

To-faktor prisingsmodell

Kan Fama-French faktorene, SMB og HML, erstattes av bare én enkel faktor?

Sandra Tennøy

Veileder

Valeri Zakamouline

Masteroppgaven er gjennomført som ledd i utdanningen ved Universitetet i Agder og er godkjent som del av denne utdanningen. Denne godkjenningen innebærer ikke at universitetet inntår for de metoder som er anvendt og de konklusjoner som er trukket.

Universitetet i Agder, 2012
Fakultet for økonomi og samfunnsvitenskap
Institutt for økonomi

Forord

Denne oppgaven er skrevet innen masterprofilen finansiell økonomi og markerer slutten på fem år ved Universitetet i Agder. Målet med masteroppgaven er å lære å anvende teori og vitenskapelige metoder på en bestemt problemstilling. Oppgaven utgjør 30 studiepoeng.

Å skrive masteroppgave har vært en lærerik og ikke minst morsom prosess. Jeg har fått mulighet til å fordype meg i et tema jeg synes er veldig interessant og har tilegnet meg mye ny kunnskap.

Jeg vil benytte muligheten til å takke mine faglig dyktige og hyggelige medstudenter. De har gjort lange dager til flotte dager, og sammen har vi inspirert og hjulpet hverandre gjennom fem fantastiske år ved Universitetet i Agder. Jeg vil også takke foreleserne for den hjelpsomheten og interessen de har vist oss studenter. En spesiell takk rettes til Valeri Zakamouline for god problemstilling til masteroppgaven og tett og konstruktiv veiledning underveis.

Kristiansand, 1.juni 2012

Sandra Tennøy

Sammendrag

Stattman (1980) og Rosenberg, Reid og Lanstein (1985) dokumenterte at det fantes en verdipremie knyttet til selskaper med høy bokført verdi relativt til markedsverdi. Banz (1981) og Reinganum (1981) dokumenterte at det fantes en størrelsespremie knyttet til små selskaper. Disse anomaliene, eller avvikene fra kapitalverdimodellen, la grunnlaget for at Fama og French (1993) utvidet kapitalverdimodellen med de to nye faktorene, SMB og HML. Det viste seg at Fama-French tre-faktor modellen klarte å forklare avkastningen til selskaper sortert etter størrelse og verdi bedre enn hva kapitalverdimodellen klarte. I litteraturen er det likevel lite enighet i hvorvidt størrelse og verdi er mål på hverken skjulte risikofaktorer eller anomalier. Det spekuleres også i om både SMB og HML egentlig skyldes samme årsak. I denne oppgaven konstruerer jeg en ny risikofaktor som jeg kaller X-faktor. Denne risikofaktoren vil sammen med meravkastningen til markedet utgjøre en to-faktor modell. Ved hjelp av tidsserietester finner jeg at to-faktor modellen ser ut til å gjøre en bedre jobb enn både kapitalverdimodellen og Fama-French tre-faktor modellen i å forklare avkastningen til en rekke forskjellige porteføljer for perioden juli 1951 til desember 2010.

Innholdsfortegnelse

Forord.....	I
Sammendrag.....	II
Innholdsfortegnelse	III
Figuroversikt	V
Tabelloversikt.....	VI
1 Innledning.....	1
2 Teori	4
2.1 Kapitalverdimodellen	4
2.1.1 Estimering av kapitalverdimodellen.....	8
2.2 Avvik fra kapitalverdimodellen - anomalier	9
2.2.1 Verdieffekten.....	10
2.2.2 Størrelseeffekten.....	11
2.3 Arbitrasjeprisingsteorien (APT).....	12
2.3.1 APT modellen og flerfaktormodeller.....	12
2.4 Fama-French tre-faktor modellen.....	14
3 Relatert litteratur.....	16
4 Metode.....	19
4.1 Regresjonsanalyse	20
4.2 OLS (Minstekvadraters metode)	22
4.2.1 Forutsetninger for OLS	22
4.3 Hypotesetesting	23
4.3.1 T-test.....	23
4.3.2 GRS-test.....	25
5 Data	30
5.1 Markedets meravkastning.....	30
5.2 SMB og HML.....	30
5.3 X-faktor	31
5.4 Deskriptiv statistikk.....	32
6 Empiriske resultater.....	34
7 Konklusjon	46

8 Litteraturliste 48

Figuroversikt

<i>Figur 2.1: Kapitalmarkedslinjen og den effisiente fronten.</i>	7
<i>Figur 2.2: Markedsavkastningslinjen</i>	7
<i>Figur 4.1: Kapitalverdimodellen og alfa</i>	25
<i>Figur 4.2: Grafisk framstilling av GRS testen</i>	28
<i>Figur 4.3: Grafisk fremstilling av GRS-test for FF3 og CAPM</i>	29
<i>Figur 5.1: X-faktor</i>	31

Tabelloversikt

<i>Tabell 1: Deskriptiv statistikk</i>	32
<i>Tabell 2: Faktoravkastning</i>	33
<i>Tabell 3: P-verdier for alfaverdiene gitt ved CAPM</i>	34
<i>Tabell 4: P-verdier for alfaverdiene gitt ved FF3-modellen</i>	35
<i>Tabell 5: P-verdier for alfaverdiene gitt ved modell bestående av mkt og hml</i>	36
<i>Tabell 6: P-verdier for alfaverdier gitt ved X-faktor modellen</i>	36
<i>Tabell 7: Testresultater for 25 porteføljer sortert etter ME/BE</i>	38
<i>Tabell 8: Testresultater for 10 porteføljer sortert etter ME</i>	39
<i>Tabell 9: Testresultater for 10 porteføljer sortert etter E/P</i>	40
<i>Tabell 10: Testresultater for 10 porteføljer sortert etter D/P</i>	41
<i>Tabell 11: Testresultater for 10 porteføljer sortert etter CF/P</i>	42
<i>Tabell 12: Testresultater for 10 porteføljer sortert etter B/M</i>	43
<i>Tabell 13: Oppsummering av testresultater</i>	44

1 Innledning

Kapitalverdimodellen av Sharpe (1964), Lintner (1965) og Mossin (1966) har lenge vært selve grunnsteinen når det kommer til pristeori i finansmarkeder. Det oppstod tidlig studier som støttet kapitalverdimodellen og dens teori om at markedsporteføljen er «mean-variance efficient» (Jensen og Scholes (1972), Fama og MacBeth (1973)). En rekke empiriske studier på 1970- og 80-tallet viste der i mot at avkastningen på ordinære aksjer avhengte av faktorer knyttet direkte til selskapet, og at kapitalverdimodellen mislyktes i å forklare en rekke sammenhenger mellom selskapers gjennomsnittlige avkastning og karakteristiske egenskaper.

Stattman (1980) og Rosenberg, Reid og Lanstein (1985) fant at aksjer med høy bokført verdi relativt til markedsverdi (verdiaksjer), hadde hatt en høyere gjennomsnittlig avkastning enn hva som var tilfellet for aksjer med en lav bokført verdi relativt til markedsverdi (vekstaksjer), etter at det var justert for risiko. Banz (1981) og Reinganum (1981) fant at små selskaper hadde en gjennomsnittlig høyere avkastning enn store selskaper, etter at det var justert for risiko. Det mest ødeleggende for kapitalverdimodellen er at den viser ingen tendens til å kunne forklare avkastningen til porteføljer sortert etter størrelse og verdi (Fama og French (1992, 1993)).

Fama og French (1993) utvidet kapitalverdimodellen med to faktorer. De to nye faktorene var størrelse (pris ganget med antall aksjer, ME) og verdi (bokført verdi delt på markedsverdi, B/M) og sammen med markedsporteføljen skulle disse tre faktorene gi en langt bedre forklaring på gjennomsnittlig avkastning enn markedsporteføljen alene. Fama-French konstruerte de to nye faktorene SMB og HML, ved å ta alle NYSE-, AMEX- og Nasdaq-aksjer fra juni 1963 til desember 1991 og rangere de etter størrelse og verdi. De aksjene som var større enn medianen til NYSE-aksjer ble kalt big (B) og de som var mindre ble kalt small (S). Graden av verdi ble delt inn i tre grupper Low (L), Medium (M) og High (H). Målt etter BE/ME-verdien på NYSE-aksjer var Low de 30% laveste, High de 30% høyeste og Medium de 40% i midten. Til sammen utgjorde dette en to ganger tre- matrise bestående av følgende seks porteføljer S/L, S/M, S/H, B/L, B/M og B/H. SMB er differansen hver måned mellom gjennomsnittlig avkastning for de tre små porteføljene (S/L, S/M og S/H) og gjennomsnittlig avkastning for de tre store porteføljene

(B/L, B/M og B/H). HML er differansen hver måned mellom gjennomsnittlig avkastning for de to porteføljene med høy verdi (S/H og B/H) og gjennomsnittlig avkastning for de to porteføljene med lav verdi (S/L og B/L)

Det viste seg at tre-faktor modellen lyktes godt i å forklare gjennomsnittlig avkastning til porteføljer sortert etter størrelse og verdi. Det er likevel lite enighet i hvorvidt størrelse og verdi er mål for hverken skjulte risikofaktorer eller anomalier. Fama og French (2004) sier også selv at tre-faktor modellens største mangel er dens empiriske motivasjon. Faktorene SMB og HML er ikke motivert med bakgrunn i antakelser om sentrale variabler som er av interesse for investorer. I stede er de kun konstruerte faktorer ment til å fange opp mønstre avdekket i tidligere studier om hvordan den gjennomsnittlige avkastningen varierer med størrelse og verdi.

I nyere tid er det flere studier som prøver å finne faktorer som erstatter SMB og HML, og det er utviklet en rekke modeller som forsøker å overgå Fama-French sin tre-faktor modell. Robert Arnott, Jason Hsu, Jun Liu og Harry Markowitz (2007) konkluderer i sine studier med at selv den minste grad av støy kan forklare hele premien knyttet til størrelse og verdi. Robert Arnott og Jason Hsu (2008) mener blant annet at verdieffekten og størrelseseffekten til Fama-French enkelt kan forklares om man bare tar hensyn til informativ ineffektivitet i aksjekursene. Wolfgang Drobetz og Jörg Seidel (2011) argumenterer for at feilestimering av beta forårsaker størrelseseffekten. Martin Lettau og Sydney Ludvigson (2000), og Malevergne og Sornette (2007) har kommet opp med hver sine to-faktor modeller som viser seg å ha minst like gode kvaliteter som Fama-French tre-faktor modellen.

Jeg vil med utgangspunkt i avkastninger til 25 porteføljer sortert etter størrelse og verdi for perioden juli 1951 til desember 2010 konstruere en risikofaktor. Ideen bak denne faktoren er i prinsippet den samme som for Fama-French faktorene, SMB og HML. Men i stede for å bruke seks porteføljer dannet på størrelse og bokførtverdi i forhold til markedsverdi, så vil jeg konstruere null-investeringsporteføljen ved hjelp av 25 porteføljer dannet på størrelse og bokførtverdi i forhold til markedsverdi. De 25 porteføljene er hentet fra Kenneth R. French sin hjemmeide og utgjør en 5 x 5 matrise. Ideen er å kjøpe noen porteføljer plassert over diagonalen i matrisen (kjøpe små selskaper med høy verdi), og selge short et likt antall porteføljer under diagonalen (selge store selskaper med lav verdi). Denne risikofaktoren, som jeg kaller X-faktor, vil sammen med meravkastningen til markedet utgjøre en to-faktor modell. Problemstillingen er å

teste om denne to-faktor modellen klarer å prise gjennomsnittlig aksjeavkastning bedre enn kapitalverdimodellen og Fama-French tre-faktor modellen, altså om signifikante alfaverdier ved kapitalverdimodellen og Fama-French modellen forsvinner ved to-faktor modellen. Gjennom tidsserieanalyse og empiriske tester er målet å finne ut om det foreligger grunn til å tro at X-faktor kan erstatte både SMB og HML.

Oppgaven består av seks kapitler. Kapittel 1 består av innledning. Kapittel 2 gir en innføring i den teorien som oppgaven er knyttet rundt. Kapittel 3 motiverer for oppgavens problemstilling på bakgrunn av eksisterende litteratur på området. Kapittel 4 tar for seg hvordan X-faktor er konstruert, hvordan to-faktor modellen ser ut, og hvilke metoder som er brukt for å løse problemstillingen. Kapittel 5 gir en oversikt over de data som er brukt. I kapittel 6 legges de empiriske resultatene frem og tilslutt trekkes det en konklusjon i kapittel 7.

2 Teori

Jeg vil i denne delen gjennomgå den teorien som ligger til grunn for å forstå problemstillingen for oppgaven. Jeg vil begynne med kapitalverdimodellen (CAPM), og forklare tankegangen bak kapitalmarkedslinjen og markedsavkastningslinjen. Dette er porteføljeteori som blir sentral i forståelsen av de empiriske testene som senere tas i bruk. Videre vil jeg ta for meg avvikene fra kapitalverdimodellen, også kalt anomalier. Jeg vil spesielt fokusere på de to anomaliene, størrelseeffekten og verdieffekten. På bakgrunn av kapitalverdimodellens mangler har det oppstått en rekke flerfaktormodeller motivert av arbitrasjeprisingsteorien (APT) av Stephen Ross (1976). Jeg gir en kort innføring i teorien som ligger bak APT-modellen, før jeg tar for meg den mest kjente flerfaktormodellen, Fama French sin tre-faktor modell.

2.1 Kapitalverdimodellen

Kapitalverdimodellen, oftest omtalt som CAPM, er å regne som selve grunnlaget for moderne pristeori i finansmarkeder. Modellen bygger på Harry Markowitz (1952) sin teori om investorers valg av porteføljer. Han presenterer der teknikker som gjør det mulig for en investor å finne den porteføljen med høyest forventet avkastning for et hvilket som helst nivå av volatilitet. Markowitz sitt arbeid gjorde klart at det er et aktivums kovarians med en investors portefølje som bestemmer aktivumets inkrementelle risiko, og at risiko knyttet til en investering derfor må sees i sammenheng med resten av porteføljen, og ikke kun vurderes isolert sett. Markowitz forutsetter at alle investorer er risikoaverse og rasjonelle, og gitt dette vil alle holde effisiente porteføljer. En effisient portefølje er en portefølje som enten gir maksimal avkastning gitt et bestemt risikonivå, eller lavest mulig varians gitt et bestemt avkastningsnivå. Med utgangspunkt i Harry Markowitz sine teorier utviklet William Sharpe (1964), John Lintner (1965) og Jan Mossin (1966), hver for seg, teorien om kapitalverdimodellen.

