet var også additivt, men romerne brukte også subtraksjon for å representere et tall.

$$V = 5$$

$$I = 1$$

$$VI = (5+1) = 6$$

$$IV = (5-1) = 4$$

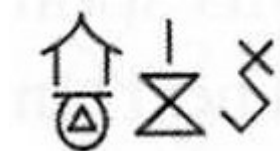
Vi ser at når et tallsymbol med mindre verdi står til høyre for tallsymbolet med høyere verdi, så legges tallene symbolene representerer sammen. Når et tallsymbol med mindre verdi står til venstre for tallsymbolet med høyere verdi, subtraheres tallverdien av symbolene til venstre fra tallverdien til symbolet med den høyere verdi. Bare tierpotenser (I, X, C) kan bli subtrahert.

Det romerske tallsystemet var hovedsakelig et titallssystem, men når det kommer til brøk så tok de i bruk symboler for tolvdel.

Av aritmetikk var det romerske tallsystemet godt brukende til addisjon og subtraksjon, men dårlig til multiplikasjon og divisjon. Dette førte til at de hindu-arabiske tallsymboler etter hvert vant innpass (Gullberg & Gullberg, 1997).

3.4.3.6 Kinesisk tallsystem

Det finnes 3600 år gamle bein med inskripsjoner fra utgravninger av ruinene av Anyang ved elven Huang. Disse "orakel-beinene" viser at kineserne allerede da hadde utviklet tallsystem. Dette var et multiplikativt tallsystem med base 10. Det multiplikative ved dette tallsystemet består i at to og to tallsymboler gjerne er gruppert sammen. Det ene av dem er en tierpotens. Skal man skrive tallet 659 på gammelkinesisk, så kunne det se slik ut:



Figur 15: 659 på gammelkinesisk (Katz, 2004, s. 118)

Dette tallet er altså bygget opp av 6 (\uparrow) sammen med (multiplisert med) 100 (\triangle), 5 (Σ) sammen med 10 ($|$) og til slutt 9 (\S).

Fra ca. 400 f. Kr brukte kineserne små bambusspinner (ca. 10 cm lange) til å representere tall med. Med disse pinnene representerte de symboler for tallene fra 1 til 9. Disse symbolene hadde to representasjoner for hvert tall, et vertikalt og et horisontalt.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
"Hengs"						⊥	⊞	⊝	⊟
"Tsungs"	—	=	≡	≡	≡	⊥	⊞	⊝	⊟

Figur 16: Kinesiske tallsymboler - "Hengs" og "Tsungs"

Når man skulle skrive et tall større enn 9, så måtte man benytte seg av flere kolonner. Kolonnen helt til høyre var da enere, neste kolonne var tiere, neste der igjen hundrere osv. Symbolene i kolonnene ble skrevet annenhver gang med "hengs" og "tsungs". Enerne var "hengs" og da var tierne "tsungs".

De hadde ikke et eget symbol for null (plassholder), så de brukte et mellomrom for null. Man spekulerer i om et eget symbol for null ble brukt fra 700-tallet e. Kr. Dette symbolet var en prikk. Men det er ikke før 1100 e. Kr at nullen ble symbolisert ved en sirkel (Katz, 2004).

1156 representeres på denne måten med bambusspinnene:

— | ≡ ⊥

Når nullen ble tatt i bruk på 700-tallet, så ser vi klart at kineserne hadde et desimalt posisjonssystem.

3.4.3.7 Hindu-Arabiske tallsystem

Vårt moderne desimale posisjonssystem stammer fra India via araberne som erobret store deler av Midt-østen, Nord-Afrika og Sør-Europa i tidlig middelalder. Det spekuleres i om inderne igjen ble inspirert av kineserne med sine portable "telle-brett" med bambusstaver som tallsymboler. Men våre 10 tallsymboler har sitt opphav fra India. Det var rundt 600 e.Kr at inderne tok i bruk et tallsystem med bare 9 forskjellige symboler. Symbolet for null kan ha kommet litt senere. Det tidligste dokumentet med et moderne posisjonssystem ble funnet i Kambodsja og er datert ca. 683 e.Kr.

3.4.3.8 Maya tallsystem

Maya-folket som levde i mellomamerika fra ca. 200 f.Kr til ca. 1540 e.Kr hadde et tallsystem basert på 20. Dette sannsynligvis fordi de brukte både fingre og tær til å telle på. I løpet av de første tre århundrer i vår tidsregning tror man at Mayaene brukte et additivt tallsystem basert på 20, men dette finnes det ikke god dokumentasjon for.

Fra ca. 290 e.Kr til 925 e.Kr vokste Mayarikets kultur og vitenskap. Til vitenskapelig bruk hadde de et posisjonssystem basert på 20. Maya-folket hadde som egypterne to notasjonsformer på sine tallsymboler. Det ene var med bilder av guder og det andre med enklere symboler bygget opp av streker og prikker (Gullberg & Gullberg, 1997). Mayaene hadde også et symbol for null. Dette hadde de så tidlig som ca. 500 f.Kr (Salyers, 1954). Vi kan derfor si at det var mayaene som hadde det første ekte posisjonssystemet.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
	•	••	•••	••••	—	—•	—••	—•••	—••••	==	==•	==••	==•••	==••••	===	===•	===••	===•••	===••••

Figur 17: Maya tallsymboler fra null til 19 (Berger, 1996).

I Figur 17 ser vi tallsymbolene horisontalt representert. De kunne også være vertikalt representert.

Selv om mayaene hadde et posisjonssystem med 20 som base, så hadde de ikke et ”reint” 20-tallsystem. Ved muntlig telling var det et reint 20-tallsystem, men de brukte ikke bare potenser av 20 i sitt posisjonssystem når de skreiv. De brukte 1, 20, 18×20 , 18×20^2 i stedet for 1, 20, 20^2 , 20^3 som ville vært ”reinerne” 20-tallssystem (Ifrah et al., 1997).

Tallet 148835 kunne vært representert på følgende måte:

•	$1 \times 20 \times 18 \times 20^2$	=	144 000
	$0 \times 20 \times 18 \times 20$	=	0
	$13 \times 20 \times 18 \times 20$	=	4 680
	7×20	=	140
	15×1	=	<u>15</u>
			148 835

Figur 18: 148835 skrevet med mayatall (Gullberg & Gullberg, 1997, s. 59).

Etter Mayarikets fall overtok aztekerne. Disse ble tidlig på 1500-tallet okkupert av spanjolene og delvis massakrert. Spanjolene fikk tak i aztekisk litteratur og oversatte disse. Her fant man ut at aztekerne hadde et ”reint” 20-tallsystem og posisjonssystem (Gullberg & Gullberg, 1997).

3.4.3.9 Binære tallsystem

Selv om det ”formelle” totalssystemet ”bare” er ca. 400 år gammelt, så har mennesket brukt totalstilling mye lenger. Man finner spor av totalstilling hos urbefolkning i flere verdensdeler. Da den tyske etnologen H. Vedder på 1920-tallet undersøkte Bergdama-stammen i Sør-Afrika fant han ut at noen av de eldste i stammen ikke hadde andre tallord enn en, to og mange. Det samme fant man hos aboriginalene i Australia. De konstruerte høyere tall enn to med å kombinere tallordene for en og to (Flegg, 1989). Tre ble to-en, fire ble to-to, fem ble to-to-en osv. Dette er et additivt totalssystem. Nøyaktig opphav til totalstilling har jeg ikke funnet.

Det er ikke enighet om hvem som er opphavsmann til det binære tallsystem som vi kjenner det i dag. Det er den tyske matematikeren Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) som kanskje har lyktes i å knytte sitt navn best til det binære tallsystem. Men i 1951 kom det fram at Thomas Harriot (1560-1621) etterlot seg flere tusen sider med upublisert materiale. Deriblant fantes det en forklaring på hvordan man skrev de 32 første tallene som summer av

potenser av 2. Harriot viste også addisjon, subtraksjon og multiplikasjon med binær notasjon (Glaser, 1981).

Det ”moderne” totallsystemet er et posisjonssystem og bruker symbolene 0 og 1. Med disse to symbolene kan vi bygge opp et hvilket som helst naturlig tall (i tillegg til null).

Totallspotens	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
Tall i desimaltallssystemet	16	8	4	2	1

Eksempel: $27_{10} = 11011_{20}$, der 11011 betyr $1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$.

Totallssystemets egenskap ved at det kan uttrykke ethvert tall ved en kombinasjon av to symboler har gjort at det lett har latt seg representere ved elektriske transistorer. *Strøm* betyr 1 og *ikke-strøm* betyr 0. Det er dette som er utgangspunktet for datateknologi og digitale lagringsmedier.

Bit er en engelsk forkortelse for ”binary digit”. Det er med norske ord et binært siffer. Antall binære sifre i forbindelse med databehandling, sier noe om prosesseringskapasiteten. Dette ordet blir mye brukt i forbindelse med bl.a. markedsføring av internettilkoblinger. Leverandører reklamerer med sine priser for ulike internetthastigheter. Disse hastighetene blir oppgitt i kbit/s (1000 bit per sekund). En normal bredbånds- internetthastighet i 2005 er 720 kbit/s.

For å forenkle store tall med antall bit, så har man valgt å gruppere åtte **bit** til en **byte**. Det er altså åtte bit i en byte. Når man snakker om lagringskapasitet, så oppgis dette i byte. Byte forkortes med en stor **B**. Noe som er litt uregelmessig er at man sier at det er 1024 byte i 1 kilobyte, kB, og 1024 kB i 1 megabyte, MB. Dette bryter med vår forståelse av ordet kilo, som betyr 1000, ikke 1024. Dette er en tillempling fordi man med det binære tallsystemet regner med potenser av 2, og $2^{10} = 1024$.

Med åtte binære sifre, en byte, kan man representere 256 verdier. Dette svarer til de 256 tegnene i ASCII-kode. ASCII er forkortelse for *American Standard Code for Information Interchange*. Disse 256 tegnene representerer bokstavene i alfabetet, tallsifrene og en del andre tegn. En ny standard for tegnrepresentasjon er Unicode. Dette systemet bruker 2 byte for å representere tegn. 2 byte gir 16 bit, som gir $2^{16} = 65536$ verdier som kan knyttes mot ulike tegn som bokstaver, tall og annet.

3.4.3.10 Oktale (8) og hexadesimale (16) tallsystem

Det oktale tallsystem er i struktur likt det binære tallsystem og vårt moderne desimale tallsystem, men bruker 8 som grunntall. Sifrene i det oktale tallsystem (åttetallsystemet) er 0,1,2,3,4,5,6 og 7. For å representere disse 8 sifrene med det binære tallsystem trenger man 3 sifre. $000_{10} = 0_{\text{ÅTTE}}$ og $111_{10} = 7_{\text{ÅTTE}}$. Dette gjør det lett å konvertere mellom disse tallsystemene, fordi man kan gruppere 3 binære sifre som kan representere akkurat det samme som 1 oktalt siffer. 10111110_{10} omregnes til $276_{\text{ÅTTE}}$ på denne måten:

Binært	010	111	110
Oktalt	2	7	6

Det heksadesimale tallsystem (16-tallsystemet) er også likt i struktur med det binære, desimale og oktale tallsystemet, men med 16 som grunntall. Siden vi i vår kultur ikke har flere enn de 10 tallsymbolene fra det hindu-arabiske desimale tallsystem, så har vi brukt de 6 første bokstavene i alfabetet, A,B,C,D,E og F for å representere siffersymbolene til hhv. 10,11,12,13,14 og 15. For å representere de 16 sifrene fra 0 til f i det heksadesimale tallsystemet i det binære tallsystemet trenger vi 4 sifre. $0000_{TO} = 0_{SEKSTEN}$ og

$1111_{TO} = F_{SEKSTEN}$. På samme måte som mellom det binære og det oktale tallsystemet er det også her lett å konvertere mellom tallsystemene.

10111110_{TO} omregnes til $BE_{SEKSTEM}$ på denne måten:

Binært	1011	1110
Heksadesimalt	B	E

3.4.3.11 Duodesimale (12) tallsystem

Det duodesimale tallsystem (tolvtallsystemet) er også likt i struktur med vårt moderne desimale tallsystem, men med 12 som grunntall. Tallene 10, 11 og 12 blir representert med A, B og C. Vi finner også i dag spor av dette tallsystemet i bruk. Eggkartongene inneholder et dusin egg (12). Hos engelskmennene finner vi ennå bruk av måleenhetene tommer og fot. Det er 12 tommer i 1 fot. Fram til 1971 hadde britene en mynt som het *pence*. Det var 12 pence i en shilling (Gullberg & Gullberg, 1997).

Jeg skal ikke gå inn i en diskusjon om hvilket tallsystem som er best. Det har andre gjort før meg. Eksempelvis foreslår den svenske filosofen Swedenborg i 1708 å erstatte det desimale tallsystem med det oktale tallsystem og i 1764 fremmer den franske matematikeren Étienne Bezout det duodesimale tallsystemet. Flere andre tallsystemer har blitt debattert som erstatte til det desimale opp gjennom tidene. Så seint som i 1955 utgir den franske ingeniøren verket "Tolv, vår framtidige ti" som argumenterer for at vi bør bytte ut det desimale tallsystem med det duodesimale.

Fra et aritmetisk ståsted kan man argumentere for det duodesimale tallsystem ved at tolv har fire divisorer, 2,3,4 og 6, mens ti bare har to, 2 og 5. Men det desimale tallsystem er altfor dypt forankret til at det vil være fornuftig å bytte det ut. Dessuten fungerer det jo bra (Ifrah et al., 1997).

3.4.4 Hvordan lære posisjonssystemer?

Posisjonssystemet kan forklares på følgende måte:

- Det er ordnet etter synkende verdi i potensen.
- Sifferets verdi må være mindre enn basens verdi.
- Ett "steg" til høyre betyr at potensen har 1 lavere verdi og ett steg til venstre betyr at potensen har 1 høyere verdi.
- Hvis et siffer når eller overstiger basens verdi, betyr det at vi allerede har minst 1 mer av potensen med 1 høyere verdi.

