Masteroppgave i matematikkdidaktikk
Fakultet for realfag
Høgskolen i Agder - Høsten 2006

Utforskende aktiviteter som utgangspunkt for addisjon og subtraksjon i en andreklasse: En kasusstudie

Anita Movik Simensen

Masteroppgave i matematikkdidaktikk

Utforskende aktiviteter som utgangspunkt for addisjon og subtraksjon i en andre klasse: En kasusstudie

Av Anita Movik Simensen

Høgskolen i Agder

Fakultet for realfag
Institutt for matematiske fag

2006

Forord

Denne masteroppgaven er et resultat av min tid som student ved Høgskolen i Agder, der jeg har gått på det toårige studiet master i matematikkdidaktikk. Fundamentet for dette studiet ble lagt ved Høgskolen i Finnmark der jeg tok allmennlærerutdanningen med fordypning i matematikk.

Mitt fokus under arbeidet med oppgaven har vært å observere og beskrive hvordan undervisningen kan fortone seg for elever i småskolen. Med vekt på kommunikasjon og didaktiske aktiviteter i klasserommet.

Jeg vil takke de jeg har vært så heldig å få observere. Først og fremst elevene som velvillig har bidratt både i undervisningen og under intervjuene, men også klassens lærer fortjener en stor takk. Da jeg samlet inn data var det i perioder lærerskolestudenter i klassen, takk for at dere var tøffe og lot meg observere deres arbeidsøkter i klassen med videokamera.

Denne oppgaven kunne ikke vært gjennomført uten støtte fra min familie. Mens jeg har vært i Kristiansand, har min kjære Tore og vår datter vært hjemme i Alta og tatt seg av hus og hjem. De har hatt god hjelp av svigermor og svigerfar, og uten disse ville ikke utdanningen latt seg gjennomføre i praksis.

Da vi hadde familieforøkelse mot slutten av oppgaveskrivingen viste min veileder, Maria Luiza Cestari, stor evne til fleksibilitet i forbindelse med veiledningene. Takk for denne fleksibiliteten og for ditt gode humør.

Alta, november 2006

Anita Movik Simensen

Sammendrag

Denne masteroppgaven beskriver den matematiske skolehverdagen til elevene i en 2. klasse. Det legges vekt på elevenes bruk av skrift, muntlig språk og gestikulering under deres arbeid med matematiske oppgaver. En god del av elevenes arbeid i klasserommet tar utgangspunkt i hverdagsaktiviteter, som det er meningen at elevene skal bruke for å lage sine egne regnestykker. Observasjonene viser at elevene ikke alltid ser sammenhengen mellom aktivitetene og det matematiske skriftspråket.

Masteroppgaven baserer seg på kvalitativ forskning og dermed i hovedsak på innsamlet datamateriale. Datainnsamlingen ble gjennomført høsten 2005 og denne inneholder intervju, observasjoner og innsamlede elevbesvarelser. Både elevene og læreren ble intervjuet, og intervjuene ble transkribert i sin helhet. Klasseromsobservasjonene ble kun transkribert dersom det aktuelle innholdet hadde relevans for oppgaven. I perioder av datainnsamlingen var det lærerskolestudenter til stede i klassen, og de har hatt ansvaret for deler av undervisningen som er observert.

Intervjuene utgjør en stor del av analysedelen, og dreier seg i hovedsak om elevenes ulike strategier i arbeidet med addisjon og hvordan de er i stand til å framstille disse oppgavene skriftlig. Oppgavene i intervjuene kan deles inn i to kategorier. Den ene er at elevene blir presentert for en aktivitet som skal danne utgangspunktet for addisjon og skriftlige framstillinger. I den andre gis oppgavene som regnefortellinger (muntlige tekstoppgaver), også disse skal elevene lage matematisk skriftspråk av.

Læreplanverket, L97, peker på nytten av å knytte undervisningen i matematikk opp mot elevenes erfaringer fra dagliglivet. Bakgrunnen for dette er at det er enighet om at elevene da vil bygge ny kunnskap på tidligere ervervede erfaringer, noe som vil være en styrke for læringssituasjonen. Under de didaktiske aktivitetene i klasserommet observerte jeg at elevene ikke alltid knyttet aktiviteten til matematikken. Det er derfor ikke nok å fokusere på tidligere erfaringer, en må i tillegg bygge bro mellom den nye kunnskapen og elevenes erfaringsbakgrunn. Det som kjennetegnet de arbeidsøktene som syntes å knytte aktivitetene til matematikken slik at elevene så sammenhengen, var at oversettelsesleddet var en del av elevenes aktivitet.

Analysen av det innsamlede datamaterialet tydeliggjør behovet for varierte tilnærminger til matematikken. Elevene har i ulik grad behov for å bruke de taktile, auditive og visuelle sansene i arbeidet med matematikk. Noen har stort behov for å ta på og være i direkte fysisk kontakt med konkretiseringsmateriale, mens andre trenger en rytme som de kan telle til. Felles for disse er at de har behov for ytre hjelpemidler for å transformere sitt naturlige språk til det matematiske skriftspråket. Det synes imidlertid å være en sammenheng mellom behovet for ytre hjelpemidler og oppgavens form og kompleksitet.

Summary

This master thesis discusses how the pupils in a second grade class deals with mathematical activities. It emphasises written and oral language as well as gesticulations during the solving of mathematical tasks. A great deal of the classroom work is based on everyday activities, with the intent to make the pupils apply these in their own calculations. The observations suggest that the pupils do not always see the link between the activities and the mathematical language.

The master thesis is based on a qualitative approach to research. The process of collecting data was carried out during autumn 2005 and includes interview, observations and answers from the pupils. Both the teacher and the pupils were interviewed, and the interviews were transcribed in their entirety. Observations in the classroom were only transcribed as and when they were relevant to the thesis. During certain periods students of teaching were present, and they have been in charge of some of the lessons in question.

The interviews make up a large part of the analysis, and mainly deal with the different strategies used by the pupils in their work with addition, and how they are able to perform these tasks in writing. The tasks involved can be split into two categories: One in which the pupils are presented with an activity that should create the basis for addition and written presentation. In the second category, the tasks are presented as written stories that are told orally, in order for the pupils to put this to paper mathematically.

Læreplanverket, L97, puts focus on the use of linking mathematics to the pupils' everyday lives. The background for this is the consensus that pupils may use this to attain new knowledge based on previous experiences, something which is seen as a great advantage from a teaching aspect. During the didactic activities in the classroom it became evident that the pupils were not always able to link the activities to mathematics. This shows that focusing on previous experiences may not always be sufficient, and that it is also important to build a bridge between new knowledge and experiences of the pupils.

The analysis of the collected data illustrates the need for different approaches to mathematics. The pupils' need for using their tactile, auditory or visual senses in solving mathematical problems, vary. For some, touching and physical contact is essential, whereas others may find the use of counting rhythms helpful. A common denominator is the need for external objects to transform their natural language into a mathematical language. However, it appears to be a link between the need for external objects and the form and complexity of the mathematical tasks.

Innholdsfortegnelse

1 Innledning

1.1 Bakgrunn for oppgaven

Gjennom hele grunnskolen var matematikk for meg ensbetydende med å huske de rette tallene og formlene, og anvende dem på de rette stedene. Den gangen var det 9-årig obligatorisk grunnskole og da jeg fortsatte på videregående skole, allmennfaglig studieretning, fungerte utrolig nok pugg og les teorien min det første året her også. Men så var det slutt, noe som resulterte i at jeg mistet interessen for, og lysten til å lære mer matematikk. Min mening da var at det måtte være noe fundamentalt galt med undervisningen når en prosedyre som hadde fungert i ti år sluttet å virke og matematikken ble for vanskelig.

Det skulle gå flere år før jeg igjen ble nødt til å forholde meg til matematikken som skolefag. Da møtte jeg den på lærerskolen og selv om jeg ikke var spesielt entusiastisk da vi startet opp, ga den obligatoriske delen på lærerutdanningen meg lysten til å lære mer matematikk. Ikke bare for å bli en bedre matematiker, men mest fordi jeg ville vite hva som gjorde at matematikkgløden min forsvant. Dette ønsket førte etter mye lobbyvirksomhet til at høgskolen i Finnmark startet opp et tilbud med ulike moduler i matematikk som sammen dannet inngangsnøkkelen til masterstudiet i Kristiansand.

Det første året i Kristiansand hadde vi et prosjekt som har fått navnet MERG 11 (Mathematical Education Reseach Group), der vi var ute og samlet inn data og bearbeidet denne. Dette dannet utgangspunkt for en oppgave basert på egen innsamlet empirisk materiale, en masteroppgave i miniatyr. Arbeidet ga erfaring og kunnskap om hvordan man direkte kan ta utgangspunkt i elevenes skolehverdag i utformingen av en masteroppgave, dette inspirerte meg til å arbeide på samme måte med denne oppgaven.

Da tiden for å ta fatt på masteroppgaven kom var jeg fast bestemt på å dra ut i felten og møte de som er der og som kjenner dagene og arbeidsmetodene der, nemlig elevene og deres lærere. Jeg ønsket å se hvordan elevene uttrykte sin kunnskap, både verbalt og skriftlig. Fordi jeg observerte en klasse på småskolen, var en stor del av deres matematikkundervisning preget av didaktiske aktiviteter. Dette synliggjorde betydningen av at aktivitetene ble satt i kontekst, både med tanke på elevenes erfaringsbakgrunn og matematisk.

Med utgangspunkt i avsnittene over ønsker jeg at min oppgave skal kunne motivere matematikklærere til å undervise matematikk med mening. Ikke som fragmenter, der pugging er viktigere enn forståelse, men som en helhet der matematikken er inkludert.

1.2 Presentasjon av masteroppgaven og forskningsspørsmål

Gjennom store deler av min lærerutdanning og praksisperiodene ble jeg gjort oppmerksom på gapet mellom teori og praksis. Høyskolelærere, læreplaner og forskere representerte den teoretiske siden, mens praktiserende grunnskolelærere utgjorde den praktiske. Det ble imidlertid aldri til at jeg slo meg til ro med at dette måtte være to ulike verdener. Mitt motto ble: "Den dagen jeg godtar at det som er bra og velfungerende ikke kan bli enda bedre, har jeg ikke lenger noen framtid som lærer." Kanskje er dette en utopi, men jeg velger å holde fast ved denne så lenge som mulig. Den indiske nobelprisvinneren R. Tagore har sagt at "Bare ei lampe som lyser, kan gi lys til andre lamper" (Eidsvåg, 2000: 42), og det er sikkert at dette ikke bare gjelder lamper, men også lærere.

Gapet mellom teori og praksis har ført til et ønske om å se i hvilken grad elevene er i stand til å uttrykke seg gjennom symboler og matematisk språk, når undervisningen i hovedsak foregår uten lærebok og når matematikken formidles muntlig. Som et resultat av dette har jeg endt opp med følgende generelle forskningsspørsmål:

- Hva kjennetegner de didaktiske aktivitetene som ser ut til å gi matematisk mening for elevene?

Med utgangspunkt i dette generelle forskningsspørsmål vil jeg undersøke følgende:

- Hvordan bruker elevene skrift, muntlig språk og gester når de arbeider med oppgaver i matematikk?
- På hvilken måte bruker elevene konkretiseringsmateriell for å skape skriftlige framstillinger?

1.3 Organisering av oppgaven

Oppgaven er inndelt i ni hovedkapitler, der første kapittel allerede nærmer seg slutten. Andre kapittel tar for seg teori som er relevant for oppgavens datainnsamling og for analysen.

Kapittel 3, metode, beskriver hvilke metoder som danner grunnlaget for det innsamlede datamaterialet. Det er tre hoveddeler i kapittelet og den første beskriver hvordan datainnsamlingen er gjennomført. Del to omhandler bearbeidelsen av datamaterialet. Til sist gis en kort beskrivelse av konteksten, altså hvilket miljø er datamaterialet hentet fra.

Analysen av det innsamlede datamaterialet presenteres i kapittel 4. Kapittelet er delt inn etter hva som er analysert, med intervjuene først, så elevarbeid, klasserom og lærebok.

I oppgavens femte kapittel, diskusjonsdelen, sammenfattes trådene fra teori- og analysedelen. Her dras hovedlinjene, som er med på å besvare forskningsspørsmålene. Disse gjengis i korte trekk i konklusjonen, kapittel 6.

I kapittel 7, pedagogiske implikasjoner og videre forskning, kommenterer jeg hvilken betydning funnene i oppgaven har for lærere i deres praktiske hverdag. Jeg kommer også med noen tanker om hva som kunne vært forsket videre på.

De to siste hovedoverskriftene er referanselisten og vedleggsdelen. Vedleggene som er tatt med i oppgaven er i hovedsak de elevbesvarelsene som det vises utdrag fra i analysedelen. I tillegg er dokumenter som er sendt skolen i forbindelse med datainnsamlingen er tatt med.

2 Teoretisk bakgrunn

Jeg vil her redegjøre for de teorier som jeg har lagt til grunn som mest relevant for arbeidet med min masteroppgave. Innholdet kan grovt deles inn i fire deler. Den første omhandler generelle læringsteorier, den andre delen tar for seg matematikk som språk, og overgangen fra det naturlige språket til det matematiske språket. De to siste delene dreier seg om addisjon, den første med fokus på ulike tilnærminger til addisjon, den siste handler om hvordan barn tilegner seg erfaringer med addisjon.

2.1 Læringsteorier

Dagens skole er mangfoldig og sammensatt, både med hensyn til elevmassen og det innholdsmessige. Skolen skal være en arena for læring og utveksling av kunnskap. Rammene og atmosfæren for dette bestemmes i stor grad av de til en hver tids rådende læringsteorier, samt lærerens bevisste og ubevisste holdninger til læring og undervisning. Slik kan en si at læring og kunnskap er uttrykk som gjensidig påvirkes av og må ses i analogi til hverandre. Det er disse som avgjør om en ser på skolen som et sted der kunnskap overføres fra lærer til elev, eller et sted der erfaringer og kunnskap dannes av den enkelte i samhandling med andre. Eller kanskje begge deler. I følge Eidsvåg er det når vi deltar i livet at læring skjer, og den begynner allerede i mors mage. For noen elever blir læringen forsterket av undervisningen de møter i skolen, mens undervisningen kan være til hinder for læring hos andre. Det er altså ikke nødvendigvis samsvar mellom undervisning og læring (Eidsvåg, 2000: 35).

Undervisningen i skolen har imidlertid lenge vært preget av det naturvitenskaplige grunnsynet, som danner utgangspunktet for de behavioristiske læringsteoriene. En grunntanke i det naturvitenskaplige grunnsynet, er at fokuset ligger på det observerbare. Elevenes læring og kunnskap ses på som observerbart og målbart. Dermed også kontrollerbart (Hiim og Hippe, 1993: 20). De behavioristiske læringsteorier er i hovedsak fundamentert på observerbare handlinger og reaksjonene på disse. Generelt for forskningen innen behavioristiske tradisjoner har det blitt lagt vekt på at handlingene og responsen har vært observerbare og at metodene var objektive og presise. Viktige nøkkelord her er stimuli og respons, og en grunntanke er at riktig stimuli gir ønsket respons. Læringen er betinget. Pavlov, Watson og Skinner har i stor grad lagt fundamentet for dette synet på læring.

I matematikkfaget står den naturvitenskaplige tradisjonen fortsatt sterkt, Hiim og Hippe peker på begrepet *diagnostikk* som eksempel på dette. I følge dem er begrepet hentet fra medisinfaget, der målet var å kartlegge pasientenes symptomer. Dette var ment som en objektiv måte å kategorisere det enkelte tilfellet, slik at disse kunne få den mest hensiktsmessige behandlingen (Hiim og Hippe, 1993: 150). Bruken av diagnostiske prøver og diagnostisk undervisning i dagens skole må likevel ses på som mer sammensatt enn at det dreier seg om observasjoner for å kunne sette elevene i objektive kategorier. Dette ser vi blant annet i Brekkes introduksjonshefte til diagnostisk undervisning i matematikk. Han sier at heftet er fundamentert på at det er den enkeltes handlinger og erfaringer, som danner grunnlaget for læring (Brekke, 1995: 5). Dermed knytter han den diagnostiske undervisningen til konstruktivismen, en retning innen de kognitive teoriene.

Selv om matematikkundervisningen er preget av både behavioristisk og kognitive tradisjoner, velger jeg å ha størst fokus på de kognitive teoriene. Grunnen til dette er at hovedmengden av litteratur om og forskning på matematikk er bygget på disse.

2.1.1 Kognitive teorier

De kognitive teoriene kan ses på som en motvekt til de behavioristiske teoriene. Med dem ble fokuset flyttet fra de observerbare handlingene og reaksjonene, til det som foregikk inne i menneskets hode. Det var de mentale prosessene som var interessante. Prosesser som gjerne utvikles i samhandling med omgivelsene. I følge Imsen er læring "et resultat av hva mennesket gjør med stimuleringen, og ikke et resultat av hva stimuleringen gjør med mennesket" (Imsen, 2000: 36).

En av pionerene innen kognitive teorier er den sveitsiske biologen, psykologen og pedagogen, Jean Piaget (1896- 1980). Sentralt i hans teori står det å være i aktivitet og samhandling med omgivelsene.

Han tenkte seg at individet danner mentale bilder, såkalte kognitive skjema. Når det skjer læring, er det disse som utvides og endres. For å beskrive utvidelsen og endringen av disse brukte han ordene assimilasjon og akkomodasjon. I assimilasjonsprosessen blir nye erfaringer tilpasset de allerede eksisterende ideer som individet måtte ha, det oppstår ingen kognitive konflikter. I de tilfeller der individet opplever en kognitiv konflikt, må de allerede eksisterende skjemaer endres, dette kalles akkomodasjon og innebærer at de nye erfaringene får innpass i individets oppfattelse av verden. Dette er teorier som dagens læreplan er fundamentert på. "Læring skjer ved at det nye forstås ut fra det kjente - de begreper en har, avgjør hva en kan gripe og fatte. Kunnskaper, ferdigheter og holdninger utvikles i samspill mellom gamle forestillinger og nye inntrykk" (KUF, 1996: 29). Slik legger læreplanen vekt på at nettopp assimilasjon og akkomodasjon er sentrale i elevenes læring.

Konstruktivisme
Ideen om at kunnskap og forståelse dannes gjennom samhandling med omgivelsene, og at den enkelte konstruerer sin egen kunnskap, fører til at kunnskap ikke er noe som direkte kan overføres fra person til person. Mennesker er ikke passive mottakere av kunnskap, de må selv konstruere sin kunnskap ut fra egne erfaringer. Dette er grunnpilarene i konstruktivismen, en lære som i stor grad er tuftet på Piagets arbeid.

I følge Holm (2002) blir konstruktivismen delt inn i forskjellige varianter, som alle er fundamentert på de samme grunnholdningene. Eksempler på disse er: moderat konstruktivisme, sosial konstruktivisme og radikal konstruktivisme. Den sosiale konstruktivismen skiller seg ut ved at den i stor grad fokuserer på at kunnskap dannes i sosial samhandling. Videre sier hun at et slikt kunnskapssyn fører til at undervisningen må gi rom for utforsking og oppdagelse, slik at elevene kan danne seg egne bilder av kunnskapen. Det er imidlertid en forutsetning at læreren er tilstedet og fungerer som veileder, samtidig som vedkommende setter rammer for arbeidet (Holm, 2002: 50).

En sammenlikning av den tradisjonelle og den konstruktivistiske tilnærmingen til undervisning, er gjort av Cestari (i Sierpinska et. al., 1998: 156). Hun trekker fram fire hovedkategorier som har betydning for undervisningen; kommunikasjon, kognitive strukturer, oppgaver og status for feil. Hovedmomentene i hennes beskrivelser er her satt inn i en tabell:

	Tradisjonell behavioristisk	Konstruktivistisk
Kommunikasjon	Instruksjoner Ordrer	Spørsmål Fokus på elevene
Kognitive strukturer	Memorering Imitasjon	Refleksjon Forståelse
Oppgaver	Resultatorientert	Prosess
Status for feil	Feil Nederlag	Kognitive konflikter som danner grunnlaget for ny kunnskap

Figur 2-1: Behavioristisk og konstruktivistisk undervisningstradisjon (op. cit.).

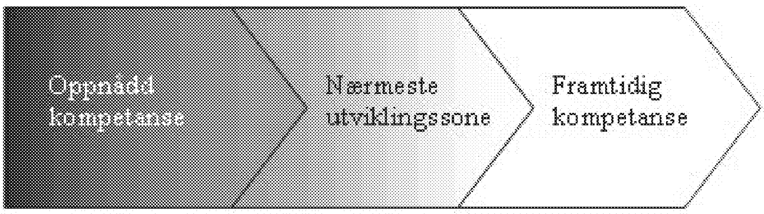
Skjemaet viser ytterpunktene innenfor begge tradisjonene, og gir et bilde på motsetningene mellom dem. Det er likevel ikke til å komme bort fra at blant annet det å automatisere, som kommer inn under behaviorismen, er en viktig del av matematikken. Bare ved å automatisere kunnskaper og algoritmer kan en frigi tankekapasitet, slik at oppmerksomheten kan rettes mot mer avanserte matematiske prosesser (Holm, 2002: 61).

2.1.2 Sosiokulturelle læringsteorier

Det de kognitive teoriene i hovedsak har blitt kritisert for, er den manglende vektingen av språket og den sosiale samhandlingen. Et unntak er sosial konstruktivismen, en retning der kunnskapen ses på som et sosialt produkt (Holm, 2002: 49). En som la stor vekt på språket, var den russiske psykologen og pedagogen Lev Vygotsky (1896- 1934). Han konkluderer med at når barn løser praktiske oppgaver, bruker de språket like mye som øyne og hender (Vygotsky, 1978: 26). Videre poengterte han at den sosiale samhandlingen, er fundamental og nødvendig for at det skal foregå læring. Han sier at all kulturell utvikling skjer to ganger, først på det sosiale plan, så individuelt. Altså først mellom mennesker, så mentalt inne i barnet (Vygotsky, 1978: 57).

I forbindelse med læring snakker han om to stadier. Det første stadiet kaller han for det *faktiske utviklingsnivået* (actual developmental level). Når elevenes kunnskap testes, er det i hovedsak det *faktiske utviklingsnivået* som testes. Det gis et bilde på hva elevene er i stand til å utføre på egenhånd, uten at de er i samhandling med andre. Slike tester er i hovedsak resultatorienterte. Det andre nivået han viser til er det *potensielle utviklingsnivået* (potential development), her er fokuset på hva elevene er i stand til å utføre under veiledning eller i samhandling med andre. Spranget mellom det *faktiske* og det *potensielle utviklingsnivået* kaller han den *proksimale utviklingssonen* (Vygotsky, 1978).

Säljö har laget en visuell framstilling av den proksimale utviklingssonen (Figur 2-2).



Figur 2-2: *Den nærmeste utviklingssonen (Säljö, 2001: 125).*

Han kaller det *faktiske utviklingsnivået* for *oppnådd kompetanse* og den *proksimale utviklingssonen* for *nærmeste utviklingssone*. I tillegg inneholder figuren *framtidig* *kompetanse*. Slik viser Säljö at han ut fra et sosiokulturelt perspektiv ikke ser på kunnskap som noe absolutt og endelig, men heller som noe dynamisk med utviklingspotensial.

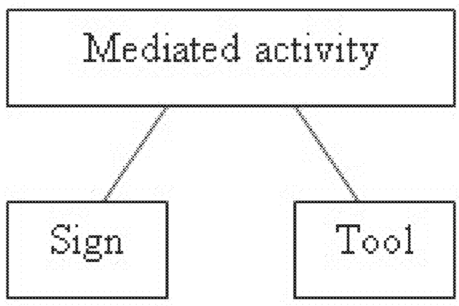
I følge Wertsch er målet med en sosiokulturell tilnærming å forklare sammenhengen mellom menneskets mentale prosesser og deres kulturelle, historiske og institusjonelle rammer (Wertsch, 1991: 6). Han poengterer at hovedmålet med det sosiokulturelle perspektivet, er å beskrive menneskelig handling. "A fundamental assumption of a sociocultural approach to mind is that what is to be described and explained is human *action*" (Wertsch, 1991: 8). Individets aktivitet anses dermed som et viktig bilde på de mentale prosessene. Samtidig sier han at den menneskelige handlingen og mediering er nært knyttet til hverandre. Han poengterer at det, ut fra Vygotskys synspunkt, vil være uten verdi å se på både formidlingsverktøyet (mediational means) og aktiviteten isolert, uten å se dem i sammenheng med hverandre. Disse er uløselig knyttet sammen (Wertsch, 1991: 119).

Säljö knytter store deler av sitt arbeid opp mot Vygotsky, og hans konklusjoner. Säljö har i stor grad knyttet det sosiokulturelle perspektivet opp mot læring, og er opptatt av å sette læringen inn i kommunikasjon og sosial samhandling. Säljö sier at samtalen er det viktigste redskapet vi har for å gjøre kunnskap og ferdigheter tilgjengelig for samfunnet. "I et sosiokulturelt perspektiv er læring nært knyttet til ulike former for kommunikasjon. Den viktigste mekanismen for å overføre kunnskaper og ferdigheter i samfunnet er *samtalen*" (Säljö i Bråten, 2002: 46). Han peker videre på at kunnskap og ferdigheter ofte ses på som noe absolutt, men at det ut fra et sosiokulturelt perspektiv er naturlig å se på disse som dynamiske prosesser som er under utvikling (Säljö i Bråten, 2002).

Kunnskap
Kunnskap er ikke et entydig uttrykk, tradisjonelt har ferdighet og forståelse vært to motstående aspekter ved kunnskapsbegrepet. I dag er en imidlertid mer opptatt av å se sammenhengen mellom disse, enn å utpeke det ene som bedre eller dårligere enn det andre. Likevel finner vi fortsatt skillet mellom forståelse og ferdighet i skolen. Dette synliggjøres ved at en ser på veien til forståelse som bruk av og erfaringer med konkretisering, mens ferdigheter er noe en oppnår ved å trene på bruk av prosedyrer og algoritmer (Ostad, 1992).

Skillet mellom kunnskap og informasjon blir presisert av Säljö (2001). I følge han kan en person ha mye informasjon, men denne blir ikke til kunnskap før personen er i stand til å anvende den i praktiske situasjoner, sette den i kontekst. Videre poengterer Säljö at for å bruke og forstå informasjonen, forutsetter det at man har tilgang på redskaper, både språklige og fysiske. Disse vil gjøre mennesket i stand til å kommunisere med, og forstå den sosiale konteksten. Han sier at "(…) redskaper *medierer* virkeligheten for mennesker i konkrete virksomheter" (Säljö, 2001, 83). Han forklarer begrepet mediering slik: "Mediering innebærer at vår tenking og våre forestillingsverdener er vokst fram av, og dermed farget av, vår kultur og dens intellektuelle og fysiske redskaper. Dette strider mot en rendyrket kognitivistisk forestilling, der intellektet oppfattes som rasjonelt og som noe som <<ligger under>>, som det heter, våre aktiviteter i konkrete menneskelige praksiser i hverdagen" (Säljö, 2001: 83).

I følge Säljö er det viktig å ikke skille konteksten fra handlingene og forståelsen, da disse tre er ulike sider av våre mentale konstruksjoner og virkelighetsoppfattelse. Vygotsky (1978), som Säljö i stor grad tufter sine teorier og holdninger på, poengterer at det er en sammenheng og vekselvirkning mellom symboler, mediert aktivitet og verktøy.



Figur 2-3: Mediated activity (Vygotsky, 1978: 54).

Med figuren over viste Vygotsky (1978) at tegn og verktøy står i forhold til hverandre, samtidig som de begge avhenger av og er underordnet mediert aktivitet. Han poengterer videre at tegn og verktøy alene ikke dekker begrepet mediert aktivitet, og nevner kognitiv aktivitet som eksempel på en aktivitet som ikke hører til tegn eller verktøy, men som likevel er en del av mediert aktivitet.

Det som Vygotsky (op.cit) sier skiller tegnet fra verktøyet er at tegnet er en indre faktor (internally oriented), mens verktøy er ytre faktor (externally oriented). I disse begrepene legger han at tegnet verken endrer eller påvirker objektet det representerer. Det som derimot kjennetegner et verktøy, er at det medfører endringer i objektet (Vygotsky, 1978: 55).

Historisk har den matematiske kompetansen blitt vurdert ut fra målbare resultater, skolen har vært resultatorientert. Nyere forskning har økt vekt på den matematiske aktiviteten, framfor fastsatte regler og objekter. "All matematisk aktivitet kan dermed sies å innebære en eller annen form for bruk av interne og eventuelt eksterne representasjoner. Representasjonene blir av den grunn viktige studieobjekter innen matematikkdidaktikken." (Alseth, 2003: 10). I begrepet representasjon legger Alseth (2003) at det er noe som beskriver en side, eller en egenskap ved et objekt. Han deler videre opp begrepet i visuell og intern representasjon, der førstnevnte i hovedsak utgjør eksterne representasjoner. Den visuelle representasjonen er tilgjengelig gjennom synet, eksempler på slike er tegninger, diagrammer og symboler. Den interne representasjonen utgjøres av de bildene individet har konstruert mentalt. Altså bilder og ideer som eksisterer inne i hodet til den enkelte, og som knyttes opp mot matematiske begreper. De visuelle representasjonene brukes i stor grad i den norske skolen, både av lærere og lærebøker. "Matematikk er ikke å behandle elementer med fast objektiv mening, men en situasjon som involverer sosial bruk av tegn. Verden ses ikke som noe konstruert av et individuelt subjekt" (Alseth, 2003: 123).

Innen det enkelte fag, også matematikken, møter elevene ulike typer og former for kunnskap. Mellin-Olsen (1992) nevner algoritmer, eksempler, modeller og bevis som ulike former for kunnskap i matematikkfaget (Mellin-Olsen, 1992; 243). Han poengterer videre at det ikke er et mål at de ulike områdene innenfor faget skal kunne slås sammen, men at elevene likevel må være i stand til å bygge broer mellom feltene. For å gjøre dette viser han til dialogen som et verktøy for å bevege seg mellom de forskjellige formene for kunnskap. Han poengterer at målet med dialog i denne sammenhengen ikke nødvendigvis er enighet mellom partene, men at det handler om samhandling og kommunikasjon mellom deltakerne.

2.2 Matematikk som språk

Vår verden er full av tegn, alle slags tegn. Tegn på at det går mot sommer, skrifttegn, musikktegn, bilder, symboler og kroppstegn. Og allerede før skolestart har elevene kjennskap til tegnet som representant for noe annet enn seg selv. De kjenner igjen ikoner og symboler i dagliglivet, slik som skilt og bokstaver, men de kan også uttrykke seg ved hjelp av tegn. De kan vise hvor gamle de er med fingrene, og de kan tegne sin familie med riktig antall familiemedlemmer. Tross disse erfaringene, er det matematiske symbolspråket ofte ukjent for elevene når de begynner på skolen. Slik blir skolen den arenaen der de skal lære å omforme sin konkrete kunnskap til skrevet kunnskap, aritmetikk. Læreplanverket for den 10- årige grunnskole poengterer viktigheten av å ta vare på og videreutvikle de begrepene og erfaringene elevene har med seg fra livet utenfor skolen.

For elevene på småskoletrinnet vektlegges lek som en sentral arbeidsmetode, og for matematikkfaget generelt fastslår læreplanverket at forståelse er viktigere enn pugging (KUF, 1996: 155). På samme tid som erfaringsbakgrunn, lek og forståelse skal være fundamenter i undervisningen er det ikke til å komme bort i fra at ett eller annet sted på veien må elevene bli i stand til å beherske det skriftlige symbolspråket i matematikk. Evnen til å omsette det muntlige språket til skriftspråk og motsatt, å tolke det skrevne ordet er et av hovedfundamentene i skolen. En overgang som mange mener er kritisk for elevene. Nettopp det at de ikke behersker overgangen fra det naturlige språket til det formelle matematikkspråket, kan gi elevene følelsen av at det er den matematiske forståelsen som er mangelfull.

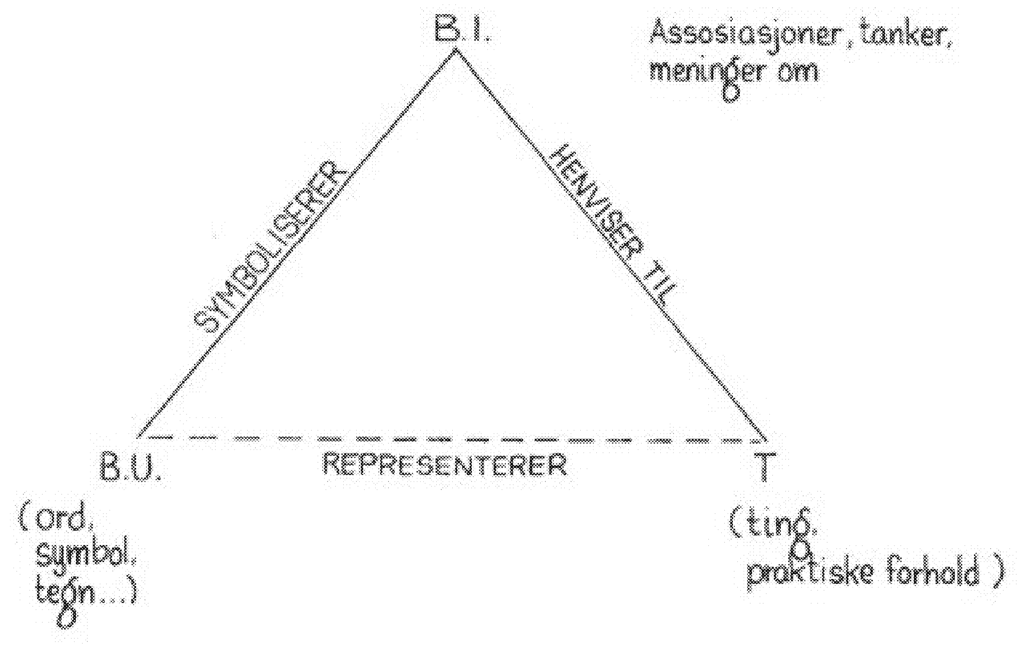
Ulike former for skriftlige framstillinger

Det skrevne ordet har imidlertid flere former med ulik grad av abstrakthet. Hughes (1986) viser til fire former for skriftlig framstilling, idiosynkratisk, piktografisk (billedlig), ikonisk og symbolsk. Den idiosynkratiske framstillingen brukes om skriftlige produkter som en ikke klarer å knytte opp mot det matematiske utgangspunktet. Denne brukes i hovedsak av små barn under skolealder. Piktografisk framstilling er når barna gjengir den eller de faktiske figurene. Her brukes ofte én-til-én korrespondanse og den er strukturelt lik den ikoniske framstillingen. Forskjellen er at når elevene benytter seg av ikoner, lager de sine egne representasjoner av det de gjengir. Det kan for eksempel være streker eller sirkler som står som uttrykk for objektene. Den fjerde framstillingen, symbolsk, kjennetegnes ved at tegnene er vilkårlige og ikke gir noen mening for dem som ikke er gjort kjent med det aktuelle symbolspråket. Eksempler på dette er bruken av tallsymbolene 1, 2 og 3 eller skriftspråket en, to og tre. Forskningen hans viste at fram til tredje klasse foretrakk elevene å bruke piktografisk- eller ikonsk framstilling, og først etter dette var bruken av symboler den mest brukte måten å formidle mengder skriftlig.

Hughes (op. cit) har forsket på sammenhengen mellom elevenes kunnskap og evne til skriftlig framstilling, og fant i sin studie at mange foreldre benytter fingrene når de samtaler med barna om matematikk, slik at fingrene fungerer som et oversettelsesledd mellom det abstrakte og det konkrete. Han peker videre på at barn må danne seg metoder for å oversette det språket spørsmålet blir formidlet gjennom, til noe som er kjent for dem. Utgangspunktet for dette er at han fant at det er språket som er problemet, ikke forståelsen. Han påpeker videre at det er et generelt problem for elevene å knytte symbolspråket de møter på skolen til den kunnskapen de bringer med seg fra hverdagslivet. Forskningen hans er blant annet bygget på teorien til Vygotsky, som er en av dem som har pekt på at skriftspråket og tegnet ikke er noe som følger naturlig i menneskets intellektuelle utvikling. "Signs and words serve children first and foremost as a means of social contact with other people" (Vygotsky, 1978: 28).

Språk av 1. og 2. orden

En som har bygd videre på Vygotskys arbeid er Høines (1998). Hun snakker om språk av 1. og 2. orden i analogi til Vygotskys proksimale utviklingssone. Et språk av 1. orden er det språket, både muntlig og skriftlig, som eleven har automatisert og er i stand til å bruke uten hjelp fra andre. Språk av 2. orden er et språk som krever at eleven har et oversettelsesledd, et eksempel på dette er det matematiske skriftspråket i begynneropplæringen. Eleven kan ha kunnskap og forutsetninger til å løse et praktisk matematisk problem muntlig, men er ikke i stand til å gjenkjenne denne oppgaven og løse den dersom den representeres ved symboler. Hun bruker følgende figur for å beskrive sammenhengen mellom språklige uttrykk det praktiske forholdet.



Figur 2-4: Språkuttrykk og innhold (Høines, 1998: 84).

Overgangen fra språk av 1. orden til språk av 2. orden blir av Høines (op. cit) beskrevet som kritisk, hun sier oversettelsesleddet er et bindeledd som ofte har ført til problemer og gitt elevene inntrykk av at de mangler evner innenfor matematikk. Hun påpeker at for mange er regnevansker synonymt med språkvansker.

Viktigheten av å ha et bindeledd mellom språk av 1. og 2. orden kan ses i analogi til det å ha et bindeledd mellom det regnestykket og kunnskapen fra dagliglivet.

En modell over ulike måter å representere sin kunnskap på presenteres av Mellin-Olsen (1984: 94) og er skapt av Bruner. I følge Mellin-Olsen har Bruner delt måtene å formidle egen kunnskap på i tre trinn: enaktiv, ikonisk og symbolsk kunnskapsrepresentasjon. Enaktiv kunnskapsrepresentasjon viser til at kroppen og kroppsspråket brukes for å uttrykke kunnskap. Denne formen for kunnskap var svært viktig i det premodernistiske samfunnet, der kunnskap ble formidlet fra generasjon til generasjon og var viktig for at kommende generasjoner skulle klare seg. Den ikoniske kunnskapsrepresentasjonen kjennetegnes ved billedlig framstilling. Den siste formen for kunnskapsrepresentasjon som er omtalt av Mellin-Olsen, er den symbolske. Her er figurene og bildene byttet ut med symboler.

En som har sett på sammenhengen mellom symboler og deres betydning er Pimm (1995). Han påpeker blant annet at fingrene ofte fungerer som en forlengelse av elevenes forståelse og tankevirksomhet. Videre peker han på tre ulike måter å bruke fingrene som konkretisering. Å *telle fingrene*, å *telle med fingrene* og å *telle på fingrene*, mellom disse gruppene er det både likheter og ulikheter. Når en *teller fingrene*, betraktes de som objekter, eventuelt kan de også uttrykke konkrete nummer, slik som tre eller fem. I uttrykket å *telle med fingrene*, legger han at fingrene fungerer som et hjelpemiddel for å organisere antallet objekter. Fingrene fungerer som en del av tellemekanismen og hjelper til med å knytte tallordene til objektene. Den tredje metoden, *telle på fingrene*, betyr at fingrene benyttes som plassholdere. Et eksempel er å bruke fingrene som tiere, slik at den første fingeren representerer ti, den andre tjue, den tredje tretti og opp til og med hundre. Et annet eksempel er å la fingrene på venstre hånd representere tiere og la de på høyre hånd representere enere (Pimm 1995). Fingrene blir en måte å visualisere tallene på. Pimm (op. cit) sier at illustrasjoner kan være en hjelp for elevene, men poengterer at dersom konteksten er ukjent for elevene, er ikke nødvendigvis figurene til hjelp. En ukjent kontekst fører ofte til at elevene møter to utfordringer, de må tolke og forstå både konteksten og illustrasjonene og på samme tid må de knytte disse sammen og se dem i sammenheng.

2.3 Gester, en del av språket

I vid betydning kan begrepet *gester* sies å bety kroppsspråk. Gestene kan klassifiseres etter graden av spontanitet. I den ene enden av skalaen finner vi de spontane, individuelle bevegelsene, som understøtter det verbale språket. I den andre enden av skalaen finner tegnspråk.

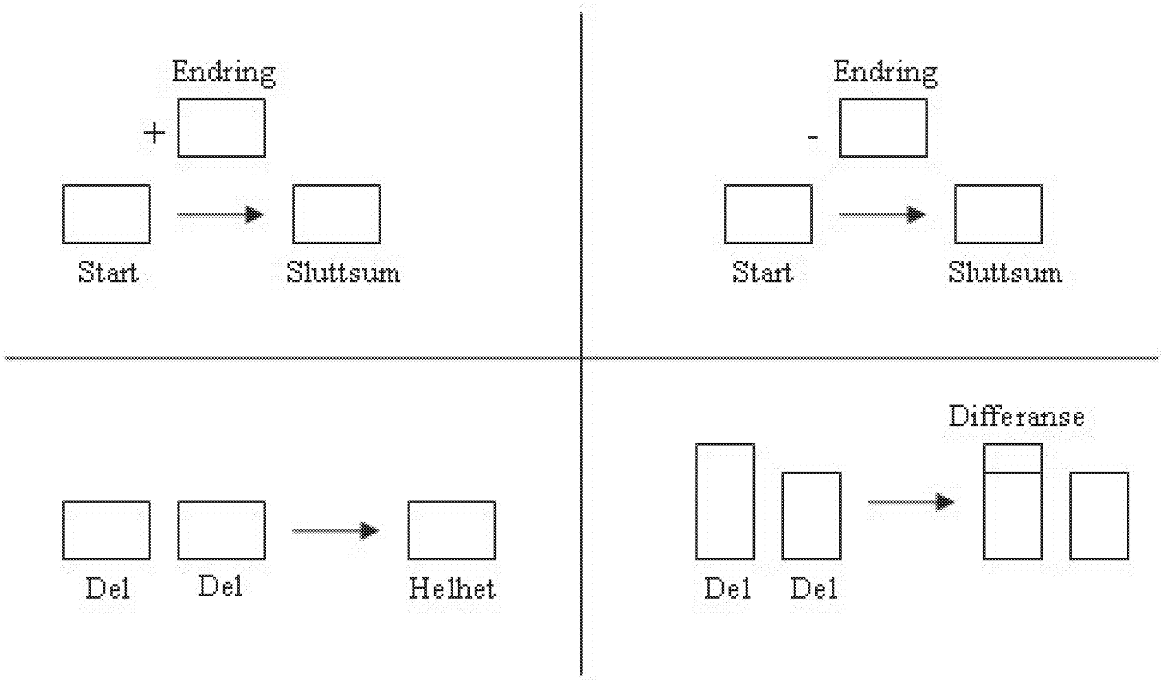
Tidligere forskning har vist at bruken av gester endrer seg etter hvilken situasjon og alder man er i. Roth viser til tidligere forskning og sier at først brukes gestene i stedet for muntlig språk. Barn lærer seg å bruke kroppsspråket før de behersker det muntlige språket. Deretter brukes gestene sammen med det verbale språket. Imidlertid viser forskning at barnas kroppsspråk ligger i forkant av det muntlige språket fram til 10 års alderen. Videre blir kroppsspråket generelt underordnet det verbale språket fra barna er rundt 14 år (Roth, 2003: 250).

