

## Terra: Indekssertifikat Råvarer

Gir Terra et realistisk bilde av pris og forventede sannsynligheter for avkastning?

**Nikolai Sivertsen Nilsen**

**Veileder**

Førsteamanuensis Valeri Zakamouline

*Masteroppgaven er gjennomført som ledd i utdanningen ved Universitetet i Agder og er godkjent som del av denne utdanningen. Denne godkjenningen innebærer ikke at universitetet inntår for de metoder som er anvendt og de konklusjoner som er trukket.*

## Forord

Med denne oppgaven markerer jeg slutten på det femårige masterstudiet i økonomi og administrasjon ved Universitetet i Agder. Oppgaven representerer 30 studiepoeng og er en obligatorisk del av studiet.

Siden jeg kjøpte min første aksje på ungdomsskolen har finans vært en stor del av livet mitt og har til tider tatt mye av min tid. Deltidsjobb i firmaer som Nordea, Fearnley Fonds og Sigma Fondsforvaltning har gitt meg mulighet til å bruke den teoretiske kunnskapen fra studiene i praksis.

Arbeidet med masteroppgave har vært slitsomt og til tider meget utfordrende, både mentalt og fysisk. Jeg vil uten tvil dra nytte av erfaringer fra oppgaveskrivingen og den kunnskapen jeg har ervervet i prosessen videre i jobbsammenheng.

Jeg vil benytte anledningen til å takke min veileder, Valeri Zakamouline, for hans tid og tålmodighet i denne prosessen. Takk også for hans evne til å utfordre og veilede meg i veien mot et best mulig sluttresultat. Jeg ønsker også og takke Jo Lindberg i Kragerø Sparebank for tilgang til Terra Markets sine ressurser og kunnskap.

Kristiansand 1.6.2011

---

Nikolai Sivertsen Nilsen

## Sammendrag

I denne oppgaven har jeg analysert Terra sitt produkt “Indekssertifikat Råvarer” som ble solgt til norske kunder i slutten av 2010. Dette er det første strukturerte produktet som ble solgt av Terra etter skandalen i 2007. Hovedmålet med oppgaven har vært å analysere om Terra gir et realistisk bilde av pris og forventede sannsynligheter for avkastning?

Produktet er et strukturert spareprodukt. Et strukturert spareprodukt består som oftest av en nullkupongobligasjon eller bankinnskudd og en opsjonsdel. Produktet jeg analyserer har en noe annen struktur, men stiller med de samme fordelene som strukturerte spareprodukter. Fordelene innebærer; mulighet til å nyte godt av antatt høy forventet avkastning samtidig som man er garantert mot ikke å tape noe eller deler av sparekapitalen. Produktet jeg analyserer har en barriere som sikrer investoren mot en nedgang ned til  $-30\%$ , samtidig får investoren med seg  $90\%$  av en eventuell økning i underliggende indeks.

Faktorer som påvirker pris og avkastning for produktet er risikofri rente, convenience yield, volatilitet og drift. Jeg har i oppgaven kartlagt hvordan en endring i noen av disse variablene vil påvirke pris og avkastning på produktet.

Jeg har funnet ut at prisen til sertifikatet vil i størst grad være avhengig av den convenience yield som blir lagt til grunn. Videre blir avkastning i stor grad påvirket av både volatilitet og drift.

Analysen indikerer at produktet er noe overpriset. Det andre momentet som kommer frem av analysen er at Terra gir et godt og riktig bilde av forventet avkastning i sin salgsbrosjyre for produktet. Det skal nevnes at det ikke foreligger noen informasjon om hva som blir lagt til grunn av inputvariabler, dette er mangelfullt.

## Innholdsfortegnelse

Forord .....	i
Sammendrag .....	ii
1.0 Innledning .....	5
1.1 Introduksjon .....	5
1.2 Problemstilling .....	6
1.3 Oppbygging av oppgaven .....	6
2.0 Sertifikater og klassifisering .....	7
2.1 Generell beskrivelse av sertifikater .....	7
2.2 Sertifikater som selges på børs .....	7
2.3 Sertifikater som selges utenfor børs .....	8
2.4 Utenfor børs vs. på børs .....	9
3.0 Prising av sertifikater .....	11
3.1 Generell opsjonsteori .....	11
3.2 Black-Scholes-modellen .....	15
3.3 Obligasjoner .....	17
3.4 Råvarer og Convenience yield .....	18
3.5 Underliggende aktivums bevegelse .....	19
3.6.1 Stokastisk variabel og stokastiske prosesser .....	20
3.6.2 Risikonøytral verdsettelse (Q-mål) .....	24
3.6.3 Monte Carlo Simulering (MCS) .....	25
4.0 Avkastning til sertifikater .....	28
4.1 P-Mål .....	28
5.0 Verdsettelse Terra Indekssertifikat Råvarer .....	30
5.1 Generell beskrivelse av Indekssertifikat råvarer .....	30
5.2 Kostnadsstruktur: Indekssertifikat Råvarer .....	33
5.3 Råvareindeksen Standard & Poor's Light Energy Index Excess Return .....	33
5.4 Deltakergrad .....	35
5.5 Estimering av parametere til risikonøytral verdsettelse .....	36
5.6 Risikonøytral Verdsettelse .....	39
5.7 Sensitivitetsanalyse av risikonøytral verdsettelse .....	40
5.8 Drøfting av resultatene .....	43
6.0 Analyse av forventet sannsynlighetsfordeling og avkastning .....	44
6.1 Estimering av drift .....	44
6.2 Estimering av forventet avkastning .....	46
6.2 Sensitivitetsanalyse; Avkastning .....	48

6.2 Drøfting av resultat.....	51
7.0 Konklusjon .....	52
7.1 Verdsettelse med sensitivitetsanalyse av “Indekssertifikat Råvarer” .....	52
7.2 Gir estimatene Terra oppgir i sin salgsbrosjyre et realistisk bilde av sannsynligheter for avkastning?.....	53
7.3 Etterspill etter introduksjon av “Indekssertifikat råvarer” .....	54
7.5 Svakheter med analysen og videre utvidelse.....	54
8.0 Litteraturliste .....	55
Vedlegg .....	58
KODE 1: Matlab kode for simulering av verdi.....	59
KODE 2: Matlab kode for simulering av avkastning.....	60
Konstruksjon av opsjons profittfigur (Figur 1) .....	61
Excel-regneark med beregning av deskriptiv statistikk for SPGSCI.....	62
Kunnskapstest ved kjøp av “Indekssertifikat Råvarer” .....	63
Tabell 1 - Sertifikater: Utenfor børs vs. på børs.....	9
Tabell 2 - Verdi til opsjon .....	12
Tabell 3 - Profittfunksjon europeiske opsjoner .....	13
Tabell 4 - Effekt av faktorendring på opsjonspris.....	15
Tabell 5 - Terningkast eksempel .....	20
Tabell 6 - Avkastning Indekssertifikat råvarer.....	32
Tabell 7 - S&P GSCI Light Energy Components Weights (%) (October 20, 2010) .....	34
Tabell 8 - Årsgjennomsnitt for 3- og 5 års norske statsobligasjoner 2010 .....	36
Tabell 9 - Volatilitet SPGSCI (1-, 2-, 3,5-, 10 år og siden 1998) .....	38
Tabell 10 - Inputvariabler “ Base Case” .....	39
Tabell 11 - Verdi ved risikonøytral verdsettelse .....	39
Tabell 12 - Intervall for sensitivitetsanalyse: VERDI.....	40
Tabell 13 - Forventet avkastning for SPGSCI .....	44
Tabell 14 - Årlig historisk avkastning SPGSCI (1-, 2-, 3,5-, 10 år og siden 1998).....	44
Tabell 15 - Forventet avkastning (Base case) .....	46
Tabell 16 - Avkastning, Terra, “Base Case” og med 90 deltakergrad .....	48
Tabell 17 - Intervall for sensitivitetsanalyse: AVKASTNING .....	48
Tabell 18 - Sensitivitetsanalyse med endring i volatilitet til SPGSCI .....	49
Tabell 19 - Sensitivitetsanalyse med endring i drift til SPGSCI.....	50
Figur 1 - Opsjoner og profitt struktur.....	13
Figur 2 - 70 % Konfidensintervall.....	21
Figur 3 - Payoff “Indekssertifikat Råvarer” .....	32
Figur 4 - Effektiv rente statsobligasjon (3-, 5-, 10 år) tilbake til 2. januar 2006 .....	37
Figur 5 - Endring i convenience yield.....	41
Figur 6 - Endring i volatilitet.....	42
Figur 7 - Utvikling SPGSCI 1998-2010.....	45

## 1.0 Innledning

### 1.1 Introduksjon

Mulighet til å nyte godt av antatt høy forventet avkastning samtidig som man er garantert mot ikke å tape noe av sparekapitalen høres forlokkende ut for oss alle. Dette var også formålet med strukturerte spareprodukter da de ble introdusert. Nå noen år senere er ordet strukturerte spareprodukter som et skjellsord å regne.

En analyse gjort av Kredittilsynet (2008) der en gjennomgang av 350 spareprodukter fra perioden 1997-2007 ble analysert, viste at en kunne regne med rundt 3 % årlig avkastning på strukturerte spareprodukter når gebyrer var regnet med. Sett opp mot risikofri rente som var på om lag 5 % i samme periode, virker ikke en investering i et strukturert spareprodukt veldig forlokkende. Mye av kritikken har vært rettet mot kompleksiteten til produktene samt mot et aggressivt salg av lånefinansiering i forbindelse med salg av produktene. Både Fokus<sup>1</sup> bank og DnB Nor<sup>2</sup> har måttet grave dypt i lommene for å tilbakebetale noe av tapet kundene har hatt.

Strukturerte produkter har som nevnt fått mye tyn, men hvordan er de nye produktene som har dukket opp etter at røyken har lagt seg?

Produktet som analyseres i denne oppgaven har ingen grad av lånefinansiering, men inneholder de samme attributtene med mulighet til å nyte godt av høy forventet avkastning samtidig som man er sikret mot nedgang i underliggende, til et visst punkt.

Om sertifikater er et steg frem i evolusjonen eller et skritt tilbake er for tidlig å si, men produktet har spennende egenskaper som er et nytt bidrag til segmentet “strukturerte spareprodukter”.

---

<sup>1</sup> <http://www.vg.no/dinepenger/artikkel.php?artid=10007453>

<sup>2</sup> <http://www.vg.no/dinepenger/artikkel.php?artid=10029007>

## 1.2 Problemstilling

Av introduksjonen blir de konkretiserte problemstillingene jeg ønsker å utfordre som følger:

- 1. Verdsettelse med sensitivitetsanalyse av “Indekssertifikat råvarer”.**
- 2. Gir estimatene Terra oppgir i sin salgsbrosjyre et realistiske bilde av sannsynligheter for avkastning?**

## 1.3 Oppbygging av oppgaven

Opgaven er bygd opp med inndeling i kapitler og underkapitler. Hvert kapittel har et tema som blir gjennomgått i underkapitlene. Oppgaven knyttes til slutt sammen i en konklusjon som oppsummerer problemstillingene fra kapittel 1.2.

Kapittel 2 gir en innføring i klassifisering av sertifikater. En kort gjennomgang av de vanligste sertifikatene som selges på og utenfor børs følger så.

Kapittel 3 tar for seg et teoretisk rammeverk for å kunne komme frem til en teoretisk pris på strukturerte spareprodukter. Kapitlet starter med introduksjon av opsjonsteori. Hvordan Black-Scholes kan brukes til å finne en verdi på opsjoner følger, før jeg videre beskriver obligasjoner. Kapitlet avsluttes med introduksjon av underliggende aktivums bevegelse, Q-mål og Monte Carlo simulering.

Kapittel 4 gir innføring i hvordan sannsynlighetsmålet  $P$  brukes til å estimere forventet avkastning.

Videre gir kapittel 5 og 6 en innføring i produktet “Indekssertifikat Råvarer” der rammeverket fra kapittel 3 og 4 brukes til å estimere teoretisk verdi og forventet avkastning, knyttet til en investering i produktet. Estimering av inputparametere er også en del av det som behandles i kapittel 5 og 6.

Opgaven oppsummeres i kapittel 7 der konklusjon og drøfting rundt problemstillingene fra innledningen gjennomgås i lys av oppnådde resultater. Ved å peke på hvilke svakheter som eksisterer og forslag til videre arbeid avslutter jeg oppgaven.

## 2.0 Certifikater og klassifisering

I denne delen vil jeg gå dypere inn på certifikater og hvordan de klassifiseres, hvordan de selges og hvilke forskjeller det er på certifikater som selges på og utenfor børs. Certifikater er en form for et strukturert spareprodukt. Teorien som blir gjennomgått i dette kapitlet om certifikater er hentet fra NYSE Euronext (2008).

### 2.1 Generell beskrivelse av certifikater

Siden 2000 har det vokst frem et variert og mangfoldig utvalg av investeringsalternativer for private investorer. Markeder som tidligere var utelukkende for institusjonelle investorer har i dag blitt åpnet som følge av inntoget til produkter som warrants, Exchange Traded Notes (ETN), Exchange Traded Funds (ETF) og certifikater.

Certifikater har lovlig oppbygning som et komplekst gjelds instrument og selges både på og utenfor børs. Strukturen består av en nullkupong obligasjon og derivater av forskjellig art.

Certifikater som selges på børs har ofte navn som:

- Indeks-
- Short-
- Turbo-

Av de certifikatene som selges utenfor børs er de vanligste:

- Kapital beskyttede-
- Barriere-
- Kupong-

I neste del vil jeg dypere forklare overnevnte certifikater.

### 2.2 Certifikater som selges på børs

Ved etablering utsteder finansinstitusjonen et verdipapir som registreres på børsen. Dette papiret handles da til markedspris. Certifikatene som noteres har da ofte en lang forfallsdato, i noen tilfeller opp mot 50 år. Noen av de mest vanlige certifikatene som selges på børs er indeks-, short- og turbo certifikater og jeg vil nå gi en kort og konsis innføring i hvordan disse certifikatene fungerer.



## **1. Indeks sertifikater**

Indeks sertifikater er et investeringsinstrument som følger et underliggende aktivum. Dette aktivum er i de fleste tilfeller en indeks, sektor eller råvare. Investorer i dette produktet har muligheter til å ta del i markedet som tidligere ikke var mulig, grunnet høy inngangsbillett. Med indekssertifikater kan investoren ta del i et marked til en brøkdel av prisen. Produktet speiler bevegelsene til underliggende og en investering i et slikt produkt er det samme som å kjøpe underliggende.

## **2. Short sertifikater**

Short sertifikater gir samme avkastningsprofil som shorthandel, det vil si salg av aksjer man ikke eier i håp om at kursene skal falle, slik at aksjene kan kjøpes tilbake billigere. Verdien på short sertifikatene er direkte knyttet til utviklingen i en referanseindeks. Jo mer indeksen faller, desto mer verdt blir short sertifikatene, noen av sertifikatene har i tillegg en giring effekt. Short sertifikatene kan selges på børs hvis man ønsker å realisere gevinster underveis i løpetiden, noe som er meget vanlig. Slike sertifikater kan også brukes til å sikre en aksjeportefølje mot fallende kurser på samme måte som salgsopsjon.

## **3. Turbo sertifikater**

Likheten mellom indeks- og turbo sertifikater er stor. Forskjellen ligger i at turbo sertifikater har et giring element som gjør at potensiell gevinst og tap blir høyere. Typisk giring er to ganger underliggende aktivum, men det finnes også turbo sertifikater med en enda høyere giring. Turbo sertifikater selges både som long- eller short sertifikater, mer om dette følger i kapittel 3.1

### **2.3 Sertifikater som selges utenfor børs**

Ved etablering av sertifikater utenfor børsystemet etableres disse som oftest ved at utsteder foretar en emisjon. Videre kan disse handles i annenhåndsmarked. I motsetning til sertifikater notert på børs har disse sertifikatene et markant lavere volum og omsetning. Typiske sertifikater utstedt av en finansinstitusjon har ofte en mer kompleks struktur hvor elementer av kapitalbeskyttelse, barriere eller kupong er å finne.

Sertifikater som selges utenfor børs i Norge har ofte en større utenlandsk finansinstitusjon som utsteder. Den tyske storbanken Commerzbank AG er utsteder av Terra Markets sitt produkt "Indekssertifikat Råvarer" som jeg senere skal analysere.

Noen av de vanligste sertifikatene som selges utenfor børs er som tidligere nevnt: kapitalbeskyttede-, barriere- og kupongs sertifikater. Videre følger en innføring i hvordan disse sertifikatene fungerer.