Kapitalverdimodellen viser sammenhengen mellom risiko og forventet avkastning, altså hvordan prisen på et aktivum henger sammen med aktivumets risiko. Modellen kan uttrykkes som følger (Bodie, Kane, & Marcus, 2011):

$$E(r_i) = r_f + \beta_i[E(r_M) - r_f] \quad (2.1)$$

$E(r_i)$ er avkastningen på aktivum i

r_f er den renten man vil få på en risikofri investering - en risiko investering kan for eksempel være å holde statsobligasjoner.

β_i er den forventede prosentvise endringen i aktivum i 's avkastning gitt en én prosent endring i avkastningen til markedsporteføljen. Beta kan defineres som

$$\beta_i = \frac{Cov(r_i, r_M)}{\sigma_M^2} \quad (2.2)$$

$E(r_M)$ er forventet avkastning på markedsporteføljen.

$E(r_M) - r_f$ kalles markedspremien. Forventet avkastning på markedsporteføljen minus risikofri rente er lik den premien investorer får for å holde markedsrisiko.

Likningen som helhet viser altså at forventet avkastning på et aktivum er lik en kompensasjon for pengenes tidsverdi, uttrykt ved risikofri rente, pluss kompensasjon for å påta seg risiko forbundet med investeringen, også kalt risikopremie og uttrykkes her som beta ganget med markedspremien. Beta forteller hvordan et aktivum endrer seg i verdi som følge av svingninger i markedsprisene. Har et aktivum positiv beta vil dette si at avkastningen på aktivumet beveger seg i samme retningen som avkastningen i markedet generelt. En negativ beta vil bety at avkastningen på aktivumet beveger seg i motsatt retning av avkastningen i markedet generelt. Har et aktivum en beta på null vil en endring i markedsavkastningen ikke ha noen betydning på aktivumets avkastning, og det foreligger derfor ingen markedsrisiko og følgelig heller ingen risikopremie. Det er kun markedsrisiko, også kalt systematisk risiko, som kompenseres med en risikopremie. Usystematisk risiko er risiko som kan diversifiseres bort, og den forsvinner når den blir inkludert i markedsporteføljen. Denne type risiko gis det derfor ingen risikopremie for.

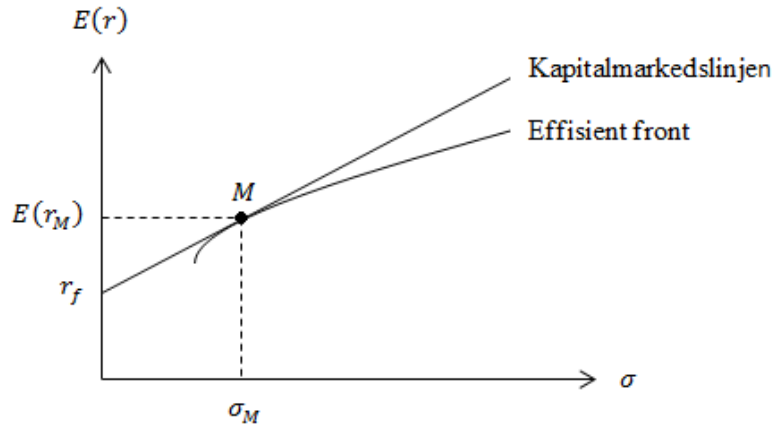
Kapitalverdimodellen er bygget på en rekke forutsetninger. Modellen antar at alle investorer planlegger for en identisk tidsperiode. Investeringene er begrenset til å gjelde finansielle aktiva som aksjer og obligasjoner samt risikofrie lån og utlån, og utelukker investeringer i human kapital, private selskaper og eiendom. Investorer kan gi ut lån eller ta opp lån på et hvilket som helst beløp til en fast risikofri rente. Videre antas det at det ikke foreligger noe skatt eller transaksjonskostnader knyttet til handel i aktiva. Alle investorer analyserer aktiva på samme måte

og deler samme økonomiske oppfatning av verden. Alle investorer bruker Markowitz sin porteføljemodell og de har alle homogene forventninger til aktivumenes varians, kovarians og avkastning. (Bodie et al., 2011)

Markowitz utviklet en graf som han kalte «minimum-variance frontier». Denne grafen angir den laveste mulige variansen som en portefølje bestående av risikofylte aktiva kan oppnå for et hvert avkastningskrav. Den delen av grafen som også angir de porteføljene som har høyest avkastning til hvert nivå av varians, kaller man den effisiente fronten. Kapitalallokeringslinjen (CAL) er en rett linje som angir alle kombinasjoner av risikoavkastninger som er mulig for investorer å oppnå. Denne rette linjen har skjæringspunkt lik den risikofrie renten og en helning man kaller for Sharpe-ratio og som uttrykkes slik:

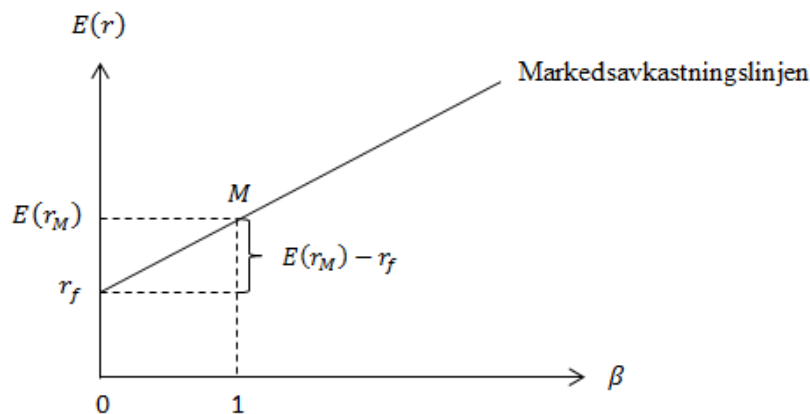
$$S = \frac{E(r_p) - r_f}{\sigma_p} \quad (2.3)$$

Sharpe-ratio måler økningen i forventet avkastning for hele porteføljen for hver enhets økning i standardavvik, altså hvor mye ekstra avkastning man får for å påta seg ekstra risiko. Jo høyere Sharpe-ratio, altså jo brattere kapitalallokeringslinje, jo høyere avkastning får man for et hvert nivå av standardavvik. Gitt forutsetningene for kapitalverdimodellen så vil alle investorer ende opp med å holde den porteføljen som i kombinasjon med en risikofri investering gir høyest avkastning for et hvert nivå av volatilitet. Dette vil si at alle investorer vil ende opp med å holde den porteføljen hvor den effisiente fronten tangerer den bratteste kapitalallokeringslinjen. Markedsporteføljen består av alle risikofylte verdipapirer som er tilgjengelig i økonomien. Siden alle investorer holder den samme identiske risikofylte porteføljen, vil dette si at alle investorer holder markedsporteføljen. Dette betyr at den porteføljen som ligger på det punktet hvor kapitalallokeringslinjen tangerer den effisiente fronten, er markedsporteføljen. Vi kaller denne kapitalallokeringslinjen for kapitalmarkedslinjen (CML). (Bodie et al., 2011)



Figur 2.1: Figuren viser Kapitalmarkedslinjen og den effisiente fronten. Kapitalmarkedslinjen viser risikopremien for effisiente porteføljer som en funksjon av porteføljens standardavvik, σ .

Kapitalmarkedslinjen viser risikopremien for effisiente porteføljer som en funksjon av porteføljens standardavvik. Standardavvik er et mål på risikoen for effisiente porteføljer som en investor vurderer å legge til sin endelige portefølje. Risiko for et enkelt aktivum er derimot gitt ved aktivumets beta. Beta er et mål på i hvor stor grad et enkelt aktivum som legges til en fullstendig diversifisert portefølje, vil påvirke porteføljens standardavvik. Markedsavkastningslinjen (SML) viser risikopremien til et enkelt aktivum som en funksjon av aktivumets risiko, β . Dette er en grafisk fremstilling av kapitalverdimodellen og markedsavkastningslinjen er gitt ved $E(r) = r_{ft} + \beta_i(E(r_{Mt}) - r_{ft})$.



Figur 2.2: Markedsavkastningslinjen viser risikopremien til et enkelt aktivum som en funksjon av aktivumets risiko, β .

2.1.1 Estimering av kapitalverdimodellen

Kapitalverdimodellen beregner forventet avkastning, mens i virkeligheten er det kun realisert avkastning som kan observeres. For å kunne si noe om forskjellen mellom forventet avkastning og virkelig avkastning, tar man i bruk det som kalles singel-indeks modellen (Berk & DeMarzo, 2011)

$$r_{it} - r_{ft} = \alpha_i + \beta_i(r_{Mt} - r_{ft}) + e_{it} \quad (2.4)$$

Man samler inn historiske data for r_i og r_M for tidspunkt t . Modellen bruker avkastningen på en veldiversifisert verdi-vektet markedsindeks (M) (for eksempel S&P 500 i USA eller OSEAX i Norge). For den risikofrie renten bruker man for eksempel tre-måneders Treasury Bills i USA eller tre-måneders statsobligasjoner i Norge. Når tilstrekkelig med observasjoner er samlet inn bruker man den lineære regresjonslikningen, singel-indeks modellen, til å estimere kapitalverdimodellen. Den avhengige variabelen består av $r_{it} - r_{ft}$ og utgjør meravkastningen til aktivum i på tidspunkt t . Konstantleddet, eller skjæringspunktet, er uttrykt som α_i , og refereres til som alfaen til aktivum i . β_i representerer aktivum i 's sensitivitet overfor markedsrisiko. Det siste leddet som består av e_{it} er feilleddet og utgjør avviket mellom den observerte meravkastningen til aktivum i på tidspunkt t og den meravkastningen regresjonslinjen estimerer. Summen av feilleddene skal være lik null og feilleddet utgjør den diversifiserbare risikoen til aktivum i . Hvis vi tar forventningen på begge sider av likhetstegnet og kutter ut e_{it} (siden gjennomsnittet er lik null), samt sorterer litt på uttrykket så får vi (Berk & DeMarzo, 2011):

$$E(r_{it}) = r_{ft} + \beta_i(E(r_{Mt}) - r_{ft}) + \alpha_i \quad (2.5)$$

Vi finner nå igjen uttrykket for markedsavkastningslinjen som er gitt ved $r_{ft} + \beta_i(E(r_{Mt}) - r_{ft})$. Alfa beregner avviket mellom virkelig avkastning og forventet avkastning gitt ved markedsavkastningslinjen. Verdien på alfa er lik den avstanden det er mellom aktivumets virkelige avkastning og markedsavkastningslinjen. Hvis virkelig avkastning ligger ovenfor markedsavkastningslinjen får man en positiv alfa hvilket betyr at kapitalverdimodellen underestimerte verdien på aktivumet. Hvis virkelig avkastning ligger lavere en markedsavkastningslinjen foretok kapitalverdimodellen en overestimering av aktivumet og alfa

vil være negativ. I et fullstendig effisient marked slik kapitalverdimodellen forutsetter vil ikke alfa være signifikant forskjellig fra null.

2.2 Avvik fra kapitalverdimodellen - anomalier

Markedsporteføljen består i prinsippet av alle tilgjengelige usikre investeringsmuligheter som en investor har. Markedsporteføljen vil for eksempel inneholde human kapital, som umulig lar seg prise, og er dermed en av flere grunner for at markedsporteføljen er en hypotetisk portefølje som ikke lar seg observere. I kapitalverdimodellen forutsetter vi at markedsporteføljen er en effisient portefølje, men det er vanskelig å bevise dette så lenge porteføljen ikke lar seg observere. Richard Roll (1977) mener at kapitalverdimodellen i teorien kan testes, men at så langt har ingen riktig og entydig test dukket opp i litteraturen. Roll mener at så lenge markedsporteføljen er uobserverbar, er det heller ikke noen grunn for at en slik test skal kunne gjennomføres i fremtiden. Siden markedsporteføljen ikke kan observeres, brukes markedsindekser som for eksempel S&P 500 som erstatning. Tester av kapitalverdimodellen viser seg å forkaste hypotesen om at alfaverdiene er lik null. Antakelsen om at markedsindekser kan substituere den sanne verdien av markedsporteføljen holder dermed ikke, og markedsindeksen er følgelig ikke effisient. Alfaverdier forskjellig fra null gir grunnlag for å tro at også andre faktorer spiller inn på en aksjes avkastning.

En rekke empiriske studier på 1970- og 80-tallet viser til at avkastningen på ordinære aksjer avhenger av faktorer knyttet direkte til selskapet. Dette er faktorer som størrelse, resultat per aksje/aksjekurs (earnings to price, E/P), kontantstrøm per aksje/aksjekurs (cash flow to price, CF/P), forholdet mellom bokført verdi og markedsverdi (B/M), tidligere salgsvekst, tidligere langsiktig avkastning og tidligere kortsiktig avkastning (Fama & French, 1996). Sammenhenger mellom selskapers gjennomsnittlige avkastning og karakteristiske egenskaper som ikke kan forklares ut ifra kapitalverdimodellen kalles anomalier. Anomalier kan sees på som mulige bevis for at markedsporteføljen ikke er effisient. Slike avvik fra kapitalverdimodellen gir grunnlag for å tro at beta ikke er det eneste målet på systematisk risiko. En rekke forskere har kommet opp med alternative faktorer og tilleggsfaktorer for å forklare disse prisings-anomaliene. I følge Malevergne and Sornette (2007) kan vi dele disse faktorene inn i tre grupper: makroøkonomiske faktorer, bedriftsspesifikke faktorer og atferdsmessige faktorer. Eksempler på makroøkonomiske faktorer som har blitt testet for hvilke betydning de har på aksjepriser er; rente, valutakurs,

inflasjon og pengetilbud, aggregert konsum og oljepriser. Eksempler på bedriftsspesifikke faktorer er; gruppering av industrisektor, markeds kapitalisering (eller størrelseeffekt), bokført verdi delt på markedsverdi (eller verdieffekten), inntjening til pris og utbytte. De mest fremtredende motsetningene til kapitalverdimodellen er størrelseeffekten og verdieffekten. Det viser seg at små selskaper har en tendens til å gi høyere avkastning enn markedsporteføljen, selv om man tar hensyn til at små selskaper har høyere risiko og følgelig en høyere beta. Vi kaller dette empiriske resultatet for størrelseeffekten. Det viser seg også at såkalte verdiselskaper ofte gir en positiv alfa, og dette blir omtalt som verdieffekten. Jeg vil nå videre gi en nærmere forklaring på disse to anomaliene.