For å lære om tallsystemer og da spesielt om posisjonssystemer bør man variere siffer, potens og base. Alle disse variablene kan varieres uten å ødelegge posisjonssystemets essensielle egenskaper. Man bør også la elevene utforske konseptet på egen hånd eller i grupper, dersom

dette er disiplinært forsvarlig. Konkrete utforskningsmaterialer bør brukes. Man bør også søke å variere representasjoner av konseptet innenfor samme matematisk struktur.

Barn trenger erfaring med den assosiative lov, den kommutative lov og den distributive lov for å forstå multiplikasjon godt. Man kan bruke Dienesmateriell for å få bedre forståelse av assosiativ lov. Og man bør gjenta med en annen type representasjonsmateriell for å bidra til generalisering av konseptet (Dienes, 1971).

Til nå i dette kapitlet har jeg framhevet bruk av fysisk representasjonsmateriell. Men dette materialet har ikke de begrensningene og føringene som man kan la et dataprogram ha. Man kan lage mikromiljøer som likner på fysiske manipulativer, men som inneholder programmerte begrensninger og føringer. Det er blant annet laget et Dienes-blokk mikromiljø som skulle svare til de fysiske representasjonene av Dienes-blokker.

Disse begrensende-støttende egenskapene i et "Dienes mikromiljø" har vist seg å ha en positiv effekt for sterke elever, men ingen effekt for svake elever. De sterke elevene greide å internalisere de begrensende-støttende egenskapene i mikromiljøet etter å ha utforsket og manipulert med det (Kaput, 1992).

Det bør være en balanse mellom bruk av fysiske utforskningsmaterialer og manipulerbare mikromiljøer. De mikromiljøer som tas i bruk bør ha analogi til fysiske materialer i den virkelige verden (Kaput, 1992).

4 Bruk av IKT til læring

Skolene begynner å få infrastruktur og lærerne begynner å få kunnskaper om bruk av IKT til læring. Det vil trolig også skape et behov for mer og bedre programvare for læring. Det har lenge vært brukt IKT til læring men ikke i et så stort omfang som man skulle tro i forhold til IKT bruk i samfunnet for øvrig.

4.1 Pedagogisk programvare

Matematisk pedagogisk programvare har som formål å hjelpe eleven til å forstå og mestre en spesiell idé eller et konsept innenfor matematikken (Breiteig & Fuglestad, 1997).

4.1.1 Drill

Matematiske drillprogrammer tar sikte på å øve eleven i matematiske ferdigheter gjennom gjentatt øvelse. Det er vanlig at eleven får direkte respons på sitt svar i form av ros eller tilbakemelding om at oppgaven er løst feil. Denne type pedagogiske programmer har en forankring i behaviorismen som var en populær læringsteori i første del av det 20. århundre. Se også kap. 3.2.1. Før datamaskinen begynte å innta skolene lanserte Skinner mekaniske læringsmaskiner som vel kan kalles ”drillmaskiner”.

Personlig er jeg skeptisk til en ukritisk bruk av drillprogrammer. De kan være hensiktsmessige til å pugge ting som bør kunne utenat, som for eksempel multiplikasjonstabellen. Men jeg mener de kan være direkte til hinder for læring av emner og konsepter som krever en dypere forståelse. Eleven blir ledet til å velge å bruke en strategi for læring som består av pugg istedenfor å velge en kritisk undersøkende strategi som gir en forståelse og evne til å generalisere og overføre ny kunnskap i andre situasjoner.

4.1.2 Utforsking

Innenfor konstruktivismen er utforsking et sentralt begrep. Eleven skal selv (Piaget) eller sammen med andre (Vygotsky) utforske omverden og konsepter for å forstå verden bedre. Se kap. 3.2.3 og kap. 3.2.4.

Det er utviklet en del pedagogiske dataprogrammer som skal være elevens utforskningsverktøy for å lære om matematiske konsepter. Disse programmene har en forankring i konstruktivistisk teori. Programmene er laget med en målsetning om at elevene skal gjøre seg erfaringer om matematiske konsepter og begreper innenfor et avgrenset læringsmiljø. Begrensende og støttende struktur i programmet skal styre eleven i riktig retning under utforskningen uten å ta kontrollen fra eleven.

Personlig mener jeg at man også ved bruk av utforskende programmer bør være kritisk og reflektert. Det er viktig at man har tenkt over hva man ønsker å oppnå ved å bruke det aktuelle programmet. Siden denne type programmer har en forankring i konstruktivismen der man finner prosessen akkomodasjon som leder til kognitiv konflikt (kap. 3.2.3), er det viktig at læreren som veileder er spesielt oppmerksom og hjelper elevene ”i land” dersom de ikke greier det på egen hånd. Dette vil jeg si er mer krevende og utfordrende enn om man bruker drillprogrammer for læring, men elevene får en bedre læringsgevinst dersom de lykkes.

Det er også viktig å vurdere bruken av IKT-ressurser og pedagogiske programmer opp mot alternativer. Har man alternative metoder og materiell som er like hensiktsmessige som bruk av dataprogrammer for å lære emnet? Hvilke fordeler og ekstra muligheter gir bruk av IKT-ressurser i forhold til alternative framgangsmåter og artefakter? Mitt poeng er at man skal være såpass reflektert at man ikke bruker IKT-ressurser bare fordi det står i læreplanen at man skal bruke mer IKT-ressurser. Det må være pedagogiske og didaktiske vurderinger som gjøres for læring av hvert enkelt emne/konsept som legitimerer at det er mer hensiktsmessig at man bruker den aktuelle IKT-ressursen. Man trenger ikke en datamaskin til å simulere en terning, dersom man har fysiske terninger tilgjengelig. Skal man derimot studere dynamisk geometri, er det mer hensiktsmessig med et dynamisk geometriprogram enn passer og papir som gir statiske visualiseringer.

4.2 Standardprogrammer

Med standardprogrammer menes programvare som er rettet mot å dekke ulike funksjoner det er behov for i samfunnet generelt (Breiteig & Fuglestad, 1997). De er i utgangspunktet ikke er laget for å være et didaktisk verktøy for å lære om forhåndsbestemte konsepter. Eksempler på verktøyprogrammer er regneark, tekstbehandling, database og kommunikasjonsprogrammer.

I tillegg til de ovennevnte programtyper kommer generell programvare som har vide anvendelsesmuligheter innenfor matematikken. Vi kaller også disse programmene for standardprogrammer innenfor matematikken. Eksempler på disse er regneark, statistikkprogrammer, grafplottingsprogrammer, geometriske konstruksjonsprogrammer og programmeringspråk (Breiteig & Fuglestad, 1997).

4.2.1 Standardprogrammer og læringssyn

Læringssyn som ligger bak bruk av standardprogrammer til læring av matematiske konsepter avhenger av undervisningsopplegget som læreren lager. Det går utmerket godt an å bruke for eksempel et regneark til å drille elevene i bestemte oppgaver. Da vil det være et behavioristisk læringssyn som ligger til grunn for oppgavene. Men hvis læreren ønsker å ha et konstruktivistisk læringssyn til grunn for oppgavene han gir elevene, så må han ha dette i tankene når han planlegger sin undervisning med regneark som et nyttig verktøy for utforskning.

5 Multimedia

Multimedia er et populært begrep i markedsføring av maskinvare og programvare. Dagens teknologi for hjemmeunderholdning legger vekt på multimedia og man får "stue-PCer" med operativsystem og programvare som er skreddersydd for å være komplette multimediemaskiner med video, DVD, musikk, TV og internett i en boks.

5.1 Om multimedia

Det er greit å vite litt om hva multimedia betyr. Multimedia er et mye brukt begrep og da er det greit å ha en felles forståelse av begrepet som jeg har brukt i oppgaven.

5.1.1 Hva er Multimedia?

Multimedia er et ord som betyr forskjellige ting for forskjellige mennesker. Det er derfor vanskelig å gi en definisjon som er korrekt for alle. I Aschehoug & Gyldendals store norske leksikon på internett står det følgende beskrivelse av multimediebegrepet:

"Kombinasjon av virkemidler fra flere kunstformer, f.eks. musikk, tekstopplesning, billedkunst, som skal utgjøre et samlet kunstnerisk uttrykk." ("Aschehoug og Gyldendals store norske leksikon elektronisk ressurs")

Denne definisjonen er lite presis og åpen for egne tolkninger. Den er ikke begrenset til å involvere en datamaskin.

"Multimedia is the presentation of a (usually interactive) computer application, incorporating media elements such as text graphics, video, animation, and sound, on a computer. It is the melding of the sensory power of television with the data manipulation and interactive capabilities of the computer" (McGloughlin, 2001, s. 2)

Denne definisjonen for multimedia avgrenser begrepet til å gjelde datamaskinmedierte virkemidler.

I en annen fagbok står det også definert to tilleggsbegrep til multimedia, *interaktiv multimedia* og *hypermedia*:

*"Multimedia is, as described above, woven combinations of text, graphic art, sound, animation, and video elements. When you allow an end user-the viewer of a multimedia project-to control what and when the elements are delivered, it is **interactive multimedia**. When you provide a structure of linked elements through which the user can navigate, interactive multimedia becomes **hypermedia**."* (Vaughan, 1998, s. 5)

Disse definisjonene passer godt for datamaskinmedierte virkemidler, samtidig som de ikke presiserer at en datamaskin må være involvert. (Men det er kanskje underforstått?)

Selv vil jeg forholde meg til multimediebegrepet med datamaskinen som en bestanddel i medieringen siden formålet mitt er å utvikle en interaktiv multimedieapplikasjon for læring av tallsystemer.

5.1.2 Lyd

All informasjon som lagres og prosesseres på en datamaskin er digital. Lyd er analoge bølger og må være det for at ørene våre skal oppfatte den. Derfor må det en omforming til for å importere analog lyd til en digital lydfil og fra en digital lydfil til analog lyd. For å gjøre denne jobben blir lyd prosessert gjennom en ”digital- analog (DA) konverter”.

Ved digitalisering av lydbølger kan vi litt forenklet si at lyden blir målt mange ganger i sekundet og informasjonen om lyden blir lagret. Ved avspilling av denne lyden blir det laget en lydbølge etter beste tilpasning av den lydinformasjonen som er lagret digitalt. Det er selve høyttalerelementet som lager lydbølgene og mellom DA-konvertoren og høyttaleren blir den analoge lydinformasjonen båret av elektriske signaler. (Ikke digitale.)

På datamaskinen blir lyd lagret på to hovedmåter, digitalisert lyd og MIDI. Den digitaliserte lyden kan være lagret i mange forskjellige formater og ha forskjellig kompresjon for å gjøre filene passelig store i størrelse. Eksempler på slike filtyper er wav og mp3.

MIDI er en forkortelse for ”Musikal Interface Digital Interface” og er en industristandard for å kontrollere og kommunisere med synthesizere, keyboards, trommemaskiner og andre elektroniske musikkinstrumenter. Denne protokollen brukes til å styre instrumenter med og til å spille inn styringssignaler til de elektroniske instrumentene på datafiler. Litt forenklet kan vi si at MIDI er en samling av forhåndsinnspilte instrumenter som lar seg styre av elektroniske noter. Hvis man bruker MIDI-lyd, så holder det å lage et elektronisk ”noteark” så spiller datamaskinen det av ved å bruke sine ”innebygde” instrumenter og lyder. MIDI-lyd tar bare 10-50 ganger mindre plass enn digitalisert lyd (Svoen, 1995).

5.1.3 Bilde

Et bilde er et statisk visuelt medium i to dimensjoner. (Kan også brukes på skulpturer og modeller.) Denne definisjonen er veldig vid, så jeg vil prøve å nyansere begrepet litt.

Et fotografisk bilde er et bilde som er naturtro. Det kan være tatt med foto eller videoutstyr. Hvis man vil bruke bilder på datamaskinen, så må man digitalisere dem. Har man et bilde på en flate, så kan man bruke en skanner til å digitalisere bildet slik at det lar seg lagre på en datamaskin. Skanneren måler bildet punktvis og punktstørrelsen kommer an på hvor god skanneren er og hvilken innstilling man gjør ved skanning. En vanlig oppløsning er 300 dpi (dots per inch) som er 300 punktmålinger pr. tomme. Kvaliteten avhenger av hvor høy oppløsning man skanner med og av hvor mange forskjellige fargenyanser som skal måles. Ved å bruke 4 bit pr. punkt tilpasses den digitaliserte fargen en av totalt 16 farger. (Med fire siffer i det binære tallsystemet kan man representere tallene fra 0 til 15, altså 16 forskjellige verdier.) Hvis man bruker en oppløsning på 8 bit pr. punkt tilpasses den digitaliserte fargen i punktet en av 256 farger. (Vi husker at 8 bit = 1 byte. Med åtte siffer i det binære tallsystemet kan man representere tallene fra 0 til 255, altså 256 forskjellige verdier.) Jo flere bit pr. punkt som skal brukes til å representere farger, jo større blir bildefilen.

Grafikk kan også lages ved å bruke tegneprogrammer på en datamaskin. Disse tegningene kan akkurat som digitale fotografier lagres som punktgrafikk. Men det er også vanlig å lage vektorgrafikk på en datamaskin. Da er det matematiske representasjoner av bildet som blir lagret og ikke hvert eneste punkt. Dette gjør bildefilen mye mindre. Dessuten vil kvaliteten være optimal, selv om man zoomer inn veldig mye. Ved zooming på et punktgrafikkbilde, vil bildene bli kornete og av dårligere kvalitet jo mer man zoomer.

Vektorgrafikk brukes også til å lage tredimensjonale bildesimuleringer. Dette er mye brukt i spillindustrien og av arkitekter og ingeniører som lager datamodeller av det de skal bygge.

5.1.4 Animasjon

En animasjon er en serie med bilder som blir vist hurtig etter hverandre med mindre modifiseringer på hvert bilde. Dette lurer øyet til å se bevegelser på figurene på bildet. Man kan lage animasjoner ved å fotografere tegninger eller modeller. Profesjonelle animatører bruker 24 bilder pr. sekund. På hvert bilde forandres figurene litt for å skape jevne bevegelser.