### 1. Kapitalbeskyttede sertifikater

Produktet gir investoren mulighet til å sikre seg mot nedgang i et marked og samtidig ha mulighet til å få med seg en mulig oppgang i underliggende aktivum. Kapitalbeskyttede sertifikater er en mer defensiv strategi som kan minne om strategi i kjøps- eller salgsopsjoner pluss underliggende.

### 2. Barrieresertifikater

Disse sertifikatene gir investorer tilgang til avkastning hvis underliggende aktivum stiger. Skulle underliggende falle har investoren beskyttet seg mot en nedgang ned til et visst nivå, en nedre barriere. Investoren vil da kun tape penger om underliggende skulle falle under nedre barriere. Barrieresertifikater kan også være bygd opp med en øvre barriere som underliggende må krysse for at investoren skal få gevinst.

### 3. Kupongsertifikater

Sertifikatene er koblet til utviklingen til et underliggende aktivum. Et slikt sertifikat kan inneholde elementer som kapitalbeskyttelse eller barriere. Utbetaling vil bli vurdert hvert år ut ifra hvordan underliggende har utviklet seg fra år til år.

## 2.4 Utenfor børs vs. på børs

Som nevnt ovenfor er det noen viktige forskjeller som skiller sertifikater på og utenfor børs. Disse forskjellene er oppsummert i tabellen under:

Tabell 1 - Sertifikater: Utenfor børs vs. på børs

	På børs	Utenfor børs
Volum	Høyt	Lavt
Kompleksitet	Lav	Høy
Tid til forfall	Lang	Kort
Etablering	Notering	Emisjon
Utsteder	1. Part	2. Parter

Sertifikater som noteres på en børs vil ha et høyere volum enn sertifikater som er notert utenfor børs. Dette fordi mulighetene for daglig handel er større for sertifikater notert på børs. Mulighet for høyere grad av kompleksitet gjør sertifikater utenfor børs til et mer avansert produkt enn sertifikater som selges på børs. Tid til forfall opp mot 50 år på sertifikater notert på børs er ikke uvanlig mens sertifikater utenfor børs ofte har en tid til forfall på mellom 1-5 år. Som nevnt vil sertifikater som noteres på børs bli notert, mens sertifikater som selges utenfor børs vil ha en struktur som en emisjon med et fast antall sertifikater. Ved etablering av et sertifikat utenfor børs, er det ofte en stor bank som har spesialisert seg på slike produkter som er den virkelige utstederen. Sertifikatene selges da av en 2. part i de respektive landene. Det kan også forekomme at en finansinstitusjon tar kontakt med en storbank for å konstruere produkter passende for finansinstitusjonens hjemmemarked.

### 3.0 Prising av sertifikater

Sertifikater er som tidligere nevnt et strukturert spareprodukt og det er ved hjelp av ulike derivater og obligasjoner at strukturerte spareprodukter blir konstruert. Jeg vil i denne delen beskrive de mest elementære byggeklossene som brukes til å konstruere strukturerte spareprodukter. Hoveddelen vil bestå av en innføring i opsjoner og obligasjoner. Videre følger en innføring i convenience yield. Kapittelet avsluttes med introduksjon av Q-målet og hvordan man kan estimere underliggende aktivums bevegelse ved bruk av Monte Carlo simulering.

#### 3.1 Generell opsjonsteori

Gjennomgangen som følger er i stor grad hentet fra Hull (2006) samt Haug (2006).

Opsjoner er et av de mest grunnleggende finansielle instrumenter og fremstår ofte som en byggekloss for mange andre derivater. Derivater er definert som et finansielt instrument hvis verdi er avhengig av andre, mer grunnleggende underliggende variabler. Det finnes i hovedsak to typer opsjoner:

- Kjøpsopsjon (Call)
- Salgsopsjon (Put)

Opsjonene over er kjent som “Plain Vanilla opsjoner”. Holderen av en kjøpsopsjon har en rett men ikke en plikt til å kjøpe underliggende aktivum til en gitt pris, satt på forhånd. Dette betyr altså at en kjøpsopsjon er et veddemål på at underliggende aktivum skal stige i verdi, i opsjonens løpetid. En salgsopsjon er en rett til å selge underliggende aktivum til en gitt pris, satt på forhånd. Dette er da altså et veddemål på at underliggende aktivum skal synke i verdi i, opsjonens løpetid.

Opsjoner har mange bruksområder både som sikring mot svingninger, men også som et rent spekulasjons instrument. I opsjonsteori brukes  $S_T$  som prisen på underliggende ( $S$ ) til tid ( $T$ ). Utøvelsespris noteres som  $K$ . Verdien til en opsjon vil da avhenge av hvordan verdien til underliggende  $S_T$  er i forhold til utøvelsespris  $K$ . Følgende tabell oppsummerer struktur på verdi for opsjoner:

Tabell 2 - Verdi til opsjon

Eksponering	Put	Put verdi	Call	Call Verdi
$S_T < K$	"In-the-money"	Real- + Tidsverdi	"Out-of-the-money"	Tidsverdi
$S_T > K$	"Out-of-the-money"	Tidsverdi	"In-the-money"	Real- + Tidsverdi
$S_T = K$	"At-the-money"	Tidsverdi	"At-the-money"	Tidsverdi

Ved å holde en salgsoptjon vil altså en investor tjene penger på å utøve en salgsoptjon der underliggende  $S_T$  har en lavere verdi enn utøvelsespris  $K$ . Skulle pris på underliggende være høyere enn utøvelsespris, vil optjonen forfalle uten verdi. Det samme vil være tilfelle hvis pris på underliggende og utøvelsespris er lik. Det motsatte vil være gjeldende for en kjøpsopptjon. Man kan dele verdien i en optjon i to deler:

- **Realverdi:** Representerer verdien en optjon har ved å innløse den på det daværende stadium.
- **Tidsverdi:** Representerer verdien av ikke å løse optjonen inn. Verdien for en optjon vil være høyere jo lenger tid det er til optjonens forfallsdato.

Sammenhengen er vist i (3-1) under:

$$\text{Opsjonsverdi} = \text{Realverdi} + \text{Tidsverdi} \quad (3-1)$$

Optjoner som er "in-the-money" vil ha både real- og tidsverdi, mens optjoner som enten er "out-of-the-money" eller "at-the-money" kun vil ha en tidsverdi.

Optjoner kan videre deles inn i amerikanske og europeiske optjoner. Forskjellen på disse er at amerikanske optjoner kan realiseres når som helst i optjonens løpetid, mens europeiske optjoner kun kan realiseres ved forfall.

En europeisk salgsoptjon har en payoff lik  $\max[K - S_T, 0]$  mens en amerikansk salgsoptjon har en payoff lik  $\max[K - S_t, 0]$ . Forskjellen på disse er altså tidsleddet. Min videre analyse vil ha hovedfokus på europeiske optjoner og det er disse som videre vil bli beskrevet.

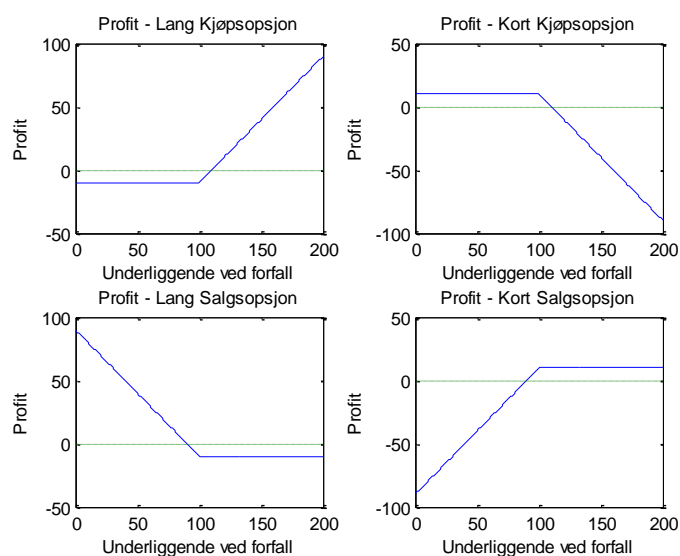
Profittfunksjonen til europeiske optjoner oppsummeres i tabellen under:

Tabell 3 - Profittfunksjon europeiske opsjoner

Type	Profittfunksjon
Lang kjøpsopsjon	$\max[S_T - K, 0] - C$
Kort kjøpsopsjon	$C - \max[S_T - K, 0]$
Lang salgsopsjon	$\max[K - S_T, 0] - P$
Kort salgsopsjon	$P - \max[K - S_T, 0]$

Som tabell er 3 viser er det altså mulig å kjøpe (lang) eller skrive (kort) en opsjon. Når en investor kjøper en opsjon må investoren betale en opsjonspremie. Når en investor skriver en opsjon mottar investoren opsjonspremien isteden. Forskjellen mellom en kort kjøpsopsjon og en lang salgsopsjon er at investoren som har en lang salgsopsjon har mulighet til å velge om opsjonen skal innløses eller ikke, denne muligheten har ikke investoren som har en kort kjøpsopsjon. Begge opsjonene er et veddemål på at underliggende aktivum skal synke i verdi. Investoren som holder en kort kjøpsopsjon sitter med en høyere risiko enn investoren som holder en lang salgsopsjon.

Figur 1 - Opsjoner og profitt struktur



Figur 1 er en grafisk beskrivelse av tabell 3 for hvordan profitt ser ut for de respektive opsjonene. Horisontal-akse (x-aksen) representerer verdi på underliggende og vertikal-akse (y-aksen) representerer profitt. Den stiplete linjen representerer ingen profitt og den sammenhengende linjen profitten. Det er verdt å merke seg at det finnes utallige typer kjøps- og salgsopsjoner, men det er disse som er de mest elementære.

## Faktorer som påvirker prisen til en opsjon

I dette avsnittet gir jeg en overflatisk oversikt over hvilke parametere som påvirker verdien til en opsjon. Disse er i all hovedsak:

1. Nåverdi på underliggende og utøvelsespris
2. Tid til forfall
3. Volatilitet til underliggende
4. Risikofri rente
5. Dividende

Jeg vil videre beskrive hvordan en endring i en av de fem parameterne vil påvirke prisen på en opsjon. Endringen som blir sett på er etter “*ceteris paribus*” (cet.par) prinsippet, altså en endring som blir gjort mens alt annet holdes konstant. Prinsippet er et mye brukt hjelpemiddel for å forenkle virkeligheten, slik at man kan konsentrere seg om sammenhengen man ønsker å undersøke. Jeg vil komme mer tilbake til dette i sensitivitetsanalysen som senere vil bli gjennomført i kapittel 5 og 6.

**1. Nåværende pris på underliggende  $S_0$  samt utøvelsespris  $K$ :** Siden kontraktsprisen er gitt på forhånd vil endring i pris på underliggende aktivum føre til en endring i verdien på en opsjon. En økning i pris på underliggende vil føre til at en kjøpsopsjon blir dyrere og en salgsopsjon blir billigere.

**2. Tid til forfall  $T - t$ :** Generelt kan man si at jo lenger tid det er til forfall, desto høyere er opsjonsverdien. Men dette er ikke alltid tilfellet. I et tilfelle der en underliggende aksje skal gi utbytte, vil verdien på en opsjon hvor utbytte blir gitt ha en lavere verdi enn ved en opsjon som har forfall før utbytte blir gitt.

**3. Volatilitet til underliggende  $\sigma$ :** En økt volatilitet vil føre til at både kjøps- og salgsopsjon blir dyrere. Dette av den grunn at økt volatilitet gir muligheter for både mer ekstreme positive og negative verdier.

**4. Risikofri rente  $r$ :** Økning i risikofri rente vil føre til at investorer krever større avkastning på sine investeringer. Et annet moment er at økt risikofri rente vil gi økt diskontering av nåverdien til opsjonsholderens fremtidige kontantstrøm. Renteendring vil i de fleste tilfeller føre til økt verdi på en kjøpsopsjon og en lavere verdi på en salgsopsjon.

**5. Dividende i opsjonens løpetid  $\delta$ :** Avkastning knyttet til investering i aksjer gis i form av verdistigning og dividende. Kontant utbetaling av dividende påvirker opsjonspris gjennom effekten dividende har på underliggende. En kjøpsopsjon vil da i teorien være negativt korrelert med størrelsen på forventet dividende og en salgsopsjon vil i teorien være positivt korrelert med størrelsen på forventet dividendeutbetaling.

Tabell 4 oppsummerer hvordan en positiv endring i de ulike variablene vil påvirke prisen til en opsjon under Black-Scholes modellen med dividende:

Tabell 4 - Effekt av faktorendring på opsjonspris

Faktor	Kjøpsopsjon	Salgsopsjon
Nåværende pris	+	-
Utøvelsespris	-	+
Tid til forfall	+	-
Volatilitet	+	+
Risikofri rente	+	-
Dividende	-	+

Videre følger en innføring i hvordan opsjoner kan prises etter Black-Scholes-modellen.

### 3.2 Black-Scholes-modellen

Rammeverket for prising av opsjoner er i de fleste tilfeller Black-Scholes modellen som ble publisert av Fisher Black og Myron Scholes i artikkelen “*The Pricing of Options and Corporate Liabilities*” (1973). Artikkelen tar for seg en aksje som ikke betalte dividende. Modellen har i årenes løp blitt utvidet til også å gjelde både på dividendebetalende aksjer, valuta eller andre underliggende aktivum.

Black-Scholes-modellen bygger på følgende antagelser:

- 1. Risikofri rente og volatilitet er konstant i opsjonens løpetid**
- 2. Rente ved enten lån eller banksparing er lik risikofri rente**
- 3. Underliggende aktivum følger en log-normal prosess der endringer skjer kontinuerlig**
- 4. Det foreligger verken transaksjons- eller skattekostnader**

Prisingsformel for kjøps- og salgsopsjoner med et underliggende aktivum som betaler utbytte blir etter Black-Scholes lik:



$$\text{Kjøpsopsjon: } C = S_0 e^{-\delta(T-t)} N(d_1) - K e^{-r(T-t)} N(d_2) \quad (3-2)$$

$$\text{Salgsopsjon: } P = K_0 e^{-rT} N(-d_2) - S_0 e^{-\delta T} N(-d_1)$$

Sannsynlighetsfordelingene  $d_1$  og  $d_2$  regnes ut etter følgende formel:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r - \delta + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

Definisjon:

C: Teoretisk pris på kjøpsopsjon

P: Teoretisk pris på salgsopsjon

T: Tid til forfall

K: Kontraktspris

r: Risikofri rente

$\delta$ : Dividenderate

$\sigma$ : Volatilitet til underliggende

$N(d_{1,2})$  er sannsynligheten for at en standard normalfordelt variabel vil være mindre enn  $d_{1,2}$ .

Hvis aksjekursen stiger, går  $N(d_{1,2})$  mot én. Dette vil øke verdien på en kjøpsopsjon.

Utregningen av den kumulative normalfordelingen kan gjøres etter følgende funksjon:

$$N(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz \quad (3-3)$$

En meget viktig sammenheng i forbindelse med Black-Scholes er “put-call-paritet”.

Bakgrunnen for sammenhengen dukker opp når ulike finansielle instrumenter blir satt sammen. Pariteten blir her illustrert i lys av Black-Scholes-modellen, som gir følgende sammenheng:

$$P(S, t) = K e^{-r(T-t)} - S + \left( S N(d_1) - K e^{-r(T-t)} N(d_2) \right) = K e^{-r(T-t)} - S + C(S, t) \quad (3-4)$$

Sammenhengen (3-4) finnes i flere ulike versjoner hvor opsjoner sammenliknes med blant annet:

- Forwardkontrakter
- Aksjer
- Obligasjoner

Sammenhengen vil alltid være den samme. Dette innebærer altså at verdien på for eksempel en kjøpsopsjon og kontanter har lik verdi som en salgsopsjon og en investering i underliggende. For at det ikke skal eksistere arbitrasjemuligheter må altså denne sammenhengen holde for alle mulige kombinasjoner.

### 3.3 Obligasjoner

Videre følger en innføring i obligasjonsteori, hvor teorien baserer seg på Bodie et. al (2008).

Både offentlige og private aktører er typiske utstedere av obligasjoner. Dette fordi det er en enkel måte å låne store beløper. En obligasjon er da altså et rentebærende gjeldsbrev som forteller at utsteder (låntaker) skylder holder av obligasjonen penger. Alle obligasjoner har en forhåndsbestemt kupong og det er i hovedsak to typer obligasjoner:

**1. Nullkupong obligasjon:** Obligasjoner som selges til en lavere verdi enn hovedstolen.

Denne obligasjonen har ingen kupongbetalinger i obligasjonens løpetid, men betaler hele hovedstolen tilbake ved forfall.

