

## Masteroppgave

*Opsjoner vs. Warranter på Oslo Børs*

Av

Jon Sverre Monsen & Kjetil Wiger

Masteroppgaven er gjennomført som et ledd i utdanningen ved Universitetet i Agder og er godkjent som sådan. Denne godkjenningen innebærer ikke at universitetet inntår for de metoder som er anvendt og de konklusjoner som er trukket.

Veileder: Førstemanuensis Valeri Zakamouline

Universitetet i Agder, Kristiansand

2. juni 2009



## Forord

Masteroppgaven leveres og en femårig studieperiode ved Universitetet i Agder er over. En minneverdig epoke erstattes med en ny og forhåpentligvis like spennende fremtid.

Som en avslutning på en flott og lærerik hverdag har vi kunnet benytte tilegnet kunnskap på en ny og spennende måte ved å arbeide fritt med en spennende og tidkrevende oppgave.

Vi vil ha æren av å takke alle som har bidratt til en flott sosial og faglig studietid her i Kristiansand.

For hjelp og konstruktive innspill takker vi vår veileder og førsteamanuensis ved Universitetet i Agder, Valeri Zakamouline.

Takk til Oslo Børs og Nordnet for praktisk informasjon rundt markedet og tilgang til datamateriale.

Til sist vil vi også takke hverandre for godt samarbeid gjennom dette semesteret.

Kristiansand 2. Juni 2009.

---

Jon Sverre Monsen

---

Kjetil Wiger



## Sammendrag

Denne masterutredningen tar for seg opsjoner og warranter notert på Oslo Børs. Grunnen til at vi ser på disse to derivattypene er at de i all hovedsak er å forstå som identiske produkter. Med samme risikoeksponering i markedet og identisk payoff profil finner man at de to derivatene også bør være likt priset. Intensjonen er å sammenligne disse med hverandre for deretter se om det finnes systematiske prisavvik.

Gjennom våre undersøkelser har vi studert de forskjellige derivatenes implisitte volatiliteter samt foretatt prisavviksanalyser mellom markedspris og teoretisk pris. Våre resultater sees også opp mot tidligere resultater ved tilsvarende studier på andre markeder.

Det viser seg i våre undersøkelser at de to derivattypene ikke er likt priset i markedet. Hovedsakelig finner vi en implisitt volatilitet for warranter, som for de aller fleste observasjoner ligger over opsjonenes implisitte volatilitet, og gir oss en warrantpris høyere enn tilsvarende opsjonspris. Disse observasjonene er også gjort på tilsvarende markeder i andre land.



## Innholdsfortegnelse

<b>Forord .....</b>	<b>II</b>
<b>Sammendrag.....</b>	<b>III</b>
<b>1. Innledning.....</b>	<b>1</b>
1.1. Introduksjon av oppgaven.....	1
1.2. Problemstilling.....	2
1.3. Oppgavens struktur.....	3
<b>2. Rammeverk for analyse av opsjoner og warranter. ....</b>	<b>4</b>
2.1. Derivater.....	4
2.2. Hva er en opsjon?.....	4
2.2.1. Moneyness .....	9
2.2.2. Opsjonens forskjellige bruksområder .....	10
2.3. Hva er en warrant?.....	12
2.4. Faktorer som påvirker verdien av opsjoner og warranter. ....	14
2.5. Forklaring av terminologi .....	17
<b>3. Aksjekursens bevegelser. ....</b>	<b>20</b>
3.1. Markovprosess .....	20
3.2. Wienerprosess.....	21
3.3. Generalisert Wienerprosess.....	22
3.4. Itô prosessen .....	24
3.5. Stokastisk prosess for en ikke-utbyttebetalende aksje.....	24
3.6. Itô's lemma.....	25
3.7. Black-Scholes-Merton differensialligning.....	26
3.8. Risikonøytral verdsetting.....	28
3.9. Volatilitetssmil.....	29
<b>4. Tidligere arbeid og publiserte artikler. ....</b>	<b>31</b>
<b>5. Metode .....</b>	<b>36</b>
<b>6. Analyse av opsjoner og warranter .....</b>	<b>42</b>
6.1. Hva skiller opsjoner og warranter fra hverandre? .....	42
6.2. Våre observasjoner.....	42
6.2.1. Observasjon 1: DnB NOR 25.3.2009.....	43
6.2.2. Observasjon 2: Orkla 27.1.2009. ....	47

---

6.2.3. Observasjon 3: Tomra 27.1.2009 .....	51
6.3. Oppsummering.....	54
<b>7. Avslutning og konklusjon .....</b>	<b>59</b>
7.1. Konklusjon .....	59
7.2. Svakheter ved oppgaven .....	60
<b>8. Referanser .....</b>	<b>61</b>
<b>9. Appendiks .....</b>	<b>63</b>



# 1. Innledning

## 1.1. Introduksjon av oppgaven

Denne masterutredningen i finansiell økonomi tar for seg det norske markedet av børsnoterte warranter og opsjoner. Disse derivatinstrumentene bygger i prinsippet på samme strategi der man får en gearingeffekt som gir en høy markedseksponering i forhold til det investerte beløp. Risiko knyttet til dette er tilsvarende for opsjoner og warranter med samme parametre og faktorer, og tilsier at avkastningen for de to derivattypene er identisk.

Med dette som grunnlag skal prisen for en warrant og en opsjon tilsvare hverandre, gitt identiske parametre. Tidligere analyser gjort på andre markeder tilsier at det er avvik mellom prisene på opsjoner og warranter. Warrantene er generelt dyrere enn tilsvarende opsjoner. Vi undersøker om disse tidligere analysene korresponderer med våre analyser av det norske markedet.

Analysene vi har gjort viser at mange av observasjonene gjort i tidligere studier også kan observeres i det norske markedet. Likevel finnes det flere avvik som gjør det vanskelig å bekrefte tidligere observasjoner med sikkerhet. Avvikene kan være et resultat av at det norske markedet for slike derivater, spesielt warranter, er lite sammenlignet med andre land der disse tidligere er studert.

I denne oppgaven sammenligner vi warranter og opsjoner mot en beregnet teoretisk pris. Ved hjelp av denne benchmarken kan vi sammenligne opsjoner mot warranter. Vi benytter dermed Black-Scholes-Merton derivatprisindeksmodell som en plattform for sammenligning<sup>1</sup>. Ut fra en beregnet historisk volatilitet vil vi da observere om derivatene er over- eller underpriset i forhold til vår teoretiske pris.

Egentlig danner ikke vår studie grunnlag for å fastslå om derivatene er priset for høyt eller for lavt i markedet når vi sammenligner opp mot benchmark. Denne teoretiske modellen er basert på en historisk volatilitet og gjenspeiler ikke nødvendigvis den sanne volatiliteten. Likevel ser vi at avviket mot benchmark varierer med hensyn til innløsningspris. Dette kommer i konflikt med Black-Scholes-Merton modellen som forutsetter konstant volatilitet

---

<sup>1</sup> Valg av denne modellen er gjort på grunnlag av tidligere forskning, jf. kapittel 4.

uavhengig av innløsningspris. Tendensen for opsjoner er at de er underpriset for høye innløsningspriser, mens avviket avtar etter hvert som innløsningsprisen synker og ofte går til en overprising. For warranter observeres en mer konstant over- eller underprising i forhold til benchmark. Disse observasjonene avhenger likevel av derivatenes grad av moneyness.

Opsjoner og warranter dekker et ulikt spekter av moneyness, der opsjonene som oftest strekker seg høyere enn warrantene. Med en økende implisitt volatilitet med hensyn til moneyness skaper dette det avtagende avviket nevnt i forrige avsnitt. Selv om ikke warrantene strekker seg like høyt, ser vi at ved samme grad av moneyness ligger opsjonenes implisitte volatilitet for de fleste observasjoner under warrantenes. Dette sier oss at warranter er dyrere enn opsjoner på Oslo Børs.

## 1.2. Problemstilling

Markedet for opsjoner og spesielt warranter er lite i Norge sammenlignet med andre land, og det er som vi vet ikke gjort lignende studie på dette området i Norge tidligere. Ut fra våre undersøkelser vil vi:

1. Sammenligne implisitt volatilitet for opsjoner og warranter tilgjengelig på Oslo Børs.
2. Sammenligne markedspriser for derivatene opp mot teoretiske priser.
3. Se etter systematiske prisavvik mellom de to derivatene.

Ved hjelp av disse undersøkelsene vil vi avgjøre om warranter er dyrere enn opsjoner og se om observasjoner gjort ved tidligere studier i andre markeder kan observeres i det norske markedet.

### 1.3. Oppgavens struktur

Vi har valgt å legge opp oppgaven slik at vi først danner en plattform for forståelse og et analytisk rammeverk i kapittel 2. Dette gir en oversikt over det tekniske aspektet med warranter og opsjoner.

Som en påvirkende faktor har vi uthevet aksjekursens bevegelser i kapittel 3. Grunnen er fordi dette er en ukjent variabel som er den vanskeligste å forutse ved prising av derivater.

Som et supplement har vi valgt å dra frem noen tidligere forskningsartikler i kapittel 4 for å danne et bilde av hva vi kan forvente oss å se i vår analyse. Dette danner et sammenligningsgrunnlag for våre resultater i det norske markedet med resultater funnet tidligere i andre markeder.

Kapittel 5 tar for seg fremgangsmåten for våre undersøkelser.

Analysen i kapittel 6 drar frem forskjeller mellom opsjoner og warranter på et overordnet nivå, før tre forskjellige observasjonseksempler tolkes og analyseres. Disse tre eksemplene er ment for å gi et bilde av våre observasjoner. Resten av observasjonene finnes i appendiks.

Siste del av kapittel 6 er en oppsummering av alle våre analyser sett i lys av de tre eksemplene og tidligere forskning.

Opgaven avsluttes med en konklusjon før vi har valgt å vise til svakheter ved oppgavens gjennomføring i kapittel 7.

I kapittel 8 og 9 følger henholdsvis referanser og appendiks.

## 2. Rammeverk for analyse av opsjoner og warranter

### 2.1. Derivater

Derivater er et finansielt instrument der verdi avhenger av et underliggende aktivum. Prisen på et derivat er avledet fra prisen på et underliggende. Eksempler på derivater er forwards, futures, og opsjoner. Ved å bruke derivater kan man redusere risikoen man er eksponert mot, men ved å redusere risikoen reduserer man også en del av potensiell oppside. Derivater brukes også som rene investeringsobjekter. Som investeringsobjekter er derivater forbundet med stor risiko da hele investeringsbeløpet kan gå tapt. Samtidig er oppsiden betydelig større. Derivater blir ofte brukt i sammenheng med aksjehandel, men også ved valutahandel, kraftmegling og råvarehandel. Det ble for øvrig handlet over 16 millioner kontrakter med derivater i 2008<sup>2</sup>.

### 2.2. Hva er en opsjon?

Opsjoner er som nevnt et derivatinstrument. Eieren av en opsjon har en rett, men ikke plikt, til å kjøpe eller selge det underliggende objektet til en på forhånd avtalt pris på eller innen en bestemt dato.

Vi skiller mellom to hovedtyper opsjoner; kjøpsopsjoner (call) og salgsopsjoner (put). I tillegg kan man innta to posisjoner i hver av disse opsjonene. Man kan gå lang (long) eller kort (short) i kjøps- og salgsopsjoner. Er man i en lang posisjon kjøper man en opsjon, men går man kort er man selger av opsjonen. Med dette menes at på hver side av en opsjonshandel er det en aktør som selger og en som kjøper. Dersom kjøperen (eieren) av en opsjon tjener på opsjonen, vil det være et tilsvarende tap for selger. En aggregering av alle opsjoner i et marked vil dermed gi et resultat lik null, sett bort fra transaksjonskostnader.

Som nevnt kan en opsjon utøves på eller innen en bestemt dato. Dette avhenger da av om opsjonen er av amerikansk eller europeisk type. Amerikansk innløsning vil si at man på et

---

<sup>2</sup> (OsloBørs, 2008)

hvilket som helst tidspunkt fra kjøpet av opsjonen og til forfall har mulighet til å utøve opsjonen. Ved europeisk innløsning kan man kun utøve opsjonen på forfalltidspunktet. Disse to typene har ingen geografisk relevans og begge typene handles på de forskjellige børsene.

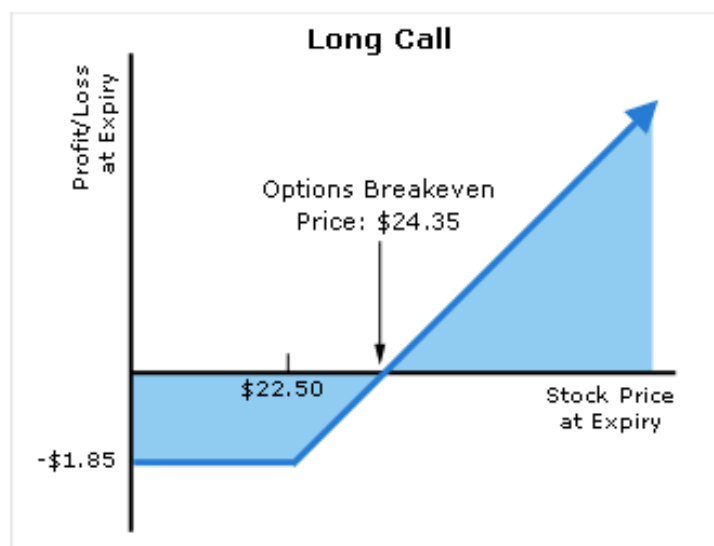
Når vi tar for oss de to hovedtypene opsjoner; kjøpsopsjoner og salgsopsjoner, og vet at disse både kan kjøpes (lang) og selges (kort) får vi fire forskjellige profittprofiler. Vi vil illustrere disse fire profilene.

### Lang posisjon i en kjøpsopsjon

En slik posisjon gir eier av opsjonen en rett, men ikke plikt, til å kjøpe underliggende til en på forhånd bestemt pris. Vi ser bort fra pengenes tidsverdi og profittprofilen blir da som følger:

$$Profitt_T = maks(S_T - K, 0) - P_c, \quad (2-1)$$

der  $S_T$  er underliggendes spotpris ved tidspunkt T, K er innløsningsprisen og  $P_c$  er prisen på opsjonen. Tapet vil da altså være begrenset til opsjonspremien dersom spotprisen ved forfall er lavere eller lik innløsningsprisen. Oppsiden er ubegrenset.



(figur 2-1)

Den horisontale aksene viser spotprisen på underliggende ved forfall,  $T$ , mens den vertikale aksene viser størrelsen på profitten. Vi observerer at dersom spotprisen ved forfall er mindre enn eller lik innløsningsprisen (her: \$22,50) vil det oppstå et tap av opsjonspremien (\$1,85). I dette intervallet vil ikke eier av opsjonen utøve opsjonen. Er spotprisen ved forfall høyere enn innløsningsprisen vil eier utøve opsjonen. Dette reduserer eiers tap fram til break-even (\$24,35) og gir en gevinst/profitt på  $S_T - (K + P_C)$  dersom spotprisen overgår dette punktet.

Eksempel:

$$Profitt_T = maks(30 - 22,5, 0) - 1,85 = maks(7,5, 0) - 1,85 = 5,65$$

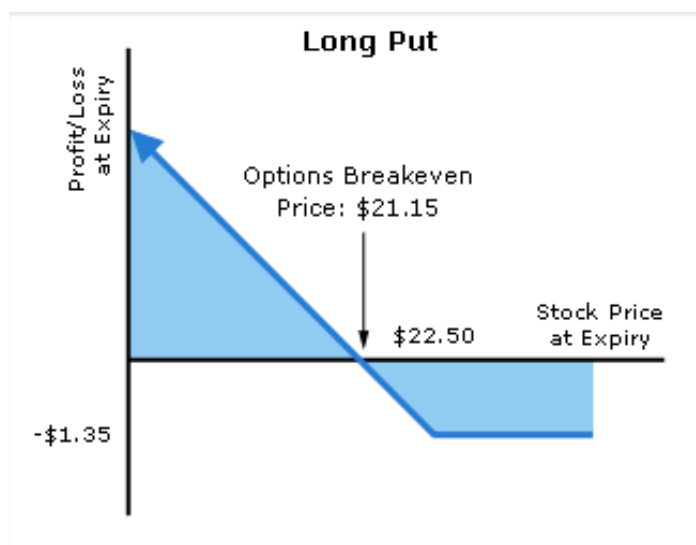
der spotprisen ved forfall er \$ 30, innløsningspris \$ 22,50 og opsjonspremien \$1,85.

### **Lang posisjon i en salgsopsjon**

I motsetning til lang posisjon i en kjøpsopsjon har eier av en salgsopsjon en rett, men ikke plikt, til å selge underliggende til en på forhånd avtalt pris. Dette gir oss en profittprofil som ser slik ut:

$$Profitt_T = maks(K - S_T, 0) - P_P \quad (2-2)$$

Denne profittprofilen viser at eier av en salgsopsjon tjener på at prisen på underliggende synker. Maksimalt tap er fremdeles begrenset til opsjonspremien mens gevinsten er begrenset til innløsningsprisen minus opsjonspremien,  $K - P_C$ .



(figur 2-2)

Vi ser av figuren over at det oppstår en gevinst knyttet til opsjonen dersom spotprisen på underliggende ved forfall er lavere enn break-even (\$21,15). Tapet er begrenset til \$1,35 og profitten kan maksimalt bli \$21,15 dersom prisen på underliggende faller til \$0.

Eksempel:

$$Profitt_T = maks(22,50 - 10, 0) - 1,35 = maks(12,5, 0) - 1,35 = 11,15$$

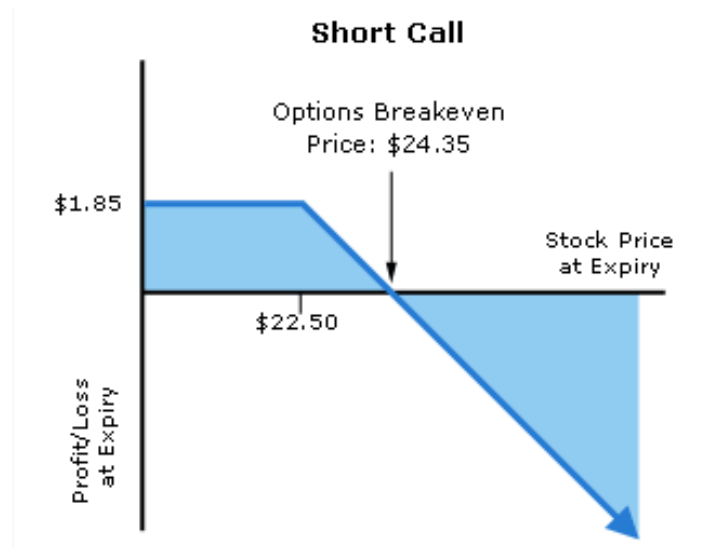
der spotprisen ved forfall er \$10, innløsningsprisen \$22,50 og opsjonspremien \$1,35.

### Kort posisjon i en kjøpsopsjon

Når man har en kort posisjon i en kjøpsopsjon vil det si at man påtar seg en plikt til å selge et underliggende til en på forhånd avtalt pris, dersom eier av opsjonen velger å utøve retten. Man er altså motpart (selger) til en som er gått lang i kjøpsopsjonen (kjøper). Dermed vil profittprofilen bli motsatt av profittprofilen til en aktør som går lang:

$$Profitt_T = P_C - maks(S_T - K, 0) \quad (2-3)$$

Aktøren som går kort i en kjøpsopsjon vil tape dersom prisen på underliggende stiger og profittprofilen er begrenset oppad til en gevinst lik opsjonspremien,  $P_C$ , men er ubegrenset nedad. Det vil si at aktøren kan få et ubegrenset tap dersom prisen på underliggende skulle stige betraktelig.



(figur 2-3)

Denne grafen viser oss at aktøren som går kort i en kjøpsopsjon vil ha en gevinst knyttet til dette dersom prisen på underliggende er lavere enn break-even, \$24,35, ved forfall. Dersom prisen skulle øke vil aktøren få et tap som følge av kontrakten tilsvarende  $S_T - (K + P_C)$ .

Eksempel:

$$Profitt_T = 1,85 - maks(20 - 22,50, 0) = 1,85 - maks(-2,5, 0) = 1,85$$

Der spotprisen ved forfall er \$20, innløsningsprisen er \$22,50 og opsjonspremien \$1,85

### Kort posisjon i en salgsopsjon

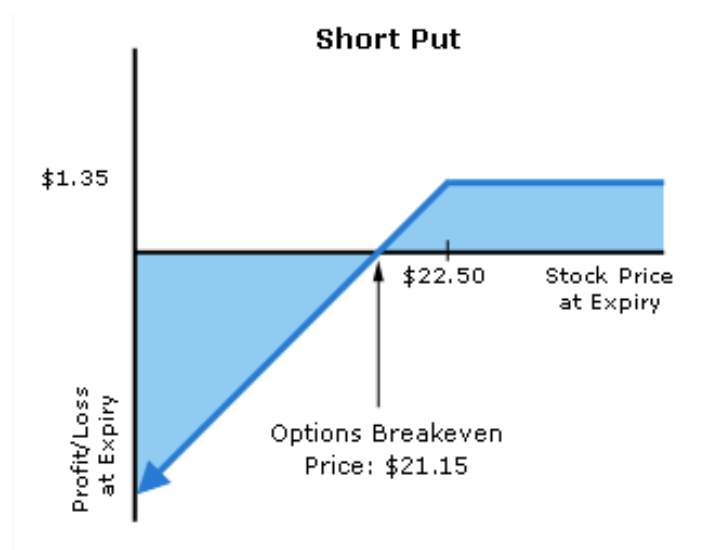
Innehar man en kort posisjon i en salgsopsjon påtar man seg en plikt til å kjøpe underliggende til en på forhånd avtalt pris dersom motparten ønsker å utøve opsjonen. Motparten har da gått lang i den samme opsjonen og står da som kjøper av en salgsopsjon. Profittprofilen for aktøren som har en kort posisjon i en salgsopsjon blir da motsatt av aktøren som går lang i en salgsopsjon:

$$Profitt_T = P_p - maks(K - S_T, 0) \quad (2-4)$$

Aktøren som innehar en kort posisjon i en salgsopsjon vil da tape på et prisfall på underliggende. Gevinsten oppad er begrenset til opsjonspremien, mens nedsiden er begrenset



til verdien av kontrakten. Det vil si at dersom prisen på underliggende skulle falle til null, må aktøren likevel betale avtalt pris selv om han kunne fått tilsvarende gratis i markedet.



(figur 2-4)

Vi ser her at maksimal gevinst for aktøren er \$1,35 som forekommer dersom spotprisen ved kontraktens slutt høyere eller lik strikekursen. Aktøren har en gevinst knyttet til kontrakten helt til spotprisen ved forfall er under break-even, her \$21,15. Deretter oppstår et tap.

Eksempel:

$$Profitt_T = 1,35 - maks(22,50 - 30, 0) = 1,35 - maks(-7,5, 0) = 1,35$$

der spotprisen ved forfall er \$30, innløsningsprisen \$22,5 og opsjonsprisen \$1,35<sup>3</sup>.

### 2.2.1. Moneyness

Moneyness er et mål som forteller om opsjonen er "out-", "at-", eller "in-the-money". Altså om det å innløse opsjonen vil føre til profitt. Moneyness ser på verdien av opsjonen hvis man vil innløse den med en gang<sup>4</sup>.

<sup>3</sup> Alle figurer i avsnitt 2.2 er hentet fra (www.fool.com, 2009)

<sup>4</sup> (Investopedia, 2009)

*Opsjonsverdi = realverdi + tidsverdi*

Realverdien til en opsjon er verdien ved å innløse den nå. Det vil si at hvis verdien på underliggende er høyere enn innløsningsprisen, vil kjøpsopsjonen ha en positiv realverdi, mens realverdien på salgsopsjonen vil være lik 0.

Tidsverdien til en opsjon er en funksjon av opsjonsprisen og opsjonens realverdi. Det kan også sies å være verdien av og ikke innløse opsjonen nå. I tilfellet med en europeisk opsjon, kan man ikke velge tidspunktet for innløsning.

*OTM: Out-of-the-money.*

En "out-of-the-money" opsjon vil ikke ha noen realverdi, kun tidsverdi. En kjøpsopsjon er "out-of-the-money" hvis spotprisen er lavere enn innløsningsprisen. En salgsopsjon er "out-of-the-money" hvis spotprisen er høyere enn innløsningsprisen.

*ATM: At-the-money.*

En opsjon er "at-the-money" hvis spotprisen er den samme som innløsningsprisen. En "at-the-money" opsjon har ingen realverdi, kun tidsverdi.

*ITM: In-the-money.*

En "in-the-money" opsjon har både positiv realverdi og tidsverdi. En kjøpsopsjon er "in-the-money" hvis spotprisen er høyere enn innløsningsprisen. En salgsopsjon er "in-the-money" hvis spotprisen er lavere enn innløsningsprisen.

### 2.2.2. Opsjonens forskjellige bruksområder

Investorer kan bruke opsjoner som enkle investeringsobjekter eller i forbindelse med hedging. Men man kan også kombinere forskjellige opsjoner i en portefølje. Dette kalles opsjonsstrategier, og vi vil vise to av de vanligste strategiene jf. (Berk & DeMarzo, 2007).

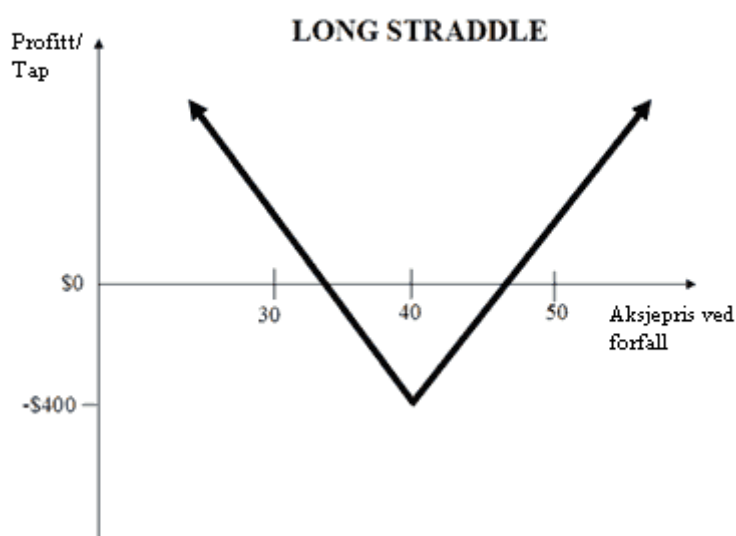
1. Straddle
2. Butterfly spread

Eksemplene demonstrerer kun lange posisjoner.

### Long straddle

Denne strategien innebærer at man kombinerer en lang posisjon i en kjøpsopsjon og en lang posisjon i en salgsopsjon, begge med lik innløsningspris og forfallsdato. Denne strategien bør benyttes hvis man har tro på at underliggende enten vil stige eller falle mye i verdi frem til innløsning. Desto lengre vekk opsjonen er "at-the-money" desto høyere vil profitten bli.

Eksempelet under viser kombinasjon av en lang kjøpsopsjon og en lang salgsopsjon begge med innløsningspris \$40. Totalt koster de to opsjonene \$400, så dette vil være maksimalt tap. Break-even vil være på \$35 eller \$45. Hvis underliggende skulle falle i verdi vil maksimal profitt være \$35. Hvis underliggende derimot skulle stige i verdi, vil profitten være ubegrenset.



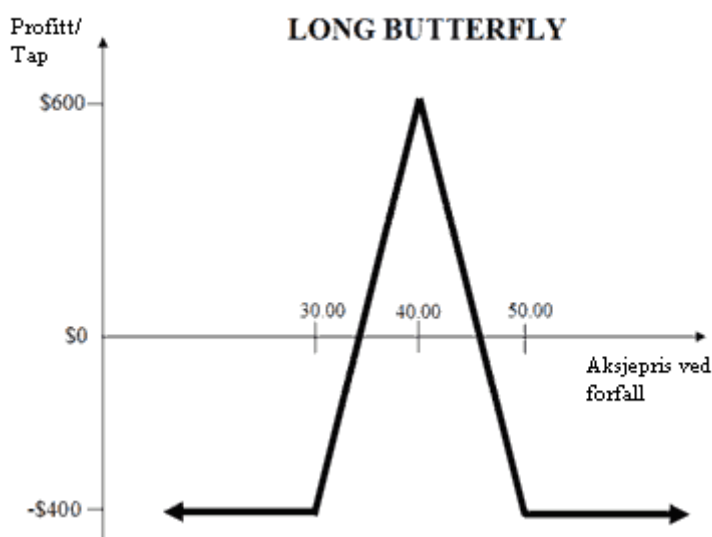
(figur 2-5)

### Long butterfly spread

Denne strategien innebærer at man kombinerer kjøp av to kjøpsopsjoner med forskjellig innløsningspris, høy og lav, for deretter å selge to kjøpsopsjoner begge med samme innløsningspris midt mellom innløsningsprisen til de to kjøpsopsjonene. Alle opsjonene må

ha lik forfallsdato. Denne strategien bør benyttes hvis man ikke tror at underliggende vil forandre seg særlig i verdi frem til innløsning, samtidig som man vil begrense nedside/tap.

Eksempelet i figur 2-6 viser en kombinasjon av en lang kjøpsopsjon med innløsningspris \$30 (in-the-money), en lang kjøpsopsjon med innløsningspris \$50 (out-of-the-money), og kort to kjøpsopsjoner med innløsningspris \$40 (at-the-money). Kjøpsopsjonene med innløsningspris \$30 koster \$1100 og kjøpsopsjonene med innløsningspris \$50 vil koste \$100. De to salgsoptionsene selges for \$400 per stk. Maksimalt tap vil være -\$400 ( $800 - (1100 + 100)$ ). Break-even vil være i \$35 og \$45. Alle verdier på underliggende mellom \$35 og \$45 vil gi profitt. Alle verdier over eller under dette vil gi et tap<sup>5</sup>.



(figur 2-6)

### 2.3. Hva er en warrant?

Warranter har en historie så langt tilbake som til 1920-tallet<sup>6</sup>. Men produktet har siden den gang forandret seg en del. Warranter ble ofte tilknyttet obligasjoner eller preferanse aksjer som en bonus. De ble brukt til å øke yielden, og skulle gjøre dem mer attraktive for potensielle kjøpere. Warranter på et selskap måtte alltid utstedes av selskapet selv, og dette

<sup>5</sup> (Theoptionguide, 2009)

<sup>6</sup> (TheMarketOracle, 2009)

ble ofte gjort av i sammenheng med børsnotering eller ved emisjoner. I disse sammenhenger ble warrantene utstedt som et ekstra incentiv for å investere i aksjen. Warranter i dag blir ofte kalt bankutstedte opsjoner, da det er banker som står for all drift av produktene, og de ikke har noen påvirkning på selskapenes verdi.

I Norge har warranter hittil ikke vært særlig utbredt sammenlignet med land rundt i verden. Aktiviteten har likevel de siste årene økt betraktelig. I dag handles det warranter for millioner hver eneste dag.

Det finnes to typer warranter<sup>7</sup>:

- Kjøpswarranter (tilsvarer en kjøpsopsjon).
- Salgswarranter (tilsvarer en salgsopsjon).

En warrant er på mange måter lik en opsjon og deres profittprofil vil tilsvare ligning og figur 2-1 og 2-2 for henholdsvis kjøpswarranter og salgswarranter (forutsetter kjøp av antall warranter per underliggende). Man kan kun gå i en lang posisjon. Warranter er utformet slik at en stigning i underliggende aktivum gir mulighet for svært høy avkastning. Dersom underliggende står stille, eller faller i verdi, kan investoren risikere å tape hele premiebeløpet. Grunnen til dette ligger i det som kalles gearing effekten. Dette betyr i praksis at man bruker lånte penger til å øke investeringsbeløpet. Det er ikke noen lånte penger involvert i en warrant, men den oppfører seg likevel på samme måte da den har en innebygget gearing effekt. Dette gjør at man øker både risikoen og den potensielle avkastningen. I praksis gir gearingen en slags brekkstangeffekt. Kjøper du en warrant for for eksempel 10 kr, får du med en brekkstangeffekt/gearing eksponering på eksempelvis 100 kr. Synker kursen på underliggende med 10 % vil hele det investerte beløpet gå tapt. Stiger imidlertid kursen med 10 % vil warrantens verdi dobles. Du sitter nå igjen med 20 kr (Thorsrud, 2008).

$$\text{Kjøpswarrantens verdi ved forfall} = \max\left(\frac{\text{Aksjens sluttkurs} - \text{Innløsningspris}}{\text{Warranter per underliggende}}, 0\right)$$

$$\text{Salgswarrantens verdi ved forfall} = \max\left(\frac{\text{Innløsningspris} - \text{Aksjens sluttkurs}}{\text{Warranter per underliggende}}, 0\right)$$

---

<sup>7</sup> (DnBNOR, 2009a)

For å beregne aksjens sluttkurs, det vil si den kursen som warrantens endelige verdi avregnes mot, brukes gjennomsnittet av aksjens sluttkurs de 10 siste dagene av warrantens levetid. Dette kalles fastsettelsesperiode for sluttkurs. En lengre fastsettelsesperiode for sluttkurs gir en lavere pris på både kjøpswarranter og salgswarranter<sup>8</sup>. Dette kalles også "Asiatisk 10 dager".

Warranter kan noteres på aksjer og andre finansielle instrumenter, valutaer, råvarer, og kurver av dette. I motsetning til standardiserte opsjoner utstedes ikke warranter av børsen hvor de handles, men av finansielle institusjoner som for eksempel meglerhus eller banker. Warranter som søkes børsnotert skal ha en eller flere likviditetsgarantister, også kalt market makere, som stiller forpliktende kjøps og salgskurser.

### **Market maker**

En market maker for opsjoner og warranter er som regel et foretak/meglerhus som mot lavere transaksjonskostnader forplikter seg til å stille både kjøps- og salgskurs i angitte opsjons- eller warrantserier med en maksimal forskjell mellom kjøps- og salgskurs. En market maker handler alltid for egen regning. Pga. lav likviditet i mange opsjons- og warrantserier på Oslo Børs er det nødvendig med en market maker for at det til enhver tid skal kunne stilles kjøps- eller salgskurser. Som investor må man ikke kjøpe eller selge til disse kurser. Dette er bare kurser som til enhver tid vil være mulig å kjøpe eller selge for.

Per i dag er Handelsbanken den største aktøren i dette markedet, men også DnB NOR står for en liten del.

## **2.4. Faktorer som påvirker verdien av opsjoner og warranter**

Prisen på en opsjon og en warrant bestemmes ut fra de samme faktorene. Den eneste teoretiske forskjellen er at det er kun en opsjon per underliggende, mens det for eksempel kan være 10 warranter per underliggende. Det vil si at prisen på en warrant bør være 1/10 av opsjonen for det samme underliggende, gitt identiske faktorer. Med 10 warranter per

---

<sup>8</sup> (Handelsbanken, 2009c)

underliggende menes altså at for å få retten til avkastningen på en hel aksje, må man være i besittelse av 10 warrant. Teoretisk prising av en opsjon og en warrant skjer som oftest ved hjelp av en modell vi kaller Black-Scholes-Merton opsjonsprisindemodell. Vi kommer tilbake til denne modellen litt senere i oppgaven. Først skal vi se på faktorene som påvirker prisen på opsjoner og warrant, jf. (Hull, 2006).