Animasjoner kan også lages ved å bruke dataprogrammer. Her lager man enten mange tegninger som spilles av etter hverandre, eller man lager en figur i vektorgrafikk og beveger denne litt for hvert bilde. Det er blitt ganske populært å lage tredimensjonale figurer som beveges og brukes til å lage animasjoner med.

Øyet oppfatter 10 eller flere bilder pr. sekund for bevegelse ved animasjon. Gamle animasjonsfilmer som ble framvist ved å sende lys gjennom bilder som så ble vist på et lerret hadde en tendens til å flimre. Dette var fordi øyet oppfatter flimrer når lysbildet på lerretet ble oppdatert færre enn 16 ganger pr. sekund. Så har man 16 eller flere bilder pr. sekund så ser bevegelsene til figurene jevne og naturlige ut, uten hakking. En animasjon laget med Macromedia Flash viser 12 separate bilder pr. sekund. Det er raskt nok til at øyet registrerer bevegelse, men skulle ikke bildet flimre? Siden dataskjermen oppdateres ca. 60 ganger per sekund, så blir det samme bildet vist flere ganger og man unngår flimrer.

Vanlige kinofilmer i dag viser 24 bilder pr. sekund, men noen framvisere viser samme bildet 2 ganger og får da vist 48 lysblink per sekund. Dette skal gjøre det mer behagelig for øyet å se filmen.

5.1.5 Film

Film er bildesekvenser som er tatt opp med et kamera med en hastighet på 24 til 30 bilder i sekundet. Opptaksmediet kan være film, videobånd eller digitalt videobånd. Filmkameraet har vært et antropologisk verktøy ved studier av kulturer, men det har først og fremst hatt en viktig rolle i underholdningsbransjen.

Video er en analog teknikk som brukes for å kode "levende" bilder ved hjelp av elektriske signaler og lagre dette på magnetbånd. Det finnes ulike slike kodesystemer som har blitt standarder i ulike land. Hvilket system som blir en standard i et land, avhenger blant annet av markedsføring. Det er ikke nødvendigvis det beste formatet som slår an. Av videokassetter finnes det VHS og Video8. På disse blir det lagret videosignaler av ulike tv-formater. PAL, NTSC og SECAM er tre slike formater. I Norge er det PAL som er standard (Svoen, 1995).

Digital video kaller man video som blir vist på en skjerm digitalt, uavhengig av om videoen er lagret analogt eller digitalt. Det vanlige i dag er at man tar opp video med et digitalt videokamera som lagrer videoen digitalt fortløpende på ulike medier som DVD, digitalt videobånd eller harddisk. Den digitale videoen krever stor lagringskapasitet. Ett sekund med digitalisert video krever 20 MB plass på lagringsmediet (Svoen, 1995). Det har skjedd mye de siste årene på videokompresjon og lagringsmedier for å tilpasse seg det krevende mediet digital video er.

Det er i 2005 et stort marked for digitale video og for redigering av video på PC. Digitale videokameraer er blitt billige og har høy kvalitet, PC-ene har fått god kapasitet til å kunne behandle videoer og det er lansert mange brukervennlige videoredigeringsprogrammer av god kvalitet. Distribusjon av video via internett har skutt fart samtidig med bredbåndsinternett og det går nå an å leie en film via internett og se den på hjemmePC-en.

5.2 Utviklingsverktøy

Det finnes mange ulike utviklingsverktøy som kunne vært brukt til å utvikle en multimedieapplikasjon med animasjoner, bilder, videoer, lyd og dynamiske microworlds. De ulike verktøyene har sine fordeler og ulemper. Å velge riktig verktøy er ikke en triviell oppgave. Verktøyene jeg har valgt å bruke er Java, Macromedia Director og Microsoft Frontpage. I dette kapitlet vil jeg ta for meg disse verktøyene og fortelle litt om hvordan de brukes.

5.2.1 Java og Java-appletter

Java er et objektorientert programmeringsspråk. Programmene man lager med Java kan kjøres på flere ulike operativsystem uten at man må programmere programmene spesielt for operativsystemet. Dette er fordi Java programmene bruker en standard plattform som er laget for de ulike operativsystemene. Når man kjører et Java program, så kommuniserer programmet med resten av datamaskinen via plattformen som heter "Java Virtual Machine" (JVM). I denne plattformen ligger mye ferdiglaget kode som Java-programmet kan benytte seg av. Dette er meget rasjonelt.

Java-appletter er Java-programmer som kjøres via en nettleser. Det er av sikkerhetsmessige årsaker en del begrensninger for hva en Java-applet kan gjøre. Siden det ligger mye ferdigprogrammerte objekter på JVM som appletten kan benytte seg av, så trenger man ikke programmere all koden for programmet selv. Brukergrensesnitt er en av tingene som ligger klart til bruk på JVM, så når man lager kode så trenger ikke koden bli så omfattende. Dette gjør Java-appletter meget gunstig for bruk på internett. Små Java-appletter lastes ned fort over internett og bruker mye kode fra JVM og gir dermed avanserte funksjoner. Man skreddersyr funksjonalitet på internettjenesten.

Eksempler på bruk er nettbanker, kinobillettkiosker på internett, e-læringsystemer ("fronter"), internettspill og mye mer.

Det er også utviklet JVM for mobiltelefoner. Man kan laste ned tjenester og spill på telefonen.

Java er gratis. Det finnes utviklingsmiljøer som har gratis lisens. Mange skoler bruker Java som programmeringsspråk i sine programmeringskurs. Man kan også kjøpe utviklingsmiljøer som har tilleggsfunksjoner og god brukervennlighet. Flere av de kommersielle aktørene på utviklingsmiljøer har gratislisenser til utdanningsformål (Borland Jbuilder). En god måte å rekruttere nye brukere på.

Det er fristende å si at Java-appletter gir *alle* muligheter siden man kan skreddersy utseende og funksjonalitet i stor grad. Men det ligger noen sikkerhetsmessige begrensninger ved bruk av Java-appletter. Man kan omgå dette ved å lage en Java applikasjon som først må kjøres på PC-en uten bruk av nettleser.

Java Virtual Machine (JVM) utvikles stadig, og man prøver å gjøre den raskere. Hvis man skal lage programmer som krever mye av datamaskinen, så kan det hende at det er mer hensiktsmessig å bruke andre programmeringsspråk. ("C" går for å være meget raskt hvis man har laget god kode.)

Som nevnt tidligere er en av fordelene med Java at det samme programmet kan kjøres på forskjellige operativsystemer uten at utseende og funksjonalitet vil forandre seg. Denne muligheten gjør at skoler ikke er avhengig av lisensbelagt Windows operativsystemer for å kjøre Java programmene.

Siden man med Java i stor grad kan skreddersy utseende og funksjonalitet, er det et utmerket verktøy til å lage interaktive miljøer med. Det ligger en del ferdiglagede objekter for matematikk i JVM, noe som er greit å ta i bruk når man lager læringsmiljøer der matematikk skal utforskes.

Det er også en egen JVM for tredimensjonal funksjonalitet. Man får altså muligheten til å lage modeller og visualiseringer ikke bare i planet, men også i rommet.

Java har vist seg å være svært nyttig til å programmere styringssystemer for databaser. Da benyttes Java Server Pages (JSP) som er programmer som ikke kjører på den enkelte brukers PC, men på en server. Når man kommuniserer med serveren via en nettleser så prosesseres brukerens interaksjon med nettleseren på serveren ved bruk av JSP. Dette er gunstig ved kommunikasjon mot database. Ofte brukes også Java-appletter som grensesnitt for å kommunisere med JSP på serveren. (Internettspill der man spiller og kommuniserer med andre personer.)

5.2.2 Macromedia Flash

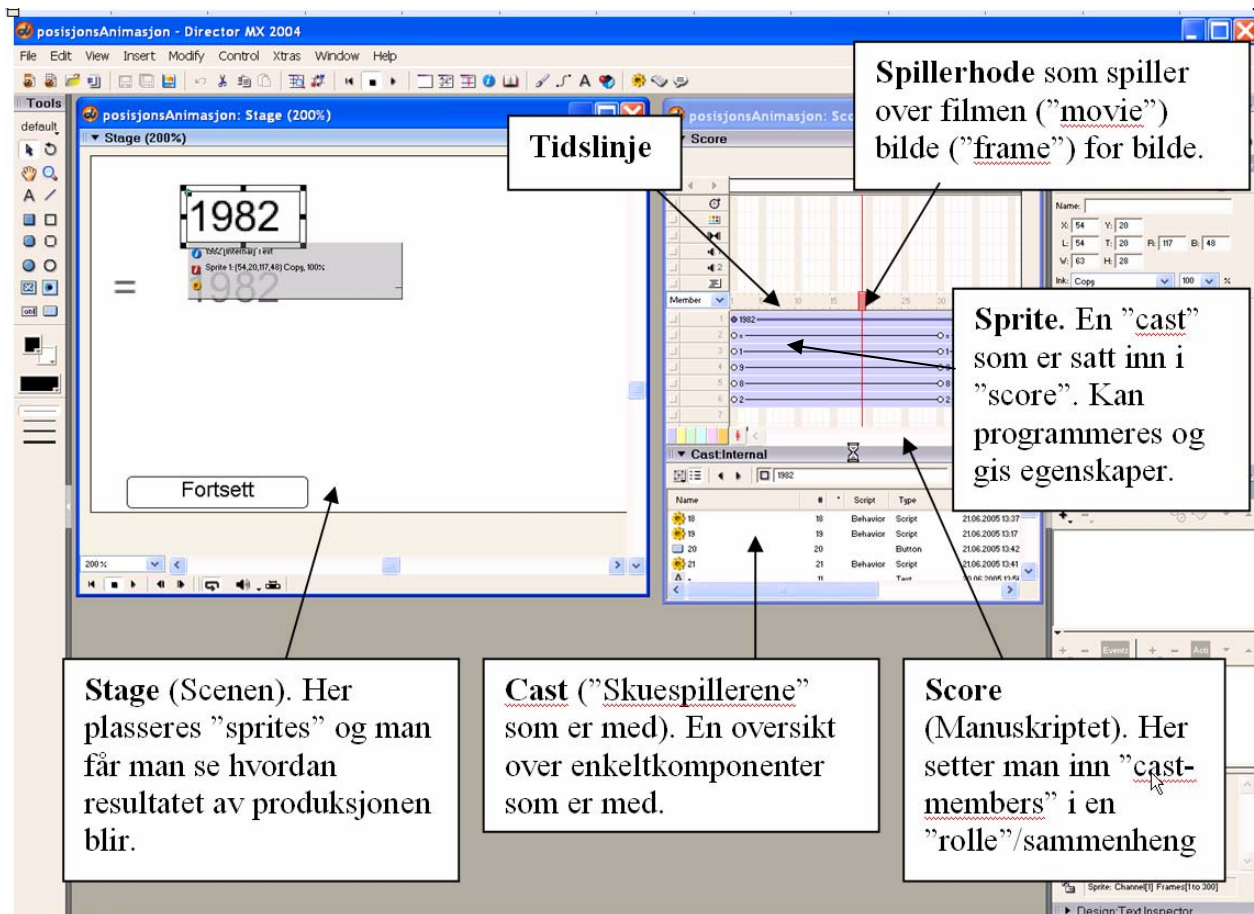
Noen utviklingsmiljøer er spesielt utviklet for bestemt innhold. Macromedia Flash er et utviklingsmiljø som er spesiallaget for å utvikle multimedieapplikasjoner og blir kalt et "forfatterverktøy". Det er mye brukt for å lage animasjoner og presentasjoner for internett. Det er en forutsetning at nettleseren har en Flash-spiller installert for å kunne kjøre Flash-innhold. Denne er gratis å laste ned og installere. I senere versjoner har også muligheten for integrering av video blitt bedre. Det er en lav inngangsterskel og man kan lage "kraftige" multimedieapplikasjoner forholdsvis hurtig. Prisen for siste versjon av dette utviklingsmiljøet er derimot høy. Nesten 10000 kroner for fullversjon og ca. 2600 kroner for en studentversjon.

5.2.3 Macromedia Director

Macromedia Director er et multimedieutviklingsmiljø og forfatterverktøy som har en del til felles med Flash. Man kan integrere Flash-innhold i multimedieapplikasjonen man lager med Director, men ikke omvendt. Director har muligheter for å bruke 2 scriptspråk for å gi innholdet skreddersydde egenskaper, mens Flash har bare muligheter for ett scriptspråk. Director har bedre muligheter for å integrere videoer og 3D-animasjoner enn det Flash har. Flash gir derimot bedre kvalitet på tegninger og animasjoner enn de man kan lage i Director. Flash-teknologien ble kjøpt av Macromedia i 1996 og siden den tid har Flash og Director utviklet seg til å bli mer og mer like i brukergrensesnitt og funksjonalitet. Til å distribuere innhold laget med Director, kan man kompilere til en kjørbare exe-fil eller man kan kompilere til shockwave-innhold. Exe-filen er egnet for distribusjon via CD, DVD eller ved at man

laster ned filen til harddisken før den kjøres. Shockwave-innholdet kan sammenliknes med Flash. Man trenger en shockwave-spiller installert i nettleseren sin for å kunne kjøre dette. Denne spilleren kan man laste ned gratis. Ved sammenlikning kan man si at Director fortsatt er "storebroren" til Flash. Noe som også gir seg utslag i pris. Fullversjon av Director koster ca. 17500 kroner, mens en studentversjon koster ca. 8100 kroner.