**2. Kupongbærende obligasjon:** Disse obligasjonene betaler en kupongbetaling per år.

Kupongen representerer en prosent av hele kupongen. Ved obligasjonens forfall betales siste kupong og hovedstolen.

Den store forskjellen mellom de to typene er altså at nullkupong betaler hovedstolen ved obligasjonens forfall, mens kupongbærende obligasjoner vil ha en årlig kupong i tillegg til hovedstolen. Dette betyr ikke nødvendigvis at nullkupong er mindre verdt, obligasjonen kan være konstruert slik at den årlige avkastningen blir lik.

Obligasjoner prises etter risikofri rente, pluss påslag for kreditt- likviditets- og tidsrisiko. Man regner som regel statsobligasjoner som de sikreste obligasjonene, men på bakgrunn av gjeldskrisen flere land har havnet i, er ikke dette lenger like gitt<sup>3</sup>.

---

<sup>3</sup> <http://e24.no/makro-og-politikk/ville-ikke-tatt-oljefondets-greske-veddemaal/3803939>

Obligasjoner er sammen med opsjoner som oftest en del av et strukturert produkt. Obligasjonene er da en nullkupongsobligasjon som er til for å garantere for noe av innskuddet. Prisen ( $P_0$ ) til en nullkupong obligasjon regnes etter følgende formel:

$$P_0 = \frac{P\text{ålydende}}{(1 + r)^T} \quad (3-5)$$

Her representerer  $r$  diskret rente og  $T$  representerer tid. Formel (3-5) er gitt på diskret form, som betyr at man tar høyde for at renten kan endre seg i opsjonens løpetid. Hvis vi har en kontinuerlig rente kan vi bruke formelen (3-6) gitt under:

$$P_0 = e^{-kT} * P\text{ålydende} \quad (3-6)$$

Definisjon:

$e$  Eulers konstant (konstanten 2,718,,)

$k$  Kontinuerlig rente

$T$  Tid

(3-6) brukes også som formel for neddiskontering av en kontantstrøm.

### 3.4 Råvarer og Convenience yield

En av fordelene ved å eie aksjer er dividende, men råvarer betaler ikke ut dividende på samme måte som aksjer. Råvarer kan eies enten som en terminkontrakt eller at man fysisk eier råvaren. Alle som eier inventar har valget mellom konsum i dag kontra investering for fremtiden. En rasjonell investor vil velge det resultatet som er best. Det foreligger altså en fordel ved å eie en råvare fysisk fremfor å eie en terminkontrakt på råvarer. Denne eierfordelen kalles for convenience yield. Det finnes dog en ulempe ved fysisk å eie en råvare; lagringskostanden. Dette gir følgende eierfordel:

$$\delta = \text{Convenience yield} - \text{Lagringskostnad} \quad (3-7)$$

Det finnes også råvarer som ikke kan lagres. Kraftmarkedet er et marked som skiller seg fra andre råvaremarkeder med at produksjonen er ujevn og det er vanskelig å lagre elektrisitet. Dette gjør at sammenhengen fra (3-7) blir mer komplisert for råvarer som ikke kan lagres.

Sammenheng mellom råvaretermin pris og spottpriis er gitt i (3-8):

$$F(t, T) = S_t e^{(r-\delta)(T-t)} \quad (3-8)$$

Definisjon:

$F(t, T)$  Forwardpris

$S_t$  Spottpriis

$\delta$  Differansen fra funksjon (3-7)

$(T - t)$  Tid til forfall

Sammenhengen i (3-8) kan brukes til å regne ut verdien på eierfordelen. Verdien på  $\delta$  blir av Henker og Milonas (2001) estimert til å være 2,5 % for oljefutures i perioden 1991-95.

Henker og Milonas (2001) beskriver også at verdien på eierfordelen er preget av høy volatilitet som følge av ubalanse i tilbud og etterspørsel. Convenience yield kan både ha en positiv eller negativ verdi avhengig av forskjell i eierfordelene fra (3-7).

### 3.5 Underliggende aktivums bevegelse

For å kunne prise en opsjon er det nødvendig å ha en modell for prisutvikling til underliggende aktivum. Å finne en eksakt verdi på underliggende ved forfall sier seg selv å være umulig, men ved hjelp av modeller er det mulig å kunne simulere underliggende ved forfall. Underliggende blir i denne oppgaven notert som:  $S_T$ . Verdien til  $S_T$  kan i teorien være alle tall mellom null og uendelig.

I modeller hvor underliggende aktivum er en stokastisk variabel og følger en stokastisk prosess, vil det være mulig å gjøre gode simuleringer på verdi til underliggende. Videre følger en kort innføring i stokastiske variabler og prosesser.

### 3.6.1 Stokastisk variabel og stokastiske prosesser

Teorien som følger er hentet fra Ubøe & Jørgensen (2008) samt Hull (2006) når ikke annet er nevnt.

#### Stokastisk variabel

En stokastisk variabel knytter et tall eller sannsynlighet til ethvert utfall i et tilfeldig eksperiment. Dette sier at en stokastisk variabel er en måte å håndtere en variabel hvis presise verdi er ukjent, men hvor det er mulig å beskrive sannsynligheten for dens mulige verdi.

Et godt eksempel kan være et terningkast. Utfallet av et terningkast er ikke kjent på forhånd men vi kan med trygget si at hvert utfall [tallene 1-6] har en sannsynlighet lik 1/6. Man kan beskrive denne variabelen stokastisk som vist i tabellen under:

Tabell 5 - Terningkast eksempel

Antall øyne på terning og sannsynlighet						
Utfallsrom: $x$	1	2	3	4	5	6
$P(X=x)$	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

Den stokastiske variabelen er betegnet som  $X$  og er i dette tilfelle lik 1/6 for alle utfall.

En stokastisk variabel kan enten være diskret eller kontinuert. En diskret stokastisk variabel har et endelig antall verdier for utfallsrommet som terning eksempel viser. En kontinuert variabel vil ikke ha noe endelig utfallsrom.

#### Sannsynlighetsfordeling

En sannsynlighetsfordeling brukes til å tildele en sannsynlighet til hvert intervall  $[a, b]$  av alle mulige reelle tall, slik at forutsetningene for den aktuelle fordelingen er ivaretatt. Alle stokastiske variabler har en sannsynlighetsfordeling som inneholder den essensielle informasjonen om denne variabelen. Gitt at  $X$  er en stokastisk variabel vil sannsynlighetsfordelingen til  $X$  være  $P[a < x < b]$  til intervallet  $[a, b]$ . Dette er da sannsynligheten for at  $X$  har en verdi i dette intervallet. Sannsynligheten til variabelen  $X$  kan entydig beskrives av den kumulative fordelingsfunksjonen:

$$F(x) = P[X < x] \quad (3-9)$$

Verdien til fordelingsfunksjonen (3-9) vil være i området 0 til 1, hvor 0 representerer ingen sannsynlighet og 1 helt sikker sannsynlighet. Den deriverte av (3-9) kalles sannsynlighetstettheten til  $X$ . Vi kan skille dette i kontinuerlig og diskret sannsynlighetsfordeling. Kontinuerlig sannsynlighetsfordeling har kontinuerlig sumfunksjon, som vist ved (3-10):

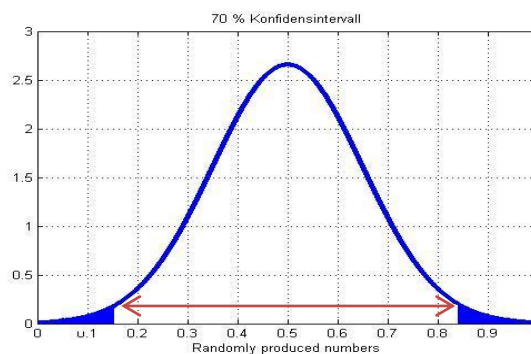
$$P(a \leq x \leq b) = \int_a^b f(x) dx \quad (3-10)$$

I (3-10) representerer  $f(x)$  tetthetsfunksjonen. Hvis sumfunksjonen består av en rekke endelige sprang, kalles fordelingen diskret. Dette betyr at variabelen  $X$  er en diskret stokastisk variabel og man bare kan anta at verdien fra et endelig, høyst nummerert bart sett, som vist ved (3-11):

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{x_i \leq x} p(x_i) \quad (3-11)$$

I (3-11) representerer  $p(x_i)$  sannsynligheten for ethvert utfall. Ønsker man å finne 70 % konfidensintervall for hele sannsynlighetsfordelingen til en prosess finner man alle utfall fra 15 % til 85 %. Da forkaster man verdier som enten er under eller over grensene. Grafisk vist i figur 2:

**Figur 2 - 70 % Konfidensintervall**



Vi kan med dette si at utfallet med 70 % sannsynlighet er mellom grensepunktene  $a = 15 \%$  og  $b = 85 \%$ . Figur 1 viser tetthetsfunksjonen til en standard normalfordeling.

Tetthetsfunksjonen for en standard normalfordeling er definert ved (3-3) tidligere i oppgaven.

## Stokastisk prosess

En stokastisk prosess kan defineres som en variabel, hvis verdi over tid er stokastisk bestemt. Den stokastiske prosessen kan enten være diskret eller kontinuerlig avhenging av om verdien skifter på bestemte tidspunkter (diskret) eller hele tiden (kontinuerlig). Man antar som oftest at en aksje følger en Markov-prosess, som kun antar dagens verdi på aksjen som relevant for å forutse fremtidig aksjekurs.

## Wienerprosess

Wienerprosessen er selve hjørnesteinene ved simulering av aksjekurser. Denne prosessen er en spesiell type Markov stokastisk prosess som betyr at all relevant informasjon for prosessens videre utvikling er gitt ved dagens aktuelle verdi.

Det stokastiske leddet som anvendes for en Wienerprosess er beskrevet ved de to essensielle egenskapene som følger:

1. I en kort periode ( $\Delta t$ ), vil endringen i  $\Delta z$  være gitt ved  $\Delta z = \varepsilon * \sqrt{\Delta t}$  hvor  $\varepsilon \sim N(0,1)$
2. Verdien  $\Delta z$  vil være uavhengig for to tidsintervall, som ikke overlapper hverandre.

En generalisert Wienerprosess for variabelen  $x$  kan defineres som:

$$dx = a dt + b dz, \text{ hvor } a \text{ og } b \text{ er konstanter} \quad (3-12)$$

I (3-12) representerer  $a dt$  den forventede drift raten med størrelse  $a$  per tidsenhet. Det andre leddet i likningen er et støyledd i prosessen som gjør at prosessen ikke blir en rett linje med en gitt driftsrate. Ved å ta integralet til den første delen av likningen med hensyn på tid får vi likningen for en rett linje som vist under:

$$x = x_0 + at \quad (3-13)$$

Hvor  $x_0$  er verdien til  $x$  ved start og  $at$  stigningsfaktoren til linjen.  $b dz$  leddet i likning (3-12) er variabelen som oppleves som selve Wienerprosessen. Det er da størrelsen på faktor  $b$  som avgjør størrelsen på støyen. En generell Wienerprosess der  $b$  defineres som volatiliteten til prosessen og  $\Delta x$  defineres som et kort tidsintervall vil prosessen være gitt som vist i likning (3-14):

$$\Delta x = a\Delta t + b\epsilon\sqrt{\Delta t} \quad (3-14)$$

Hvor  $\epsilon$  er et tilfeldig tall trukket fra standard normalfordelingen og de ulike verdiene av  $\Delta x$  vil ha en normalfordeling med gjennomsnitt lik  $a\Delta t$ , varians lik  $b^2\Delta t$  og standardavvik lik  $b\sqrt{\Delta t}$ . I (3-14) forutsettes det at varians og standardavvik er konstant. Dette stemmer ikke med virkeligheten.

Selv om det er fristende å si at en aksje følger en generalisert Wienerprosess med konstant drift og varians, går ikke dette. Problemet til modellen er at den ikke stemmer med virkeligheten. Derfor vil forventet avkastning være lik uansett om en aksje står i 10 eller 50 kroner. Av denne grunn må vi skrive om den generaliserte wienerprosessen. Dette gjøres ved å bytte ut den konstante forventede drift raten med en konstant forventet avkastning. Dette gir følgende antakelse:

Forventet endring i aksjeprisen  $S$  for et kort tidsintervall  $\Delta t$  og når  $\Delta t$  går mot 0 og følger sammenhengen:

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz \quad (3-15)$$

Eller:

$$\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma dz \quad (3-16)$$

Hvor (3-15) er dividert på begge sider med  $S$  for å vise prosentvis endring.

Formel (3-16) er kjent som geometrisk Brownsk bevegelse. Geometrisk Brownsk bevegelse er en kontinuerlig stokastisk prosess hvor egenskapene til endring er normalfordelt med gjennomsnitt lik null og varians lik lengden til tidsperioden (Back, 2005).

Formelen er veldig mye brukt i modellering av aksjekurs, da den tar hensyn til at investoren vil kreve lik avkastning uavhengig om hvorvidt en aksje er verdt 5 eller 50 kroner, siden avkastning blir veid i prosent og derfor er konstant.



Når en investor kjøper en opsjon vil investoren være veldig interessert i å finne hvilken potensiell avkastning som kan oppnås ved investeringen. For å kunne finne forventet avkastning er investoren avhengig av å kunne simulere på underliggende ved forfall. Til å gjøre dette legger jeg da videre til grunn antakelsen om at underliggende følger en geometrisk Brownsk bevegelse.

Ved å ta i bruk Itos Lemma, gitt av Kiyoshi, Ito (1951) kan vi finne løsningen til (3-15) på diskret form. Likningen blir da som følger:

$$S_{t+\Delta t} = S_t e^{\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)\Delta t + \sigma\epsilon\sqrt{\Delta t}} \quad (3-17)$$

Likning (3-17) danner grunnlaget for simulering av ulike stier for aksjeprisen i Monte Carlo simulering som jeg vil komme tilbake til senere i dette kapittelet.

### 3.6.2 Risikonøytral verdsettelse (Q-mål)

Risikonøytral verdsettelse er et av de viktigste verktøyene som finnes i analyse av derivater. Bakgrunnen for risikonøytral verdsettelse kommer fra en av nøkkelegenskapene ved Black-Scholes differensiallikning. Denne egenskapen er at likningen ikke inneholder variabler som blir påvirket av risikopreferansen til investoren. Black-Scholes differensiallikning er gjengitt under:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + rS \frac{\partial f}{\partial S} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} = rf \quad (3-18)$$

Ingen av variablene i modellen blir påvirket av risikopreferansen til investoren. Dette gjør at vi kan anta at investoren er risikonøytral. Denne antakelsen gjør at alle aktiva vil ha risikofri rente som forventet avkastning. Det vil altså ikke være noen ekstra premie for risiko.

Nåverdien av ulike kontantstrømmer kan da neddiskonteres med risikofri rente. Ser vi for oss et derivat som gir en utbetaling en gang, kan denne prises med følgende steg:

- 1. Forventet avkastning til underliggende er risikofri rente**
- 2. Beregne forventet utbetaling ved forfall**
- 3. Diskonter forventet utbetaling med risikofri rente**

Når vi går fra en risikonøytral verden til en verden der investorer er risikoavers skjer det to ting. Både forventet vekstrate og diskonteringsrate endres. Endringen skjer alltid på en slik måte at de to endringene utligner hverandre. Ved å skrive om (3-16) introdusert tidligere, kan man unngå det subjektive sannsynlighetsmålet  $P$  og kan heller bruke det ekvivalente sannsynlighetsmålet  $Q$  (Øksendal, 2003), resultatet av omskrivningen er vist under:

$$d\tilde{z} = dz + \lambda dt \quad (3-19)$$

I likningen er  $d\tilde{z}$  den tidligere omtalte Wienerprosessen hvor  $Q$ -målet tas i bruk.  $\lambda$  blir et mål på markedsprisen til risiko ved bruk av  $Q$ -målet. Når jeg kombinerer (3-15) med (3-19) får jeg følgende risikojustert prosess:

$$dS = S(\mu - \lambda\sigma)dt + S\sigma d\tilde{z} \quad (3-20)$$

Løser (3-20) med hensyn på  $\lambda$  gir en risikonøytral verdsettelse:

$$\lambda = \frac{\mu - r}{\sigma} \quad (3-21)$$

Ved å nå introdusere kontinuerlig dividende kan den risikonøytrale aksjeprisprosessen i diskret tid skrives som:

$$S_{t+\Delta t} = S_t e^{((r-\delta) - \frac{1}{2}\sigma^2)\Delta t + \sigma\epsilon\sqrt{\Delta t}} \quad (3-22)$$

Videre vil jeg bruke denne likningen for å simulere nøytral verdi på det strukturerte produktet jeg senere skal analysere.