Det er seks faktorer som i hovedsak påvirker prisen av slike derivatinstrumenter;

- Nåværende pris på underliggende (spot pris)
- Innløsningspris (strike pris)
- Tid til forfall
- Volatilitet
- Risikofri rente
- Utbytter i løpetiden

For å forklare effekten av disse tar vi utgangspunkt i kjøpsopsjoner og kjøpswarrant. De fleste faktorer, bortsett fra tid til forfall, vil ha en motsatt effekt på salgsoptjoner.

#### *Nåværende pris (spot pris)*

Spot prisen har en positiv effekt på opsjons- og warrantprisen. Payoff vil være beløpet som overstiger innløsningsprisen på forfallstidspunktet og opsjonene og warrantene blir derfor mer verdifulle ettersom spot prisen stiger.

#### *Innløsningspris (strike pris)*

Innløsningsprisen har en negativ effekt på opsjons- og warrantprisen. Innløsningsprisen er prisen som innehaver av en opsjon/warrant har rett til å kjøpe et underliggende til ved forfall av kontrakten. Ettersom payoff tilsvarer differansen mellom aksjekurs ved forfall og innløsningspris vil en økende innløsningspris redusere payoff.

### *Tid til forfall*

Tid til forfall har positiv effekt på prisen til en opsjon/warrant. Vi skiller likevel her mellom to forskjellige opsjonstyper når det kommer til innløsning. Dette er amerikanske og europeiske opsjoner. Amerikanske opsjoner kan utøves til enhver tid frem til forfall. Eieren av en amerikansk opsjon med lang løpetid har alle utøvelsesmulighetene til en eier av en opsjon med kort løpetid pluss resten av tiden til forfall. Derfor er en amerikansk opsjon med lang tid til forfall dyrere enn en med kort tid til forfall.

En europeisk opsjon kan innløses kun på forfallsdato. Dersom man har en utbetaling av utbytte i løpetiden til opsjonen, kan dette føre til at opsjonsprisen er lavere enn en med kortere tid til forfall.

### *Volatilitet*

Volatilitet har også en positiv effekt på prisen. Et underliggende med høy volatilitet beveger seg kraftig og innebærer at underliggende kan stige eller synke i verdi. Ettersom man ved kjøp av en opsjon/warrant begrenser nedsiden av investeringen til tapet av opsjonspremien, vil volatiliteten til underliggende ha en positiv effekt på opsjonsprisen.

### *Risikofri rente*

Effekten av rentenivået er litt mindre klar. Økt rente fører til økt avkastningskrav hos investor. Isolert sett vil dette føre til at renten skal ha en positiv effekt på opsjonsprisen. Likevel vil et høyt rentenivå redusere nåverdien av en fremtidig kontantstrøm for opsjonseier. Totaleffekten av dette blir da at renten har en negativ effekt på prisen på en kjøpsopsjon.

Ved prising av opsjoner og warranter trenger man de kortsiktige risikofrie rentene. "Norwegian Interbank Offered Rate" er den renten norske banker er villig til å låne hverandre penger for over en bestemt periode. Det norske depositmarkedet regnes som illikvid. Offisielle NIBOR består derfor av implisitte renter. I Norge er derfor NIBOR-renten basert på USD-renten for den aktuelle løpetid. Disse rentene blir korrigert for rentedifferensen mellom NOK-rentene og USD-rentene. De norske pengemarkedsrentene er derfor et produkt



av renten på amerikanske dollar, spot valutakursen mellom norske kroner og amerikanske dollar, og kurstillegget/fradraget for den aktuelle løpetiden i USD/NOK.

Markedsrentene (NIBOR) kvoterer daglig i markedets åpningstider mellom klokken 09:00 og 16:00. I dette tidsrommet beveger rentene seg normalt etter tilbud og etterspørsel. Kl 12:00 hver dag "fikses" renten. Dette vil si renten kl 12:00 er den renten som brukes i de fleste rentederivater. Dette gjøres ved å ta utgangspunkt i priser fra de 6 største bankene i Norge. Deretter strykes den høyeste og den laveste, og det regnes ut et snitt av de 4 resterende prisene. Dette snittet blir deretter den fiksede NIBOR for den aktuelle perioden<sup>9</sup>.

### *Utbytter i løpetiden*

Ved prissettingen av opsjoner og warranter tas det hensyn til forventet aksjeutbytte. Når det forventede aksjeutbytte øker faller prisen på derivatet. Ved såkalt ekstraordinært utbytte, og veldig store utbytter, justeres alltid derivatets vilkår<sup>10</sup>.

Disse seks faktorene påvirker opsjons- og warrantprisen. Vi vet om faktorene har positiv eller negativ effekt på prisen, men likevel er det vanskelig å replikere en opsjonspris helt nøyaktig ved hjelp av opsjonsprisinde modeller. Grunnen til dette er at det er et element av tilbud og etterspørsel og transaksjonskostnader som også har innvirkning på prisen. I tillegg er kontinuerlig handel umulig.

## **2.5. Forklaring av terminologi**

For en investor som skal investere i opsjoner eller warranter er det svært viktig å kunne sammenligne og forstå ulike opsjoner og warranter. Det er derfor viktig å forstå nøkkeltallene som gir informasjon om hvordan opsjonen/warranten vil oppføre seg, muligheter og risiko (Thorsrud, 2008).

---

<sup>9</sup> (DnBNOR, 2009c)

<sup>10</sup> (Handelsbanken, 2009b)

**Delta** foreller noe om opsjonen og warrantens teoretiske følsomhet for en prisforandring i det underliggende instrumentet. Delta har en verdi som ligger mellom 0 og 1 (0 og 0,1 for warranter med ti per underliggende), og forteller hvor mye prisen forandres når underliggende forandres med 1 enhet. Hvis en opsjon har en deltaverdi på 0,8 (0,08 for warranter) vil dette si at opsjonens verdi stiger med kr 0,80 (0,08 for warranter) når underliggende stiger med 1 kr.

**Elastisitet** forteller hvor stort utslag en prosentvis forandring på underliggende vil få på opsjonen og warrantens verdi. Hvis vi har en elastisitet på 3 forventes opsjonen eller warrantens verdi å stige med 3 % når underliggende stiger med 1 %. Verdien er kun teoretisk og kan i virkeligheten blir forskjellig grunnet andre svingninger i markedet.

**Break-even** forteller til hvilken verdi underliggende må stige for at investeringen skal gå i null. Dette begrepet er beskrevet under opsjoner tidligere i oppgaven. Break-even tilsvarer innløsningspris for underliggende pluss kontraktspremien.

**Volatiliteten** er en måling på aksjens bevegelse. En lav volatilitet vil si at en aksje beveger seg sakte, mens en høy volatilitet vil si kraftige bevegelser. Volatiliteten måles ved hjelp av årlig standardavvik. Høyere volatilitet i det underliggende vil gi høyere priser på derivatene. Dette skyldes at store kursforandringer øker sannsynligheten for at derivatene skal ha en verdi på sluttdatoen.

**Gamma** sier noe om hvor mye opsjonen eller warrantens delta stiger med ved en oppgang med 1 valutaenhet, f. eks. NOK, i underliggende aksje. Forklart på en annen måte, deltaverdiens følsomhet ved forandring av det underliggende instrument. Matematisk er gammaverdien den andrederiverte av opsjonen eller warrantens pris med hensyn til den underliggende varens pris.

**Theta** viser hvor mye verdi en opsjon eller warrant mister hver børsdag. Opsjoner og warranter mister verdi hver dag da tiden og muligheten for å nå innløsning minsker. Theta viser hvor mye opsjonen eller warranten bør minske i verdi. Hvis Theta er -0,1 for opsjonen eller warranten betyr dette i teorien at en bør tape 10 øre i verdi til neste bankdag. Derivater med kort løpetid har derfor høyere Theta enn de med lengre løpetid.

**Vega** viser opsjonen eller warrantens følsomhet for forandring i den implisitte volatiliteten. Verdien forteller hvor mye instrumentets pris bør påvirkes av en oppgang eller nedgang i den

implisitte volatiliteten på 1 %. Mange opsjonstradere handler kun med opsjoner basert på et forsøk på å kunne forutse eventuelle forandringer i den implisitte volatiliteten.

**Rho** sier noe om hvor mye prisen på en opsjon eller warrant teoretisk bør forandre seg ved 1 % økning i den risikofrie renten<sup>11</sup>.

---

<sup>11</sup> (Nordnet, 2009)

### 3. Aksjekursens bevegelser

Dette kapitlet tar for seg hvordan aksjekurser beveger seg i henhold til moderne finansteori jfr. (Hull, 2006)

Aksjekursens bevegelser har mye å si for verdien av opsjoner og warranter. Derfor er det viktig å si noe om hvordan kursene beveger seg for å kunne si noe om verdien på de forskjellige derivatene. Aksjekurser beveger seg fritt under børsens åpningstider fra 09:00 til 17:30, 252 dager i året. Likviditeten til en aksje avhenger av hvor attraktive de er i markedet. Vi sier derfor at aksjekurser er en kontinuerlig variabel. Hvis det er lav aktivitet rundt aksjen kan det oppstå noe som kalles asynkron handel. Det er 12 selskaper på Oslo Børs det er mulighet til å kjøpe både opsjoner og warranter på. Da dette er 12 av de mest omsatte selskapene på Oslo Børs kan vi nok si at dette er likvide selskaper med høy aktivitet rundt. Vi kan trolig derfor se bort i fra problemet med asynkron handel. Humoristisk sagt kan man si at aksjekursens bevegelser oppfører seg som en full mann. Fremtidig aksjekurs er derfor høyst usikker, og kan sies å være en stokastisk variabel. Den matematiske måten å si at kurser utvikler seg forskjellig, er å si at den er relatert til en stokastisk dynamikk, jf. (Jäckel, 2002). For ytterligere lesing om stokastiske prosesser se (Cox & Miller, 1970)

#### 3.1. Markovprosess

En Markovprosess er en stokastisk prosess hvor kun nåverdien av en variabel er relevant i forsøket på å forutse fremtiden. Denne variabelens tidligere verdier er irrelevant i denne sammenheng. Det sies at aksjekurser følger en såkalt Markovprosess. Ser vi for eksempel på en Statoilhydro aksje til en verdi av kr 100, har historiske verdier for denne aksjen ikke noe å si for fremtidige verdier. Det eneste som er relevant er dagens kurs på kr 100. Fremtidige prognoser er usikre og må uttrykkes i form av sannsynlighetsfordelinger.

En Markovprosess følger det som kalles en svak form for markedseffisiens. Dette forteller at dagens aksjekurs inneholder all informasjon fra tidligere priser. Uten en svak form for markedseffisiens kunne man brukt teknisk analyse og tjent over gjennomsnittlig avkastning ved å analysere tidligere kurser. Det eksisterer veldig lite fakta som tyder på at dette er mulig.

Det er konkurransen i markedet som sørger for at en svak form for markedseffisiens holder. Det er mange aktører som til enhver tid overvåker aksjemarkedet. Å prøve å arbitrere dette markedet vil derfor være meget vanskelig.

Vi skal nå se på en variabel som følger en Markov stokastisk prosess. Vi forutsetter at dagens verdi er 10, og at en forandring i denne variabelen i løpet av 1 år er  $\Phi(0,1)$  hvor  $\Phi(\mu,\sigma)$  indikerer en sannsynlighetsfordeling som er normalfordelt med gjennomsnitt  $\mu$  og standardavvik  $\sigma$ . Forandringen over 2 år er summen av 2 normalfordelinger, som hver har en gjennomsnittlig verdi på 0 og et standardavvik på 1. Siden de følger en Markovprosess, er de 2 sannsynlighetsfordelingene uavhengige. Når vi legger sammen 2 uavhengige sannsynlighetsfordelinger vil gjennomsnittet være summen av alle gjennomsnitt og variansen vil være summen av alle varianser. Vi vil derfor få resultatet  $\Phi(0, \sqrt{2})$ .

### 3.2. Wienerprosess

Wienerprosessen eller Brownsk bevegelse er en spesiell Markovprosess der gjennomsnittet er lik 0 og standardavvik lik 1 per år. For at det skal kunne karakteriseres som en Wienerprosess må variabelen  $z$  ha følgende 2 egenskaper:

1.  $\Delta z$  for en kort tidsperiode  $\Delta t$  er gitt ved  $\Delta z = \varepsilon\sqrt{\Delta t}$  der  $\varepsilon$  er standard normalfordelt  $\Phi(0,1)$ .
2. Verdien av  $\Delta z$  for to ulike, ikke overlappende tidsintervaller er uavhengig.

Det følger fra den første egenskapen at  $\Delta z$  er normalfordelt med:

gjennomsnitt  $\Delta z = 0$

standardavvik  $\Delta z = \sqrt{\Delta t}$

varians  $\Delta z = \Delta t$

Den andre egenskapen indikerer at  $z$  følger en Markovprosess. Vi ser på forandringen til  $z$  over en relativt lang tidsperiode  $T$ . Dette kan indikeres ved  $z(T) - z(0)$ . Det kan sees på som summen av forandringer i  $z$  i  $N$  små tidsintervaller med lengde  $\Delta t$ , hvor

$$N = \frac{T}{\Delta t}$$

derfor,

$$z(T) - z(0) = \sum_{i=1}^N \varepsilon_i \sqrt{\Delta t} \quad (3-30)$$

hvor  $\varepsilon_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) er fordelt  $\Phi(0,1)$ . Vi vet fra den andre egenskapen til Wienerprosessen at  $\varepsilon_i$  er uavhengige av hverandre. Det følger fra ligning 3-30 at  $z(T) - z(0)$  er normalfordelt med:

$$\text{gjennomsnitt } [z(T) - z(0)] = 0$$

$$\text{varians } [z(T) - z(0)] = N\Delta t = T$$

$$\text{standardavvik } [z(T) - z(0)] = \sqrt{T}$$

Vi kan forklare dette med et eksempel. Verdien ved begynnelsen er 10 og tid er målt i antall år. Etter 1 år vil variabelen være normalfordelt med et gjennomsnitt på 10 og standardavvik på 1. La oss nå flytte oss 5 år frem i tid. Gjennomsnittet vil fortsatt være 10, mens standardavviket har økt til  $\sqrt{5}$ . Usikkerheten på verdien til variabelen  $z$  øker med roten av det antall år frem i tid vi observerer. Forventet endring per tidsenhet for en stokastisk prosess er kjent som drifraten og variansen per tidsenhet er kjent som variansraten. En grunnleggende Wienerprosess har dermed en drifrate på 0 og en variansrate på 1. Med drifrate lik 0 vil si at forventet fremtidig verdi er lik dagens verdi.

### 3.3. Generalisert Wienerprosess

En generalisert Wienerprosess eller en aritmetisk Brownsk bevegelse for en variabel  $x$  kan defineres som

$$dx = a dt + b dz, \quad \text{der } a \text{ og } b \text{ er konstanter} \quad (3-31)$$

Det første leddet  $a dt$  er forventet drifrate med en størrelse på  $a$  for hver tidsenhet. Hvis vi unnlot å ta med  $b dz$  ville ligningen vært  $dx = a dt$ . Ved å integrere med hensyn på tiden får vi:

$$x = x_0 + at \quad (3-32)$$

der  $x_0$  er verdien av  $x$  ved tid 0. Vi ser at dette blir ligningen for en rett linje. For en tidsperiode med lengde  $T$ , vil variablene  $x$  øke med størrelsen på  $aT$ . Leddet  $bdz$  blir sett på som å legge til støy eller variabilitet til stien fulgt av  $x$ . Størrelsen på støyen er  $b$  ganger Wienerprosessen. Det følger dermed at en generalisert Wienerprosess har et standardavvik  $b\sqrt{\Delta t}$ . For et tidsintervall  $\Delta t$ , får vi

$$\Delta x = a\Delta t + b\varepsilon\sqrt{\Delta t} \quad (3-33)$$

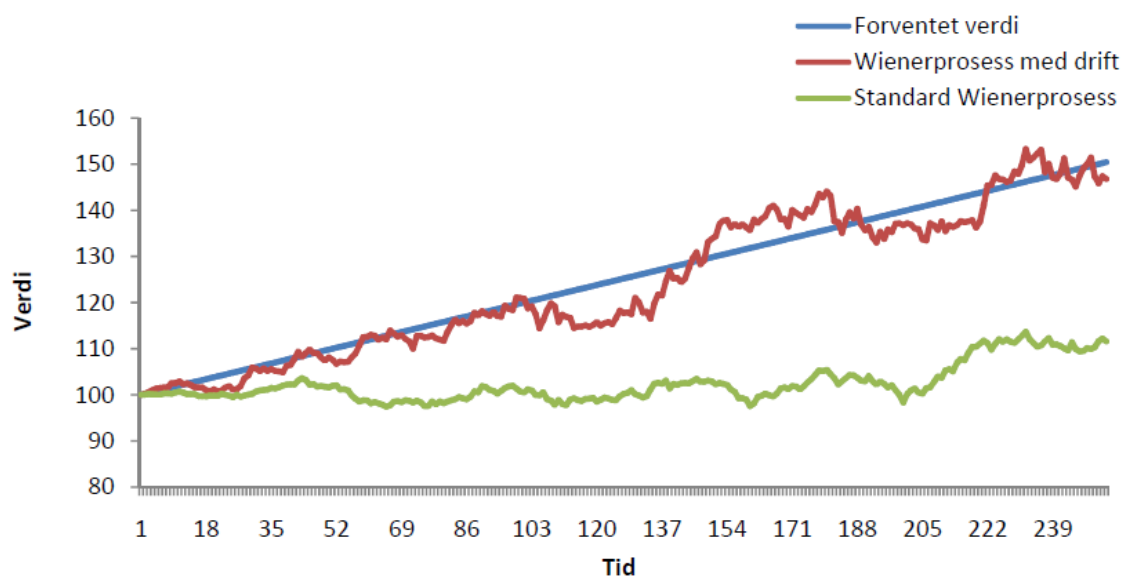
hvor, som tidligere  $\varepsilon$ , er standard normalfordelt. Men  $\Delta x$  er normalfordelt med:

$$\text{gjennomsnitt } \Delta x = a\Delta t$$

$$\text{varians } \Delta x = b^2\Delta t$$

$$\text{standardavvik } \Delta x = b\sqrt{\Delta t}$$

Vi viser med følgende eksempel: Vi ser på en aksjekurs som følger en generalisert Wienerprosess. I utgangspunktet hadde den en verdi på 100, med driftrate 10 og variansrate 400. Etter 1 år vil aksjeverdien være normalfordelt med et gjennomsnitt på 110 og et standardavvik på 20. Etter et halvt år vil verdien være normalfordelt  $\Phi(105, 14, 14)$



(figur 3-1<sup>12</sup>)

<sup>12</sup> Figur 3.1 er hentet fra (Loven & Garås, 2008) side 26.

I figuren over har vi satt en daglig forventning på 0,2 og et standardavvik på 2 for en Wienerprosess med drift, representert ved den røde linjen. Trendlinjen (forventet verdi) representerer et snitt av alle prisene, og har en tallverdi på 150,4 etter 252 handledager på børsen. Dersom denne prosessen ble simulert mange nok ganger så ville gjennomsnittet for den generaliserte Wienerprosessen vært 150,4 og 100 for en standard Wienerprosess. Dersom alle aksjer hadde fulgt en standard Wienerprosess, ville ingen investert i aksjer, da man sitter med en høyere risiko, mens forventet avkastning bare ville vært lik 0.

Denne prosessen har likevel en stor mangel. Denne prosessen kan i teorien gi en negativ aksjekurs, noe som ikke vil være mulig for virkelig aksjer.

### 3.4. Itô prosessen

En annen stokastisk prosess er kjent som Itô prosessen. Dette er en generalisert Wienerprosess hvor parametrene  $a$  og  $b$  er funksjoner av verdien til de underliggende variablene  $x$  og tiden  $t$ . En Itô prosess kan forklares algebraisk som

$$dx = a(x, t)dt + b(x, t)dz \quad (3-34)$$

Både forventet driftrate og variansrate til en Itô prosess kan forventes og forandres over tid. I et lite tidsintervall  $t$  og  $t + \Delta t$ , forandres variablene fra  $x$  til  $x + \Delta x$ , hvor

$$\Delta x = a(x, t)\Delta t + b(x, t)\varepsilon\sqrt{\Delta t} \quad (3-35)$$

Dette forholdet involverer en liten "forutsetning". Den forutsetter at drift- og variansraten til  $x$  holder seg konstant, lik  $a(x, t)$  og  $b(x, t)^2$  respektivt i tidsintervallet  $t$  og  $t + \Delta t$ .

### 3.5. Stokastisk prosess for en ikke-utbyttebetalende aksje

Det enkleste ville være å foreslå at aksjeprisen følger en generalisert Wienerprosess, dvs. at den har en konstant forventet driftrate, og en konstant variansrate. Likevel unnlater denne prosessen de viktigste aspektene ved aksjepriser. Her mener vi det faktum at



avkastningskravet til investoren er uavhengig av om kursen i utgangspunktet er høy eller lav. Derfor må antagelsen om en konstant forventet driftrate byttes ut med en antagelse om konstant forventet avkastning. Dersom  $S$  er aksjeprisen ved tid  $t$ , da ville den forventede drifraten i  $S$  vært  $\mu S \Delta t$ . En rimelig antagelse er at variabiliteten av prosentvis avkastning for et kort tidsintervall ( $\Delta t$ ) er uavhengig av aksjeprisen.

I grensen der  $\Delta t \rightarrow 0$  har vi:

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz \quad (3-36)$$

Dersom vi deler på  $S$  på begge sider får vi den prosentvise avkastningen:

$$\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma dz \quad (3-37)$$

Ligningen tar hensyn til at både forventningen og volatiliteten er proporsjonal med aksjekursen  $S$ . Ligning 3-37 er den mest brukte modellen for aksjekursers bevegelser.

### 3.6. Itô's lemma

Itô's lemma viser at en funksjon  $G(x, t)$  følger prosessen:

$$dG = \left( \frac{\partial G}{\partial x} a + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} b^2 \right) dt + \frac{\partial G}{\partial x} b \cdot dz \quad (3-38)$$

Vi har tidligere diskutert at endringen i aksjepris følger ligning 3-36. Fra Itô's lemma har vi derfor at en funksjon  $G(S, t)$  følger prosessen:

$$dG = \left( \frac{\partial G}{\partial S} \mu S + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial S^2} \cdot \sigma^2 S^2 \right) dt + \frac{\partial G}{\partial S} \sigma S dz \quad (3-39)$$

Gitt at  $S$  følger prosessen fra 3-36 kan vi nå definere at  $G = \ln S$ . Dette vil si at  $dG$  er den logaritmiske avkastningen til aksjen. Ved hjelp av Itô's lemma kan vi dermed vise at

$$dG = d \ln S = \left( \mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) dt + \sigma \cdot dz \quad (3-40)$$

der  $\mu$  og  $\sigma$  er konstanter, indikerer ligning 3-38 at  $G = \ln S$  følger en generalisert Wienerprosess. Endringen i aksjeavkastningen er dermed normalfordelt  $\Phi(\mu, \sigma)$ . En variabel

er lognormalfordelt dersom logaritmen av variabelen er normalfordelt. Ved å benytte at  $e^{\ln S} = S$  kan vi i diskret tid skrive ligning 3-38 på følgende vis:

$$S_{t+\Delta t} = S_t \cdot e^{\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)\Delta t + \sigma \cdot \varepsilon \sqrt{\Delta t}} \quad (3-41)$$

Denne ligningen brukes for å konstruere en sti for aksjeprisen  $S$ .

### 3.7. Black-Scholes-Merton differensialligning

Utleddningen av Black-Scholes-Merton ligningen (Black, 1973; Merton, 1973) ligner på argumentet om ingen-arbitrasje benyttet for å verdsette en kjøpsopsjon ved hjelp av binomiske trær. Det involverer å sette opp en risikofri portefølje bestående av en posisjon i et derivat og en i aksjen. Ved fravær av arbitrasjemuligheter, må derfor avkastningen på porteføljen være lik risikofri rente. Grunnen til at dette kan gjennomføres er at derivatet og aksjen som utgjør porteføljen, er utsatt for den samme underliggende kilden til usikkerhet, nemlig aksjeprisens bevegelser. Dersom porteføljen fikk en større eller mindre avkastning enn risikofri rente, kunne en arbitrasjør fått en risikofri avkastning ved henholdsvis å låne penger til å kjøpe porteføljen, eller ved å gå "short" i porteføljen og "long" i det risikofrie aktivum. Gitt forutsetningene fra Black '73 modellen i tillegg til at det ikke er noen utbytter gjennom løpetiden til derivatet, så kan Black-Scholes-Merton ligningen utledes. For en fullstendig utledning se (Hull, 2006). Vi får dermed:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + rS \frac{\partial f}{\partial S} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} = r_f \quad (3-42)$$

Ligning 3-42 har mange løsninger ut i fra forskjellige derivater som kan defineres med  $S$  som underliggende. De særskilte derivatene oppnås når likingen som løses avhenger av randbetingelsene til derivatet. I tilfellet med kjøpsopsjoner er randbetingelsene gitt ved følgende:

$$f(S, T) = \max(S - K, 0), f(0, t) = 0 \text{ og } f(S, t) \sim S \text{ når } S \rightarrow \infty \quad (3-43)$$

For salgsopsjoner gjelder da:

$$f(S, T) = \max(K - S, 0), f(0, t) = K \cdot e^{-r(T-t)}, f(S, t) \sim 0 \text{ når } S \rightarrow \infty \quad (3-44)$$

Det er her verdt å merke seg at dersom porteføljen som er benyttet i utledningen av ligning 3-42 er ikke permanent risikofri. Den er kun risikofri for et uendelig lite tidsintervall. Ettersom  $S$  og  $t$  endres vil  $\frac{\partial f}{\partial t}$  og  $\frac{\partial f}{\partial S}$  i ligning 3-42 endres. For å holde porteføljen risikofri må man hele tiden endre det relative forholdet mellom derivatet og aksjen i porteføljen, bedre kjent som rebalansering.

### Generelt om Black-Scholes-Merton

For å være relevant bygger modellen på flere forutsetninger:

- Standardavviket til det underliggende instrument er konstant i opsjonens løpetid.
- Den risikofrie renten er konstant.
- Investoren kan låne eller investere til den risikofrie renten.
- Aksjekursen følger en lognormal prosess.
- Aksjekurser endres kontinuerlig.
- Det eksisterer ingen transaksjonskostnader eller skatter.

Videre forutsetter modellen at man har informasjon om:

- $S$  = aksjekurs.
- $K$  = innløsningskurs.
- $r_f$  = risikofri rente.
- $\sigma$  = standardavvik.
- $T$  = tid til forfall.
- $q$  = utbytteutbetalinger.

Prisene regnes ut på følgende måte:

$$\text{Kjøpsopsjon: } P_c = Se^{-qT}N(d_1) - Ke^{-r_f T}N(d_2) \quad (3-45)$$

$$\text{Salgsopsjon: } P_p = Ke^{-r_f T}N(-d_2) - Se^{-qT}N(-d_1) \quad (3-46)$$

der,

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + (r - q + \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}} \quad (3-47)$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T} \quad (3-48)$$

### 3.8. Risikonøytral verdsetting

Risikonøytral verdsetting er trolig den viktigste egenskapen når det kommer til analyser av forskjellige derivater. Den stammer fra en nøkkelegenskap i ligning 3-42. Ingen av variablene aksjekursen  $S$ , tiden  $t$ , eller volatiliteten  $\sigma$  er påvirket av investors risikopreferanser. Ligningen ville ikke vært uavhengig av risikopreferanser dersom den inneholdt forventet avkastning  $\mu$ . Dette fordi forventet avkastning avhenger av risikopreferanser og høyere risikoaversitet vil føre til høyere forventet avkastning for enhver aksje. Det er heldig at  $\mu$  tilfeldigvis kanselleres ut i utledningen av 3-42. Siden løsningen er uavhengig av investors risikopreferanser, kan man ved en veldig enkel antagelse si at alle investorer er risikonøytrale. I en risikonøytral verden er forventet avkastning på et aktivum lik risikofri rente, siden ingen ville kreve en premie for å ta risikoen det representerer, samtidig som at nåverdien av enhver kontantstrøm finnes ved å neddiskontere med risikofri rente. Ved da å bevege seg fra en risikofri verden til en risikoavers, skjer det to ting. Både forventet vekstrate for en aksje og diskonteringsraten endres, det som skjer er at disse to endringene utlikner hverandre eksakt.

Skulle vi benyttet ligning 3-41 for å simulere prisbaner måtte vi estimert forventet avkastning  $\mu$ , og neddiskontert med et relevant krav ut i fra risikopreferansene til hver enkelt investor. Det er nettopp derfor vi har introdusert risikonøytral verdsetting, noe som gjør at man kan neddiskontere med risikofri rente. Ved hjelp av Girsanovs teorem kan vi endre prosessen fra ligning 3-36 som er basert på det subjektive sannsynlighetsmålet  $P$  til det ekvivalente martingamålet  $Q$ . Girsanovs teorem er definert ved :

$$dz^Q = dz^P + \lambda dt \quad (3-49)$$

der  $dz$  er en Wienerprosess under det nye målet  $Q$ , dersom  $dz$  var en Wienerprosess fra det gamle målet  $P$ , der  $\lambda$  er markedsrisikopræmien på risiko under  $Q$ . ved å benytte ligning 3-44 og sette inn i ligning 3-36 så får vi i aksjeprisprosessen under  $Q$  til å være:

$$dS = S(\mu - \sigma \cdot \lambda) \cdot dt + S\sigma \cdot dz \quad (3-50)$$

Denne prosessen er ofte omtalt som den risikojusterte prosessen. Ved å videre benytte seg av at markedsprisen på risiko er gitt ved ligning 3-45 og i tillegg tillate at aksjer kan utbetale et kontinuerlig utbytte  $\delta$ , så kan vi ut i fra samme fremgangsmåte som tidligere som tidligere komme frem til at aksjeprisenes utvikling i diskret tid under risikonøytral verdsettelse er gitt ved ligning 3-46

$$\lambda = \frac{\mu - r}{\sigma} \quad (3-51)$$

$$S_{t+\Delta t} = S_t \cdot e^{\left( (r - \delta) - \frac{\sigma^2}{2} \right) \cdot \Delta t + \sigma \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{\Delta t}} \quad (3-52)$$

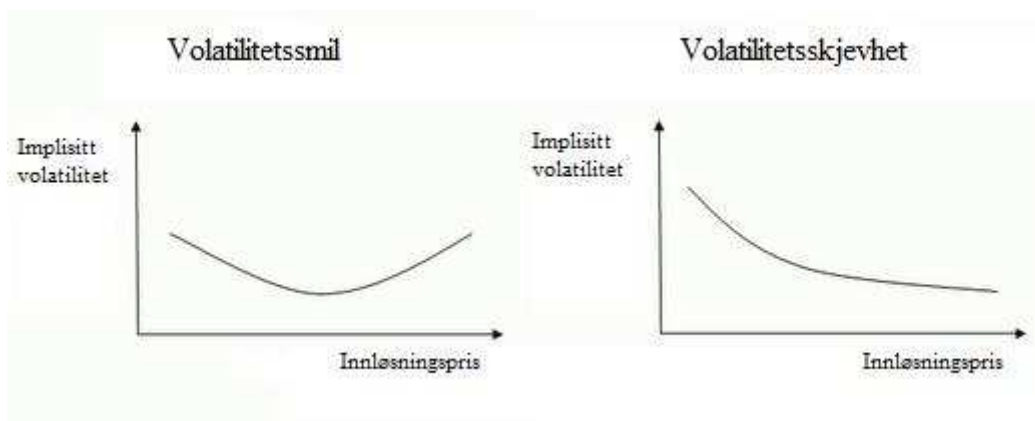
### 3.9. Volatilitetssmil

Historisk volatilitet måler direkte den historiske bevegelsen til et underliggende over en viss periode, mens implisitt volatilitet bestemmes ut fra markedsprisen til derivatet og ikke det underliggende. Derfor vil forskjellige derivatkontrakter med samme underliggende ha forskjellig implisitt volatilitet.

Hvis vi plotter implisitt volatilitet mot innløsningspris, vil vi vanligvis få en synkende graf med en stigning i en av endene. Dette er bedre kjent som et "volatilitetssmil". Det er et observert mønster som forteller at "at-the-money" opsjoner vanligvis har lavere implisitt volatilitet enn "in-the-money" eller "out-of-the-money" opsjoner.

Volatilitetssmil for aksjeopsjoner har blitt studert av Rubinstein (Rubinstein, 1994) og Jackwerth og Rubinstein (Jackwerth & Rubinstein, 1996). Før 1987 var dette et ukjent begrep, men siden har volatilitetssmil brukt av tradere hatt den generelle formen vist i figur 3-2. For opsjoner med valuta som underliggende ser vi et mer tydelig smil. For aksjemarkedet har vi oftere en skjevhet. Dette er også ofte kalt en volatilitetsskjevhet. Volatiliteten synker ettersom innløsningsprisen stiger. Volatiliteten som er brukt til å prise opsjoner med lav innløsningspris er signifikant høyere enn volatiliteten som blir brukt til å prise opsjoner med høy innløsningspris jf. (Hull, 2006).

Opsjoner tradet i USA kunne ikke vise til et volatilitetssmil/skjevhet før etter "krakket" i 1987(Gordon, 1996). Volatilitetssmilet kom til synet i aksjemarkedet som en reaksjon på investorenes frykt for krakk. Dette fordi prisen på opsjonene som var "in-the-money" ble presset oppover da de ble sett på som sikrere investeringer. Dette ser vi fortsatt i dag.



(figur 3-2)

En forklaring på at vi får et volatilitetssmil for aksjeopsjoner kan ha med selskapers struktur og gjøre. Hvis selskapets egenkapitalverdi synker, vil verdien av gjelden utgjøre en større del av selskapets total kapital. Dette vil øke risikoen på egenkapitalen og volatiliteten øker. Dette vil være motsatt i tilfeller der egenkapitalverdien stiger. Da vil risikoen synke, dvs. lavere volatilitet, jf. (Hull, 2006).

Terminstrukturen til den implisitte volatilitet forteller sammenhengen mellom implisitt volatilitet og tid til forfall. Og studere disse strukturene kan hjelpe investorer med å finne underprisede eller overprisede opsjoner og warranter.

## 4. Tidligere arbeid og publiserte artikler

Det har blitt forsket og skrevet mange artikler om prising av opsjoner og warranter. Hvilken modell passer best til de forskjellige instrumentene, og hvor bra er resultatene man får frem? Denne delen av oppgaven ser på hvilke resultater vi har sett tidligere og hva vi muligens kan forvente å finne i våre eksperimenter.