2.2.1 Verdieffekten

Basu (1977) var den første til å teste antakelsene om at verdirelaterte faktorer kunne være årsak til avvik fra kapitalverdimodellen. Han fant en signifikant positiv sammenheng mellom E/P og gjennomsnittlig avkastning for amerikanske aksjer, som ikke kunne forklares av kapitalverdimodellen. Reinganum (1981) bekreftet også funnene til Basu. De første til å dokumentere den såkalte verdieffekten, var Stattman (1980) og Rosenberg, Reid og Lanstein (1985). De fant at verdiaksjer hadde hatt en høyere gjennomsnittlig avkastning enn hva som var tilfellet for vekstaksjer, etter at disse var justert for markedsrisiko. Verdiaksjer karakteriseres som aksjer med en høy bokført verdi relativt til markedsverdi (høy B/M) og vekstaksjer karakteriseres som aksjer med en lav bokført verdi relativt til markedsverdi (lav B/M).

Fama og French (1992) fant at for amerikanske aksjer i perioden etter 1963 hadde verdiaksjer hatt en høyere gjennomsnittlig avkastning enn vekstaksjer. Davis, Fama og French (2000) utvidet tidsperioden og kunne dokumenter en verdieffekt helt tilbake til 1926. Fama og French (1993) finner at verdipremien etter 1963 ikke lar seg forklare av kapitalverdimodellen. Derimot mener Ang and Chen (2007) at kapitalverdimodellen klarer å fange opp verdipremien for perioden 1926 til 1963. Samtidig mener de at hvis en tillater en markedsbeta som varierer over tid, vil kapitalverdimodellen også fange opp verdipremien knyttet til perioden etter 1963. Loughran (1997) hevder derimot at bokført verdi i forhold markedsverdi ikke har noen signifikant forklaringskraft i perioden 1963 til 1995, men at verdipremien heller skyldes at selskapene er små. Fama and French (1996) finner at verdipremien for aksjer hentet fra NYSE, AMEX (etter 1962) og Nasdaq (etter 1972) for perioden 1963 til 2004 er større for små selskaper enn for store

selskaper, mens verdipremien er omtrent lik for små og store selskaper i perioden 1926 til 1963. For hele perioden, 1926 til 2004, viser det seg at verdipremien knyttet til gjennomsnittlig avkastning for små selskaper er 55 % større enn for store selskaper, men at det foreligger verdipremier for både store og små selskaper. (Fama & French, 1996)

2.2.2 Størrelseseffekten

Banz (1981) og Reinganum (1981) var de første til å dokumentere at det finnes en størrelseseffekt. Banz undersøkte sammenhengen mellom verdien av et selskaps ordinære aksjer og avkastningen for perioden 1936-1975 på New York Stock Exchange (NYSE). Han finner gjennom disse undersøkelsene at investeringer i små selskaper i gjennomsnitt har gitt en markedsrisikojustert meravkastning relativt til investeringer i store selskaper. Størrelseseffekten er dog ikke lineær i markedsverdi, den viktigste effekten oppstår for svært små bedrifter, mens det er liten forskjell i avkastning mellom middels store og store bedrifter. Det er ikke kjent om størrelse i seg selv er ansvarlig for effekten, eller om det heller skyldes ukjente faktorer, som er korrelert med størrelse. Reinganum (1981) fant at hvis man kontrollerte avkastningene for E/P effekten, så ville det fortsatt oppstå en størrelseseffekt. Men hvis man kontrollerte for størrelseseffekten, så ville ikke noen egen E/P effekt oppstå. E/P- anomalien og verdianomalien eksisterer når hver variabel vurderes for seg. De to anomaliene synes å være relatert til det samme settet av manglende faktorer og disse faktorene virker å være tettere knyttet til størrelse enn forholdstallet, E/P. Donald B. Keim (1983) dokumenterer i sine studier at størrelseseffekten oppstår hovedsakelig i de to første månedene av januar. Han finner at nesten femti prosent av det gjennomsnittlige omfanget som skyldes størrelseseffekten i perioden 1963-1979, skyldes unormal avkastning i januar. Også Studier av Blume og Stambaugh (1983) dokumenterer for at størrelseseffekten er klart størst i januar. Brown, Kleidon og Marsh (1983) så på hvordan størrelseseffekten oppførte seg over tid. De undersøkte data fra 1967 til 1979 og fant at den risikojusterte gjennomsnittlige avkastningen for porteføljer sortert etter størrelse, hadde en lineær sammenheng med størrelsesvariabelen, men at både graden av sammenheng og i hvilke retning det påvirket, varierte over tidsperioden. De fant at størrelseseffekten så ut til å gi en negativ meravkastning for små selskaper i perioden 1969 til 1973 mens det ga en positiv meravkastning for små selskaper mellom 1974 og 1979. Flere studier viser også til at størrelseseffekten ser ut til å ha forsvunnet etter publiseringen av Banz (1981). Fama og French (1992) delte selskaper inn i

ti porteføljer hvor første portefølje bestod av de minste ti prosent av selskapene, den neste porteføljen besto av de nest minste ti prosent av selskapene og videre til den siste porteføljen bestående av de ti prosent største selskapene. De samlet data for perioden juli 1963 til desember 1990, og regnet så ut gjennomsnittlig meravkastning for hver portefølje, samt beta for hver portefølje. Det viste seg da at alle uten om én portefølje (den aller minste) hadde positiv alfa. De empiriske resultatene hadde dog ingen signifikante alfaverdier.

2.3 Arbitrasjeringsteorien (APT)

Alle disse studiene som dokumenterer at markedet ikke er effisient og at det dermed foreligger alfaverdier forskjellig fra null, har gitt rom for det som kalles arbitrasjehandel. Å utnytte feilprising av aktiva på en slik måte at en risikofri profitt kan oppnås, kalles arbitrasje. Den meste kjente arbitrasjeringsteorien er APT-modellen.

2.3.1 APT modellen og flerfaktormodeller

Stephen Ross (1976) utviklet arbitrasjeringsteorien (APT). På samme måte som kapitalverdimodellen, predikerer APT-modellen en markedsavkastningslinje som viser sammenheng mellom pris og risiko. Veien de går for å komme frem til denne markedsavkastningslinjen er derimot veldig forskjellig og APT-modellen baserer seg på tre nøkkelforhold (Bodie et al., 2011)

- Avkastningen på en aksje kan la seg forklare av en faktormodell.
- Det er tilstrekkelig nok aksjer slik at man kan diversifisere bort usystematisk risiko.
- Velfungerende aksjemarkeder tillater ikke at det eksisterer arbitrasjemuligheter.

Hvis vi har to veldiversifiserte porteføljer med lik beta men forskjellig forventet avkastning, vil det være mulig å tjene en risikofri profitt ved å selge short den porteføljen med lavest forventet avkastning og kjøpe, for tilsvarende beløp som du solgte short, den porteføljen som gir høyest avkastning. Veldiversifiserte porteføljer med lik beta må derfor ha samme forventede avkastning i likevekt for å unngå at arbitrasjemuligheter oppstår. Veldiversifiserte porteføljer med ulike betaverdier må ha risikopremie som er proporsjonal med verdien på beta for å unngå arbitrasjemuligheter. For å vise dette så tenker vi oss at vi har en risikofri rente på 4 prosent samt to porteføljer hvor portefølje A har en beta lik 1 med forventet avkastning lik 10 prosent, og portefølje B har en beta lik 0,5 med forventet avkastning lik 6 prosent. Hvis vi da lager en tredje

portefølje bestående av halvparten investert i portefølje A og halvparten i den risikofrie renten vil denne porteføljen få en beta på 0,5 ($0,5 \times 0 + 0,5 \times 1$) og en forventet avkastning på 7 prosent ($0,5 \times 4 + 0,5 \times 10$). Vi ser da at den nye konstruerte porteføljen får høyere forventet avkastning enn portefølje B, men lik beta, og følgelig vil det oppstå en arbitrasjemulighet som beskrevet i det første tilfellet med like beta. Vi kan konkludere med at for å unngå arbitrasjemuligheter, må forventet avkastning til alle veldiversifiserte porteføljer ligge på markedsavkastningslinjen, altså den rette linjen fra risikofri rente med stigningstall lik beta. Så vi ser altså at i motsetning til kapitalverdimodellen som krever at referanseporteføljen er den sanne markedsporteføljen, kan APT-modellen bruke en hver veldiversifisert portefølje som ligger på markedsavkastningslinjen som referanseportefølje. Man trenger derfor ikke ta hensyn til problemene som knytter seg til at markedsporteføljen er uobserverbar, og APT-modellen er derfor mer fleksibel. (Bodie et al., 2011).

APT-modellen åpner også opp rom for å ha flere faktorer til å beskrive et aktivums avkastning. Markedsavkastningen reflekterer både makrofaktorer og selskapers gjennomsnittlige sensitivitet til disse faktorene. Når vi estimerer kapitalverdimodellen gjør vi en feil når vi antar at alle aksjer har den samme relative sensitiviteten til en hver risikofaktor som markedsavkastningen representerer. Det gir derfor mening med en mer kompleks modell som tar hensyn til at forskjellige selskaper har ulik sensitivitet til ulike faktorer. Flerfaktormodeller har nettopp den muligheten at de kan dele den systematiske risikoen opp i flere faktorer. (Bodie et al., 2011)

En generell utgave av APT-modellen ser slik ut:

$$R_{it} = \alpha_i + \sum_{k=1}^K \beta_k F_{kt} + \varepsilon_{it}, \quad i = 1, \dots, N \quad (2.6)$$

Modellen kan bestå av kun én faktorportefølje eller den kan være en flerfaktormodell og bestå av flere faktorporteføljer. R_{it} er meravkastningen for portefølje i på tidspunkt t . F_{kt} er den k 'ene faktoravkastningen på tidspunkt t og ε_{it} er feilleddet til portefølje i på tidspunkt t . På vektorform blir dette

$$R_t = \alpha + \beta F_t + \varepsilon_t \quad (2.7)$$

Hvor R_t er $N \times 1$ vektor av meravkastninger på tidspunkt t , α er en $N \times 1$ vektor av skjæringspunkter, β er $N \times K$ matrise av faktorkoeffisienter, F_t er en $K \times 1$ vektor av faktoravkastninger på tidspunkt t og ε_t er en $N \times 1$ vektor av feilleddene. Hvis en slik prisingsmodell er korrekt, skal vektoren av skjæringspunkter være statistisk ikke-signifikant forskjellig fra null.

En flerfaktorversjon av APT-modellen med to faktorer vil for eksempel se slik ut:

$$r_i = E(r_i) + \beta_{i1}F_1 + \beta_{i2}F_2 + e_i \quad (2.8)$$

2.4 Fama-French tre-faktor modellen

Fama og French (1992) hadde til hensikt å kartlegge hvilke påvirkninger markedsbetaen og de observerte anomaliene størrelse, E/P, gjeldsgrad og B/M hadde hatt på den gjennomsnittlige avkastningen til aksjer på NYSE, Amex og NASDAQ i perioden 1963-1990. De fant ut at kombinasjonen av faktorene størrelse og B/M ga en god forklaring på aksjers gjennomsnittlig avkastning, og i tillegg var disse faktorene i stand til å fange opp påvirkningen av E/P og gjeldsgrad. De konkluderte med at beta alene bare kunne forklare 70 prosent av gjennomsnittlig avkastning, og dermed ikke kunne gi en tilstrekkelig god nok forklaring alene.

I videre studier tok Fama og French (1993) og utvidet kapitalverdimodellen med to nye faktorer. De to nye faktorene var størrelse (pris ganget med antall aksjer, ME) og verdi (bokført verdi delt på markedsverdi, B/M), og sammen med markedsporteføljen skulle disse tre faktorene gi en langt bedre forklaring på gjennomsnittlig avkastning enn markedsporteføljen alene. De to nye faktorporteføljene SMB (small minus big) og HML (high minus low) ble konstruert på følgende måte: Alle NYSE-, AMEX- og Nasdaq-aksjene fra juni 1963 til desember 1991 ble rangert etter størrelse (pris ganget med antall aksje) og verdi (bokført verdi delt på markedsverdi). De aksjene som var større enn medianen til NYSE-aksjer ble kalt big (B) og de som var mindre ble kalt small (S). Graden av verdi ble delt inn i tre grupper Low (L), Medium (M) og High (H). Målt etter BE/ME-verdien på NYSE-aksjer var Low de 30% laveste, High de 30% høyeste og Medium de 40% i midten. Til sammen utgjør dette en to ganger tre- matrise bestående av følgende seks porteføljer S/L, S/M, S/H, B/L, B/M og B/H. Faktoren SMB ble så dannet ved å trekke

gjennomsnittlig avkastning for de små selskapene (S) fra gjennomsnittlig avkastning for de store selskapene (B). Faktoren HML ble dannet ved å trekke den gjennomsnittlige avkastningen til aksjene med høy BE/ME fra den gjennomsnittlige avkastningen til aksjene med lav BE/ME.

Den nye modellen, Fama-French tre-faktor modell, ble seende slik ut (Fama & French, 1993):

$$r_{it} - r_{ft} = \alpha_i + b_i[r_{Mt} - r_{ft}] + s_iSMB_t + h_iHML_t + \varepsilon_{it} \quad (2.9)$$

M representerer markedsporteføljen på lik linje som den gjør i kapitalverdimodellen. SMB og HML har jeg forklart over, men kort oppsummert så har vi at SMB porteføljen representerer en null-investeringsportefølje hvor man kjøper små selskaper og selger store selskaper. SMB er altså en størrelsesfaktor som fanger opp avkastningsforskjeller mellom porteføljer med høy markeds kapitalisering i forhold til porteføljer med lav markeds kapitalisering. HML porteføljen representerer en null-investeringsportefølje hvor man kjøper selskaper med høy B/M (såkalte verdiaksjer) og selger selskaper med lave B/M (såkalte vekstaksjer). HML er altså en verdifaktor som tar hensyn til avkastningsforskjeller mellom porteføljer med høy B/M og porteføljer med lav B/M. En null-investeringsportefølje er en finansiell portefølje som består helt eller hovedsakelig av verdipapirer som samlet gir en netto verdi på null. b_i , s_i , h_i er koeffisienter som gir helningen til regresjonslinjen.