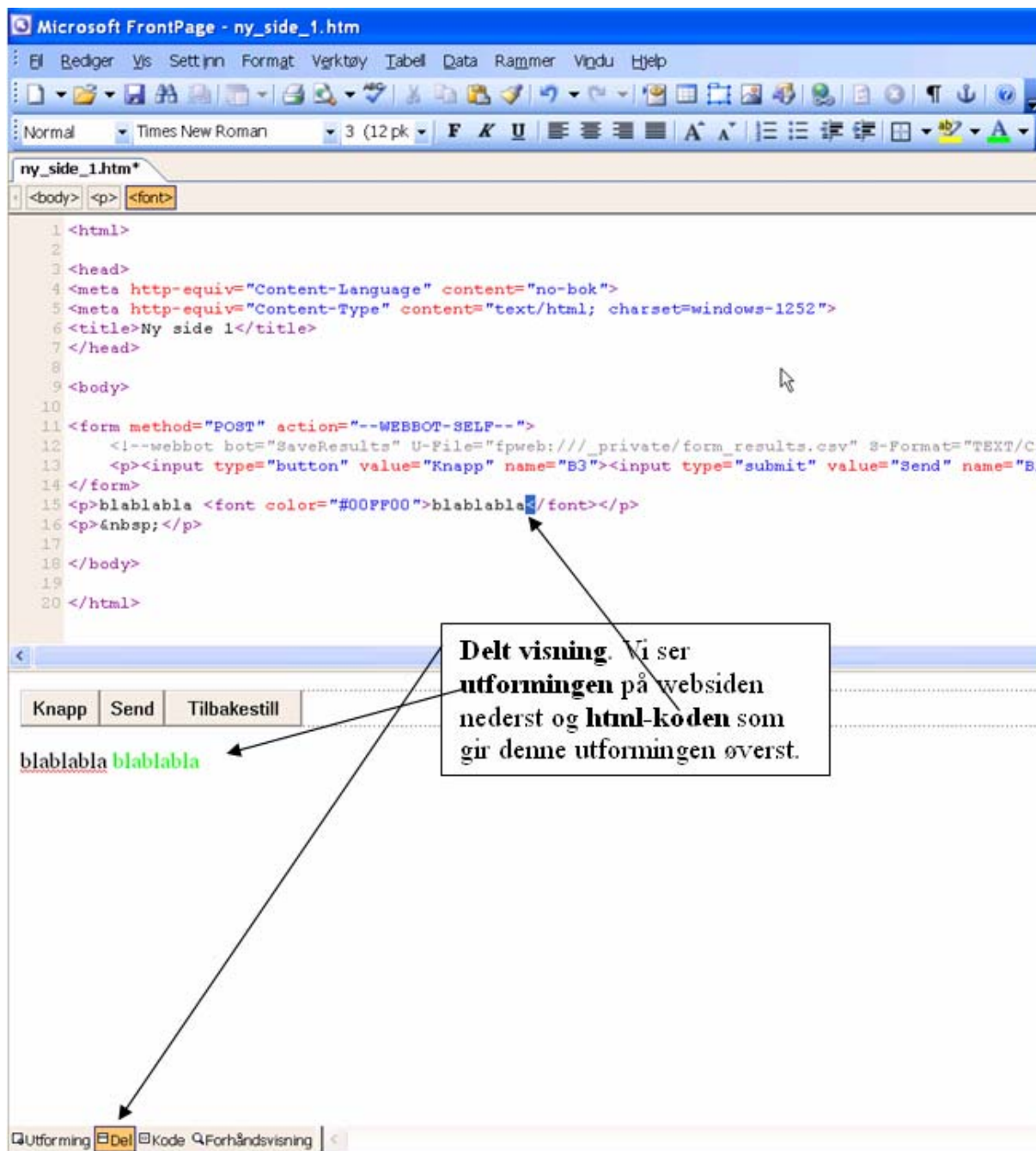
John Thompson er oppfinneren til Macromedia Director. Han studerte først kunst og tok senere en grad i Computer Science and Visual Studies ved MIT i 1983 (Bellis, 2005). Begrepene og brukergrensesnittet i Macromedia Director bærer preg av tilknytning til film og teater. Jeg tror dette er gjort med den hensikt å tilpasse seg brukere som har erfaring med regi fra film og teater. Man finner begreper som: "stage", "cast", "sprite", "behavior", "score", "frame" og "movie". Se Figur 19.



Figur 19: Brukergrensesnittet i Macromedia Director

5.2.4 Microsoft Frontpage

Microsoft Frontpage er et verktøy for å bygge og vedlikeholde websider. Det kan brukes som en ren html-kode "editor" eller det kan brukes som et tekstbehandlingsprogram og tegneprogram der html-kode blir generert for å gi websider som ser like ut som man lager dem i "utformingsmodus". Dette gir raskt en utforming på websidene som man lager, men gir også muligheten til å gå inn i html-koden og gjøre manuelle justeringer for å få til spesielle løsninger eller utseende. Se Figur 20.



Figur 20: Microsoft Frontpage

6 Teoristyrte utvikling av pedagogisk IKT-hjelpemiddel

Utvikling av pedagogisk programvare mener jeg ofte er gjort av programmerere uten for mye innblanding fra didaktikere eller pedagoger. Dette er ikke gunstig for innholdet i programvaren. Programvare er vanskelig å lage på en moderne og god måte uten assistanse fra dyktige programmerere, så et samarbeid mellom pedagoger og programmerere er nødvendig. Kravspesifikasjonene bør lages av pedagoger for å sikre innholdskvalitet.

6.1 Hvilke unike muligheter er det bruk av IKT gir i lærings-sammenheng.

Ofta blir datamaskinen brukt som erstatning for bøker. Om dette er bra eller dårlig vil ikke jeg gå inn i. Det jeg vil fokusere på er at datamaskinens unike ressurser blir brukt. Laborativer skal gi ekstra dimensjoner utover det bøker kan gi. Disse dimensjonene kan gi en god didaktisk gevinst hvis de blir brukt på en god måte. Det er læreren som bevisst må tilpasse og styre bruken av laborativer for å få en ønsket effekt (se kap.3.3.3).

6.1.1 Interaktivitet / dynamikk

Interaktivitet er en egenskap som ikke er så lett å skape i et statisk medium som bøker. Datamaskinen er derimot svært egnet for interaksjon med brukeren. Hva gir så denne interaktiviteten oss?

Dynamisk media er det naturlige hjem for variable, ikke statisk media. Statisk media krever mye mer kognitiv kapasitet for at hjernen skal forestille seg hvordan variablene påvirker hverandre (Kaput, 1992). Det gjør det vanskeligere å forstå. Får man derimot muligheter til å manipulere variablene i et miljø som gir en kontinuerlig tilbakemelding, vil man frigjøre kognitiv kapasitet som man kan bruke til å se sammenhenger på et annet nivå. Denne måten å lære gjennom utforskning representerer et moderne læringssyn.

6.1.2 Visualisering

Menneskets har gode muligheter til å kommunisere ved å bruke lyd. Vi er utstyrt med både lydsender (stemmen) og lydmodtager (hørsel). Mens vi er godt utstyrt til å motta visuell informasjon, så er vår evne til å sende ut visuell informasjon dårlig. Det hadde vært til god hjelp om vi var utstyrt med en visuell projektor som kunne kommunisere våre ”interne” bilder til andre. Vi kan selvfølgelig tegne og gestikulere, men med riktig IKT-verktøy blir vår mulighet til å kommunisere visuelt betraktelig bedret. Dette vil også få innvirkning på innholdet av nye læreplaner som utvikles (Tall, 1989).

6.1.3 Lyd

Hørsel er sansen vår som oppfatter lyder og er en veldig viktig del av sanseapparatet vårt. Svært mye av vår kommunikasjon med omverdenen benytter seg av hørselen.

Ved å avlaste vår visuelle sansetolkning med å supplere med lyder (som regel i form av fortelling) vil arbeidsminnet i hjernen kunne prosessere informasjon mer effektivt og vi vil få bedre læringsutbytte. Dette bør vi ta hensyn til når vi skal planlegge hvordan vi skal gi elever

best mulig forutsetning til å lære et konsept. En visuell animasjon som viser et konsept kan få en bedre formidlingsevne ved at det legges til en fortelling i form av lyd som forklarer hva som skjer på animasjonen.

Spesielle lydvarsler kan også få spesiell betydning i gitte sammenhenger. Sirenelyd når vi er ute og kjører får oss til å skjerpe sansene og gi plass til en utrykningsbil som må komme fort fram.

Forskjellige lyder og melodier kan benyttes for å gi en spesiell betydning i et behavioristisk dataspill. Ved rett svar spilles en ”positiv melodisnutt” (gjerne toner som går fra lavt mot høyt) og ved galt svar spilles en ”negativ melodisnutt” eller en lyd vi forbinder med noe negativt (lyd av et vannklosett).

Rytmer og melodier er noe som vi lærer oss fort. Tenk på en ny popmelodi som blir spilt på radioen. Det går ikke lang tid før vi kan den utenat, til tross for at vi ikke har konsentrert oss om å pugge denne melodien. Får vi se notene til melodien, så vil nok de fleste synes at det de ser er avansert og ha problemer med å pugge melodien ut i fra disse. Rytmer og melodier kan brukes til seriell innlæring. Små barn har hjelp i tellesanger for å lære tallene og hvilken rekkefølge de kommer i (Bjørneby, 2004). Kan du tellesangen fra barneprogrammet ”Sesam Stasjon” på NRK?

Datamaskinen har et godt potensial til å benytte seg av lyd ved å lagre, ta opp og spille av lyder. Det er greit å programmere applikasjoner som bruker lyd og det er helt essensielt innen spillindustrien for å skape de effekter og stemninger som ønskes for å gi brukeren en god opplevelse.

Didaktisk sett kan man ved å benytte seg av effekten fra lyd som kommuniserende og symboliserende medium, øke overføringsgraden på konseptet man vil formidle.

6.1.4 ”Advance organizer”, ”Generic organizer” og ”Versatile learning”

Jeg har ikke klart å finne gode norske ord på overskriften i dette kapitlet. Derfor velger jeg å bruke de engelske etablerte begrepene.

Advance organizer er informasjon som blir gitt på forhånd. Denne informasjonen bruker gjerne ord, bilder, begreper som er kjente for eleven fra før. Hensikten med denne informasjonen er å forberede eleven på nytt stoff og gi eleven noen knagger/strukturer til hjelpe seg å organisere den nye kunnskapen (Ausubel, 1968).

En ekte *advance organizer* må ikke forveksles med en introduksjon eller oversikt. De sistnevnte er som regel skrevet på samme abstraksjonsnivå og like generelt som læringsstoffet det forteller om. Effekten til en oversikt eller introduksjon er ofte gjennom repetisjon, vektlegging av sentrale konsepter, konsentrering av sentrale ting og for å gjøre eleven kjent med viktige ord og konsepter på forhånd.

En *advance organizer* skal gi et ”stilas” til hjelp for å danne seg nye forestillinger, den skal øke evnen til å skille mellom nye konsepter fra tidligere innlærte konsepter og den skal være på et høyere abstraksjonsnivå og på et høyere nivå av generalisering enn det materialet som skal læres. Man må likevel fokusere på å bruke kjente ord og konsepter i disse *advanzer organizers* for å få best mulig læringseffekt (Ausubel, 1968).

Hensikten med å bruke *advance organizers* er å gi en ordentlig, enhetlig og konsis struktur på det nye emnet (eller emnene) som skal innlæres. Dette er informasjon som presenteres i forkant av "hovedleksjonen" om emnet. Man presenterer altså det som skal læres på et generelt og abstrakt nivå ved for eksempel å bruke metaforer som er kjente for eleven. Disse metaforene kan godt erstatte abstrakte konsepter som det er meningen at eleven skal forstå senere i læringsprosessen.

Advance organizers ble populært på 1960-tallet men har med moderne informasjonsteknologi fått enda flere representasjonsformer og muligheter. Et eksempel på bruk av *advance organizer* innen IKT-industrien er modelleringspråket UML – *unified modelling language*. Dette er et modelleringspråk som brukes ved planlegging og dokumentering av avanserte dataprogrammer. Det er særlig nyttig ved objektorientert systemutvikling. Ved hjelp av dette verktøyet kan man lage visuelle modeller over strukturen i dataprogrammet. På denne måten kan man effektivt jobbe på et generelt, abstrakt nivå uten å bevege seg inn i detaljert kildekode. Når en systemutvikler er ferdig med å designe programmet ved å bruke UML, så kan programmerere ut i fra den visuelle modellen over systemet enklere få en oversikt over hva som må gjøres. Deretter kan programmereren steg for steg programmere de enkelte objektene etter hvilke spesifikasjoner som UML-modellen gir. Ved oppgraderinger av systemer er det også mye lettere å lese et UML-diagram for å vite hvor i koden man skal modifisere for å oppnå ønsket effekt.

Generic organizer er en mikroverden der eleven får mulighet til å manipulere eksempler med et spesifikt matematisk konsept. Eleven blir styrt i mikroverdenen til å jobbe med spesielle aspekt ved eksempler som har innbakt et mer abstrakt konsept. Dette for at eleven skal få erfaringer som gir kognitive strukturer som eleven kan basere abstrakte konsepter på (Tall, 1989). Og abstraksjon av sentrale matematiske konsepter er viktig i matematikklæringsprosessen.

Konkrete eksempler på materiell som kan brukes som *generic organizers* er Cuisenaire staver og Dienes blokker. Det forutsetter at eleven blir veiledet i måten å jobbe med materialet på og at eleven blir rettleidet for å utforske ett eller flere matematiske konsepter. Eksempler på dataprogrammer som kan brukes til *generic organizers* er et program som lar man undersøke grafer. Programmet kan være utstyrt med et forstørrelsesglass som lar eleven forstørre opp en kurve til en graf. Dette kan være hensiktsmessig for å studere konseptet *derivert* og *tangent* samt *rekursjon*. En annen IKT-ressurs som kan brukes til å lage en mikroverden der elevene kan manipulere eksempler og oppgaver knyttet til spesifikke matematiske konsepter er programmeringspråket *Logo*. Bruk av slike mikroverdener forutsetter styring og veiledning underveis.

Generic organizers kan brukes for å gi eleven et mer holistisk grep på konsepter. Gjerne ved bruk av mikroverdeners visuelle hjelpemidler. Tradisjonelle læremetoder er gjerne sekvensielle. Eleven lærer en sekvensiell metode for å løse en bestemt type oppgaver. Ved å la elevene bruke holistisk kunnskap til tradisjonelle oppgaver som ofte løses med sekvensielle metoder, blir disse oppgavene satt i en sammenheng som gir bedre forståelse. Kombinasjonen av holistisk og sekvensiell modus kalles *versatile learning* (Tall, 1989).