Gester blir av Vygotsky omtalt som en forberedelse på det skrevne ordet. Følgende sitat av Vygotsky er gjengitt av Radford (2003: 65) "A gesture is specifically the initial visual sign in which the future writing of the child is contained as the future oak is contained in the seed. The gesture is a writing in the air and the written sign is very frequently simply a fixed gesture" (I Radford, 2003: 65). Gestene er derfor ikke bare en støtte for det muntlige og naturlige språket, det er starten på skriftspråket.

2.4 Addisjon, flere utgangspunkt

I andre klasse skal elevene arbeide med addisjon, både muntlig og skriftlig. Læreplanverket gir ingen videre utdyping av vanskelighetsgraden eller variasjonen av addisjon, den sier at elevene skal "arbeide med addisjon og subtraksjon og med å uttrykke dette muntlig og skriftlig" (KUF, 1996: 159). Det er likevel ikke til å komme bort fra at addisjon som regneoperasjon spenner over et bredt spekter, med ulike løsningsprosesser og vanskelighetsgrad.

Det finnes flere grupperinger og klassifiseringer av addisjon. Gutstein og Romberg (1995) har gitt en sammenfatning av disse. De har definert fire hovedkategorier, der ulikhetene går på strukturelle egenskaper ved oppgavens formulering (Gutstein og Romberg, 1995). Hver av kategoriene blir definert ut fra eksempler, som gis ved tekstoppgaver. Den første av disse gruppene er *legge til*, som innebærer at en starter med en mengde og får mer, disse utgjør til sammen en totalsum. Dette er den oppgavestrukturen som dominerer i norske matematikklæreverk for andre klasse. Der blir den imidlertid oftest presentert med symboler, ikke med tekst. En annen kategori er *separere*, her starter en med en sum og gir bort en del av denne, noe som fører til en ny sluttsum. Denne kategorien er strukturelt identisk med de tradisjonelle subtraksjonsoppgavene som en finner i matematikkbøker for andre klasse. Den tredje kategorien minner litt om den første, her har du to ulike grupper med gjenstander og disse danner til sammen en helhet, derav navnet *del - del – helhet*. Denne gruppa er altså strukturelt lik den første, men innholdsmessig skiller de seg fra hverandre ved at *legge til* kun inneholder identiske objekter. Den fjerde og siste kategorien er *sammenlikning*, her har en to mengder og differansen mellom disse. En av forskerne som Gutstein og Romberg bygger på er Karen Fuson, hun har laget et bilde av disse addisjonsgruppene (i Grouws, 1992: 245).



Figur 2-5: Hovedkategorier av addisjon (Fuson i Grouws, 1992: 245).

Innenfor hver av gruppene har vi mulighet for variasjon ved å velge om det er start-, endrings- eller sluttleddet som er ukjent. Gutstein og Romberg (1995) peker på at den naturlige progresjonen vil være å la oppgaver med små tall komme før tilsvarende oppgaver med større tall, og la oppgaver med resultatet ukjent komme før oppgaver der endringen eller sluttverdien er ukjent. Bortsett fra dette er det vanskelig å komme med generelle anbefalinger av hvilken rekkefølge oppgavetypene skal presenteres for elevene. Eksempler på oppgaveformuleringer som tar hensyn både til de 4 gruppene og til hvilken del av oppgaven som er ukjent er presentert av Gutstein og Romberg (1995), deres oppdeling gir totalt elleve ulike kategorier av addisjon (se Tabell 2-1).

	Resultatet ukjent	**Endring ukjent**	**Start ukjent**
Legge sammen	Gry har 5 klosser. Hun får 3 til av Alf. Hvor mange klosser har hun da til sammen?	Gry har 5 klosser. Hvor mange flere trenger hun for å ha 8 klosser?	Gry hadde noen klosser. Alf ga henne 3 til. Da hadde hun 8 klosser. Hvor mange klosser hadde hun til å begynne med?
Separere	Gry hadde 8 klosser. Hun ga bort 3 til Alf. Hvor mange klosser har hun igjen?	Gry hadde 8 klosser. Hun ga noen til Alf. Nå har hun 5 klosser igjen. Hvor mange klosser ga Gry til Alf?	Gry hadde noen klosser. Hun ga 3 til Alf. Nå har hun 5 igjen. Hvor mange klosser hadde hun til å begynne med?
Del – del – helhet	Helhet ukjent	Del ukjent	
	Gry har 5 røde klosser og 3 blåe klosser. Hvor mange klosser har hun til sammen?	Gry har 8 klosser. 5 er røde og resten er blåe. Hvor mange blåe klosser har Gry?	
Sammenlikne	Forskjell ukjent	Sammenlikning ukjent	"Referent" ukjent
	Gry har 8 klosser. Alf har 5 klosser. Hvor mange flere klosser har Gry enn Alf?	Alf har 5 klosser. Gry har 3 mer enn Alf. Hvor mange klosser har Gry?	Gry har 8 klosser. Hun har 3 mer enn Alf. Hvor mange klosser har Alf?

Tabell 2-1: Klassifisering av addisjonsoppgaver (Gutstein og Romberg, 1995).

Det er tre ulike prosedyrer som elevene kan gjøre seg nytte av for å løse denne typen oppgaver, diagrammer, regnestykker (number sentences), og prosedyrer og algoritmer (Gutstein og Romberg, 1995).

Diagrammer og formidlende representasjoner

Ved å vise til tidligere forskning belyser Gutstein og Romberg (1995) flere momenter som viser viktigheten av at elevene lærer å bruke diagrammer som representasjon av oppgaver de står ovenfor. Et av målene med å bruke diagrammer er å ha et hjelpemiddel når den mentale kunnskapen skal omsettes til skrift, slik at elevene har et hjelpemiddel til å strukturere og se egen kunnskap. Det er imidlertid vesentlig at elevene ikke bare forstår fragmenter i matematikken, slik som mengden, tallet og symbolet, men helheten og sammenhengen mellom disse (Gutstein og Romberg, 1995). Ikke alle elever er bevisst på egen kunnskap og forståelse, dette kan tydeliggjøres for eleven gjennom et diagram.

Et annet moment som Gutstein og Romberg (op. cit) omtaler er at grafiske framstillinger og diagrammer, vil gi eleven tilgangen til et heuristisk verktøy. De har altså et verktøy de kan bruke som hjelp for å se den underliggende strukturen i oppgaven. Nettopp viktigheten av å se oppgavens natur og helhet, gjør at bruken av diagrammer og annen systematisering er mye brukt under problemløsing.

Den tredje begrunnelsen de gir for at det å lære elevene å bruke og konstruere diagrammer er gunstig, er at elevene slik blir i stand til å selv lage passende diagrammer.

For at diagrammene skal være effektive og nyttige for elevene, er det viktig at elevene selv ser nytten av og verdsetter diagrammene.

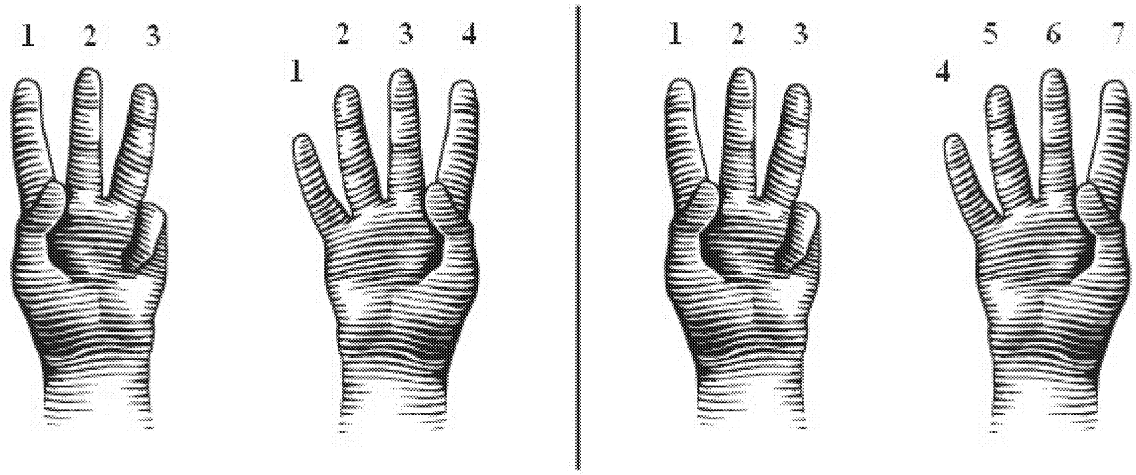
Regnestykker (brukeren av symboler)
Gutstein og Romberg (op.cit) poengterer at bruken av det matematiske symbolspråket står i analogi til bruken av diagrammer og at begge former for representasjon kan være gunstige å beherske for å være i stand til å løse problemoppgaver.

Det er allment akseptert at det å gjøre om kunnskapen sin til det matematiske skriftspråket er problematisk. På samme tid er ikke evnen til å benytte det matematiske symbolspråket avgjørende for hvor vidt eleven er i stand til å løse tidlige tekstoppgaver, som innebefatter addisjon og subtraksjon. Det er altså bindeleddet mellom løsningen og skriften som er det avgjørende her.

2.5 Strategier for addisjon

Et av de første stegene elevene tar inn i den formelle matematikkens verden, er å lære seg tallremsen. De automatiserer oftest tallenes navn og rekkefølgen på dem før de knytter dem opp mot mengden, slik blir tellingen noe kjent for barnet. Det blir en strategi barnet kan ta med seg inn i skolehverdagen og bygge videre på. Og det er nettopp ulike former for tellestrategier som i hovedsak brukes av barn som ennå ikke har automatisert addisjon med små tall.

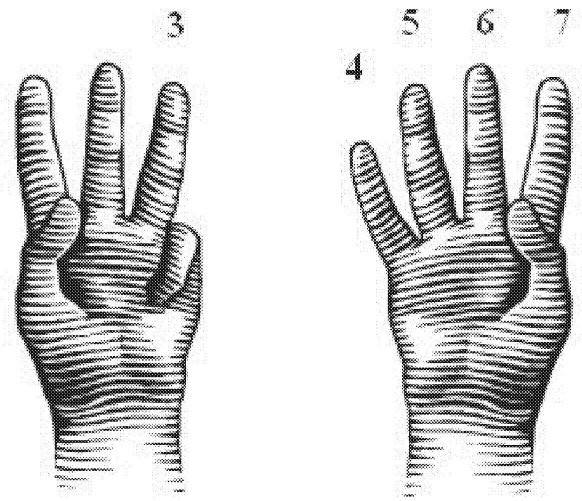
Fuson og Secada (1986) viser til tre tellestrategier, som har ulik grad av abstrakthet. Den første er *telle alle*, det innebærer at elevene først teller opp gruppene enkeltvis eller representerer dem med konkreter for så å telle alle på en gang. For at elevene skal kunne bruke denne strategien, må de altså ha mulighet til å representere begge mengdene som skal summeres. Dersom det er snakk om små tall vil fingrene være et naturlig valg for å konkretisere tallene, med større tall vil konkretiseringsmateriell være til hjelp for eleven. Et problem med denne strategien er at elevene får mange enheter å holde styr på, slik at de lett kan telle feil (Fuson og Secada, 1986). Under, i figur Figur 2-6, ser vi eksempel på denne strategien, der fingrene brukes for å konkretisere mengdene.



Figur 2-6: Telle alle strategien.

Vi ser at eleven kan ha behov for å telle begge mengdene først, slik de to hendene til venstre viser. Dersom eleven er kjent med tallsymbolene og mengdene, vil han antakelig starte direkte på strategien som figurens høyre side viser, dette forutsetter at han er i stand til å gjengi både treermengden og firermengden uten å telle dem først.

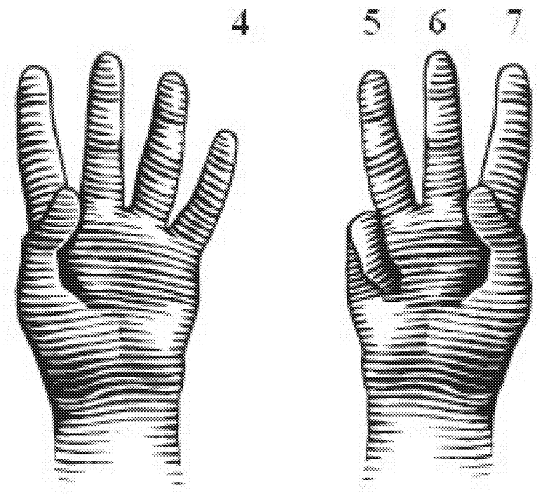
Etter hvert som elevene får erfaring med *telle alle strategien*, vil de se at det ikke er behov for å telle den første mengden. De vil da gå over til en annen tellestrategi, *telle videre*, dette innebærer at de starter tellingen med den ene mengden, eller med den første på mengde nummer to. I dette tilfellet innebærer det at de enten starter med tre, som er den ene mengden, eller fire, som er første tallet etter tre. I Figur 2-7 betyr dette at de enten starter med tre, som er summen av den første mengden, eller de starter direkte på fire, som da blir starten på den andre mengden.



Figur 2-7: Telle videre strategien.

Denne strategien forutsetter at eleven ikke har behov for å verifisere for seg selv at treermengden faktisk er tre. Eleven har kommet dit i sin tallforståelse at han vet at en mengde på tre vil gi tallet tre når han teller hele mengden. Fuson og Secada (1986) poengterer at *telle videre strategien* er mer effektiv enn *telle alle strategien*. Dette er fordi det er færre elementer å telle, noe som fører til at sjansen for å telle feil minsker og tellingen tar mindre tid. Begrepsmessig er denne strategien også mer avansert enn den første, fordi eleven til en viss grad har begynt å tenke abstrakt.

Den tredje tellestrategien forutsetter at elevene er fortrolige med at addisjon er kommutativt. De vil her benytte *telle videre strategien*, men bevisst starte med en største av mengdene. Elevene vil da enten fysisk snu om på mengdene sine, eller de vil gjøre dette mentalt. Denne strategien kalles *minimums strategien* og vises i Figur 2-8.



Figur 2-8: Minimumsstrategien.

Denne strategien stiller enda større krav til elevens evne til å abstrahere enn de foregående. For å kunne benytte seg av at addisjon er en kommutativ regneoperasjon, må eleven være i stand til å vurdere mengdenes størrelse mot hverandre uten at de sammenliknes ved en-til-en korrespondanse. Slik kan eleven avgjøre hvilken av mengdene han skal begynne med. Disse strategiene brukes vanligvis parallelt og fleksibelt av elevene.

Når elevene kan summere gitte tall uten å telle, sier vi at de har automatisert addisjonen med disse tallene. Automatisering av regneoperasjoner er ikke et endelig resultat, men en prosess eleven befinner seg i. Derfor vil eleven benytte en blanding av tellestrategier, automatisering og sammenlikning. "Barn tar i bruk ulike strategier for å finne ut <<hvor mange>>; ofte er telling sentralt" (Reikerås, 2001: 227).

Når det gjelder automatisering sier Reikerås "Det finnes også strategier der telling kombineres med det å huske kombinajoner" (Reikerås, 2001: 228). Barnet starter med å lære utenat hva summen av to like tall er. For eksempel at seks pluss seks er like mye som tolv. Dette bruker eleven også for å summere tall i nærheten av seks. Et eksempel på dette er at elevene vet hva seks pluss seks blir og når han skal finne ut hva fem pluss seks blir, teller han én ned fra tolv. Altså fem pluss seks er en mindre enn seks pluss seks, ergo elleve. Normalt vil elevene benytte en blanding av tellestrategier og automatisering når de regner. Dette understøttes av Neuman (1989: 136) som sier at barn kan kjenne eller lære summen av like tall før de er i stand til å utføre formelle regneoppgaver. Denne kunnskapen vil de etter hvert lære seg å bruke for å løse andre oppgaver, for eksempel 4 + 5. Her vil de både kunne tenke at 4 + 4 = 8 og en til blir ni, eller at 5 + 5 = 10 og en mindre blir ni.

3 Metode

Målet med denne forskningen har vært å se på hvordan elevene samhandler med hverandre og med lærer i klasserommet, med hovedvekt på mening av didaktiske aktiviteter, og det har derfor vært naturlig å holde seg innenfor den etnografiske forskningsmetoden fortolkende forskningsparadigme.

> Begrepet *paradigme* ble innført i vitenskapsfilosofien av Kuhn (1970) i hans verk <<The structure of Scientific Revolutions>>. Kuhn selv anvender begrepet paradigme i flere betydninger. Dels mener han med paradigme totaliteten av begreper, definisjoner, standarder, tolkninsskjemaer osv. som inngår i vitenskapen, og *som deles av de som arbeider innefor vedkommende disiplin*. Dels lar han begrepet stå for forbilledlige eller mønstergyldige løsninger av vitenskaplige problemer innen disiplinen. Den siste betydningen er overordnet den første. (Gulbrandsen i Dysthe, 1996: 175)

En grunnleggende antakelse innen det konstruktivistiske paradigmet er at virkelighetens kunnskap er sosial konstruert. Dette danner fundamentet for at en ser på deltakerne som gjensidig påvirket av hverandre i en interaktiv prosess.

Det er ikke et mål å kunne generalisere resultatene fra denne oppgaven. Det er ikke de store strukturene som er interessante, men enkeltindividene og det enkelte klasserommet. Verdien av oppgaven kommer ikke til syne i generelle slutninger, men i form av refleksjoner som har verdi for videre undervisning.

3.1 Innsamling av data

Det innsamlede datamaterialet består i hovedsak av elevintervju, klasseromsobservasjon og oppgaver elevene har gjort i løpet av observasjonstiden. Alle elevene ble intervjuet og 20 arbeidsøkter ble observert, hvorav syv av disse ikke er videofilmet. Begrepet time er på vei ut av den norske skolen, og elevenes arbeidstid deles inn i ulike tidsintervaller, derfor har jeg valgt å omtale hver av de observerte arbeidsperiodene som arbeidsøkter. Målet med innsamlingen har vært å se i hvilken grad elevene er i stand til å skape tekst ut fra dialog, samhandling og kroppsspråk.

Før jeg satte i gang med de endelige intervjuene gjennomførte jeg et pilotprosjekt med fire av klassens elever. Årsaken til at jeg brukte disse elevene og ikke elever fra andre skoler, er at jeg ikke fant andre aktuelle elever. Elevene som deltok i pilotprosjektet var to jenter og to gutter. Disse elevene ble intervjuet på nytt da de endelige intervjuene ble gjennomført. Datamaterialet fra pilotprosjektet er bevart i sin helhet og benyttet i den endelige analysen, slik at det kun var nødvendig å introdusere elevene for de nye oppgavene under det endelige intervjuet. De intervjuene jeg gjennomførte i forkant av observasjonen (pilotprosjektet) varte i underkant av én time, dette var tydelig for lenge for elevene. Særlig guttene viste og uttrykte tydelige tegn på manglende konsentrasjon under siste halvdel av intervjuet.

3.1.1 Intervju

Oppgavene som intervjuet baserte seg på var i grove trekk delt inn i to kategorier, aktiviteter og regnefortellinger. Alle oppgavene ble formidlet muntlig, et valg som syntes naturlig da elevene ennå er i innlæringsfasen på lese- og skriveopplæringen, og derfor ikke er i stand til å tolke og bearbeide tekst mens de leser.

Følgende oppgaver dannet fundamentet for intervjuene, alle oppgavene formidles muntlig til elevene:

	Tittel	Oppgave	Begrep
Aktiviteter	To terninger	Eleven får utdelt to terninger og blir bedt om å lage et skriftlig regnestykke med disse. Dette gjør de tre ganger.	Addisjon
	Tre terninger	Eleven får utdelt tre terninger og blir bedt om å lage et skriftlig regnestykke med disse. Dette gjør de tre ganger.	Addisjon
	4 + 2 + 6	Elevene får fortalt et regnestykke muntlig og blir bedt om å løse dette.	Addisjon
	Telling	Elevene blir bedt om å fortelle hvor langt de kan telle, og hvilket tall de kan telle baklengs fra. Videre blir de spurt om hva som kommer etter 5 og etter 13. Og hva som kommer før 8 og før 17. Disse tallene bes de videre om å uttrykke skriftlig.	Telling
Tekstoppgavene presenteres muntlig for elevene			
Regnefortellinger	Epler	Lærer har 5 epler og får 8 til, hvor mange epler har hun da? Skriv eller tegn regnestykket	Addisjon, legge til, slutt ukjent
	Sukkertøy	Lærer har noen sukkertøy. Så spiser hun 4. Da har hun 7 igjen. Hvor mange hadde hun først? Skriv eller tegn regnestykket.	Addisjon, separere, start ukjent
	Pærer	Jeg har 9 pærer og Lærer har 5 pærer. Hvor mange flere pærer har jeg enn Lærer? Skriv eller tegn regnestykket.	Addisjon, sammenlikne, endring ukjent

Tabell 3-1: Oppgaver brukt i intervjuet (Alseth, 2003:151).

Den første oppgaven, to terninger, ble i utgangspunktet valgt fordi den representerer noe kjent for elevene, slik at intervjuet innledes med noe alle elevene føler seg fortrolig med. Videre har jeg valgt å utvide oppgaven til å omfatte kast med tre terninger, hvordan håndterer elevene denne endringen? Elevene har, med utgangspunkt i ulike aktiviteter, erfaring med å lage skriftlige regnestykker på egen hånd, men disse regnestykkene inneholder som regel kun to mengder som skal summeres. Derfor var jeg usikker på om elevene ville løse oppgaven med tre terninger ved å legge sammen to av terningene i hodet og framstille denne oppgaven skriftlig på samme form som oppgaven over. Dette gjorde at jeg valgte å gi elevene et regnestykke som inneholdt to addisjonstegn, altså tre mengder som skulle summeres. Denne ble formidlet muntlig, slik håpet jeg at den til tross for sin faste form skulle åpne for bruk av ulike strategier.

Oppgaven der elevene ble bedt om å fortelle hvor langt de kunne telle, både forlengs og baklengs er tatt med fordi alle elevene behersker den muntlige tallrekken opp til hundre. Slik mener jeg oppgaven vil gi elevene en følelse av mestring, samtidig gir den skriftlige framstillingen meg et bilde av i hvilken grad de er i stand til å gjengi tallene skriftlig. Denne oppgaven har jeg valgt å ikke analysere. Bakgrunnen for dette valget er at elevenes forhold til egenprestasjon i stor grad spiller inn på hva de svarer. Dette gjorde at noen av elevene tok godt i og fortalte at de kunne telle med svært store tall, mens andre var redde for å si for høye tall og var forsiktige med hvor store tall de kunne håndtere. Det var vanskelig å se noen sammenheng mellom elevenes tallforståelse og erfaring med store tall, og deres syn på hva de var i stand til å klare.

De tre regnefortellingene er i hovedsak plukket ut med bakgrunn i at de representerer tre av fire addisjonskategorier som nevnes av Gutstein og Romberg (1995). I tillegg til å være strukturelt ulike, har de til felles at elevene ikke hadde erfaring med å lage skriftlige tolkninger ut fra det de kjenner som regnefortellinger. De hadde imidlertid erfaring i å lage og løse regnefortellinger. Disse er strukturelt i hovedsak på formen legge til, og alle har det til felles at det er sluttresultatet som er ukjent. Carpenter (1986) poengterer at oppgaven med sukkertøy generelt er vanskelig for elevene, ikke bare fordi strukturen med at det første elementet er ukjent, men også fordi handlingen som gir svaret ikke følger kronologisk ut fra oppgaveteksten. Generelt er elevene mest kjente med oppgaver der startmengden er gitt.

Gjennom alle oppgavene har jeg hatt fokus på elevenes evne til å overføre muntlige og konkrete situasjoner til skriftspråket. Et flertall av oppgavene er åpne i den forstand at den skriftlige representasjonen avhenger av hvordan elevene tolker oppgaven. Årsaken til dette er at jeg ønsket å åpne for fleksibilitet og selvstendighet i elevenes løsningsprosess.

Elevene har tilgang på konkretiseringsmateriell under hele intervjuet, disse var epler, sukkertøy, terninger og kuleramme. Eplene og sukkertøyene ble valgt ut fordi de har direkte tilknytning til to av oppgavene. Elevene har ingen direkte erfaring med å bruke sukkertøy som konkretisering, men sukkertøy er likevel noe som er kjent for alle. Samtidig med at elevene er kjente med sukkertøy, har de positive assosiasjoner til det, noe som er en fordel for at de skal føle seg bekvemme med å benytte disse til konkretisering. Et annet moment som kommer inn er at elvene er kjente med å ha spiselige konkreter, nøtter og rosiner, det kan være at dette gjør at de ubevisst drar paralleller fra disse til sukkertøyene.

Elevene har noen kulerammer på klasserommet sitt, disse henter de på eget initiativ dersom de føler behov for konkretisering. De oppfordres ikke direkte til å bruke kuleramme, men lærer motiverer til det ved å selv bruke kuleramme. Særlig når klassen summerer i plenum, slik viser hun aksept for bruken av kuleramme som hjelpemiddel. Da mine observasjoner ble gjort hadde elevene begynt å gjøre seg kjent med posisjonssystemet, men kulerammen ble i hovedsak brukt som redskap for å telle opp mengder.

3.1.2 Elevarbeid

Det elevarbeidet jeg har valgt, er hentet fra de første arbeidsøktene jeg var tilstedet i klassen. Felles for dem er at elevene har startet med blanke ark, og selv laget regnestykkene ut fra aktiviteter som innebefattet konkreter. Elevene sto fritt til å arbeide i eget tempo og etter egne forutsetninger, derfor har de laget ulike antall regnestykker.

I den første oppgaven har elevene fått utdelt to terninger hver, disse skal de bruke som utgangspunkt for å lage regnestykker. Denne oppgaven har de gjort erfaring med tidligere, men da ved å tegne terningene, ikke bare ved å skrive symboler. I den andre oppgaven skal elvene handle to varer om gangen og lage regnestykker med disse. Lærer poengterer at de ikke bare skal bruke tallsymboler, men også tegne gjenstandene. Begge oppgavene tar utgangspunkt i addisjon som operasjon.

3.1.3 Klasseromsobservasjon

Matematikk er noe som er fordelt over hele skoledagen til elevene jeg observerte, dette sammen med gjennomføring av høstferie og sykdom hos lærer, førte til at datainnsamlingen min gikk over lenger tid enn beregnet for at jeg skulle få vært tilstedet under mange nok arbeidsøkter. Da klassens lærer var sykemeldt ønsket ikke vikaren å bli observert med videokamera.
Videre hadde klassen studenter fra lærerskolen under deler av observasjonen. Derfor er ikke alle timene ledet av klassens lærer, noen av timene er ledet av studentene. Jeg valgte

imidlertid å ikke la dette ha noen innvirkning på min observasjon, fordi studentenes tilstedeværelse faktisk er en realitet for elevene og deres læringssituasjon.

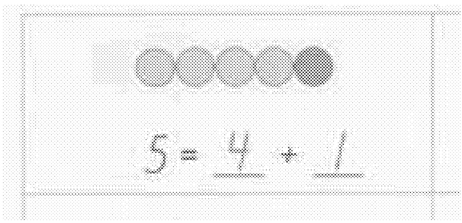
I analysedelen er enkelte deler av elevenes arbeid gjengitt. Sidene de er klippet ut fra er gjengitt i sin helhet som vedlegg på slutten av oppgaven.

3.1.4 Læreboka

Klassen arbeider i hovedsak uten bok, men har en arbeidsbok som de får jobbe litt med på slutten av timene og når de er hjemme. Læreverket heter Tusen Millioner og er skrevet av Anne-Lise Gjerdrum og Espen Skovdahl. Det er Cappelen som har gitt ut bøkene, og utgivelsesåret er 1997. Selv sier forlaget at det i boka legges vekt på en sakte progresjon, slik at den kan favne om flest mulig av elevene.

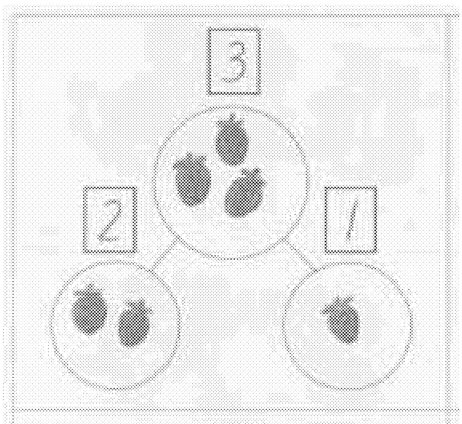
Det er flere momenter som er tatt med fra læreverket, blant annet kort om hvordan lærerveiledningen kommer med forslag til gjennomføring og oppgaver der elevene har avvikende besvarelser. De aller fleste oppgavene i boka løser elevene fint, uten regnetekniske feil. Disse oppgavene er ikke tatt med i analysekapittelet da intensjonen med å bringe læreverket på banen ikke er å vurdere læreverket som helhet, men å se på den i analogi til bruken i klasserommet.

De delene av læreboka som er tatt med, er valgt ut fra elevenes besvarelser og oppgavenes utforming. Det er to typer oppgaver, der begge i stor grad har visualiserende elementer. I den ene oppgaven blir elevene presentert for et tallsymbol, for eksempel 5, og en visualisering av denne (se Figur 3-1). Elevens oppgave er å lage et uttrykk for symbolet, som står i direkte tilknytning til en visualisering.



Figur 3-1: Oppgave s. 28, lærebok.

Den andre oppgaven (Figur 3-2) går også ut på at elevene skal knytte tallsymboler til figurer og uttrykke en totalsum ved to mengder. Forskjellen er at her skal elevene selv dele den totale summen i to.



Figur 3-2: Oppgave s. 30, lærebok.

3.2 Bearbeidelse av data

Hensikten med bearbeidelsen var å observere, vurdere og stedfeste elevenes gestikulering og muntlige utsagn, og resultatet av disse, som i hovedsak består av skrevet materiale og samhandling mellom elevene og mellom elev og lærer.

I det bearbeidete datamaterialet er elevene gitt fiktive navn, og læreren omtales som "Lærer". Grunnen til at læreren kalles "Lærer", og ikke er gitt et vanlig navn, er at det slik blir lettere å skille elevutsagn fra lærerens. I de arbeidsøktene som har vært ledet av studenter blir den som leder timen omtalt som "Studenten" eller "Stud".

3.2.1 Intervju

Intervjuene ble transkribert i sin helhet slik at jeg med letthet kunne gå inn i de ulike elevbesvarelsene og -resonnementene. Videre er elevenes besvarelser systematisert etter det skrevne materialet, deres muntlige resonnementer og gestikulering. Tabeller over disse er gjengitt under analysedelen, avsnitt 4.1. Den opprinnelige kategoriseringen, som danner grunnlaget for tabellene i analysen, finnes som vedlegg (se vedlegg 9.3 – 9.5).

Under intervjuet var det et problem at enkelte av elevene var sensitive på om intervjuer skrev mens de regnet. Dette førte til lite feltnotater fra intervjuene, slik at elevene i størst mulig grad skulle konsentrere seg om oppgavene, ikke om hva intervjuer tenkte og gjorde. For å kompensere for denne mangelen ble dataen bearbeidet direkte etter innsamling.

3.2.2 Oppgaveanalyse

Fordi oppgavene er forskjellige både med hensyn på antall regnestykker og størrelsen på tallene, er det ikke mulig å sammenlikne dem direkte. Det har i stedet vært et mål å prøve å beskrive de individuelle valgene av løsningsstrategier og å se på aktiviteten knyttet opp mot oppgavene.

I første omgang gikk jeg gjennom alle elevbesvarelsene for å få et helhetlig bilde av elevene sine besvarelser. Deretter har jeg fordypet meg i de besvarelsene jeg har funnet interessante. Fordi jeg ikke har tilgang på prosessen fram mot elevenes besvarelser, har jeg ikke sett det hensiktsmessig å bruke tid på de regnestykkene som er uttrykt korrekt med tallsymboler og der summasjonen er riktig.

3.2.3 Klasseromsobservasjonene

Bearbeidelsen av klasseromsobservasjonene startet allerede under datainnsamlingen, da jeg noterte fortløpende det faktiske hendelsesforløpet i arbeidsøktene. Mens jeg observerte undervisningen og elevenes arbeid begynte jeg å gjøre meg noen tanker om det jeg så. Slik har bearbeidelsen og analysen vært en kontinuerlig prosess, som har pågått parallelt med datainnsamlingen. På samme tid har jeg vært oppmerksom på at det å avgjøre i hvilken grad det ene har vært bedre enn det andre ved å kun se på fragmenter av elevenes læringssituasjon, ikke gir noe helhetlig bilde av denne. Det har derfor vært viktig for meg å ha hovedfokuset på det som var direkte observerbart når jeg har vært i klasserommet, og ikke å gi meg selv noen form for dommerfunksjon.

De klasseromssekvensene jeg har funnet aktuelle, har blitt transkribert. Dette valget tok jeg blant annet fordi en del av arbeidsøktene hadde innslag av undervisning som direkte rettet seg mot leseopplæring, mens andre igjen var problematiske å bearbeide på grunn av timens struktur. Da elevene spilte bingo i slutten av en arbeidsøkt er et eksempel på en aktivitet som gjør det vanskelig å fokusere på enkeltelevens aktivitet og resonnement. Et annet eksempel er da noen av elevene bygde med klosser. Mens de jobbet med klossene, var det to andre grupper som arbeidet med andre aktiviteter. Dette førte til at lydnivået i klassen ble høyt, og kameraet tok inn stemmene til elevene på de andre gruppene.

Under ser vi en tabell som beskriver innholdet og strukturen i de observerte arbeidsøktene. Den er inndelt i to hovedkategorier, innhold og struktur. Der førstnevnte sier noe om hva som blir gjort, mens strukturen forteller hvordan elevene er gruppert under arbeidet. Felles betyr at elevene sitter på sine faste plasser og læreren står framme ved tavla. Lytte er når klassen samles i lyttegruppa, de sitter da samlet i en liten halvsirkel. Smågr er en forkortelse for smågrupper og brukes om arbeid der elevene deles inn i mindre grupper. Den siste kategorien er for det individuelle arbeidet.

Observasjon av arbeidsøktene

	Innhold	**Struktur**			
	Aktivitet	Felles	Lytte	Smågr	Indiv
Uke 36					
1,	Samtale.	x			
2*	Sang, om tall.	x			
	Samtaler om tall.	x			
	Oppdeling av 5.	x			
3*	Samtaler om dagens tall som er dagens dato (7.).	x			
	Oppdeling av 5.	x			
	Regnefortellinger med illustrasjon på tavla.	x			
	Elevene lager selv oppgaver.				x
	Sang, tellesang om indianere.	x			
	Jobber i arbeidsboka.				x
Uke 37					
4,	Sang, om butikk.	x			
5*	Butikk.				x
	Sang, tellesang om indianere.	x			
Uke 38					
6,	Legge konkreter inni en ring.		x		
7	Telling.		x		
	Muntlige regnefortellinger.		x		
	Sang, med tall.	x			
	Jobber i arbeidsboka.				x
	Snakker om et eventyr.	x			
	Muntlige regnefortellinger	x			
8,	Sang (ikke matematikk).	x			
9	Dagens tall (22.)	x			
	Sang, om tall opp til og med 10.		x		
	Dagens tall og konkreter.		x		
	Bingo.	x			
	Verksted (klosser, butikk, spå).			x	

	Innhold	Struktur			
	Aktivitet	Felles	Lytte	Smågr	Indiv
Uke 39					
10, 11*	Samtaler om terningen, sider og summer.	x			
	Lærer lager regnestykker med fyrstikk på overheaden.	x			
	Lager syver- og åtterhus på tavla.[1]	x			
	Ser etter ting det er åtte av i klasserommet.	x			
	Jobber i arbeidsbok.				x
	Sang, om tiervenner.		x		
	Oppdeling av 8.		x		
Uke 43					
12	Jobbe i arbeidsboka.				x
	Sang, om tiervenner.		x		
	Elevene spiser rosiner og skriver regnestykket på flippoveren.		x		
	Samtale om tallinja.	x			
	Sang, om tall opp til ti.				
	Elevene lager selv oppgaver.			x	x
	Jobber i arbeidsboka.				x
Uke 44					
13, 14	Gåte om klokka.	x			
	Snakker om lang og kort tid, hva kan elevene som tar kort tid?		x		
	Oppgaver om klokka.				x
	Sang, om klokka.	x			
	Trener på leseleksa.	x			
15	Lytte til klassisk musikk.	x			
	Morgenrutiner, kalender og dato.	x			
	Oppdeling av 4. Veksling til halve.	x			
	Går gjennom bøker som klassen har lånt.	x			
Uke 45					
16, 17	Samtale om klokka.		x		
	Oppgaver om klokka.				x
	Samtaler om minus.		x		
	Leker mattetog. Lærer skriver regnestykker på tavla.		x		
	Jobber i arbeidsboka.				x
	Samtale om geometriske figurer.		x		
	Ark om antall kanter på geometriske figurer.				x
18	Samtale om vinkel. Hva er en vinkel og hvor finner vi vinkler?	x			
	Jobber i arbeidsboka.				x

* Arbeidsøktene er ikke videofilmet.

19,	Klippe et bånd slik at det blir en meter.	x			x
20	Sammenlikne med hverandre og måler.				
	Snakker om meter og centimeter.	x			
	Lage papirfly.			x	
	Ut og kaste papirfly, måler lengden på kastet.			x	
	Sang.	x			
	Kårer meter- og lengdemester.	x			
	Sudoku, spill og butikk.			x	

Som vi ser av tabellen tar mye av undervisningen utgangspunkt i aktiviteter og klassen jobber ofte i fellesskap.

3.2.4 Læreboka

Bearbeidelsen av oppgavene i læreboka startet med at jeg gikk gjennom de hundre første sidene i elevenes arbeidsbøker og konsentrerte meg om elevenes besvarelser i større grad enn lærebokas oppgaveformulering. Da denne gjennomgangen ble utført hadde ikke lærer sett gjennom bøkene og elevene hadde jobbet i eget tempo. Et generelt trekk ved boka, var at elevene i stor grad mestret de regnetekniske utfordringene, det var svært få feil på oppgavene som kun involverte symboler.

Etter å ha gått gjennom elevenes besvarelser i bøkene, valgte jeg ut to oppgaver som hadde preg av problemløsing. Disse oppgavene presenterte jeg så på et åpent seminar ved høgskolen i Agder, der tilhørerne fikk mulighet for å kommentere oppgavene. Tilbakemeldingene som ble gitt på oppgavene da har vært med på å påvirke min analyse av oppgavene. Til sist diskuterte jeg oppgavene med klassens lærer.

3.3 Kontekst

3.3.1 Skolen

Skolen ligger i en liten by, som tross det lave innbyggertallet brer seg over et stort areal. Til sammen har byen 10 offentlig skoler og en privatskole med tilbud på småskoletrinnet.Fire av de offentlige, samt den private skolen, har klasser på mellomtrinnet. Utover disse skolene har kommunen et antall skoler ute i distriktet.

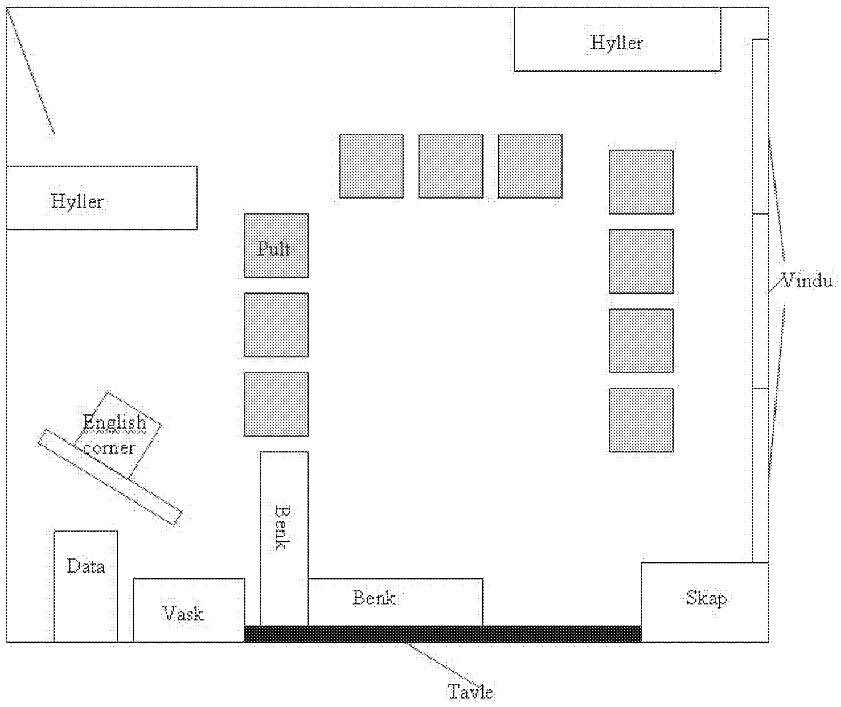
I utgangspunktet ønsket jeg i utgangspunktet å gå inn på mellomtrinnet og kontaktet de skolene som da var aktuelle for meg. En av skolene kom med positiv tilbakemelding, en med tilbud om å følge en klasse på småskolen, en med tilbud om å følge en klasse på mellomtrinnet. Imidlertid trakk sistnevnte seg.