3 Relatert litteratur

I litteraturen rettes det en rekke kritiske blikk mot Fama-French sin tre-faktor modell. Selv om Fama og French (1992) viser at størrelse og verdi, sammen med markedsbeta, gjør en god jobb i å fange opp den gjennomsnittlige avkastningen for aksjer, så er det lite enighet i hvorvidt størrelse og verdi er mål for hverken skjulte risikofaktorer eller anomalier. Fama og French (2004) sier også selv at tre-faktor modellens største mangel er dens empiriske motivasjon. Faktorene SMB og HML er ikke motivert med bakgrunn i antakelser om sentrale variabler som er av interesse for investorer, men i stede er de kun konstruerte faktorer ment til å fange opp mønsteret over hvordan gjennomsnittlig aksjeavkastning varierer med størrelse og verdi. Det er også viktig å påpeke at selv om Fama-French lykkes bedre enn kapitalverdimodellen i å forklare meravkastningen til små selskaper med høy verdi, så foreligger det fortsatt en uforklart gevinst knyttet til disse selskapene som heller ikke tre-faktor modellen klarer å forklare. Hvis Fama-French faktorene er konstruerte porteføljer for underliggende kilder av makroøkonomisk risiko, burde det finnes makroøkonomiske faktorer som egner seg til å forklare de gjennomsnittlige avkastningene på en god måte. En rekke studier tester effekten av å legge til makroøkonomiske faktorer, som for eksempel konjunktursykluser, rentenivå eller inflasjon, til de forskjellige prisingsmodellene. Så langt er det få empiriske bevis for at makroøkonomiske variabler klarer å forklare variasjonen i disse avkastningene.

Robert Arnott, Jason Hsu, Jun Liu og Harry Markowitz (2007) beregnet med sin støy-modell, en 10 x 10 matrise av forventet avkastning sortert etter størrelse og verdi, som ga samme resultater som de empiriske avkastningene rapportert i tabell V av Fama-French (1992). Med dette konkluderte de med at selv den minste grad av støy kan forklare hele premien knyttet til størrelse og verdi.

Robert Arnott og Jason Hsu (2008) mener å bidra til litteraturen om anomalier på tre måter: de viser at faktorene størrelse og verdi kan oppstå empirisk hvis markedsporteføljen er et dårlig mål på den skjulte risikofaktoren. De viser også at størrelse og verdi, samt aksjeprisers «mean-reversion», er anomalier drevet av samme ufullkommenhet i markedet og kan oppstå naturlig når aksjepriser inneholder støy. Tilslutt viser de at modeller knyttet til atferd og rasjonalitet som ofte predikerer overreagerte aksjepriser og fører til motstridende profittstrategier, kan være med å

forklare størrelseeffekten og verdieffekten. De konkluderer med at størrelseeffekten og verdieffekten til Fama-French kan enkelt forklares dersom man tar hensyn til at det foreligger informativ ineffektivitet i aksjekursene. En enkel en-faktor- økonomi med prisstøy, hvor feilprising er «mean-reverting», kan forårsake Fama-French sine avkastningsanomalier, samt «mean-reversion» i aksjeprisene.

Wolfgang Drobetz og Jörg Seidel (2011) dokumenterer for at feilestimering av beta forårsaker størrelseeffekten. Feilestimeringen skyldes at det skjer en endring i den finansielle gjeldsgraden underveis i betaestimerings- vinduet. Selskaper som har lidd av finansielle vanskeligheter i betaestimeringsperioden får gjennomsnittlig høyere gjeld på slutten av perioden enn de hadde underveis. Det skjer da en feilestimering siden en høyere gjeld ikke er tatt hensyn til i estimeringen av beta. Den estimerte betaverdien blir lavere enn den skulle vært for små selskaper og følgelig får vi uforklart meravkastning og prisingsfeil. Hvis man justerer beta for endringer i den finansielle gjeldsgraden underveis, og heller bruker den betaverdien som foreligger på slutten av betaestimerings- vinduet, så vil man kunne redusere størrelseeffekten betydelig. Man skal dermed ikke se på størrelseeffekten som kun en anomali til kapitalverdimodellen, men også som et resultat av estimeringsteknikken som brukes i mer eller mindre alle studier.

Tankegangen til Wolfgang Drobetz og Jörg Seidel (2011) kan også anvendes på verdipremien fordi finansielle vanskeligheter fører til at selskaper taper markedsverdi som igjen fører til at bokført verdi i forhold til markedsverdi øker. Selskaper med finansielle vanskeligheter i løpet av betaestimeringsperioden får som sagt gjennomsnittlig høyere gjeldsgrad på slutten av perioden som ikke blir tatt hensyn til i estimeringen av beta. Vi vil få for lave betaverdier for selskaper med høy bokførtverdi i forhold til markedsverdi (verdiselskaper) og følgelig uforklart meravkastning og prisingsfeil.

Flere studier viser til at empiriske resultater oppnås som et resultat av datamining. Black (1998) mener at de fleste anomalier som er blitt beskrevet i litteraturen har oppstått som et resultat av datamining. Til og med verdieffekten mener han stammer fra datamining og at det meste av Fama-French sine resultater også kan begrunnes i nettopp datamining,

I litteraturen fra nyere tid, finner man flere modeller bestående av to faktorer, såkalte to-faktor modeller, som gir resultater på høyde med de av Fama-French sin tre-faktor modell. For

eksempel utvidet Martin Lettau og Sydney Ludvigson (2000) CAPM fra en en-faktor modell til en to-faktor modell ved å legge til variabelen *log consumption-wealth ratio*, kalt *cay*. Denne faktoren består av komponenter som ikke er observerbar som for eksempel humankapital. Selv om denne faktoren ikke er observerbar, finner Lettau og Ludvigson (2001) at faktorens viktige komponenter for å anslå fremtidig aksjeavkastning kan uttrykkes på bakgrunn av de observerbare variablene konsum, aktiva og arbeidsinntekt. CAPM skalert med «cay» gjør en god jobb i å forklare verdipremien. Denne modellen foreslår at et aktivums risiko ikke er bestemt av dens ubetingete korrelasjon med modellens underliggende faktorer, men heller av dens korrelasjon betinget på tilstanden i økonomien. Studiene viser at verdiselskaper gir høyere gjennomsnittlig avkastning enn vekstselskaper, fordi verdiselskaper er sterkere korrelert med forbruksvekst i dårlige tider, når risikopremien er høy. Resultatene går langt i å demonstrere at et aktivums kovarians med skalert forbruksvekst bidrar til å forklare verdipremien. Dette forsterker synet på at premien knyttet til å holde verdiselskaper oppstår, i hvert fall delvis, som en konsekvens av å holde ikke-diversifiserbar risiko. De empiriske resultatene som Lettau og Ludvigson (2000) oppnår ved sin to-faktor modell er på høyde med de empiriske resultatene til Fama French sin tre-faktor modell. To-faktor modellen klarer å forklare tverrsnittet av gjennomsnittlig avkastning på de 25 porteføljene sortert etter størrelse og verdi som brukes i Fama and French (1993) vel så godt som Fama-French tre-faktor modellen.

Malevergne og Sornette (2007) har også kommet med en to-faktor modell som viser seg å ha samme forklaringskraft som Fama-French tre-faktor modellen. De mener at det foreligger en ny kilde til systematisk risiko basert på to argumenter. Det første argumentet er at markedsporteføljen er konstruert av de samme aksjene som den prøver å forklare avkastningen til. Dette leder blant annet til korrelasjon mellom residualene til avkastningene. Det andre argumentet de legger til grunn er at markedsporteføljen består av et fåtall veldig store selskaper. Dette fører til at markedsporteføljen ikke er i stand til å reflektere handlingene til de minste selskapene. Med det de kaller en «diversifiseringfaktor» så klarer de å rasjonalisere størrelseeffekten og samtidig belyse relevansen av B/M faktoren (bokførtverdi/markedsverdi). To-faktor modellen de kommer opp med gir minst like gode resultater som Fama-French tre-faktor modell for amerikanske aksjer over tidsperioden januar 1927 til desember 2005.

4 Metode

I denne delen av oppgaven vil jeg forklare hvordan jeg har gått fram for å konstruere X-faktor og hvordan min nye to-faktor modell ser ut. Jeg vil forklare hvilke metoder jeg bruker for å måle kvaliteten på to-faktor modellen opp mot tidligere prisingsmodeller som kapitalverdimodellen og Fama-French tre-faktor modell, samt en forenklet utgave av Fama-French modellen hvor SMB-faktoren er utelukket. Dette innebærer en gjennomgang av teorien knyttet til generell regresjonsanalyse, OLS og dens forutsetninger, samt hypotesetestene T-test og GRS-test.

Målet med oppgaven min er å konstruere en ny faktor som kan erstatte både HML og SMB. Denne risikofaktoren er konstruert ved hjelp av 25 Fama-French porteføljer dannet på størrelse og bokførtverdi i forhold til markedsverdi (hentet fra Kenneth R. French sin hjemmeside). De 25 porteføljene utgjør en 5 x 5 matrise og ideen er å kjøpe noen porteføljer plassert over diagonalen i matrisen, og selge short et likt antall porteføljer under diagonalen. Målet er å komme fram til den faktoren som gir lavest absolutt gjennomsnittlig alfa og færrest antall signifikante alfa for disse 25 porteføljene. For å komme frem til denne faktoren krever det at man kjører 25 tidsserie regresjoner for hver kombinasjon av porteføljekjøp over diagonalen og porteføljesalg under diagonalen, som kan resultere i den nye faktoren. Å undersøke alle disse mulige kombinasjonene som kan føre til X-faktor blir en så tidkrevende prosess, at man får statistiske dataprogrammer til å gjøre mesteparten av jobben.

X-faktor sammen med meravkastningen til markedsporteføljen utgjør da en to-faktor modell som ser slik ut:

$$E(r_i) = r_f + \beta_i[E(r_M) - r_f] + x_i Xfaktor \quad (4.1)$$

Når vi estimerer modellen blir den seende slik ut.

$$r_{it} - r_{ft} = \alpha_i + \beta_i[r_{Mt} - r_{ft}] + x_i Xfaktor + \varepsilon_{it} \quad (4.2)$$

$r_{it} - r_{ft}$ er meravkastningen for aktivum i

r_f er den renten man vil få på en risikofri investering

Xfaktor er avkastningen på nullinvesteringsporteføljen dannet på bakgrunn av de 25 Fama-French porteføljene (konstruksjonen av X-faktor blir nærmere beskrevet i kapittel 5.)

x_i og β_i er koeffisienter som angir helningen til regresjonslikningen.

Det vi ønsker å oppnå er alfaverdier ikke-signifikant forskjellig fra null. En alfaverdi lik null betyr at virkelig meravkastning for aktivum i på tidspunkt t er lik den meravkastningen som to-faktor modellen estimerte for tidspunkt t .

For å se hvor godt to-faktormodellen fungerer som en prisingsmodell brukte jeg X-faktor modellen, Fama-French tre-faktor modellen, kapitalverdimodellen og en modell bestående av meravkastningen til markedet pluss HML til å estimere avkastningene til 25 porteføljer sortert etter størrelse og bokførtverdi i forhold til markedsverdi (ME og B/M), 10 porteføljer sortert etter earnings to price (E/P), 10 porteføljer sortert etter cash flow to price (CF/P), 10 porteføljer sortert etter dividend to price (D/P), 10 porteføljer sortert etter størrelse (ME) og 10 porteføljer sortert etter bokførtverdi i forhold til markedsverdi (B/M). Jeg tok så og utførte GRS-test på resultatene som hver modell ga for de forskjellige porteføljene. GRS-testen undersøker hvorvidt alle alfaverdiene er samtidig lik null. Videre delte jeg inn hver av porteføljene i to delperioder, henholdsvis 1951-1979 og 1980-2012, og utførte GRS-test for disse delperioden. Tilslutt samlet jeg alle resultatene i tabeller som jeg vil foreta en analyse av når vi kommer til den delen av oppgaven som heter empiriske resultater.

4.1 Regresjonsanalyse

Regresjonsanalyse er en statistisk teknikk som gjennom en enkel likning gjør det mulig å forklare endringer i en variabel, den avhengige variabelen, som en funksjon av endringer som skjer i en eller flere andre variabler, de uavhengige variablene. Regresjonsanalyse er det verktøyet jeg benytter meg av for å finne X-faktor, og for å teste kvaliteten på to-faktor modellen opp mot de andre prisingsmodellene.

Den klassiske lineære regresjonsmodellen, her presentert med bare en faktor, ser slik ut:

$$Y = \alpha + \beta x + \varepsilon \quad (4.3)$$

Y er den avhengige variabelen som skal la seg forklare ut i fra den uavhengige variabelen x . α og β er koeffisienter som bestemmer koordinatene til den rette linjen på et hvilket som helst punkt. β er stigningstallet og indikerer hvor mye Y vil endre seg hvis x endrer seg med én enhet. α er skjæringspunktet, eller konstantleddet, og uttrykker verdien på Y når x er lik null. Tilslutt har vi ε som vi kaller det stokastiske feilleddet. Feilleddet beskriver den variasjonen i Y som ikke kan forklares ut ifra de uavhengige variablene som en har tatt med i modellen. Det vil nesten alltid foreligge variasjon i den avhengige variabelen som skyldes andre kilder enn de som er inkludert i modellen. Uansett om disse kildene legges til regresjonslikningen vil det sannsynligvis fortsatt foreligge uforklart variasjon i Y grunnet andre faktorer som for eksempel kalkuleringsfeil, feil funksjonell form, eller rett og slett helt tilfeldige og uberegnelige hendelser. Det er sjeldent nok med bare én uavhengig variabel, men selv om man har mange variabler blir tolkningen av likningen den samme som beskrevet over. Det er viktig å merke seg at når man tolker effekten på Y av en endring i en av variablene, så holder man alle andre variabler konstant.