### 3.6.3 Monte Carlo Simulering (MCS)

Monte Carlo simuleringer har sitt utspring fra fysikken, hvor det blir brukt til å simulere modellverdier hvor det ikke foreligger noen analytisk løsning. Monte Carlo simulering gjør samme nytten i finans, hvor det brukes som et verktøy for å prisse opsjoner. Monte Carlo simulering ble introdusert til prising av Phelim Boyle (1977) i artikkelen “*Options: A Monte*

*Carlo approach*". Monte Carlo simulering er et meget nyttig verktøy i prising av derivater som ikke har en lukket løsning, hvor en enkel utregning med Black-Scholes er tilstrekkelig.

Formelen under viser hvordan Monte Carlo simulering kan brukes til å estimere en fremtidig sluttverdi på et aktivum som trengs i verdsettelsesformelen for opsjoner etablert tidligere i oppgaven:

$$S_T = S_0 e^{((r-\delta)-\frac{1}{2}\sigma^2)T + \sigma(B_T - B_0)} \quad (3-23)$$

Definisjon:

$S_T$  Simulert sluttverdi på underliggende

$S_0$  Startverdi på underliggende

$r$  Risikofri rente

$\delta$  Dividenderate

$\sigma$  Volatilitet underliggende

$T$  Tid til forfall

$(B_T - B_0)$  Verdien til prosessen på tidspunkt T (brownsk bevegelse),  $B_0 \equiv 0$ .

Forutsetningene i formel (3-23) er at logaritmen til  $S_T$  er normalfordelt under det risikonøytrale Q-målet, videre er det gitt at  $S_T$  følger geometrisk browniske bevegelsen.

Alternativet kan (3-23) skrives:

$$S_T = S_0 e^{((r-\delta)-\frac{1}{2}\sigma^2)T + \sigma\sqrt{T}\mathcal{E}} \quad (3-24)$$

Hvor  $\mathcal{E}$  er standard normalfordelt med varians lik 1 og forventning lik null, dette fordi  $\beta_T - \beta_0 \sim N(0, T)$  som fortsatt er verdien til prosessen på tidspunkt T (brownsk bevegelse) fra definisjonen til (3-23).

Fremgangsmåten for å estimere en funksjon ved bruk av Monte Carlo simulering til å verdsette et derivat i risikofri verden er som følger:

- 1. Generer en sekvens av tilfeldige verdier til  $S_T$  gitt ved likning (3-24)**
- 2. Kalkuler utbetaling til derivatet**
- 3. Gjenta 1 og 2 for å finne flere ulike verdier til utbetalingen til derivatet**
- 4. Kalkuler gjennomsnittet til de ulike utbetalingsverdiene**
- 5. Bruk risikofri rente til å diskontere forventet utbetaling til derivatet for å finne en verdi**

Monte Carlo er altså en metode for å finne gjennomsnitt av ulike sluttverdier. Bruk av Monte Carlo simulering på en standard europeisk kjøpsopsjon kan da gjøre matematisk som vist av likning (3-25):

$$P_t = e^{-rT} \left[ \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \mathbb{E}_t^Q (\max[K - S_T^i, 0]) \right] \quad (3-25)$$

Jeg bruker likning (3-24) for å estimere sluttverdier på underliggende.  $M$  er antall simuleringer som blir gjort, for eksempel 1 million. Prisen vil da være gitt ved:

$$P_t = e^{-rT} \mathbb{E}_t^Q [P_T] \quad (3-26)$$

Svaret fra likning (3-26) blir samme som ved bruk av en standard lukket Black-Scholes utregning.

En av ulempene med Monte Carlo simulering er at det er meget tidkrevende å gjennomføre store simuleringer. Et positivt aspekt ved Monte Carlo simulering er at den kan brukes både når utbetaling er, eller ikke er, avhengig av stien til underliggende aktivum, eller når derivatet kun er avhengig av sluttverdien til underliggende.

Produktet jeg senere skal analysere er kun avhengig av sluttverdien til underliggende.

## 4.0 Avkastning til sertifikater

Hvor mye avkastning man kan oppnå på en investering er alltid ønskelig for en investor å vite og jeg vil i denne delen gi dypere forklaring av hvordan man kan estimere forventet avkastning til investering i sertifikater. Introduksjon av P-mål følger.

### 4.1 P-Mål

Jeg introduserte Q-mål under kapittel 3.6.2 og viste hvordan det sannsynlighetsmålet kunne brukes til å prise opsjoner i en risikonøytral verden. Q-mål er et resultat av Black-Scholes modellen for prising av opsjoner, denne tar ikke hensyn til hvordan det underliggende aktivum forholder seg til markedets risikopremie. Drift leddet til underliggende blir under martingalmålet P lik  $(r + \lambda - \delta)$  hvor  $\lambda$  representerer den historiske risikopremien til markedet. Videre vil jeg forklare hvordan  $\lambda$  er estimert, og hva som vil være en passende risikopremie for produktet.

#### Risikopremie

Risikopremien blir i CAPM modellen (Fama & French, 2004) definert som differansen mellom avkastningen til aksjemarkedet og avkastningen på en risikofri obligasjon:

$$\text{Risikopremie} = (r_m - r_f) \quad (4-1)$$

Definisjon:

$r_m$  representerer risikopremien til markedet

$r_f$  representerer avkastningen til en risikofri obligasjon

Det finnes flere studier rundt hva som brukes som risikopremie og en undersøkelse av Welch (2000) viste at amerikanske akademikere brukte et estimat som varierte fra 1 % til 15 %. Siden underliggende i dette produktets tilfelle er råvarer er det viktig å se hva som er passende for råvarer. En artikkel av Gorton og Rouwenhorst (2005) viste at råvarer futures i perioden 1954-2004 har hatt en risikopremie på om lag 5 %. Artikkelen konkluderer også med at råvarer futures har liknende risikopremie som aksjer og mer enn dobbelt risikopremie som obligasjoner.

Da denne oppgaven er knyttet til råvarer velger jeg å legge til grunn estimatet til Gorton og Rouwenhorst som risikopremie for underliggende aktivum.

### Utregning av avkastningsmålet til en opsjon

Avkastning til en opsjon kan regnes ut som utbetaling ved forfall minus pris, delt på den prisen man betalte for opsjonene. Matematisk vil dette se ut som formel (4-2)

$$P_{tot.avk} = \frac{P_T - P_t}{P_t} = \frac{P_T}{P_t} - \frac{P_t}{P_t} = \frac{P_T}{P_t} - 1 \quad (4-2)$$

Definisjon:

$P_T$  Pris ved forfall

$P_t$  Pris ved start

Siden derivater og strukturerte produkter ofte har forfall flere år frem i tid er det også nyttig å kunne regne ut avkastning pr. år. Dette er et tall investorer ofte enklere forholder seg til og som gjør sammenlikning av flere ulike investeringer lettere. For å finne forventet avkastning per år, tar jeg svaret fra likning (4-2) og opphøyer dette i  $\frac{1}{T}$ , som vist i formel (4-3) under:

$$P_{avk.p.a} = (1 + P_{tot.avk})^{\frac{1}{T}} - 1 \quad (4-3)$$

Resultatet av formelen over gir avkastningen en investor kan forvente hvert år. T representerer tid. Løsningen fra (4-3) kan da brukes som et sammenlikningsgrunnlag for andre alternative investeringer en investor kan velge.

Monte Carlo simulering under P-mål vil foregå på samme måte som beskrevet i kapittel 3.6.3. forskjellen ligger i at under P-mål legger man til grunn drift og ikke risikofri rente som vi gjør under Q-mål.

## 5.0 Verdssettelse Terra Indekssertifikat Råvarer

Under denne delen vil jeg beskrive Terra Markets sitt produkt Indekssertifikat Råvarer som ble solgt til Norske kunder i perioden 2. november til 1. desember 2010. Jeg vil også bruke dette produktet til å illustrere bruk av verdssettelsesmetoder beskrevet i kapittel 3. Mye av informasjonen som følger er hentet fra salgsbrosjyren produsert av Terra Markets og Commerzbank AB i forbindelse med markedsføring og salg av produktet.

### 5.1 Generell beskrivelse av Indekssertifikat råvarer

Tegningsperioden for produktet Indekssertifikat Råvarer var i perioden 2. november til og med 1. desember 2010. Sertifikatet har en løpetid på 4 år. Avkastning til sertifikatene er knyttet opp mot råvareindeksen S & P GSCI Light Energy Index Excess Return (SPGSCI) og om denne har positiv utvikling i perioden. Utbetalingen av gevinst/tap vil være ved utløp 22. Desember 2014.

Hvert sertifikat koster 100 kroner og har en indikativ deltakergrad på 84 prosent, faktisk deltakergrad ble ved notering satt til 90 prosent. Minste tegning for produktet er kr 50. 000,-, altså 500 sertifikater av en verdi på 100 kroner.

Sertifikatet har en barriere som gjør at man har sikret nominell 0 % avkastning om indeksen skulle falle mindre enn eller lik 30 %. Dette innebærer at hvis indeksen er negativ ved forfall, vil investoren fortsatt få tilbake investert beløp, gitt at indeksen ikke har falt 30 % eller mer. Avkastningen til indeksen regnes ut etter følgende formel:

$$P_{avk} = \frac{P_{slutt} - P_{start}}{P_{start}} \quad (5-1)$$

Hvor  $P_{avk}$  representerer avkastningen i prosent,  $P_{slutt}$  indeks ved forfall og  $P_{start}$  er indeks ved tegning.

Dette gir tre scenarioer for potensiell utbetaling for investoren:

### 1. Indeksen ved slutt er lik eller større enn indeksen ved start

Har indeksen hatt en positiv utvikling ved forfall i 2014 vil investoren få tilbakebetalt investeringen etter følgende formel:

$$FRA = N + N \times (PF \times P_{avk}) \quad (5-2)$$
$$P_{slutt} \geq P_{start}$$

Definisjon:

FRA: Innløsningsverdi per sertifikat (rundet av til nærmeste NOK 0,01, med NOK 0,005 rundet opp.)

N: Investert beløp

PF: Deltakergrad

$P_{avk}$ : Avkastning til indeksen

### 2. Indeksen er lik eller har falt inntil 30 prosent

Hvis indeksen ved slutt er mellom 0 prosent til – 30 prosent vil investoren få tilbake investert beløp, N:

$$FRA = N \quad (5-3)$$
$$0,7 * P_{start} \leq P_{slutt} < P_{start}$$

### 3. Indeksen har falt mer enn 30 prosent

Hvis indeksen ved slutt har falt mer enn 30 prosent vil investoren få tilbake det beløp som er gjeldende, ut ifra gjeldende formel:

$$FRA = N \times \left( \frac{P_{slutt}}{P_{start}} \right) \quad (5-4)$$
$$P_{slutt} < 0,7 * P_{start}$$

Dette kan oppsummeres i en enkel tabell som vist under:



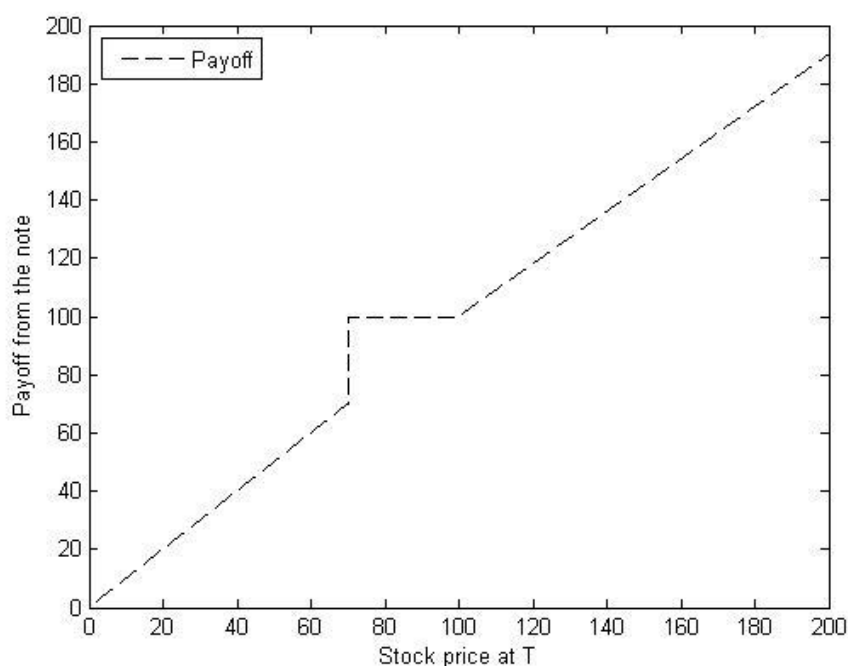
Tabell 6 - Avkastning Indeksstifikat råvarer

Deltakelses grad		90 %			
Indeksen utvikling	Utvikling pr. År	Plassert beløp	Tilbakebetalt beløp	Avkastning	Avkastning pr. År
80 %	15,70 %	kr 100 000	172000	72 %	14,13 %
60 %	12,30 %	kr 100 000	154000	54 %	11,07 %
40 %	8,70 %	kr 100 000	136000	36 %	7,83 %
20 %	4,60 %	kr 100 000	118000	18 %	4,14 %
0 %	0,00 %	kr 100 000	100000	0 %	0,00 %
-20 %	-5,40 %	kr 100 000	100000	0 %	0,00 %
-40 %	-11,90 %	kr 100 000	64000	-40 %	-11,90 %

Tabell 6 oppsummerer hvordan utvikling og tilbakebetalt beløp henger sammen.

Tegningskostander på 2 prosent er tatt med i tabellen. Positiv utvikling ved forfall gir altså 90 prosent av verdien til utviklingen, det er ingen deltakergrad ved negativ utvikling. Figuren under viser grafisk fremstilling av payoff til produktet:

Figur 3 - Payoff "Indeksstifikat Råvarer"



Figur 3 viser sammenhengen mellom verdien til underliggende indeks ved forfall og payoff. Som man kan se av figuren er verdien mellom kroner 70-100 sikret. Videre er linjen over kroner 100 noe slakkere enn under 70, dette skyldes deltakergraden på 90 %.

## 5.2 Kostnadsstruktur: Indekssertifikat Råvarer

Utsteder av produkter er den tyske banken Commerzbank AB, som etter en fusjon med Dresdner Bank i mai 2009<sup>4</sup> er Tysklands største retail bank. Commerzbank er også utsteder for flere indekssertifikater som selges i Norge, blant annet Norges Investors Agri Indekssertifikat.

Tegningsprovisjon for produktet er satt til 2 prosent av tegnet beløp. Det er også lagt inn en tilretteleggings- og distribusjonskostnad som Terra kaller produktmargin. Den totale bruttomarginen dekker følgende kostnader:

- **Administrasjon**
- **Dokumentasjon**
- **Lisenser**
- **Markedsføring**
- **VPS**
- **Omkostninger i forbindelse med sikring av risiko**

Den estimerte bruttomarginen kan ifølge Terra variere med forandringer i markedsforutsetningene, men ble estimert til 4 % pr. 29. oktober 2010, noe den også ble satt til ved notering 8. desember 2010. Produktmarginen fordeles mellom utsteder Commerzbank AB og Terra Markets AS med henholdsvis 25 prosent og 75 prosent. Skulle investorer i produktet selge seg ut før utløp vil det påløpe 1 % i kurtasjekostander.

### **Break-even nivå**

Ved en deltagergrad på 84 % må altså råvareindeksen stige med totalt 2,38 % før investoren er i break-even. Break-even innebærer at investoren får tilbake investeringen inkludert tegningsprovisjon. Etter at den faktiske deltagergraden ble satt til 90 % innebærer dette at råvareindeksen må stige totalt 2,22 % før investoren er i break-even.

## 5.3 Råvareindeksen Standard & Poor's Light Energy Index Excess Return

Terra bruker som nevnt indeksen S & P GSCI Light Energy Excess Return som underliggende indeks. Denne indeksen skal speile avkastningen til et bredt spekter av råvarer. Indeksen måler avkastningen investor oppnår ved å kjøpe nærmeste terminforretninger på råvarene.