Skolen jeg har innhentet mitt datamateriale fra er forholdsvis liten og har syv klasser, fordelt på syv klassetrinn. Det er stor variasjon i antallet elever på de ulike trinnene, med 10 elever i den minste og 26 elever i den største klassen. Det er ingen entydig trend som tilsier at det de kommende årene vil jevne seg ut og bli tilnærmet like store klasser.

Området som skolen hører til består i hovedsak av eldre bebyggelse, med noen nyere boligfelt. Det er i hovedsak familier med tilknytning til området som bor og bosetter seg der, og det er disse som benytter skolen for sine elver. For øyeblikket planlegges nye boligfelt i området, slik at flere familier vil få mulighet til å flytte dit.

3.3.2 Klasserommet

Elevene sitter i hesteskoform, med tavlen på hesteskoens åpne del. Framfor tavla har de to benker som de bruker når de har *lyttekrok*. Dersom tavla skal brukes i *lyttekroken*, flyttes benken under tavla ut, slik at elevene som sitter på den ser rett mot tavla.



Figur 3-3-3: Klasserommet.

I et hjørne av klasserommet har de en datamaskin, som ikke ble benyttet den tiden jeg var i klassen. I etterkant av min observasjonsperiode har de tatt den i bruk, men da primært i lese- og skriveopplæringen.

3.3.3 Lærere og elever

Klassens lærer har jobbet som lærer i 35 år, der hun hele veien har vært åpen for endringer i sin måte å undervise på. Hun har prøvd ut nye ideer så vel i matematikk som i norsk og andre fag, parallelt med dette har hun holdt seminar blant annet for lærerstudenter ved Høgskolen i Finnmark. Hun har nylig deltatt på et treårig kompetansehevingskurs som har fokusert på begynneropplæring i matematikk. Det er ikke første gang hun åpner klasserommet; hun har vært øvingslærer for lærerskolens studenter i 15 år og hun har også hatt høgskoleansatte inne som observatører. Det er imidlertid første gang hun og hennes elever danner hovedmaterialet i en oppgave på masternivå.

Da elevene startet i første klasse var de 5 og 6 år. Alle elevene kunne telle til ti da de startet på skolen, men ingen hadde noen videre erfaring med tallsymbolene. Da datainnsamlingen startet hadde klassen ti elever, disse ble til ni halvveis i observasjonen.

Klassen jobber i stor grad uten arbeidsbok i matematikken. Læreren sier at boka i hovedsak benyttes i korte økter, som belønning for elevene. Slik gis ikke læreboka noen sentral rolle i elevenes møte med ny kunnskap. En av årsakene til dette er at skolen har innført intervaller på seks uker der alle klassene skal arbeide uten bok, disse vil kommende skoleår dobles. Klassens lærer sier at hun i disse ukene virkelig har sett nytten og gleden ved å legge bort boka og at hun ønsker større kompetanse på å bruke nærmiljøet og IKT i undervisningen. På samme tid poengterer hun at det, ut fra dagens læreplan, er naturlig å arbeide løsrevet fra læreboka. Det læreverket de bruker når de jobber i bok er Tusen Millioner. De arbeidsøktene jeg har observert har i hovedsak forløpt slik at elevene har arbeidet med nytt stoff og åpne oppgaver store deler av tiden, mens læreboka har vært noe elevene har sittet og jobbet med individuelt på slutten av øktene. Med unntak av en arbeidsøkt, har elevene stort sett fått jobbe i eget tempo i bøkene, og har derfor arbeidet med de ulike oppgavene på forskjellige tidspunkt.

4 Analyse

I dette kapittelet analyserer jeg intervjuene, elevarbeid, klasseromssituasjoner og læreboka i nevnte rekkefølge.

4.1 Analyse av intervjuene

Intervjuene er utformet slik at de skal gi et bilde av elevenes evne til å lage skriftlige framstillinger av de oppgavene som de får presentert muntlig. Elevene ble intervjuet én og én, derfor blir de individuelle løsningsstrategiene vektlagt her, ikke samhandlingen mellom elevene. Et generelt trekk var at elevene klarte å løse problemene som ble presentert for dem, men de var i varierende grad i stand til å gjøre dette om til skriftlig materiale. Ulike former for representasjoner ble benyttet for å gjengi tankeprosessen på papiret, disse var fingrene, terninger, kuleramme og sukkertøy. I tillegg hadde elevene tilgang på epler, men disse ble ikke brukt av noen.

Analysen av intervjuene tar for seg elevbesvarelser fra intervjuene inndelt etter oppgave. Hvert avsnitt starter med en tabell som viser elevenes løsningsstrategier og svar på den aktuelle oppgaven. Disse er inndelt i tre kategorier inneholder følgende:

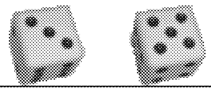
- *Skriftlig:* Hva er det som kjennetegner den skriftlige framstillingen av oppgaven.
- *Muntlig:* Hvilke strategier bruker elevene for å komme fram til svaret.
- *Gestikulering:* Hvordan bruker elevene kroppen for å løse oppgavene.

Målet med tabellene er å tydeliggjøre de individuelle løsningsstrategiene og samtidig vise helheten. En kan spørre seg om det ville vært relevant med en fjerde kategori som sa noe om hvorvidt elevene kunne noen av regnestykkene utenat, fordi en del av oppgavene er løst ved nettopp dette. Siden regnestykkene er av ulik vanskelighetsgrad og ikke mulig å sammenlikne direkte er ikke en slik kategori tatt med. De fleste elevene har automatisert regnestykker som $1 + 2 = 3$, og det er derfor ikke av interesse å poengtere at de elevene som får slike under intervjuet, har automatisert dem.

De to første oppgavene elevene ble presentert for, skiller seg fra de resterende ved at elevene totalt ga tre besvarelser på hver av oppgavene, mot kun én besvarelse på hver av de fire siste oppgavene. Dette fører til at tabellene som hører til de to første oppgavene er mer omfattende enn de fire siste.

4.1.1 Kaste to terninger

Elevene er vant med å bruke terninger, både i spill og som konkretisering for å lage regnestykker. Alle elvene har erfaring med terninger fra arbeid i 1. klasse og det er også naturlig å anta at de fleste er kjent med terningene fra livet utenfor skolen. Bruken av terninger i spill gjør at elevene kjenner til de seks ulike representasjonene av tall som finnes på en terning, og at de er i stand til å knytte disse representasjonene til blant annet antall felt på et spillebrett. Ut fra dette kan vi anta at elevene har varierte erfaringer med bruk av terninger fra ulike situasjoner. Den erfaringen elevene har fått med terning i klasserommet har i stor grad dreid seg om å bruke terningene i en aktivitet, for så å uttrykke dette skriftlig. Det betyr at elevene har erfaringer med, og kjennskap til, å bruke terningene for å gjøre om den muntlige og tenkte kunnskapen til det de kaller matematikkspråket. Terningene fungerer da som det Høines (1998) omtaler som elevenes oversettelsesledd.

Oppgave / **Navn**	Kaste to terninger 											
	Skriftlig				Muntlig				Gestikulering			
	Add[2]	Sub[3]	Ikon[4]	Av[5]	Alle[6]	Vid-ere[7]	Tv[8]	And[9]	Pek. fing[10]	Pek. bly[11]	Telle fing[12]	And[13]
Ann	x									x		
	x				x					x		
	x						x					
Siv	x											
	x						x				x	
	x						x		x			
Tom	x					x				x		
	x					x			x			
	x						x					
Ole	x							x				
	x							x				
	x							x				
Roy	x							x				
	x							x				
	x							x				
Mia	x											
	x											
	x											
Per	x							x				
	x						x					
	x				x							
Tor	x							x				
	x							x				
	x				x							
Kai		x										
	x											
	x						x					

Tabell 4-1: Kaste to terninger.

[2] Addisjon
[3] Subtraksjon
[4] Ikonsk framstilling
[5] Avviker fra forventet framstilling
[6] Telle alle
[7] Telle videre
[8] Tvillingtall
[9] Andre
[10] Peker på objektet med fingeren
[11] Peker på objektet med blyant
[12] Holder opp fingrene og teller på dem
[13] Andre

Det generelle inntrykket Tabell 4-1 gir, er at disse oppgavene har vært tilnærmet problemfrie for elevene. Vi skal likevel se på noen av besvarelsene for å få et innblikk i elevenes løsningsstrategier.

I tolkningen av både denne tabellen og Tabell 4-2, som viser elevenes svar på oppgaven med tre terninger, må det tas høyde for at elevene har kastet terninger for å komme fram til de respektive oppgavene og at de derfor har fått regnestykker av varierende vanskelighetsgrad. Det er derfor ikke mulig å dra noen direkte paralleller eller generelle konklusjoner mellom de enkelte elevbesvarelsene. Som eksempel har Per fått ett øye på hver av terningene, mens Ann har fått seks på begge. Det vil da være naturlig at disse elevene benytter ulike strategier for å løse oppgavene.

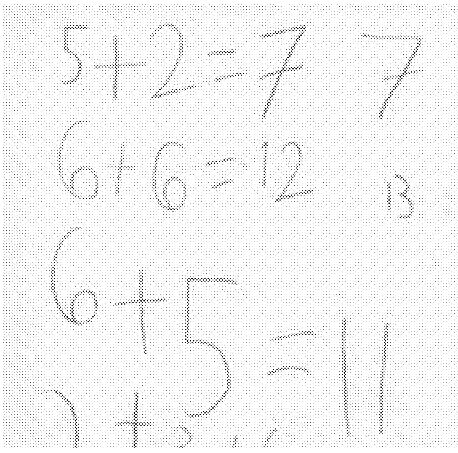
Skriftlig
Ut fra tabellen ser vi at ingen av elevene hadde feil i bruken av symboler for å lage regnestykker med utgangspunkt i terningene. De fleste besvarelsene er på formen 3 + 4 = 7, det er imidlertid en besvarelse som skiller seg ut. Kai velger i sitt første regnestykke å bruke subtraksjon i stedet for addisjon. Dette kan være et tegn på at han ønsket å prøve noe annet enn addisjon, som er den operasjonen klassen har arbeidet mest med. Det kan også være at han ønsker å formidle at han faktisk kjenner til subtraksjon. Kai er blant annet klassens "Metermester" og flere av de andre elvene ser på han som den flinkeste i matematikk. På veien til intervjuet uttrykker han også selv at han er glad i matematikk og føler at han behersker det godt. Av dette kan en anta at han ønsker å vise intervjueren at han faktisk er flink i matematikk.

At symbolbruken i denne oppgaven gikk greit bekrefter at elevene kan skrive tallene fra en til tolv og at de er i stand til å knytte dem til mengdene som terningene angir. Det er likevel ikke en indikasjon på at elevene har full forståelse for bruken av tallsymboler eller tegnene for addisjon og likhet. Først og fremst forteller det oss at elvene knytter symbolene og bruken av dem til terningene. Dette vil i praksis si at de kanskje ikke kan overføre denne kunnskapen til andre situasjoner og andre typer konkretiseringsmateriell.

Elevene bruker flere strategier
Under kategorien muntlig ser vi at mange av elevene kommer inn under *andre*. I denne oppgaven kommer dette av at elevene har automatisert en del av regnestykkene opp til ti og kan disse utenat. Dette gir imidlertid ikke et entydig bilde av situasjonen fordi en del av regnestykkene var svært enkle. Som eksempel kan det nevnes at både Ole og Roy har to regnestykker hver med én terning lik en, slik at de fikk regnestykker på formen 5 + 1 = 6.

De andre kategoriene, *telle alle*, *videre* og *tvillingtall* er alle brukt sporadisk av elevene. Vi finner også elever som knytter besvarelsene opp mot hverandre, eller de sammenlikner med addisjonsoppgaver som er automatisert.

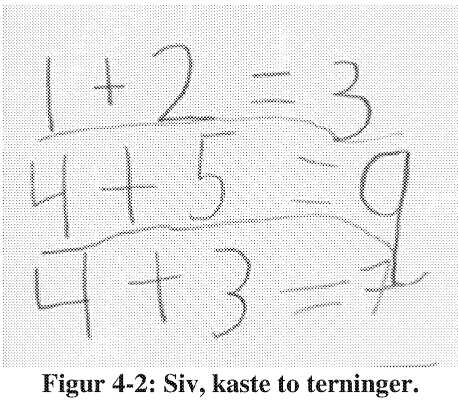
Det er ikke bare mellom elevene vi finner ulike strategier, noen av elevene har benyttet ulike løsningsstrategier alt etter hvilken oppgave de løser. Ann har benyttet både *telle alle*, *telle videre* og *tvillingtall* strategiene, dette kommer ikke fram av tabellen fordi *telle videre* synliggjøres indirekte. Figur 4-1 viser de tre besvarelsene hennes, som alle dreier seg om addisjon med to mengder.



Figur 4-1: Ann, kaste to terninger.

Den første oppgaven løser hun lydløst, derfor har hun ingen markering under kategorien *muntlig*. Terningene hennes viser fem og to, og hun bruker blyanten til å først peke på femmeren én gang for så å peke to ganger på toeren. Dette tyder på at hun teller oppover fra fem, altså teller *videre*. Det er usikkert om hun alltid starter på det største tallet, men av regnestykkene hennes kan det se slik ut. Som vi ser av Tabell 4-1, bruker hun *telle alle* strategien på oppgave nummer to, altså 6 + 6, også her bruker hun blyanten til å peke på terningene mens hun teller. Den tredje oppgaven skiller seg fra de to første ved at det ikke kommer fram en tydelig strategi mens Ann løser den. I tabellen er kategorien *tvillingtall* blitt markert, utgangspunktet for dette er at hun bruker sin kjennskap til at summen av seks pluss seks er lik tolv. Under løsningsprosessen kommer ikke strategivalget hennes klart fram. Hun sier bare med lav stemme at ”seks pluss fem e like mye som”, samtidig skriver hun tallene og avslutter med å skrive at det er lik elleve. På oppfordring fra intervjuer begrunner hun summen med å si ”Fordi det e tolv”, med henvisning til oppgaven før som var 6 + 6. Slik bruker hun aktivt de erfaringene hun har fra tidligere i intervjuet. Når det gjelder den skriftlige besvarelsen hennes har hun begynt både første og siste oppgave med det største tallet (se Figur 4-1). Hvorvidt dette er tilfeldig eller ikke kommer ikke fram av den verbale aktiviteten til Ann. Det er likevel viktig å merke seg dette fordi det over tid vil si noe om hvor Ann befinner seg i det matematiske landskapet.

En annen elev som vi ser har brukt tvillingtall i sin løsningsprosess, er Siv. I tillegg til det hun sier mens hun arbeider, bruker hun fingrene aktivt. Figuren under viser de tre regnestykkene hun laget.



Figur 4-2: Siv, kaste to terninger.

Den første oppgaven, som er en pluss to, kan lett kan løses av eleven uten noe videre resonnement. For å summere mengdene i oppgave nummer to derimot, bruker hun fingrene.

Hun holder opp begge hendene med fem fingre på hver, hun ser på dem og konkluderer med at fire pluss fem er ni. Slik kommer det ikke fram av det muntlig språket hvordan hun tenker. Likevel indikerer de ti fingrene at hun benytter seg av kunnskapen om at fem pluss fem er ti, altså må fire pluss fem være ni fordi det er én mindre. Det siste regnestykket, 4 + 3, løser hun ved å telle på terningene, samtidig som hun peker med en finger på terningene.

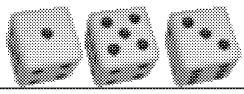
Ved å se på arbeidet til disse elevene blir det tydelig at de ikke bevisst velger én strategi, men i stedet velger den strategien som til enhver tid synes mest hensiktsmessig.

Gestikulering

Elevene har generelt benyttet lite gestikulasjon i denne oppgaven, noe som tyder på at de ikke har hatt behov for det under løsningsprosedyren. En elev vi ser dette tydelig hos er Mia. Hun skriver kun symbolene, det er verken verbal aktivitet eller et tydelig kroppsspråk. Det kan tyde på at hun har automatisert de fleste addisjonsoppgavene med to elementer som gir sum til og med tolv. Denne antakelsen understøttes av at hun arbeider raskt og sikkert med oppgavene. Det kan synes som om gestikuleringen blir mer eller mindre borte når elevene er kjente med oppgavene, mens behovet for å uttrykke seg muntlig parallelt med at oppgavene løses er tilstede helt til elevene både klarer og forstår oppgavene.

4.1.2 Kaste tre terninger

Elevene er, som nevnt over, vante med terninger, dette gjelder i hovedsak to terninger. Når de arbeider med terninger som utgangspunkt for skriftlig materiale i klasserommet bruker de kun to terninger. Dette har antakelig sammenheng med at klassen generelt jobber med oppgaver som inneholder to mengder, og summen av disse. Derfor presenterer denne oppgaven både noe kjent og ukjent for elevene. Det kjente er terningene og det ukjente er antallet mengder. Likevel må det legges til at lærer bruker addisjon av flere mengder i sine muntlige regnefortellinger, slik er elvene kjente med addisjon av flere enn to mengder i muntlig sammenheng. De lager også slike muntlige regnefortellinger selv.

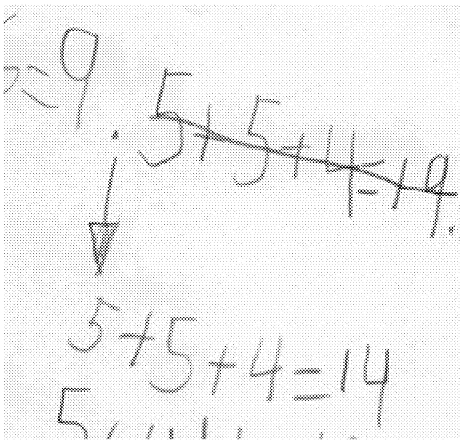
Oppgave / Navn	Kaste tre terninger 											
	Skriftlig				Muntlig				Gestikulering			
	Add	Sub	Ikon	Av	Alle	Vid-ere	Tv	And	Pek. fing	Pek. bly	Fing	And
Ann	x				x				x			
	x				x					x		
	x						x		x			
Siv	x					x				x		
	x					x			x			
	x					x			x			
Tom	x				x				x			
	x					x					x	
	x					x					x	
Ole	x										x	
	x							x			x	
	x							x				
Roy	x							x				
				x				x				
	x											
Mia				x				x				
	x					x			x			
	x					x						
Per				x		x	x					
	x					x						
	x					x				x		
Tor	x					x						
	x					x						
	x					x				x		
Kai	x								x	x		
	x								x			
	x											

Tabell 4-2: Kaste tre terninger.

Her ser vi at alle elevene har valgt addisjon som operasjon. Sammenliknet med Tabell 4-1 ser vi at her er noen av elevene markert med feil i regnestykket sitt. En annen forskjell som tabellen tydeliggjør, er at elevene i større grad har benyttet både det muntlige språket og kroppsspråk for å løse regnestykkene i denne oppgaven.

Skriftlig
De elevene som er markert med feil på symbolbruken kan ikke nødvendigvis sies å være dårligere enn de som er ikke er markert med feil. For å belyse betydningen av å se hva som ligger til grunn for elevens symbolbruk skal vi se på to av de elevbesvarelsene som er markert som feil.

Den ene eleven som har fått feil på symbolbruken sin er Mia. Som vi ser av besvarelsen hennes, har kun laget to regnestykker som er like. Mia laget først det øverste regnestykket, som hun så satt en strek over da intervjueren satte spørsmålstegn ved om tre femmere faktisk var tjue. Deretter laget hun regnestykket under, det pilen peker på. Fordi det øverste regnestykket var hennes umiddelbare respons, er det dette som er lagt til grunn for Tabell 4-2.



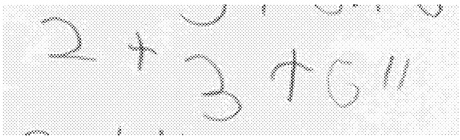
Figur 4-3: Mia, kaste tre terninger.

For å løse oppgaven argumenterer Mia med at tre femmere er tjue (32), og fordi hun har fem pluss fem pluss fire, må summen bli en mindre enn fem treere. Altså nitten.

Nr:	Tid:	Hvem:	Hva blir sagt:	Kommentarer:
32	02.39	Mia	Siden, du vet jo tre sånne dær femmera.	
33		I	Mmm.	
34		Mia	Det e jo tjue. Åsså tok æ bort en, å da e	
35			det nitti.	
36	02.47	I	Ja.	
37		Mia	Ikke nitti.	
38		I	Men nitten?	
39	02.50	Mia	Nitten.	

I sin løsningsprosess har hun gått bort fra tellestrategiene og prøver å bruke tidligere erfaringer og kunnskap. Ut fra dette kan en si at hun benytter et mer avansert resonnement enn de tellestrategiene som de fleste av medelevene bruker, likevel får hun feil svar fordi hun tar feil av hvor mye tre femmere blir. Det kan være flere grunner til at hun velger denne strategien framfor å telle seg fram til svaret. En av dem er antakelig at dette er en mindre tidkrevende måte å gjøre det på, samtidig som det er en sikker metode når automatiseringen er befestet. En annen årsak til valget hennes om å løse oppgaven slik kan være at hun har lært seg å telle i grupper, slik som to, fire, seks osv. og fem, ti, femten osv. Under observasjon av klassen la lærer ved flere anledninger til rette for å telle i grupper, hun ga også elevene positiv tilbakemelding når de på eget initiativ valgte dette. Hvorfor grupperingen til Mia ble feil kommer ikke fram av hennes muntlige engasjement, men det som kan ha skjedd er at hun har tenkt at fem pluss fem er like mye som ti, pluss en gruppe til. Det blir tjue. Eller hun kan ha prøvd å memorere tidligere erfaringer og tatt feil av tre og fire femmere. Det at hun sier nitti i stedet for nitten (35) gir inntrykk av at hun ikke er helt trygg på tall av denne størrelsen og at det derfor oppstår noen uklarheter. Denne usikkerheten kan være årsaken til at hun får problemer med å avgjøre hvorvidt nitten er et realistisk svar eller ikke.

En annen elev som også er markert med feil på symboler, er Per. Av hans symbolbruk er det imidlertid tydelig at han ikke har problemer med å verken forstå oppgaven, eller å komme fram til den totale summen. Han svarte følgende:



Figur 4-4: Per, kaste tre terninger.

Årsaken til at han er markert med feil i symbolbruken er at han ikke har benyttet tegnet for likhet her. Han har brukt det i alle de andre besvarelsene, det synes derfor naturlig å anta at grunnen til at det er utelatt her, er at han har glemt det. Denne eleven er kanskje på et stadium der det viktige er tallsymbolene og de faktiske mengdene, da blir bruken av symboler mellom tallene uvesentlig.

Elevene tar i bruk ulike sanser

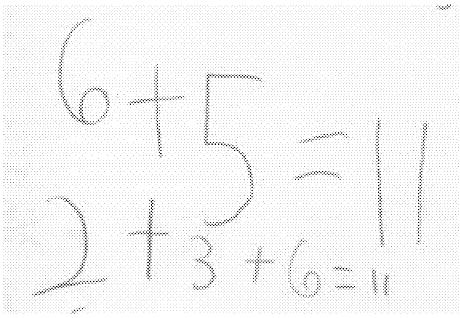
Av Tabell 4-2 ser vi at elevene i stor grad brukte gestikulering og konkreter for å summere de tre terningene, som hver oppgave omhandlet. I hovedsak brukte elevene fingrene, blyanten og terninger for å skape system i ulike tellestrategier, ingen hadde behov for å bruke disse for å komme fram til løsningsstrategier. Variasjonen på hvordan elevene håndterer informasjonen er stor. Det vanligste var å bruke fingeren eller blyanten til å ta på terningene med, eller å bare peke på terningens øyne. De elevene som følte seg litt tryggere på regnestykkene kunne klare å summere terningene bare ved å se på terningene, eller ved å se på fingrene sine. En elev som benyttet fingrene under addisjon var Ole, men i motsetning til flere av de andre som telte over fingrene med berøring eller ved å se på dem, trekker han inn et auditivt element ved dette.

Nr:	**Tid:**	**Hvem:**	**Hva blir sagt:**	**Kommentarer:**
44	03.52	Ole	Ti, det åsså.	
45		I	Ja. Vet du æ e helt imponert.	
46		Ole	Vet du æ bare hører på fingran mine.	Demonstrer at det
47			Dæm lager sånn lyd.	kommer en liten
48	04.02	I	Så teller du inni dæi for hver lyd du hører	kneppelyd.
49			på fingran?	
50	04.05	Ole	Ja.	
51		I	Å.	
52		Ole	Seks pluss en pluss tre. Like mye som ti.	Viser hvordan han teller.

Her ser vi hvordan Ole beskriver hvordan han teller på fingrene. Uten at intervjuer spør hvordan han teller sier han at han hører på fingrene (46). Mens han demonstrerer hvordan han teller, holder han hånda opp mot øret uten å se på den. Videre bekrefter han at det han gjør videre er å telle hver lyd inni seg. Han sier altså at han bruker hørselen, framfor synet. Dette viser viktigheten av å ta hensyn til at alle barn lærer forskjellig, og noen er sterkere auditivt enn visuelt. Ole bruker begge deler under intervjuet og tar slik i bruk flere sanser for å løse oppgavene.

Én elev, flere strategier

Vi har sett at Ann så tilbake på regnestykker hun allerede hadde løst under oppgaven *kaste to terninger* der hun benyttet en tidligere oppgave for å løse neste. Likevel benytter hun ikke denne strategien når hun arbeider med tre terninger. Under ser vi to av regnestykkene hennes, ett som hun laget med to terninger og ett med tre.



Figur 4-5: Ann, kaste to og tre terninger.

Som vi ser kommer regnestykkene rett etter hverandre, likevel har ikke Ann sett at 2 + 3 + 6 = 6 + 5. En grunn til dette kan være at regnestykkene hører til ulike oppgaver og derfor ikke er i umiddelbar tilknytning. Noe som fører til at de har ulik form, den ene består av to mengder, mens den andre har tre. Et tredje moment er at regnestykkene er satt opp slik at det siste vil gi 5 + 6 når to og tre trekkes sammen, altså forutsetter en sammenlikning at eleven kjenner til at addisjon er kommutativt.

Generelt om oppgaven kan en si at de fleste elvene benytter strategien *telle videre*, noen ganger kombinert med å kunne deler av regnestykket utenat. Både for denne oppgaven og *kast med to terninger* var det en generell tendens at elevene startet med å lage en skriftlig framstilling før de startet på løsningsprosessen. Dette kan komme av at elevene er kjente med å gjøre om terninger til matematisk skriftspråk.

4.1.3 Diktert addisjonsoppgave

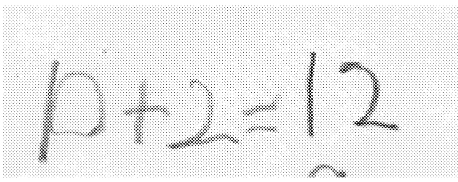
Denne oppgaven er en videreføring av forrige oppgave, ved at det også her er snakk om tre mengder som skal summeres. Forskjellen er at elevene her får presentert oppgaven muntlig, oppgaven har dermed ikke den samme naturlig tilknytningen til terningene som den forrige hadde. Elevene er kjente med denne typen oppgaver fra sine muntlige regnefortellinger, men da er de oftest satt i en kjent kontekst. Under intervjuet blir oppgaven 4 + 2 + 6 gitt muntlig til elevene, de blir videre oppmuntret til å skrive eller tegne symboler som passer til oppgaven.

Oppgave / Navn	Diktert addisjonsoppgave 4+2+6											
	Skriftlig				Muntlig				Gestikulering			
	Add	Sub	Ikon	Av	Alle	Vid-ere	Tv	And	Pek. fing	Pek. bly	Fing	And
Ann	x				x					x		x
Siv	x					x						x
Tom				x				x				
Ole	x							x	x			x
Roy	x					x						
Mia	x					x						
Per	x							x				
Tor	x					x						
Kai	x						x					

Tabell 4-3: Diktert addisjon.

Skriftlig

Alle elvene benyttet addisjon som operasjon i denne oppgaven, noe som er naturlig fordi operasjonen blir bestemt av spørsmålet ved at intervjuer sier pluss når oppgaven legges fram. Av tabellen ser vi at alle elevene, med unntak av en, har svart korrekt og de har benyttet det matematiske symbolspråket. Men her er det skjønn som avgjør om elevens besvarelse skal bedømmes som korrekt eller feil. Under ser vi symbolbruken til Tom, den eleven som er markert med feil.



Figur 4-6: Tom, diktert addisjon.

Vi ser at i hvilken grad denne oppgaven kan sies å være feil er en vurderingssak og en tolkning. Regnestykket han presenterer har tydelig sammenheng med det endelige svaret, men i hvilken grad den er knyttet opp mot oppgaveformuleringen er mindre klart. Det kan være at han har lagt sammen fire og seks først, og slik benytter seg av at addisjon er kommutativt. Dette samsvarer imidlertid ikke med løsningsstrategien hans og det muntlige resonnementet. Det kan også være at det er summen som er det viktige for han, slik at han tolker intervjuerens spørsmål om skriftlig framstilling som et spørsmål om hvordan summen kan uttrykkes ved et regnestykke.

Tid:	Hvem:	Hva blir sagt:	Kommentarer:
00.18	Tom	Fire pluss to pluss seks.	
	I	Så kan du prøve å skrive det opp. Enten kan du skrive det opp me tall, eller me sånn streka eller, eller rundinga eller nåt.	
00.27	Tom	Eller ganger.	
	I	Ja, du kan skrive det opp sånn som du vil, men at du ska prøve å finne ut ka fire pluss to pluss seks e får nåkka.	
	Tom	Fire pluss to e jo seks.	
	I	Mmm, åssa pluss seks til.	
00.40	Tom	Tolv.	
	I	Ja. Kan du skrive et regnestykke me det?	

Som vi ser av transkripsjonen over, legger han først fire og to sammen og får at dette blir seks. Deretter legger han sammen seks og seks, og får den endelige summen til å bli tolv. Slik samsvarer ikke hans skriftlige framstilling med det muntlige resonnementet. Når han likevel velger å uttrykke oppgaven skriftlig med ti pluss to er like mye som tolv, kan dette ha sammenheng med at han tenker tiere pluss enere. Altså at tolv er like mye som ti pluss to, dette kan være et resultat av det påbegynte arbeidet med posisjonssystemet. Nettopp posisjonssystemet er noe klassen arbeider med i den muntlige matematikken mens datamaterialet blir samlet inn. Det kan også være at hans erfaringer gjør at han ser på skriftlige regnestykker som summen av to mengder.

Elevenes bruk av konkretiserings materiell som oversettelsesledd

Elevene har valgt ulike måter å løse denne oppgaven på. Fordi tallene er små og elevene er kjente med tall opp til og med tolv har flere av elevene automatisert addisjonen med disse tallene. Noen av elevene bruker fingrene, noe som i teorien vil kunne by på problemer fordi summen blir tolv, altså to mer enn fingrene. Siv valgte å bruke terningene som hun hadde brukt i de to foregående oppgavene, slik ble terningene et bindelett mellom mengdene og tallsymbolene.

Sekvensen som er gjengitt under viser hvordan Siv spontant tar initiativ til å bruke terninger som konkretiseringer. Hun legger tre terninger slik at hver av dem representerer en av mengdene i regnestykket. I forkant av oppgaven har hun selv laget regnestykker med terninger. Vi ser hvordan hun bruker terningene for å tolke og løse oppgaver som presenteres muntlig av intervjuer.

Tid:	Hvem:	Hva blir sagt:	Kommentarer:
	I	Fire pluss to pluss seks.	
06.37	Siv	Fire, æ må bare regne med terninga.	Tar de tre terningene og legger dem slik at de viser 2, 4 og 6.
	I	Å, det va lurt.	
06.44	Siv	Fire, fire, fire. Fire pluss?	
	I	To	
06.51	Siv	To, å ?	
	I	Seks.	
06.55	Siv	Hm, hær e seks, ssseks, næi. Fem, seks, syv. Ja seks, hær e syv, åtte, ni, ti, elleve, tolv.	Peker med blyant på terningenes øyne, starter med 6eren.
07.09	I	Ja.	
	Siv	Skal æ bare skrive, ska æ bare skrive det hær?	
	I	Ja, skriv bare.	
	Siv	Okei.	
	I	Skriv sånn som du vil.	

131	07.18	Siv	Fire pluss, næi. To pluss (5) seks. Nu	Ser på terningene.
132			glemte æ tallet.	Skriver 4 + 2 + 6.
133		Begge	((ler))	Peker med blyant på
134	07.37	Siv	Hær e seks, syv, åtte, ni, ti, ni, ti, elleve,	terningenes øyne,
135			tolv.	starter med 6eren.

Siv tar på eget initiativ i bruk terninger som konkretisering for å løse oppgaven. Hun lar terningene representere hvert sitt tall i oppgaven og teller så antall øyne på de tre terningene, her starter hun med terningen som viser seks prikker (122). Videre bruker hun terningene som hjelpemiddel når hun skal skrive ned tallsymbolene. Selv om hun valgte å starte med sekseren da hun talte over terningene, velger hun å skrive dem i samme rekkefølge som de ble presentert for henne. Til sist teller hun igjen terningenes øyne, også denne gangen ved å starte med sekseren og så telle videre, før hun skriver summen av tallene.

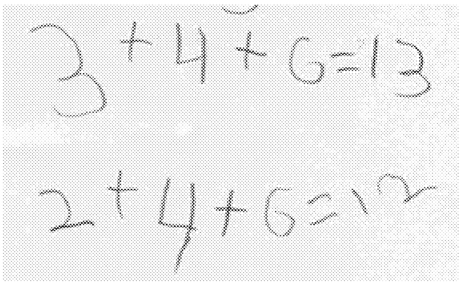
Vi ser at hun bruker terningene i tre ulike momenter av løsningsprosessen. For det første er terningene et hjelpemiddel for å gjøre om oppgaven til et språk som er kjent for henne, hun lar dem representere hvert sitt tall. Disse tallene bruker hun for å komme fram til svaret på oppgaven. For det andre fungerer de som hjelp for å systematisere tellingen hun bruker for å komme fram til summen. Det tredje momentet er at de representerer den skriftlige framstillingen, hun støtter seg til dem når hun skriver ned tallsymbolene. Siv er i en fase der hun holder på å gjøre seg kjent med både bruken av det matematiske symbolspråket og med sammenhengen mellom egne erfaringer og skriftspråket.

Sammenlikner med noe kjent

Per bruker en av de tidligere oppgavene for å løse denne. Sekvensen som presenteres under viser hvordan Per tar fatt på løsningsprosessen ved å se etter noe kjent i den nye oppgaven.

Nr:	Tid:	Hvem:	Hva blir sagt:	Kommentarer:
155		I	Det e fire pluss to pluss seks.	
156		Per	Ja.	
157	09.34	I	Kanskje du må skrive det opp så du	
158			huske det.	
159	09.36	Per	Ekke det. Ekke, to pluss fire, det har æ	
160			ikke her.	
161		I	Næi.	
162		Per	Men hvis æ hadde hatt to der.	Peker på 3 + 4 + 6 = 13
163		I	Ja.	
164		Per	Hadde det blitt pluss fire pluss seks.	
165	09.49	I	Ja da. Kanskje du klarer å bare ta det i	
166			hodet uten å skrive det ned da? Eller vil	
167			du skrive det ned?	
168		Per	Okei. To. To pluss.	
169	10.04	I	Fire.	
170		Per	Fire pluss seks e like mye som tolv.	
171	10.23	I	Ja. Kordan klarte du det så raskt?	
172	10.27	Per	Siden æ så jo dær. Ser du det e jo en mer	
173			å dær e like mye å dær e like mye, så	
174			derfor.	

Til tross for at intervjuer spør om eleven ønsker å skrive ned regnestykket begynner han umiddelbart å tenke løsningsstrategi. Han ser raskt gjennom de allerede besvarte oppgavene han har på arket og kommenterer at denne oppgaven ikke er lik noen av de andre oppgavene han har løst (159). Umiddelbart etter at han har slått fast at han ikke har oppgaven fra før, viser han til en oppgave som har samme struktur, men som en av mengdene ikke samsvarer med (se Figur 4-7). Han løser så oppgaven ved å si den høyt (168 og 170) og begrunner sitt svar med at det må bli én mer enn oppgaven før (172).



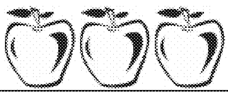
Figur 4-7: Per, diktert addisjonsoppgave.

Som vi ser har Per funnet et regnestykke som likner på 4 + 2 + 6. Oppgaven ble gitt på formen 4 + 2 + 6, likevel velger han Per å skrive 2 + 4 + 6. Før han skriver har han imidlertid sett over de tidligere regnestykkene og slått fast at ingen av dem er identiske med denne, men at 3 + 4 + 6 = 13 er den som likner mest. Slik bruker han sammenlikning som strategi for å løser oppgaven. En grunn til dette kan være at det er lettere å finne noe han har gjort før, enn å tenke ut noe nytt

4.1.4 Muntlig tekstoppgave - legge til

Dette er den første av tekstoppgavene, som gis muntlig til elevene under intervjuet. Strukturen er kjent for elevene med en gitt mengde, et tillegg og en ukjent sluttsum. Teksten er slik: Lærer har fem epler. Så får hun åtte epler til. Hvor mange epler har hun da til sammen? Tegn eller skriv regnestykket.

Oppgaver av denne typen lager de ofte selv når de lager muntlige regnefortellinger for hverandre i plenum. De har imidlertid begrenset erfaring med å presentere både oppgaven og løsningsstrategien med skrift og/eller tegning.

Oppgave / Navn	Regnefortelling – legge til 											
	Skriftlig				Muntlig				Gestikulering			
	Add	Sub	Ikon	Av	Alle	Vid-ere	Tv	And	Pek. fing	Pek. bly	Fing	And
Ann	x					x						
Siv	x					x					x	
Tom				x				x				x
Ole				x	x						x	
Roy				x								
Mia	x					x						x
Per	x							x				x
Tor	x							x				
Kai	x				x			x				x

Tabell 4-4: Muntlig tekstoppgave - legge til.

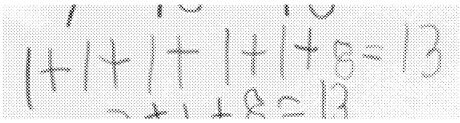
Av tabellen ser vi at de fleste elevene har benyttet addisjon som regneoperasjon og at fire av elevene er markert med feil symbolbruk. Den ene eleven som er merket med feil under kategorien symbolbruk, er Roy. Han skrev først 5 – 8 = 12 uten at det var tydelig hvordan han hadde resonnert for å komme fram til dette.

Nr:	Tid:	Hvem:	Hva blir sagt:	Kommentarer:
113	07.08	I	Æ skjønte ikke helt kordan du hadde,	
114			kordan fant du at det blir tolv sir du?	
115	07.12	Roy	Sånn at, atte først så hadde æ jo. Først	
116			hadde æ jo, først hadde æ, sa du fem.	
117	07.21	I	Mmm.	
118		Roy	Å så åtte, å det e jo tre mer. Derfor mener	
119			æ, hvis det hadde vorre, hvis det hadde	
120			vorre ((peker på arket sitt)). Fem der.	
121	07.32	I	Mmm.	
122		Roy	Å to mer enn fem.	
123		I	Å tre mer enn fem?	
124		Roy	Ja. Derfor mener æ at det hadde blitt sånn	
125			uansett.	
126	07.42	I	At fem pluss fem hadde blitt ti, e det sånn	
127			du tenker?	
128	07.44	Roy	Ja.	
129		I	Å når du har tre mere enn ti, så blir det?	
130		Roy	Næi to	
131		I	Men kor mange mer va åtte?	

132		Roy	Kor mange mer va åtte.	
133	07.55	I	Åtte.	
134		Roy	Det e tre.	
135		I	Ja. Åsså blir det to mer?	
136		Roy	Eee ((ler)). Næi.	
137		I	Eller tre mer? Ska du prøve å telle nåt?	Endrer symbolene sine til
138	08.10	Roy	Å, nu åsså åsså. E, he.	"5 + 8 = 13"

Intervjuer spør Roy hvordan han kommer fram til at det blir tolv, han kommer med en forklaring som ikke er lett å følge. Essensen i denne er at han tenkte på åtte som to mer enn fem og at 5 + 8 derfor må bli to mer enn 5 + 5, ergo blir det tolv. Han har altså benyttet et relativt avansert resonnement, men det blir feil fordi han tenker feil når han sier at åtte er to mer enn fem (122). Ut fra dette synes det som om bruken av symbolet for subtraksjon ikke skyldes at han tror dette dreier seg om å ta bort noe fra en mengde, heller at han enten ikke er helt sikker på bruken av de ulike symbolene eller at det er en forglemmelse. Etter å ha forklart prosessen for intervjuer ser han plutselig at regnestykket ikke er korrekt, og endrer tolvtallet til tretten. Samtidig forandrer han minustegnet til et plusstegn, dette gjør han uten at intervjuer har nevnt tegnsettingen hans. Slik forsterkes inntrykket av at denne feilen er en slurvefeil.

En annen elev som er markert med feil symbolbruk er Ole. Dette er ikke entydig, noe som kommer fram av hans skriftlige framstilling som vi ser i Figur 4-8: Ole, legge til.



Figur 4-8: Ole, legge til.

Det skriftlige uttrykket som dominerte elevenes representasjon av oppgaven var 5 + 8 = 13, Ole sin skriftlige framstilling har en annen form, nemlig at fem ettall og én åtter skal summeres. Det er likevel fellestrekk ved hans løsning og flest elever brukte. En kan se på ettallene som et bilde på de fem eplene, mens åttetallet representerer de resterende åtte. Hvis en tar utgangspunkt i dette, er Ole sin bruk av symboler strukturelt lik 5 + 8, han har bare valgt å dele femmeren sin opp i enere. Grunnen til at kun femmeren er delt i enere, ikke åtteren kan være at fem er lettere å dele opp i enere enn åtte. Fem er jo et lite tall, mens åtte nesten er like mye som ti. En annen årsak til at ikke begge tallene er delt opp i enere kan være at mengdene da vill bli identiske og ikke kunne skilles fra hverandre. Hvorvidt denne besvarelsen rettmessig er merket som feil bruk av symboler blir opp til den enkelte å bedømme, men den viser at feil ikke alltid er ensbetydende med manglende forståelse hos eleven.