Når den teoretiske regresjonsmodellen er utformet gjenstår det å estimere regresjonslikningen. Dette gjøres ved å legge inn et sett av virkelige data for den avhengige variabelen og de uavhengige variablene. Vi vil da få en regresjonslikning med virkelige tall i seg, og sammenhengene vi er ute etter å analysere vil komme fram. Den estimerte modellen kan vi generelt uttrykke som

$$\hat{Y}_i = \hat{\alpha} + \hat{\beta}x_i \quad (4.4)$$

\hat{Y} er nå den estimerte verdien av Y_i og representerer den verdien av Y som den estimerte regresjonsanalysen for i antall observasjoner gir. Forskjellen mellom estimert verdi av Y og virkelig verdi av Y er definert som residualen e_i og kan uttrykkes slik:

$$e_i = Y_i - \hat{Y}_i \quad (4.5)$$

Residualen vil bli mindre jo nærmere den estimerte verdien ligger den virkelige verdien. Jo mindre residualene er jo bedre tilpasning gir modellen. (Gujarati & Porter, 2010; Studenmund, 2006)

4.2 OLS (Minstekvadraters metode)

Minstekvadraters metode er den vanligste estimeringsteknikken innen regresjonsanalyse. Metoden kalkulerer koeffisientene på en slik måte at summen av de kvadrerte residualene blir minst mulig. Som allerede nevnt så er residualene avstanden mellom virkelig og estimert verdi og det er ønskelig at estimert verdi er så nær virkelig verdi som mulig, altså er det ønskelig å minimere residualene. Minstekvadraters metode minimerer det følgende uttrykket

$$\sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 = RSS \text{ (residual sum of squares)} \quad (4.6)$$

Grunnen for at minstekvadraters metode minimerer de kvadrerte residualene og ikke bare residualene i seg selv, er for å unngå at negative og positive residualer utligner hverandre. Man kunne også i teorien ha minimert absoluttverdiene til residualene, men absoluttverdier er mer komplisert å operere med i matematiske modeller.

4.2.1 Forutsetninger for OLS

For at minstekvadraters metode skal være den metoden som gir de beste estimatene må alle forutsetningene som ligger til grunn for den klassiske lineære regresjonsmodellen være innfridde. Forutsetningene er som følger:

- 1) Forventet gjennomsnitt av feilleddene er lik null, $E(\varepsilon_t) = 0$. Så lenge regresjonen inneholder et konstantledd vil gjennomsnittet av feilleddene alltid være lik null. Dette skyldes at konstantleddet inneholder den delen av Y som ikke kan forklares av de uavhengige variablene, mens feilleddet inneholder den stokastiske uforklarte delen av Y.
- 2) Variansen til feilleddene må være konstant, $var(\varepsilon_t) = \sigma^2 < \infty$. Dette er kalt forutsetningen om homoskedastisitet.
- 3) Det skal ikke foreligge noen korrelasjon mellom feilleddene, $cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$ Hvis feilleddene er korrelert med hverandre kaller vi de seriekorrelerte eller autokorrelerte.
- 4) Det finnes ikke noen korrelasjon mellom feilleddet og uavhengig variabel, $cov(\varepsilon_t, x_t) = 0$.
- 5) Feilleddet skal være normalfordelt $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$. Dette er ikke en forutsetning for minstekvadraters metode, men er en forutsetning for å utføre hypotesetester.

Når de fire første forutsetningene er innfridde vil estimatorene $\hat{\alpha}$ og $\hat{\beta}$ gitt av minstekvadraters metode ha flere fordelaktige egenskaper kjent som Best Linear Unbiased Estimators (BLUE). Dette er egenskaper som sier at en estimert regresjonskoeffisient er et minimum varians estimat av påvirkningen på den avhengige variabelen gitt en enhets endring i en gitt uavhengig variabel, mens alle andre uavhengige variabler holdes konstant. Et slikt estimat er trukket fra en fordeling av estimater som er sentralisert rundt den sanne populasjonen av koeffisienter og har samtidig den lavest mulige variansen for en slik fordeling.

4.3 Hypotesetesting

Hypotesetest er en statistisk metode for å teste antakelser om egenskaper ved en eller flere uavhengige variabler, eller konstantleddet. I denne oppgaven er det sentrale å finne ut om modellen vi har, prissetter aksjer på en riktig måte. Det blir da nødvendig å finne ut om alfaverdiene, altså konstantleddene, er signifikant forskjellig fra null eller ikke.

Tidsserie-regresjon, tverrsnitt-regresjon og Fama-MacBeth-regresjon er tre populære metoder for å estimere og evaluere prisingsmodeller. Tidsserie-regresjon baserer seg på observasjoner som varierer over tid. I dette tilfellet handler det om månedlige data fra juli 1951 til desember 2010. Tverrsnitt-regresjon baserer seg på data som samles inn ved å observere mange fenomen på samme tidspunkt, eller uten å ta hensyn til tid. Fama-MacBeth-regresjon baserer seg på paneldata, altså observasjoner av mange fenomen over flere tidsperioder. Først estimerer de beta ved hjelp av tidsserie-regresjon og så kjører de tverrsnitt-regresjon for hver tidsperiode.

Jeg vil i min oppgave kun fokusere på tidsserietester, altså hypotesetester som baserer seg på tidsserie-regresjon.

4.3.1 *T-test*

For å teste om estimert avkastning på én enkel portefølje gir alfaverdi signifikant forskjellig fra null, kan vi sette opp følgende null-hypotese:

$$\begin{aligned} H_0: \alpha_p &= 0 \\ H_A: \alpha_p &\neq 0 \end{aligned} \tag{4.7}$$

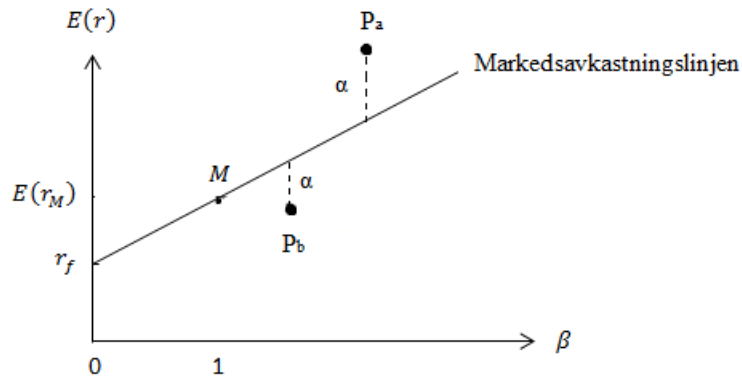
Differansen mellom estimert avkastning og virkelig avkastning er uttrykt som alfa. Vi ønsker derfor at en prissettingsmodell skal gi alfaverdier lik null, og følgelig ønsker vi og *ikke* kunne forkaste nullhypotesen. Hvis vi ikke kan forkaste nullhypotesen, så kan vi heller ikke si at det foreligger statistiske bevis for at alfaverdien er forskjellig fra null. (Men det er også viktig å huske, at selv om man beholder en nullhypotese, så kan man ikke konkludere med at alfaverdien er lik null). For å teste nullhypotesen kan man bruke t-test med følgende teststatistikk:

$$t = \frac{\hat{\alpha}_1 - \hat{\alpha}_{H_0}}{SE(\hat{\alpha}_1)} \quad (4.8)$$

Vi må vurdere denne t-verdien opp mot det man kaller kritisk verdi. Den kritiske verdien kan finnes i en t-tabell og bestemmes av antall frihetsgrader (antall observasjoner minus antall estimerte koeffisienter) og det på forhånd bestemte signifikansnivået. Signifikansnivået indikerer sannsynligheten for å observere en estimert t-verdi høyere enn den kritiske verdien, hvis nullhypotesen var sann. Vi kan forkaste nullhypotesen hvis t-verdien er større i absoluttverdi enn den kritiske verdien. (Studenmund, 2006)

Når man bruker statistiske programmer så er det raskere å lese direkte av p-verdien til t-verdien. P-verdien kalkuleres automatisk i de fleste statistikkprogrammer, og vises som en sannsynlighet mellom null og en. P-verdien angir direkte det laveste signifikansnivået en kan forkaste en nullhypotese på. Vi forkaster nullhypotesen dersom p-verdien er lavere enn det signifikansnivået man har bestemte på forhånd. Når jeg legger frem mine resultater, vil jeg forkaste nullhypotesen om p-verdien er lavere enn fem prosent.

Hvis vi ikke klarer å forkaste null-hypotesen så vil det si at det foreligger en reell sjanse for at alfaverdien er null og følgelig at virkelig verdi på aksjen er lik den verdien prisingsmodellen forventet. Grafisk kan dette fremstilles som i figur 4.1. P_a er den virkelige avkastningen til portefølje a . For portefølje a får vi en positiv alfaverdi tilsvarende avstanden mellom punktet P_a og markedsavkastningslinjen fordi virkelig verdi viste seg å bli høyere enn forventet verdi. P_b er den virkelige avkastningen til portefølje b . For portefølje b ble virkelig verdi lavere enn forventet verdi og følgelig får vi en negativ alfaverdi tilsvarende avstanden mellom punktet P_b og markedsavkastningslinjen.



Figur 4.1: Kapitalverdimodellen og alfa. Markedsavkastningslinjen strekker seg fra risikofri rente gjennom markedsporteføljen. P_a er den virkelige avkastningen til portefølje a. Portefølje a får en positiv alfaverdi tilsvarende avstanden mellom punktet P_a og markedsavkastningslinjen (vist ved striplet linje). P_b er den virkelige avkastningen til portefølje b. Portefølje b får en negativ alfaverdi tilsvarende avstanden mellom punktet P_b og markedsavkastningslinjen (vist ved striplet linje)

4.3.2 GRS-test

Fama and MacBeth (1973) og Jensen and Scholes (1972) gjennomførte tester på kapitalverdimodellen, hvor de så på om hver enkel regresjon hadde signifikant alfaverdi forskjellig fra null eller ikke (altså t-tester som beskrevet i 4.3.1). Michael R. Gibbons, Stephen A. Ross og Jay Shanken (1989) tok senere og gjennomførte tester hvor de i stede så på om alle alfaverdiene *samtidig* var signifikant forskjellig fra null. Siden kapitalverdimodellen forutsetter at markedsporteføljen er «mean-variance efficient» ønsket de å teste om en hvilken som helst portefølje er *ex ante* «mean-variance efficient». Denne formen for statistisk testing av prissettingsmodeller, kalles GRS-test (etter første bokstav i Gibbons, Ross og Shanken). Jeg vil nå gi både en teoretisk og geometrisk tolkning av testen basert på Gibbons et al. (1989)

Vi har følgende multivariate lineære regresjon:

$$R_{it} = \alpha_{ip} + \beta_{ip}R_{pt} + \varepsilon_{it} \quad \forall i = 1, \dots, N \quad (4.9)$$

Hvor R_{it} er meravkastningen til aktivum i i periode t . R_{pt} er meravkastningen til porteføljen som testes for effisiens. ε_{it} er feilleddet for aktivum i i periode t . Feilleddene antas å være normalfordelte for hver periode med gjennomsnitt lik null og en ikke-singulær kovariansmatrise Σ , betinget på meravkastningen for portefølje p . Vi antar også uavhengighet mellom feilleddene over tid. I tillegg til at Σ må være ikke-singulær, må R_{pt} og N aktivum på venstresiden være lineært uavhengige. Hvis en gitt portefølje er «mean-variance effisient» (minimerer variansen for et gitt nivå av forventet avkastning), må følgende første-ordens betingelse holde for de gitte N aktivumene.

$$E(R_{it}) = \beta_{ip} E(R_{pt}). \quad (4.10)$$

Kombinerer vi første-ordens betingelsen i 4.10 med antakelsene gitt av 4.9 får vi følgende parameterrestriksjon, uttrykt i form av en null-hypotese:

$$H_0: \alpha_{ip} = 0, \quad \forall i = 1, \dots, N \quad (4.11)$$

Vi ønsker at alfaverdiene skal være samtidig lik null og følgelig ønsker vi å kunne beholde H_0 -hypotesen.

Teststatistikken ser i sin helhet slik ut :

$$\left(\frac{T}{N}\right) \left(\frac{T-N-L}{T-L-1}\right) \left[\frac{\widehat{\alpha}_p' \widehat{\Sigma}^{-1} \widehat{\alpha}_p}{1 + \bar{\mu}' \widehat{\Omega}^{-1} \bar{\mu}} \right] \sim F(N, T-N-L) \quad (4.12)$$

$\widehat{\alpha}$ er en $N \times 1$ vektor av estimerte konstantledd.

$\widehat{\Sigma}$ er et forventningsrett estimat for residual kovariansmatrisen

$\bar{\mu}$ er en $L \times 1$ vektor for faktorporteføljenes gjennomsnitt

$\widehat{\Omega}$ er et forventningsrett estimat for faktorporteføljenes kovariansmatrise

$\bar{\mu}' \widehat{\Omega}^{-1} \bar{\mu}$ er lik Sharpe ratio for porteføljen vi ønsker å teste for effisient og vi setter denne lik $\widehat{\theta}_p^2$.

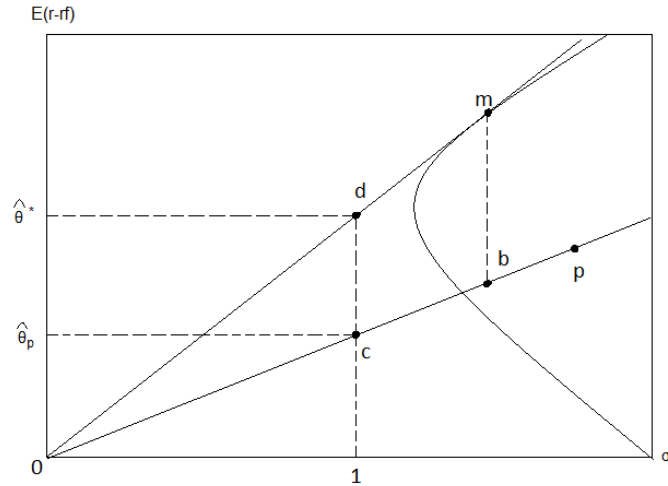
Hvis $\alpha_i = 0, \forall i$, så er GRS-statistikken lik null. Jo større alfaverdiene er i absoluttverdi, jo større vil GRS-statistikken bli.