---

<sup>4</sup>[www.commerzbank.com/en/hauptnavigation/presse/pressemitteilung/archiv1/2008/quartal\\_08\\_03/presse\\_archiv\\_detail\\_08\\_03\\_4539.html](http://www.commerzbank.com/en/hauptnavigation/presse/pressemitteilung/archiv1/2008/quartal_08_03/presse_archiv_detail_08_03_4539.html)

Med terminforretning menes avtale om kjøp eller salg av en råvare på et fremtidig tidspunkt. Indeksen vekter de ulike råvarene i forhold til verdens totale produksjon. Terra begrunner valget av indeks med at: ”norske investorer ofte har en høy eksponering mot energi i form av aksjer på Oslo børs, og derfor har de valgt en indeks som har mindre energi”. Vektingen i indeksen ser ut som vist i tabellen under, tallene er per 20. oktober 2010:

Tabell 7 - S&P GSCI Light Energy Components Weights (%) (October 20, 2010)

Tabell: S&P GSCI Light Energy Components Weights (%) (October 20, 2010)									
Energi	33,24	Industrimetaller	17,06	Edelmetaller	7,03	Landbruk	33,9	Buskap	8,77
Crude Oil	17,44	Aluminium	5,14	Gull	6,17	Hvete	8,72	Storfe	6,14
Brent Crude Oil	5,14	Kobber	7,73	Sølv	0,86	Mais	8,79	Griser	2,63
RBOB Gass	2,04	Bly	1,02			Soyabønner	5,21		
Fyringsolje	2,26	Nikkel	1,74			Bomull	3,17		
Gassolje	2,83	Sink	1,43			Sukker	5,52		
Naturgass	1,59					Kaffe	1,88		
						Kakao	0,61		

Kilde: Goldman Sachs

Som tabellen viser er den største delen av indeksen landbruk, etterfulgt av energi og industrimetaller, budskap og edelmetaller utgjør de minste delene av indeksen. Siden indeksen vektet hvert år kan tabellen endres i løpet av produktets løpetid. Videre følger en kort innføring i de forskjellige komponentene som indeksen bygges opp av.

**1. Energi:** Olje er den mest handlede råvaren i verden. Olje er først og fremst viktig som drivstoff for; biler, båter og fly. Men olje benyttes også i industrien som oppvarming. Olje er en ikke-fornybar ressurs og det er diskusjon om når oljen faktisk går tom.

Produksjonsforstyrrelser som krig eller andre “random shocks” har stor påvirkning på prisen på et fat olje. Videre er diverse gasser en del av indeksen og disse brukes i hovedsak til oppvarming.

**2. Industrimetaller:** I denne komponenten vektet kobber høyest. Kobber har de egenskapene at den er lett å forme samt at den leder både elektrisitet og vann meget bra. Kobber er mye benyttet i industrien samt i elektriske komponenter. Den nest største faktoren er aluminium som har mange bruksområder i blant annet produksjon av biler og bygninger.

**3. Edelmetaller:** Gull er et av de viktigste edelmetallene vi har, og de siste årene har prisen på gull steget drastisk. Gull skiller seg fra andre råvarer med at det er en råvare som ikke kjøpes for å konsumeres, men for å beholdes. Bruken av gull er primært i smykker, men også som en ren finansiell plassering. Tidligere var gull knyttet opp mot valutakurser og gull brukes i dag av investorer og sentralbanker til å sikre seg mot inflasjon, katastrofer og økonomisk ustabilitet.

**4. Landbruk:** Hvete har bruksområder som næringskilde både for mennesker og dyr. Mais kan sies å ha det samme bruksområde, men er i hovedsak viktigst som dyrefor. I tillegg benyttes både mais og hvete i produksjon av etanol og biodrivstoff.

**4. Budskap:** Den store velstandsøkningen i vekstmarkedet har vært med på å øke verdens kjøttkonsum. Kuer og andre elementer i budskapskomponenten handles i finansielle kontrakter.

## 5.4 Deltakergrad

Som beskrevet i 5.1 inneholder formelen for utbetaling av en eventuell gevinst faktoren deltakergrad. Deltakergrad forklarer hvor mye av en eventuell oppgang i underliggende investoren får ta del i. Ved en deltakergrad på 80 % vil altså investoren, gitt at underliggende stiger 10 % få en avkastning på 8 %. Terra Markets la til grunn en indikativ deltakergrad på 84 %, men denne kunne variere ved notering. Garantien i salgsbrosjyren var at deltakergraden ikke skulle komme under 75 %, det viste seg ved notering som tidligere nevnt at den faktiske deltakergraden endte på 90 %. Altså en økning i 10 % i underliggende vil føre til at investoren får 9 % økning.

### Endring i deltakergrad

Det er ikke uvanlig at strukturerte produkter har en deltakergrad innbakt. Det er heller ikke uvanlig at denne varierer og først blir fastsatt ved noteringsdato. Bakgrunnen for denne fluktuasjonen i deltakergrad skyldes trolig at utsteder hedger sitt eget produkt ved å kjøpe et likt produkt. Siden prospektet for produktet lages før det blir lansert mens hedging posisjonen ikke handles av utsteder før ved notering, variere deltakergraden. Bakgrunnen for hedging er at utsteder ikke ønsker å sitte med risiko i forbindelse med salg av produktet de tilbyr.

## 5.5 Estimering av parametere til risikonøytral verdsettelse

Videre vil jeg estimere parametere som er avgjørende for å kunne gjennomføre en risikonøytral verdsettelse. De faktorene jeg skal estimere er: risikofri rente, volatilitet, og convenience yield. Estimeringen baserer seg i stor grad på historisk data.

### 1. Risikofri rente

For å analysere produktet trenger jeg å finne risikofri rente i Norge. Underliggende indeks er notert i USA, men siden både innbetalinger og utbetalinger foregår i norsk valuta og det ikke foreligger noe valutarisiko er det ikke behov å hente inn risikofri rente for USA. Risikofri rente har både påvirkning på simulering av underliggende aktivum ved risikonøytral verdsettelse, men også som diskonteringsfaktor.

Løpetid på produktet strekker seg over fire år. Siden det ikke finnes noen norske statsobligasjoner med løpetid på fire år bruker jeg norsk statsobligasjon på henholdsvis 3 og 5 år, snittet av disse to obligasjonene mener jeg vil gi en hensiktsmessig risikofri rente.

Tabell 8 - Årsgjennomsnitt for 3- og 5 års norske statsobligasjoner 2010

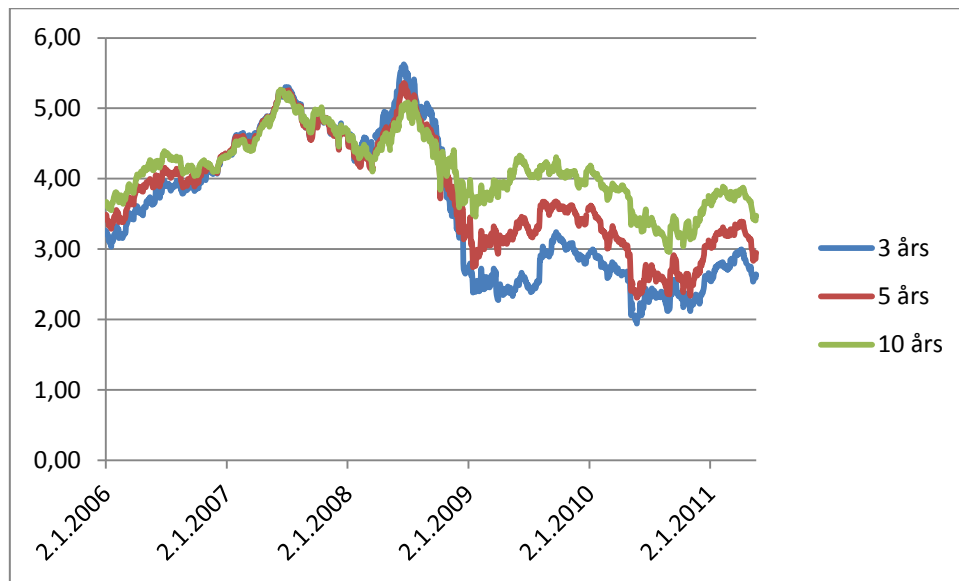
	Norsk Rente
<b>Statsobligasjon 3 år</b>	2,46 %
<b>Statsobligasjon 5 år</b>	2,83 %
<b>Diskret (snitt)</b>	2,65 %

Tabell 8 viser rente på Norsk statsobligasjon 3 og 5 år og jeg har regnet ut diskret (snitt) rente av disse to statsobligasjonene.

Den risikofrie renten i Norge er for tiden kunstig lav i forhold til hva som har vært normen og det er forventet at renten skal øke i årene som kommer. Noe som også ble bekreftet med at styringsrenten ble satt opp 0,25 prosentenheter ved rentemøte 12. mai 2011<sup>5</sup>.

<sup>5</sup> <http://www.norges-bank.no/no/om/publisert/pressemeldinger/2011/rentemelding-12-mai/>

Figur 4 - Effektiv rente statsobligasjon (3-, 5-, 10 år) tilbake til 2. januar 2006



Figur 4 viser effektiv rente for 3-, 5- og 10 års norsk statsobligasjon i perioden 2. januar 2006 til 2. januar 2011.

Om risikofri rente er den korrekte renten å bruke til å diskontere produktet kan diskuteres, dette fordi det foreligger risiko knyttet til utsteder. Et alternativ kunne vært å legge et påslag for risiko til den risikofrie renten å bruke dette som diskonteringsfaktor. Men jeg velger allikevel å bruke den diskrete renten fra tabell 8 som diskonteringsfaktor.

Terra legger til grunn en risikofri rente på 2,93 % i produktets løpetid. Jeg velger allikevel å bruke den diskrete renten fra tabell 8.

## 2. Volatilitet

Terra gir i sin salgsbrosjyre ikke noe anslag for hva de forventer av volatilitet for underliggende indeks eller produktet i sin helhet. Siden volatilitet er en avgjørende faktor i teoretisk estimering av prisen på produktet, har jeg analysert de historiske volatilitetene til indeksen.

Tallene strekker seg tilbake til 1. januar 1998 og frem til 1. januar 2011. Historisk volatilitet for SPGSCI er oppsummert i tabellen under:

Tabell 9 - Volatilitet SPGSCI (1-, 2-, 3,5-, 10 år og siden 1998)

S&P GSCI	
	Volatilitet
Siste år	18,03 %
Siste 2 år	22,27 %
Siste 3 år	26,21 %
Siste 5 år	22,71 %
Siste 10 år	18,63 %
Siden 1998	17,63 %

Volatiliteten for hele datasettet viser en årlig volatilitet på 17,63 %, en volatilitet som ligger veldig nære volatilitet for det siste året. Denne volatilitet er meget lav og utenkelig å bruke. Produktet har en levetid på 4 år, så det ville vært naturlig å bruke volatilitet for denne perioden. Volatiliteten er på sitt høyeste i perioden 3 til 5 år. Bakgrunnen for den høye volatiliteten i perioden 3 til 5 år er finanskrisen. Når boblen sprakk i 2007 gikk blant annet Brent nordsjøolje fra en verdi på 147,27 dollar (juli 2007) til 77,70 dollar, tre måneder senere<sup>6</sup>. Jeg har i min analyse valgt å bruke volatilitet lik 23 %, da jeg mener dette er det mest representative for underliggende indeks.

### 3. Dividende/Convenience yield

Siden avkastningen til “Indeksertifikat Råvarer” er avhengig av prisutviklingen til flere underliggende råvarer er det nærliggende å tenke at dividende vil stille en faktor i prisingen av produktet. Men siden råvare futures ikke gir utbytte på lik linje med aksjer kan vi forutsette dividende til null i prisingen av produktet. Det foreligger dog en convenience yield, som beskrevet tidligere. Siden underliggende aktivum er en råvareindeks som vektet hvert år er det en komplisert jobb å regne ut convenience yield for denne. Derfor velger jeg å bruke Henker og Milonas (2001) estimat på 2,5 % som beskrevet i kapittel 3.6.

### 4. Tid

Løpetiden på investeringen er fra 2010 til 2014. Tiden fra start til forfall kan derfor med sikkerhet settes til 4 år. Investorer kan selge seg ut av produktet tidligere, men min analyse vil forutsette at investoren vil være i produktet i hele produktets løpetid.

<sup>6</sup> <http://e24.no/olje-og-raavarer/oljeprisen-er-halvert-paa-tre-maaneder/2708079>

## 5.6 Risikonøytral Verdsettelse

Tabell 10 som blir presentert nedenfor gir en oversikt over hvilke parametere jeg har brukt som utgangspunkt for estimering av teoretisk verdi for produktet. Jeg har brukt 1 million simuleringer.

Tabell 10 - Inputvariabler “ Base Case”

Beskrivelse	Notasjon	Verdi
Risikofri rente	$r$	2,65 %
Volatilitet	$\sigma^2$	23 %
Convenience yield	$f$	2,5 %
Løpetid	$T$	4
Nominell verdi	$S_0$	100
Antall simuleringer	$M$	1000000
Deltakergrad	$dg$	0,9
Øvre barriere	$K_1$	$S_0$
Nedre barriere	$K_2$	$S_0 * 0,7$

Den risikonøytrale verdien per sertifikat ble i min analyse estimert til 92,0148 kroner. Med bakgrunn i at jeg bruker hele 1 million simuleringer får jeg en god treffsikkerhet på mitt estimat. For 1 million simuleringer forfalt 42,35 % av sertifikatene med en verdi høyere enn 100 kroner, 29,70 % forfalt innenfor barrieren og 27,95 % forfalt med en verdi under den nedre barrieren. Tabell 11 nedenfor oppsummerer den risikonøytrale verdsettelsen:

Tabell 11 - Verdi ved risikonøytral verdsettelse

Risikonøytral verdsettelse - basisestimat	Terra Pris	
Verdi med tegningskostnad	93,8551 Kroner	102 Kroner
Verdi uten tegningskostnad	92,0148 Kroner	100 Kroner

Terra selger produktet for 100 kroner per sertifikat med en minstetegning på 500 sertifikater. Investoren må betale en tegningskostnad på 2 prosent ved kjøp. Så den laveste verdien investoren faktisk betaler er:

$$500 * 100 \text{ kr} * (1 + 2 \%) = 51\,000 \text{ kroner} \quad (5-1)$$

Risikonøytral verdsettelse hvor tegningskostnad er inkludert gir en teoretisk verdi på 93,8551 kroner. Verdi med tegningskost regnes ut etter følgende formel:



$$P_t = P_r(1 + omk) \quad (5-2)$$

$$P_t = 92,0148 (1 + 2 \%)$$

Definisjon:

$P_t$  Teoretisk pris medregnet tegningskostnad (2 %)

$P_r$  Teoretisk pris uten tegningskost

$omk$  Omkostninger i forbindelse med kjøp av sertifikater

De inputvariablene jeg har lagt til grunn for estimeringen av teoretisk verdi vil ha stor påvirkning på utfallet. Jeg velger videre å gjennomføre en sensitivitetsanalyse hvor jeg bruke forskjellige verdier på convenience yield og volatilitet for å se hvordan dette påvirker den teoretiske prisen.

## 5.7 Sensitivitetsanalyse av risikonøytral verdsettelse

Den teoretiske prisen som jeg estimerer blir som nevnt påvirket av de parametere som er lagt til grunn ved simuleringen og en endring i noen av disse kan ha en stor endring på den estimerte teoretiske verdien. Jeg velger av den grunn å gjennomføre en sensitivitetsanalyse der jeg endrer parameterverdiene til convenience yield og volatilitet.

For å kunne foreta en sensitivitetsanalyse må jeg ta forutsetninger som trolig ikke vil holde i det virkelige liv. Forutsetningen jeg tar er at en endring i en av variablene gjøres mens de andre variablene holdes konstant, etter “*cet. par*” prinsippet. Jeg vil videre ta utgangspunkt i basisestimatet som ble presentert i tabell 10 for deretter å vise hvordan en endring i en variabel påvirker den estimerte verdien på produktet. Tabell 12 viser intervallet for endringene som blir gjort i de respektive variablene:

Tabell 12 - Intervall for sensitivitetsanalyse: VERDI

Parameter	Verdi
Convenience yield	[-5 % -5 %]
Volatilitet	[10 % -30 %]

Jeg har valgt å gjennomføre sensitivitetsanalysen med relativt store endringer i verdiene til inputvariablene. Bakgrunnen for dette er at jeg da får en større forståelse av hvor stor

påvirkning en endring faktisk har på den teoretiske verdien. Stegene i convenience yield er på 2,5 prosent mens stegene i volatilitet er på 5 prosent.