Under gestikulering ser vi at elevene i stor grad velger å representere oppgaven med konkreter. I sekvensen under ser vi hvordan Per bruker sukkertøy som hjelpemiddel for å holde kontroll på mengdene i oppgaveteksten.

Nr:	Tid:	Hvem:	Hva blir sagt:	Kommentarer:
53		I	Å da kan du bruke det som står der hvis du	
54			trenger å bruke nåt av det, eller hvis du	
55			treng nåt i fra hylla. Å regnefortellinga e,	
56			det e at ho Lærer ho har fem epler. Åsså får	
57			ho åtte til. Å vet du kor mange ho får da? Å	
58			du kan skrive åsså, æ har litt lyst at- lurer	
59			litt på om du-	
60	02.32	Per	Ho har fem epla.	

61		I	Mmm.	
62		Per	Så får ho åtte.	
63		I	Mmm.	
64		Per	Da blir det. (20)	Strekker seg etter
65	02.56		Fem, e det hær. Hær e det fem.	sukkertøyene, tar 5.
66	03.02	I	Mmm.	
67		Per	Åsså får ho en, to, tre, fire, fem, seks, syv.	Tar 8 sukkertøy til
68		I	Mmm.	
69	03.21	Per	Da blir det en, to, tre, fire, fem, seks, syv,	Peker på sukkertøyene
70			åtte, ni, ti, har æ telt den?	med fingeren
71		I	Næi.	
72		Per	Elleve, tolv, tretten, fjorten, femten.	
73	03.35	I	Nu trur æ du telte nån to ganga, helt på	
74			slutten.	
75		Per	Okei. Da tar æ dæm æ har telt.	Organiserer
76		I	Ja.	sukkertøyene på rad
77	03.47	Per	Tar dæm æ har telt. (7) Fem.	Tar den ene gruppa med
78		I	Mmm. (5)	sukkertøy
79		Per	Seks, syv, åtte, ni, ti, elleve, tolv, tretten.	Plukker sukkertøyene inn i handa

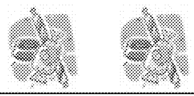
Per tar spontant i bruk sukkertøy for å konkretisere mengdene i oppgaven. Først tar han fem sukkertøy, denne mengden behøver han ikke å telle seg fram til, han bare tar en gruppe på fem. Når han skal ta de åtte, teller han kun de syv første (67), men han tar likevel åtte sukkertøy. Ser at han selv oppdager at det er vanskelig å holde orden på hvilke sukkertøy som er telt (70). Han starter med å telle alle, men bytter så strategi til å telle videre, fordi han mister oversikten når han prøver å telle alle. Han opplever altså at en strategi ikke fungerer og bytter da til en som er mer avansert og lettere å bruke på større mengder. Dette viser hvordan elevene selv evaluerer den enkelte strategien eller prosedyren og gjør endringer underveis der de ser behov for det.

4.1.5 Muntlig tekstoppgave- trekke fra

Dette er en tekstoppgave som intervjuer formidler muntlig til elevene. Den handler om sukkertøy og kommer inn under kategorien *separere, startverdi ukjent,* (se tabell 2-1: Klassifisering av tekstoppgaver).

Elevene presenteres for følgende regnefortelling: Lærer har noen sukkertøy, så spiser hun fire. Da har hun syv sukkertøy igjen. Hvor mange sukkertøy hadde hun først? Dersom de ikke på eget initiativ lager en skriftlig framstilling sier intervjueren videre: "Skriv eller tegn regnestykket."

Sekvensene fra denne oppgaven vil i hovedsak belyse hvordan elevene bruker ulike konkreter både for å løse oppgavene og for å formulere seg skriftlig.

Oppgave / Navn	Regnefortelling – trekke fra 											
	Skriftlig				Muntlig				Gestikulering			
	Add	Sub	Ikon	Av	Alle	Vid-ere	Tv	And	Pek. fing	Pek. bly	Fing	And
Ann		x						x	x			
Siv			x		x						x	x
Tom				x		x						
Ole		x						x			x	
Roy				x								
Mia		x				x						x
Per		x										
Tor	x					x						x
Kai		x			x							x

Tabell 4-5: Muntlig tekstoppgave - trekke fra.

Her ser vi at et flertall av elevene velger å bruke subtraksjon i den skriftlige framstillingen. Dette til tross for at løsningsstrategiene deres tar utgangspunkt i addisjon. Årsaken til dette er trolig en kombinasjon av at elevene starter på løsningsprosessen før de lager en skriftlig framstilling og at aktiviteten å spise er brukt som utgangspunkt for subtraksjon i undervisningen. Fordi løsningsprosessene kommer før den skriftlige framstillingen, blir dette to løsrevne elementer, som ikke knyttes opp mot hverandre.

"Jeg husker ikke svaret"

Oppgavens struktur, med startverdi ukjent, er ny for elevene. Dette gjorde blant annet at elevene kom med umiddelbare reaksjoner på spørsmålet av typen, "Du sa jo ikke det" og "*Noen* sa du". Disse utsagnene tyder på at elevene har prøvd å få med seg startmengden, men at de ikke har fått den informasjonen de forventet. Responsen fra elevene kan ses på som positive fordi det viser at elevene kommer med spontane løsningsforslag, de er ikke redde for å prøve alternative svar.

Den første sekvensen gjengir hvordan oppgaven formidles og elevens muntlige besvarelse, mens den andre viser hvordan eleven benytter konkretene for å omgjøre dette til en skriftlig framstilling.

Nr:	Tid:	Hvem:	Hva blir sagt:	Kommentarer:
208		I	Æ har lagd en regnefortelling med	
209			gotteri.	
210		Tor	Åi.	
211	12.44	I	Ska du høre om du klarer den?	
212		Tor	Da må æ telle med gotteri.	
213		I	Ja. Det, det e ho Lærer, ho har nån	
214			sukkertøy. Åsså spiser ho tre sukkertøy.	
215			Å når ho har spist tre sukkertøy da har ho	
216			åtte igjen. Næi, nu sir æ feil. Ho spiser	
217			fire sukkertøy, å når ho har spist fire	
218			sukkertøy, så har ho syv sukkertøy igjen.	
219			Kor mange sukkertøy hadde ho helt i fra	
220	13.09		starten av? (3)	
221		Tor	Du sa jo ikke det.	
222		I	Næi, men klarer du å finne det ut, det e	

223			litt sånn-	
224	13.14	Tor	Kan du si det på nytt.	
225		I	Ja. Jo Lærer ho har, det e hemmelig kor	
226			mange sukkertøy ho har. Åsså spiser ho	
227			fire. Å når ho har spist fire sukkertøy, så	
228			e det syv sukkertøy igjen. Kor mange har	
229	13.31		ho da fra starten av? (4)	
230		Tor	((ler)) Æ husker aldri ka det va i fra før.	
231	13.39	I	Æ sa at ho har, ho spiste fire.	
232		Tor	Ja, å da.	
233		I	Å da va det syv igjen. (4)	
234	13.49	Tor	Elleve.	
235		I	Ja, kordan klarte du det?	
236	13.53	Tor	Æ telte.	
237		I	Ka du telte i fra? Telte du fra en?	
238		Tor	Æ telte fra fire. Åsså va det syv til.	

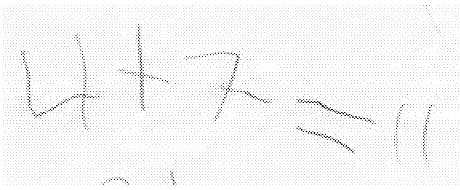
Allerede før Tor har hørt oppgaven, bare fått vite at den handler om sukkertøy, sier han at han må bruke sukkertøy til å telle med når han skal løse den. Imidlertid velger han å ikke benytte noen form for konkreter som hjelpemiddel for å komme fram til svaret. Etter at intervjuer har ferdigformulert spørsmålet poengterer han at intervjuer ikke sa hvor mange sukkertøy Lærer hadde til å begynne med (221). Halvparten av elevene svarer som han, enten at de ikke husker hva intervjuer sa, eller de poengterer at intervjuer ikke sa noe om det. En årsak til dette kan være at elevene ikke er vant med oppgaver på formen der startverdien er ukjent. En annen grunn til dette kan være at elevene føler seg trygge i situasjonen og derfor poengterer at de ikke vet, eventuelt hva de ikke vet. Når Tor løser oppgaven ser han ut i luften og er taus i 4 sekunder, før han sier elleve. Videre sier han at han har kommet fram til svaret ved å starte tellingen fra fire og så telle syv videre (238). Han er først forvirret fordi oppgavetypen er ukjent, oppgaven presenteres ikke slik han forventer. Når intervjuer gjentar oppgaven og poengterer at starverdien er ukjent (225), finner han oppgavens struktur, og da blir den lett for han. Han benytter *telle videre* strategien, og sekvensen viser at det er strukturen, ikke tallene som er det problematiske med oppgaven.

Neste sekvens er en direkte fortsettelse av forrige, her ser vi hvordan Tor kommer fram til den skriftlige presentasjonen.

Nr:	**Tid:**	**Hvem:**	**Hva blir sagt:**	**Kommentarer:**
239		I	Ja. Trur du du klarer å lage et	
240	14.08		regnestykke som passer til den	
241	14.10	Tor	regnefortellinga? (3) Det dær.	
242		I	Eller tegne nåkka som passer til. Enten	
243			tegne eller-	
244		Tor	((ler))	
245		I	Tegne eller skrive skrive nåkka som	
246	14.19		passer til.	
247		Tor	Æ vet ikke. Pluss.	
248		I	Ja.	
249	14.26	Tor	Det har æ tatt.	
250		I	Ja men du kan ta pluss en gang til. Du	
251			lagde jo mang pluss i sted.	
252	14.33	Tor	Men det e kjedelig uten terninga.	
253		I	Ja, men ta terningan til å hjelpe dæi me.	
254			Men det går kanskje ikke, for det ene va	
255			jo syv og det e, fins jo ikke på terninga.	
256	14.45		(4)	
257		Tor	Da blir det fire.	Tor finner 4 på terningen

258	14.47	I	Mmm.	og skriver 4.
259		Tor	Pluss syv.	Han finner 1 og 6 på
260		I	Ja.	terningene og skriver 7.
261		Tor	Fire.	
262		I	Mmm.	
263		Tor	Pluss syv er lik (3) fire, fem, seks, syv,	
264	15.11		åtte, ni, ti, (elleve).	

Når Tor blir bedt om å skrive eller tegne noe som passer til oppgaven blir han unnvikende og sier til slutt at det er kjedelig uten terninger (252). Intervjuer gir han aksept til å bruke terninger og han tar tre terninger og lar den ene representere fire, og de to andre til sammen syv. Han bruker så terningene som hjelp for å skrive ned tallsymbolene, men for å finne den totalsummen velger han en hoderegningsstrategi, der han teller seg oppover fra fire til elleve mens han ser ut i luften.



Figur 4-9: Tor sin besvarelse, trekke fra.

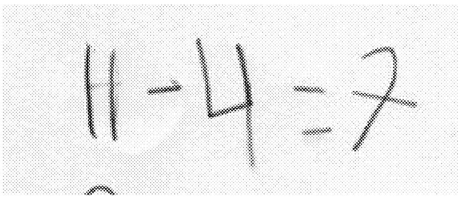
Vi ser her at Tor skriver tallsymbolene i direkte analogi til løsningsprosedyren. Først firetallet, så syvtallet og til sist summen av disse, som er elleve. Dette styrker antakelsen om at han synes den skriftlige framstillingen er krevende.

Konkreter i løsningsprosessen

Over så vi hvordan terningene ble benyttet som konkretisering for å lage en skriftlig framstilling. I sekvensen under ser vi at Mia bruker sukkertøy som bindeledd mellom egen forståelse og skriftlig framstilling.

Nr:	Tid:	Hvem:	Hva blir sagt:	Kommentarer:
171	10.52	I	Ja, går det ant å skrive eller tegne nåkka	
172			som passer til den? (6)	Mia nikker.
173		Mia	En, to, tre, fire, fem, seks, syv, åtte, ni, ti,	Mia teller de 11
174	11.08		elleve. Ho hadde elleve. Næi, det va-	sukkertøyene og skriver
175		I	((ler)) Var minusen, ble det litt feil?	11.
176	11.23	Mia	Ho hadde elleve. Så tok ho vekk en, to, tre,	Teller 4 sukkertøy og
177			fire. Så hadde ho det igjen.	skriver 4. Skriver 7.

Mia begynner med å telle elleve sukkertøy, som er det hun har kommet fram til som svaret på oppgaven. Hun skriver så tallsymbolet for elleve etterfulgt av tegnet for minus. Når hun så resonnerer seg videre, gjengir hun ikke oppgaveordlyden, men bruker egne ord. Oppgavens ordlyd sier at "Lærer spiser fire sukkertøy", men Mia bruker *ta bort* (176) om aktiviteten i oppgaven. Hun teller så opp fire sukkertøy, og tar dem bort fra de elleve, før hun skriver tallsymbolet for fire. Til sist skriver hun at elleve minus fire er like mye som syv, dette gjør hun uten å telle over de resterende sukkertøyene.



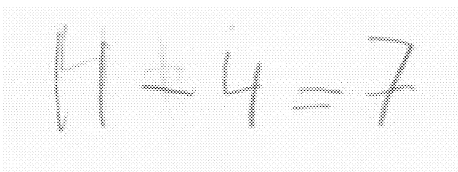
Figur 4-10: Mia, trekke fra.

Til tross for at hun velger en skriftlig presentasjon som ikke kan knyttes direkte til løsningsprosessen går det under ett minutt fra intervjuer starter med å spørre etter en skriftlig framstilling, til Mia har uttrykt oppgaven ved matematiske symboler. Hun virker sikker i tankerekka og det synes som om hun evner å bruke matematiske symboler uten å gå veien om konkreter.

Et tredje konkretiseringsmiddel som brukes i arbeidet med oppgaven er kuleramme. Denne sekvensen viser hvordan Kai bruker kulerammens ulike strenger til å konkretisere mengdene i oppgaven.

Nr:	Tid:	Hvem:	Hva blir sagt:	Kommentarer:
212		I	Ja. Okei. Da har æ et anna, å det e ho	
213			Lærer, ho har nån sukkertøy.	
214	11.28	Kai	Ja.	
215		I	Åsså spiser ho fire.	
216		Kai	Kor mange sukkertøy-	
217		I	Å da har [ho syv igjen.	
218		Kai	[Kor mange. Ja.	
219	11.35	I	Kor mange hadde ho helt i fra starten?	
220		Kai	Nån, sa du.	
221		I	Ja, men klarer du å finne ut kor mange hvis	
222			ho spiste fire åsså hadde ho syv. Når ho	
223			hadde spist fire så hadde ho syv igjen.	
224		Kai	Hm. Fire. Så hadde ho. Fire, så hadde ho.	Teller opp fire på første
225			Syv, ja syv.	streng og syv på andre.
226	12.12	I	Mmm.	
227		Kai	Okei. En, to, tre, fire, fem, seks, syv, åtte,	Teller over første og
228			ni, ti, elleve.	andre streng.
229	12.21	I	Ja.	
230		Kai	Elleve sukkertøy.	

Kai starter med å sitere intervjuer om hvor mange sukkertøy det var fra starten av (220), noen. Han gir med dette inntrykk av at han forventer at startmengden gis i oppgaven. Intervjuer poengterer så at det er mulig å finne ut hvor mange sukkertøy Lærer hadde fra starten av. Han teller så opp fire sukkertøy på den øverste strengen på kuleramma og syv på den andre strengen. Til sist teller han over alle kulene og poengterer at det her er snakk om sukkertøy (230). Slik tydeliggjør han at kuleramma kun er et hjelpemiddel og viser at han vet at den representerer sukkertøyene.



Figur 4-11: Kai, trekke fra.

Både på figur 4-10: Mia, trekke fra, og figur 4-11: Kai, trekke fra, ser vi skygge etter firetall der elevene har endt opp med elleve. Av Kai sin besvarelse ser vi også restene etter et plusstegn. Dette kan tyde på at elevene først hadde tenkt å lage et regnestykke på samme form som Tor (figur 4-9: Tor, trekke fra). En grunn til at de i stedet valgte minus kan være at de ønsket å vise at det er noe de behersker. En annen årsak til dette kan være at de knytter det å spise noe opp mot subtraksjon. Kai starter med å skrive "4 +", han utbryter så "Næi det e minus" (233). Slik gir han inntrykk av at han mener at en forhåndsbestemt regneoperasjon hører til aktiviteten å spise.

4.1.6 Muntlig tekstoppgave- endring ukjent

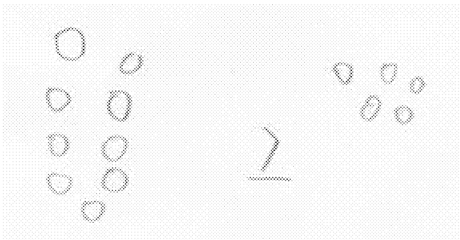
Denne oppgaven ble, som de to over, formidlet muntlig av intervjuer. Kategorisk kommer den inn under *sammenlikning, endring ukjent* (se Tabell 2-1).

Regnefortellingen de skal svare på er slik: Jeg har ni pærer og Lærer har fem pærer. Hvor mange flere pærer har jeg enn Lærer? Skriv eller tegn regnestykket.

Oppgave / **Navn**	Regnefortelling – endring ukjent 											
	Skriftlig				Muntlig				Gestikulering			
	Add	Sub	Ikon	Av	Alle	Vid-ere	Tv	And	Pek. fing	Pek. bly	Fing	And
Ann			x	x								
Siv	x		x									
Tom	x						x					
Ole	x	x		x	x							
Roy				x				x				
Mia				x	x							
Per	x											
Tor				x	x							
Kai				x								

Tabell 4-6: Muntlig tekstoppgave - endring ukjent.

Tabellen over viser at dette er en oppgave som elevene opplevde som vanskelig å formidle skriftlig. De har benyttet både addisjon og subtraksjon som regneoperasjoner og alle, med unntak av tre, er markert med feil under skriftlig. I de skriftlige framstillingene har elevene brukt både ikoner og symboler, og to av elevene dro paralleller til den skriftlige framstillingen de har jobbet mest med som tar for seg større og mindre enn, en av dem er Kai.



Figur 4-12: Kai, endring ukjent.

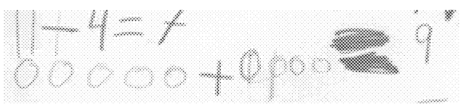
Skriftlig

De fleste elevene klarte å løse oppgaven, men de hadde problemer med å uttrykke den skriftlig. En som brukte både ikonsk og symbolsk framstilling, var Siv.

Nr:	**Tid:**	**Hvem:**	**Hva blir sagt:**	**Kommentarer:**
240		I	Ja. Det e helt riktig. Æ e imponert. Okei, å	
241			den aller siste regnefortellinga da. Den e	
242	13.15		sånn at æ har ni pæra. Å ho Lærer ho har	
243			fem pæra. Kor mange flere pæra har æ enn	
244			Lærer?	
245	13.25	Siv	Okei. Em. (Ni, fem har Lærer). Å du har	Teller opp på

		(en, to, tre, fire, fem, seks, syv, åtte, ni). (… teller lavt) næi, næi. Fire.	kuleramma. 5 på øverste streng og 9 på andre. Teller så differansen.
14.05	I	Ja.	
	Siv	Æ tenkte at du hadde fem.	
	I	((ler)) Går det ant å skrive eller tegne en regnefortelling som passer til det?	
	Siv	Mmm.	
14.15	I	Ja, ska du prøve.	
	Siv	Æ ska tegne en, to, tre, fire, fem. Fem rundinga.	Skriver: ○○○○○ + ○○○○ = 9
	I	Mmm.	
	Siv	Pluss.	
	I	Mmm.	
	Siv	Pluss fire.	
14.35	I	Mmm.	
	Siv	Fire. E, ska æ. Så ska æ liksom regne ka alt det hær blir til sammen?	Peker på kuleramma.
14.48	I	Ja, eller det du har skrevet i regnestykket ditt må du regne sammen, ka blir til sammen.	
	Siv	Isj.	
	I	Ja, men det går an. Når man lager sine egne regnestykka, da kan man lage dæm akkurat sånn som man vil. Det e det som e fint me å lage dæm sjøl.	
	Siv	Okei. (En, to, tre). Næi. En, to, tre, (fire).	
15.15		Ja. Fire.	
	I	Mmm.	
	Siv	Å det e til sammen. (15) Ni.	
	I	Ja. Ska du skrive det å?	
	Siv	E like mye som ni.	
	I	Mmm.	
	Siv	E like mye som. E like mye som ni.	

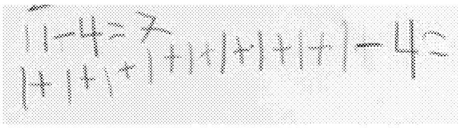
Siv velger spontant kulerammen som hjelpemiddel under løsningsprosessen. Hun teller først opp fem pærer på den øverste strengen og ni på den andre. Rekkefølgen er ikke den samme som i oppgavens formulering, dette kan indikere at hun abstraherer oppgaven i den grad at hun klarer å bruke at operasjonen er kommutativ. Videre teller hun de kulene på streng nummer to som er flere enn kulene på streng nummer en. Hun gjør ikke tegn til å gi noen skriftlig framstilling av oppgaven på eget initiativ, men starter med å tegne rundinger når hun oppfordres til å lage noe skriftlig. Under ser vi den skriftlige framstillingen (Figur 4-7: Siv).



Figur 4-13: Siv, endring ukjent.

Valget av sirkler som representasjon av mengdene kan bety at hun tar direkte utgangspunkt i kulerammen, og at hver sirkel står for en kule. Hun velger imidlertid å skrive summen som symbol, dette kan komme av at hun har en ide om at svaret alltid skal være et tall. Under innlæring av tallene har ofte lærebøkene oppgaver der figurer skal gjøres om til tall.

En annen elev som kom langt i sin skriftlige framstilling, men ikke helt i mål er Ole.



Figur 4-14: Ole, endring ukjent.

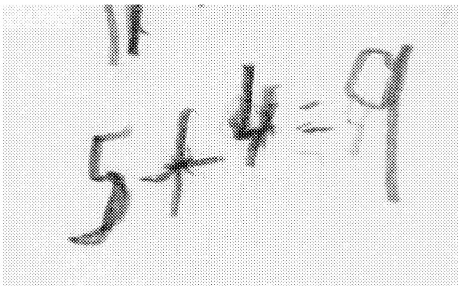
Her bruker han samme strategi som i oppgaven med eplene, der han delte femtallet opp i enere. Her er det imidlertid et nitall han har delt opp i enere, altså et relativt stort tall, men regnestykket blir ikke avsluttet. Kanskje blir han usikker på summen fordi han har laget et regnestykke med både addisjon og subtraksjon.

Det er påfallende at nettopp denne oppgaven, som inneholder relativt lave tall og lett kan knyttes til matematiske utfordringer som elevene møter på i dagliglivet, skaper problemer for elevene når det kommer til skriftlig framstilling.

En elev som skiller seg ut fra de andre elevene i denne oppgaven, er Tom. Hans skriftlige framstilling står i direkte tilknytning til resonnementet han brukte for å komme fram til løsningen.

Nr:	Tid:	Hvem:	Hva blir sagt:	Kommentarer:
186	09.29	I	Okei. Mmm. Da e det den aller siste	
187			spørsmålet. Æ har ni pæra. Å Lærer har	
188			fem pæra. Kor mange flere pæra har æ	
189			enn Lærer?	
190		Tom	Du har ni og ho har fire pæra?	
191	09.42	I	Ho har fem, æ har ni og ho har fem. Kor	
192			mange flere e det æ har da? (5)	
193	09.54	Tom	Fir-, fire mer.	
194		I	Ja. Kordan kunne du finne ut det?	
195	09.58	Tom	((ler)) Fordi fem pluss fire e, blir ni.	

Etter at intervjuer har formulert spørsmålet, spør Tom hvilke antall det var snakk om (190). Intervjuer gjentar oppgaven og det er fire sekunders stillhet før Tom svarer at det er fire mer (193). På oppfordring fra intervjuer forklarer Tom hvordan han kom fram til svaret (195). Figur 4-15 gjenspeiler Tom sin forklaring (195) direkte.



Figur 4-15: Tom, endring ukjent.

Elevene har erfaring med å sammenlikne. Størst og minst, flest og færrest. Denne oppgaven er knyttet opp mot hverdagslivet, men er tydeligvis ikke kjent for elevene i skolesammenheng.

Gestikulering
Elevene bruker ikke kroppsspråk som lar seg identifisere i tabellen. Dette er imidlertid den oppgaven der flest elever velger å bruke konkretiseringsmateriell. Fire av elevene bruker kuleramme og én bruker sukkertøyene.

Oppsummering

Under intervjuet er det flere anledninger der elevene bruker kroppsspråket mer aktivt enn det muntlige språket. Også det auditive ble belyst gjennom Ole som telte på fingrene ved å lytte til lyden disse laget, slik skapte han et komplement til det visuelle. Det som dominerer er likevel et samspill mellom den taktile og den visuelle sansen. Behovet for å berøre kommer fram flere ganger under hvert intervju. Elevene tar på terningene med fingeren eller blyanten, eller de tar på fingrene sine. Når det kommer til tekstoppgavene benyttes kuleramme og sukkertøy som konkretisering i relativt stor grad. Der kommer det fram hvordan elevene bruker disse hjelpemidlene til å organisere de fakta som intervjuer presenterer for dem. For å lage systemer behøves berøring, de må gruppere sukkertøyene og kulene. På samme tid trengs synet for å se hva de faktisk blir presentert for. Slik danner berøring og syn fundamentet for å løse oppgavene og omsette dem til skriftlig materiale.

I overgangen fra kunnskap og forståelse til skriftlig framstilling ser vi et skille mellom de to første oppgavene med terninger og de resterende oppgavene. I de to første er det et flertall av elevene som starter med å skrive ned regnestykket for så å løse dette, mens i resten av oppgavene kommer i stor grad løsningsprosessen før de skrevne symbolene og bildene.

Generelt har ikke elevene problemer med å komme fram til svarene, det er derimot varierende i hvilken grad de er i stand til å formulere prosessen muntlig og skriftlig. Slik blir det tre nivåer av svar fra elevene. Det er de som finner svaret, men ikke kan forklare hvorfor eller hvordan. Så kommer de elevene som i tillegg til å løse oppgaven, forteller hvordan de kom fram til svaret. Det tredje, og siste, nivået er de som også er i stand til å formulere en skriftlig framstilling av oppgaven og/ eller løsningsprosessen.

I den andre tekstoppgaven, *trekke fra*, så vi hvordan elevene tok utgangspunkt i oppgaven, ikke egen strategi, når de laget det skriftlige materialet. Og i arbeidet med terningene laget elevene først det matematiske symbolspråket og så fant de løsningen på oppgaven.

4.2 Analyse av elevarbeid

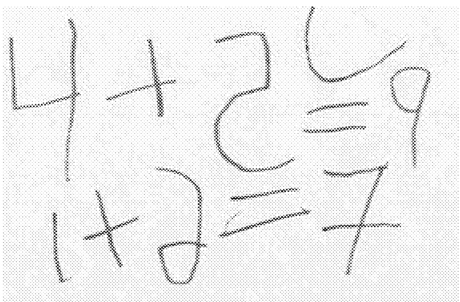
Noen av de skriftlige oppgavene elevene arbeidet med under observasjonen, var knyttet opp mot matematiske aktiviteter. Dette kapittelet tar for seg to av disse oppgavene for å gi et bilde på hvordan den matematiske aktiviteten i klasserommet danner grunnlaget for innlæringen av det matematiske skriftspråket. Elevene har jobbet individuelt med begge oppgavene og det er klassens lærer som har satt rammene for arbeidet. Vi skal likevel se at elevene reflekterer og diskuterer over tallenes verden når de holder på med slike oppgaver. Et fellestrekk ved oppgavene er at elevene i stor grad styrer mengden arbeid selv, både med tanke på vanskelighetsgrad og antallet oppgaver de lager.

4.2.1 Elevene lager selv addisjonsoppgaver

Denne aktiviteten er lik en av oppgavene som ble gitt i intervjuet. Hver elev har fått utdelt to terninger, blankt ark og blyant. Aktiviteten går ut på at de skal kaste terningene og bruke dette som utgangspunkt for en skriftlig presentasjon, matematikkspråket sitt. Elevene er på forskjellig nivå både når det gjelder tallforståelse og evne til å formulere seg skriftlig, i denne aktiviteten differensieres dette ved at elevene selv velger hvor mye de skriver. Noen elever laget så få som to regnestykker, mens andre fylte både fram- og baksiden på arket. De fleste valgte å lage regnestykker av typen 4 + 3 = 7, som vi ser i figuren under. Regnestykket bygger direkte på terningene ved at hver terning blir representert med ett symbol, henholdsvis 4 og 3 i dette eksempelet.

Figur 4-16: Eksempel på regnestykke.

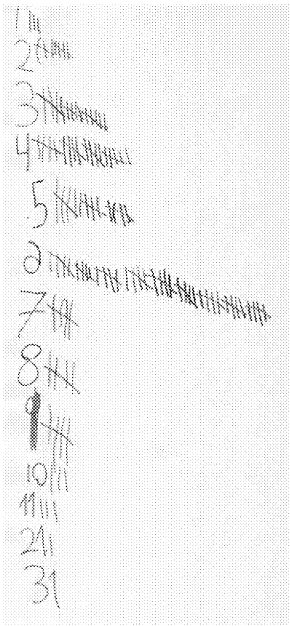
Elevene har generelt summert riktig på disse oppgavene, dette gjør at det å summere to mengder ikke framstår som aktivitetens hovedanliggende. Målet med disse oppgavene er i stede å gi elevene erfaringer med å formulere seg skriftlig, både med tanke på å skrive symboler og med å gi de matematiske symbolene mening. Figur 4-17 tydeliggjør elevenes behov for å trene på å skrive tallsymboler slik at de får automatisert både regnestykkene og skrivingen. Det er imidlertid viktig at læreren aktivt veileder og rettleder elevene slik at de automatiserer et korrekt skrift- og tankemønster, og spesielt at de speilvendte tallsymbolene ikke får bli befestet.



Figur 4-17: Speilvendte tall

Oppgavene gir dermed elevene erfaring både med addisjon som operasjon, men også med å skrive tallsymbolene. Slik blir de både kjent med mengdene og de skriftlige representasjonene, og sammenhengen mellom disse blir synliggjort for elevene.

To av elevene hadde skriftlig materiale som avviker fra normalen som var regnestykker, det var Ann og Roy. Ann hadde ikke laget regnestykker, men derimot markert antall ganger terningene hennes viste de ulike mengdene. Hun startet med å skrive tallene fra en til seks i kolonne på et ark, slik vi ser på øverste halvdel av Figur 4-18. Deretter satte hun en loddrett strek bak de tallene som terningene viste, for eksempel satte hun et merke bak firetallet for hver firermengde hun fikk på terningene.

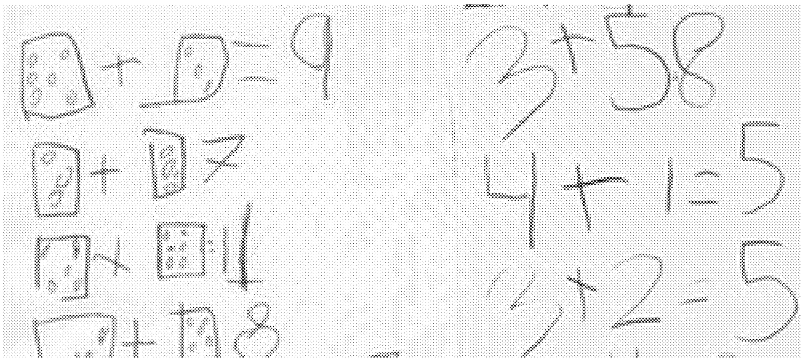


Figur 4-18: Markere antall øyne på terningen.

Som nevnt tidligere brukte elevene hele tiden to terninger, eleven som har laget strekmarkeringene som vi ser på Figur 4-18 fikk dermed to streker for hvert kast. Dersom terningene viste tre og seks øyne, satte hun én strek bak tretallet og én strek bak sekstallet. Denne aktiviteten inneholdt dermed ingen addisjon, kun en kobling mellom tallsymbol og terningens øyne. Etter å ha gjort dette en stund utvidet hun kolonnen med tall til å også inneholde tallene fra syv til tretten, samtidig endret hun aktiviteten slik at hun nå markerte summen av de to terningene. Altså dersom terningene viste tre og seks øyne, satte hun en stek bak nitallet. Her må det tas forbehold om at tallene tolv og tretten i kolonnen er min tolkning. De to nederste tallene hun har skrevet er 21 og 31, men ut av konteksten synes det naturlig å anta at hun har ment 12 og 13. Det at hun har tatt med tretten viser at hun har manglende forståelse av at tolv er den største summen hun kan oppnå ved å legge sammen to terninger. Hvorfor hun slutter med tretten kommer ikke fram fra arket hennes. Vi kan anta at hun holder på å gjøre seg kjent med tallsymbolene, men ennå ikke er helt trygg på dem. Hun har imidlertid begynt å se et mønster med tallsymbolene, dette ser vi fordi hun har skrevet 11, 21 og 31. Eller kanskje hun bare husker at det tallene fra en til ni kommer på nytt etter ti. Det at 31 er med viser at tallene i stor grad kun er symboler for henne, hun har ennå ikke knyttet dem til mengdene de representerer.

Det at hun endrer aktiviteten til å innebefatte addisjon kan være et tegn på at det ikke er addisjon som operasjon som er hennes problem, men heller det at hun ikke føler seg trygg på å skrive tallsymboler. Denne antakelsen støttes opp av at hun ikke har klart å skrive alle tallene fra en til tretten korrekt. Ut fra dette kan vi anta at hun har alminnelig god tallforståelse, og at hennes svakhet er at hun har språkproblemer. Det er det å bruke tallsymbolene som hun synes er vanskelig. I tillegg til at hun har byttet om på sifrene i tolv og tretten har hun speilvendt sekstallet, dette understreker behovet elevene har for å trene på å uttrykke seg skriftlig. Den fasen eleven er i er høyst normal og det er viktig at eleven ikke får forståelsen av at hun ikke behersker matematikk.

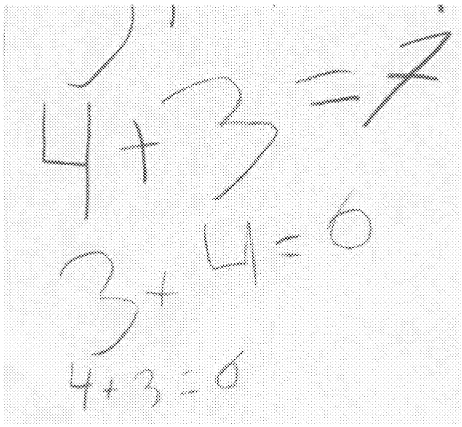
En annen forenkling av symbolbruken finner vi hos Roy. Han har tilpasset oppgaven ved å tegne terningene som ikoner, i stedet for tallsymbolene (se Figur 4-19). Summen har han likevel skrevet med tall. Denne formen for skriftlig framstilling har eleven gjort på halve arket, på den andre halvdelen har han skrevet tallsymboler både for terningenes verdi og for totalsummen.



Figur 4-19: Piktografisk og symbolsk framstilling.

Vi ser her at eleven har startet med å skrive regnestykkene som en blanding av bilder og symboler. To av regnestykkene mangler likhetstegnet og vi ser at det øverst regnestykkene på høyre side har et veldig lite likhetstegn. Denne formen for skriftlig framstilling har han brukt på halve arket, på den andre halvdelen har han kun benyttet symboler. Blandingen av ikoner og symboler er den formen for representasjon som elevene brukte i starten når de gjorde slike oppgaver. Grunnen til at Roy velger å begynne med både ikoner og symboler kan være at han ikke føler seg helt trygg på overgangen mellom aktiviteten og den symbolske framstillingen. Slik blir ikonene et bindeledd mellom aktiviteten og matematikkspråket. Det at han ikke føler seg helt trygg på symbolbruken kan være grunnen til at han utelater likhetstegnet i noen av regnestykkene, men dette kan også komme av at han jobber raskt og derfor glemmer dem. Denne skriftlige framstillingen er klart mer tidkrevende enn en rent symbolsk framstilling, dette er trolig årsaken til at han etter hvert går over til å kun bruke symboler.

Læreren har en viktig oppgave i å veilede og rettlede elevene slik at de ikke automatiserer feil summering under arbeidet med slike oppgaver. Under på Figur 4-20 ser vi hvordan en elev helt tydelig ikke har satt de påfølgende regnestykkene i analogi til hverandre.



Figur 4-20: Samme regnestykker, ulike svar.

Det øverste regnestykket har han regnet riktig. På neste regnestykke, 3 + 4 = 6, er tallene snudd om på og den kommutativ lov gjelder da. Dette har eleven ikke sett, og derfor fått en annen sum enn på det første regnestykket. På det siste regnestykket har han igjen fått 4 + 3, men denne gangen skriver han at summen av dette blir seks. Det er flere forhold som kan spille inn her og ha betydning for regnestykkene, men disse kjenner vi dessverre ikke til. Vi kan likevel komme med noen hypoteser og stille noen spørsmål. For det første kan vi spørre oss om det at tallene har byttet plass betyr at han skiller på terningene og at det er avgjørende for hvilket tall han skriver først. Bakgrunnen for dette spørsmålet er at elevene hadde to identiske terninger, og det er derfor mest trolig at han ikke kunne se forskjell på dem. Dette må jo i så fall bety at han vilkårlig velger hvilket tall som skal stå først i regnestykket. Når han har variert på regnestykkene ved å bytte på om fire eller tretallet står først, kan han ha gjort det for å få variasjon. Han slapp å skrive flere like regnestykker etter hverandre. Men dersom hypotesen over er riktig, at han har sett de tre regnestykkene i sammenheng med hverandre, burde han ikke da vite at alle får den samme summen? Det kan selvfølgelig også være at elevens regnestykker er vilkårlige og at han ikke har sett sammenhengen, men i så tilfelle er det vel rart at han gjentar samme feilen på to påfølgende oppgaver.

Dersom en oppdager slike ting mens eleven holder på med arbeidet gir det læreren mange muligheter for å komme med innspill som gir eleven mulighet for å korrigere seg selv. Samtidig får læreren en unik sjanse til å få vite mer om den enkelte elevs tallforståelse og argumentasjon.

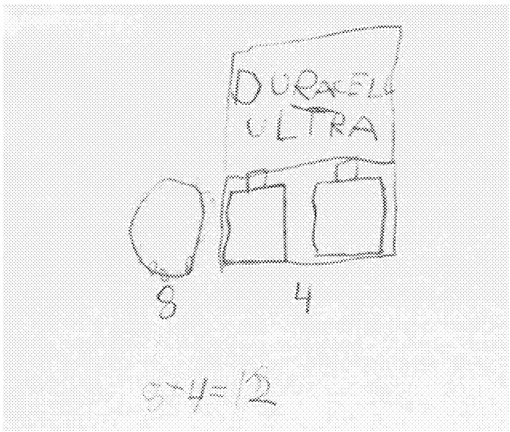
Etter at elevene er ferdige med oppgavene spør læreren hver enkelt elev om hvor mange regnestykker han har laget. Disse tallene skriver hun opp på tavla som et langt regnestykke. Hun henter kuleramma og i fellesskap summeres antall regnestykker, slik at de finner ut hvor mange regnestykker klassen har laget til sammen. Dette kan motivere elevene til å lage flest mulig regnestykker.

4.2.2 Matematikk og lek

I en av arbeidsøktene jeg observerte, uten bruk av kamera, lekte elevene butikk. Lekens rammer ble satt av lærer i forkant av leken, dette gjorde hun ved å poengtere at de fikk handle to varer om gangen og ved å presisere at de skulle tegne gjenstandene i tillegg til å lage regnestykker på matematikkspråket. Det er også læreren som har bestemt varenes pris, denne er skrevet på den enkelte gjenstanden og overstiger ikke 9 kr. Lek i denne sammenhengen er ikke synonymt med den frie og spontane leken, men henspeiler i stedet på en aktivitet som er knyttet opp mot en vanlig lekeaktivitet. På samme tid er denne aktiviteten nært knyttet opp mot elevenes dagligliv. De fleste har mange og varierte erfaringer med butikk og handling. De har vært med foreldre og handlet mat eller klær, men de har trolig også hatt penger selv som de har betalt med. Kanskje har de vært på kino eller i svømmehallen og kjøpt billett der, slik at de har erfaring med at en ikke bare kan kjøpe seg gjenstander, men også tjenester med penger.

Under arbeidet med denne oppgaven ser vi noen av de samme individuelle tilpassningene som vi så i oppgaven over, der elevene selv laget addisjonsoppgaver. Både variasjon i antallet oppgaver og ulik bruk av konkretiseringsmateriellet finner vi i elevenes arbeid.

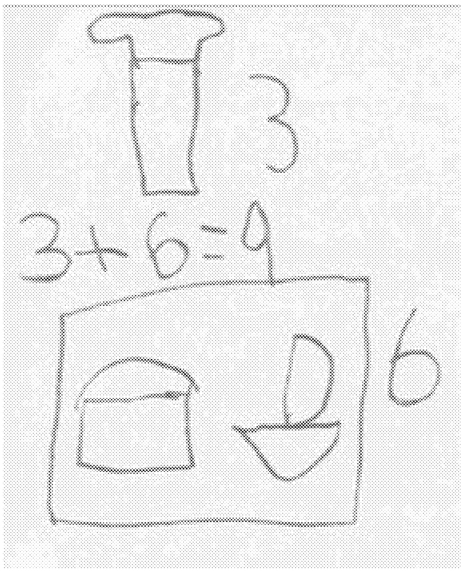
Variasjon i besvarelsene
Her ser vi to eksempler på hvordan oppgaven kan gjøres med ulik vanskelighetsgrad. Besvarelsen under inneholder en tegning av objektene sammen med prisen på dem. Videre fører tegningene til et regnestykke, 8 + 4 = 12.