### **Beni Lauterbach & Paul Schultz 1990**

Beni Lauterbach og Paul Schultz publiserte i 1990 artikkelen “Pricing Warrants: An Empirical Study of the Black-Scholes Model and Its Alternatives”. De tok for seg om Black & Scholes modellen kunne brukes til å prise warranter. De konkluderer i denne artikkelen med at Black & Scholes fungerer greit som en benchmark for å prise warranter, men at den samtidig har en del mangler. De observerte at spesielt ”out of-the-money” warranter ble for høyt priset. De mente blant annet at modellen byr på problemer i forhold til amerikansk eller europeisk innløsning, og problemer med stokastiske renter og stokastisk volatilitet(Lauterbach & Schultz, 1990).

### **Beni Lauterbach & Shmuel Hauser 1997**

Lauterbach og Hauser sammenligner i denne artikkelen Black & Scholes modellen med 5 alternative metoder for hvordan man mest korrekt priser warranter. Også her konkluderer de med at Black & Scholes fungerer bra som en benchmark men at det vil oppstå en del feil i forhold til markedspriser. De presiserer at warranter med lav kurs ofte har en høyere spread mellom kjøps- og salgskurs, noe som vil føre til større avvik. Et annet viktig poeng de tar frem er at ved å bruke sluttkurs, kan det ikke garanteres at prisene er synkrone. Dette er også en viktig grunn til avvik(Hauser & Lauterbach, 1997).

### **Howard Wei-Hong Chan & Sean M. Pinder 2000**

Artikkelen dokumenterer en systematisk overprising av warranter med hensyn på opsjoner. Forsøkene deres gikk over perioden januar 1997 til juni 1998 da opsjoner og warranter gikk fra å være "floor-tradet" til elektronisk tradet. Resultatene deres viste at når opsjoner ble elektronisk tradet, var antall handlede opsjonskontrakter i forhold til warrantkontrakter negativt relatert til prisnivået. De mener også at kredittrisikoen til de forskjellige utstederne kan være forskjellig noe som vil gjenspeiles i prisene. Resultatene indikerer videre at når en market maker må stille priser for en opsjon vil relativ prisdifferanse (RELDIFF) mellom opsjoner og warranter reduseres (Chan, 2000).

### **Jenke ter Horst & Chris Veld 2003**

Artikkelen sammenligner kjøpsopsjoner og kjøpswarranter for kapitalmarkedet i Nederland. De benytter dette markedet fordi det her trades kjøpsopsjoner med lang løpetid og gjør det lettere å sammenligne med warranter. De fant resultater som tilsier at 99 % av warrantene er overpriset i forhold til opsjonene. Bare en liten del av denne overprisen kan forklares med rasjonelle faktorer. De viser til manglende arbitrasjemuligheter med warranter som en hovedårsak til at vi finner prisdifferanser. Likevel forklarer ikke dette hvorfor investorer er villig til å betale ekstra for warranter sammenlignet med opsjoner. Det mener svaret ligger i at finansielle institusjoner har klart å skape et bilde av at kjøpswarranter er forskjellig fra kjøpsopsjoner (Horst & Veld, 2003).

### **Giovanni Petrella 2006**

Artikkelen tar for seg warranters bid-ask spread og "scalping" risiko. Artikkelen utvikler en modell som eksplisitt tar for seg hedging kostnadene til market maker for å minimere eksponeringen mot delta risiko, ordrekostnader og andre faktorer som påvirker lønnsomheten deres. Selv etter delta hedging står market maker eksponert ovenfor andre former for risiko. Market maker frykter å handle med såkalte "scalpers", fordi han her kan pådra seg tap. "Scalpers" vil enkelt forklart si day tradere som kjøper og selger warranter med høy frekvens i håp om å gjøre en liten fortjeneste hver gang. Derfor inkluderer modellen til Petrella en reservasjonsspread som skal utligne dette. Han viser til at kostnaden som i utgangspunktet



oppstår ved å sette opp en delta nøytral portefølje, samt rebalanseringskostnaden ved å holde porteføljen delta nøytral, er en viktig faktor til størrelsen på warrantens bid-ask spread (Petrella, 2006).

### **Söhnke M. Bartram & Frank Fehle 2006**

Denne artikkelen tar for seg to opsjonsmarkeder med fundamentalt forskjellig struktur som eksisterer side ved side og konkurrerer ved å tilby opsjoner med tilnærmet lik karakteristikk. De viser her til vanlige opsjoner og bankutstedte opsjoner (warranter). De legger frem en omfattende empirisk sammenligning mellom warrant markedet og det vanlige opsjonsmarkedet og finner at bid-ask spread blir redusert som en årsak av at det er konkurranse mellom de to markedene. Selv om kontraktene har så å si identisk payoff funksjon, er det ikke det samme produktet. De viser også at bid-ask spread er lavere for warranter enn for opsjoner, hvor forskjellen er både statistisk og økonomisk signifikant (Bartram, 2007).

### **David Abad & Belén Nieto 2006**

David Abad og Belén Nieto skrev i 2006 artikkelen "The Unavoidable Task of Understanding Warrant pricing". Artikkelen tar for seg det spanske markedet for opsjoner og warranter og viser til at dette markedet har større prisforskjeller enn mange andre europeiske land. Først sammenligner de prisen på opsjoner med forskjellig markedsstruktur. Dette vil si opsjoner som er tradet i det spanske derivatmarkedet opp mot børsnoterte bankutstedte opsjoner (warranter). Det er hovedsakelig to store forskjeller mellom disse markedene. For det første er det for warranter market maker som bestemmer betingelsene i kontraktene og stiller priser. For det andre er provisjonen forskjellig fordi i motsetning til opsjonsmarkedet er det en elektronisk begrensning i ordreboken til warranter.

Da de vil forklare grunner til at vi har prisforskjeller viser de til at warrant markedet brukes mer aktivt med tanke på spekulering. Abad og Nieto kan kun vise til små forskjeller i bid-ask

spread mellom warranter og opsjoner. Fra tidligere har forskere påpekt at spread for warranter er vesentlig mindre enn for opsjoner.

Når de sammenligner warranter med forskjellig utstedere kan de verken bevise at markedsstruktur eller forskjellige kundesegmenter er årsak til at det eksisterer prisdifferensier. Bevisene forteller at warranter med samme karakteristikk, men forskjellig utsteder presenterer signifikante avvik i priser. Likevel viser det seg at verken forskjeller i bid-ask spread eller trading volumet er årsaken til dette. De påpeker også at kredittrisikoen til utsteder ikke er noen grunn til hvilken utsteder investoren velger å kjøpe fra, da det visste seg at de tre utstederne i Spania hadde samme kreditt rating (Abad & Nieto, 2007).

### **Giovanni Petrella og Reuben Segara 2008**

Artikkelen deres handler om hvilke bestemmende faktorer som påvirker likviditeten til warranter. De brukte det Australiske warrant markedet som forskningsgrunnlag. De undersøker hovedsakelig bid-ask spread og kommer frem til at det er tre faktorer som påvirker dette.

1. Hedging kostnader
2. Ordrekostnader
3. Intern konkurranse mellom utstedere av warranter.

Hedging kostnader som market maker har pådratt seg for å holde delta nøytrale porteføljer er en av hovedfaktorene for warrant spread. Dette resultatet bekrefter forholdet mellom opsjonen og det underliggende. Opsjonens spread er positivt relatert til spread på underliggende.

Ordrekostnader forekommer for at market maker skal være villig til å stille kjøps- og salgskurser. Transaksjonskostnader er negativt relatert til warrant spread. Dette henger sammen med at market makers kostnader per transaksjon synker etter hvert som trading volumet øker, og resulterer i en mindre spread.

Det er ikke funnet noe bevis for at intern konkurranse mellom utstedere av warranter er negativt relatert til størrelsen på spread. Dette indikerer at forventet profitt fra warrantens spread ikke er relatert til graden av konkurranse.

Flere andre uavhengige variabler er brukt til å se etter kjente karakteristikk for warranter som påvirker størrelsen på spread. Dette inkluderer tid til forfall, moneyness, prisnivå og "scalping" risiko. Det er et negativt forhold mellom tid til forfall og spread. Når det gjelder moneyness kan de vise til større spread for warranter som er "out-of-the-money" enn "in-the-money". Prisnivået viser seg også å ha et negativt forhold til spread. Deres studie viser også at "scalping" risiko også spiller en viktig rolle for å forklare bid-ask spread for warranter (Segara & Petrella, 2008).

### **Oppsummering**

Da vi oppsummerer tidligere forskning ser vi flere fellestrekk fra deres arbeid. Først ser vi fra de to artiklene fra Lauterbach & Schultz og Lauterbach & Hauser at Black-Scholes-Merton modellen kan benyttes til prising av warranter. De påpeker likevel at det trolig vil oppstå avvik fra markedsprisen. Det er derfor i noen tilfeller blitt gjort tilpassninger av denne modellen for å gi mer "korrekte" resultater. Spesifikt viser de spesielt til store prisforskjeller både for opsjoner og warranter der innløsningsprisen er lav eller høy.

Videre er det blitt forsket en del på prisforskjeller mellom opsjoner og warranter og hvorfor disse prisforskjellene forekommer. Flere av artiklene viser til empiriske undersøkelser der warranter generelt er høyere priset enn tilsvarende opsjoner. De mener det er flere årsaker til dette. Blant annet er det manglende arbitrasjemuligheter med warranter, da det ikke er mulig å gå short. De viser også til forskjeller i bid-ask spread for de to derivatene som varierer da det oppstår hedgingkostnader ved å holde en deltanøytral portefølje, ordrekostnader for market maker og at det er intern konkurranse mellom de forskjellige market makerne. Det vises også til forskjellig kreditt rating på utstederne som mulig årsak til prisforskjellen.

## 5. Metode

For å undersøke våre problemstillinger har vi benyttet en kvantitativ metode basert på informasjon funnet hos Nordnet og Oslo Børs. Her har vi hentet ut informasjon vedrørende warrant og opsjoner for 12 underliggende aksjer ved tre forskjellige tidspunkter. Vi ønsker å sammenligne priser for warrant og opsjoner med samme underliggende aksje gitt de samme parametrene. Det er imidlertid ikke mulig å få et generelt bilde ved hjelp av denne tilnærmingen ettersom det ikke finnes opsjoner og warrant med helt identiske parametre.

Det vi nøyaktig klarer å sammenligne er underliggende aksje og type. Det vil si at vi har kun tatt for oss kjøpsopsjoner og kjøpswarrant og kan sammenligne disse opp mot hverandre for hver enkelt underliggende aksje. Videre finnes det ofte mange forskjellige opsjoner og warrant for de forskjellige aksjene. Disse forskjellene er knyttet til innløsningspriser og forfallsdager. Elementene gjør at det er vanskelig å kunne sammenligne prisene på disse derivatene helt nøyaktig.

For prising av opsjoner benyttes gjerne en modell som heter Black-Scholes-Merton opsjonsprisindemodell. For warrant benyttes den samme modellen, kun modifisert med hensyn til antallet warrant per underliggende. Det vil i teorien si oss at en opsjon vil være ti ganger så dyr som en warrant (10 warrant per underliggende), gitt identiske parametre.

For at Black-Scholes-Merton modellen skal kunne gi oss en korrekt pris på opsjonene og warrantene, må de samme parametrene som markedet har regulert bli benyttet i modellen. Siden disse parametrene er markedsregulerte ved blant annet tilbud og etterspørsel er det umulig å vite sikkert den nøyaktige størrelsen på disse i forkant.

Størrelsen som er vanskeligst å fastslå er volatiliteten. Dette er en størrelse som uten perfekt fremsyn aldri kan forutses helt korrekt. Derimot kan man ved analyser av blant annet historiske bevegelser danne seg et bilde av hvordan aksjens bevegelse fremover kan bli. Likevel er dette bildet overhodet ingen gitt informasjon som må anses for å være gyldig i fremtiden, og den virkelige bevegelsen kan kun observeres mens den beveger seg og i ettertid når man ser tilbake.

I tillegg til volatiliteten er det vanskelig å predike faktoren som vi kaller ”continuous dividend yield”. Denne tilsier i prosent hvor stor Utbytteutbetalingen blir. Man kan observere tidligere års utbytter og anta at disse holdes relativt konstant i prosent over tid.

De resterende faktorene eller parametrene som inngår i Black-Scholes-Merton opsjonsprisindemodell er informasjon som er gitt i større eller mindre grad. Aksjekursen ved kontraktsinngåelsen er gitt og kontraktens innløsningspris og forfallsdato er bestemt. Den siste faktoren er risikofri rente. Dette er en avkastning som man kan oppnå med sikkerhet uten noen form for risiko. Akkurat som rentene man får i en bank. Likevel benytter vi ikke bankenes innskuddsrente i denne beregningen da denne kan variere fra bank til bank og kunde til kunde. Derimot benytter vi den norske interbank renten (NIBOR). Disse rentene, med forskjellig løpetid, har vi hentet fra Norges Bank<sup>13</sup>.

	Nominell rente								
	NIBOR								
	Tom/ next	1uke 1week	2uke 2week	1 mnd 1 month	2 mnd 2month	3 mnd 3 month	6 mnd 6 month	9 mnd 9 month	12 mnd 12 month
27.1.2009	3,60	3,81	3,55	3,64	3,68	3,72	3,47	3,58	3,56
25.3.2009	2,52	2,61	2,62	2,90	3,01	3,20	3,04	3,03	3,04
30.3.2009	2,43	2,56	2,44	2,81	2,88	2,97	2,77	2,71	2,77

(tabell 5-1)

Som nevnt tidligere er det på grunn av mange av disse faktorene vanskelig å generalisere vår studie, men for å ha muligheten til en viss grad å generalisere vår undersøkelse har vi dermed hentet ut informasjon fra 27.01.09, 25.03.09 og 30.03.09. Det er forgått slik at informasjonen om opsjoner og warranter med samme underliggende aksje har blitt hentet ut på samme tidspunkt, men gjentatt tre ganger totalt. I tillegg har vi fått tilsendt en oversikt over omsetningen av disse derivatene fra statistikkansvarlig på Oslo Børs. Omsetningen for warranter var henholdsvis NOK 572 734, NOK 1 306 626 og NOK 2 418 692 på de respektive dagene. For opsjoner var omsetningen NOK 4 039 020, NOK 6 820 090 og NOK 3 579 990. Disse beløpene vil hjelpe til å analysere validiteten av videre resultater ved beregningen, da en dag med lav omsetning kan gi et skjevt resultat, er tilbud og etterspørsel som bestemmer prisen i markedet.

<sup>13</sup> (NorgesBank)

## Gjennomføring

Første steg i prosessen var å finne nødvendig informasjon om de forskjellige derivatene samt deres underliggende.

Marked  Instrument  Bortfallsmd.

**UNDERLIGGENDE OG TERMINER**

	Kjøp	Salg	Høy	Lav	?
<input type="button" value="Kjøp"/> <input type="button" value="Selg"/> <input type="button" value="+"/> StatoilHydro	125,10	125,20	126,50	122,00	125
<input type="button" value="Kjøp"/> <input type="button" value="Selg"/> <input type="button" value="+"/> STL fwd sep 2009	120,40	121,40	0,00	0,00	0

**KJØPSOPPSJONER** - September 2009

	STL	Omsatt antall	Kjøp antall	Kjøp	Salg	Salg antall	Innløsningspris
<input type="radio"/> <input type="button" value="Kjøp"/> <input type="button" value="Selg"/> <input type="button" value="+"/> 9I200		0	50	0,01	0,55	50	200,00
<input type="radio"/> <input type="button" value="Kjøp"/> <input type="button" value="Selg"/> <input type="button" value="+"/> 9I190		0	50	0,20	0,70	50	190,00
<input type="radio"/> <input type="button" value="Kjøp"/> <input type="button" value="Selg"/> <input type="button" value="+"/> 9I180		0	20	0,55	1,00	50	180,00
<input type="radio"/> <input type="button" value="Kjøp"/> <input type="button" value="Selg"/> <input type="button" value="+"/> 9I170		0	20	1,10	1,65	50	170,00
<input type="radio"/> <input type="button" value="Kjøp"/> <input type="button" value="Selg"/> <input type="button" value="+"/> 9I160		0	20	2,05	2,80	70	160,00
<input type="radio"/> <input type="button" value="Kjøp"/> <input type="button" value="Selg"/> <input type="button" value="+"/> 9I150		0	20	3,40	4,60	20	150,00
<input type="radio"/> <input type="button" value="Kjøp"/> <input type="button" value="Selg"/> <input type="button" value="+"/> 9I140		0	50	5,90	7,10	60	140,00
<input type="radio"/> <input type="button" value="Kjøp"/> <input type="button" value="Selg"/> <input type="button" value="+"/> 9I130		0	50	9,50	10,75	60	130,00
<input type="radio"/> <input type="button" value="Kjøp"/> <input type="button" value="Selg"/> <input type="button" value="+"/> 9I125		0	50	11,50	13,00	20	125,00
<input type="radio"/> <input type="button" value="Kjøp"/> <input type="button" value="Selg"/> <input type="button" value="+"/> 9I120		0	50	14,25	15,75	20	120,00
<input type="radio"/> <input type="button" value="Kjøp"/> <input type="button" value="Selg"/> <input type="button" value="+"/> 9I115		0	70	17,00	18,75	40	115,00
<input type="radio"/> <input type="button" value="Kjøp"/> <input type="button" value="Selg"/> <input type="button" value="+"/> 9I110		0	90	20,00	22,00	20	110,00
<input type="radio"/> <input type="button" value="Kjøp"/> <input type="button" value="Selg"/> <input type="button" value="+"/> 9I105		0	70	23,50	25,75	70	105,00
<input type="radio"/> <input type="button" value="Kjøp"/> <input type="button" value="Selg"/> <input type="button" value="+"/> 9I100		0	70	27,25	29,50	70	100,00
<input type="radio"/> <input type="button" value="Kjøp"/> <input type="button" value="Selg"/> <input type="button" value="+"/> 9I95		0	20	31,25	33,75	20	95,00
<input type="radio"/> <input type="button" value="Kjøp"/> <input type="button" value="Selg"/> <input type="button" value="+"/> 9I90		0	70	35,50	38,25	20	90,00
<input type="radio"/> <input type="button" value="Kjøp"/> <input type="button" value="Selg"/> <input type="button" value="+"/> 9I85		0	50	39,75	42,75	50	85,00
<input type="radio"/> <input type="button" value="Kjøp"/> <input type="button" value="Selg"/> <input type="button" value="+"/> 9I80		0	50	44,50	47,50	50	80,00

(tabell 5-2)

Tabellen over er hentet fra Nordnet og viser Statoilhydros opsjoner med forfall i september 2009. Tallene er hentet ut 25.3.2009. Her finner man informasjon om blant annet kjøps- og salgspriser, omsatt volum og innløsningspris. I informasjonen gitt over ser man at det er en differanse mellom kjøpspris og salgpris. Dette er det vi kaller for bid-ask spread. Det er også viktig å merke seg at dette er kurser stilt av market maker slik at "kjøp" er den prisen man kan selge sine opsjoner for, mens "salg" er den prisen man kan kjøpe opsjonene for. I tillegg har vi informasjon om kjøps- og salgskurser for den underliggende aksjen på det gjeldende tidspunktet.

I denne oppgaven, der vi kun tar for oss prising av kjøpsopsjoner og kjøpswarranter, benytter vi en pris som ligger midt i spreaden. Grunnen til dette er at dersom man ønsker en handel i

disse derivatene, og kontakter market maker, vil market maker høyst sannsynlig kunne tilby en bedre kjøpspris enn den representert ved "selg" i tabellen over.

Som supplement for å analysere videre hentet vi også nøkkeltall for de respektive opsjonene fra Nordnet.

Marked  Instrument  Bortfallsmnd.

UNDERLIGGENDE OG TERMINER								
			Kjøp	Selg	Høy	Lav		
<input type="button" value="Kjøp"/>	<input type="button" value="Selg"/>	<input type="button" value="+"/>	StatoilHydro	125,10	125,20	126,50	122,00	12
<input type="button" value="Kjøp"/>	<input type="button" value="Selg"/>	<input type="button" value="+"/>	STL fwd sep 2009	120,40	121,40	0,00	0,00	

**KJØPSOPSJONER** - September 2009

			STL	IV(K)%	IV(S)%	Delta	Theta	Vega	Innløsningspris	
<input type="radio"/>	<input type="button" value="Kjøp"/>	<input type="button" value="Selg"/>	<input type="button" value="+"/>	9I200	24,6	40,4	0,015	-0,0034	0,032	200,00
<input type="radio"/>	<input type="button" value="Kjøp"/>	<input type="button" value="Selg"/>	<input type="button" value="+"/>	9I190	31,4	38,6	0,038	-0,0071	0,067	190,00
<input type="radio"/>	<input type="button" value="Kjøp"/>	<input type="button" value="Selg"/>	<input type="button" value="+"/>	9I180	33,2	38,1	0,064	-0,0114	0,103	180,00
<input type="radio"/>	<input type="button" value="Kjøp"/>	<input type="button" value="Selg"/>	<input type="button" value="+"/>	9I170	34,6	38,2	0,104	-0,0162	0,148	170,00
<input type="radio"/>	<input type="button" value="Kjøp"/>	<input type="button" value="Selg"/>	<input type="button" value="+"/>	9I160	35,3	39,3	0,161	-0,0227	0,200	160,00
<input type="radio"/>	<input type="button" value="Kjøp"/>	<input type="button" value="Selg"/>	<input type="button" value="+"/>	9I150	36,0	40,4	0,237	-0,0301	0,253	150,00
<input type="radio"/>	<input type="button" value="Kjøp"/>	<input type="button" value="Selg"/>	<input type="button" value="+"/>	9I140	38,3	42,6	0,336	-0,0372	0,299	140,00
<input type="radio"/>	<input type="button" value="Kjøp"/>	<input type="button" value="Selg"/>	<input type="button" value="+"/>	9I130	40,4	44,4	0,448	-0,0433	0,324	130,00
<input type="radio"/>	<input type="button" value="Kjøp"/>	<input type="button" value="Selg"/>	<input type="button" value="+"/>	9I125	41,9	46,5	0,502	-0,0443	0,327	125,00
<input type="radio"/>	<input type="button" value="Kjøp"/>	<input type="button" value="Selg"/>	<input type="button" value="+"/>	9I120	43,5	48,7	0,560	-0,0468	0,323	120,00
<input type="radio"/>	<input type="button" value="Kjøp"/>	<input type="button" value="Selg"/>	<input type="button" value="+"/>	9I115	45,6	50,6	0,613	-0,0474	0,313	115,00
<input type="radio"/>	<input type="button" value="Kjøp"/>	<input type="button" value="Selg"/>	<input type="button" value="+"/>	9I110	47,1	53,8	0,663	-0,0465	0,299	110,00
<input type="radio"/>	<input type="button" value="Kjøp"/>	<input type="button" value="Selg"/>	<input type="button" value="+"/>	9I105	48,8	57,6	0,707	-0,0471	0,282	105,00
<input type="radio"/>	<input type="button" value="Kjøp"/>	<input type="button" value="Selg"/>	<input type="button" value="+"/>	9I100	52,6	61,1	0,746	-0,0465	0,262	100,00
<input type="radio"/>	<input type="button" value="Kjøp"/>	<input type="button" value="Selg"/>	<input type="button" value="+"/>	9I95	56,0	66,2	0,779	-0,0463	0,243	95,00
<input type="radio"/>	<input type="button" value="Kjøp"/>	<input type="button" value="Selg"/>	<input type="button" value="+"/>	9I90	60,1	70,9	0,805	-0,0467	0,226	90,00
<input type="radio"/>	<input type="button" value="Kjøp"/>	<input type="button" value="Selg"/>	<input type="button" value="+"/>	9I85	64,1	76,9	0,829	-0,0462	0,208	85,00
<input type="radio"/>	<input type="button" value="Kjøp"/>	<input type="button" value="Selg"/>	<input type="button" value="+"/>	9I80	70,5	84,3	0,847	-0,0468	0,193	80,00

(tabell 5-3)

De viktigste nøkkeltallene for vår analyse her er implisitt volatilitet. De implisitte volatilitetene er representert ved både kjøp (K) og salg (S). Ettersom volatilitet har en positiv effekt på prisen, er det naturlig at IV(K) % er lavere enn IV(S) % for at det ikke skal oppstå arbitrasjemuligheter i markedet. Siden vi har benyttet oss av en pris som ligger midt i spreaden har vi også benyttet en gjennomsnittlig volatilitet for hver av de forskjellige opsjonene slik at eksempelvis opsjonen STL 9I200 har en implisitt volatilitet på  $(24,6 \% + 40,4 \%)/2 = 32,5 \%$ .

Deretter har vi sett på den implisitte volatiliteten til opsjoner og warranter opp mot hverandre, opp mot historisk volatilitet, og tilslutt sett på dens strukturen.

## Anvendelse av Black-Scholes-Merton

Black-Scholes-Merton er tidligere i oppgaven blitt nevnt og forklart og faktorene som inngår i denne modellen. I denne oppgaven benytter vi Black-Scholes-Merton som en "benchmark" for å kunne sammenligne prisene på opsjoner og warranter selv om størrelsen på parametrene ikke er identiske. Modellen har vi satt opp som et program i MATLAB. Programmet er som følger:

```

1 - clear, clc
2
3 - S=125.10;
4 - K=160;
5 - r=log(1+0.0304);
6 - numd = daysact('25-mar-2009','17-sep-2009');
7 - T=numd/365;
8 - sigma=0.6404;
9 - delta=0.0503;
10
11 - p = blscprice(S,K,r,T,sigma,delta)

```

*Program 5-1 Input data for Statoil 25.3.2009.*

```

1 - function p = blscprice(S,K,r,T,sigma,delta)
2
3 - % p = blscprice(S,K,r,T,sigma,delta)
4 - % function calculates the price of a European call option
5 - % on a dividend-paying stock
6 - % using the Black-Scholes-Merton model
7 - % S is the current asset price, K is the exercise price,
8 - % r is the annualized local risk-free interest rate,
9 - % T is the time to maturity of the option in years,
10 - % sigma is the annualized volatility of the asset
11 - % delta is the continuous dividend yield
12
13 - d1 = (log(S./K) + (r-delta+0.5*sigma.^2).*T) ./ (sigma.*sqrt(T));
14 - d2 = (log(S./K) + (r-delta-0.5*sigma.^2).*T) ./ (sigma.*sqrt(T));
15
16 - p = S.*exp(-delta.*T) .*normcdf(d1) -K.*exp(-r.*T) .*normcdf(d2);

```

*Program 5-2 Black-Scholes-Merton*



Program 5-1 og 5-2 viser hvordan vi har priset Statoil sin opsjon som forfaller 17.9.2009 og har en innløsningspris på NOK 160 (K). Spotprisen (S) på underliggende er NOK 125,10 den 25.3.2009 og "r" tilsvarer en 6 måneders NIBOR rente fastsatt 25.3.2009.  $\sigma = 0,6404$  tilsier at volatiliteten vi har beregnet for underliggende Statoil aksje er på 64,04 %. Denne er beregnet ut fra en 180 dagers historisk volatilitet og er kalkulert i MATLAB. For alle warranter og opsjoner har vi for enkelhets skyld benyttet oss av en 180 dagers volatilitet. Vi har da hentet ut historiske data for aksjekursen til respektive selskap de 180 siste handelsdager og regnet ut volatiliteten ved hjelp av MATLAB i et program som vi kaller ESTRET:

```

1 - clear, clc
2
3 - load stl180d.txt           % load the price data
4 - S = stl180d(:,2)
5 - n = length(S)-1;         % find the length of the price vector minus 1
6 - R = zeros(n,1);          % vector of returns
7 - for i=1:n
8 -     R(i)=(S(i+1)-S(i))/S(i); % find daily returns
9 - end
10 - dt = 1/250;              % time interval - 250 days in a year
11 - [amean, astd, lowbnd, upbnd] = meanstd(R, dt)

```

*Program 5-3 Estret. Kalkulerer blant annet standardavvik. Her Statoil.*

Før analysen har vi dermed ved hjelp av disse programmene priset samtlige warranter og opsjoner på hver av de underliggende aksjene og på tre forskjellige tidspunkter. All informasjon er videre ført inn i Excel for oversikt og behandling. Deretter gjennomgår vi samtlige warranter og opsjoner for å analysere markedsprisene som disse derivatene handles for opp mot hverandre ved hjelp av Black-Scholes-Merton opsjonsprisinde modell som en felles "benchmark".

## 6. Analyse av opsjoner og warranter

### 6.1. Hva skiller opsjoner og warranter fra hverandre?

Som finansielle instrumenter er warranter og opsjoner det samme, men de skiller ved noen få kriterier. Når det gjelder børnoterte opsjoner er det mange forskjellige market makere som stiller priser, og du vet derfor ikke hvem du får som motpart. Alle opsjoner blir også clearet. Dette vil si at Oslo clearing blir stående som motpart som en slags forsikring for investoren. Dette for å sikre seg mot eventuell konkurrisiko fra den egentlige motpart. Warranter derimot er ikke clearet og det er som oftest utsteder som står som motpart. Ved forfall innløses opsjoner ved tildeling av aksjer, mens warranter på Oslo Børs i dag løses inn ved et kontantoppgjør mellom kunde og utsteder<sup>14</sup>.

Fra tidligere forskningsartikler har det blitt foreslått hvorfor vi får prisforskjeller mellom produktene, jf. (kap.4). Det er gjennomgående to punkter som nevnes. Den første er forskjeller i bid-ask spread. Den andre er at finanshusene har forskjellig kreditt rating. Dårlig rating tilsier at warrantene blir billigere, og motsatt. Det har i tillegg blitt foreslått at forskjellene eksisterer kun fordi finanshusene har klart å skape et bilde av at dette er forskjellige produkter.

For øvrig har både Handelsbanken og DnB NOR kreditt rating AA, som regnes som god kredittverdighet<sup>15</sup>.

### 6.2. Våre observasjoner

I vår analyse har vi foretatt noen justeringer. Vi har for det første normalisert den historiske volatiliteten til 100 % og justert den implisitte volatiliteten deretter. Grunnen til dette er for lettere å kunne sammenligne avvikene mellom den implisitte og den historiske volatiliteten. Måten dette er blitt gjort er:

---

<sup>14</sup> Informasjonen er innhentet fra derivatdesken på Oslo Børs.

<sup>15</sup> (DnBNOR, 2009b; Handelsbanken, 2009a)

$$\frac{100\%}{\text{Hist.vol}} \cdot IV,$$

der hist. vol. er den 180 dagers historiske volatiliteten vi har benyttet og IV er den implisitte volatiliteten beregnet ut fra markedsprisen på derivatet.

Videre har vi studert implisitt volatilitet opp mot moneyness. Tidligere forskning har som oftest studert implisitt volatilitet mot innløsningspriser. Resultatet de har fått da er et skjevt volatilitetssmil som vist til høyre i figur 3-2. Dette skulle dermed tilsi at vårt smil vil være speilvendt av dette.

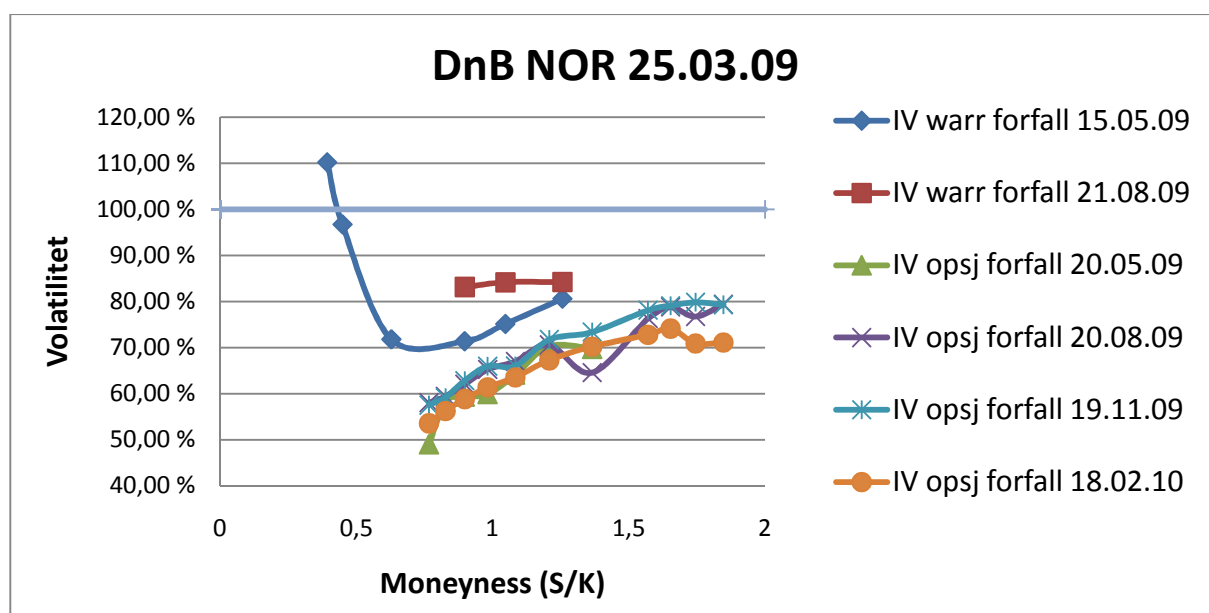
For vår studie er det tre elementer som analyseres:

1. Analyse av implisitt volatilitet.
2. Markedspris mot teoretisk pris.
3. Opsjonspris mot warrantpris.

### 6.2.1. Observasjon 1: DnB NOR 25.3.2009

#### Analyse av implisitt volatilitet

For DnB NOR den 25.3.2009 har vi funnet følgende resultater:



(figur 6-1)

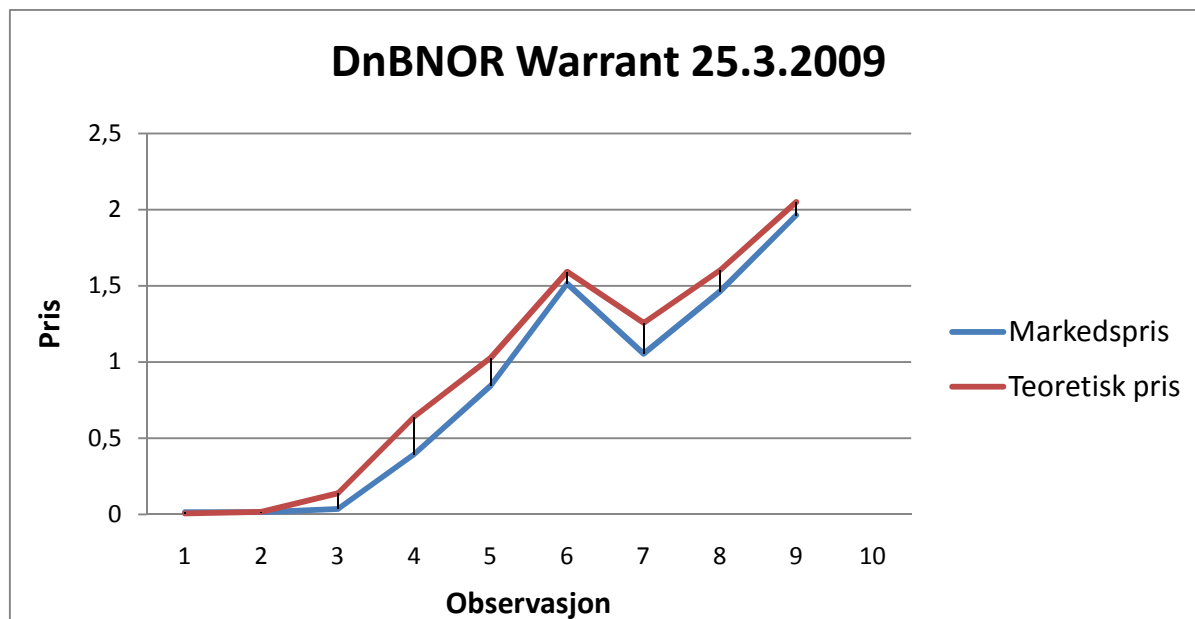
Her finner vi volatilitetsinformasjon for to warrantserier og fire opsjonsserier. For warrantserien med forfall 15.5.2009 observerer vi et volatilitetssmil som har sitt bunnpunkt ved en moneyness på ca 0,75. Den andre warrantserien med forfall 21.8.2009 har en svakt stigende trend for alle observasjoner. For opsjonene finner vi godt sammenfalne kurver for den implisitte volatiliteten. Trenden disse viser er økende med moneyness. Vi kan observere avvik fra denne trenden innenfor et par av seriene.