### 1. Endring i risikofri rente

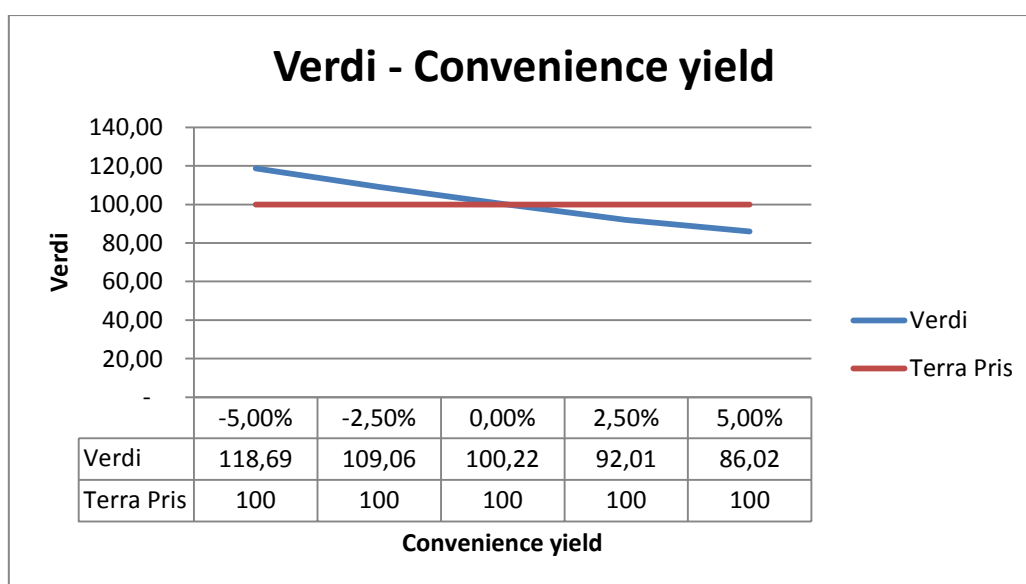
Risikofri rente er hentet fra norske statsobligasjoner på 3 og 5 år og med bakgrunnen i dette ser jeg ikke noe behov for å gjennomføre en sensitivitetsanalyse med tanke på risikofri rente. Denne kan forventes å være ganske sikker i produktets løpetid. Risikofri rente har påvirkning på både simulert verdi til underliggende og som diskonteringsfaktor.

### 2. Endring i convenience yield

Som nevnt i kapittel 3.4 kan convenience yield enten ha en positiv eller negativ verdi. Figuren under viser at prisen på produktet blir redusert som følge av en økt convenience yield.

Grunnen til dette er at produktet baserer seg på en råvareindeks som blir påvirket av convenience yield knyttet opp mot underliggende komponenter i indeksen. Convenience yield påvirker simulering av underliggende ved bruk av Monte Carlo simulering. Ved simulering av underliggende har en økning i convenience yield (isolert sett) en negativ påvirkning på indeksen. En høy convenience yield gir en lav teoretisk pris. Altså er verdien jeg har estimert convenience yield til å være en variabel det er knyttet stor usikkerhet til, med tanke på at den har så stor innvirkning på prisen. Figur 5 viser hvordan teoretisk pris skifter som følge av en endring i convenience yield:

Figur 5 - Endring i convenience yield

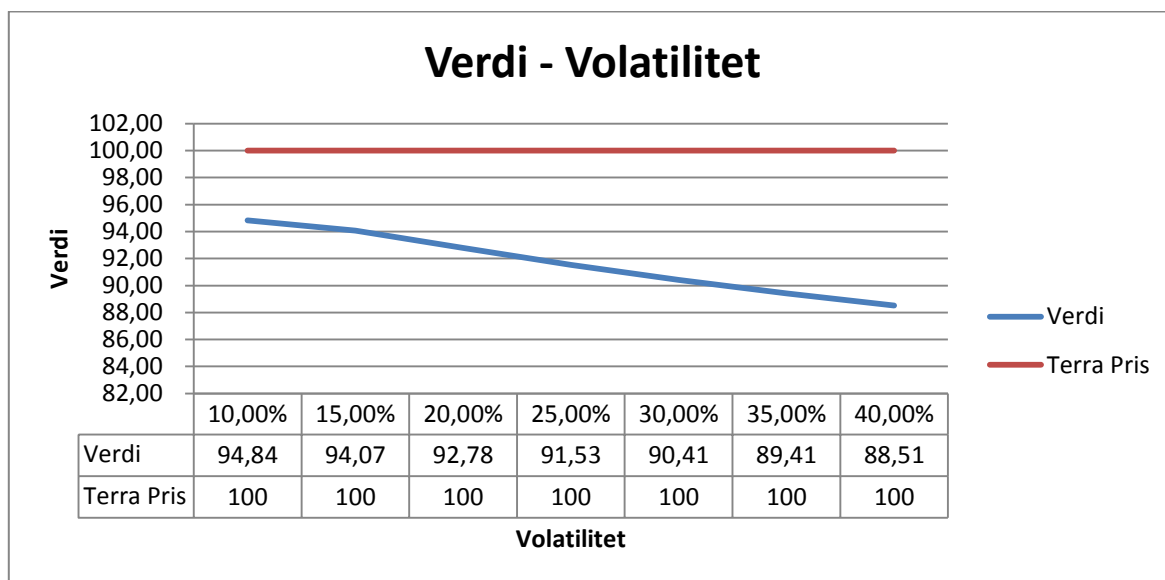


Intervallet for pris strekker seg fra [118,69-86,02] kroner. En convenience yield på 0,0 % gir en teoretisk pris på hvert sertifikat som er meget nær den prisen Terra tar per sertifikat, 100 kroner. Linjen som går som en rett strek på 100 nivå viser prisen Terra tar for produktet, denne er konstant lik 100 kroner.

### 3. Endring i volatilitet

Det siste jeg analyserer i forbindelse med sensitivitetsanalyse knyttet mot teoretisk pris er hvordan en endring i volatilitet vil påvirke prisen per sertifikat. Volatilitet påvirker Monte Carlo simuleringen ved simulering av underliggende. Figur 6 oppsummer hvordan en endring i volatilitet påvirker sertifikatverdien:

Figur 6 - Endring i volatilitet



Som figuren over viser har volatilitet en relativt liten påvirkning på verdien per sertifikat. Intervallet strekker seg fra [94,84 – 88,51]. Ved å bruke en volatilitet på 10 % får jeg den høyeste verdi per sertifikat, 94,84 kroner. Økt volatilitet fører til en nedgang i teoretisk verdi. Den rette linjen på 100 kroners nivå representerer igjen prisen Terra tar per sertifikat. Ved sensitivitetsanalyse med hensyn på volatilitet når aldri den teoretiske verdien opp til Terra sin pris.

## 5.8 Drøfting av resultatene

Mitt hovedmål med denne verdsettelsen var å finne ut hvor mye prisen Terra tar per sertifikat skiller seg fra den teoretiske prisen. Terra sin pris per sertifikat er som tidligere nevnt 100- og 102 kroner når tegningskost er medregnet. Jeg fant en teoretisk verdi på 92,0148 kroner (uten tegningskostnad) og 93,8551 kroner (medregnet tegningskostnad). Differansen mellom teoretisk verdi og prisen Terra tar, tilfaller da Commerzbank og Terra i form av gebyrer og kostander knyttet opp mot tilrettelegging.

Siden prisen Terra betaler til Commerzbank ikke vites er det vanskelig å vite hva som er prisen det koster å produsere produktet og om de gebyrene Terra tar for produktet i Norge er høye eller lave. Hvor mye Terra sitter igjen med ved å selge produktet vites heller ikke da det er umulig å vite hvor mye de har betalt til Commerzbank per sertifikat.

Terra oppgir ikke hva de bruker som estimerer når de har regnet ut verdien på produktet, så det blir gjetting å si om mine estimerer er relativt like eller forskjellige for hva Terra og Commerzbank har brukt. Den eneste inputvariabelen de oppgir i sin salgsbrosjyre er risikofri rente på 2,93 %. Legger jeg denne risikofrie renten til grunn med de andre inputvariablene fra tabell 10 får jeg en teoretisk verdi på 91,8708 kroner.

Sensitivitetsanalysen av inputvariablene jeg har brukt viste at den faktoren som hadde mest å si for den teoretiske prisen er convenience yield. Når jeg la til grunn en convenience yield på 0 % ble den teoretiske verdien per sertifikat 100,22 kroner, altså veldig nære det Terra tar for et sertifikat.

Økt volatilitet fører til at den teoretiske prisen blir lavere. Bakgrunnen for dette er trolig at økt volatilitet gir høyere sannsynlighet for ekstreme positive eller negative utfall. Siden det foreligger en deltakergrad ved avkastning over 0 % blir nedsiden større enn oppsiden siden det ikke foreligger noen deltakergrad ved avkastning under 0 %. Snittet av dette gir en lavere teoretisk verdi.

## 6.0 Analyse av forventet sannsynlighetsfordeling og avkastning

Når jeg nå skal undersøke om estimatene Terra oppgir i sin salgsbrosjyre gir et realistiske bilde av sannsynligheter for avkastning holder det ikke lenger å bruke det risikonøytrale sannsynlighetsmålet Q, da dette målet ikke tar hensyn til risiko. Jeg må derfor bruke P-målet som beskrevet i kapittel 4.0. Under P-mål vil forventet avkastning til underliggende ha påvirkning på den forventede avkastning. Av den grunn trenger jeg å estimere drift til underliggende.

### 6.1 Estimering av drift

Tidligere argumenterte jeg for at jeg velger å bruke samme estimat som Gorton Rouwenhorst (2005) på 5,0 % som risikopremie for investering i råvarer. Jeg estimerte den risikofrie renten til å være lik 2,65 % i kapittel 5.5, dette gir følgende driftsledd for underliggende aktivum:

Tabell 13 - Forventet avkastning for SPGSCI

Forventet avkastning SPGSCI	
Risikofri rente	2,65 %
Risikopremie Vest Europa	5,00 %
<b>Totalt</b>	<b>7,65 %</b>

Dette gir en forventet avkastning på underliggende lik 7,65 % per år.

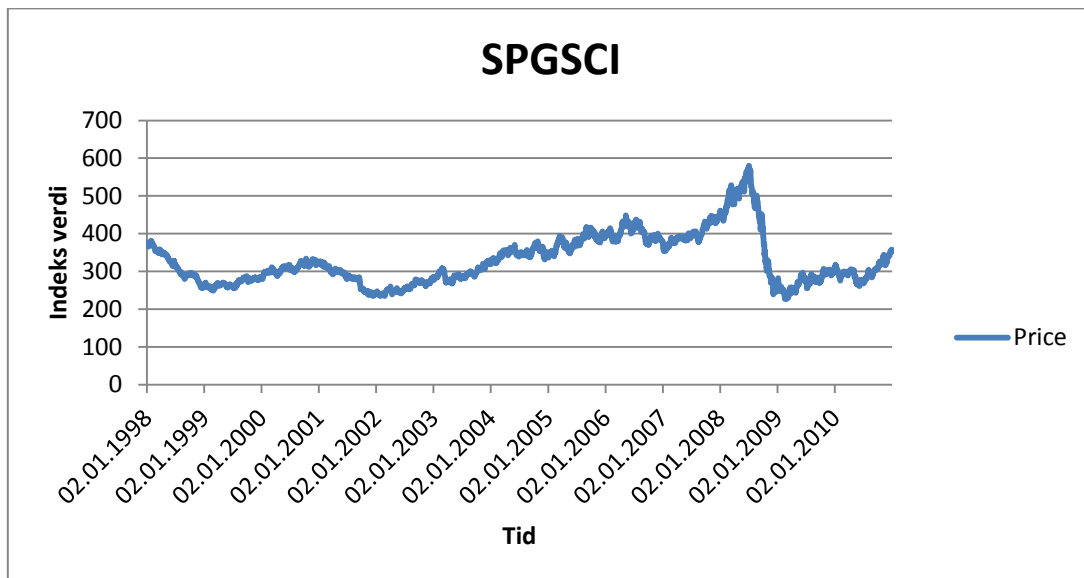
Et interessant moment å undersøke er hvordan driften jeg velger å bruke skiller seg fra den historiske avkastningen til indeksen. Videre vil jeg sammenlikne estimatet fra tabell 13 med den historiske volatiliteten til indeksen. I tabell 14 har jeg oppsummert den historiske avkastningen til indeksen:

Tabell 14 - Årlig historisk avkastning SPGSCI (1-, 2-, 3,5-, 10 år og siden 1998)

SPGSCI	
	Drift
Siste år	17,27 %
Siste 2 år	17,37 %
Siste 3 år	-3,87 %
Siste 5 år	0,59 %
Siste 10 år	2,50 %
Siden 1998	1,09 %

Talldata tilgjengelig strekker seg fra perioden 1998 til 2011 og som tabellen viser er driften varierende. Det er store endringer i perioden 2007-2009 som i hovedsak fører til den store variasjonen i drift. Figuren nedenfor viser grafisk hvordan indeksen får en kraftig opp- og nedtur i perioden 2007-09:

Figur 7 - Utvikling SPGSCI 1998-2010



Den store duppen i figur 7 er påvirkning fra finanskrisen som også hadde stor innvirkning på SPGSCI. Den største daglige økningen i datasettet er på 6,44 % (29.10.2008), mens den største daglige nedgangen er på -7,16 % (10.10.2008).

Det naturlige ville være å legge til grunn historisk estimat for de fire siste år, men på bakgrunn av at disse tallene ikke representerer det faktiske bildet, velger jeg å bruke den estimerte driften fra tabell 14. Sensitivitetsanalysen som følger i neste del av oppgaven vil gi et nyttig perspektiv til valg av drift for underliggende.

For å kunne gjøre en god sammenlikning med tallene Terra presenterer i salgsbrosjyren til produktet velger jeg å sette deltakergraden lik den Terra bruker, deltakergraden brukt av Terra i deres estimater er 84 %. Den faktiske deltakergraden ble 90 % ved notering. Videre har jeg lagt til grunn de samme inputvariablene som under kapittel 5.6 ved risikonøytral prising av produktet oppsummert i tabell 10.

## 6.2 Estimering av forventet avkastning

Den forventede totalavkastningen gjort med bruk av Monte Carlo simulering med 1 million simuleringer ble 21,25 %, med en årlig avkastning på 4,94 %. Den totale avkastningen oppgitt av Terra er 19,4 %. Avkastningsestimater til Terra er basert på backtesting som innebærer bruk av historiske data. Den årlige avkastningen blir oppgitt til 4,83 % med Terra sin totale avkastning lagt til grunn. Dette må tydeligvis være en utregningsfeil fra salgsbrosjyren da den virkelige årlige avkastningen med 19,4 % total avkastning lagt til grunn blir:

$$P_{avk.p.a} = (1 + 19,4 \%)^{\frac{1}{4}} - 1 = 4,53 \% \quad (6-1)$$

Svaret fra (6-1) er regnet ut etter formelen fra (4-3) gitt i kapittel 4.1. Jeg antar videre at Terra oppgir feil tall i sin salgsbrosjyre og legger til grunn løsningen fra (6-1) på 4,53 % årlig.

Tabell 15 viser sammenlikning av estimater gitt av Terra i deres salgsbrosjyre og estimater gjort av undertegnende i denne oppgaven. Estimaterne er gjort med 70 % konfidensintervall for hele sannsynlighetsfordelingen som beskrevet i kapittel 3.6.1:

Tabell 15 - Forventet avkastning (Base case)

Forklaring	"Terra"	"Base Case"
Laveste mulige avkastning	-100 %	-100 %
Høyeste mulige avkastning	Ingen grense	Ingen grense
Forventet avkastningsintervall	[-43 % - 60 %]	[-31,35 % - 65,50 %]
Forventet avkastningsintervall årlig	[-12,9 % - 12,3 %]	[-8,98 %, 13,42]
Sannsynlighet > 0 avkastning	54,4 %	58,66 %
Sannsynlighet = 0 avkastning	19,8 %	25,33 %
Sannsynlighet < 0 avkastning	25,8 %	16,01 %
Totalavkastning	19,4 %	21,25 %
Årlig avkastning	4,53 %	4,94 %

$$(\mu = 7,65 \%, \quad \sigma^2 = 23 \%, \quad f = 2,5 \%, \quad T = 4, \quad dg = 84 \%)$$

Lavest og høyest mulig avkastning er -100 % for både Terra og "Base case analysen", det foreligger ingen øvre grense for avkastning, altså muligheter for uendelig avkastning. Dette fordi en investering i produktet ikke kan gi avkastning under det totalt investerte beløpet og at det ikke er noen øvre grense for potensiell avkastning. Hadde jeg økt antall simuleringer til uendelig i analysen ville jeg oppnådd dette resultatet, da ekstremalpunktene øker med økt

antall simuleringer.

Terra operer videre med et forventet totalt avkastningsintervall på mellom -43 % til 60 %. I mine estimater kom jeg frem til et forventet totalt avkastningsintervall på mellom -31,35 % til 65,50 %. Det årlige forventede avkastningsintervallet gitt med 70 % konfidensintervall blir opplyst av Terra til å være fra -12,9 % til 12,3 %, mine estimater er -8,98 % til 13,42 %.