Figur 4-21: Piktografisk framstilling.

Besvarelsen over viser hvordan eleven har tegnet de faktiske varene og til og med skrevet på varemerket, *Duracel ultra*, denne framstillingen kommer inn under det som Pimm (1995) omtaler som piktografisk framstilling. Konteksten og aktiviteten framstår som svært viktig for denne eleven. Han har ikke kjøpt hvilke som helst batteri. Pakken inneholder to batterier og merket er Duracell Ultra. Allerede før eleven har skrevet tallsymbolene har han dermed brukt både matematikk og bokstaver. Bokstavene angir hvilken type batterier han har kjøpt, mens antallet batterier er matematisk. Legg merke til hvordan batteripakken og batteriene er tegnet med kun firkanter. Både rektangulære og kvadratiske. Smykket til venstre på tegningen er tegnet med rundinger. I tillegg til at tegningen er detaljrik og naturtro, har eleven tegnet gjenstandene ved siden av hverandre. Slik at de direkte kan knyttes til matematikkspråket, som han har brukt under tegningen. Dette gjør at tegningen og regnestykket framstår som nært knyttet til hverandre. Regnestykket framstår som en omformulering av tegningen, mens det er figurene som dominerer bildet.

Besvarelsen under inneholder de samme elementene som Figur 4-21, bilder av gjenstandene og tilhørende pris, og det matematiske symbolspråket.



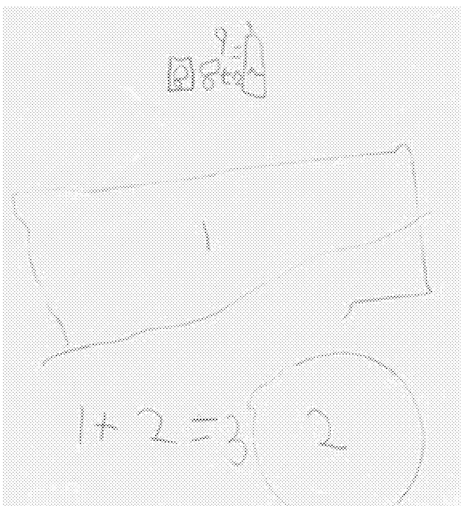
Figur 4-22: Ikonsk framstilling.

Likevel ser vi at eleven har abstrahert varene noe mer enn i den forrige besvarelsen. Eleven har fortsatt tegnet bilder for varene, men de er ikke satt på linje og de er ikke like lett gjenkjennelige som tegningene vi så på forrige besvarelse (Figur 4-21). Framstillingen har i større grad, enn den forrige, preg av å være ikonsk. Varene står ikke på linje, men rundt selve regnestykket, og det synes derfor som om regnestykket ikke er direkte knyttet til de tegnede varene, men en selvstendig del av helheten.

I motsetning til forrige regnestykke (Figur 4-21), der regnestykket sto "bortgjemt" nede i en krok, ser vi her at regnestykket står stort og oversiktlig i sentrum av bildet. En får inntykk av at eleven ønsker å vise fram regnestykket sitt, det er viktig at mottakeren som skal lese oppgaven ser tallene og symbolene. Symbolene er viktige og tallene er store, runde og fine.

Én elev, to oppgaver

Det er ikke bare mellom elevene vi finner differensierte besvarelser, også hos enkeltelever ser vi at de har ulike former for skriftlig framstilling. Figur 4-23 viser to regnestykker Per har laget med utgangspunkt i fire ulike varer.



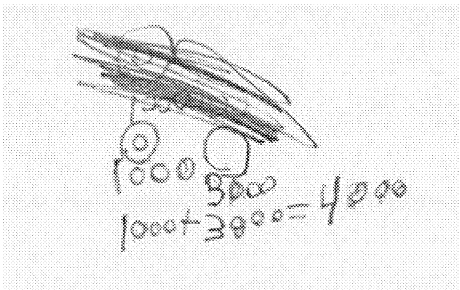
Figur 4-23: Ulike tall, ulike bilder.

Det nederste regnestykket til Per kjennetegnes ved at både figurene og tallsymbolene er store og oversiktlige, mens det øverste regnestykket har små symboler og små figurer. I tillegg er det øverste regnestykket satt opp på en lite oversiktlig måte. En medvirkende årsak til at disse er laget i vidt ulike størrelser kan være tallenes størrelse. Tallene i det nederste regnestykket har lave verdier og vi kan anta at eleven har god tallforståelse av disse, noe som fører til at han føler seg trygg på dem og på regnestykket han lager. Det øverste regnestykket derimot inneholder tall som har relativt høy verdi. Altså er muligheten der for at eleven ikke behersker disse like godt som tallene under, dette understøttes av at eleven har summert feil. Det synes derfor som om eleven har framhevet oppgaven med de lette tallene, mens han har gjemt bort den oppgaven som han er usikker på.

Elevens framstilling synes naturlig og logisk, alle ønsker å framheve det de behersker og tone ned det som er mindre bra. Det interessante her blir da hvorfor eleven valgte disse "store" tallene. Ville det ikke vært en mulighet å unngå det vanskelige ved å kun velge varer som hadde lav pris? Kanskje har eleven utelukkende valgt varer som ser spennende ut, og ikke sett på prisen i utvelgelsen.

Refleksjoner med store tall

Det ble tidligere nevnt at alle varene hadde priser fra 1 til 9 kroner, ingenting kostet mer. Likevel finner vi besvarelser der elevene har regnet med større tall.



Figur 4-24: Symbolsk framstilling.

Her ser vi at eleven har gjengitt varene som ikoner, de er forenklinger som ikke kan gjenkjennes, slik får en inntrykk av at objektene som er benyttet er underordnet. Videre vet vi at ingen av varene i butikkleken har høyere pris enn 9 kr, likevel bruker eleven 1000 og 3000 som respektive priser. En årsak til dette kan være at eleven kjeder seg. Ikke nødvendigvis fordi han har spesielt god tallforståelse og at oppgavene derfor oppleves som for lette, men kanskje heller for å skape spenning og variasjon.

At elevene filosoferer og reflekterer over tall som de ennå ikke behersker og forstår fullt ut ser vi under en annen arbeidsøkt der noen av elevene lekte butikk, der oppstår følgende dialog mellom to av elevene.

Nr:	Tid:	Hvem:	Hva blir sagt:	Kommentarer:
128	17.35	Tom	Å, den hær koster femten hundre. Den	
129			hær koster femten hundre.	
130	17.39	Roy	Femten hundre, det fins ikke.	
131		Tom	Jammen vi har det. Femten hundre jo.	
132		Roy	Næi det fins ikke.	
133	17.45	Tom	Fins ikke det femten tusen? Det gjør det.	
134	17.51	Roy	Det fins ikke femten hundre.	
135		Tom	Jo.	
136		Roy	Næi.	

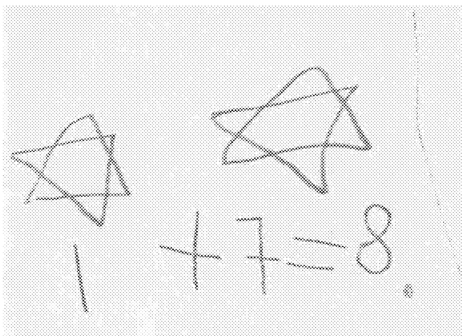
137		Tom	Jo.
138	17.54	Roy	Det fins ikke femten hundre.
139		Tom	Men.
140		Roy	Det fins femti tusen. Men det fins ikke
141			sånne hundre, etter ni hundre kommer
142			tusen.
143	18.14	Tom	Å ja.

Sekvensen starter med at Tom sier at en av varene koster femten hundre, dette til tross for at ingen pris er satt til mer enn ni kroner. Roy svarer på utsagnet med å si at dette tallet ikke finnes (130). Slik diskuterer de videre, uten at de kommer til noen enighet eller argumentasjon. Midt i diskusjonen spør Tom om det ikke finnes femten tusen (133), antakelig blander han sammen hundre og tusen, og Roy sier at det ikke finnes femten hundre (134). Til slutt forklarer Roy at det finnes femti tusen, men at det ikke finnes slike hundrere fordi tusen kommer etter ni hundre (140). Denne forklaringen godtar Tom og diskusjonen er over. Aktiviteten de opprinnelig holder på med er å leke butikk. Under denne aktiviteten begynner Tom, tilsynelatende uten noen spesiell grunn, å kommentere prisen på en av varene.

Vi ser her hvordan elevene går ut av leken for å utforske tallenes verden. Sekvensen viser også progresjonen i diskusjonen. Først kommer verken Tom eller Roy med noen forklaring på hvorfor de mener det de gjør. Det er heller ikke noen av dem som spør den andre om å begrunne sitt syn, likevel kommer de til et punkt der Roy forklarer hvorfor han mener at Tom tar feil.

Bruken av figurer for å lage regnestykker

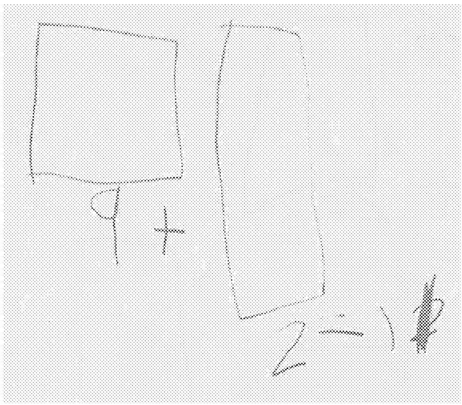
Poenget med å leke butikk er blant annet at elevene skal ha erfaringer og kjennskap til tilsvarende situasjoner i hverdagen. Av dette blir det naturlig å anta at situasjonene som oppstår og regnestykkene som lages står i analogi til det virkelige liv. Likevel kommer det fram at det er ikke alltid er samsvar mellom dagliglivet og aktiviteten. Et eksempel på det ser vi i Figur 4-25 der to like gjenstander har fått ulik pris.



Figur 4-25: Like gjenstander, ulik pris.

Vi ser at det ikke er satt noen pris på stjernene, de bare står over regnestykket. Dette gjør det naturlig å sette spørsmålstegn ved om gjenstandene er til noen hjelp for eleven, eller om de er tegnet opp bare fordi læreren har sagt at slik skal det være. Den vanligste prosedyren elevene fulgte når de laget slike oppgaver, var at først ble varene tegnet, så ble regnestykket laget. Dette er svært tydelig i det øverste regnestykket i Figur 4-23, der regnestykkets fysiske utforming er tilpasset de tegnede figurene. Her gir det utslag i at summen og likhetstegnet står over selve regnestykket. I oppgaven på Figur 4-25 ser vi at prisene ikke står sammen med stjernene, noe som kan være en indikasjon på at stjernene er tegnet opp i etterkant. Stjernene, som i utgangspunktet er ment å være et bilde på varene, får da ikke noen direkte tilknytning til tallene. Dersom dette er realiteten vil det i praksis si at eleven ikke får nyttegjort sine praktiske erfaringer med butikk og handling, men at det å lage regnestykkene i stedet blir en rent teoretisk situasjon.

Hos en annen elev ser vi at figurene er tegnet først, så er symbolene skrevet (Figur 4-26).



Figur 4-26: Figurene først, så tallene.

Denne eleven har tydelig først tegnet firkantene og satt pris på hver av dem. Dette synes selvsagt da figurenes øverste sider er satt på linje, og prisene står rett under figurene. Til forskjell fra oppgavene som er presentert tidligere i teksten, ser vi at denne eleven ikke har skrevet tallsymbolene på nytt når han har laget regnestykket. Han har i stedet brukt prisene direkte, og derfor fått et regnestykke som står på to ulike linjer.

Eleven har tilsynelatende ikke tatt utgangspunkt i varer fordi figurene hans ser ut som vilkårlige geometriske figurer. Likevel er det to momenter som gjør det naturlig å anta at firkantene er forenklete bilder av varene han handlet i butikken. Det ene er at han mest sannsynlig har laget figurene før tallene. Det andre er at tallene står til figurene, regnestykket er ikke en selvstendig enhet som står uavhengig av firkantene. Av dette kan en anta at eleven enten ikke ser regnestykket som noe selvstendig, men som en del av en helhet der figurene har en sentral plass. Eller det kan være at eleven sparer tid og arbeid ved å kun skrive tallene én gang og at dette er grunnen til at det ikke er skrevet et regnestykke som er separert fra firkantene.

Oppsummering

Begge aktivitetene over, både den med terningene og den med butikkleken, er aktiviteter der elevene selv lager skriftlige framstillinger med utgangspunkt i aktiviteten. De bygger begge på elevenes lek og dagligliv. Leken kommer inn ved at bruken av terninger er en sentral del av det å spille både brett- og terningspill, aktiviteter de fleste barn har erfaring med og som de liker. Butikkleken tar utgangspunkt i å gå på butikken og handle, noe alle elevene har erfaring med fra dagliglivet sitt. I tillegg er det å leke butikk noe mange barn tar med i rolleleken sin, både før skolestart og i de laveste klassetrinnene. Disse aktivitetene innehar derfor flere momenter som er kjente for elevene, rollelek, spill, turtaking, regler, spontan lek og erfaringer fra dagliglivet.

Felles for begge oppgavene, er at elevene befinner seg på ulike nivåer og derfor velger både forskjellig vanskelighetsgrad på oppgavene og ulikt antall oppgaver. Det at læreren følger opp aktivitetene med å spørre om hvor mye de har gjort kan være en motivasjon for elevene til å lage flere regnestykker, men samtidig må en både godta og legge til rette for at en slik differensiering.

Vi ser at på samme tid som elevene utforsker og leker med større tall enn det læreboka og rammene for aktiviteten legger opp til, har de behov for å trene på grunnleggende bruk og skriving av de matematiske symbolene. Elevene får trent opp grunnleggende ferdigheter, samtidig som de leker med store tall. Aktivitetene er lagt opp til individuelt arbeid, men åpner for samhandling og diskusjoner. God atmosfære i klasserommet tillater spørsmål og samtale elevene i mellom.

Utfordringen blir å få elevene til å se sammenheng mellom symbolene, tegningene, forståelsen og kunnskapen, slik at de matematiske aktivitetene gir mening for elevene.

4.3 Analyse av klasseromsobservasjon

I hovedsak er det aktiviteter som munner ut i skriftlig materiale som presenteres i denne oppgaven. I klasserommet dreier likevel mye seg om det muntlige, klassen snakker om tall, de leker med tall og de utforsker tallenes verden. Et fast innslag er dagens tall, altså datoen for den respektive dagen. Dette tallet knyttes ofte opp mot konkreter og det undersøkes, er det et par- eller oddetall, hvordan kan det deles opp, hva heter et tall som bare kan deles opp i enere, hvilket tall er tvillingtallet til dagens tall?

Elevene og lærer ser sammen på tallene, de tar på seg en forskers briller og analyserer tall, de går inn i tallenes verden. Det er i denne verdenen de kan fantasere om og leke med tall som de i utgangspunktet ikke har forutsetninger for å gjenkjenne eller gjengi i det skriftlige språket. Nettopp fordi dette er en så stor del av klassens arbeid med matematikk vil kapittelet om klasseromsobservasjonene inneholde sekvenser som i stor grad er muntlige.

Klassen arbeider i hovedsak sammen i de observerte matematikktimene, kun med innslag av individuelt arbeid. Det meste av den selvstendige jobbingen skjer når de benytter arbeidsboka fra lærerverket, klassens lærer presiserer at denne brukes som belønning og avslapning på slutten av øktene. Det er dermed ikke meningen at arbeidsboka skal introdusere elevene for noe nytt, den skal i stede gi elevene trening i å bruke den kunnskapen de allerede har. Samtidig får elevene trent på å lese og skrive på matematikkspråket. Slik blir denne delen av arbeidsøktene med på å gi elevene følelse av mestring.

4.3.1 Muntlige regnefortellinger

Sekvensene jeg har valgt her er to utdrag fra arbeid i lyttegruppa, økt 6. Elevene lager muntlige regnefortellinger og vi ser hvordan de selv differensierer oppgavene, og gjør de ulike både med tanke på struktur og størrelse på tallene.

Den første sekvensen starter knappe 21 minutter ut i timen, elevene har fram til da sittet i lyttegruppa hele tiden og snakket om ulike matematiske begreper. Overgangen til denne delen av arbeidsøkta skjer ved at læreren forteller om en tur hun var på sammen med barnebarnet sitt, og ut fra denne turen lager hun to muntlige regnefortellinger. Disse regnefortellingene handler om blomster og fisk. Hun oppmuntrer så elevene til å lage egne regnefortellinger, som de andre elevene kan svare på.

Nr:	**Tid:**	**Hvem:**	**Hva blir sagt:**	**Kommentarer:**
361	20.54	Kai	En gang dro æ på bærtur. Å først fant æ	
362			femti blåbær, å så fant æ åsså femti	
363			krøkebær, så fant æ åsså femti multebær, å	
364			så fant æ åsså femti.	
365		Per	Tyttebær.	
366		Tim	Grisebær e ikke godt.	
367	21.19	Kai	Grisebær.	
368		Lærer	Å hå hå,	
369		Roy	Bi, bi, bi.	
370	21.25	Lærer	Ser du det e nån som har funnet svaret.	
371	21.27	Roy	Kai.	
372		Kai	Eee.	
373		Lærer	Tom, vær så snill og [sitte pent	
374	21.31	Kai	[Roy.	
375		Roy	To hundre.	
376	21.35	Lærer	Å næmen, nu blei æ helt forskrekka.	
377			Stemme det Tor? Fikk du to hundre? Hæ?	

		Fikk du det Ann?
21.45	Ann	Næi, men æ hadde lyst å lage en anna historie.
	Lærer	Å lage et regnehistorie. Ja, kossen tenkte du Kai, blei det to hundre?
21.53	Kai	Ja.
	Lærer	Da tenkte du at regnestykket blei?
21.56	Kai	Fordi at æ bruke å ta sånn: Fem pluss fem det e jo ti. Å da bruke æ gjøre sånne store, æ tok kanskje litt stort. Da bruke æ å ta femti pluss femti det e hundre. Å så tok æ to femtia til å det e to hundre.
22.12	Lærer	Akkurat, det va sånn du tenkte. Å, æ syns det va vanskelig. Den neste va ho Siv som skulle få lage, nu.

Kai starter kort med å fortelle at han var på tur og plukket bær, for så å fortelle hvor mange bær han fikk. Han bruker noe tid på å finne den fjerde bærsorten, ut fra dette kan en anta at konteksten er viktig for han. Kai ønsker ikke bare å gi klassekammeratene en matematisk utfordring eller vise hvor store tall han behersker, han vil ha en meningsfull og troverdig historie. Han avslutter regnefortellingen med å si at den siste bærsorten er Grisebær (367), som for øvrig ikke er spiselig, slik gir han oppgaven et personlig preg. Slik blir det litt lekpreg over historien. Alle skjønner at den er på liksom fordi ingen går på tur for å plukke grisebær. Dette er med på å både ufarliggjøre oppgaven og gi den et humoristisk preg. Etter at fortellingen er ferdig stiller han ikke noe endelig spørsmål, likevel forstår de andre elevene at oppgaven handler om hvor mange bær han har fått til sammen. Kai bestemmer selv hvem som skal få svare, og velger Roy. Roy svarer to hundre, som er riktig svar. Dette viser at selv om elevene arbeider med tall opp til og med ti i læreverket, er de i stand til å forholde seg til og jobbe med større tall.

Det kan være en ulempe at elevene selv velger hvem som skal svare, da enkelte elever vil bli plukket ut oftere enn andre. Et annet moment som kan være verd å ha i bakhodet i denne situasjonen er at elvene ikke er i stand til å bedømme hvilke elever som klarer oppgaven, i denne alderen er det gjerne slik at alle rekker opp handa, også de som ikke kan svare. Slik legges ansvaret over på elevene, de blir selv ansvarlige for å kunne svare på og begrunne sine svar. Imidlertid er det ikke nødvendigvis slik at elevene tar skade av å svare feil. Det som er avgjørende er at elevene og lærer har et forhold og en atmosfære som gir rom for og tillater prøving og feiling.

Etter at Roy har svart på oppgaven, spør læreren hvordan Kai tenkte da han laget oppgaven. Han forteller da at han tenkte fem pluss fem er like mye som ti, og ut fra dette konkluderer han med at femti og femti blir hundre. Han bygger altså på kunnskap og erfaringer fra de små tallene, og legger dette til grunn for å regne med større tall. Videre sier han at to hundrere vil gi to hundre. Kai viser med dette kjennskap til og forståelse av tall som læreboka ennå ikke har omtalt. På dette tidspunktet har læreverkets arbeidsbok kun introdusert tallene opp til seks, likevel leker elevene med tall som er atskillig større. Dette at dersom elevene har et uformelt fristed, der de kan prøve, feile og eksperimentere med større tall, vil de benytte den muligheten det gir dem. Det at læreren lager rom for å høre hvordan Kai har tenkt kan oppfattes som en indirekte belønning. Læreren roser ikke eleven på en slik måte at det virker som om regnefortellingene må inneholde store tall, men likevel kommer det fram at Kai har prestert noe bra. Hun legger mindre vekt på den som svarer, slik blir fokuset lagt på selve regnehistorien og hvordan den blir laget, ikke på svaret.

En annen regnefortelling lager Ole, den handler om fisk og fiske. Han velger altså samme objekt og tema som læreren gjorde i en av sine regnefortellinger.

Nr:	**Tid:**	**Hvem:**	**Hva blir sagt:**	**Kommentarer:**
587		Ole	Som æ har skjedd i virkeligheten når æ va å	
588	30.07		fiska. Når jei fiska i vannet så, så fikk jei	
589			tre fisk åsså den neste dagen så fikk jei en	
590			til. Åsså ga jei. Næi, åsså en gang når Bjørn	
591			kom når vi fiska så fikk jei ingen. Kor mye	
592	30.35		blir det? Å alle fikk.	
593		Lærer	Ja, tenk en litt lett fortelling. Det viste	
594			mange. Ja. Åsså va det et par stykker som	
595			ikke klarte å høre.	
596	30.50	Ole	Kai, blei det visst.	
597		Lærer	Kai	
598		Kai	Fire.	
599		Ole	Riktig.	

Ole starter med å presisere at dette har skjedd i virkeligheten, klassen har tidligere i arbeidsøkten diskutert om det er lov å dikte opp fortellingene, eller om de må ha skjedd i virkeligheten. De har imidlertid kommet fram til at det er lov å finne på fortellingene, dersom en ønsker det. Videre forteller Ole at han har vært og fisket. Den ene dagen fikk han fikk han tre fisker og den neste gangen fikk han to fisker. Etter dette sier han ”Åsså ga jei” (590), men går bort fra utsagnet og forteller videre at den siste gangen fikk han ingen fisk. Her ser vi at han vurderer å trekke inn subtraksjon som operasjon i regnefortellingen, men likevel ikke gjør det. Det kommer ikke fram hvorfor han ikke fortsetter på tankegangen om å gi bort noen fisk, men det er nærliggende å anta at han enten synes det blir for vanskelig eller at han ønsker å ha samme struktur som de andre. Til sist avlutter han fortellingen med å spørre ”Kor mye blir det?” (591). I motsetning til Kai har han altså et avsluttende spørsmål, som poengterer hva det er han ønsker svar på. Ole velger ut Kai til å svare, og poengterer at Kai svarer korrekt (599). Slik tar han på seg den rollen lærer vanligvis har, ved å først gi klassen fakta om fisketuren for så å komme med både spørsmål og kommentar av svaret.

Etter at Ole har presentert regnefortellingen gir læreren tilbakemelding (593). Til den forrige fortellingen, den Kai laget, ga hun udelt positiv respons, her ser vi at hun kun poengterer at det var en lett fortelling og at mange har funnet svaret. Dette kan være en oppmuntring til de som skal lage regnehistorier etter Ole. For å få mer ut av fortellingen kunne hun ha trukket fram både det at han har null med i historien og at han husker å formulere et spørsmål. Kanskje kunne hun spurt om noen ville skrive regnestykket på tavla, for å tydeliggjøre at oppgaven inneholder null.

Denne regnefortellingen skiller seg ut fra Kai sin ved at tallene som brukes er mindre. Kanskje vil Ole være sikker på at regnefortellingen blir riktig og at han selv klarer å finne svaret. Et annet moment som er av praktisk betydning for størrelsen på tallene, er hvilke objekter regnefortellingen handler om. I ”det virkelig liv” er det normalt med et større antall bær enn fisk. Vi ser at han prøver å gi den særpreg, først ved at han vurderer å ta med subtraksjon og til slutt ved at han bruker null som et av leddene. Begge fortellingene tar utgangspunkt i friluftsaktiviteter. Antakelig er det aktiviteter som elevene er kjente med, men også det at lærens regnefortellinger er innenfor denne sjangeren kan være med å påvirke elevenes valg.

4.3.2 Lek i matematikken

Sekvensene under er hentet fra en arbeidsøkt som ble ledet av en lærerskolestudent. Økten starter med å samtale om klokka og tid, før elevene får utdelt tre arbeidsark om klokka. 28 minutter ut i økta samles elevene i lyttegruppa og emnet endres til subtraksjon. Elevene samtaler først om symbolet for subtraksjon og hvilken betydning som ligger i symbolet.

Nr:	Tid:	Hvem:	Hva blir sagt:	Kommentarer:
24	28.01	Stud	Men ka betyr det hær? Ka det heter, ska	Tegner en stor + midt på
25	28.12		vi si det ordet i kor?	tavla. Alle rekker opp
26		Kai	Ja	handa, unntatt Ole.
27	28.15	Stud	En, to, tre.	
28	28.17	Alle	Pluss	
29		Stud	Kjæmpebra. Men, hvis æ tar bort, hvis æ	Fjerner den loddrette
30			tar bort den streken dær. Den kan alle,	streken.
31			skal vi si det i kor? En, to, tre.	
32	28.34	Alle	Minus.	
33	28.37	Stud	Ja, minus. Ka e det minus gjør? Roy.	
34	28.42	Roy	Den tar bort.	
35		Stud	Den tar bort ja.	
36		Tom	Den stjæl.	
37		Stud	Den, ja (ler) man kan nesten si at den	
38			stjæl. Eller at den kjøper nåt. Eller at den	
39			gir bort nåt. Det vi ska prøve nu, nu ska	
40			vi hoppe om bord på, på et mattetog. Ska	
41	28.57		vi lage et mattetog av de hær benkan hær.	
42			Åsså ska vi fære ut på en reise, åsså ska	
43			vi se kor vi ender opp. Okei. Da vil æ at	
44			dåkker lager den halvsirkelen igjen, den	
45			va kjæmpe fin i sted. Vi lager en	
46			halvsirkel. Ska vi gjøre oss klar til å gå	
47			om bord i toget.	

Studenten starter med å tegne et stort symbol for pluss på tavla og spør elevene hva tegnet betyr og hva det heter. Elevene sier sammen at tegnet heter pluss, og det er tydelig at alle føler seg sikre på hva tegnet heter. Det blir ikke lagt vekt på betydningen av symbolet. Studenten visker så bort den loddrette streken, slik at kun symbolet for subtraksjon står igjen. Han kommer ikke med noe spørsmål om tegnet, men det er underforstått at han ønsker navnet på symbolet. Alle elevene sier samtidig at det er minus. Roy blir så bedt om å fortelle hvilken aktivitet eller endring tegnet for minus gir. Han svarer at den tar bort og Tom poengterer at den stjeler. Studenten bekrefter begge utsagnene og legger til at man kan si at den gir bort noe, eller at den kjøper noe. Påstanden om at den kjøper noe kan virke forvirrende for elevene, i og med at de er vante med å benytte addisjon når de leker butikk. I butikkleken er det jo nettopp aktiviteten å kjøpe som utgjør fundamentet for tallsymbolene. Videre sier studenten at en også kan tenke seg at minus gir bort noe og at neste aktivitet handler om nettopp dette.

Samtalen om symbolet minus og dets betydning var forløperen til neste aktivitet, *mattetog*. Aktiviteten *mattetog* er slik at elevene sitter på en benk etter hverandre og når toget stopper sier den som leder aktiviteten (lærerskolestudenten) hvem som går av. Det opprinnelige antallet passasjerer på toget og antallet som går av, gir grunnlaget for hvilket regnestykke som skal skrives, dette skrives på tavla. I denne sekvensen er det studenten som skriver symbolene, men en kan også åpne for at elevene kan komme fram og skrive det.

Nr:	Tid:	Hvem:	Hva blir sagt:	Kommentarer:
81		Stud	Okei, da har vi kjørt i fem minutt, åsså e	
82			vi kommet til Sesam stasjon.	
83		Flere	(ler)	
84	30.48	Stud	Kor mange e vi om bord i toget?	
85		Kai	Ni.	
86		Stud	Eee, Tor.	
87		Tor	Ni.	
88	30.52	Stud	Vi e ni stykk. Vi e ni stykk på toget.	Skriver 9, det står – fra
89		Tor	Ni minus ni.	før.
90		Stud	Å dæm som går av på Sesam stasjon e,	
91			Kai.	
92		Kai	Næhæi ((ler)).	
93	31.01	Stud	Han går og stiller sæi dær på perongen. I	
94			halvsirkelen, dær kor vi sto i sted.	
95		Flere	((ler))	
96	31.10	Stud	Hysj. Kai e ikke den eneste som ska gå	
97			av. For det må Ole og.	
98		Ole	Beklager, sikkerhetsbeltet har gått i lås.	
99			Jei får ikke det av.	
100	31.20	Stud	Æ har klippa den av så det går bra. Å da	
101			Tor, kor mange passasjera har du mista?	
102	31.29	Tor	To.	
103		Per	To, to.	
104	31.32	Stud	Åi.	
105		Per	To, to.	
106	31.38	Stud	Da har vi, se hær. Kai. Ole. Da e dåkker	
107			to de hær.	Skriver 2 etter -.
108	31.43	Kai	Å, vi to. ((ler))	
109		Stud	Å så, Roy. Kor mange e igjen da? Om	
110			bord i toget.	
111		Roy	En, to, tre, fire, fem.	Teller ikke med
112		Stud	Fem?	lokomotivføreren og
113	31.56	Ole	Syv.	personen rett bak seg
114	31.58	Stud	Syv stykk.	selv.

Elevene leker *mattetog*, og studenten spør elevene hvor mange de er ombord på toget. Kai og Tor sier at de er ni ombord på toget, og studenten bekrefter dette ved å gjenta at de er ni personer på toget (88). Han skriver så opp det totale antallet elever på tavla og gjør klart til å trekke fra, slik at det nå står ”9 – ” på tavla. Studenten forteller så hvilke elever som går av toget og bruker uttrykket *mistet* om elevene som er gått av. Når han skriver symbolet for tallet to på tavla poengterer han at det er en representasjon for de to elevene som har gått av toget (106). Noe de avstigende elevene merker seg og kommenterer (108). Roy blir så spurt om hvor mange passasjerer det er igjen på toget, han teller da seg selv og de andre elevene, men mister eleven bak seg. Samtidig velger han å se bort fra lokomotivføreren, slik at han kommer fram til at det er fem passasjerer.

Vi ser her at Roy har fokus på aktiviteten, ikke på tallsymbolene. Når Roy teller antallet personer på toget gjør han det helt konkret. Han benytter ikke tallsymbolene på tavla, og det kan virke som om han i liten eller ingen grad knytter symbolene opp mot den faktiske handlingen. Ut fra Roy sine prestasjoner ellers i den tiden observasjonen pågikk, framstår han som over middels i sin forståelse av tall og relasjonen mellom dem, samtidig kommer det ved flere anledninger fram at han ikke mestrer tallsymbolene. Han burde derfor ikke ha noen problemer med å vite at ”ni, ta bort to er like mye som syv”. Lærerens utfordring blir her å la eleven se poenget med tallsymbolene på tavla, og sammenhengen mellom disse og aktiviteten. I akkurat denne sekvensen blir leken kun en aktivitet for enkelte av elevene, og elevene ser ikke meningen og helheten ved denne. De ser ikke at symbolene som lærerskolestudenten skriver på tavla har sammenheng med aktiviteten.

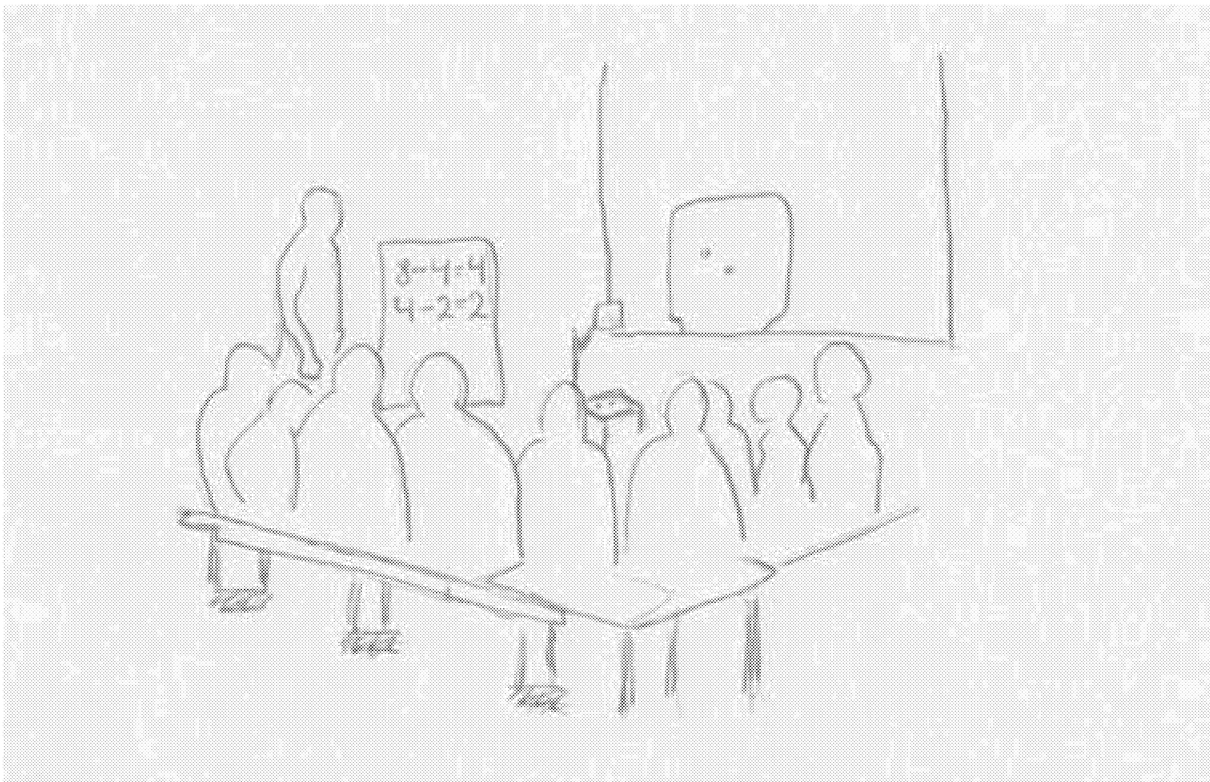
Et problem med aktiviteten var at de elevene som gikk av, ble stående som passive tilskuere. Noe som førte til at verken Kai eller Ole vil gå av, kanskje kunne en av de elevene som gikk av få skrive regnestykket på tavla. Noe som ville være en motivasjon for de som gikk av, samtidig ville leken blitt direkte knyttet opp mot det som ble skrevet på tavla.

Det er viktig å se an elevene og hvilke forutsetninger de har for å lære, hvordan lærer de best?

4.3.3 Å spise på matematikkspråket

De to sekvensene som omtales her er hentet fra samme arbeidsøkt. Felles for begge sekvensene er at de starter med konkreter, som elevene utfører en handling med. Videre danner konkretene og aktiviteten grunnlaget for den matematiske representasjonen. Slik blir det matematiske skriftspråket et produkt av både konkrete objekter og elevenes manipulasjon og aktivitet med disse.

Den første sekvensen starter omtrent 11 minutter ut i timen. Elevene er samlet i lyttegruppe og aktiviteten er lærerstyrt. Alle sitter i en halvsirkel mot tavla. Læren har en overhead som hun legger rosiner på, slik at alle elevene hele tiden ser hvor mange rosiner det er. Etter tur får elevene komme opp til overheaden og forsyne seg. Læreren sier hvor mange rosiner de får lov å spise. Denne aktiviteten danner grunnlaget for det skrevne materialet. I midten står en flippover der læreren skriver hvor mange rosiner som ligger på overheaden når eleven kommer opp, så skriver eleven resten av regnestykket. Med hvor mange rosiner som blir spist og hvor mange som er igjen.

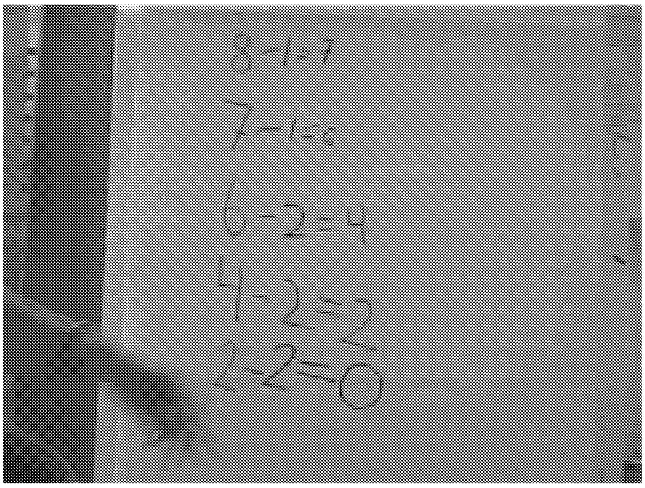


Figur 4-27: Lyttegruppe med overhead og flippover.

Sekvensen under er et eksempel på hvordan aktiviteten forløper.

Nr:	**Tid:**	**Hvem:**	**Hva blir sagt:**	**Kommentarer**
21	11.04	Lærer	Ja. Æ kjøpte åtte. Det kan nesten bli et	
22			regnestykke med rosiner. Ska du Kai få	
23			lov til å spise en.	
24	11.12	Kai	En?	
25		Lærer	En. Mmm.	
26	11.17	Roy	Det e ikke partall det.	
27	11.18	Ole	Tom.	
28		Lærer	Kossen va det Kai, æ sku skrive det på	
29			matematikkspråket? Kan du gjøre det?	
30	11.23	Ole	Minus.	
31		Lærer	Åtte, åsså spiste du en.	Lærer skriver 8 på
32	11.29	Kai	Minus.	flippoveren.
33		Lærer	Ja, du spiste en. Da e det igjen? Like mye	
34			igjen som.	
35	11.42	Ole	Ni, e syv.	
36		Kai	(syv).	Kai skriver "– 1 = 7" på
37		Lærer	Ja, må du telle om det stemmer det.	flippoveren.
38	11.47	Kai	Okei.	
39	11.49	Lærer	Roy. Nu har han Kai skrevet på-	
40		Kai	For det e en, to, tre, fire, fem, seks, syv.	
41	11.54	Lærer	Ja. Du har spist en. Æ hadde åtte, åsså	Peker på symbolene på
42			spiste han en, da va det syv igjen. Da e	flippoveren.
43			det like mye dær som dær. På begge sian.	Venstre og høyreside av
44			Per. Per, du ska åsså få spise en. Åsså,	=.
45	12.18		kor mange har æ dær? Per.	
46	12.21	Per	Du har syv.	

Lærer starter med en introduksjon der hun forteller at hun har kjøp åtte rosiner, så sier hun til Kai at han skal få spise én. Når Kai har tatt én kommenterer Roy at tallet de da får ikke er et partall, men lærer responderer ikke på det. Likevel viser dette hvor oppmerksomme elevene er på hvilken type tall de arbeider med og hvilke egenskaper de har. Læreren henvender seg så direkte til Kai med forespørsel om hvordan dette kan sies på matematikkspråket, men det er Ole som svarer (32). Lærer gjentar så aktiviteten som utgjør fundamentet for regnestykket (33), og samtidig skriver hun tallet åtte på flippoveren. Kai gjentar at operasjonen er minus. før han går fram til flippoveren og fullfører regnestykket med å skrive "- 1 = 7". Vi ser regnestykket på linje nummer en i Figur 4-28. Til sist ber Lærer Kai om å verifisere svaret, dette gjør hun ved å stille krav om at de gjenværende rosinene blir talt (37). Etter at Kai har talt over antallet rosiner, og kommet fram til at det er syv igjen, går Lærer gjennom hendelsesforløpet. Hun hadde åtte rosiner, Kai spiste én, da ble det syv igjen. Hele veien legger læreren vekt på selve aktiviteten, mens det blir opp til elevene å benytte matematikkspråket. Som vi ser av sekvensen er det kun elevene som bruker ordet "minus", læreren snakker kun om å spise. Det siste hun gjør i sekvensen er å poengtere at det nå er like mye på begge sider av likhetstegnet, men heller ikke her bruker hun ordet likhetstegn. Ut fra lærerens manglende bruk av matematiske uttrykk, kan en anta at elevene ikke blir disponert for disse, og derfor ikke lærer seg et korrekt og konkret begrepsapparat. Imidlertid gir elevene inntrykk av at de faktisk kjenner begrepene og kan bruke dem, dette ser vi ved at de både bruker uttrykk som partall og minus i løpet av sekvensen. Kanskje er det slik at lærer bevisst unngår å bruke begreper hun vet at elevene kjenner til, men heller legger opp til at elevene skal bli motivert til å bruke begrepene og uttrykkene. På denne måten får de erfaring og blir vante med å bruke dem. Det at læreren i stor grad legger vekten på aktiviteten og bruker et språk elevene kjenner fra livet utenfor skolen når klassen arbeider med noe nytt, er også med på å ufarliggjøre dette nye for elevene. Slik kan alle elevene få utbytte av undervisningen. De flinkeste ved at de får trene på å formidle matematikkspråket skriftlig, og de som synes dette er vanskelig kan forstå det likevel fordi læreren bruker et språk de er kjente med.