De implisitte volatilitetene observert for disse derivatene denne dagen ligger for alle observasjoner under den historiske volatiliteten. Med unntak for en observasjon i warrantserien med forfall 15.5.2009. Dette vil føre til at markedsprisene for alle minus en observasjon vil ligge under den teoretiske prisen. Dette unntaket er knyttet til en warrant med innløsningskurs på kr 80 og forfallsdag 15.5.2009. Aksjekursen på underliggende kr 31,40 på observasjonsdatoen 25.3.2009. Dette tilsier at underliggende må stige med 255 % i løpet av ca halvannen måned for å skulle ha noen verdi ved forfall. Prisen for rettigheten til å kjøpe underliggende til denne prisen om halvannen måned er kr 0,015 i markedet mens den teoretiske prisen er kr 0,0063.

Denne warranten er "out-of-the-money" warrant ( $\text{moneyness} < 1$ ) og har kort tid til forfall. Den vil etter all sannsynlighet ikke vil ha noen verdi ved forfall og en eventuell investering vil trolig bli tapt. Hva er da grunnen til at markedet overpriser denne warranten i forhold til den teoretiske prisen? Grunnen til dette er at markedet har plikter å stille kontinuerlige kjøps- og salgskurser. Ved tilfeller der warranter og/eller opsjoner blir veldig billige som ved tilfellet over opereres det med en minstekurs for kjøp og salg av derivatet. Slike produkter omsettes meget sjelden.

### **Markedspris mot teoretisk pris**

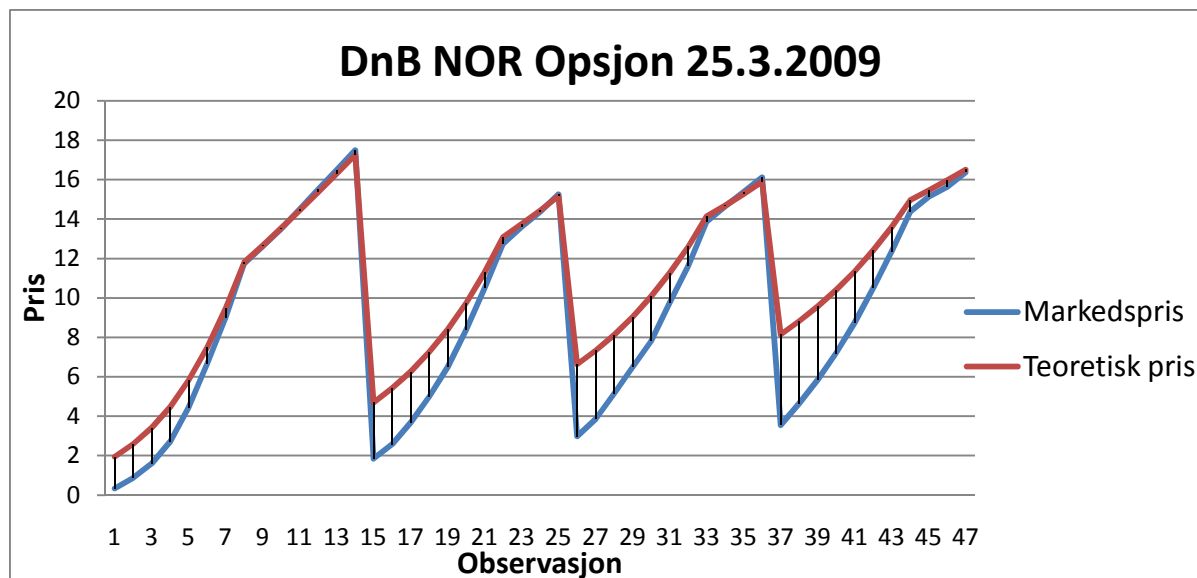
I figur 6-2 fremstiller vi prisavvikene mellom markedspris og teoretisk pris for DnB NORs warranter tilgjengelig den 25.3.2009.



(figur 6-2)

Observasjon 1 til og med observasjon 6 hører til warrantserien med forfall 15.5.2009. Observasjon 7 til og med 9 er warrantserien som forfaller 21.8.2009. Ut fra hva vi har observert i figur 6-1 om volatilitet er det kun én warrant som skal være overpriset. Det er vanskelig å se noen warrantserier som er overpriset i figur 6-2 men dette er fordi både den teoretiske prisen og markedsprisen er tilnærmet lik null og differansen er ikke observerbar i figuren. Overprisingen er knyttet til observasjon 1.

I figur 6-3 fremstilles prisavvikene mellom markedspris og teoretisk pris for DnB NORs opsjoner tilgjengelig den 25.3.2009.



(figur 6-3)

Observasjon 1 til og med 14 er opsjonsserien med forfall 20.5.2009, de neste 11 observasjonene forfaller 20.8.2009, de neste 11 forfaller 19.11.2009 og de siste 11 forfaller 18.2.2010. Her ser vi en underprisingstrend som observert ut fra volatilitetskurvene i figur 6-1. I tillegg ser vi at avviket mellom teoretisk og markedspris reduseres etter hvert som prisen stiger. Dette kan man i figur 6-1 se ved en stigende kurve for den implisitte volatiliteten med hensyn til moneyness.

### Opsjonspris mot warrantpris

Forfall	Markedspris for warrant med innløsningspris 35,-	Markedspris for opsjon med innløsningspris 35,-	Prisavvik
Mai	Kr 1,975,-	Kr 1,600,-	Kr 0,375,-
August	Kr 5,275,-	Kr 3,675,-	Kr 1,600,-

(tabell 6-1)

I tabell 6-1 har vi tatt for oss to warranter og to opsjoner med innløsningspris på kr 35. Warrantprisene er ganget opp med antall warranter per underliggende for at vi skal kunne sammenligne disse. Opsjonen med forfall i mai forfaller 5 dager etter warranten. Opsjonen med forfall i august forfaller 1 dag før warranten. På grunn av forskjellen i tid til forfall kan

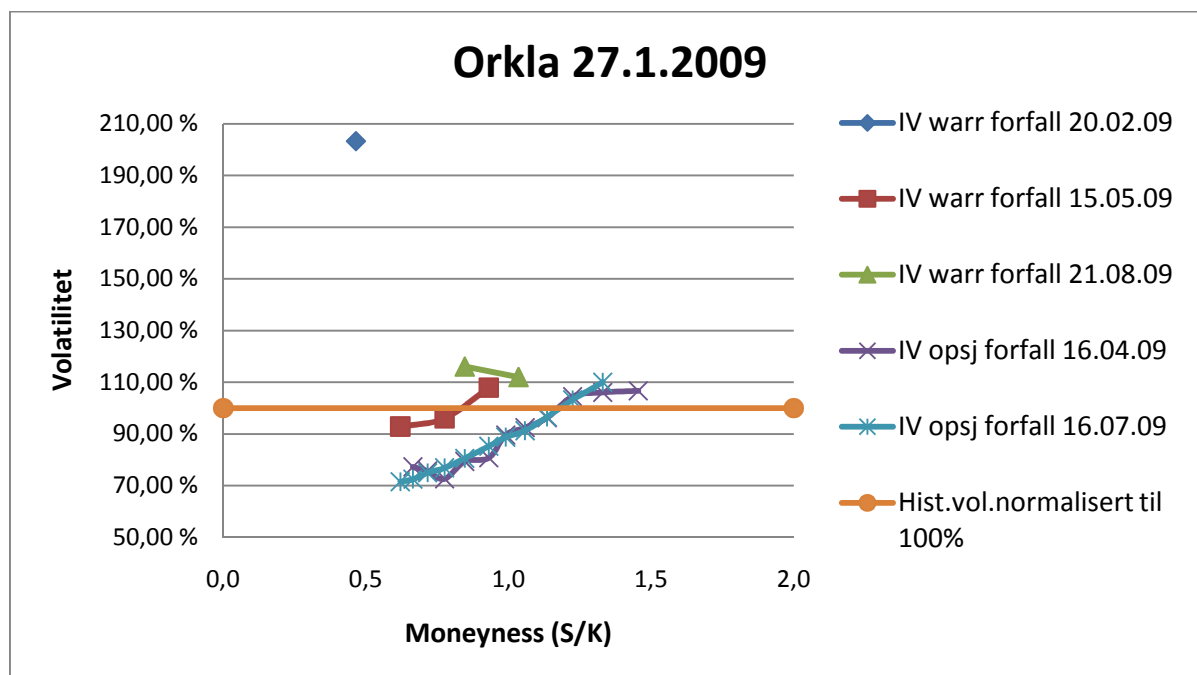
de ikke sammenlignes helt nøyaktig, men ettersom differansen er såpass liten påvirker ikke tidsverdien prisen på derivatene i stor grad. Satt opp mot teoretisk pris ser vi at warranten og opsjonen med innløsning i mai var priset henholdsvis 38,33 % og 53,14 % under teoretisk pris. I august var de henholdsvis 16,06 % og 41,3 % under teoretisk pris. Sammen med våre observasjoner i tabell 6-1 tilsier dette at warrantene er høyere priset enn opsjonene.

For ytterligere sammenligning kan vi fra figur 6-1 se på klyngen av observasjoner som ligger mellom en moneyness på 0,9 og 1,25. Vi registrerer at warrantenes implisitte volatilitet ligger over opsjonenes ved alle tilfeller. Det er kun observasjoner innenfor dette "området" som kan sammenlignes, og volatilitetsmålene her tilsier at prisen på warranter er høyere enn prisen på opsjoner.

### 6.2.2. Observasjon 2: Orkla 27.1.2009

#### Analyse av implisitt volatilitet

Vi ser nærmere på Orklas opsjoner og warranter tilgjengelig 27.1.2009. Tilgjengelig for Orkla denne dagen er tre warrantserier og to opsjonsserier.



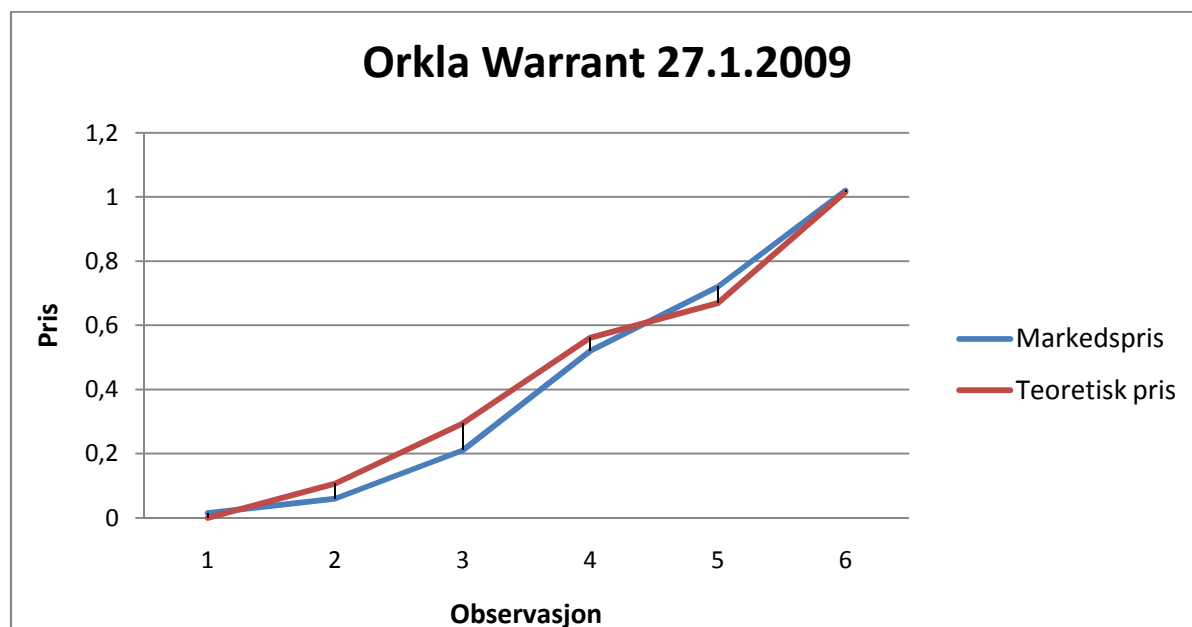
(figur 6-4)

Figur 6-4 viser den implisitte volatiliteten for opsjoner og warranter tilgjengelig den 27.1.2009 med Orkla som underliggende aksje. Her ser vi at den implisitte volatiliteten til både opsjonene og warrantene ligger ganske jevnt rundt den historiske volatiliteten. Vi observerer ikke noen klare volatilitetssmil, men vi ser en stigende implisitt volatilitet etter hvert som moneyness øker. Én observasjon derimot avviker kraftig fra trenden. Dette er en warrant med forfall 20.2.2009 og en innløsningspris på kr 100. Aksjekursen på dette tidspunktet var kr 46,55 og gir en moneyness på 0,4655. Det vil si at aksjen til Orkla må stige 215 % innen ca 20 dager for å ha en verdi ved forfall. Dette fører til meget høy sannsynlighet for tapt investering dersom man kjøper warranten til kr 0,015. Den teoretiske prisen for dette produktet er kr 0,0228. Som i eksemplet for DnB NOR omsettes disse meget sjelden men markedet maker er likevel pliktig til å stille kjøps- og salgskurs.

For warrantene har vi observasjoner som ligger mellom 0,5 og 1 i moneyness. Det vil si at fem av de seks observasjoner er "out-of-the-money", mens en observasjon er "in-the-money". Denne warranten forfaller 21.8.2009, har en innløsningspris på kr 45 og aksjekursen er kr 46,55. Prisen for denne warranten i markedet er kr 1,02 og den teoretiske prisen er kr 1,0157. Altså et prisavvik på ca. 0,4 %.

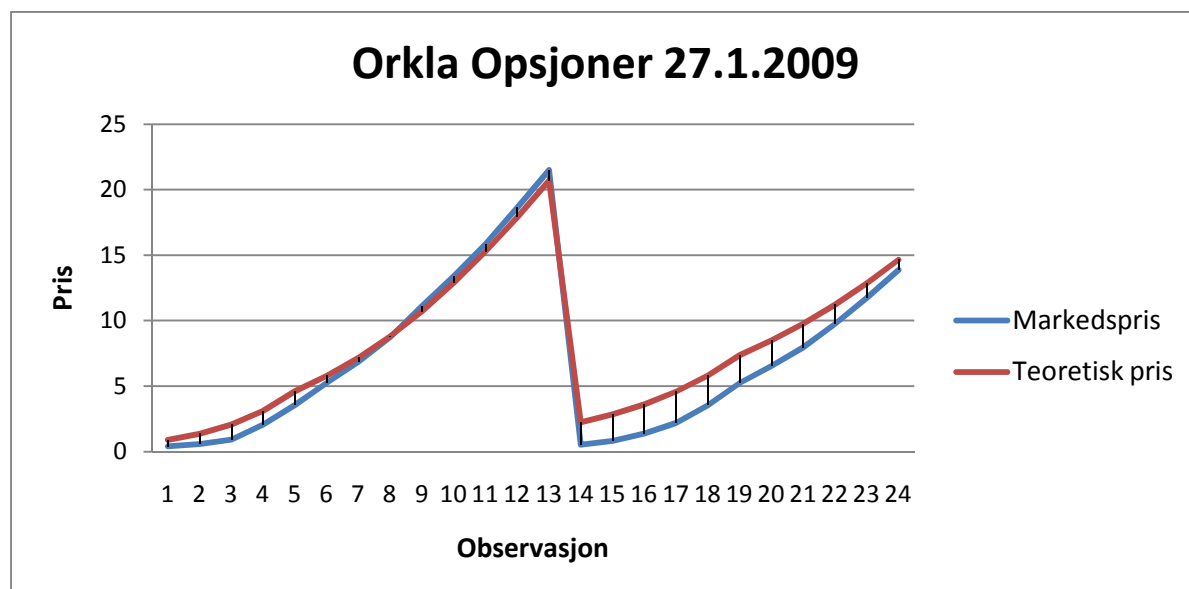
Opsjonene er mer spredt med hensyn til moneyness. De har en spredning fra ca 0,5 til 1,5. Dette gir flere observasjoner av opsjoner som er "in-the-money". Opsjonene danner en stigende implisitt volatilitetskurve som leder til stigende markedspriser i forhold til den teoretiske prisen. For opsjonene med forfall 16.4.2009 går grensen mellom over- og underprisingen mellom en moneyness på 1,1354 og 1,2250.



**Markedspris mot teoretisk pris**

(figur 6-5)

Figur 6-5 gir oss en oversikt over når markedet er over- og underpriset i forhold til den teoretiske prisen. Fra figur 6-4 observerte vi et punkt som hadde et stort avvik fra trenden. Dette er observasjon 1. Både teoretisk pris og markedspris er tilnærmet lik null, så kun et marginalt avvik prismessig skaper et høyt implisitt volatilitetsmål. Videre ser vi at observasjon 2, 3 og 4, som tilhører warrantserien med forfall 15.5.2009 er underpriset for alle observasjoner, mens warrantserien med forfall 21.8.2009 er overpriset for den billigste observasjonen, mens den dyreste sammenfaller godt med teoretisk pris. Ut fra grafen kan vi i tillegg se effekten av tidsverdien. Observasjon 4 og 5 har innløsningspris på henholdsvis kr 50 og kr 55, noe som isolert sett ville ført til at observasjon 4 skulle vært dyrere enn observasjon 5. På grunn av tidsverdien er observasjon 5 dyrere.



(figur 6-6)

På denne observasjonsdagen var det to opsjonsserier tilgjengelig med henholdsvis 13 og 11 observasjoner. Den første opsjonsserien har forfall 16.4.2009 og den andre forfaller 16.7.2009. I den første opsjonsserien finner vi en godt sammenfallede kurve for den teoretiske prisen og markedsprisen. Likevel kan vi se trenden med underprising av de billigste opsjonene og overprising av de dyreste som observert tidligere. Volatiliteten til denne opsjonsserien krysser den historiske volatiliteten og underbygger denne observasjonen. Markedsprisen for den andre opsjonsserien avviker i noe større grad fra den teoretiske prisen og er for alle observasjoner underpriset.

### **Opsjonspris mot warrantpris**

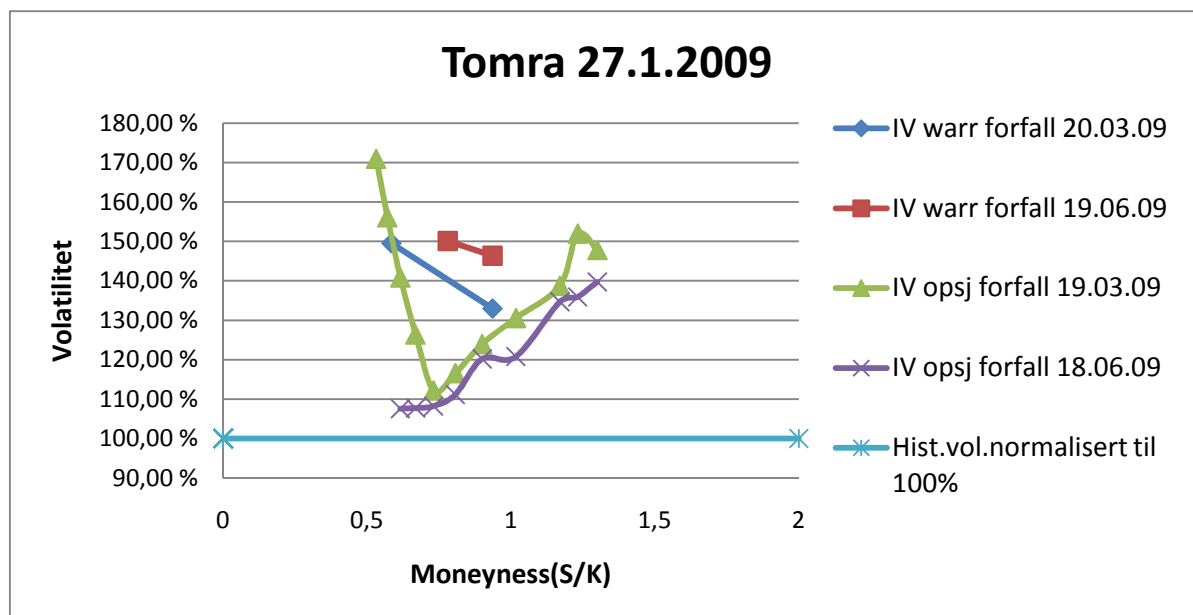
For Orkla på dette tidspunktet finner vi ingen opsjoner og warranter som direkte kan sammenlignes, da ingen forfallsdatoer stemmer overens. Likevel foretar vi en avviksanalyse for et par observasjoner, der moneyness er identisk. Vi sammenligner en warrant og en opsjon med innløsningspris på kr 50 som har forfall henholdsvis 15.5.09 og 16.4.09. I tillegg sammenligner vi en warrant og en opsjon med innløsningspris på kr 55 som har forfall henholdsvis 21.8.09 og 16.7.09. Warrantene forfaller dermed ca en måned før opsjonene. Fra våre kalkulasjoner finner vi at warrantene avviker fra den teoretiske prisen med henholdsvis -7,3 % og +7,56 %. De sammenlignbare opsjonene avviker med henholdsvis -23 % og -39,4 %. Warrantene er dermed vesentlig dyrere.

I figur 6-4 ser vi igjen at den implisitte volatiliteten til warrantene ligger over implisitt volatilitet for opsjonene for alle observasjoner med identisk moneyness.

### 6.2.3. Observasjon 3: Tomra 27.1.2009

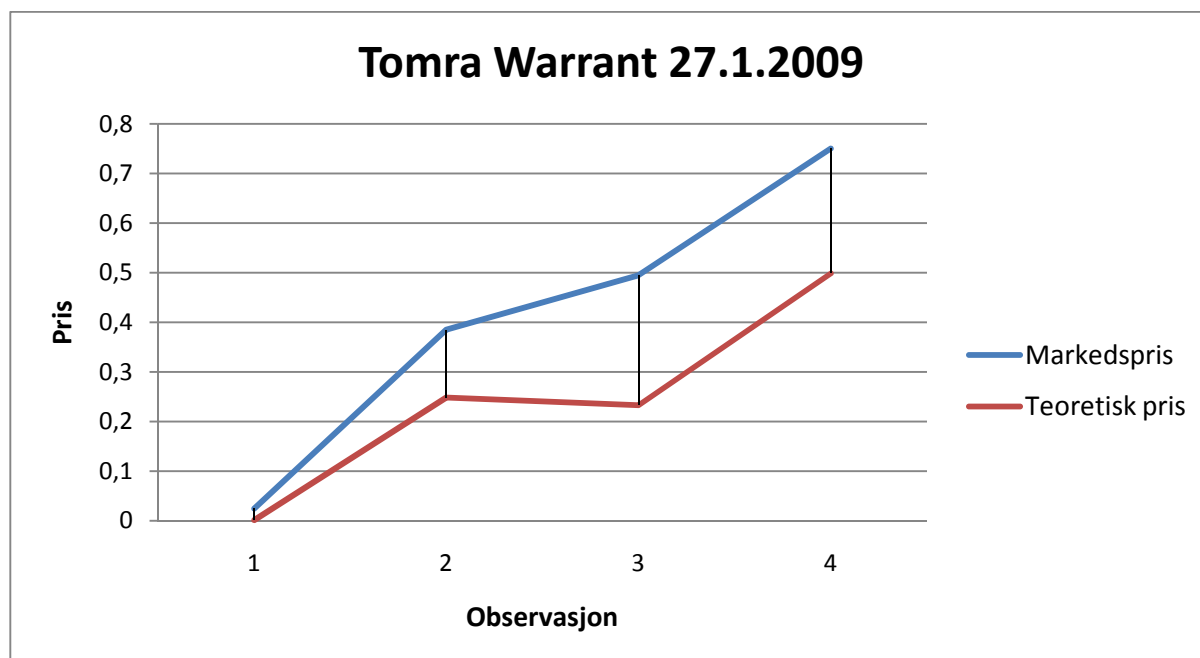
#### Analyse av implisitt volatilitet

Et siste eksempel som vi har valgt å ta med er observasjonene av Tomra sine opsjoner og warranter tilgjengelig den 27.1.2009.

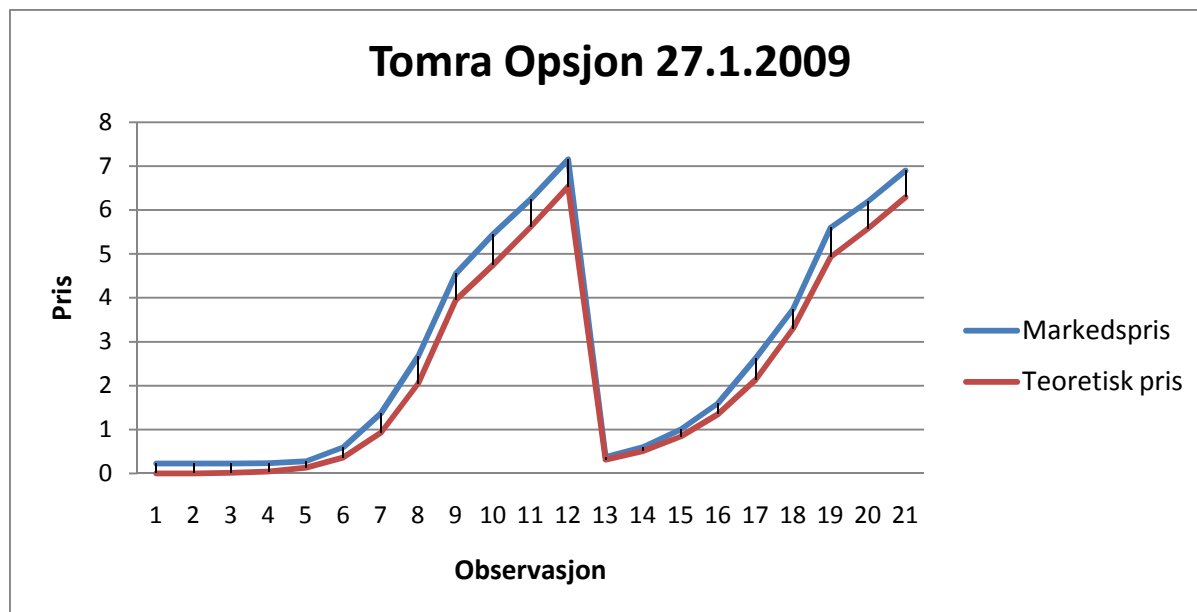


(figur 6-7)

Figur 6-7 tar for seg volatilitetsmålene til to warrantserier og to opsjonsserier. Vi ser at den implisitte volatiliteten til opsjonene og warrantene ligger over den historiske for alle observasjoner. Dette skal tilsi at markedsprisen ved alle observasjoner ligger over den teoretiske prisen. Vi observerer ingen store avvik, men den implisitte volatiliteten varierer i stor grad fra de forskjellige observasjonene. For våre fire observerte warrantene ser vi en fallende trend, mens dette varierer for opsjonene. Vi ser for opsjoner med forfall 19.3.09 at den implisitte volatiliteten danner en form for volatilitetssmil.

**Markedspris mot teoretisk pris***(figur 6-8)*

Fra figur 6-8 ser vi et stort avvik mellom den teoretiske prisen og markedsprisen for Tomras warranter tilgjengelig den 27.1.2009. De to første observasjonene er tilknyttet warrantserien med forfall 20.3.2009, mens observasjon 3 og 4 har forfall 19.6.2009. Vi ser at avviket øker fra første til andre observasjon, mens fra tredje til fjerde observasjon holdes avviket ganske konstant. I tillegg ser vi fra den første til den andre serien at den teoretiske modellen mener økningen i innløsningspris har større påvirkning enn tidsverdien, mens markedet mener at tidsverdien veier tyngre enn økningen i innløsningsprisen. Økningen er fra kr 25 til kr 30, mens tiden til forfall er tre måneder lenger fra 20.3.2009 til 19.6.2009. Vi har her en markedspris godt over teoretisk pris for alle observasjoner noe som også kan antydes ut fra volatilitetsmålene i figur 6-7.



(figur 6-9)

I figur 6-9 finner vi et bilde av Tomras to opsjonsserier tilgjengelig den 27.1.2009. De tolv første observasjonene har forfall 19.2.2009, mens de ni siste forfaller 18.6.2009. Vi ser at samtlige opsjoner er overpriset i forhold til teoretisk pris. Dette kan vi også se ut fra opsjonenes implisitte volatiliteter i figur 6-7.

### Opsjonspris mot warrantpris

Heller ikke for opsjoner og warranter på Tomra har vi sammenlignbare produkter. Vi har forholdsvis like forfallsdatoer, men ingen med lik innløsningspris.

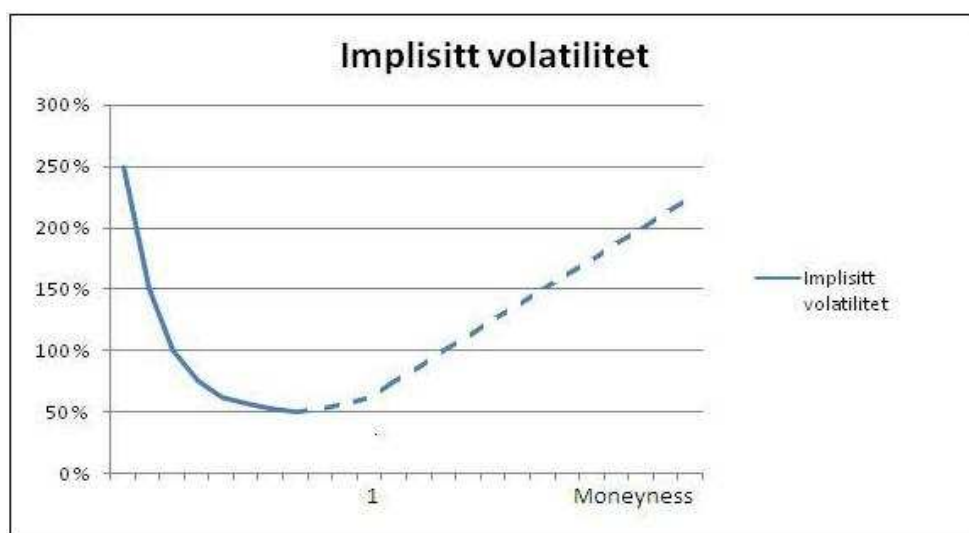
Vi kan likevel se i figur 6-7 at den implisitte volatiliteten til warrantene ligger over implisitt volatilitet for opsjonene for alle observasjoner med identisk moneyness. Dette indikerer at prisen på warrantene er høyere enn prisen på opsjonene.

For resten av selskapene og for alle datoer følger prisavviks- og volatilitetsgrafer i appendiks. Dette dekkes av figur 1 til 60.

### 6.3. Oppsummering

#### Analysen av implisitte volatilitet

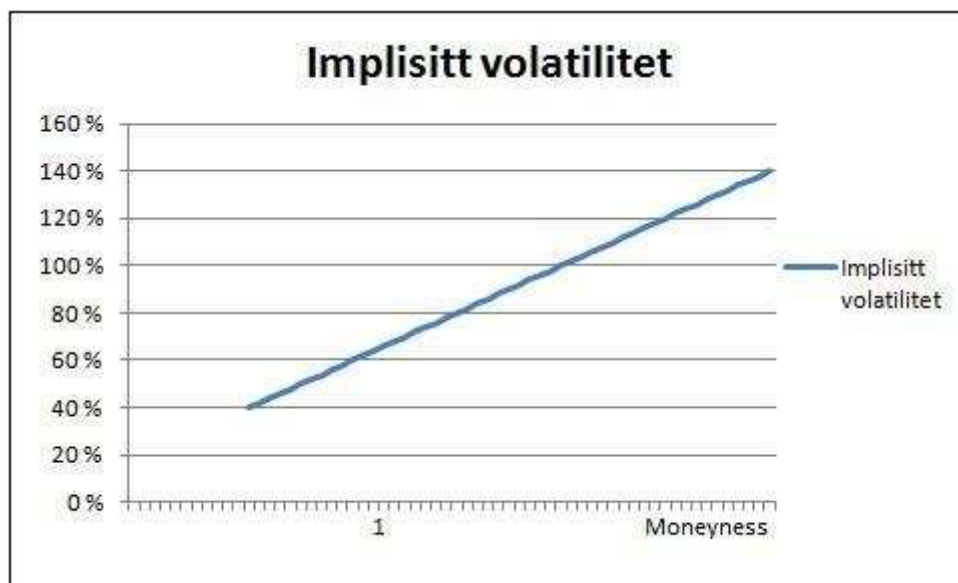
For warrantene har vi generelt observert en lav moneyness. Det er få warranter som er observert "in-the-money". Vi har sett etter det velkjente volatilitetssmilet der vi har konvekse kurve med ett bunnpunkt nær moneyness lik 1. På grunn av få tilgjengelige observasjoner av warranter er det vanskelig å se noe struktur på den implisitte volatiliteten. Vi har likevel sett at vi får en fallende kurve frem til warranten nærmer seg "at-the-money". Vi kan ikke sikkert si noe om kurvens utvikling etter dette, men vi vil likevel med de få observasjonene vi har anta at den vil ha en stigende trend (stiplede linjen) og danne formen av et smil slik vi antyder i figur 6-10.



(figur 6-10)

Videre har vi merket oss at bunnpunktet på denne grafen vil ha lavere moneyness ved lenger tid til forfall. Dette tilsier at en warrant med høy innløsningspris og lang forfallstid har bedre mulighet for å ha en verdi ved forfall enn en med kort forfallstid.

For opsjonene har vi langt flere observasjoner og det er enklere og se trendene. Vi har et bredere spekter av observasjoner der vi ser opsjoner som er "out-", "at-" og "in-the-money". Observasjonene gir ved noen tilfeller antydning til et volatilitetssmil, men stort sett ser vi en stigende linje for den implisitte volatiliteten med hensyn på moneyness. Dette kan illustreres ved figur 6-11.