Et eksempel på *versatile learning* er å bruke Cabri for å la elever undersøke gyldigheten av *Pythagoras setning*. Dette gjøres ved å konstruere en rettvinklet trekant med et kvadrat på hver side av trekanten. Man sammenlikner summen av arealene til de to minste kvadratene med arealet av det største kvadratet mens man forandrer på sidelengdene i trekanten. Denne måten

å undersøke *Pytagoras setning* på er en *generic organizer*, en mikroverden. Når man bruker *Pytagoras setning* til å finne en ukjent lengde på en side i en trekant, gjør vi det ofte på en sekvensiell måte det vi setter opp likningen $a^2 + b^2 = c^2$, setter inn kjente verdier og løser likningen. Elevene vil få en bedre forståelse av hva de egentlig gjør når de "finner ukjent side" ved å bruke *Pytagoras*, dersom de først har fått holistisk kunnskap om Pytagoras og kan huske tilbake på figuren de manipulerte i Cabri.

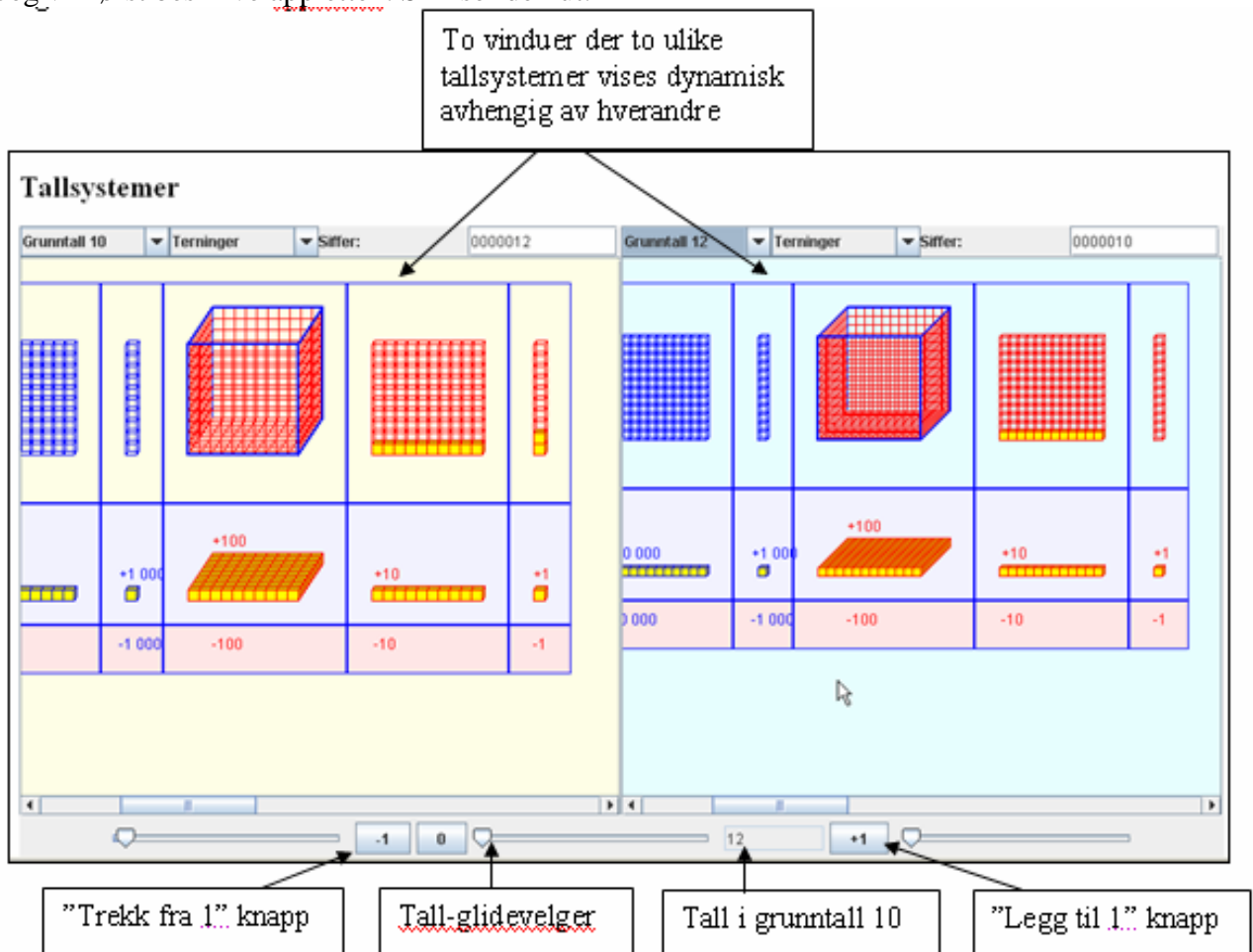
6.2 Applikasjonen

Mitt forsøk på å lage god programvare for læring av tallsystemer er beskrevet her. Jeg ble ikke så ferdig som jeg skulle håpet. Men jeg har utviklet ideer for hvordan programvaren bør være.

6.2.1 Beskrivelse av applikasjonen vi har laget.

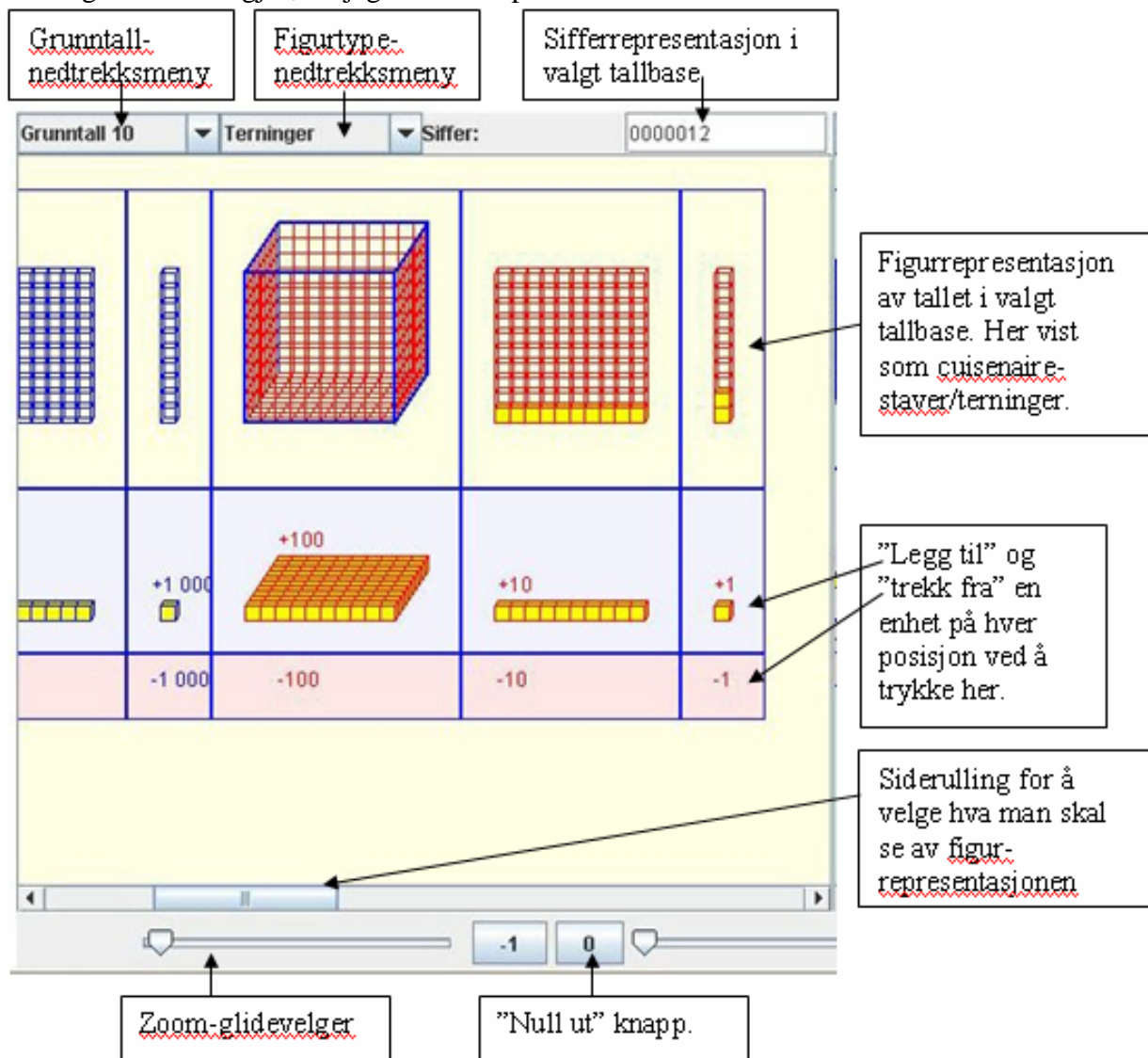
Applikasjonen jeg har ønsket å lage er todelt. Den ene delen er en interaktiv multimediepresentasjon om tallsystemer i et kulturelt perspektiv. Den skal gi innsikt og forståelse av historiske tallsystemer fra ulike kulturer. Den andre delen er en interaktiv applett der man kan jobbe med å bygge forståelse av posisjonssystemet.

Jeg vil først beskrive appletten. Slik ser den ut:



Venstre halvdel og høyre halvdel har like funksjoner og er dynamisk knyttet til hverandre. Gjør man en endring i tall på venstre side, vil høyre side automatisk endre tallet for å vise likt antall. Dette gjelder også omvendt.

For å forklare bedre hvordan appletten virker og hva de forskjellige funksjonene i brukergrensesnittet gjør, vil jeg vise dette på den ene halvdel:



- I "grunntallsnedtrekksmenyen" kan man velge hvilken tallbase man skal representere. I figuren over er det grunntall 10 som er valgt.
- I "Figurtypenedtrekksmenyen" kan man velge mellom to ulike visuelle representasjoner; terninger og trafikkllys. Terningrepresentasjonen gir en tredimensjonal visuell representasjon og er lett overførbar til fysisk materiell som cuisenaire-staver.
- "Sifferrepresentasjon i valgt tallbase"-feltet viser hvordan tallet skrives med siffersymboler i tallbasen man velger i "grunntallnedtrekksmenyen".
- "Figurrepresentasjon" er det vesentlige i denne appletten. Dette skal hjelpe eleven til å se sammenhengene mellom antall, sifferrepresentasjon og plassverdisystemet.
- Ved å trykke på "+1", "+10", "+100", ... legger man til grunntall i valgt eksponent, g^0 , g^1 , g^2 , ... omvendt for "-1", "-10", "-100"...
- Siderullingfeltet brukes for å se de delene av representasjonen som ikke får plass i vinduet.
- "Zoom-glidevelgeren" brukes for å velge en hensiktsmessig størrelse på figurrepresentasjonen.

- "Null ut" knappen brukes for å sette tallet til null.

Jeg vil nå vise hvordan det andre (høyre) representasjonsvinduet kan se ut med det samme tallet, 12, men med grunntall 8 og figurrepresentasjon som lys:

The screenshot shows a software interface for number representation. At the top, there are three callout boxes: "Grunntall 8 er valgt" (Base 8 is selected), "Figurrepresentasjon er 'Lys'" (Figure representation is 'Light'), and "Sifferrepresentasjon av 12 i base 10 er 14 i base 8" (Digit representation of 12 in base 10 is 14 in base 8). The interface has a header with "Grunntall 8", "Lys", and "Siffer:". Below the header is a display area with seven vertical columns of eight circles each. The rightmost column contains four lit yellow circles, representing the base 8 number 14. A callout box points to these circles with the text "1 'åtter' + 4 'enere'" (1 'eights' + 4 'ones'). At the bottom, there is a numeric input field containing "12" and a "+1" button. A callout box points to the input field with the text "Tallet i base 10" (The number in base 10). The number "0000014" is displayed in the top right corner of the interface.

Appløtten gir også muligheter for å jobbe med samme grunntall og to forskjellige visuelle representasjoner. Dette kan være til hjelp når en dynamisk forståelse av antall, plassverdi og symbolrepresentasjon skal innarbeides.

Tallsystemer

Samme grunntall er valgt, grunntall 8

Sifferrepresentasjonen „14”, er selvfølgelig lik i begge vinduer

Antallet er visuelt representert med en 8-er stav og fire 1-er terninger. Man kan telle terningene og få tolv.

Tallet er visuelt representert med ett lys på 8-er plassen og fire lys på 1-er plassen.

Det er her meningen at man skal se sammenhengen mellom sifrene til tallet, plassen til sifrene, antall terninger, antall lys på hver plass. Det kan være nyttig å bruke knappen ”+1” for å telle oppover og se hva som skjer når man har ”fylt opp plassen”.

Det er også hensiktsmessig å studere to ulike tallbaser samtidig med å bruke terningrepresentasjonen i begge vinduer. Dette for å få en generell og mer robust forståelse av posisjonssystemet.