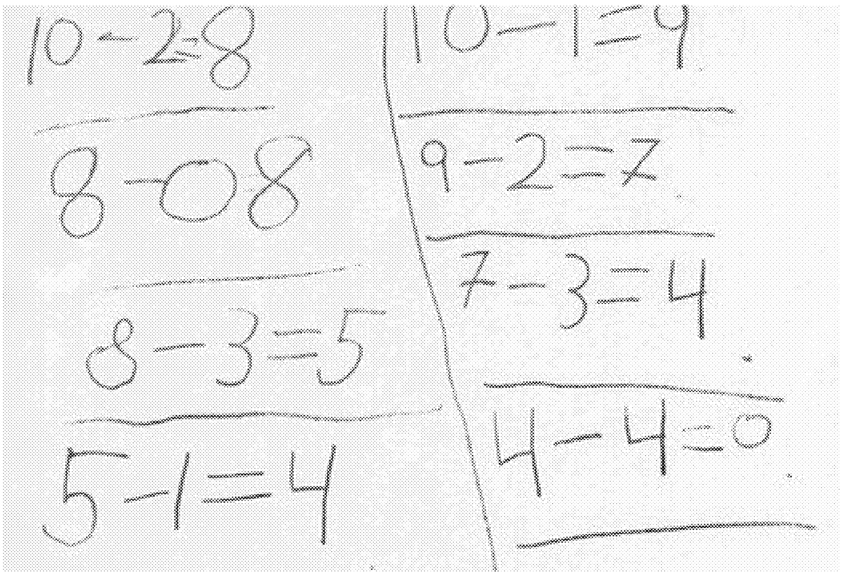
Figur 4-28: Matematikkspråket for å spise

Lærer skriver hele veien antall rosiner som ligger på overheaden når en av elevene kommer opp, hun angir dermed mengden de starter med.

I tillegg til at timene åpner for innspill fra elevene, gir de læreren et godt utgangspunkt for differensiering. Oppgavens rammer og utforming gjør det naturlig at elevene får ulike oppgaver, og det blir opp til lærer å velge oppgaver som passer til den enkelte elev. Denne differensieringen gjør læreren uten at det tydeliggjøres for elevene.

Nr:	**Tid:**	**Hvem:**	**Hva blir sagt:**	**Kommentarer:**
351	30.06	Siv	Da har vi åtte.	
352	30.09	Ole	Minus	
353		Siv	Bare vent litt.	
354		Ole	Åtte.	
355		Siv	Åsså åtte.	
356		Ole	Åsså spiser vi? (3) Alle de?	Siv flytter 5 ut av
357		Siv	Ja.	mengden.
358		Ole	Tre.	
359	30.31	Siv	Ja. (6) (Minus) Tre. En, to, tre, fire, fem.	Peker på nøttene med
360			(Like mye som fem).	blyanten.
361	30.52	Ole	Vi har en, to, tre, fire, fem. Har ikke du	
362			lyst til å spise?	

Her ser vi en sekvens der elevene jobber to og to sammen om å lage regnestykker med minus. Sekvensen starter med at Siv fastslår at de har 8 nøtter, og Ole poengterer så at regneoperasjonen de skal bruke er minus. Når de har skrevet ”8-” spør Ole hvor mange de skal spise, Siv svarer med å flytte fem rosiner ut fra mengden, slik at kun tre ligger igjen. De blir så enige om å spise de tre nøttene og Siv avslutter med å telle antallet nøtter som er igjen etter at tre er spist. Regnestykket er på linje nummer tre og til venstre i Figur 4-29.



Figur 4-29: Ole og Siv arbeider med minus

Vi ser her at elevene tar med seg prosedyrene fra lyttegruppa, der de sjekket det endelige svaret opp mot det faktiske antallet nøtter.

Regnestykkene over viser hvordan elevene selv eksperimenterer med ulike tall og regnestykker. Dette er kun et lite utdrag fra besvarelsen deres, men vi ser likevel at de blant annet har laget regnestykkene slik at null både representerer den spiste mengden og mengden som er tilbake etter at de har spist. Elevene eksperimenterer med tallene, hva skjer dersom vi ikke spiser noen? Enn om vi spiser alle? Vi ser her at null naturlig blir integrert i oppgaven som en del av elevenes utforsking.

Oppsummering
Da elevene laget regnefortellinger så vi hvor viktig konteksten og innholdet er for dem. Kai brukte tid på å avgjøre hvilke bærsorter som skulle være med i fortellingen hans, slik kommer den personlige erfaringsbakgrunnen inn i matematikken.

Aktiviteten *mattetog* viste at det å legge til rette for matematiske aktiviteter ikke nødvendigvis er nok for at elvene skal utvikle sin matematiske kompetanse. Da klassen lekte *mattetog* så vi at selv om lærerskolestudenten både organiserte en aktivitet og skrev matematiske symboler på tavla, var det ikke alle elevene som koblet disse sammen. Dette viser viktigheten av å være tydelig og presis når man ønsker at elevene skal knytte aktiviteter opp mot matematikk.

4.4 Analyse av læreboka

Læreverket klassen bruker heter Tusen Millioner. Under den perioden klassen har blitt observert brukte de én arbeidsbok med oppgaver, det hører en lærerveiledning med til boka og denne hadde læreren tilgang til.

I utgangspunktet framstår arbeidet med læreverket som vanskelig å analysere. Årsaken til dette er todelt. For det første arbeider elevene med individuell progresjon, slik har elevene arbeidet med oppgavene på ulike tidspunkt. Dette gjør at de får forskjellig oppfølging til og veiledning med de enkelte oppgavene, noe som gir dem ulike forutsetninger for å forstå og klare oppgavene. Det andre er at elevene generelt har korrekte svar der de har forstått oppgavene, slik at det sjeldent eller aldri forekommer regnetekniske feil. Tross dette velger jeg å kommentere noen av oppgavene i elevenes arbeidsbok, både for å belyse lærerens betydning og oppgavenes muligheter og begrensninger. Og ikke minst for å belyse hvilke muligheter læreverket gir når det kommer til matematiske aktiviteter.

4.4.1 Eventyr i matematikken

En av aktivitetsformene i elevenes arbeidsbok er slik at det er trykket et bilde på en hel side i boka (se vedlegg 9.7.1). Dette bildet tar utgangspunkt i et eventyr og det er meningen at klassen skal lese eventyret og bruke innholdet og bildet til å snakke om matematikk og til å skrive regnestykker på tavla. I lærerveiledningen finner vi eksempler på hva som kan gjøres i arbeidet med eventyret.

I boka

Vi stiller spørsmål til bildet

- Hvem går først?, sist?, nest sist?
- Hvor mange fugler på taket?
- Hvor mange røde epler under treet?
- Hva ser du på bildet som er gult?, rødt?
- Se på slottet. Hvilken form har vinduene?
- Hvilke vinduer har samme form som døra?
- Hvor mange vinduer har rund form?
- Tell rutene i de firkantede vinduene. Sammenlikn med tallbildene.
- Finn på flere spørsmål til bildet selv. Se også *Vi arbeider med begreper* s. 15 for forslag til praktiske øvinger.

Regnefortellinger

Hvor mange valper?, voksne hunder?, i alt?
Skriv på tavla: *4 + 1 = 5*
Vi leser: *fire pluss en er lik fem*

Figur 4-30: Lærerveiledning til eventyr.

Lærerveiledningen kommer med konkrete spørsmål læreren kan bruke under arbeidet med oppgavene, og eksempel på regnefortellinger. Til regnefortellingen står det hva som skal skrives på tavla og hva som skal sies. Som vi ser av listen over spørsmål, omhandler de i hovedsak begreper. Det er snakk om rekkefølge, først og sist. Hvor mange og hvilken farge og form. Dette er i tråd med læreverkets filosofi. De sier ”Det er viktig i begynneropplæringen å arbeide mye med grunnleggende begreper og legge vekt på en langsom og systematisk progresjon” (Lærerveiledningen, s. 9). Slik mener de å favne om alle elvene og gi dem et godt og presist språk. Videre ser vi at lærerveiledningen kommer med et konkret forslag på hvordan man kan lage regnefortellinger sammen med elevene.

Et eventyr klassen har jobbet med er *Tyrihans med gullgåsa*, dette arbeidet legger læreren over to arbeidsøkter. Den første økten brukte de til å lese eventyret høyt i klassen. I den andre økten får en elev fortelle om eventyret og elevene lager regnefortellinger fra historien i fellesskap. Sekvensen under er hentet fra den andre arbeidsøkten som klassen arbeidet med fortellingen. Elevene sitter på plassene sine, aktiviteten er lærerstyrt og de samtaler om eventyret og bildet som hører til eventyret.

Nr:	Tid:	Hvem:	Hva blir sagt:	Kommentarer:
22	08.27	Lærer	Kor mange hunda ser dåkker på bildet?	Lærer har satt fram gullgås
23		Tor	Fem.	ved tavla
24		Lærer	Per.	
25	08.33	Per	En, for-	
26		Lærer	Per, kor mange hunda ser du på bildet?	Lærer gjør tegn til at de må
27		Per	En, bare at det e noen valpa.	rekke opp handa
28	08.51	Lærer	Æ regne me valpan å.	
29		Per	Okei. Da e det fem.	
30	08.58	Lærer	Riktig. Kor mange valpa e det?	
31		Per	Fire.	
32		Lærer	Kan du, kan det bli et regnestykke av det?	
33		Per	Ja.	
34	09.09	Lærer	Ka slags regnestykke?	
35		Per	Fire pluss en e fem.	
36		Lærer	Ja. Med matematikkspråket så går det an. Per,	
37			kanskje du kan lage et regnestykke. Her e jo både	
38	09.17		kattepusa, hesta å menneska. Per. Se på bildet.	
39			Lag et regnestykke til de andre.	
40		Per	Det e en katt-	
41		Lærer	Kor mange må du si.	
42		Per	Det e en katt	
43		Lærer	Du skal ikke telle. Du skal stille spørsmål. Hvor	
44	09.32		mange. Så skal de andre svare dæi.	
45		Per	Kor mange katter e det?	
46		Lærer	Ja. Det va fint spørsmål.	

Elevene sitter på plassene sine i klasserommet og læreren står framme mot tavla. Sammen med seg har hun en gullgås i tøy. Sekvensen starter med at læreren spør om hvor mange hunder elevene ser på bildet. Tor svarer fem, men læreren gir ordet til Per. Han sier at det er én. Læreren gjentar spørsmålet (26) og Per sier en gang til at det er én, men at det også er noen valper. Læreren poengterer at hun også mener valpene og får da til svar at det er fem. Dette sier læreren er riktig og spør om hvor mange valper det er, Per svarer at det er fire. Han blir så spurt om det er mulig å lage et regnestykke av det, noe han svarer bekreftende på og lager regnestykket fire pluss en e fem. Læreren sier at med matematikkspråket kan man lage regnestykker og spør Per om han kan lage et regnestykke fra bildet. Han starter to ganger med å si at det er en katt (40 og 42), læreren bryter av og sier at han ikke skal telle, men stille spørsmål slik at de andre kan svare. Per spør hvor mange katter det er, og læreren sier at det var et fint spørsmål.

Vi ser at når Per skal lage et regnestykke, har han og læreren forskjellig fokus. Mens Per er mest opptatt av å formulere et regnestykke, er læreren fokusert på måten han formulerer spørsmålet (43). Fordi læreren avbryter Per før han har stilt spørsmålet, kjenner vi ikke til hvilket regnestykke han prøver å lage. Det er likevel naturlig å anta at han prøver å overføre formuleringen fra regnestykket om hundene (35) til å passe til kattene, men fordi alle kattene er like store er ikke dette noe som kan overføres direkte.

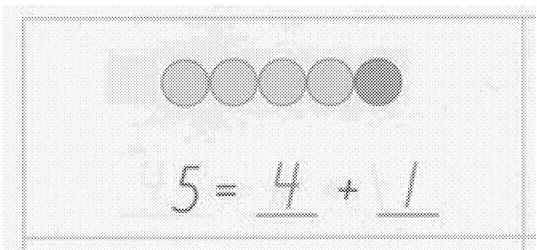
Når læreren spør om Per kan lage et regnestykke om hundene (32), lager Per et regnestykke på samme form som læreverket bruker mest. Altså en mengde pluss en annen mengde er like mye som summen av de to mengdene. Læreren påpeker at det Per sier er matematikkspråk, og på det språket kan man lage regnestykker (36). Når læreren spør om Per kan lage et regnestykke til de andre elevene, sier hun at det er mange ting på bildet som han kan bruke (38), slik oppmuntres han til å tenke mengde og antall når han lager regnefortelling.

Sekvensen viser tydelig at her er det læreren som setter rammene. Hun forteller hvem som skal svare på spørsmålene og hvem som skal lage nye spørsmål. Det er også hun som avgjør hva som er det rette svaret. Lærerens utfordring blir her å gi rom for utforsking og argumentasjon på samme tid som hun veileder elevene slik at det er progresjon i deres matematiske innsikt og forståelse.

4.4.2 Tallsymbolene knyttes opp mot figurer

I denne oppgaven knyttes tallsymbolene opp mot tallbilder og den er ment som en forøving til subtraksjon. Oppgaven presenteres i boka med eksempelet som gjengis i Figur 4-30. Den følges så av ni tilsvarende oppgaver, der tallsymbolene for mengdene er utelatt (se vedlegg 9.7.2). Klassens lærer beskriver denne oppgaven som typisk for matematikkbøker i småskolen.

Når oppgaven ses i lys av de fire kategoriene som Gutstein og Romberg (1995) har definert, ser vi trekk fra flere av gruppene. For det første har vi den visuelle delen av oppgaven, som består av sirkler i to ulike farger. Disse kan ses i analogi til den tredje gruppen i Gutstein og Romberg (op.cit) sin oppdeling, *del-del-helhet*. De lyse sirklene representerer den ene delen, og de mørke den andre. Og sammen utgjør de en helhet, oppgavens totalsum. Slik gir den visuelle delen ikke bare et bilde på de to delene, men den representerer også sluttsummen. Videre inneholder oppgaven også symboler, de kan ses på både som *legge sammen* og *separere*. En legger sammen de lyse og de mørke sirklene, men en kan også dele helheten i to deler, de lyse og mørke sirklene.

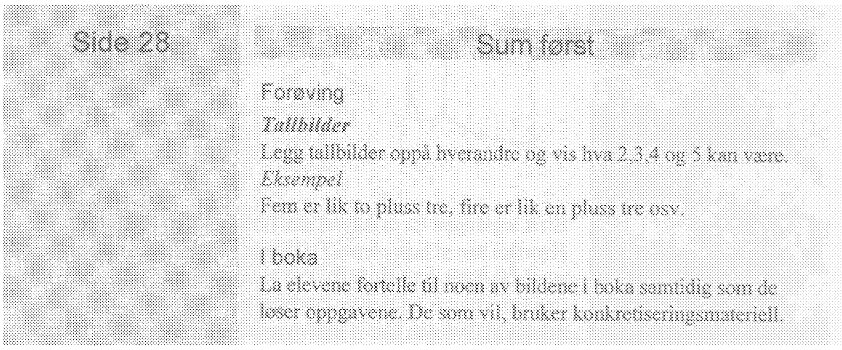


Figur 4-31: Oppgave s. 28 i arbeidsbok.

Det som er strukturelt nytt for elevene med denne oppgaven, er at summen står først i regnestykket. Oppgaven starter med det totale antallet, så skal elevene fylle inn mengdene til høyre for dette.

Elevene er kjente med å knytte konkreter til det muntlige matematikkspråket. De har en aktivitet som ble brukt flere ganger mens jeg var til stede i klassens matematikkundervisning. Den er slik at lærer eller en elev har et kjent antall pinner, disse deler de i to mengder og skjuler inni sine hender. Elevene i klassen skal så gjette på hvordan pinnene er delt opp. For eksempel hvis læreren har syv pinner totalt, kan hun dele dem slik at hun har tre i den ene handa og fire i den andre. Da må elevene gjette tre pluss fire for å gjette riktig. Under denne aktiviteten benyttet elevene både mengden null og de var bevisst på rekkefølgen av tallene. Dette kom fram ved at dersom en elev hadde gjettet tre pluss fem og det var feil, kunne en annen gjette fem pluss tre og få bekreftet at det var det riktige svaret. Disse erfaringene vil kunne være til hjelp når elevene skal jobbe med oppgavene på side 28 i arbeidsboka.

Lærerveiledningen sier kort noe om alle oppgavene i arbeidsboka, og om denne oppgaven sier den følgende:


Side 28

Sum først

Forøving

Tallbilder

Legg tallbilder oppå hverandre og vis hva 2,3,4 og 5 kan være.

Eksempel

Fem er lik to pluss tre, fire er lik en pluss tre osv.

I boka

La elevene fortelle til noen av bildene i boka samtidig som de løser oppgavene. De som vil, bruker konkretiseringsmateriell.

Figur 4-32: Lærerveiledningen om oppgavene på side 28.

Først kommer lærerveiledningen med en forøving. Den går ut på at en konkret skal vise hva tallene 2, 3, 4 og 5 kan deles opp i. Mens elevene arbeider med oppgavene i boka kan de samtidig få lov å fortelle om noen av bildene i den. Til sist poengterer teksten at de elevene som ønsker det, kan bruke konkretiseringsmateriell. Det kommer altså ikke tydelig fram om de tallsymbolene som elevene skriver skal knyttes til tallbildene (sirklene), eller om elevene vilkårlig kan dele opp mengdene slik de vil.

Min tolkning av oppgaven er at elevene skal knytte tallsymbolene opp mot de to mengdene, slik figuren viser. Altså slik at de lyse sirklene representerer den første mengden, og de mørke sirklene den siste.

De tre svartypene vi finner i elevenes besvarelser av oppgaven er; samsvar mellom figur og tallsymboler, samsvar mellom figur og tallsymboler, men speilvendt og ikke samsvar mellom, men summasjonen stemmer. Ingen av svartypene kan sies å være direkte feil. De er kodet med henholdsvis 1, 2 og 3. Ut fra min tolkning av oppgaven og elevenes svar har jeg kommet fram til følgende koding av elevbesvarelsene.

Kode	Svar	Antall
1	Samsvar mellom figur og tallsymboler	58
2	Samsvar mellom figur og tallsymboler, men speilvendt	6
3	Ikke samsvar, men summasjonen stemmer	17

Tabell 4-7: Koding av oppgave s. 28 i læreboka.

Kodingen inneholder tre graderinger av korrekt svar, (1, 2 og 3) og det er en klar overvekt av helt riktige svar. Her må det tas med i betraktningen at ingen av svarene kan klassifiseres som direkte feil. Det er heller snakk om ulike tolkninger av oppgaven. Elevenes ulike besvarelser er vurdert slik tabellen under viser.

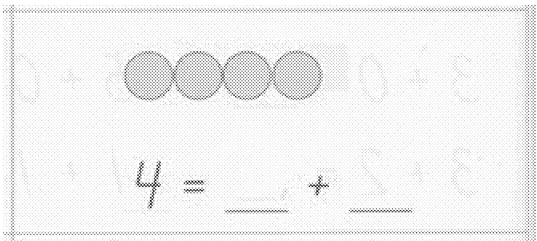
Oppgave / Elev	28a	28b	28c	28d	28e	28f	28g	28i	28j
Per	1	1	3	1	1	1	1	1	1
Ann	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Ole	1	1	3	3	1	2	1	2	3
Mia	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Siv	1	1	3	1	1	2	1	1	1
Tom	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Roy	3	2	3	3	1	2	3	3	1
Tor	1	3	3	3	3	2	3	3	3
Kai	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Tabell 4-8: Elevbesvarelser oppgave s. 28 i lærebok a.

Tabellen viser at fem av elevene er markert med en eller annen form for avvik fra det som er fastsatt som korrekt. Tre av disse sine besvarelser har tilsynelatende vilkårlig sammenheng med figurene som hører til oppgavene, mens én elev har feil på bare to oppgaver og en annen bare har feil på én oppgave. De to elevene som har feil på én og to oppgaver, har fått det på 28c og 28f. Av tabellen ser vi at alle elevene har delt den angitte mengden opp slik at regnestykket stemmer, men det er samsvaret mellom tallsymboler og figur som mangler. Det vil derfor være en subjektiv tolkning hvorvidt svarene skal ses på som feil eller riktig.

Oppgave 28c

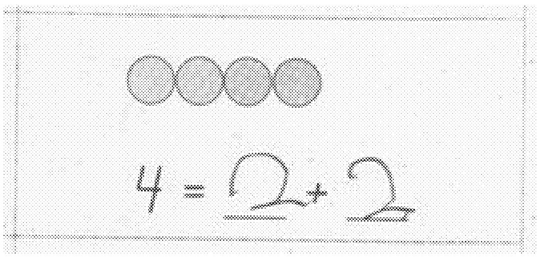
Den ene oppgaven som skiller seg ut ved at et flertall av elevene har svart feil på den, oppgave 28c, skaper mest sannsynlig problemer for elevene fordi den ikke inneholder mørke sirkler.



Figur 4-33: Oppgave c) s. 28 i arbeidsbok.

Det er naturlig å anta at læreverkets forfattere forventer at elevene skal skrive fire og null her. Av Tabell 4-8 ser vi at dette ikke nødvendigvis er tydelig for elevene, det er kode 3 som dominerer elevenes besvarelser på denne oppgaven. Over halvparten av elevene har valgt å svare på en slik måte at tallsymbolene ikke står i analogi til den visuelle framstillingen.

En av elevene som er markert med kode 3 her, er Per. Han har samsvar mellom tallsymbolene og tallbildene på alle de andre oppgavene, så det er naturlig å anta at han har forstått at tallsymbolene skal ses i sammenheng med sirklene.

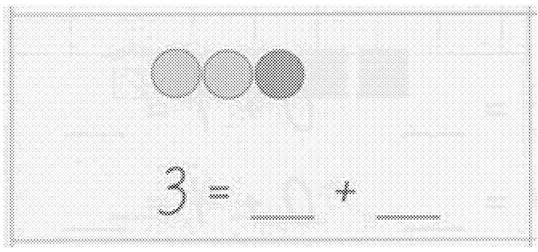


Figur 4-34: Per sin besvarelse, oppgave 28c.

Av figuren over, ser vi at Per har delt fire opp i to og to. Dette er i og for seg helt korrekt, men mengdene har ingen sammenheng med de fire lysegrå sirklene over.

Oppgave 28f

Den andre oppgaven som flere av elevene svarte feil på er 28f. Her er det feilkode 2 som er den dominerende, altså det er samsvar mellom figuren og tallsymbolene, men de er motsatte. Av elevene som er markert med kode 2 i denne oppgaven er samtlige markert med kode 3 i forrige oppgave. Det vil si at alle elvene som ikke hadde samsvar mellom tallsymbolene og tallbildet, heller ikke hadde det på 28c.



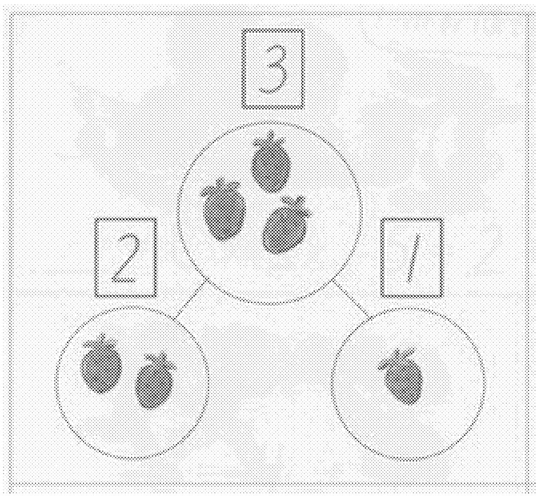
Figur 4-35: Oppgave f) s. 28 i arbeidsbok.

En årsak til at alle har samsvar mellom figur og symbol kan være at tallet tre kun kan deles inn i en og to dersom null ikke benyttes. En kan spørre seg hva det opprinnelige målet med denne oppgaven var. Skulle figurene være en hjelp for elevene, slik at de skulle klare å dele de gitte tallene fra fem og ned i to? Eller er det meningen at elevene skal lære å bruke figurer som et bindeledd mellom kunnskap og matematikkspråket? For begge alternativene over, er det en forutsetning at elevene ser nytten av figurene.

Selv om flere av elevene ikke ser ut til å legge vekt på rekkefølgen av mengdene, er dette noe de er opptatt av i timene. Et eksempel er da de fulgte begrepslæringen av tallene syv og åtte. Lærer opererte da med noe som ble kalt for 7-er og 8-er hus, der elevene skulle fylle inn alle måtene summen av to tall kan gi syv og åtte på. Ingen av elevene så da ut til å ha problemer med at åtte kunne være både 5 + 3 og 3 + 5.

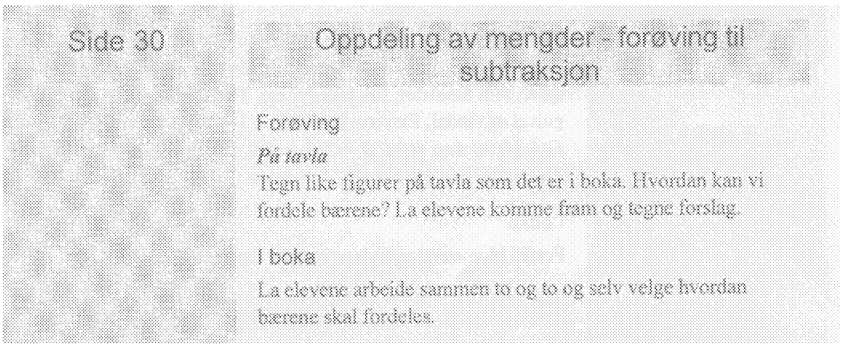
4.4.3 Diagram

Denne oppgaven framstår som spennende og verdifull. Oppgaven (Vedlegg 9.7.3) presenteres med et eksempel (se Figur 4-35). Denne står på samme side som fem oppgaver, der den øverste sirkelen inneholder fire eller fem figurer og alle andre ruter er tomme. Oppgaven er satt i en kontekst som gjør det naturlig å anta at oppgaven har tilknytning til addisjon eller rekke. Tilsynelatende er det to mulige tolkninger av oppgaven. For det første kan en se på dette som en rekke, 1-2-3. Den andre sannsynlige tolkningen er at de to nederste sirklene representerer to mengder og at den øverste sirkelen, som er noe større enn de to andre, er summen av mengdene. Dersom dette er den korrekte tolkningen, er det naturlig å dra slutningen om at mengdene skal adderes.



Figur 4-36: Oppgave s. 30 i arbeidsbok

Til hver side i arbeidsboka er det tips i lærerveiledningen om hvordan klassen kan jobbe med de aktuelle oppgavene. Om denne oppgaven sier lærerveiledningen følgende:



Side 30

Oppdeling av mengder - forøving til subtraksjon

Forøving

På tavla

Tegn like figurer på tavla som det er i boka. Hvordan kan vi fordele bærene? La elevene komme fram og tegne forslag.

I boka

La elevene arbeide sammen to og to og selv velge hvordan bærene skal fordeles.

4-37: Lærerveiledning til oppgave side 30.

Veiledningen foreslår at man tegner opp slike oppgaver på tavla og lar elevene komme fram og tegne forslag på hvordan disse kan fordeles. Under arbeidet i boka sier den at elevene kan jobbe sammen i par og selv velge hvordan de ønsker å fordele bærene. Lærerveiledningen gir konkrete råd for hvordan arbeidet med oppavene kan foregå, og ut fra overskriften skjønner man hva målet med oppgavene er. Dette er ment å være en forøving til subtraksjon, og elevene skal trene på å dele opp mengder.

Elevenes svar kan i utgangspunktet deles inn i fire grupper, der tre av gruppene er feil og den fjerde er riktig.

Kode	Svar	Antall
1	Riktig svar	30
11	Feil	6
12	Samsvar mellom tegning og symbol, men summasjonen ikke riktig	4
13	Samsvar mellom tegning og symbol, totalsummen angir det totale antallet jordbær	5

Tabell 4-9: Oppgave s. 30, læreboka.

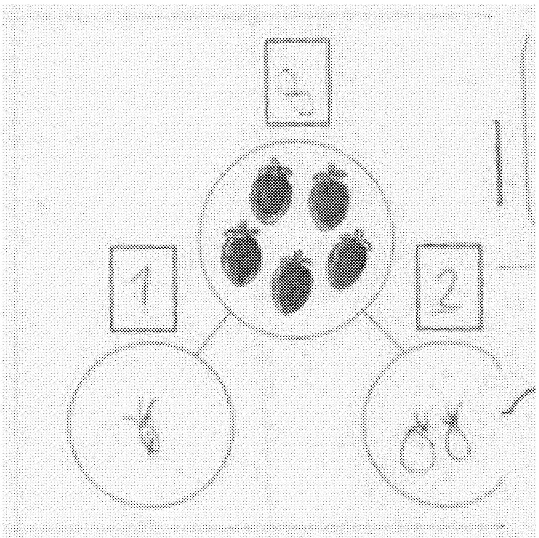
Tabell 4-10, tydeliggjør at tre av elevene har feil på alle oppgavene, mens de resterende elevene har svart riktig på samtlige.

Oppgave / Elev	30a	30b	30c	30d	30e
Per	1	1	1	1	1
Ann	11	13	13	13	13
Ole	1	1	1	1	1
Mia	13	12	12	12	12
Siv	1	1	1	1	1
Tom	1	1	1	1	1
Roy	1	1	1	1	1
Tor	11	11	11	11	11
Kai	1	1	1	1	1

Tabell 4-10: Elevbesvarelser, oppgaver s. 30.

Ut fra tabellen ser vi at elevene i stor grad har vært konsekvente i hvilke løsningsstrategier de har benyttet. Problemet med å sammenlikne de ulike besvarelsene er at elevene har jobbet med oppgavene på ulike tidspunkt, dette gjør at en må ta høyde for at elevene har fått forskjellig oppfølging og forklaringer på hvordan oppgaven skal løses. Trolig har enkelte av elevene ikke fått noen mulighet for å drøfte oppgavens natur med andre, og heller ikke fått oppgitt en prosedyre.

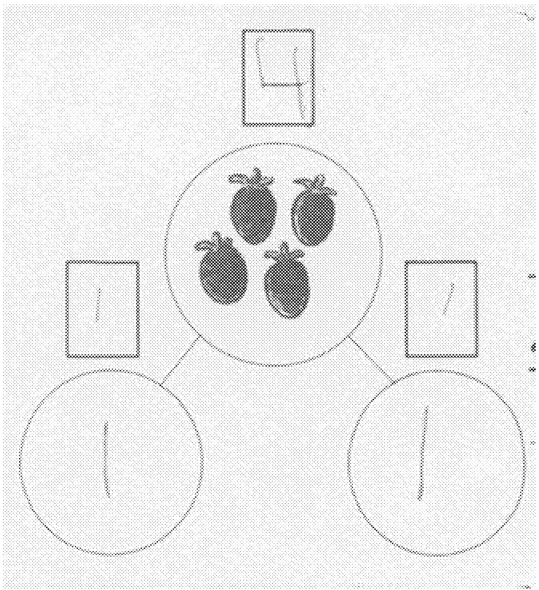
Av de fem oppgavene på siden har to av dem fire som totalsum (antall bær i øverste sirkel) og tre har fem som totalsum, ingen av oppgavene har tre, slik som i eksempelet. Ann sin besvarelse har ulike tall øverst på alle. Det ser ut som om hun i stedet for å dele opp mengden, har hun lagt til mengder.



Figur 4-38: Ann sin besvarelse, oppgave s. 30c.

Vi ser av figuren over at hun har tegnet ett bær i sirkelen nede til venstre, og to i den til høyre. Hun har da åtte bær totalt i figuren og det er denne mengden hun har skrevet i den øverste ruten. Dette virker som et tilsynelatende logisk resonnement, men ved å se på eksemplet (Figur 4-36) får vi et moteksempel, som viser at dette ikke kan være den rette tolkningen av oppgaven. Eleven har likevel regnet helt rett med utgangspunkt i at fem pluss en pluss to er like mye som åtte. Det er altså ikke det regnetekniske, men det å forstå oppgaven som er problemet.

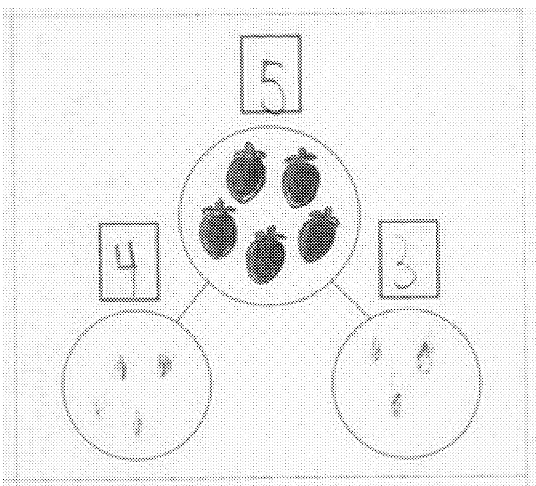
Også Tor har tolket oppgaven på en annen måte, enn den som lærerveiledningen legger opp til. Han har korrekt totalsum på alle, men i sirklene under har han ikke tegnet inn hvordan den opprinnelige mengden kan deles opp.



4-39: Tor sin besvarelse, oppgave s. 30.

Tor har ikke tegnet figurer i noen av diagrammene sine, men i stedet skrevet tallene inn i sirklene. Det er ikke noe entydig mønster i hvilke tall han har valgt, men han har fylt inn tallene en eller to i alle sirklene. Det synes åpenbart at Tor ikke har forstått verken prosedyren i oppgaven, eller hensikten med den. Han har ikke satt de nederste tallene i sammenheng med det øverste. Imidlertid har han skrevet riktig tall inn i alle de øverste rutene. Han har altså koblet at tallet i den øverste firkanten angir mengden i den øverste sirkelen.

En av elevene har benyttet ulike strategier på disse oppgavene. På den første oppgaven har hun gjort det samme som Ann. Hun har tegnet inn bær i de to nederste sirklene og summert alle bærene i figuren, denne summen har hun skrevet i øverste rute. I de resterende oppgavene har Mia har korrekt totalsum, men hun har ikke delt opp mengden i to deler. I stedet har hun tenkt rekke, og skrevet inn tall som kommer etter hverandre.



Figur 4-40: Mia sin besvarelse, oppgave s. 30c.

Mia har skrevet det korrekte tallet i den øverste ruten, 5, og hun har korrespondanse mellom tallsymbolene og figurene på begge mengdene. Men i stedet for å la de to mengdene ha fem som sum, har hun benyttet rekketolkningen fra eksempelet. Hun har skrevet tallene tre, fire og fem i rutene og de er plassert i samme rekkefølge som tallene i eksempelet. Altså med det minste tallet nede til høyre, neste tall nede til venstre og det største tallet oppe.

Oppsummering
Regneteknisk byr lærerverket på få utfordringer for elevene. Gjennomgående er problemet å forstå hva oppgaven spør om, ikke å klare regningen. Spørsmålet en da kan stille seg er om dette er bra eller dårlig. Det som er bra er at problemer med å tolke oppgavene indikerer at de har potensiale til å brukes som problemløsingsoppgaver, noe som utfordrer elevenes evne til refleksjon og antakelse. Dersom oppgavene skal gi rom for samtale og diskusjon, krever det at læreren legger til rette for det. Det er altså viktig at læreren har faglig engasjement og ser oppgavens potensial. Det er læreren som avgjør om matematikken i boka skal være meningsfull og prosessorientert, eller om fokuset skal være rettet mot det riktige svaret.

5 Diskusjon

Elevene møter matematikken i ulike situasjoner og kontekster, og et fellestrekk for disse er at utgangspunktet ofte er aktivitet. Noen ganger er aktiviteten knyttet opp mot fysiske konkreter, andre ganger er det den språklige aktiviteten som står i sentrum. Det har imidlertid ved flere anledninger vist seg at elevene ikke knytter den matematiske aktiviteten opp mot matematikk.

5.1 Intervjuene

Konkreter som oversettelsesledd

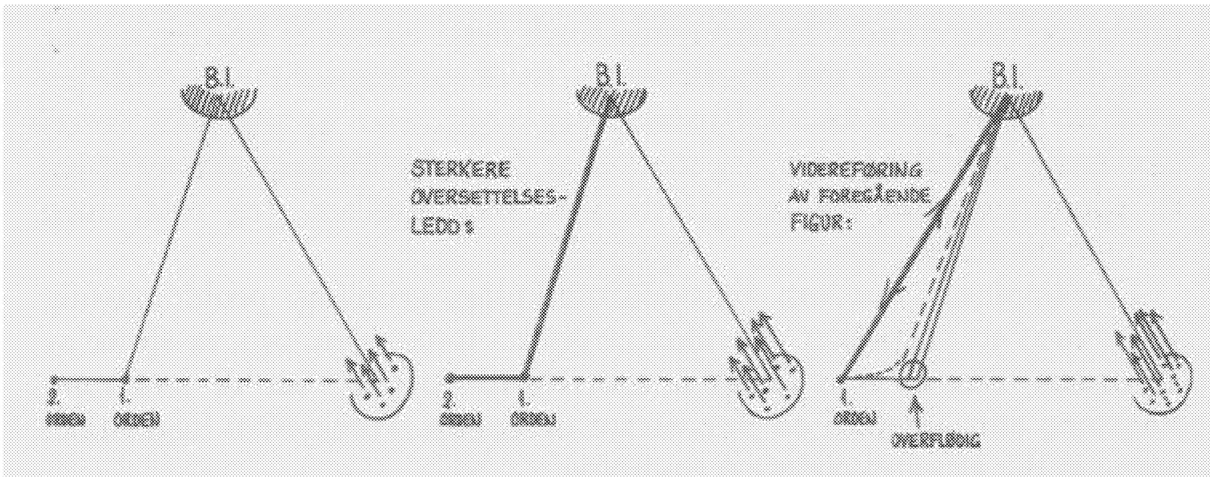
Under intervjuene ble det tydelig hvor viktig det er for elevene å ha oversettelsesledd som de kan benytte når de har problemer med overgangen mellom tallforståelse og skriftligframstilling. Av konkretiseringsmateriellet så vi at terningene hadde en viktig rolle. Både de og kulerammen framsto som kjente for elevene, og det var tydelig at elevene hadde erfaring med å bruke dem for å gjøre tanker om til skrift. Men elevene hadde også sitt personlige hjelpemiddel, som de i høyeste grad var fortrolige med og som de benyttet med stor variasjon, nemlig fingrene. Både ved bruk av terningene, kulerammen og fingrene tok elevene aktivt i bruk både den taktile, visuelle og auditive sansen. På terningene kunne de se på prikkene og kjenne igjen mengden. Eller de kunne ta på hver enkelt prikk og telle. Noen ganger så vi at elevene ikke tok på terningen, men i stedet brukte blyanten som forlengelse av kroppen. Vi så også at elevene lyttet. For mange kom dette til uttrykk ved at de sa regnestykket høyt mens de skrev. En av elevene, Ole, kneppet med fingrene og telte lyder, for han var det lyder og rytmen av dem som strukturerte mengdene.

Vi så at elevene hadde et stort behov for å ta på objekter, dette kommer tydelig fram i arbeidet med terningene. Der ble både fingrene og blyanten benyttet. Slik kom elevene i direkte kontakt med objektene da de brukte fingrene, mens blyanten gjorde at kontakten ble indirekte. I arbeidet med terningene ble kroppen brukt til å peke på antallet, én for én. Terningene kunne flyttes og systematiseres, men selve mengden er fastlåst. Også i de oppgavene der sukkertøy og kuleramme ble benyttet brukte elevene kroppen og sansene sine. Men i motsetning til terningene, der hver terning angir én mengde, måtte de selv konstruere mengdene og flytte disse i grupper når de brukte sukkertøy eller kuleramme som konkretisering. Vi så at for noen av elevene ble det et problem å skulle lage gruppene selv. På terningene var mengdene representert på en fast måte, og elevene var kjente med disse måtene å systematisere på. Som eksempel står alltid de tre prikkene som representerer tre, på en diagonal linje. På kulerammen er kulene på strenger, noe som til en viss grad fastsetter rammene for systematisering av kulene. Sukkertøyene derimot har ingen begrensninger, med unntak av de fysiske lover, for hvordan de kan organiseres. Dette så vi at skapte problemer for blant annet Per da han arbeidet med *regnefortelling – legge til*. Han klarte fint å ta ut de to mengdene på fem og åtte, men da han skulle finne summen fikk han problemer med å holde orden på hvilke sukkertøy som var talt, og hvilke som ikke var.

Selv om elevene er i samme aldersgruppe er det tydelig at de er på ulike stadier når det gjelder matematisk forståelse og strategier for addisjon. På den ene enden av skalaen var de elevene som hadde behov for å ta på mengdene og på den andre siden finner vi de elevene som regnet alt inni seg. Mellom disse finner vi en gradering som inneholder både de elevene som til en viss grad distanserte seg fra de konkrete mengdene ved å bruke blyant eller synet for å telle, og de elevene som brukte fingrene som hjelp til å systematisere.

Fokuset Høines (1987) har på matematikk som språk, ble tydelig under intervjuene. Vi så at elevene jevnt over var i stand til å løse oppgavene de fikk, likevel var ikke dette ensbetydende med at de kunne formulere dem skriftlig. Det de hadde problemer med var dermed ikke å løse problemene de ble stilt ovenfor, men heller å formulere dem skriftlig. De skriftlige framstillingene var heller ikke alltid slik det var tenkt fra intervjuers side. Og når elevene ble usikre på de skriftlige framstillingene og på summene, så vi hvordan de tok utgangspunkt i noe kjent. Dette ble synlig gjennom at de tegnet kulene på kuleramma eller brukte terningene til å telle. Elevene hadde ulike behov for å bruke den taktile sansen i arbeidet. Dette kom særlig til uttrykk under arbeidet med terningene, her ble både fingrene og blyanten benyttet til å ta og peke på terningenes øyne. Noen kom i direkte kontakt med objektene ved å bruke en finger til å peke, mens andre kun hadde behov for å se på terningene. Vi så hvordan noen av elevene hadde automatisert en rekke regnestykker, mens andre var avhengig av å telle seg fram til summen selv om tallene var relativt små. Mange ulike strategier ble benyttet. Noen av elevene var opptatt av helheten og sammenliknet den enkelte oppgaven med tidligere oppgaver, mens andre igjen kun fokuserte på en og en oppgave.

I overgangene fra kunnskap og forståelse, så vi at elevene gjerne benyttet kjente oversettelsesledd.