Den totale avkastningen oppgitt av Terra er som nevnt 19,4 %, tallet er basert på backtesting som innebærer bruk av historiske data. Den årlige avkastningen blir da 4,53 % med Terra sin totale avkastning lagt til grunn. I min analyse kom jeg som nevnt frem til en total avkastning på 21,4 % og en årlig avkastning på 4,94 %.

Videre kommer litt om hvordan sannsynligheten for de tre aktuelle scenarioene nevnt i kapittel 5.1 ser ut:

- 1. Indeksen ved slutt er lik eller større enn indeksten ved start**
- 2. Indeksen er lik eller har falt inntil 30 prosent**
- 3. Indeksen har falt mer enn 30 prosent**

Sannsynligheten er i min analyse størst for scenario 1, hvor indeksten er større eller lik start ved forfall, med hele 58,66 % sannsynlighet. Videre følger scenario 2, hvor indeksten er lik eller har falt inntil 30 prosent, med 25,33 %. Scenario 2 gir ingen avkastning. Det minst trolige scenario er at indeksten har falt mer enn 30 prosent, med 16,01 % sannsynlighet. Terra opererer med størst sannsynlighet for scenario 1, 54,4 %, så scenario 3, 25,8 % og til slutt scenario 2 med 19,8 %.



## Estimering av forventet avkastning med bruk av faktisk deltakergrad (90 %)

Ved å ta i bruk samme inputvariabler som i “base case” analysen med den faktiske deltakergraden, som ble satt til 90 % får jeg følgende forventet avkastning:

Tabell 16 - Avkastning, Terra, “Base Case” og med 90 deltakergrad

Forklaring	“Terra”	“Base Case”	90 % Deltakergrad
Laveste mulige avkastning	-100 %	-100 %	-100 %
Høyeste mulige avkastning	Ingen grense	Ingen grense	Ingen grense
Forventet avkastningsintervall	[-43 % - 60 %]	[-31,35 % - 65,50 %]	[-31,35 % - 70,17 %]
Forventet avkastningsintervall årlig	[-12,9 % - 12,3 %]	[-8,98 %, 13,42]	[- 8,98 % - 14,21 %]
Sannsynlighet > 0 avkastning	54,4 %	58,66 %	58,66 %
Sannsynlighet = 0 avkastning	19,8 %	25,33 %	25,33 %
Sannsynlighet < 0 avkastning	25,8 %	16,01 %	16,01 %
Total avkastning	19,4 %	21,25 %	23,28 %
Årlig avkastning	4,53 %	4,94 %	5,37 %

( $\mu = 7,65 \%$ ,  $\sigma^2 = 23 \%$ ,  $f = 2,5 \%$ ,  $T = 4$ ,  $dg = 90 \%$ )

Tabell 16 viser at “base case” analysen og den nye analysen er nokså like. De skiller seg riktignok ved forventet avkastningsintervall totalt og årlig. Forskjellen ligger i at 90 % deltakergrad gir en høyere oppside. Dette er naturlig da en deltakergrad på 90 % gir en høyere avkastning over 0 %, enn hva 84 % deltakergrad gir. Sett i forhold til Terra sine estimater er forventet avkastning med 90 % mer positive, sett fra investorens side.

Videre følger en sensitivitetsanalyse der jeg ser hvordan endring i inputvariablene jeg har lagt til grunn påvirker den forventede avkastningen til produktet.

## 6.2 Sensitivitetsanalyse; Avkastning

I denne delen vil jeg se hvordan endring i underliggende estimater på volatilitet og drift vil endre forventet avkastning på en investering i “Indekssertifikat Råvarer”. Da vil jeg kunne gi en dypere forklaring på hvilke parameter som ved endring har størst utslag på forventet avkastning:

Tabell 17 - Intervall for sensitivitetsanalyse: AVKASTNING

Parameter	Verdi
Volatilitet	[10 % - 40 %]
Drift	[0 % - 15 %]

Jeg har valgt å se på relativt store sprik på inputvariablene i min sensitivitetsanalyse, slik jeg også gjorde i kapittel 5.7. Stegene i sensitivitetsanalyse av volatilitet er 5 % og stegene i sensitivitetsanalyse av drift er 2,5 %.

## 1. Endring i volatilitet til indeksen

Volatilitet påvirker simulerte stier til underliggende i Monte Carlo simuleringen under P-mål.

Tabell 19 viser hvordan volatilitet påvirker forventet avkastning:

Tabell 18 - Sensitivitetsanalyse med endring i volatilitet til SPGSCI

Forklaring	Terra	"Base Case"	10 %	15 %	20 %	25 %	30 %	35 %
<b>Forventet avkastningsintervall</b>	-43,00 %	-31,35 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	-35,39 %	-44,86 %	-53,41 %
<b>Forventet avkastningsintervall årlig</b>	-12,90 %	-8,98 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	-10,34 %	-13,83 %	-17,38 %
<b>Sannsynlighet &gt; 0 avkastning</b>	54,00 %	58,66 %	82,40 %	70,48 %	62,41 %	56,47 %	51,77 %	47,79 %
<b>Sannsynlighet = 0 avkastning</b>	19,00 %	25,33 %	17,26 %	25,32 %	26,27 %	24,48 %	22,10 %	19,76 %
<b>Sannsynlighet &lt; 0 avkastning</b>	25,8 %	16,01 %	0,34 %	4,20 %	11,32 %	19,05 %	26,12 %	32,44 %
<b>Totalavkastning</b>	19,4 %	21,25 %	20,57 %	21,70 %	21,64 %	20,94 %	20,05 %	19,10 %
<b>Årlig avkastning</b>	4,53 %	4,94 %	4,79 %	5,03 %	5,02 %	4,87 %	4,67 %	4,47 %

Som tabellen viser vil en økning i volatilitet føre til at avkastningsintervallet både totalt og årlig vil ha et større sprik. Dette blir også gjeldende for avkastningssannsynligheten for de tre scenarioene, hvor sannsynlighet for avkastning under barrieren øker med økt volatilitet.

### 3. Endring i drift til indeksen

Drift har påvirkning på simulering av stier til underliggende i Monte Carlo simulering under P- mål. I risikonøytral verdsettelse la jeg til grunn risikofri rente som drift, men jeg har nå brukt 7,65 % som drift for indeksen. Teorien fra kapitel 3.1 indikerer at økt drift vil påvirke forventet avkastning positivt. Tabell 20 viser hvordan drift påvirker forventet avkastning:

Tabell 19 - Sensitivitetsanalyse med endring i drift til SPGSCI

Forklaring	Terra	"Base Case"	0 %	2,5 %	5 %	7,5 %	10 %	12,5 %	15 %
<b>Forventet avkastningsintervall</b>	-43,00 %	-31,35 %	-49,45 %	-44,13 %	-38,25 %	-31,76 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %
<b>Forventet avkastningsintervall årlig</b>	60,00 %	65,50 %	26,09 %	37,66 %	50,46 %	64,60 %	80,23 %	97,50 %	116,59 %
<b>Sannsynlighet &gt; 0 avkastning</b>	-12,90 %	-8,98 %	-15,68 %	-13,54 %	-11,36 %	-9,11 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %
<b>Sannsynlighet = 0 avkastning</b>	12,30 %	13,42 %	5,97 %	8,32 %	10,75 %	13,27 %	15,87 %	18,55 %	21,31 %
<b>Sannsynlighet &lt; 0 avkastning</b>	54,00 %	58,66 %	32,73 %	40,90 %	49,53 %	58,14 %	66,41 %	73,94 %	80,45 %
<b>Totalavkastning</b>	19,00 %	25,33 %	30,17 %	29,88 %	28,23 %	25,53 %	22,10 %	18,27 %	14,44 %
<b>Årlig avkastning</b>	25,8 %	16,01 %	37,10 %	29,23 %	22,24 %	16,33 %	11,50 %	7,80 %	5,11 %
<b>Årlig avkastning</b>	19,4 %	21,25 %	-6,73 %	1,77 %	10,86 %	20,64 %	31,30 %	42,97 %	55,83 %
<b>Årlig avkastning</b>	4,53 %	4,94 %	-1,73 %	0,44 %	2,61 %	4,80 %	7,04 %	9,35 %	11,73 %

Økt drift fører i estimeringen til at forventet avkastning både totalt og årlig vil ha en større oppside. Det vil også være mindre sannsynlighet for at investeringen både totalt og årlig vil gi negativ avkastning. Sannsynligheten for de 3 scenarioene går også i den retning av at scenario 1 får større sannsynlighet ved økt drift. Det forventede avkastningsintervallet får en lavere nedside og en høyere oppside, altså øker sannsynligheten for positiv avkastning. Med bruk av drift over 10 % viser avkastningsintervallet at sannsynligheten for avkastning både totalt og årlig under 0 % ikke er til stede. Dette innebærer at bruk av drift over 10 % fører til at jeg med 70 % sannsynlighet kan si at muligheten for negativ avkastning ikke er tilstede.

## 6.2 Drøfting av resultat

Hovedmålet med kapittel 6 har vært å se på om estimatene Terra oppgir i sin salgsbrosjyre gir et realistiske bilde av sannsynligheter for avkastning, samt å se hvordan endring inputvariablene påvirker estimert avkastning. De mest spennende funnene i min analyse for en investor i produktet mener jeg er forventet avkastning (totalt og årlig), samt sannsynlighet for positiv forventet avkastning. Disse tallene er gode å ha for å sammenlikne dette produktet opp mot de alternativene som finnes. Jeg har tatt i bruk sensitivitetsanalyse der jeg har endret volatilitets- og driftsleddet. Jeg mener at variablene jeg har lagt til grunn i mitt “base case” er fornuftige. Terra har som tidligere nevnt ikke gitt noen informasjon om hva de bruker som volatilitet eller drift for estimering av avkastning.

Analysen viser at mine estimater og Terra sine er nokså nære hverandre. I “base case” analysen hvor jeg har lagt til grunn en deltakergrad lik den Terra bruker, viser tallene at Terra har noe større nedside og lavere oppside enn hva jeg har estimert for avkastningsintervallet både totalt og årlig. Videre er sannsynligheten for avkastning lavere enn 0 % oppgitt av Terra lik 25,8 % hvor jeg har estimert dette til å være 16,01 %.

Den totale avkastningen estimert av Terra ved bruk av backtesting viser en total avkastning lik 19,4 % og en årlig lik 4,53 %. I min analyse estimerte jeg totalavkastningen til å være lik 21,25 % med en årlig avkastning lik 4,94 %. Både mine og Terra sine estimater ligger godt over hva risikofri rente er forventet å være i perioden.

Sensitivitetsanalysen viser at økt volatilitet alene vil føre til at sannsynligheten for negativ og positiv avkastning vil øke. Med andre ord vil sannsynligheten for ekstremutfall øke med økt volatilitet. Ved bruk av volatilitet over 20 % viser sensitivitetsanalysen at forventet avkastning synker. Dette skyldes trolig at nedsiden blir større enn oppsiden som følge av deltakergraden på 84 % og 90 %.

Jeg har også gjennomført en sensitivitetsanalyse hvor jeg har brukt forskjellige verdier for drift. Denne analysen viser at hvis jeg øker drift alene vil sannsynligheten for positiv avkastning øke, dette gjelder også for avkastningsintervallet totalt og årlig. Ved bruk av drift på 10 % og oppover vil sannsynligheten for et negativt avkastningsintervall ikke eksistere.

## 7.0 Konklusjon

Jeg ønsket med denne oppgaven å undersøke hvorvidt Terra tar en riktig pris, og om estimatene Terra oppgir i sin salgsbrosjyre gir et realistisk bilde av sannsynligheter for avkastning. Med riktig pris mener jeg teoretisk pris på produktet ved bruk av Monte Carlo simulering. Informasjonen Terra oppgir i sin salgsbrosjyre var relativt utfyllende, men informasjon om hva Terra bruker som inputvariabler for estimeringene sine kommer ikke frem. Dette er mangelfullt. Derfor har jeg lagt til grunn de inputvariablene som jeg mener er mest realistiske med bakgrunn i historisk data.

Problemstilling fra innledningen var som følger:

- 1. Verdsettelse med sensitivitetsanalyse av “Indekssertifikat råvarer”.**
- 2. Gir estimatene Terra oppgir i sin salgsbrosjyre et realistisk bilde av sannsynligheter for avkastning?**

### 7.1 Verdsettelse med sensitivitetsanalyse av “Indekssertifikat Råvarer”

Av analysen vil jeg konkludere med at det er meget vanskelig å si noe om hvorvidt prisen Terra tar for produktet er en “riktig pris”. Bakgrunnen for dette er at størrelsen på inputvariablene som er lagt til grunn har stor påvirkning på teoretisk verdi som blir estimert, noe også sensitivitetsanalysen viste. Den teoretiske prisen jeg kom frem med bruk av historisk volatilitet på 23 %, risikofri rente lik 2,65 % og en convenience yield lik 2,5 % er 92,2467 kroner. Prisen avviker fra prisen til Terra som er satt til 100 kroner, differansen er altså lik 7,7533 kroner. Den teoretiske prisen egner seg bra som et utgangspunkt for om denne investeringen er god eller ikke. Terra vil trolig bortforklare differansen med at den teoretiske prisen viker fra hva som er markedspris og at dette er naturlig. I salgsbrosjyren oppgir ikke Terra hva de legger til grunn som inputvariabler for pris estimering og heller ikke hvordan de har kommet frem til denne prisen. Terra opplyser riktignok at marginene i produktet er 4 %.

I sensitivitetsanalysen oppdaget jeg at den faktoren som hadde størst påvirkning på estimering av teoretisk pris var convenience yield. Endring i denne fører til at teoretisk pris skifter drastisk. Når jeg la til grunn en convenience yield på 0 % ble teoretisk pris lik 100,22 kroner. Convenience yield er den variabelen som har størst innvirkning på teoretisk pris. Denne

variabelen er det knyttet størst usikkerhet til i min analyse av teoretisk pris, da den kan variere i takt med at indeksen vektet på nytt årlig. Videre viste sensitivitetsanalysen at en isolert endring i volatilitet vil føre til en nedgang i estimert teoretisk verdi.

Med bakgrunn i de analysene som her er gjort vil jeg konkludere med at produktet er noe overpriset av Terra.

## **7.2 Gir estimatene Terra oppgir i sin salgsbrosjyre et realistisk bilde av sannsynligheter for avkastning?**

For å kunne sammenlikne estimatene Terra oppgir i sin salgsbrosjyre valgte jeg å legge til grunn samme deltakergrad som Terra legger til grunn. Denne deltakergraden er 84 %, mens den faktiske ble 90 %. Ved å legge til grunn en drift lik 7,65 %, volatilitet lik 23 %, convenience yield lik 2,5 % og en deltakergrad lik 84 % var det lite som skilte estimatene til Terra med mine estimater. Forskjellen var i stor grad at Terra hadde en noe lavere nedre- og øvre grense i avkastningsintervallet.

Jeg estimerte i “base case” analysen (med deltakergrad lik 84 %) en forventet avkastning lik:

- Totalt 21,25 %
- Årlig 4,94 %.

Dette estimatet ligger over den risikofrie renten som er forventet å være 2,65 % per år i perioden. Ved bruk av 90 % deltakergrad som ble den faktiske deltakergraden ved notering estimerte jeg den forventede avkastningen til å være lik:

- Totalt 23,28 %
- Årlig 5,37 %

Ved økt deltakergrad vil investoren ta del i en større porsjon av en potensiell økning i underliggende indeks og dermed er denne forventede avkastningen høyere enn “base case” analysen.

Sammenlikner jeg tallene over med Terra sine estimater viser dette at mine estimater ligger over hva Terra mener en investor kan forvente.

Med bakgrunn i analysen jeg har gjennomført vil jeg konkludere med at Terra i sin salgsbrosjyre gir investoren et realistisk bilde av sannsynligheter for avkastning.

### 7.3 Etterspill etter introduksjon av “Indekssertifikat råvarer”

Ved notering ble startkursen på Indekssertifikat Råvarer (ISIN NO 001 0590896) satt til 341,1457 og deltagergraden ble fastsatt til 90 %. Marginen i produktet ble som estimert, 4 %.

Terra har i ettertid lagt ned avdelingen for “Alternative investeringer” som solgte og utviklet produktene:

- **Indekssertifikat råvarer**
- **Kupongsertifikat Norsk Hydro**

Bakgrunnen for denne nedleggelsen er store negative tall for selskapet Terra Markets i 2010.

Produktet selges fortsatt i annenhånds markedet, men det er lite trolig at Terra kommer til å være utsteder for liknende produkter i nær fremtid.