Tallsystemer

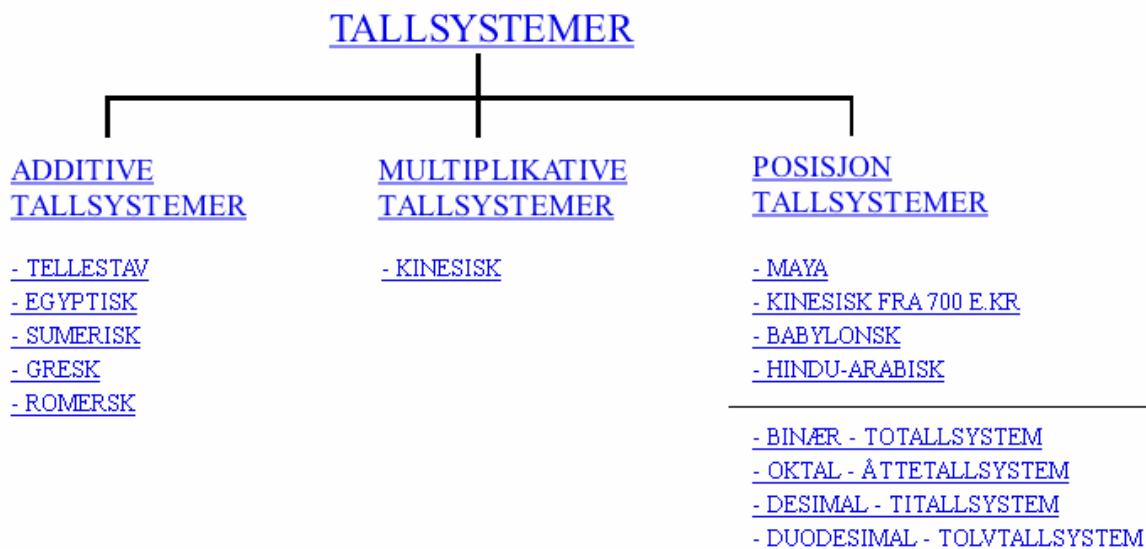
The image shows two side-by-side windows illustrating number systems. The left window is titled 'Grunntall 10' and shows the number 0000015. It features a grid of cubes representing units, tens, hundreds, thousands, and ten thousands. The right window is titled 'Grunntall 5' and shows the number 0000030. It features a similar grid of cubes, but with some cubes highlighted in yellow to represent the base 5 system. Below the grids, there are numerical labels for each power of the base: +10 000, +1 000, +100, +10, and +1. At the bottom, there is a control bar with a slider and buttons for -1, 0, and +1.

Her kan det også være fint å la tallet være "låst" og forandre på grunntallet på den ene siden for å se hva som skjer og prøve å analysere det.

Multimedieapplikasjonen som jeg skulle utvikle i Macromedia Director har jeg ikke blitt ferdig med. Men jeg vil likevel presentere noe av arbeidet jeg har gjort med den. Hensikten med denne applikasjonen var å bygge en ressurs der eleven kunne velge blant ulike tallsystemer og få multimediepresentasjoner av tallsystemets virkemåte og kulturhistoriske plassering.

Publiseringsmåte er tenkt for internett og jeg bruker også Microsoft Frontpage for å tilrettelegge for dette.


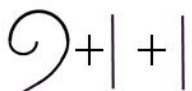
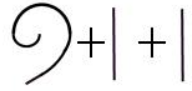
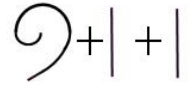
Oversiktsmenyen ser foreløpig slik ut:



Figur 21: Multimedieapplikasjon for tallsystemer

Jeg har laget utkast til å beskrive hvordan additive, multiplikative og posisjon-tallsystemer fungerer.

For additive tallsystemer har jeg beskrevet det gamle egyptiske. Jeg bruker en trinnvis forklaring med animasjon samtidig som jeg har lagt på lydspor med stemme som forteller hva som skjer. Det er vanskelig å gjengi multimedia i et dokument, men jeg kan prøve å beskrive virkemåten i 4 trinn:

1. trinn	2. trinn	3. trinn	4. trinn
		 = 100 + 1 + 1	 = 100 + 1 + 1 = 102

For å forklare hvordan et multiplikativt tallsystem har jeg tatt for meg et gammelt kinesisk tallsystem. På samme måte som for additive tallsystemer har jeg laget en animasjon som jeg vil legge fortellende stemme til:

1. trinn	2. trinn	3. trinn	4. trinn
	 = 6 10 9 100 5	 = 6·100 + 5·10 + 9	 = 6·100 + 5·10 + 9 = 600 + 50 + 9 = 659 _{Ti}

Posisjonssystemet har jeg vist på følgende måte:

1. trinn	2. trinn	3. trinn
1982	1982 = 1·10 ³ +9·10 ² +8·10 ¹ +2·10 ⁰	1982 = 1·10 ³ +9·10 ² +8·10 ¹ +2·10 ⁰ = 1·1000+9·100+8·10+2·1

Også denne siste presentasjonen er tiltenkt fortellende stemme til animasjonen.

Resten av linkene til multimedieapplikasjonen som er vist i Figur 21 er tenkt å fylles med innhold som skal forklare virkemåter, algoritmer og kulturhistorisk informasjon om det aktuelle tallsystemet.

6.2.2 Hvilke teoretiske vurderinger ligger til grunn for applikasjonen?

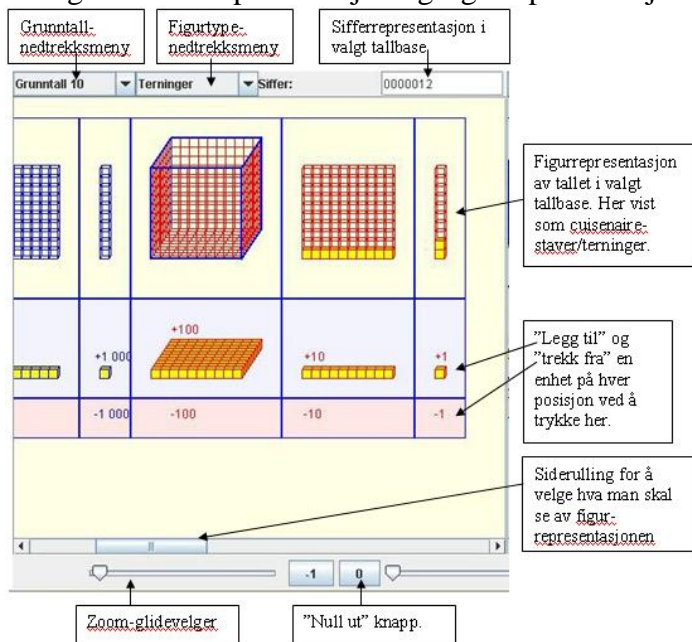
Viktige teoretiske vurderinger som ligger bak den dynamiske appletten som jeg begynte å forklare om i kapittel 6.2.1 er Zoltan Dienes forskning om barns læring av tallsystemer. Se kapittel 3.4.1 og kapittel 3.4.4. Også James J. Kaput sin forskning på elevers læring i mikromiljøer har vært nyttig. Se kapittel 3.4.4.

Dienes sier at når en elev skal lære seg posisjonssystemet bør man variere alle involverte variabler for å skape en mest mulig generell og robust forståelse. Derfor bør man variere sifre, potens og base/grunntall. Man bør bruke konkretiseringsmateriell og også variere type konkretiseringsmateriell innenfor samme matematiske struktur.

Med bakgrunn i Dienes teori var det viktig for meg å søke å lage et artefakt som ivaretar muligheter for å utforske tallsystemer med muligheter for å variere visuell representasjon, potens, base/grunntall og sifre.

Med programmeringshjelp fra Byrge Birkeland fikk jeg laget appletten som jeg synes tilfredsstilte Dienes krav til variasjon innenfor en begrensende-støttende struktur. Det er blant andre Kaput som skriver om fordelene med en mikroverden for læringen av posisjonssystemet for faglig sterke elever. Appletten har innebygde regler for hva som er lov å gjøre. Dette hjelper eleven til å utforske innenfor den matematiske konteksten for å finne strukturer og egenskaper som kan brukes til å internalisere begreper. Appletten har begrenset med

funksjoner i forhold til fysiske medier og den har dynamisk funksjon som hele tiden korrigerer sifferrepresentasjon og figurrepresentasjon i forhold til hverandre.



Multimedieapplikasjonen spiller på at elevens evner blir bedre utnyttet ved å presentere er forklaring visuelt, steg for steg, med en synkron fortellende stemme til. Howard Gardner er opptatt av at elever har ulike intelligenser som er ulikt utviklet. Man bør søke å tilpasse informasjonens representasjon til elevens sterkeste utviklede intelligenser for at eleven skal ha best læringsutbytte. På bakgrunn av dette har det vært viktig for meg å lage multimediepresentasjoner som gir elevene muligheter til å hente informasjonen fra det mediet som passer best til sterkeste intelligenser. Se kapittel 3.3.1 og 3.3.2 om Gardners MI-teori.

Mayer og Moreno har forsket på bruk av multimedielæring og hvordan multimediet bør være tilpasset for å gi best mulig læringseffekt. De antar at mennesket bruker to informasjonskanaler ved bruk av multimedieinformasjon; en *visuell* og en *verbal* kanal. Arbeidsminnet i hjernen antar de har begrenset kapasitet til å bearbeide informasjon. Ved å bruke begge kanaler som informasjonsbærere kan man avlaste arbeidsminnet i forhold til å bare få informasjon bearbeidet i arbeidsminnet til en av kanalene. Mest effektiv læring finner sted når man utnytter den begrensede kapasiteten til arbeidsminnet mest mulig effektivt. Dette gjøres ved å presentere informasjon visuelt og verbalt i passe hastighet og simultant/synkronisert.

Dette er bakgrunnen for at jeg har brukt en trinnvis animasjon med verbal stemme som forklarer stegene i animasjonen.

Grunnen til at jeg har ønsket å ta med det kulturelle og historiske perspektivet som emne i multimedieapplikasjonen er at det står i læreplanene. (+ Kapittel 3.4.1)

6.2.2.1 Dynamisk aspekt

Det var behavioristen Skinner som var først ute med "interaktive læringsmaskiner" (se. 3.2.1). Disse ble laget for å effektivisere læring ved at eleven får umiddelbar respons på sitt løsningsforslag. Appletten jeg har designet er et miljø for å effektivisere læring av posisjonssystemet. I så måte tjener den samme intensjon som Skinners første læringsmaskiner. Appletten gir også umiddelbar respons på interaksjon fra bruker, men på en

måte som skiller den fra den behavioristiske læringstradisjon. Den gir ikke en type respons som: "Bra! Riktig svar." eller "Feil. Prøv igjen." som er en typisk behavioristisk respons. Appletten er et miljø der brukeren skal arbeide for å forsøke å forstå et system, nemlig posisjonssystemet. Brukeren interagerer med appletten som gir respons ved å representere visuelt det som brukeren har konfigurert appletten til å vise. Etter hvert vil brukeren oppdage mønstre av interaksjonen med appletten og vil tippe på resultat før rekonfigurasjon. Etter rekonfigurasjon vil brukeren få respons på sine forventninger. Stemmer resultatet med brukeren forventninger skjer det *assimilasjon*. Dersom forventningene ikke blir innfridd skjer *akkomodasjon*. Brukeren må revurdere sin forestilling av systemet før appletten igjen rekonfigureres. Denne sikk-sakk jobbingen er typisk for Piagets konstruktivistiske læringssyn. (Se. 3.2.3)

Appletten er dynamisk. Kaput (1992) sier at dynamisk miljø er det rette hjem for variable. Det gjør den til et riktig verktøy for å utforske posisjonssystemet ved å variere alle variablene på en systematisk måte for å bli kjent med variablenes egenskaper og på den måten bedre forstå systemets egenskaper.

6.2.2.2 MI – multiple intelligens

Multimedieapplikasjonen jeg har utviklet bruker flere sansekanaler til å formidle informasjon til brukeren. Dette ble gjort for å forsøke å øke læringseffekten for flere elever.

Utgangspunktet er at elevers evne til å motta informasjon og gjøre seg nytte av den er begrenset og forskjellig. Richard E. Mayer og Roxana Moreno har med bakgrunn i kognitivismen (se. 3.2.2) forsket på bruk av multimedia for læring (se. 3.3.4) og deres forskning har vært viktig for å forstå hvordan man kan optimalisere mediering av informasjon for å optimalisere læring.

Howard Gardner har også bakgrunn i kognitivismen og har identifisert ulike intelligenser hos mennesker (se 3.3.1). På bakgrunn av hans forskning er det legitimt å hevde at man i undervisningssammenhenger bør ta hensyn til elevers forskjellig utviklede intelligenser. Det kommer fram at flere lærere bedre når medieringen er visuell heller enn auditiv. Enda flere lærere bedre når medieringen er samtidig visuell og auditiv. Nå er nok matematikklærere generelt flinke til å bruke konkrete og modeller for å senke terskelen til fagstoffet, men jeg tror dette kan bli enda bedre. Dette har jeg tatt hensyn til ved å legge til fortelling (lyd) til en animasjon som forklarer egyptisk og kinesisk tallsystem. Det er også mulig for eleven å pause animasjonen dersom eleven trenger mer tid til å fordøye/prosessere det nye stoffet. Eleven kan også spille animasjonen om igjen for å få en repetisjon. På denne måten differensierer man for ulike elevers forutsetninger med tanke på type media og hastighet. Læreren kan innta en veilederrolle for å bistå der det trengs litt ekstra hjelp og tips.

6.2.2.3 Visualisering

Som nevnt i kap. 6.2.2.2 er matematikklærere generelt flinke til å konkretisere og modellere matematiske konsepter. Det er vanskelig å forestille seg god matematikkundervisning kun med forklaringer uten visuelle modeller. (Som å skulle undervise geometri pr. telefon.)

Visuelle hjelpemidler er med andre ord helt essensielle.

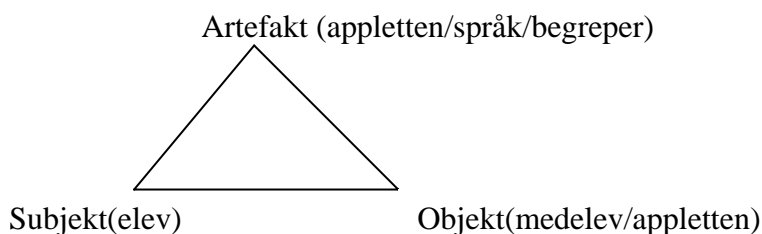
Med visuelle hjelpemidler mener jeg bilder (5.1.3), animasjon (5.1.4) og film (5.1.5). Jeg har brukt bilder og animasjoner i applikasjonen der det har vært hensiktsmessig for å konkretisere et konsept. I posisjonssystemappletten er bilder som representasjon for tall helt essensielt. Den inneholder ikke animasjoner, men bildet/representasjonen forandrer seg etter brukeren rekonfigurasjon.

Visualiseringen av posisjonssystemer ved hjelp av terninger er inspirert av Zoltan Dienes multibasemateriell. Jeg tror at bruk av appletten bør kombineres med bruk av multibasemateriell for å få mest mulig ut av konkretiseringsmateriellet.