(figur 6-11)

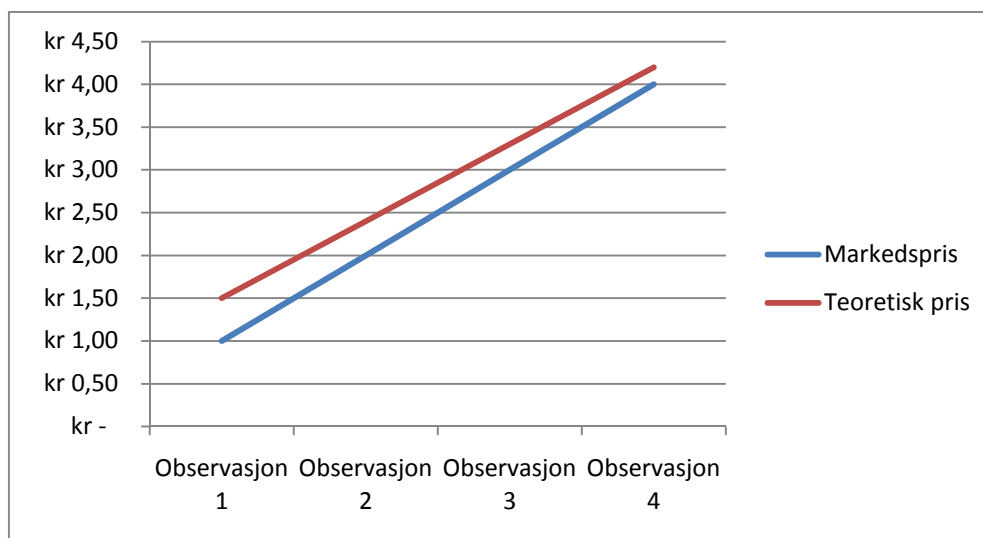
Samlet sett av våre observasjoner ser vi at den implisitte volatiliteten til warrantene og opsjonene holder seg til hver sine klynger, der warrantenes volatilitet stort sett er høyere enn opsjonenes, gitt samme moneyness.

Tidligere forskning (Jackwerth & Rubinstein, 1996; Rubinstein, 1994) sier at volatilitetssmil er et velkjent fenomen slik vi har sett antydninger til i vår oppgave. Likevel kan vi nok ikke generalisere denne observasjonen ut fra våre resultater.

### **Markedspriser mot teoretiske priser**

Warrantene kan synes å være nokså konstant over- eller underpriset for hver enkelt serie av warranter og til og med for hver enkelt observasjonsdag. I tillegg kan det ut fra våre observasjoner også tyde på at over- eller underprising kan følge enkelte selskaper. Likevel er det alt for mange unntak og alt for få observasjoner til at dette kan generaliseres.

Figur 6-12 er et fiktivt eksempel på en warrantserie der markedsprisen ligger under den teoretiske for alle observasjoner. Dette illustrerer et typisk eksempel fra våre resultater.



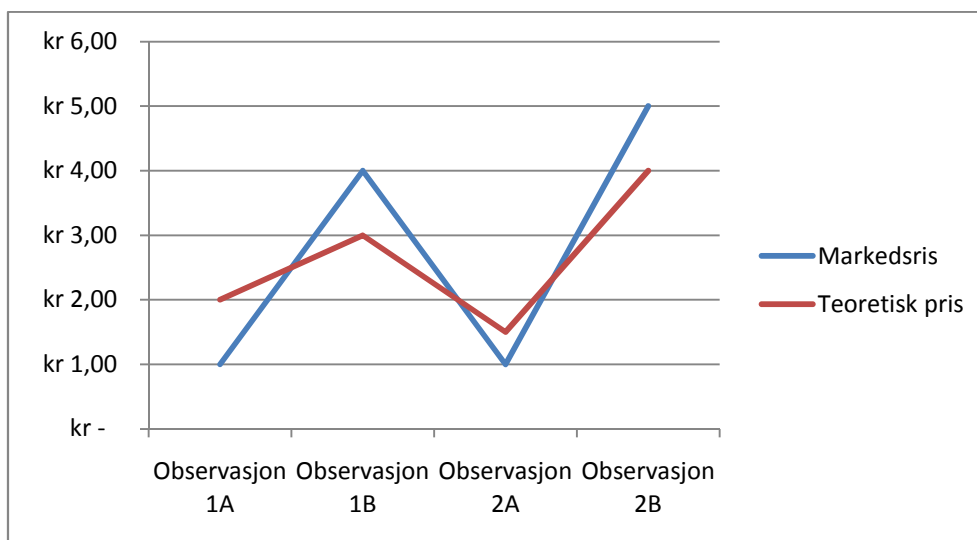
(figur 6-12)

For opsjonene observeres tilfeller av både over- og underprising. Dette kan variere fra selskap til selskap, opsjonsserie til opsjonsserie og innbyrdes i hver opsjonsserie. I tillegg varierer alt dette for hver observasjonsdag.

En trend som med unntak kan observeres hos mange av de børsnoterte opsjonene for alle de tre periodene er at opsjoner med lave priser viser seg å være underpriset i markedet sammenlignet med teoretisk pris. I tillegg forekommer det ofte en overprising ved høyere priser.

Observasjonene sier oss at opsjoner med høy innløsningspris, og som av den grunn er billige, har en tendens til at markedsprisen ligger under den teoretiske. Opsjonene med lav innløsningspris viser seg ofte å være overpriset i forhold til de teoretiske prisene.





(figur 6-13)

Figur 6-13 gir oss et bilde over hvordan teoretisk pris og markedspris tenderer til å avvike fra hverandre. Dette er kun en fiktiv illustrasjon for å tydeliggjøre denne observasjonen. Observasjon 1A og 1B tilhører samme opsjonsserie der A har høyere innløsningspris enn B og følgende B er dyrere enn A. Observasjon 2A og 2B tilhører en annen opsjonsserie der A har høyere innløsning enn B.

Tidligere forskning (Lauterbach & Schultz, 1990; Schulz & Trautmann, 1994) tilsier at vi skal kunne observere større prisavvik ved lave opsjons- og warrantpriser ved bruk av Black-Scholes-Merton som verktøy. Dette har også vi stort sett observert i våre forsøk.

### Opsjonspris mot warrantpris

Det er vanskelig å se spesifikke opsjoner og warranter direkte opp mot hverandre, da disse har forskjellige parametre. Likevel ser vi ut fra observasjonene av implisitt volatilitet at denne stort sett er høyere for alle warranter gitt samme moneyness, jf avsnitt om implisitt volatilitet (kap. 6). Dette tilsier at de tilgjengelige warrantene er dyrere enn opsjonene.

Vi har foretatt en enkel avviksanalyse for alle opsjoner og warranter for å gi et generelt inntrykk av avvikene. Ut fra dette har vi funnet ut at warrantenes markedspris gjennomsnittlig ligger 7,03 % under den teoretiske prisen, mens opsjonenes markedspris gjennomsnittlig ligger 18,54 % under teoretisk.

---

Tidligere forskning, jf. kapittel 4, redegjør for at warranter er systematisk høyere priset enn opsjoner. Uten at vi har hatt mulighet til å sette warranter og opsjoner med like parametre direkte opp mot hverandre, kan også vi ut fra våre observerte implisitte volatiliteter og prissammenligninger si at warrantene generelt er høyere priset enn opsjonene.

## 7. Avslutning og konklusjon

### 7.1. Konklusjon

Gjennom våre undersøkelser har vi funnet tegn til trender og likhetstrekk som tidligere har blitt observert i andre tilsvarende markeder. Vi observerer i de aller fleste tilfeller både opsjoner og warranter med stigende implisitt volatilitet etter hvert som innløsningsprisen synker. Markedet reagerer positivt til en høy moneyness som presser derivatprisene opp. Denne graden av risikoaversitet varierer med hensyn på tid til forfall som har en positiv effekt på både opsjons- og warrantprisen. Et eventuelt observert volatilitetssmil får altså forskjøvet sitt bunnpunkt nærmere eller lengre fra en moneyness lik 1 ved en henholdsvis lang eller kort tid til forfall.

Prisingen av derivatene teoretisk gir oss en antydning til både en overprising og underprising i markedet for både opsjoner og warranter. Likevel sier ikke dette oss noe om hvilke warranter og opsjoner som er mest gunstige, basert på underliggende aksje, ettersom vi har basert vår teoretiske pris på en 180 dagers historisk volatilitet.

Trenden til warranter og opsjoner viser oss at vi i de aller fleste tilfeller finner at den implisitte volatiliteten til en warrant ligger over en tilsvarende opsjon. Ved en prosess med teoretisk prising av samtlige opsjoner og warranter tilgjengelig for de tolv selskapene, og en avviksanalyse av markedsprisene, har vi i samsvar med analysen av implisitt volatilitet kommet fram til at børsnoterte warranter er dyrere enn opsjoner i det norske markedet.

## 7.2. Svakheter ved oppgaven

Det finnes flere svakheter ved oppgaven ettersom det er foretatt en del forenklinger. En 10 dagers asiatisk hale ved innløsningen av warranter vil føre til en lavere pris for warrantene enn det vi har fått. Likevel vil denne halen kun ha en marginal effekt ettersom det kun er snakk om 10 dager. Halen vil ha litt større effekt ved warranter som har kort tid til forfall.

En annen begrensning er at det norske markedet som vi har påpekt tidligere er svært begrenset. Det omsettes for millioner hver dag, men likevel er observasjonene som er gjort vanskelig å generalisere når dette markedet er så lite, spesielt for warranter.

Beregningene av den teoretiske prisen er basert på en historisk 180 dagers volatilitet uansett tid til forfall for derivatet. Denne burde kanskje gjenspeilet tid til forfall i større grad ved for eksempel å la en to måneders historisk volatilitet gjenspeile volatiliteten til et derivat med forfall om to måneder.

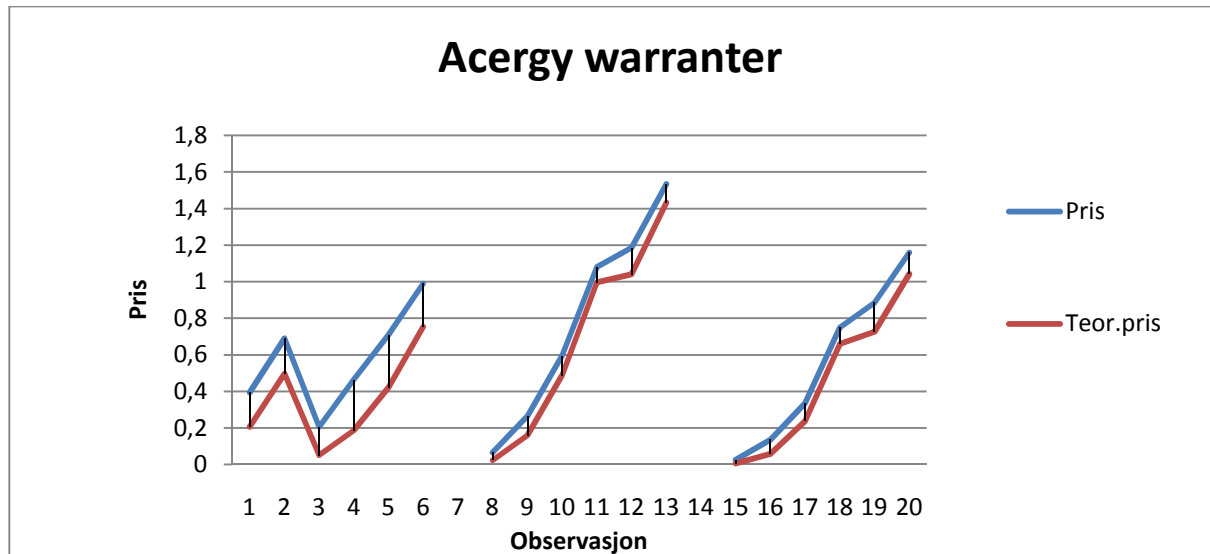
En siste kritisk faktor er sluttkursene som vi har hentet ut for hver warrant og opsjon tilgjengelig på de tre forskjellige datoene. I følge Lauterbach og Hauser kan det ikke garanteres at prisene er synkrone ved å bruke sluttkurser. Dette kan være en viktig grunn til avvikene.

## 8. Referanser

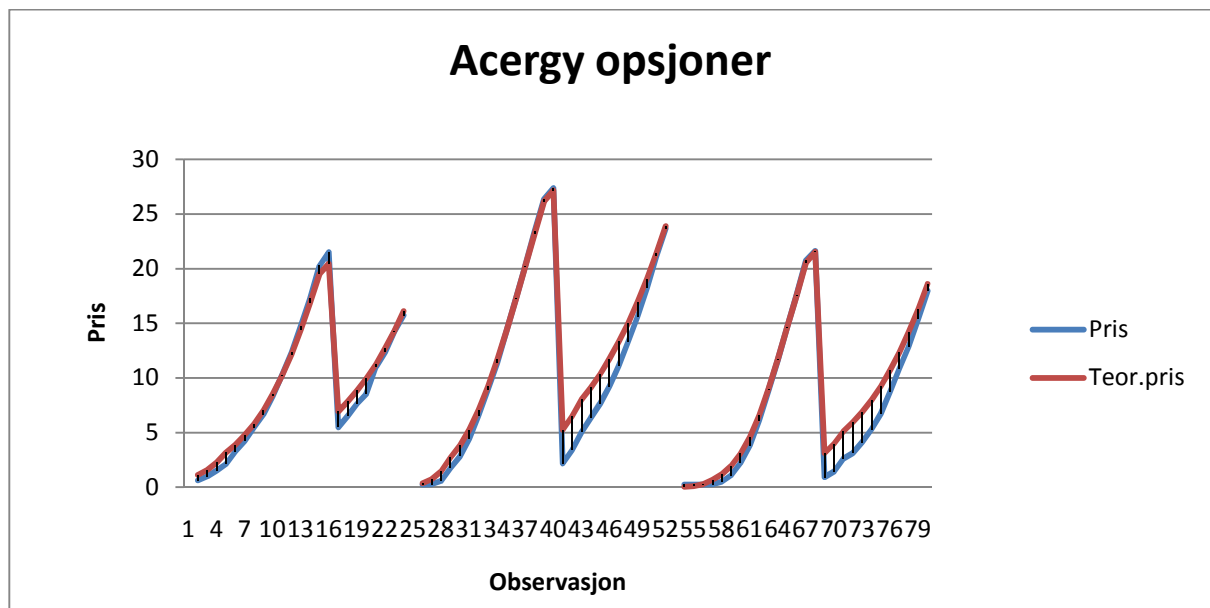
- Abad, D., & Nieto, B. (2007). *The unavoidable task of understanding warrants pricing*. Universidad de Alicante
- Bartram. (2007). Competition without fungibility : Evidence from alternative market structures for derivatives. *Journal of Banking*, 31(3), 659.
- Berk, J., & DeMarzo, P. M. (2007). *Corporate finance*. Boston: Pearson/Addison Wesley.
- Black. (1973). The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Political Economy*, 81(3), 637.
- Chan. (2000). The value of liquidity : evidence from the derivatives market. *Pacific Basin Finance Journal*, 8(3-4), 483.
- Cox, D. R., & Miller, H. D. (1970). *The theory of stochastic processes*. London: Mathuen.
- DnBNOR. (2009a). Hva er en warrant. from <https://www.dnbnor.no/markets/warrants/>
- DnBNOR. (2009b). Kreditt rating. from [https://www.dnbnor.com/presse/resultater/resultater\\_2009/1q\\_09\\_no.html](https://www.dnbnor.com/presse/resultater/resultater_2009/1q_09_no.html)
- DnBNOR. (2009c). NIBOR. from [http://www.dnbnor.no/markets/obligasjoner\\_sertifikater/hva\\_er\\_nibor.html](http://www.dnbnor.no/markets/obligasjoner_sertifikater/hva_er_nibor.html)
- Gordon, G. (1996). Did option traders anticipate the crash? Evidence from volatility smiles in the U.K. with U.S. comparisons. *Journal of Futures Markets*, 16(8), 881-897.
- Handelsbanken. (2009a). Kreditt rating. from [http://www.handelsbanken.se/shb/inet/icentsv.nsf/vlookuppics/a\\_spara\\_och\\_placera\\_sammanfattning\\_av\\_grundprosekt\\_090429\\_norska/\\$file/sammenfatning\\_norge\\_2009.pdf](http://www.handelsbanken.se/shb/inet/icentsv.nsf/vlookuppics/a_spara_och_placera_sammanfattning_av_grundprosekt_090429_norska/$file/sammenfatning_norge_2009.pdf)
- Handelsbanken. (2009b). Utbytter. from <http://hcm.handelsbanken.no/strukturadeprodukter-norge/Warrants/Warrants/Warrantsskolen/Hvordan-bestemmes-verdien-av-warrants/>
- Handelsbanken. (2009c). Warrantsskolen. from <http://hcm.handelsbanken.no/strukturadeprodukter-norge/Warrants/Warrants/Warrantsskolen/Hvordan-bestemmes-verdien-av-warrants/>
- Hauser, S., & Lauterbach, B. (1997). The Relative Performance of Five Alternative Warrant Pricing Models. *Financial Analysts Journal*, 53(1), 55-61.
- Horst, J. t., & Veld, C. (2003). Behavioral Preferences for Individual Securities: The Case for Call Warrants and Call Options. *Journal of Economic Literature*, G13 & G14.

- Hull, J. (2006). *Options, futures, and other derivatives*. Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall.
- Investopedia. (2009). Moneyneess. from <http://www.investopedia.com/articles/optioninvestor/08/option-moneyness.asp>
- Jackwerth, J. C., & Rubinstein, M. (1996). Recovering Probability Distributions from Option Prices. *The Journal of Finance*, 51(5), 1611-1631.
- Jäckel, P. (2002). *Monte Carlo methods in finance*. Chichester: Wiley.
- Lauterbach, B., & Schultz, P. (1990). Pricing Warrants: An Empirical Study of the Black-Scholes Model and Its Alternatives. *The Journal of Finance*, 45(4), 1181-1209.
- Loven, T., & Garås, J. E. L. (2008). *Warrants og garanterte spareprodukter*. Handelshøgskolen i Bergen, Bergen.
- Merton. (1973). Theory of rational option pricing. *Bell J. Econom. Management Science*, 4(1), 141.
- Nordnet. (2009). Forklaring terminologi. from <https://www.nordnet.no/mux/web/marknaden/kurslista/warranter.html>
- NorgesBank. NIBOR. from [http://www.norges-bank.no/templates/article\\_55475.aspx](http://www.norges-bank.no/templates/article_55475.aspx)
- OsloBørs. (2008). Årsstatistikk. from [http://www.oslobors.no/OsloBoers/Statistikk/AArsstatistikk/\(index\)/2/\(year\)/2008](http://www.oslobors.no/OsloBoers/Statistikk/AArsstatistikk/(index)/2/(year)/2008)
- Petrella, G. (2006). Option bid-ask spread and scalping risk: Evidence from a covered warrants market. *Journal of Futures Markets*, 26(9), 843-867.
- Rubinstein, M. (1994). Implied Binomial Trees. *The Journal of Finance*, 49(3), 771-818.
- Schulz, G. U., & Trautmann, S. (1994). Robustness of option-like warrant valuation. *Journal of Banking & Finance*, 18(5), 841-859.
- Segara, R., & Petrella, G. (2008). Determinants of liquidity for bank-issued options: Evidence from the Australian covered warrants market. *Journal of Economic Literature*, G10, G20 & G24.
- TheMarketOracle. (2009). Confused about warrant. from <http://www.marketoracle.co.uk/Article8125.html>
- Theoptionguide. (2009). Options. from [www.theoptionguide.com](http://www.theoptionguide.com)
- Thorsrud, S. (2008). Sikt høyt med warranter. *Dine penger*(6), 5.
- [www.fool.com](http://www.fool.com). (2009). from [www.fool.com](http://www.fool.com)

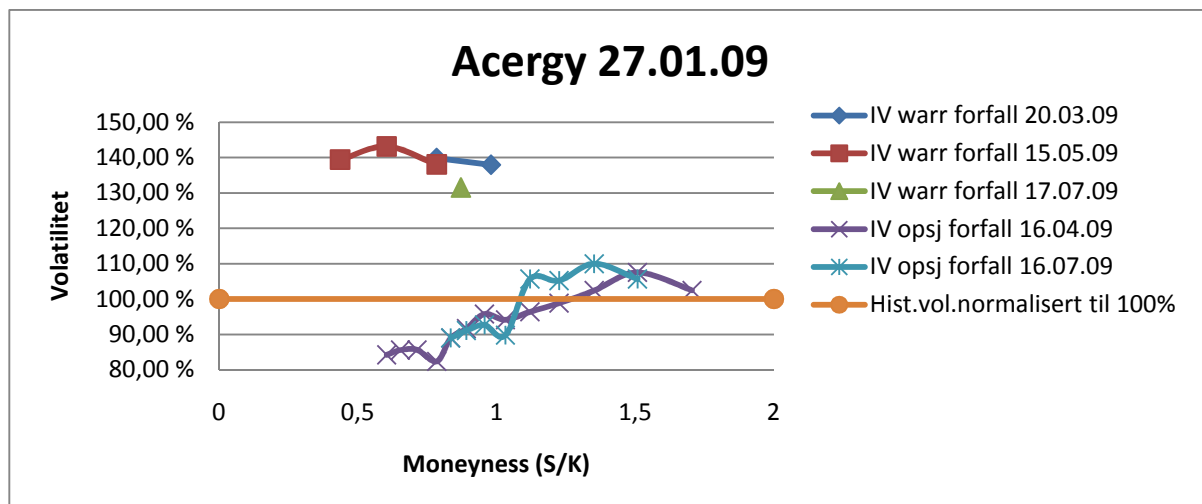
## 9. Appendiks



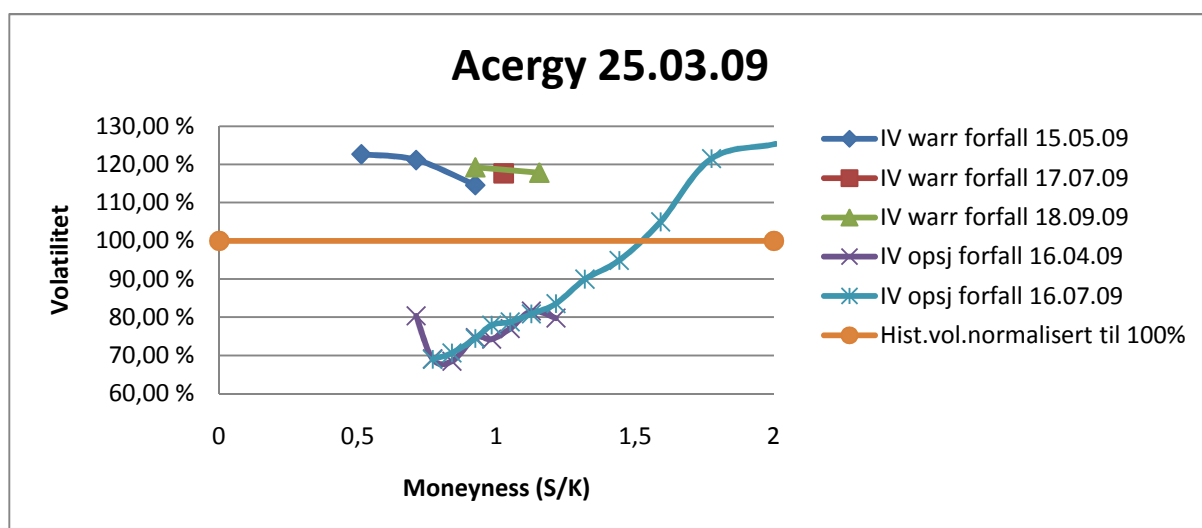
(figur 1)



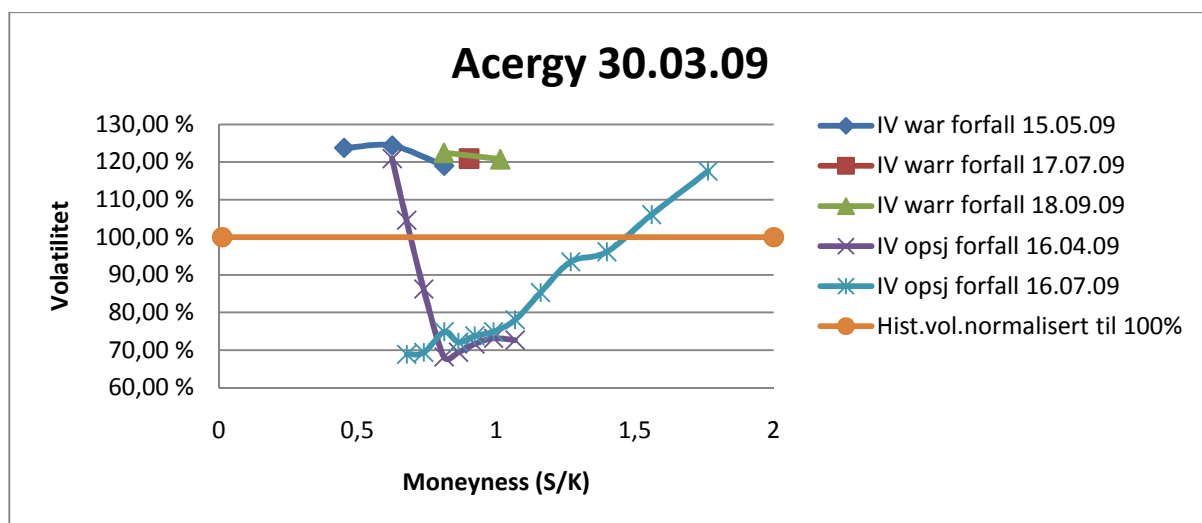
(figur 2)



(figur 3)

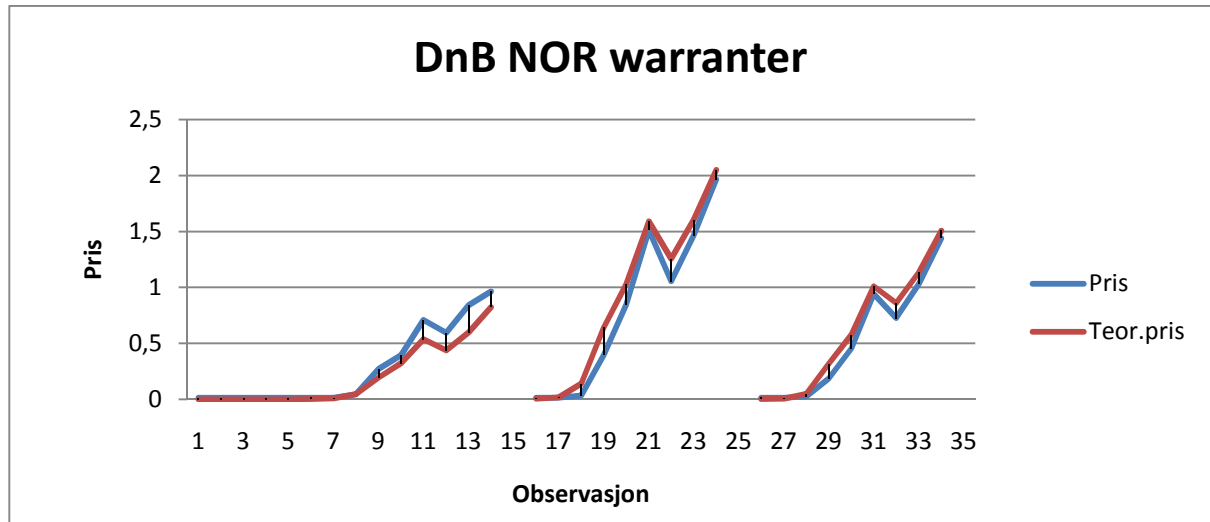


(figur 4)

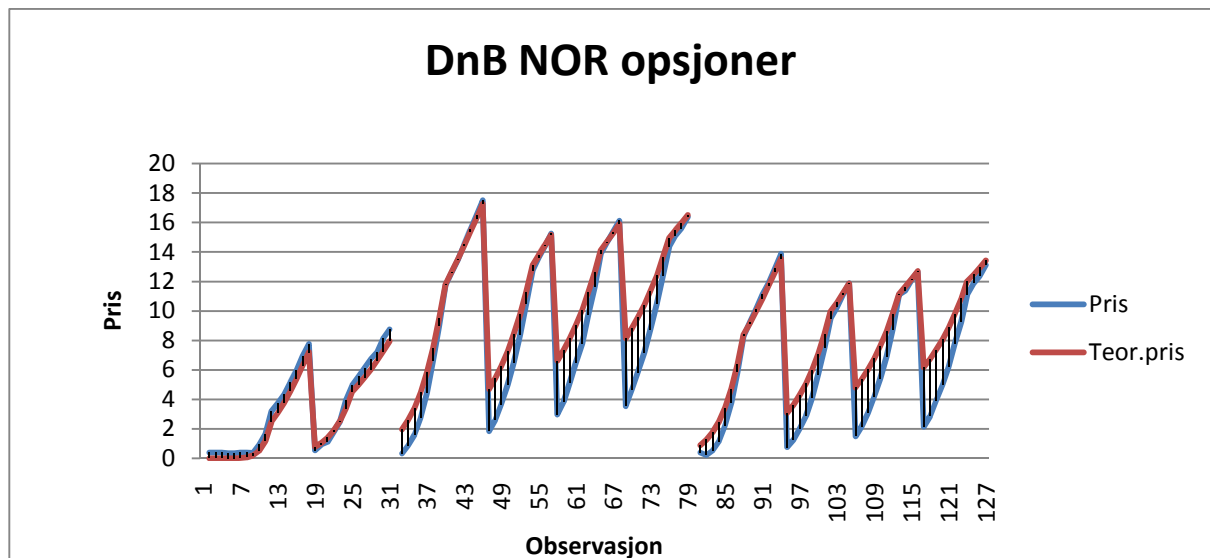


(figur 5)

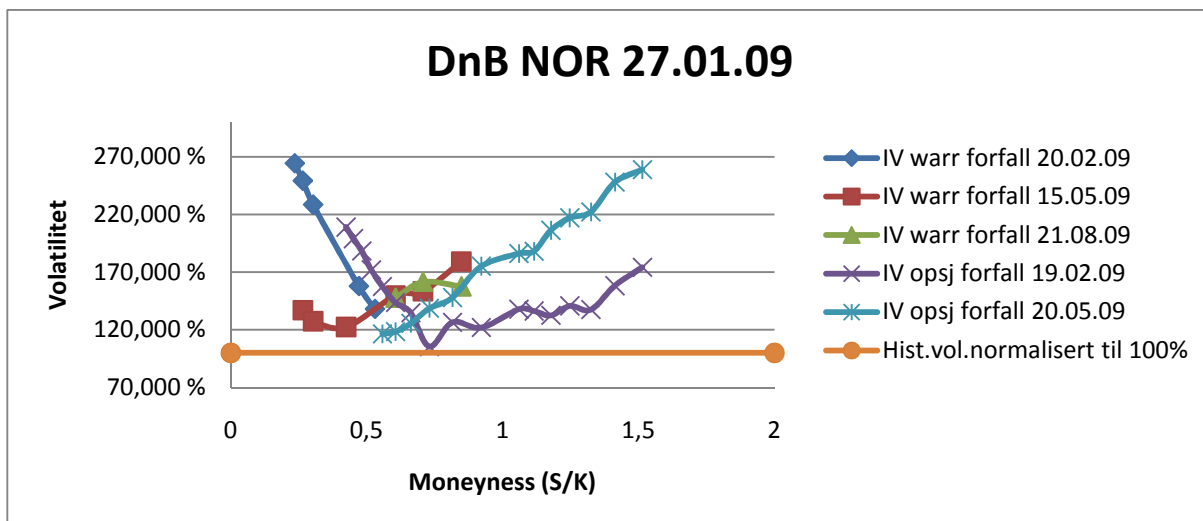




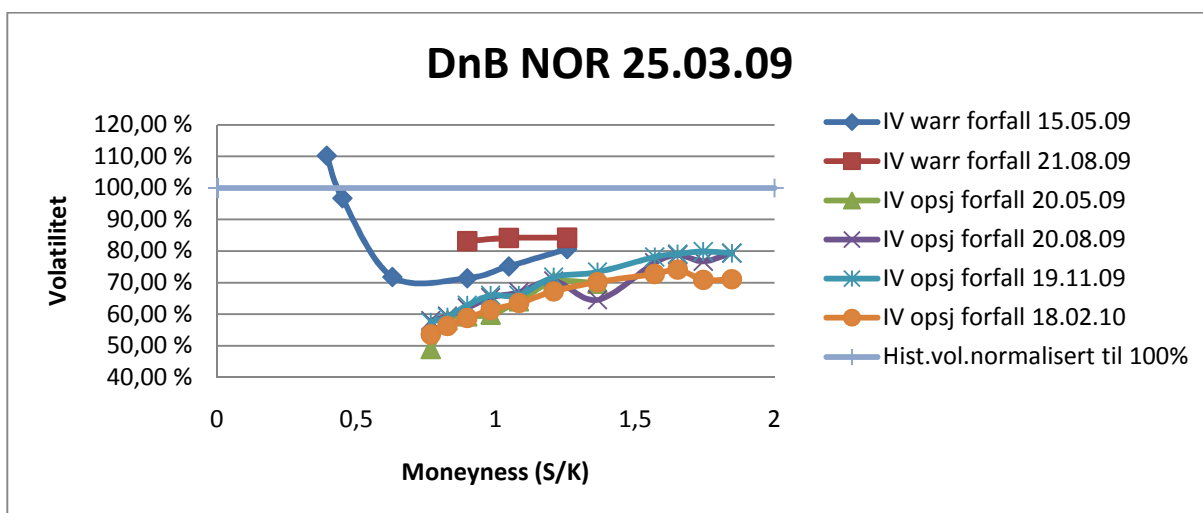
(figur 6)



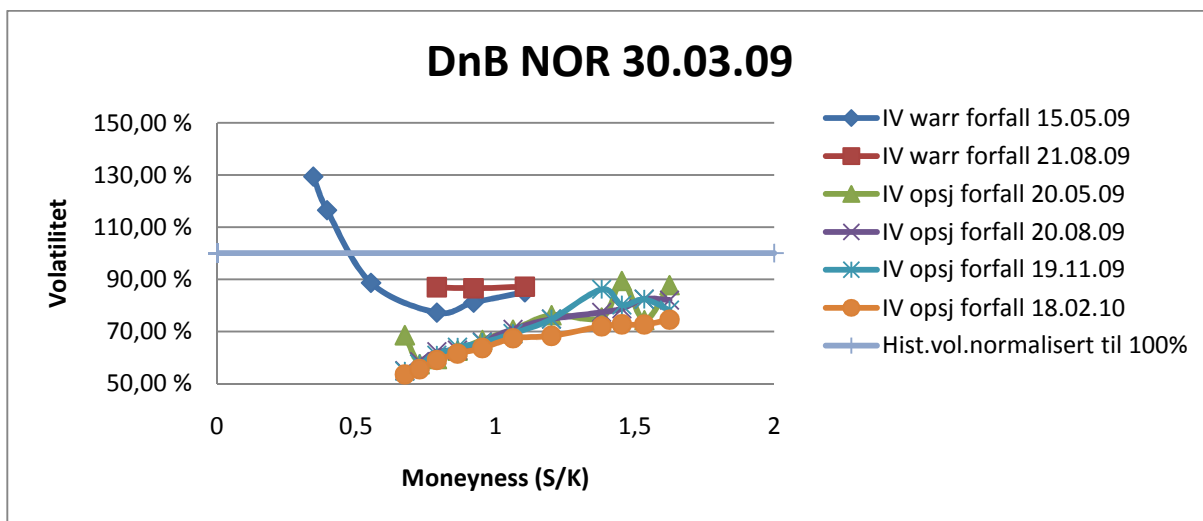
(figur 7)