Vi betegner $\left[\frac{\widehat{\alpha}_p' \widehat{\Sigma}^{-1} \widehat{\alpha}_p}{1 + \widehat{\theta}_p^2} \right] = W$, og kan omskrive det som:

$$W = \left[\frac{\sqrt{1 + \widehat{\theta}^{*2}}}{\sqrt{1 + \widehat{\theta}_p^2}} \right]^2 - 1 \equiv \psi^2 - 1 \quad (4.13)$$

Der $\widehat{\theta}_p$ er Sharpe ratio for porteføljen vi ønsker å teste for effisiens, for eksempel markedsporteføljen. $\widehat{\theta}_p^*$ er Sharpe ratio for den porteføljen som er mest effisient. Dette er en teoretisk portefølje konstruert i ettertid. $\widehat{\theta}_p^*$ vil altså uttrykke maksimal Sharpe ratio til porteføljer som består av N aktiva.

Grafisk vil dette se slik ut:

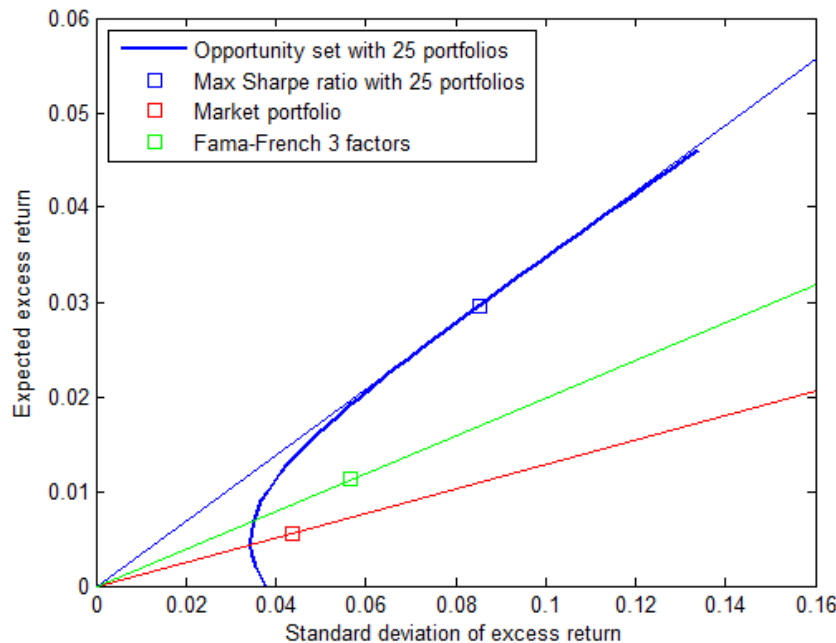


Figur 4.2: Grafisk framstilling av GRS-testen. $\hat{\theta}_p$ er Sharpe ratio for portefølje p , altså er $\hat{\theta}_p$ helningen til linjen som går gjennom p . $\hat{\theta}_p^*$ er Sharpe ratio for den mest effisiente portefølje, (en teoretisk portefølje beregnet i ettertid). $\hat{\theta}_p^*$ er helningen til linjen som tangerer minimum-varians fronten for risikofylte aktiva, og uttrykker altså maksimal Sharpe ratio. Punktet P angir ex post meravkastning for portefølje p . Punktet c viser meravkastningen til portefølje p for et nivå av standardavvik lik 1. Punktet d viser meravkastningen til den teoretiske porteføljen med høyest Sharpe ratio ved standardavvik lik 1

Kurven i figur 4.2 representerer ex post minimum-varians front for de risikofylte aktiva. Når en risikofri investering er tilgjengelig er fronten en rett linje som starter i origo og tangerer kurven i punktet m . $\hat{\theta}^*$ er helningen til denne tangenten og angir maksimal Sharpe ratio. $\hat{\theta}_p$ er helningen til linjen gjennom punktet p og angir denne porteføljes Sharpe ratio. Punktet P angir ex post meravkastning for portefølje p (porteføljen vi ønsker å teste for effisiens). Punktet c viser meravkastningen til portefølje p for et nivå av standardavvik lik 1. Punktet d viser meravkastningen til den teoretiske porteføljen med høyest Sharpe ratio, ved standardavvik lik 1. Vi ser at den teoretiske porteføljen oppnår høyere meravkastning enn portefølje p , for samme nivå av risiko (standardavvik), og følgelig er porteføljen vi ønsker å teste ikke effisient. Under nullhypotesen vil ψ^2 være nær verdien én. Når $\hat{\theta}^*$ er betydelig større enn $\hat{\theta}_p$, vil avkastningen per enhet risiko for portefølje p være mye lavere enn det den er for den mest effisiente porteføljen (den teoretiske porteføljen konstruert i ettertid), og vi vil forkaste hypotesen om at portefølje p er ex ante «mean-variance efficient». I figur 4.2 er ψ distansen langs ex post fronten opp til et hvert

nivå av risiko, σ , delt på tilsvarende avstand for linjen fra origo gjennom punktet p . Grunnen for at testen er basert på kvadrerte helninger, er fordi nullhypotesen kun er betinget på ex ante effisiens. Betingelsen er oppfylt selv om portefølje p befinner seg på den delen av minimum-varians fronten som har negativ helning for alle aktiva (inkludert den risikofrie renten).

Hvis vi kjører GRS-testen for kapitalverdimodellen og Fama-French modellen på de 25 porteføljene sortert etter størrelse og verdi for tidsperioden juli 1951 til desember 2010, ser vi tydelig i figur 4.3 at hverken markedsporteføljen eller markedsporteføljen pluss SMB og HML er «mean-variance efficient». Den eneste porteføljen som er «mean-variance efficient» er den teoretiske porteføljen som er beregnet i ettertid for de 25 porteføljene. Denne teoretiske porteføljen oppnår maksimal Sharpe ratio og vil oppnå høyere meravkastning enn både markedsporteføljen alene og markedsporteføljen pluss SMB og HML, for et gitt nivå av standardavvik. Markedsporteføljen pluss SMB og HML er dog litt mer «mean-variance efficient» enn markedsporteføljen alene.



Figur 4.3: Grafisk fremstilling av GRS-test for FF3 og CAPM ved å bruke 25 porteføljer sortert etter størrelse og verdi basert på aksjer fra NYSE, AMEX og NASDAQ. Det er brukt månedlige data for perioden juli 1951 til desember 2010.

5 Data

I den empiriske delen av oppgaven har jeg benyttet månedlige data for avkastningen på følgende porteføljer: 25 porteføljer sortert etter størrelse (ME) og bokført verdi i forhold til markedsverdi (B/M), 10 porteføljer sortert etter earnings to price (E/P), 10 porteføljer sortert etter cash flow to price (CF/P), 10 porteføljer sortert etter dividend to price (D/P), 10 porteføljer sortert etter ME og 10 porteføljer sortert etter B/M. Samtlige data er hentet fra Kenneth R. French sin hjemmeside (http://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/data_library.html) og baserer seg på aksjer på NYSE, AMEX, og NASDAQ. Jeg bruker månedlige data fra perioden juli 1951 til desember 2010. Dette utgjør 714 måneder totalt. I tillegg har jeg valgt å undersøke to delperioder hvor den ene strekker seg fra juli 1951 til desember 1979 og den andre fra januar 1980 til desember 2010. Den første delperioden består av 342 måneder og den andre delperioden består av 372 måneder. Grunnen for å velge tidsperiode fra juli 1951, er fordi data på porteføljeavkastninger sortert etter E/P og CF/P begynner i juli 1951.

5.1 Markedets meravkastning

Markedets meravkastning er forskjellen mellom avkastningen på en veldiversifisert verdi-vektet markedsindeks og den risikofrie renten. Data for markedets meravkastning er hentet direkte fra Kenneth R. French sin hjemmeside. Markedsindeksen inneholder den verdi-vektede avkastningen til alle aksjer på NYSE, AMEX, og NASDAQ. Den risikofrie renten er renten på en-måned Treasury Bills observert i begynnelsen av hver måned.

5.2 SMB og HML

Fama-French konstruerte SMB og HML på følgende måte: Alle NYSE-, AMEX- og Nasdaq-aksjene fra juni 1963 til desember 1991 ble rangert etter størrelse (pris ganget med antall aksjer) og verdi (bokført verdi delt på markedsverdi). De aksjene som var større enn medianen til NYSE-aksjer ble kalt big (B) og de som var mindre ble kalt small (S). Graden av verdi ble delt inn i tre grupper Low (L), Medium (M) og High (H). Målt etter BE/ME-verdien på NYSE-aksjer var Low de 30% laveste, High de 30% høyeste og Medium de 40% i midten. Til sammen utgjør dette en to ganger tre- matrise bestående av følgende seks porteføljer S/L, S/M, S/H, B/L, B/M og B/H.

SMB er differansen hver måned mellom gjennomsnittlig avkastning for de tre små porteføljene (S/L, S/M og S/H) og gjennomsnittlig avkastning for de tre store porteføljene (B/L, B/M og B/H). En positiv SMB for en gitt måned indikerer at små selskaper har gjort det bedre enn store selskaper for denne måneden. En negativ SMB vil si at store selskaper har gjort det bedre enn små selskaper. På denne måten vil SMB-faktoren prøve å fange opp størrelseseffekten.

HML er differansen hver måned mellom gjennomsnittlig avkastning for de to porteføljene med høy verdi (S/H og B/H) og gjennomsnittlig avkastning for de to porteføljene med lav verdi (S/L og B/L). En positiv HML for en gitt måned indikerer at verdiselskaper har gjort det bedre enn vekstselskaper for denne måneden. En negativ HML vil si at vekstselskaper har gjort det bedre enn verdiselskaper. På den måten prøver HML-faktoren å forklare verdieffekten. Data for SMB og HML er direkte hentet fra Kenneth R. French sin hjemmeside.

5.3 X-faktor

X-faktor er en null-investeringsportefølje konstruert ved hjelp av 25 Fama-French porteføljer dannet på størrelse og bokførtverdi i forhold til markedsverdi. Porteføljene baserer seg på aksjer fra NYSE-, AMEX- og Nasdaq for perioden juli 1951 til desember 2010. De 25 porteføljene utgjør en 5 x 5 matrise og ideen er å kjøpe noen porteføljer plassert over diagonalen i matrisen, og selge short et likt antall porteføljer under diagonalen i matrisen. Målet er å komme fram til den faktoren som gir lavest absolutt gjennomsnittlig alfa og færrest antall signifikante alfa for disse 25 porteføljene. Den faktoren som ga færrest signifikante alfaverdier og lavest absolutt alfaverdi innebar en kombinasjon av kjøp og salg av porteføljer som vist i figur 5.1.

Størrelse	Verdi				
	Low	2	3	4	High
Small	0	0	0	0	0
2	-1/5	0	1/5	1/5	1/5
3	-1/5	-1/5	0	1/5	1/5
4	0	0	-1/5	0	0
Big	0	0	0	-1/5	0

Figur 5.1: Figuren viser hvordan X faktor er konstruert. Radene i 5 x 5 matrisen representerer størrelse (ME) fra 1 til 5, hvor 1 er minst og 5 er størst, og kolonnene representerer verdi (B/M) fra 1 til 5, hvor 1 er lavest verdi og 5 er høyest verdi. 1/5 indikerer at man investerer 1/5 i den gjeldende porteføljen. -1/5 indikerer at man selger for 1/5 av den gjeldende porteføljen.

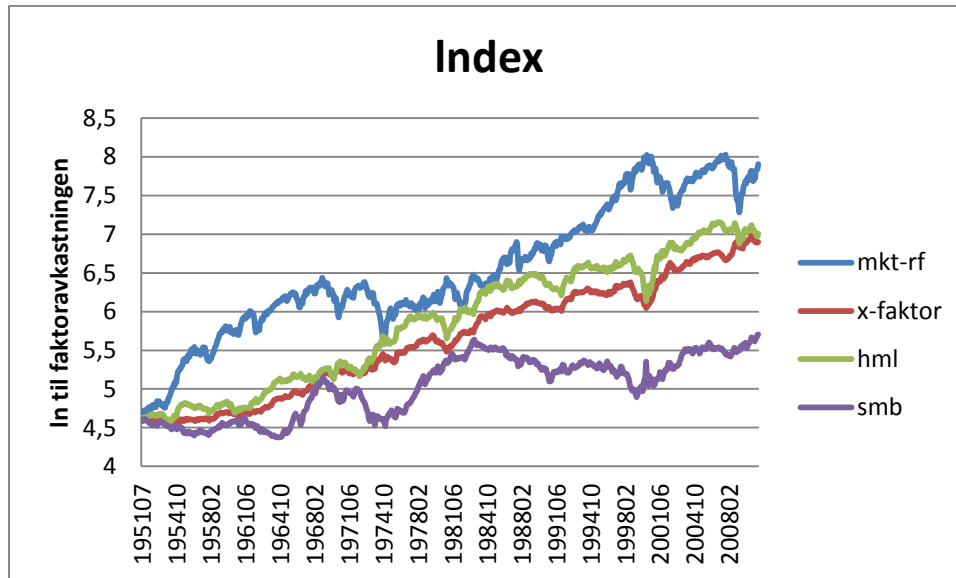
X-faktor er differansen hver måned mellom gjennomsnittlig avkastning for de fem porteføljene 2/3, 2/4, 2/High, 3/4 og 3/High og gjennomsnittlig avkastning for de fem porteføljene 2/Low, 3/Low, 3/2, 4/3 og big/4.

5.4 Deskriptiv statistikk

			Korrelasjon			
	gjen.snitt	std.av.	Mkt-rf	SMB	HML	X-faktor
Mkt-rf	0,560	4,359	1	0,266	-0,267	-0,236
SMB	0,197	2,938	0,266	1	-0,217	0,144
HML	0,375	2,745	-0,267	-0,217	1	0,777
X-faktor	0,338	1,796	-0,236	0,144	0,777	1

Tabell 1: Tabellen viser korrelasjonen mellom faktorporteføljene Mkt-rf, SMB, HML og X-faktor samt faktorporteføljenes gjennomsnitt og standardavvik. Det er benyttet månedlige data for perioden juli 1951 til desember 2010.

Alle gjennomsnittene er positive. En positiv SMB forteller oss at små selskaper gjør det gjennomsnittlig bedre enn store selskaper. En positiv HML forteller oss at verdiselskaper gjør det gjennomsnittlig bedre enn vekstselskaper. Vi ser at HML og X-faktor er sterkt korrelerte med en korrelasjonskoeffisient på hele 0,777. Den sterke korrelasjonen mellom HML og X-faktor gjør det interessant å teste hvordan en modell bestående av kun HML og meravkastningen til markedet vil lykkes i å forklare porteføljers gjennomsnittlig avkastning. Som nevnt tidligere i oppgaven så viser flere studier til at størrelseseffekten ser ut til å ha forsvunnet etter publiseringen av Banz (1981). Dette kan også motivere for å droppe SMB faktoren fra tre-faktor modellen. I tillegg ser vi i tabell 1 og 2 at gjennomsnittlig avkastning for SMB er relativt lav i forhold til gjennomsnittlig avkastning for de andre faktorene. Jeg vil derfor på bakgrunn av dette også inkludere i undersøkelsen en modell bestående kun av meravkastningen til markedet pluss HML.