6.2.2.4 Begrensende og støttende struktur (CS)

Måten man jobber med posisjonssystemappletten på ved å manipulere med visuelle representasjoner av tall for å forstå posisjonssystemet er i samsvar med Piagets konstruktivisme (se 3.2.3). Eleven får fritt innenfor visse grenser utforske konseptet posisjonssystemet ved fysisk å manipulere miljøet og se hva slags respons miljøet gir. Appletten er en *microworld*; et utforskende datamiljø (se 3.1.6 og 4.1.2).

Jeg ser også at Vygotskys teori om sosialkonstruktivisme gjør seg gjeldene i bruk av appletten. Dette ved at appletten med fordel kan brukes av to elever som samtaler og bruker appletten sammen for å teste ut hypoteser om systemet og bruke appletten som et artefakt for å kommunisere om posisjonssystemet.



Slik jeg ser det kan også applettens visualisering av tall være objekt i Vygotskys medieringstriangel. Den gir respons til eleven etter hver rekonfigurasjon eleven gjør. På denne måten foregår det en sikk-sakk kommunikasjon mellom elev og applett rundt konseptet posisjonssystemer. Det må sies at det ikke er sannsynlig at Vygotsky ville delt min spekulasjon om et datasystem som partner i en sosialkonstruktivistisk læringsituasjon.

Poenget med et begrenset mikromiljø for utforskning at posisjonssystemet er at man skal spisse og styre den utforskende virksomheten i ønsket retning for mest mulig effektiv læring av posisjonssystemet. Det er nettopp gjennom utforskning av "reglene"(begrensningene) eleven skal finne ut av hvordan disse reglene og altså posisjonssystemet virker. Jeg har skrevet litt om hvorfor man bør lære posisjonssystemet generelt og ikke bare titalssystemet i kap. 3.4.4.

6.2.2.5 Multimedia som presentasjonsverktøy

Multimedia er informasjon som blir båret av flere ulike medietyper som lyd, bilde, tekst, animasjon og film (se. 5.1.1). Jeg velger å knytte multimediebegrepet til medier presentert via en datamaskin.

Richard E. Mayer og Roxana Moreno har presentert kognitiv teori for multimedielæring (se 3.3.4). De bygger sin teori på antakelser om at mennesket har separate informasjonskanaler for visuelle og verbale inntrykk. Disse signalene blir også separat prosessert i hjernens bergrensede arbeidsminne. Best effekt får man når arbeidsminnet utnyttes maksimalt uten å overbelastes. En riktig sammensatt informasjonskilde med både visuell og verbal informasjon er den beste måten å tilpasse informasjonen på. Dette er multimedieteknologien som skapt for. I multimedieapplikasjonen som jeg har utviklet for å lære om historiske tallsystemer har jeg benyttet meg av bilder, tekst, animasjoner med verbal forklaring til som går stegvis. På denne

måten gir jeg brukeren informasjon i form av visuelle og verbale inntrykk i et tempo som brukeren styrer selv.

Forskning viser (se 3.3.2) at ca. 2/3 av befolkningen lærer best ved en kombinasjon av visuelle og verbale inntrykk.

Multimedieapplikasjonen er bygget opp som et slags strukturert leksikon der brukeren selv navigerer for å få den informasjonen brukeren ønsker. Denne måten å jobbe med nye konsepter passer nok ikke helt inn i Piagets konstruktivisme (kap. 3.2.3).

Dersom tid, ressurser og kunnskaper hadde tillatt en videre utvikling av multimedieapplikasjonen, ser jeg for meg enorme utviklingsmuligheter. En multimediearena for sosialkonstruktivistisk (kap. 3.2.4) problemløsning som er meget populær i 2006 er multispiller online spillet "World of Warcraft" (WoW). I dette spillet kan mange spillere samarbeide om oppdrag de ønsker å løse i en enorm online verden. Det gir et godt eksempel på hvordan man gjensidig kan dra nytte av andres ferdigheter og kunnskap til å bygge egne kunnskaper og ferdigheter.

Måten mange mennesker bruker internett for å søke, sammenlikne, vurdere og tilegne seg ny informasjon om konsepter er en moderne konstruktivisme (3.2.3). Internett har også blitt en viktig arena for sosialkonstruktivistisk (kap. 3.2.4) læring gjennom chat, forum og "orakeler" der man kan sende inn spørsmål og få svar og henvisninger fra andre brukere.

En ide til videre utvikling er å lage en annen applikasjon der elevene selv får utvikle sitt eget tallsystem som de kan presentere for andre elever og gi dem oppgaver i å løse. (Tegne egne symboler for siffer/ tilordne symboler til tall og lage oppgaver med dem som andre kan utforske for å finne ut av hva slags system dette er. (Problemløsning...gjette og teste, lage strategi for å finne ut hvilke tallsystem og hva symbolene representerer.)

6.2.3 Kulturelt aspekt ved utvikling av programvare for å lære om tallsystemer

Både i L-97 og Kunnskapsløftet er det tatt med at elever skal lære om andre tallsystemer enn titallsystemet som vi bruker (se. 3.4.1). Det er fokusert på det kulturhistoriske aspektet ved tallenes historie og utvikling. Jeg tror denne kunnskapen best kan medieres ved å levendegjøre den med bruk av multimedieteknologi. Jeg har også sett et tv-program om tallsystemer opp gjennom historien som heter "Historien om 1" (Ellender, 2005). Det var meget underholdende og forklarte i grove trekk tallenes historie og utvikling. Dette programmet hadde vært fristende å bruke i multimedieapplikasjonen, men da måtte jeg ha ordnet med rettigheter for det.

I vår digitale tidsalder er det betimelig å kjenne til det binære tallsystemet som brukes i alle datainnretningene som omgir oss (se 3.4.1).

6.2.3.1 Historisk aspekt

Jeg er ikke ferdig med applikasjonen som skulle ta for seg presentasjon av historiske tallsystemer. Intensjonen var å presentere historiske tallsystemer for å gi en oversikt over hvordan tallsystemer har utviklet seg og kunnskap har flyttet rundt opp gjennom årtusener. Her er det naturlig å forsøke å sette tallsystemene inn i den konteksten de virket i. Det er også interessant å beskrive problemer de ulike kulturene hadde med tallsystemene sine, hvilke innvirkning det hadde for samfunnsutviklingen og hvordan slike utfordringer var med på å utvikle tallsystemer som var bedre tilpasset og brukbare.

Det er også interessant å se på diskusjonene som foregikk for bare noen hundre år siden om hvilket grunntall som burde være standart i posisjonssystemet som folk brukte. Titallsystemet er ikke så selvfølgelig som vi kanskje har en oppfatning av.

I denne delen av applikasjonen ville det være hensiktsmessig å henvise til en del internettressurser som er bra.

Til det jeg har rukket å lage av multimediepresentasjon av gamle tallsystemer har jeg brukt ulike kilder som teoretisk plattform (se 3.4.3).

6.2.3.2 Antropologisk aspekt.

Jeg har ikke rukket å ta med noen multimediepresentasjon over antropologiske aspekter ved tallsystemer. Hensikten var å presentere spor av andre tallsystemer enn titallsystemet i ulike kulturer i dag. Det kan være greit å vite for eksempel hva danske kassadamer mener når de sier at du skal betale ”halv fems kroner”. ”Fems” er forkortelse for fem snes. Et snes er 20. ”Halv fems” er et halvt snes mindre enn fem snes $\rightarrow 100 - 10 = 90$.

Romertallsystemet er også en seig etterlevning som er brukt til blant annet å vise årstall for filmproduksjon.

Det finnes mange flere eksempler på etterlevninger av gamle tallsystemer i ulike kulturer og sammenhenger og disse kan være bra å kjenne til.

7 Revurderinger etter eksponering for referansegruppe

Jeg prøvde ut programmet i en 8. klasse og på 3 elever i 10. klasse. Dessuten fikk jeg uformelle tilbakemeldinger fra 2 kolleger. Dette ble ikke gjort som en formell vitenskaplig undersøkelse, mer som en eksponering for å få tilbakemeldinger. På denne måten fikk jeg synspunkter på appletten som jeg ikke så, siden jeg allerede kjente den så godt.

7.1 Forventninger

Jeg hadde visse forventninger til selve utprøvingen og til tilbakemeldingene, og det viste seg at mine forventninger ikke passet med de erfaringer jeg fikk ut av det. Og da har man et godt grunnlag for å trekke lærdom og utvikle ideen videre for å prøve å lage et bedre system.

Før jeg prøvde ut appletten på andre enn meg selv hadde jeg forventninger om at elevene hadde hørt om andre tallsystemer og om posisjonssystemet med andre tallbaser enn 10, men ikke at de skulle beherske dem. Videre hadde jeg forventninger om at noen ville like å jobbe med datamaskiner i matematikk, mens andre ikke likte det. Jeg forventet at brukergrensesnittet og bruken av appletten skulle være ganske enkelt å sette seg inn i etter litt utforskning på egen hånd og med litt felles demonstrasjon.

Elevene ble bedt om å svare på et skjema før de fikk bruke appletten. Dette skulle kartlegge hvorvidt de hadde hørt om totallsystemet (binære tallsystem), om de kunne gjøre om fra totallsystemet til desimalsystemet (og omvendt) og om hvordan de likte å bruke datamaskinen til å lære matematikk.

Det var 7 av 22 elever i 8. klasse som hadde hørt om totallsystemet, men ingen som kunne gjøre om tall fra base 2 til base 10.

9 av 22 elevene i 8. klasse svarte ”bra” på spørsmål om hvordan de likte å bruke datamaskin som verktøy for å jobbe med matematikk. 10 svarte ”middels” og 3 svarte ”dårlig”.

Ut fra disse forventningene vil jeg anta at jeg har en gruppe som er relativt positive til å bruke dataverktøy i matematikk, men at de ikke har noe forkunnskap eller ferdigheter med andre posisjonssystemer enn det desimale.

7.2 Hvilke tilbakemeldinger fikk jeg fra referansegruppa?

Selve utprøvingen foregikk i en dobbelttime. Jeg startet med å fortelle litt om at jeg drev på med en masteroppgave og at jeg ønsket å bruke elevene til å teste ut en applett. Vi gjennomførte et spørreskjema ”før-test”, deretter gikk vi opp på datarommet.

Den første erfaringen jeg gjorde var at web-adressen til appletten var altfor lang og vanskelig. Jeg måtte selv gå rundt til mange av elevene og skrive inn adressen. Dette stjal mye tid som jeg kunne brukt til veiledning og instruksjon. En del av datamaskinene hadde tydeligvis en annen versjon av JAVA installert. Appletten kom ikke ordentlig opp på flere av datamaskinene.

Elevene fikk noen oppgaver som de skulle jobbe med. De skulle gjøre om tall fra et tallsystem til et annet. Deretter skulle de prøve å lage egne oppgaver som andre elever skulle prøve å løse først uten å bruke programmet og deretter sjekke svaret sitt med programmet.

Å gjøre om et tall fra ett tallsystem til et annet ved å bruke programmet klarte alle. Mange elever svarte noe slikt: "Det var bare å skrive inn og så kom svaret ut. Men vi lærte ikke noe av det." Så ut fra det trekker jeg den slutning at aktiviteten med bare å "punch" tall ikke var en god oppgave for å utforske og lære posisjonssystemet bedre. Jeg tror likevel at denne aktiviteten hadde en viss nytte i det den gjorde at elevene fikk kjennskap til hvordan appletten virket. Den påfølgende oppgaven der elevene selv skulle lage oppgaver som andre elever skulle prøve seg på var det få som fikk begynt på og ingen som fikk gjort ferdig. Jeg tror at denne aktiviteten kanskje kunne utfordret elevene litt mer. En elev svarte at appletten ikke burde gi svaret direkte, slik at eleven måtte telle for å finne svaret selv. Det tror jeg er et fornuftig forslag til forbedring. En annen elev etterlyste eksempler som viste hvordan appletten skulle brukes og hva den gjorde. Det er også et fornuftig forslag.

Hvis jeg hadde brukt mer tid på å jobbe med tallsystemer og appletten, tror jeg at appletten kunne vært nyttig dersom jeg hadde designet oppgaver som var utforskende og gode. Appletten burde kunne brukes som et dynamisk visualiseringsverktøy for å kontrollere sin egen forståelse.

Jeg fikk også noen konstruktive tilbakemeldinger fra mine 2 kolleger. Det ble foreslått at den ene siden burde låses til base 10, siden det stort sett er opp i mot denne basen vi sammenlikner de andre basene. Et annet forslag var å droppe figurene som viste potenser over 2 (mer enn 100). Dette fordi det ikke er nødvendig for å forstå prinsippene og fordi det kunne virke forvirrende. Tallsymbolene kunne evt. fortsette å vises. Muligheten til å forstørre og forminske bør forenkles. Det bør holde med to knapper med forstørrelsesglass og "-" og "+" inni. "+1" og "-1" knappene kan vurderes om de bør vekk. Det holder med at man kan trykke på figurene. Det bør stå en underoverskrift som forklarer applettens funksjon kort: "Her sammenlikner vi vårt eget 10-tallssystem med andre tallsystemer." Det bør være en peker til en side der bruken av appletten blir forklart og demonstrert, gjerne et skjermopptak med forklarende tekst og lyd. Det burde kanskje stått "Vårt tallsystem" på den siden som låses til 10-tallssystemet og også bruke "5-tallsystem", "7-tallsystem", osv. Så kan eleven selv få oppdage at "10-tallsystem" er det samme som "Vårt tallsystem".

7.3 Mulige tiltak

Jeg vurderer tilbakemeldingene slik at appletten trenger en forenkling for å passe bedre for elever uten kunnskaper om ulike tallsystemer. Appletten trenger også å "barberes" for overflødige funksjoner. Det bør kanskje lages en ny funksjon der svaret ikke kommer av seg selv med en gang. I tillegg bør det lages en ordentlig brukerveiledning, gjerne en multimediebasert instruksjonsvideo. Og man trenger å lage oppgaver som er utforskende og gode der appletten kan bidra som et dynamisk, utforskende visualiseringsverktøy.