I forbindelse med salg av produktet måtte kunden gjennomføre en kunnskapstest for å vise at kunden forstod produktet. Dette er noe jeg tror vi kommer til å se mer til i fremtiden. Testen er selvfølgelig designet for at “selger” skal vite at kunden forstår hva han/hun kjøper. Men det gjør også at Terra sikrer seg mot et eventuelt søksmål fra kunden. Da de kan med testen bekrefte at kunden visste hva han/hun kjøpte. Kunnskapstesten er vedlagt oppgaven.

### 7.5 Svakheter med analysen og videre utvidelse

I denne oppgaven har jeg kun analysert et indekssertifikat knyttet opp mot råvareindeksen SPGSCI. Flere produkter ville gjort oppgaven sterkere. Den største svakheten med er trolig knyttet til analysen av produktet, da denne delen er svært avhengig av de inputvariablene jeg legger til grunn. Hadde jeg lagt til grunn andre forutsetninger for risikofri rente, convenience yield, volatilitet og drift ville resultatet sett annerledes ut enn det som blir presentert her. Den aller største usikkerheten er trolig knyttet opp mot inputvariabelen “convenience yield”, da denne kan variere fra år til år i takt med at vektingen i underliggende indeks skifter. Denne variabelen viste i sensitivitetsanalysen for teoretisk verdi å ha meget stor påvirkning på utfallet. I oppgaven valgt jeg å sette convenience yield lik 2,5 %.

Videre arbeid bør være å analysere flere produkter, da det trolig vil komme flere liknende produkter i fremtiden.

## 8.0 Litteraturliste

### Artikler

Black, F., & Scholes, M. S. (1973). The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *Journal of Political Economy*, 81(3).

Boyle, P. P. (1977). Options: A Monte Carlo approach. *Journal of Financial Economics*, 4(3).

Brudvik P., Henriksen E. og Thøgersen Ø. (Mai.2000): Terminstrukturen i Brent-futures markedet. NHH SNF-prosjekt nr. 2120.

[www.snf.no/Admin/Public/DWSDownload.aspx?File..00%2FA21\\_00](http://www.snf.no/Admin/Public/DWSDownload.aspx?File..00%2FA21_00)

Fama, E. F., & French, K. R. (2004). The Capital Asset Pricing Model: Theory and Evidence. *Journal of Economic Perspectives*, 18(25–46).

Gorton, G. B., & Rouwenhorst, K. G. (2005). Facts and Fantasies about Commodity Futures. *SSRN eLibrary*.

Ito, K. (1951). On Stochastic Differential Equations,. *Memories of the American Mathematical Society*, 4, 1-51.

Kredittilsynet (2.1.2008): Undersøkelse av sammensatte produkter

<http://www.regjeringen.no/upload/FIN/fma/Sammensatte%20produkter.pdf>

Milonas N. og Henker T. (Februar 2001): Price spread and convenience yield behaviour in the international oil market.

*Applied Financial Economics*, Volume 11 s23-36.

Welch, I. (2000). Views of Financial Economists on the Equity Premium and on Professional Controversies.

*Journal of Business*, 73(4), 501-537.



## **Bøker**

Back, K. (2005). *A Course in Derivative Securities*.  
Springer-Verlag.

Benninga, S. Ed. (2008). *Financial modeling*  
Massachusetts Institute of technology

Bodie Z., Kane A. og Marcus A. (2005): *Investments 6th ed.*  
McGraw Hill (Singapore, 2005)

Haug, E. G. (2006). *The Complete Guide to Option Pricing Formulas* (2 ed.):  
McGraw-Hill.

Hull J. (2006): *Options, Futures, and other derivatives*. 6th ed.  
Pearson Prentice Hall, New Jersey.

Joshi, M. (2003). "The concepts and practice of mathematical finance",  
Cambridge University press.

Ubøe, J, & Jørgensen, K. (2008). *Statistikk for økonomifag*.  
Oslo: Gyldendal akademisk.

Øksendal, B. (2003). *Stochastic differential equations: an introduction with applications*.  
Berlin: Springer.

## **Personer**

Lindberg, J. Kragerø Sparebank

## **Masteroppgaver**

Abrahamsen, M, & Ringset, K. M. (2009). *Analyse av pris og forventet avkastning til DNB  
Nor Warrant Markedsnøytral 2008/2010*  
*Universitetet i Agder ; University of Agder.*

Kvisler, G. (2010). *Kupongsertifikater : et verdifullt bidrag i spareproduktjungelen?* . NHH, Bergen. Retrieved from

<http://bora.nhh.no/bitstream/2330/2448/3/Kvisler%202010.PDF>

## **Internett**

Chicago Mercantile Exchange: <http://www.cmegroup.com/>

Commerzbank. from: [www.commerzbank.com/](http://www.commerzbank.com/)

[www.commerzbank.com/en/hauptnavigation/presse/pressemitteilungen/  
archiv1/2008/quartal\\_08\\_03/presse\\_archiv\\_detail\\_08\\_03\\_4539.html](http://www.commerzbank.com/en/hauptnavigation/presse/pressemitteilungen/archiv1/2008/quartal_08_03/presse_archiv_detail_08_03_4539.html)

E24.no, from: <http://e24.no/olje-og-raavarer/oljeprisen-er-halvert-paa-tre-maaneder/2708079>  
<http://e24.no/makro-og-politikk/ville-ikke-tatt-oljefondets-greske-veddemaal/3803939>

Euronext, NYSE. (2008). Warrants & Certificates Guide: Season your strategy, from  
<http://www.euronext.com/fic/000/031/386/313861.pdf>

Norges Bank, from: <http://www.norges-bank.no/no/prisstabilitet/rentestatistikk/statsobligasjoner-rente-arsgjennomsnitt-av-daglige-noteringer/>  
<http://www.norges-bank.no/no/om/publisert/pressemeldinger/2011/rentemelding-12-mai/>

Standard & Poor's, from: <http://www.standardandpoors.com/home/en/eu>

Terra, from: [www.terra.no](http://www.terra.no)

VG, from: <http://www.vg.no/dinepenger/artikkel.php?artid=10007453>  
<http://www.vg.no/dinepenger/artikkel.php?artid=10029007>

## Vedlegg

Vedleggene som følger er selve fundamentet i det empiriske arbeidet i oppgaven. Verktøyet som har blitt brukt er Matlab i forbindelse med simulering, Excel er benyttet i forbindelse med analyse av historisk data, tabell- og graf produksjon.

- Kode1: Matlab kode for simulering av verdi
- Kode2: Matlab kode for simulering av avkastning
- Kode3: Konstruksjon av opsjonenes profittfigur
- Excel ark som oppsummerer output fra deskriptiv statistikk i forbindelse med analyse av underliggende indeks.
- Kunnskapstesten ved kjøp av "Indekssertifikat Råvarer"

Jeg ønsker å rette en stor takk til Valeri Zakamouline for utgangspunktet til Matlab-kodene som jeg har videreutviklet disse kodene til å passe for produktet jeg har analysert i denne oppgaven.

## KODE 1: Matlab kode for simulering av verdi

```
clear, clc, close all
% Monte Carlo simulering av indekssertifikat råvarer
%definering av paramterere
C = 100;
r = 0.0265;
sigma = 0.23;
f = 0.025; %
T = 4; % Tid til forfall
S0 = C % Indeks start
K2 = 0.7*S0 % Nedre barriere
K1 = S0 % Øvre barriere
dg = 0.90 % Deltakergrad
omk = 0.00 % omkostninger ved tegning av sertifikater
M = 1000000; % antall simuleringer
% Brukes til å beregne sannsynlighet
ALT0 = 0
ALT1 = 0
ALT2 = 0
randn('state',100)
% simulerer aksjekursen og beregner avkastning for P fra 1 til N
P = zeros(M,1);
ST = zeros(M,1);
for i=1:M
    ST(i) = S0*exp((r-f-0.5*sigma^2)*T+sigma*sqrt(T)*randn);
    if ST(i) > S0
        P(i) = S0 + dg*(ST(i)-S0);
        ALT0 = ALT0 + 1;
    else
        if ST(i) > K2
            P(i) = S0;
            ALT1 = ALT1+1;
        else
            P(i) = ST(i);
            ALT2 = ALT2+1;
        end
    end
    P(i)= exp(-r*T)*P(i);
end
P= sort(P);
il = round(M*0.15);
iu = round(M*0.85);
Pltot=P(il)
Putot=P(iu)
verdi = mean(P)
Verdimomk = verdi*(1+omk)
ALT0 = ALT0/M % sannsynlighet > 0 avkastning
ALT1 = ALT1/M % sannsynlighet = 0 avkastning
ALT2 = ALT2/M % sannsynlighet < 0 avkastning
hist(P,50)
legend('Teoretisk Verdi Indekssertifikat Råvarer - Uten tegningskostnad')
xlabel ('Teoretisk Pris')
```

## KODE 2: Matlab kode for simulering av avkastning

```
clear, clc, close all
% Monte Carlo simulering av indekssertifikat råvarer
%definering av paramterere
C = 100;
mu = 0.0765;
r = 0.0265;
sigma = 0.23;
f = 0.025; %
T = 4; % Tid til forfall
S0 = C % Indeks start
K2 = 0.7*S0 % Nedre barriere
K1 = S0 % Øvre barriere
dg = 0.84 % Deltakergrad
omk = 0.00 % omkostninger ved tegning av sertifikater
M = 1000000; % antall simuleringer
% Brukes til å beregne sannsynlighet
ALT0 = 0
ALT1 = 0
ALT2 = 0
randn('state',100)
% simulerer aksjekursen og beregner avkastning for P fra 1 til N
P = zeros(M,1);
ST = zeros(M,1);
for i=1:M
    ST(i) = S0*exp((mu-f-0.5*sigma^2)*T+sigma*sqrt(T)*randn);
    if ST(i) > S0
        P(i) = S0 + dg*(ST(i)-S0);
        ALT0 = ALT0 + 1;
    else
        if ST(i) > K2
            P(i) = S0;
            ALT1 = ALT1+1;
        else
            P(i) = ST(i);
            ALT2 = ALT2+1;
        end
    end
end
P(i)=(P(i)-C*(1+omk))/(C*(1+omk));
end
P= sort(P);
il = round(M*0.15);
iu = round(M*0.85);
Pltot=P(il)
Putot=P(iu)
Plyr = ((1+Pltot)^(1/T)-1)
Pluyr = ((1+Putot)^(1/T)-1)
% estimat gitt ved 95 % og 70 % konfidensintervall
%[av70, std70, lowbnd70, upbnd70] = meanstd70(P)
%[avk95, std95, lowbnd95, upbnd95] = meanstd(P)
totalavkastning = mean(P) % i prosent
annovak = ((1+totalavkastning)^(1/T)-1) % i prosent
ALT0 = ALT0/M % sannsynlighet > 0 avkastning
ALT1 = ALT1/M % sannsynlighet = 0 avkastning
ALT2 = ALT2/M % sannsynlighet < 0 avkastning
hist(P,50)
```

## Konstruksjon av opsjons profittfigur (Figur 1)

```
ST = 0:200;
K = 100;
P = 10;
C = 10;

LK = max (ST-K,0)-C;
KK = C- max (ST-K,0);
LS = max (K-ST,0)-P;
KS = P - max (K-ST,0);
null = 0*ST
hold all
subplot (2,2,1), plot (ST,LK,'-',ST,null,':')
title('Profit - Lang Kjøpsopsjon')
xlabel('Underliggende ved forfall')
ylabel('Profit')
hold all
subplot (2,2,2), plot (ST,KK,'-',ST,null,':')
title('Profit - Kort Kjøpsopsjon')
xlabel('Underliggende ved forfall')
ylabel('Profit')
hold all
subplot (2,2,3), plot (ST,LS,'-',ST,null,':')
title('Profit - Lang Salgsopsjon')
xlabel('Underliggende ved forfall')
ylabel('Profit')
hold all
subplot (2,2,4), plot (ST,KS,'-',ST,null,':')
title('Profit - Kort Salgsopsjon')
xlabel('Underliggende ved forfall')
ylabel('Profit')
hold all
```

## Excel-regneark med beregning av deskriptiv statistikk for SPGSCI

Year	1		2		3		5		10		All	
252	Dag	År	Dag	År	Dag	År	Dag	År	Dag	År	Dag	År
<b>Gjennomsnitt</b>	0,07 %	17,27 %	0,07 %	17,37 %	-0,02 %	-3,87 %	0,00 %	0,59 %	0,01 %	2,50 %	0,00 %	1,09 %
<b>Standardfeil</b>	0,07 %	18,03 %	0,06 %	15,74 %	0,06 %	15,12 %	0,04 %	10,16 %	0,02 %	5,90 %	0,02 %	4,89 %
<b>Median</b>	0,09 %	21,83 %	0,09 %	22,16 %	0,02 %	5,62 %	0,03 %	8,44 %	0,02 %	5,74 %	0,02 %	4,55 %
<b>Standardavvik</b>	1,14 %	18,03 %	1,40 %	22,27 %	1,65 %	26,21 %	1,43 %	22,71 %	1,17 %	18,63 %	1,11 %	17,63 %
<b>Utvalgsvarians</b>	0,01 %	3,25 %	0,02 %	4,96 %	0,03 %	6,87 %	0,02 %	5,16 %	0,01 %	3,47 %	0,01 %	3,11 %
<b>Kurtosis</b>	0,791	0,995	1,662	2,265	3,299	3,441						
<b>Skjevhet</b>	-0,307	-0,222	-0,263	-0,299	-0,256	-0,232						
<b>Område</b>	0,069	0,099	0,136	0,136	0,136	0,136						
<b>Minimum</b>	-0,038	-0,050	-0,072	-0,072	-0,072	-0,072						
<b>Maksimum</b>	0,031	0,049	0,064	0,064	0,064	0,064						
<b>Sum</b>	0,173	0,347	-0,116	0,030	0,250	0,141						
<b>Antall</b>	252	504	252	757	252,3	1260	252	2518	251,8	3274	251,8461538	
<b>Konfidenskoeffisient(95,0 %)</b>	0,14 %	35,52 %	0,12 %	30,93 %	0,12 %	29,69 %	0,08 %	19,93 %	0,05 %	11,56 %	0,04 %	9,59 %

## Kunnskapstest ved kjøp av "Indekssertifikat Råvarer"

Tegningsblankett

Side 2

### Indekssertifikat Råvarer

Terra Markets er opptatt av at tegnere i Indekssertifikat Råvarer skal forstå produktet, dets risiko og egenskaper. Terra Markets forbeholder seg retten til å avvise tegninger der tegningsblankettens side 2 er feilaktig utfyllt.

1. Ved en investering i Indekssertifikat Råvarer har du da garanti for å få tilbake investert beløp på forfall?  
 Ja  Nei
2. Deltagergraden i Indekssertifikat Råvarer er indikativt 84 %, men kan på startdagen fastsettes til både høyere og lavere enn dette, dog ikke lavere enn 75 %. Deltagergraden angis i prosent og forteller hvor stor del av oppgangen i råvareindeksen du får ta del i. Jeg er inneforstått med dette.  
 Ja  Nei
3. Jeg er inneforstått med at ved kjøp av Indekssertifikat Råvarer tas en kredittrisiko på utsteder Commerzbank. Om Commerzbank skulle gå konkurs eller ikke være i stand til å overholde sine betalingsforpliktelser risikerer investor å tape deler av eller hele sin plassering, uavhengig av hvordan råvareindeksen har utviklet seg i løpetiden.  
 Ja  Nei
4. Løpetiden på Indekssertifikat Råvarer er ca 4 år. Betyr det at plasseringen er bundet og at jeg må sitte med den til forfall?  
 Ja  Nei
5. Hvis råvareindeksen S&P GSCI Light Energy Excess Return ikke har steget i løpetiden, men har falt med 30 % eller mindre i forhold til startkursen ved forfall, vil jeg få tilbake det beløpet jeg opprinnelig investerte, fratrukket tegningsprovisjon.  
 Riktig  Feil
6. Hvis råvareindeksen S&P GSCI Light Energy Excess Return ikke har steget i løpetiden, men har falt med mer enn 30 % i forhold til startkursen ved forfall, vil jeg tape tilsvarende det kursmessige fallet i indeksen på investert beløp.  
 Riktig  Feil
7. Tegningsprovisjonen er på 2 %. I tillegg har sertifikatet en produktmargin, estimert til 4 %, 0,98 % årlig av sertifikatets nominelle beløp. Denne provisjonen er inkludert i produktets kjøpspris og vilkår. Jeg aksepterer kostnadene i produktet.  
 Ja  Nei

Sted og dato	Signatur kunde
--------------	----------------

The logo for Terra Markets, featuring a stylized green leaf-like symbol to the left of the word "TERRA" in a bold, green, sans-serif font.