Figur 5-1: Fra 2. orden til 1. ordensspråk (Høines)

Som vi ser av Figur 5-1, vil det som er språk av 2. orden etter hvert bli et språk av 1. orden. Under intervjuene ble det tydelig at dette ikke er en entydig prosess. Da elevene ble presentert for oppgavene med terninger, skrev de først ned regnestykket, så summerte de tallene. De ga dermed inntrykk av at tallene langt på vei var blitt et språk av 1. orden. Da de ble presentert for de regnefortellingene derimot, løste flertallet av elevene først oppgaven, så kom den skriftlige framstillingen i andre rekke. Ved flere anledninger som et resultat av at elevene tok i bruk fingrene, terninger eller kuleramme som oversettelsesledd. Den siste regnefortellingen, *endring ukjent*, utmerket seg ved at elevene hadde problemer med å formulere den skriftlig. Det å finne svaret bød ikke på problemer, derimot kan den lett ses i analogi til praktiske situasjoner som er relevante for elevene. Det at elevene lett fant differansen gjør at en skulle tro at de også var i stand til å lage et regnestykke med utgangspunkt i oppgaven. Dette viser at selv om tallsymbolene i enkelte situasjoner fungerte som språk av 1. orden, var det andre situasjoner der tallene fungerte som språk av 2. orden.

Bruken av muntlig språk og gestikulering

Når det gjelder bruken av muntlig språk og gestikulering, varierte dette etter oppgavens komplekshet. I den første terningoppgaven viste elvene lite gestikulering som lot seg identifisere i tabellen. Når det gjelder det muntlige språket er mange markert med *andre*, noe som kommer av at elevene i stor grad hadde automatisert regnestykkene. De kom da med utsagn av typen: "Fem pluss tre er like mye som åtte".

Det er en økning i både bruken av muntlig språk og gestikulering i oppgaven med tre terninger. Når det kommer til regnefortellingene ser vi imidlertid at det skjer en endring. For det første blir det mindre gestikulering. Spesielt på den siste oppgaven, der ingen av elevene bruker kroppsspråk som lar seg identifisere i tabellen. I stedet bruker de konkretiseringsmateriellet til å systematisere informasjonen som blir gitt i oppgaven.

5.2 Elevarbeidene

De oppgavene som er tatt med i analysen er regnestykker som elevene selv lager med utgangspunkt i konkretiseringsmateriell og aktivitet med disse. Elevene lager forskjellig antall regnestykker, noen lager få mens andre lager mange. Regnestykkene er også ulike ved at de inneholder forskjellige tall.

5.2.1 Elevene lager selv addisjonsoppgaver

Under arbeidet med terninger får elevene trent på å skrive matematiske symboler på en meningsfull måte. Det handler ikke bare om å lære og uttrykke seg på matematikkspråket, det handler om å kunne anvende språket. Det er likevel ikke til å komme bort fra at elevene i første omgang lærer å knytte symbolspråket til terninger, ikke at de får allsidige erfaringer med det matematiske symbolspråket. I intervjudelen så vi hvordan terningene fungerte som oversettelsesledd. Oppgaven med terninger kan lett utvides ved at elevene får utdelt flere terninger, eller de kan bruke andre typer terninger. Det finnes både terninger med høyere tall og terninger med brøk. Variasjon kan også skapes ved at elevene lager andre oppgaver enn addisjon, det være seg subtraksjon eller sammenlikning. Her er det bare fantasien som setter grenser.

5.2.2 Matematikk og lek

I butikkleken lagde elevene kun addisjonsoppgaver. Utfordringen ble å lage flest mulig slike, eller å kjøpe varer med så høye priser som mulig. Butikkleken kan lett utvides til å skulle lage regnestykke for hvor mange penger du har med deg, handler for og får tilbake. Eller til å bli en sammenlikning av hvem som har handlet for mest eller minst penger, og hvordan dette kan uttrykkes skriftlig. Skal man bare fokusere på hva som har høyest eller lavest pris, eller skal man også få med hvor stor forskjellen er? Ved å bruke ulike innfallsvinkler kan man i denne aktiviteten nå de fleste av Gutstein og Romberg (1995) sine kategorier for addisjon. Mulighetene er mange, det som blir viktig er at læreren er bevisst dem og tenker gjennom hva målene er og hvordan de best kan nås. Læreren må også prøve å se læreplanens mål i sammenheng med egne holdninger. Har hun de samme kravene til elevene som læreplanen har og hvordan kan hun legge til rette for ta elevene ikke bare tilegner seg de målene som læreplanen angir for det aktuelle klassetrinnet, men også legge til rette for at elevene får et godt grunnlag for å nå målene på senere klassetrinn. Er det slik at dersom elevene tilegner seg de aktuelle målene, så har de også et godt grunnlag for kommende år?

5.2.3 Oppsummering

I selve analysen har vi sett på hvordan elevene selv differensierer oppgavene ved at de i varierende grad knytter konkretene opp mot symbolene. En annen måte disse oppgavene ble individuelt tilpasset, var ved at elevene laget ulike antall av regnestykkene. Noen laget kun to regnestykker, mens andre fylte begge sidene på arket sitt, slik var det et stort sprang mellom de som laget færrest og de som laget flest regnestykker på arket sitt, alle ble imidlertid motivert til å lage så mange som mulig ved at lærer til sist laget et regnestykke som viste hvor mange regnestykker klassen hadde laget til sammen. En tredje måte det skjer differensiering på er at elevene står fritt til å velge hvilken vare de ønsker å kjøpe, dette førte til at enkelte av elevene valgte varer med høyest mulig pris, mens andre ikke var bevisst på prisen, men heller kjøpte de varene som var spennende.

En svakhet ved denne formen for differensiering kan være at det ikke er differensiering på evnen til matematisk resonnement. Elevene utfordres ikke til å lage ulike addisjonsoppgaver, med utgangspunkt i Gutstein og Romberg (1995). Likevel er det en styrke at elevene gis mulighet til selv å avgjøre hvor store tall de skal regne med. Det er viktig at elevene har tro på at de kan klare dette, det gir dem pågangsmot den dagen de møter motgang i matematikken. Likevel er det viktig at de lærer seg strategier for problemløsing som de kan bruke når de står fast.

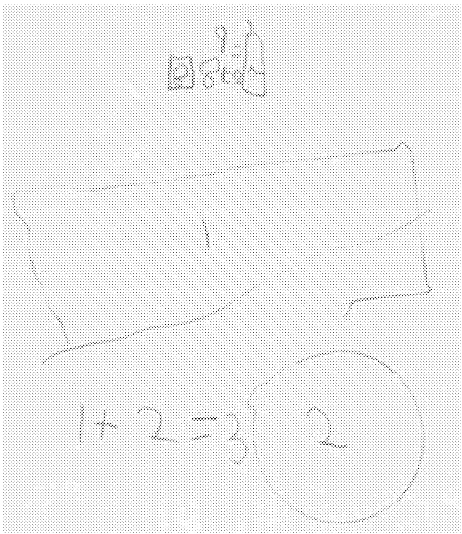
Hvorvidt det er hensiktsmessig å la antallet regnestykker bli en del av differensieringen må den enkelte lærer selv vurdere. Det positive er jo at de elevene som jobber sakte slipper å føle at de ikke når gjennom alle oppgavene, en annen side av dette er om elevene bør ha et mål å strekke seg mot. Slik at de blir nødt til å regne flere enn de to regnestykkene de klarte å lage mens andre laget tjue. Det er ikke til å komme bort i fra at en viss mengde oppgaver må gjøres for at hoderegningen skal automatiseres, noe som er en forutsetning for å frigjøre mental og kognitiv kapasitet når elevene skal begynne å arbeide med oppgaver som krever mer av elevene enn det regnetekniske. Eksempelvis tekstoppgaver og problemløsingsoppgaver av ulike slag. Et annet moment en bør vurdere i forhold til å la antallet oppgaver være en del av differensieringen er om dette gagner de flinke elevene. De første gangene en elev klarer å lage mange oppgaver, og regne disse riktig

Vi har sett hvordan elevene hadde ulike behov for å trene både på det å skrive symbolene, men også å knytte symbolene opp mot aktiviteten. Læreren får en viktig rolle som veileder og må aktivt følge opp den enkelte eleven for å sikre at han ikke automatiserer noe som ikke er korrekt. Dette kan være tall som skrives på feil måte, eller regnestykker som får feil svar. Likevel har kanskje disse aktivitetene sin viktigste rolle i det å fungere som oversettelsesledd.

Vi har også sett hvordan Ann slet med å uttrykke seg skriftlig med tallsymboler, hun foretrakk å tegne streker framfor tall. Hvilke utfordringer har læreren i slike situasjoner? For det første må læreren være en vis veileder, hva skjer dersom hun går ut fra at Ann har dårlig tallforståelse? Det blir viktig å fokusere på det elevene mestrer, samtidig som en prøver å få elevene til å strekke seg.

Også Roy hadde behov for å underbygge tallsymbolene med tegninger. Han tegnet terninger i stedet for å skrive tallsymboler i de første regnestykkene sine. Etter noen regnestykker gikk han over til å kun benytte matematiske symboler. Dette samsvarer med en av slutningene Alseth (2003) kom fram til i sin studie. Han sier at "Studien viste også at elevene ofte foretrakk å bruke formelle tegnsett og faktakunnskaper om de følte at de behersket disse." (Alseth, 2003: 265). Elevene som ser at det går raskere å bruke bare symboler, vil automatisk forenkle når de føler seg klare for det. Elevene har også erfaringer med at når de voksne uttrykker seg på matematikkspråket, bruker de tall. Dette vil være med på å motivere elevene til å skrive matematiske symboler framfor å tegne.

I analysedelen så vi hvordan en av elevene hadde valgt tall som han tilsynelatende ikke behersket fullt (Figur 5-2).



Figur 5-2: Ulike tall, ulike bilder.

Det kan være ulike årsaker til at eleven velger å bruke tall som han ikke føler seg fullt ut trygg på. En av dem kan være at han ikke vurderer pris i oppgaven, men kun ser på varene. Hvilke varer er spennende og hva ville han kjøpt dersom dette var på ordentlig? En annen mulighet er at eleven ønsker å strekke seg og prøve sine grenser.
Under avsnittet *Bruken av figurer for å lage regnestykker*, så vi at det ikke er automatikk i at elevene knytter oppgavene opp mot dagliglivet og egne erfaringer selv om lærerens intensjon er nettopp dette.

Hva skal man gjøre når elevene ikke ser nytten av å tegne sammen med tallene? Hvordan kan en få dem til å se nytten? Er det automatikk i at de som synes det er meningsløst, ikke har behov for figurene? Mest sannsynlig er det ikke slik. Nytten av å ha figurer å forholde seg til kommer tydelig fram på høyere nivå i matematikken, særlig i geometri og problemløsing.

5.3 Klasserommet

Elevenes arbeid med matematikken sto ofte i nær tilknytning til matematiske aktiviteter. Vi så imidlertid at det ikke er en selvfølge at elevene ser den matematiske sammenhengen og konteksten. Et eksempel på dette var da klassen lekte *mattetog*. Roy ble spurt om antallet passasjerer og talte da elevene som var med på toget, men han kontrollerte ikke det antallet han fikk opp mot regnestykket som sto på tavla. Det ble tydelig hvor viktig det er at læreren er oppmerksom på at elevene ikke nødvendigvis knytter aktiviteten til matematikkspråket. Skal aktivitetene være med fordi de er morsomme, eller fordi de er et bindeledd mellom elevenes kunnskap og det matematiske språket? Nå skal det nevnes at aktiviteten *mattetog* ble ledet av en student fra lærerskolen og nettopp det å få erfaringer som viser viktigheten av å være presis og nøyaktig under bruken av lek og andre aktiviteter er jo en del av målet med å være ute i praksis.

Av sekvensen der elevene i plenum jobbet med rosiner på overheaden, så vi at lærer benyttet differensiering uten at elevene hadde kjennskap til dette. Slik unngår hun både at den enkelte elev føler at det stilles lavere krav til henne, enn til de andre og at medelevene ikke ser nivåforskjellene. Elevenes følelse av å mestre vil være spesielt viktig når de, slik som i arbeidet med minus, jobber med noe nytt. Når vekselvirkningen mellom utfordring og det å mestre er balansert vil den gi elevene motivasjon for videre arbeid og trivsel med faget.

I den grad skriftlige framstillinger benyttes i arbeidsøktene, knyttes de opp mot praktiske eller muntlige situasjoner. Arbeidet med rosinene er et eksempel på det. Vi så hvordan læreren startet arbeidsøkten med å sette rammene for arbeidet med rosiner, hun bestemte hvilken elev som skulle spise rosiner og hvor mange de skulle spise. Hun la til rette for at elevene fikk skrive regnestykker på flippoveren og hun styrte dialogen om de ulike mengdene. Det var også læreren som passet på at alle kontrollerte svaret de fikk på regnestykket. Læreren fokuserte på at det er viktig å sjekke det endelige svaret, telle over rosinene. Slik unngår en at feil automatiseres. Elevene blir kritiske til svaret, vurderer om det er sannsynlig eller ikke.

Videre skulle elevene jobbe i par med tilsvarende oppgaver. De fikk først delt ut nøtter som de skulle lage regnestykker med etter hvert som de spiste av den opprinnelige mengden, som var ti. Etterpå fikk de rosiner og skulle gjenta aktiviteten. Vi så hvordan elevene prøvde ulike regnestykker. De spiste ingenting og diskuterte hvordan det ville se ut som regnestykke, de spiste noen og de spiste alle. Slik ble innlæringen av subtraksjon noe konkret. Tallene var ikke bare symboler, de var bilde på en mengde av nøtter eller rosiner. Minustegnet var ikke bare en vannrett strek, som hadde en symbolsk funksjon. Det betydde at noe var blitt spist opp, det var borte. Og samme med likhetstegnet, det var ikke bare to parallelle streker, men et tegn som betydde at det på høyre side var resten av nøttene eller rosinene.

Ved å knytte det skriftlige arbeidet og ikke minst innlæringen opp mot aktiviteter får elevene flere arenaer å lære på. Det blir tatt hensyn til at elevene har ulike forutsetninger for å lære, de får være aktive.

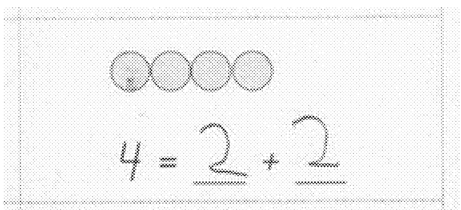
5.4 Arbeidsboka

Læreverket klassen bruker består av to bøker, en arbeidsbok for elevene og en lærerveiledning for læreren. Lærerveiledningen inneholder forslag og beskrivelser av hvordan elevene kan løse og arbeide med oppgavene i arbeidsboka. I arbeidsboka finner vi oppgaver som er ment å gi elevene innføring i tallene fra én til ti og arbeidet med disse i addisjon og subtraksjon. Vi har sett at læreverket har ulike innfallsvinkler til arbeidet med matematikken. En del av bokas oppgaver krever mer av læreren enn andre, og enkelte oppgaver forsvinner helt dersom læreren ikke er bevisst på nytten og verdien av disse. Dette gir læreren frihet til å velge, men stiller samtidig krav til lærerens kompetanse. Læreren kan tilpasse arbeidet til elevene, noe som er velegnet for individuell tilpasning.

5.4.1 Oppgaver side 28 og 30 i arbeidsboka

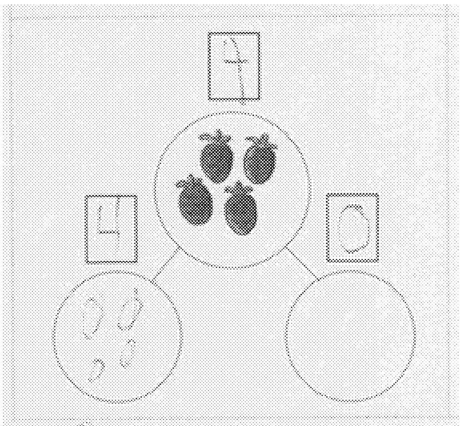
Fordi elevene arbeidet individuelt med arbeidsboka, jobbet de med de ulike oppgavene til forskjellige tider. Dette medføte at klassen hadde lite for- og etterarbeid rettet direkte mot oppgavene i boka. Dette gjelder også for oppgavene på side 28 og 30 i arbeidsboka. Et resultat av dette er at elevenes besvarelse kategoriseres som feil fordi de ikke forstår hensikten med oppgaven.

Ole sin besvarelse på oppgave 28c, kan være et eksempel på dette. Han svarte slik:



Figur 5-3: Ole sin besvarelse, oppgave 28c.

Av figuren over kan en anta at Ole ikke er bevisst at null kan være en del av regnestykket og at han derfor velger å dele fire opp i to pluss to. Dette samsvarer imidlertid ikke med hans besvarelse på oppgave 30d. Her har han på eget initiativ valgt å dele fire opp i fire og null.



Figur 5-4: Ole sin besvarelse, oppgave 30d.

Ut fra besvarelsen Ole har gjort på side 30, der han på eget initiativ har valgt en mengde lik null skulle en anta at oppgave 28c på side 28 i arbeidsboka ikke skulle gi han noen problemer. En skulle derimot anta at han ville føle glede og mestring over å se sammenhengen mellom figuren og symbolene. Likevel har han ikke klart å se tallene i sammenheng med den visuelle representasjonen i oppgaven.

En kan spørre seg hvorfor elevene ikke bruker figurene. Synes de det går raskere å gjøre oppgavene uten å se på figurene, eller skjønner de ikke at figurene er en del av oppgaven? Kanskje tror de at den visuelle framstillingen bare er ment som hjelp for dem som synes oppgavene er vanskelige, og derfor ikke bryr seg om figurene.

Med utgangspunkt i Gutstein og Romberg (1995) sitt fokus på diagrammer framstår oppgavene som verdifulle fordi de kan bli hjelpemidler for elevene. Dersom elevene får erfaring med og kunnskap om hvordan de kan bruke diagramoppgaven (oppgave side 30) til å systematisere informasjonen, vil den kunne fungere som en hjelp i elevenes skriftlige framstillinger.

5.4.2 Noen kommentarer om læreverket

Elevene føler antakelig at de mestrer oppgavene fordi de klarer å regne de fleste av dem uten problemer, men lærer de noe om hvordan de skal løse oppgaver som de ikke har en ferdig prosedyre for å løse?

I hovedsak synes det som om læreboka bygger på en sakte progresjon. Cappelen, som har trykket læreverket, sier på sin internettside om bøkene for 2. til 4. klasse at "Det er lagt vekt på en rolig progresjon for at å kunne favne om flest mulig av elevene." Dette gjør at læreren får en særdeles viktig rolle i matematikkundervisningen, nettopp fordi læreverket er preget av mangel på progresjon. Boka mangler også problemorienterte oppgaver, den blir derfor i stor grad kun et sted elevene får muligheten til å trene på å automatisere tallsymbolene.

Sett i forhold til Vygotskys teori om den proksimale utviklingssonen, kan det synes som om boka i hovedsak legger opp til at elevene skal holde seg innenfor det *faktiske utviklingsnivået*. På samme tid åpner oppgavene som er presentert i analysekapittelet for en mer problem- og prosessorientert vinkling. I hvilken grad denne muligheten benyttes kommer an på klassens lærere. Eventyrsidene er et eksempel på deler av boka som gir et vidt spekter av muligheter for arbeid med matematikk. Fordelen med disse sidene er at man kan tilpasse oppgavene slik at de samsvarer med det den enkelte klasse og elev har behov for å arbeide med. Problemet med åpne oppgaver er at det stiller høye krav til læreren. Ikke bare til hennes interesse for matematikkfaget, men også kompetansen, som vil være avgjørende for elevenes læringsutbytte. Elevene må gis mulighet til å se utfordringene og potensialet i oppgavene.

De oppgavene fra læreboka som er presentert i denne oppgaven er begge knyttet opp mot bruken av visuelle representasjoner i læringen. Imidlertid ser vi at et problem i tilknytning til disse oppgavene er at elevenes interne representasjoner ikke knyttes til bokas visualisering. Pimm (1995) poengterer viktigheten av å kunne sette oppgaver inn i konteksten ved hjelp av illustrasjoner, det er derfor viktig å gi elevene mulighet til å se verdien av de visuelle hjelpemidlene.

Elevenes arbeidsbok gir i første omgang elevene mulighet til å trene på å skrive tall. Om hele læreverket skal være en ressurs avhenger av om lærer aktivt bruker lærerveiledningen. Når det gjelder klassens bruk av arbeidsboka i kombinasjon med de matematiske aktivitetene, ble arbeidsboka ofte framhevet som en belønning. Blant annet på slutten av dagen da læreren sa "Nu har dåkker jobbet bra hele arbeidsøkta, så nu skal dåkker få lov til å arbeide i favorittboka dåkkers". Slik ble det å arbeide med arbeidsboka i matematikk framstilt som noe positivt, noe elevene kunne glede seg til. Arbeidsboka blir også et bevis til foreldrene på at barna arbeider med og lærer matematikk.

6 Konklusjon

Både med hensyn til de utvalgte elevene og mengden av disse, kan ikke denne masteroppgaven benyttes til å dra generelle slutninger. Den gir likevel et innblikk i hvordan matematikkundervisningen fortoner seg for en liten gruppe elever, som veiledes av en erfaren lærer. Og vi får et bilde av elevenes løsningsstrategier, kommunikasjonen mellom elevene og mellom elev og lærer. Disse beskrivelsene kan gi en pekepinn på hvilke momenter det er viktig å ta hensyn til i den matematiske begynneropplæringen.

Gjennom hele prosessen har jeg bevisst prøvd å unngå at det innsamlede datamaterialet blir gitt noen vurdering, det har i stedet vært et mål å gi en mest mulig objektiv beskrivelse av dette. Det er likevel ikke til å komme bort fra at både utvalget av situasjoner som er tatt med og framstillingsmåten er bestemt av meg, og derfor er subjektive. Konklusjonene vil derfor, til tross for mitt forsøk på å være nøytral og objektiv, til en viss grad være påvirket av mine holdninger.

Forskningsspørsmålene er allerede forsøkt besvart i forrige kapittel, derfor vil konklusjonene kun presenteres i korte trekk her. Det første forskningsspørsmålet var:

- Hva kjennetegner de didaktiske aktivitetene som ser ut til å gi matematisk mening for elevene?

Observasjonene viser at de didaktiske aktivitetene ikke nødvendigvis gir matematisk mening for elevene, og at det er viktig at læreren hjelper elevene til å se sammenhengen mellom aktiviteten og matematikken. Spesielt gjelder dette når aktivitetene er ment å danne grunnlaget for skriftlige framstillinger.

De episodene som syntes å gi matematisk mening for elevene hadde som fellestrekk at læreren var tydelig på overgangen mellom aktiviteten og matematikk.

Mitt andre forskningsspørsmål var:

- Hvordan bruker elevene skrift, muntlig språk og gester når de arbeider med oppgaver i matematikk?

Under intervjuene ble det tydelig at elevene i varierende grad var i stand til å knytte løsningsprosedyrer, verbale resonnement og skriftlige framstillinger sammen. Lettest gikk det i arbeidet med de oppgavene som de hadde erfaring med fra tidligere.

Bruken av skrift, muntlig språk og gester har sammenheng med oppgaven elevene arbeider med. I arbeid der konkreter representerer et gitt antall, for eksempel terninger eller varer i en butikk, starter gjerne elevene med å gi en skriftlig framstilling av oppgaven. De skriver ned regnestykket før de løser oppgaven. I arbeidet med regnefortellingene var det derimot motsatt, elevene kom først fram til svaret, så laget de en skriftlig framstilling. De oppgavene som ikke var kronologisk var vanskeligst for elevene å framstille skriftlig. Det var tydelig et problem når oppgavens formulering ikke direkte kunne overføres til det matematiske skriftspråket.

Når det gjelder bruken av muntlig språk, ser vi at dette står i analogi til hvor kompleks oppgavene er. I de letteste oppgavene brukte elevene muntlige resonnementer mer enn i oppgaver med større vanskelighetsgrad.

Gestene varierte etter hvilket konkretiseringsmateriell de valgte å bruke i den enkelte oppgaven. Det var likevel mindre bruk av kroppsspråk i arbeidet med de oppgavene som elevene hadde god kjennskap til, og som i stor grad var automatisert hos elevene.

Det tredje forskningsspørsmålet var:

- På hvilken måte bruker elevene konkretiseringsmateriell for å skape skriftlige framstillinger?

Oppgavene der elevene brukte konkretiseringsmateriell kan grovt deles i to kategorier. Den ene er de oppgavene som har aktiviteter som tar utgangspunkt i konkreter, slik som å lage regnestykker av terninger eller leke butikk. Den andre kategorien er de oppgavene der elevene på eget initiativ velger å bruke konkretiseringsmateriell.

I de oppgavene der de skriftlige framstillingene lages med utgangspunkt i aktiviteter som inneholder terninger eller butikkvarer, ble konkretene knyttet direkte til det matematiske skriftspråket. Og ofte ble den skriftlige framstillingen laget før elevene fant svaret på oppgaven.

I arbeidet med blant annet regnefortellinger fant elevene ofte først svaret på spørsmålet, deretter brukte de konkretiseringsmateriell for å omgjøre oppgaven til skrift. Her var det avgjørende at elevene hadde erfaring med det aktuelle materiellet for at de skulle bruke det. Oppgaven med pærer, der elevene skulle finne differansen mellom ni og fem, viser imidlertid at den skriftlige framstillingen kan være problematisk for elevene dersom problemet er ukjent for dem i skolesammenheng. I denne sammenhengen gjaldt det også når elevene hadde tilgang på konkretiseringsmateriell. Dette tyder på at det er viktig å gi elevene mange og varierte erfaringer med å bruke konkretiseringsmateriellet.

7 Pedagogiske implikasjoner

Jeg vil igjen poengtere at masteroppgaven har begrenset omfang i og med at den kun tar for seg situasjonen for en liten gruppe elever. Perioden disse elevene har blitt fulgt er relativt kort. Et fellestrekk for kasusstudier er at en ikke har som mål å finne generelle slutninger, eller overføre funnene og tolkningene til andre grupper. Målet er heller å tolke og beskrive de aktuelle kasusene. Det vil derfor ikke kunne dras noen generelle slutninger fra funnene i denne oppgaven.

For å kunne støtte og veilede elevene slik at de blir best mulig rustet for framtidige matematiske utfordringer er det viktig å være i stand til å sette seg inn i elevenes ståsted og deres oppfattelse av konteksten. Det å bruke didaktiske aktiviteter som utgangspunkt for å fremme matematisk kunnskap og forståelse ser ut til å være en godt egnet metode. Dette forutsetter imidlertid at læreren er bevisst elevenes nåværende kompetanse og deres potensielle kompetanse. For meg som framtidig lærer har det blitt tydelig at elevenes kompetanse kan strekke seg utover deres evne til å formulere seg skriftlig. Det synes som om elevene har behov for å møte ulike former for matematiske problemer i regnefortellingene. Ikke bare at tallene blir større, men at formuleringene endres slik at de i større grad treffer de ulike kategoriene for addisjon. Slik kan regnefortellingene være en start for arbeidet med tekstoppgaver og også senere for algebra.

For den videre forskningen synes jeg det ville være interessant og se på forholdet mellom gester og muntlig språk i samarbeidssituasjoner, der elevene jobber sammen i grupper. Slik kan en få et inntrykk av sammenhengen mellom gestene og det muntlige språket i en naturlig kontekst.

8 Referanser

Ahlberg, A. (1996). *Barn og matematikk: Problemløsing i 1.-3. klasse*. Oslo: Cappelen akademisk forlag.

Alseth, B. (2003). *Tegn og matematikk: En semiotisk analyse av elevers utvikling av matematisk forståelse*. Oslo: Høgskolen i Oslo, Avdeling for lærerutdanning.

Botten, G. (1999). *Meningsfylt matematikk: Nærhet og engasjement i læringen*. Landås: Caspar forlag.

Brekke, G. (1995). *Introduksjon til diagnostisk undervisning i matematikk*. Oslo: Nasjonalt læringssenteret.

Bråten, I. (2002). *Læring: i sosialt, kognitivt og sosialt-kognitivt perspektiv*. Oslo: Cappelen akademisk forlag.

Carpenter, T. P., Franke, M. L., & Levi, L. (2003). *Thinking mathematically: Integrating arithmetic and algebra in elementary school*. Portsmouth, N.H.: Heinemann.

Carreira, S. (2001). Where there's a model, there's a metaphor: Metaphorical thinking in students' understanding of a mathematical model. *Mathematical thinking and learning, 3*(4), 261-287.

Clements, D. H., Sarama, J. A., & DiBiase, A.-M. (2004). *Engaging young children in mathematics: standards for early childhood mathematics education*. London: Lawrence Earlbaum.

Cobb, P., & Yackel, E. (1996). Constructivist, emergent, and sociocultural perspectives in the context of developmental research. *Educational Psychologist, 31*(3/4), 175.

Dickson, L., Brown, M., & Gibson, O. (1984). *Children learning mathematics: A teacher's guide to recent research*. London: Cassell.

Dysthe, O. (1996). *Ulike perspektiv på læring og læringsforskning*. Oslo: Cappelen akademisk forlag.

Dysthe, O. (2001). *Dialog, samspel og læring*. Oslo: Abstrakt forlag.

Eidsvåg, I. (2000). Læreren. Betraktninger om kjærlighetens gjerninger. Oslo: Cappelens forlag A/S.

Fennema, E., Carpenter, T. P., & Lamon, S. J. (1991). *Integrating research on teaching and learning mathematics*. Albany, NY: State University of New York Press.

Fuson, K. C. (1988). *Children's counting and concepts of number*. New York: Springer-Verlag.

Fuson, K. C., Carroll, W. M., & Landis, J. (1996). Levels in Conceptualization and Solving Addition and Subtraction Compare Word Problems. *Cognition and Instruction, 14*(3), 345-371.

Fuson, K. C., & Secada, W. G. (1986). Teaching children to add by counting-on with one-handed finger patterns. *Cognition and instruction, 3*(3), 229-260.

Gjerdrum, A. L., & Skovdahl, E. (1997). *Tusen millioner*. Oslo: Cappelen.

Grevholm, B. (2003). *Matematikk for skolen*. Bergen: Fagbokforlaget.

Grouws, D. A. (1992). *Handbook of research on mathematics teaching and learning: a project of the national council of teachers of mathematics*. New York: Macmillan.

Gutstein, E. R., Thomas A. (1995). Teaching children to add and subtract. *Journal of Mathematical Behavior, 14*(3), 283-324.

Herbjørnsen, O. (1998). *Rom, form og tall: Matematikkdidaktikk for barnetrinnet*. Oslo: Tano Aschehoug.

Hiim H. og Hippe E.(1993). Læring gjennom opplevelse, forståelse og handling. Oslo: Universitetsforlaget.

Holm, M. (2002). *Opplæring i matematikk: For elever med matematikkvansker og andre elever*. Oslo: Cappelen.

Hughes, M. (1986). *Children and number: Difficulties in learning mathematics*. Oxford: Blackwell.
Hundeide, K. (1985). *Piaget i skolen*. Oslo: Cappelen.
Hundeide, K. (1989). *Barns livsverden: En fortolkende tilnærming i studiet av barn*. Oslo: Cappelen.
Høines, M. J. (1996). *De små teller også: Matematikken i førskolepedagogikken*. Landås: Caspar forlag.
Høines, M. J. (1998). *Begynneropplæringen: Fagdidaktikk for barnetrinnets matematikkundervisning*. Landås: Caspar forlag.
Imsen, G. (2000). Elevens verden. Innføring i pedagogisk psykologi. Oslo: Tano Aschehoug.
Kirke-, utdannings og forskningsdepartementet (KUF). (1996). *Læreplanverket for den 10-årige grunnskolen.*
Klette, K. (1998). *Klasseromsforskning på norsk*. Oslo: Ad notam Gyldendal.
Mellin-Olsen, S. (1984). *Eleven, matematikken og samfunnet: En undervisninglære*. Bekkestua: NKI-forlaget.
Mellin-Olsen, S., & Linden, N. (1996). *Samtalen som forskningsmetode: Tekster om kvalitiv forskningsmetode som del av pedagogisk virksomhet*. Landås: Caspar forlag.
Neuman, D. (1989). *Räknefärdighetens rötter.* Stockholm : Utbildningsförlaget.
O'Halloran, K. L. (2005). *Mathematical discourse: Language, symbolism and visual images*. London: Continuum.
Olsson, H., & Sörensen, S. (2003). *Forskningsprosessen: Kvalitative og kvantitative perspektiver*. Oslo: Gyldendal akademiske forlag.
Ostad, S. A. (1992). Bærekraftig matematikkunnskaper - en funksjon av ferdighet eller forståelse? Norsk pedagogisk tidsskrift, 6, 320-326.
Piaget, J. (1959). *The language and thought of the child.* London: Routledge and Kegan Paul.
Pimm, D. (1987). *Speaking mathematically: Communication in mathematics classrooms*. London: Routledge & Kegan Paul.
Pimm, D. (1995). *Symbols and meanings in school mathematics*. London: Routledge.
Radford, L. (2003). Gestures, speech, and the sprouting of signs: A semiotic-cultural approach to students' types of generalization. *Mathemaical thinking and learning*, 5(1), 37-70.
Romberg, T. A., Carpenter, T. P., & Dremock, F. (2005). *Understanding mathematics and science matters*. Mahwah, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.
Solem, I. H., & Reikerås, E. K. L. (2001). *Det matematiske barnet*. Landås: Caspar forlag.
Säljö, R. (2001). *Læring i praksis: Et sosiokulturelt perspektiv*. Oslo: Cappelen akademiske forlag.
Vygotskij, L. S., & Cole, M. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Cambridge, Mass.: Harvard University Press.
Wertsch, J. V. (1991). *Voices of the mind: A sociocultural approach to mediated action.* Cambridge, Mass.: Harvard University Press.

9 Vedlegg

9.1 Brev til rektor

Anita Movik Simensen
Holmen 69
9518 Alta

6. 9. 2005

Ytrebakken skole
v/ rektor May Moe

Innsamling av data

Viser til tidligere samtale over telefon og vil med dette informere om at jeg i løpet av høsten 2005 vil gjennomføre datainnsamling ved deres skole. Jeg har vært i kontakt med lærer Marie Li, som har 2. klasse i matematikk, og hun har sagt seg villig til at hennes undervisning kan bli observert.

Det innsamlede datamaterialet vil bil benyttet i en masteroppgave innenfor fagfeltet matematikkdidaktikk. Denne oppgaven vil i hovedsak ta for seg bruken av semiotiske verktøy i arbeidet med matematikk. Jeg regner med at innsamlingen vil vare i omtrent en måned og den vil gjennomføres ved hjelp av observasjon og intervju, her vil det bli brukt både video- og lydopptak. Det er et mål at jeg er nøytral og i minst mulig grad påvirker situasjonen i klassen. Fokuset vil være rettet mot det faglige innholdet i timene, og det er læreren som leder timene. Alt innsamlet materiale vil anonymiseres og skal ikke kunne tilbakeføres til skolen og elevene.

Prosjektet er meldt til Personvernombudet for forskning, Norsk samfunnsvitenskaplig datatjeneste. Det vil bli sendt ut informasjon med samtykkeerklæring til elever og foresatte, og disse vil bli informert om at det er mulig å la være og delta på prosjektet.

Professor Maria Luiza Cestari ved Høgskolen i Agder står for den faglige veiledningen av min masteroppgave.

Med hilsen

Anita Movik Simensen

9.2 Brev til elever og foresatte

Anita Movik Simensen
Holmen 69
9518 Alta 15. 9.2005

Ytrebakken skole
v/ elever og foresatte i 2. klasse

Til elever og foresatte i 2. klasse ved Ytrebakken skole

I forbindelse med min masteroppgave i matematikkdidaktikk ved Høgskolen i Agder ønsker jeg å være ute i skolen for å lære mer om hvordan matematikkundervisningen foregår. Det er derfor avtalt med lærer Marie Li at jeg kan være i hennes klasse og følge matematikkundervisningen i en måned høsten 2005.

Hensikten med observasjonen er å se hvordan elevene benytter seg av ulike læremidler, som blant annet bøker og konkretiseringsmateriale, i matematikktimene. Og hvordan elevene snakker med hverandre og med læreren om matematikk. Hensikten er at jeg skal lære mer om hvordan matematikkundervisningen foregår og om hvordan elever i dag lærer matematikk. For lettere å huske hva som skjer vil det bli benyttet video- og lydopptaker. Jeg ønsker også å snakke med noen av elevene om det de arbeider med i timene når jeg er der.

Det som blir tatt opp, innsamlede opplysninger, vil behandles konfidensielt og datamaterialet anonymiseres slik at verken skole eller enkeltelever kan gjenkjennes. Prosjektet antas avsluttet innen utgangen av 2006, og alle opptak vil da slettes. Som forsker er jeg underlagt taushetsplikt. Det er frivillig å delta, og mulig å trekke seg underveis. Prosjektet er meldt til Personvernombudet for forskning, Norsk samfunnsvitenskaplig datatjeneste. De resultater prosjektet måtte frambringe ønsker jeg å presentere for veileder og sensor i forbindelse med den endelige godkjenningen av oppgaven. Dette innebærer at jeg også presenterer lyd- og bildeopptak.

Professor Maria Luiza Cestari ved Høgskolen i Agder står for den faglige veiledningen av min masteroppgave.

Tilbakemelding gis via vedlagt svarark, som leveres til Marie Li. Dersom noen ikke ønsker å delta, gi i så fall beskjed til lærer Marie Li. Til orientering vil ingen elever i noe fall bli intervjuet mot sin vilje.

Med hilsen

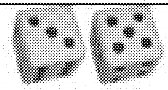
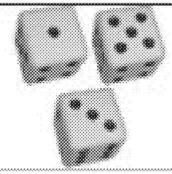
Anita Movik Simensen

9.2 Brev til elever og foresatte

Jeg samtykker i at min datter/ sønn____
Kan delta i dette prosjektet

_____________ _________________________
Dato Signatur

9.3 Intervju – Terninger

Oppgaver / Navn	 2 terninger			 3 terninger		
	Symboler	Muntlig	Gesture	Symboler	Muntlig	Gesture
Ann	5 + 2 = 7		Peker med blyanten i lufta. Peker på 5eren og to ganger på 2eren.	2 + 3 + 6 = 11	(2 pluss 3, pluss 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11)	Peker på terningenes øyne med fingeren.
	6 + 6 = 12	(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12)	Peker på terningøynene med blyanten.	6 + 1 + 2 = 9	(Æ vet ikke ka det blir. E lik. Tippe æ på det blir ti. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.)	Peker på terningenes øyne med blyanten.
	6 + 5 = 11	Fordi at det e 12 (forrige oppgave), 6 pluss 5 det blir jo det da.		4 + 4 + 1 = 9	4 pluss 4 blir 8. Pluss 1 e lik 9. Fordi det blir 8, 4 to gang. Så en til, det blir ni	Peker på de to 4erne.
Siv	1 + 2 = 3			6 + 3 + 5 = 14	6, 7, 8, 9 (…) æ fant ut.	Peker på terningen med blyanten.
	4 + 5 = 9	1 pluss 2, det e 3 4, e, 9.	Holder opp 5 og 5 fingre.	2 + 6 + 5 = 13	5 (5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13) okei. To pluss 6 pluss 5 er like mye som.	Peker på terningens øyne med finger.
	4 + 3 = 7	4 pluss 3 e, næi. Fire, sant hær e 4 pluss det hær 3, 6, 7.	Peker på terningene med fingeren.	5 + 5 + 6 = 16	5, 10, 10 (11, 12, 13, 14, 15, 16).	Peker på terningens øyne med finger.

9.3 Intervju – Terninger

					M: Da va det 6, 7, 8, 9, 10, 11. I: Ja. M: Så blir det to her. Da e det lik 11.	
	3 + 6 = 9			5 + 4 + 1 = 10	M: Ja. (4) 5 pluss 4 pluss en er lik, 5, der blir det 9 vært fall. I: Ja. M: 10.	
Per	1 + 1 = 2	1 pluss 1 det e 2.		5 + 5 + 6 = 16	5 pluss 5, det e 10. Åsså 6 til blir, 11, 12, 13, 14, 15, 16.	Ser på terningen.
	5 + 4 = 9	Det hær blir jo 4 pluss 5 og det blir jo 9. I stedet for 10, for hvis det hadde vorre 5, den femmeren der, så hadde det blitt 10.	Ser på terningene.	2 + 3 + 6 11	2 pluss 3 blir 5. Åsså etter det kommer 6, 7, 8, 9, 10, 11.	Ser på terningen med 6.
	2 + 4 = 6	2 pluss 4, det e 1, 2, 3, 4, 5, 6.	Ser på intervjuer.	3 + 4 + 6 = 13	3 pluss 4 e, det e jo 6. 7. Åsså etter det kommer 7, 8, 9, 10, 11, 12.	Peker på terningens øyne med blyant.
Tor	3 + 4 = 7	3 pluss 4.	Ser ut i lufta.	4 + 1 + 1 = 6	4 pluss 1 pluss 1, 6.	Ser ut i lufta.
	2 + 2 = 4	2 og 2.		2 + 6 + 2 = 10	2 pluss 6 pluss 2. Æ bare tok 4. Pluss 6. 5, 6, 7, 8, 9, 10.	
	4 + 5 = 9	4 pluss 5. Æ teller 4 åsså teller æ 5 til.		5 + 2 + 4 = 11	5, 6, 7, å 4 til, 8, (9, 10, 11).	Peker på terningene m. blyanten når han sier 4 til.