Konkrete tiltak:

- Lage nytt brukergrensesnitt der jeg
 - låser venstre side til "Vårt tallsystem", altså base 10.
 - erstatter zoom-glidevelgeren med to knapper (zoom inn og zoom ut)
 - begrenser figurene til bare å vises til og med 2. potens. Deretter vises bare sifrene.

- fjerne ”-1” og ”+1” knappene nederst i appletten som brukes til å gå en ned eller en opp. Det holder med at denne funksjonen finnes i figuren.
- erstatte ordene ”Grunntall 5” med ”5-tallsystemet” osv. i nedtrekkslista for basevalg. Dette for å få et enklere begrep for elevene å forholde seg til.
- legge til en valgbar funksjon der svarene ikke kommer opp med en gang. Lar elevene få tid til å finne ut hva de tror svaret er. Evt. la eleven bygge figuren på høyre side slik at den har like mange enheter som tallet på venstre side. Deretter kan eleven skrive inn sifferet og få det sjekket.
- Lage en multimediedemonstrasjon av hvordan appletten kan brukes
- Designe utforskende oppgaver der appletten kan bidra på en fornuftig måte til å bygge forståelse for posisjonssystemet.

7.4 Hva jeg velger å gjøre

Jeg velger å ikke bruke mer tid på å forbedre appletten. Dette har med tidsbruk og bruk av veilederressurser til programmering å gjøre.

7.5 Hva som er videre muligheter for utvikling...

Videre muligheter for utvikling er å utføre de forslag til konkrete tiltak som nevnt i 7.3.

Det kunne også være lurt å lage programmet i et annet språk enn JAVA for å styre unna feilene som oppstår ved ulike versjoner av JAVA på ulike datamaskiner og problemer med å kjøre i ulike nettlesere. Kanskje det hadde vært bedre å bruke Flash eller Director til å lage programmet?

Knytte programmet sammen i et større program der tallsystemer blir behandlet i en større sammenheng der historiske tallsystemer blir fortalt om, forklart og demonstrert.

8 Oppsummering

Primært mål for oppgaven min har vært å utvikle programvare som kan være hjelpemiddel til læring av og om tallsystemer.

Sekundært mål har vært å eksponere programvaren for en referansegruppe for å få innspill til forbedringer som kan gjøres.

Det er viktig å ha kunnskap om ulike tallsystemer og posisjonssystemet. Tallenes historie fortjener å bli fortalt. Matematikkens utvikling har hatt stor innvirkning på utviklingen av ulike sivilisasjoner og det er derfor viktig å kjenne til ulike tallsystemer og deres utvikling i sin tidsmessige sammenheng. Utvikling i ulike kulturer har også stilt mennesker overfor problemer som har tvunget fram behov for utvikling av ny matematikk og nye tallsystemer.

Også i dag finner vi ulike tallsystemer i bruk. Det er vanlig å oppgi produksjonsår for filmer i romertallsystemet. Danskene bruker en blanding av titallsystemet og tjuetallsystemet, noe som mange nordmenn har problemer med å forstå når de drar til Danmark på handletur. Et tallsystem som vi siden 1940-årene har gjort oss ekstremt avhengige av er totallsystemet eller det binære tallsystem. Grunnet sin enkelhet har det vært lett å representere og prosessere logisk ved hjelp av elektroniske maskiner. Siden bruk av det binære tallsystem er så viktig i verden i dag og siden de fleste mennesker omkranser seg med digitale artefakter basert på det binære tallsystem, er det viktig at folk flest kjenner til dette betydningsfulle tallsystemet.

Titallsystemet som vi har fått fra inderne via araberne har blitt det dominerende tallsystem for tallrepresentasjon i dag. Det er et posisjonssystem, det vil si at sifferets verdi også er avhengig av sifferets plassering i forhold til de andre sifrene i tallet. Forståelse av posisjonssystemets aritmetikk krever også forståelse for posisjonssystemet.

Zoltan Dienes har arbeidet mye med barns forståelse av tallsystemer og har utviklet konkretiseringsmateriell, Dienes-blokker, som skal hjelpe barn til å bygge forståelse for posisjonssystemet. Han mener at det er viktig at alle variabler må varieres for at man skal forstå posisjonssystemet. Det vil si at man må eksperimentere med å variere grunntall, siffer og eksponent for å bygge bedre forståelse for systemet. Dienes vektlegger utforskning som metode for læring og utviklet fysisk utforskningsmateriell til dette formålet.

James J. Kaput har skrevet at interaktive medier er det rette hjem for variable. I dag er interaktive dataprogrammer blitt et naturlig utforskningsmiljø i tillegg til fysiske laborativer. Det finnes flere dataprogrammer som er laget for å være utforskningsmiljø for å utforske posisjonssystemet. Men jeg har ikke funnet et program som er designet til å utforske posisjonssystemet der man samtidig kan se sifferrepresentasjon, visuell/fysisk representasjon av et tall i to ulike grunntall samtidig. Derfor var en vesentlig del av oppgaven min å få utviklet et slikt utforskningsmiljø. Til dette fikk jeg hjelp av min veileder Byrge Birkeland som programmerte en javaapplett etter mine spesifiseringer. Jeg har fått testet den litt på noen kolleger og noen elever og fått noen konstruktive tilbakemeldinger på hvordan appletten kan utvikles for å bli bedre. De neste skritt blir å forbedre programvaren og utføre en undersøkelse for å måle læringseffekten.

Jeg har basert oppgaven og utviklingen min på en teoretisk grunnplattform for læring som har vært en kombinasjon av Piagets konstruktivism og Vygotskys sosialkonstruktivism. Jeg har også vært opptatt av teori for læring ved bruk av artefakter, fysiske og virtuelle. Dienes arbeid har vært sentralt her. Også James J. Kaput har skrevet om sentral teori for læring ved bruk av

interaktiv media. Howard Gardners teori om ”mangfoldige intelligenser” og hvordan mennesker kan lære mer effektivt ved bruk av ulike medieringskanaler (audio, visuell, taktil,...) har begrunnet hvorfor undervisningen kan bli bedre ved å variere/kombinere medieringsform. Mayer og Moreno har forsket på bruk av multimedia til læring og kommet fram til noen prinsipper man bør følge ved produksjon av multimediepresentasjoner for å optimalisere læringseffekten.

I multimedieapplikasjonen som jeg fikk startet på, prøvde jeg å presentere tallsystemer ved å lage en presentasjon brukte bilder, animasjoner og lydforklaringer. Disse ulike medietypene var synkronisert, slik at man så på en animasjon mens man ble forklart hva som skjedde samtidig. Her har jeg prøvd å etterleve prinsippene til Mayer og Moreno.

9 Litteraturliste

- Armstrong, T. (2003). *Mange intelligenser i klasserommet*. Oslo: Abstrakt forl. Aschehoug og gyldendals store norske leksikon elektronisk ressurs.
- Asplund, P. O. (2004). Bilder som fremmer læring. *Bedre Skole*(4), 41-46.
- Ausubel, D. P. (1968). *Educational psychology: A cognitive view*. New York: Holt, Rinehart and Winston.
- Bellis, M. (2005). John thompson - invented macromedia director and shockwave. Retrieved 27.06.2005, 2005, from http://inventors.about.com/library/inventors/bl_Lingo_programming.htm
- Berger, M. (Artist). (1996).
- Bjørnebye, M. (2004). *[matematikk og multimedia 1-3]*. Elverum: Høgskolen i Hedmark.
- Breiteig, T., & Fuglestad, A. B. (1997). *Data i matematikken* (2 ed.). Oslo: Aschehoug.
- Carlson, N. R., Martin, C. N., & Buskist, W. (2000). *Psychology: The science of behavior*. Harlow: Pearson Education.
- Clements, D. H., & McMillen, S. (1996). Rethinking "concrete" manipulatives. *Teaching Children Mathematics*, 2(5), 270.
- Cole, M. (2003). *Kulturpsykologi*. København: Reitzel.
- CRF. from <http://www.crfonline.org/orc/glossary/m.html>
- Dettori, G., & Lemut, E. (1995). External representations in arithmetic problem solving. In J. Mason & R. Sutherland (Eds.), *Exploiting mental imagery with computers in mathematics education* (pp. 20 - 33). Berlin: Springer.
- Dienes, Z. P. (1963). *An experimental study of mathematics-learning*. London: Hutchingson.
- Dienes, Z. P. (1971). *Building up mathematics* (4th ed.). London: Hutchinson Educational.
- Dysthe, O. (1999). Ulike teoriperspektiv på kunnskap og læring. *Bedre skole: Norsk lærerlags tidsskrift for pedagogisk debatt* (2), 4 - 10.
- Ellender, D. (Writer) (2005). *The story of 1* [TV/DVD]. England: Fremantle.
- Encyclopaedia Britannica. (1997). *Encyclopædia britannica online elektronisk ressurs*. London: Encyclopaedia Britannica Int.
- Evenshaug, O., & Hallen, D. (1991). *Barne- og ungdomspsykologi*. [Oslo]: Gyldendal.
- Flegg, G. (1989). *Numbers through the ages*. Houndmills: MacMillan.
- Fritze, Y., Haugsbakk, G., & Universitetet i Oslo. Pedagogisk forskningsinstitutt. (2000). *Workshop: Interaktivitet, teknologi og læring*. Oslo: Pedagogisk forskningsinstitutt: Forsknings- og kompetansenettverk for IT i utdanning Universitetet i Oslo.
- Gardner, H. (1993). *Frames of mind: The theory of multiple intelligences* (2nd paper (tenth-anniversary) ed.). New York: Basic Books.
- Gardner, H., & Strandberg, K. (1999). *Den intelligente skole: Gardner i praksis*. København: Gyldendal.
- Glaser, A. (1981). *History of binary and other nondecimal numeration*. Los Angeles.
- Gullberg, J., & Gullberg, P. (1997). *Mathematics: From the birth of numbers*. New York: W.W. Norton.
- Haugsbakk, G., & Høgskolen i Lillehammer. (2000). *Interaktivitet, teknologi og læring: En forstudie*. Oslo: Forsknings- og kompetansenettverk for IT i utdanning Universitetet i Oslo: Høgskolen i Lillehammer.
- Helstrup, T., & Kaufmann, G. (2000). *Kognitiv psykologi*. Bergen: Fagbokforl.
- Holbrook, M. (1999). Vygotsky's methodological contribution to sociocultural theory. *Remedial and special education*, 20(6), 341-350.

- Hoyles, C., Noss, R., & Adamson, R. (2002). Rethinking the microworld idea. *Journal of Educational Computing Research*, 27(1-2), 29.
- Ifrah, G., Wiig, J., Birkeland, B., & Jacobsen, K. A. (1997). *All verdens tall: Tallenes kulturhistorie*. Oslo: Pax.
- Imsen, G. (1991). *Elevenes verden: Innføring i pedagogisk psykologi* (2. utg. ed.). [Oslo]: Tano.
- Kaput, J. J. (1992). Technology and mathematics education. In D. A. Grouws & National Council of Teachers of Mathematics (Eds.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the national council of teachers of mathematics* (pp. 515 - 556). New York: Macmillan.
- Kaput, J. J. (1995). Overcoming physicality and the eternal present: Cybernetic manipulatives. In J. Mason & R. Sutherland (Eds.), *Exploiting mental imagery with computers in mathematics education* (Vol. 138, pp. 161 - 177). Berlin: Springer.
- Katz, V. J. (2004). *The history of mathematics: Brief version*. Boston: Pearson/Addison-Wesley.
- Kirke- utdannings- og forskningsdepartementet. (1996). *Læreplanverket for den 10-årige grunnskolen elektronisk ressurs*. [Oslo]: Nasjonalt læremiddelsenter.
- Kristjánsdóttir, A. (2005). Er laborative midler gavnlige? *Tangenten*, 16(4), 11-17.
- Mayer, R. E., & Moreno, R. (2003). Nine ways to reduce cognitive load in multimedia learning. *Educational Psychologist*, 38(1), 43-52.
- McGloughlin, S. (2001). *Multimedia: Concepts and practice*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
- Noss, R., & Hoyles, C. (1996). *Windows on mathematical meanings: Learning cultures and computers*. Dordrecht: Kluwer.
- Papert, S. (1980). *Mindstorms: Children, computers, and powerful ideas*. New York: Basic Books.
- Pesci, A. (1995). Visualization in mathematics and graphical mediators: An experience with 11-12 year old pupils. In J. Mason & R. Sutherland (Eds.), *Exploiting mental imagery with computers in mathematics education* (pp. 34 - 51). Berlin: Springer.
- Salyers, G. D. (1954). The number system of the mayas. *Mathematics Magazine*, 28(1), 44-48.
- Sfard, A. (2004). There is nothing more practical than a good research: On mutual relations between research and practice in mathematics education, *ICME10*. København: ICME10.
- Svoen, B. (1995). *Dataspill som undervisningsmetode: Om multimedieteknologi som verktøy i opplæring*. Oslo: [B. Svoen].
- Tall, D. (1989). Concept images, generic organizers, computers, and curriculum change. *For the learning of Mathematics*, 9(3), 37-42.
- Thompson, P. W. (1992). Notations, conventions, and constraints: Contributions to effective uses of concrete materials in elementary mathematics., *Journal for Research in Mathematics Education* (Vol. 23, pp. 123-147).
- Thompson, P. W., & Lambdin, D. (1994). Concrete materials and teaching for mathematical understanding., *Arithmetic Teacher* (Vol. 41, pp. 556).
- Tomczak, M. (2004). Science, civilization and society. from <http://www.es.flinders.edu.au/~mattom/science+society/lectures/lecture4.html>
- Utdanningsdirektoratet. (2004). Forslag til læreplaner, desember 04. In Utdanningsdirektoratet (Ed.): Utdanningsdirektoratet.

- Vaughan, T. (1998). *Multimedia: Making it work* (4th ed.). Berkeley, Calif: Osborne McGraw-Hill.
- Østerud, S. (2004). *Utdanning for informasjonssamfunnet: Den tredje vei*. Oslo: Universitetsforl.