Tabell 2: Grafene viser logaritmen til avkastningen for hver av faktorporteføljene om man hadde investert logaritmen av 100kr i begynnelsen av juli 1951 i en av disse porteføljene og i starten av hver måned gjeninvestert hele avkastningen i den samme porteføljen helt fram til desember 2010. Den blå grafen viser meravkastningen til markedet, grønn graf viser avkastningen til HML, rød graf viser avkastningen til X-faktor og lilla graf viser avkastningen til SMB.

Grafene viser logaritmen til avkastningen for hver av faktorporteføljene om man hadde investert logaritmen av 100kr i begynnelsen av juli 1951 i en av disse porteføljene og i starten av hver måned gjeninvestert hele avkastningen i den samme porteføljen helt fram til desember 2010. Grunnen for å ta logaritmen til faktoravkastningene er av den enkle grunn at tabellen blir mer oversiktlig og at man lettere klarere å se grafenes utvikling. Meravkastningen til markedet gir den beste avkastning, mens SMB gir den laveste avkastningen. HML faktoren gjør det så vidt litt bedre enn X-faktor. Disse resultatene stemmer overens med resultatene i tabell 1.

6 Empiriske resultater

En p-verdi lik 0,05 vil si at det er 95 % sjanse for at alfaverdien ikke er null. Hvis alfaverdiene er signifikante på 5% nivå eller lavere, så vil dette dermed si at man i minst 95% av tilfellene forventer en verdi forskjellig fra null, noe som tyder på at den aktuelle modellen gjør en dårlig jobb i å predikere riktig pris på den gjeldene porteføljen. Oppnår vi en p-verdi større enn 0,05 så har vi ikke lenger tilstrekkelig statistisk grunnlag til å si at alfaverdien er forskjellig fra null, og det foreligger da en reell mulighet for at alfaverdien er null. Vi har følgende nullhypotese:

$$H_0: \alpha_p = 0 \quad (6.1)$$

Vi forkaster H_0 hvis p-verdi $< 0,05$

Estimering av de 25 porteføljene sortert etter størrelse og verdi ved hjelp av kapitalverdimodellen er vist i tabell 3. Vi får ved kapitalverdimodellen fjorten signifikante alfaverdier og en absolutt alfaverdi på 0,2544. Vi ser at kapitalverdimodellen lykkes dårlig i å beregne gjennomsnittlig forventet avkastning for flesteparten av de 25 porteføljene. Vi ser at spesielt selskaper med høy verdi får svært signifikante alfaverdier.

Størrelse	Verdi				
	Low	2	3	4	High
			α		
Small	0,01	0,35	0,06	0,00	0,00
2	0,03	0,31	0,00	0,00	0,00
3	0,12	0,03	0,00	0,00	0,00
4	0,47	0,58	0,00	0,00	0,01
Big	0,40	0,54	0,10	0,16	0,15

Tabell 3: P-verdier for alfaverdiene gitt ved CAPM. Alfaverdiene er gitt ved å estimere kapitalverdimodellen for 25 porteføljer sortert etter størrelse og verdi basert på aksjer fra NYSE, AMEX og NASDAQ. Tidsperioden er fra juli 1951 til desember 2010. Signifikante alfaverdier er markert med *uthevet skrift*.

Estimerer vi de samme 25 porteføljene ved hjelp av Fama-French tre-faktor modell får vi 10 signifikante alfaverdier. Dette er vist i tabell 4. Vi ser at også denne modellen mislykkes spesielt i å anslå gjennomsnittlig avkastning til selskaper med høy verdi. Selv om man får noen færre signifikante alfaverdier i forhold til kapitalverdi modellen, så ser vi en tydelig tendens til at små selskaper med høy verdi feilpriser av Fama-French modellen. Det er også å legge merke til at portefølje 11 (low,small) får p-verdi 0,00. Absolutt alfaverdien for de 25 porteføljene er 0,1807 som er noe lavere enn kapitalverdimodellen.

Størrelse	Verdi				
	Low	2	3	4	High
			α		
Small	0,00	0,84	0,95	0,00	0,00
2	0,12	0,57	0,01	0,01	0,02
3	0,93	0,14	0,09	0,01	0,01
4	0,15	0,65	0,12	0,02	0,21
Big	0,15	0,01	0,11	0,40	0,29

Tabell 4: P-verdier for alfaverdiene gitt ved FF3-modellen. Alfaverdiene er gitt ved å estimere Fama-French modellen for 25 porteføljer sortert etter størrelse og verdi basert på aksjer fra NYSE, AMEX og NASDAQ. Tidsperioden er fra juli 1951 til desember 2010. Signifikante alfaverdier er markert med *uthevet skrift*.

Hvis vi reduserer Fama-French modellen til kun å ha med meravkastningen til markedet og HML- faktoren får vi færre signifikante alfaverdier samt en lavere absolutt alfaverdi. Dette er vist i tabell 5. Vi får syv signifikante alfaverdier og en absolutt alfaverdi på 0,142. Flere av de signifikante alfaverdiene gitt av de to foregående modellene, forsvinner i denne modellen. Der i mot oppstår det tre nye signifikante alfaverdier for porteføljene 14, 45 og 55 som ikke er signifikante ved kapitalverdi modellen og Fama-French modellen.

Størrelse	Verdi				
	Low	2	3	4	High
			α		
Small	0,14	0,18	0,15	0,01	0,02
2	0,72	0,27	0,01	0,05	0,18
3	0,38	0,09	0,17	0,07	0,13
4	0,02	0,65	0,47	0,31	0,31
Big	0,06	0,69	0,73	0,00	0,01

Tabell 5: P-verdier for alfaverdiene gitt ved modell bestående av MKT og HML. Alfaverdiene er gitt ved å estimere en modell bestående av meravkastningen til markedet pluss HML for 25 porteføljer sortert etter størrelse og verdi basert på aksjer fra NYSE, AMEX og NASDAQ. Tidsperioden er fra juli 1951 til desember 2010. Signifikante alfaverdier er markert med uthevet skrift.

I Tabell 6 ser vi resultatene fra å estimere de 25 porteføljene med to-faktor modellen bestående av meravkastningen til markedet pluss X-faktor. Vi får bare én signifikant alfaverdi. Denne alfaverdien er for portefølje 11. Absolutt alfaverdi for de 25 porteføljene er også den klart laveste og er på 0,0812.

Størrelse	Verdi				
	Low	2	3	4	High
			α		
Small	0,01	0,83	0,85	0,31	0,55
2	0,19	0,66	0,53	0,96	0,28
3	0,96	0,29	0,78	0,74	0,54
4	0,14	0,48	0,32	0,68	0,15
Big	0,11	0,88	0,49	0,60	0,23

Tabell 6: P-verdier for alfaverdier gitt ved X-faktor modellen. Alfaverdiene er gitt ved å estimere X-faktor modellen for 25 porteføljer sortert etter størrelse og verdi basert på aksjer fra NYSE, AMEX og NASDAQ. Tidsperioden er fra juli 1951 til desember 2010. Signifikante alfaverdier er markert med uthevet skrift.

Det er derimot viktig og ikke å la seg lure av dette resultatet. Selv om X-faktor her gjør en mye bedre jobb i å forklare meravkastningen til selskaper sortert etter størrelse og verdi, enn de foregående modellene, er dette derimot ikke uventet. Grunnet at X-faktor er konstruert av de samme 25 porteføljene som modellen her testes på, og i tillegg er konstruert i ettertid, så er det

helt naturlig at to-faktor modellen gjør en god jobb i å forklare disse porteføljene. X-faktor er et resultat av datamining, og jeg har på bakgrunn av historiske data konstruert en faktor med hensyn å forklare disse dataene best mulig. For å kunne sammenligne X-faktor modellen med andre modeller, må man derfor utføre tester på andre data enn de 25 porteføljene som x-faktor er et resultat av. Videre vil jeg nå ved hjelp av andre datasett hentet fra Kenneth R. French sin hjemmeside og ved bruk av forskjellige tidsperioder, teste X-faktor modellen opp mot Fama-French modellen, kapitalverdimodellen og modellen bestående av meravkastningen til markedet pluss HML-faktoren.

25 porteføljer sortert etter ME og B/M

Modell	F-verdi	P-verdi
1951-2010		
CAPM	4,17	1,09E-10
FF3	3,10	7,77E-07
X-faktor	2,60	3,78E-05
(Mkt-rf)+HML	3,20	3,33E-07
1951-1979		
CAPM	2,13	0,040
FF3	1,57	0,002
X-faktor	1,52	0,055
(Mkt-rf)+HML	1,58	0,040
1980-2010		
CAPM	4,61	2,05E-13
FF3	5,23	2,24E-11
X-faktor	4,10	1,03E-09
(Mkt-rf)+HML	4,67	1,39E-11

Tabell 7: Resultater fra GRS-test utført på 25 porteføljer sortert etter størrelse og verdi. Porteføljene baserer seg på aksjer fra NYSE, AMEX og NASDAQ. Ikke-signifikante F-verdier er markert med uthevet skrift.

Når vi kjører GRS-testen på de 25 porteføljene sortert etter størrelse og verdi, så er det kun for delperioden 1951-1979 at vi får én ikke-signifikant F-verdi, for X-faktor modellen. Siden X-faktor er konstruert på bakgrunn av disse 25 porteføljene, så skal vi ikke legge så mye vekt på akkurat dette resultatet. For de tre andre modellene er alle F-verdiene signifikante og det er ingen ting som tyder på at alfaverdiene er samtidig lik null for noen av modellene. Likevel kan vi merke oss at X-faktor gir høyest p-verdi for alle periodene. Dette er ikke et uventet resultat når vi husker resultatene fra tabell 3, 4 og 5.

10 porteføljer sortert etter ME

Modell	F-verdi	P-verdi
1951-2010		
CAPM	2,16	0,019
FF3	2,14	0,02
X-faktor	1,37	0,188
(Mkt-rf)+HML	1,37	0,188
1951-1979		
CAPM	0,62	0,797
FF3	0,39	0,949
X-faktor	0,38	0,955
(Mkt-rf)+HML	0,37	0,961
1980-2010		
CAPM	1,92	0,042
FF3	3,07	0,001
X-faktor	1,60	0,103
(Mkt-rf)+HML	1,59	0,107

Tabell 8: Resultater fra GRS-test utført på 10 porteføljer sortert etter størrelse. Porteføljene baserer seg på aksjer fra NYSE, AMEX og NASDAQ. Ikke-signifikante F-verdier er markert med uthevet skrift.

Kjører vi GRS-testen på 10 porteføljer sortert etter størrelse (ME) får vi mange ikke-signifikante F-verdier. For hele perioden har vi ikke-signifikant F-verdi for X-faktor modellen og modellen med meravkastningen til markedet pluss HML. Disse to modellene får nøyaktig samme p-verdi for denne tidsperioden. For første delperiode har alle modellene ikke-signifikante F-verdier. Modellen med meravkastningen til markedet pluss HML får den største p-verdien med 0,961 i forhold til X-faktor modellen med 0,955 og FF3 modellen med 0,949. Forskjellen i disse p-verdiene er så marginal at man anser alle tre modellene å gjøre en like god jobb i å estimere avkastningene for porteføljene i denne perioden. Lavest p-verdi hadde kapitalverdimodellen med 0,797. For andre delperiode har vi igjen ikke-signifikante F-verdier for X-faktor modellen og modellen med meravkastningen til markedet pluss HML. P-verdien til meravkastningen til markedet pluss HML har kun en 0,004 høyere p-verdi enn X-faktor.

10 porteføljer sortert etter E/P

Modell	F-verdi	P-verdi
1951-2010		
CAPM	3,70	0,000
FF3	1,46	0,148
X-faktor	1,40	0,178
(Mkt-rf)+HML	1,57	0,112
1951-1979		
CAPM	3,60	0,000
FF3	2,18	0,018
X-faktor	2,46	0,008
(Mkt-rf)+HML	2,24	0,002
1980-2010		
CAPM	1,88	0,047
FF3	1,08	0,373
X-faktor	0,95	0,489
(Mkt-rf)+HML	1,02	0,428

Tabell 9: Resultater fra GRS-test utført på 10porteføljer sortert etter earnings to price. Porteføljene baserer seg på aksjer fra NYSE, AMEX og NASDAQ. Ikke-signifikante F-verdier er markert med uthevet skrift.

For 10 porteføljer sortert etter E/P får vi 6 ikke-signifikante F-verdier. For hele perioden får vi ikke-signifikante F-verdier for alle modellene utenom kapitalverdimodellen. X-faktor modellen har den høyeste p-verdien med 0,178 foran FF3 modellen med 0,148 og meravkastningen til markedet pluss HML med 0,112. for Første delperiode er alle F-verdiene signifikante, men FF3 modellen har den høyeste p-verdien på 0,018. For andre delperiode har igjen alle modellene utenom kapitalverdimodellen ikke- signifikante F-verdier. X-faktor modellen har høyest p-verdi med 0,489 foran meravkastningen til markedet pluss HML med 0,428 og FF3 modellen med 0,373.

10 porteføljer sortert etter D/P

Modell	F-verdi	P-verdi
1951-2010		
CAPM	1,77	0,063
FF3	1,22	0,272
X-faktor	0,99	0,449
(Mkt-rf)+HML	1,15	0,318
1951-1979		
CAPM	1,70	0,080
FF3	1,88	0,047
X-faktor	1,71	0,077
(Mkt-rf)+HML	1,77	0,066
1980-2010		
CAPM	1,00	0,442
FF3	0,67	0,754
X-faktor	0,51	0,884
(Mkt-rf)+HML	0,59	0,821

Tabell 10: Resultater fra GRS-test utført på 10 porteføljer sortert etter dividend to price. Porteføljene baserer seg på aksjer fra NYSE, AMEX og NASDAQ. Ikke-signifikante F-verdier er markert med uthevet skrift.