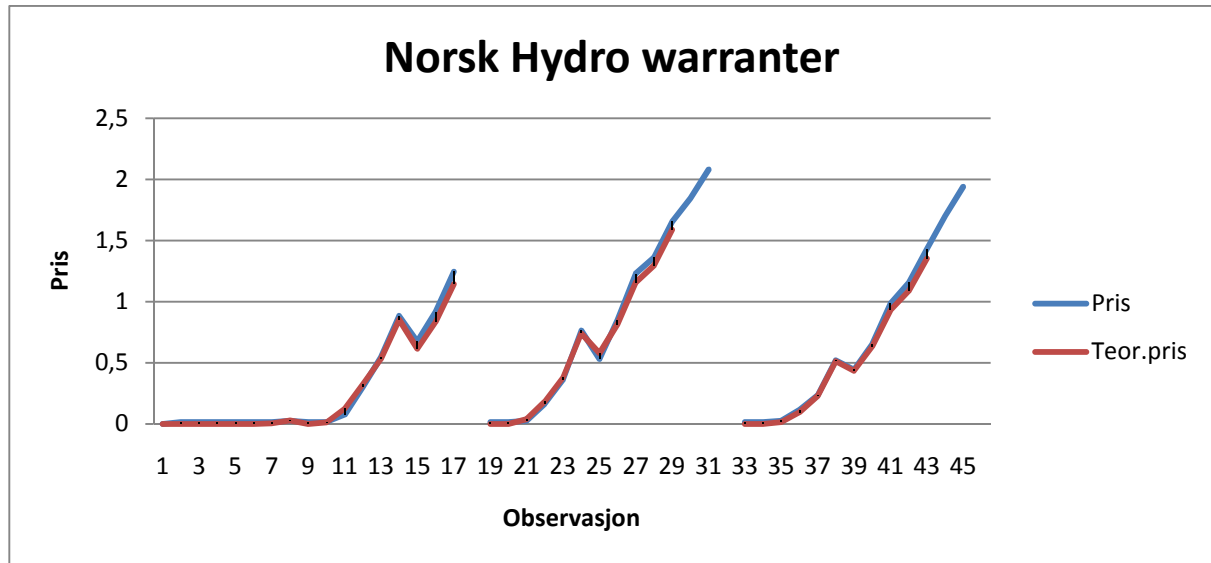
(figur 8)



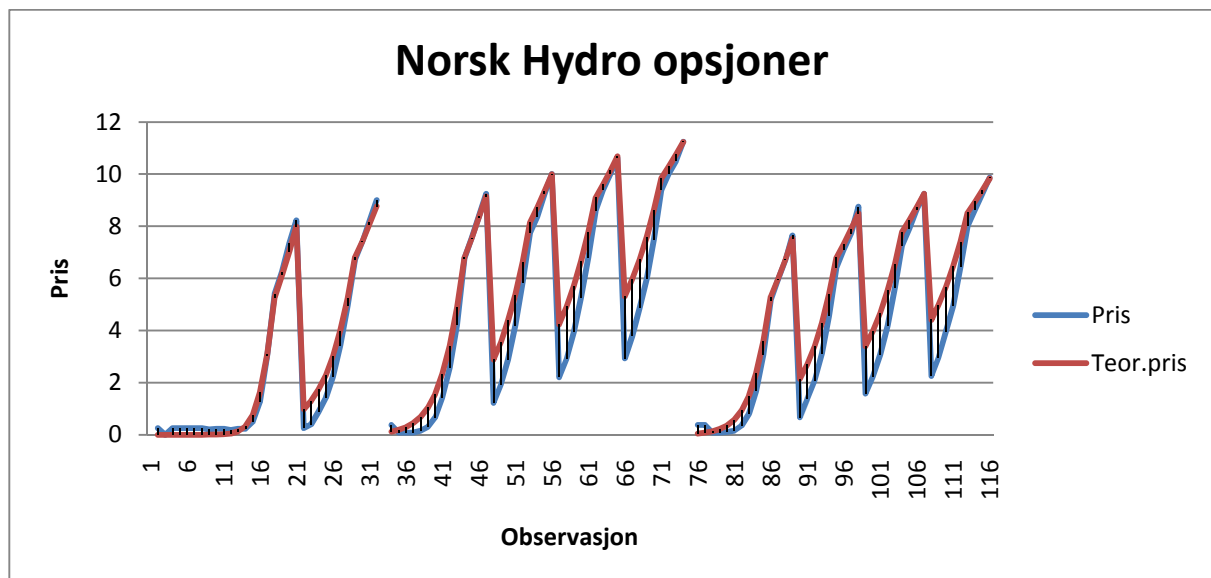
(figur 9)



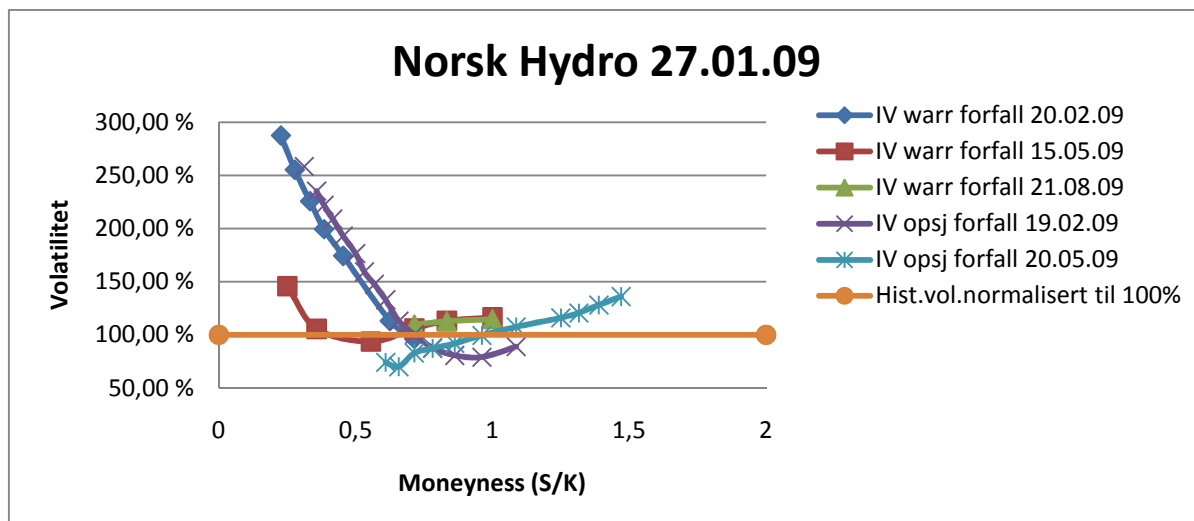
(figur 10)



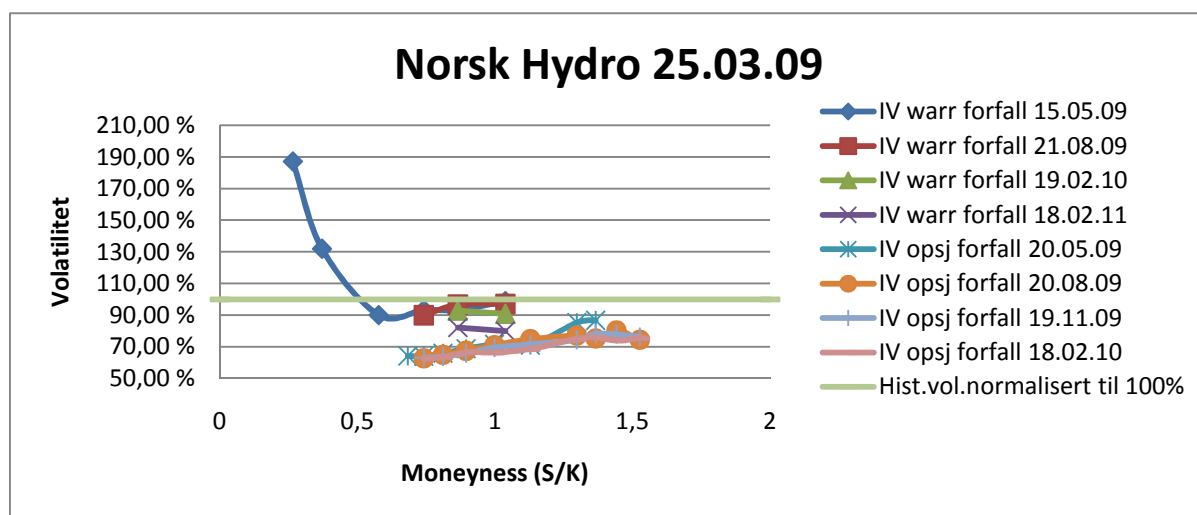
(figure 11)



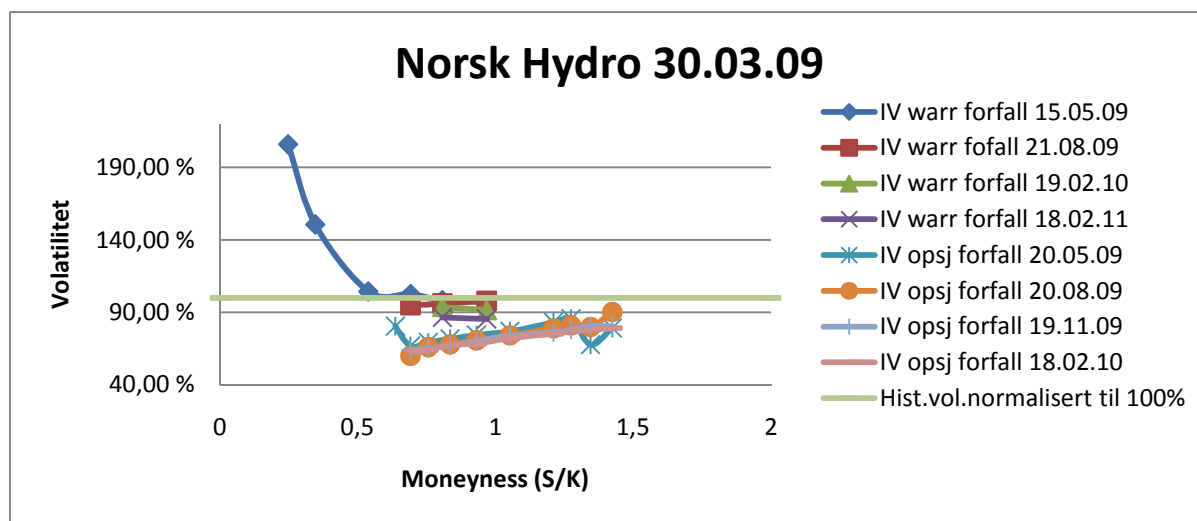
(figur 12)



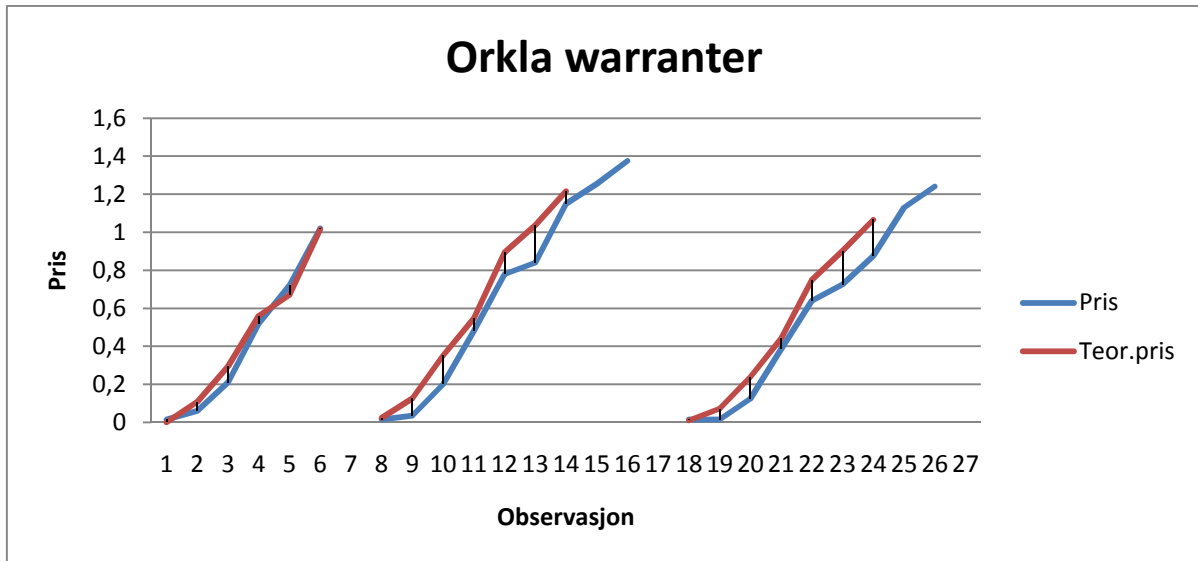
(figur 13)



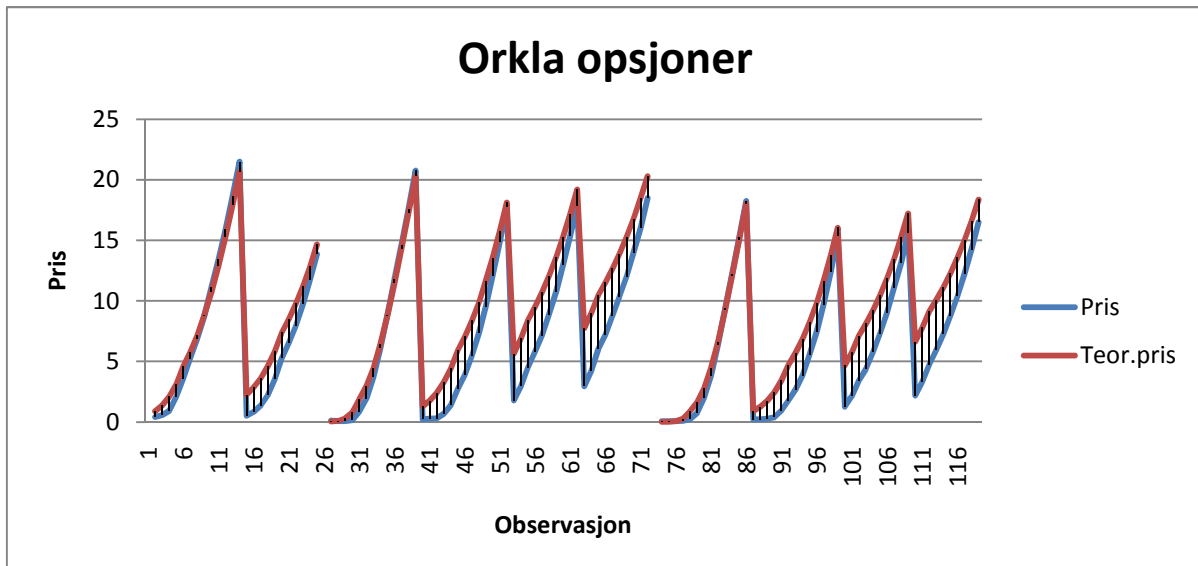
(figur 14)



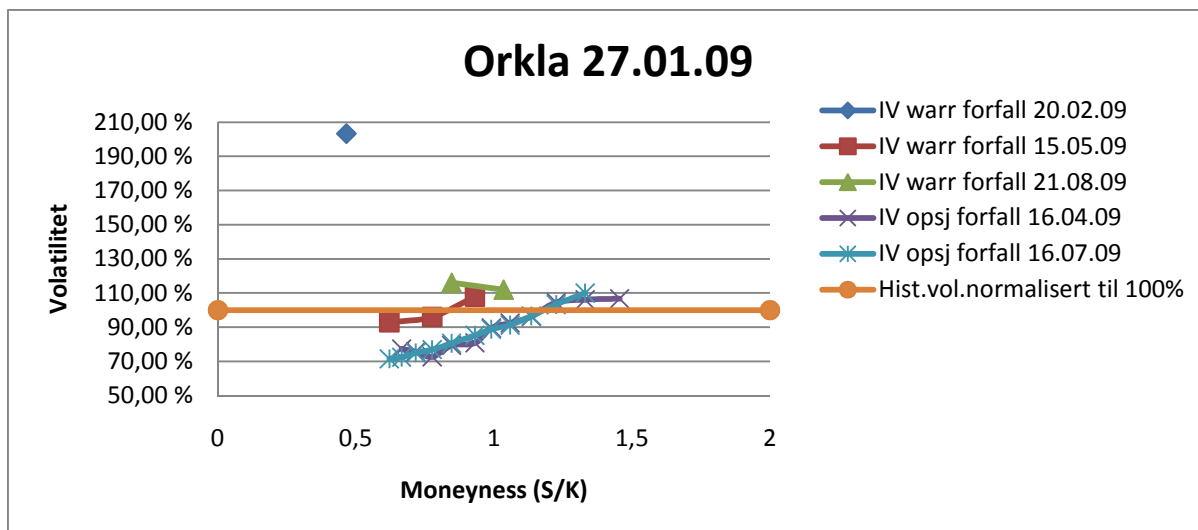
(figur 15)



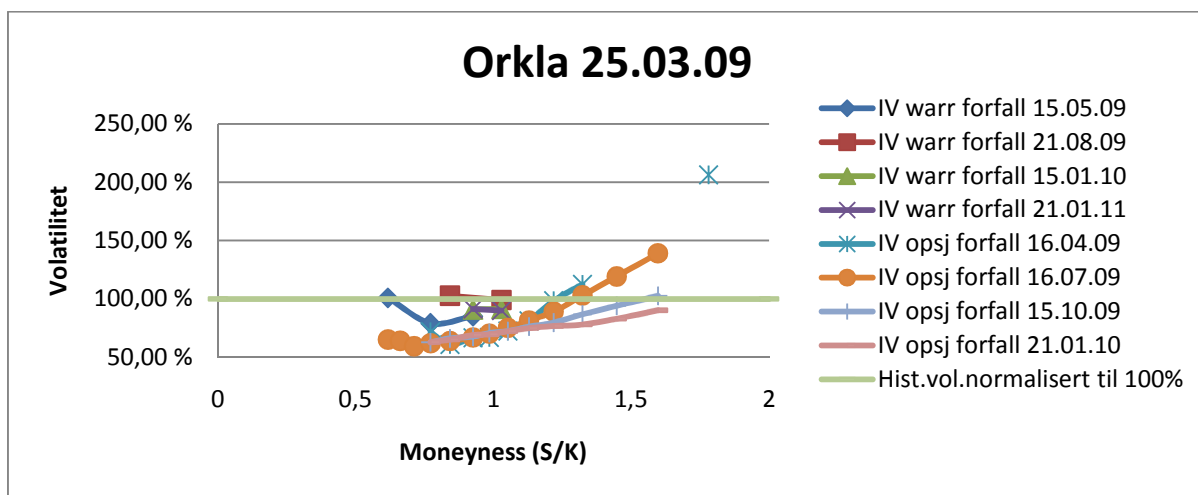
(figur 16)



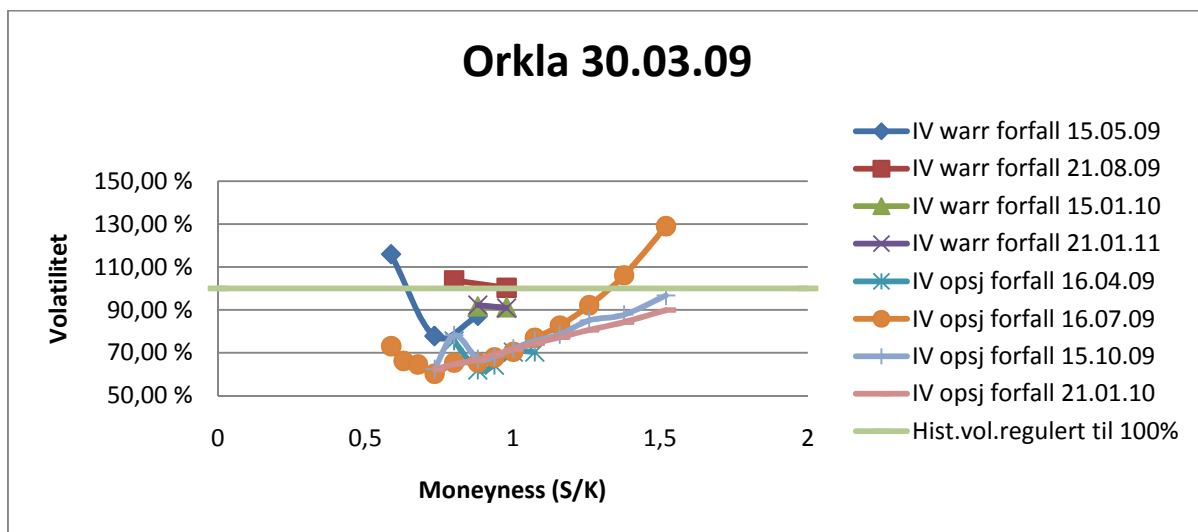
(figur 17)



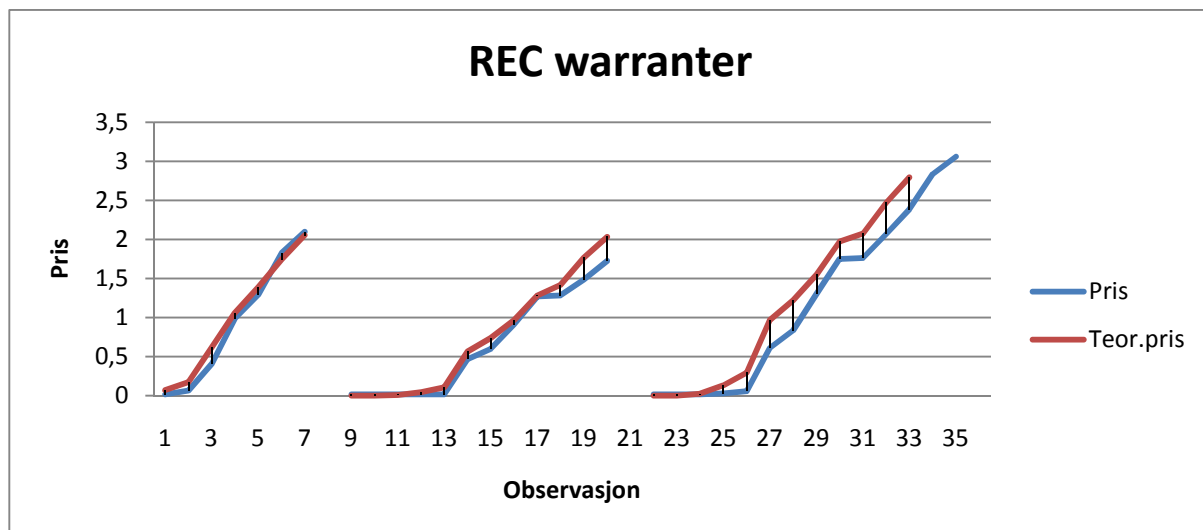
(figur 18)



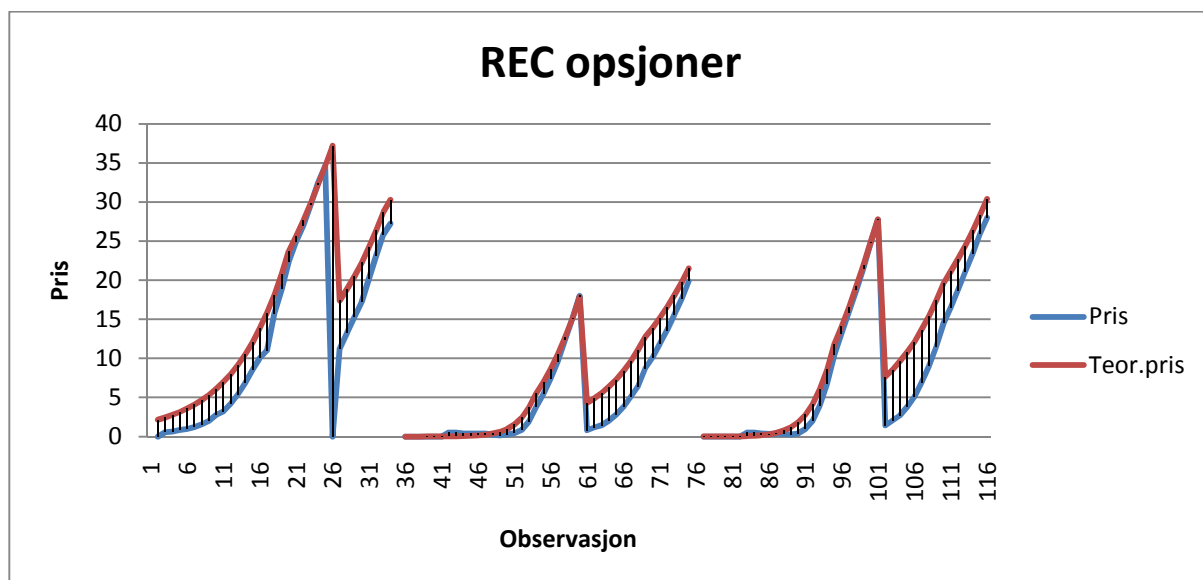
(figur 19)



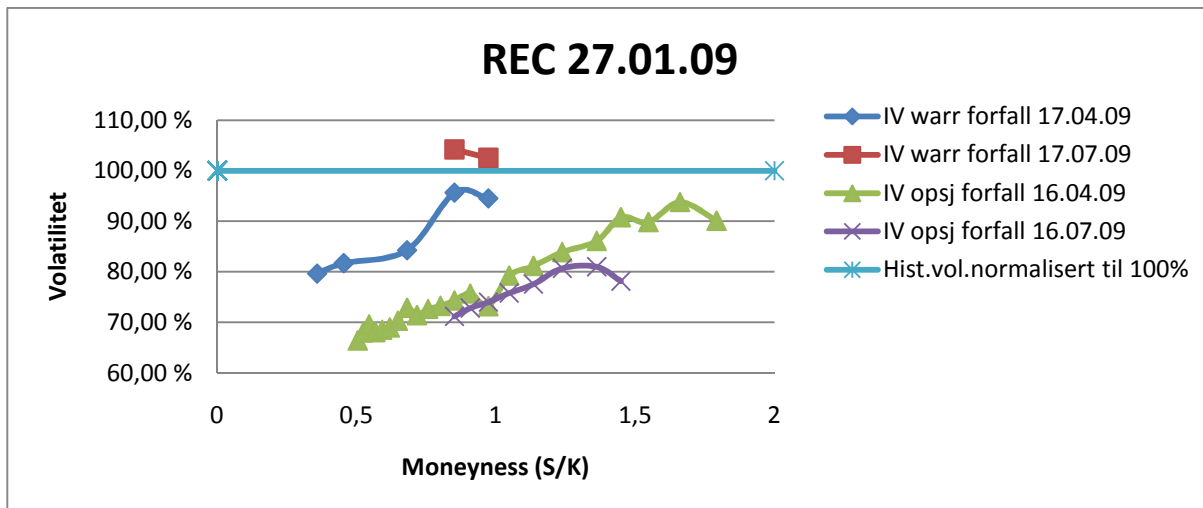
(figur 20)



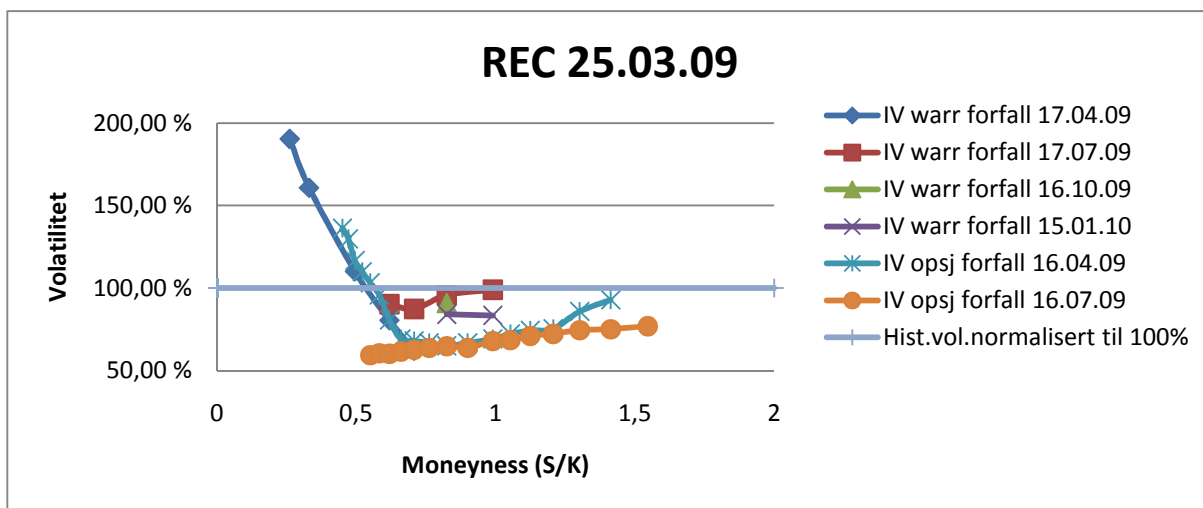
(figur 21)



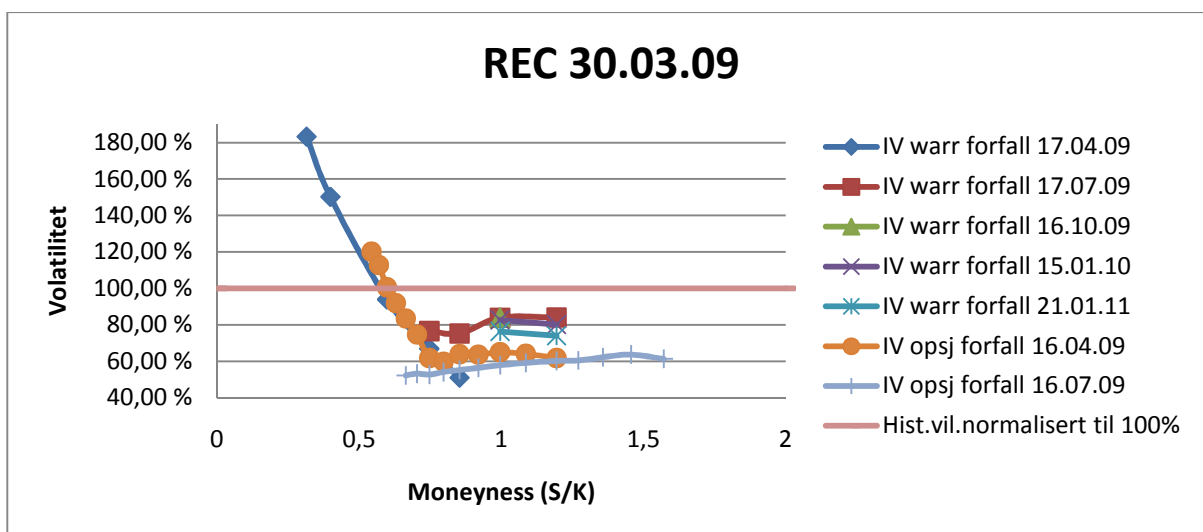
(figure 22)



(figure 23)

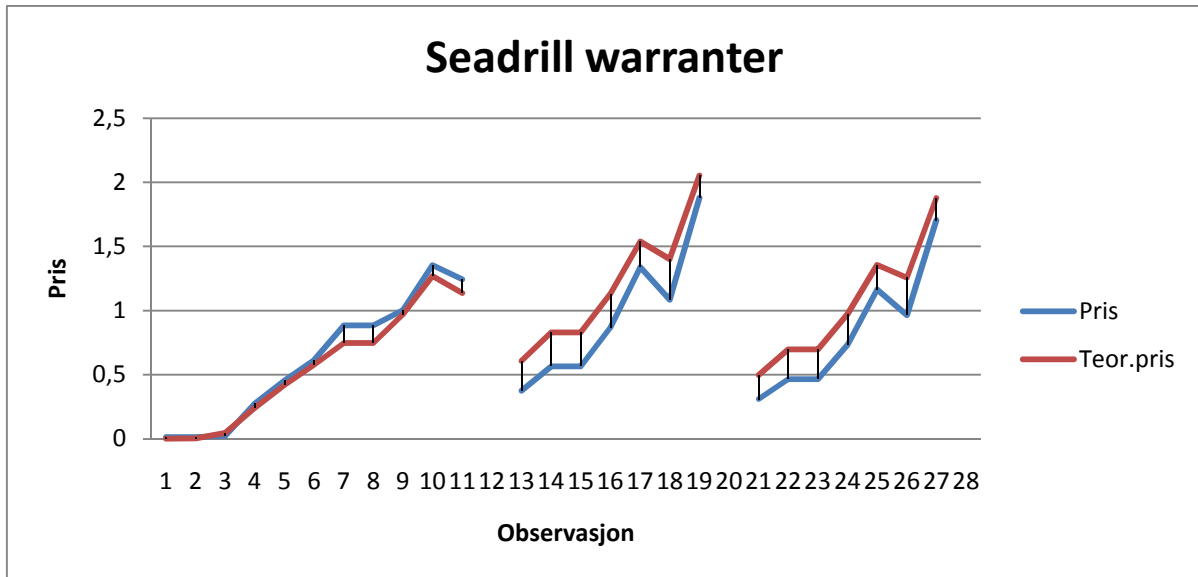


(figure 24)