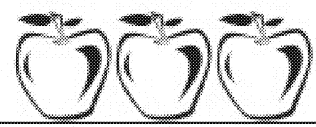
9.3 Intervju – Terninger

Tom	6 + 4 = 10	6, 7, 8, 9, 10. 6 pluss 4, 4 e like mye som 10	Peker på terningens øyne med blyanten.	1 + 2 + 5 = 8	2, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. 2 pluss, 2 pluss 5. 1, 3, 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8.	Peker på terningens øyne med finger.
	5 + 2 = 7	5, 6, 7. 5 pluss 2 e like mye som 6, 7.	Peker på terningens øyne med finger. Gjentas når han skriver.	6 + 5 + 3 = 14	6 pluss 5 e jo til sammen 11. Det e 13. 14.	Teller på fingrene. Ser på terningene og legger 3 til 11.
	3 + 3 = 6	3 pluss 3, det e jo lett. E like mye som 6.	Ser ned på arket hele tiden.	4 + 3 + 2 = 9	3, 3, 4, 5, 9.	Grupperer terningene (2 og 3). Dunker 4 fire ganger.
Ole	1 + 6 = 7	1 pluss 6. Det vet jei. (-) 1 pluss 6, e like mye som 7.		3 + 4 + 5 = 12	7. 12. (-) 3. 4. 5. Så telte jei inni meg.	Teller med fingrene på den ene handa. Viser med fingrene en gang til.
	1 + 5 = 6	1 pluss 5, e like mye som 6		1 + 4 + 5 = 10	(Syv.) (7) Det e ti.	Teller med fingrene.
	4 + 2 = 6	Det e 6 det dær. Ja, kordan klarte du å vite det? Da jei var hjemme en gang så regnet jei at 4- at 6 ganger- at 6 e 2, 2, 2.		6 + 1 + 3 = 10	10, det åsså. (-) Vet du æ bare hører på fingran mine. Dæm lager sånn lyd. (-) 6 pluss 1 pluss 3. Like mye som 10.	
Roy	3 + 1 = 4	3 pluss en e lik fire.		6 + 1 + 3 = 10	6 pluss 1 pluss 3, det blir 10, eee, det blir 10.	
	1 + 2 = 3	1 pluss 2.		6 + 6 + 4 = 17	Det va bare at det hær blir jo. Alle dæm æ hadde hær blir jo cirka 10, 11,	

9.3 Intervju – Terninger

Kai	5 – 1 = 4			1 + 5 + 4 = 10	Fordi den hører til den, og 5 pluss 5 e 10.	Peker på arket med blyant og finger.
	5 + 2 = 7	Det vet æ.		1 + 3 + 4 = 8	Det e sånn. For 4 pluss 4, den blir sammen med å da blir det 4. Å 4 pluss 4 det e 8.	Peker på arket med blyanten.
	6 + 6 = 12	Den e enkel. (-) For æ har visst ka seks pluss seks e lenge. Før æ begynte på skolen.		5 + 5 + 2 = 12	K: Det e altfor enkelt. (-) Det e 12. (-) Ti. Det blir ti. Å tolv.	

9.5 Intervju – Diktert addisjonsoppgave og "legge til"

Oppgaver / Navn	4+2+6					
	Diktert addisjonsoppgave			Epler		
	Symboler	Muntlig	Gesture	Symboler	Muntlig	Gesture
Ann	4 + 2 + 6 = 12	4 pluss 2 pluss (6). (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11). Æ telte bare til elleve. Åsså viste æ, okei en igjen tolv.	Peker på terningenes øyne med blyanten.	5 + 8 = 13	Æ kan bruke fingran mine åsså. (-) (5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13).	
Siv	4 + 2 + 6 = 12	Æ må bare regne med terningan. 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12.	Legger fram 4, 2 og 6 med terningene	5 + 8 = 13	S: 13. I: Ja. Telte du på fingran så raskt? S: Ja, æ liksom 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13.	Teller på fingrene.
Tom	10 + 2 = 12	T: 4 pluss 2 e jo seks. I: Åssså pluss 6 til. T: 12		5 = 8 = 13	T: 13 (-) T: Det e, æ bruker bare å telle to gang til 4. I: Kordan to gang til 4? T: 4, 1, 2, 3, 4,1, 2, 3, 4. I: Okei. T: Akkurat det samme som åtte. (-) T:Åssså korsen skriver man sånn dær at ho fikk? I: Ja, ho fikk jo nåkka mer. T: Mmm. Ja ja, det e	Vifter med blyanten for hvert tall.

					I: Mmm. P: Da blir det 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, har æ telt den? I: Næi. P: 11, 12, 13, 14, 15.11, 12, 13, 14, 15. I: Nu trur æ du telte nån to ganga, helt på slutten. P: Okei. Da tar æ dæm æ har telt. I: Ja. P: Tar dæm æ har telt. (7) 5. I: Mmm. (5) P: 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13.	Peker på sukkertøyene med fingeren Organiserer sukkertøyene på rad Tar den ene gruppa med sukkertøy Plukker sukkertøyene inn i handa
Tor	4 + 2 + 6 = 12	4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12.	Finner svaret før han skriver.	13 5 + 8 = 13	12. (-) Åtte, åsså tok æ fire til. (-) 13.	
Kai	6 + 4 + 2 = 12	Fire pluss to pluss seks. Det e tolv. (-) Det e seks, det e. Det ene blir jo lik seks åsså til seks, å det blir tolv.		5 + 8 = 13	(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12). 13.	Tar kuleramma. Teller opp 5 på første streng og 8 på den andre.

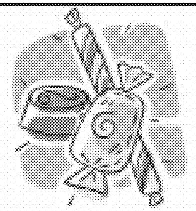
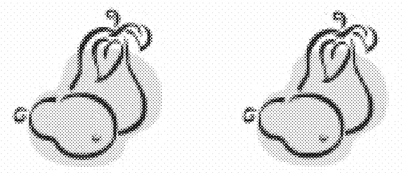
9.5 Intervju – Diktert addisjonsoppgave og "legge til"

					sånn hær. Bombe.	
Ole	4 + 2 + 6 = 12	Okei. 4 pluss 2 pluss 6. (6) 12.	Teller på fingrene på den ene handa.	1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 8 = 13	(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13). (-) 13.	Teller på fingrene.
Roy	4 + 6 + 2 = 12	I sted så va det jo sånn dær seks, derfor skjønner du. Det hære blir fire, å to til blir seks. Å seks pluss seks blir jo (syv, åtte, ni, ti, elleve, tolv).		5 - 8 = 12	5 epla. Åsså, næi. Så fikk ho 8. Så fikk ho 8. Så fikk ho 8. Da må det bli.	
Mia	4 + 2 + 6 = 12	M: Hm. 4 pluss 6. (6) I: Bare si høyt ka du tenker. Åi. Kordan klarte du å tenke det? M: ((ler)) Siden æ telte sånn, det hær blir jo 6 til sammen. I: Ja. Så telte æ. 1, 7, 8, 9, 10, næi det ble 12.	Skriver 4 + 3 + 6 = 12.	5 + 8 = 13	1, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 4. Det ble 8. Å så ska det være 5 til. 2, 2. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. 1, 2, 3, 4. Åi, sju. Æ glemte den. Ja. Telle dæm, åtte. Åtte, ni, ti, elleve, tolv, tretten.	Ser at hun mangler et sukkertøy.
Per	2 + 4 + 6 = 12	2 pluss 4 pluss 6 e like mye som 12.	Sammenlikner med 3 + 4 + 6 = 13.	5 + 8 = 13	P: Ho har 5 epla. I: Mmm. P: Så får ho 8. I: Mmm. P: Da blir det. (20) 5, e det hær. Hær e det 5. I: Mmm. P: Åsså får ho 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.	Strekker seg etter sukkertøyene, tar 5. Tar 8 sukkertøy til

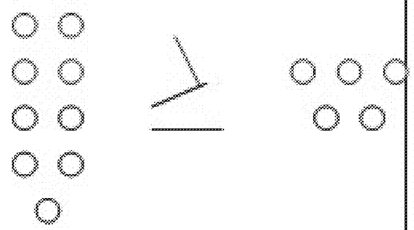
9.6 Intervju – ”Trekke fra” og ”endring ukjent”

		4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13). Først hadde ho 13. (-)				
Tom	11 = 4 = 7	T: 12, næi 11. (-) T: For æ tok bare til 4. (-) T: Først 11. I: Mmm. T: Åsså spiste ho 4. I: Mmm. T: Åsså hadde ho 7 igjen.		5 + 4 = 9	4 mer. (-) Fordi 5 pluss 4 e, blir 9. (-) Ja. Å fordi at 5 pluss 5 blir 10, åsså regna æ bare bakover fra det.	
Ole	11 – 4 = 7	11. Kordan klarte du det så fort? Jei gjorde det samme som, det hær. Sånn gjorde jei så.	Teller på fingrene.	1+1+1+1+1+1+1+1+1 – 4 =	1, 2. La mæi se. (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9), 9. Mmm. Å ho hadde 5. (-) Å du ha- Æ trur det blir 4 mere.	Teller på første streng på kuleramma. Tar 5 kuler på andre streng. Ser hvor mange flere det er på første enn på andre.
Roy	10 + 1 = 11	R: Å. Da blir det cirka sånn. ((skriver)) I: Ja, nesten. R: ((ler)) Ååå. Æ trur det va det det ble.	Skriver 12. Skriver 11.	5∘4 = 9	Du har 9 og ho har 5. Du har 4 mer. (-) Fordi. At du vet sånn hær. Først har man 5, åsså får man 4, det	Skriver symbolene som forklaring.

9.5 Intervju – "Trekke fra" og "endring ukjent"

Oppgaver / Navn						
	Sukkertøy			Pærer		
	Symboler	Muntlig	Gesture	Symboler	Muntlig	Gesture
Ann	11 – 4 = 7	A: Næi, minus. Minus. (4. Er like mye som 7).(-) Hm. Æ tenkte, æ hadde 7. Æ hadde 7, åsså va det 3 igjen der. I: Mmm. A: Det e 10. Åsså det e 3. I: Mmm. A: Åsså 1 til. Det blir 10, 11.	Viser 7 fingre. Peker på de siste 3 fingrene.	L I △5 + □9 = 14	1, 2, 3, 4, 5, (6, 7, 8, 9). Du hadde så mange. (-) 1, 2, 3, 4. 4. (-) (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14).	Teller på kuleramma. Teller opp 9 på øverste streng og 5 på 2. streng. Teller de som er ekstra på 1. streng.
Siv	4 – 4 = 0 □□□□ + ▲▲▲▲▲▲▲ 11 – 4 = 7	Mmm, okei, æ ska bare regne ut 7 pluss 4. Æ ska bare regne sånn, tar æ bort 4 så blir det 7 igjen. (-) Okei. (1, 2, 3,	Teller på fingrene først. Teller så om igjen på kuleramma.	○○○○○ + ○○○○ = 9	Okei. Em. (9, 5 har Lærer). Å du har (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9). (… teller lavt) næi, næi. 4.	Teller opp på kuleramma. 5 på øverste streng og 9 på andre. Teller så differansen.

9.6 Intervju – ”Trekke fra” og ”endring ukjent”

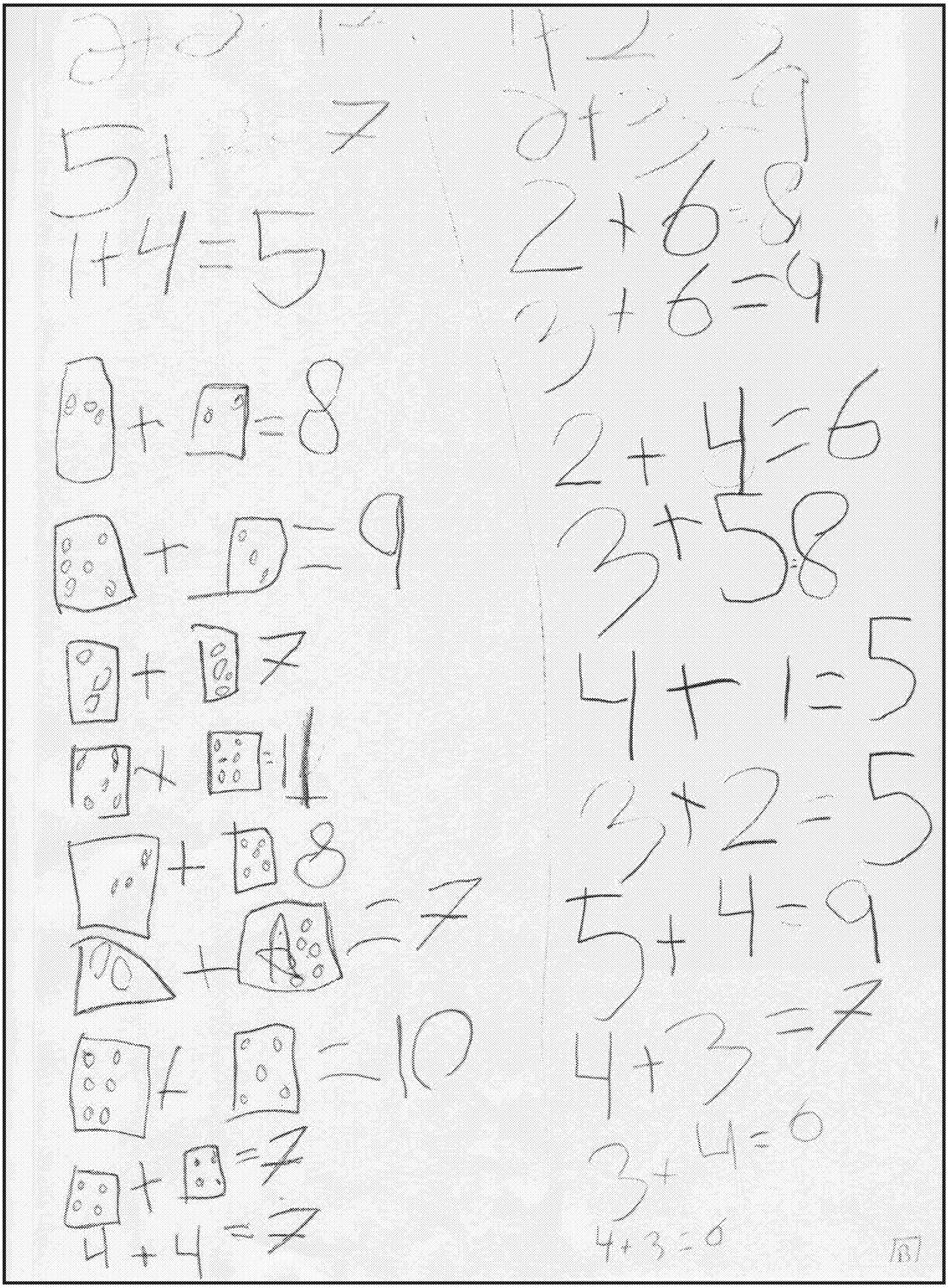
		8, 9, 10, (11).				
Kai	11 – 4 = 7	Hm. 4. Så hadde ho. 4, så hadde ho. 7, ja 7. (-) Okei. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11. (-) Elleve sukkertøy. (-) Men det må være minus.(-)	Teller opp fire på første streng. (-)		Du har (4) 4 mer enn Lærer.	

9.5 Intervju – ”Trekke fra” og ”endring ukjent”

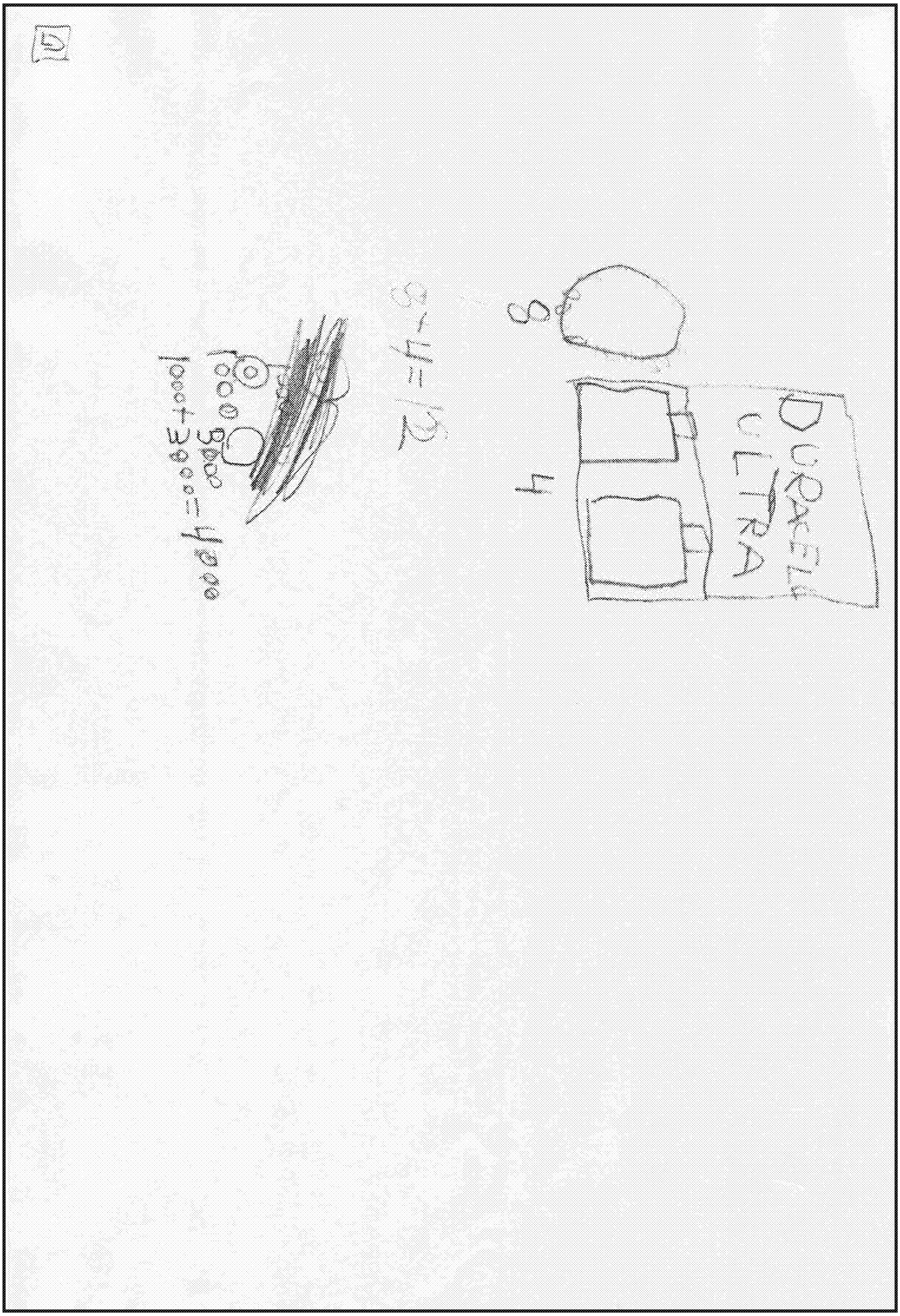
					blir 9.	
Mia	11 – 4 = 7	En, to, tre, fire, fem va det. Så fikk ho åtte. Da må æ telle alt det hær i lag.	Bruker sukkertøy.	9 > 5	4.	Mia begynner å telle 9 sukkertøy. Lærer kommer inn. Mia teller 5 sukkertøy til. Tar bort 5 sukkertøy fra dungen med 9.
Per	11 – 4 = 7			9 + 5 = 14	Æ trur, æ trur 4 mere.	
Tor	4 + 7 = 11	T: 11. I: Ja, kordan klarte du det? T: Æ telte. I: Ka du telte i fra? Telte du fra 1? T: Æ telte fra 4. Åsså va det 7 til. (-) Da blir det fire. Mmm. Pluss syv. Ja. Fire. Mmm. Pluss 7 er lik (3) 4, 5, 6, 7,	Bruker terninger når han skal skrive symboler. 4 på terningen. 1 og 6 på terningene.	9 + 5 =	4.	Tar 9 på den øverste strengen og 5 på nr. to. Teller med fingeren på kuleramma.

9.6 Elevarbeid

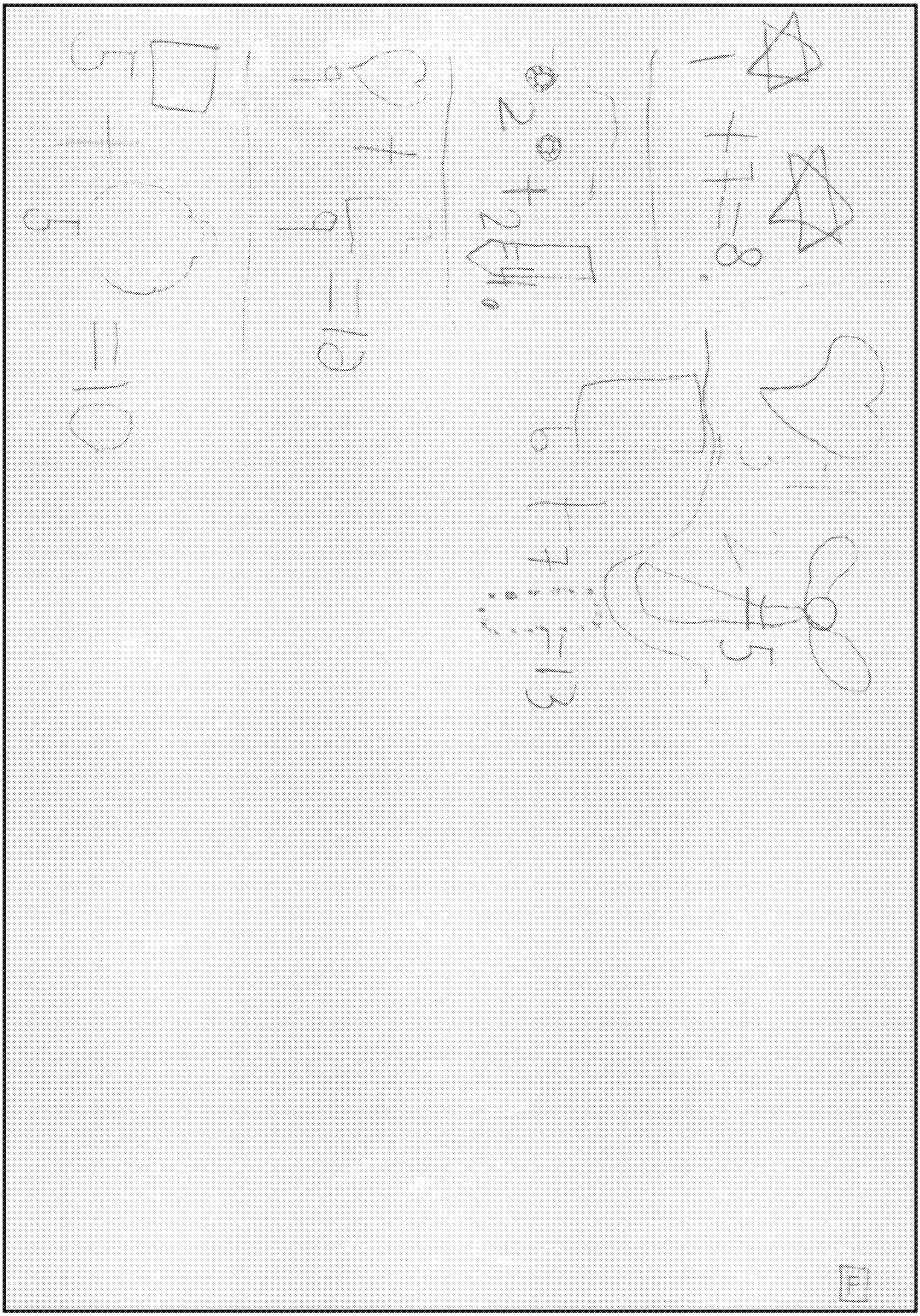
9.6.1 Terninger – Roy



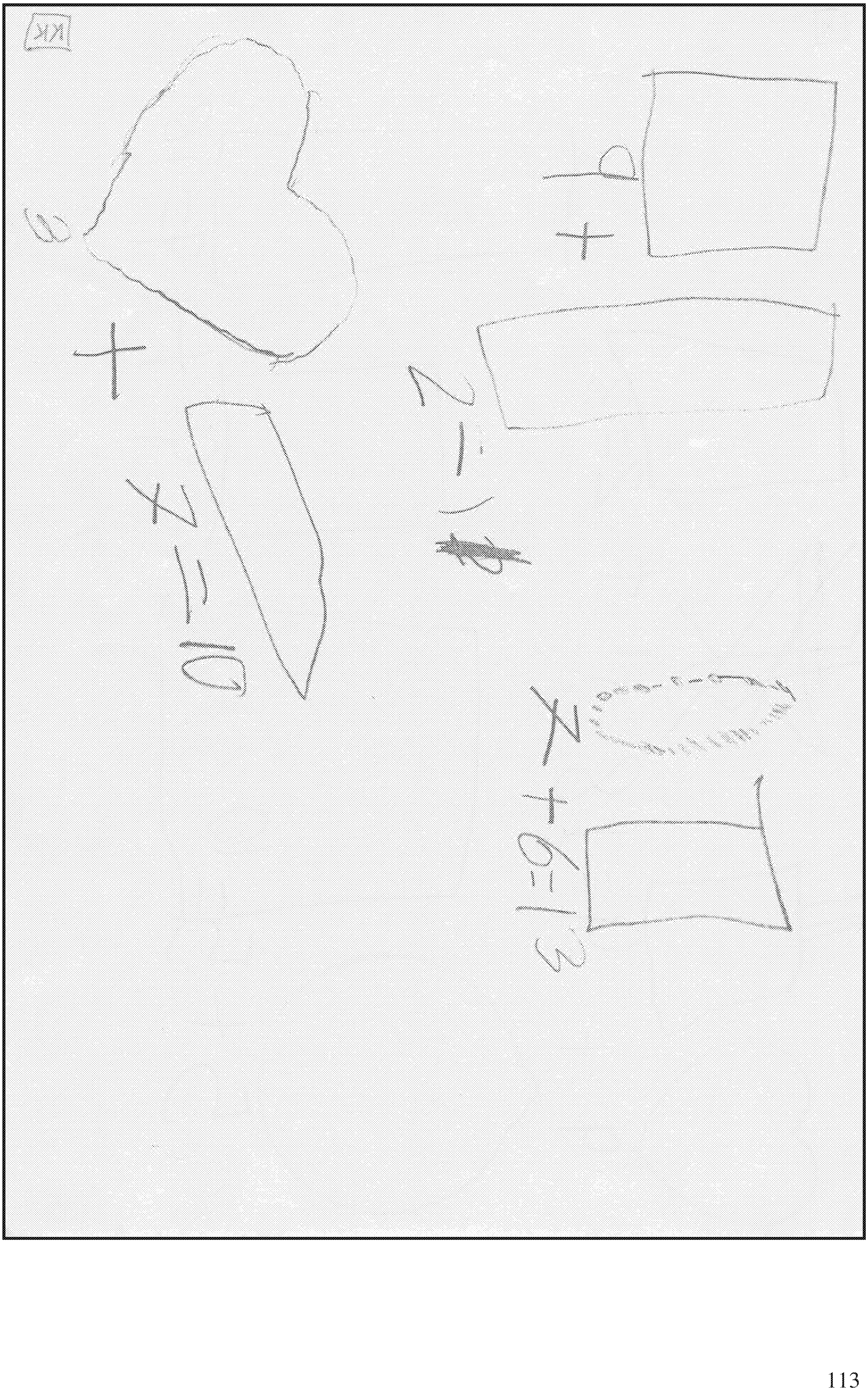
9.6.2 Butikk – Tom



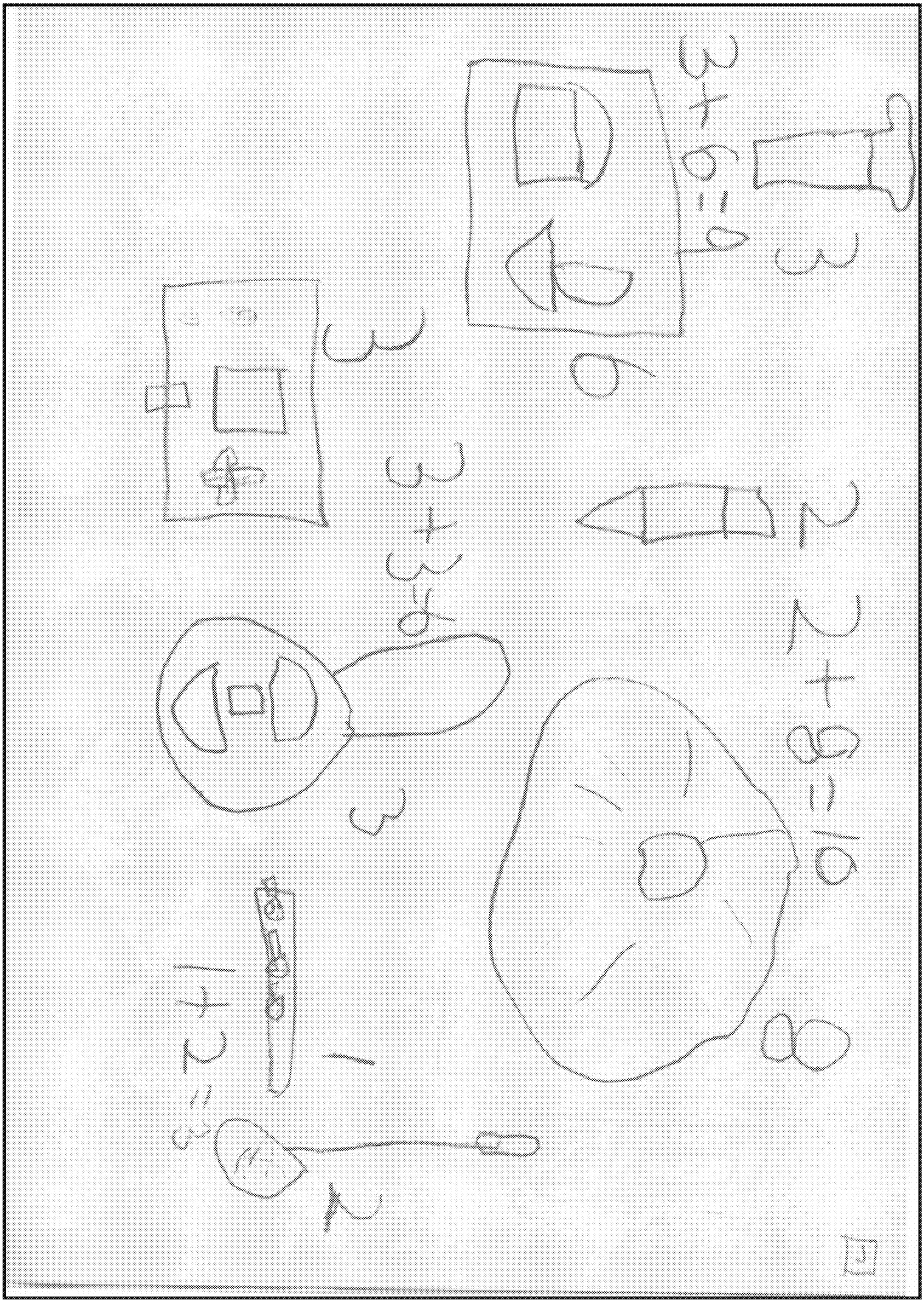
9.6.3 Butikk – Kai



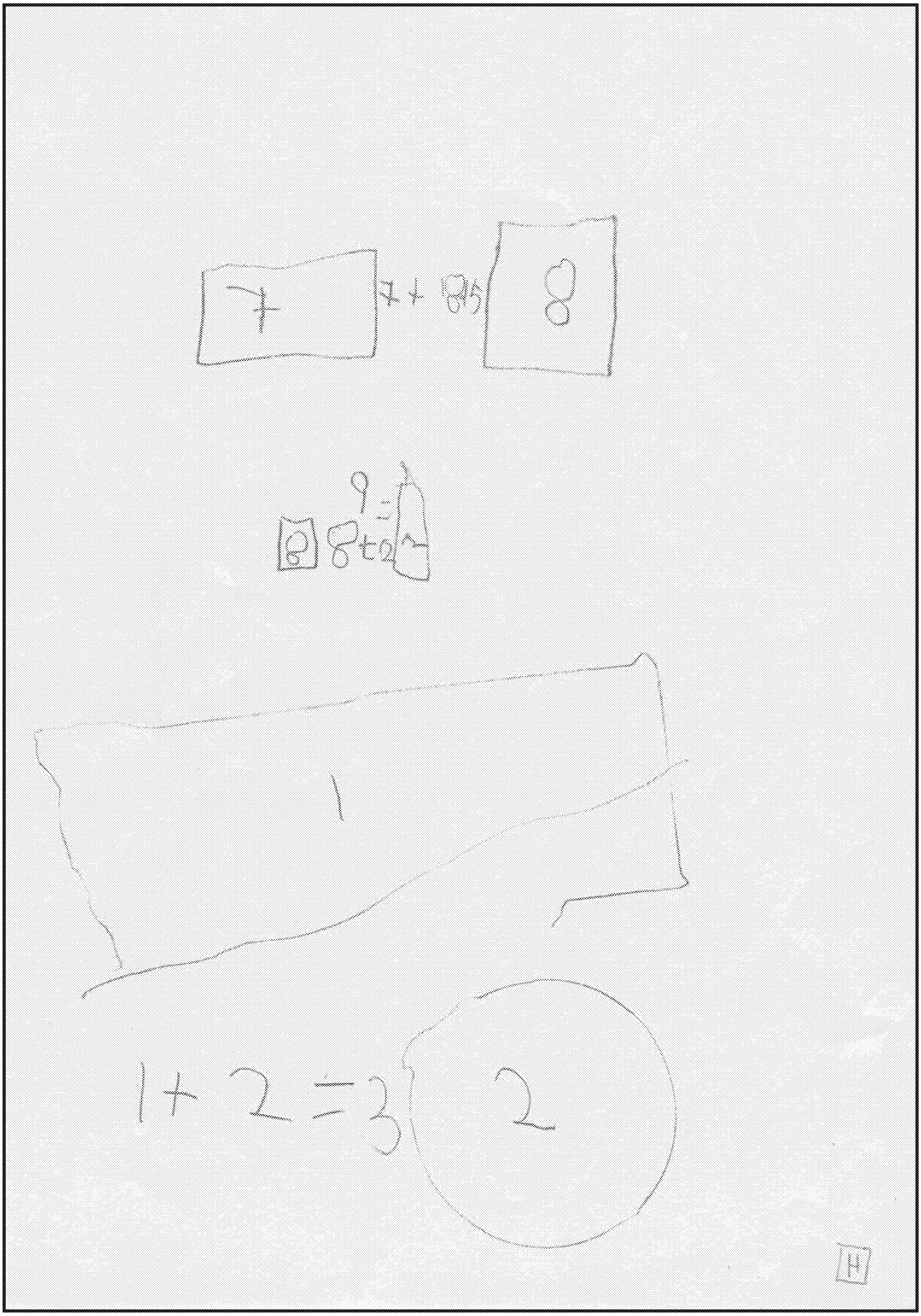
9.6.4 Butikk – Roy



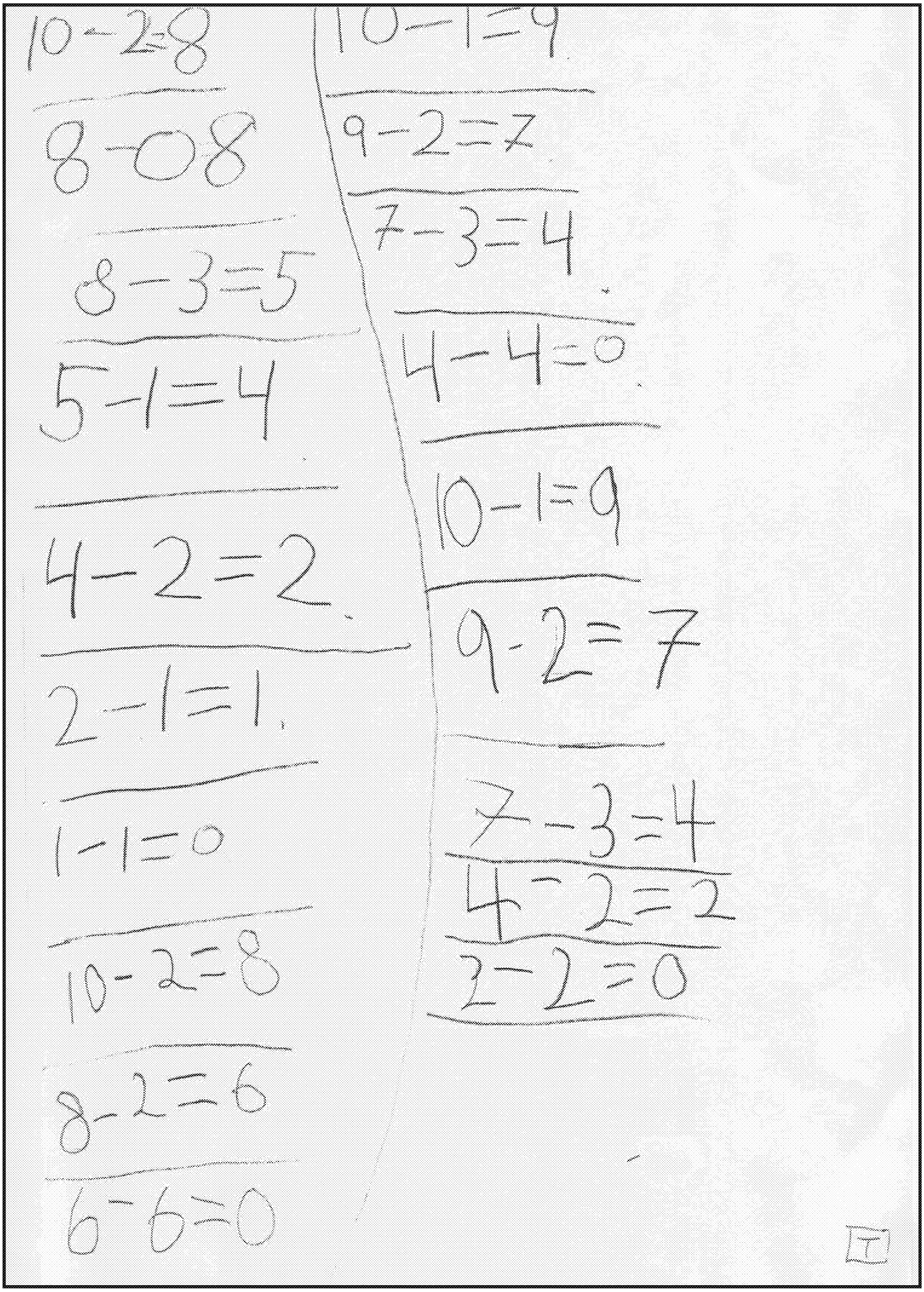
9.6.5 Butikk – Ole



9.6.5 Butikk – Per

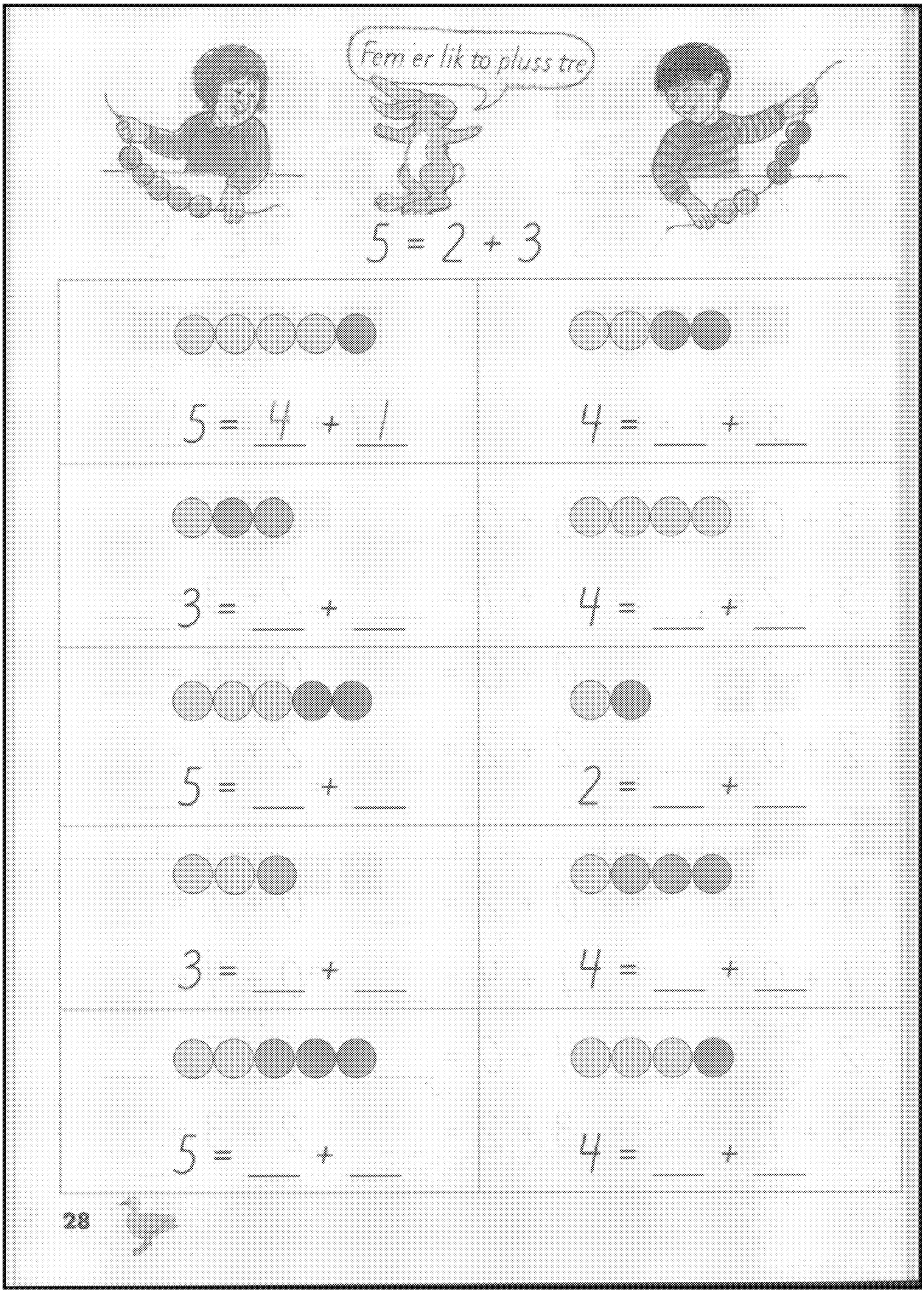


9.6.7 Lage regnestykker med utgangspunkt i rosiner – Ole og Siv



9.7 Utvalgte sider fra læreverket
9.7.1 Side 24 i arbeidsboka

9.7.2 Side 28 i arbeidsboka



9.7.3 Side 30 i arbeidsboka