Kjører vi GRS-testen på 10 porteføljer sortert etter D/P er det kun for FF3 i første delperiode at vi får signifikant F-verdi. For alle andre perioder og modeller har vi ikke-signifikante F-verdier. For hele perioden og for andre delperiode er det X-faktor modellen som får høyest p-verdi med henholdsvis 0,449 og 0,884. Kapitalverdimodellen får høyest verdi for første delperiode med 0,080.

10 porteføljer sortert etter CF/P

Modell	F-verdi	P-verdi
1951-2010		
CAPM	2,93	0,001
FF3	1,05	0,398
X-faktor	1,09	0,365
(Mkt-rf)+HML	1,03	0,417
1951-1979		
CAPM	3,24	0,000
FF3	1,81	0,059
X-faktor	2,07	0,027
(Mkt-rf)+HML	1,83	0,055
1980-2010		
CAPM	0,90	0,532
FF3	0,52	0,874
X-faktor	0,58	0,834
(Mkt-rf)+HML	0,35	0,966

Tabell 11: Resultater fra GRS-test utført på 10 porteføljer sortert etter cash flow to price. Porteføljene baserer seg på aksjer fra NYSE, AMEX og NASDAQ. Ikke-signifikante F-verdier er markert med uthevet skrift.

For 10 porteføljer sortert etter CF/P får vi for hele perioden kun signifikant F-verdi for kapitalverdimodellen. Den høyeste p-verdien for hele perioden er for meravkastningen til markedet pluss HML med 0,417. FF3 modellen får 0,398, mens X-faktor modellen får lavest med 0,365. For første delperiode får kapitalverdimodellen og X-faktor modellen signifikante F-verdier, men X-faktor modellen får mindre signifikant F-verdi enn kapitalverdimodellen som får så lavt som 0,000. FF3 modellen får høyest p-verdi med 0,059 foran meravkastningen til markedet pluss HML med 0,055. For andre delperiode gir alle modellene ikke-signifikante F-verdier. Meravkastningen til markedet pluss HML får høyest p-verdi med 0,966, FF3 modellen får nest høyest med 0,874, X-faktor modellen får 0,834 og kapitalverdien får lavest med 0,532.

10 porteføljer sortert etter B/M

Modell	F-verdi	P-verdi
1951-2010		
CAPM	1,85	0,049
FF3	2,26	0,013
X-faktor	0,60	0,818
(Mkt-rf)+HML	0,86	0,569
1951-1979		
CAPM	2,62	0,005
FF3	1,96	0,037
X-faktor	1,81	0,058
(Mkt-rf)+HML	1,47	0,151
1980-2010		
CAPM	0,86	0,575
FF3	2,02	0,031
X-faktor	0,74	0,689
(Mkt-rf)+HML	0,91	0,520

Tabell 12: Resultater fra GRS-test utført på 10 porteføljer sortert etter verdi. Porteføljene baserer seg på aksjer fra NYSE, AMEX og NASDAQ. Ikke-signifikante F-verdier er markert med uthevet skrift.

GRS-testen utført på 10 porteføljer sortert etter B/M gir ikke-signifikante F-verdier for hele perioden for X-faktor modellen og modellen med meravkastningen til markedet pluss HML. X-faktor modellen får høyest p-verdi med 0,818 framfor 0,569 som modellen med meravkastningen til markedet pluss HML får. For første delperiode er det også modellen med meravkastningen til markedet pluss HML og X-faktor modellen som får ikke-signifikante verdier, men for denne perioden er det meravkastningen til markedet pluss HML som får høyest p-verdi med 0,151 i forhold til X-faktor modellen sin p-verdi på 0,058. For andre delperiode er det kun FF3 modellen som gir signifikant F-verdi. X-faktor modellen får høyest p-verdi med 0,689, mens kapitalverdimodellen får 0,575 og meravkastningen til markedet pluss HML får 0,520.

I tabell 13 har jeg gjort en oppsummering av resultatene. Tabellen viser hvor mange ganger den enkelte modell ga ikke-signifikant F-verdi for de forskjellige tidsperiodene, samt hvor ofte den enkelte modell hadde den høyeste p-verdien i forhold til de andre modellene.

Modell	antall p-verdi > 0,05	antall ganger høyeste p-verdi
1951- 2010		
CAPM	1	0
FF3	3	0
X-faktor	5	5
(Mkt-rf)+HML	5	2
1951-1979		
CAPM	2	1
FF3	2	2
X-faktor	4	1
(Mkt-rf)+HML	4	2
1980-2010		
CAPM	3	0
FF3	3	0
X-faktor	5	4
(Mkt-rf)+HML	5	2
Totalt		
CAPM	6	1
FF3	8	2
X-faktor	14	10
(Mkt-rf)+HML	14	6

Tabell 13: Oppsummering av testresultater. Tabellen viser hvor mange ganger den enkelte modell ga ikke-signifikant F-verdi for de forskjellige tidsperiodene, samt hvor ofte den enkelte modell hadde den høyeste p-verdien i forhold til de andre modellene. Den modellen som tilsammen har flest ikke-signifikante F-verdier og oftest den høyeste p-verdien er markert med uthevet skrift for hver periode.

Vi ser at det er lite som skiller mellom testresultatene for X-faktor modellen og modellen bestående av meravkastningen til markedet pluss HML. For hver av tidsperiodene har de like mange ikke-signifikante F-verdier. Men X-faktor modellen har den høyeste p-verdien ti ganger, mens modellen med meravkastningen til markedet pluss HML har høyest p-verdi seks ganger. X-

faktor modellen får langt bedre testresultater enn Fama-French tre-faktor modellen som har åtte ganger ikke-signifikant F-verdi og bare to ganger den høyeste p-verdien. Kapitalverdimodellen får, som ikke uventet, de dårligste testresultatene med seks ganger signifikant F-verdi og kun én gang den høyeste p-verdien.

Første delperioden har til sammen tolv ikke-signifikante F-verdier. Andre delperiode har til sammen seksten ikke-signifikante F-verdier. Hele perioden under ett har til sammen fjorten ikke-signifikante F-verdier. Det foreligger ikke noen store forskjeller mellom resultatene for de forskjellige tidsperiodene.

Meravkastningen til markedet pluss HML forklarer gjennomsnittlig bedre avkastningene for de gitte porteføljene enn hva Fama-French tre-faktor modellen gjør. Dette gir støtte til teorien om at størrelseseffekten ikke lenger eksisterer, og at SMB og HML muligens egentlig skyldes samme årsak. At to-faktor modellene, X-faktor modellen og modellen bestående av meravkastningen til markedet pluss HML, gir de beste resultatene, forsterker min hypotese om at én enkel faktor kan erstatte både SMB og HML.

7 Konklusjon

Når vi bruker X-faktor modellen til å estimere alfa for 25 porteføljer sortert etter størrelse og verdi basert på aksjer fra NYSE, AMEX og NASDAQ i tidsperioden juli 1951 til desember 2010, får vi kun én signifikant alfaverdi. For samme datasett får kapitalverdimodellen fjorten signifikante alfaverdier, Fama-French modellen får ti signifikante alfaverdier og modellen bestående av meravkastningen til markedet og HML får syv signifikante alfaverdier. Vi ser at signifikante alfaverdier forsvinner ved X-faktor modellen, og den ser derfor ut til å gjøre en bedre jobb i å forklare avkastningen til de 25 porteføljene enn hva de de foregående modellene gjør. Likevel sier dette resultatet oss lite om hvor god modellen egentlig er. Grunnen for dette er at X-faktor er konstruert på bakgrunn av både de samme 25 porteføljene og den samme tidsperioden som den testes på.

Når vi for tidsperiodene 1951-2010, 1951-1979 og 1980-2010 kjører GRS-test for de fire modellene på 25 porteføljer sortert etter størrelse (ME) og bokført verdi i forhold til markedsverdi (B/M), 10 porteføljer sortert etter earnings to price (E/P), 10 porteføljer sortert etter cash flow to price (CF/P), 10 porteføljer sortert etter dividend to price (D/P), 10 porteføljer sortert etter ME og 10 porteføljer sortert etter B/M, viser det seg at X-faktor modellen oftest gjør den beste jobben i å forklare avkastningene til disse porteføljene. På bakgrunn av resultatene som er oppnådd for tidsperiodene 1951-2010, 1951-1979 og 1980-2010 ved bruk av tidsserietester, kan vi konkludere med at X-faktor modellen gjør en bedre jobb enn kapitalverdimodellen, Fama-French tre-faktor modellen og modellen med meravkastningen til markedet og HML, i å estimere gjennomsnittlig avkastning for de nevnte porteføljene.

X-faktor gir støtte til hypotesen om at både SMB og HML har samme årsak og dermed kan erstattes av bare én enkel faktor.

Det er derimot viktig å slå fast at det kun er brukt tidsserietester og tre tidsperioder. Det er et godt stykke arbeid som gjenstår før man kan gi svar på om X-faktor kan erstatte både SMB og HML. Blant annet burde man kjørt forskjellige typer tester som for eksempel tverrsnitt-tester og Fama-MacBeth-tester. Man burde også teste modellene på flere forskjellige delperioder. X-faktor er konstruert på bakgrunn av data fra den samme tidsperioden som den skal testes på. Det kunne

derfor vært gunstig å gjøre en «out of sample-test» hvor man konstruerer X-faktor på bakgrunn av data fra en annen tidsperiode enn perioden den skal testes på.

Jeg vil konkludere med at resultatene i denne oppgaven gir grunn for å tro at X-faktor kan erstatte både SMB og HML, men at en endelig konklusjon må baseres på en grundigere analyse.

8 Litteraturliste

- Ang, A., & Chen, J. (2007). CAPM over the long run: 1926–2001. *Journal of Empirical Finance*, 14(1), 1-40.
- Arnott, R., Hsu, J., Liu, J., & Markowitz, H. (2007). Does noise create the size and value effects? *Manuscript, University of California, San Diego*.
- Arnotta, R., & Hsub, J. (2008). Noise, CAPM and the Size and Value Effects. *Journal of Investment Management*, 6(1), 1-11.
- Banz, R. W. (1981). The relationship between return and market value of common stocks. *Journal of financial economics*, 9(1), 3-18.
- Basu, S. (1977). Investment performance of common stocks in relation to their price-earnings ratios: A test of the efficient market hypothesis. *The Journal of finance*, 32(3), 663-682.
- Berk, J., & DeMarzo, P. M. (2011). *Corporate finance*. Boston: Pearson.
- Black, F. (1998). Beta and return. *Streetwise: the best of the Journal of portfolio management*, 74-87.
- Blume, M. E., & Stambaugh, R. F. (1983). Biases in computed returns: An application to the size effect. *Journal of financial economics*, 12(3), 387-404.
- Bodie, Z., Kane, A., & Marcus, A. J. (2011). *Investments and portfolio management*. New York: McGraw-Hill/Irwin.
- Brown, P., Kleidon, A. W., & Marsh, T. A. (1983). New evidence on the nature of size-related anomalies in stock prices. *Journal of financial economics*, 12(1), 33-56.
- Davis, J. L., Fama, E. F., & French, K. R. (2000). Characteristics, covariances, and average returns: 1929 to 1997. *The Journal of finance*, 55(1), 389-406.
- Drobtz, W., & Seidel, J. (2011). Leverage, beta estimation, and the size effect.
- Fama, E. F., & French, K. R. (1992). The cross-section of expected stock returns. *Journal of Finance*, 47(2), 427-465.
- Fama, E. F., & French, K. R. (1993). Common risk factors in the returns on stocks and bonds. *Journal of financial economics*, 33(1), 3-56.
- Fama, E. F., & French, K. R. (1996). Multifactor explanations of asset pricing anomalies. *Journal of Finance*, 51(1), 55-84.

- Fama, E. F., & French, K. R. (2004). The capital asset pricing model: theory and evidence. *The Journal of Economic Perspectives*, 18(3), 25-46.
- Fama, E. F., & MacBeth, J. D. (1973). Risk, return, and equilibrium: Empirical tests. *The Journal of Political Economy*, 81(3), 607-636.
- Gibbons, M. R., Ross, S. A., & Shanken, J. (1989). A test of the efficiency of a given portfolio. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 57(5), 1121-1152.
- Gujarati, D. N., & Porter, D. C. (2010). *Essentials of econometrics*. Boston: McGraw-Hill.
- Jensen, M. C., & Scholes, M. (1972). The capital asset pricing model: Some empirical tests. *Studies in the theory of capital markets*, 79-121.
- Keim, D. B. (1983). Size-related anomalies and stock return seasonality: Further empirical evidence. *Journal of financial economics*, 12(1), 13-32.
- Lettau, M., & Ludvigson, S. (2000). Resurrecting the (c) capm: A cross-sectional test when risk premia are time-varying.
- Lettau, M., & Ludvigson, S. (2001). Consumption, aggregate wealth, and expected stock returns. *The Journal of finance*, 56(3), 815-849.
- Lintner, J. (1965). The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets. *The review of economics and statistics*, 47(1), 13-37.
- Loughran, T. (1997). Book-to-market across firm size, exchange, and seasonality: Is there an effect? *Journal of financial and quantitative analysis*, 32(3), 249-268.
- Malevergne, Y., & Sornette, D. (2007). A two-factor asset pricing model and the fat tail distribution of firm sizes. *ETH Zurich preprint*.
- Markowitz Harry, M. (1952). Portfolio selection. *Journal of Finance*, 7(1), 77-91.
- Mossin, J. (1966). Equilibrium in a capital asset market. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 34(4), 768-783.
- Reinganum, M. R. (1981). Misspecification of capital asset pricing: Empirical anomalies based on earnings' yields and market values. *Journal of financial economics*, 9(1), 19-46.
- Roll, R. (1977). A critique of the asset pricing theory's tests Part I: On past and potential testability of the theory. *Journal of financial economics*, 4(2), 129-176.
- Rosenberg, B., Reid, K., & Lanstein, R. (1985). Persuasive Evidence of Market Inefficiency. *Journal of Portfolio Management*, 11, 9-17.

- Ross, S. A. (1976). The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing. *Journal of Economic Theory*, 13, 341-360.
- Sharpe, W. F. (1964). Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *The Journal of finance*, 19(3), 425-442.
- Stattman, D. (1980). Book values and stock returns. *The Chicago MBA: A journal of selected papers*, 4, 25-45.
- Studenmund, A. H. (2006). *Using econometrics: a practical guide*. Boston, Mass.: Pearson Education.