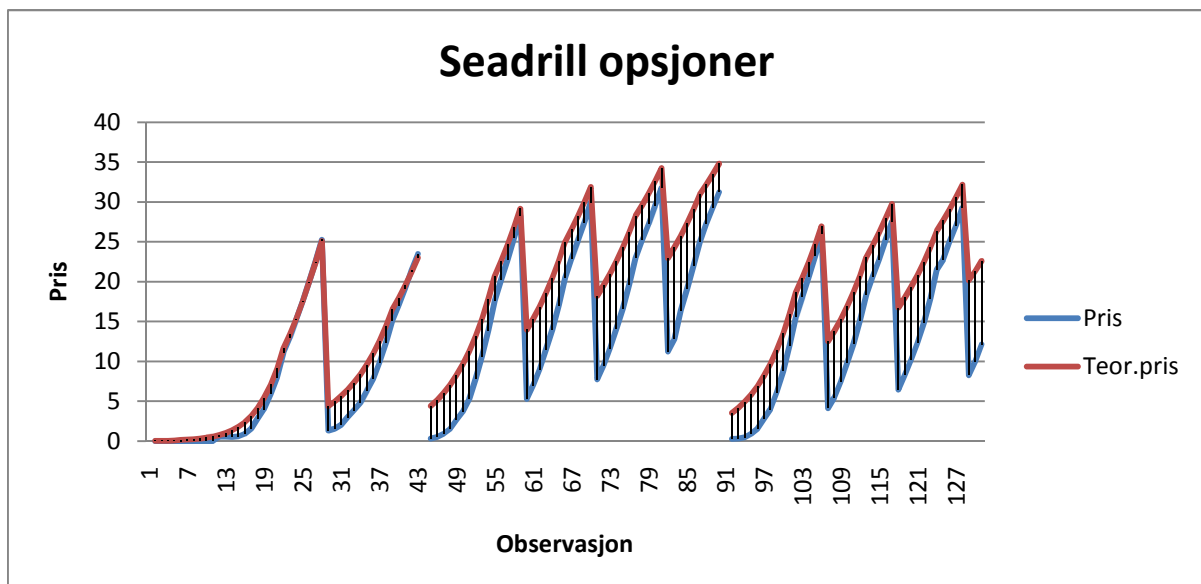


(figure 25)

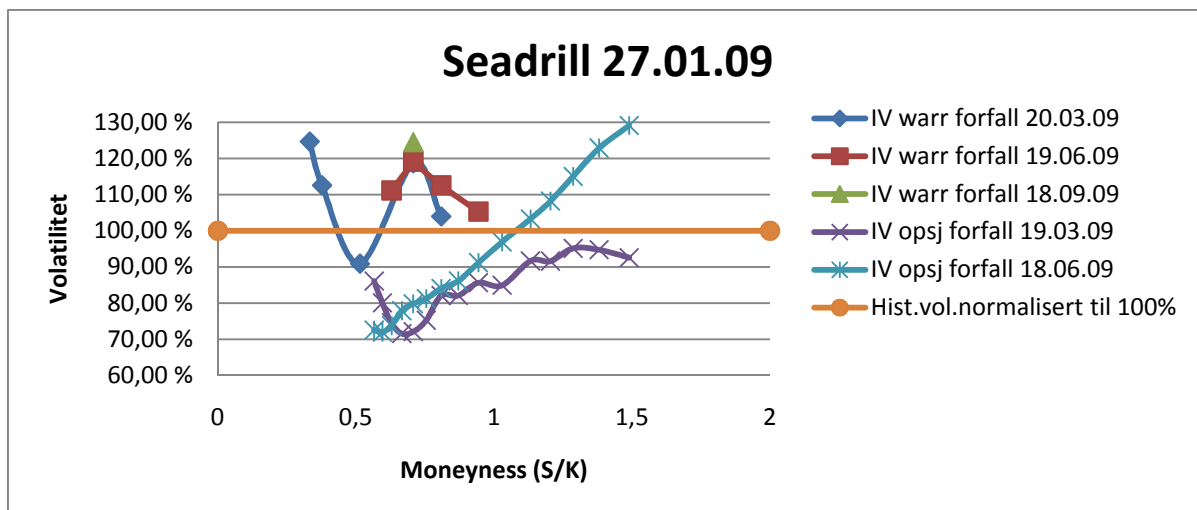




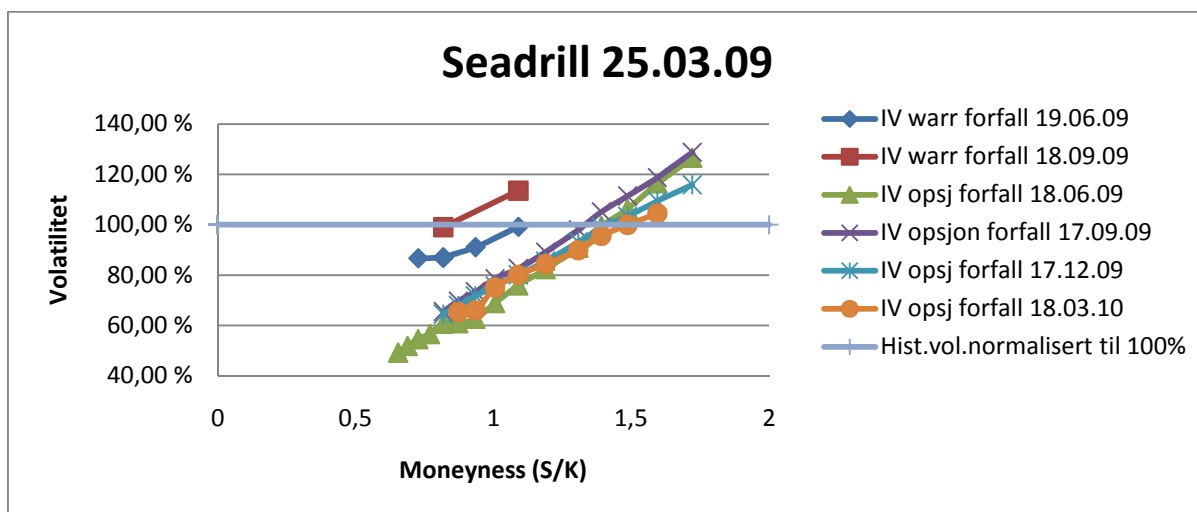
(figure 26)



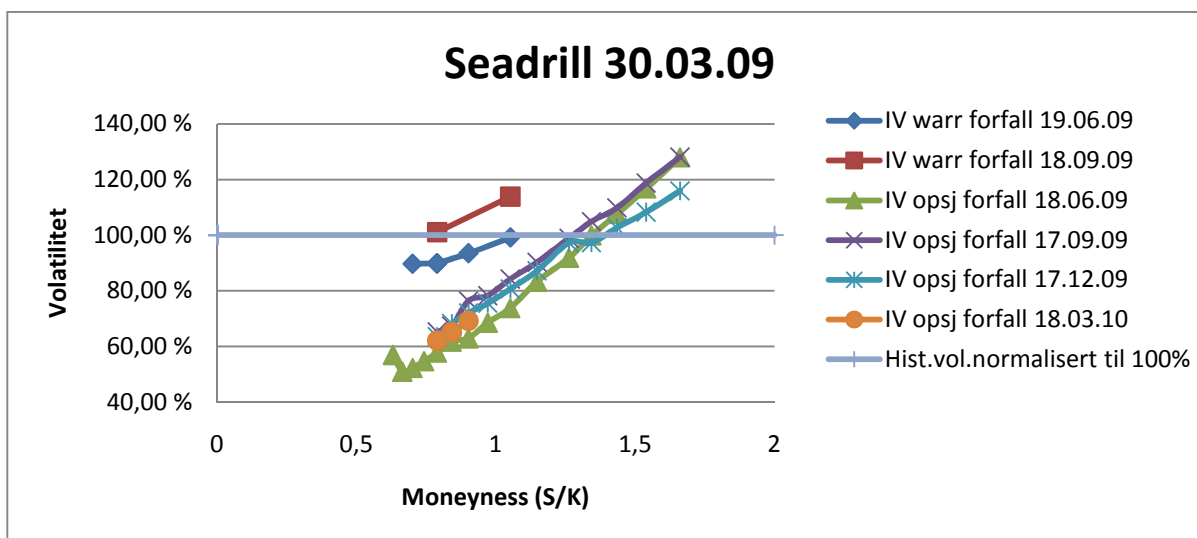
(figur 27)



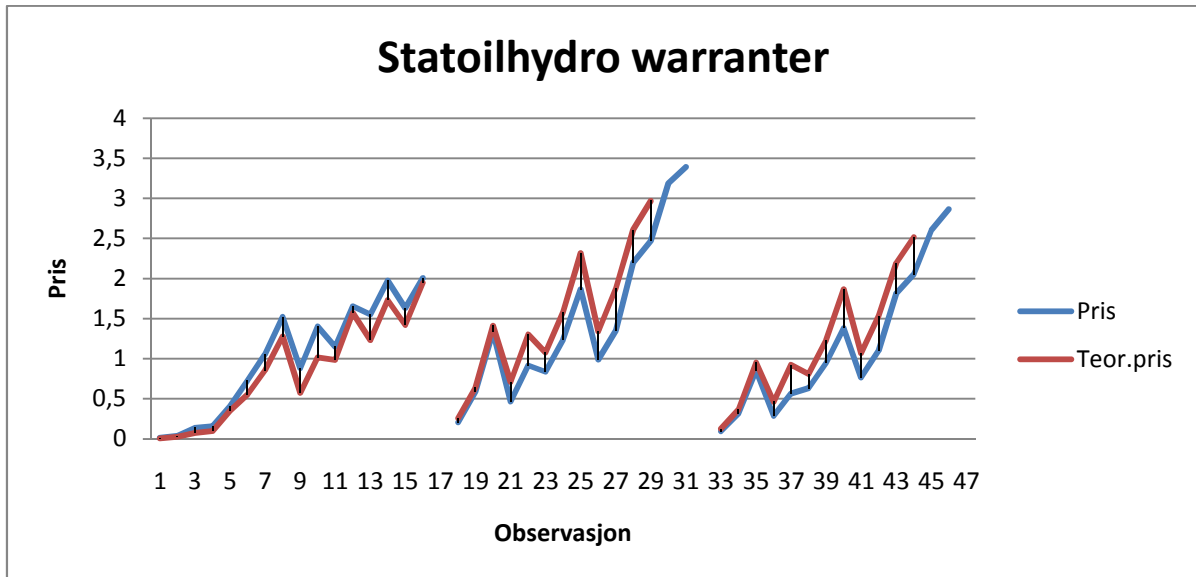
(figur 28)



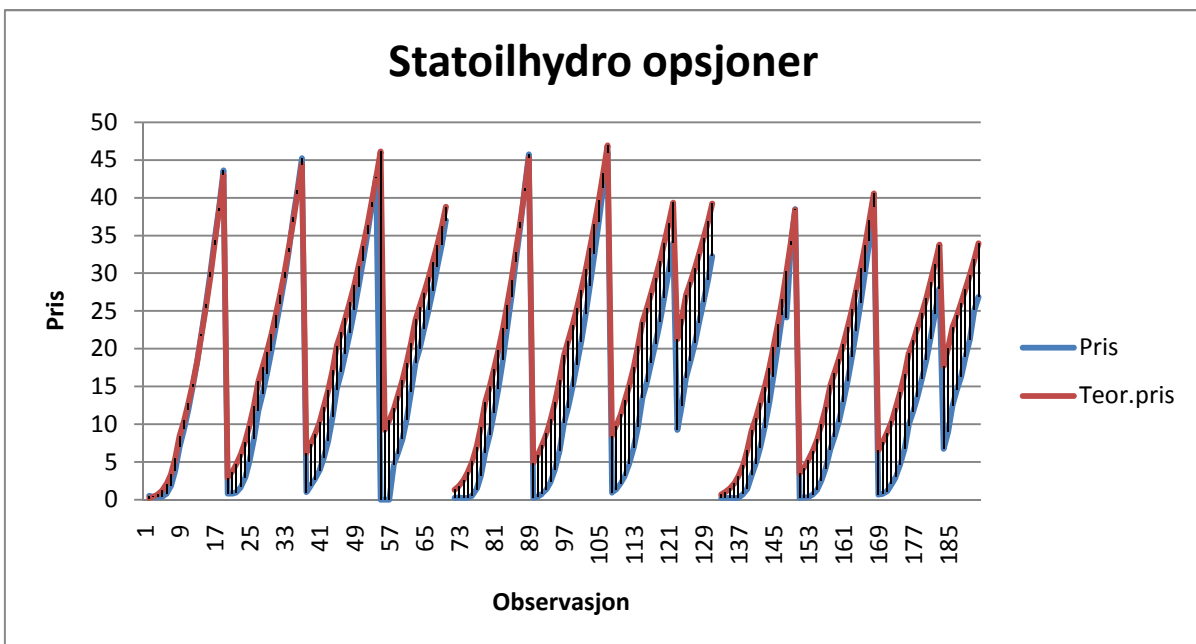
(figur 29)



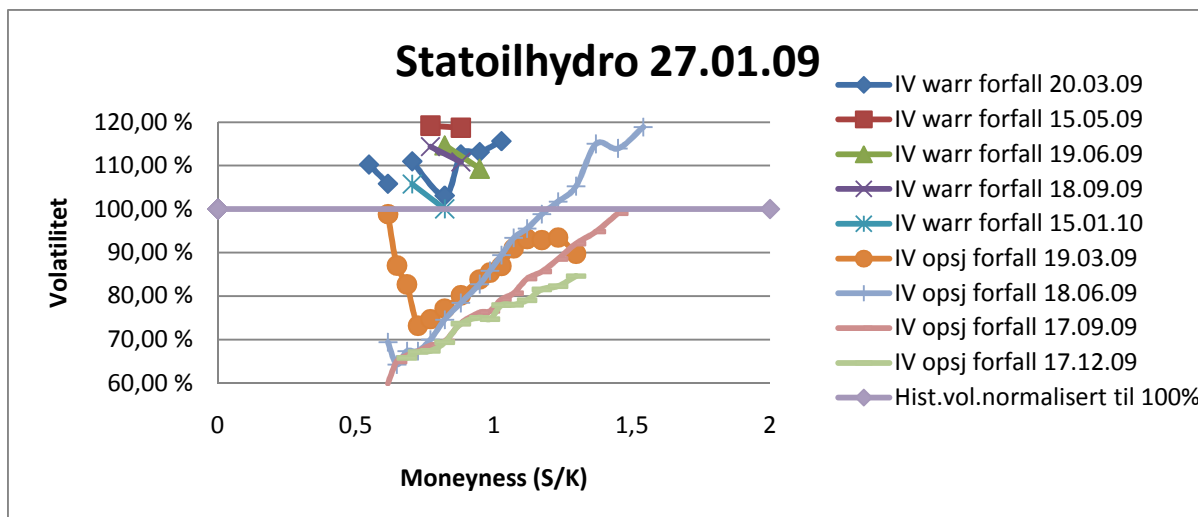
(figur 30)



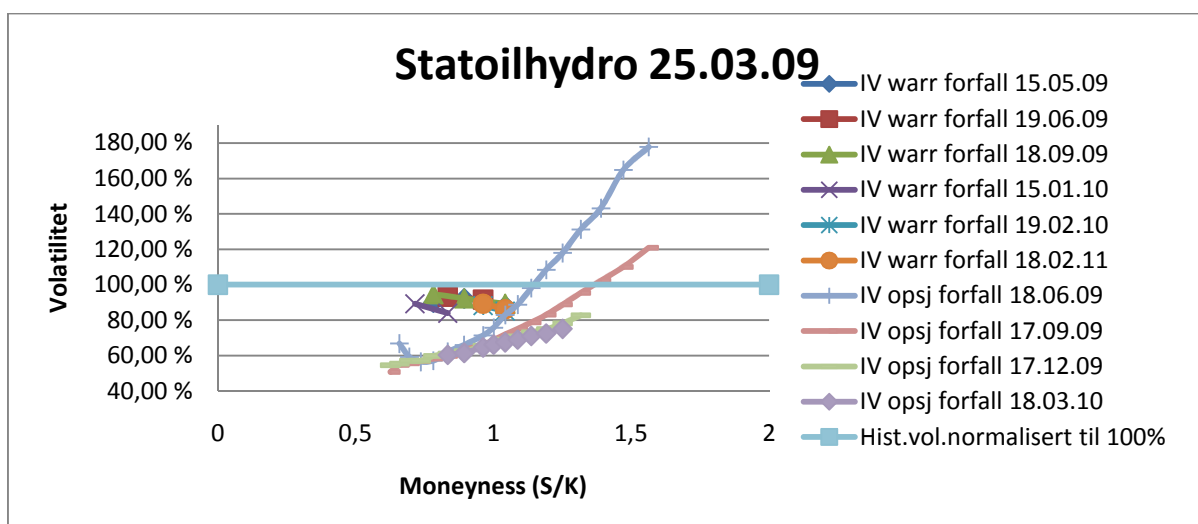
(figure 31)



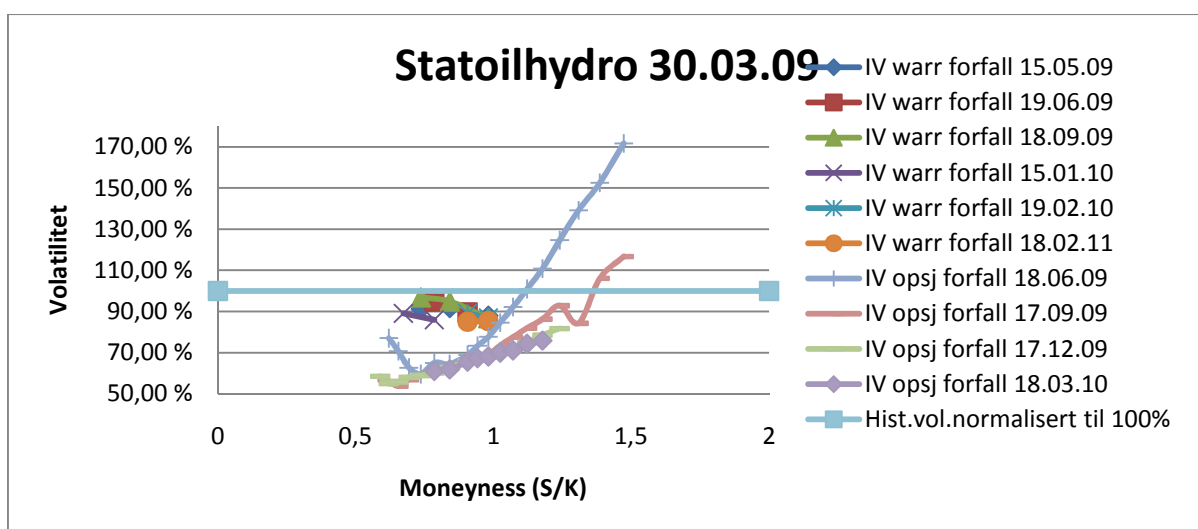
(figur 32)



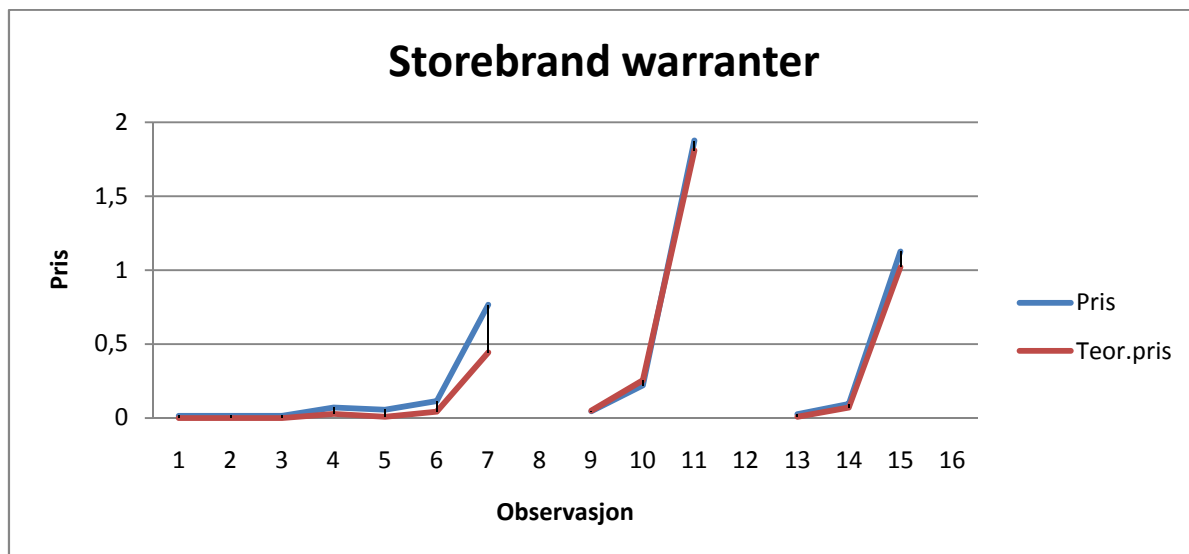
(figur 33)



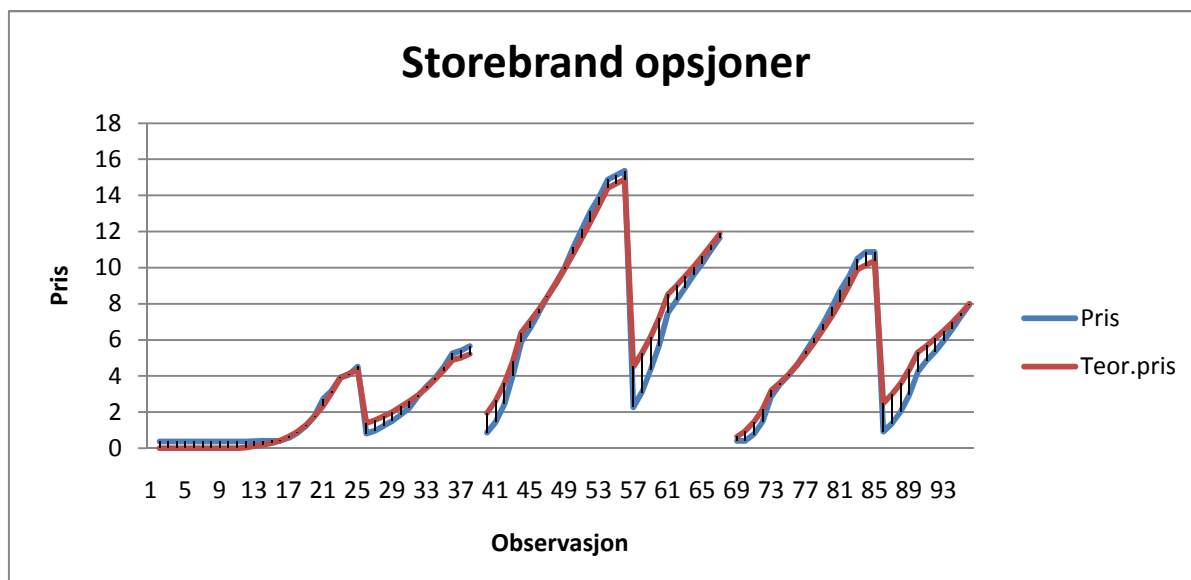
(figur 34)



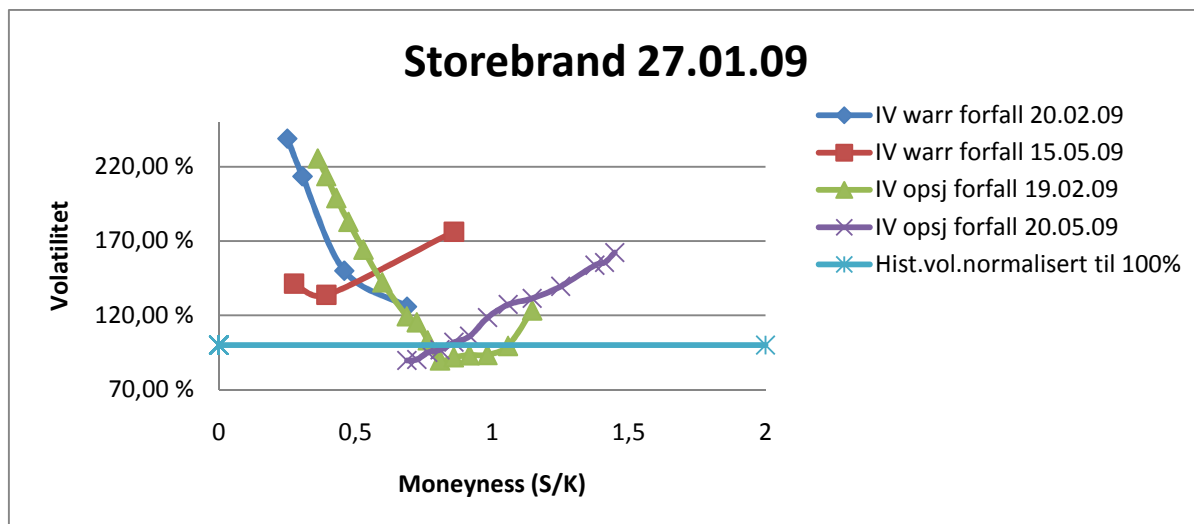
(figur 35)



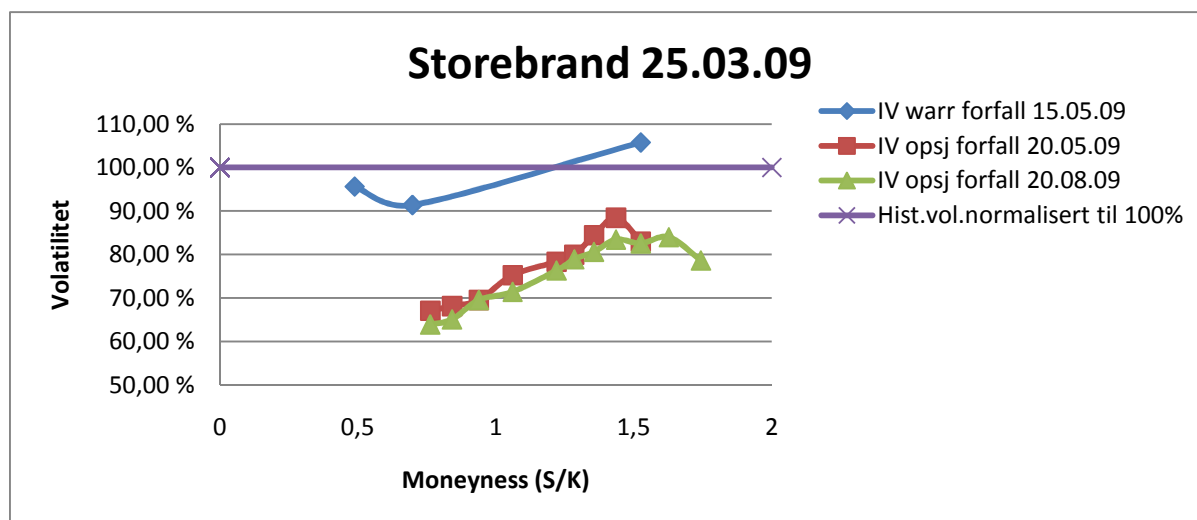
(figur 36)



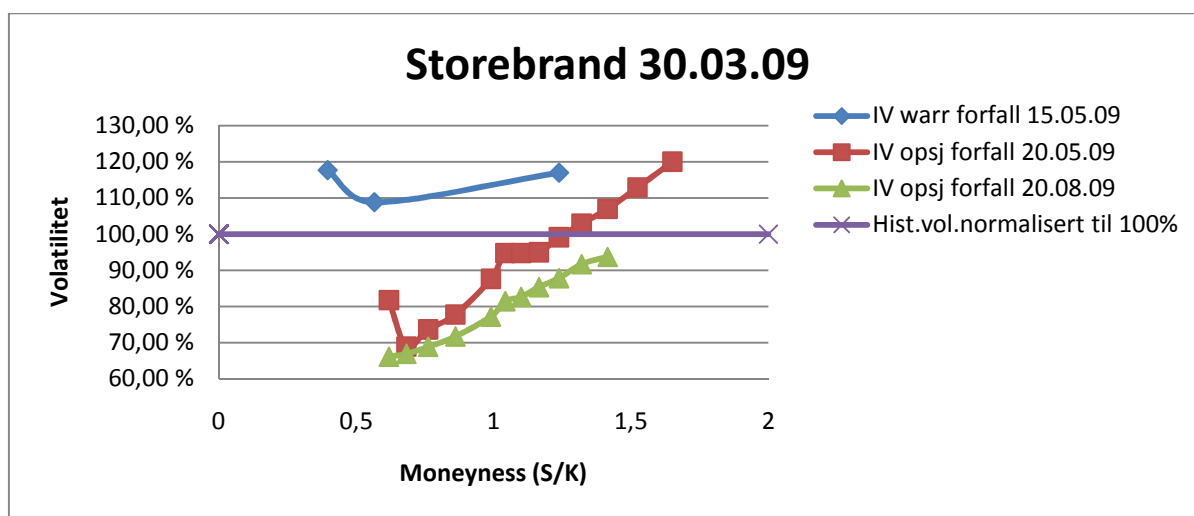
(figur 37)



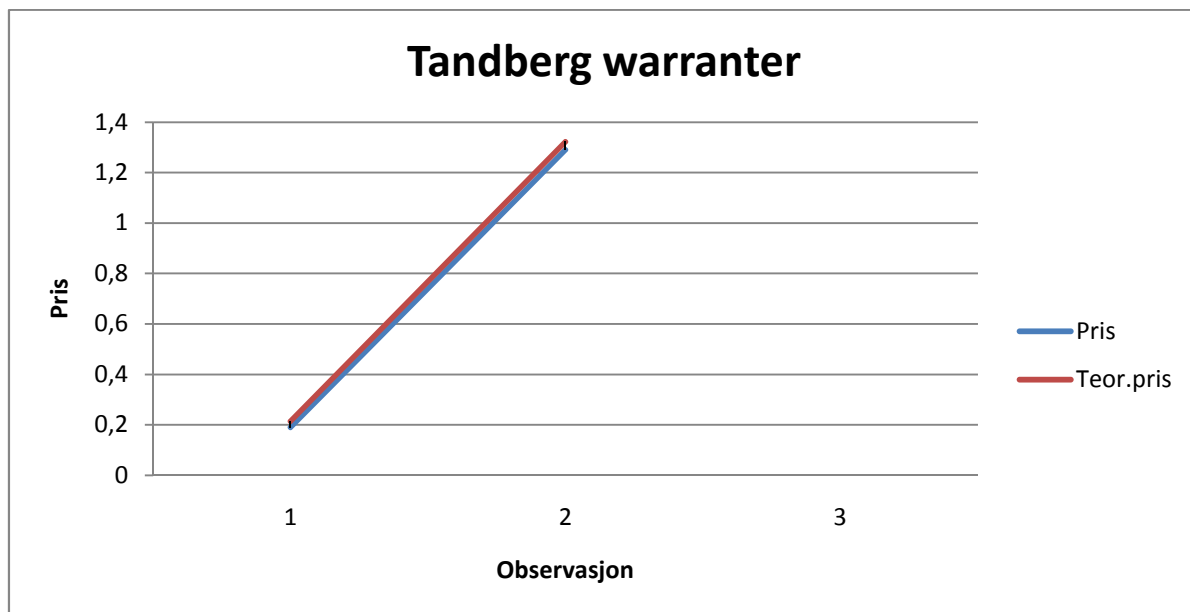
(figur 38)



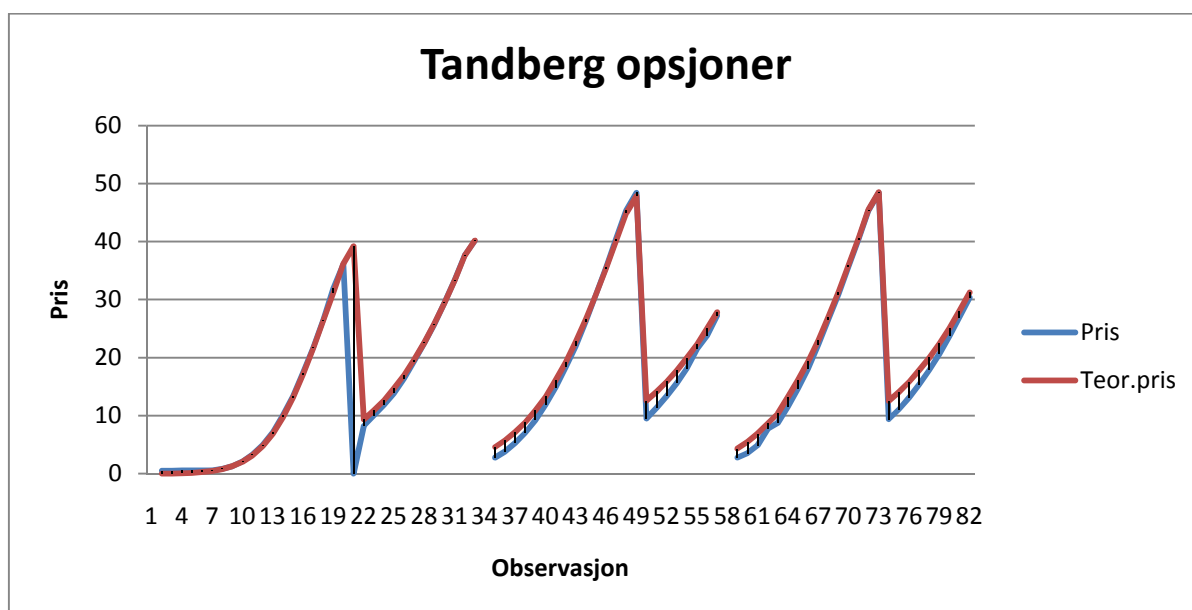
(figur 39)



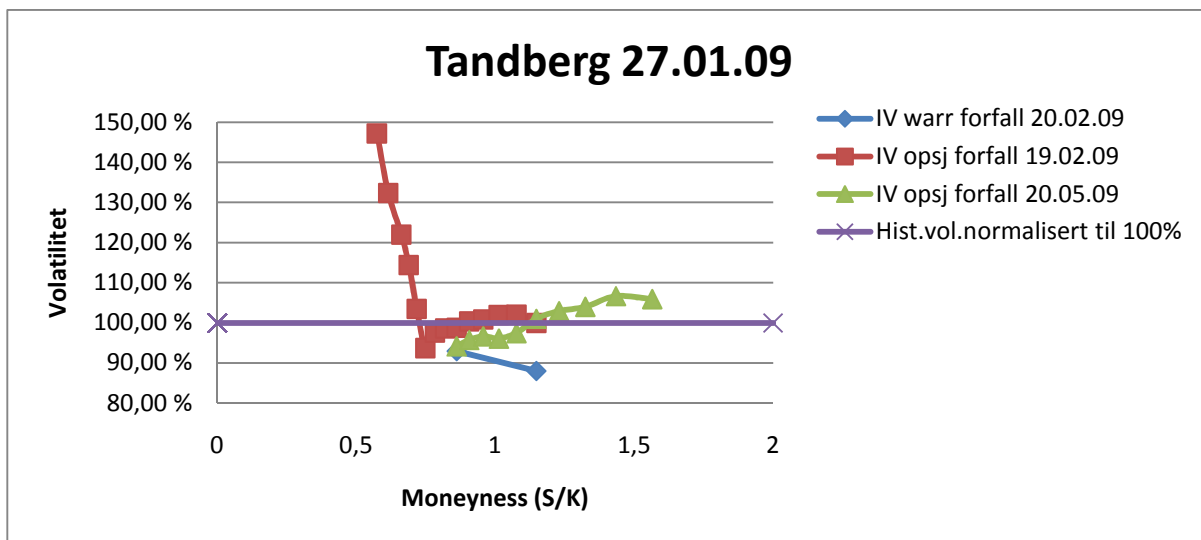
(figur 40)



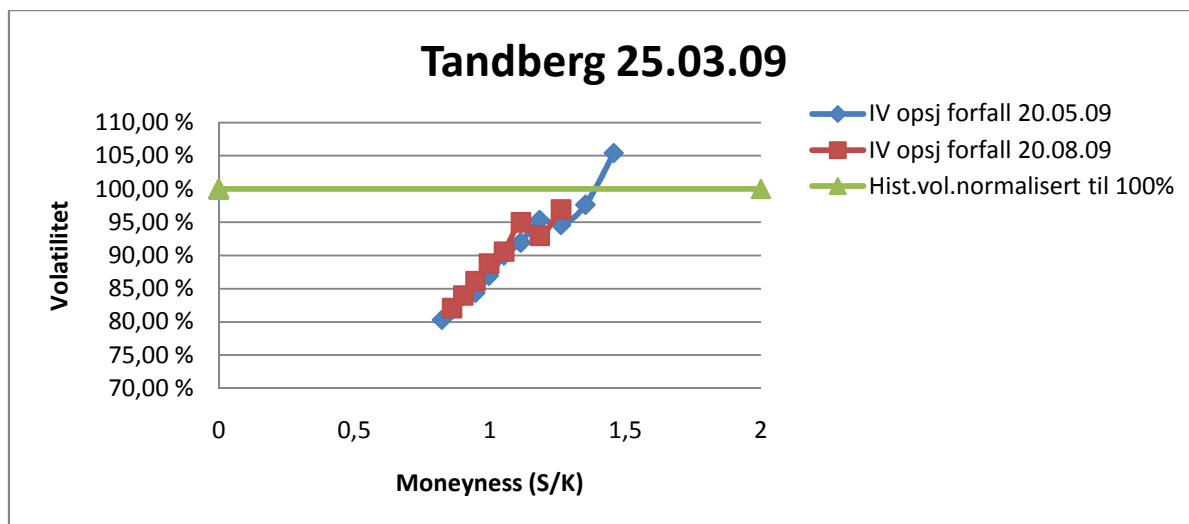
(figur 41)



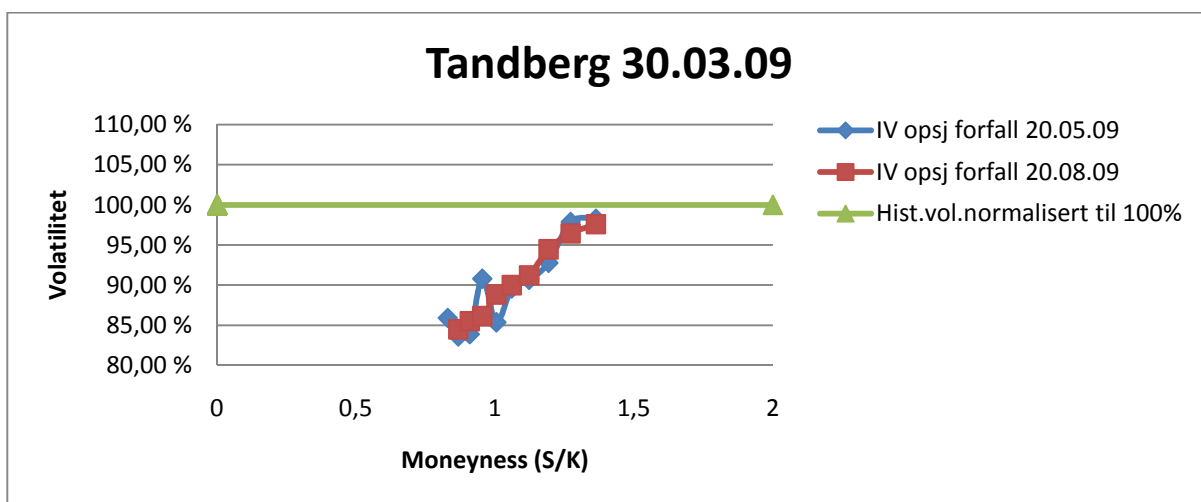
(figur 42)



(figur 43)

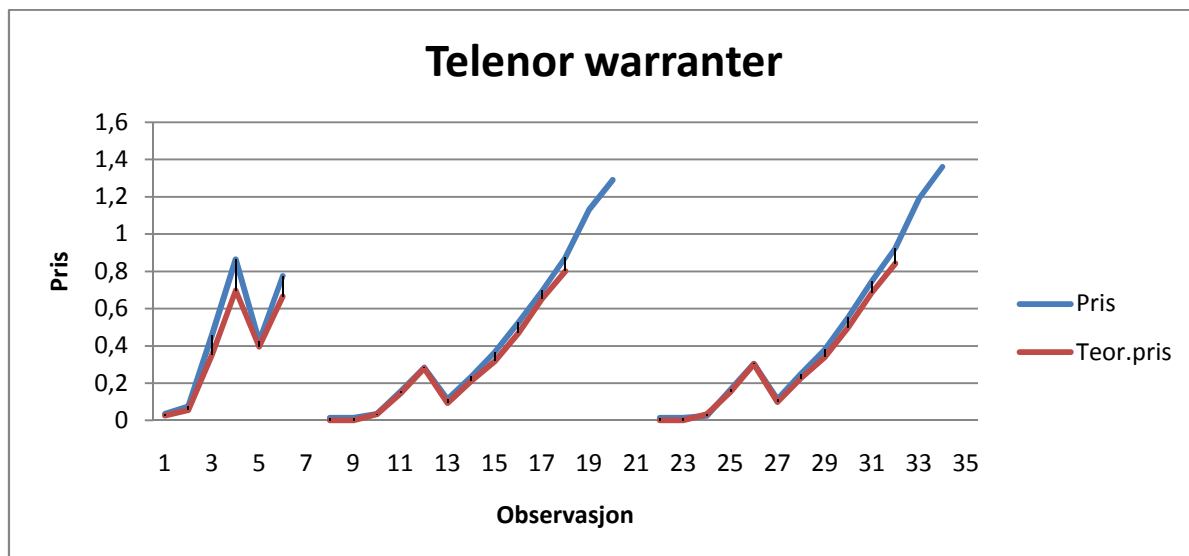


(figur 44)

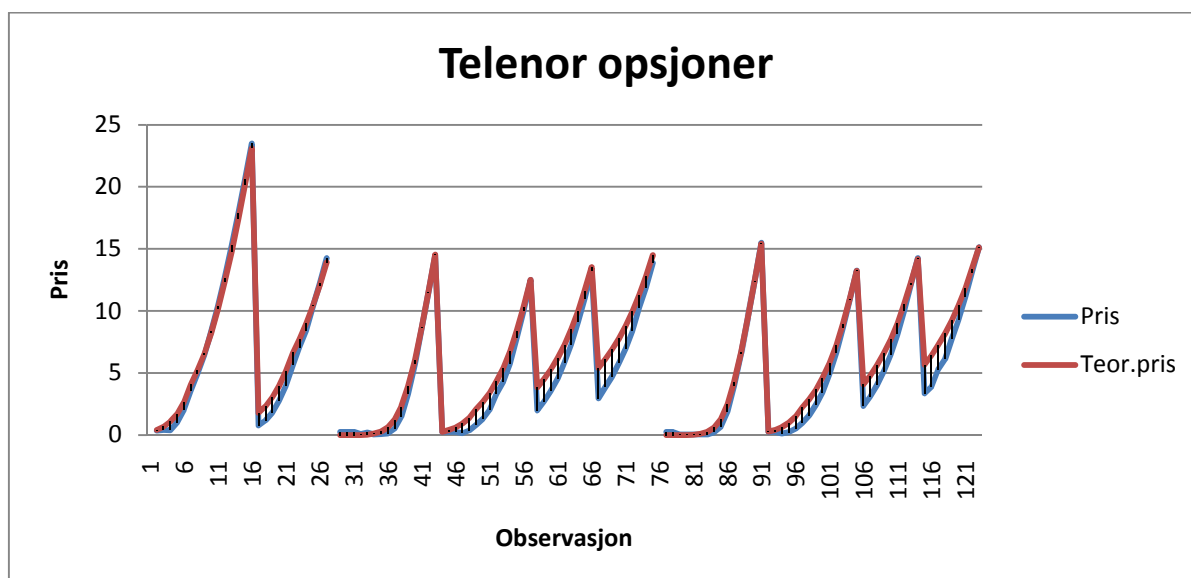


(figur 45)

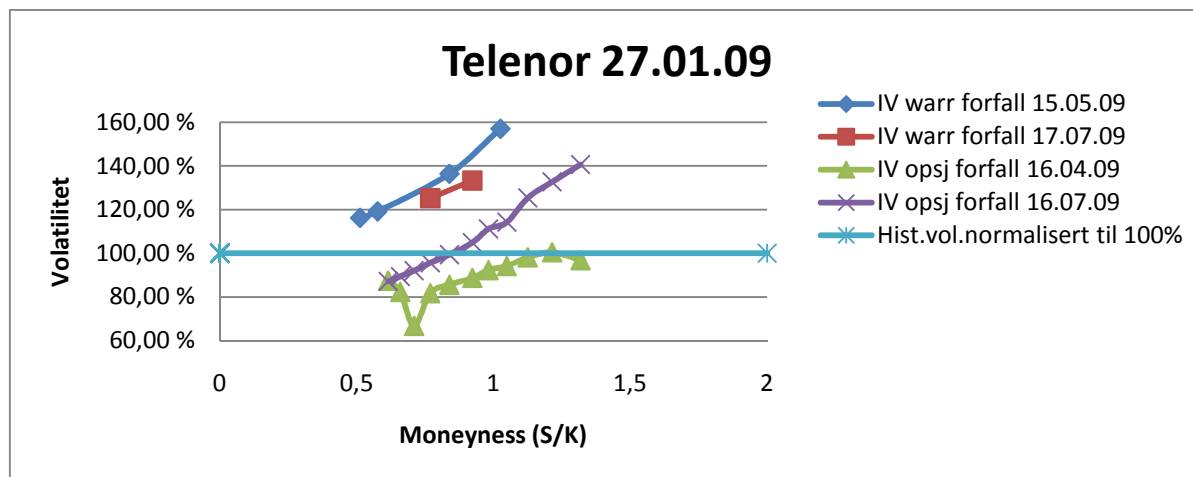




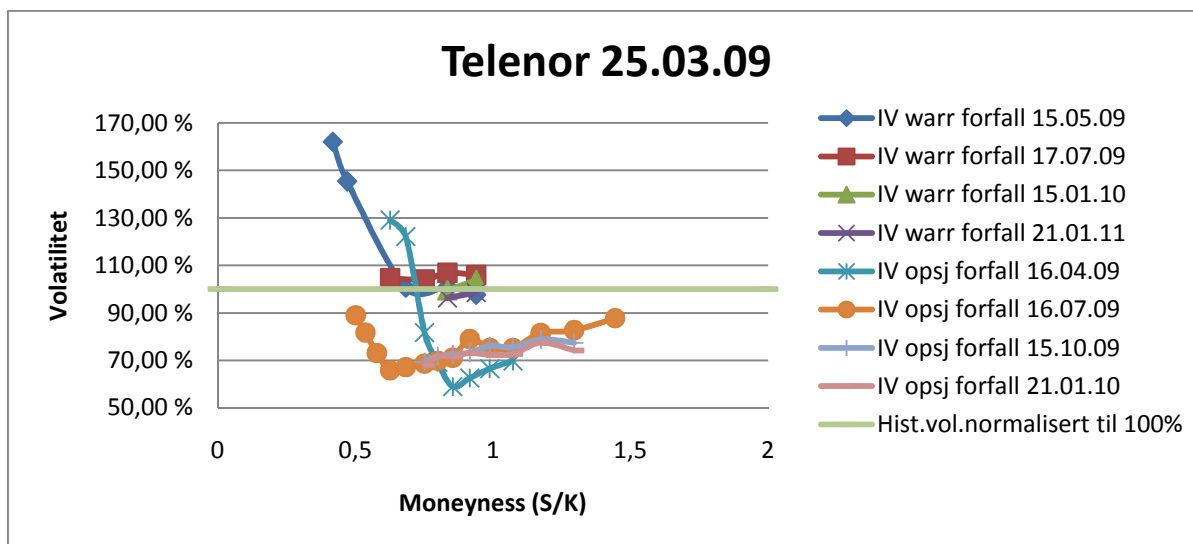
(figur 46)



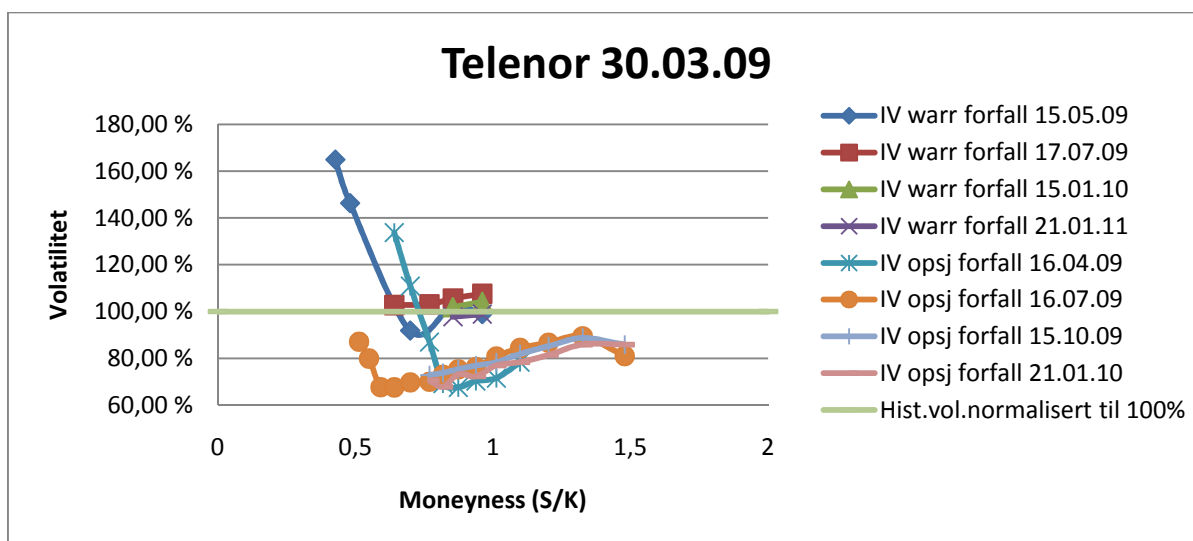
(figur 47)



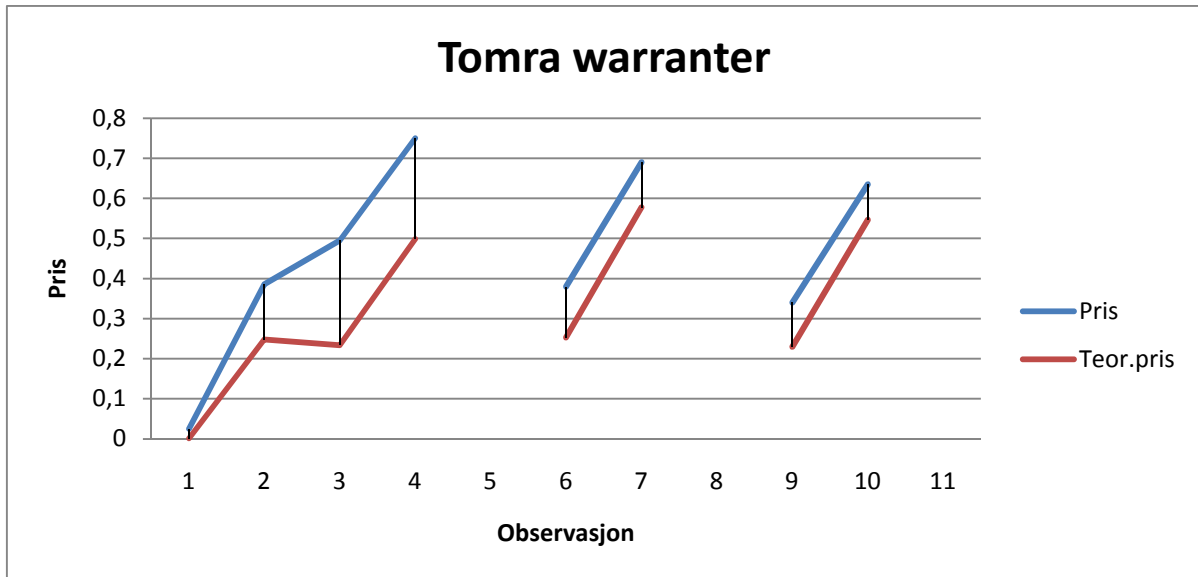
(figur 48)



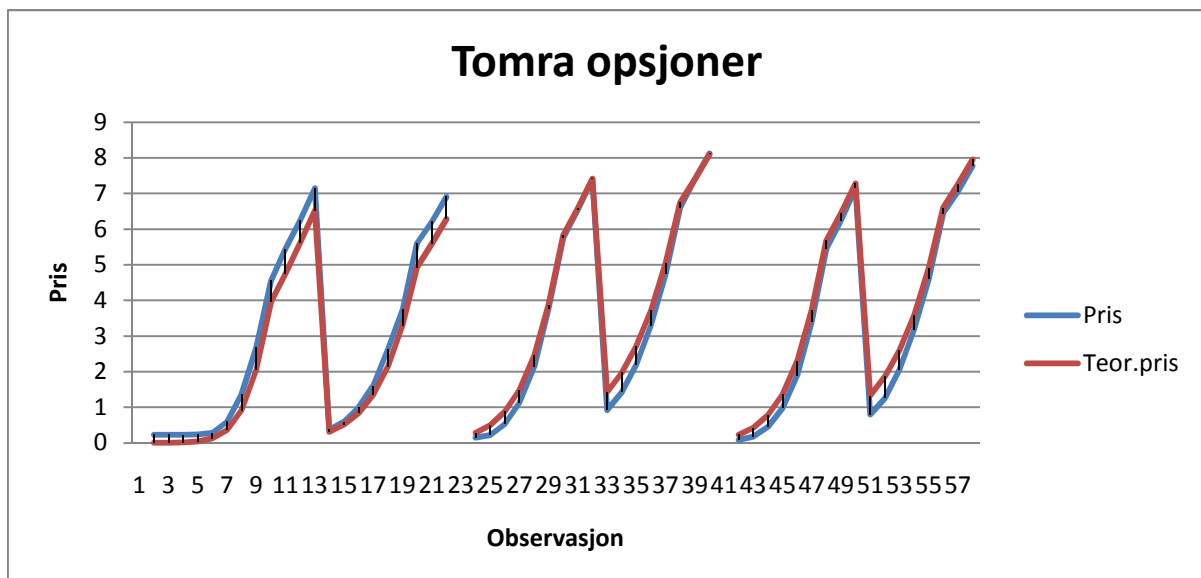
(figur 49)



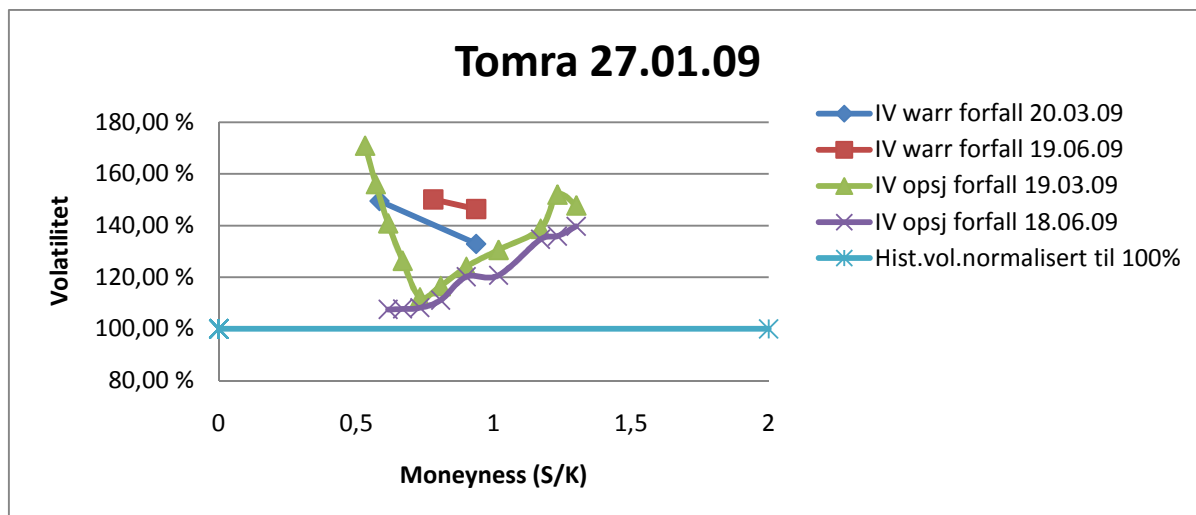
(figur 50)



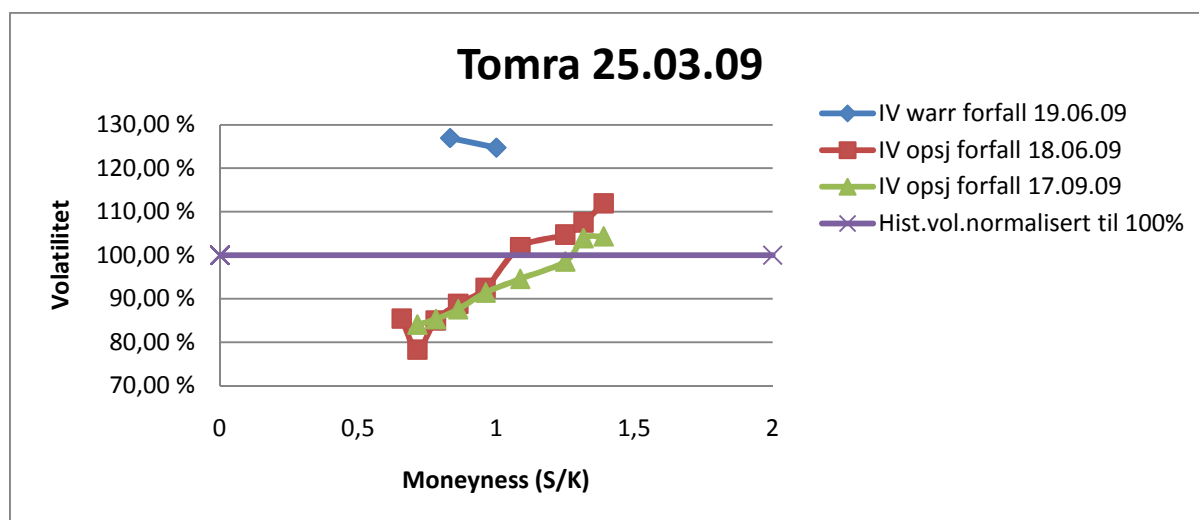
(figur 51)



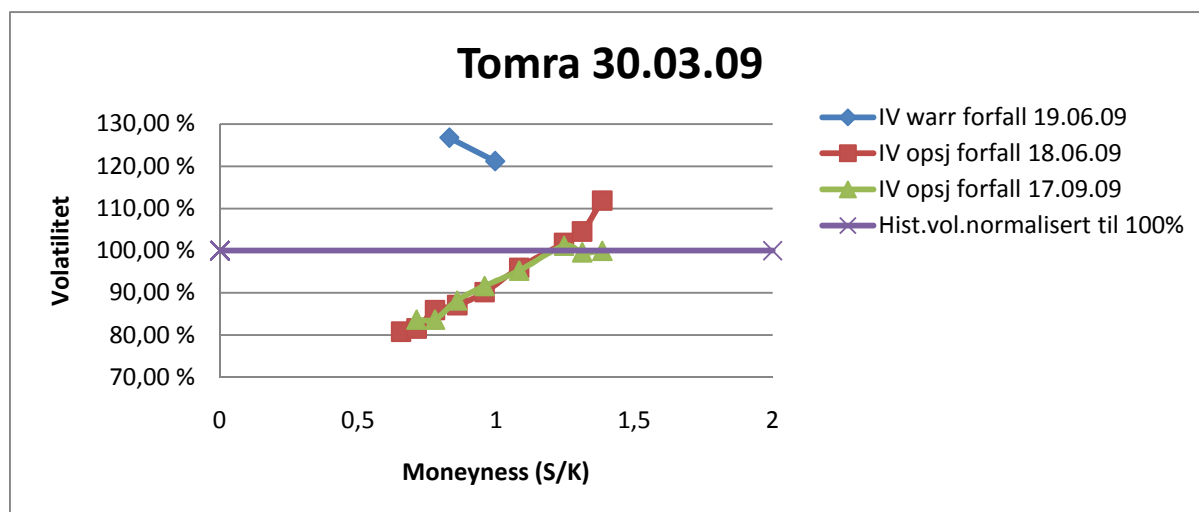
(figur 52)



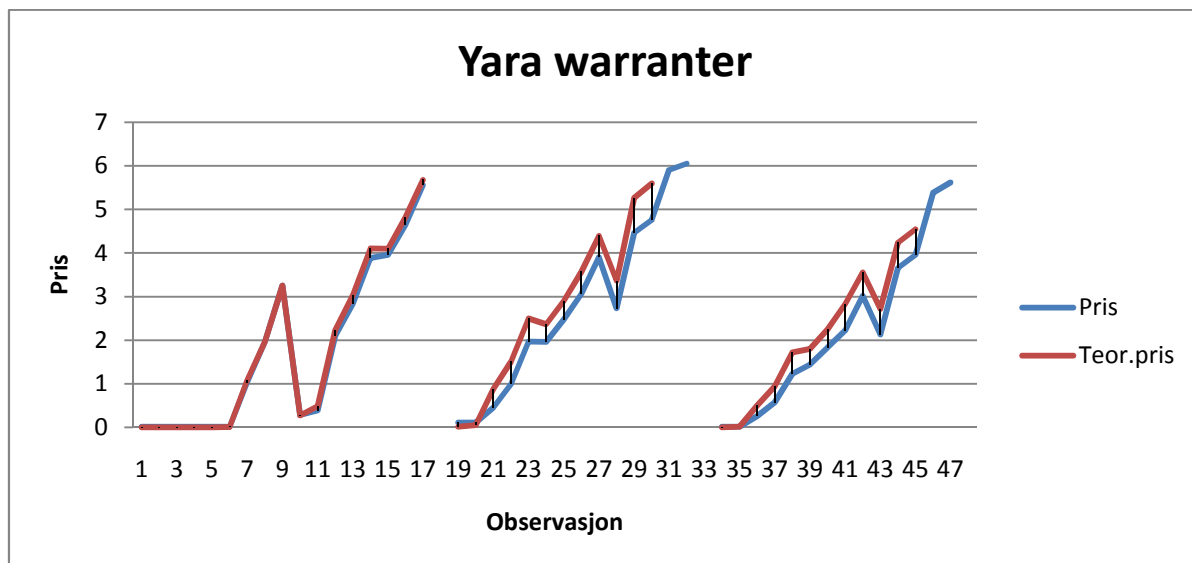
(figur 53)



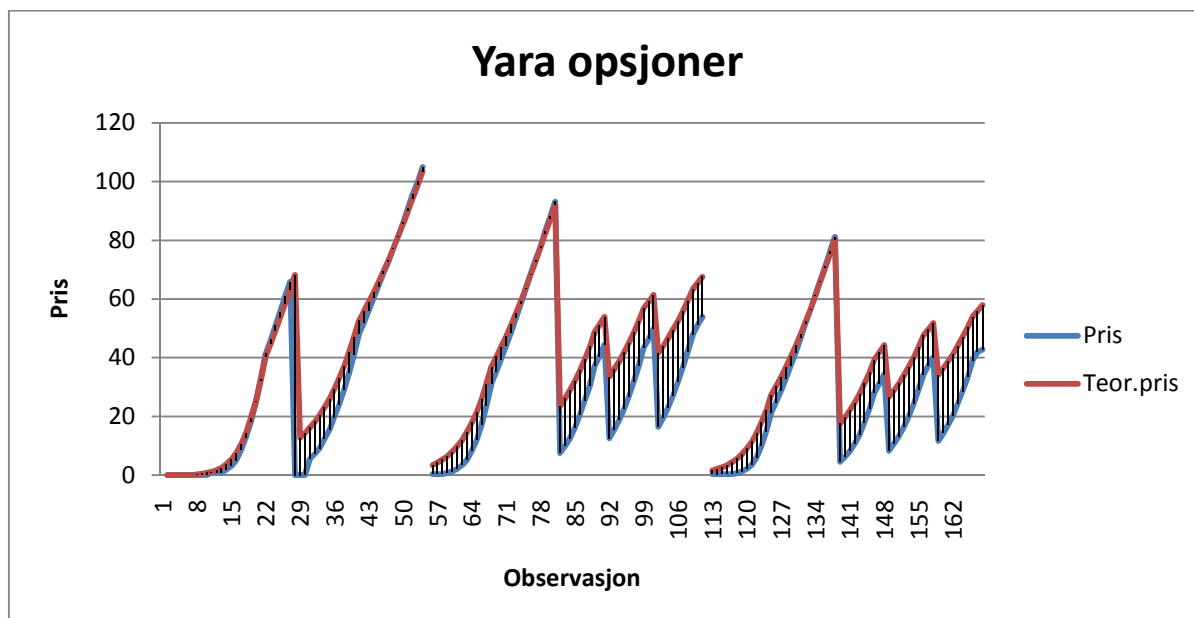
(figur 54)



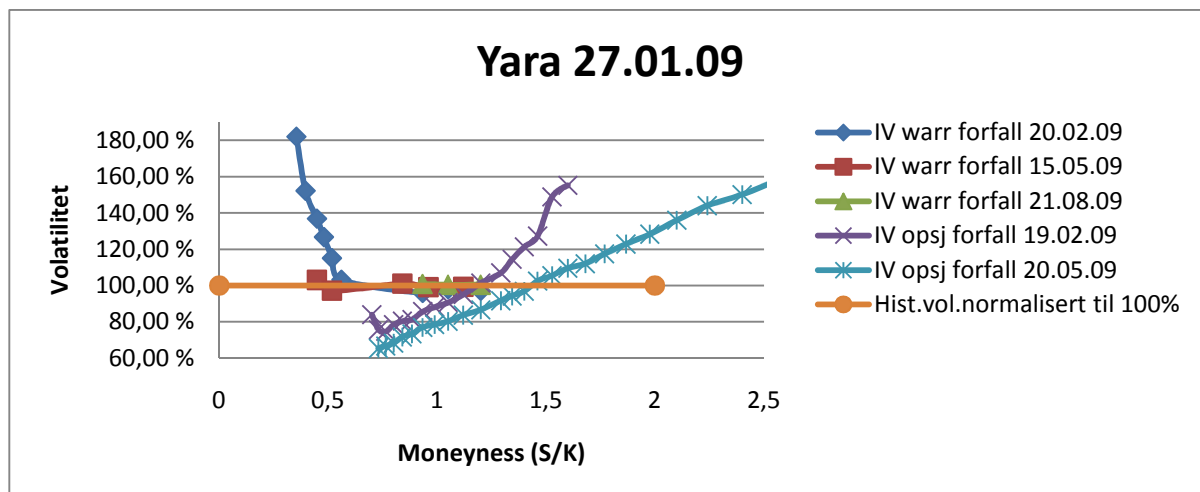
(figur 55)



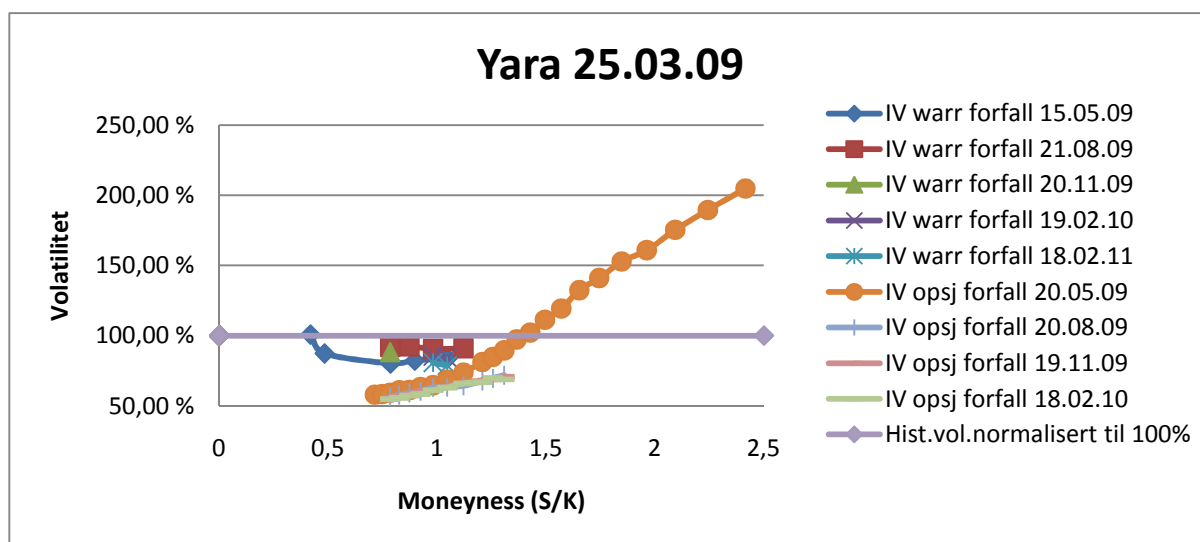
(figur 56)



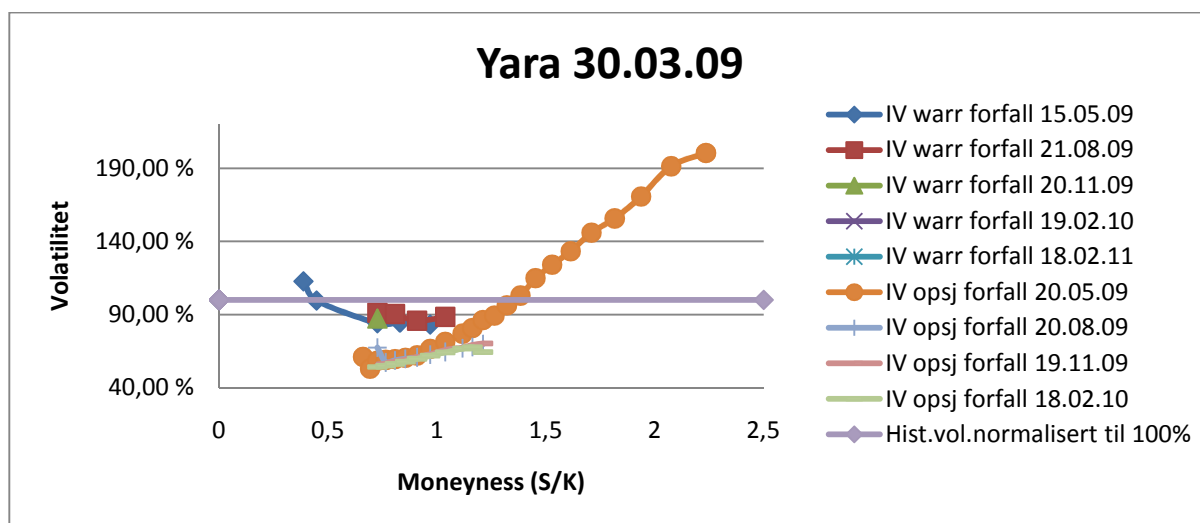
(figur 57)



(figur 58)



(figur 59)



(figur 60)